ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Yahia Farès de Médéa
Faculté de Technologie

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme

DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Génie des procédés

Thème

Transferts thermiques conjugués et transitoires Application pour un cylindre vertical creux

Présentée et soutenue par: ***Mme. Saidoune Fatma Zohra***

Devant le jury composé de

HANINI. Salah	***Professeur, UYF Médéa***		***Président***
BOUAZIZ Mohamed Najib	***Professeur, UYF Médéa***		***Directeur de Thèse***
ZERROUT. Amar	***Maitre de conférences A***	***UHBBChlef***	***Examinateur***
BRAIKIA. Mohamed	***Maitre de conférences A***	***UHBB Chlef***	***Examinateur***

الحمد لله

الذي هدانا لهذا و ما كنا

لنهتدي لولا أن هدانا الله

Remerciements

Je souhaite pour cela remercier du fond du cœur mon Directeur de Thèse Monsieur BOUAZIZ MOHAMED NADJIB, Professeur à L'université Yahia Farès de Médéa pour son encadrement et ses nombreux conseils.

Merci pour la confiance que vous m'avez donnée et votre faculté étonnante de pouvoir remonter le moral en quelques mots. Je vous suis sincèrement reconnaissant pour tout ce que vous m'avez apporté, votre expérience inestimable, votre savoir partagé et espère pouvoir un jour être aussi utile à la communauté universitaire. Merci pour l'implication que vous m'avez donnée dans des projets passionnants, et pour les bons moments passés à s'approfondir dans les multiples taches de la thèse.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à Monsieur HANINI SALAH Professeur à l'Université Yahia Farés de Médéa, qui m'a honorée en acceptant de présider le jury de cette thèse.

J'exprime ici ma gratitude à Mr ZERROUT AMAR , Maître de Conférences A et à Mr BRAIKIA MOHAMED, Maître de Conférences A de l'Université de Chlef d'avoir examiner cette thèse et faire partie du jury.

Mes plus profonds remerciements vont à :

Mon mari et mes enfants, pour leur apport moral, leurs conseils et leurs soutiens, et qui m'ont toujours insufflé l'envie et le courage de continuer.

Ma mère, tout au long de mon cursus, elle m'a toujours soutenue, encouragée et aidée. Elle su me donner toutes les chances pour réussir. Qu''elle trouve, dans la réalisation de ce travail, l'aboutissement de ses efforts ainsi que l'expression de ma plus affectueuse gratitude.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à tous les membres de ma famille.

ملخص

يهدف هدا العمل لدراسة نقل الحرارة المترافق و المقترن بنقل الكتلة لمائع نيوتوني حول أسطوانة عمودية مجوفة. اذ تعتبر هذه الدراسة أكثر مصداقية و تتمتع بأهمية بالغة في مجال التطبيقات الصناعية أو الأنظمة المنتجة للطاقة النووية أو الكيماوية. وفي هذا الصدد ، فإن مصداقية هذا العمل تتطلب مراعاة:

- التوصيل الجداري للأسطوانة الذي يؤدي لنقل الحرارة المترافق حمل - توصيل
- العوامل المختلفة مثل المجال المغناطيسي والتفاعل الكيميائي وتولد الحرارة.

تخضع ظاهرة اقتران الحمل والتوصيل لمعادلات الاستمرارية و الزخم و الطاقة و معادلة التركيز المقترنة يبعضها البعض و المترافقة أيضا لنقل الحرارة عبر جدار الاسطوانة : التوصيل ، حيث يخضع التدفق لعدة عوامل للتحكم كعامل نقل الحرارة المترافق P ، وعامل المجال المغناطيسي M ، وعامل التفاعل الكيميائي K، وعامل توليد الحرارة Q. تم حل الإشكال رقميا بواسطة طريقة الفروق المحدودة و دلك باستخدام ماتلاب.

أتاحت النتائج التي تم الحصول عليها إثبات تأثير عوامل التحكم المختلفة على توزيعات السرعة وتوزيع درجة الحرارة والتركيز. لا سيما التوصيل المحوري على طول الأسطوانة العمودية (النقل الحراري المترافق)، و المجال المغناطيسي يلعبان دورًا مهمًا في تعديل وضبط تدفق الحرارة ونقل الكتلة.

الكلمات الرئيسية: نقل الحرارة والكتلة، الحمل الحراري المختلط، نقل الحرارة المترافق ، الديناميكا المائية المغناطيسية ، التفاعل الكيميائي ، توليد الحرارة ، الأسطوانة العمودية المجوفة.

ABSTRACT

The aim of this thesis is to study the conjugate heat transfer coupled with the mass transfer of a Newtonian fluid. The work takes into account the flow around a hollow vertical cylinder, and conducted numerically. This situation is often realistic and is of great interest in the field of industrial applications or systems producing nuclear or chemical energy. In this regard, the problem stated physically and formulated mathematically should require some considerations about this configuration:

- The parietal conduction of the cylinder which gives rise to a convection - conduction conjugate heat transfer
- The system in connection with occurrence of different mechanisms encountered largely in the area of process as the magnetic field, the chemical reaction and the generation of heat.

