République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Université Yahia Farès de Médéa

Faculté des Sciences et de Technologie

Mémoire présenté par :

Moulai Salah Eddine

Pour l'obtention du diplôme de magister
En

SPECIALITE : GENIE MECANIQUE
OPTION : ÉNERGETIQUE NUMERIQUE

CONTRIBUTION A L'ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION MIXTE EN REGIME LAMINAIRE AUTOUR D'UN BARREAU A SECTION CARREE

Devant le jury composé de :

Dr M.N. Bouaziz	**Maitre de Conférences, UYFM**	**Président**
Pr A. Abdellah El Hadj	**Professeur, UYFM**	**Examinateur**
Dr M. Announ	**Maitre de Conférences, UYFM**	**Examinateur**
Dr A. Korichi	**Maitre de Conférences, UYFM**	**Directeur de Mémoire**

2011

Remerciement

*Tout d'abord je remercie infiniment **ALLAH** le tout puissant de la bonne santé, la volonté et la patience qu'il m'a donné tout le long de mes études.*

Au terme de ce travail, j'exprime mes particuliers remerciements à Monsieur Korichi Abdelkader. Maitre de conférences à U.Y.F.M pour m'avoir guidé de mener à bien mes études, par sa confiance, son soutien, son esprit d'analyse, et ses encouragements.

Je tiens à adresser mes vifs remerciements au Docteur M.N. Bouaziz, maitre de conférences à U.Y.F.M pour avoir accepté de présider ce jury.

Je remercie également le Pr A. Abdellah El Hadj, professeur à U.Y.F.M, et le Dr M. Announ, maitre de conférences à U.Y.F.M pour avoir accepté de faire partie du jury en tant qu'examinateurs.

A ces remerciements, j'ajoute ceux de mes parents, mes frères, mes sœurs et ma grande famille pour tous ce qu'ils ont fait pour moi, leur compréhension, et leur soutien total.

Sans oublier mes amis, collègues et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à réaliser ce travail.

Dédicace

Il n'existe présent plus précieux que le savoir, c'est à ce titre que je dédie avec humilité cet humble mémoire qui représente l'aboutissement de plusieurs années de sacrifice, de patience et de labeur, à ceux qui m'ont permis de vivre ce jour :

À Mes Très Chers Parents,
À Tous Mes Frères et Sœurs.
À Tout Les Enseignants Que
J'ai Eu Au Fil Des Ans
À Tous Mes Amis Et Collègues.

ملخص

في هذه الدراسة يجري التحقيق في أثر دافعة أرخميدس على هيكلة التدفق وخصائص نقل الحرارة عبر قضيب مربع الشكل موضوع وسط قناة مشكلة من لوحتين عموديتين تظم تدفقا تصاعديا/تنازليا لتيار هوائي دائم وفق عدد رينولدز محصور بين (20 إلى 60) و عدد ريتشاردسن (0,5 إلى 10). حيث تم استخدام طريقة الأحجام المنتهية لتجزئة وحل المعادلات المعنية. تشير النتائج الرقمية إلى أن التدفق الصفحي الدائم يتأثر بشكل ملحوظ بالحمل الحراري المزدوج. لإعطاء دراسة مفصلة للتبادل الحراري على كل سطح من أسطح القضيب، إضافة إلى معدل التبادل الحراري العام، تمت معاينة تغيرات قيم نوسلت المحلية والمتوسطة عبر المساحة المحيطية للقضيب ، حيث أظهرت النتائج أن التبادل الحراري في حالات التدفق المتعارض قد أبدى انخفاضا بنسبة 6 إلى 20% مقارنة مع حالات الطفو المساعد. كما تبين أن معامل السحب يتناقص مع زيادة عدد رينولدز، في حين سجلت تغيرات طفيفة إثر زيادة عدد قراشف. تم عرض هذه النتائج لعدد برانت المقدر بـ 0,71.

الكلمات المفتاحية : حمل حراري مزدوج، تبادل حراري، قضيب مربع، طريقة الأحجام المنتهية.

Résumé

L'effet de la poussée d'Archimède sur la structure de l'écoulement et sur les caractéristiques de transfert de chaleur autour d'un barreau chauffé, placé transversalement dans un écoulement ascendant/descendant entre deux plaques parallèles verticales, est étudié numériquement pour $20 \leq Re \leq 60$ et $0,5 < Ri < 10$. La méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation et la résolution des équations régissantes dans les conditions aux limites appropriées. Les résultats indiquent que l'écoulement laminaire est significativement influencé par la convection mixte. L'évolution du nombre de Nusselt local et moyen est analysée pour donner une étude détaillée du transfert de chaleur autour du barreau, et il est constaté que le transfert de chaleur pour les cas de l'écoulement opposés montre une dégradation de 6 à 20% par rapport aux cas de l'écoulement assistée. Le coefficient de traînée se trouve diminué avec l'augmentation du nombre de Reynolds, alors qu'il a été trouvé moins sensible au nombre de Grashof. Les résultats sont présentés pour un nombre de Prandtl égal à 0,71.

Mots clé : Convection mixte, Transfert de chaleur, barreau carré, Méthode des volumes finis, OpenFOAM.

Abstract

The effect of buoyancy on the flow structure and heat transfer characteristics of an isolated square rod in upward/downward cross flow of a vertical parallels plates channel is investigated numerically for $20 \leq Re \leq 60$ and $0,5 < Ri < 10$. The finite volume method implemented on the collocated grid arrangement is used to solve the governing equations along with the appropriate boundary conditions. The results indicate that the steady laminar flow is significantly affected by mixed convection. The local and average Nusselt numbers are calculated to give a detailed study of heat transfer over each surface of the square rod and an overall heat transfer rate and it is found that heat transfer for opposed buoyancy cases shows a degradation of 6 to 20% compared to the aided buoyancy cases. The total drag coefficients is found to decrease with increasing Reynolds number, whereas it was found less sensitive to the Grashof number. Results are presented for a Prandtl number equal to 0,71.

Key words: Mixed convection, Heat transfer, Square rod, Finite-volume method, OpenFOAM.

Table des matières

Résumé iii

Table des matières v

Liste des tableaux vii

Liste des figures viii

Nomenclature x

Introduction générale 1

Chapitre I : Etude bibliographique 3

1.1 Introduction . . . 3
1.2 Structures de l'écoulement . . . 3
1.3 Travaux antérieurs . . . 5
1.4 Objectif et étendue du présent travail . . . 13

Chapitre II : Formulation mathématique 15

2.1 Introduction . . . 15
2.2 Modèle physique . . . 15
2.3 Equations bilans . . . 16
2.4 Conditions aux limites . . . 19
2.4.1 Hydrodynamiques . . . 19
2.4.2 Thermiques . . . 20
2.5 Présentation des résultats . . . 20
2.5.1 Nombre de Nusselt . . . 20
2.5.2 Facteur de friction . . . 21

Chapitre III : Méthode de résolution 22

3.1 Introduction . . . 22
3.2 Traitement numérique . . . 22
3.2.1 Discrétisation géométrique . . . 23
3.2.2 Forme conservative adimensionnelle des équations de conservation . . . 24
3.2.3 Schémas numériques . . . 26
3.2.3.1 Fonction A(|Pe|) pour différents schémas Numériques . . . 27
3.3 Simulation . . . 27
3.3.1 Présentation d'OpenFOAM . . . 27

3.3.2 Structure d'un répertoire contenant un cas a étudié dans OpenFOAM 28
3.3.3 Préparation des données (Pré-processing) 29
3.3.3.1 Génération du maillage 29
3.3.3.2 Conditions initiales et aux limites 30
3.3.3.3 Schémas de discrétisation et Paramètres du solveur 30
3.3.3.4 Algorithme utilisé 36
3.3.4 Traitement (Processing) 38
3.3.4.1 Prédicteur de vitesse 38
3.3.4.2 Prédicteur de Température 39
3.3.4.3 La boucle de correction 39
3.3.4.4 Tolérances de la solution 40
3.3.5 Analyse et visualisation des résultats (Post-processing) 40

Chapitre IV : Résultats et discussion **41**

4.1 Introduction 41
4.2 Indépendance du maillage 41
4.3 Validation 43
4.4 Présentation des résultats 44
4.4.1 Structure de l'écoulement 45
4.4.2 Champ thermique 46
4.4.3 Nombre de Nusselt 47
4.4.4 Etude paramétrique 48
4.4.5 Effet du sens de l'écoulement 57
4.4.6 Coefficient de trainée 62

Conclusion générale **64**

Références bibliographiques **66**

Annexes **69**

Liste des tableaux

Tableau 3.1 Expressions des variables ϕ, des coefficients des termes Diffusifs Γ_ϕ des termes source S_ϕ utilisés dans les équations de conservation 25

Tableau 3.2 Les expressions de la fonction $A(|Pe|)$ pour différents schémas numériques 27

Tableau 3.3 Mots-clés principaux utilisés dans *fvSchemes* 31

Tableau 3.4 Les schémas d'interpolation 33

Tableau 3.5 Schémas normaux extérieurs de gradient 34

Tableau 3.6 Schémas de discrétisation disponibles pour *gradSchemes* 34

Tableau 3.7 Comportement des schémas normal de surface utilisés dans *laplacianSchemes* 35

Tableau 3.8 Comportement des schémas d'interpolation utilisés dans *divSchemes* 36

Tableau 3.9 Solveurs destiné aux écoulements non-isothermes 37

Tableau 4.1 Paramètres utilisés pour l'écoulement aidé et opposé 45

Tableau 4.2 Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt moyen par face (écoulement assisté) 52

Tableau 4.3 Effet du nombre de Grashof sur le nombre de Nusselt moyen par face (écoulement assisté) 56

Liste des figures

Figure 1.1 Écoulement bidimensionnel autour d'un obstacle 4

Figure 2.1 Domaine physique étudié avec les conditions aux limites 16

Figure 3.1 Volume de contrôle typique 23

Figure 3.2 Ensemble de volumes de contrôle élémentaires sur un domaine bidimensionnel 23

Figure 3.3 Localisation des quantités vectorielles (U et V) 24

Figure 3.4 Structure du programme OpenFOAM 28

Figure 3.5 Structure d'un répertoire contenant un cas a étudié dans OpenFOAM 29

Figure 4.1 Maillage du domaine étudié 42

Figure 4.2 Comparaison des valeurs du nombre de Nusselt obtenu par notre code, et celles de Dhiman et al. (2006) 43

Figure 4.3 Lignes de courants pour Re = 45 et Ri = 1,58 pour l'écoulement assisté 46

Figure 4.4 Contours isothermes pour Re = 45 et Ri = 1,58 pour l'écoulement Assisté 47

Figure 4.5 Distribution du nombre de Nusselt local le long de la paroi du barreau Re = 45 et Ri = 1,588 48

Figure 4.6 Lignes de courants pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et pour Gr = $3{,}22 \cdot 10^3$ (écoulement assisté) 50

Figure 4.7 Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et Pour Gr = $3{,}22 \cdot 10^3$ (écoulement assisté) 51

Figure 4.8 Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt le long de la surface du barreau pour Gr = $3{,}22 \cdot 10^3$ (écoulement assisté) 52

Figure 4.9 Lignes de courants pour différentes valeurs du nombre de Grashof et pour Re = 45 (écoulement assisté) 54

Figure 4.10 Contours de température pour différentes valeurs du nombre de Grashof et pour Re = 45 (écoulement assisté) 55

Figure 4.11 Effet du nombre de Grashof sur le nombre de Nusselt le long de la surface du barreau pour Re = 45 (écoulement assisté) 56

Figure 4.12 Lignes de courants pour Re = 45 à différentes valeurs de Gr pour l'écoulement opposé 59

Figure 4.13 Isothermes pour Re = 45 à différentes valeurs de Gr pour l'écoulement opposé 60

Figure 4.14 Variation du nombre de Nusselt local pour différente valeurs de Gr pour l'écoulement opposé à Re = 45 61

Figure 4.15 Variation du Cd en fonction de Re 63
Figure 4.16 Variation du Cd en fonction de Gr 63

Annexes

A.1 Fichier comprenant l'équation pour la vitesse 69
A.2 Fichier comprenant l'équation pour la pression 70
A.3 Fichier comprenant l'équation pour la Température 72

B.1 Fichier *ControlDict* 73
B.2 Les entrées du fichier dictionnaire *blockMeshDict* 74
B.3 Fichiers *0/T* pour les conditions aux limites de la temperature 75
B.4 Exemple d'un dictionnaire *fvSchemes* est montré ci-dessous 76
B.5 Exemple d'entrées du dictionnaire *fvSolution pour le contrôle* des tolérances et les algorithmes d'équation 77
B.6 Exemple d'entrées du dictionnaire *transportProperties* 78

Nomenclature

Symbole	***Définition***
A	Surface de la face du barreau
a	Fonction utilisée dans les équations discrétisées
$A(\|Pe\|)$	Fonction d'un schéma numérique
b	Terme constant utilisé dans l'équation discrétisée
C_d	Coefficient de trainée
c_p	Capacité calorifique du fluide à pression constante
D	Largeur du cylindre carrés
F	Force exercé par le fluide
g	Accélération gravitationnelle
Gr	Nombre de Grashof $\left(=\frac{g\beta D^3\Delta T}{v^2}\right)$
H	Hauteur des parois du canal
h	Coefficient de convection
k	Conductivité thermique du fluide
L	Largeur du canal
Nu	Nombre de Nusselt (hD/k)
P	Pression
Pe	Nombre de Péclet ($=Re\cdot Pr$)
Pr	Nombre de Prandtl ($=\mu c_p/k$)
Re	Nombre de Reynolds $\left(=\frac{\rho UD}{\mu}\right)$
Ri	Nombre de Richardson $\left(=\frac{Gr}{Re^2}\right)$
S	Terme source
St	Nombre de Strouhal
T	Température
U	Vitesse de l'écoulement du fluide
u	Composante longitudinale de la vitesse
v	Composante transversale de la vitesse

x	Coordonnée horizontale
y	Coordonnée verticale

Symboles grecs

β	Coefficient d'expansion thermique
Γ	Terme diffusif
θ	Température adimensionnelle $\left(=\frac{T-T_\infty}{T_c-T_\infty}\right)$
ρ	Masse volumique
μ	Viscosité dynamique
ν	Viscosité cinématique
ϕ	Variable indépendante générale

Indices

c	Cylindre
cr	Critique
D	En aval (*downstream*)
P	Nœud P
p	paroi
U	En amont (*upstream*)
w, e, n, s	Interface du volume de contrôle entre P et W, E, N, S respectivement
W, E, N, S	Nœuds voisins du nœud P à l'ouest, est, nord, sud respectivement
∞	Fluide ambiant loin du barreau
0	à l'entrée du canal

Exposants

*	Référence adimensionnelle

INTRODUCTION GENERALE

Introduction

Les concepts de convection forcée, mixte ou naturelle sont sans doute clairs au départ, mais la distinction entre ces trois régimes ne reflètent pas exactement la réalité physique. La convection forcée et la convection naturelle ne sont que les cas limites de la convection mixte, l'instabilité thermique relative à la convection générée au voisinage des surfaces chauffées peut générer des écoulements secondaires conduits par la poussée d'Archimède avec une amélioration/dégradation du transfert de chaleur. Par conséquent, une convection mixte peut se produire dans les systèmes thermiques, tels que les dépôts chimique en phase vapeur (CVD) et les échangeurs de chaleur dans les cartes électroniques. Dans nombre de situations pratiques on se trouve en régime de convection mixte, même si on décide de l'ignorer.

Le fait que la convection mixte autour des cylindres à section circulaires et carrés est d'une grande importance dans différentes applications de technologie (échangeurs de chaleur, refroidissement des composants électroniques, systèmes de chauffage solaire, refroidissement des réacteurs nucléaires, des turbines des engins aérospatiaux)…etc. le besoin de comprendre le comportement de ces échanges thermiques a progressé vis-à-vis du développement technologique, car la nature de l'écoulement détermine la performance des dispositifs, en affectant la force, la vibration, ou les taux de transfert de chaleur. Des recherches visent à avoir une bonne connaissance de la réponse de ces équipements thermiques, ce qui permet d'éviter un certain nombre de problèmes, et d'amener à utiliser rationnellement de l'énergie, par réduire au minimum la taille des équipements tout en gardant la haute performance.

De point de vue technologique, l'écoulement autour des structures qui ont typiquement des sections transversales rectangulaires ou presque-rectangulaires sont plus apparentées aux écoulements autour des cylindres carrés que ceux autour des circulaires.

Ce travail rentre dans cette optique et vise à contribuer à la description des écoulements et à la compréhension et la quantification des transferts de chaleur mis en convection mixte autour d'un barreau à section carrée placé dans un canal vertical. L'analyse a été faite pour un écoulement en régime stationnaire en convection mixte

assistée (ou aidée), dans le cas où les forces de poussée d'Archimède et l'écoulement imposé sont dans la même direction, ainsi que pour La convection mixte opposée (ou contrariée) dans le cas de direction opposé.

La résolution numérique du problème est assurée au moyen du code libre OpenFOAM qui est un outil de simulation numérique orientée objet écrit en langage C++ (open source) et basé également sur la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage vitesse-pression. Avant l'utilisation de ce code, une étude de faisabilité était nécessaire afin de tester aussi bien l'efficacité de prédiction de ce code que nos capacités à l'utiliser pour un problème aussi complexe.

Les grandes lignes de ce mémoire sont les suivants énumérés dans ce qui suit : après une introduction descriptive, le premier chapitre expose une analyse bibliographique regroupant les principaux travaux effectués dans ce domaine et publiés dans la littérature.

Le second chapitre est consacré à la mise en équation du phénomène (convection mixte), en tenant compte des hypothèses simplificatrices ainsi que des conditions aux limites y afférentes. Dans le troisième chapitre, la méthode numérique utilisée pour la résolution des équations de conservation ainsi qu'une description globale du code de calcul employé dans ce travail sont présentées.

Le quatrième chapitre est dédié aux résultats numériques qui ont été obtenus, où une analyse des résultats des champs dynamique et thermique est présentée pour chaque cas.

Une conclusion générale et des recommandations en perspectives sont émises à la fin de ce mémoire.

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1. Introduction

Pour susciter une orientation pertinente sur la réalisation de notre étude, et afin de mettre en évidence l'intérêt des transferts de chaleur en convection mixte autour des cylindres et barreaux dans les espaces confinés, une revue bibliographique des réalisations et des travaux antérieurs est présentée dans ce chapitre.

1.2. Structures de l'écoulement

L'écoulement avec ou sans transfert de chaleur autour d'objet protubérants représente un défi pour les chercheurs dans ce domaine. En effet, le comportement de l'écoulement est induit par l'interaction de différents éventements, cela complique la compréhension des mécanismes mis en jeu. Dans le cas d'un obstacle détaché de la paroi, on assiste à une série d'interactions de trois couches de cisaillement, la couche limite, la couche de séparation (de l'écoulement libre), et le sillage. L'évolution de chaque couche diffère avec le nombre de Reynolds et/ou de Grashof, ce qui peut initier des instabilités si un de ces nombres dépasse un seuil critique. La présence de ces phénomènes influe d'une manière directe sur le transfert de chaleur aussi bien au niveau local que global. En revanche, savoir manipuler ces paramètres peut également être utilisé pour améliorer l'écoulement et le transfert de chaleur entre les objets et ses environs. Cela peut être déterminant par la suite dans le rendement des dispositifs dans de nombreuses applications industrielles.

Bien que diverses formes de cylindres ont été étudiés, les écoulements autour des cylindres de sections circulaire et carrée restent les plus étudiés, et ce à cause de leurs importance dans le domaine d'ingénierie. Dans ces travaux sont employés différents types de conditions et configurations, en se basant essentiellement sur le mécanisme et la fréquence du détachement tourbillonnaire, les coefficients de traînée et de portance, et l'amélioration du transfert de chaleur.

Les écoulements autour d'un obstacle sont principalement caractérisés par une région d'écoulement perturbé formée autour de l'obstacle ; une couche limite de faible épaisseur existe le long de l'obstacle, dans laquelle la vitesse croit de la valeur nulle en contact avec

la paroi à la vitesse au loin de la paroi. Contrairement aux écoulements internes, la couche limite a tendance à se séparer de l'obstacle et à provoquer une zone de dépression remplacée par une couche de séparation, dite de cisaillement libre et constitue la frontière initiale du sillage proche (Figure 1.1). En aval de l'obstacle se produit des tourbillons dans lesquels il y a dégradation importante de l'énergie cinétique du fluide.

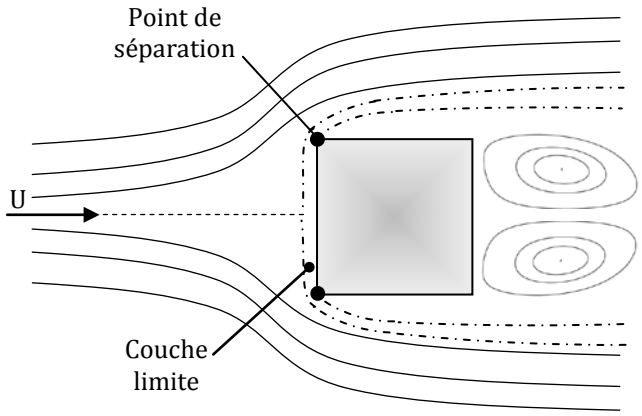


Figure 1.1. Écoulement bidimensionnel autour d'un obstacle

L'étendue de cette région d'écoulement perturbé est largement dépendante de la forme, l'orientation, la taille du corps, ainsi que des paramètres caractérisant l'écoulement, avec considération de la direction de l'écoulement extérieur et du champ gravitationnel. En effet, en cas de convection mixte, l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie sont couplées via le terme des forces volumiques. Dans ces conditions, la vitesse et les champs de température interagissent de manière complexe.

Le point de séparation de l'écoulement est généralement fixé par deux arêtes dans les obstacles de forme polygonale telle qu'un triangle, carré …etc., tandis qu'il se déplace et s'ajuste en réponse à la structure de l'écoulement pour les formes arrondies (circulaire, elliptique, … etc.). Les écoulements perturbés autour des corps non profilés ont quelques similitudes, malgré les différences dans la forme et la présence ou l'absence des bords tranchants. La caractéristique commune est le développement des structures d'écoulement similaires dans la région séparé.

Une des principales différences entre les cylindres à sections carrés et circulaires, c'est que pour les premières les points de séparation de l'écoulement sont fixes

(généralement dans les coins en amont), alors que pour le second type, ce point est mobile et en général situé dans la partie avale du cylindre.

1.3. Travaux antérieurs

Dans la littérature, un grand nombre de simulations numériques ont été réalisées sur un large éventail de nombres de Reynolds. Quelques études expérimentales ont également été menées sur l'écoulement autour d'un cylindre carré. Toutefois, en raison des limites impliquées dans la réalisation de l'expérience et des équipements expérimentaux, le nombre de recherches expérimentales menées est inférieur à ceux de la simulation informatique, en particulier à bas nombre de Reynolds. La plupart des recherches effectuées ont porté sur des cylindres circulaires et carrés, bien que les études des cylindres carrés restent relativement limitées.

