REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie des Procédés
Spécialité : Génie chimique

Etude numérique et analytique des effets de Soret et Dufour sur la convection double diffusive dans une cavité poreuse

---

Présenté par

Kaci Imane

Djellouli Fatiha

Proposé et Dirigé par

Dr.Hadidi Noureddine

Dr.Rebhi Redha

Promotion 2019

Remerciements

Nous remercions Dieu le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté et la patience pour réaliser ce modeste travail

En premier lieu,

Les premiers personnes que nous tenons à remercier est le **Dr.N.HADIDI, Dr.R.REBHI** d'avoir accepté de nous encadrer, et qui nous a extrêmement aidé et encouragé tout au long de ce travail, nous lui adressons nos remerciements les plus sincères.

Nous adressons nos remerciements aux membranes de jury :

Mr. S.Rahal et **Mr.Y.Kerchich** pour l'honneur qu'ils nos ont fait et d'avoir accepté de juger notre travail.

Nous remercions tous les enseignants de l'université Yahia Fares qui nous ont guidés tout au long de notre vie universitaire.

A tous nos collègues et amies qui nous ont soutenue et encouragé pour terminer ce travail

Toutes les personnes qui ont contribuées de près et de loin.

Imane et Fatiha

Dédicace

Ce modeste travail est dédié à tous ceux qui se sont sacrifiés pour transmettre le savoir ; ainsi qu'à ceux qui se reconnaissent dans ce sujet pour leur apport scientifique technique et moral.

A 'mon chère père je lui dédie avec fierté ce mémoire qui représente le fruit le l'éducation et l'attention qu'il matant réservé de puis l'enfance.

A ma mère pour sacrifice et sa patience pendant mes années d'étude

A ma cher sœur Ritaj.

A mes frères Hakim,Billal,Nabil

A mon binôme Kaci Imane

A mes oncles, mes tantes

A toutes mes collégues

A tout les membres de la famille Djellouli

A toutes qui connait Fatiha

Djellouli Fatiha

Dédicace

Ce modeste travail est dédié à tous ceux qui se sont sacrifiés pour transmettre le savoir ; ainsi qu'à ceux qui se reconnaissent dans ce sujet pour leur apport scientifique technique et moral.

A 'mon chère père je lui dédie avec fierté ce mémoire qui représente le fruit le l'éducation et l'attention qu'il matant réservé de puis l'enfance.

A ma mère pour sacrifice et sa patience pendant mes années d'étude

A ma cher sœur Hanane, son marié Nesreddine, ses enfant Akrem et ma puce Illine

A mes frères :Badri, Mounir,Soufiane et Aymen.

A mon binôme Djellouli Fatiha

A mes oncles, mes tantes

A toutes mes collégues

A tout les membres de la famille Kaci

A toutes qui connait IMANE

KACI Imane

ملخص

تتم دراسة تأثيرات Dufour و Soret على الحمل الحراري الكتلي الطبيعي في طبقة مسامية أفقية عدديًا باستخدام طريقة الفرق المحدود وتحليلها باستخدام تقريب التدفق الموازي. يتم تطبيق تدفقات موحدة من الحرارة والكتلة على الجدران الأفقية ، في حين أن الجدران العمودية منيعة وغير ثابتة. تستند نمذجة هذه المشكلة إلى نموذج دارسي وتقريب Boussinesq. المعلمات التي تحكم هذه الدراسة هي عدد رايلي الحرارية ، ونسبة قوى المجلدات N ، وعدد لويس (Le) وأرقام دوفور (D_u) و Soret (S_r)

.الكلمات المفتاحية: نشر مزدوج ، Soret، Dufour ، وسائط مسامية ، فرق محدود ، تدفق متوازي.

Résumé

Les effets Dufour et Soret sur la convection naturelle thermosolutale dans une couche poreuse horizontale sont étudiés numériquement en utilisant la méthode des différences finies et analytiquement en utilisant l'approximation de l'écoulement parallèle. Des flux uniformes de chaleur et de masse sont appliqués sur les parois horizontales, tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatiques. La modélisation de ce problème est basée sur le modèle de Darcy et l'approximation de Boussinesq. Les paramètres régissant cette étude sont le nombre de Rayleigh thermique, le rapport des forces de volumes N, le nombre de Lewis(Le) et les nombres de Dufour (D_u) et de Soret (S_r).

Mots clés :Double diffusion ,Soret ,Dufour, milieux poreux ,différence finis ,Ecoulement parallèle.

Abstract

The Dufour and Soret effects on natural thermosolutal convection in a horizontal porous layer have been studied numerically using the finite difference method and analytically using the parallel flow approximation. Uniform flows of heat and mass are applied to the horizontal walls, while the vertical walls are impervious and adiabatic. The modeling of this problem is based on the Darcy model and the Boussinesq approximation. The parameters governing this study are the number of thermal Rayleigh, the ratio of the forces of volumes N, the number of Lewis (Le) and the numbers of Dufour (D_u) and Soret (S_r).

Key words: Double diffusion, Soret, Dufour, porous media, finite difference, Parallel flow.

SOMMAIRE

Remerciements……i

Dédicace……..ii

Résumé…….....iv

Sommaire……vi

Liste de figure……....viii

Liste de tableau……ix

Nomenclature…….. xi

Introduction Générale…….

CHAPITRE I : Généralité sur les Milieux Poreux

1.1.Introduction 1

1.2. Définition d'un milieu poreux…….1

1.2.1. Milieu poreux non consolidé ……2

1.2.2. Milieu poreux consolidé……2.

1.3. Domaine homogène équivalent ou volume élémentaire représentatif (V.E.R**)**……....3

1.4 Propriétés du milieu poreux ……..4

1.4.1. La porosité ……4

1.4.2. La perméabilité……..5

1.4.3. La tortuosité……..6

1.4.4. La surface spécifique…….6

1.4.5. Conductivité thermique effective……7

1.5. Caractéristiques physiques d'un milieu poreux…….....8

1.6. Model d'écoulement utilisé en milieu poreux……9

1.6.1. Loi de Darcy……..9

1.6.2. Formulation de FORCHHEIMER……..12

1.6.3. Formulation de BRINKMAN……12

1.6.4. Model général…….13

1.7. Phénomène de transfert par convection…….....13

1.7.1. Convection naturelle……...13

1.7.2. Convection forée ……...15

1.7.3. Convection mixte.....15

1.8. Effet Soret……..15

1.9.Phénomène double diffusion……..….16

1.10. Intérêt pratique et industriel de l'effet Soret……17

1.11.Conclusion…….17

CHAPITRE 2 MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

2.1. Introduction……18

2.2. Description et géométrie du problème……18

2.3. Hypothèses simplificatrice……..18

2.4. Formulation mathématique…….19

2.4.1. Équation de continuité…….20

2.4.2. Equation de mouvement (loi de Darcy)……...20

2.4.3. Equation de conservation de l'énergie……..21

2.4.4. Equation de conservation de masse…….21

2.5. Conclusion…….23

CHAPITRE 3 METHODE ANALYTIQUE

3.1. Introduction……...24

3.2. Concept de l'écoulement parallèle…….24

3.3. Équation de bases simplifiées……25

3.4. Solution générale de la fonction de courant et de la vitesse…….25

3.5. Équation générale du profile de température et de concentration……25

3.6. Les gradient horizontaux de température et de concentration…….26

3.7. Rayleigh sous-critique……..28

3.8. Rayleigh supercritique……..28

3.9. Les taux de transfert de chaleur et de masse……....29

3.10. Conclusion……..29

CHAPITRE 4 METHODE NUMERIQUE

4.1 Introduction……...30
4.2. Méthode numérique……..30
4.3. Discrétisation des conditions aux frontières thermiques……..31
4.4. Discrétisation de l'équation d'énergie……..32
4.5. Discrétisation de l'équation de concentration……...33
4.6. Discrétisation de l'équation du mouvement……..34
4.7. Discrétisation des champs de vitesse ……....35
4.8. Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses 35
4.9. Algorithme de calcul……..35
4.10. Conclusion……36

CHAPITRE 5 résultats et discussions

5.1. Introduction……37
5.2. Effet du maillage……37
5.3. Effet du rapport d'aspect……...37
5.4. Effet de Dufour……38
5.5. Effet de soret……41
5.6. Effet de Hartmann……42
5.7. Effet de R_T pour différent S_r et différent D_u …….....44
5.8. Effet de Ha pour différent S_r et différent D_u …….....47
5.9. Conclusion……..51

Conclusion générale

Liste des figures

Figure 1.1 : représentation d'un milieu poreux **2**

Figure 1.2 : milieux poreux non consolidés **2**

Figure 1.3 : milieux poreux consolidés **3**

Figure 1.4 : Milieu poreux et volume élémentaire représentative (V.E.R) **4**

Figure 1.5 : Détermination de la tortuosité du milieu poreux **6**

Figure 1.6 : Modèle série de la conductivité thermique effective **7**

Figure 1.7 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective **8**

Figure 1.8 : (a) Isotropie, (c, d) anisotropie, (b, c) homogénéité et (d) hétérogénéité. **9**

Figure 1.9 : Bloc poreux soumis à un écoulement **10**

Figure 1.10 : convection naturelle **14**

Figure 1.11 : convection forcée **15**

Figure 1.12 : Schéma représentatif de l'effet Soret **16**

Figure 2.1 : Représentation schématique du modèle physique et du système des coordonnées **19**

Figure 3.1 : Volume du contrôle **28**

Figure 4.1 : Maillage du domaine de calcul en (i, j) **31**

Figure 5.1 : L'influence du rapport de forme de la cavité sur (a) l'influence de l'écoulement au centre de la cavité, Ψ_0, (b) les transferts de chaleur, (Nu, Nu_m) et (c) les transferts de masse (Sh, Sh_m) pour R_T =500, Br =-0.5, $D_u = S_r$ =-0.3, Le=2 ; Ha =5 et $\varepsilon = 1$ **39**

Figure 5.2 : Comparaison des solutions numériques et analytiques : (a) fonction courant, (b) vitesse, (c)température et (d) concentration **41**

Figure 5.3 : Lignes de courant (haut),isothermes (milieu) et isoconcentrations (bas) pour R_T =500, Br =-0.5, Le=2, $D_u = -1$ (a), $D_u = 1$ (b) **41**

Figure 5.4 : Comparaison des solutions numériques et analytiques : (a) fonction de courant, (b) vitesse, (c) température et (d) concentration **42**

Figure 5.5 : Lignes de courant (Ψ), isothermes (T) et isoconcentrations (S) pour R_T =500, Br =-0.5, Le=2, $S_r = -0.6$ (a), $S_r = 0.6$ (b) **43**

Figure 5.6 : Comparaison des solutions numériques et analytique : (a) fonction de **44**

courant, (b) vitesse, (c) température, (d) concentration

Figure 5.7 : Lignes de courant (Ψ),(Ψ),isothermes (T) et isoconcentrations (S) pour R_T =500, Br =-0.5, Le=2, $Ha = 0$ (a), $Ha = 5$ (b) **45**

Figure 5.8 : **:** (a) Fonction de courant au centre de la cavité, (b) Nombre de Nusselt, et (c) Nombre de Sherwood, pour R_T =500, Br =-0.5, $D_u = 0$, Le=2 ; Ha =5 et diverses valeurs de S_r **46**

Figure 5.9: (a) Fonction de courant au centre de la cavité, (b) Nombre de Nusselt, et (c) Nombre de Sherwood, pour R_T =500, Br =-0.5, $S_r = 0$, Le=2, Ha =5 et diverses valeurs de D_u **47**

Figure 5.10 : Effete de Soret S_r et le nombre de Hartmann Ha sur (a) la Fonction de courant , (b) Nombre de Nusselt et (c) Nombre de Sherwood pour R_T =500, Br =-0.5 , $D_u = 0$, Le=2, $\varepsilon = 1$ et diverses valeurs de S_r **49**

Figure 5.11 : Effete de Dufour D_u et le nombre de Hartmann Ha sur (a) la Fonction de courant, (b) Nombre de Nusselt et (c) Nombre de Sherwood pour R_T =500, Br =-0.5, $S_r = 0$, Le=2, $\varepsilon = 1$ et diverses valeurs de D_u **50**

Figure 5.12 : Nombre de Rayleigh sous-critique, et nombre de Rayleigh supercritique, en tant que fonctions de Soret, et Dufour, nombres et valeurs diverses de: (a) et (b) **51**

Figure 5.13 : L'évolution des nombres de Rayleigh sous-critique et supercritique en fonction de Hartmann, Ha, pour $D_u = S_r = 0.1$, $Le = 2$, φ = -0.5 et $\varepsilon = 0.28$. **52**

Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Porosité de quelque milieu poreux…… 5

Tableau 1.2 : Représente la perméabilité de quelque matériau poreux……. 6

Tableau 1.3 : Couplage entre force et flux de la chaleur et de la masse……. 16

Tableau 5.1 : Effet du maillage sur Ψ_0, Nu_L, Nu_m, Sh_L et Sh_m et la comparaison des resultats Numériques et analytique pour R_T =500, Br =-0.5, $D_u = S_r$ =-0.3, Le=2, Ha =5……... 38

Tableau 5.2 : les résultats de R_{TC}^{Sup} eT R_{TC}^{Sub} pour chaque valeur de S_r …… 47

Tableau 5.3 : les résultats de R_{TC}^{Sup} eT R_{TC}^{Sub} pour chaque valeur de D_u .. ……... 48

Nomenclature

Symbole	Dénomination	Unité
A	rapport d'aspect de l'enceinte, $A = L^{'} / H^{'}$	
B_0	champ magnétique appliqué	$volt.s.m^{-2}$
C_S	gradient de concentration sans dimension dans la direction x	
C_T	gradient de température sans dimension dans la direction x	
D	diffusivité de masse des espèces	$m^2.s^{-1}$
D_{ST}	Coefficient de diffusion thermique	
D_{TS}	Coefficient de thermo-diffusion	
D_u	Paramètre Dufour $D_{ST}\Delta T^* / D\Delta S^*$	
g	Accélération gravitationnelle	$m.s^{-2}$
$H^{'}$	Hauteur de l'enceinte	m
Ha	Nombre de Hartmann, $B_0\sqrt{kK/\mu}$	
$j^{'}$	Flux de soluté constant par unité de surface	$kg.m^{-2}.s^{-1}$
k	Conductivité thermique du milieu poreux saturé	$W.m^{-1}.s^{-1}$
K	Perméabilité du milieu poreux	m^2
$L^{'}$	Largeur de l'enceite	m
Le	Nombre de Lewis, α / D	
Nu	Nombre de Nusselt.Eq.(3.26)	
p	Pression sans dimention, $P^{'} / \left[\rho_0 \left(\alpha / H^{'}\right)^2\right]$	
$q^{'}$	Flux de chaleur constant par unité de surface	$W.m^{-2}$
R_T	Numéro de Rayleigh, $g\beta_T \Delta T^* K H^{'} / \alpha\upsilon$	
R_{TC}^{Sous}	Nombre de Rayleigh sous-critique,Eq.(3.23)	
R_{TC}^{Sup}	Nombre de Rayleigh supercritique,Eq.(3.25)	
Sh	Nombre de Sherwood,Eq.(3.26)	
S	Concentration de soluté sans dimension, $\left(S^{'} - S_0^{'}\right) / \Delta S^*$	
ΔS^*	Différence caractéristique de concentration de soluté, $j^{'} H^{'} / D$	
S_r	Paramètre Soret, $D_{TS}\Delta S^* / \alpha \Delta T^*$	
t	Temps sans dimension , $t^{'}\alpha / H^{'2}$	
T	Température sans dimension, $\left(T^{'} - T_0^{'}\right) / \Delta T^*$	
ΔT^*	Différence de température caractéristique, $q^{'} H^{'} / k$	
u	Vitesse sans composante x sans dimention, $u^{'} H^{'} / \alpha$	
v	Vitesse y composante sans dimension, $v^{'} H^{'} / \alpha$	

(x, y)	Coordonnées cartésiennes, $x = x^{'} / H^{'}$, $y = y^{'} / H^{'}$

Symboles Grecs

Symbole	Dénomination	Unité
α	diffusivité thermique fluide	$m^2.s^{-1}$
β_S	coefficient de dilatation de la concentration	
$\beta_T^{'}$	coefficient de dilatation thermique	K^{-1}
θ_S	champ de concentration sans dimension, Eq (3.15)	
θ_T	champ de température sans dimension, Eq (3.13)	
k	conductivité électrique	$\Omega^{-1}.m^{-1}$
μ	viscosité dynamique du fluide	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
υ	viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
ρ	densité de fluide	$kg.m^{-3}$
$(\rho C)_f$	capacité thermique du fluide	$J.m^{-3}.K^{-1}$
$(\rho C)_p$	capacité thermique du milieu poreux saturé	$J.m^{-3}.K^{-1}$
σ	rapport de capacité thermique, $(\rho C)_p / (\rho C)_f$	
Ψ	fonction sans dimension	
ε	porosité normalisée du milieu poreux, ϕ / σ	
ϕ	porosité du milieu poreux	
N	taux de flottabilité, $\beta_S \Delta S^* / \beta_T \Delta T^*$	

SUPERSCRIPTS

$'$	Variable dimensionnelle

SOUSCRIPTS

i	Couche poreuse
f	Milieu fluide
p	Milieu poreux

Introduction Générale

Dans un milieu poreux, la résolution d'un problème de la convection thermosolutale, nécessite la modélisation de la distribution des champs de température, de concentration et de la vitesse de circulation en fonction des divers paramètres intervenants dans le problème. Il est également important de prévoir les taux des transferts thermique et massique. **[1]**

La convection à double diffusion dans les milieux poreux a de nombreuses applications, parmi lesquelles la migration de l'humidité dans l'isolation fibreuse, le transport des contaminants dans le sol, le stockage souterrain des déchets nucléaires et les processus de séchage **[2]**.

La diffusion de masse et la thermo-diffusion pourraient être rencontrées dans la convection thermosolutale et leurs effets pourraient être importants. Le flux de chaleur, provoquée par la diffusion de masse est liée à l'effet Dufour et le flux de masse induit par le transfert de chaleur est connu comme l'effet Soret. L'effet thermodiffusion (Soret), a été utilisé pour la séparation isotopique et dans des mélanges entre gaz de poids moléculaire très léger (H2, He) et de poids moléculaire moyen (N2, air). Pour ces mélanges, il a été trouvé que l'effet de masse par diffusion (Dufour) est d'une ampleur considérable de telle sorte qu'il ne peut pas être ignoré **[3,4].**

Plusieurs auteurs ont affirmé que dans la plupart des mélanges liquides l'effet Dufour est inopérant, mais ce n'est pas le cas dans les gaz, en plus ils ont confirmé cela en notant que dans les liquides, le coefficient Dufour est d'un ordre de grandeur plus faible que l'effet Soret. Platten et Legros et Mojtabi et Charrier-Mojtabi **[5, 6]**. Autres Rosanne *et al*. **[7]** ont étudié expérimentalement la thermodiffusion dans une solution de chlorure de sodium contenu dans l'argile compacte. Ils ont conclu que le transfert de matière est amélioré par la thermo-diffusion. Benano-Melly *et al*. **[8]** ont étudié numériquement et expérimentalement le problème de thermo-diffusion dans un mélange initialement homogène soumis à un gradient thermique horizontal. Leurs résultats numériques ont montré qu'en fonction de la valeur du nombre de Soret, plusieurs configurations d'écoulement de convection pourraient se développer en présence de forces de flottabilité thermiques et solutale opposantes. L'effet Soret sur la convection dans une cavité poreuse horizontale soumis à des gradients transversaux de température et de concentration a été examiné par Bennacer *et al*. **[9]**. Leurs résultats ont montré que, lorsque le gradient de concentration verticale se stabilise, les solutions à l'équilibre multiples sont possibles sur une gamme de rapport de flottabilité qui est fortement dépendante du paramètre Soret. Joly *et al*. **[10]** ont étudié analytiquement et

numériquement l'apparition de la convection naturelle dans une couche poreuse verticale soumise à des flux de chaleur uniforme le long des parois verticales en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman. On constate que les deux bifurcations sous-critiques et supercritiques sont possibles dans ce système. Bahloul *et al*. **[11]** ont examiné la convection à double diffusion avec l'effet Soret dans une couche poreuse horizontale peu profonde, la stabilité de la solution d'écoulement parallèle a été étudié, ensuite le seuil de bifurcation de Hopf a été déterminée. Weaver et Viskanta **[12]** ont étudié l'effet de l'interdiffusion des espèces et des effets Soret et Dufour sur la convection naturelle due à la température horizontale et des gradients de concentration dans la cavité. Les résultats obtenus montrent que les effets Soret et Dufour ont moins d'influence sur la vitesse, les champs de température et de concentration, mais ils augmentent le flux de masse et de l'énergie seulement lorsque le facteur de diffusion thermique est positif. D'un autre côté, lorsque le flux de masse est considérable sur les parois, l'effet Soret a un effet important qui diminue et augmente les gradients de vitesse, de température et de concentration à la paroi chaude et à la paroi froide respectivement. Notre motivation pour cette étude est de traiter et analyser analytiquement et numériquement les effets de Soret et Dufour sur la convection thermosolutale dans une cavité poreuse horizontale de hauteur H' et de longueur L' saturé par un fluide binaire. Les parois horizontales de la cavité sont soumises à des flux de chaleur q' et solutal j' tandis que les parois verticales sont considérées comme adiabatiques et imperméables. Ainsi la mise en évidence de l'influence des paramètres adimensionnelles ; le nombre de RayleighR_T, le rapport des forces de volume,N, le nombre de Lewis, Le, le nombre de Soret, S_r et le nombre de Dufour, D_u, sur l'évolution de la structure de l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de masse dans le système. Cette mémoire comporte une introduction générale, cinq chapitres et une conclusion générale est structurée comme suit :

•**Le premier chapitre** est consacré à la présentation des généralités sur les convections naturelle, forcé et mixte, Le transfert de chaleur et de masse, Le milieu poreux et leur caractéristique.