The phenomenon of convection-conduction coupling is governed by the conservation equations of continuity, momentum, energy and concentration coupled and in relation with the parietal transfer via an interface. Different control parameters act, especially the conjugate heat transfer parameter p, the magnetic field parameter M, the chemical reaction parameter K and the heat generation parameter Q. The problem considered is solved numerically, using a finite difference method, articulated around the implicit Runge-Kutta method, class of Lobatto-IIIa and implemented in Bvp4c code of Matlab. The main results obtained highlighted the influence of the conjugate heat transfer, and the effect of various control parameters, in particular on the velocity, the temperature and concentration profiles. Consequently, taking into account the parietal conduction of the vertical cylinder simultaneously with the behavior of the external flow appeared indispensable. Furthermore, and in this context, the presence of the magnetic field particularly plays an important role in enhancement of the heat and mass transfer rates.

Keyword: Heat and mass transfer, mixed convection, conjugated heat transfer, magnetohydrodynamic, chemical reaction, heat generation, hollow vertical cylinder.

RESUME

Cette thèse a pour objet l'étude du transfert de chaleur conjugué et couplé au transfert de masse d'un fluide Newtonien. Le travail est axé sur un cylindre vertical creux et est conduite numériquement. Cette situation est souvent la plus réaliste et est d'un intérêt capital dans le domaine des applications industrielles ou des systèmes produisant l'énergie nucléaire ou chimique. Pour ce faire, la formulation physique traduite en formulation mathématique exige de prendre en considération pour la configuration étudiée :

- La conduction pariétale du cylindre qui donne naissance à un transfert thermique conjugué convection - conduction
- Les multiples présences rencontrées dans un large champ de procédés, tels que le champ magnétique, la réaction chimique et la génération de chaleur.

Le phénomène du couplage de convection-conduction est traduit par les équations de la conservation de continuité, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration, couplées entre elles et en relation avec des transferts pariétaux via une interface. Différents paramètres de contrôle interviennent, notamment celui du transfert thermique conjugué p. Le paramètre du champ magnétique M, le paramètre de la réaction chimique K et le paramètre de la génération de chaleur Q sont aussi présents dans la formulation. Le problème ainsi envisagé est résolu numériquement, à l'aide de la méthode des différences finies, exprimée par une discrétisation de Runge-Kutta implicite, classe de LOBATTO-IIIa, via le code Bvp4c de Matlab. Les principaux résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence du transfert conjugué en rapport de son impact, de l'effet de différents paramètres de contrôle notamment sur les profils de vitesse, la distribution de température et de la concentration. En conséquence, la prise en compte de la conduction de la paroi du cylindre simultanément avec le comportement du fluide externe apparait indispensable. Par ailleurs et dans ce contexte, la présence du champ magnétique particulièrement joue un rôle important dans l'amélioration des flux de transfert de chaleur et de masse.

Mots-clés : Transfert de chaleur et de masse, convection mixte, transfert thermique conjugué, magnétohydrodynamique, réaction chimique, génération de chaleur, cylindre vertical creux.

Table des matières

Remerciement

Résumés I

Table des matières iv

Nomenclature xi

Liste des figures et liste des tableaux

Introduction générale 1

Chapitre 1: Recherche bibliographique

1.1. Introduction 05

1.2. Travaux bibliographiques relatifs au transfert thermique par convection 06

1.3. Travaux bibliographiques relatifs à la magnétohydrodynamique MHD 13

1.4. Travaux bibliographiques relatifs au transfert thermique conjugué
Couplage convection- conduction 16

1.5. Conclusion 24

Chapitre 2 : Transfert de chaleur et Magnétohydrodynamique

2.1. Introduction 25

2.2. Transfert de chaleur 25

2.2.1 Convection 26

a. convection forcée 27

b. convection naturelle 28

c. convection mixte 29

2.2.2. Conduction 30

2.3. Couplage thermique convection - conduction 31

2.3.1 Transfert thermique conjugué 31

2.3.2. Méthode de résolution du transfert thermique couplé 32

2.4. La Magnétohydrodynamique 34

2.4.1. Introduction

2.4.2. Applications de la MHD
2.5. Régimes d'écoulement 37
2.6. Nombres sans dimension 40
2.7. Equations générales de conservation 42
2.7.1 Equation de continuité 42
2.7.2. Équation de la quantité de mouvement 42
2.7.3 Equation d'énergie 43
2.7.4 Equation de transfert de masse 43
2.8. Conclusion 43

Chapitre 3 : Transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide Newtonien autour d'un cylindre vertical creux en présence d'un champ magnétique