L'un des premiers travaux numériques remonte au début des années 80 du siècle dernier et constitue une base de référence pour les écoulements autour d'un cylindre il été réalisé par Davis et Moore (1982). Dans ce travail, ils ont présenté des solutions numériques en deux dimensions (2D) en régime instationnaire d'un écoulement autour d'un barreau à section carrée dans un espace infini. Leur méthode numérique emploie le schéma de différentiation (upwind) de troisième ordre pour les termes convectifs et le schéma Leith pour la différenciation temporelle, avec une gamme de nombre de Reynolds de 100 à 2800. Ils ont trouvé que les propriétés des tourbillons sont fortement dépendantes du nombre de Reynolds. Leurs résultats semblent être fiables lors d'une comparaison avec des essais expérimentaux pour des nombres de Reynolds inférieur à 1000. Ils ont décrit que le lâchage tourbillonnaire commence par un vortex induits par le côté bas du cylindre, ce dernier est alimenté par la couche cisaillement inférieure puis il se déplace vers le haut en fractionnement la zone de recirculation du coté supérieur en deux portions. La partie en aval de la zone de recirculation supérieure devient le premier tourbillon à être lâché, puis la portion en amont pousse au loin la zone inférieure qui sera le second tourbillon lâché. En raison de l'accumulation du fluide dans la zone de recirculation derrière le corps avant l'initiation du processus, le tourbillon initial est très grand suivi par des tourbillons plus petits et d'une façon régulière qui est apparu une fois l'état d'équilibre est atteint.

Lee et al (1996) et Lee (1998) ont étudié numériquement les premières étapes du départ d'un écoulement pulsé autour d'un barreau de section trapézoïdale pour $25 < Re < 1000$. Leurs résultats de calcul ont montré que les caractéristiques de recirculation d'écoulement développé, de la séparation d'écoulement et des régimes causés par l'interaction des écoulements, sont fortement dépendantes du nombre de Reynolds local de l'écoulement et des configurations du prisme. Cependant, l'intérêt de leur analyse instationnaire a été maintenu sur la structure initiale de la formation des tourbillons dans le sillage pour une large gamme du nombre de Reynolds. Leurs études numériques ont été limitées à des écoulements pour une courte période de sorte que les résultats ne soient pas capables de refléter la structure complète du champ d'écoulement ainsi que les caractéristiques globales du sillage dans un écoulement pleinement développé.

Par une étude d'une étude numérique et expérimentale d'un écoulement horizontal en convection mixte autour d'un cylindre circulaire pour $0 < Ri < 1$, Kieft et al (2003) ont observé une déviation du sillage vers le bas. A un nombre de Reynolds fixe, l'augmentation du nombre de Richardson est accomplie par l'augmentation du nombre de Grashof, la chaleur augmentée accélère la couche de cisaillement dans le côté supérieur du cylindre et produit des tourbillons négatifs plus forts que ceux du côté inférieur. Cette différence d'intensité rotationnelle augmente avec l'augmentation de Ri et subit une force de portance négative (une descente).

Les effets du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl sur la structure de l'écoulement et les caractéristiques de transfert de chaleur dans un écoulement autour d'un cylindre à section carré ont été étudiés par Dhiman et al. (2006)**.** Les résultats numériques ont été présentés en régime stationnaire pour l'ensemble des conditions suivantes: $1 \leq Re \leq 45$, $0{,}7 \leq Pr \leq 4000$. Le champ des isothermes et les corrélations du nombre de Nusselt local sur chaque face de l'obstacle, ont été présentés pour différent nombre Reynolds et de Prandtl. Leurs résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen pour le cylindre ainsi que pour chacune de ses faces augmente de avec l'augmentation du nombre de Reynolds et/ou du nombre Prandtl, ce qui résulte en un taux de transfert de chaleur plus élevé. La surface frontale du cylindre possède la valeur la plus élevée du nombre de Nusselt moyen, puisque le fluide entrant est en contact direct avec cette surface où le fluide frappe comme un jet sur cette face. La valeur du nombre de Nusselt sur les surfaces latérales est intermédiaire, suivie par une diminution sur la surface située en aval du cylindre. Dans une

étude plus récente, les mêmes auteurs Dhiman et al. (2008) ont analysé les effets de la convection mixte autour d'un cylindre carré dans un canal confiné. Les champs de température et les lignes de courants montrent que la symétrie du sillage obtenu pour Ri = 0, est perdue en régime de convection mixte, et le degré d'asymétrie augmente au fur et à mesure que la valeur du nombre de Richardson augmente progressivement de 0 à Ri = 1. Rosales et al. (2000) ont effectué une étude numérique de l'effet de la proximité du mur sur l'écoulement autour d'un barreau chaud avec un profil de section carrée à Re = 500 et un rapport blocage de 13,76%. Ils ont montré que la fréquence de détachement des tourbillons et l'amplitude de l'oscillation sont toutes fortement amorties et que l'emplacement du cylindre prés de la paroi du canal entraîne également la réduction à la fois du transfert de chaleur global et de la traînée.

Suzuki et al. (1993) ont effectué des simulations pour $37,5 \leq \mathrm{Re} \leq 150$ et un rapport de blocage de 50% pour deux profils de vitesse à l'entrée, uniformes et paraboliques. Ils ont également visualisée le flux expérimentalement et confirmés la bi-dimensionnalité de l'écoulement confiné à $\mathrm{Re} = 150$. Ils ont démontrés que les tourbillons se détachent différemment dans les deux cas, canal confiné et non confiné. Dans le premier cas, les tourbillons se détachent à partir du bord supérieur et se déplacent vers la moitié inférieure de l'écoulement, et vice versa. Suzuki K. et Suzuki H. (1994) ont présenté une analyse détaillée pour un rapport de blocage de 30% à $\mathrm{Re} = 150$ et ont expliqué le mouvement croisé de l'allés des vortex de Karman dans le canal confiné. Valencia et al. (2001) ont employé une simulation numérique pour explorer l'écoulement et le transfert de chaleur autour des barres cylindriques montées périodiquement dans un canal. Leurs résultats révèlent l'existence d'une structure complexe due à l'instabilité du régime d'écoulement. En conséquence, des oscillations auto-assistées sont provoquées. Valencia et Kid (2002) ont analysé les champs dynamique et thermique d'un écoulement turbulent instationnaire en présence de barres cylindriques montées périodiquement en position transversale à l'écoulement. L'étude montre qu'un vortex est développé entre les barres et que la chute de pression et le transfert de chaleur sont étroitement liés à la distance inter-barres. Sohankar et al. (1998) ont effectué des calculs numériques pour l'étude d'un écoulement isotherme autour d'une barre cylindrique pour $Re = 45$ à 200 et ce pour différents angles d'incidence. Dans cette étude, une analyse détaillée des instabilités, de l'effet du maillage, des conditions de sortie et une exploration des valeurs de Reynolds critiques sont présentée.

Turki et al. (2003) ont analysé numériquement, l'écoulement et le transfert de chaleur en régime convection mixte dans un canal en présence d'une barre cylindrique pour des valeurs du nombre de Richardson comprises entre 0 et 0,1 et des nombres de Reynolds variant de 62 à 200. Leurs résultats ont montré que l'écoulement devient instable à partir d'une valeur critique de Richardson de 0,13. De plus, l'effet du rapport de blocage a été étudié. Ils ont montré que l'écoulement devient instable à partir d'une valeur critique de Richardson de 0,13. Korichi et al. (2005) ont fait une étude numérique de la convection forcée laminaire transitoire, dans un canal en présence d'un cylindre de section carrée. Les calculs ont été effectués pour le cas de l'air (Pr = 0,71) et pour un rapport de blocage (D/L) = 0,1. Leurs résultats permettent de conclure que l'écoulement est permanent pour $Re \leq Re_{cr}$ et donne naissance à des tourbillons alternés pour $Re \geq Re_{cr}$. La valeur de Re_{cr} dépend du rapport D/L. Pour $Re_{cr} = 60$, le transfert de chaleur est maximal le long de la face frontale et faible le long de la face arrière située dans la zone du sillage. Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

A l'heure actuelle, le nombre des études expérimentales à faible nombre de Reynolds pour les écoulements autour d'un obstacle rapportés dans la littérature, reste limité. Il en est ainsi parce qu'il est difficile d'obtenir un débit de haute qualité à faible vitesse et les associés des mesures précises ne sont pas facilement réalisables en laboratoire. Khodary et al (2006) ont réalisé une étude numérique et expérimentale d'un écoulement autour d'un cylindre à section carré dans un canal vertical en convection naturelle dans le but de déterminer les conditions optimales sur le transfert de chaleur et l'influence de la force de pesanteur sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques. Le cylindre est placé à mi-hauteur du canal à différents endroits latéraux. Ils ont constaté que la couche limite thermique devient plus épaisse pour de faibles valeurs du nombre de Grashof. Un élargissement considérable entre les isothermes a été observé pour de faibles valeurs du nombre de Grashof. Cet effet a été expliqué par la dominance de la diffusion axiale par rapport au transfert convectif ; à cause de la diffusion thermique l'extension des isothermes a été propagé en amont de l'écoulement ambiant jusqu'à l'entrée du canal. Avec l'augmentation du nombre de Grashof, les isothermes deviennent plus compact et plus près du front du cylindre carré. Ce changement de forme d'isothermes est dû à l'accélération de l'écoulement libre auprès du cylindre ce qui supprime l'effet de diffusion causant moins de pénétration thermique en amont, alors qu'il renforce l'effet

convectif. Le nombre de Nusselt moyen, obtenu numériquement et expérimentalement pour différentes valeurs du nombre de Grashof, montre que le transfert convectif est amélioré avec l'augmentation du chauffage jusqu'à une certaine limite du nombre de Grashof, et la position centrale du cylindre chauffé a été trouvée la meilleure de point de vue transfert de chaleur. Saha (2000) a observé la présence d'une série de vortex détachés (écoulement périodique instationnaire) au lieu d'un pair de tourbillons (écoulement stationnaire) au-delà d'une certaine valeur du nombre de Grashof qui est étroitement liée à l'intensité et à la direction de l'écoulement. Ces résultats montrent que la convection mixte peut initier la périodicité et l'asymétrie dans le sillage à faible nombre de Reynolds. Une forme aplatie des isothermes a été observée à proximité de la surface supérieure du cylindre pour un nombre de Grashof de $3{,}6\cdot10^{3}$ qui révèlent à une distribution uniforme de température sur la surface supérieure. Au fur et mesure que le nombre de Grashof augmente, les isothermes se condensent au centre de la surface supérieure qui montre une zone de haute température. Ce comportement révèle que l'épaisseur de la couche limite thermique diminue avec l'augmentation de Gr. La valeur moyenne du nombre de Nusselt le long de la surface inférieure a été retrouvée plus élevé que celles des surfaces latérales ; car le fluide chauffé en bas du cylindre se déplace sur les coté du cylindre. Le nombre de Nusselt est plus faible sur la surface supérieure du cylindre en raison de la faible vitesse du fluide qui forme les tourbillons. Il a constaté également que la perturbation de la couche limite thermique agit comme source d'amélioration du transfert de chaleur pour le cylindre à section carrée ; et que la traînée du cylindre à cause de la différence de pression de l'écoulement induit se trouve diminuée avec l'augmentation de Gr.

Une analyse des transitions du régime stationnaire à l'instationnaire puis au chaos d'un écoulement forcé isotherme non confiné autour d'un barreau à section carrée est présentée par Saha et al. (2000). Leurs résultats ont montré qu'une première bifurcation est observée pour un nombre de Reynolds de 40, tandis que la seconde bifurcation qui marque la transition au chaos est observée à 600. La transition est retardée dans le cas des simulations en 3D par rapport à la valeur trouvée en simulation 2D. Dans une autre étude Saha et al. (2003), ont effectué une comparaison entre des simulations en 2D et en 3D. Ils ont trouvé que les fluctuations sont plus importantes dans le cas des simulations de 2D, cependant la couche de cisaillement est plus large pour le cas des simulations en 3D. Une analyse détaillée d'un écoulement en 3D pour des valeurs de Reynolds modérées dans

l'intervalle 150-500. L'analyse montre l'existence de nombreuses instabilités par intermittence et que la transition en 3D aura lieu à des valeurs du nombre de Reynolds de 150 à 175.

Un bon nombre de travaux sont concentrés sur l'étude des instabilités et les scénarios de passage du régime stationnaire en celui instationnaire. En régime de convection mixte, ce phénomène reste compliqué et les limites des valeurs du nombre de Reynolds et du Grashof provocant la bifurcation restent mi-connues. Dans ce contexte, une série d'études sur la convection mixte autour d'un barreau sous différentes conditions, est menées par Sharma et Eswaran. Dans la première, Sharma et Eswaran (2004) ont présenté une étude numérique détaillée de l'effet de la poussée d'Archimède sur l'instabilité de l'écoulement en convection mixte autour d'un cylindre à section carrée chauffé/refroidie, à $Re = 100$ et à $-1 < Ri < 1$ et pour différent rapports de blocage. Pour le cas assisté, l'écoulement est instationnaire et périodiques pour $Ri \leq 0{,}125$, tandis qu'il est stationnaire pour $Ri \geq 0{,}15$, et la transition vers la stabilité se survient entre $Ri = 0{,}125$ et $0{,}15$. Ils ont noté que lors de l'augmentation du nombre de Ri, la longueur moyenne de la zone de recirculation augmente dans l'écoulement périodique, alors qu'elle diminue de façon monotone dans le régime d'écoulement stationnaire. Le détachement tourbillonnaire se dégrade avec la réduction de la vitesse d'entrée de l'air ambiant et les tourbillons dynamiques se dégénèrent en tourbillons stables attachés en raison du chauffage. Dans d'autres travaux, l'effet du confinement du canal sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur a été largement discuté pour des valeurs de nombre de Reynolds de 50 à 150 et un nombre de Richardson $-1 \leq Ri \leq 1$. En convection forcé (Sharma, A. Eswaran V. (2005.a)) et à $Re = 50$ l'écoulement est instationnaire périodique pour de faible rapport de blocage ($\leq 10\%$), cependant il est stationnaire pour des rapports de blocage ($\geq 20\%$). L'augmentation du rapport de blocage conduit en une augmentation de la valeur critique de naissance des tourbillons alternés. De même le rapport de blocage entraîne une augmentation du coefficient de traînée, de la puissance de pompage et du nombre de Nusselt autour du barreau. En convection mixte (Sharma, A. Eswaran V. (2005.b)), Ils ont constaté que pour un Re constant, le taux de chauffage (Gr) nécessaire pour la suppression du détachement des tourbillons alternés décroît avec l'augmentation du rapport de blocage jusqu'à une certaine valeur de l'ordre de 30% ensuite le taux de chauffage nécessaire augmente à nouveau. Pour un rapport de blocage constant (30%), la valeur critique de du

nombre de Richardson qui provoque la suppression de détachement tourbillonnaire augmente à Re constant. Leurs études ont révélées qu'en convection mixte, le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du rapport de blocage et diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson.

Perng et Wu (2007) ont analysé l'effet assisté/opposé sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement turbulent autour d'un barreau à section carrée placé dans un canal vertical avec différent rapports de blocage. Pour un rapport de blocage de 10 et 30 %, l'effet de la convection assisté est remarquable pour la face supérieure et inversement pour les autres faces. À 50% de blocage, l'effet de l'écoulement assisté sur le nombre de Nusselt le long des faces latérales et inférieure est insignifiant. Pour l'écoulement opposé aux rapports de blocage de 10 et 30%, la longueur d'onde de lâchage tourbillonnaire est inférieure à celle observée pour le cas de l'écoulement aidé. A 50% de blocage, l'effet de des forces de flottabilités peut être négligé. Pour l'écoulement assisté, le nombre de Nusselt local le long des faces inférieures, gauche et droite augmente avec la diminution de Ri, tandis qu'il augmente avec l'augmentation de Ri le long de la face supérieure. Pour un rapport de blocage de 10%, l'influence de la flottabilité aide est visible sur la surface supérieure du cylindre carré, tandis que la flottabilité opposés a un effet évident sur les trois autres surfaces. En terme de transfert de chaleur globalement, leurs résultats montrent que le nombre de Nusselt global pour le cylindre augmente avec l'augmentation du rapport de blocage. Cette amélioration des transferts thermique est obtenue principalement le long des faces latérales. Ils ont observé que l'augmentation du nombre de Reynolds est accompagnée par une augmentation dans la longueur de la région de recirculation derrière le cylindre et une augmentation du gradient de température. D'autre part, la concentration des contours de température autour de la surface du cylindre augmente lors de l'augmentation du nombre de Prandtl pour les deux types de conditions aux limites de température.

Bhattacharyya et Mahapatra (2005) ont présenté une étude numérique des effets de la convection mixte sur le détachement tourbillonnaire et le transfert de chaleur d'un cylindre de section carrée exposé à un écoulement horizontal pour $0 < Ri < 1$. Ils ont observé que le détachement tourbillonnaire périodique se déclenche à partir de Re = 40 pour toute la marge du nombre de Richardson considéré. La chaleur introduite par

chauffage (Gr) conduit à l'incrémentation de l'intensité des tourbillons. Lorsque le barreau est placé à proximité d'une paroi, la fréquence de lâchage tourbillonnaire augmente (Bhattacharyya S, Maiti D.K. 2004). Pour un écoulement vertical (ascendant) de convection autour d'un cylindre carré chauffée, Ils ont également constaté que la fréquence de détachement dépend de l'épaisseur de la couche de cisaillement. Avec l'augmentation de la flottabilité, la couche mince de cisaillement provoque une augmentation de la fréquence de détachement. Ils ont trouvé que le mécanisme de détachement dépend de l'intensité de la nappe de tourbillon dans la région du sillage-proche. Le refroidissement du cylindre ($Ri < 0$) renforce la couche de cisaillement et active le processus d'enroulement des tourbillons détachés, tandis que le chauffage ($Ri > 0$) affaiblit la couche de cisaillement et entrave le processus d'enroulement.

L'effet de la chaleur introduite, sur le comportement des structures rejeté du cylindre a été étudié par Steenhoven et Rindt (2003). Ils ont effectué une étude numérique et expérimentale sur le comportement du sillage en 2D et la transition en 3D du flux derrière un cylindre chauffé. Pour de faible taux de chauffage ($Ri < 1$), l'allé des vortex engendre des déflections négatives (rotation vers le bas), Pour $Ri > 1$, une transition vers le 3D précoce est observée. Dans une autre étude expérimentale de visualisation par précipitation électrochimique, menée par le même groupe Maas el al. (2003) et Ren el al. (2006), ils ont trouvé que pour de faible valeurs de Ri ($Ri < 1$), le fluide chaud est initialement collecté par les vortex à structures cohérentes détachés à partir du cylindre. Pour de larges valeur du nombre de Richardson ($Ri > 1$), la force de flottabilité qui agit dans le sens de faire monter le fluide, prévient la formation de ces vortex et les plumes sont déjà formé dans la proximité du cylindre. Dans une étude plus récente (Kieft et al .2007), ils ont trouvé que l'augmentation du taux chauffage du cylindre conduit à une intensité du lâchage tourbillonnaire du coté supérieure et ces vortex enferme un fluide plus chaud que celui renfermé par les vortex détachés de la partie inférieure du cylindre.

Parmi les ouvrages de référence, on trouve des études détaillées sur les écoulements autour de cylindres présentés par Zdravkovich (2003) et par Sumer (2006). Ces ouvrages englobent une compilation de données expérimentales, des modèles théoriques et des simulations numérique des écoulements autour des cylindres à sections circulaires sous différentes conditions.

1.4. Objectif et étendue du présent travail

En général, l'écoulement incompressible autour d'un cylindre circulaire a été largement discuté dans la littérature aussi bien par voie expérimentale que numérique.

A partir de l'examen ci-dessus, on voit que l'écoulement autour d'objets protubérants a été largement étudié par un certain nombre de chercheurs. En particulier, un grand nombre de simulations numériques ont été réalisées à différents angles d'incidence sur un éventail assez large de nombres de Reynolds. Quelques études expérimentales ont également été menées sur l'écoulement autour d'un cylindre carré. Toutefois, en raison des limites impliquées dans la réalisation de l'expérience et des équipements expérimentaux, le nombre de recherches expérimentales menées est inférieur à ceux de la simulation informatique et la quantité des mesures acquises reste relativement faible, en particulier à bas nombre de Reynolds.

L'ensemble des travaux ont porté essentiellement sur le mécanisme du détachement tourbillonnaire, les coefficients de traînée et de portance du cylindre circulaire et la fréquence de détachement (St) aux différents nombres de Reynolds (Re). Les études menées sur les écoulements en régime de convection mixte, ont met en évidence les différences caractéristiques entre le flux de flottabilité assistée et celui opposés. Lorsque la force de flottabilité est à l'opposé du sens d'écoulement (flottabilité opposée), le sillage devient plus large, que les points de séparation tendent de progresser vers le point de stagnation situé en amont. En conséquence, l'effusion devient proéminente. D'autre part, si la force de flottabilité est dans la direction des forces d'inerties (flottabilité assistée), la séparation de la couche limite est retardée et rend l'écoulement plus stable. Aussi, la convection mixte peut initier la périodicité et l'asymétrie dans le sillage à faible Re que dans le cas de la convection forcée seule.

Un grand nombre d'investigations ont été réalisées pour étudier l'écoulement autour d'un cylindre à section circulaire. Cependant, à partir d'un point de vue technique, il est également nécessaire d'étudier l'écoulement autour d'autres formes d'objets protubérants, qui incluent le cylindre carré.

En convection mixte et à faibles valeurs du nombre de Reynolds (0 à 60) à des rapports ($0{,}5 \leq Ri \leq 10$), il y a très peu de travaux effectués pour étudier la structure de

l'écoulement et le transfert de chaleur mis en jeu dans le cas d'un écoulement autour d'un barreau à section carrée. Cette rareté de l'information nous a motivés pour aborder ce sujet et d'investiguer ce phénomène davantage afin de contribuer à sa compréhension. Ainsi, l'objectif principal de cette investigation est de comprendre le processus d'interaction des deux courants, inertiel et celui de flottabilité dans les deux régimes, convection libre assistée et convection libre contrariée.

CHAPITRE II

FORMULATION MATHEMATIQUE

CHAPITRE II : FORMULATION MATHEMATIQUE

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle physique étudié avec les conditions aux limites associées au problème. Ensuite les équations de base traduisant la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie régissant le phénomène, ainsi que les hypothèses simplificatrices appropriées, sont présentées.

2.2 Modèle physique

Le modèle physique traité dans cette étude est un canal en position verticale en (2D), dans lequel est placé un barreau au milieu de section carrée à des distances H_U et H_D de l'entrée et de la sortie, respectivement. Le barreau est placé à mi-distance entre les parois verticales du canal. Le fluide entre avec une vitesse uniforme imposée à l'entrée du canal et en sortie avec des gradients de vitesse et de pression nuls. Les surfaces du barreau sont maintenues à une température constante T_c, tandis que les parois du canal sont supposées isolées. Le modèle physique étudié ainsi que les conditions aux limites sont schématisées sur la Figure 2.1.

