REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Faculté de Technologie
Département Génie Mécanique

Projet de fin d'études de Master

DOMAINE : Sciences et Technologie
FILIERE : Génie Mécanique
SPECIALTE : Construction Mécanique

Intitulé

Étude sur les caractéristiques de réponse au déséquilibre des rotors de turbines à gaz équipés de disques à aubes

Proposé par : Dr Nasreddine AMOURA

Présenté par : Oussama BESSAM

Akram SOUALHI

Année universitaire 2021-2022

Remerciement

Nous remercions d'abord ***Allah*** *de tout ce qu'il nous a donné, la volonté et la santé, pendant toutes ces années d'études.*

Nous remercions notre encadreur ***Dr Amoura Nasreddine****, Maitre de Conférences, au département du Génie Mécanique à l'université de Médéa, pour son aide et ses conseils tout au long de la réalisation de ce projet de fin d'études.*

Enfin, nous adressons nos sincères remerciements à nos familles : nos parents, nos sœurs, nos frères et tous nos proches et amis, qui nous ont soutenu et encouragé tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Dédicace

<u>Je dédie ce projet :</u>

A mes très chers parents,

Que dieu me les garde et fasse qu'ils soient toujours fières de moi

A mes très chers frères,

Qui je souhaite la réussit et le bonheur dans leurs vies.

A ceux qui m'ont tant aimée et encouragé

A mes chers amis,

Pour leurs aides et support dans les moments difficiles

A tout ma famille.

الملخص

الهدف الرئيسي من هذا المشروع هو إنشاء نموذج ديناميكي الذي يعتمد على طريقة مصفوفة النقل. لدراسة النظام الدوار للتوربين الغازي.

تم حل خصائص الاهتزاز الطبيعي بنماذج مصفوفة نقل الكتلة المركزة، وتم مقارنتها بتلك التي حصلنا عليها بطريقة العناصر المحدودة. أظهرت النتائج أن هناك انحرافا ضئيلا بين الترددات الطبيعية لطريقة مصفوفة النقل وطريقة العناصر المحدودة. وتتطابق أنماط الاهتزاز للطريقتين بشكل جيد. هذا يوضح أن البرنامج الذي تم إنشاؤه في البحث موثوق به.

كلمات مفتاحيه: دوار توربين الغازي، اختلال التوازن الديناميكي، ديناميكيات الدوار، طريقة النقل، طريقة العناصر المحدودة.

Abstract

Taken a gas turbine rotor system as the research object, the objective of this final studies project is to establish a dynamic model based on the transfer matrix method and the finite element method.

The natural vibration characteristics are solved with a concentrated mass transfer matrix model, then compared to those obtained by Ansys workbench® software. The results show very little deviations between the natural frequencies of the transfer matrix method and the finite element method, and the vibration modes of the two methods coincide quite well.

Keywords: Gas turbine rotor, dynamic imbalance, rotor dynamics, transfer method, finite element method.

Résumé

En prenant un système de rotor de turbine à gaz comme objet d'étude, l'objectif de ce projet fin d'étude de master est d'établir une modélisation par matrices de transfert et par éléments finis.

Les caractéristiques, de vibration naturelle, seront résolues avec un modèle de masse concentrée pour les matrices de transfert, et comparées à celles obtenues par le logiciel Ansys workbench®. Les résultats montrent qu'il y a une très faible déviation entre les fréquences naturelles obtenues par les deux techniques ; matrice de transfert et éléments finis. De même ; les modes de vibration des deux méthodes coïncidentes assez bien.

Mots clés : Rotor de turbine à gaz, déséquilibre dynamique, dynamique des rotors, méthode de transfert, méthode des éléments finis.

Sommaire

Résumé
Sommaire
Liste des figures
Liste des tableaux
Liste des symboles
Introduction générale 13
Chapitre 1 Dynamique des machines tournante (Dynamique des rotors) 16
1.1 Introduction 16
1.2. Les machines tournantes 16
1.2.1 Domaines d'utilisation 17
1.3. Composants d'une machine rotative 18
1.3.1 Les rotors 18
1.3.2 Les paliers 18
1.3.3 Les stators et les bases 19
1.4 Type de rotors 20
1.4.1 Classification des rotors selon les Paramètre géométrique 20
1.4.2 Les avantages et les inconvénients des rotors 21
1.5 Types de paliers 21
1.5.1 Liaison palier-rotor 22
1.6 Fondement de la mécanique vibratoire 22
1.7 Les formes de vibrations dans un rotor 23
1.8 Effet gyroscopique 25
1.9 Conclusion 26
Chapitre II Modélisation de rotor par la méthode de la matrice de transfert 28
2.1 Introduction 28
2.2 La méthode de la matrice de transfert [9] [10] [11] 28
2.3 La présentation du modèle dynamique [17] 28
2.4 Modélisation équivalente du system (rotor équipés de disque à aubes) 29
2.5 Le model de masse concentré 31
2.6 La méthode de Mykelstad's pour les poutres [12] 31

2.6.1 Les équations de la poutre sans masse 33
2.6.2 Les équations de masse ponctuelle 34
2.7 Caractéristiques vibratoires naturelles du rotor disque à aubes 36
2.7.1 Calcul des fréquences naturelles 36
2.8 Algorithme de résolution 37
2.9 Conclusion 41
Chapitre III analyse dynamique du rotor sous ANSYS Workbench®. 43
3.1 Introduction 43
3.2 Présentation de ANSYS® 43
3.2.1 ANSYS APDL® 43
3.2.2 ANSYS Workbench® 43
3.2.3 ANSYS Design-Modeler® 44
3.3 Lancer une analyse dans ANSYS Workbench®. 44
3.4 Prétraitement 45
3.4.1 Géométrie 45
3.4.2 Modèle 45
3.4.3 Configuration 45
3.4.4 Solution 45
3.4.5 Résultats 46
3.5 Études dynamique du rotor 46
3.5.1 Analyse dynamique du rotor 46
3.6. Les déformées de l'axe du rotor 48
3.7 Validation des résultats de la méthode des matrices de transfert par ANSYS® 49
3.8 Diagramme de Campbell et les vitesses critiques 51
3.9 Résultat et interprétation 53
3.10 Conclusion 55
Chapitre IV Réponse du rotor au balourd 57
4.1 Introduction 57
4.2 Efforts de balourd 57

4.3 Position du balourd..... 58
4.4 Résultats et interprétations..... 58
Conclusion générale 69
Références bibliographiques..... 71
Annexes…….……..……...…….....71

Liste des figures

Chapitre I

Figure 1.1 Représentation d'un rotor simple---------- 16
Figure 1.2 Turbocompresseur---------- 17
Figure 1.3 image de turbine à gaz ---------- 17
Figure 1.4 rotor de turbine a gaz---------- 18
Figure 1.5 Stator et base d'une turbine à gaz [7]---------- 19
Figure 1.6 Modèle d'un palier flexible ---------- 22
Figure 1.7 Les trois formes de vibrations dans un rotor ---------- 24
Figure 1.8 Effet gyroscopique……...25

Chapitre II

Figure 2.1 Modèle de rotor de turbine à gaz en deux dimensions---------- 29
Figure 2.2 : Rotor disque à aubes en trois dimensions ---------- 29
Figure 2.3 : Schéma des paramètres du cylindre creux ---------- 29
Figure 2.4 : le model simplifier de rotor disque à aubes en deux dimension ---------- 30
Figure 2.5 : Le model simplifier de rotor disque à aubes en trois dimension---------- 30
Figure 2.6. Modèle de masse concentré du rotor disque à aubes.---------- 31
Figure 2.7 Les caractéristiques d'une poutre idéalisée avec des masses concentrées--------- 32
Figure 2.8 Section de poutre pour matrice de transfert---------- 33
Figure 2.9 Organigramme pour la méthode des matrices de transfert…….……35
Figure 2.10 Organigramme du code pour la méthode des matrices de transfert……..……..39
Figure 2.11 Graphe donnant les cinq premières fréquences du rotor---------- 41

Chapitre III

Figure 3.1 Fenêtre principale dans Ansys Workbench®---------- 44
Figure 3.2 Types d'analyses dans Ansys Workbench®---------- 45
Figure 3.3 Géométrie du rotor après importation ---------- 46
Figure 3.4 Création du maillage ---------- 47
Figure 3.5 premier mode de fréquence naturelle---------- 48
Figure 3.6 Deuxième mode de fréquence naturelle. ---------- 48
Figure 3.7 Troisiéme mode de fréquence naturelle ---------- 49
Figure 3.8 Quatriéme mode de fréquence naturelle---------- 49
Figure 3.9 les différences relatives entre les valeurs des fréquences ---------- 50
Figure 3.10 Diagramme de Campbell d'un rotor---------- 51
Figure 3.11 Diagramme de Campbell pour les vitesses critiques ---------- 53
Figure 3.12 Diagramme de Campbell pour la stabilité. ---------- 54
Figure 3.13 Diagramme de Campbell 3 - décrément logarithmique……55

Chapitre IV

Figure 4.1 Effort du balourd d'un rotor……..…….57
Figure 4.2 Les quatre plans choisis pour l'application du balourd …….58
Figure 4.3 Balourd en position 01, m= 0.1 kg, r=0.5 m……59
Figure 4.4 Balourd en position 01, m=0,2 kg, r=0,5m……..……59
Figure 4.5 Balourd en position 01, m=0,5 kg, r=0,5m ……..……... 60
Figure 4.6 Balourd en position 01, m=1,0 kg, r=0,5m……...……...60
Figure 4.7 Balourd en position 02, m=0,1 kg, r=0,5m……...……...61
Figure 4.8 Balourd en position 02, m=0,2 kg, r=0,5m……...…...……61
Figure 4.9 Balourd en position 02, m=0,5 kg, r=0,5m…….....….....62
Figure 4.10 Balourd en position 02, m=1,0 kg, r=0,5m…….…...….....62
Figure 4.11 Balourd en position 03, m=0,1 kg, r=0,5m…...…….....63
Figure 4.12 Balourd en position 03, m=0,2kg, r=0,5m…….……63
Figure 4.13 Balourd en position 03, m=0,5 kg, r=0,5m……...…….64
Figure 4.14 Balourd en position 03, m=1,0 kg, r=0,5m……..…….64
Figure 4.15 Balourd en position 04, m=0,1kg, r=0,5m…….……....65
Figure 4.16 Balourd en position 04, m=0,2kg, r=0,5m…….65
Figure 4.17 Balourd en position 04, m=0,5kg, r=0,5m…….…....66
Figure 4.18 Balourd en position 04, m=1,0kg, r=0,5m…….…....66

Liste des tableaux

Tableau 2.1 Les Cinq premières fréquences---------- 41
Tableau 3.1 Valeurs des raideurs et l'amortissement des paliers ---------- 47
Tableau 3.2 Les différences entre les deux méthodes ---------- 50
Tableau 3.3 paramètres d'analyse ---------- 52
Tableau 3.4 Les vitesses critique---------- 53

Liste des symboles

$K_{xx}K_{yy}K_{zz}$	Raideurs des paliers.
$C_{xx}C_{yy}C_{zz}$	Amortissement des paliers.
E	Module de d'élasticité.
ρ	Densité.
μ	Coefficient de poisson.
m	Masse.
R , r	Rayon.
I	Moment d'inertie.
l	Longueur.
M	Moment déflexion.
Y	Déplacement linéaire.
θ	Déplacement angulaire.
V	Force de cisaillement.
ω	Fréquence.
Z^R	Vecteur d'état coté droit.
Z^L	Vecteur d'état coté gauche.
T	Matrice de transfert d'une partie.
A	Matrice de transfert de toutes les parties.
B_w	Rotation inverse.
F_w	Rotation directe.
Ω	vitesse de rotation.

Introduction générale

Introduction générale

La turbine à gaz est l'un des principaux équipements de base de l'industrie. Notamment l'ingénierie aéronautique, le transport maritime, l'énergie électrique, etc. Avec le développement de la technologie des turbines à gaz, l'efficacité et la fiabilité du travail sont encore améliorées. La vitesse de rotation et la charge du système de rotor à disques à aubes augmentent fortement. En raison de l'augmentation de la vitesse de rotation et de la charge, les phénomènes de vibration et d'instabilité sont présents dans la turbine à gaz.

En outre, le rotor des turbines à gaz modernes fonctionne généralement dans un état de vitesse supercritique. De fortes vibrations causées par des facteurs de déséquilibre peuvent endommager le système de rotor par fatigue. Cela a un sérieux effet sur la stabilité et la durée de vie du rotor. Par conséquent, de plus en plus de chercheurs commencent à accorder une attention particulière aux caractéristiques de vibration du système de rotor de la turbine à gaz. Les rotors peuvent être le siège de phénomènes vibratoires qui perturbent leur fonctionnement normal. Deux phénomènes sont particulièrement dangereux et peuvent conduire à des niveaux vibratoires inacceptables, il s'agit des vitesses de rotation critiques et des régimes linéairement instables, dont les conséquences sont souvent catastrophiques. Ces vibrations proviennent généralement de forces excitatrices dues aux balourds.

Les méthodes, matrice de transfert et éléments finis, sont parmi les technique numériques utilisées pour déterminer les fréquences naturelles ainsi que les modes et les réponses forcées au déséquilibrage dans les systèmes à rotor complexes. La méthode des matrices de transfert qui est utilisée pour les systèmes multi rotors avec paliers a été développée par N. Myklestad [1] et M.A.Prohl [2]. Par contre la méthode des éléments finis a été développée en premier dans le domaine de la dynamique des structures. C'est Ruhl et Booker[3] qui, en 1972, étaient les premiers à faire l'application sur les rotors.

Ensuit, en raison de la complexité du rotor de la turbine à gaz, le nombre d'éléments et de nœuds est extrêmement élevé pour la méthode des éléments finis. Cela signifie que l'analyse numérique nécessite beaucoup de ressources informatiques, et il est même difficile de la calculer dans certains cas. Pour le problème de la dynamique du rotor la méthode de la matrice de transfert est une méthode efficace. La dimension de la matrice n'augmente pas avec l'augmentation du nombre de degré de liberté du système. En même temps, l'algorithme est simple à mettre en œuvre. Ainsi, elle est largement utilisée dans l'analyse dynamique des machines rotatives complexes.

Le travail est groupé en quatre chapitres :

- Le premier chapitre donne une idée globale du domaine étudié et des généralités sur les rotors des machines tournantes industrielles, les paliers ainsi que les formes de vibration rencontrées.

- Le deuxième chapitre présente le développement et la modélisation de rotor par la méthode de la matrice de transfert. Les caractéristiques des vibrations naturelles sont résolues par le modèle de masse concentré.

- Dans le troisième chapitre une modélisation par éléments finis du comportement dynamique du rotor sous Ansys Workbench® est réalisée, et les résultats comparés à ceux obtenus par la technique des matrices de transfert.

- Le quatrième chapitre est une étude de la réponse du rotor au balourd placé en des positions choisies.

- Une conclusion générale est dégagée de l'ensemble du travail effectué sur les caractéristiques de réponse au déséquilibre des rotors.

Chapitre I

Dynamique des rotors

Chapitre 1 Dynamique des machines tournante (Dynamique des rotors)

1.1 Introduction

Les rotors sont définis comme étant tout élément tournant autour d'un axe fixe. Ils constituent les pièces maîtresses des machines tournantes dont le domaine d'applications industrielles est très vaste (machines outils, turbines, véhicules, turbocompresseurs, nucléaire, l'industrie pétrolière, etc.). Parmi leurs fonctions on peut citer la transmission de puissance ou la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique. L'arbre d'un rotor peut être considéré en tant qu'un corps élastique continu avec des propriétés d'inertie et de masse réparties tout le long de sa longueur surtout dans le domaine de grandes vitesses. Pour cela des types variés de vibrations apparaissent dans ce système mécanique et souvent limitent les performances et mettent en danger la sécurité d'opération. L'analyse dynamique des corps continus en rotation s'impose donc, car la connaissance précise du comportement vibratoire est indispensable pour assurer un bon fonctionnement.

1.2. Les machines tournantes

Comme on va s'intéresser dans la suite au comportement dynamique des rotors, il convient de commencer par introduire cette classe des machines dont le mouvement rotatif qui les caractérise fait émerger certains phénomènes particuliers.

Comme son nom l'indique, une machine tournante est d'une façon très générale, composée des parties tournantes autour d'un axe fixe par le biais des paliers. L'ensemble des corps tournant autour d'un même axe constituant un rotor. Un rotor est l'ensemble des pièces fixées à l'arbre d'une machine et tournant avec lui. Parmi ces éléments on compte les disques de turbines, de compresseurs, bagues de roulements . . . etc.

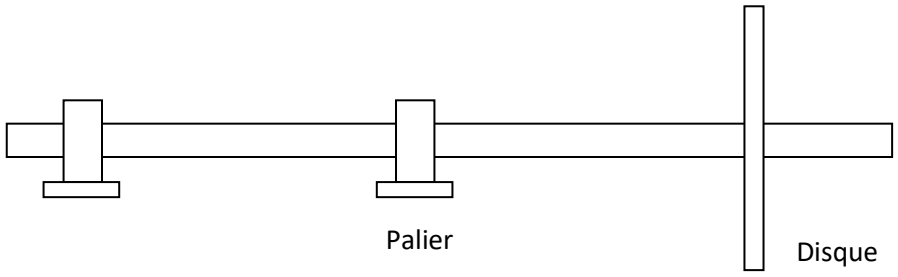


Figure 1.1 Représentation d'un rotor simple

1.2.1 Domaines d'utilisation

Les machines tournantes sont présentes dans différents secteurs de l'industrie. Elles varient en taille et en complexité, leur domaine d'applications industrielles est très vaste tel que les centrifugeuses, les pompes à vides, les turbines à vapeur de toutes tailles, les pompes et compresseurs.

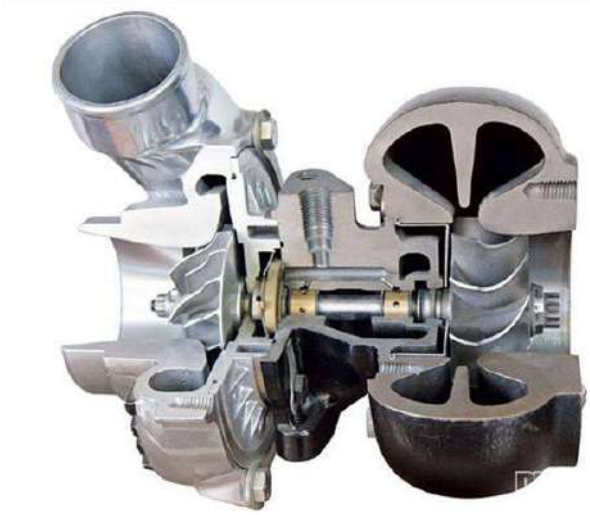


Figure 1.2 Turbocompresseur [4]

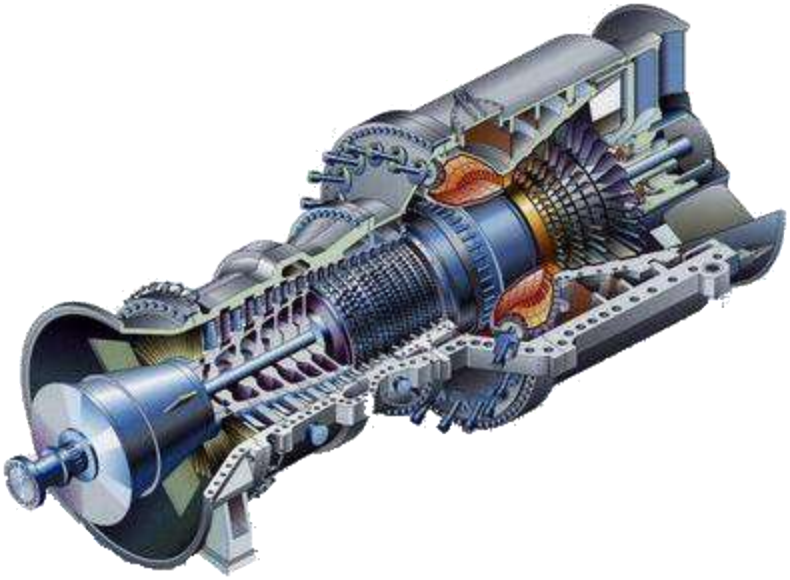


Figure 1.3 Image d'une turbine à gaz [5]

1.3. Composants d'une machine rotative

1.3.1 Les rotors

Il est important de déterminer si un rotor est essentiellement rigide ou flexible, car cela peut avoir une influence marquée sur le comportement de la machine et se révélera crucial pour évaluer les signaux de vibration surveillés.



Figure 1.4 rotor de turbine a gaz [6]

Avant la Seconde Guerre mondiale, tous les rotors étaient rigides et ce n'était qu'avec une compréhension accrue qu'il était jugé possible d'utiliser une machine avec des rotors flexibles. Les grands alternateurs sont maintenant presque toujours flexibles et un nombre croissant de machines plus petites entrent dans cette catégorie. Les différences, entre les deux types de rotors, sont modestes, mais ces distinctions peuvent donner lieu à des changements marqués de comportement en raison de la présence de modes plus élevés et de variations de contraintes dans les éléments rotatifs [7].

1.3.2 Les paliers

Le palier le plus basique est une douille en laiton à travers laquelle passe l'arbre, impliquant un petit dégagement rempli d'air. Cela convient aux petites machines légères. Dans sa forme la plus simple, le palier repose sur les effets hydro élastiques de la rotation pour générer des forces de levage, mais des versions plus sophistiquées utilisent une certaine pression d'air.

Lorsque le chargement augmente, on utilise un palier à roulement. Ces roulements, plus compliqués, fournissent un support robuste donnant de bonnes propriétés de rigidité, mais un faible amortissement. Ces roulements ont une série d'éléments roulants (billes ou rouleaux)

entre le rotor et le stator. Donc tout contact entre les surfaces d'accouplement est essentiellement roulant plutôt que glissant. Les éléments roulants se situent dans une cage qui tourne elle-même à près de la moitié de la vitesse de l'arbre. Cependant, cette construction signifie qu'une série de composantes de fréquence sera générée, y compris la fréquence de la cage, la fréquence de rotation de la bille et, bien sûr, la fréquence de l'arbre. L'importance relative de ceux-ci varie selon l'état du palier. Certaines très grandes machines, en particulier à faibles vitesses telles que les éoliennes, sont supportées par des paliers à éléments roulants [7].