3.1. Introduction 44
3.2. Formulation mathématique du problème 44
3.2.1 Description du problème 44
3.2.2 Equations générales du problème 45
3.2.3 Variables adimensionnées et de similarité locale 47
3.2.3 Modèle local de non-similitude 48
3.3. Résultats et discussion 51
3.3.1. Validation des résultats 52
3.3.2. Profils de vitesse 53
3.3.3. Profils de température 55
3.3.4. Profils de concentration 58
3.3.5. Variations du coefficient de frottement mécanique 60
3.3.6. Variations du nombre de Nusselt 63
3.3.7. Variations du nombre de Sherwood 65
3.4. Conclusion 68

Chapitre 4 : Transfert de masse et de chaleur conjugué autour d'un cylindre vertical creux en présence d'un champ magnétique, de réaction chimique et de génération de chaleur

4.1 Introduction 69

4.2 Formulation mathématique du problème 69

4.2.1 Description du problème 69

4.2 .2 Equations générales du problème 71

4.2 .3 Transformation des équations gouvernantes 73

4.2.4 Modèle locale de non-similitude 75

4.3 Résultats et discussion 77

4.3.1 Effet du paramètre transfert thermique conjugué sur les profils de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c) adimensionnelles 78

4.3.2 Couplage du paramètre de champ magnétique M et p sur les profils de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c) adimensionnelles 80

4.3.3 Couplage du paramètre de la réaction chimique K et P sur les profils de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c) adimensionnelles 83

4.3.4 Couplage du paramètre de la génération de la chaleur Q et P sur les profils de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c) adimensionnelles 85

4.3.5 Effet du paramètre transfert thermique conjugué P sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) 87

4.3.6 Couplage du paramètre de champ magnétique M et P sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) 89

4.3.7 Couplage du paramètre de la réaction chimique K et P sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) 91

4.3.8 Couplage du paramètre de la génération de la chaleur Q et P sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) 93

4.4 Conclusion 95

Conclusion générale et Perspectives 96

Références 98

NOMENCLATURE

Les notions ci-dessous définies sont communes à l'ensemble de ce travail. D'autres, utilisées localement sont, au fur et à mesure, définies dans le texte.

Lettres Latines

B	Densité de la micro inertie	-----
B_0	Densité de flux magnétique	-----
C_f	Coefficient de frottement	-----
Cp	Capacité thermique à pression constante	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$
D	Diffusivité massique	$(m^2.s^{-1})$
g	L'accélération due à la gravité	$(m.s^{-2})$
$\mathrm{Gr_m}$	Nombre de Grashof solutal	------
$\mathrm{Gr_T}$	Nombre de Grashof thermique	------
k	Conductivité thermique	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
L	Longueur du cylindre	(m)
Mn	Paramètre magnétique	-------
Nu_x	Nombre de Nusselt local	--------
Pr	Nombre Prandtl	-------
r_0	Rayon du cylindre	(m)
Re	Nombre de Reynolds	--------
Re_x	Nombre de Reynolds local	-------
Ri	Nombre de Richardson	-------
Sc	Nombre de Schmidt.	-------
Sh_x	Nombre de Sherwood local	------
T	Température du fluide	$(°K)$
u, v	Vitesse le long des directions x et r	(m/s)
x, r	Coordonnées dans les directions axiale et radiale	(m)

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique	$(m^2.s^{-1})$
β	Coefficient de dilatation thermique	(K^{-1})
γ	Viscosité du gradient de spin	$(kg.m.s^{-1})$
θ	Température adimensionnelle	------
κ	Viscosité du vortex	$(kg.m^{-1}.s^{-1})$
λ	Viscosité du gradient de spin adimensionnelle	------
ν	Viscosité cinématique	$(m^2.s^{-1})$

ρ	Masse volumique	$(kg.m^{-3})$
σ	Transverse paramètre de courbure	------
τ_w	Contrainte de cisaillement de paroi	$(kg.m^{-1}.s^{-2})$
ϕ	Concentration adimensionnelle	-------
φ	Fonction de flux libre	$(m^2.s^{-1})$
ξ	Coordonnée longitudinale	

Les indices

w	mur	-------
∞	bord de la couche limite	-------

Liste des figures

Figure 1.1: Effet de l'épaisseur relative de la paroi intérieur et le rapport de conductivité sur le nombre de Nusselt pour Ra=7.10^6 et K=3, K^* =1. 12

Figure 1.2: Evolution longitudinale du nombre de Nusselt et de Sherwood pour un tube horizontal. 22

Figure 1.3: Evolution longitudinale du nombre de Nusselt et de Sherwood pour un tube vertical 22

Figure 2.1: Transfert thermique par convection entre la paroi chaude et le fluide froid 27

Figure 2.2: Transfert de chaleur par convection forcée 28

Figure 2.3: : Transfert de chaleur par convection naturelle 29

Figure 2.4 : Transfert de chaleur par convection combinée ou mixte 30

Figure 2.5 : Illustration de l'expérience de Reynolds. (a) régime laminaire, (b) régime transitoire, (c) régime turbulent (Reynolds, 1883) 38