2.3 Equations bilans

Le transfert de chaleur dans les problèmes des écoulements de fluides visqueux Newtoniens (l'air dans notre cas), en contact avec une paroi solide, doivent satisfaire les trois équations de conservation : masse, quantité de mouvement et énergie. Celles-ci font, en général, l'objet de tout ouvrage de base traitant de ce phénomène physique (White, 1991)

Afin de permettre la résolution des équations des bilans, l'introduction de certaines hypothèses s'avère nécessaire, cependant ces hypothèses doivent être justifiées expérimentalement. Dans ce travail, les hypothèses suivantes ont été adoptées :

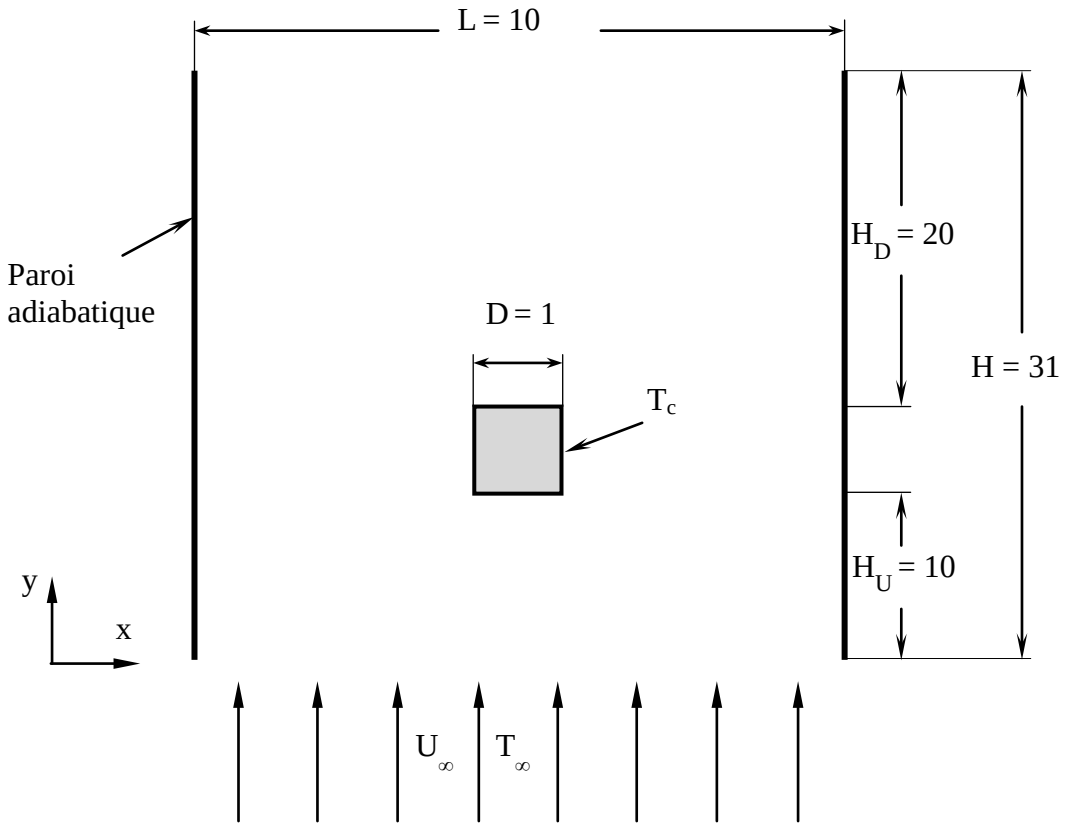


Figure 2.1. Domaine physique étudié avec les conditions aux limites.

- L'écoulement est supposé stationnaire laminaire. Les paramètres gouvernant le phénomène sont limités afin que cette hypothèse reste valide.
- Le problème est supposé bidimensionnel selon ox et oy (fig. 2.1).
- La chaleur dégagée par effet de dissipation visqueuse est négligée (faible vitesse, fluide de faible viscosité).

Le fluide est incompressible, et toutes ces propriétés thermo-physiques (excepté la masse volumique), sont considérées constantes et sont évaluées à la température de référence (moyenne). La masse volumique quant à elle, est supposée varier linéairement avec la température et ce seulement au niveau du terme caractérisant les forces volumiques au niveau de l'équation de mouvement. Cela permet de prendre en compte l'effet de la poussée d'Archimède dû au gradient de la masse volumique par rapport aux effets inertiels. Pour ce cas, l'hypothèse de Boussinesq est appliquée :

$$\rho = \rho_0(1-\beta(T-T_0)) \tag{2.1}$$

Les équations bilans et en tenant en compte de ces hypothèses se réduisent à :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{2.2}$$

Equation de mouvement de Navier-Stokes selon l'axe ox :

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \tag{2.3}$$

Equation de mouvement de Navier-Stokes selon l'axe oy :

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\rho_0(1-\beta(T-T_0))g \tag{2.4}$$

Equation d'énergie :

$$\rho\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\frac{k}{c_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{2.5}$$

Avec :

u, v, T, p : Sont les composante longitudinale et transversal de la vitesse, la température et la pression, respectivement.

ρ, k, c_p, μ, β : La masse volumique, la conductivité thermique, la chaleur spécifique à pression constante, la viscosité dynamique du fluide et le coefficient d'expansion thermique, respectivement.

Dans les problèmes liés à la mécanique des fluides, il est vivement conseiller d'écrire les équations des bilans sous forme adimensionnelle. Cela permet de faire ressortir les grandeurs et paramètres intervenant dans le phénomène. Dans ce cadre, l'adimensionnement des équations des bilans cités précédemment s'est fait en choisissant des échelles adéquates au problème physique considéré. Les paramètres choisis pour adimensionner les équations

sont donc la largeur du côté du barreau, D, pour la longueur, la vitesse débitante à l'entrée pour les vitesses et l'énergie cinétique à l'entrée, ρU_0^2 pour la pression.

Pour la température $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_C - T_\infty}$ pour une température imposée. Les variables adimensionnelles s'écrivent donc ainsi :

$$u^* = \frac{u}{U_0}\ ,\ v^* = \frac{v}{U_0}\ \ ,\ x^* = \frac{x}{D}\ ,\ y^* = \frac{y}{D}\text{, et }\ p^* = \frac{p}{\rho U_0^2}\ ,\ \theta = \frac{T - T_\infty}{T_C - T_\infty} \qquad (2.6)$$

Où l'exposant * est utilisé pour différencier les variables adimensionnelles.

Tenant compte des hypothèses simplificatrices énumérées dans le paragraphe précédent et après l'introduction des grandeurs adimensionnelles et la projection de l'équation vectorielle de la quantité de mouvement, les bilans de conservation s'écrivent comme suit:

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \qquad (2.7)$$

Equation de mouvement de Navier-Stokes selon l'axe ox :

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}\right) \qquad (2.8)$$

Equation de mouvement de Navier-Stokes selon l'axe oy :

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}}\right) + \frac{Gr}{\mathrm{Re}^2}\theta \qquad (2.9)$$

Equation d'énergie :

$$u^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + v \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = \frac{1}{Pe}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}}\right) \qquad (2.10)$$

Les groupes et variables adimensionnels apparaissant dans ces équations sont :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Nombre de } \textit{Reynolds} : & \mathrm{Re} = \dfrac{\rho\, U_0\, D}{\mu} \\ \text{Nombre de } \textit{Grashof} : & Gr = \dfrac{g\beta D^3 (T_C - T_\infty)}{\nu^2} \\ \text{Nombre de } \textit{Peclet} : & Pe = \mathrm{Re}.\mathrm{Pr} \\ \text{Nombre de } \textit{Richarsdon} : & Ri = \dfrac{Gr}{\mathrm{Re}^2} \\ \text{Nombre de } \textit{Prandtl} : & \mathrm{Pr} = \mu\, C_p / k \end{array}\right\} \qquad (2.11)$$

2.4 Conditions aux limites

Les équations aux dérivées partielles (EDP) liées aux problèmes des écoulements et de transfert de chaleur doivent être complétées par des conditions aux limites appropriées. Divers types d'états de frontières sont adoptés pour la fermeture du système d'équations (2.2) à (2.4), à savoir les conditions de frontière dynamiques et thermiques.

2.4.1 Hydrodynamiques

Ces conditions définissent le comportement dynamique du système à la frontière du domaine. L'écoulement est délimité par des parois imperméables, ce qui nous conduit à une condition aux limites de non glissement sur les parois :

$$u = v = 0 \qquad (2.12.a)$$

La condition aux limites imposée à la sortie du conduit est la pression atmosphérique, tandis qu'à l'entrée une vitesse U_0 est imposée.

A la sortie tous les gradients sont nuls :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0,\ v = 0 \qquad (2.12.b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad (2.12.c)$$

2.4.2 Thermiques

A la surface du barreau, la température est imposée : $T = T_C$

Sur les parois du canal, les flux sont nuls :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \qquad (2.12.d)$$

2.5 Présentation des résultats

Afin de permettre une visualisation plus commode des résultats et compte tenu du fait que de nombreux résultats numériques ont été obtenus par le calcul, seuls ceux paraissant les plus significatifs ont été regroupés essentiellement autour des paramètres présentés ci-après.

2.5.1 Nombre de *Nusselt*

Le nombre de *Nusselt*, qui exprime le rapport du flux convectif au flux conductif à l'interface fluide-solide, est calculé localement puis moyenné par rapport à l'espace. Les différentes notations de cette grandeur utilisées dans ce travail sont définies comme suit :

Nombre de *Nusselt* local est défini par le gradient de température local à la paroi, ou :

$$Nu_x = \frac{k.(\partial T / \partial n)_{surfacedubarreau}}{h(T - T_\infty)} \qquad (2.13.a)$$

où, n dénote la normale à la surface du solide, et le gradient de température à la paroi est calculé en utilisant une différence finie par trois points.

Nombre de *Nusselt* moyen par face :

$$Nu_{face} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} Nu_x \, dx \qquad (2.13.b)$$

où, A_i représente la surface de la face exposée.

Nombre de *Nusselt* global :

$$Nu_{global} = \frac{\sum_{face1}^{face4} Nu_{face}}{A_{face1} + A_{face2} + A_{face3} + A_{face4}} \qquad (2.13.c)$$

2.5.2 Coefficient de trainée

Lorsque le fluide se déplace autour du barreau, une interaction entre le corps et le fluide se produit ; cet effet peut être décrit en termes de forces à l'interface fluide-corps causé par des contraintes de cisaillement (effets visqueux contrainte-mur), et des contraintes normales dues à la pression P. La force résultante dans la direction de la vitesse en amont est la traînée totale. Le coefficient de traînée désigné par C_d est le paramètre adimensionnel caractérisant l'intensité de cette force par rapport à la structure de l'écoulement et la forme du barreau.

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho \cdot U^2 \cdot D} \tag{2.14}$$

Où, F_d est la force de traînée qui représente la somme de la traînée visqueuse et de la traînée de pression autour du barreau.

CHAPITRE III

METHODE DE RESOLUTION

CHAPITRE III : METHODE DE RESOLUTION

3.1. Introduction

Les mesures précises de transfert de chaleur sont cependant très chères de se tenir expérimentalement en raison des coûts élevés des dispositifs de mesure et de la longue durée nécessaire à l'installation pour rassembler des données fiables. C'est pourquoi l'analyse par CFD devient une partie intégrale dans chaque phase du domaine de conception. Néanmoins, les simulations de CFD pour l'évaluation des échangeurs thermiques et l'efficacité des dispositifs de refroidissement sont une des tâches les plus complexes à faire face.

Cette étude s'est appuyée sur l'utilisation du code libre OpenFOAM, qui est un outil open source fonctionne sous un environnement linux, et basé sur la méthode des volumes finis. Il permet en outre d'effectuer des simulations pour différents domaines. Dans ce chapitre les détails sur la discrétisation des équations de bilans ainsi que le processus de simulation et de l'algorithme utilisé sont présentés.

3.2. Traitement numérique

Etant donné le caractère non linéaire du système d'équations et le fort couplage entre les termes de gravité et de convection, la solution du système d'équations ne peut être que numérique. Dans cette section, nous présentons la méthodologie de résolution du système d'équations adimensionnelles présentées au chapitre précédent. Pour procéder à la résolution numérique, on doit transformer les équations différentielles en système d'équations algébriques au moyen de la méthode de discrétisation choisie.

Comme il a été introduit par Patankar (1980), la méthode des volumes finis consiste à échantillonner le domaine de calcul en un nombre finis d'éléments appelés volumes de contrôle où chaque volume entoure un nœud. Les termes des équations différentielles sont intégrés sur chacun de ces volumes de contrôle. Les équations algébriques qui en résultent expriment le principe de conservation pour un volume de contrôle fini de la même manière que les équations différentielles qui expriment ce même principe pour un volume infinitésimal.

3.2.1. Discrétisation géométrique

La figure 3.1 schématise le volume de contrôle principale, ce volume de contrôle est limité par les faces n, s, e et w correspondants, respectivement aux faces des volumes de contrôle appartenant aux nœuds voisins N, S, E et W. Les valeurs de la température et de la pression sont calculées aux nœuds du maillage principal Comme présenter dans la figure 3.2, alors que les vitesses sont calculées aux faces des volumes de contrôle. Cet arrangement est nécessaire pour éviter des solutions physiquement irréalistes (figure 3.3), Patankar (1980).

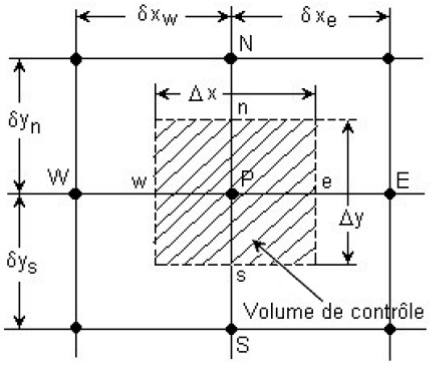


Figure 3.1 Volume de contrôle typique.

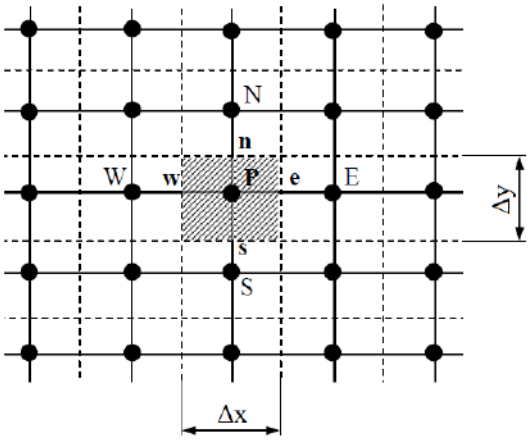
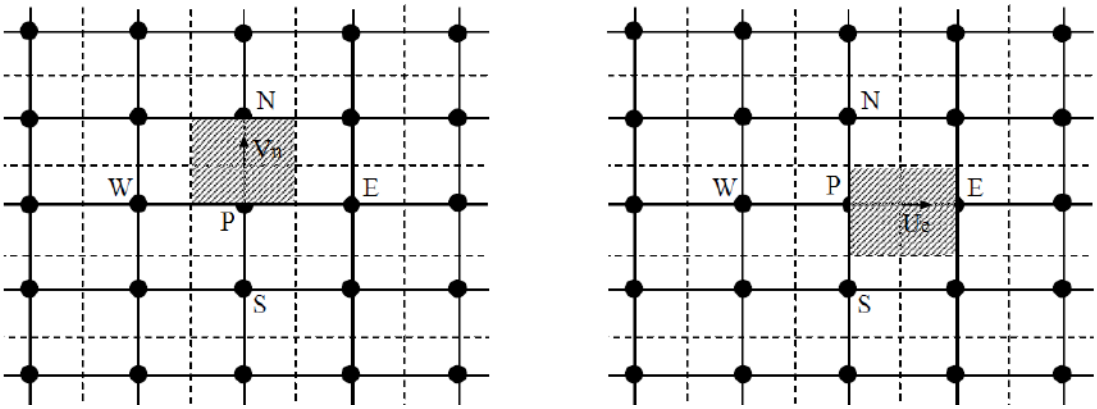


Figure 3.2 Ensemble de volumes de contrôle élémentaires sur un domaine bidimensionnel



Volume de contrôle d'écalé vers le haut. Volume de contrôle d'écalé vers la droite.

Figure 3.3 Localisation des quantités vectorielles (U et V).

Un avantage important du maillage décalé est que la différence de pression entre deux points adjacents devient la force naturelle pour la composante de vitesse calculée sur la surface entre ces deux points, contrairement aux cas du maillage non décalé.

3.2.2. Forme conservative adimensionnelle des équations de conservation

Le système d'équations adimensionnelles (2.7 à 2.10), peut être écrit sous une forme générale locale en faisant apparaître la conservation de la variable ϕ, comme suit :

$$div(u^{*}\phi) = div\left(\Gamma_{\phi}\, grad\, \phi\right) + S_{\phi} \qquad (3.1)$$

Dans cette équation, on distingue trois différents termes physiques, qui sont :

- $div(u^{*}\phi)$: terme convectif;
- $div(\Gamma_{\phi}\, grad\phi)$: terme diffusif;
- S_{ϕ} : terme source.

Où ϕ, Γ_{ϕ}, et S_{ϕ}, sont décrits dans le tableau 3.1 ci-dessous pour chaque équation.

Tableau 3.1 Expressions des variables ϕ, des coefficients des termes diffusifs Γ_ϕ, et des termes source S_ϕ utilisés dans les équations de conservation.

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement (ox)	u^*	1/ Re	$-\frac{\partial P^*}{\partial x^*}$
Quantité de mouvement (oy)	v^*	1/ Re	$(\mathrm{Gr}/\mathrm{Re}^2)\theta - \frac{\partial P^*}{\partial y^*}$
Energie	θ	$1/Pe$	0

En intégrant l'équation (3.1) sur le volume de contrôle bidimensionnel (figure 3.1), on obtient :

$$\int_w^e \int_s^n div(u\phi) = \int_w^e \int_s^n \left[div(\Gamma_\phi \, grad \, \phi) + S_\phi\right] \tag{3.2}$$

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial(u^*\phi)}{\partial x}\right) dxdy + \int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial(v^*\phi)}{\partial y}\right) dxdy =$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) dxdy + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) dxdy + \int_w^e \int_s^n S_\phi dxdy \tag{3.3}$$

- **Discrétisation des termes convectif**

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial(u^*\phi)}{\partial x}\right) dxdy = \Delta y(u_e^*\phi_e - u_w^*\phi_w)$$

$$\int_w^e \int_s^n \left(\frac{\partial(v^*\phi)}{\partial y}\right) dxdy = \Delta x(v_n^*\phi_n - v_s^*\phi_s)$$

- **Discrétisation des termes diffusif**

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) dxdy = \Delta y\left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w\right]$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) dxdy = \Delta x\left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s\right]$$

- **terme source**

$$\int_w^e \int_s^n S_\phi dxdy = S_\phi \Delta x \Delta y$$

En rassemblant les termes ensemble, nous obtenons :

$$\Delta y(u_e^* \phi_e - u_w^* \phi_w) + \Delta x(v_n^* \phi_n - v_s^* \phi_s) =$$

$$\Delta y \left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w\right] + \Delta x \left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s\right] + S_\phi \Delta x \Delta y \quad (3.4)$$

On peut écrire l'équation (3.4) comme suit :

$$J_e - J_w + J_n - J_s = S_\phi \Delta x \Delta y$$

Où :

$$\left.\begin{aligned} J_e &= u_e^* \phi_e \Delta y - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\Big|_e \Delta y \\ J_w &= u_w^* \phi_w \Delta y - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\Big|_w \Delta y \\ J_n &= v_n^* \phi_n \Delta x - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\Big|_n \Delta x \\ J_s &= v_s^* \phi_s \Delta x - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\Big|_s \Delta x \end{aligned}\right\} \quad (3.5)$$

Les quantités J_e, J_w, J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s) respectivement. Le terme S_ϕ est supposé être constant dans le volume de contrôle.

3.2.3. Schémas numériques :

La forme générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux totale de convection et de diffusion sont calculés par une fonction A(|Pe|) (tableau 3.2), cette fonction est présentée comme suit :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (3.6)$$

Avec :

$$\left.\begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + Max(-F_e, 0) \\ a_W &= D_w A(|P_w|) + Max(F_w, 0) \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + Max(-F_n, 0) \\ a_S &= D_s A(|P_s|) + Max(F_s, 0) \\ b &= S_\phi \Delta x \Delta y \end{aligned}\right\} \quad (3.7)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) \quad (3.8)$$

$$\left.\begin{aligned} F_e &= u_e^* \Delta y \qquad F_w = u_w^* \Delta y \\ F_n &= v_n^* \Delta x \qquad F_s = v_s^* \Delta x \end{aligned}\right\} \quad \text{Les flux convectifs} \qquad (3.9)$$

$$\left.\begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \Delta y \qquad D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \Delta y \\ D_n &= \frac{\Gamma_n}{\delta y_n} \Delta x \qquad D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta y_s} \Delta x \end{aligned}\right\} \quad \text{Les flux diffusifs} \qquad (3.10)$$

3.2.3.1.Fonction A(|Pe|) pour différents schémas numériques :

Le tableau ci-dissous donne les expressions de la fonction A(|Pe|) pour différents schémas numériques.

Tableau 3.2 : Les expressions de la fonction $A(|Pe|)$ pour différents schémas numériques (Patankar, 1980)

Schéma	**Formule de la fonction**
Différences centrées	$1- 0.5\ \|Pe\|$
Upwind	1
Hybrid	$Max\left[0,\ 1- 0.5\|Pe\|\ \right]$
Exponentiel	$Max\left[0,\ (1- 0.5\|Pe\|)^5\ \right]$

3.3. Simulation

3.3.1. Présentation d'OpenFOAM

OpenFOAM (*Open F*ield *O*peration *A*nd *M*anipulation), est constitué d'une suite de librairies écrites en langage C++. Chacun des solveurs inclus dans ce logiciel se réfère à ces libraires. Il est possible de modifier ces solveurs de sorte qu'ils répondent aux besoins de l'utilisateur. Des solveurs permettant de modéliser les équations de Navier-Stokes sont déjà disponibles dans la librairie d'OpenFOAM. La structure du logiciel est présentée à la figure 3.4. Sur cette figure, on peut voir que le code est séparé en trois parties distinctes ; l'étape du *pré-processing*, *processing*, et l'étape du *post-processing*. L'étape du *pré-processing* consiste, entre outres, à définir la géométrie du problème et le maillage, ainsi

que les conditions aux frontières sur le domaine. La partie *processing* (solving) est la partie de la résolution du problème en se basant sur le maillage et sur les conditions aux frontières, le solveur résout le problème et les résultats sont enregistrés pour l'étape d'analyse et visualisation des résultats (*post-processing).*

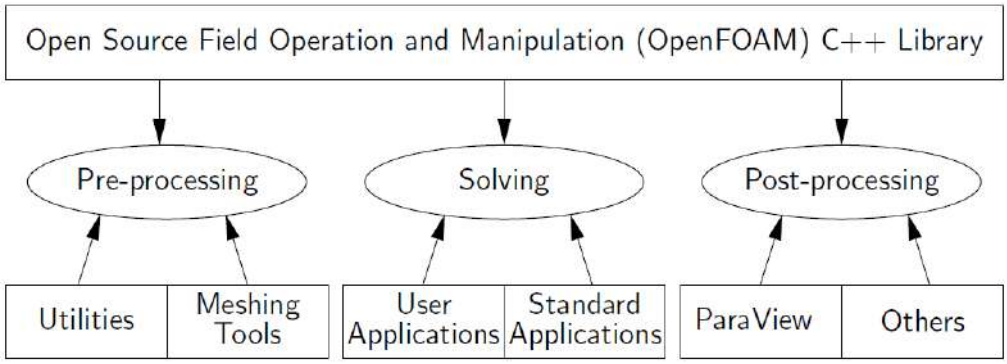


Figure 3.4 Structure du programme OpenFOAM

3.3.2. Structure d'un répertoire contenant un cas a étudié dans OpenFOAM

OpenFOAM ne dispose pas d'interface graphique, mais fonctionnant avec un système de fichiers et cela nécessite un véritable savoir-faire. Les fichiers du cas a étudié doivent être disposés dans un seule répertoire portant le nom du cas, la structure de ce dernier est représenter dans la Figure 3.5. Le répertoire nommé *"constant"* contient les fichiers spécifiant les propriétés physiques pour le cas concernée (Annexe B.6); La description complète du maillage pour le domaine étudié est placé dans le sous-répertoire nommé "*polyMesh*", et le répertoire *"system"* contient les paramètres associé au procédé de solution, on trouve dedans au moins les 3 fichiers suivants : *"controlDict"* où les paramètres de contrôle du procédé de l'exécution sont déterminés tel que le temps de début/fin, le pas de temps et les paramètres des résultats (Annexe B.1) ; *"fvSchemes"* où les schémas de discrétisation utilisés dans la solution peuvent être choisis (Annexe B.4) ; et *"fvSolution"* où les solveurs d'équation, les tolérances et d'autres algorithmes de contrôle sont déterminés pour l'exécution (Annexe B.5).