1.3.3 Les stators et les bases

La dernière composante à considérer est la structure qui soutient les paliers. En général, cette structure se compose de deux parties principales: le stator et la base. Généralement, le stator fait partie intégrante de la machine et ne tourne pas, en revanche, la base est la structure de support et sert uniquement à maintenir la machine en place. En considérant la dynamique du rotor, il n'ya pas de distinction entre le stator et la base. Cependant, nous faisons la distinction lorsque l'on veut connaître les forces transmises par la machine aux fondations. Dans les situations où ces forces ne présentent pas un intérêt particulier, le terme ''fondation'' est utilisé pour l'ensemble stator-base [7].



Figure 1.5 Stator et base d'une turbine à gaz [7]

1.4 Type de rotors

Il existe deux types de rotors :

Rotor rigide : un rotor peut être considéré comme rigide, lorsqu'il tourne à des vitesses sensiblement inférieures à la vitesse critiques associées à la flexion de l'arbre. Outre, la simplicité du modèle découlant d'une telle hypothèse, la réalisation de calculs pour un rotor rigide est intéressante d'un point de vue de dimensionnement de bâti. En effet, puisque les éléments tournants ne se déforment pas, la charge dynamique est entièrement transmise au palier.

Rotor flexible : un rotor est généralement considéré comme étant Analyse souple ou flexible, quand il fonctionne à proximité ou au-dessus de sa fréquence naturelle (vitesse critique). La règle de base est de considérer un rotor flexible s'il fonctionne à 70% de la 1ère critique ou plus rapide. Si l'arbre commence à se déformer sensiblement au début de la plage des vitesses de fonctionnement, il est appelé un rotor flexible.

1.4.1 Classification des rotors selon les Paramètre géométrique

- **Rotor à disque** : les dimensions du disque sont plus grandes à celles de l'arbre. Ce modèle est bien adapté pour étudier le comportement dynamique de quelques que machine industrielle par exemple, micro turbine, turbine hydraulique... etc. Parmi les recherches effectuées sur ce modèle, nous évoquons par exemple les travaux tentative au début de H.Lamb et R.Southwell [8], ils ont traité le comportement dynamique d'un disque en rotation à l'aide de la théorie des vibrations des membranes. Récemment, on trouve les travaux de G.Genta et A.Tonoli [9] qui ont étudiées en détaille, analytiquement et numériquement le comportement vibratoire en torsion, inflexion et axiale d'un disque rotor.

- **Rotor à aubage** : ce modèle est bien adapté pour étudier le comportement vibratoire de quelques rotors ayant une structure aubage (aérogénérateur, fan de turboréacteur, soufflerie industrielle…etc). L'étude de comportement dynamique de ce modèle reste assez compliquée, car le mode vibratoire du rotor est liée aux différents phénomènes combinatoires (aérodynamique, aéroélasticité, hydrodynamique…etc).

- **rotor libre** : ce modèle de rotor est caractérisé par l'absence des suspensions (paliers, support). Il est bien atterré l'attention des chercheurs dans les dernières années pour développer et étudier le comportement dynamique des projectiles, satellites géostationnaires. P.Hughes[10] et P.W.Fortescue et J.Stark[11] sont considérés parmi les premiers chercheurs qui ont étudiées le comportement dynamique de ce genre de rotor, la majorité des travaux qui sont suivi, sont faites par les méthodes de simulation numérique.

1.4.2 Les avantages et les inconvénients des rotors

Les avantages :

Le rotor génère un mouvement rotatif à vitesse élevée afin de maximiser la puissance de sortie qu'elle conduit à :

• Un rendement plus élevé, donc une meilleure performance.

• Une énergie cinétique plus grande, donc plus d'utilité et d'efficacité dans tous les domaines.

• L'augmentation du débit de produits de haute qualité.

Les Inconvénients :

Le mouvement de rotation génère des vibrations qui sont le premier ennemi des rotors et des machines tournantes en générale, Ces vibrations peuvent conduire à des catastrophes humaines et matérielles dans l'industrie.

1.5 Types de paliers

Il existe deux types de paliers :

Palier rigide

Si la rigidité du palier est supérieure à la rigidité de l'arbre.

Palier flexible

Si la rigidité du palier est inferieur la rigidité de l'arbre. Les paliers flexibles sont les plus utiliser dans le guidage des rotors surtout ceux tournant à très grandes vitesse. Les paliers flexibles sont de deux types :

- **Palies isotopes**
  On appelle palier isotrope si sa rigidité est constante dans toutes les directions $Kxx = kzz = Kxz = Kzx$, c'est-à-dire que la réaction qu'il applique sur le rotor pendant sa rotation est identique de toutes les directions.

- **Paliers anisotrope**
  Lorsque la rigidité du palier est différente d'une direction à une autre, le palier est dit anisotrope : $Kxx \neq kzz \neq Kxz \neq Kzx$.
  Les coefficients de rigidité et d'amortissement sont obtenus après linéarisation des forces hydrodynamiques (Problème mécanique de fluide) au palier. Ces coefficients dépendent de:
  - La nature du lubrifiant (viscosité).
  - La vitesse de rotation.

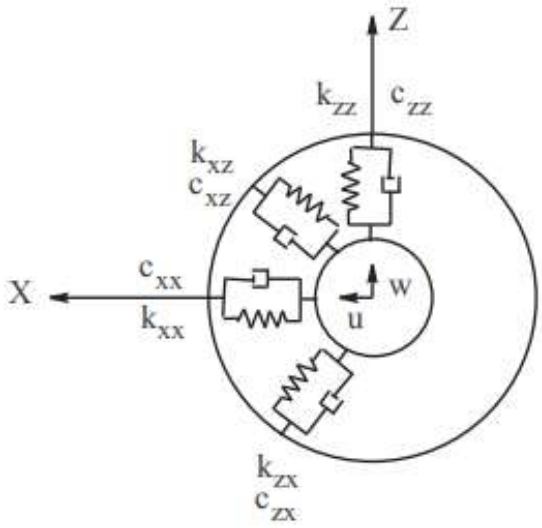


Figure 1.6 Modèle d'un palier flexible

1.5.1 Liaison palier-rotor

Prenant compte le facteur rigidité entre le rotor et ses paliers, on distingue les quatre cas possibles pour un modèle du rotor :

- **Rotor rigide palies rigides** : Quand la rigidité des paliers et du rotor n'est influencée ni par les efforts d'excitation ni par les efforts résultant de rotation du système.

- **Rotor rigide-palie flexible** : Lorsque la rigidité du rotor est nettement supérieure à la rigidité des paliers et que les efforts d'excitation ne déforment que les paliers.

- **Rotor flexible paires rigides** : On dit que le rotor est considéré flexible, lorsqu'il se déforme dans son état d'exploitation, sous l'effet des efforts dû à la rotation du système. Alors que ses paliers restent rigides.

- **Rotor flexible+ paliers flexibles** : Dans ce cas le système complet se déforme sous les efforts dus à la rotation du système, donc on dit que le rotor et les paliers sont flexibles. Les rotors sont souvent soumis à un effet gyroscopique (effet de Coriolis). Cet effet est d'autant plus ressenti dans le cas de modèle de rotors flexibles-paliers flexibles.

1.6 Fondement de la mécanique vibratoire

Les vibrations ou les oscillations des systèmes mécaniques constituent l'un des plus importants champs d'études dans toute la physique. Virtuellement, tous les corps peuvent vibrer librement en des manières variées. On peut aller de l'aile d'une mouche jusqu'aux

grandes vibrations de la terre lors d'un tremblement tout en passant par l'être humain qui est en soit un réservoir de vibrations. Pour les vibrations des systèmes mécaniques et structures elles sont d'une part une nuisance pour les utilisateurs et d'autre part une source d'informations sur les comportements. Par exemple pour les machines tournantes, elles sont redoutées car elles provoquent des dégradations et des cassures. Pour cette raison leur étude est nécessaire. Le concepteur doit avant tout déterminer la réponse des machines ou structurent aux sollicitations de nature dynamique qu'elles vont rencontrer au cours de leurs existences. On l'appelle l'analyse vibratoire. Celle-ci permet l'étude du comportement lors de la réalisation ou de la mise en service et ainsi s'assurer d'une sécurité suffisante pour remplir une fonction définie. Elle consiste à déterminer les déformations de la structure en fonction de la fréquence que l'on définit par l'analyse modale.

1.7 Les formes de vibrations dans un rotor

Un rotor peut avoir trois formes de vibrations : axiales, torsionnelles et latérales. **Les vibrations axiales** se produisent le long de l'axe du rotor, et **les vibrations de torsion** provoquent la rotation du rotor autour de son axe de rotation. La vibration de torsion relativement simple à modéliser, car les paliers et la base ont peu d'influence sur les fréquences naturelles. Il existe également un problème pratique: Les problèmes de torsion peuvent passer inaperçus sans instrumentation spéciale. En outre, comme un petit mouvement est transmis aux composants autres que le rotor, les modes de torsion ont souvent un faible amortissement. Au cours de cette phase non détectée, des dommages considérables peuvent être causés à une machine. **Les vibrations latérales** provoquent des déplacements du rotor dans les directions horizontale et verticale (pour un rotor horizontal). La vibration latérale du rotor est perpendiculaire à l'axe du rotor et est la plus importante vibration dans la plupart des machines à grande vitesse [7].

Elle est causée par des forces latérales, dont les plus courantes sont les forces de balourd qui sont présentes dans toutes les machines tournantes.

Ces mouvements se combinent pour produire un mouvement orbital du rotor dans un plan perpendiculaire à son axe de rotation. Dans certains systèmes, les trois types de vibrations sont indépendants les uns des autres, et ils peuvent être analysés séparément. Cependant, dans d'autres systèmes, il existe un couplage entre les trois formes de vibration.

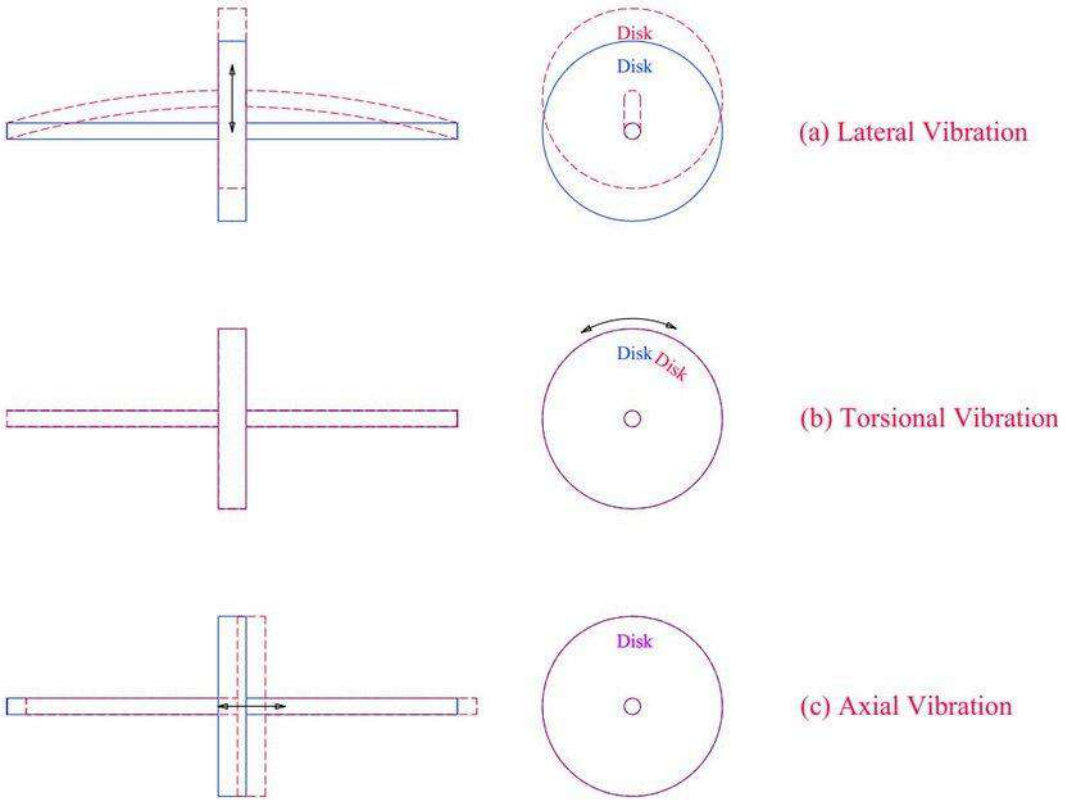


Figure 1.7 Les trois formes de vibrations dans un rotor

1.8 Effet gyroscopique

L'effet gyroscopique se traduit par un moment gyroscopique qui s'exerce sur l'arbre du rotor. Ce moment aura lieu si l'axe principal d'inertie polaire du disque est incliné à l'axe de rotation du rotor, c'est-à-dire que le disque n'est pas monté droit sur l'arbre ou les deux surfaces du disque ne sont pas parallèles.

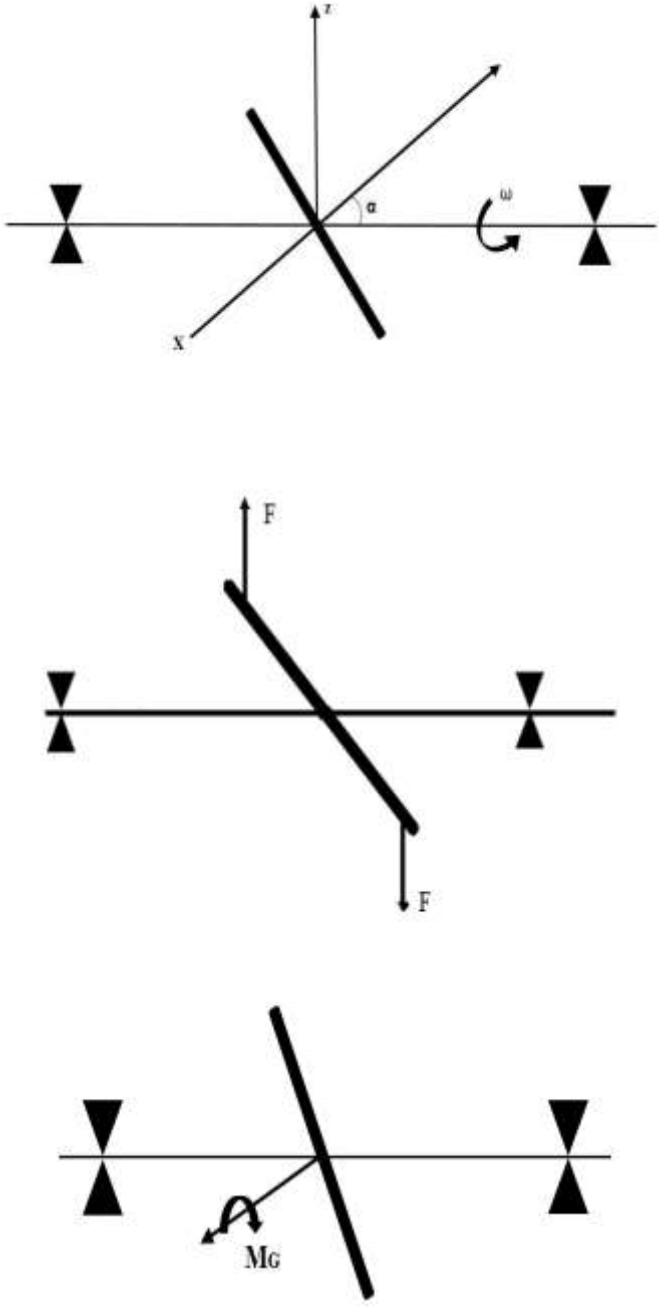


Figure 1.8 Effet gyroscopique

1.9 Conclusion

Ce chapitre est un ensemble de rappels et de définitions sur les rotors et ses composants (arbre, disques, paliers), ainsi que les formes de vibrations rencontrées. Ce chapitre a pour but de donner une vision globale sur le domaine étudié.

Chapitre II

Modélisation du rotor par la méthode de la matrice de transfert

Chapitre II Modélisation de rotor par la méthode de la matrice de transfert

2.1 Introduction

Dans la plupart des cas de structures réelles, la détermination du comportement statique ou dynamique ne peut s'effectuer que numériquement à cause de la complexité des géométries et des conditions aux limites. Dans ce cas la méthode de la matrice de transfert parmi les méthodes utilisée pour déterminer les fréquences naturelles.

Ce chapitre est composé de deux parties. La première présente la théorie de la méthode de la matrice de transfert. La deuxième est consacrée à notre code de calcul basé sur cette méthode.

2.2 La méthode de la matrice de transfert [12] [13] [14]

L'algorithme de la méthode de la matrice de transfert est défini en deux étapes principales :

- Le paramètre initial inconnu est défini par la matrice des paramètres initiaux qui sont transférés à l'aide de la multiplication matricielle des matrices de transfert et nodales au point final de la simulation appliquée. Les conditions aux limites au point final, implémentées dans la matrice des conditions aux limites, définissent l'ensemble des équations algébriques pour la détermination des paramètres initiaux inconnus.

- Les paramètres initiaux calculés sont placés dans le vecteur d'état au point initial de la simulation. et des multiplications répétées avec les matrices de transfert et nodales déterminent l'ensemble de vecteurs d'état résultants, les composantes de contrainte et de déformation aux points nodaux du modèle discret utilisé.

2.3 La présentation du modèle dynamique [15]

Le modèle en deux dimensions, du système de rotor de turbine à gaz, est obtenu en simplifiant une partie de la structure. Les tailles spécifiques sont indiquées à la Figure 2.1, l'unité de longueur est le millimètre.

A partir du modèle 2-D du système de rotor de turbine à gaz, le modèle 3-D est établi au moyen du logiciel SolidWorks. Dans le processus de modélisation, l'intégration du rotor est réalisée pour rendre le modèle plus proche de la pratique d'ingénierie. Le modèle tridimensionnel du système de rotor est présenté à la Figure 2.2.

Le matériau du rotor est de l'acier haute performance, de module d'élasticité E égale à 200 GPa et de densité volumique ρ égale à 7850 kg/m^3. Le coefficient de poisson υ est de 0.3.

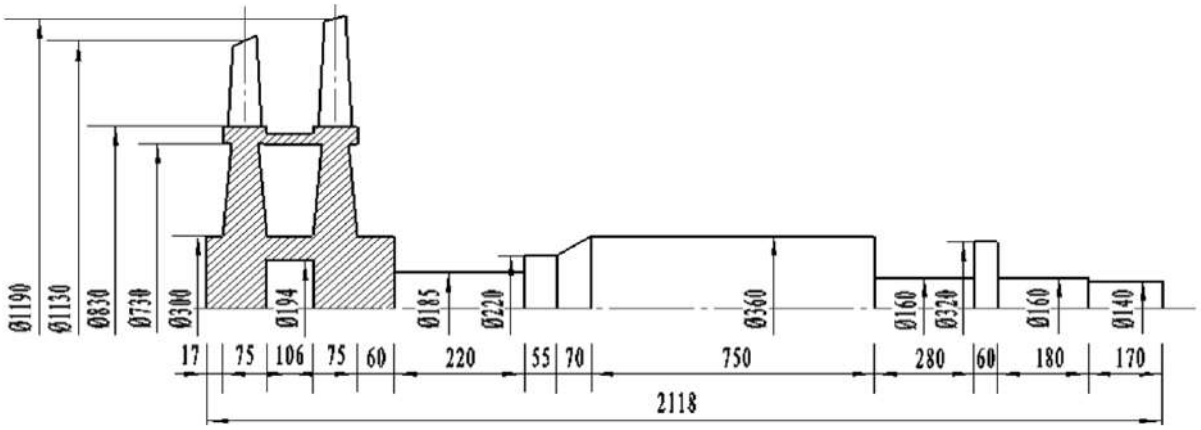


Figure 2.1 Modèle de rotor de turbine à gaz en deux dimensions

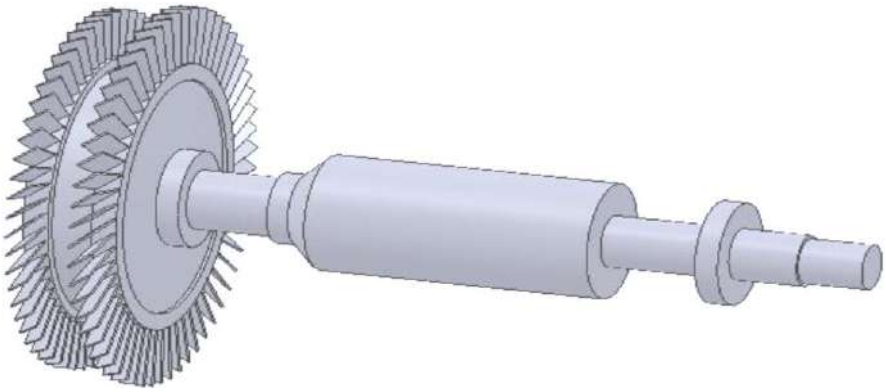


Figure 2.2 Rotor disque à aubes en trois dimensions

2.4 Modélisation équivalente du system (rotor équipés de disque à aubes)

La structure du rotor disque à aubes de turbine à gaz est compliquée. Si la méthode de la matrice de transfert est adoptée pour le calcul, une simplification supplémentaire du modèle est nécessaire. Basé sur le modèle tridimensionnel du rotor disque à aubes et le principe égal de l'inertie de rotation, les parties du rotor disque à aubes sont simplifiées en disques et arbres. En prenant l'exemple des aubes, le processus de simplification est illustré.

Selon les paramètres du rotor disque à aubes, il est composé de 57 aubes. En appliquant le principe égal de l'inertie de rotation, les aubes sont simplifiées en cylindre creux comme le montre dans la Figure 2.3.

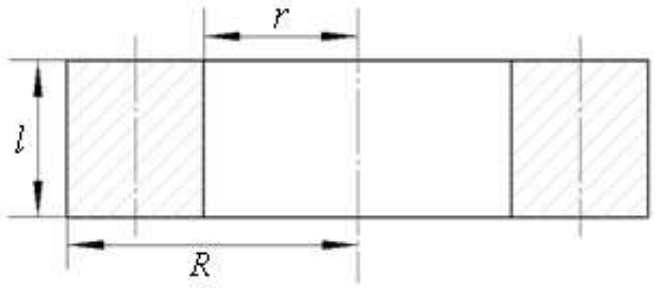


Figure 2.3 Schéma des paramètres du cylindre creux

R est le rayon extérieur du cylindre creux conçu, r est le rayon intérieur du cylindre creux conçu, l est la longueur du cylindre creux conçu.