Figure 3.1 : Modèle physique et système de coordonnées. 46

Figure 3.2 : *Variations du profil de vitesse pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)* 53

Figure 3.3 : *Variations du profil de vitesse pour différentes valeurs de Pr (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)* 54

Figure 3.4 : *Variations du profil de vitesse pour différentes valeurs de Sc (Ri = 2.0, Rc = 3.06, Pr= 0.7, M=0.5)* 54

Figure 3.5 : *Variations du profil de vitesse pour différentes valeurs de M (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)* 55

Figure 3.6 : *Variations du profil de température pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5).* 56

Figure 3.7 : *Variations du profil de température pour différentes valeurs de Pr (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)* 56

Figure 3.8 : *Variations du profil de température pour différentes valeurs de Sc (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)* 57

Figure 3.9 : *Variations du profil de température pour différentes valeurs de M (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)* 57

Figure 3.10 : *Variations du profil de concentration pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)* 58

Figure 3.11 : *Variations du profil de concentration pour différentes valeurs de Pr (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)* 59

Figure 3.12 : *Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Sc (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)* 59

Figure 3.13 : *Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de M (Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)* 60
Figure 3.14 : *Variation du coefficient de frottement thermique local pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)* 61
Figure 3.15 : *Variation du coefficient de frottement thermique local pour différentes valeurs de Pr (Ri=2.0,Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)* 61
Figure 3.16 : *Variation du coefficient de frottement thermique local pour différentes valeurs de Sc (Ri=2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)* 62
Figure 3.17. Profils de *coefficient de frottement thermique local* pour différentes valeurs de M *(*Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. Sc = 1.6) 62
Figure 3.18 : *Variation du nombre de Nusselt local* $\boldsymbol{Nu_x}$ *pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)* 63
Figure 3.19 : *Variation du nombre de Nusselt local* $\boldsymbol{Nu_x}$ *pour différentes valeurs de Pr (Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)* 64
Figure 3.20 : *Variation du nombre de Nusselt local* $\boldsymbol{Nu_x}$ *pour différentes valeurs de Sc (Ri=2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)* 64
Figure 3.21 : *Variation du nombre de Nusselt local* $\boldsymbol{Nu_x}$ *pour différentes valeurs de M (Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)* 65
Figure 3.22.*Variation du nombre de Sherwood* $\boldsymbol{Sh_x}$*pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)* 66
Figure 3.23 *Variation du nombre de Sherwood* $\boldsymbol{Sh_x}$*pour différentes valeurs de Pr (Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)* 66
Figure 3.24.*Variation du nombre de Sherwood* $\boldsymbol{Sh_x}$*pour différentes valeurs de Sc (Ri=2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)* 67
Figure 3.25.*Variation du nombre de Sherwood* $\boldsymbol{Sh_x}$*pour différentes valeurs de M (Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)* 67
Figure 4.1. Le modèle physique 71
Figure 4.2 : Profils adimensionnels de vitesse (a), température (b) et concentration (c) pour différentes valeurs de **P** à $\xi = 1.0$, Mn=0.5, Q=0.04 and K=1.0 80
Figure 4.3 : Profils adimensionnels de vitesse(a) , de température (b) et de concentration(c) à Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. - Sc = 1.6 et ξ=1.0 pour différentes valeurs de M 82
Figure 4.4 : Profils adimensionnels de vitesse(a) , de température (b) et de concentration(c) à Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. - Sc = 1.6 et ξ=1.0 pour différentes valeurs de K 84
Figure 4.5: Profils adimensionnels de vitesse(a), de température (b) et de concentration (c) à Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. Sc = 1.6 et ξ=1.0 pour différentes valeurs de K 86
Figure 4.6 : Effet du paramètre de transfert thermique conjugué P sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) à $\xi = 1.0$, Ri=2.0, Rc=3.0, Mn=0.5, Pr=1.0, Sc=1.6, Q=0.04 and K=1.0. 88
Figure 4.7 : Effet du couplage de paramètre de champ magnétique ***M*** *et le paramètre de transfert thermique conjugué* ***P*** sur les paramètres locaux de frottement (a) de 90

transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) à $\xi = 1.0$, Ri=2.0, Rc=3.0, Pr=1.0, Sc=1.6, Q=0.04 and K=1.0**.**

Figure 4.8 : Effet du couplage de paramètre de réaction chimique K*et le paramètre de transfert thermique conjugué* ***P*** sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) à $\xi = 1.0$, Mn=0.5,Ri=2.0, Rc=3.0, Pr=1.0, Sc=1.6and Q=0.04. 92

Figure 4.9 : Effet du couplage de paramètre génération d'énergie Q*et le paramètre de transfert thermique conjugué* ***P*** sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) $\xi = 1.0$, Mn=0.5,Ri=2.0, Rc=3.0, Pr=1.0, Sc=1.6and K=1.0 94

Liste des tableaux

Tableau 3.1 Comparaison entre les taux de transferts de chaleur avec Pr=0.7; Ri=0.0 52

Tableau 4.1 Comparaison entre les taux de transferts de chaleur avec Pr=0.7; Ri=2.0 78

:

Introduction générale

Introduction générale

Depuis plus d'un siècle, les scientifiques se penchent sur l'étude des écoulements avec transfert thermique. Ces écoulements sont étudiés à travers des géométries connues, en raison de leurs applications pratiques tels que les systèmes électroniques, les échangeurs de chaleur de haute performance, les équipements de procédés chimiques, les chambres de combustion, les systèmes de contrôle de l'environnement, les installations climatiques, etc.