Le répertoire de temps contenant différents fichiers de données pour les champs particuliers. Il comporte les valeurs initiales et les conditions aux limites que l'utilisateur doit spécifier pour définir le problème, ou des résultats écrits aux dossiers par OpenFOAM.

Il est à noter que les champs d'OpenFOAM doivent toujours être initialisés, même lorsque la solution ne l'exige pas (comme dans les problèmes stationnaires). Chaque répertoire de temps est nommé par la valeur du temps simulé où les données sont écrites. Et puisque nous commençons habituellement nos simulations par t = 0, les conditions initiales sont habituellement stockées dans un répertoire nommé *0* ou *0.000000e+00*, selon le format du nom spécifie.

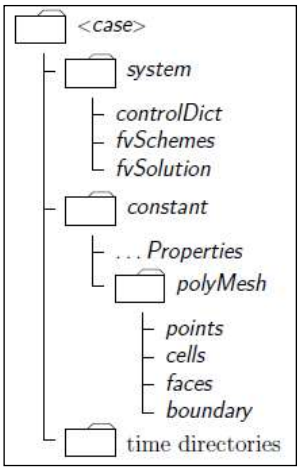


Figure 3.5 Structure d'un répertoire contenant un cas a étudié dans OpenFOAM

3.3.3. Préparation des données (Pré-processing)

3.3.3.1. Génération du maillage

OpenFOAM fonctionne toujours dans un système de coordonnées cartésien tridimensionnel, donc toutes les géométries doivent être produites en 3D. *OpenFOAM* résout le cas en trois dimensions par défaut mais il peut être chargé de résoudre des cas bidimensionnels en spécifiant une condition aux limites vide dans la 3ème dimension dont laquelle aucune solution n'est exigée.

La production du maillage est assuré par le générateur de maillage *blockMesh* a l'aide d'une description spécifique dans un dictionnaire d'entrée *blockMeshDict* (Annexe B.2) situé dans le répertoire *constant/polyMesh* pour le cas donné. Le fichier contient d'abord des informations d'en-tête (lignes 1-7), puis on trouve des informations du contenue du fichier dans le sous-dictionnaire *FoamFile*.

Le fichier spécifie d'abord des coordonnées des sommets des blocs ; il définit alors les blocs par des étiquettes des sommets, puis le nombre de mailles dans chaque direction axiale ; et à la fin, il définit les patches de frontière.
Le maillage s'est produit en exécutant la commande *blockMesh* dans la ligne de commande du terminal.

3.3.3.2. Conditions initiales et aux limites

Notre étude est établie pour commencer au temps t = 0 s, ainsi les données initiales du champ sont stockées dans le sous-répertoire *0* du répertoire du cas étudié. Le sous répertoire *0* contient 3 fichiers, P, T et U, pour la pression, la température, et le champ de vitesse respectivement dont les valeurs initiales et les conditions aux limites doivent être spécifiés (Annexe B.3).

- ***internalField***

Les données du champ initial interne, qui sont uniformes dans notre cas (décrit par une valeur simple).

- ***boundaryField***

Les données du champ aux limites qui incluent aussi les conditions initiales et les conditions pour tous les patches aux frontières. Pour notre cas, la frontière se compose de : *up* et *down* pour l'entrée et la sortie du canal, *left* et *right* pour les côtés latérales du canal, *obstacle* pour le cylindre situé au centre du canal. Les types *zeroGradient* signifiant que le gradient normal de la température est égal à zéro ; La partie *frontAndBack* représente les plans avant et arrières pour les géométries 3dimensionnels, la spécification *empty* signifie que notre cas est bidimensionnel.
La spécification des conditions est pareil pour la vitesse et la pression, sauf que la vitesse doit être exprimé par un vecteur de 3 composants, par exemple (0 1 0).

3.3.3.3. Schémas de discrétisation et Paramètres du solveur

Le choix du schéma de discrétisation pour la méthode des volumes finis est spécifie dans le dictionnaire *fvSchemes* (Annexe B.4) situé dans le répertoire *system*. Les spécifications des solveurs d'équation linéaire et des tolérances et d'autres contrôles d'algorithme sont faites dans le dictionnaire *fvSolution*, ce fichier se trouve aussi dans le répertoire *system*.

Le dictionnaire *fvSchemes* spécifie les schémas numériques pour des termes, telles que le gradient ∇, et les interpolations.

L'ensemble des termes, pour lesquelles des schémas numériques doivent être spécifiés, sont subdivisés dans le dictionnaire *fvSchemes* en catégories énumérées dans le tableau 3.3. Chaque mot-clé dans le tableau 3.3 est le nom d'un sous-dictionnaire qui contient des termes d'un type particulier, par exemple *gradSchemes* contient toutes les termes de dérivation du gradient telles que *grad(p)* (qui représente ∇p).

Tableau 3.3 : Mots-clés principaux utilisés dans *fvSchemes*.

Mot-clé	**Catégorie des termes mathématiques**
interpolationSchemes	interpolations point par point des valeurs
snGradSchemes	Composante de gradient normal à une face d'une cellule
gradSchemes	Le gradient ∇
divSchemes	La divergence $\nabla\cdot$
laplacianSchemes	Laplacian ∇^2
timeScheme	Dérivés première et deuxième par rapport au temps $\partial/\partial t$, $\partial^2/\partial t^2$
fluxRequired	Champs qui exigent la génération d'un flux

Les sections suivantes décrivent le choix des schémas pour chacune des catégories des termes du tableau 3.3.

- **Les schémas d'interpolation**

Le sous-dictionnaire *interpolationSchemes* contient les termes d'interpolation des valeurs typiquement du centre des cellules au centre des faces. Une sélection des schémas d'interpolation recommandés d'OpenFOAM est énumérée dans le tableau 3.4, étant divisé en 4 catégories : une catégorie des schémas générale ; et trois catégories des schémas utilisés principalement en conjonction avec la discrétisation gaussienne.

Un schéma général est simplement spécifié en citant son mot-clé et l'entrée, par exemple un schéma linéaire est spécifié en tant que défaut par :

default linear ;

Les schémas de convection-spécifique calculent l'interpolation en basant sur le flux de la vitesse d'écoulement. Les spécifications de ces schémas exigent le nom du champ de flux sur lequel l'interpolation est basée ; Parmi les catégories des schémas de convection-

spécifique on distingue : Le schéma de différence upwind ; les schémas de variable normalisée (NV) ; et variation totale diminuante (TVD). Le schéma de différence upwind et le TVD sont spécifiés par le schéma et le flux, par exemple le schéma upwind basé sur un flux *phi* est spécifié en tant que *default* comme suit :
default upwind phi;

- *Schémas pour les champs scalaires strictement limité*

Il y a des versions de certains schémas limités pour les grandeurs scalaires qui nécessitent d'être strictement limité. Pour délimiter entre des limites spécifiées par l'utilisateur, le nom du schéma devrait être initialisé par le mot *limited* et suivi des limites inférieures et supérieures respectivement.
Par exemple, pour limiter le schéma *vanLeer* limité entre -2 et 3, on spécifie :
default limitedVanLeer -2.0 3.0;

- *Schémas pour des champs de vecteur*

Il y a des versions améliorées de certains schémas limités pour les champs de vecteur dont il est formulé pour tenir en compte la direction du champ. Ces schémas sont choisis en ajoutant `V` au nom du schéma général, c-à-d *limitedLinearV* pour *limitedLinear*. Les versions `V` sont disponibles pour les schémas suivants : *limitedLinearV, vanLeerV, GammaV, limitedCubicV* et *SFCDV*.

Tableau 3.4 : Les schémas d'interpolation.

Les schémas centrés	
linear	Interpolation linéaire (différence central)
cubicCorrection	Schéma cubique
midPoint	Interpolation linéaire avec la pondération symétrique
Les schémas de convection Upwinded	
upwind	Schéma de différence upwind
linearUpwind	Schéma de différence upwind linéaire
skewLinear	Linéaire avec la correction d'obliquité
QUICK	Schéma de différence upwind quadratique
Les schémas TVD	
limitedLinear	différence linéaire limitée
vanLeer	limiteur de van Leer
MUSCL	Limiteur de MUSCL
limitedCubic	Limiteur cubique
Les schémas NVD	
SFCD	différence central Self-filtered
Gamma ψ	Différence gamma

- **Les schémas de gradient normal de surface**

Le sous-dictionnaire *snGradSchemes* contient les termes de gradient normal de surface. Un gradient normal de surface est la composante normale évalué à la face des cellules du gradient des valeurs situés aux centres des 2 cellules dont la face est relié. Un gradient normal de surface peut être spécifié pour lui-même, et il est également exigé pour évaluer le terme de Laplacian en utilisant l'intégration gaussienne.

Les schémas disponibles sont énumérés dans le tableau 3.5 et sont spécifiés en citant simplement le mot-clé et l'entrée

Tableau 3.5 : Schémas normaux extérieurs de gradient

Schéma	**Description**
corrected	Correction non-orthogonale explicite
uncorrected	Aucune correction non-orthogonale
limited ψ	Correction non-orthogonale limitée
bounded	Correction limitée pour des grandeurs scalaires positives
fourth	Quatrième ordre

- **Les schémas du gradient**

Le sous-dictionnaire *gradSchemes* contient les termes de gradient. Le schéma de discrétisation pour chaque terme peut être choisi parmi ceux énumérés dans le tableau 3.6.

Tableau 3.6 : Schémas de discrétisation disponibles pour *gradSchemes*.

Schéma de discrétisation	**Description**
Gauss <interpolationScheme>	Deuxième ordre, intégration gaussienne
leastSquares	Deuxième ordre, des moindres carrés
fourth	Quatrième ordre, des moindres carrés
limited <gradScheme>	Version limitée de l'un des schémas ci-dessus

Le mot-clé *gauss* spécifie la discrétisation par volume finie standard de l'intégration gaussienne qui exige l'interpolation des valeurs à partir du centre des cellules vers le centre des faces.

Par conséquent, l'entrée *gauss* doit être suivie du choix du schéma d'interpolation du tableau 3.4. Il serait extrêmement inhabituel de choisir n'importe quoi autre que des schémas d'interpolation générale et dans la plupart des cas le schéma *linear* est un choix efficace, par exemple :

grad(p) Gauss linear;

- **Schémas de Laplacian**

Le sous-dictionnaire *laplacianSchemes* contient les schémas des termes typique de Laplacian trouvée dans la dynamique des fluides, $\nabla\cdot(\nu\nabla U)$, dont la syntaxe est identifié par le mot clé *laplacian(nu,U)*. Le schéma de gauss est le seul choix pour la discrétisation et exige un choix d'un schéma d'interpolation pour le coefficient de diffusion, c-à-d ν dans notre exemple, et un schéma de gradient normal de surface, c-à-d ∇U. En résumé, les entrées exigées sont :

gauss <interpolationScheme> <snGradScheme>

Le schéma d'interpolation est choisi parmi le tableau 3.4, les choix typiques étant des schémas généraux (*linear* dans la plupart des cas). Le schéma de gradient normal de surface est choisi du tableau 3.5 ; le choix du schéma détermine le comportement numérique comme décrit dans le tableau 3.7. Une entrée typique pour notre exemple du terme de Laplacian serait :

laplacian(nu,U) Gauss linear corrected;

Tableau 3.7 : Comportement des schémas normal de surface utilisés dans *laplacianSchemes*.

Schéma	Comportement numérique
corrected	Illimité, deuxième Ordre, conservatif
uncorrected	limité, premier Ordre, non-conservateur
limited ψ	Mélange de corrected et uncorrected
bounded	Premier Ordre pour des grandeurs scalaires limitées
fourth	Illimité, quatrième Ordre, conservatif

- **Les schémas de divergence**

Le sous-dictionnaire *divSchemes* contient les termes de divergence. Il comporte la syntaxe de l'entrée de référence du terme typique de convection trouvée dans la dynamique des fluides $\nabla\cdot(\rho UU)$, exprimé dans OpenFOAM par la syntaxe *div (phi, U)*, où *phi* se rapporte au flux $\phi = \rho U$.

Le schéma de *gauss* est le seul choix de la discrétisation et exige la sélection du schéma d'interpolation pour le champ dépendant. Pour récapituler, les entrées exigées sont :

Gauss <interpolationScheme>

Le schéma d'interpolation est choisi parmi la gamme complète des schémas représenté dans le tableau 3.4. Le choix détermine en critique le comportement numérique comme décrit dans le tableau 3.8. La syntaxe ici pour la spécification des schémas d'interpolation de convection-spécifique n'inclut pas le flux puisque il est déjà connu pour le terme particulier, c-à-d pour *div(phi,U)*, nous savons que le flux est *phi* alors en le spécifiant dans le schéma d'interpolation causerait seulement une contradiction. Les spécifications de l'interpolation *upwind* dans notre exemple seraient donc :

div (phi, U) gauss upwind;

Tableau 3.8 : Comportement des schémas d'interpolation utilisés dans *divSchemes*.

Schéma	**Comportement numérique**
linear	Seconde ordre, illimité
skewLinear	Seconde ordre, (plus) illimité, correction d'obliquité
cubicCorrected	Quatrième ordre, illimité
upwind	Premier ordre, limité
linearUpwind	Premier/Seconde ordre, limité
QUICK	Premier/Seconde ordre, limité
TVD schemes	Premier/Seconde ordre, limité
SFCD	Seconde ordre, limité
NVD schemes	Premier/Seconde ordre, limité

3.3.3.4. Algorithme utilisé

La première chose à déterminer, lors de l'étude d'un cas avec OpenFOAM, est celle du solveur à utiliser. Contrairement à Fluent, OpenFOAM a du point de vue utilisateur, presque autant de solveurs différents que de type de cas d'étude possible ; Le Tableau 3.9 représentes quelques solveurs destinés aux écoulements non-isothermes. Ainsi, il n'y a pas besoin de choisir les équations à résoudre, comme pour Fluent, mais uniquement de choisir le bon solveur.

Tableau 3.9 Solveurs destiné aux écoulements non-isothermes.

Solveur	**Description**
buoyantFoam	Solveur transitoire pour les écoulements turbulents des fluides compressibles pour ventilation et transfert de chaleur
buoyantSimpleFoam	Solveur stationnaire pour les écoulements turbulents des fluides compressibles pour ventilation et transfert de chaleur
buoyantSimpleRadiationFoam	Solveur stationnaire pour les écoulements turbulents des fluides compressibles pour ventilation et transfert de chaleur
chtMultiRegionFoam	Solveur de de simulation de transfert de chaleur conjugué dans un solide vers un écoulement conduit par poussée d'Archimède
lesBuoyantFoam	Solveur transitoire pour les écoulements turbulents des fluides compressibles pour ventilation et transfert de chaleur par le model de turbulence LES
buoyantBoussinesqPisoFoam	Solveur transitoire pour les écoulements turbulents non-isothermes des fluides incompressibles
buoyantBoussinesqSimpleFoam	Solveur stationnaire pour les écoulements turbulents non-isothermes des fluides incompressibles
buoyantPisoFoam	Solveur transitoire pour les écoulements turbulents non-isothermes des fluides compressibles pour ventilation et transfert de chaleur

Dans notre cas nous avons choisi le solveur nommé "*buoyantBoussinesqSimpleFoam"*. Ce solveur basé sur l'algorithme SIMPLE est destiné aux écoulements stationnaires incompressibles avec considération de variation de densité lors du transfert de chaleur (approximation de boussinesque) comme il été bien indiqué par son nom (OpenCFD Ltd. (2009)).

La procédure de l'algorithme SIMPLE est basée sur une série d'opérations itératives de prédiction-correction pour résoudre les équations régissant. Grâce à un champ de pression prédit, les composantes de la vitesse sont d'abord calculées à partir de l'équation de quantité de mouvement. Le terme de pression est ensuite lié entre l'équation de continuité et l'équation dynamique, en transformant l'équation de continuité dans une équation de Poisson pour la pression. L'équation de Poisson applique une correction de pression pour le champ de vitesse trouvé, et les nouvelles valeurs sont ensuite utilisées pour résoudre les

équations discrétisées de quantité de mouvement pour le calcul du champ de vitesse ainsi que l'équation d'énergie pour le champ de température, (la résolution de l'équation d'énergie est effectuée pour chaque étape à cause de l'influence de la variation de température sur le champ d'écoulement à travers les propriétés du fluide). Le champ de pression trouvé est ensuite pris pour un champ prédit, et le processus se répète jusqu'à l'obtention d'une solution convergée.

Le code source du solveur est réparti dans plusieurs fichiers qui sont tout écrits en langage C++, le premier fichier *buoyantBoussinesqSimpleFoam.C* est le fichier principal du solveur. Ce fichier fait appel à plusieurs autres fichiers (.C et .h).
buoyantBoussinesqSimpleFoam.C se compose d'une boucle d'exécution *runTime* qui appelle les équations *UEqn.H, TEqn.H et PEqn.H* dans chaque itération et utilise le correcteur de pression-vitesse *SIMPLE*. Sachant que les fichiers : *UEqn.H*, *TEqn.H* et *PEqn.H* comprenant respectivement l'équation dynamique, l'équation d'énergie, et l'équation de la pression.

3.3.4. Traitement (Processing)

Dans cette étape se manifeste l'exécution des calculs selon le code de l'algorithme choisie (dans notre cas c'est *buoyantBoussinesqSimpleFoam).* Citons les étapes principales de ce dernier

3.3.4.1.Prédicteur de vitesse

La vitesse est prédite implicitement dans le code *UEqn.H* (Annex A.1), en raison de la plus grande stabilité des méthodes implicites, ce qui signifie qu'un ensemble de couplage des équations linéaires, exprimée sous forme matricielle tel que : Ax = b, sont résolus.
La classe *fvm* signifie "finite-volume matrix", utilisée pour les opérations implicites et la matrice formé au côté gauche de l'équation de *UEqn.H*. Par contre la classe *fvc*, signifie "finite-volume calculus", est utilisée pour des opérations explicites, comme dans le côté droit de l'équation de la matrice dans *UEqn.H*. Le terme + *fvm::div(phi, U)* est la divergence du flux de la vitesse "phi" multipliée par la vitesse, ou en d'autres termes, la convection de vitesse. Le terme + *turbulence->divDevReff(U)* est utilisé pour les écoulements turbulents.

Le côté gauche implicites stockée dans la matrice de *UEqn.H* multiplié par le vecteur solution est égal à deux termes. Le premier terme interpole ρ_k aux faces des cellules et le multiplie par $g \cdot S_\varphi$ sur tous les faces, où g est le vecteur d'accélération de la pesanteur et S_φ est le vecteur normal a la face cellulaire (le symbole & désigne le produit scalaire). Le second terme est le gradient normal de surface négative p multiplié par la surface pour toutes les faces des cellules. La commande *reconstruct* reconstruit un champ pour le volume à partir du champ d'écoulement de la face. Le champ de volume est reconstruit à partir des valeurs des faces plutôt que d'utiliser simplement les valeurs du centre de la cellule du début. Ceci est fait pour tenter d'empêcher le découplage vitesses-pression lors de l'utilisation du deuxième ordre de la différence centrale. L'ensemble des équations linéaires résultant est alors résolu par un solveur de matrice pour produire la vitesse prédite.

3.3.4.2.Prédicteur de Température

Comme dans le prédicteur de la vitesse, la température est prédite implicitement dans *TEqn.H*. Le membre implicite gauche de l'équation est assemblé dans les lignes 8-13 de l'Annexe A.3. Ceci est un ensemble d'équations linéaires, qui est ensuite résolu par *TEqn.solve ()*. Enfin, à la ligne 20, ρ_k est mis à jour basée sur la nouvelle valeur de température par la ligne de commande *rhok = 1.0 – beta* (T - Tref)*, ce qui concorde avec l'approximation de Boussinesq.

3.3.4.3.La boucle de correction

Les étapes de correction ont eu lieu dans le code *PEqn.H* (Annexe A.2), ce fichier est appelé depuis la boucle de correction du "SIMPLE". Avant d'entamer les corrections, certaines variables doivent être configurées dans la première partie du code (lignes 3-5). Le calcul de la vitesse, ainsi que calcul du flux *phi* est effectué dans les lignes 9 à 17, ensuite la définition et la résolution de l'équation de pression suivie par le calcul du flux conservatif *phi* et la correction du champ de vitesse se répètent dans une boucle pour le nombre de correction de non-orthogonalité prescrit (lignes 29 à 97). La commande *# include "continuityErrs.H"* est appelé pour la correction de la pression via l'équation de continuité. La ligne 43 sert au calcul des nouvelles valeurs de la pression selon la référence des pressions choisie par l'utilisateur.

3.3.4.4. Tolérances de la solution

Les solveurs de matrice sont itératifs, c-à-d ils sont basés sur réduire le résiduel d'équation par une succession des solutions. Le résiduel est en apparence une mesure de l'erreur dans la solution de sorte que plus il est petit, plus la solution est plus précise. Plus précisément, le résiduel est évalué en substituant la solution courante dans l'équation et en prenant la grandeur de la différence entre les côtés gauches et droits.

Avant de résoudre une équation pour un champ particulier, le résiduel initial est évalué en basant sur les valeurs courants de ce champ. Après chaque itération du solveur le résiduel sera réévalué.

Le solveur s'arrête si l'une des conditions suivantes est atteinte :

• le résiduel devient inferieur à la tolérance du solveur, *tolerance* ;

• le rapport du résiduel courant au résiduel initial devient inferieur à la tolérance relative du solveur, *relTol*;

La tolérance du solveur représente le niveau auquel le résiduel est assez petit que la solution peut être considérée suffisamment précise. La tolérance relative du solveur limite le progrès relatif de la solution initiale à la solution finale. Dans notre étude on a placé la tolérance relative du solveur à 0 pour forcer la solution de se converger à la tolérance du solveur. Les tolérances *tolerance* et *relTol* ont été spécifiés dans les dictionnaires pour tous les solveurs.

3.3.5. Analyse et visualisation des résultats (Post-processing)

L’étape de *post-processing* a été réalisée par le logiciel ParaFOAM qui est un outil de visualisation fournie avec OpenFOAM permettant de visualiser les données calculées lors de l'étape de calcul (*processing*). Les résultats obtenus seront, analysés et commentés dans le chapitre suivant.