•**Le deuxième chapitre** détaille la géométrie, le modèle mathématique, les hypothèses simplificatrices, le choix des variables adimensionnelles et les conditions aux frontières.

•**Le troisième chapitre** sert à donner une solution analytique.

•**Le quatrième chapitre** sert à donner une solution numérique.

•**Le cinquième chapitre** porte sur les différents résultats obtenus dans ce travail et leurs discussions.

En fin nous terminons ce travail par une conclusion générale qui récapitule les principaux résultats obtenu de ce travail.

Chapitre. I :

Généralité et définition sur les milieux poreux

1.1. Introduction :

On appelle communément par le milieu poreux, un milieu qui se compose d'une matrice solide, à l'intérieur de la matrice solide se trouvent des cavités interconnectées appelées pores. L'espace poreux peut être occupé par un ou plusieurs fluides. Dans la plupart des cas, la matrice solide est rigide mais peut dans certains cas être légèrement déformable.Onrencontre plusieurs matériaux poreux dans la nature ou l'industrie. Il peut s'agir d'empilement de billes, de panneaux de fibre de verre, de béton, de roche, de gisement de pétrole, de sable…. etc. **[13]** Les phénomènes de transfert massiques et thermiques dans les milieux poreux interviennent dans de nombreuses applications et touches à des domaines multiples.

Un exemple concret, d'application des écoulements polyphasiques en milieux poreux, est l'exploitation des gisements d'hydrocarbures qui fait appel à différents procédés, parmilesquels on trouve des méthodes thermiques qui consistent à injecter un fluide chaud (eau chaude, vapeur chaude, gaz….) au sein du gisement. Ces méthodes tendent à faciliter l'écoulement des fluides dans le réservoir en réduisant la viscosité dans l'huile brute. Actuellement, l'injection de vapeur est la plus utilisée. En 1988 par exemple, aux états unis, 72% de la production par l'application des méthodes améliorées était faite de vapeur par A.E.Scheidegger**[14].**

Autre exemple le cas d'un écoulement dans un milieu poreux avec changement de phase (ébullition). Phénomène qui se rencontre entre autres lors de la stimulation d'accidents nucléaires (désintégration du coeur radioactif en débris poreux, particulièrement ou entièrement saturés en liquide de refroidissement**,** I. F.Macdonald et al **[15].**

1.2. Définition d'un milieu poreux

On appelle milieu poreux un corps composé d'une matrice solide à l'intérieur de laquelle se trouvent Des vides appelés pores. Généralement, ces pores peuvent communiquer entre eux ou Éventuellement sont isolés (Figure 1.3). Dans cette étude, nous nous intéressons **[16]**. aux phénomènes de transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux. L'étude de laconvection naturelle dans des espaces confinés a suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs. cela

s'explique par le vaste domaine d'applications pratiques. Nous nous limitons à citer quelques exemples parmi les plus typiques : l'extraction de pétrole et de gaz, les problèmes de purification de l'eau, le problème de transport des polluants dans le sol etc**[16]**.

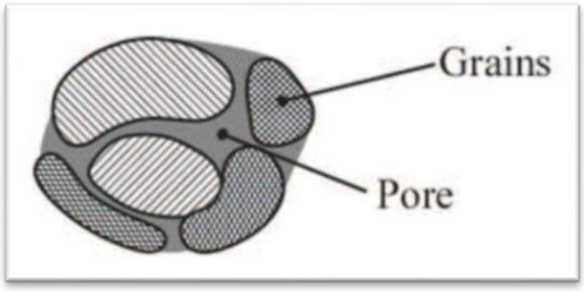


Figure 1.1 *:* Représentation d'un milieu poreux. **[17]**

La phase solide d'un milieu poreux (matrice) ou squelette peut se présenter sous deux formes:

1.2.1. Milieu poreux non consolidé *:* la phase solide est faite de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sables, limons, billes de verre ...). Les billes de verre sont très couramment utilisées pour réaliser les appareils destinés à étudier les lois qui régissent les écoulements et les phénomènes de transfert. Quant aux fibres, nous pouvons rencontrer soit les fibres minérales (amiante, laine de verre), ou les fibres organiques (coton...).

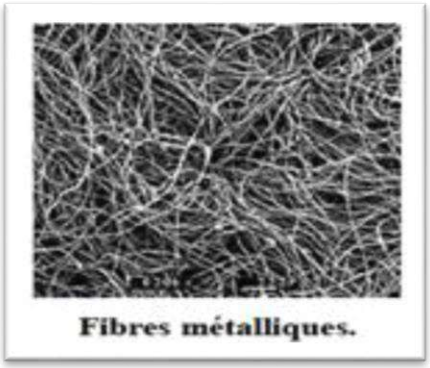


Figure1.2 : Milieux poreux non consolidés. **[17]**

1.2.2. Milieu poreux consolidé *:* dans ce genre de milieu, la matière solide est compactée nepeut se diviser en grains ou en fibres. À titre d'exemple, les roches calcaires qui présententdes séries de fissures reliées entre elles ou encore les grés qui sont des roches constituées pardes grains de sable soudés entrent eux par un ciment et des argiles **[17].**

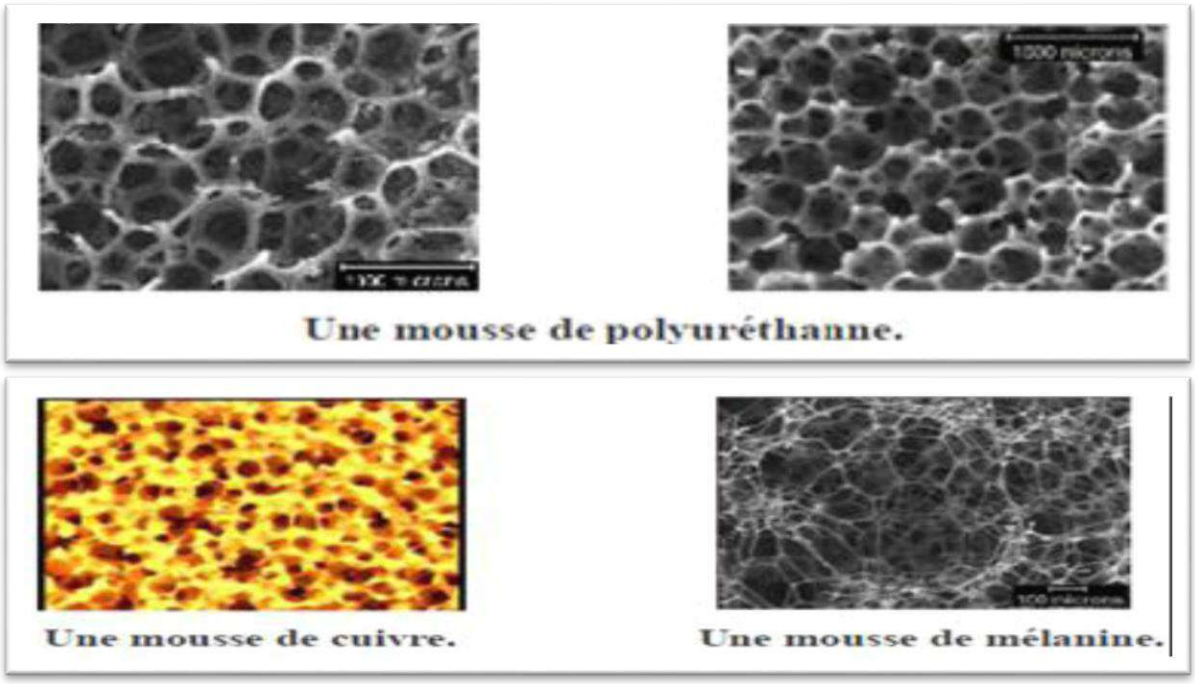


Figure 1.3 : Milieux poreux consolidés. **[17]**

1.3. Domaine homogène équivalent ou volume élémentaire représentatif(V.E.R)

L'étude des écoulements impose la description des phénomènes intervenant dans le milieu poreux saturé. L'échelle des pores, ou échelle microscopique est associée au diamètre moyen des pores d. A l'intérieur de cette échelle les grandeurs locales peuvent très largement varier. A l'échelle du milieu poreux, ou l'échelle macroscopique, la variation des grandeurs physiques est définie en moyenne, sur un certain volume de milieu poreux, appelé volume élémentaire représentatif est noté **V.E.R** .Cette échelle macroscopique est associée à une dimension géométrique (L_a) du milieu. Soit L la dimension caractéristique du V.E.R.Cettedimension L doit satisfaire à la double inégalité suivante **: [18]**

$$d << L << L_a \qquad (1.1)$$

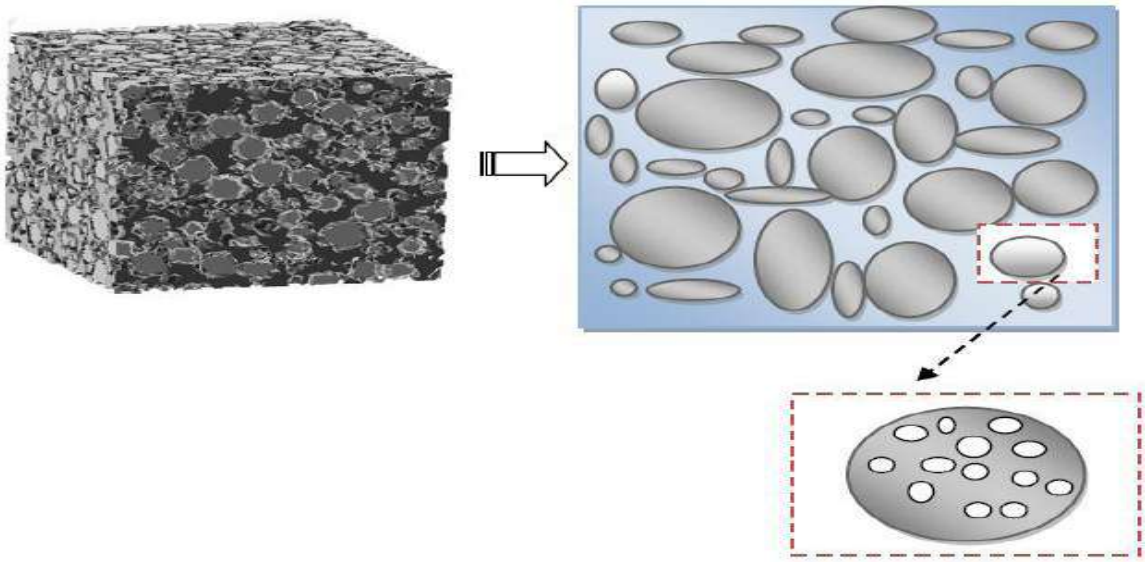


Figure1.4 : Milieu poreux et volume élémentaire représentative(V.E.R). **[17]**

1.4. Propriétés du milieu poreux

Différentes grandeurs géométriques et thermo-physiques sont utilisées pour caractériser l'écoulement et le transfert de chaleur se produisant dans un milieu poreux, nous pouvons citer :

1.4.1. La porosité :

La porosité totale d'un milieu poreux notée par (ε_T) est définie comme étant le rapport du volume occupé par les espèces vides au volume totale (matrice+vide) correspondant

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_T} \tag{1.1}$$

Où :

V_P : Volume des espèces vides.

V_T : Volume totale.

Des mesures expérimentales faites par Kaviany**[19]** donnent dans le tableau(I.1) ci dessous quelques valeurs de la porosité pour différentsmatériaux.

Tableau 1.1 :Porosité de quelque milieu poreux

Matériau	Porosité (ε%)
Poudre de l'ardoise noir	57-66
Poudre de silice	37-49
Sphère bien empilée	36-43
Sable	37-50
Briques	12-34
Pierre à chaud, Dolomit	4-10
Charbon	2-12
Houille	2-7

1.4.2. La perméabilité

Le coefficient de proportionnalité est appelé coefficient de perméabilité ; il traduit la capacité du milieu à laisser le fluide sous un gradient de pression .Lorsque le milieu poreux contient un seul liquide la perméabilité est donnée par loi exponentielle de Darcy :

$$K = \mu V / (\Delta P / L) \qquad (1.2)$$

Où :

K : la perméabilité du milieu poreux.

V : vitesse Darcienne, représentant le rapport du débit s'écoulant à travers le milieu poreux sur une surface de section droite.

μ : viscosité dynamique du fluide.

$(\Delta P/L)$: Gradient de pression.

Le tableau ci-dessous représente la perméabilité de quelques matériaux poreux définis d'après Sheidegger**[20].**

Tableau .1.2 *:* Représente la perméabilité de quelque matériau poreux.

Matériau	Perméabilité K (m^2)
Poudre d'ardoise noire	4.9×10^{-14}à 1.2×10^{-13}
Brique	4.8×10^{-15}à 2.2×10^{-13}
Plaque de liège	3.3×10^{-10}à 1.5×10^{-9}
Sable	2×10^{-11}à 1.8×10^{-10}
Terre	2.9×10^{-13}à 1.4×10^{-11}

1.4.3. La tortuosité

Dans un milieu poreux la description de la géométrie des pores fait intervenir la notion de la connectivité, correspondant à la complexité d'un chemin continu à travers l'espace des pores. Il faut également tenir compte des ‘‘bras morts’’ qui sont nombreux dans les milieux peu poreux et très hétérogènes (figure1.5).Pour décrire ces différents aspects, on introduit le paramètre τ désignant la tortuosité, que l'on définit de la manière suivante :

$$\tau = L' / L \qquad (1.3)$$

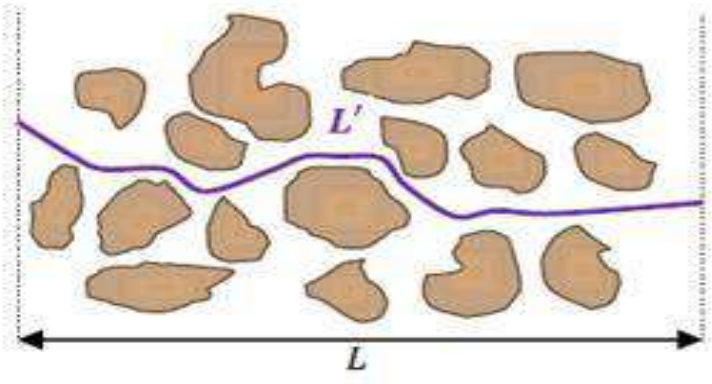


Figure1.5 *:* Détermination de la tortuosité du milieu poreux. **[17]**

1.4.4. La surface spécifique :

La surface spécifique est définie pour un milieu poreux comme la somme des surfaces développées par les particules formant le squelette du milieu (et donc la surface des parois des pores) pour une unité de masse du matériau poreux. Elle représente donc la surface susceptible de fixer des molécules par adsorption et varie essentiellement selon la taille des pores et l'importance de la fraction argileuse. **[21]**

1.4.5. Conductivité thermique effective :

Vu la complexité de la structure des milieux poreux ainsi que la présence des différentes phases (solide et fluide), la modélisation du transfert de chaleur à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective K_e. En effet, les phases solides et fluide présentes dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes au mode de conduction (le plus souvent k solide> k Fluide).
Cette conductivité effective dépend de la porosité et des conductivités thermiques des phases solides k_s et fluide k_f.

De manière générale, il n'existe pas de modèles exacts de conductivité thermique effective qui peuvent être appliquées aux cas pratiques d'écoulement dans les milieux poreux. Les modèles existants sont plutôt des modèles approchés construits pour des géométries simples en utilisant des hypothèses simplificatrices et en se basant sur des données expérimentales. Les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles basés sur l'analogie électrique.

Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du milieu est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases ; (Figure 1.6).

$$\frac{1}{k_C} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1-\varepsilon}{k_S} \tag{1.4}$$

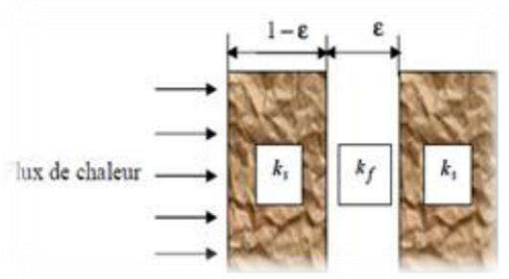


Figure1.6 : Modèle série de la conductivité thermique effective. **[17]**

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités thermiques dans chacune des phases ; (Figure 1.7).

$$k_c = (1-\varepsilon)k_S + \varepsilon k_f \tag{1.5}$$

La conductivité thermique effective est toujours comprise entre celle du fluide et celle du solide.

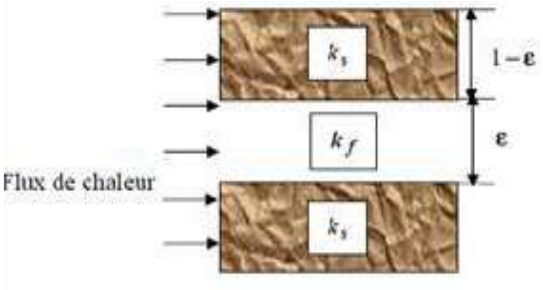


Figure 1.7 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective. **[17]**

1.5. Caractéristiques physiques d'un milieu poreux

Le milieu poreux présent deux couples de caractéristiques physiques :

- isotropie ou anisotropie.
- homogénéité ou hétérogénéité.
- Isotropie ou anisotropie :

Un milieu est dit isotrope lorsque ses caractéristiques physiques (granulométrie en particulier) sont constantes dans les trois directions de l'espace. Dans le cas, contraire, il est anisotrope.

- Homogénéité ou hétérogénéité :

Un milieu est homogène lorsqu'il présente, en tous points dans le sens de l'écoulement, des caractéristiques physiques constantes. Dans le cas contraire, le milieu est hétérogène.