Les transferts thermiques peuvent avoir lieu par conduction, rayonnement ou convection. Cette dernière peut être naturelle, forcée ou mixte. Dans cette thèse, nous mettons la lumière sur les deux types de transferts thermiques ; ceux par conduction et par convection car le rayonnement n'en fait pas partie**.**

La convection naturelle est un mode de transfert de chaleur qui intervient le plus souvent dans les échanges thermiques entre une paroi et un fluide, elle est due à l'action simultanée des différences de température qui existent dans le milieu et d'un champ de gravité. Par contre un écoulement actionnée ou forcée à se déplacer mécaniquement par un moyen externe s'accompagne de transferts thermiques dits de convection forcée. Enfin, si les deux phénomènes sont comparables, et qu'on ne peut négliger l'un et l'autre, on est en régime de convection mixte.

La convection mixte est un phénomène de transfert thermique associé aux écoulements des fluides, elle intervient dans plusieurs applications industrielles, citons par exemple le refroidissement des composants électroniques, les tours de refroidissement, la distillation de l'eau de mer, les centrales solaires et la climatisation naturelle. Les études traitant le régime laminaire sont plus nombreuses comparativement au régime turbulent. La littérature scientifique concernant la convection forcée turbulente reste encore limitée. De plus, parmi ces travaux une grande partie est liée au régime permanent. Le régime transitoire reste à nos jours peu explorés.

Si deux écoulements ou transferts adjacents se produisent, il est évident que les deux parties exercent une influence mutuelle. Par suite, il n'est pas correct d'isoler un système de l'autre en imposant une variable, par exemple la température à la paroi du système considéré sachant leurs interférences. De là, l'interface est le siège plutôt d'inconnues en termes de température et de flux. Cette partie charnière est un milieu d'échange sur laquelle la conservation de ces grandeurs est physiquement réelle. Le problème ainsi posé est plus conforme à la réalité et conduit donc aux problèmes dits conjugués entre deux systèmes interagissant l'un sur l'autre. A travers la bibliographie on constate l'existence de plusieurs études numériques, expérimentales et rarement analytiques, menées à l'étude du transfert thermique par convection mixte et dont la plupart négligent la conduction par exemple de la chaleur dans le matériau de la paroi. Dans certaines situations, il est possible que ce soit ainsi, mais une étude de couplage est indispensable afin de prendre en compte cette interaction plus ou moins forte et non-dominante d'un système. Notre thèse s'inscrit dans cette démarche.

Ces dernières décennies, on a introduit la notion de La MHD est une branche de la physique qui s'intéresse à l'interaction entre un champ électromagnétique et un fluide conducteur de l'électricité. Elle permette d'étudier les propriétés dynamiques en présence d'un champ magnétique**.**

En plus, certains fluides utilisés dans la pratique sont conducteurs d'électricité et peuvent être affectés par l'effet d'un champ magnétique. Les études dans le domaine de la MHD ont montré que les quantités de tout type de transport (quantité de mouvement, transfert de chaleur et de masse) peuvent être contrôlées en imposant un champ magnétique d'intensité constante ou variable. L'application d'un champ magnétique sur la convection mixte représente un sujet adéquat de recherche scientifique et elle a un intérêt immense dans plusieurs processus industriels, tels que la géophysique, les systèmes de refroidissement des réacteurs nucléaires, les collecteurs de l'énergie solaire et spécialement lors du processus de croissance cristalline.

Un champ magnétique entraîne des changements importants sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. En effet, il engendre une stabilité d'écoulement oscillatoire dans le transfert de chaleur, ralentit considérablement les vitesses et rend les phénomènes de transport parfaitement contrôlables. De plus, avec l'application d'un champ magnétique externe, il est possible d'agir sur les écoulements sans aucun contact physique et ainsi supprimer les fluctuations, contrôler les transferts thermique et massique, et donc améliorer la qualité des produits obtenus. A cet effet, le

ralentissement magnétique pour contrôler l'écoulement induit par un gradient de température est devenu un moyen privilégié et a fait l'objet de plusieurs applications industrielles**.**

La présente étude se place dans le contexte de la modélisation et la simulation numériques des écoulements et du transfert thermique et massique au sein des conduites cylindriques verticales. Elle s'articule autour de l'analyse de l'influence de quelques paramètres, liés à la mécanique des fluides et au transfert thermique, sur la structure hydrodynamique et thermique de ces écoulements. Pour ce faire, et compte du couplage fort entre la triptyque des écoulements, des transferts thermiques et des transferts massiques d'une part, et de la présence des mécanismes rencontrés dans plusieurs procédés, Il est intéressant d'examiner en plus des effets du champ magnétique, de la réaction chimique et de la génération de la chaleur d'un fluide autour du cylindre vertical creux tout en se plaçant dans le cadre des interactions entre l'écoulement externe et l'écoulement interne.