L'équation du calcul équivalent est :

$$n \times m_1 \left(\frac{a_1^2}{12} + d_1^2\right) = \frac{m_2}{2} \times (R^2 + r^2) \qquad (2.1)$$

où n est le nombre de aubes, a est la longueur de l'aube, m est la masse de l'aube, d est la distance entre le centre de gravité de l'aube et l'axe du rotor, m est la masse totale du cylindre creux conçu, R, r et l sont des paramètres de forme de cylindre creux conçu.

Sur la base du processus ci-dessus, les disques à aubes et l'arbre sont simplifiés. L'équivalent final de rotor est obtenu comme le montre dans la Figure 2. 4, l'unité de longueur en millimètre.

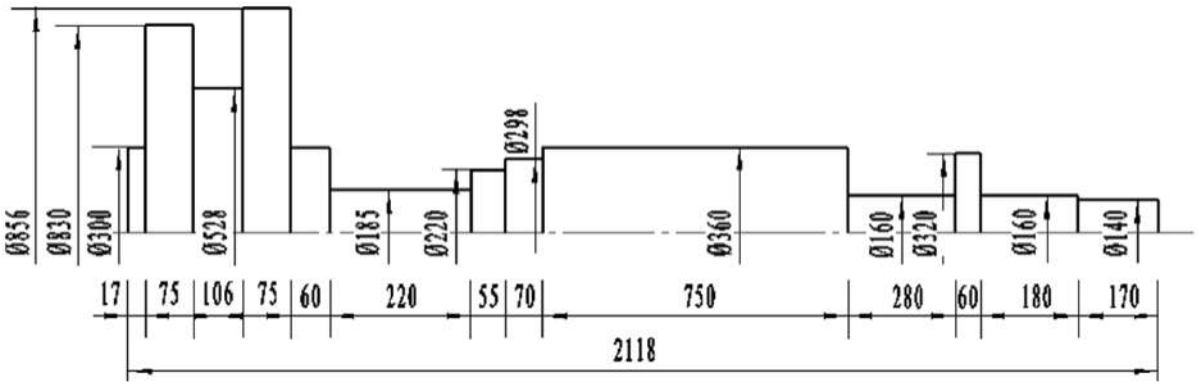


Figure 2.4 Le model simplifier de rotor disque à aubes en deux dimension

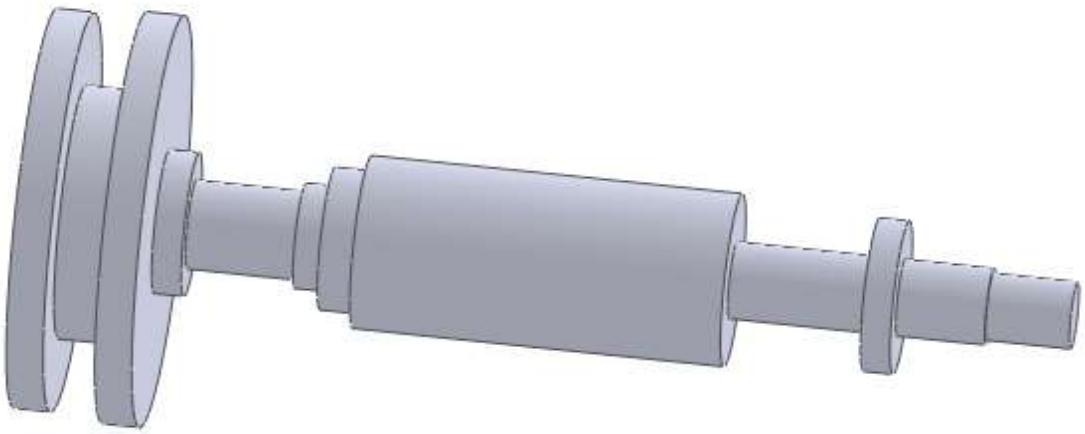


Figure 2.5 Le model simplifier de rotor disque à aubes en trois dimension

2.5 Le model de masse concentré

Modèle de matrice de transfert peut être divisé en deux types : modèle de masse concentré et modèle de masse distribuée, on utilise le Modèle de masse concentré car il est le modèle de un degré de liberté. Sans changer l'élasticité d'origine du système, la masse et l'inertie de rotation sont concentrées sur plusieurs nœuds.

Pour établir le modèle de la masse concentré, le rotor disque à aubes est simplifié, les paramètres équivalents de disques et d'arbre sont : « m » est la mass, « EI » la rigidité de l'arbre et K_1, K_2 sont des rigidités du support élastique (les paliers). Le modèle de masse concentré du rotor disque à aubes est illustré à la Figure 2.6.

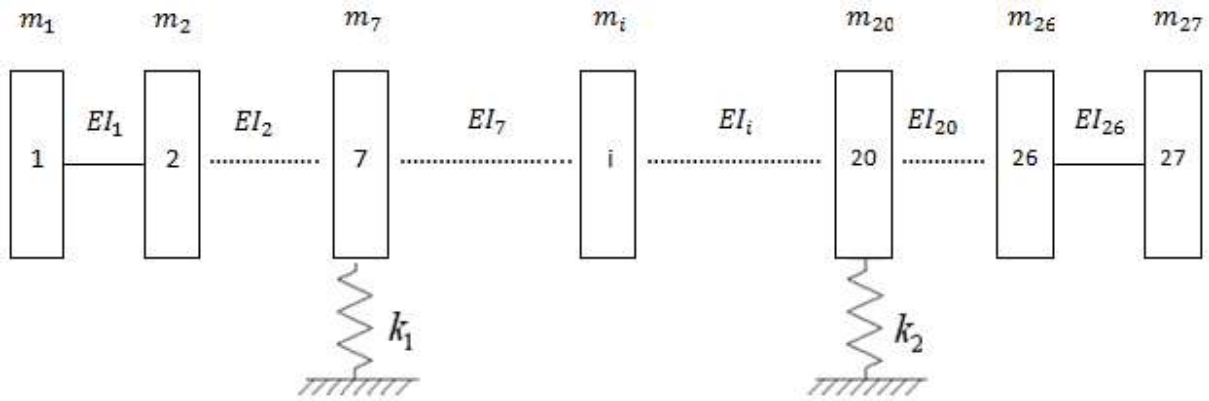


Figure 2.6 Modèle de masse concentré du rotor disque à aubes

2.6 La méthode de Mykelstad's pour les poutres [16]

Lorsqu'une poutre est remplacée par des masses concentrées reliées par des sections de poutre sans masse, une méthode développée par N.O Mykelstad peut être utilisée pour calculer progressivement la déflection, la pente, le moment et le cisaillement.

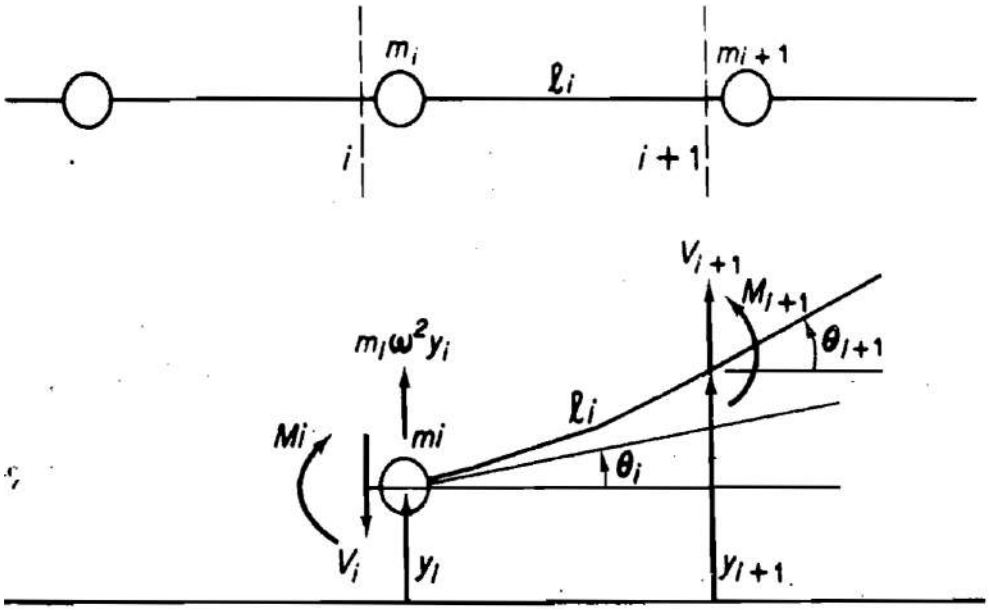


Figure 2.7 Les caractéristiques d'une poutre idéalisée avec des masses concentrées

- à partir de considérations d'équilibre :

$$V_{i+1} = V_i - m_i\omega^2 y_i \tag{2.2}$$

$$M_{i+1} = M_i - V_{i+1} l_i \tag{2.3}$$

- à partir de la considération géométrique :

$$\theta_{i+1} = \theta_i + M_{i+1}\left(\frac{l}{EI}\right)_i + V_{i+1}\left(\frac{l^2}{2EI}\right)_i \tag{2.4}$$

$$y_{i+1} = y_i + \theta_i l_i + M_{i+1}\left(\frac{l^2}{2EI}\right)_i + V_{i+1}\left(\frac{l^3}{3EI}\right)_i \tag{2.5}$$

Où :

$\left(\frac{l}{EI}\right)_i$ = Pente à $i+1$ mesurée à partir d'une tangente à i à cause du moment unitaire à $i+1$.

$\left(\frac{l^2}{2EI}\right)_i$ = Pente à $i+1$ mesurée à partir d'une tangente à i à cause du cisaillement à $i+1$.

$\left(\frac{l^3}{3EI}\right)_i$ = Déflection à $i+1$ mesurée à partir d'une tangente à i à cause du cisaillement à $i+1$.

y est le déplacement linéaire, θ est le déplacement angulaire, M est le moment de flexion, V est la force de cisaillement.

Les équations algébriques de (2.2) à (2.5) peuvent être réarrangées de sorte que les quatre grandeurs à la station $i+1$ soient exprimées en fonction des quatre mêmes grandeurs à la station i.

Lorsque ces équations sont disposées sous forme matricielle, elles sont appelées matrices de transfert. Dans cette section, nous présentons une procédure de formulation et d'assemblage de l'équation matricielle selon les conditions aux limites imposées.

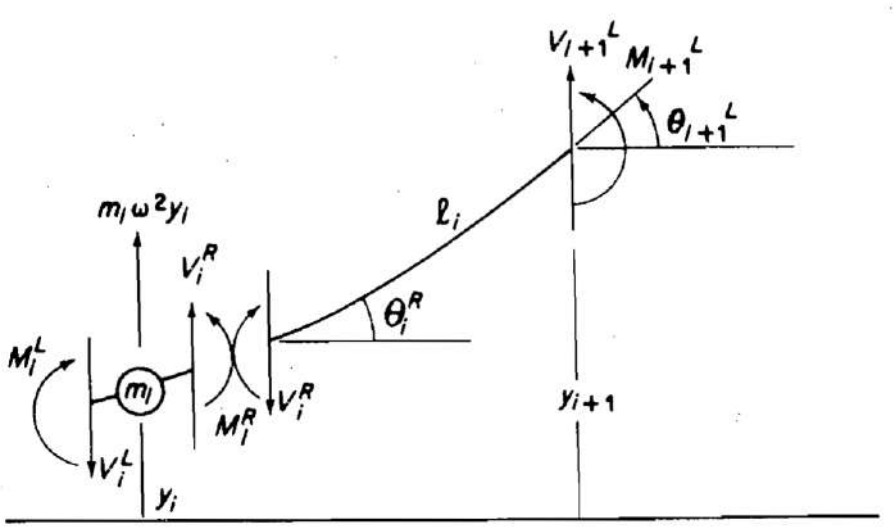


Figure 2.8 Section de poutre pour matrice de transfert

La figure 2.8 présente la même section de la poutre de la figure 2.6 décomposée en masse ponctuelle et une poutre sans masse, en réaliser la poutre juste à droite de la masse. On désigne les quantités à gauche et à droite de la masse par des exposants L et R, respectivement.

2.6.1 Les équations de la poutre sans masse

Les équations de la poutre sans masse peuvent être écrites :

$$V_{i+1}^L = V_i^R$$

$$M_{i+1}^L = M_i^R - V_i^R l_i$$

$$\theta_{i+1}^L = \theta_i^R + M_{i+1}^L \left(\frac{l}{EI}\right)_i + V_{i+1}^L \left(\frac{l^2}{2EI}\right)_i \qquad (2.6)$$

$$y_{i+1}^L = y_i^R + \theta_i^R l_i + M_{i+1}^L \left(\frac{l^2}{2EI}\right)_i + V_{i+1}^L \left(\frac{l^3}{3EI}\right)_i$$

On écrit les équations (2.6) sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_{i+1}^{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l & 1 & 0 & 0 \\ \frac{l^2}{2EI} & \frac{l}{EI} & 1 & 0 \\ \frac{l^3}{6EI} & \frac{l^2}{2EI} & l & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_{i}^{R} \quad (2.7)$$

On simplifier (2.7) :

$$Z_{i+1}^{L} = PZ_{i}^{R}$$

Dans cette équation en mes l'élément « V » en négatif pour rendre tout les éléments de la matrice en positifs.

2.6.2 Les équations de masse ponctuelle

Ensuite, les équations de masse ponctuelle peuvent être écrites :

$$\begin{aligned} V_i^R &= V_i^L - m_i\omega^2 y_i \\ M_i^R &= M_i^L \\ \theta_i^R &= \theta_i^L \\ y_i^R &= y_i^L \end{aligned} \quad (2.8)$$

Apres de déterminer les équations de masse ponctuelle, dans notre cas (rotor équiper disque à aubes), On a utilisé deux paliers isotropes, donc l'équation de force de cisaillement (V_i^R) devient :

$$V_i^R = V_i^L - (m_i\omega^2 - K)y_i$$

Avec les valeurs des (k) sont nul sauf que les nœuds qui contenant des paliers.

Sous forme matricielle, les équations deviennent :

$$\begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_{i}^{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m\omega^2 - k \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_{i}^{L} \quad (2.9)$$

On simplifier (2.9) :

$$Z_i^R = FZ_i^L$$

En multiplient Eq (2.7) et (2.9) pour obtient l'équation assemblée pour la iéme section :

$$[Z]_{i+1}^L = [P]\,[Z]_i^R$$

$$[Z]_i^R = [F]\,[Z]_i^L$$

$$[Z]_{i+1}^L = [P]\;\;[F]\,[Z]_i^L$$

$$[Z]_{i+1}^L = [T]\,[Z]_i^L$$

Figure 2.9 Organigramme pour la méthode des matrices de transfert

$$\begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_{i+1}^{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m\omega^2 - k \\ l & 1 & 0 & (m\omega^2 - k)l \\ \frac{l^2}{2EI} & \frac{l}{EI} & 1 & (m\omega^2 - k)\frac{l^2}{2EI} \\ \frac{l^3}{6EI} & \frac{l^2}{2EI} & l & 1 + \frac{l^3}{6EI}(m\omega^2 - k) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_{i}^{L} \quad (2.10)$$

On simplifier (2.10) :

$$Z_{i+1}^L = TZ_i^L \quad (2.11)$$

La matrice carrée dans cette équation est appelée « matrice de transfert », car le vecteur d'état en i est transféré au vecteur d'état en $i + 1$ par cette matrice.

Il est alors évident qu'il est possible de progresser dans la structure, le vecteur d'état de l'extrémité éloigné soit lié au vecteur d'état à l'extrémité de départ par une équation de la forme.

2.7 Caractéristiques vibratoires naturelles du rotor disque à aubes

2.7.1 Calcul des fréquences naturelles

Selon le modèle de masse concentré, les conditions aux limites sont les suivantes :

$$V_1 = 0, \quad M_1 = 0.$$

Ainsi, le vecteur initial peut être exprimé :

$$Z_1^L = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_1^T$$

La relation de transfert de l'extrémité gauche à l'extrémité droite du système est la suivante :

$$Z_n^R = T_n T_{n-1} T_{n-2} \dots T_2 T_1 Z_1^L. \tag{2.12}$$

Voir l'équation (2.11).

La définition de la matrice de transfert est :

$$A = T_n T_{n-1} T_{n-2} \dots T_2 T_1.$$

L'équation (2.12) est simplifiée comme suit :

$$Z_n^R = A\, Z_1^L. \tag{2.13}$$

Donc, on trouve :

$$\begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_1^L = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \\ a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ y \end{Bmatrix}_1^L \tag{2.14}$$

Selon le modèle de matrice de transfert du rotor disque à aubes, les conditions limites à la dernière section est :

$$V_n = 0\,, \quad M_n = 0. \tag{2.15}$$

Voici le vecteur d'état de la dernière section :

$$Z_n^R = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_n^T \tag{2.16}$$

Alors, on trouve :

$$\begin{Bmatrix} -V \\ M \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_n^R = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta \\ y \end{Bmatrix}_n^R = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \\ a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ y \end{Bmatrix}_1^L \tag{2.17}$$

Il est encore simplifié comme suit :

$$\begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ y \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2.18}$$

$$0 = a_{13}\theta + a_{14}y$$

$$0 = a_{23}\theta + a_{24}y$$

Lorsque l'ensemble d'équations algébriques homogènes à une solution non nulle, son coefficient déterminant est égal à zéro. Alors, l'équation de fréquence du système est :

$$y_n = 1 - \frac{a_{23} \times a_{14}}{a_{13} \times a_{24}}$$

Les Fréquences naturelle du système sont calculées par la méthode de la matrice de transfert comme il est discuté ci-dessus à l'aide de Logiciel MATLAB®.

2.8 Algorithme de résolution

L'algorithme du code de calcul est décrit dans la figure 2.9, Tous les calculs sont effectués avec le code de programmation MATLAB®.

Les calculs sont effectués pour des fréquences comprises entre $f = 1\ Hz$ et $f = 1300\ Hz$ à des pas de fréquence de $1\ hz$. Les résultats sous MATLAB® donnent des fréquences naturelles dans intervalles suivants :

$11 \leq f_1 \leq 12$

$15 \leq f_2 \leq 16$

$222 \leq f_3 \leq 223$

$437 \leq f_4 \leq 438$

En raffinant les calculs avec des pas plus faibles dans chaque intervalle de fréquences, les deux premières fréquences naturelles peuvent être approximées avec une bonne précision. Les valeurs calculées des deux premières fréquences naturelles sont : $f_1 = 11.15 \ \ HZ$ et $f_2 15.9 \ \ HZ$ respectivement.

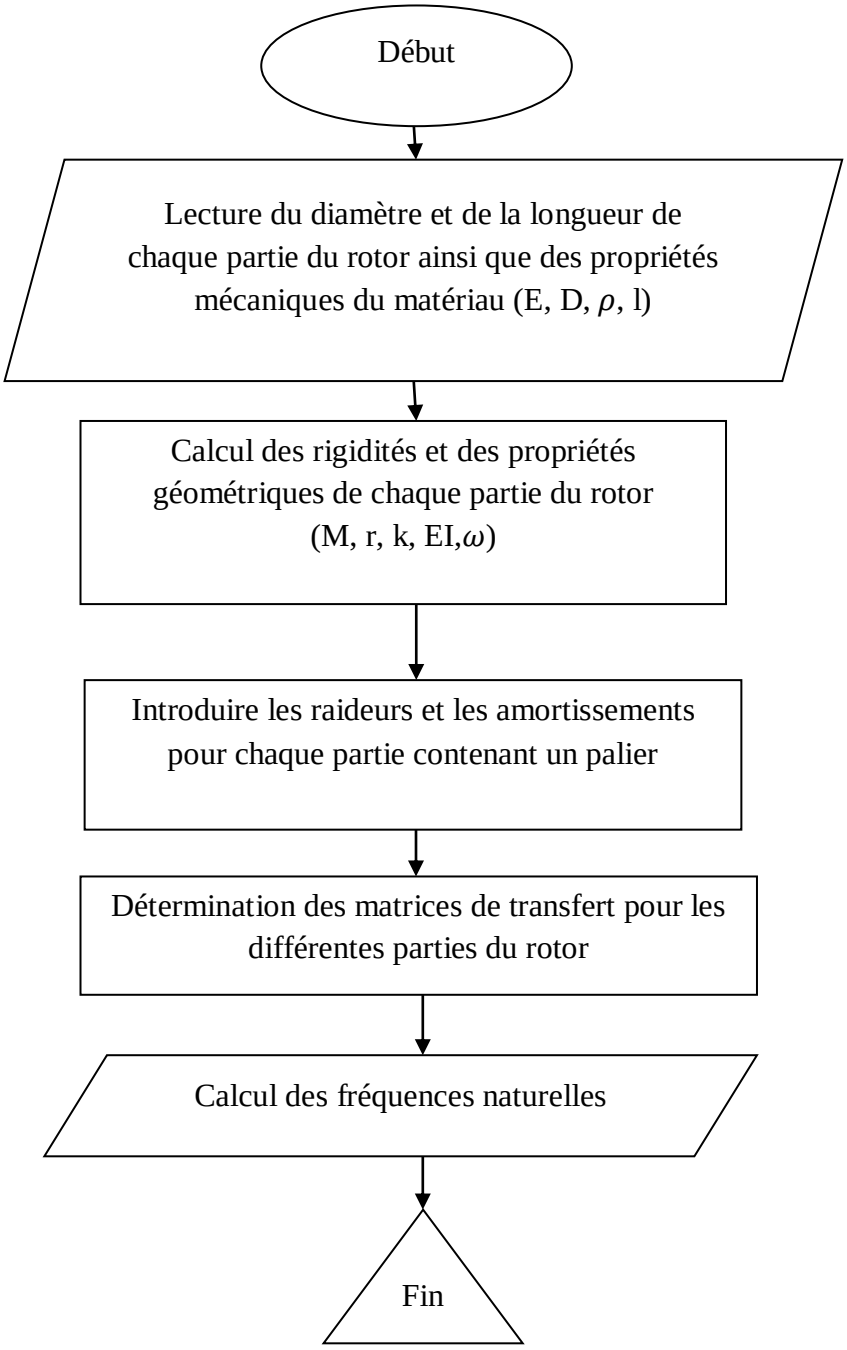


Figure 2.10 Organigramme du code pour la méthode des matrices de transfert

ω	y
1.000	1.916e+01
2.000	1.895e+01
3.000	1.858e+01
4.000	1.804e+01
5.000	1.729e+01
6.000	1.628e+01
7.000	1.493e+01
8.000	1.309e+01
9.000	1.055e+01
10.000	6.864e+00
11.000	1.157e+00
12.000	-8.744e+00
13.000	-2.999e+01 → ω_1
14.000	-1.087e+02
15.000	3.680e+02
16.000	-6.512e+00
17.000	8.206e+01 → ω_2
18.000	6.351e+01
19.000	5.484e+01
20.000	4.965e+01
21.000	4.617e+01
22.000	4.364e+01
23.000	4.171e+01
24.000	4.018e+01
25.000	3.892e+01
26.000	3.785e+01
27.000	3.694e+01
28.000	3.613e+01
29.000	3.541e+01
30.000	3.476e+01
31.000	3.416e+01
32.000	3.361e+01
.	.
.	.
.	.
216.000	1.018e-01
217.000	8.398e-02
218.000	6.673e-02
219.000	5.005e-02
220.000	3.392e-02
221.000	1.832e-02
222.000	3.239e-03
223.000	-1.133e-02
224.000	-2.540e-02 → ω_3

ω	y
225.000	-3.898e-02
226.000	-5.209e-02
227.000	-6.473e-02
228.000	-7.692e-02
229.000	-8.867e-02
.	.
.	.
.	.
431.000	-7.614e-03
432.000	-6.459e-03
433.000	-5.319e-03
434.000	-4.194e-03
435.000	-3.084e-03
436.000	-1.988e-03
437.000	-9.080e-04
438.000	1.577e-04
439.000	1.209e-03 → ω_4
440.000	2.245e-03
.	.
.	.
.	.
1287.000	1.200e-05
1288.000	8.039e-06
1289.000	4.118e-06
1290.000	2.430e-07
1291.000	-3.587e-06
1292.000	-7.372e-06
1293.000	-1.111e-05 → ω_5
1294.000	-1.481e-05
1295.000	-1.846e-05
1296.000	-2.207e-05
1297.000	-2.564e-05
1298.000	-2.916e-05
1299.000	-3.264e-05
1300.000	-3.608e-05
1301.000	-3.948e-05
1302.000	-4.284e-05
1303.000	-4.615e-05
1304.000	-4.942e-05
1305.000	-5.266e-05
1306.000	-5.585e-05

Dans les résultats ci-dessus de y (déplacements) par rapport ω (fréquences). Les fréquences naturelles correspondent aux zéros de la courbe.