Un milieu poreux homogène peut être isotrope ou anisotrope. Un milieu poreux hétérogène est toujours anisotrope (Figure 1.8)**. [17]**

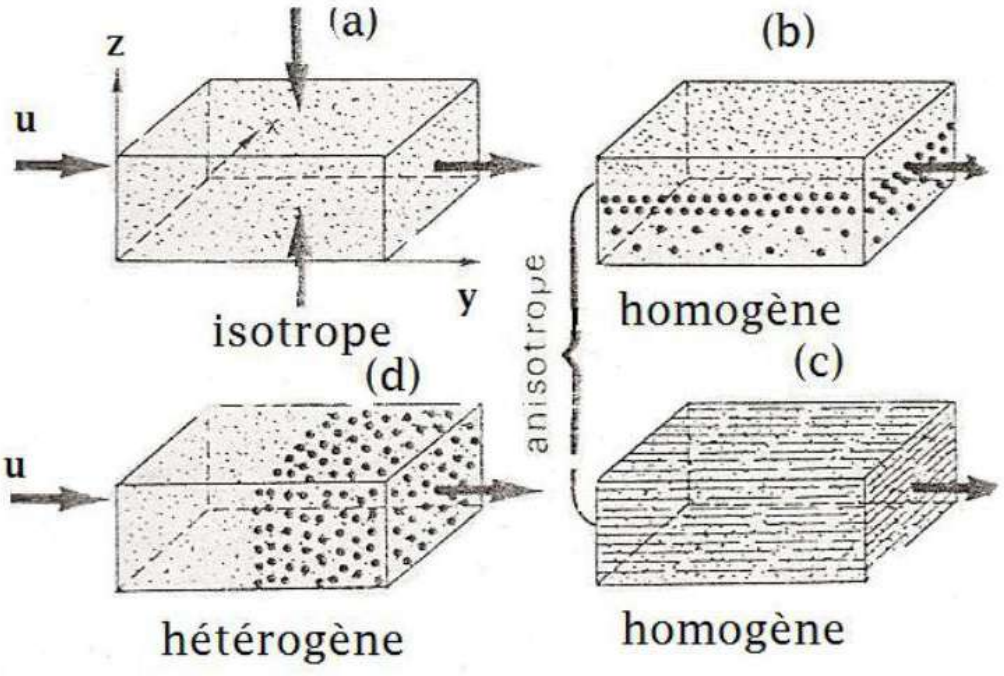


Figure1.8 *:* (a) Isotropie, (c, d) anisotropie,(b, c) homogénéité et (d)hétérogénéité.**[17]**

1.6. Model d'écoulement utilisé en milieu poreux

Les lois des écoulements en milieu poreux ne constituent que des approximations. On s'intéresse en général qu'au phénomène à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées, la plus importante est la loi de Darcy, dans le but d'élargir son domaine de validité, des corrections ont été proposées pour tenir compte des effets des parois, les autres lois sont en majorité des extensions de cette loi (Extension de Brinkman), et deseffets d'inertie (extension de Forchheimer). **[17]**

1.6.1. Loi de Darcy

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, la grande majorité des études utilise la formulation classique de Darcy(1856). L'auteur donne une loi sur les écoulements isothermes dans un milieu poreux, qui exprime la proportionnalité entre les variations de pression ΔP et le débit Q lié à la vitesse de filtrationV_{fil}. Ceci se traduit pour un échantillon de longueur L et de section A par la relation suivante.

$$Q = \frac{k}{\mu_f}\frac{\Delta P}{L}A \tag{1.6}$$

Où :

μ_f : viscosité dynamique du fluide.

K : perméabilité, ce paramètre étant indépendant de la nature du fluide et ne dépend que de la géométrie du milieu.

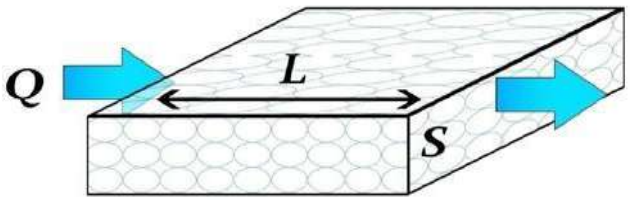


Figure 1.9 : Bloc poreux soumis à un écoulement. **[1]**

On peut généraliser loi par :

$$V = \frac{k}{\mu_f}\nabla P \tag{1.7}$$

Dans le cas de la pesanteur, l'équation précédente devient :

$$V = -\frac{k}{\mu_f}(\nabla P - \rho_f .g) \tag{1.8}$$

V : Vitesse d'infiltration

ρ_f: Densité du fluide.

∇p : Gradient de pression.

K : Perméabilité.

g : D'accélération gravitationnel

μ: Viscosité dynamique du fluide.

Le modèle de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et visqueuses est valide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites.

$$\begin{cases} \varepsilon < 0 \\ \mathrm{Da} \leq 10^{-6} \\ \mathrm{Re_p} < 1\varepsilon \end{cases} \quad (1.9)$$

où ε est la porosité du milieu poreux, *Da* est le nombre de Darcy **[22]**. Les nombres de Darcy et de Reynolds sont définis par :

$Da = \frac{k}{L^2}$ Est le nombre de darcy.

$R_{ep} = \frac{d.V_p}{\upsilon}$ Est le nombre de Reynolds.

V_p: Vitessedupore.

d : Diamètre du pore.

$V = \frac{\mu_f}{\rho}$: Viscosité cinématique du fluide.

- ✓ Il existe trois types de régimes d'écoulement en fonction de Rep :
  - ❖ Pour Rep< 1, le régime est laminaire, les forces de viscosité sont grandes devant les forces d'inertie, la loi de Darcy est valable.
  - ❖ Pour 1<Rep<150, des couches limites se développent au niveau des parois solides. En dehors de cette couche limite, il n'y'à plus proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration : la loi de Darcy n'est plus applicable. Ce régime d'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu' à Rep=150.
  - ❖ Pour 150<Rep<300, un régime d'écoulement instationnaire prend place. Et pour Rep>300 on est en présence d'un écoulement turbulent.

Terme convectif*:*

Wooding**[23]** a proposé une extension de l'équation de Darcy en introduisant un terme Convectif par analogie avec les équations de Navier-Stokes.

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2}(\vec{V}\ \vec{\nabla})\vec{V} = -\vec{\nabla}P - \frac{\mu}{k}\vec{V} \qquad (1.10)$$

Le terme de gauche de l'équation (1.10) est le terme de convection qui tient compte des effets Inertiels quand les vitesses sont importantes. **[1]**

Des travaux théoriques et numériques, Vafai et Tien **[24]**, Lauriatet Prasad **[25]**et Lage**[26]** montrent que le terme de convection ne tient pas compte des déviations de sources par rapport au terme de Darcy. Ilsoptent alors pour le terme de Forchheimer pour tenir compte des effets inertiels. Il a été aussi montré que la simple équation de Darcy était insuffisante pour décrire un écoulement en milieu poreux, enparticulier l'influence de la viscosité du fluide dans la zone pariétale. Dans la suite de ce travail et compte tenu des gammes des paramètres choisis, nous retenons la formulation de Darcy – Brinkman et Forchheimer avec une viscosité effective égale à la viscosité du fluide. Le terme advectif est maintenu dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement parce que notre principale motivation est d'étudier les transferts et les structures d'écoulement dans un milieu saturé par un fluide binaire et entièrement ou partiellement poreux.

Dans la section suivante, une revue bibliographique regroupe les travaux les plus importants qui traitent des écoulements et transferts induits par convection thermosolutale dans les milieux poreux.

1.6.2 Formulation de FORCHHEIMER

La formulation de DARCY-FORCHHEIMER (1950) la plus couramment utilisée, pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible à traverse un milieu poreux homogène et isotrope, en régime stationnaire et en présence de pesanteur, est la suivante :

$$\vec{\nabla}P = \rho g - \frac{\mu}{k}\vec{V} + \frac{b\rho}{\sqrt{k}}/\vec{V}/\vec{V} \qquad (1.11)$$

Ou b est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, appelé paramètre de FORCHEIMER. Résultant de la prise de moyenne sous fortes hypothèses, cette formulation introduit un terme convectif qui exprime la contribution inertielle devenant importante avec les Re croissant.

1.6.3Formulation de BRINKMAN

BRINKMAN a encore généralisé la loi de DARCY en introduisant un terme équivalent au terme de dissipation visqueuse dans la loi de STOKES.

$$\vec{\nabla}P = \rho g - \frac{\mu}{k}\vec{V} + \mu_{eff}.\nabla^2.\vec{V} \qquad (1.12)$$

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de DARCY BRINKMAN, fortement utile pour le cas des hautes porosités. Le premier terme de droite de l'équation ci-dessus contenant la viscosité μ est le terme de DARCY et le deuxiéme contenant la viscosité effective μ_{eff} est appelé le terme de BRINKMAN.La difficulté dans l'utilisation de ce modèleréside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu μ_{eff}.En effet cette sa géométrie (tortuosité*). BRINKMAN* a assimiléla viscosité équivalente du milieu à celle du fluide ($\mu_{eff} \approx \mu$).Cette approximation a été prouvée expérimentalement et elle est en accord avec les travaux *de* NEALE et NADER et BECKERMNN et VISKANTA .Le modèle de BRINKMANpermet ainsi d'imposer la condition de non glissement au champ de vitesse de filtration, auniveau des parois imperméables. **[18]**

1.6.4. Model général :

On généralise les trois modèles en introduisant un terme transitoire et le terme Convectif ($\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V}$, ce qui conduire à l'équation suivante :

$$\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2}(\vec{V}.\nabla)\vec{V} = -\vec{\nabla}P + \rho g - \frac{\mu}{k}\vec{V} + \frac{b\rho}{\sqrt{k}}/\vec{V}/\vec{V} + \mu_{eff}\nabla^2\vec{V} \qquad (1.13)$$

$\vec{V}$ *:* Une quantité moyennée à travers un volume élémentaire.

(a) : Forces inertielles macroscopiques.

(b) *:* Gradient de pression.

(c) : Forces de volumes.

(d) *:* Terme de Darcy.

(e) : Terme de Forchheimer (Force inertielles microscopiques).

(f) *:* Terme visqueux de Brinkman. **[27].**

1.7. Phénomène de transfert par convection

Le terme de convection est utilisé pour définir les mouvements dus à l'agitation thermique engendrant des différences de densités entre les molécules d'un fluide. Un fluide est le terme désignant un liquide ou un gaz : corps pur ou un mélange dont les molécules ont assez de liberté pour se pouvoir les une par rapports aux autres. On distingue trois mécanismes qui sont : la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte**. [18]**

1.7.1. Convection naturelle

La convection naturelle est un phénomène important de la mécanique des fluides. Elle est généralement due à des variation de la masse volumique causées par une distribution non uniforme de la température et/ou de la concentration des espèces dans un mélange. Pour cette raison on parle soit de convection thermique et/ou de convection d'origine solutale. Les gradients de température et de concentration peuvent agir selon le cas, ensemble ou en opposition, donnant ainsi naissance à des comportement dynamiques intéressants. Deux variantes sont possible : pour la convection thermosolutale, les gradients de chaleur et de concentration sont tous les deux imposés sur les frontières du système, tandis que dans le problème de soret, le gradient de concentration et induit par le gradient thermique. Ce dernier phénomène est connu sous le nom de l'effet Soret **[28].**

L'étude de la convection naturelle a suscité et suscite encore aujourd'hui l'intérêt de nombreux chercheurs scientifiques et de son omniprésente dans les procédés industriels. Les recherches menées jusqu'à date, dans ce domaine, s'étendent sur un peu plus d'un siècle. Un nombre considérable de travaux a été entrepris, suite à la découverte de ce phénomène par les expériences de Bénard, l'analyse théorique de Rayleigh et de Rawood au début du vingtième siècle, jusqu'à présent. Il s'agit principalement de l'étude des mouvements convectifs (écoulements naturels) induits par un gradient de température et un gradient de concentration au sein d'espaces confines ou semi confines, dont le contenu est généralement un milieu fluide ou un milieu poreux sature par un fluide. Ces gradient (température et concentration) engendrent une distribution non uniforme de la densité du mélange qui génère à son tour un mouvement convectif sons l'effet de la gravite ces deux gradient peuvent agir, selon le cas, ensemble ou en opposition, donnant ainsi naissance a des comportements dynamiques intéressants et compliques. Plusieurs variantes sont possibles : pour la convection thermosolutale, les gradients de chaleur et de concentration sont tous les deux imposes, tandis que dans le problème de sorte,le gradient de concentration et induit par le gradient thermique .

La convection naturelle thermosolutale est due principalement à sa présence dans plusieurs,applications industrielles tels que les procédés de séparation en industries chimiques et pétrolières de stockage des déchets nucléaires , la dispersion des contaminants chimique dans les couches d'eau souterraine, la migration de l'humidité à travers les isolations fibreuses, les processus de séchage, les opérations de dessalement de l'eau de mer .**[29]**

L'image suivante nous montre la convection naturelle

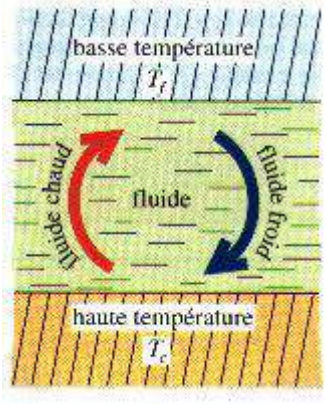


Figure 1.10 : convection naturelle **[30]**

1.7.2 Convection forée

La convection forcée se distingue de la convection naturelle par le fait que le mouvement du fluide s'effectue grâce à des effets externes (pompe, ventilateur, agitateur, etc…) où l'effet de la poussée d'Archimède est négligeable devant les forces génératrices du mouvement du fluide. En réalité, dans la majorité des applications industrielles, la convection forcée s'accompagne souvent de la convection naturelle**.[22]**

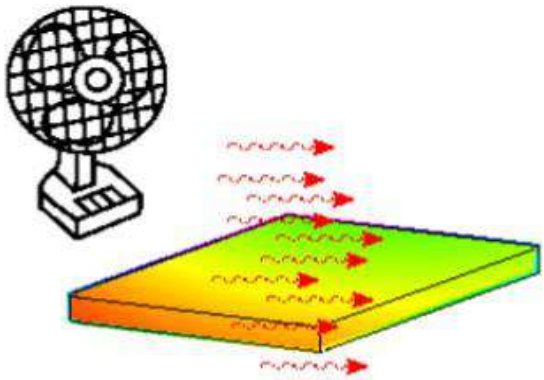


Figure 1.11 : convection forcée **[31]**

1.7.3 Convection mixte

Il existe, un grand nombre de situations où les mécanismes de la convection naturelle et la convection forcée coexistent dans des ordres plus ou moins comparables, il s'agit donc d'un

mécanisme de la convection mixte. Parmi les exemples les plus répondus, nous citons les écoulements dans les canalisations (chauffage central, radiateurs, climatisation), les écoulements atmosphériques, les courants marins, etc. **[1]**

1.8. Présentation de l'effet Soret

Soit un mélange de fluides (liquides ou gazeux) homogène : Lorsqu'on applique un gradient de température sur ce mélange on observe que leurs constituants vont se séparer spontanément après un temps caractéristique créant des gradients de concentration, et le mélange sera inhomogène. Le constituant le plus lourd se déplace généralement vers les zones froides (voir Figure.1.1). Cette séparation relative des composants appelée : effet thermodiffusif, thermodiffusion ou encore l'effet Soret, Galliéro.

La convection par double diffusion est essentiellement commandée par les phénomènes de transfert de chaleur et de masse, Lorsque les processus de transfert de chaleur et de masse ont lieu simultanément, ils interfèrent entre eux et produisent ce qu'on appelle les effets de diffusion croisés, Paszkuta. Le flux de chaleur induit par un gradient de concentration et le flux de matière induit par un gradient de température sont respectivement, connus sous les noms des effets, Dufour et SoretGalliéro (voir Tab.1.3). **[32]**

Tableau 1.3 :Couplage entre force et flux de la chaleur et de la masse **[32]**

	∇T	∇S
Chaleur	Conduction (loi de Fourier)	L'effet Dufour
Masse	L'effet Soret	Diffusion (loi de Fick)

Les éléments diagonaux du (Tab.1.1) correspondent aux phénomènes de transports primaires. Car les effets Dufour et Soret sont d'un ordre de grandeur plus petite que les effets décrits par les lois de Fourier et de Fick, ils ont été négligés dans de nombreuses études.

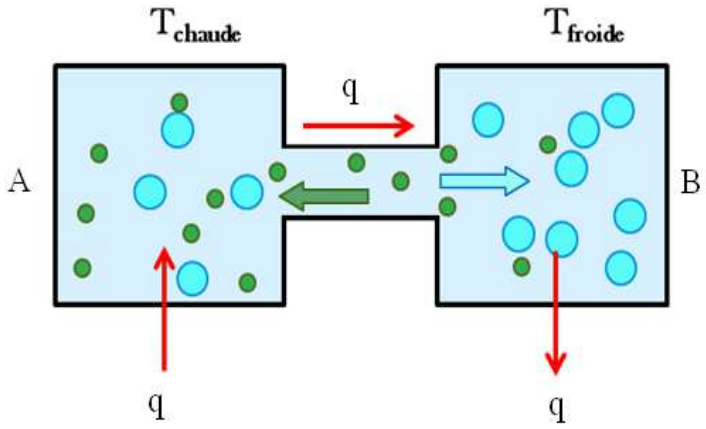


Figure 1.12 : Schéma représentatif de l'effet Soret**[32]**

1.9. Phénomène double diffusion

La présence de gradients de température et de concentration dans un milieu poreux Saturé entraîne l'apparition d'un écoulement de convection naturelle avec transport de chaleur et de masse. En effet, les différences de température et de concentration provoquent une Distribution non uniforme de la densité du milieu, ce qui donne naissance au mouvement du Fluide sous l'effet de la gravité. Ce phénomène est appelé convection thermosolutale.

L'étude de ce mode de convection en milieu poreux s'est particulièrement Développée ces dernières années vu son intérêt pour la résolution de certains problèmes technologiques importants tel que le changement de phase où la zone diphasique, dite zone Pâteuse, est représentée par un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Il est donc pertinent, Pour définir la distribution des transferts dans de tel système, de caractériser les écoulements de convection thermosolutale dans le milieu poreux. **[1]**

1.10. Intérêt pratique et industriel de l'effet Soret

Les écoulements monophasiques et multi-constituants interviennent dans de nombreux secteur industriels.les combustibles sont en effet souvent stockés sous forme liquide ou solide pour les moteurs à combustion interne ou pour les moteurs fusées. Il est aussi possible de séparer les isotopes d'un memeélement .De plus,en couplant la convection naturelle au phénomène de thermodiffusion ,il est possible d'accroitre notablement le degré de séparation.la maitrise de la quantification des écoulements de BENARD est très importante aussi pour les métallurgistes lors des traitements thermochimiques des coûts de production lors de l'extration des fluides de gisements par les producteurs pétroliers , il est important de connaitre de façon précise la distribution des différentes espèces à l'intérieur d'un gisement. Cette distribution s'est établie pendant de longues périodes de formation du gisement et a été principalement influencée par

la gravité ainsi que par la distribution des pressions dans le réservoir. Des moyens importants ont été mis en œuvre afin d'obtenir des modèles thermodynamique fiables, permettant de restituer de manière correcte la répartition des espèces dans le réservoir. Etant donné qu'il n'est pas possible de négliger l'importante extension verticale d'un gisement , il est très probable que cette répartition soit influencée par la convection naturelle ,mais aussi par le gradient géothermique .Ce gradient pourrait être la cause de la migration d'espèces par l'effet SORET. Ce dernier consiste en l'établissement d'un gradient de concentration d'un composant chimique par la présence d'un gradient thermique c'est-à-dire L'existence d'un gradient thermique est cause d'une migration différenciée des espèces.**[33]**

1.11. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons commencé à rappeler des notions fondamentales portant sur les milieux poreux et leurs grandeurs physiques caractéristiques, ainsi que les phénomènes des transferts de chaleur et de masse par convection.

Dans le chapitre suivant, nous décrivons le problème physique et présentons ensuite les équations de conservations générales en milieu poreux bidimensionnelle avec les conditions aux limites appropriées.

Chapitre II : Modèle physique et formulation mathématique

Chapitre II Géométrie et modèle mathématique

2.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous décrivons et nous formulons le modèle physique générée dans une cavité poreuse horizontale contenant un milieu poreux, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

2.2 Description et géométrie du problème

Il s'agit d'étudier le problème bidimensionnel de la convection thermosolutale dans un milieu poreux homogène. La configuration géométrique bidimensionnelle de notre écoulement est montrée dans la figure (2.1). Nous considérons le cas d'une cavité rectangulaire de hauteur H' et de longueur L' contenant un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Les axes de coordonnées x' et y' sont respectivement orientés suivant les directions horizontale et verticale. Les parois horizontales de la cavité sont soumises à des flux de chaleur q' et d'espèce uniformes j' tandis que les parois verticales sont considérées comme adiabatiques et imperméables. Selon Nield et Bejan **[34]**, les équations liant les flux de chaleur et de matière aux gradient thermique et aux solutés présents dans le mélange des fluides binaires sont données par $q' = -k\nabla T' - D_{TS}\nabla S'$ *et* $j' = D\nabla S' - D_{ST}\nabla T'$, où k et D sont la conductivité thermique et le pouvoir diffusant en masse de milieux poreux saturé, D_{TS} *et* D_{ST} sont respectivement les coefficients de diffusion de Dufour et Soret.