Dans le cadre de cette problématique, il est nécessaire de présenter une simplification physique du problème, impliquant les processus indiqués plus haut et tenant compte du transfert conjugué.

Après cette introduction, la thèse sera donc présentée dans un ensemble de chapitres rapportant le travail accompli.

- Une revue bibliographique synthétisant les principaux travaux en rapport avec le sujet est anticipée rehaussant la problématique de la thèse. Cette présentation est élaborée de manière séquentielle des travaux larges jusqu'aux travaux peu étendues sur les transferts conjugués en convection mixte.
- Dans le deuxième chapitre, de nécessaires généralités sur le transfert de chaleur sont exposées en étroite relation avec le thème, tout en mettant en évidence et brièvement le transfert thermique couplé convection- conduction, la magnétohydrodynamique et les différents régimes d'écoulement.
- La partie de la formulation mathématique est complètement rapportée dans le troisième chapitre. Les équations des couches limites de l'écoulement d'un fluide Newtonien sous l'influence d'un champ magnétique, en prenant compte des transferts de chaleur et de masse et en présence des procédés induites et spécifiques, ainsi que les conditions aux limites sont d'abord écrites en forme

de variables primitives. Ces équations aux dérivées partielles représentant les phénomènes physiques seront adimensionnées puis transformées en équations différentielles non linéaires couplées et ordinaires au moyen de la technique de similarités. Il est possible qu'une similitude non locale soit obtenue, ce qui nécessitera un moyen plus avancée du choix de la technique de résolution. Les discrétisations de type Runge-Kutta seront utilisées, notamment ceux dits implicites et on fera dans la mesure du possible appel au solveur bvp4c de MATLAB, avec adaptation continuelle au problème traité dans sa dimension particulière de non similarité. Les résultats obtenus pour les profils de vitesse, de température et de concentration adimensionnelle ainsi que les paramètres locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse seront présentés graphiquement pour montrer l'influence de la conduction des parois du cylindre et du champ magnétique.

- Le quatrième chapitre traitera l'analyse mathématique de transfert de chaleur et de masse du modèle physique ou aura lieu convection mixte autour d'un cylindre vertical creux en prenant en compte l'effet de la conduction à travers le cylindre : le couplage convection-conduction. En addition, nous présenterons les équations décrivant l'écoulement du fluide en tenant compte du terme de champ magnétique dans l'équation de quantité de mouvement, le terme de la génération de la chaleur dans l'équation d'énergie, ainsi que le terme de la réaction chimique dans l'équation de transfert de masse. Finalement on présentera, comme au chapitre précédent, les résultats obtenus graphiquement pour les profils de vitesse, de température et de concentration adimensionnelle. Ainsi pour les quantités d'intérêt.

Une conclusion générale sera donnée à la fin de cette thèse. Elle rassemblera les principaux résultats obtenus lors de cette étude et tracera les perspectives et les extensions à donner à ce travail.

Chapitre 1

Recherche bibliographique

Chapitre 1

Recherche bibliographique

I.1 Introduction

Il est bien connu depuis plus d'un siècle, que les scientifiques se penchent sur l'étude des écoulements avec transfert de chaleur par différents modes de convection (naturelle, forcée ou mixte). Celles-ci, s'impliquent dans de nombreux phénomènes naturels ou processus industriels et trouvent leurs applications dans différents domaines industriels tels que, les processus de dépôt de vapeurs chimiques, ainsi que le refroidissement des réacteurs nucléaires et des systèmes électroniques, etc. Le nombre de travaux sur l'écoulement convectif sous l'action du champ magnétique ne cesse d'augmenter comme il a attiré l'attention de plusieurs chercheurs compte tenu ces applications, reportées en introduction générale [**1-8].**

En raison des applications techniques importantes, l'analyse du transfert de chaleur couplé a fait l'objet de nombreuses recherches scientifiques jusqu'à présent. La littérature fournit quelques résultats de transfert thermique et massique, avec ou sans présence d'un champ magnétique. Cette partie établit une base pour la présente thèse et fournit une comparaison pour les résultats de cette investigation.

Cette étude bibliographique est composée de trois parties.