Les cinq premières fréquences est dans le Tableau ci-dessous.

Tableau 2.1 Les Cinq premières fréquences

Ordre	ω (Hz)
1	11.15
2	15.9
3	222.21
4	437.85
5	1290.06

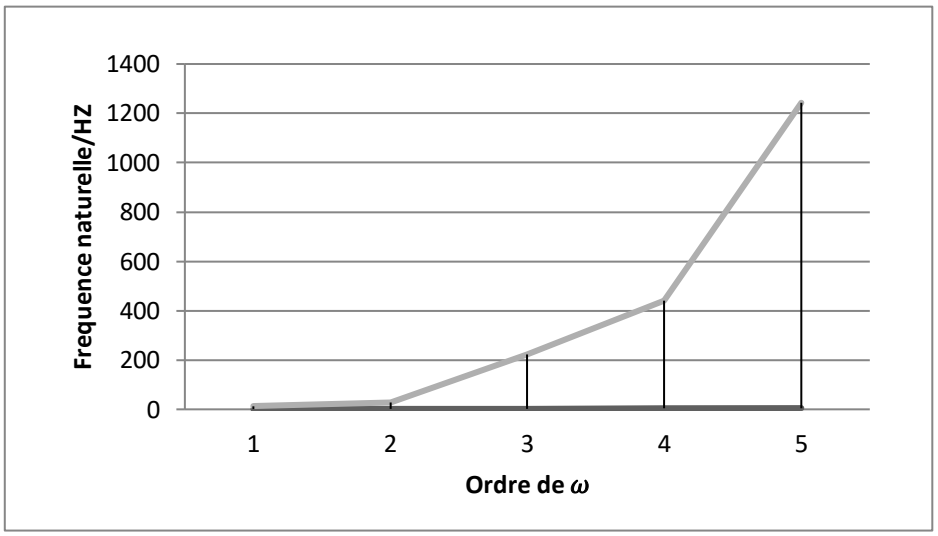


Figure 2.11 Graphe donnant les cinq premières fréquences du rotor

2.9 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode des matrices de transfert est utilisée pour déterminer les cinq premières fréquences du rotor, sujet de notre étude. Afin, d'y parvenir, nous avons développé un code de calcul sous Matlab® qui utilise l'algorithme de la figure 2.9. Les fréquences calculées seront comparées à ceux obtenues par éléments finis dans le prochain chapitre.

Chapitre 3

Analyse dynamique du rotor sous ANSYS Workbench®

Chapitre III analyse dynamique du rotor sous ANSYS Workbench®.

3.1 Introduction

ANSYS est un logiciel de simulation numérique, utilisé dans le développement de produits industriels. Il couvre toutes les étapes nécessaires à une simulation : le traitement géométrique, le maillage, la résolution, le traitement de résultats et l'optimisation. ANSYS offre une plateforme de calcul multi-physique intégrant la mécanique des fluides et des structures, l'électromagnétisme, la thermique ainsi que la simulation de systèmes et de circuits.

Les utilisateurs ANSYS sont de domaines industriels différents tels que la construction de machines, les secteurs de l'énergie…

3.2 Présentation de ANSYS®

3.2.1 ANSYS APDL®

Chronologiquement, c'est la première solution logicielle développée par le constructeur. Elle est destinée à la construction de modèles éléments finis à la géométrie simple, facilement constructible à l'aide d'opérations basiques. À partir de cet environnement, l'utilisateur construit directement un modèle éléments finis, dans notre cas (méthode de la matrice de transfert) en utilisant le langage de script APDL (ANSYS Parametric Design Language). ANSYS classic est donc destiné à des utilisateurs expérimentés dans le domaine de la simulation numérique.

3.2.2 ANSYS Workbench®

Cette plate-forme propose une approche différente dans la construction d'un modèle en réutilisant le code ANSYS initial. Elle est particulièrement adaptée au traitement de cas à la géométrie complexe (nombreux corps de pièces) et aux utilisateurs non confirmés dans le domaine du calcul. Dans cet environnement, l'utilisateur travaille essentiellement sur une géométrie et non plus sur le modèle lui-même. La plateforme est donc chargée de convertir les requêtes entrées par l'utilisateur en code ANSYS avant de lancer la résolution. Le modèle éléments finis généré reste néanmoins manipulable en insérant des commandes propres au code ANSYS. Il permet d'effectuer différents types d'analyses structurelles, thermiques, fluides et électromagnétiques. L'ensemble du processus de simulation est lié par un schéma de projet, à partir duquel on peut interagir avec des applications natives d'ANSYS Workbench® ou des applications de lancement intégrées aux données avec ANSYS Workbench®. ANSYS Workbench® comprend une connectivité CAO bidirectionnelle.

Un maillage hautement automatisé, un mécanisme de mise à jour au niveau du projet, une gestion de paramètres omniprésente et des outils d'optimisation intégrés.

3.2.3 ANSYS Design-Modeler®

L'application ANSYS Design Modeler® est conçue pour être utilisée comme éditeur de géométrie de modèles CAO existants. L'application ANSYS Design Modeler est un modélisateur paramétrique basé sur les caractéristiques, conçu de manière à pouvoir commencer intuitivement et rapidement à dessiner des dessins en 2D, à modéliser des pièces en 3D ou à télécharger des modèles CAO 3D pour le prétraitement de l'analyse d'ingénierie. L'interface de l'application ANSYS Design Modeler est similaire à celle de la plupart des autres modeleurs fonctionnels.

3.3 Lancer une analyse dans ANSYS Workbench®.

Lorsqu'on ouvre un projet dans ANSYS Workbench®, il s'ouvre à l'onglet Projet. L'onglet Projet est l'un des nombreux onglets qui peuvent être ouverts dans Workbench®, mais c'est l'espace de travail principal dans lequel on va construire notre analyse. Comme tous les onglets, l'onglet Projet est composé de vues différentes qui peuvent être reconfigurées selon les informations qu'on souhaite voir. Par défaut, l'onglet Projet comporte : la vue Boîte à outils et la vue Schéma de projet.

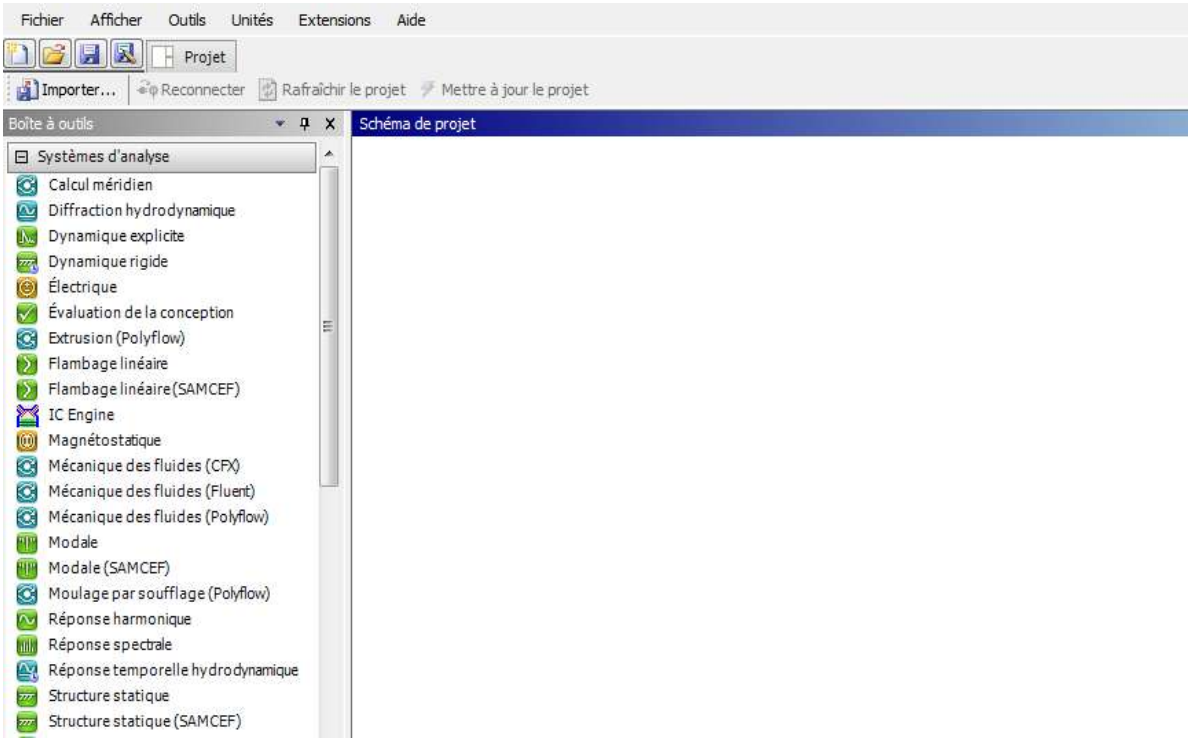


Figure 3.1 Fenêtre principale dans Ansys Workbench®

L'une des façons de commencer une analyse dans ANSYS Workbench® est de double-cliquer sur le type d'analyse souhaitée à partir de système d'analyse dans la boîte à outils,

le système correspondant apparaîtra dans le schéma de projet sous forme de cellules (Figure.3.2), avec tous les composants nécessaires de ce type d'analyse dont ils sont regroupés ci-dessous :

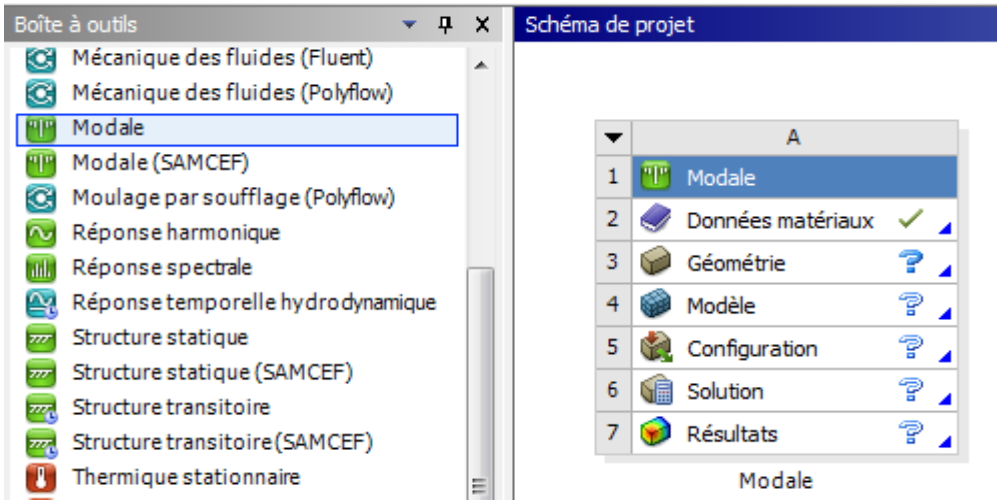


Figure 3.2 Types d'analyses dans Ansys Workbench®

3.4 Prétraitement

3.4.1 Géométrie

Pour importer, créer, éditer ou mettre à jour le modèle de géométrie utilisé pour l'analyse. Cliquez avec le bouton droit de la souris sur la cellule pour accéder à ces fonctions via le menu contextuel. Les options de clic droit sont sensibles au contexte et changent à mesure que l'état de la géométrie change, de sorte que toutes les options spécifiques à la géométrie ne sont décrites ici et seront disponibles en tout temps.

3.4.2 Modèle

La cellule Modèle est associée à la définition de la géométrie, des systèmes des coordonnées, des connections et du maillage.

3.4.3 Configuration

Utilisez la cellule de configuration pour lancer l'application appropriée pour ce système. On définira les charges, conditions aux limites et configurer l'analyse dans l'application. Les données de l'application seront ensuite incorporées dans le projet dans ANSYS Workbench.

3.4.4 Solution

À partir de la cellule Solution, on peut accéder à la branche Solution de l'application et partager des données de solution avec d'autres systèmes en aval (par exemple, on peut spécifier la solution d'une analyse comme condition d'entrée à une autre analyse). S'il

existe une analyse en cours d'exécution en tant que processus distant, on verra la cellule Solution dans un état en attente jusqu'à ce que le processus distant soit terminé.

3.4.5 Résultats

La cellule Résultats indique la disponibilité et l'état des résultats de l'analyse (communément appelés post-traitement). ANSYS Workbench intègre plusieurs applications dans un flux de projet unique et transparent, dans lequel les cellules individuelles peuvent obtenir des données et fournir des données à d'autres cellules. À la suite de ce flux de données, l'état d'une cellule peut changer en réponse aux modifications apportées au projet.

3.5 Études dynamique du rotor

Les études essentielles de dynamique des rotors concernant le tracé du diagramme de Campbell, qui représente l'évolution des fréquence propres en fonction de la vitesse de rotation et de calcul des réponses au balourd principalement lors du passage par les vitesses critiques. Pour réaliser de telles études, on dispose de nombreux outils de modélisation comme la méthode des éléments finis, qui sera utilisée par la suite pour la modélisation numérique du rotor.

3.5.1 Analyse dynamique du rotor

Afin de réaliser la simulation numérique du rotor par éléments finis, les étapes suivantes sont faites :

- Concevoir le rotor sous SolidWorks.
- Définir le type d'analyse modale.
- Importation du fichier de géométrie sous le format (IGS) dans le (Design-Modeler).
- Insertion des rigidités et des amortissements des deux paliers

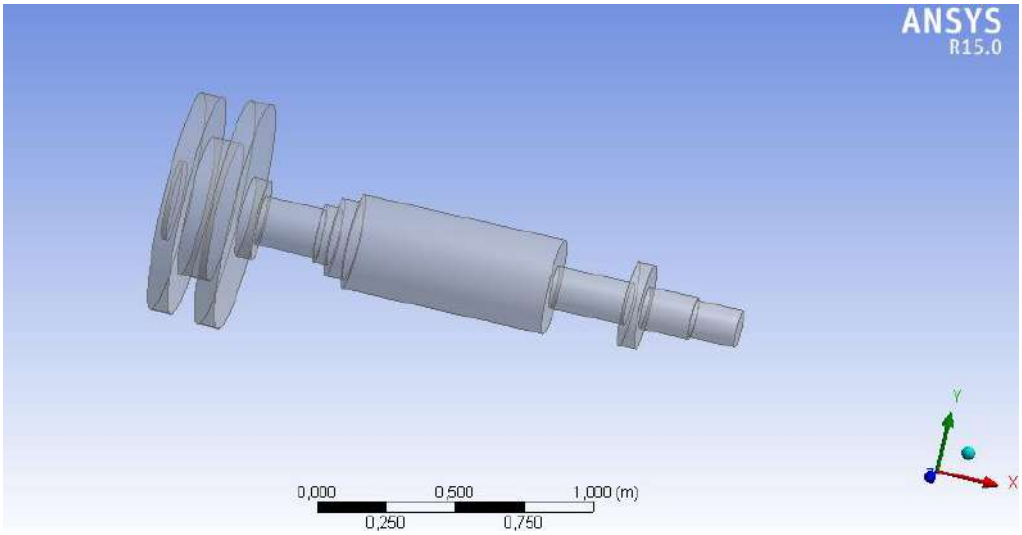


Figure 3.3 Géométrie du rotor après importation

Les valeurs des raideurs (K) et de l'amortissement (C) sont données dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3.1 Valeurs des raideurs et des amortissements des paliers

	$K_{11}\ (N/m)$	$K_{22}\ (N/m)$	$C_{11}\ (N.s/m)$	$C_{22}\ (N.s/m)$
Palier 1 (gauche)	$1.426 * 10^7$	$1.426 * 10^7$	28800	28800
Palier 2 (droit)	$2.54 * 10^6$	$2.54 * 10^6$	5130	5130

- Création du maillage :

  Le maillage est effectué avec une taille globale des éléments de 0.05m. Cette taille est suffisante pour avoir une bonne précision vue les limitations en stockage du PC utilisé.

  Les réglages suivants sont introduits :

  - Centre de pertinence fin.
  - lissage élevé.
  - transition lente.
  - centre d'angle de course fin.

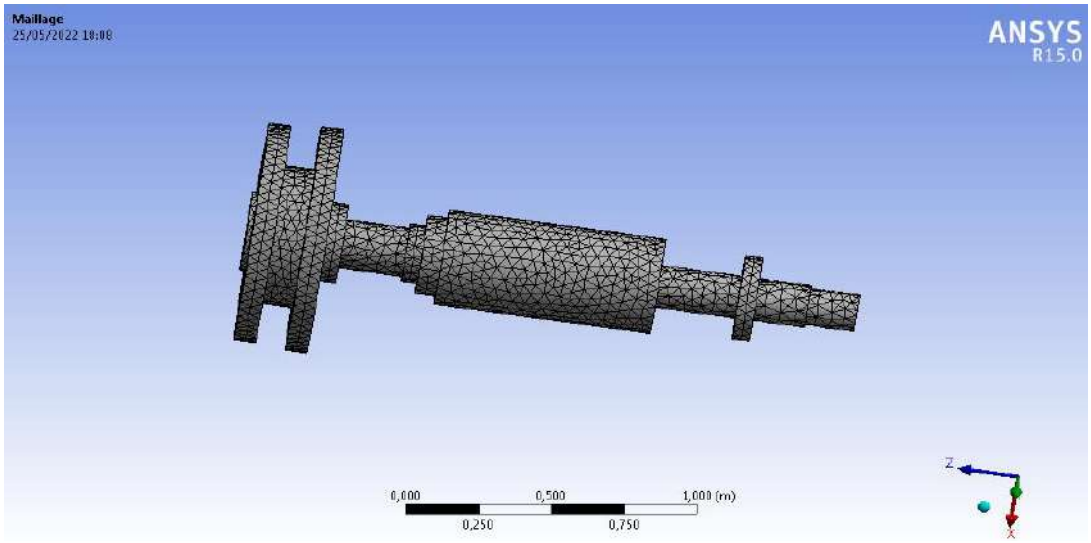


Figure 3.4 Création du maillage

- Insertion des options de l'analyse.
- Résolution du problème et affichage des fréquences propres et des modes correspondants.

3.6. Les déformées de l'axe du rotor

Les modes propres représentent les déformées de l'axe du rotor pour une fréquence naturelle donnée. Le premier mode corresponds à la déformée du rotor sous la première fréquence propre.

Les figures ci-dessous illustrent les déformées du rotor correspondant aux modes propres dont les fréquences naturelles se situent dans la plage 11-600 HZ.