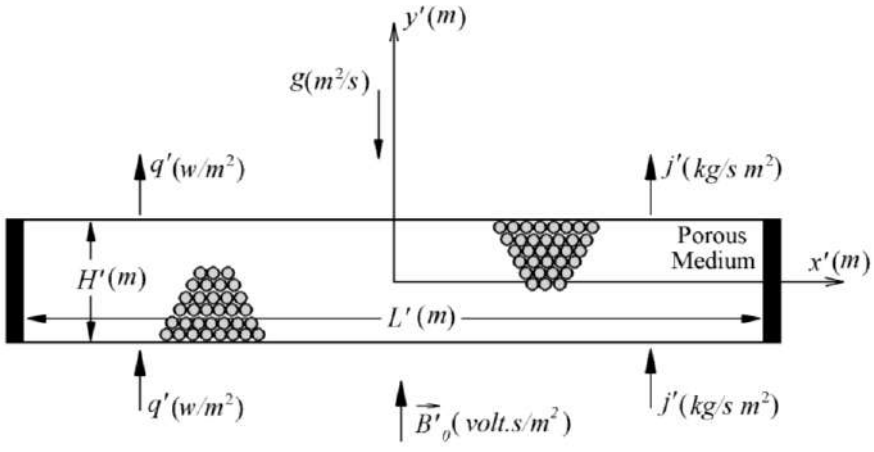


Figure 2.1 : Représentation schématique du modèle physique et du système des coordonnées.

2.3 Hypothèses simplificatrice

Pour simplifier le modèle mathématique, on considère les hypothèses les plus couramment utilisées dans ce type de problème. Nous supposons alors que :

1. La vitesse transversale suivant la direction z' est supposée négligeable par rapport aux composantes de la vitesse suivant x' et y', ceci nous ramène à un problème bidimensionnel comme le montre la figure2.1.

2. la solution est un fluide newtonien et incompressible.

3. La matrice poreuse est isotrope, perméable et homogène.

4. L'écoulement est supposé laminaire.

5. il n'y a ni réaction chimique ni source de chaleur et de masse.

6. Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.

7. Toutes les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes sauf le terme de la densité du fluide dans les forces de volume qui varie linéairement avec la température et la concentration. On considère alors l'approximation de Boussinesq qui est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_S(S - S_0)] \tag{2.1}$$

Ou :

$\rho_0 = \rho(T_0; S_0)$: la masse volume de référence.

T_0, S_0: la température et la concentration de référence

Dans l'équation (2.1)β_T , β_S représente respectivement les coefficients d'expansion volumique thermique et solutal du fluide

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{T,P} \quad \text{et} \quad \beta_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_{S,P} \tag{2.2}$$

Pour la plupart des fluides, est positif sauf l'eau qui représente une densité maximale au voisinage de 4°C, par contre peut être négatif ou positif en fonction de la contribution des composantes de diffusion à la densité du fluide. La relation (2.1) est d'une bonne approximation tant que la condition $(\nabla\rho/\rho) \leq 0.1$ est vérifiée par l'approximation de Boussinesq décrite dans Gray et Giorgini **[35].**

2.4. Formulation mathématique

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées, le système d'équations différentielles aux dérivées partielles décrivant ce problème est composé de l'équation de continuité, des équations de la conservation de la quantité de mouvement et des équations de la conservation de l'énergie et de la matière dans un milieu poreux. Pour tenir compte des effets de l'inertie en grands nombre de *Re*, le terme non linéaire de Dupuit est pris en considération. Le modèle ainsi formé est connu sous le nom du modèle de Dupuit-Darcy ou de loi de Darcy étendue.

Le modèle de Dupuit-Darcy, tenant compte l'effet de l'inertie, est pris en considération. Pour que la validation de la loi de Dupuit-Darcy soit effective, les conditions suivantes doivent être satisfaites :

$$\varepsilon' < 0.8 \qquad D_a = \frac{K}{H'^2} \leq 10^{-6} \qquad \mathrm{Re} = \frac{V_a\sqrt{K}}{\vartheta} \tag{2.3}$$

où : V_a est la vitesse moyenne des particules de fluide à travers la matrice solide, K la perméabilité du milieu poreux, $\sqrt{K}$ la viscosité cinématique du fluide et K est la longueur représentative du diamètre des pores.

- Dans le cas d'un milieu poreux de Darcy, $Re<1$.

Pour que les résultats obtenus soient valides, il faut que la porosité du milieu poreux soit inférieure à 0.8. Dans le cas contraire, les forces visqueuses (connues sous les noms de termes de Brinkman) doivent être prises en considération.

Pour l'étude de la convection naturelle dans des milieux poreux, nous supposons que la matrice poreuse est solide, perméable, homogène, isotrope et saturé par le fluide. Les équations relatives aux flux de chaleur et de la matière en présence des gradients thermique et solutal sont données par Nield and Bejan **[34]** :

$$q' = -k\nabla T' - D_{TS}\nabla S' \tag{2.4}$$

$$j' = D\nabla S' - D_{ST}\nabla T' \tag{2.5}$$

Où k est la conductivité thermique, D est la diffusivité massique de la concentration dans la matrice poreuse saturée, D_{TS} est le coefficient de Dufour et D_{ST} est le coefficient de Soret.

Pour une cavité remplie par un fluide binaire les équations de base régissant l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse sont données respectivement par :

2.4.1 Équation de continuité

L'équation de continuité exprimant le principe de conservation de masse d'un fluide en mouvement est donnée par :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \tag{2.6}$$

2.4.2 Equation de mouvement (loi de Darcy)

$$\nabla^2\psi' = -\frac{gK\beta_T}{\nu}\frac{\partial}{\partial x'}\left(T' + \frac{\beta_S}{\beta_T}S'\right) - k\frac{B_0^2 K}{\mu}\frac{\partial^2\psi'}{\partial y'^2} \tag{2.7}$$

Où :

g : L'accélération gravitationnelle.

K :la perméabilité de la matrice poreuse.

ν : La viscosité cinématique.

k : La conductivité électrique.

μ : La viscosité dynamique.

2.4.3 Equation de conservation de l'énergie

$$\frac{(\rho C)_P}{(\rho C)_f}\frac{\partial T'}{\partial t'}+\vec{V}'.\vec{\nabla}T' = \alpha\nabla^2 T' + D_{TS}\nabla^2 S' \tag{2.8}$$

$(\rho C)_P et (\rho C)_f$ **:** sont respectivement la capacité thermique du fluide et du milieu poreux saturé.

α : Diffusivité thermique.

$\vec{V}'$: Le vecteur de vitesse dont les composantes sont u' et v' dans les directions x' et y'.

2.4.4 Equation de conservation de masse

$$\phi\frac{\partial S'}{\partial t'}+\vec{V}'.\vec{\nabla}S' = D\nabla^2 S' + D_{ST}\nabla^2 T' \tag{2.9}$$

ϕ : La porosité du milieu poreux.

Les variables sans dimension sont définies comme suit :

$$(x,y)=\left.{}^{(x',y')}\right/_{H'},(u,v)=(u',v')/U^*, t=t'\alpha H'^2, \varepsilon=\phi/\sigma \tag{2.10}$$

$$\psi=\psi'/\alpha,\ P=P'/P^*,\ \mathrm{T}=(T'-T_0')/\nabla T^*,\ S=(S'-S_0')/\nabla S^* \tag{2.11}$$

Où : $U^*, P^*, \Delta T^*$ et ΔS^* sont les échelles caractéristique de vitesse , pression, température et solutale, définies comme :

$$U^*=\frac{\alpha}{H'}, P^*=\frac{P_r}{Da}\rho_0 U^{*2}, \Delta T^*=\frac{q'H'}{k}, \Delta S^*=\frac{j'}{\rho D} \tag{2.12}$$

Le paramètre est la diffusivité thermique, le nombre de Darcy et le nombre de Prandtl.

Les équations gouvernant sans dimension en termes de fonction de flux, de température et de solutale sont alors données par :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{2.13}$$

$$\nabla^2\psi+Ha^2\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-R_T\frac{\partial}{\partial x}(T+NS) \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2 T+D_u\nabla^2 S \tag{2.15}$$

$$\varepsilon\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial S}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial S}{\partial y}=Le^{-1}\left(\nabla^2 S+S_r\nabla^2 T\right) \tag{2.16}$$

Les conditions aux limites hydrodynamique sont données par :

$$x = \pm\frac{A}{2}\ , u = \psi = 0 \text{ et } \ y = \pm\frac{1}{2}\ , \nu = \psi = 0 \tag{2.17}$$

Les conditions aux limites thermiques sont indiquées comme

Pour les murs actifs :

$$y = \pm\frac{1}{2}, \frac{\partial T}{\partial y} + D_u \frac{\partial S}{\partial y} = -1, \frac{\partial S}{\partial y} + S_r \frac{\partial T}{\partial y} = -1 \tag{2.18}$$

Pour les murs perméables :

$$x = \pm\frac{A}{2}, \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \tag{2.19}$$

De l'équation. (2.14) – (2.16), huit paramètres de contrôle sont apparus, à savoir le nombre de Hartmann Ha, le nombre de Rayleigh R_T , le rapport de flottabilité N, la porosité normalisée ε, le nombre de Lewis Le, le rapport de forme de l'enceinte A, le modèle de Dufour numéro D_u et le numéro Soret S_r Ils sont définis comme suit:

$$Ha = B_0\sqrt{\frac{kK}{\mu}}, R_T = \frac{\rho g \beta_T \Delta T^* H^{'}}{\alpha\mu}, N = \frac{\beta_S}{\beta_T}\frac{\Delta S^*}{\Delta T^*}, \varepsilon = \frac{\phi}{\sigma},$$

$$Le = \frac{\alpha}{D}, A = \frac{L^{'}}{H^{'}}, D_u = \frac{D_{ST}\Delta S^*}{\alpha \Delta T^*}, S_r = \frac{D_{TS}\Delta T^*}{D\Delta S^*}$$

Les taux de transfert de chaleur et de masse à n'importe quelle section sont exprimés en termes de Nusselt et de Sherwood, définis comme suit:

$$Nu^{-1} = \Delta T + D_u \Delta S = \left(T_{(0,-1/2)} - T_{(0,+1/2)}\right) + D_u\left(S_{(0,-1/2)} - S_{(0,+1/2)}\right) \tag{2.20}$$

$$Sh^{-1} = \Delta S + S_r \Delta T = \left(S_{(0,-1/2)} - S_{(0,+1/2)}\right) + S_r\left(T_{(0,-1/2)} - T_{(0,+1/2)}\right) \tag{2.21}$$

Les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood sont calculés en utilisant l'intégrale suivante:

$$Nu_m = \frac{1}{A}\int_{-A/2}^{A/2} Nu dx \tag{2.22}$$

$$Sh_m = \frac{1}{A}\int_{-A/2}^{A/2} Sh dx \tag{2.23}$$

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les différentes équations de conservations en milieu poreux saturé de fluide binaire, avec la description du problème physique. Par analyse d'échelle de la couche limite, nous avons pu faire une formulation mathématique des équations en forme bidimensionnelle adaptées à la situation physique, avec les conditions aux limites associées.

Dans le chapitre suivant, nous allons détailler la méthode analytique.

Chapitre.III :

Méthode analytique

Chapitre III Méthode analytique

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons établi les équations de base qui régissent les phénomènes d'écoulements et de transferts thermique et solutal de fluides binaires au sein de milieux poreux saturés. Ces dernières consistent en un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires et fortement couplées. La résolution d'un tel système, de manière analytique, est extrêmement compliquée voire impossible. Cependant, dans le cas limite d'une cavité horizontale de grande extension, des solutions analytiques approximatives sont possibles. Ainsi, dans le présent chapitre, on présente le développement d'une telle solution, basée sur le concept de l'écoulement parallèle. Le modèle résultant donne un aperçu général sur l'écoulement et les champs de température et de concentration ainsi qu'une description quantitative des transferts de chaleur et de masse impliqués.

L'approximation de l'écoulement parallèle a été utilisée par Alavyoon **[36]**, Bejan **[37]**, Mamou *et al* **[38]**, Kalla**[39]** et Dina **[40]** et par plusieurs autres auteurs.

3.2 Concept de l'écoulement parallèle

Le concept de l'écoulement parallèle consiste à supposer que dans une cavité de grande extension, l'écoulement engendré peut être décomposé en trois zones. Ces dernières consistent en deux régions à l'extrémité de la cavité dans lesquelles l'écoulement tourne à 180° et la région centrale de la couche dans laquelle l'écoulement est parallèle relativement aux longues parois de la cavité. Ceci permet de négliger la composante de la vitesse perpendiculaire aux parois horizontales, de telle sorte que :

$$u(x, y) = u(y) \tag{3.1}$$

$$v(x, y) = 0 \tag{3.2}$$

Les relations qui lient les vitesses avec la fonction de courant sont :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ et } v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{3.3}$$

En utilisant le concept de l'écoulement parallèle la fonction de courant ψ dépende uniquement de l'ordonné y :

$$\psi(x, y) = \psi(y) \tag{3.4}$$

Les profils de la température et de la concentration sont alors donnés par la somme d'un terme définissant une variation longitudinale linéaire et d'un autre terme donnant la distribution transversale :

$$T(x,y) \approx C_T x + \theta_T(y) \tag{3.5}$$

$$S(x,y) \approx C_S x + \theta_S(y) \tag{3.6}$$

Où C_T et C_S sont des constantes qui expriment respectivement les gradients de température et de concentration selon la direction x.

Les équations (3.4), (3.5) et (3.6) sont valides seulement au cœur de la cavité.

La détermination des gradients de température C_T et de concentration C_S est obtenue en intégrant les équations de conservation de l'énergie et de concentration sur le volume de contrôle (N) montré sur la figure (3.1).

3.3 Équation de base simplifiée

En substituant les équations de l'approximation de la fonction de courant (3.4) et des profils de température et de concentration (3.5) et (3.6) dans les équations de base (2.14)-(2.16), nous obtenons le système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$\left(1 + Ha^2\right)\frac{d^2\Psi}{dy^2} = -R_T\left(C_T + NC_S\right) \tag{3.7}$$

$$\frac{d^2\theta_T}{dy^2} + D_u \frac{d^2\theta_S}{dy^2} = C_T \frac{d\Psi}{dy} \tag{3.8}$$

$$\frac{d^2\theta_S}{dy^2} + S_r \frac{d^2\theta_T}{dy^2} = C_S Le \frac{d\Psi}{dy} \tag{3.9}$$

3.4 Solution générale de la fonction de courant et de la vitesse

Après intégration de l'équation (3.7) et en satisfaisant les conditions aux frontières la solution générale de l'équation du mouvement (3.7) donne le résultat suivant pour ψ :

$$\psi(y) = \psi_0(1 - 4y^2) \tag{3.10}$$

Dans lequel la fonction de courant au centre de la cavité ψ_0, qui caractérise l'intensité de l'écoulement, s'écrit :

$$\Psi_0 = R_T\left(C_T + NC_S\right)/8\left(1 + Ha^2\right) \tag{3.11}$$

Nous pouvons déduire de l'équation (3.9) l'expression de la distribution de la vitesse suivant y :

$$u = -8\psi_0 y \tag{3.12}$$

3.5 Équation générale du profile de température et de concentration :

En intégrant cette équation et en appliquant les conditions aux frontières (2.18) (2.19), nous obtenons :

$$\theta_T = \frac{C_T - C_T LeD_u}{3(1 - D_u S_r)} \Psi_0 \left(3y - 4y^3\right) - a_T y \tag{3.13}$$

Nous procédons de la même manière pour obtenir la distribution de concentration. Cette Fois-ci, en intégrant l'équation de base (3.9) et après substitution de l'équation (3.12) dans celle-ci, nous obtenons l'équation suivante :

$$\frac{d^2\theta_S}{dy^2} + S_r \frac{d^2\theta_T}{dy^2} = C_S Le \frac{d\Psi}{dy} \tag{3.14}$$

En utilisant les conditions aux frontières (2.18), (2.19), l'intégration de l'équation ci-dessus donne :

$$\theta_S = \frac{C_S Le - S_r C_T}{3(1 - D_u S_r)} \psi_0 \left(3y - 4y^3\right) - a_S y \tag{3.15}$$

Nous obtenons les équations générales du profil de température et de concentration en substituant respectivement dans les équations (3.5) et (3.6) les équations de la distribution de la température et de la concentration (3.13) et (3.15) :

$$T(y) = C_T x + \frac{C_T - C_T LeD_u}{3(1 - D_u S_r)} \psi_0 \left(3y - 4y^3\right) - a_T y \tag{3.16}$$

$$S(y) = C_S x + \frac{C_S Le - S_r C_T}{3(1 - D_u S_r)} \psi_0 \left(3y - 4y^3\right) - a_S y \tag{3.17}$$

les constants a_T et a_S sont définies comme

$$a_T = \frac{1 - D_u}{1 - D_u S_r} \text{ et } a_s = \frac{1 - S_r}{1 - D_u S_r}$$

3.6 Les gradient horizontaux de température et de concentration

Nous considérons le volume de contrôle (N) montré sur la figure 3.1 pour la détermination des gradients thermique et solutal C_T et C_S .

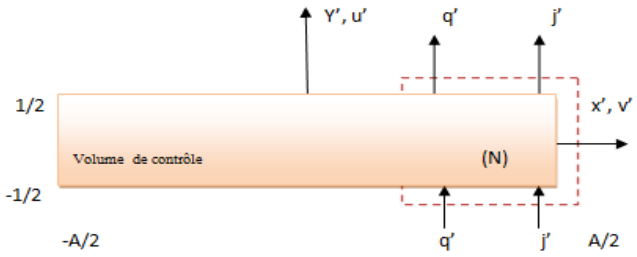


Figure3.1 : Volume de contrôle

Comme discuté dans le passé par d'autres auteurs (voir, par exemple, Bahloul *et al*. **[41]**), on peut l'obtenir en considérant un volume de contrôle arbitraire présenté à la Figure3.1. Les bilans d'énergie et de solutés, dans ce volume de contrôle, ont été considérés pour retrouver les deux constantes. De cette manière, il est facile de supposer que les transferts de chaleur et de masse sur toute section transversale verticale de la couche poreuse sont nuls. Ceci est exprimé par l'intégrale suivante**:**

$$\int_{-1/2}^{1/2}\left(\frac{dT}{dx}+D_u\frac{dS}{dx}\right)dy+\int_{-1/2}^{1/2}\frac{d\psi}{dy}=0 \tag{3.18}$$

$$\int_{-1/2}^{1/2}\left(\frac{dS}{dx}+S_r\frac{dS}{dx}\right)dy+Le\int_{-1/2}^{1/2}\frac{d\psi}{dy}Sdy=0 \tag{3.19}$$

Après avoir substitué les profils de température, de concentration et de vitesse aux équations (3.18) et (3.19) et effectué les intégrales résultantes, il est apparu que les gradients constants de température et de concentration dans la direction x, C_T et C_S respectivement, étaient exprimés par:

$$C_T=\frac{8b^2\left(a_T-a_S D_u Le\right)\psi_0+4bLe^2\psi_0^3}{3\left[\left(2b+\psi_0^2\right)\left(2b+Le^2\psi_0^2\right)-D_u S_r\left(2b-Le\psi_0^2\right)^2\right]} \tag{3.20}$$

$$C_S=\frac{8b^2\left(a_S Le-a_T S_r\right)\psi_0+4bLe\psi_0^3}{3\left[\left(2b+\psi_0^2\right)\left(2b+Le^2\psi_0^2\right)-D_u S_r\left(2b-Le\psi_0^2\right)^2\right]} \tag{3.21}$$

En substituant les expressions de et, (3.20) et (3.21), à l'expression de, on obtient le polynôme à quatre ordres suivant:

$$\left(1+Ha^2\right)\left(Le^2\psi_0^2+2b_0a\psi_0^2+4b^2\right)-4b_0^2R_T^0c=0 \tag{3.22}$$

Où:

$$a=Le\left(Le+2D_uS_r\right)-Le\left(Le+\varphi\right)R_T\,/12+1$$

$$C=-(Le+1)(D_u\varphi+S_r)+D_uS_r(Le+\varphi)+1+\varphi Le$$

$$b=b_0(1-D_uS_r),\quad b=15/16,\ R_T^0=R_T\,/12$$

3.7 Rayleigh sous-critique

De l'équation (3.22), le nombre de Rayleigh sous-critique R_{TC}^{sous}, est obtenu en dérivant Ψ_0 par rapport à R_T dans l'équation. (3.22) avec la condition limite $d\psi_0/dR_T\to\infty$ au nœud de selle. Le nombre de Rayleigh sous-critique est exprimé comme suit:

$$R_{TC}^{sous}=\frac{\left(1+Ha^2\right)\left[Le^2\psi_{0C}^2+b_0Le(Le+2D_uS_r)+b_0\right]}{b_0Le(Le+\varphi)} \tag{3.23}$$

où Ψ_{0C} est la valeur de la fonction de flux critique située au point de nœud de selle, qui peut être calculée comme suit:

$$\psi_{0C}=\pm\frac{1}{8Le^2}\left[-d_1+\sqrt{d_1^2-4Le^2d_2}\right]^{1/2} \tag{3.24}$$

Où:

$$d_1=\frac{4b_0Le}{(Le+\varphi)}\left[1+\varphi Le-(D_u+\varphi S_r)(Le+1)+D_uS_r(Le+\varphi)\right]$$

$$d_2=\frac{4b_0^2}{Le(Le+\varphi)}\left(1+Le\left(Le+2D_uS_r\right)\left[1+\varphi Le-(D_u+\varphi S_r)(Le+1)+D_uS_r(Le+\varphi)\right]-4b^2\right.$$

3.8 Rayleigh supercritique

$$R_{TC}^{\sup}=\frac{\left(1+Ha^2\right)\left(1-D_uS_r\right)R^{\sup}}{a_T\left(1-\varphi S_r\right)-a_SLe\left(D_u-\varphi\right)} \tag{3.25}$$

3.9 Les taux de transfert de chaleur et de masse

Les transferts thermique et massique sont exprimés respectivement en terme de nombre de Nusselt et de Sherwood.