- La première partie est une revue des études portant sur le transfert thermique sans couplage avec la paroi dans le présent contexte.
- La deuxième, une revue des études portant sur le transfert de chaleur sous l'effet du champ magnétohydrodynamique.
- La troisième partie, une revue des recherches, travaux et réalisations portant sur le transfert thermique sous l'effet du couplage fluide- paroi : transfert thermique conjugué

1.2. Travaux bibliographiques relatifs au transfert thermique par convection

Des études ont été entreprises en variant la configuration géométrique, la direction de l'écoulement principal par rapport à la direction de la force de flottabilité, ainsi que la nature des conditions aux limites et le fluide de travail. Parmi ces études nous présentons quelques-unes que nous avons jugées proches de notre problématique.

La convection naturelle d'origine thermique et massique le long d'une plaque verticale ou inclinée a fait l'objet de plusieurs études. Parmi ces études on peut citer celle de Bolter et al. [**8]** qui ont réalisé une étude expérimentale par convection naturelle à partir d'un plan libre d'eau. La quantité d'eau évaporée en fonction de l'humidité de l'air extérieur a été étudiée.

Maters et al. **[9]** et Gill et al. [**10]** ont développé des méthodes analytiques pour la résolution du problème des transferts de chaleur et de masse, pour des conditions aux limites de température et de concentration imposées et en l'absence de film ruisselant.

Huang et al. [**11]** ont analysé numériquement le transfert de chaleur et de masse en convection mixte laminaire dans un canal vertical de section rectangulaire avec film en évaporation et condensation. Le canal est formé de quatre parois dont deux solides et isolés, alors que les deux autres sont poreuses et maintenues à des températures constantes. Les propriétés physiques sont considérées constantes. La résolution numérique est faite par la méthode de vorticité-vitesse pour un écoulement parabolique tridimensionnelle. Leurs résultats montrent que pour de grandes valeurs de température, il résulte une diminution du coefficient de friction. Le transfert de masse et de chaleur augmente avec le rapport de forme de la section rectangulaire, ainsi qu'une augmentation de l'humidité entraîne une diminution du transfert de chaleur.

Une étude numérique du transfert combiné de chaleur et de masse dans un canal vertical a été menée par Lee et al. **[12]**. Le canal est rectangulaire et une de ses parois est poreuse et maintenue constamment humide par un film d'eau liquide, les autres parois sont

sèches et isolées. Ces auteurs ont constaté que du fait de l'évaporation du film liquide, le transfert de masse favorise le transfert de chaleur.

Un aperçu complet est présenté par Hussein **[13]**, dans un article de synthèse pour comprendre la convection mixte dans les cylindres. Certains articles sont rapportés sur le groupe de cylindres fixes chauffés ou refroidis.

La première solution analytique pour une plaque isotherme verticale plane est généralement attribuée à Lorenzen en 1881 qui a développé une relation qui dépend des variables significatives de la convection libre selon Welty et al. **[14].** Sa solution peut être exprimée comme :

$$Nu_L = 0.548\left(Gr_L.\Pr\right)^4. \qquad (1.1)$$

En 1915, Nusselt établit mathématiquement les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement et de l'énergie pour le cas de transfert de chaleur par convection naturelle. Il a assumé la première investigation dans laquelle les données de transfert de chaleur ont été exprimées en termes de paramètres adimensionnels, c'est-à-dire en termes de ce qu'on appelle maintenant les nombres de Nusselt Nu, Grashof Gr et Prandtl Pr.

Des expériences précoces sur le transfert naturel de chaleur par convection à partir de plaques plates verticales larges dans l'air ont été entreprises par Schmidt et Beckmann **[15]**. Les résultats ont été obtenus pour des plaques planes ayant des hauteurs de 12,5 cm et 50 cm qui ont été maintenues à une température de 65°C dans l'air à 15°C. Ils ont également obtenu une solution analytique en utilisant une forme simplifiée des équations gouvernantes obtenues en négligeant certains termes, notamment en supposant que la composante de vitesse normale à la plaque négligeable. Ostrach **[16]**, a résolu les mêmes équations gouvernantes le long d'une plaque verticale chauffée et il a obtenu La distribution de la vitesse et de la température dans la couche limite laminaire pour une gamme de nombre de Prandtl allant de 0,01 à 1000.

Une solution exacte des équations de la couche limite laminaire pour la convection naturelle sur une plaque verticale ayant un flux de chaleur pariétale uniforme a été obtenue par Sparrow et Gregg en 1956 **[17]**. Les résultats de leurs