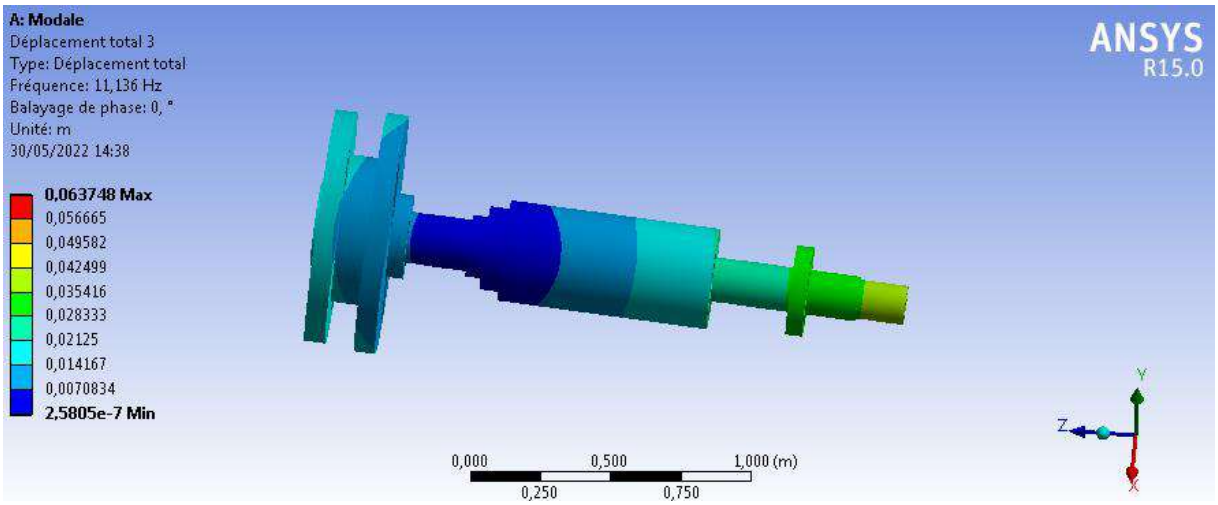


Figure 3.5 Premier mode de vibration naturelle

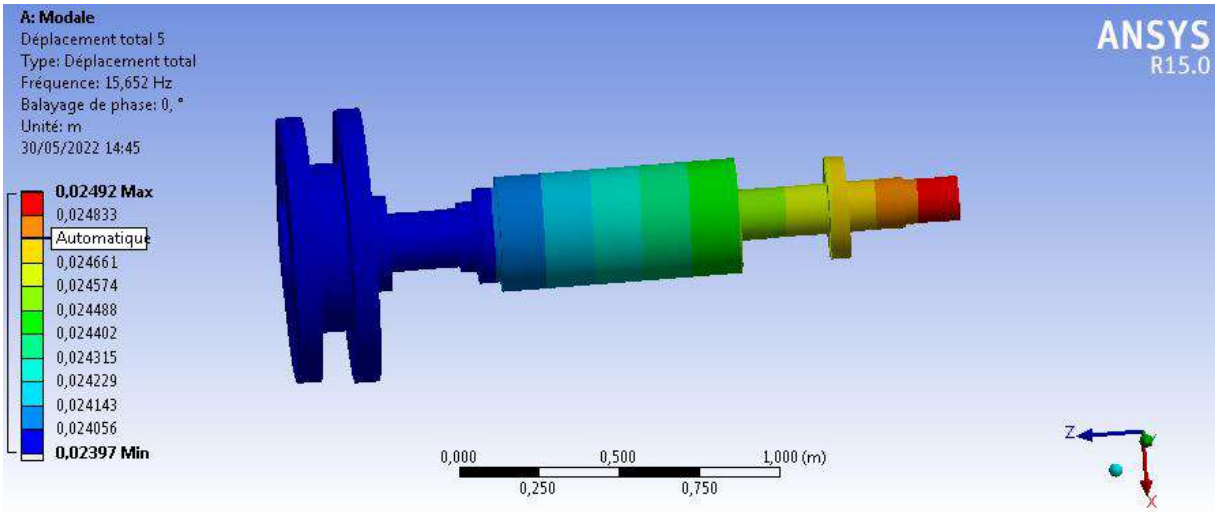


Figure 3.6 Deuxième mode de vibration naturelle

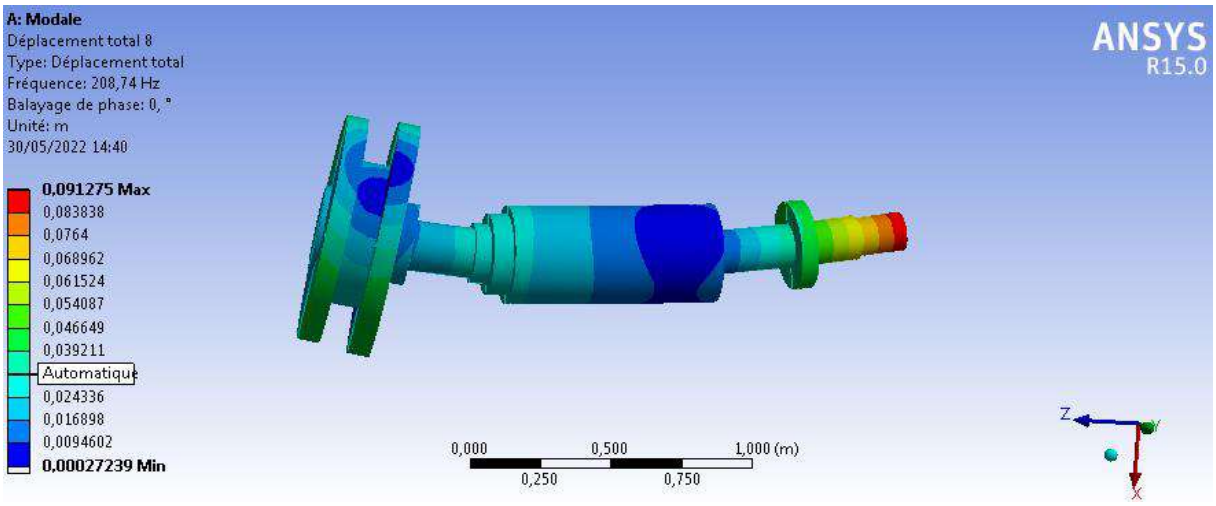


Figure 3.7 Troisième mode de vibration naturelle

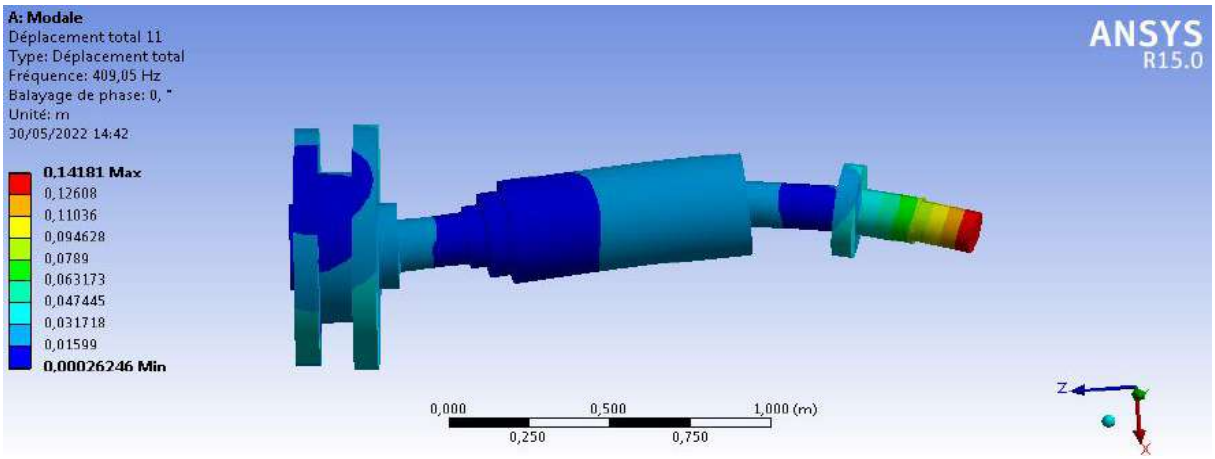


Figure 3.8 Quatrième mode de vibration naturelle

3.7 Validation des résultats de la méthode des matrices de transfert par ANSYS®

Les fréquences naturelles calculées par la technique des matrices de transfert sont confrontés à ceux obtenus par la méthode des éléments finis sous Ansys.

Le tableau 3.2, permet de comparer les valeurs obtenues par les deux méthodes, via les différences absolues et relatives.

Tableau 1.2 Les différences entre les deux méthodes

Ordre	Matrice de transfert (HZ)	ANSYS® (HZ)	Différences absolues	Différences relatives
1	11.15	11.13	0.02	0.17 %
2	15.90	15.65	0.25	1.6%
3	222.21	208.74	13.47	6.4%
4	437.85	409.05	28.8	7.0%

En comparaison, on peut constater que les différences relatives des fréquences naturelles dans les quatre premiers ordres sont inférieures à 7 %.

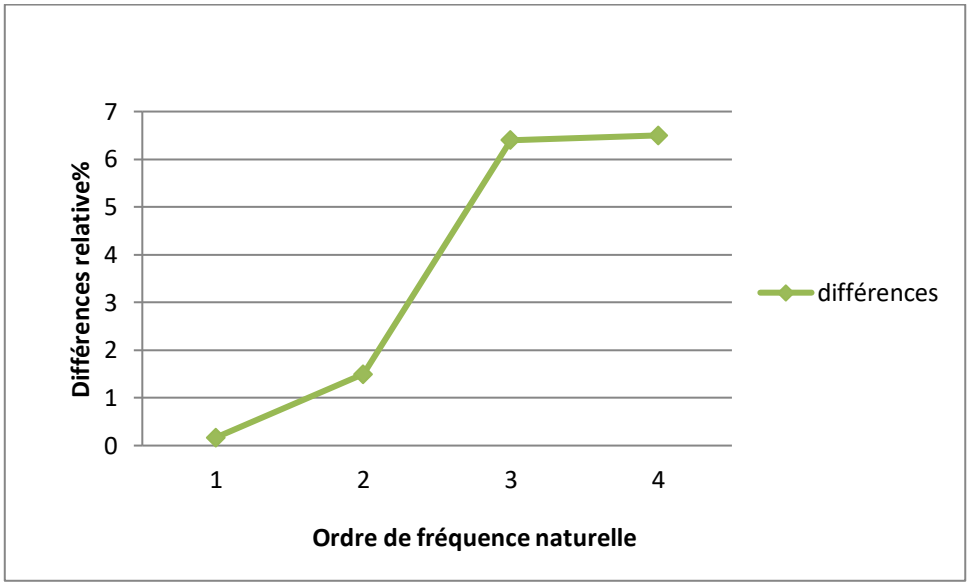


Figure 3.9 Différences relatives entre les valeurs des fréquences

Les différences, obtenues pour le calcul des fréquences naturelles, montrent que pour déterminer les deux premières fréquences naturelles du rotor avec une bonne précision, la méthode des matrices de transfert est recommandée pour sa simplicité de mise en œuvre. La méthode des éléments finis, plus lourde, est recommandée lorsque l'on a besoin des fréquences d'ordres supérieurs.

3.8 Diagramme de Campbell et les vitesses critiques

Les fréquences naturelles dépendent de la vitesse de rotation du rotor Ω. Des graphiques peuvent être tracés pour montrer ces changements de diverses manières. La vitesse de rotation est tracée sur l'axe des abscisses et les fréquences propres sur l'axe des ordonnées. Ce tracé est généralement appelé diagramme de ***Campbell***. Il fournit une méthode simple pour déterminer les vitesses critiques.

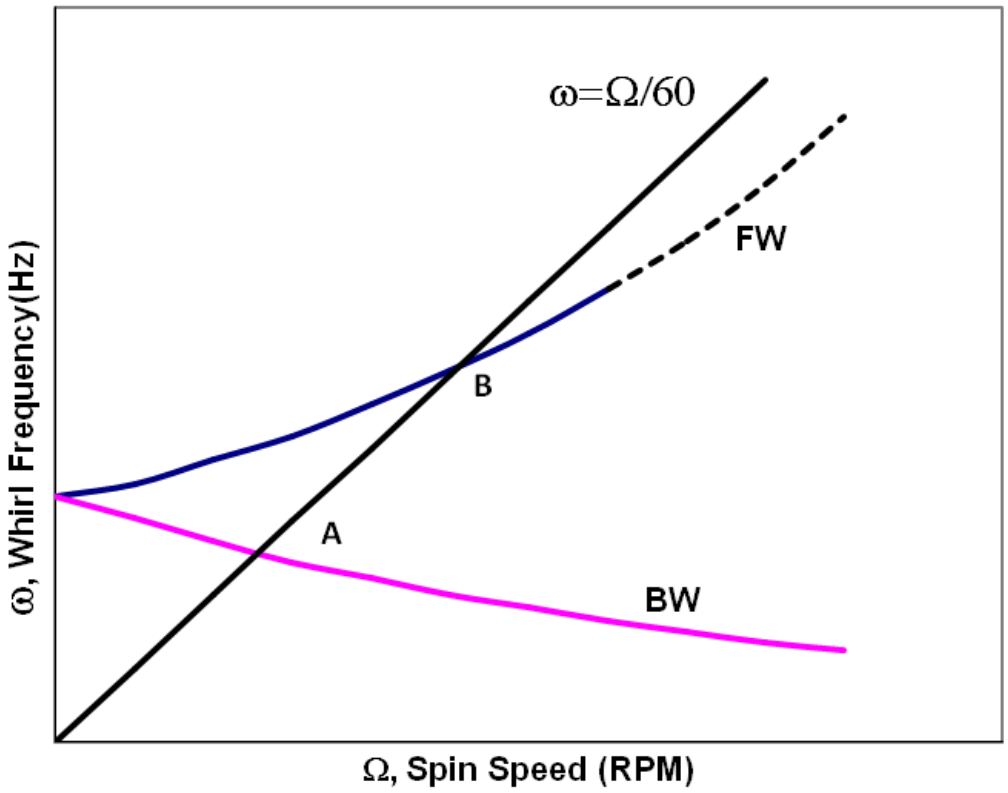


Figure 3.10 Diagramme de Campbell des vitesses critiques d'un rotor

La courbe (BW) représente le mode « tourbillonnement inverse », et la courbe bleue le mode « tourbillonnement direct » (FW). Les courbes divergent à mesure que la fréquence de rotation du rotor augmente. Lorsque la fréquence de rotation du rotor Ω est égale à l'une des fréquences propres du système, Ω est considérée comme une vitesse critique. Aux vitesses critiques (points d'intersections A et B), les amplitudes des vibrations sont maximales, et peuvent même endommager les paliers et les aubes des turbines.

Pour tracer le diagramme de Campbell, qui représente l'évolution de la fréquence propre en fonction de vitesse de rotation, on suit les étapes suivantes :

- Fixation de l'intervalle des vitesses de rotation du rotor [0, 12000 tr/min].
- Choix du type de solveur.
- L'activation des effets gyroscopiques (Coriolis).
- L'activation du tracé du diagramme de Campbell.

Tableau 3.3 Paramètres d'analyse

Détails de "Paramètres d'analyse"	
Options	
Nombre maximal de modes à rechercher	10
Restreindre la recherche à une plage	Non
Contrôles du solveur	
Amorti	Oui
Type de solveur	Contrôlé par le programme
Contrôles de dynamique des rotors	
Effet Coriolis	Activé
Diagramme de Campbell	Activé
Nombre de points	2

3.9 Résultat et interprétation

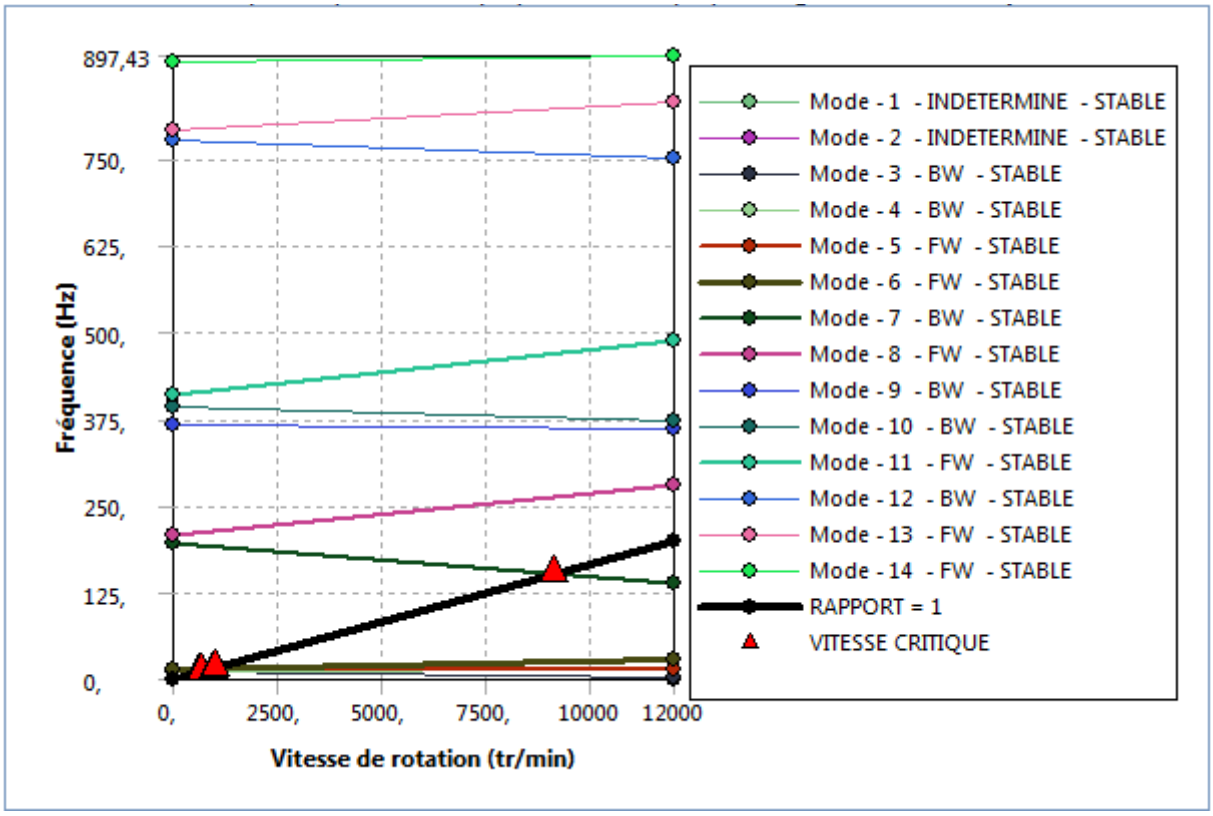


Figure 3.11 Diagramme de Campbell pour les vitesses critiques

Tableau 3.4 Tableaux des vitesses critique

Mode	Direction de swhirl	Mode Stabilité	Vitesse critique	0, tr/min	12000 tr/min
1,	INDETERMINE	STABLE	0, tr/min	1,1792e-004 Hz	1,179e-004 Hz
2,	INDETERMINE	STABLE	0, tr/min	4,2894e-004 Hz	4,2893e-004 Hz
3,	BW	STABLE	644,7 tr/min	11,136 Hz	3,8575 Hz
4,	BW	STABLE	683,75 tr/min	11,139 Hz	15,652 Hz
5,	FW	STABLE	939,14 tr/min	15,652 Hz	15,657 Hz
6,	FW	STABLE	1010,3 tr/min	15,657 Hz	29,695 Hz
7,	BW	STABLE	9120,9 tr/min	195,86 Hz	138,17 Hz
8,	FW	STABLE	0, tr/min	208,74 Hz	280,08 Hz
9,	BW	STABLE	0, tr/min	365,84 Hz	361,97 Hz
10,	BW	STABLE	0, tr/min	392,07 Hz	372,79 Hz
11,	FW	STABLE	0, tr/min	409,05 Hz	486,72 Hz
12,	BW	STABLE	0, tr/min	777,35 Hz	750,56 Hz
13,	FW	STABLE	0, tr/min	790,6 Hz	832,43 Hz
14,	FW	STABLE	0, tr/min	889,93 Hz	897,43 Hz

La figure 3.11 et la table 3.4 montrent les fréquences naturelles en fonction de la vitesse de rotation du rotor. Le diagramme affiche cinq vitesses critiques et elles se situent toutes dans la plage des vitesses de rotation 600 – 9200 tr /min.

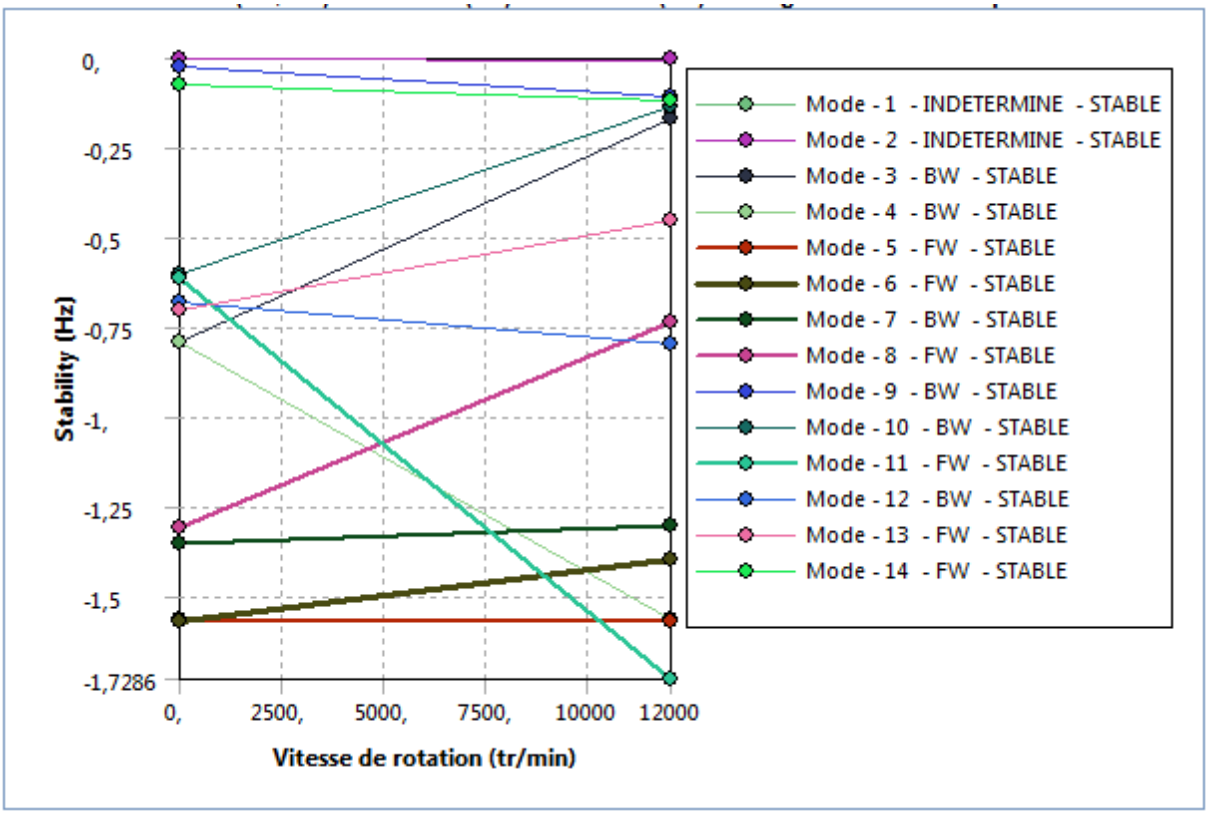


Figure3.12 Diagramme de Campbell pour la stabilité

La stabilité est définie par la partie réelle de la fréquence naturelle complexe. Le mode de vibration est d'autant amorti que la partie réelle est négative et importante, ce qui implique une diminution de l'amplitude de vibration avec le temps.