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSION

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION

4.1. Introduction

Dans ce chapitre sont présentés les résultats des simulations numériques réalisées de la convection mixte autour d'un barreau à section carrée situé entre deux plaques planes verticales. Ce choix permet de se rendre compte de l'effet de l'emplacement de cet élément sur la dynamique du fluide, le transfert de chaleur et de quantité de mouvement dans le fluide. La première section s'intéresse à l'effet de la taille du maillage, la section suivante, quant, à elle s'intéresse à la validation du code de calcul. Les sections suivantes seront consacrées aux résultats issus de la simulation numérique pour le cas traité.

La géométrie considérée dans cette étude ainsi que les conditions aux frontières sont présentées sur la figure 4.1. Une température constante T_c est imposée à la surface du barreau dans chaque cas, la vitesse qui correspond à la valeur du nombre Reynolds voulue est imposée à l'entrée du canal. Les parois sont supposées adiabatiques avec l'effet de non glissement pour les vitesses. En outre, tous les gradients sont nuls à la sortie.

4.2. Indépendance du maillage

Le choix de la distribution et de l'intensité du maillage a une grande influence sur la précision des résultats d'une part et sur le temps de calcul d'autre part. En effet, un maillage grossier donne des résultats erronés et irréalistes, tandis qu'un maillage très fin occupe trop d'espace mémoire et prends beaucoup de temps de calcul. Pour un souci de compromis entre temps de calcul et précision des résultats, plusieurs tests ont été effectués.

La structure de la grille choisie est présentée sur la figure 4.1. La grille est divisée en trois zones distinctes (uniforme ainsi que des distributions non uniforme) dans les deux directions. Dans la région autour du cylindre, la grille de distribution a été faite avec une taille de cellule fine et constante, $\delta = 1{,}67 \cdot 10^{-4}$m dans le but de capter les forts gradients de grandeurs recherchées (vitesse, pression et température) et améliorer la précision du calcul à l'interface entre le fluide et le cylindre chauffée. Cette zone raffinée est allongé vers l'aval du barreau pour capter le sillage de façon adéquate. Une fonction exponentielle est utilisée dans les régions entre le cylindre et les parois de confinement ainsi que les sections en amont et en aval, pour étirer la taille des cellules selon une progression géométrique

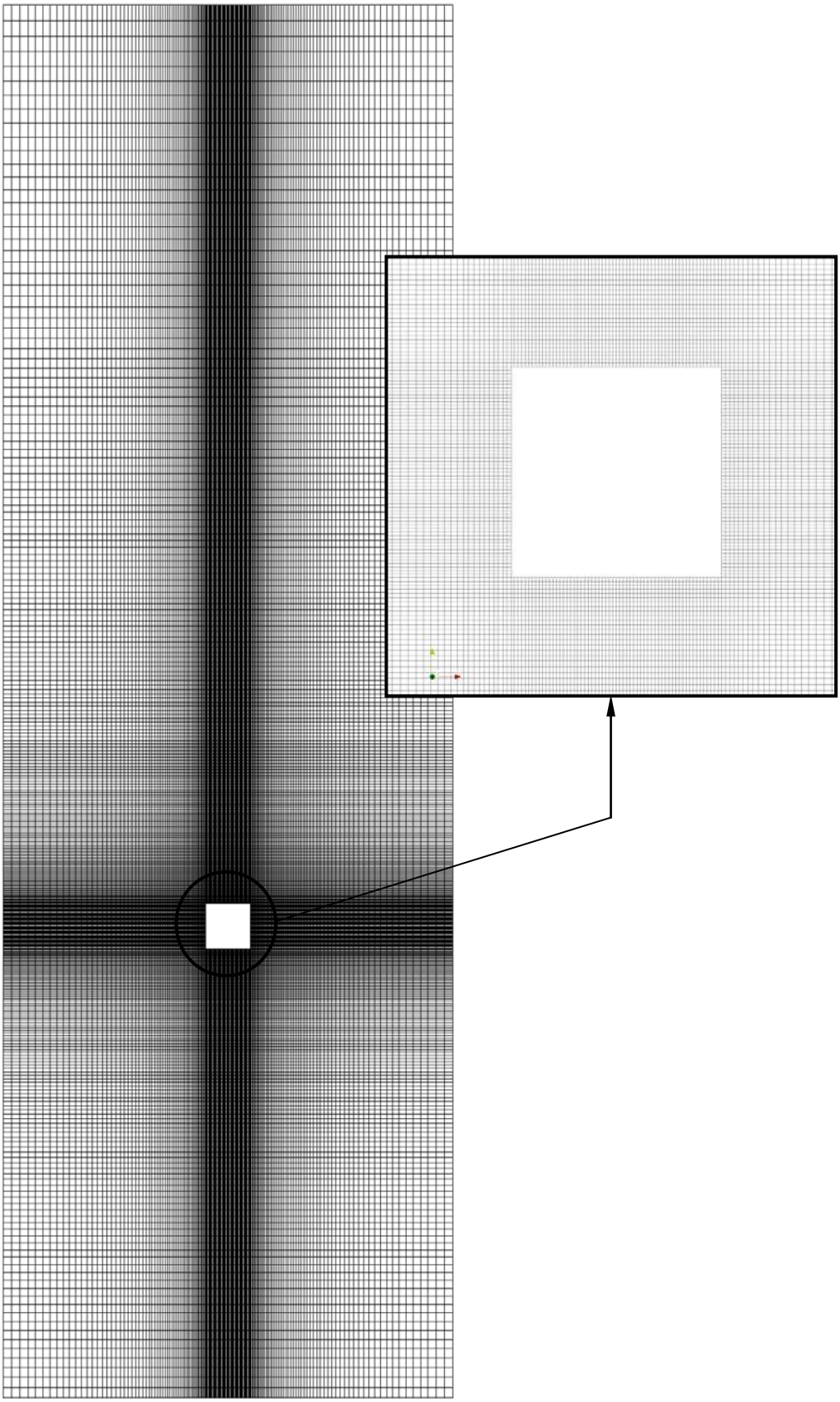


Figure 4.1. Maillage du domaine étudié.

suivant les directions axiales et longitudinales afin d'éviter des variations irrégulières de vitesses et de températures.

Pour choisir le maillage spatial adéquat, nous avons procédé à une série de tests pour le cas Re= 45 Gr= 3216, l'erreur maximale ne dépasse pas les 1%. On peut constater qu'au-delà d'un maillage de 60 mailles sur chaque côté du barreau, le temps de calcul augmente, mais pas de changement significatif observé sur les résultats.

Il est important à noter que la longueur d'entrée (H_U) et celle de sortie (H_D) ont été choisies suffisamment longues afin d'éviter des conditions aux limites non réalistes (Dhiman et al., 2006)

4.3 Validation

Une autre étape très importante en calcul numérique ; une validation s'impose avant toute utilisation du code pour une nouvelle application. C'est dans ce but que nous nous proposons dans cette section de valider notre code de calcul avec les résultats d'autres chercheurs disponibles dans la littérature. Pour cette validation, nous avons opté pour une étude présentée par Dhiman et al. (2006), qui traite le transfert de chaleur par convection forcée autour d'un barreau à section carrée placé perpendiculairement à un écoulement laminaire avec un nombre de Reynolds Re = 45 pour l'air (Pr = 0,71). La figure 4.2 montre une comparaison entre l'évolution spatiale du nombre de Nusselt local évalué à la surface du barreau obtenu dans cette étude avec celle présenté par Dhiman et al. (2006).

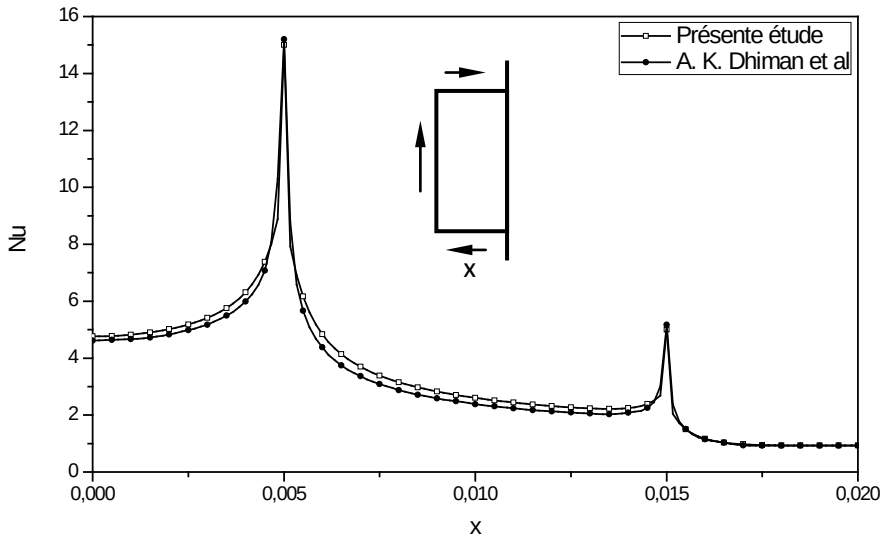


Figure 4.2. Comparaison des valeurs du nombre de Nusselt obtenu par notre code, et celles de Dhiman et al. (2006)

Qualitativement, nous pouvons remarquer que les résultats obtenus dans la présente étude sont très proches de ceux obtenus par Dhiman et al. (2006). L'écart relatif entre les deux solutions n'excède pas les 5%.

4.4. Présentation des résultats

Dans cette partie, on présente les résultats obtenus par simulations numériques de l'écoulement et du transfert de chaleur par convection mixte autour d'un barreau à section carrée placé dans un canal vertical. Selon le sens relatif de la convection forcée par rapport à celui de la convection libre, deux configurations ont été traitées ; écoulement vers le haut où les deux écoulements s'entraident (écoulement assisté) et écoulement vers le bas, opposé à celui généré par la convection libre (écoulement contrarié). Pour chaque configuration, le calcul est effectué pour différents arrangements de paramètres caractérisant l'écoulement thermoconvectif, et ce afin de cerner l'étude et de quantifier l'effet des différentes conditions sur l'écoulement et sur le transfert de chaleur mis en jeu. Les deux paramètres adimensionnels fondamentaux qui gouvernent ce phénomène sont le nombre de Grashof (Gr) et le nombre de Reynolds (Re). Ces deux paramètres sont regroupés en un seul à savoir le nombre de Richardson (Ri). Le nombre de Prandtl qui caractérise les propriétés thermophysiques du fluide est considéré constant Pr = 0,71 (cas de l'air). Les intervalles des deux grandeurs (Gr et Re) ont été choisies de telle sorte que l'écoulement ne sort pas du régime stationnaire laminaire et que les effets inertiels restent comparable aux effets de flottabilité ($0,1 < Ri < 10$). Les différentes combinaisons des paramètres utilisées dans cette étude sont regroupées dans le tableau 4.1.

L'ensemble des résultats est présenté soit sous forme qualitative, tels que les lignes de courant ou les vecteurs vitesses ou quantitative comme les profils de vitesses, la distribution de la température, l'évolution du nombre de Nusselt ou encore le coefficient de trainée.

Tableau 4.1. Paramètres utilisés pour l'écoulement aidé et opposé.

N°	**U** (m/s)	**Re**	$\mathbf{T_\infty}$(°K)	$\mathbf{T_c}$(°K)	**ΔT** (°K)	**Gr**	**Ri**
1	0,045	**45**	300	320	20	**6,33E+03**	**3,125**
2	0,045	**45**	300	315	15	**4,79E+03**	**2,363**
3	0,045	**45**	300	310	10	**3,22E+03**	**1,588**
4	0,045	**45**	300	305	5	**1,62E+03**	**0,801**
5	0,06	**60**	300	310	10	**3,22E+03**	**0,893**
6	0,045	**45**	300	310	10	**3,22E+03**	**1,588**
7	0,03	**30**	300	310	10	**3,22E+03**	**3,574**
8	0,02	**20**	300	310	10	**3,22E+03**	**8,041**

Bien que les calculs ont été exécutés sur un domaine géométrique suffisamment large pour contenir le phénomène (x = 0 à x = 10cm et de y = 0 à y = 31cm), il est nécessaire de noter que pour des raisons de clarté, les résultats ne seront pas représentés dans cette plage. Rappelons que le rapport de blocage D/L = 1/10, et que les positions axiales y = 10cm et y = 11cm correspondent respectivement, à l'emplacement de la surface inferieure et la surface supérieure du cylindre chauffé. Cet emplacement est choisi afin que les conditions imposé à l'entrée du canal (vitesse constate) n'aient pas d'influence sur l'écoulement et qu'à la sortie du canal l'hypothèse que tous les gradients soit nuls restes valables.

4.4.1 Structure de l'écoulement

L'écoulement thermo-convectif en régime mixte autour d'un barreau à section carrée placé dans l'axe d'un canal vertical est très compliqué. En effet, le fluide près de la paroi du cylindre est plus chaud que l'écoulement imposé ; lors du chauffage, il s'établit une diminution de la densité du fluide dans la proximité des parois du barreau, cette variation de densité combinée avec le champ gravitationnel provoque une poussée d'Archimède vers le haut. Dans les côtés latéraux du cylindre, le mouvement provoqué par la convection naturelle est donc accélérée par l'assistance de la vitesse de l'écoulement ascendant. Pour mettre en évidence ce phénomène, les lignes de courant pour Re = 45 et Gr = $3{,}22 \cdot 10^{03}$ sont présentés sur la figure 4.3. Ces valeurs correspondent à un nombre de Richardson Ri = 1,588, où les deux forces, de flottabilité et d'inertie coexistent avec des rapports comparables.

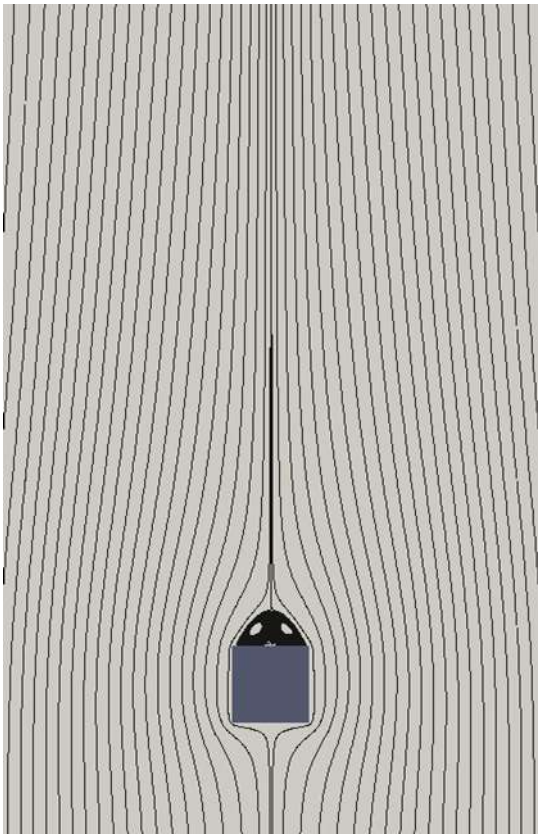


Figure 4.3 : Lignes de courants pour Re = 45 et Ri = 1,588 pour l'écoulement assisté.

Dans le cas de l'écoulement assisté, le phénomène est caractérisé par la présence d'une zone stagnation en amont au milieu de la surface inférieure du barreau, deux points de séparation aux bords de fuite en aval des faces latérales. Deux petites zones de recirculation, sont formées, après les points de séparation, le long des surfaces gauche et droite au-dessus du barreau. La courbure de la ligne de courant devient très grande aux niveaux des deux coins de la surface inférieure où la vitesse de l'écoulement augmente localement. Les zones de recirculation tendent à empêcher le fluide de s'éloigner de la surface du barreau. Dans les côtés latéraux du barreau, le mouvement provoqué par la convection naturelle est accélérée par l'assistance de la vitesse de l'écoulement ascendant.

4.4.2 Champ thermique

Les contours des isothermes pour Re = 45 et Ri = 1,588 pour le cas assisté, présentés sur la figure 4.4, montrent un panache thermique stationnaire ascendant, verticalement, en aval du barreau. Sa largeur diminue au fur et à mesure que l'écoulement s'éloigne de la surface du barreau. Le gradient de température est élevé sur la surface

amont du barreau marqué par les contours des isothermes denses en particulier sur les coins. Sur les surfaces latérales, la couche limite thermique est plus épaisse, elle augmente en allant vers l'arrière du barreau. Dans la zone de recirculation, le gradient de température est très faible à cause du long temps de séjour du fluide en contact avec la surface chaude, comparé à celui dans les autres zones, où les cellules contrarotatives véhiculent le fluide à faible débits. Dans cette zone de recirculation, le transfert de chaleur est dominé par la diffusion. En s'éloignant en aval du barreau, les contours sont plus espacés ce que marque la présence des deux mécanismes (diffusion et convection).

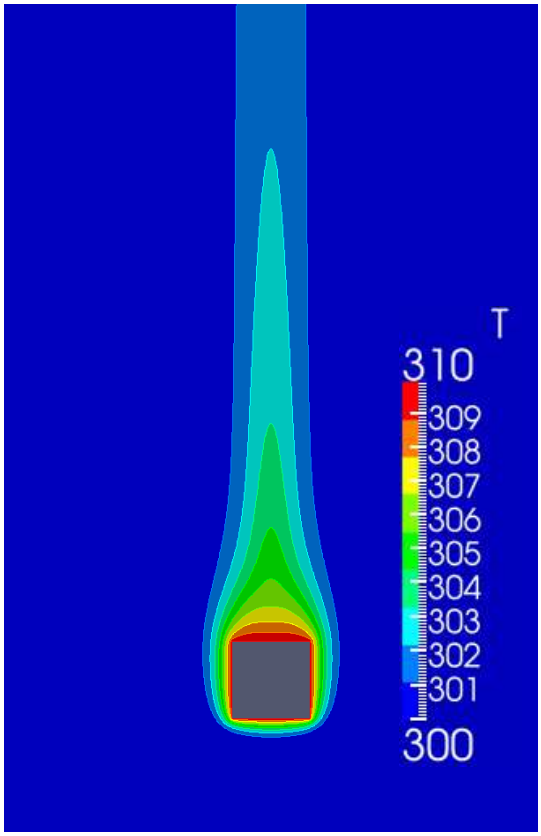


Figure 4.4. Contours isothermes pour Re = 45 et Ri = 1,588 pour l'écoulement assisté

4.4.3 Nombre de Nusselt

L'évolution du nombre de Nusselt le long de la surface du barreau pour Re = 45 et Ri = 1,588 est représenté sur la figure 4.5. On remarque que le nombre de Nusselt sur la face frontale (basse) est le plus important, ce qui confirme un échange maximal le long de cette face. Pour ce régime d'écoulement le profil du nombre de Nusselt est parfaitement symétrique sur la face frontale avec un axe de symétrie passant par le milieu de la face.

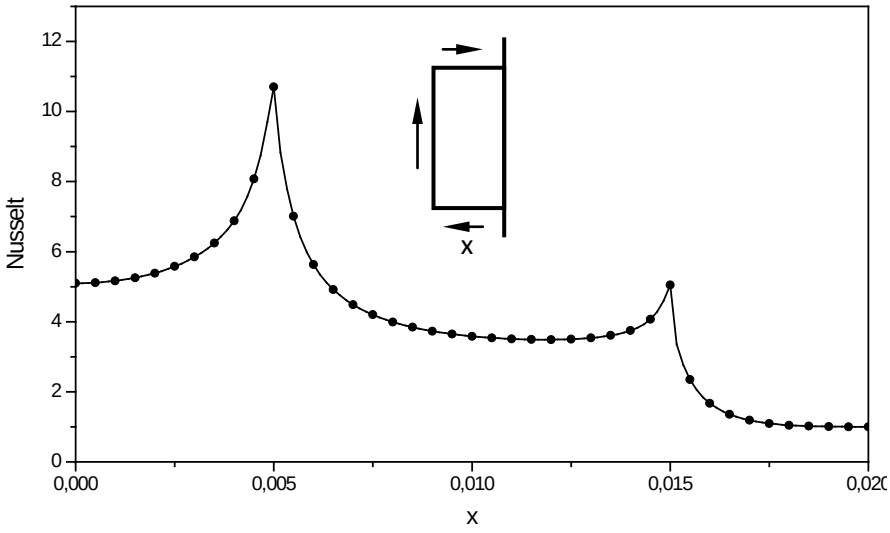


Figure 4.5 : Distribution du nombre de Nusselt local le long de la paroi du barreau Re = 45 et Ri = 1,588.

Le minimum du transfert de chaleur pour cette face est enregistré au niveau de ce plan de symétrie. En effet, bien que ce plan situé en amont et bénéficie de l'air frais avant son contact avec les surface chaudes, il constitue un point d'arrêt où l'écoulement se dévie pour contourner l'obstacle, comme le montre la figure 4.4, citée plus haut.

Sur les faces latérales, le nombre de Nusselt diminue avec le sens de l'écoulement pour atteindre une valeur asymptotique de l'ordre de 3,4 qui est supérieure à celle obtenue pour le cas de la convection forcée pour la même valeur du nombre de Reynolds. A l'approche du bord de fuite de ces surfaces (latérales), le nombre de Nusselt augmente jusqu'à une valeur de 4,4 à l'extrémité de la face. Enfin, et comme il fallait s'y attendre, le nombre de Nusselt est faible le long de la face arrière, située en aval du barreau, où règne le pair de tourbillons contrarotatifs (détachement de l'écoulement). Dans cette zone, le fluide reste plus de temps ce qui conduit à l'augmentation de sa température et par conséquent la dégradation du transfert de chaleur.

4.4.4 Etude paramétrique

Dans cette section, une étude paramétrique traitant les deux paramètres qui gouvernent la convection mixte à savoir, le nombre de Reynolds et le nombre de Grashof, ou encore le

nombre de Richardson qui regroupe les deux. Pour les deux facteurs, les intervalles ont été choisis de telle sorte de rester dans les limites de la convection mixte laminaire stationnaire.

a)Effet du nombre de Reynolds : les valeurs choisis pour ce paramètre sont de 20 à 60. Ces valeurs sont inférieures à la valeur critique du passage du régime stationnaire à l'instationnaire qui est de l'ordre de 65 à 70 pour ces conditions (Sharma et Eswaran (2005a), Sharma et Eswaran (2005b), korichi et al. (2005)).

Sur la structure de l'écoulement : Les lignes de courant pour Re = 20, 30, 45 et 60 et pour un nombre de Grashof $Gr = 3{,}22 \cdot 10^3$ sont représentées sur la figure 4.6. Ces valeurs correspondent aux nombres de Richardson de 0,893, 1,588, 3,574 et 8,04 respectivement.

Les constatations que l'on peut tirer de ces figures, c'est qu'avec l'augmentation du nombre de Reynolds, le point de séparation de l'écoulement, situé en amont du barreau, se rapproche de la surface du barreau. De même, avec l'augmentation du nombre de Reynolds, les lignes de courant deviennent plus intenses près de la surface, en particulier au voisinage des coins du barreau. En fin, aussi la longueur de la zone de recirculation située en aval du barreau, augmente à avec l'augmentation du nombre du Reynolds.

Sur le champ de température : Les contours de température pour Re = 20, 30, 45 et 60 et un nombre de Grashof $Gr = 3{,}22 \cdot 10^3$ sont représentées sur la figure 4.7. En amont du barreau, l'augmentation du nombre de Reynolds entraine une réduction de l'épaisseur de la couche limite thermique et par conséquent une augmentation du gradient de la température illustré par une densité élevée des isothermes. En aval du barreau, l'effet de la zone de recirculation est visible sur les isothermes. A faibles valeurs du nombre de Reynolds, à l'exception d'une petite zone, les isothermes sont étirées vers le haut par l'effet de l'écoulement combiné. Avec l'augmentation du nombre de Reynolds, on observe une zone plus large où les isothermes gardent une forme parabolique à cause de la dominance du mode diffusif par rapport au mode convectif.