En substituant (3.16) et (3.17) en (2.20) et (2.21), les nombres de Nusselt et de Sherwood sont donnés respectivement par:

$$Nu = \frac{3}{3 - 2\psi_0 C_T} \qquad \text{et} \qquad Sh = \frac{3}{3 - 2Le\,\psi_0 C_T} \tag{3.26}$$

3.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé la procédure analytique, ainsi les équations de base qui régissent les phénomènes d'écoulements et de transferts thermique et solutal de fluides.

Dans le prochain chapitre nous présentons la méthode numérique.

Chapitre IV : Méthode numérique

Chapitre IV Méthode numérique

4.1 Introduction

Les écoulements de fluides en régimes laminaire ou turbulent, sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles. Ainsi tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie et de masse, qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ thermique, massique et d'écoulement.

Pour la discrétisation de ces équations différentielle il existe plusieurs méthodes numériques se classent en trois grandes familles, à savoir les méthodes de

- La méthode des différences finies.
- La méthode des volumes finis.
- La méthode des éléments finis.

Dans la présente étude, on a utilisé la méthode des différences finies.

4.2 Méthode numérique

La méthode proposée est basée sur la technique des différences finies. Cette méthode est la plus ancienne des méthodes numériques. Elle a été introduite au 18eme siècle par Euler, elle s'avère la plus adaptée et la plus facile à utiliser pour les problèmes à géométrie simple. Cette méthode consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini (voir Figure.4.1).

Dans un repère cartésien, chaque nœud est désigné par le couple d'indices désignant les lignes d'intersection du maillage. Les nœuds voisins sont implicitement définis en augmentant ou en abaissant l'un des indices (i, j) par un incrément unitaire.

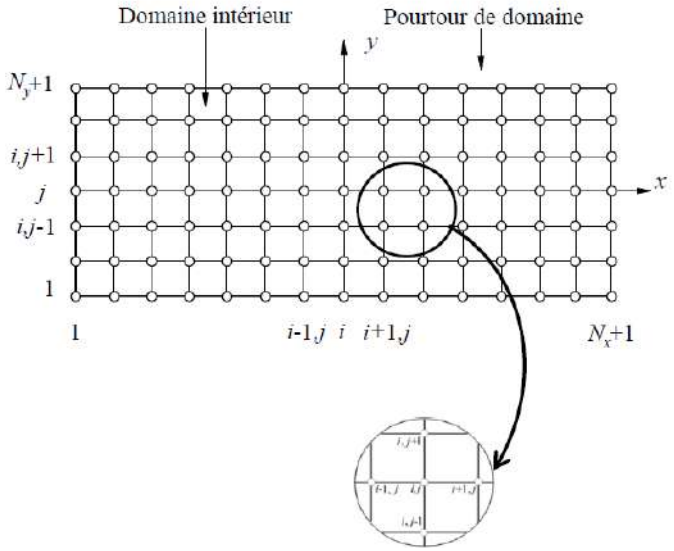


Figure4.1 : Maillage du domaine de calcul en (*i*, *j*).

Les équations de l'énergie (2.15) et de la concentration (2.16) sont discrétisées avec un schéma centré de deuxième ordre et en utilisant la forme conservatrice pour les termes convectifs. Pour chaque pas de temps la méthode implicite aux directions alternées (ADI) donne lieu à deux systèmes matriciels tri-diagonaux à résoudre, l'un résultant de la discrétisation implicite en *x* et l'autre de la discrétisation implicite en *y*. la méthode (ADI) divise le pas de temps en deux parties égales, dans le premier demi-pas de temps, le système est implicitement en *x* mais explicitement en *y* et dans le deuxième demi-pas de temps, le système est implicitement en *y* et explicitement en *x*. Pour chaque étape de temps, la solution est obtenue en balayant le domaine de calcul dans la direction des *x* puis dans celle des *y*. Connaissant les champs de la température et de la concentration à l'instant $(n+1)\Delta t$, l'étape suivante consiste à déterminer le champ de la fonction de courant à partir de l'équation (2.21), une fois discrétisée avec un schéma centré classique et résolue avec la méthode de sur-relaxation successive (SOR) par points proposée par Frankel (1950), qui est une méthode explicite donnant directement la valeur de Ψ à l'instant $(n+1)\Delta t$, au nœud considéré, moyennant un nombre suffisant d'itérations pour que le critère de convergence souhaité soit satisfait.

4.3 Discrétisation des conditions aux frontières thermiques

Les conditions aux frontières (2.18) et (2.19) sont discrétisées selon un schéma aux différences finies décentré à droite et à gauche selon la paroi considérée :

Selon les parois adiabatiques et imperméables : $\dfrac{\partial T}{\partial x}=\dfrac{\partial S}{\partial x}=0$

$$T_{1,j}=\frac{4T_{2,j}-T_{3,j}}{3}, \qquad S_{1,j}=\frac{4S_{2,j}-S_{3,j}}{3} \quad \textbf{à} \quad x=-\frac{1}{2} \tag{4.1}$$

$$T_{Nx+1,j}=\frac{4T_{Nx,j}-T_{Nx-1,j}}{3}, \qquad S_{Nx+1,j}=\frac{4S_{Nx,j}-S_{Nx-1,j}}{3} \quad \textbf{à} \quad x=\frac{1}{2} \tag{4.2}$$

Selon les parois actives : $\dfrac{\partial T}{\partial y}-D_u\dfrac{\partial S}{\partial y}=-1, \dfrac{\partial S}{\partial y}-S_r\dfrac{\partial T}{\partial y}=-1$

$$T_{i,1}=\frac{4T_{i,2}-T_{i,3}-D_u\left(4S_{i,2}-S_{i,3}-3S_{i,1}\right)+2\Delta y}{3} \quad \textbf{à} \quad y=-\frac{1}{2} \tag{4.3}$$

$$T_{i,Ny+1}=\frac{4T_{i,Ny}-T_{i,Ny-1}-D_u\left(4S_{i,Ny}-3S_{i,Ny+1}-S_{i,Ny-1}\right)-2\Delta y}{3} \quad \textbf{à} \quad y=\frac{1}{2} \tag{4.4}$$

$$S_{i,1}=\frac{4S_{i,2}-S_{i,3}-S_r\left(4T_{i,2}-T_{i,3}-3T_{i,1}\right)+2\Delta y}{3} \quad \text{à} \quad x=-\frac{1}{2} \tag{4.5}$$

$$S_{i,Ny+1}=\frac{4S_{i,Ny}-S_{i,Ny-1}-2\Delta y-S_r\left(4T_{i,Ny}-3T_{i,Ny+1}-T_{i,Ny-1}\right)}{3} \quad \text{à} \qquad y=\frac{1}{2} \tag{4.6}$$

4.4 Discrétisation de l'équation d'énergie

L'équation d'énergie étant parabolique par rapport au temps et elliptique par rapport aux coordonnées spatiales, la méthode implicite aux directions alternées ADI est choisie comme outil de résolution. Compte tenu de l'équation de l'énergie (2.15) cette dernière se réécrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial(uT)}{\partial x}+\frac{\partial(vT)}{\partial y}=\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}-D_u\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right)\right. \tag{4.7}$$

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

C'est un schéma aux différences centrées, au temps $(n+1/2)$ pour les dérivées en *x* et au temps (n) pour les dérivées en *y*, chaque terme de l'équation (4.7) est discrétisé comme suit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Big|_{i,j}=\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2}-2T_{i,j}^{n+1/2}+T_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}, \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\Big|_{i,j}=\frac{T_{i,j+1}^{n}-2T_{i,j}^{n}+T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\Big|_{i,j}=\frac{S_{i+1,j}^{n+1/2}-2S_{i,j}^{n+1/2}+S_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}, \qquad \frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\Big|_{i,j}=\frac{S_{i,j+1}^{n}-2S_{i,j}^{n}+S_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \tag{4.9}$$

$$\frac{\partial(uT)}{\partial x}\Big|_{i,j}=\frac{u_{i+1,j}^{n}T_{i+1,j}^{n+1/2}-u_{i-1,j}^{n}T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}, \qquad \frac{\partial(vT)}{\partial y}\Big|_{i,j}=\frac{v_{i,j+1}^{n}T_{i,j+1}^{n}-v_{i,j-1}T_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \tag{4.10}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}\Big|_{i,j}=2\frac{T_{i,j}^{n+1/2}-T_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{4.11}$$

En substituant les équations (4.8)-(4.11) dans l'équation (4.7), on obtient un système de la forme :

$$A_i T_{i+1,j}^{n+1/2}+B_i T_{i,j}^{n+1/2}+C_i T_{i-1,j}^{n+1/2}=D_i \tag{4.12}$$

Où :

$$A_i=\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x}-\frac{1}{\Delta x^2}\right], \qquad B_i=2\left[\frac{1}{\Delta t}+\frac{1}{\Delta x^2}\right], \qquad C_i=-\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^2}\right]$$

$$D_i=\left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^2}\right]T_{i,j+1}^{n}+2\left[\frac{1}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta y^2}\right]T_{i,j}^{n}+\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^2}\right]T_{i,j-1}^{n}-$$

$$D_u\left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(S_{i+1,j}^{n}+S_{i-1,j}^{n}\right)+\frac{1}{\Delta y^2}\left(S_{i,j+1}^{n}+S_{i,j-1}^{n}\right)-\frac{2\left(\Delta y^2-\Delta x^2\right)}{\Delta x^2\Delta y^2}S_{i,j}^{n}\right]$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

C'est un schéma aux différences centrées, au temps $(n+1/2)$ pour les dérivées en *x* et au temps (n+1) pour les dérivées en *y* . La discrétisation des dérivées partielles est donnée par :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Big|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}, \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\Big|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{4.13}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\Big|_{i,j} = \frac{S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}, \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\Big|_{i,j} = \frac{S_{i,j+1}^{n+1} - 2S_{i,j}^{n+1} + S_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{4.14}$$

$$\frac{\partial(uT)}{\partial x}\Big|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x}, \qquad \frac{\partial(vT)}{\partial y}\Big|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{4.15}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}\Big|_{i,j} = 2\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \tag{4.16}$$

En substituant les équations (4.13)-(4.16) dans l'équation (4.7), on obtient un Système de la forme :

$$A_i^{'} T_{i,j+1}^{n+1} + B_i^{'} T_{i,j}^{n+1} + C_i^{'} T_{i,j-1}^{n+1} = D_i^{'} \tag{4.17}$$

$$A_i^{'} = \left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right], \qquad B_i^{'} = 2\left[\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2}\right], \qquad C_i = -\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2}\right]$$

$$D_i^{'} = \left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i+1,j}^{n+1/2} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i,j}^{n+1/2} + \left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i-1,j}^{n+1/2} -$$

$$D_u\left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}\right) + \frac{1}{\Delta y^2}\left(S_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}\right) - \frac{2\left(\Delta y^2 - \Delta x^2\right)}{\Delta x^2 \Delta y^2} S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}\right]$$

4.5 Discrétisation de l'équation de concentration

De même pour l'équation de concentration (2.16), nous exposons dans ce qui suit sa discrétisation en suivant exactement les mêmes démarches que le paragraphe précédent. L'équation de concentration (2.16) se réécrit de la façon suivante:

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(uS)}{\partial x} + \frac{\partial(vS)}{\partial y} = Le^{-1}\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} - S_r\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)\right) \tag{4.18}$$

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

Similairement aux démarches précédentes, l'équation algébrique correspondant à la discrétisation de l'équation de concentration donne :

$$A_i S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + B_i S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_i S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_i \tag{4.19}$$

Avec :

$$A_i = \left[\frac{u_{i+1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right], \qquad B_i = 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right], \qquad C_i = -\left[\frac{u_{i-1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]$$

$$D_i = \left[-\frac{v_{i,j+1}^n}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S_{i,j+1}^n + 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S_{i,j}^n + \left[\frac{v_{j,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S_{i,j-1}^n -$$

$$S_r Le^{-1}\left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(T_{i+1,j}^n + T_{i-1,j}^n\right) + \frac{1}{\Delta y^2}\left(T_{i,j+1}^n + T_{i,j-1}^n\right) - \frac{2\left(\Delta y^2 - \Delta x^2\right)}{\Delta x^2 \Delta y^2} T_{i,j}^n\right]$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

$$A_i^{'} S_{i,j+1}^{n+1} + B_i^{'} S_{i,j}^{n+1} + C_i^{'} S_{i,j-1}^{n+1} = D_i^{'} \tag{4.20}$$

$$A_i^{'} = \left[-\frac{v_{i,j+1}^n}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right], \qquad B_i^{'} = 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right], \qquad C_i^{'} = -\left[\frac{v_{i,j-1}^n}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]$$

$$D_i^{'} = \left[-\frac{u_{i+1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[\frac{u_{i-1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} -$$

$$S_r Le^{-1} = \left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}\right) + \frac{1}{\Delta y^2}\left(T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i,j-1}^{\frac{1}{2}}\right) - \frac{2\left(\Delta y^2 - \Delta x^2\right)}{\Delta x^2 \Delta y^2} T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}\right]$$

4.6 Discrétisation de l'équation du mouvement

L'équation de mouvement du milieu poreux basée sur le modèle de Darcy peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\nabla^2 \psi + Ha^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -R_T \frac{\partial}{\partial x}\left(T + NS\right) \tag{4.21}$$

Chaque terme de l'équation de mouvement (4.21) est discrétisé selon un schéma centré classique.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}\Big|_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j}^{n+1} - 2\psi_{i,j}^{n+1} + \psi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2}, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\Big|_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1}^{n+1} - 2\psi_{i,j}^{n+1} + \psi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{4.22}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \quad , \quad \frac{\partial S}{\partial x}\Big|_{i,j} = \frac{S_{i+1,j}^{n+1} - S_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{4.23}$$

En remplaçant les expressions (4.22) et (4.23) dans l'équation (4.21) on obtient l'expression générale de la fonction suivante :

$$\psi_{i,j}^{(n+1),(k+1)} = (1-\omega)\psi_{i,j}^{(n+1),k} + \omega\{a_1\left(\psi_{i+1,j}^{(n+1),k} + \psi_{i-1,j}^{(n+1),(k+1)}\right) + a_2\left(\psi_{i,j+1}^{(n+1),k} + \psi_{i,j-1}^{(n+1),(k+1)}\right) +$$

$$a_3\left[\left(T_{i+1,j}^{(n+1)} - T_{i-1,j}^{(n+1)}\right) + N\left(S_{i+1,j}^{(n+1)} - S_{i-1,j}^{(n+1)}\right)\right] \tag{4.24}$$

Où a_1, a_2 et a_3 sont des constantes définies par :

$$a_1 = \frac{\Delta y^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)}, \qquad a_3 = R_T \frac{\Delta x \Delta y^2}{4(\Delta x^2 + \Delta y^2)}$$

$$a_2 = \frac{\Delta x^2}{2\left[\Delta x^2 + (1 + Ha^2)\Delta y^2\right]},$$

4.7. Discrétisation des champs de vitesse

Les composantes du champ de vitesse sont obtenues à partir de la fonction de courant selon les relations (3.3). La discrétisation de ces équations par un schéma de différence finies centré du premier ordre donne :

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\psi_{i,j+1}^{n+1} - \psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{4.25}$$

$$v_{i,j}^{n+1} = -\frac{\psi_{i,j+1}^{n+1} - \psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{4.26}$$

4.8.Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses

Les conditions aux frontières des vitesses sont discrétisées selon un schéma aux différences finies décentré à droite et à gauche du troisième ordre :

$$u_{i,j} = 0, \qquad v_{i,1} = -\frac{18\psi_{2,j} - 9\psi_{3,j} + 2\psi_{4,j}}{6\Delta x} \qquad \text{à} \qquad x = -\frac{1}{2}$$

$$u_{Nx+1} = 0, \quad v_{i,Ny+1} = \frac{18\psi_{Nx,j} - 9\psi_{Nx-1,j} + 2\psi_{Nx-2,j}}{6\Delta x} \qquad \text{à} \qquad x = \frac{1}{2}$$

$$v_{i,1} = 0, \; u_{1,j} = \frac{18\psi_{i,2} - 9\psi_{i,3} + 2\psi_{i,4}}{6\Delta y} \qquad \text{à} \qquad y = -\frac{1}{2}$$

$$v_{i,Ny+1} = 0, \; u_{Ny+1,j} = -\frac{18\psi_{i,Ny} - 9\psi_{i,Ny-1} + 2\psi_{i,Ny-2}}{6\Delta y} \qquad \text{à} \qquad y = \frac{1}{2}$$

4.9 Algorithme de calcul

Les principales étapes de notre algorithme de calcul sont :

1. Génération du maillage.
2. Initialisation et lecture des données.
3. Calcul du facteur de sur-relaxation.
4. Introduction des conditions initiales sur la température, *T*, sur la concentration, *S*, et sur la fonction de courant, Ψ.
5. Evaluation du champ de vitesse initiale $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$.
6. Début de la boucle dans le temps.
   - 6.1. Résolution de l'équation de l'énergie (4.12) par la méthode ADI et calcul du champ de température $T_{i,j}$.
   - 6.2. Résolution de l'équation de concentration (4.19) par la méthode ADI et calcul le champ de concentration $S_{i,j}$.
   - 6.3. Résolution de l'équation de mouvement (3.22) par la méthode SOR et calcul du champ de la fonction du courant $\psi_{i,j}$.
   - 6.4. Détermination du champ de vitesse $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$.
   - 6.5. Refaire l'étape (6.1) jusqu'à l'obtention de la convergence de la solution vers une solution permanent ou oscillante.
7. Impression des résultats.
8. Fin du programme.

Le critère de convergence lors de la résolution des équations (3.22) et (3.27) est donné par :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-8} \qquad (4.27)$$

4.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la méthode numérique des différences finies pour la résolution du modèle ainsi l'algorithme.

Dans le prochain chapitre, nous présentons les résultats obtenus et leurs discussions.

Chapitre. V : Résultats et discussion

Chapitre V Résultats et discussion

5.1. Introduction

Ce chapitre est consacré à l'analyse des résultats obtenus analytiquement et numériquement ,Dans le cas d'une cavité rectangulaire contenant un milieu poreux saturé par un fluide soumise à des flux de chaleur $q^{'}$ et de masse $j^{'}$ constants avec un champ magnétique uniforme set appliqué dans la direction *x*. Ce problème est gouverné par les nombres sans dimensions suivant : le rapport de la force de volume, *N*, le nombre de Rayleigh, R_T, le rapport d'aspect, *A*, de la cavité, le nombre de Hartmann, *Ha*, et le nombre de Lewis, *Le*.

5.2. Effet du maillage

A fin de vérifier l'exactitude du programme développé dans le présent travail, on a comparé le modèle analytiques avec les calculs numériques en se basant sur la détermination des trois paramètres souvent traités dans l'étude des écoulements convectifs, à savoir les nombres de Nusselt, Nu , et de Sherwood, Sh ,caractérisant respectivement les taux de transfert de chaleur et de masse au sein de la cavité, et l'intensité de l'écoulement exprimée par la fonction de courant, ψ_0 .

L'effet du maillage sur la précision du code numérique utilisé est illustré dans le tableau 5.1. Les résultats indiquent qu'un maillage d'ordre 100x200 est suffisant pour avoir des valeurs de Ψ_0 , Nu_L et Sh_L très proches de celles calculées analytiquement.