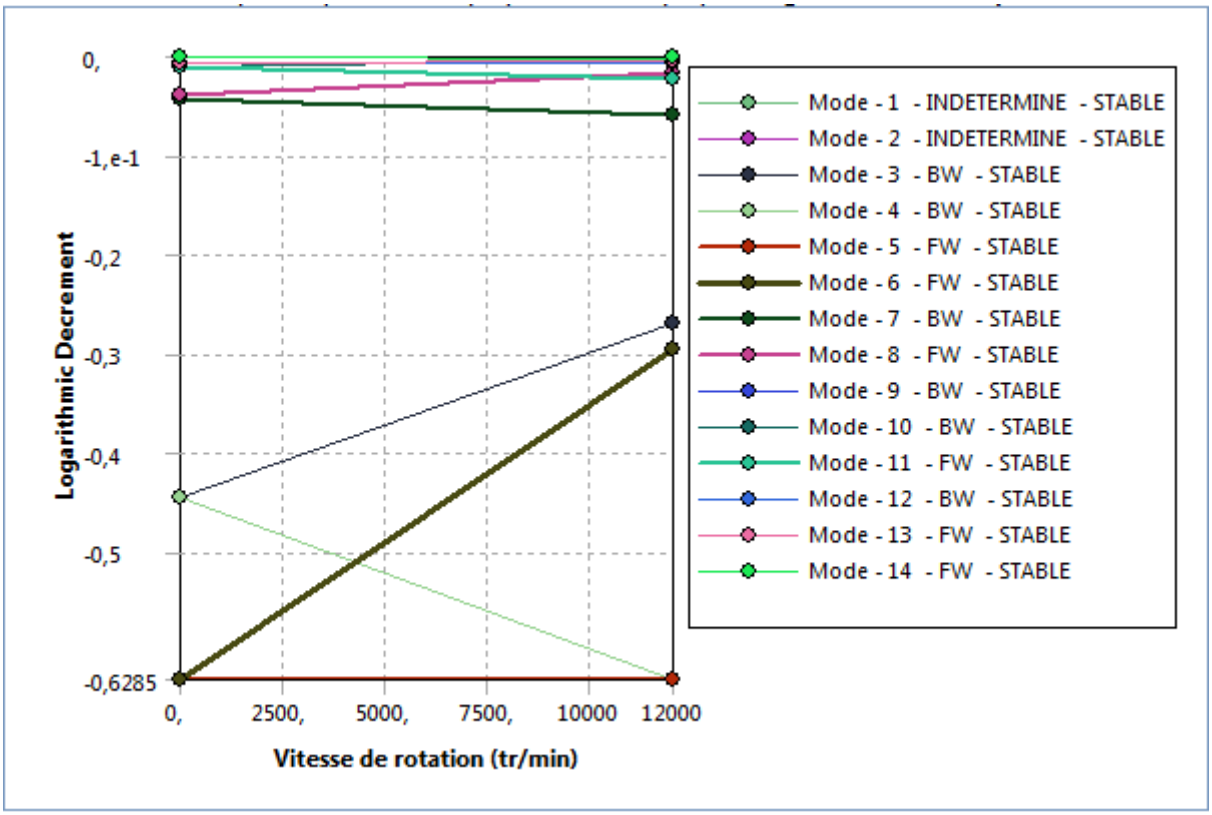


Figure3.13 **Diagramme de Campbell 3 - décrément logarithmique**

Le décrément logarithmique représente la vitesse à laquelle l'amplitude d'une vibration amortie libre diminue. Il est défini comme le logarithme naturel du rapport de deux amplitudes successives. Le mouvement est stable lorsque ce rapport est négatif.

3.10 Conclusion

Ce chapitre présente une modélisation par éléments finis du comportement dynamique du rotor sous Ansys Workbench® est réalisée, et les résultats comparés à ceux obtenus par la technique des matrices de transfert. Ainsi que tracer le diagramme de Campbell pour les vitesses critiques, la stabilité et décrément logarithmique.

Chapitre IV

Réponse du rotor au balourd

Chapitre IV Réponse du rotor au balourd

4.1 Introduction

Le balourd est le défaut le plus commun d'un arbre tournant, on dit qu'un rotor a du balourd lorsque le centre des masses diffère du centre de rotation. Les forces de balourd sont principalement radiales est sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation du rotor.

4.2 Efforts de balourd

Les efforts de balourd apparaissent lors de la rotation du rotor. Ils sont synchrones et deviennent d'autant plus importants chaque fois que la machine est destinée à travailler à haute vitesse.

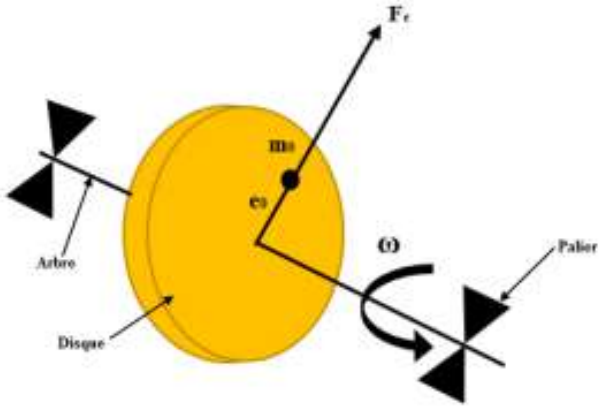


Figure 4.1 Effort du balourd d'un rotor

Cet effort est donné par : $F_c = e_0 m_0 \omega^2$

Où :

ω : Vitesse de rotation du rotor.

m_0 : Masse non-équilibrée.

e_0 : Excentricité de la masse.

4.3 Position du balourd

La masse excentrée est positionnée en quatre plans du rotor. La vitesse de rotation maximale est fixée à 18000 t/min. Pour chaque position, et pour différentes valeurs du balourd, la réponse en fréquence au déséquilibre est calculée pour la position du balourd et pour les trois autres positions du rotor.

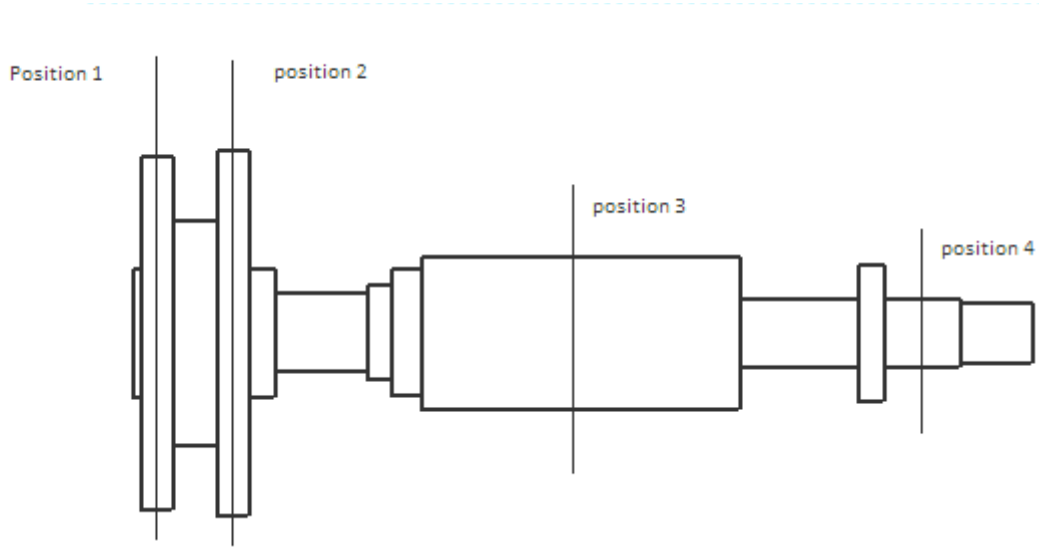


Figure 4.2 Les quatre plans choisis pour l'application du balourd

4.4 Résultats et interprétations

Quatre valeurs de masses excentrées, 0.1 kg, 0.2 kg, 0.5 kg et 1 kg, sont appliqués aux quatre positions séparément. Pour déterminer la réponse du rotor à ce chargement déséquilibré, une analyse harmonique est effectuée dans une plage de vitesses comprise entre 0 et 18000 tr/min.

Pour chaque position et chaque valeur du balourd, le déplacement de l'axe du rotor est donné comme une réponse en fréquence, et ceci pour les trois autres positions. Ceci permet de voir l'influence de la position du balourd sur le déplacement des trois autres plans du rotor.

Les graphes 4.3 à 4.18 illustrent la réponse en fréquence du déplacement de l'arbre pour les différentes valeurs fixées du balourd aux différents plans de positionnement.

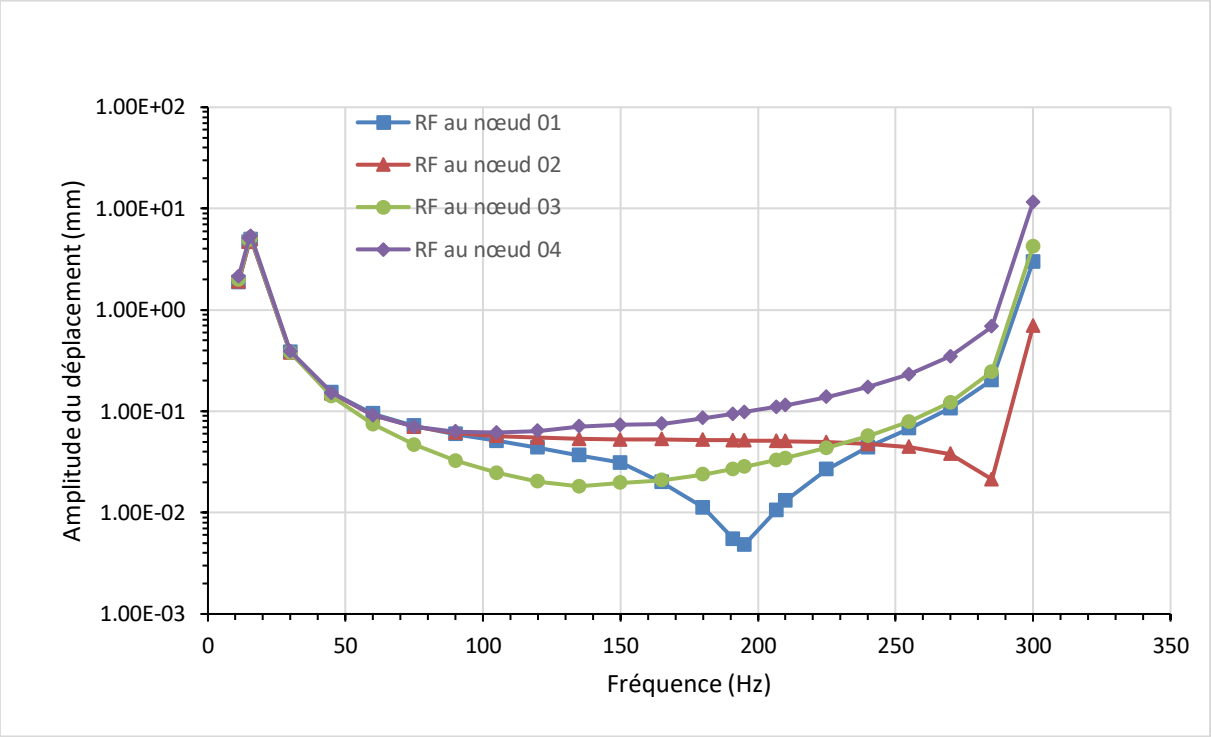


Figure 4.3 Balourd en position 01, m= 0.1 kg, r=0.5 m

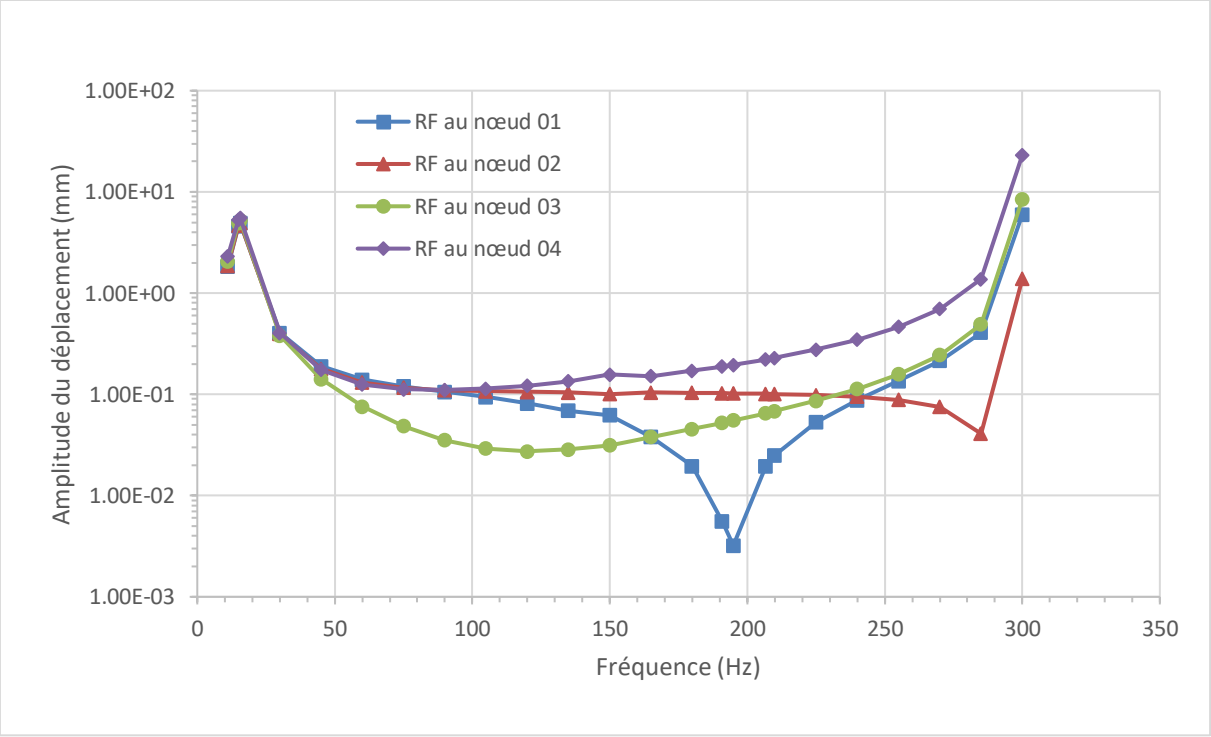


Figure 4.4 Balourd en position 01, m=0,2kg, r=0,5m

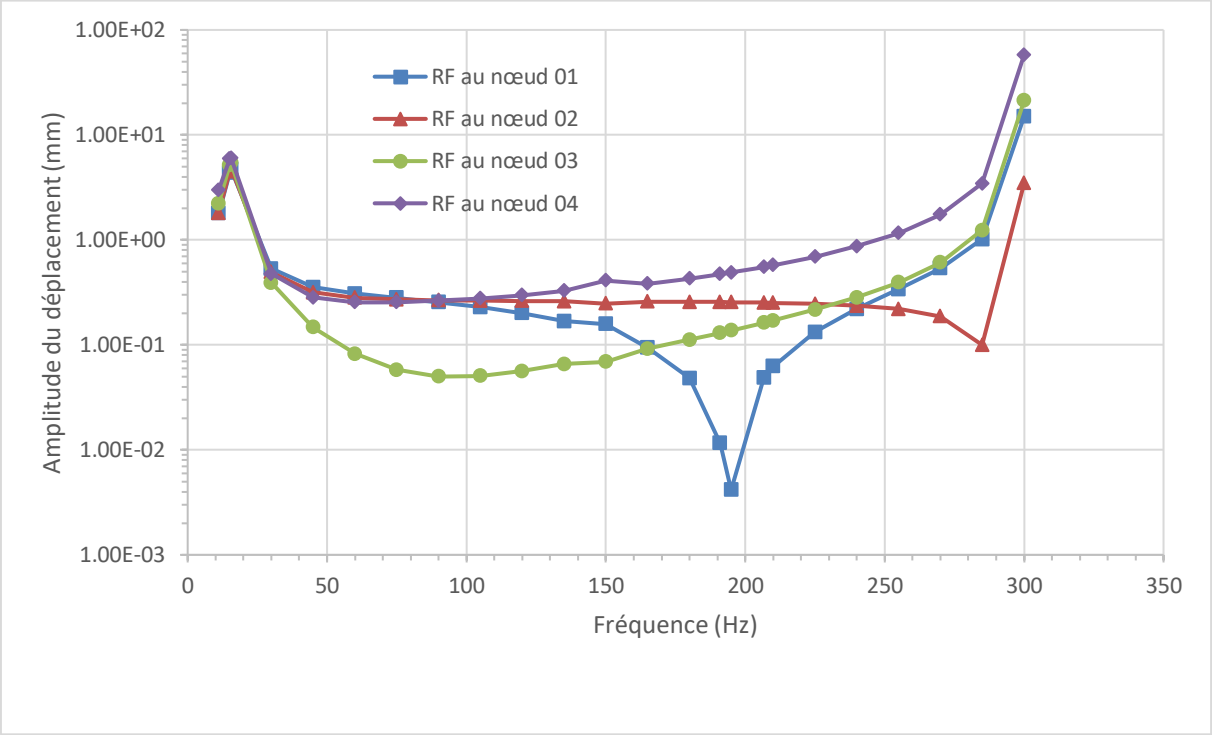


Figure 4.5 Balourd en position 01, m=0,5kg, r=0,5m

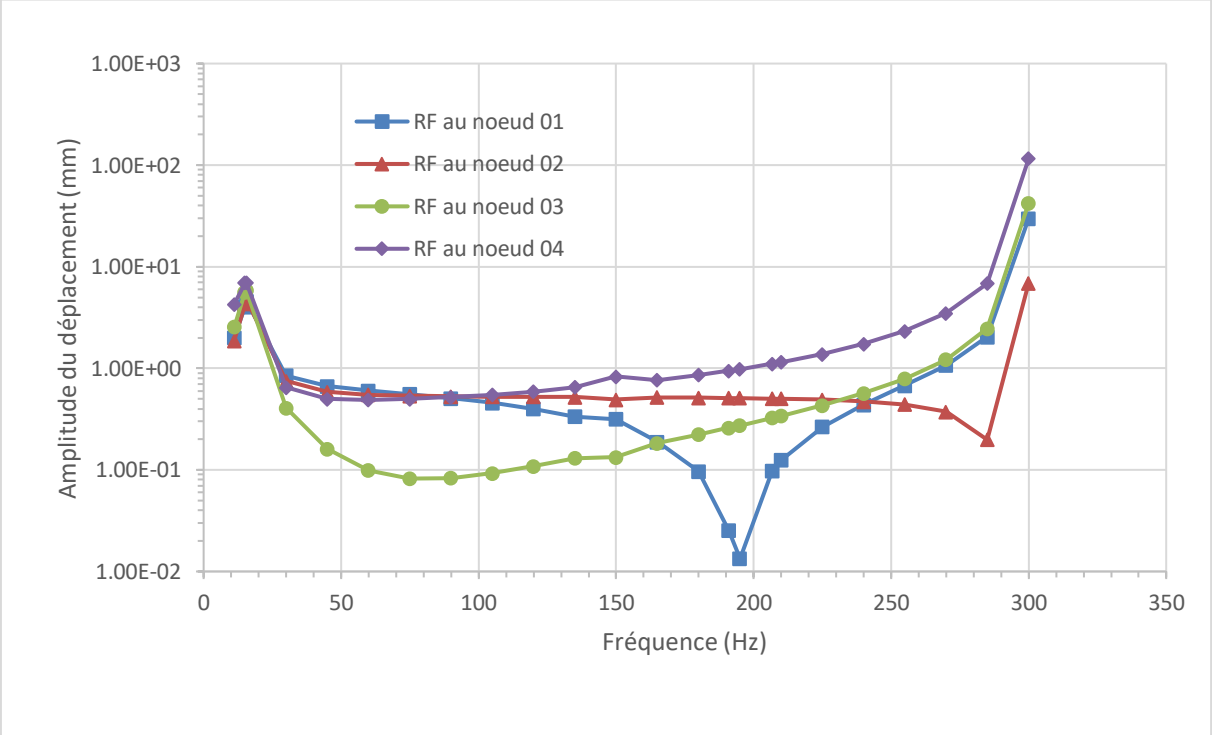


Figure 4.6 Balourd en position 01, m=1,0kg, r=0,5m

Le balourd est utilisé sur le deuxième disque (^{2eme} plan).