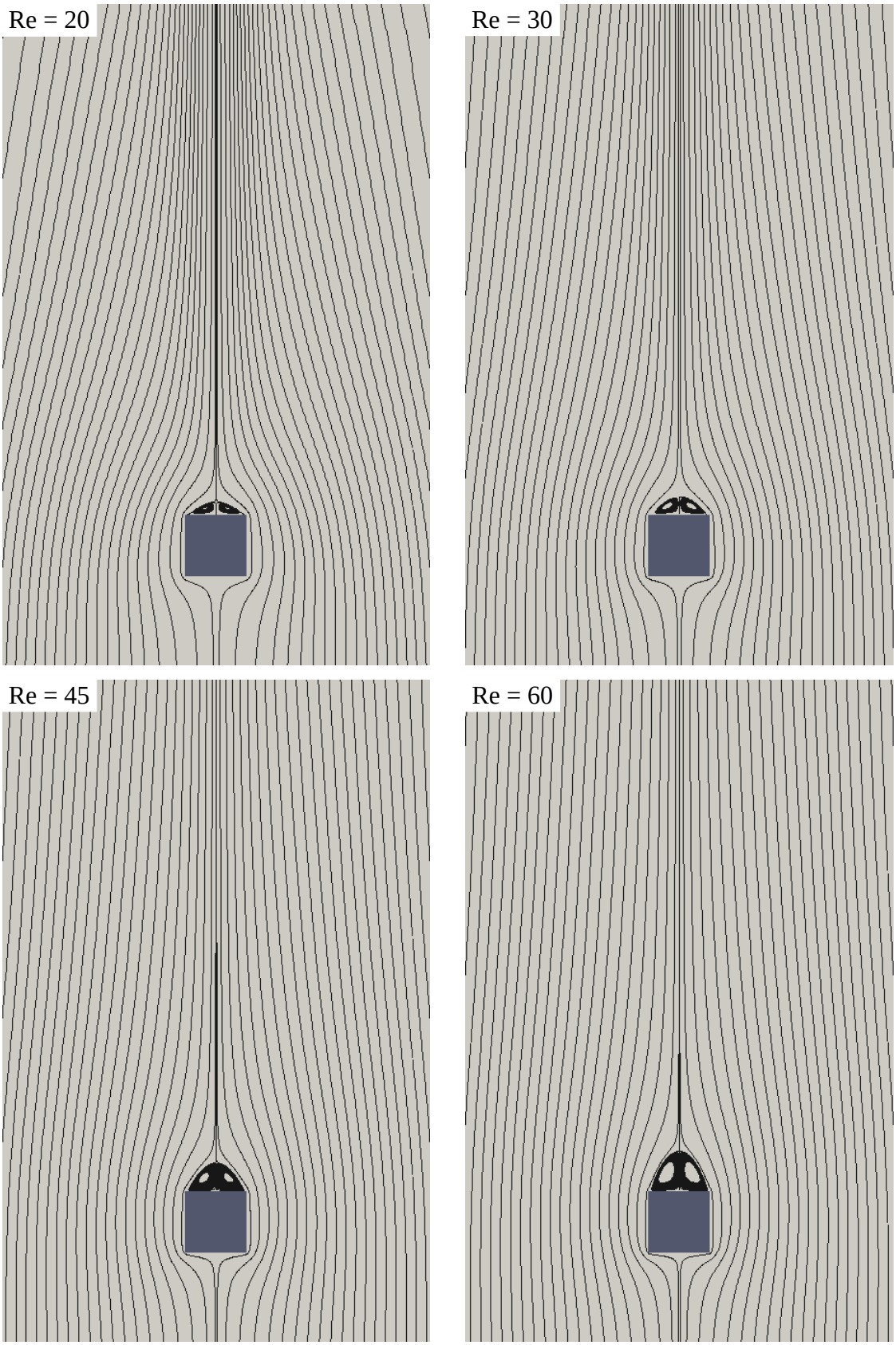


Figure 4.6. Lignes de courants pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et pour $Gr=3{,}22\cdot10^{3}$ (écoulement assisté)

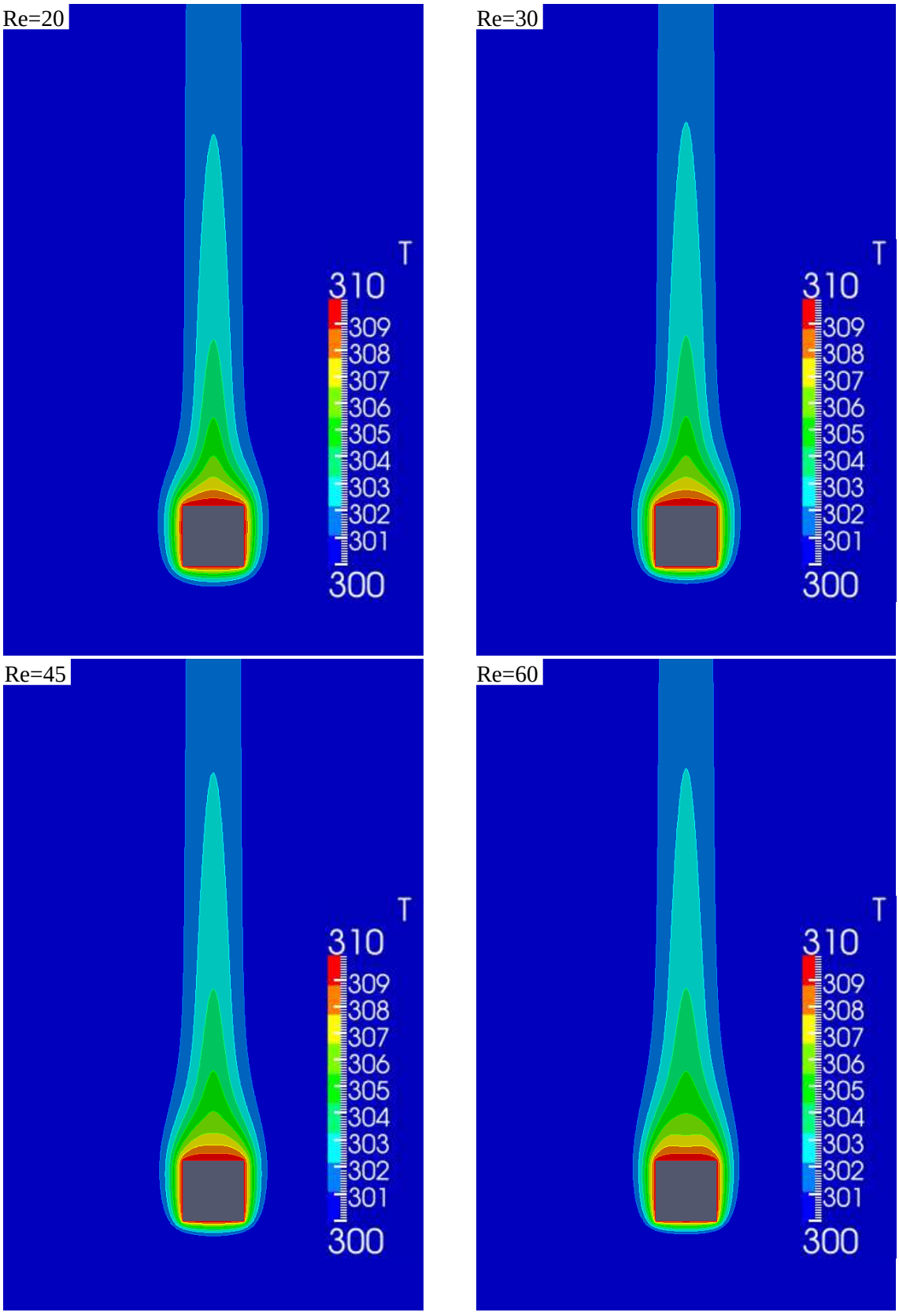


Figure 4.7 : Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et pour $Gr = 3{,}22 \cdot 10^3$ (écoulement assisté).

Sur le nombre de Nusselt : L'effet du nombre de Reynolds sur l'évolution du nombre de Nusselt à la surface du barreau est illustré sur la figure 4.8. Il est clair que l'augmentation du nombre de Reynolds entraine une augmentation remarquable du nombre de Nusselt le long de la face frontale et sur environ le premier tiers des surfaces latérales. En allant vers l'arrière (dans le sens de l'écoulement), cette augmentation du nombre du Nusselt devient de plus en plus faible jusqu'au bord de fuite de la face où l'écart devient quasi nulle. Le long de la face arrière, avec l'augmentation du nombre de Reynolds aucune augmentation n'est visible ; au contraire, une dégradation est observée sur une portion de la surface des deux cotés du barreau. Cette dernière portion correspond au contact des tourbillons contrarotatif du fluide préalablement chaud avec le barreau. Le tableau 4.2 résume le nombre de Nusselt moyen par face pour différente valeurs du nombre de Reynolds à Gr = 3216.

Tableau 4.2 : Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt moyen par face (écoulement assisté).

	Aidé Gr = 3216		
Re	Face inf	coté	Face sup
60	6,811	4,335	1,329
45	6,029	4,177	1,360
30	5,139	3,987	1,431
20	4,486	3,848	1,493

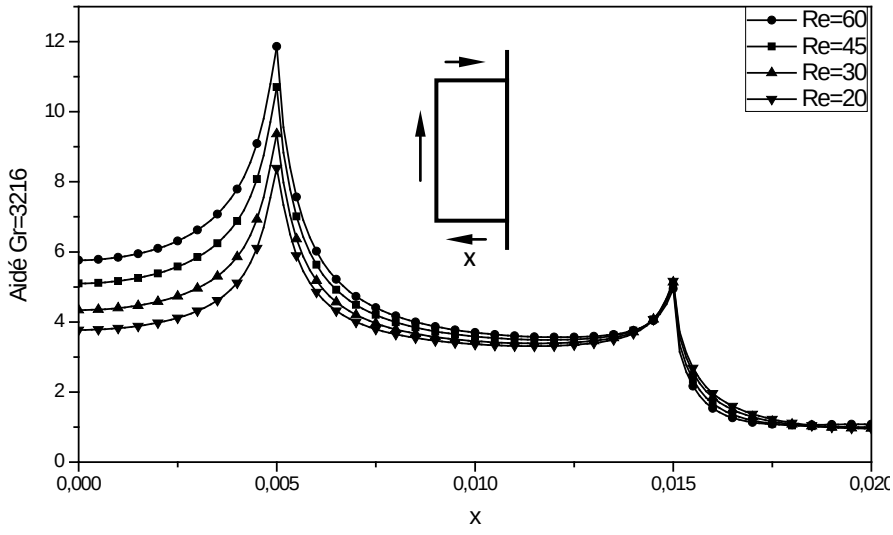


Figure 4.8 : Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt le long de la surface du barreau pour Gr = $3{,}22 \cdot 10^3$ (écoulement assisté).

b) Effet du nombre de Grashof : de même que pour le nombre de Reynolds, les valeurs du nombre de Grashof sont choisis de façon à rester dans la limites des conditions cités dans le paragraphe 4.4.4.a. Une autre contrainte est ajoutée pour ce paramètre, à savoir rester dans les limites où les deux modes de convection coexistent et de façon comparable ; ce qui correspond à des valeurs de Richardson $0,1 < Ri < 10$ pour $Re = 45$. Les valeurs choisis dans cette étude sont $Gr = 1,62 \cdot 10^{03}$, $3,22 \cdot 10^{03}$, $4,79 \cdot 10^{03}$ et $6,33 \cdot 10^{03}$ qui donnent un nombre de Richardson de $Ri = 0,801$, 1,588 , 2,363 et 3,125, respectivement.

Sur la structure de l'écoulement : L'évolution du champ dynamique pour différentes valeurs de Gr est représentée sur la figure 4.9. En amont du cylindre, pour faible valeurs de Gr, les forces inertielles sont dominant par rapport aux forces de flottabilité générées par la poussée d'Archimède et par conséquent l'écoulement forcé atteint la surface du barreau (Fig. 4.9). Avec l'augmentation du nombre de Grashof, la masse volumique du fluide en contact avec la surface chaude diminue et tend à quitter la surface ce qui empêche l'écoulement forcée d'atteindre la face amont du barreau. En aval du barreau, l'augmentation de Gr entraine une diminution de la longueur de recirculation. Sur les faces latérales, l'augmentation de Gr contribue à l'accélération locale du fluide.

Sur le champ de température :

Avec l'augmentation de Gr, la couche limite thermique se trouve diminué sur les côtés latéraux du barreau, et particulièrement dans la partie aval (Figure 4.10). Dans la région du sillage, la largeur des panaches thermiques diminue avec l'augmentation de Gr, par le fait de l'augmentation de la vitesse du fluide en raison du chauffage. En aval du barreau, la diminution de la taille et de l'intensité des tourbillons causée par l'augmentation du Gr (effet du chauffage) comme mentionné dans le paragraphe précédent offre aux plumes des isothermes s'élèvent au-dessus du barreau même dans la zone proche de la paroi.

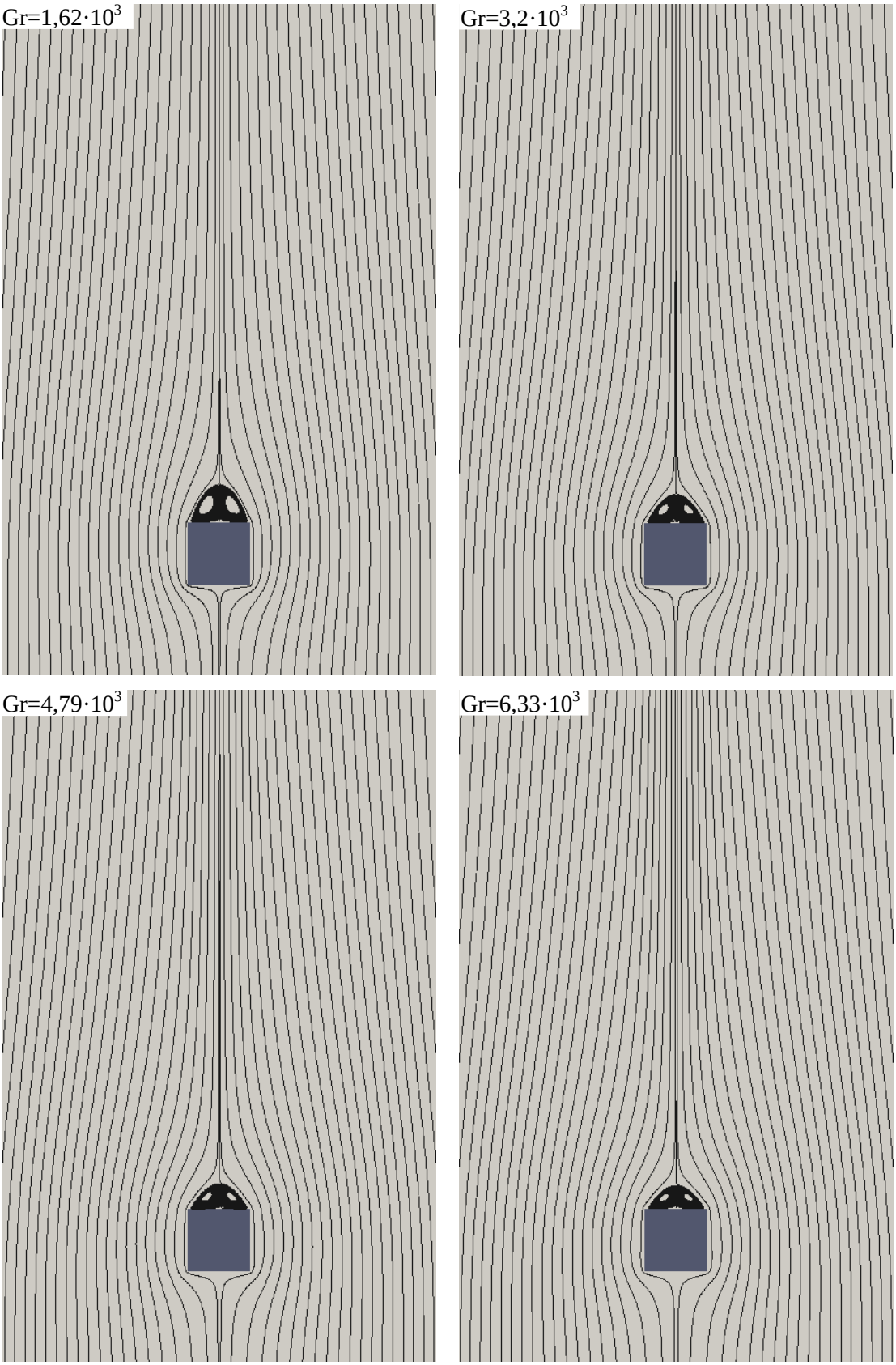


Figure 4.9 : Lignes de courants pour différentes valeurs du nombre de Grashof et pour Re = 45 (écoulement assisté)

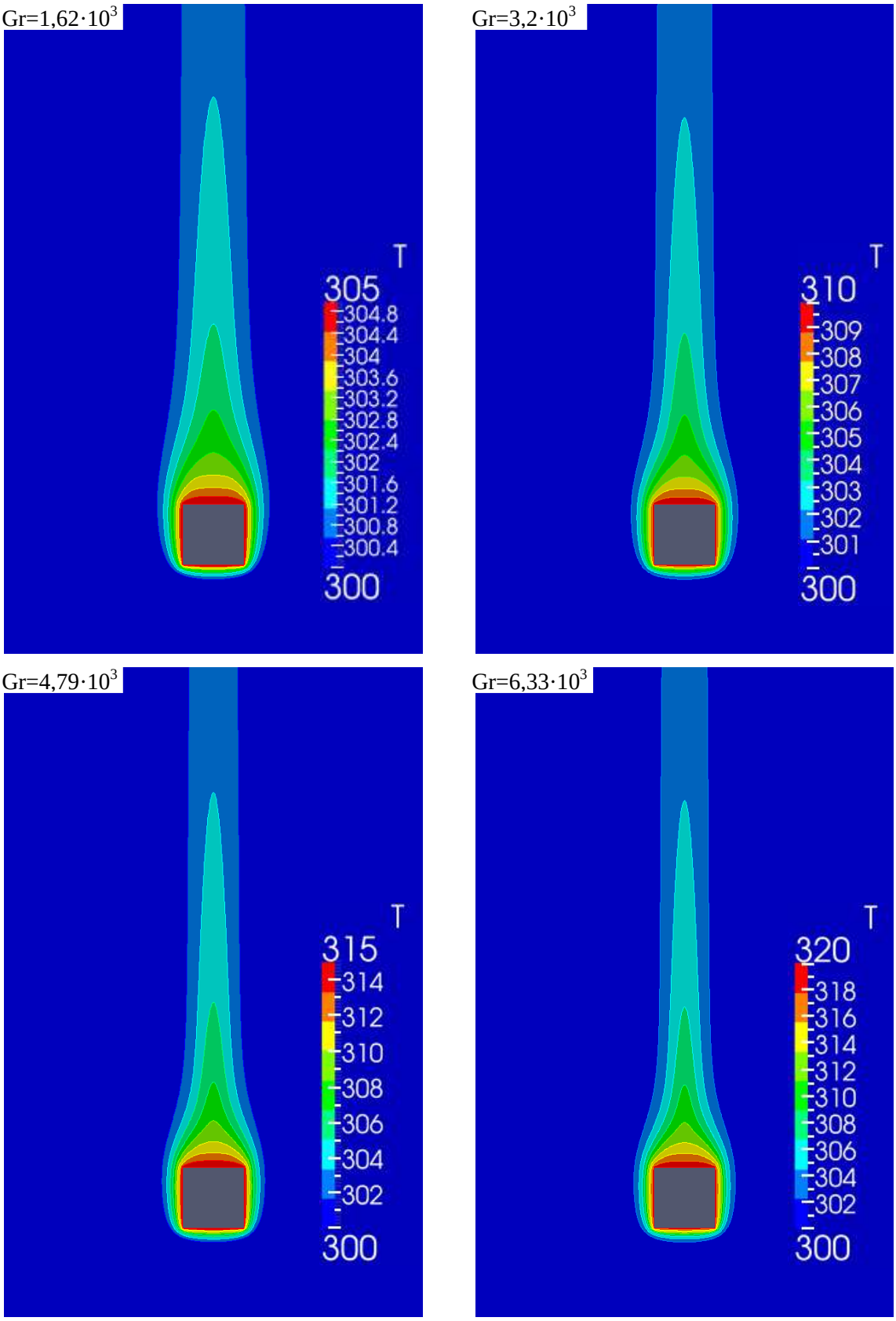


Figure 4.10. Contours de température pour différentes valeurs du nombre de Grashof et pour Re = 45 (écoulement assisté)

Sur le nombre de Nusselt :

Le long de la face frontale l'augmentation de Gr n'a pas d'effet significatif sur le nombre de Nusselt (Fig. 4.11). Cependant sur les faces latérales et particulièrement vers l'arrière, l'augmentation de l'intensité du chauffage entraine une augmentation importante du nombre de Nusselt à cause de l'accélération locale de l'écoulement au voisinage des ces faces. En aval du barreau, l'augmentation de Gr conduit à une légère augmentation du nombre de Nusselt (tableau 4.3)

Tableau 4.3 : Effet du nombre de Grashof sur le nombre de Nusselt moyen par face (écoulement assisté).

	Aidé Re = 45		
Gr	Face inf.	Face laté.	Face sup.
1,62E+03	5,886	3,809	1,214
3,22E+03	6,029	4,177	1,360
4,79E+03	6,132	4,442	1,464
6,33E+03	6,215	4,654	1,546

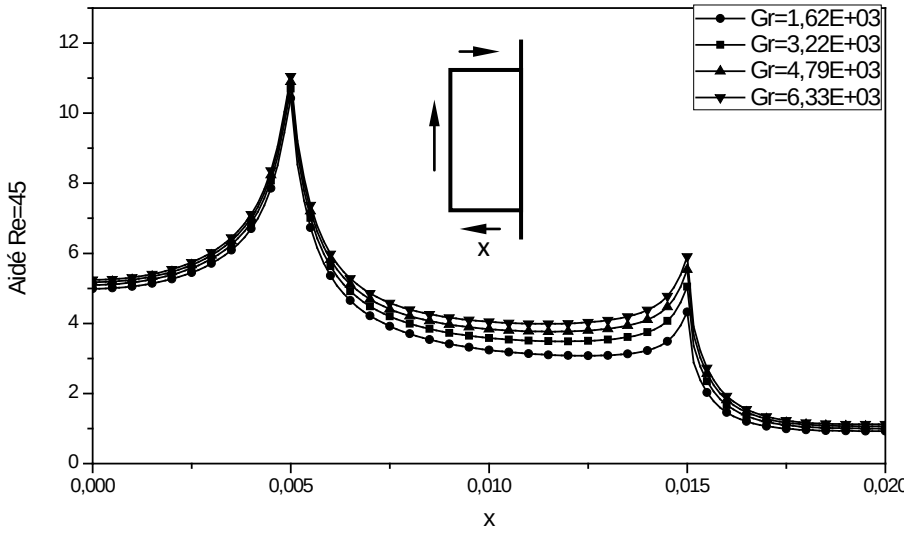


Figure 4.11 : Effet du nombre de Grashof sur le nombre de Nusselt le long de la surface du barreau pour Re = 45 (écoulement assisté).