Tableau 5.1 : Effet du maillage sur Ψ_0 , Nu_L , Nu_m , Sh_L et Sh_m et la comparaison des résultats Numériques et analytiques pour R_T =500, $N = -0.5$, $D_u = S_r$ =-0.3, Le =2 ; Ha =5.

	Numérique			Analytique	Erreur		
	25 x50	50x100	100x200		25×50	50×100	100×200
Ψ_0	0.47802	0.48100	0.47110	0.454502	0.023518	0.026498	0.016598
Nu_L	1.20563	1.20859	1.20065	1.18727	0.01836	0.02132	0.01338
Nu_m	1.13620	1.19651	1.19520	….	….	….	….
Sh_L	1.75054	1.76579	1.73087	1.67116	0.07938	0.09463	0.05971
Sh_m	1.59442	1.71523	1.70747	…	….	….	….

5.3. Effet du rapport d'aspect

Pour les paramètres de contrôle fixes, l'effet de rapport d'aspect de la cavité poreuse, *A*, est étudié. La figure (5.1) illustre l'effet du rapport d'aspect, *A*, sur l'intensité de l'écoulement, ψ_0 et les nombres de Nusselt $(Nu_L,\ Nu_m)$ et de Sherwood $(Sh_L,\ Sh_m)$ pour R_T =500, $N=-0.5$, $D_u=S_r$ =-0.3, Le =2 ; Ha =5 et $\varepsilon=1$. À partir de *A*=1, l'intensité de l'écoulement, ψ_0, diminue lorsque *A*ugmente, toutefois les nombres de Nusselt $(Nu_L,\ Nu_m)$ et $(Sh_L,\ Sh_m)$ augmentent avec *A*. Dans la gamme des paramètres pris en compte dans cette étude, il a été constaté que les résultats numériques peuvent être considérés comme indépendants du rapport d'aspect lorsque$A \geq 6$. Pour cette raison, la plupart des résultats numériques présentés ici ont été obtenus pour A = 10 avec un maillage de 100×200.

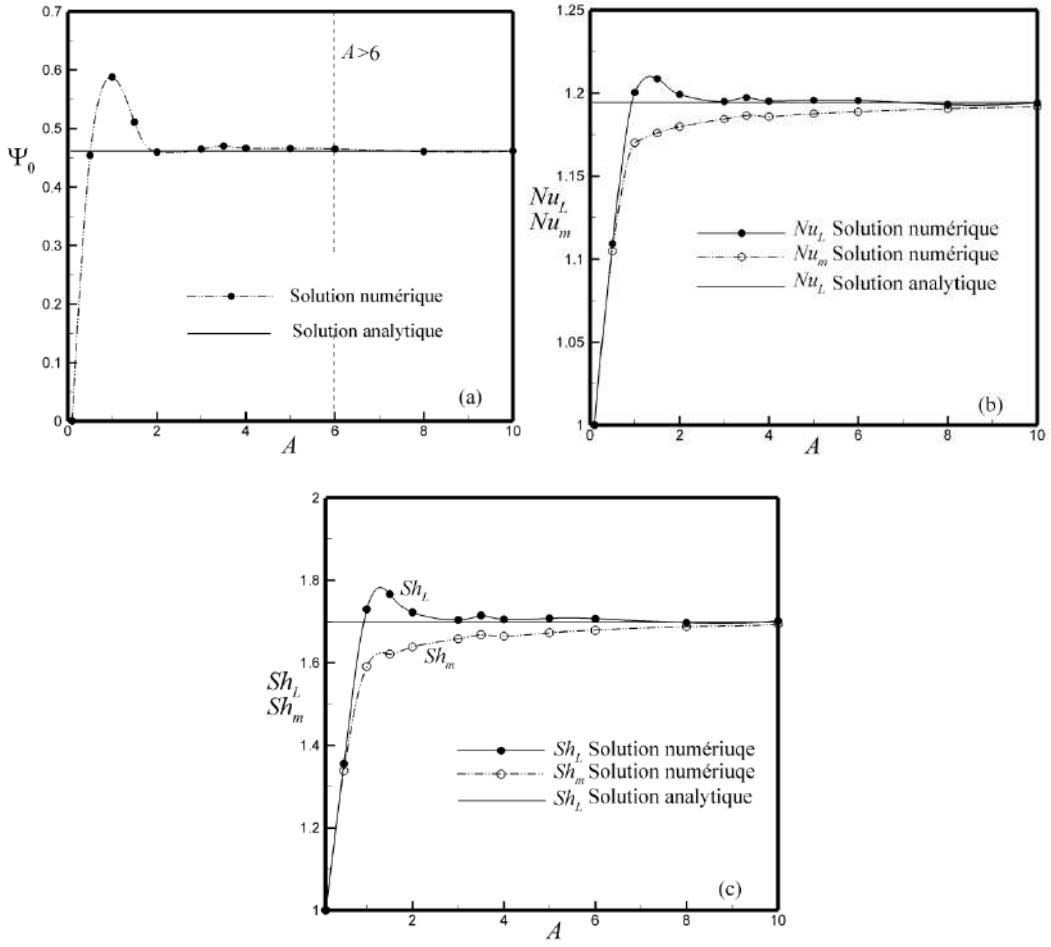
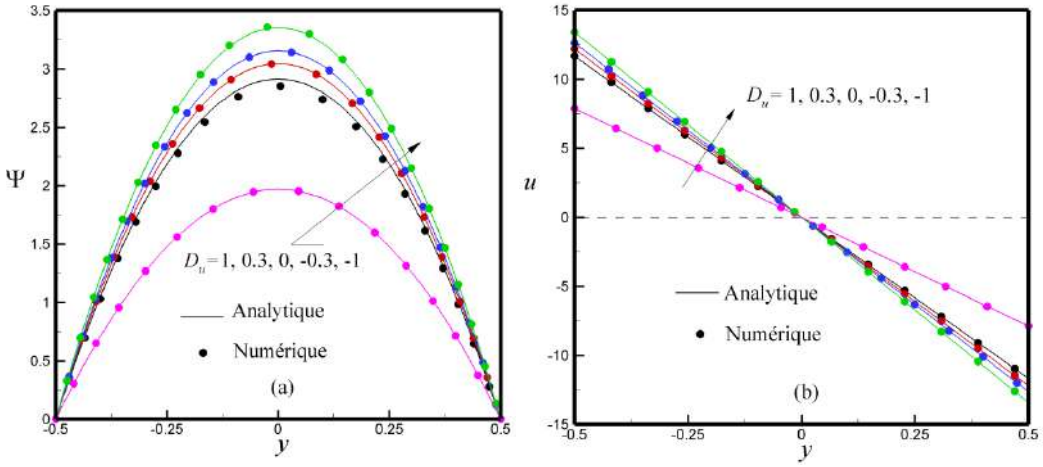


Figure 5.1 :L'influence du rapport de forme de la cavité sur (a) l'intensité de l'écoulement au centre de la cavité, Ψ_0, (b) transferts de chaleur, (Nu, Nu_m) et (c) transferts de masse (Sh, Sh_m) pour R_T =500, $N=-0.5$, $D_u=S_r$ =-0.3, Le =2 ; Ha =5 et $\varepsilon=1$.

5.4. Effet de Dufour

D'autres comparaisons entre la solution analytique et numérique pour les profils de la fonction de courant, ψ_0, de la vitesse, u, de la température, T, et de la concentration, S, au milieu de la larguer de la couche poreuse (x=0) sont présentées dans la figure (5.2) pour R_T =500, $N=-0.5, S_r=0$, Le=2 et différentes valeurs de Dufour, D_u. Un excellent accord est observé entre la solution parallèle, représentée par des traits pleins, et les résultats numériques représentés par des cercles pleins. La figure (5.2.a) montre que lorsque le nombre de Dufour diminuait, la fonction de courant augmentait. Le même comportement a été confirmé par le profil de la composante de vitesse, comme illustré à la figure (5.2.b). Puisque le milieu poreux est modélisé selon la loi Darcy, il est observé à partir des Figure (5.2.a) que la vitesse est maximale sur les parois c'est-à-dire $y=0$ où le cisaillement est annulé car les forces de flottabilité sont égales et opposées. De plus, ceci résulte du fait que, selon ce modèle le fluide est autorisé à glisser sur les frontières de la cavité. Lors de la diminution de la valeur du paramètre de Dufour D_u, on voit que la vitesse au voisinage des parois est considérablement réduit, indépendamment de la valeur de D_u.L'effet du nombre de Dufour sur le profil de température à travers la couche poreuse est illustré à la figure (5.2.c). Une diminution de, D_u, réduit l'intensité de la convection résultante et cause une augmentation de la température sur les parois de telle sorte que le même flux de chaleur peut être maintenu dans le système. Concernant le profil de concentration, on peut voir dans la Figure (5.2.d) que, dans le cas de convection induite par double diffusion, similaire aux profils de température, la concentration près des parois solides est promue avec une augmentation du paramètre de Dufour. Cependant, pour la convection induite par l'effet de Soret, les résultats sont très différents comme on peut le voir dans la Figure (5.2. c).



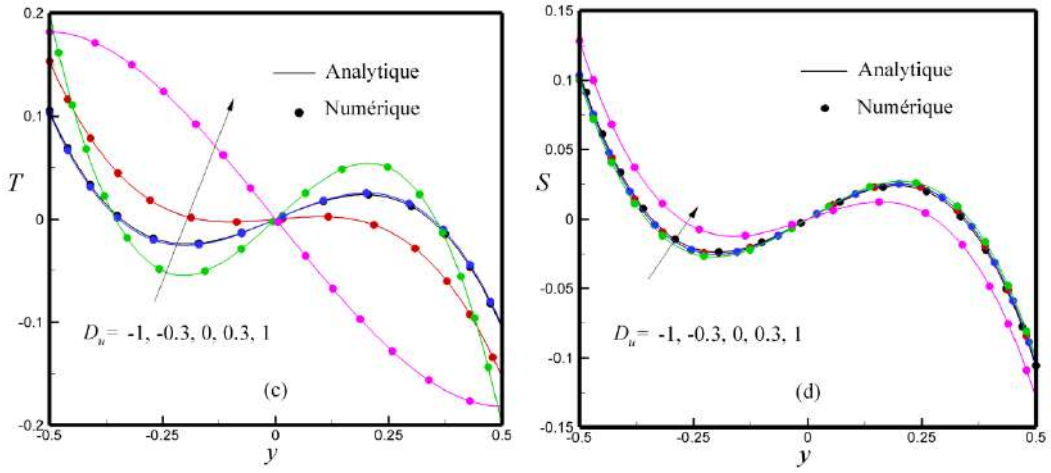


Figure 5.2 : Comparaison des solutions numériques et analytiques : (a) fonction de courant,T , (b) vitesse,u , (c) température, T , et (d) concentration, S , pour R_T =500 , $N = -0.5$, $S_r = 0$, Le=2 et différentes valeurs de Dufour, D_u .

Les résultats numériques en termes de lignes de courant, isothermes et isoconcentrates sont présentés dans la figure 5.3, de haut en bas, respectivement, pour $R_T = 500$, Le=2, $N = -0.5$,S_r=0, D_u=-1et A=10. À partir de ces résultats, il est clair que pour une cavité peu profonde (A>8) l'écoulement dans la région du cœur de l'enceinte est sensiblement parallèle alors que la température et la concentration sont stratifiées de façon linéaire dans la direction horizontale (voir figure 5.3.a).La figure (5.3.b) montre que l'écoulement résultant consiste en une cellule convective. Cependant, au fur et à mesure que l'on augmente le rapport de forme A, les figures indiquent que l'écoulement devient progressivement parallèle dans le Cœur de la cavité. Il en résulte que la fonction de courant et les transferts de température et de concentration, convergent asymptotiquement vers la solution prédite par la théorie de l'écoulement parallèle pour lequel la solution est indépendante du rapport de forme de la cavité.

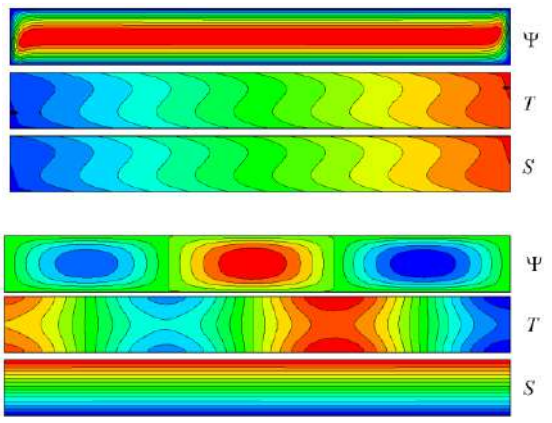


Figure5.3 : Lignes de courant (haut),isothermes (milieu) et isoconcentrations (bas) pour R_T =500, $N=-0.5$, Le=2, (a) $D_u=-1$, (b) $D_u=1$(b).

5.5. Effet de soret

La Figure (5.4) montrent l'effet du paramètre soret et une comparaison entre les calculs numériques et les solutions d'écoulement parallèle pour la fonction de courant, la composante de vitesse, la température et la concentration, profils respectivement à mi-largeur pour R_T =500, $N=-0.5$, $D_u=0$, Le=2 et différentes valeurs de Soret, S_r .La figure (5.4.a) montre que lorsque le nombre de Soret augmentait, la fonction de courant augmentait. Le même comportement a été confirmé par les profils de la composante de vitesse, comme illustré à la figure (5.4.b). L'effet du nombre de Soret sur le profil de température à travers la couche poreuse est illustré à la figure (5.3.c), le nombre de Soret augmentait le profile de la température augmentait mais a très faible variation par contre dans le profile de la concentration illustré dans la figure (5.3.d).

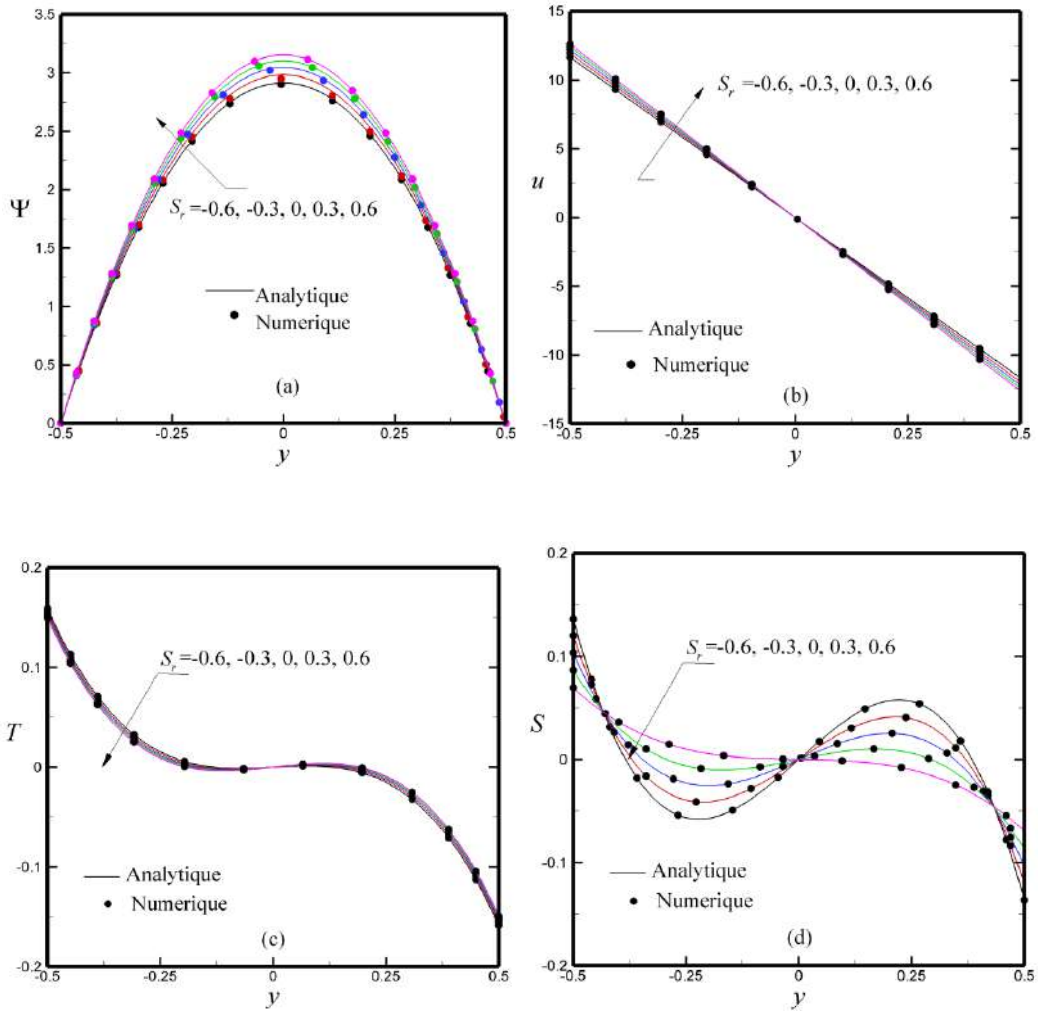


Figure 5.4 : Comparaison des solutions numériques et analytiques : (a) fonction de courant, (b) vitesse, (c) température et (d) concentration pour R_T =500, $N = -0.5$, $D_u = 0$, Le=2 et différentes valeurs de Soret, S_r .

Les résultats numériques en termes de lignes de courant, isothermes et isoconcentrates sont présentés dans la figure (5.5), de haut en bas, respectivement, pour $R_T = 500$, Le=2, $N = -0.5$,Sr=-0.6, Du =0et A=10. À partir de ces résultats, il est clair que pour une cavité peu profonde (A>8) l'écoulement dans la région du coin de l'enceinte est sensiblement parallèle alors que la température et la concentration sont presque identique de façon verticale (voir figure 5.5.a). La figure (5.5.b). Illustre clairement les caractéristiques et la validité de l'écoulement parallèle pour ce type de cavité. On observe donc que les simulations numériques sont effectuées en utilisant la convection monocellulaire, ainsi que la température et la concentration sont assimilé.

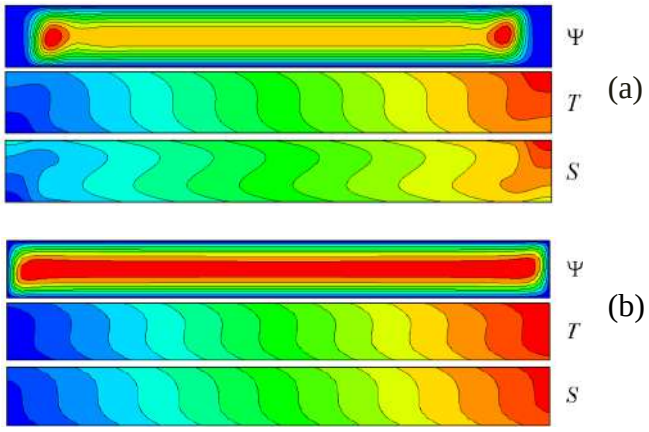


Figure5.5: Lignes de courant (Ψ),isothermes (T) et isoconcentrations (S) pour R_T =500, $N = -0.5$, Le=2, $S_r = -0.6$ (a), $S_r = 0.6$ (b).

5.6. Effet de Hartmann

La Figure.5.6montre une comparaison entre les calculs numériques et les solutions d'écoulement parallèle pour la fonction de courant, la composante de vitesse, la température et la concentration, profils respectivement à mi-largeur pour R_T =500, $N = -0.5$, $D_u = S_r$ =-0.3, Le=2 et différentes valeurs de Hartmann, Ha .La figure (5.6.a) montre que lorsque le nombre de Hartmann diminuait, la fonction de courant augmentait. Le même comportement a été confirmé par les profils de la composante de vitesse, comme illustré à la figure (5.6.b). L'effet du nombre de Hartmann sur le profil de température à travers la couche poreuse est illustré à la figure (5.6.c). Comme on pouvait s'y attendre, la différence de température entre les parois horizontales diminue avec la diminution, entraînant une augmentation significative du taux de

transfert de chaleur par convection. L'effet du champ magnétique sur le profil de concentration est décrit à la figure (5.6.d), ce qui semble similaire à l'effet du paramètre de champ magnétique sur le profil de température. La concentration près des murs solides est favorisée avec une diminution du paramètre Hartmann.