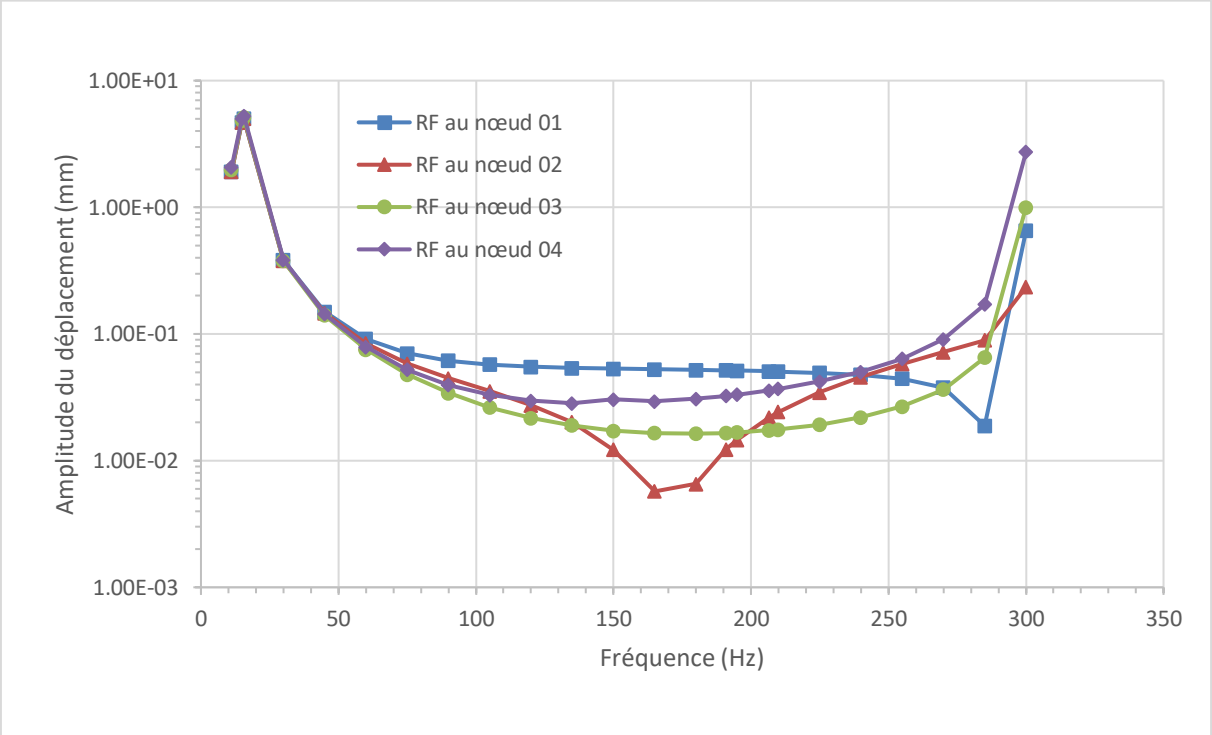


Figure 4.7 Balourd en position 02, m=0,1kg, r=0,5m

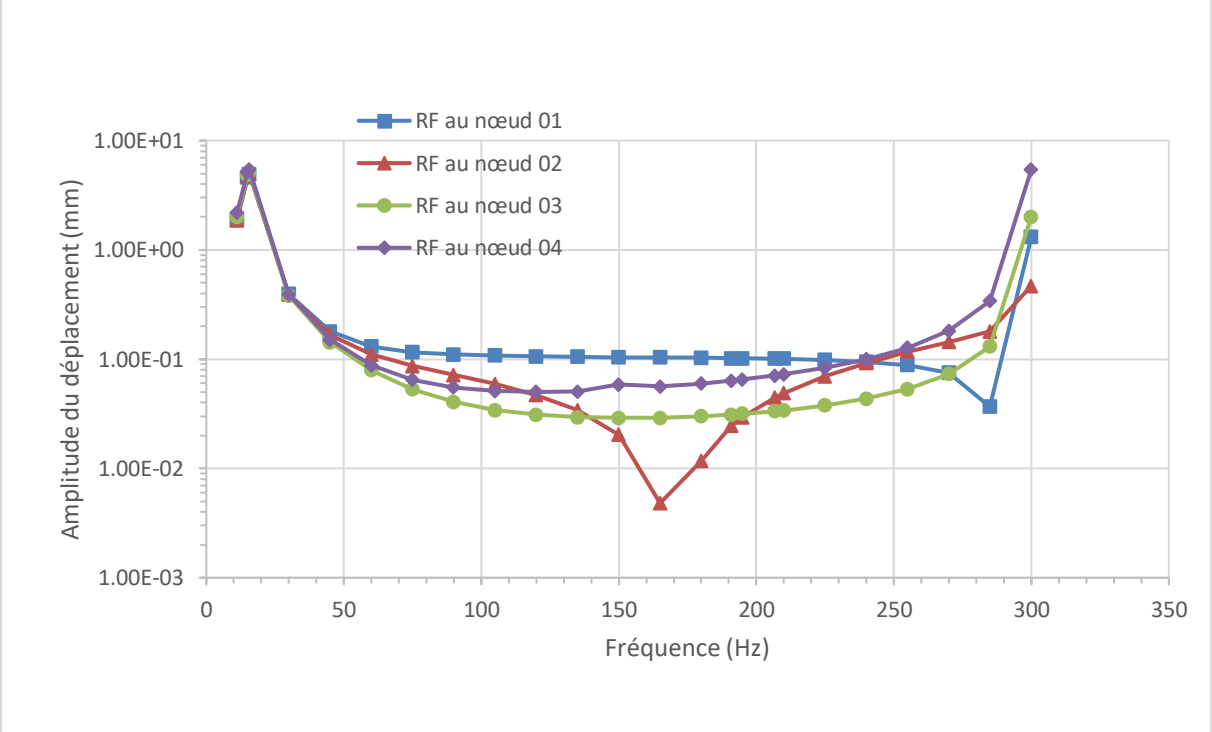


Figure 4.8 Balourd en position 02, m=0,2kg, r=0,5m

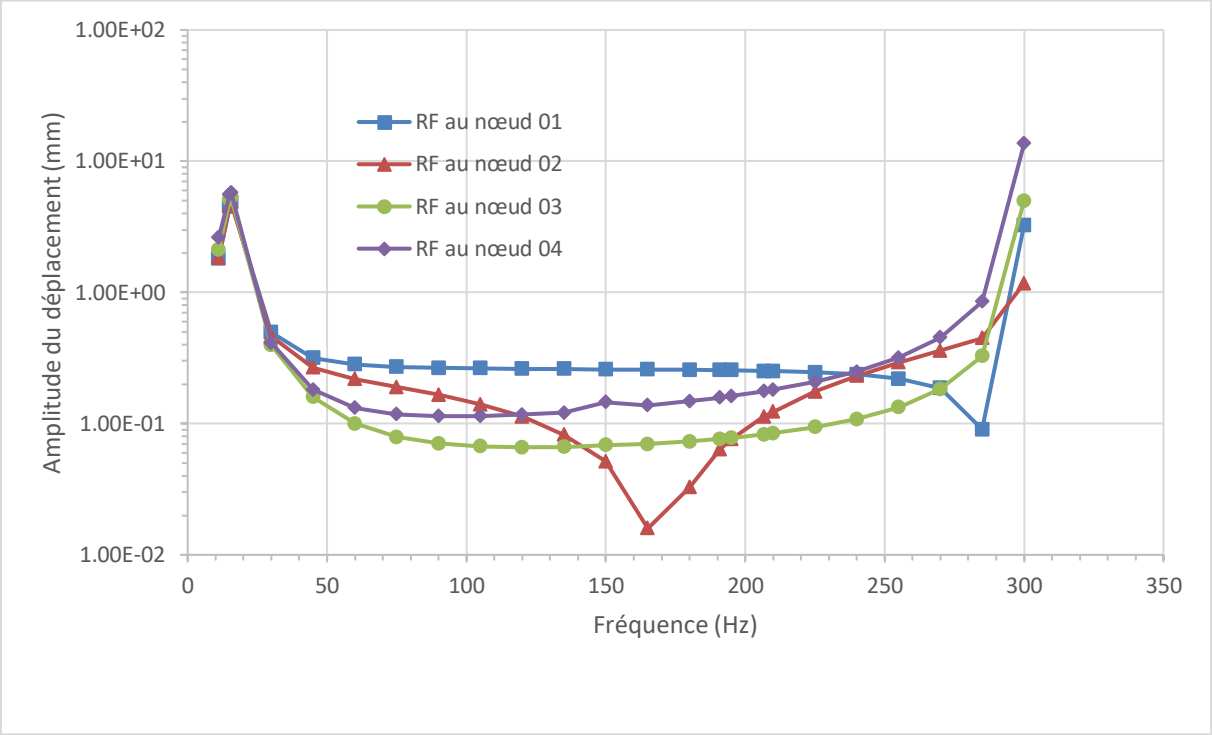


Figure 4.9 Balourd en position 02, m=0,5kg, r=0,5m

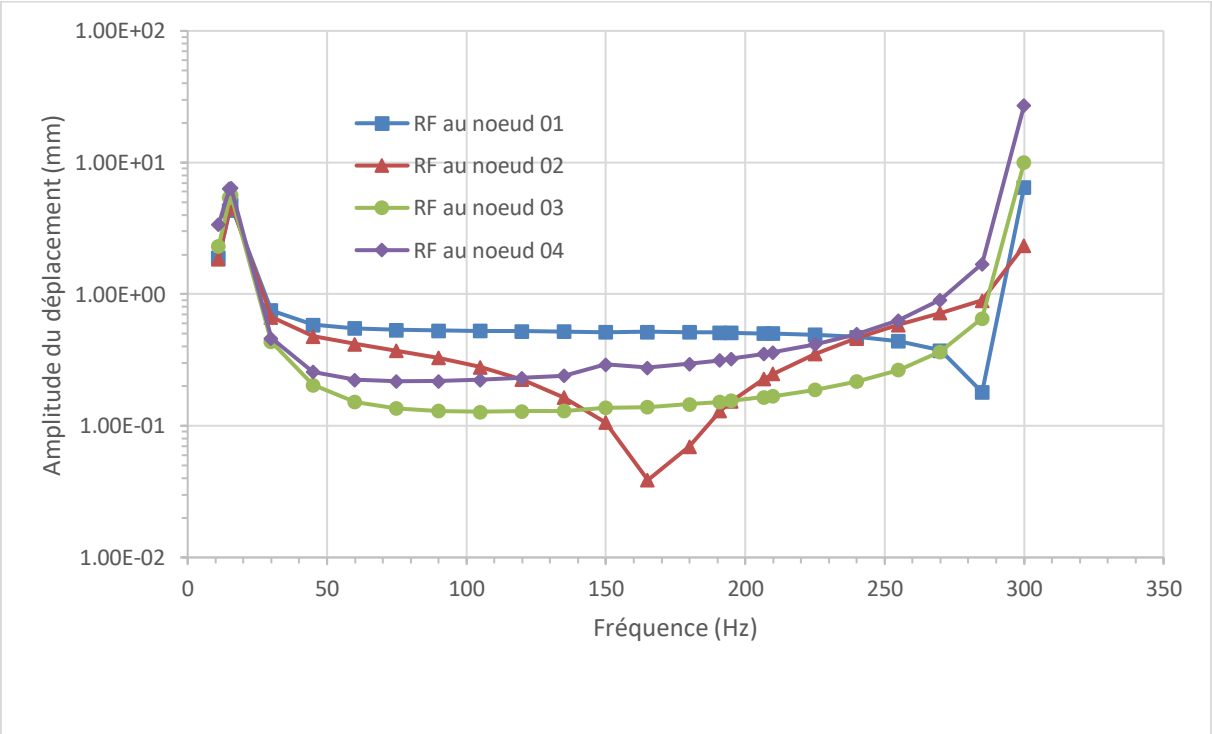


Figure 4.10 Balourd en position 02, m=1,0kg, r=0,5m

Le balourd est appliqué au troisième plan.

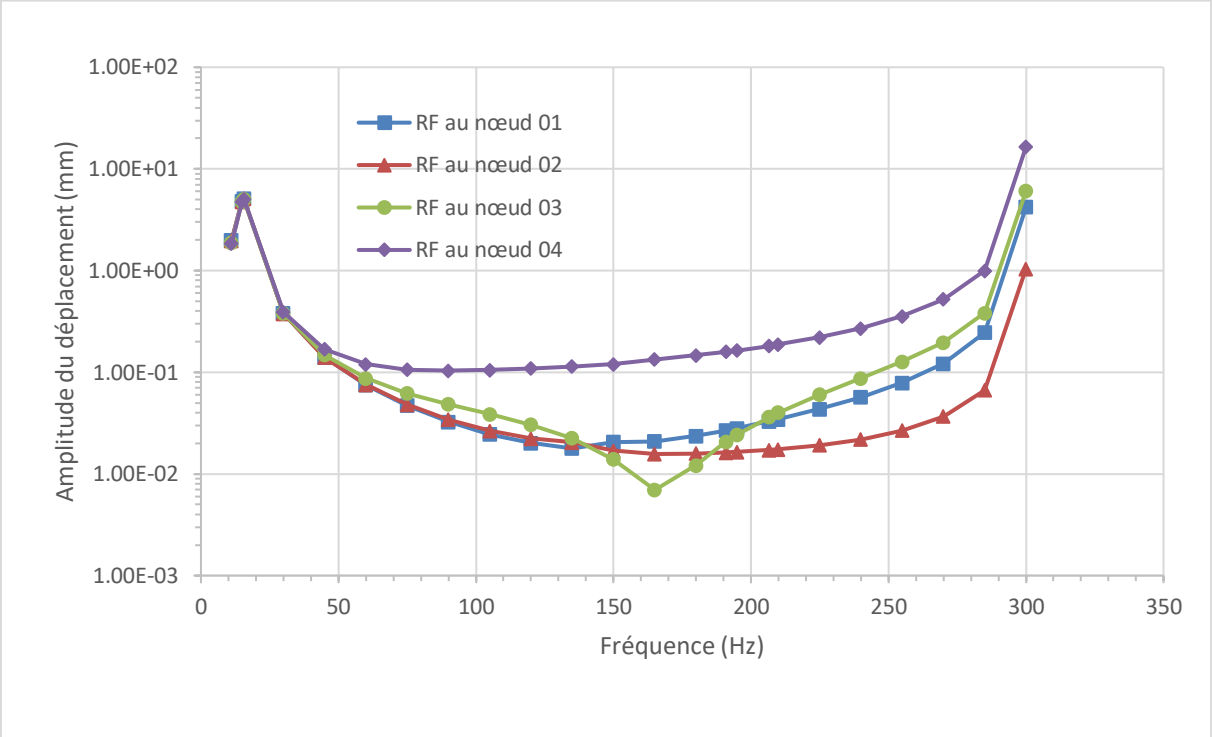


Figure 4.11 Balourd en position 03, m=0,1kg, r=0,5m

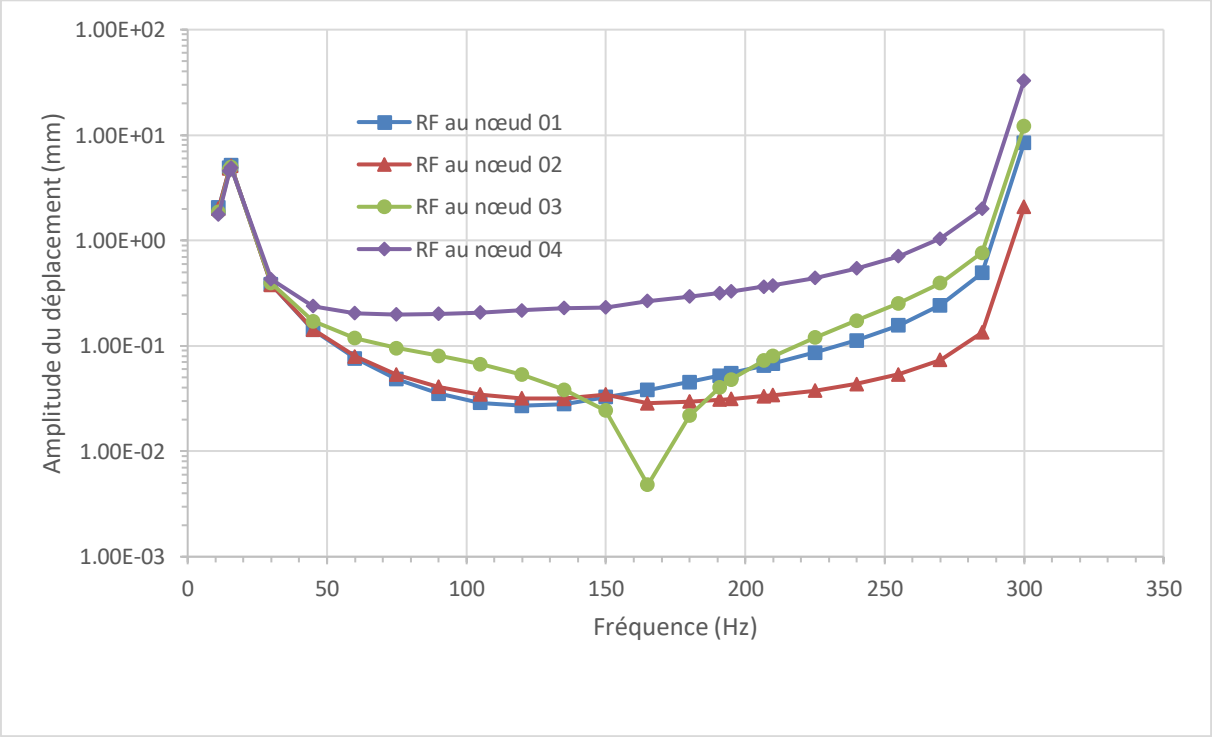


Figure 4.12 Balourd en position 03, m=0,2kg, r=0,5m

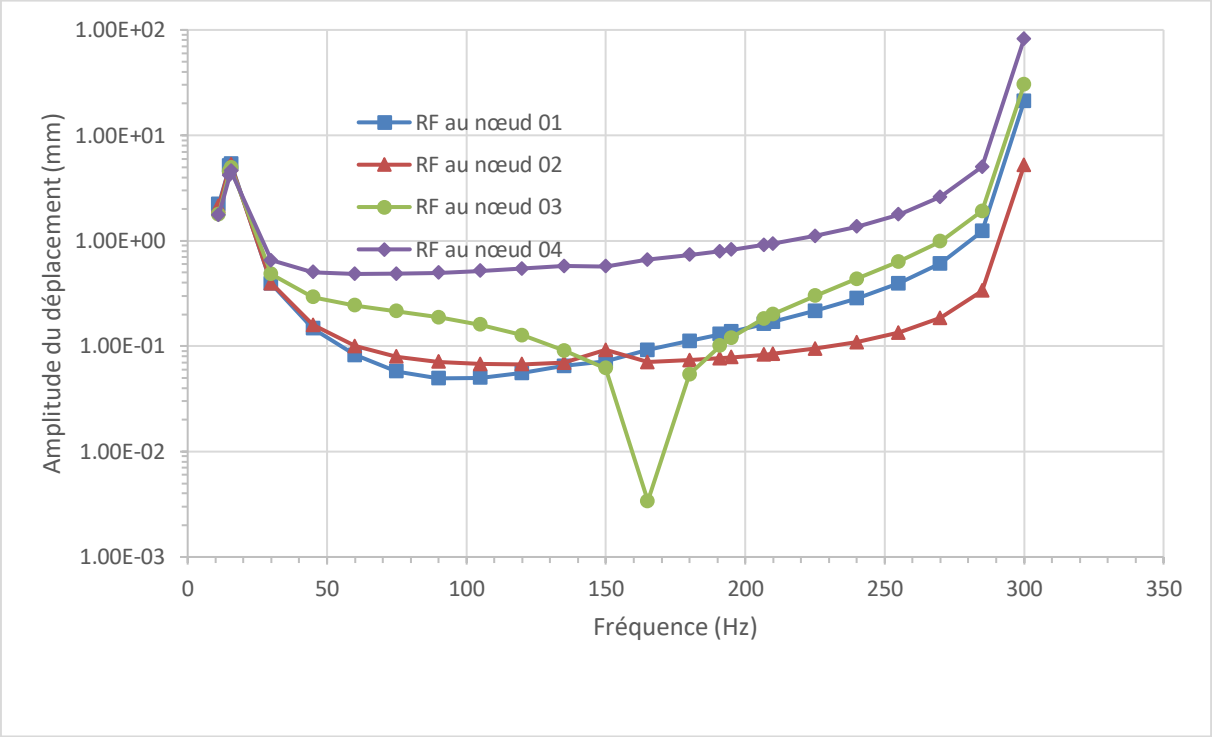


Figure 4.13 Balourd en position 03, m=0,5kg, r=0,5m

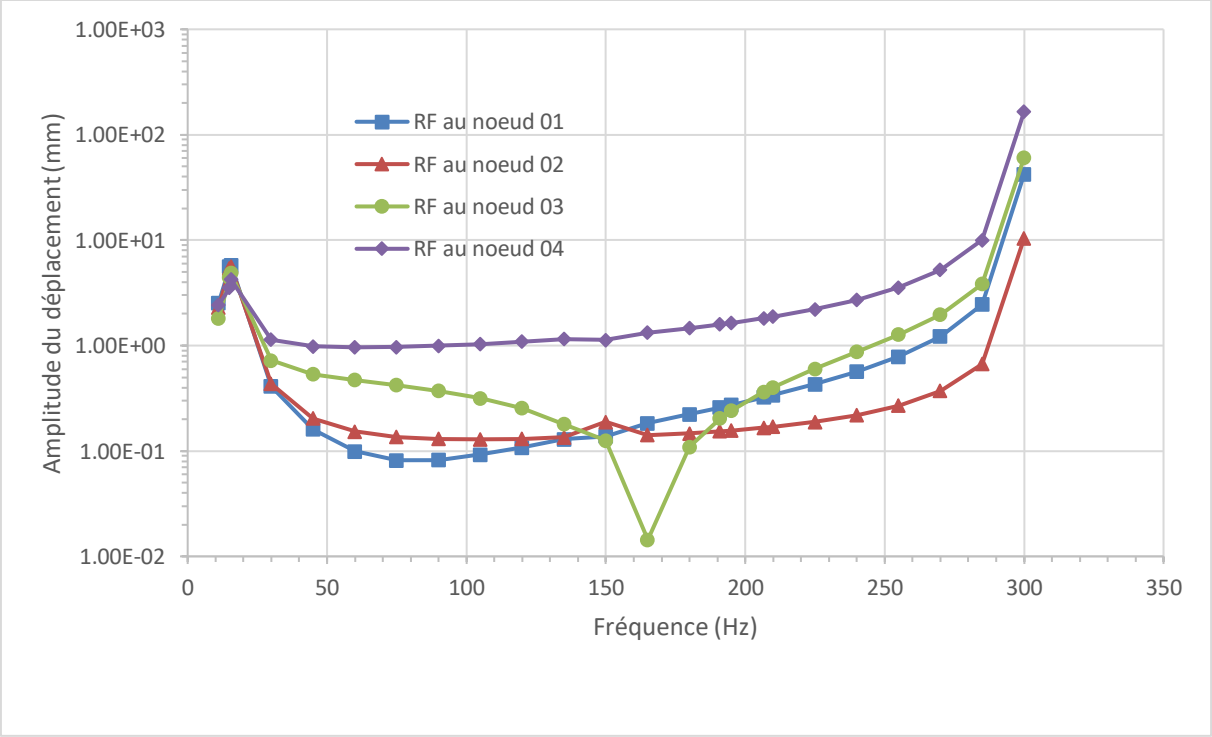


Figure 4.14 Balourd en position 03, m=1,0kg, r=0,5m

Le balourd est appliqué au quatrième plan.