4.4.5 Effet du sens de l'écoulement

Afin de tester l'effet du sens relatif de l'écoulement par rapport à celui de l'écoulement généré par l'effet de la poussée d'Archimède, nous présentons dans cette section les résultats obtenus pour le cas où les deux écoulements sont opposés. C.à.d., l'écoulement principal est vers le bas, opposé à celui de flottabilité qui est dirigé vers le haut.

Sur la structure de l'écoulement :

Sur la figure 4.12 est présenté les lignes de courant pour le cas d'un écoulement opposé à $Re = 45$ et $Gr = 1{,}62\cdot10^3$, $3{,}22\cdot10^3$, $4{,}79\cdot10^3$, $6{,}33\cdot10^3$. Pour $Gr = 1{,}62\cdot10^3$ ($Ri = 0{,}8$) les forces inertielles sont légèrement supérieures à celle d'Archimède, on remarque la naissance d'un écoulement ascendant qui tend à s'élever par les deux côtés du barreau et atteint environ la moitié de la longueur de la face verticales avant d'être emporté par l'écoulement principal. En aval du barreau, l'interaction entre les deux écoulements provoque deux larges zones de recirculation qui s'étendent sur une bonne partie du domaine de calcul ce qui nous a poussés à étendre le canal afin que le calcul prenne en compte la zone entière. Pour des valeurs de Gr plus grandes ($Ri > 1$), l'écoulement libre de flottabilité s'élève plus en dépassant la section du barreau et donne ainsi deux tourbillons qui arrivent jusqu'aux côtés supérieurs du barreau.

Sur le champ de température :

Les contours des isothermes pour $Re = 45$ et $Gr = 1{,}62\cdot10^3$, $3{,}22\cdot10^3$, $4{,}79\cdot10^3$, $6{,}33\cdot10^3$ sont présentés sur la figure 4.13. A faible Gr, un léger panache surmonte le barreau ce qui donne une couche limite plus épaisse à celle observée en amont du barreau pour le cas de l'écoulement assisté. En aval du barreau (au-dessous), les profils paraboliques derrière le barreau obtenus pour le cas de l'écoulement descendant perdent leur forme et tendent à s'inverser au niveau de l'axe. Dans la proximité de la face arrière, le profil est complètement aplatit.

Avec l'augmentation de Ri, les isothermes dans la proximité des faces latérales sont déformées par l'écoulement thermo-convectif causé par l'effet de chauffage du fluide, en plus le gradient de température marqué par la désisté des isothermes, au-dessus du barreau diminue. Pour des valeurs plus élevées du nombre de Grashof ($Ri \geq 3{,}36$), un panache,

opposé à l'écoulement principal descendant, prend naissance et se développe au-dessus du barreau. Dans la vicinité, au-dessous du barreau, la forme des isothermes devient similaire à celle observée au-dessus du barreau à faible Gr. Dans la région loin du barreau, les isothermes prennent la forme d'une ellipse dont la position du centre dépends de Ri.

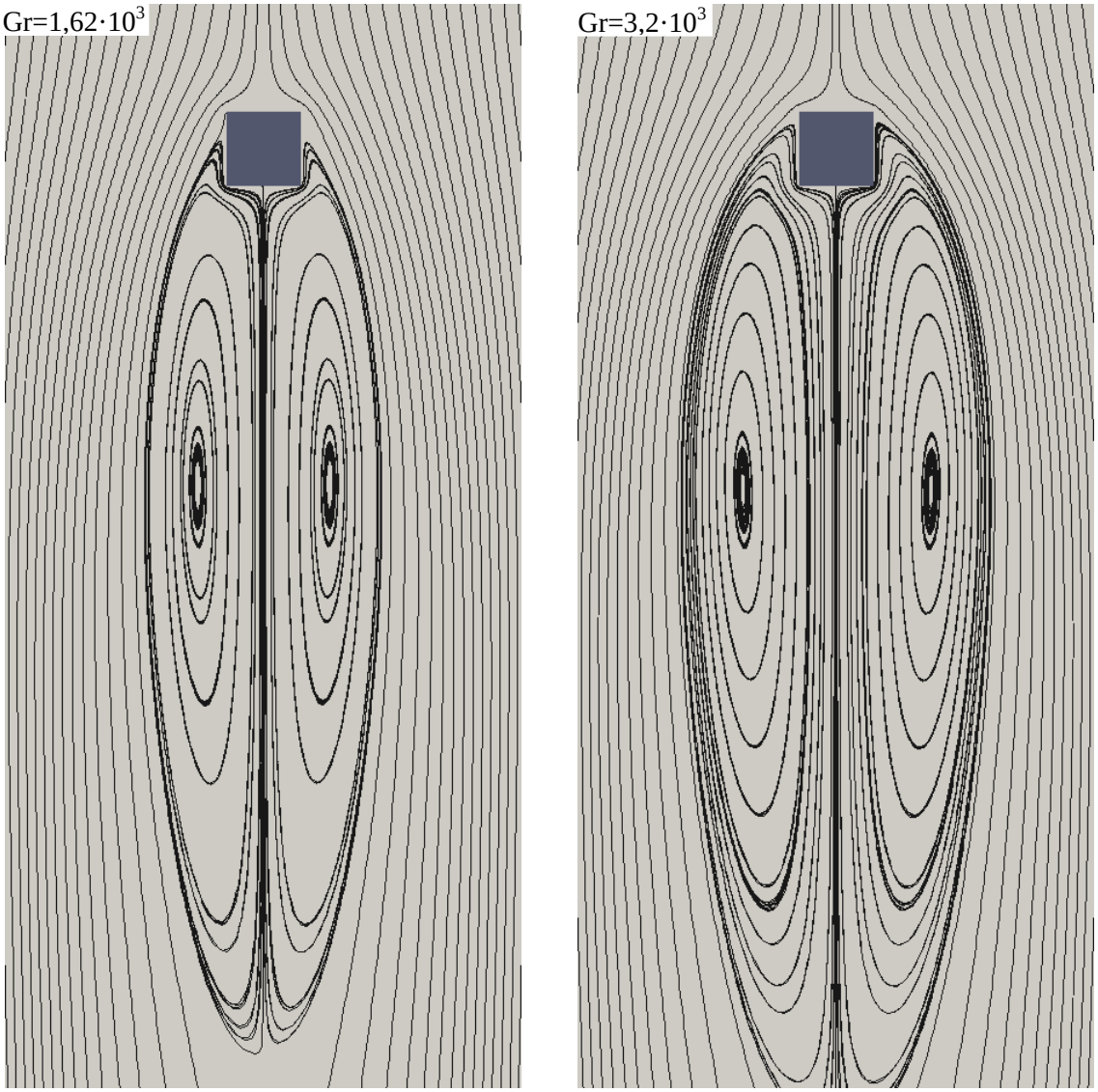


Figure 4.12 : Lignes de courants pour Re = 45 à différentes valeurs de Gr pour l'écoulement opposé

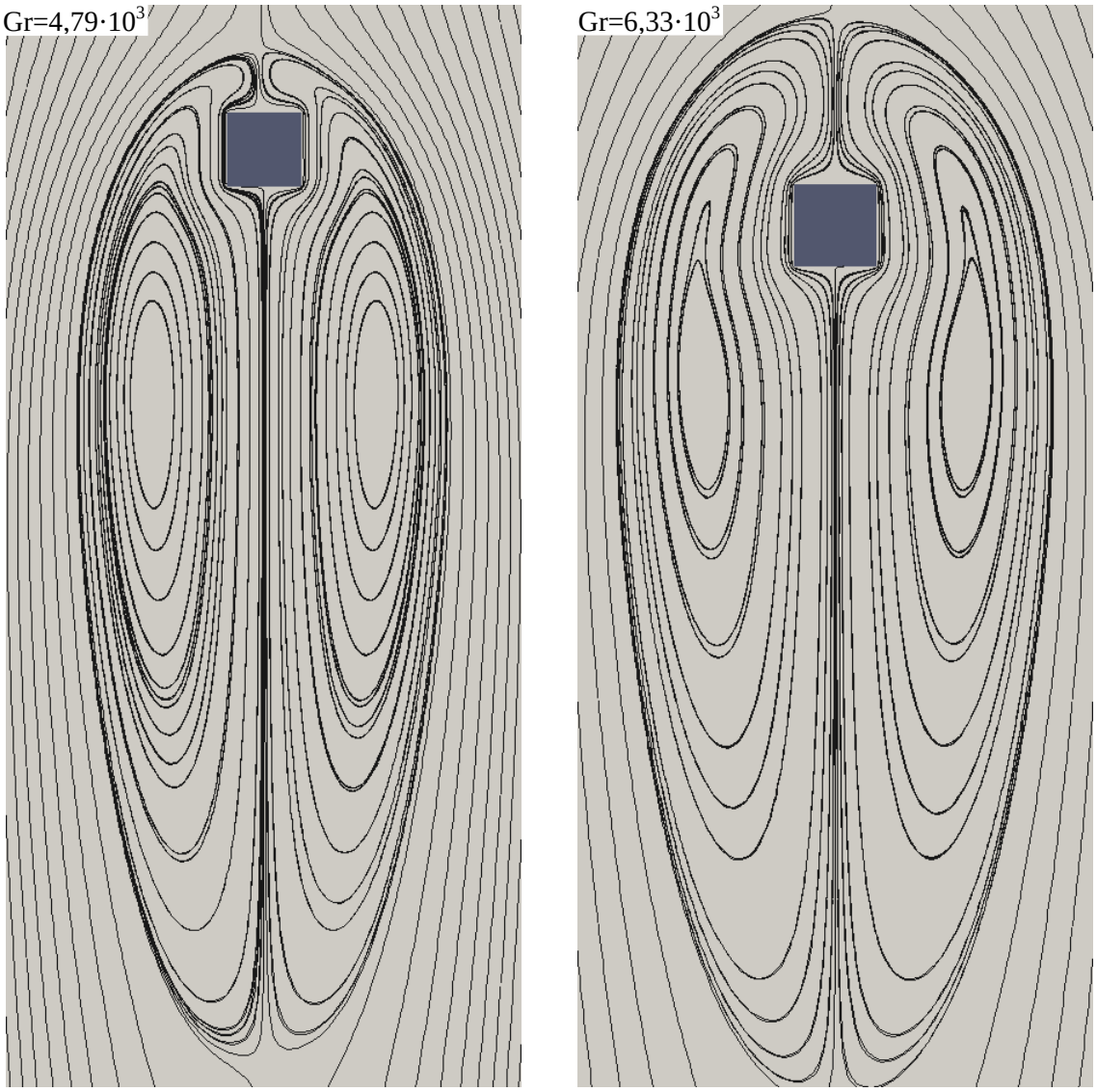


Figure 4.12 (suite) : Lignes de courants pour Re = 45 à différentes valeurs de Gr pour l'écoulement opposé

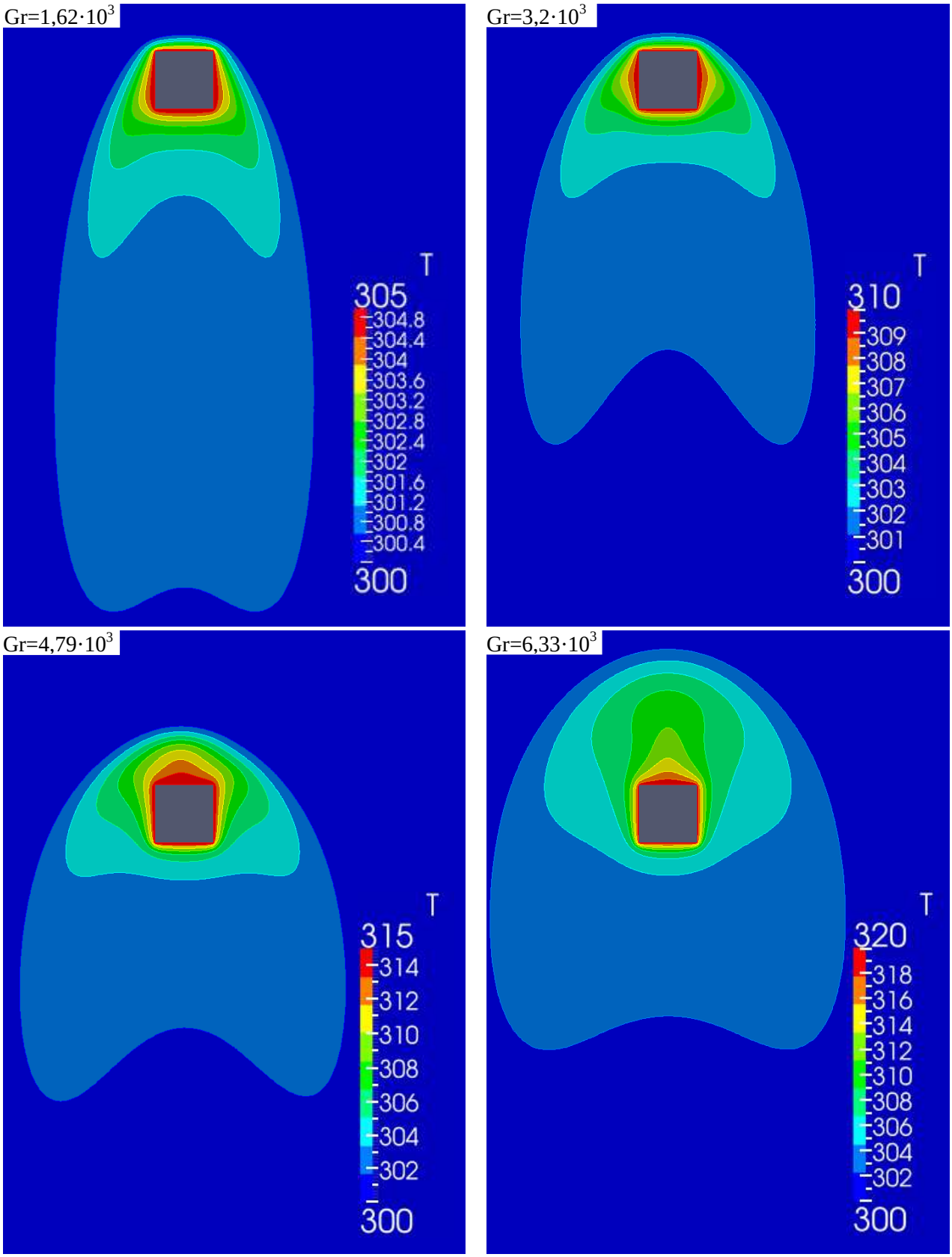


Figure 4.13 : Isothermes pour Re = 45 à différentes valeurs de Gr pour l'écoulement opposé

Sur le nombre de Nusselt :

L'évolution du nombre de Nusselt local le long des quatre faces du barreau pour différentes valeurs de Gr dans le cas de l'écoulement opposé à Re = 45 est représentée sur la figure 4.14. Le long de la face supérieure et pour de faibles valeurs de Gr ($Ri \leq 1{,}588$) on constate une amélioration importante du transfert de chaleur par rapport à celui obtenu pour le cas de l'écoulement assisté. Pour des valeurs plus élevées de Gr, le transfert de chaleur est comparable à celui de l'écoulement assisté et l'écart n'excède pas 20%. Le long des faces latérales et pour des faibles valeurs de Gr, on observe un léger changement dans le profil d'évolution spatiale du nombre de Nusselt avec une dégradation du transfert de chaleur est constatée sur une bonne partie de la face. A l'approche du bord de fuite de la face, le transfert de chaleur devient quasi identique à celui observé pour le cas assisté du nombre de Nusselt pour des faibles Gr. Cette dégradation s'atténue avec l'augmentation de Gr et le profil devient similaire à celui obtenu pour l'écoulement assisté. Le long de la face inferieure, une dégradation est enregistrée pour de faibles valeurs de Gr qui s'atténue à son tour avec l'augmentation de Gr. Globalement et en terme de nombre de Nusselt moyen, une dégradation du transfert de chaleur de l'ordre de 6 à 20% est enregistrée par rapport à l'écoulement aidé.

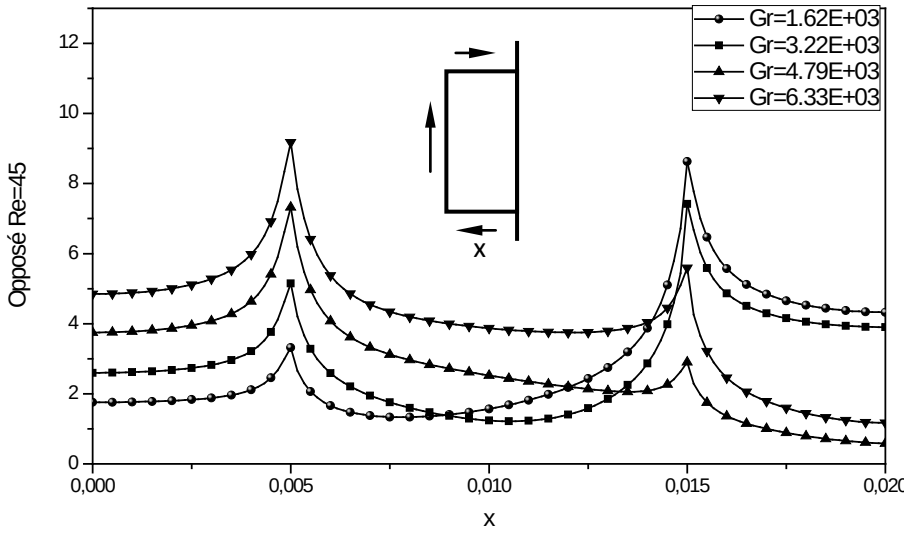


Figure 4.14 : Variation du nombre de Nusselt local pour différente valeurs de Gr pour l'écoulement opposé à Re = 45.

4.4.6 Coefficient de trainée

La force de trainée est produite par les frictions visqueuses et par la traînée de forme ou traînée de pression qui est liée à une chute de pression en aval de l'obstacle. Pour mettre en évidence cette force nous avons opté pour le coefficient de trainée (C_d) qui représente une grandeur adimensionnelle mesurant les forces de trainée générées par le mouvement relatif entre l'écoulement et le barreau. Il est présenté sur la figure 4.15, la variation de (C_d) en fonction de Re à $Gr = 3{,}22 \cdot 10^3$ pour les deux écoulements (assisté et opposé). On remarque que le C_d est élevé pour de faibles valeurs de Re puis il décroit avec l'augmentation du nombre de Reynolds à cause de la formation des tourbillons contrarotatifs en aval. Cela est expliqué par le fait que les forces visqueuses et celles de dissipation diminuent considérablement avec la séparation de l'écoulement dans la zone de recirculation.

La variation de C_d en fonction de Gr est schématisée sur la figure 4.16 à Re = 45 pour les deux écoulements. Pour l'écoulement assisté, le coefficient de trainée (C_d) croit linéament avec l'augmentation de Gr. En effet, l'augmentation du taux de chauffage va dans le sens de décélération de la vitesse des cellules de recirculation ce qui diminue la taille des tourbillons et entraine à son tour une réduction des forces de pression. Pour l'écoulement opposé, et pour des faibles valeurs de Gr ($Gr \leq 3{,}22 \cdot 10^3$), le coefficient C_d est pratiquement constant ; pour des valeurs plus élevées, l'augmentation de Gr conduit à une augmentation du C_d. Pour des valeurs élevées de Gr on remarque que les cellules contrarotatives entourent tout le barreau avec une vitesse plus importante ce qui génère des forces de frottements plus importantes.

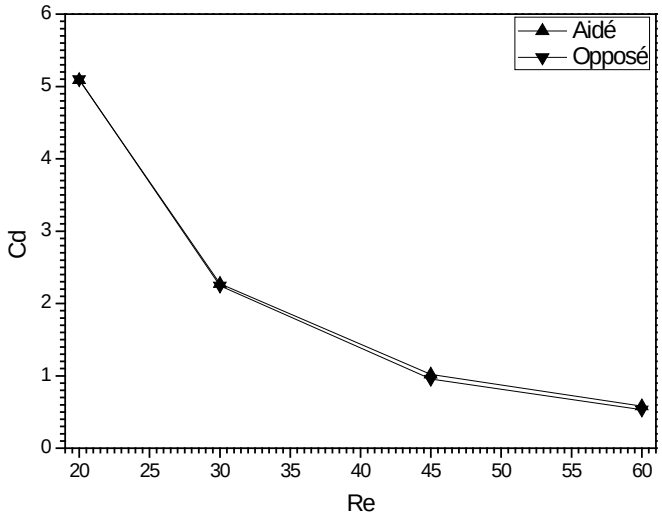


Figure 4.15 : Variation du C_d en fonction de Re

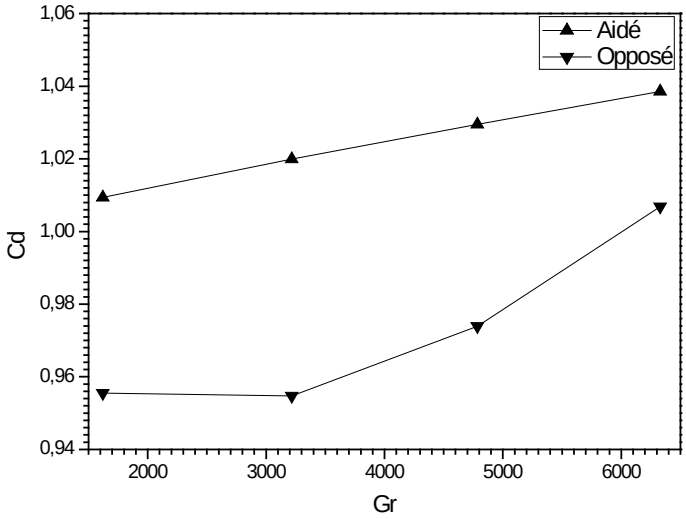


Figure 4.16 : Variation du C_d en fonction de Gr

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire a porté sur l'étude du transfert de chaleur et d'écoulement en régime mixte autour d'un barreau à section carrée, un phénomène qui est rencontré, dans de nombreuses applications technologiques.

Une synthèse bibliographique, a été réalisée sur l'écoulement et sur le transfert autour d'objets cylindriques de différentes formes et qui représente un état de l'art dans ce domaine. Cette analyse bibliographique s'étend sur une large gamme d'écoulements, isotherme et non isotherme. Cependant une attention particulière a été accordée à la convection mixte autour d'objets placés dans un canal en position verticale, en rapport direct avec le sujet objet de cette étude.

Une formulation mathématique a été présentée, qui tient compte de la contribution de la convection naturelle. Cette formulation a été exprimée en fonction des grandeurs adimensionnelles pour permettre ainsi d'identifier les grandeurs régissant le phénomène. Il a été trouvé que les champs de température et d'écoulement, sont fonction des paramètres indépendants suivant : nombre de *Prandtl*, nombre de *Reynolds* et nombre *Grashof* qui sont regroupé en nombre de *Richardson*.

La résolution numérique a été réalisée au moyen d'un code de calcul libre (OpenFOAM) basé sur la méthode des volumes finis. On a procédé à une étude de sensibilité du code de calcul au maillage. Le maillage tient compte de l'indépendance des résultats et du temps de calcul. Le traitement du couplage vitesse-pression, dans l'équation du mouvement, a été opéré à partir de l'algorithme SIMPLE adapté aux formulations utilisées.