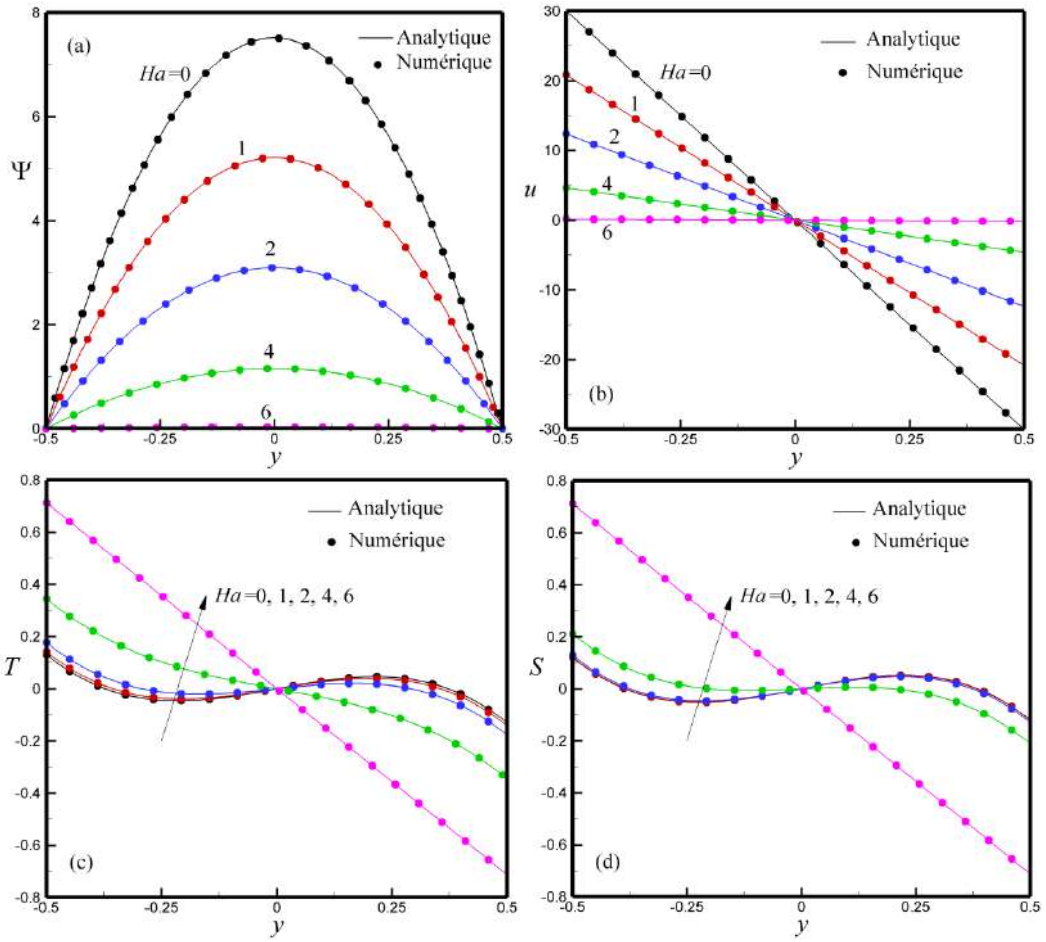


Figure 5.6 : Comparaison des solutions numériques et analytique : (a) fonction de courant, (b) vitesse, (c) température, (d) concentration pour R_T =500, $N = -0.5$, $D_u = S_r$ =-0.3, Le=2 et différentes valeurs de Hartmann, Ha .

Les résultats numériques en termes de lignes de courant, isothermes et isoconcentrates sont présentés dans la figure 5.5, de haut en bas, respectivement, pour $R_T = 500$, Le=2, $N = -0.5$,S_r=0.6, D_u=0et A=10. À partir de ces résultats, il est clair que pour une cavité peu profonde (A>>1) l'écoulement dans la région du coin de l'enceinte est sensiblement parallèle alors que la température et la concentration sont presque identique de façon verticale (voir figure 5.7.a).La figure (5.7.b) montrant que les lignes de courant prendre la forme elliptique dans les cotés de la cavité, ainsi que les isothermes et bioconcentration sont identique.

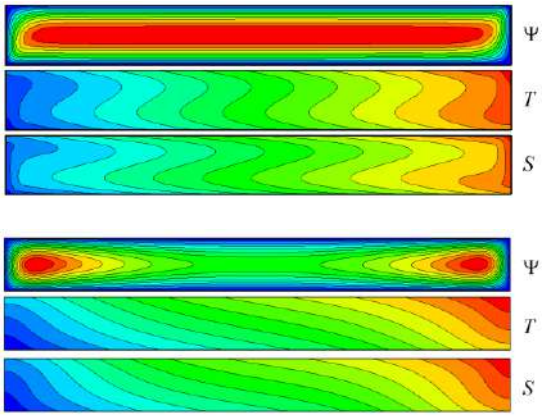


Figure5.7 : Lignes de courant (Ψ),isothermes (*T*) et isoconcentrations (*S*) pour R_T =500, , $N=-0.5$, *Le*=2,(a), (b) $Ha=5$.

5.7. Effet de R_T pour différent S_r et différent D_u

Les figures 5.8 et 5.9 montrent la dépendance de la fonction de l'écoulement au centre de la cavité Ψ_0, du nombre de Nusseltet du nombre de Sherwood Sh sur R_T, S_r et D_u pour *A*=10,*Ha*=1,*Le*=2, $N=-0.5$.Un bon accord est observé entre l'approximation d'écoulement parallèle présentée par des traits pleins et la solution numérique affichée par des symboles pleins. Les lignes continues correspondent aux solutions stables et les solutions instables sont représentées par des lignes en pointillés. Naturellement, il n'a pas été possible de confirmer numériquement l'existence de la solution instable inférieure prédite par le modèle analytique. On remarque que la transformation $\Psi \rightarrow -\Psi$ ne modifie pas les équations et les conditions aux limites. Pour cette raison, les résultats ne sont présentés que dans les premiers et quatrièmes quadrants, ceux des deuxièmes et troisièmes quadrants étant symétriques. Les résultats montrent que pour S_r =1 (D_u=-1), et R_T >530 (R_T >260), la force de convection devient assez grande, donnant finalement lieu à un écoulement oscillant. D'un point de vue physique, le passage à des écoulements oscillatoires ou turbulents est inévitable très loin de la criticité. Les résultats indiquent clairement que, pour une valeur donnée des paramètres de Soret et de Dufour, il existe un nombre de Rayleigh supercritique ou sous-critique, (R_{TC}^{sup} ou R_{TC}^{sous}), pour l'apparition de la convection unicellulaire. Dans le cas de S_r =1 (S_r =-1), les figures (5.8a) et (5.9a) montrent que le début de la convection se produit à $R_{TC}^{\sup}=16$($R_{TC}^{\sup}=8$), en dessous de ces valeurs critique, la solution était purement conductrice (Ψ_0=0, $N_u=Sh=0$), quelle que soit l'amplitude de la perturbation. Dans le cas de S_r <0.6 (D_u>-0.3). Les figures (5.8a) et (5.9a) montrent que, pour la diminution des paramètres de Soret

(Dufour), la convection est inférieure au seuil de convection stationnaire, $R_{TC}^{\sup}$ ce qui démontre l'existence d'une convection sous-critique pour l'apparition d'une convection d'amplitude finie unicellulaire ($\Psi_0 \neq 0$), c'est-à-dire déclenchée à un nombre de Rayleigh, R_{TC}^{sous} en fonction des paramètres de S_r et D_u. Dans le cas où $S_r = D_u = 0$, la courbe de bifurcation, prédite par la théorie des écoulements parallèles, indique le début du mouvement à un nombre de Rayleigh sous-critique auquel $R_{TC}^{sous}=72$: $\Psi_0=0.976$, $Nu_L = 1.390$ et $Sh_L=2.266$. La force de la convection augmente de façon monotone avec le nombre de Rayleigh et devient plus forte lorsque les nombres de Soret et Dufour prennent des valeurs négatives, tandis que leurs valeurs positives ont un effet inverse. Cependant, il ressort clairement que des grandes valeurs de R_T les taux de transfert de chaleur et de masse (Nu_L et Sh_L) tendent asymptotiquement vers une valeur constante, $N_u = Sh \rightarrow 6.0$, et ceci indépendamment sur les paramètres de Soret et Dufour.

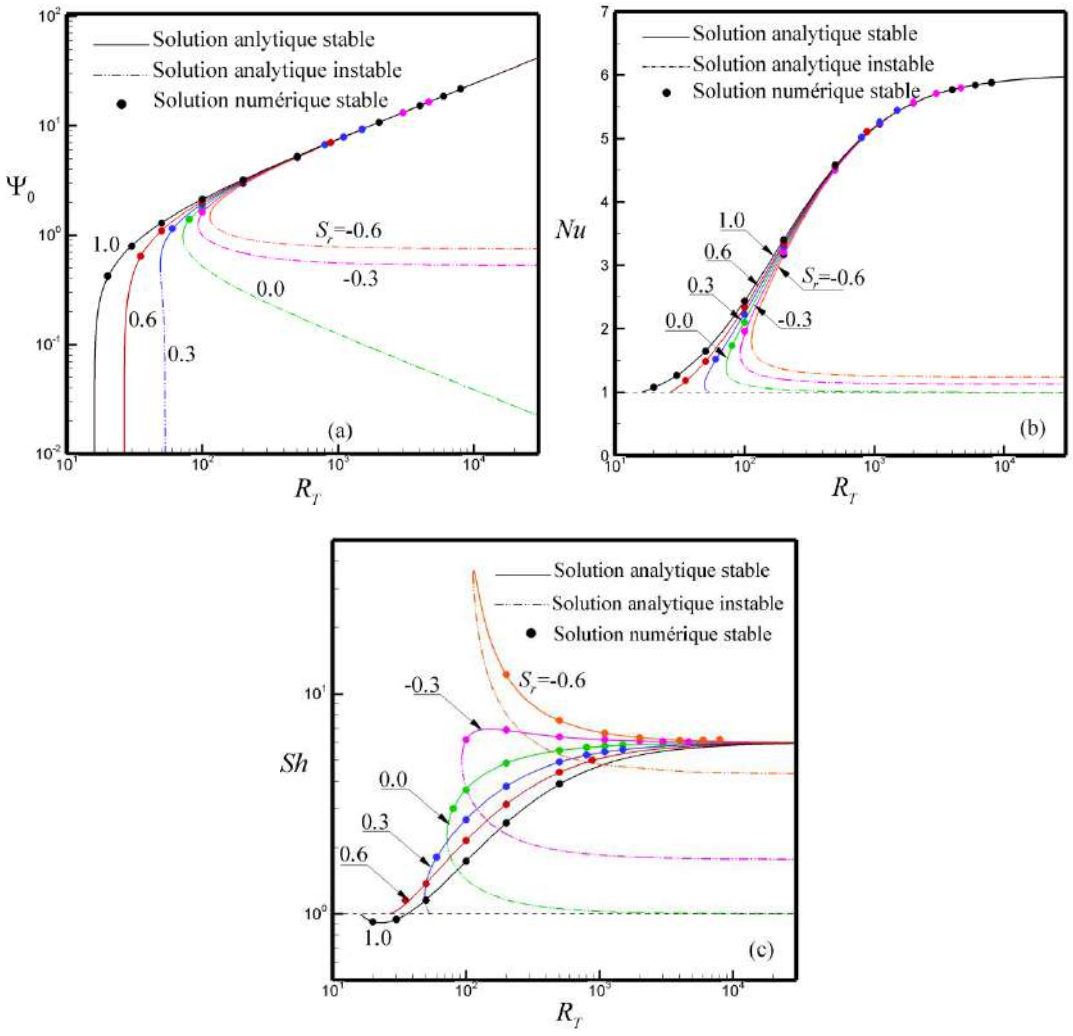


Figure 5.8: (a) Effets de Soret, S_r , et de Rayleigh, R_T ,sur l'intensité de courant au centre de la cavité, ψ_0, (b) Nombre de Nusselt, Nu , et (c) Nombre de Sherwood, Sh , pour R_T =500, $N=-0.5, D_u=0$, Le=2 , Ha =5.

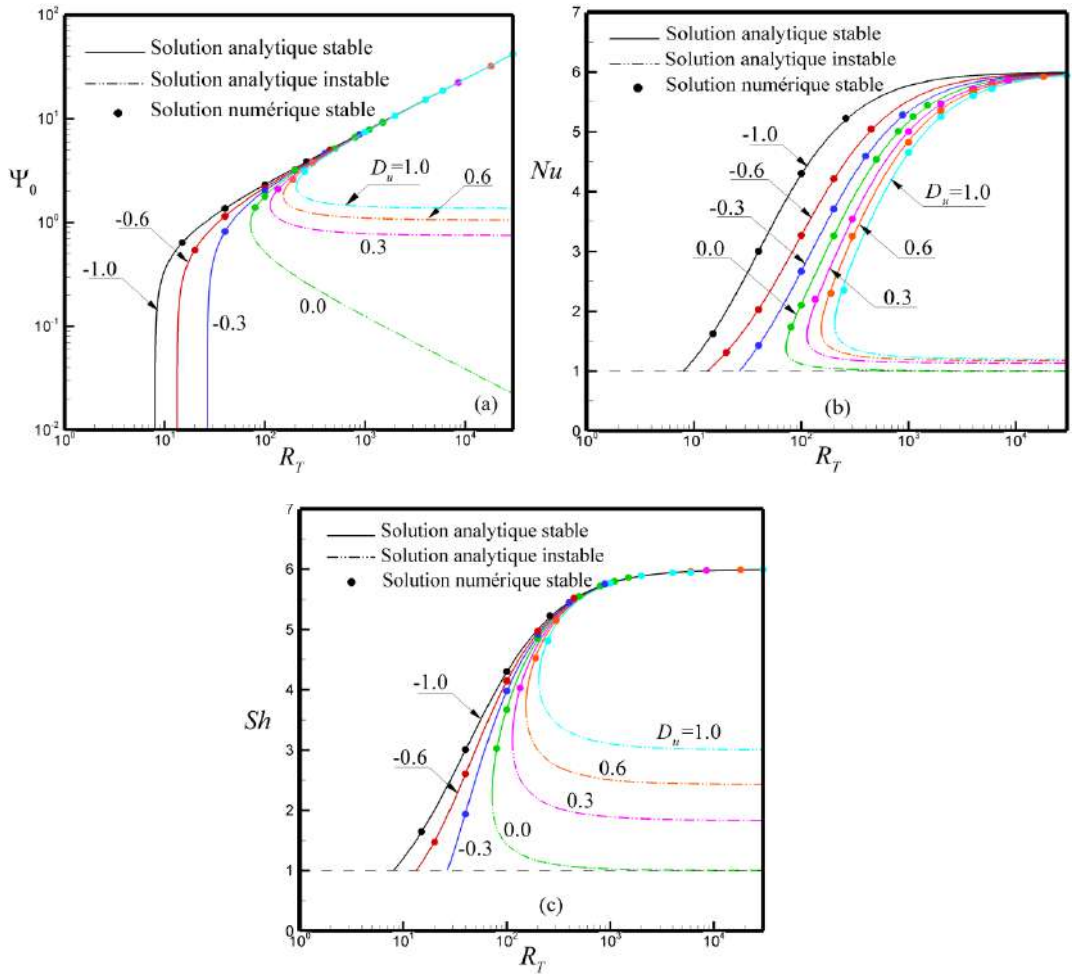


Figure 5.9: (a) Effets Dufour, D_u , et de Rayleigh, R_T , sur l'intensité de courant au centre de la cavité, ψ_0, (b) Nombre de Nusselt, Nu_L , et (c) Nombre de Sherwood, Sh_L , pour R_T =500, $N=-0.5, S_r=0$, Le=2 , Ha =5.

Tableau 5.2: Effet de Soret sur les nombres de Rayleigh critiques R_{TC}^{sup} et R_{TC}^{sous} pour R_T =500, $N=-0.5$, $S_r=0$, Le=2 , Ha =5.

S_r	-0.6	-0.3	0	0.3	0.6	1
R_{TC}^{Sup}	…	…	…	…	26.60	16.00
R_{TC}^{sous}	113.34	93.61	71.61	48.65	…	…

Tableau 5.3: Effet de Dufour sur les nombres de Rayleigh critiques R_{TC}^{sup} et R_{TC}^{sous} pour R_T =500, $N=-0.5$, $D_u=0$, Le=2 , Ha=5.

D_u	1	0.6	0.3	0	-0.3	-0.6	-1
R_{TC}^{Sup}	…	…	…	…	26.40	13.42	7.83
R_{TC}^{Sous}	203.96	149.98	111.99	70.61	...	...	...

5.8. Effet de Ha pour différent S_r et différent D_u

Une vue plus complète des effets de Ha, S_r et D_u sur Ψ_0, Nu et Sh est présentée dans les Figures (5.10) et (5.11) pour $R_T=500$, $N=-0.5$, $Le=2$ et $\varepsilon=1$.Un excellent accord est observé entre l'analyse de l'écoulement parallèle, illustré par des traits pleins, et les résultats numériques représentés par des cercles pleins. Dans le cas de $Ha=0$ et $D_u=S_r=0$ les courbes résultante sont les mêmes que ceux obtenus par Bourich *et al*. **[42]** qui ont étudié la convection naturelle dans une cavité poreuse peu profonde avec un champ magnétique modélisé selon le modèle de Brinkman-Darcy. Les graphiques illustrent clairement le fait que le nombre de Hartmann, Ha , a un effet dominant sur la force de convection, Ψ_0 et sur les taux de transfert (transfert de chaleur Nu et transfert de masse Sh). En général, on observe que, pour un nombre de Soret (Dufour) donné, une augmentation du nombre de Hartmann réduit considérablement la force du mouvement de convection dans la couche. En conséquence, comme on peut l'observer à partir des Figures.(5.10.b et c) et (5.11.b et c), les taux de transfert de chaleur et de masse sont considérablement inhibées par l'augmentation du nombre de Hartmann. Les figures montrent également clairement l'effet de Soret (Dufour) sur l'existence de convections supercritiques et sous-critiques, sont les mêmes que ceux discutés ci-dessus, dans les Figures. (5.8) et (5.9). Les figures (5.10.a) et (5.11.a), dans le cas en absence des effets de Soret et Dufour ($S_r=D_u=0$), le diagramme résultant indique l'existence d'une bifurcation sous-critique de type fourche. La branche stable supérieure (ligne continue) est connectée à la branche inférieure instable (ligne pointillée) au point de retournement (nœud de selle) se produisant à $Ha=Ha_c^{Sous}=3.60$. Le cas de la convection supercritique est donné aux Figures. (5.10a) et (5.11a), comme illustré par les résultats obtenus pour $S=1.0$ ($D_u=-1$) lesquels ($Ha=Ha_c^{\sup}=11.13$), au-dessus de ces valeurs ($Ha\geq Ha_c^{\sup}$), l'état de repos est finalement atteint, pour lesquels les taux de transfert de chaleur et de masse sont déterminés par conduction, $\Psi_0\to 0, Nu(Sh)\to 1$. Le graphique indique que dans l'intervalle

$-1 \le S_r \le 0.46$ $(-0.24 \le D_u \le 1)$, le nombre de Hartmann sous-critique est inférieur au nombre de Hartmann supercritique $Ha_c^{sub} \le Ha_c^{sup}$, de telle sorte que le début du mouvement est sous-critique, comme illustré dans la Figure (5.10) pour $S_r = -0.3$ et dans la Figure (5.11) pour $D_u = 0.3$. À $S_r = 0.46$ $(D_u = -0.24)$, on trouve que $Ha_c^{sub} = Ha_c^{sup} = 5.297$ $(Ha_c^{sub} = Ha_c^{sup} = 5.385)$. En continuant à augmenter la valeur des paramètres de Soret et Dufour, on observe que, dans l'intervalle $0.46 \le S_r \le 1$, le nombre critique de Hartmann existant est supercritique, comme illustré dans la Fig. (5.10.a) pour $S_r = 0.6$ et dans la Figure (5.11.a) pour $D_u = -0.3$.