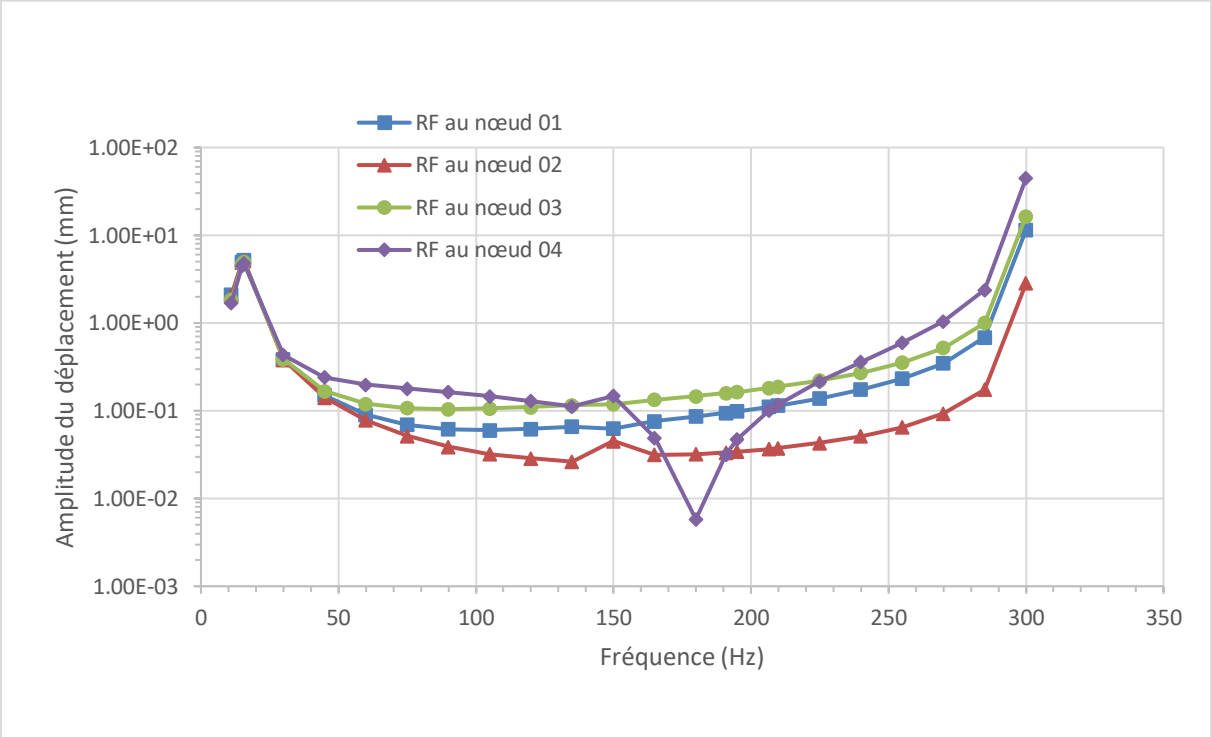


Figure 4.15 Balourd en position 04, m=0,1kg, r=0,5m

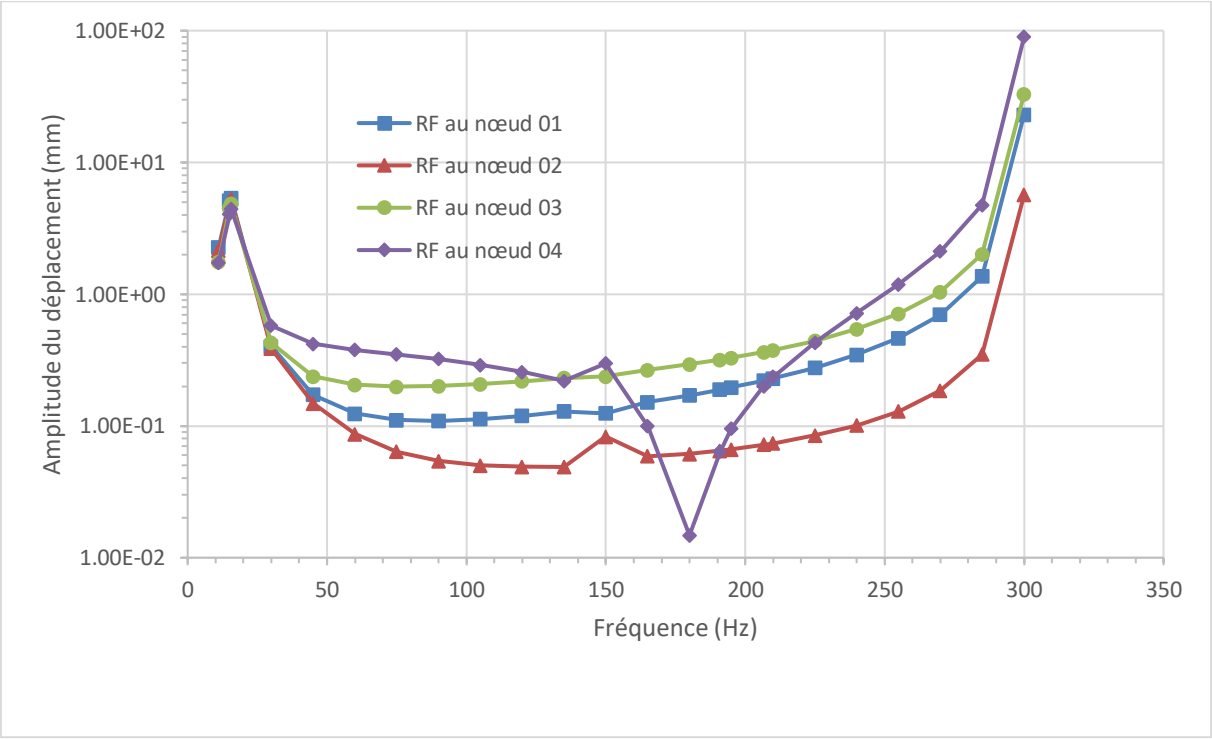


Figure 4.16 Balourd en position 04, m=0,2kg, r=0,5m

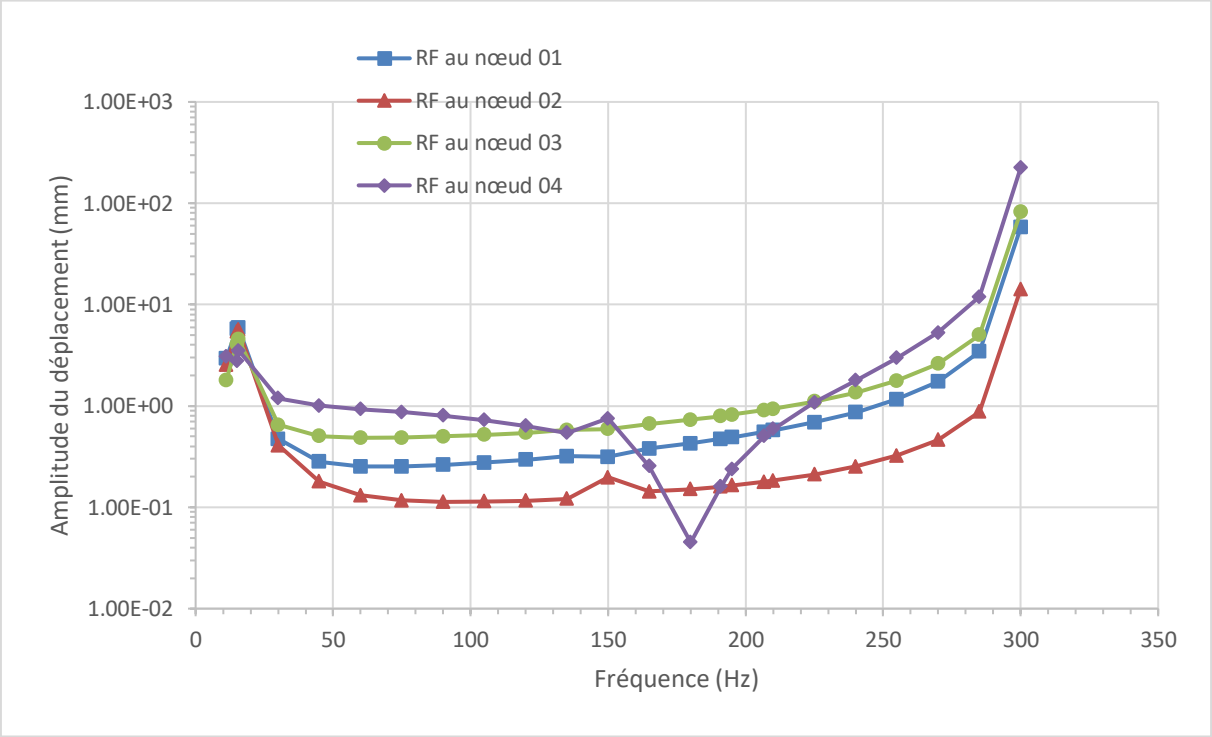


Figure 4.17 Balourd en position 04, m=0,5kg, r=0,5m

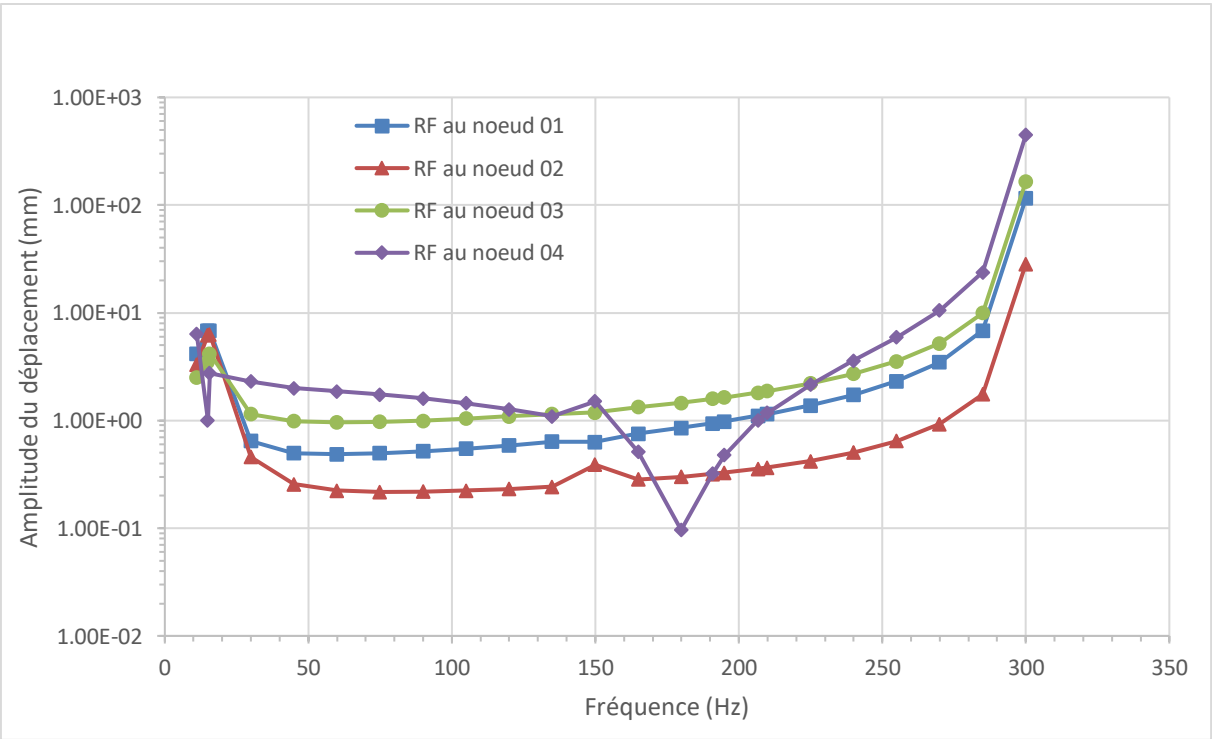


Figure 4.18 Balourd en position 04, m=1,0kg, r=0,5m

En observant l'allure des graphes donnant la réponse en déplacement aux balourds positionnés dans les différents plans du rotor, les observations suivantes sont formulées :

- Lorsque le balourd est appliqué au premier plan, les déplacements aux nœuds du premier et du troisième plans sont pratiquement constants pour les masses faibles (0.1 et 0.2kg), ensuite, ils sont proportionnels à la valeur de la masse excentrée pour des masses importantes (0.5 et 1.0 kg). Les déplacements sont pratiquement constants au deuxième plan, quelque soit la valeur de la masse excentrée. Quant au quatrième plan, le déplacement est proportionnel à la masse excentrée.

- Lorsque le balourd est appliqué au deuxième plan, les déplacements aux nœuds du premier et du deuxième plans sont pratiquement constants quelque soit la valeur de la masse excentrée. Les déplacements aux nœuds du troisième et du Quatrième plans sont pratiquement constants pour les masses faibles (0.1 et 0.2kg), ensuite, ils sont proportionnels à la valeur de la masse excentrée pour des masses importantes (0.5 et 1.0 kg).

- Lorsque le balourd est appliqué au troisième plan, le déplacement au nœud du premier plan est pratiquement constant pour les masses faibles (0.1 et 0.2kg), ensuite, il est proportionnel à la valeur de la masse excentrée pour des masses importantes (0.5 et 1.0 kg). Le déplacement est pratiquement constant au deuxième plan, quelque soit la valeur de la masse excentrée. Les déplacements aux nœuds du troisième et du quatrième plan sont proportionnels à la valeur de la masse excentrée.

- Lorsque le balourd est appliqué au quatrième plan, les déplacements aux nœuds du premier, du troisième et du quatrième plan sont proportionnels à la valeur de la masse excentrée. Le déplacement au nœud du deuxième plan est pratiquement constant pour les masses faibles (0.1 et 0.2kg), ensuite, il devient proportionnel à la valeur de la masse excentrée pour des masses importantes (0.5 et 1.0 kg).

Conclusion

Au vue des observations déduites à partir des graphes donnant la réponse du rotor au balourd, nous pouvons conclure que la présence de balourd au quatrième plan donne des réponses en déplacement proportionnelles à la valeur de la masse excentrée. Et les déplacements enregistrés aux différents plans sont importants. Ce qui peut être nuisible au bon fonctionnement du rotor. A noter que l'effet du balourd est minime lorsqu'il est placé au deuxième plan.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans ce travail de PFE de master, un modèle dynamique basé sur la méthode des matrices de transfert a été développé et implémenté sous MATLAB. Le code développé a été testé sur un rotor de turbine à gaz pour déterminer les fréquences naturelles du rotor. Ensuite les valeurs des fréquences naturelles obtenues ont été confrontées aux valeurs obtenues au moyen du logiciel de simulation par élément finis ANSYS Workbench®. Nous avons ainsi montré que pour déterminer les premières fréquences d'un système dynamique, la méthode des matrices de transferts reste un outil efficace vue sa simplicité de mise en œuvre numérique, comparée à la méthode des éléments finis. Les différences relatives des quatre premières fréquences naturelles sont inférieures à 7 %. Ce résultat est une preuve de la fiabilité du modèle développé.

A la suite de ce travail, nous avons étudié l'effet du balourd sur la réponse dynamique du rotor en fixant quatre plans géométriques pour placer les balourds et différentes masses excentrées. Cette deuxième étude a montré que la présence de balourd au quatrième plan donne des réponses en déplacement proportionnelles à la valeur de la masse excentrée. Et les déplacements enregistrés aux différents plans sont importants. Ce qui peut être dommageable pour le rotor. L'étude a montré aussi que l'effet du balourd est minime lorsqu'il est placé au deuxième plan.

Finalement, nous souhaitons que ce mémoire puisse servir comme outil de travail pour les futurs étudiants, et qu'il puisse être amélioré et complété en étudiant l'impact de l'apparition d'un balourd sur une turbine couplée à un compresseur.

Références Bibliographiques

Références bibliographiques

[1] Myklestad,N.O, A New Method of Calculating Natural Modes of Uncoupled Bending Vibration of Airplane Wings and Other Types of Beams, J. Aeronaut. Sci. (Apr 1944).

[2] Prohl, M.A., A general method for calculating critical speed of flexible rotors. J. Appl. Mech., Trans. ASME.12 (Sept 1945).

[3] Ruhl, R. L., Booker, J. F. A Finite Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems. Journal of Engineering for Industry., 1972 Vol. 94; Iss. 1.

[4] Mechanical engg. Turbocharger cutaway. https ://mechanicalengg.com/gallery/image/2406-turbocharger-cutawayjpg/, 2016.

[5] Les moteurs à turbines (à combustion internes). http://www.rvb15.fr/ressources/moteurs/turbineCombInt.html.

[6] Une première en Algérie: les Turbines à gaz exportées au Moyen-Orient. https://www.jeune-independant.net/une-premiere-en-algerie-les-turbines-a-gaz-exportees-au-moyen-orient/, 23 juin. 2022.

[7] N. AMOURA., Cours de Dynamique des machines tournantes. moodle.univ-medea.dz/course/view.php?id=337, (2022).

[8] H.Lamb, F.R.S., and R.V. Southwell. the vibration of spinning disk , Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character , vol 99.pp.272-280,1921.

[9] G.Genta and A.Tonoli "a harmonic finite element for analysis of flexural, torsional, and rotordynamic behaviour of discs" journal of sound and vibration, vol, 196, no1, pp.19-43, 1996.

[10] P.Hughes., space craft attitude dynamics. Wiley, New York 1986.

[11] P.W.Fortesue and J.Starck., spacecraft systems engineering. Wiley, New York 1991.

[12] Jasmeet,s., Suman,s. TRANSFER MATRIX ANALYSIS. NATIONAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ROURKELA, 2008.

[13] A. Liew, N. S. Feng, and E. J. Hahn. On Using the Transfer Matrix Formulation for Transient Analysis of Nonlinear Rotor Bearing Systems. International Journal of Rotating Machinery, 2004, p. 425–431.

[14] Tesar Alexander., Fillo Ludovit, Transfer Matrix Method, Czechoslovakia, Kluwer Academic Publisher, 1988.

[15] W. YANG., M. LIANG., L. WANG., H. YUAN. Unbalance response characteristics of gas turbine blade-disk rotor system, Journal of Vibroengineering, Vol. 20, Issue 4, 2018, p. 1676-1690.

[16] William T. Thomson., Theory of Vibration with Applications (fifth Edition). University of california, Santa Barbara, 1998, p.384-386.

[17] Radionov A. A., Pirogova N. S., Taranenko P. A. Calculative and experimental analysis of natural and critical frequencies and mode shapes of high-speed rotor for micro gas turbine plant. Procedia Engineering, Vol. 129, 2015, p. 997-1004.

Annexes

Annexes

A) Code de programmation MATLAB®

```
% File name:   Transfer_Matrix.m
% Determines the natural frequencies of a turbine shaft
filename = 'data_6.dat';
NbrParts=dlmread(filename,' ',[1 0 1 0]);
NbrEleByPart=dlmread(filename,' ',[3 0 3 NbrParts-1]);
Elast_Mod_Part=dlmread(filename,' ',[5 0 5 NbrParts-1]);
Density_Part=dlmread(filename,' ',[7 0 7 NbrParts-1]);
Length_Part=dlmread(filename,' ',[9 0 9 NbrParts-1]);
DIAM_Part=dlmread(filename,' ',[11 0 11 NbrParts-1]);
minOmega=dlmread(filename,' ',[13 0 13 0]);
maxOmega=dlmread(filename,' ',[13 1 13 1]);
stepOmega=dlmread(filename,' ',[13 2 13 2]);
Omega_Hertz=(minOmega:stepOmega:maxOmega);
Length_Part=Length_Part*1e-3;
DIAM_Part=DIAM_Part*1e-3;
Nbr_Bearing_Part=dlmread(filename,' ',[15 0 15 0]);
Num_Bearing_Part=dlmread(filename,' ',[17 0 17
Nbr_Bearing_Part-1]);
Bearing_Part_Elast=dlmread(filename,' ',[19 0 19
Nbr_Bearing_Part-1]);
YDOF=zeros;
EI_Part=pi*(Elast_Mod_Part.*DIAM_Part.^4)/64;
Mass_Part=pi/4*DIAM_Part.^2.*Length_Part.*Density_Part;
Omega=2*pi*Omega_Hertz;
NbrEl=sum(NbrEleByPart);
TotalMass=sum(Mass_Part);
Node_Rigidity=zeros(1,NbrEl);
Mass=zeros(1,NbrEl);
Length=zeros(1,NbrEl);
EI=zeros(1,NbrEl);
k=1;
for i=1:NbrParts
    for j=1:NbrEleByPart(i)
    Mass(k)=Mass_Part(i)/NbrEleByPart(i);
    EI(k)=EI_Part(i);
    Length(k)=Length_Part(i)/NbrEleByPart(i);
    k=k+1;
    end
end
for i=1:Nbr_Bearing_Part
        kk=0;
        for j=1:Num_Bearing_Part(i)-1
            kk=kk+NbrEleByPart(j);
```

```
        end
        for n=1:NbrEleByPart(Num_Bearing_Part(i))

Node_Rigidity(kk+n)=Bearing_Part_Elast(i)/NbrEleByPart(Num_Be
aring_Part(i));
        end
end
clc;
for i = 1:length(Omega)
ProdTM = eye(4);
        for j = 1:NbrEl
        TM(1,1) = 1.0;
        TM(1,4) = Mass(j)*Omega(i)^2-Node_Rigidity(j);
        TM(2,1) = Length(j);
        TM(2,2) = 1.0;
        TM(2,4) = (Mass(j)*Omega(i)^2-
Node_Rigidity(j))*Length(j);
        TM(3,1) = Length(j)^2/2/EI(j);
        TM(3,2) = Length(j)/EI(j);
        TM(3,3) = 1.0;
        TM(3,4) = TM(3,1)*(Mass(j)*Omega(i)^2-
Node_Rigidity(j));
        TM(4,1) = Length(j)^3/6/EI(j);
        TM(4,2) = TM(3,1);
        TM(4,3) = Length(j);
        TM(4,4) = 1 + TM(4,1)*(Mass(j)*Omega(i)^2-
Node_Rigidity(j));
        ProdTM = TM*ProdTM;
        end

    YDOF(i)=(1-
(ProdTM(2,3)*ProdTM(1,4))/(ProdTM(1,3)*ProdTM(2,4)))*100;
    %YDOF(i)=((ProdTM(2,3)*ProdTM(1,4))-
(ProdTM(1,3)*ProdTM(2,4)));

  fprintf('%.3f     %12.3e\n', Omega_Hertz(i), YDOF(i))
% save Results.txt YDOF(i) -ascii -append
end
plot(Omega_Hertz,YDOF,'r-')
axis([min(Omega_Hertz) max(Omega_Hertz) min(YDOF) max(YDOF)])
xlabel('Omega (Hertz)')
ylabel('Y')
title('Y vs Omega')
```

B) Le fichier data (data_6)

```
% Number of Parts
13
% Number of elements by part
```

```
2 2 2 2 2 1 2 2 5 1 2 2 2
%%Materials' elasticity modulus of parts
200e9 200e9 200e9 200e9 200e9 200e9 200e9 200e9 200e9 200e9
200e9 200e9 200e9
% Density of materials for parts
7850 7850 7850 7850 7850 7850 7850 7850 7850 7850 7850 7850
7850
%Parts' Lengths
17 75 106 75 60 220 55 70 750 280 60 180 170
% Parts' Diameter
300 830 528 856 300 185 220 298 360 160 320 160 140
% Min Omega, Max Omega, step   in Hertz
1 1500 1
% Number of bearings
2
% Bearings' numero
7 20
% Bearings' elasticities
1.426e7 2.54e6
```