Selon le sens de l'écoulement par rapport à l'écoulement libre généré par la poussée d'Archimède, deux configurations ont été étudiées, écoulement vers le haut du canal (écoulement assisté) et écoulement vers la bas (écoulement contrarié). L'étude couvre une large gamme de valeurs du nombre de Reynolds et de Grashof dans la limite du régime laminaire stationnaire ($20 \leq Re \leq 60$; $1{,}62 \cdot 10^3 \leq Gr \leq 6{,}33 \cdot 10^3$).

Dans le cas de l'écoulement assisté, les résultats ont révélé que sous l'influence des forces de flottabilités, l'écoulement est accéléré par le mouvement provoqué par la

convection naturelle en particulier à proximité des surfaces latérales et la séparation de la couche limite est relativement retardée. La longueur de la zone de recirculation est inférieure à celle observée en écoulement forcé.

Le transfert de chaleur est plus important le long de la face frontale comparé aux faces latérales qui à leurs tour supérieures à celui trouvé le long de la face arrière où la diffusion thermique est dominante par rapport à la convection.

La longueur de la zone de recirculation située en aval du barreau, augmente avec l'augmentation du nombre du Reynolds. Le transfert de chaleur augmente d'une manière remarquable le long de la face frontale avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Cependant, aucune augmentation n'est observée le long de la face arrière.

L'augmentation de Gr entraine une diminution de la longueur de recirculation. Le long de la face frontale l'augmentation de Gr n'a pas d'effet significatif par contre, le long des faces latérales l'augmentation de l'intensité de chauffage entraîne une augmentation importante du transfert de chaleur. En aval du barreau, l'augmentation de Gr conduit à une légère augmentation.

Dans le cas de l'écoulement contrarié, une forte et complexe interaction de l'écoulement libre ascendant et celui principal descendant, est observée autour du barreau, en particulier à Ri > 1. Le long de la face supérieure une amélioration du transfert de chaleur est enregistrée à des faibles valeurs de Ri. Pour des valeurs plus élevées de Ri, pas de changement remarquable sur le transfert. Le long des faces latérales et la face inferieure, une dégradation du transfert de chaleur est observée en particulier à des faibles valeurs de Ri. Globalement, une dégradation de 6 à 20% est enregistrée pour tout le barreau.

En conclusion, on peut dire que le transfert de chaleur dans ces géométries en convection forcée comme en convection naturelle, est d'une très grande importance. Bien que la convection forcée est relativement maîtrisée, cependant en convection mixte il reste encore un retard à rattraper.

En perspective, cette étude pourra être poursuivie pour explorer davantage la convection mixte, et plus particulièrement en 3D qui n'a pas encore dévoilé ces secrets.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

[1] Bhattacharyya S, Maiti D.K. (2004), Shear flow past a square cylinder near a wall, International Journal of Engineering Science, vol. 42, pp.2119–2134.

[2] Bhattacharyya S., Mahapatra S. (2005), Vortex shedding around a heated square cylinder under the influence of buoyancy, Heat and Mass Transfer, vol. 41, pp. 824-833.

[3] Breuer M., Bernsdorf J., Zeiser T., and Durst F (2000), Accurate Computations of the Laminar Flow past a Square Cylinder Based on Two Different Methods: Lattice Boltzmann and Finite Volume, Int. J. Heat Fluid Flow, vol. 21, pp. 186–196.

[4] Davis, R.W. and Moore, E. F. (1982) 'A numerical study of vortex shedding from rectangles', Journal of Fluid Mechanics, 116, 475-506

[5] Dhiman A. K. and Chhabra R. P, Sharma A., Eswaran V. (2006), Effects of Reynolds and Prandtl numbers on heat transfer across a square cylinder in the steady flow regime, Numerical Heat Transfer, Part A, 49, pp. 717–731.

[6] Dhiman A. K., Chhabra R. P., Eswaran V.(2008), Steady mixed convection across a confined square cylinder, International Communications in Heat and Mass Transfer vol. 35 pp. 47–55.

[7] Khodary K., Bhattacharyya T. K. (2006), Optimum natural convection from square cylinderin vertical channel, International Journal of Heat and Fluid Flow 27 (2006) 167–180.

[8] Kieft R., Rindt C.C.M., Steenhoven A.A.V., Heijst G. J. F. V. (2003), On the wake structure behind a heated horizontal cylinder in cross-flow, J. Fluid Mech, vol. 486, pp. 189–211.

[9] Kieft R., Rindt C.C.M., Steenhoven A.A.V. (2007), Near-wake effects of a heat input on the vortex-shedding mechanism, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 28, pp. 938–947.

[10] Korichi A., Chérifi H., Oufer L. (2005), Transfert convectif lors d'un écoulement oscillatoire en présence d'un barreau cylindrique, 17ème congrès français de Mécanique. Troyes, France.

[11] Lee, T. S. (1998) 'Early stages of an impulsively started unsteady flow past nonrectangular prisms', Computers and Fluids, 27(4), 435-453.

[12] Lee, T. S., Tan, R. S. and Xu, Y. P. (1996) 'Numerical study of an impulsively started laminar fluid flow over a square cylinder', International Journal of Numerical Methods in Heat and Fluid Flow, 6(8), 53-70

[13] Maas W.J.P.M., Rindt C.C.M., Steenhoven A.A. V. (2003), The influence of heat on the 3D-transition of the von Karman vortex street, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 46, pp. 3069–3081

[14] OpenCFD Ltd. (2009), User Guide, 9 Albert Road, Caversham, Reading, Berkshire RG4 7AN, UK. OpenFOAM - The Open Source CFD Toolbox, Version 1.6.

[15] Patankar S. V. (1980), Numerical heat transfer and fluid flow, Hesphere, New York.

[16] Perng S-W, Wu H-W (2007), Buoyancy-aided/opposed convection heat transfer for unsteady turbulent flow across a square cylinder in a vertical channel, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 50, pp. 3701-3717.

[17] Ren M., Rindt C.C. M., Steenhoven A. A. Van (2006), Three-dimensional transition of a water flowaround a heated cylinder at Re=85 and Ri =1.0, Journal of Fluid Mechanics, vol. 566, pp. 195–224.

[18] Rosales J.L., A. Ortega A., Humphrey J.A.C(2000), A Numerical Investigation of the Convective Heat Transfer in Unstready Laminar Flow past a Single and Tandem Pair of Square Cylinders in a Channel, Numer. Heat Transfer A, vol. 38, pp. 443–465.

[19] Saha A. K. (2000), Unsteady free convection in a vertical channel with a built-in heated square cylinder, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 38, pp.795-818.

[20] Saha A. K., Biswas G., Muralidhar, K., (2003) Three-dimensional study of flow past a square cylinder at low Reynolds numbers, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 24, pp. 54–66.

[21] Saha A. K., Muralidhar K, Biswas (2000), Transition and chaos in two-dimensional flow past a square cylinder, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 126, No. 5, May, pp. 523–0532.

[22] Saha A. K., Muralidhar, K, Biswas (2003), Investigation of two- and three-dimensional models of transitional flow past a square Cylinder, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 129, No. 11, November 1, 2003, pp. 1320-1329.

[23] Sharma A., Eswaran V. (2004), Effect of aiding and opposing buoyancy on the Heat and fluid flow across a square cylinder at re = 100, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 45, pp.601–624.

[24] Sharma A., Eswaran V. (2005a), Effect of channel confinement on the two-dimensional laminar flow and heat transfer across a square cylinder, Numerical Heal Transfer, Part A, 47, pp. 79-107.

[25] Sharma A., Eswaran V. (2005b), Effect of channel-confinement and aiding/opposing buoyancy on the two-dimensional laminar flow and heat transfer

across a square cylinder, International Journal of Heat and Mass Transfer vol. 48, pp. 5310–5322.

[26] Sohankar A, Norberg C. and Davidson L (1998), Low Reynolds number flow around a square cylinder at incidence: study of blockage, onset vortex shedding and outlet boundary condition, Int. J. Numerical Methods in Fluids, vol. 26,, pp.39-56.

[27] Steenhoven, A. A., Rindt, C.C.M.(2003), Flow transition behind a heated cylinder, International Journal of Heat and Fluid Flow vol. 24, pp. 322–333.

[28] Sumer, B. M. (2006) Hydrodynamics around cylindrical structures, Revised ed., World Scientific.

[29] Suzuki H., Inoue Y., Nishimura T., Fukutani K., Suzuki K. (1993), Unsteady Flow in a Channel Obstructed by a Square Rod (Crisscross Motion of Vortex), Int. J. Heat Fluid Flow, vol. 14, pp. 2–9, 1993.

[30] Suzuki K., Suzuki H.(1994), Instantaneous Structure and Statistical Feature of Unsteady Flow in a Channel Obstructed by a Square Rod, Int. J. Heat Fluid Flow, vol. 15, pp. 426–437.

[31] Turki S., Abbasi H., Ben Nasrllah S. (2003), Two-Dimensional laminar fluid flow and heat transfer in a channel with built-in heated square cylinder, International Journal of Thermal Sciences, vol. 42, pp. 1105–1113.

[32] Valencia A, Kid M. (2002), Turbulent unsteady flow and heat transfer in channels with periodically mounted square bars, Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 45, pp. 1661-1673.

[33] Valencia A., Martin J. S., Gomaz R (2001), Numerical study of the unsteady flow and heat transfer in channels with periodically mounted square bars, Heat & Mass Transfer, vol. 37, pp. 265-270.

[34] White, F.M. (1991), Viscous fluid flow, Second ed. McGraw-Hill, New York.

[35] Zdravkovich M. M (2003), Flow Around Circular Cylinders: Applications, Oxford University Press, 2003.

ANNEXES

ANNEXES

Annexe A

Dans cet Annexe est présentée la retranscription des Trois fichiers nécessaires au bon fonctionnement du solveur décrit dans le chapitres_III. Tous ces fichiers sont écrits avec le langage C++.

A.1 Fichier comprenant l'équation pour la vitesse

UEqn.H

```
00001     // Solve the momentum equation
00002
00003     tmp<fvVectorMatrix> UEqn
00004     (
00005         fvm::div(phi, U)
00006       - fvm::Sp(fvc::div(phi), U)
00007       + turbulence->divDevReff(U)
00008     );
00009
00010     UEqn().relax();
00011
00012     eqnResidual = solve
00013     (
00014         UEqn()
00015         ==
00016         fvc::reconstruct
00017         (
00018             (
00019                 fvc::interpolate(rhok)*(g & mesh.Sf())
00020               - fvc::snGrad(p)*mesh.magSf()
00021             )
00022         )
00023     ).initialResidual();
00024
00025     maxResidual = max(eqnResidual, maxResidual);
```

A.2 Fichier comprenant l'équation pour la pression

PEqn.H

```
00001 {
00002
00003     volScalarField rUA("rUA", 1.0/UEqn().A());
00004
00005     surfaceScalarField rUAf("(1|A(U))", fvc::interpolate(rUA));
00006
00007
00008
00009     U = rUA*UEqn().H();
00010
00011     UEqn.clear();
00012
00013
00014
00015     phi = fvc::interpolate(U) & mesh.Sf();
00016
00017     adjustPhi(phi, U, p);
00018
00019
00020
00021     surfaceScalarField buoyancyPhi =
00022
00023         rUAf*fvc::interpolate(rhok)*(g & mesh.Sf());
00024
00025     phi += buoyancyPhi;
00026
00027
00028
00029     for (int nonOrth=0; nonOrth<=nNonOrthCorr; nonOrth++)
00030
00031     {
00032
00033        fvScalarMatrix pEqn
00034
00035        (
00036
00037            fvm::laplacian(rUAf, p) == fvc::div(phi)
00038
00039        );
00040
00041
00042
00043        pEqn.setReference(pRefCell, pRefValue);
00044
00045
00046
00047        // retain the residual from the first iteration
00048
00049        if (nonOrth == 0)
00050
00051        {
00052
00053            eqnResidual = pEqn.solve().initialResidual();
00054
00055            maxResidual = max(eqnResidual, maxResidual);
```

```
00056
00057         }
00058
00059         else
00060
00061         {
00062
00063             pEqn.solve();
00064
00065         }
00066
00067
00068
00069         if (nonOrth == nNonOrthCorr)
00070
00071         {
00072
00073             // Calculate the conservative fluxes
00074
00075             phi -= pEqn.flux();
00076
00077
00078
00079             // Explicitly relax pressure for momentum corrector
00080
00081             p.relax();
00082
00083
00084
00085             // Correct the momentum source with the
00086             // pressure gradient flux calculated from
00087             // the relaxed pressure
00088
00089
00090             U += rUA*fvc::reconstruct((buoyancyPhi -
00091                  pEqn.flux())/rUAf);
00092
00093             U.correctBoundaryConditions();
00094
00095         }
00096
00097     }
00098
00099
00100
00101     #include "continuityErrs.H"
00102
00103 }
```

A.3 Fichier comprenant l'équation pour la Température

TEqn.H

```
00001 {
00002     volScalarField kappaEff
00003     (
00004         "kappaEff",
00005         turbulence->nu()/Pr + turbulence->nut()/Prt
00006     );
00007
00008     fvScalarMatrix TEqn
00009     (
00010         fvm::div(phi, T)
00011       - fvm::Sp(fvc::div(phi), T)
00012       - fvm::laplacian(kappaEff, T)
00013     );
00014
00015     TEqn.relax();
00016
00017     eqnResidual = TEqn.solve().initialResidual();
00018     maxResidual = max(eqnResidual, maxResidual);
00019
00020     rhok = 1.0 - beta*(T - TRef);
00021 }
```

Annexe B

Cet Annexe représente les fichiers dictionnaires comprenant les entrées mots-clés spécifié par l'utilisateur.

B.1. Fichier *ControlDict*

```
/*--------------------------------*- C++ -*----------------------------------*\
| =========                 |                                                 |
| \\      /  F ield         | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox           |
|  \\    /   O peration     | Version:  1.6                                   |
|   \\  /    A nd           | Web:      www.OpenFOAM.org                      |
|    \\/     M anipulation  |                                                 |
\*---------------------------------------------------------------------------*/
FoamFile
{
    version     2.0;
    format      ascii;
    class       dictionary;
    location    "system";
    object      controlDict;
}
// * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * //

application     buoyantBoussinesqSimpleFoam;

startFrom       startTime;

startTime       0;

stopAt          endTime;

endTime         2400;

deltaT          0.1;

writeControl    timeStep;

writeInterval   2000;

purgeWrite      0;

writeFormat     ascii;

writePrecision  6;

writeCompression uncompressed;

timeFormat      general;

timePrecision   6;

runTimeModifiable yes;


// ************************************************************************* //
```

B.2. Les entrées du fichier dictionnaire *blockMeshDict*

```
1 /*--------------------------------*- C++ -*----------------------------------*\
2 | =========                 |                                                 |
3 | \\      / F ield          | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox           |
4 |  \\    /  O peration      | Version: 1.6                                    |
5 |   \\  /   A nd            | Web: http://www.OpenFOAM.org                    |
6 |    \\/    M anipulation   |                                                 |
7 \*---------------------------------------------------------------------------*/
8 FoamFile
9 {
10 version 2.0;
11 format ascii;
12 class dictionary;
13 object blockMeshDict;
14 }
15 // * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * //
16
17 convertToMeters 0.1;
18
19 vertices
20 (
21 (00 00 0)
22 (4.5 0 0)
23 (5.5 0 0)
24 (10 00 0)
25 (00 10 0)
26 (4.5 10 0)
27 (5.5 10 0)
28 (10 10 0)
29 (00 11 0)
30 (4.5 11 0)
31 (5.5 11 0)
32 (10 11 0)
33 (00 31 0)
34 (4.5 31 0)
35 (5.5 31 0)
36 (10 31 0)
37 (00 00 0.02)
38 (4.5 0 0.02)
39 (5.5 0 0.02)
40 (10 00 0.02)
41 (00 10 0.02)
42 (4.5 10 0.02)
43 (5.5 10 0.02)
44 (10 10 0.02)
45 (00 11 0.02)
46 (4.5 11 0.02)
47 (5.5 11 0.02)
48 (10 11 0.02)
49 (00 31 0.02)
50 (4.5 31 0.02)
51 (5.5 31 0.02)
52 (10 31 0.02)29 );
53
54 blocks
55 (
56    hex (0 1 5 4 16 17 21 20) (60 120 1) simpleGrading (0.1 0.08 1)
57    hex (1 2 6 5 17 18 22 21) (60 120 1) simpleGrading (1 0.08 1)
58    hex (2 3 7 6 18 19 23 22) (60 120 1) simpleGrading (10 0.08 1)
59    hex (4 5 9 8 20 21 25 24) (60 60 1) simpleGrading (0.1 1 1)
60    hex (6 7 11 10 22 23 27 26) (60 60 1) simpleGrading (10 1 1)
61    hex (8 9 13 12 24 25 29 28) (60 180 1) simpleGrading (0.1 20 1)
62    hex (9 10 14 13 25 26 20 29) (60 180 1) simpleGrading (1 20 1)
63    hex (10 11 15 14 26 27 31 30) (60 180 1) simpleGrading (10 20 1)
64 );
65
66 edges
67 (
68 );
69
70 patches
71 (
72     wall down
73     (
74        (1 0 16 17)
75        (2 1 17 18)
76        (3 2 18 19)
77     wall up
78     (
79        (12 13 29 28)
80        (13 14 30 29)
81        (14 15 31 30)
```

```
82      )
83      wall left
84      (
85         (0 4 20 16)
86         (4 8 24 20)
87         (8 12 28 24)
88      )
89      wall right
90      (
91         (7 3 19 23)
92         (11 7 23 27)
93         (15 11 27 31)
94      )
95      patch obstacle
96      (
97         (5 6 22 21)
98         (9 5 21 25)
99         (10 9 25 26)
100        (6 10 26 22)
101     )
102     empty frontAndBack
103     (
104        (0 1 5 4)
105        (1 2 6 5)
106        (2 3 7 6)
107        (4 5 9 8)
108        (6 7 11 10)
109        (8 9 13 12)
110        (9 10 14 13)
111        (10 11 15 14)
112        (20 21 17 16)
113        (21 22 18 17)
114        (22 23 19 18)
115        (24 25 21 20)
116        (26 27 23 22)
117        (28 29 25 24)
118        (29 30 26 25)
119        (30 31 27 26)
120     )
121 );
122 mergePatchPairs
123 (
124 );
125 // ************************************************************************* //
```

B.3. Fichiers *0/T* pour les conditions aux limites de la temperature

```
01 /*--------------------------------*- C++ -*----------------------------------*\
02 | =========                 |                                                 |
03 | \\      /  F ield         | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox           |
04 |  \\    /   O peration     | Version:  1.6                                   |
05 |   \\  /    A nd           | Web:      http://www.OpenFOAM.org               |
06 |    \\/     M anipulation  |                                                 |
07 \*---------------------------------------------------------------------------*/
08 FoamFile
09 {
10     version     2.0;
11     format      ascii;
12     class       volScalarField;
13     object      T;
14 }
15 // ************************************************************************* //
16
17 dimensions      [0 0 0 1 0 0 0];
18
19 internalField   uniform 300;
20
21 boundaryField
22 {
23     down
24     {
25         type            zeroGradient;
26     }
27     up
28     {
29         type            zeroGradient;
30     }
31     left
```

```
32     {
33         type            zeroGradient;
34     }
35     right
36     {
37         type            zeroGradient;
38     }
39     obstacle
40     {
41         type            fixedValue;
42         value           uniform 310;
43     }
44
45     frontAndBack
46     {
47         type            empty;
48     }
49 }
50
51 // ************************************************************************* //
```

B.4. Exemple d'un dictionnaire *fvSchemes* est montré ci-dessous

```
01 /*--------------------------------*- C++ -*----------------------------------*\
02 | =========                 |                                                 |
03 | \\      /  F ield         | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox           |
04 |  \\    /   O peration     | Version:  1.6                                   |
05 |   \\  /    A nd           | Web:      http://www.OpenFOAM.org               |
06 |    \\/     M anipulation  |                                                 |
07 \*---------------------------------------------------------------------------*/
08 FoamFile
09 {
10     version     2.0;
11     format      ascii;
12     class       dictionary;;
13     location    "system";
14     object      fvSchemes;
15 }
16 // ************************************************************************* //
17 ddtSchemes
18 {
19   default          steadyState;
20 }
21
22 gradSchemes
23 {
24   default          Gauss linear;
25   grad(p)          Gauss linear;
26 }
27
28 divSchemes
29 {
30   default                      Gauss linear;
31   div(phi,U)                   Gauss upwind;
32   div(phi,T)                   Gauss linear;
33 }
34
35 laplacianSchemes
36 {
37   default                 Gauss linear corrected;
38   laplacian(nuEff,U)      Gauss linear corrected;
39   laplacian((1|A(U)),p)   Gauss linear corrected;
40 }
41
42 interpolationSchemes
43 {
44   default                 linear;
45 }
46
47 snGradSchemes
48 {
49   default                 corrected;
50 }
51
52 fluxRequired
53 {
54   default                 no;
55   p;
56 }
57
58 // ************************************************************************* //
```

B.5. Exemple d'entrées du dictionnaire *fvSolution pour le contrôle* des tolérances et les algorithmes d'équation

```
01 /*--------------------------------*- C++ -*----------------------------------*\
02 | =========                 |                                                 |
03 | \\      /  F ield         | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox           |
04 |  \\    /   O peration     | Version:  1.6                                   |
05 |   \\  /    A nd           | Web:      http://www.OpenFOAM.org               |
06 |    \\/     M anipulation  |                                                 |
07 \*---------------------------------------------------------------------------*/
08 FoamFile
09 {
10     version     2.0;
11     format      ascii;
12     class       dictionary;
13     location    "system";
14     object      fvSolution;
15 }
16 // ************************************************************************* //
17 solvers
18 {
19   p PCG
20   {
21     preconditioner DIC;
22     tolerance 1e-06;
23     relTol 0;
24   }
25
26   U PBiCG
27   {
28     preconditioner DILU;
29     tolerance 1e-05;
30     relTol 0;
31   }
32
33   T
34   {
35     solver          PBiCG;
36     preconditioner  DILU;
37     tolerance       1e-05;
38     relTol          0.1;
39   }
40 }
41
42 PISO
43 {
44   nCorrectors 2;
45   nNonOrthogonalCorrectors 2;
46
47   pRefValue 0;
48 }
49
50 // ************************************************************************* //
```

B.6. Exemple d'entrées du dictionnaire *transportProperties*

```
/*--------------------------------------------------------------------------*\
| =========                 |                                                |
| \\      /  F ield         | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox          |
|  \\    /   O peration     | Version:  1.6                                  |
|   \\  /    A nd           | Web:      http://www.openfoam.org              |
|    \\/     M anipulation  |                                                |
\*--------------------------------------------------------------------------*/

FoamFile
{
    version         2.0;
    format          ascii;

    root            "";
    case            "";
    instance        "";
    local           "";

    class           dictionary;
    object          transportProperties;
}

// * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * //

transportModel Newtonian;

// Kinematic viscosity
nu              nu [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-05;

// Thermal expansion coefficient
beta            beta [0 0 0 -1 0 0 0] 3e-03;

// Reference temperature
TRef            TRef [0 0 0 1 0 0 0] 300;

// Prandtl number
Pr              Pr [0 0 0 0 0 0 0] 0.71;

// ************************************************************************* //
```