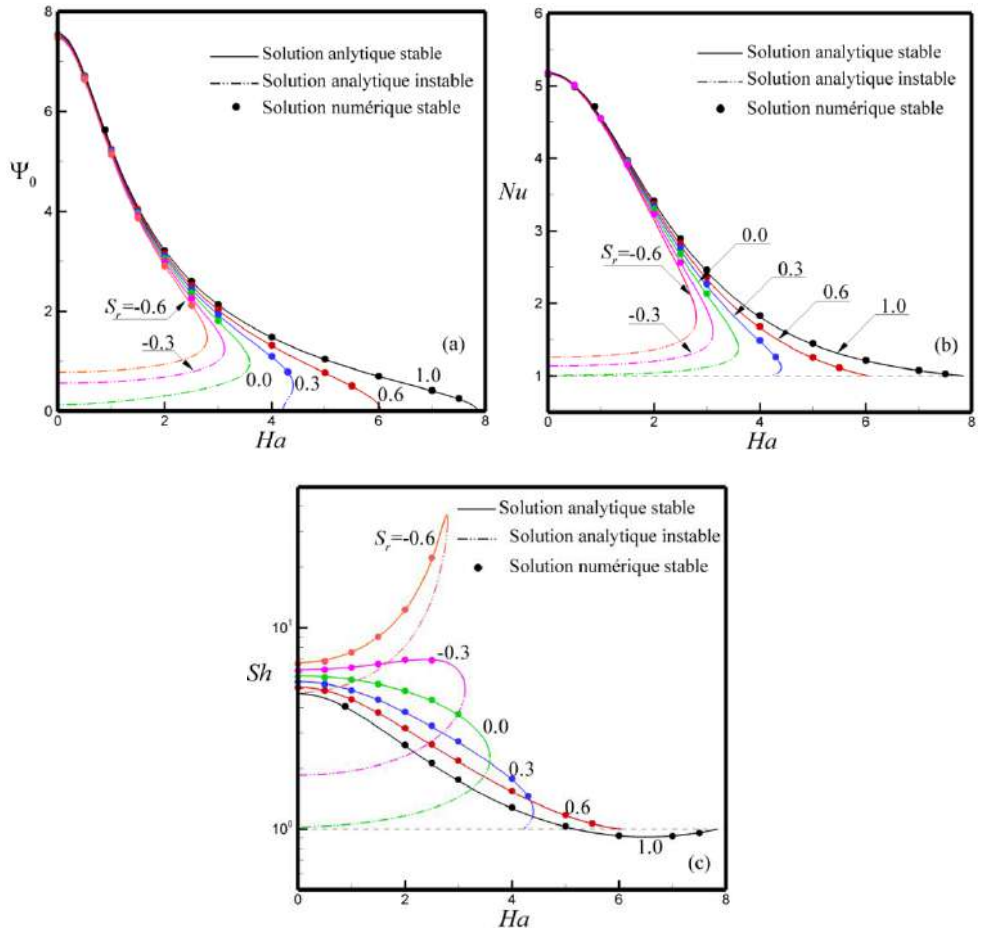


Figure 5.10: Effet de Soret S_r et du nombre de Hartmann Ha sur : (a) l'intensité de l'écoulement, ψ_0, (b) le nombre de Nusselt, Nu, et (c) le nombre de Sherwood, Sh, pour R_T =500, $N = -0.5$, $D_u = 0$, Le=2, $\varepsilon = 1$.

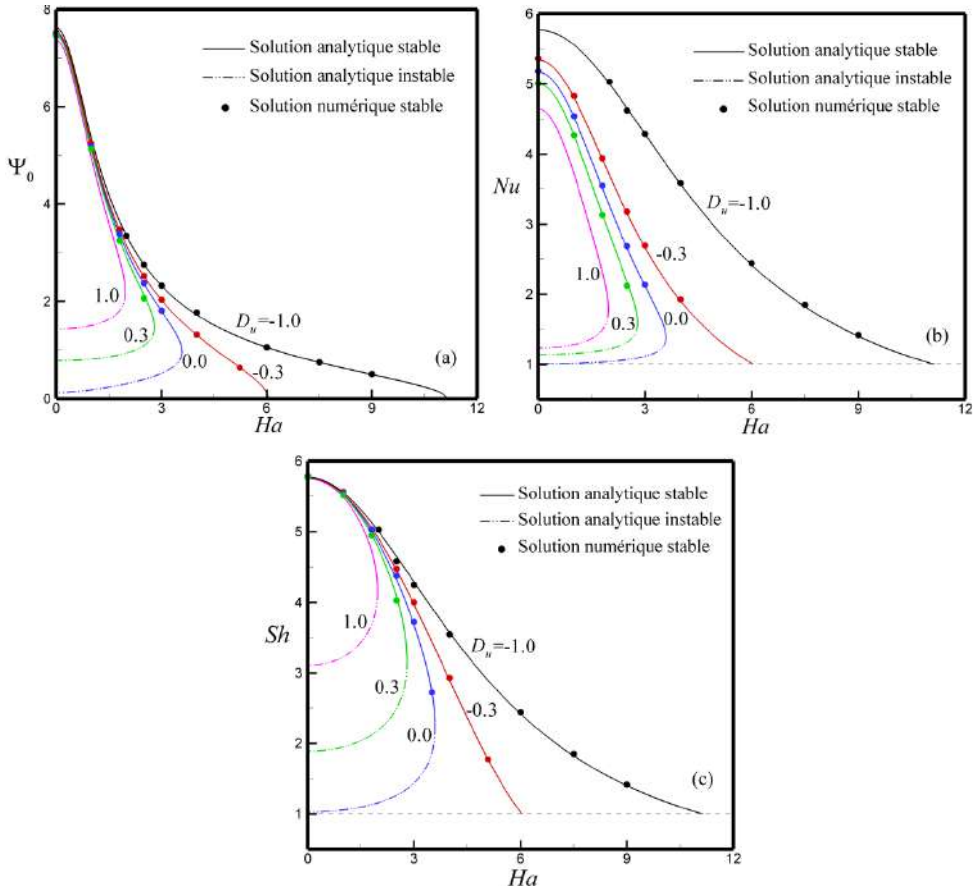


Figure 5.11: Effet de Dufour D_u et du nombre de Hartmann *Ha* sur : (a) l'intensité de l'écoulement, ψ_0 , (b) le nombre de Nusselt, Nu , et (c) le nombre de Sherwood, Sh , pour R_T =500, $N=-0.5, S_r=0$, Le=2 ; $\varepsilon=1$.

L'influence des paramètres de Soret et Dufour sur les seuils de la convection sous-critique et supercritique est illustrée sur les Figures.(5.12a) et (5.12b) pour diverses valeurs des nombres de Soret et Dufour. Le nombre Rayleigh sous-critique a été évalué à partir du modèle analytique non linéaire équation. (3.23), en recherchant numériquement quelle valeur de l'inverse de la dérivée de par rapport à est égale à zéro. Les résultats, représentés par des lignes pleines dans les graphiques, correspondent aux seuils d'un régime convectif unicellulaire sous-critique d'amplitude finie ($\psi_0 \neq 0$).Les lignes en pointillés représentent l'apparition de la convection supercritique, équation (3.25). Il est observé à partir des Figures. (5.12a) et (5.12b), En augmentant la valeur du nombre de Hartmann, *Ha*, il est clair que les seuils sont augmentent avec l'augmentation de champ magnétique. Une vue plus complète sur les Figures,(5.12.a) et (5.12.b), pour une valeur donnée du nombre de Hartmann, et en continuant à diminuer les nombres de Soret $(-1 \le S_r \le 0.4)$ et Dufour $(-0.2 \le D_u \le 1)$, on observe que le nombre de Rayleigh sous-critique tend asymptotiquement vers une valeur de

nombre de Rayleigh supercritique a $(S_r \le 0.4), (D_u \ge -0.2)$ pour ces limites on constate que $(R_{TC}^{Sous} = R_{TC}^{Sup})$ et est indépendant du nombre de Hartmann. Le graphique indique également l'existence d'une bifurcation supercritique s'étendant dans la gamme $(0.4 \le S_r \le 1)$ $(-1 \le D_u \le -0.2)$. D'autre part, en diminuant les paramètres de Soret et Dufour inférieur a $S_r = 1$ et D_u = -1, le seuil du nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup} , augmente fortement vers $R_{TC}^{sup} \to \infty$.

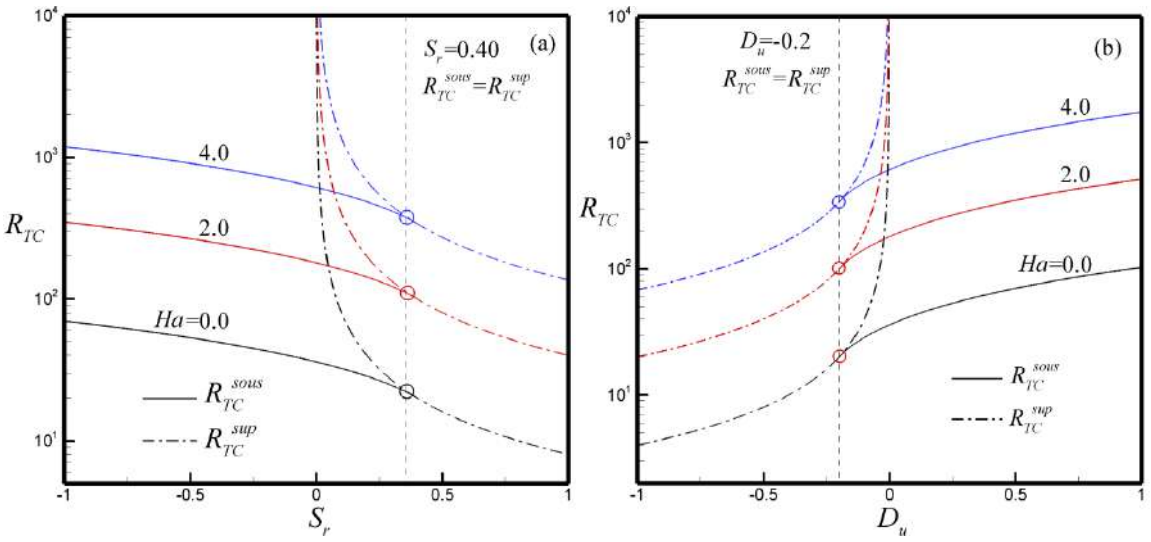


Figure 5.12: Les nombre de Rayleigh sous-critique et supercritique en fonctions de Soret et Dufour pour versus *Ha* : (a) $D_u = 0$ et (b) $S_r = 0$.

La figure (5.13) montre l'influence du nombre de Hartmann sur les seuils de la bifurcation R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{sup} pour $D_u = S_r = 0.1, Le = 2$, φ = -0.5 et $\varepsilon = 0.28$. Comme prédit, la figure montre que l'apparition de la bifurcation R_{TC}^{sous} diminuent fortement lors de la diminution de la valeur du nombre de Hartmann. Une tendance similaire est observée pour l'évolution du nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup}, avec le nombre de Hartmann. Dans les deux cas, pour des valeurs suffisamment faibles de *Ha* les limites de Darcy représentées par des lignes en pointillées sont atteintes asymptotiquement.

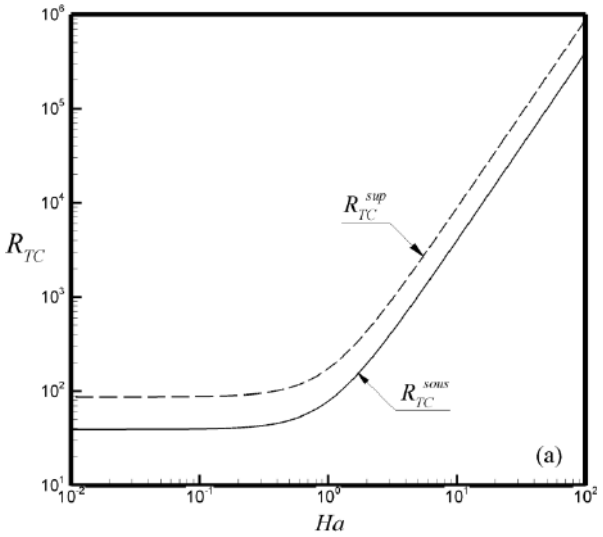


Figure 5.13:L'évolution des nombres de Rayleigh sous-critique et supercritique en fonction de Hartmann, *Ha*, pour $D_u = S_r = 0.1$, $Le = 2$, $N = -0.5$ et $\varepsilon = 0.28$.

5.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié analytiquement et numériquement l'effet des paramètres de Soret, Dufour and Hartmann sur l'intensité de l'écoulement et les taux de transfert de chaleur et de masse. L'application de la convection sous-critique et supercritique est étudiée analytiquement et numériquement en fonction de ces effets.

Conclusion et Perspectives

Dans le présent travail, une étude analytique et numérique des effets combinée de Soret et Defour en présence d'un flux magnétique sur convection thermosolutale bidimensionnelle dans une cavité poreuse rectangulaire saturée par un fluide binaire a été présentée. Les parois horizontales de la cavité sont soumis a des flux de chaleur ($\boldsymbol{q}$) et de masse ($\boldsymbol{J}$) tandis que les parois verticales sont considérés comme adiabatique et imperméable. Le modèle de Darcy et l'approximation de Boussinesq pour établir le modèle mathématique décrivant le phénomène de la convection thermosolutale au sein du milieu poreux a été adopté dans cette étude.

Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement par un code de calcul basé sur la méthode des différences finis. De plus, une solution analytique, basée sur l'approximation d'un écoulement parallèle, a été obtenue pour le cas limite d'une cavité allongée. l'influence des paramètres adimensionnelles ; le nombre de Rayleigh R_T, le rapport des forces de volume, N, le nombre de Lewis, Le, le nombre de Soret, S_r et le nombre de Dufour, D_u ainsi le nombre de Hartmann Ha sur l'évolution de la structure de l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de masse dans le système. Les Résultats sont présentés et analysés en termes des isothermes, isoconcentrations, fonction de courant, les différents profiles de température, concentrations et nombres moyens de Nusselt et Sherwood. Les résultats de comparaison sont excellents entre l'approximation d'un écoulement parallèle et les résultats numérique.

Ce travail a permis d'apporter un certain nombre de résultats correspondant à une gamme de paramètres très variée. Ces résultats aideront sans doute à mieux comprendre les phénomènes des écoulements dus à la convection double diffusive dans les milieux poreux dans une cavité poreuse.

En perspective nous analyserons des cas avec d'autres conditions aux limites et nous traiterons des problèmes de convection double diffusion avec d'autres types de fluide en 3D.

[1] EL HAROUI M, «Modélisation et analyse de la convection thermosolutale dans un milieu poreux sature de fluide binaire », thèse, Université Sidi Mohamed Ben Abdallah, (2017).

[2] Nield D.A, Bejan.A, «Convection in Porous Media» (2006) 3rd Edition.

[3] K. Vafai, «Hand book of porous media, Taylor and Francis, New York» 2nd Edition, (2005).

[4] K. Vafai, E.R.G. Eckert, R.M. Drake, « Analysis of heat and mass transfer, McGraw-Hill, New York» (1972).

[5] J.K. Platten, J.C. Legros, «Convection in liquids. Springer, New York» (1984).

[6] A. Mojtabi, M.C. Charrier-Mojtabi, Double-diffusive convection in porous media, Handbook of Porous media, Taylor and Francis, New York, 2nd Edition, (2005) .

[7] R. Rosanne, M. Paszkuta, E. Tevissen, P.M. Adler, «Thermodiffusion in a compact clay Colloid Interface Sci», 267 194–203 (2003).

[8] L.B. Benano-Melly, J.P Caltagirone, B. Faissat, F. Montel, P. « Costeseque, Modeling Soret coefficient measurement experiments in porous media considering thermal and solutal convection. Int. J. Heat Mass Transfer»,44 1285–1297 (2001).

[9] R. Bennacer, A. Mahidjiba, P. Vasseur, H. Beji, R. Duval, « The Soret effect on convection in a,horizontal porous domain under cross temperature and concentration gradients. Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow» ,13 199–215(2003).

[10] F. Joly, P. Vasseur, G. Labrosse, « Soret instability in a vertical Brinkman porous enclosure. Numer. Heat Transfer, Part A, 39 339–359 (2001).

[11] A. Bahloul, N. Boutana, P. Vasseur, « Double-diffusive and Soret induced convection in a shallow horizontal porous layer. J. Fluid Mech. », 491 325–352 (2003).

[12] J.A. Weaver R. Viskanta, «Natural convection due to horizontal temperature and concentration gradients-2. Species interdiffusion, Soret and Dufour effects. Int. J. Heat Mass Transfer». 34, 12 3121-3133. (1991)

[13] Ramadane Y, «Simulation numérique du transfert de chaleur et de masse en milieux fluide et poreux», thèse doctorat, Université Houari Boumediene, (2002).

[14] A.E Scheidegger,the physics of trough porous Media,University of toronto, (1960).

[15] I.F Maconald,M ,S El-Sayed,K.Mow and F.A.L. Dullien,Flow through porous Media-the Ergun Equation Revisited. Ind.Eng.Chem.Fundamentals, 6,393, (1979).

[16] Koul K ,Salama M, « Etude analytique et numérique de la convection double diffusive dans une cavité poreuse horizontal » **;**Mémoire master ,Univesité de Yahia Fares Médéa ,(2017).

[17] SAHIRI S, TIGHRINI F, «Etude numérique des transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux », Mémoire master, Université de YAHIA FARES Médéa, (2018).

[18] TANI K, AHMED SERIR C, « Etude numérique des effet de SORET et DUFOUR sur la convection double diffusive dans une cavité poreuse inclinée », Mémoire master, Université de YAHIA FARES Médéa, (2018).

[19] Kaviany M «Principles of heat transfer in porous media springer»,(1995).

[20] Younsi R «Simulation numérique du transfert de chaleur et de masse en milieux fluides et poreux», thèse doctorat,Université Houari Boumedienne,(2002).

[21] Beck K «Etude des propriétés hydriques et des mécanismes d'altération de pierres calcaires à forte porosité », thèse doctorat,Université d'Orleans,(2006).

[22] Darcy H. P. C. Les fontaines publiques de la ville de Dijon (Victor Dalmont, Paris, (1856).

[23] Wooding R.A **,** Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium.*J. Fluid Mech, 273-285 (1957).*

[24] Vafai K , Tien L C, Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media Int.J.Heat Mass tranfer,195-203(1981).

[25] Lauriat.G et Prassad.V**,** Natural convection in vertical porous cavity: Numerical study for Brinkman – extended Darcy formulation. *ASME J. Heat Transfer, 688-696 (1987).*

[26] Lage J.L**,** Effect of the convective inertia term on Bénard convection in a porous medium.*Num. Heat Transfer, 469-485 (1992).*

[27] Saoul O, Simulation du transport de solutés réactifs en milieux poreux hétérogènes, Thèse doctorat, Université Mentouri, constantine.

[28] DeGroot S.R., and Mazur P., Non équilibrium thermodynamics, Amsterdam, North Holland Pub, (1969).

[29] J.Bear, Y.Bachmat, introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media, Springer, 553 (1990).

[30] https://www.google.dz/ convection+naturelle&oq=convection.

[31] https://www.energieplus-lesite.be/index.

[32] Aouf Z «Contribution à l'étude des phénomènes de la thermodiffusion (effet Soret) lors de la convection naturelle dans un milieu poreux», Mémoire master , Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen, (2013).

[33] Ben Ahmed H «Etude de la convection mixte d'origine thermosolutale sous l'influence de l'effet Soret dans un milieux poreux :analyse de stabilité linéaire et simulations 3D», these de doctorat ,Université de Tunis El Manar,(2008).

[34] Nield DA, Bejan A. « convection in porous media.Springer international publishing,cham»,(2017).

[35] Gray D Giorgini A, The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases, Int. J. Heat and Mass Transfer, 545-551 (1976).

[36] Alavyoon F., On natural Convection in Vertical Porous Enclosures due to Prescribed Fluxes of Heat and Mass at the Vertical Boundaries, Int. J. Heat Mass Transfer,36, 2479–2498(1993).

[37] Trevisan O., V. and Bejan A., Mass and Heat Transfer by Natural Convection In a Vertical Slot Filled with Porous Medium. Int. J. Heat Mass Transfer, 29, 403– 415(1986).

[38] M. Mamou, P. Vasseur, E. Bilgen and D. Gobin. Double-Diffisive Convection in an Inclined Slot Filled with Porous Medium. Eur. J. Mechanics, BFluids, 14, 629- 652 (1995).

[39] Kalla L. Convection thermosolutale au sein d'une cavité poreuse saturée par un fluide binaire. PHD Université de Montréal Canada,(2004).

[40] Dina S.R.R. Effet d'un champ magnétique sur la convection naturelle d'un fluide binaire en milieu poreux confiné. PHD Université de Montréal Canada,(2006).

[41] Bahloul A, Boutana N , Vasseur P. double-diffusive and Soret-induced convection in a shallow horizontal porous layer.J Fluid Mech,491 325-352 (2003)

[42] Bourich M., HasnaouiM, AmahmidA, Er-RakiM, LagraA, Mamou M.Soret par convection dans une cavité peu profonde et poreuse sous champ magnétique et soumis à des flux uniformes de chaleur et de masse.J de la mécanique des fluides appliquée, 741 -749 (2016).