expériences pour cette situation se sont avérés être en accord avec les résultats théoriques. Mai Ton Hoang et al. **[18]** ont étudié, en régime transitoire, la couche limite laminaire sur une plaque verticale en convection mixte. Le système d'équations est résolu à l'aide de la méthode numérique aux différences finies, avec un schéma implicite. Ils ont montré que la nature de la plaque influe sur les épaisseurs des couches limites dynamique et thermique ainsi que sur la vitesse de l'écoulement. Ils ont observé qu'une faible perturbation de vitesse engendre une instabilité de l'écoulement. Saeid [**19]** a étudié l'écoulement en convection mixte, laminaire le long d'une plaque verticale à une température en régime d'oscillation périodique. Le fluide est Newtonien et incompressible avec des propriétés constantes sauf dans le terme de gravité où il adopte l'hypothèse de Boussinesq et néglige la dissipation visqueuse. L'écoulement est laminaire et en régime transitoire. Les équations du bilan dynamique et thermique sont approchées par des couches limites bidimensionnelles. Les équations sont discrétisées et résolues à l'aide de la méthode numérique aux différences finies. Le calcul est effectué pour l'air ($Pr=0.72$) et l'eau ($Pr=7.0$). La comparaison du nombre de Nusselt et le coefficient de frottement, avec des résultats antérieurs sont satisfaisants. Les variations périodiques du nombre de Nusselt et du coefficient de frottement sont effectuées pour différentes amplitudes et fréquences de la température de plaque.

Hsiao-Tsung et al. **[20]** ont étudié la convection mixte en régime permanent de couche limite laminaire sur une plaque isotherme, horizontale et en mouvement parallèle à l'écoulement du fluide. Le système d'équations est résolu numériquement par la méthode dite de Keller's Box, avec un schéma implicite. Les solutions numériques précises et des corrélations complètes sont présentées pour une large gamme de fluides $0.01 \leq Pr \leq 10000$ et dans tout le domaine de la convection mixte. L'étude engendre n'importe quelle vitesse relative entre la plaque et l'écoulement potentiel. Les effets de la poussée thermique et de la vitesse relative sur le champ d'écoulement, le frottement, le champ de température et le taux de transfert thermique sont illustrés pour une plaque se déplaçant parallèlement en co-courant ou en contre-courant de l'écoulement potentiel et ceci pour les cas d'un écoulement potentiel ou la poussé thermique est (i) : dans le même sens et (ii) : dans le sens inverse.

Lin et al. **[21]**, ont étudié la convection mixte laminaire dans un tube vertical. Leurs résultats montrent que l'effet des forces d'Archimède est important pour des

faibles nombres de Reynolds et des températures d'entrée élevées et que le transfert de chaleur est dominé par le transport de chaleur latente due à l'évaporation du film liquide. Shenoy **[22]** a étudié la convection mixte en régime permanent d'une couche limite sur une plaque plane isotherme et inclinée mais dans le cas d'un fluide non-newtonien. Le travail a été axé sur les effets, d'une part, de l'inclinaison de la surface et du nombre de Richardson sur le nombre de Nusselt. Chen et Mucoglu **[23]** et Mucoglu et Chen **[24]** ont présenté les effets de la force de flottabilité sur le transfert thermique par convection le long d'un cylindre vertical à température de paroi uniforme et conditions de flux de chaleur de surface uniformes, respectivement.

Le transfert de chaleur par convection mixte autour d'un cylindre vertical et mince sous l'effet combiné de la flottabilité de la diffusion thermique et massique a été étudié par Takhar et al. **[25]**. Patil et Pop [**26]** ont discuté les effets combinés de la force de flottabilité et de la diffusion thermique du flux de convection mixte instationnaire sur l'étirement d'un cylindre mince vertical non-perméable, le système d'équations différentielles partielles non linéaires résultant est résolu par un schéma de différences finies implicites en combinaison avec la technique de quasi-linéarisation. Ganesan et Loganathan [**27]** ont étudié le flux convectif naturel instationnaire avec transfert de chaleur et de masse d'un cylindre vertical mobile à une température et une concentration de surface uniformes. Lee et al. **[28]** ont analysé la convection mixte le long des cylindres verticaux et des aiguilles fines avec un flux de chaleur de surface uniforme. Chen et Yuh **[29]** ont analysé le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle le long d'un cylindre vertical sous l'effet combiné de la force de flottabilité de la diffusion thermique et des espèces chimiques.

L'étude la plus récente sur la convection naturelle dans une cavité annulaire verticale avec le cylindre intérieur maintenu à une température plus élevée que le cylindre extérieur, tandis que les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques a été effectuée par Kumar & al. **[30]**. Les résultats obtenus sont comparés avec les données expérimentales et des corrélations développées pour le taux de transfert de chaleur. Pour un fluide ayant un nombre de Prandtl égal à 0,7 et des cavités à faible et moyen rapport de forme ($0,3 \leq Ar \leq 10$), pour des rapports de rayons compris entre 1 et 15 et des nombres de Rayleigh variant de 10 à 10^6 ont obtenu des corrélations pour un fluide ayant un nombre de Prandtl constant et égal à 0,7.

Devahl & al. **[31]** ont étudié la convection naturelle dans un espace annulaire vertical à des nombres de Rayleigh de l'ordre de 2 10^5. Une étude paramétrique faisant varier le nombre de Prandtl dans un intervalle de 0.5 <Pr< 10^4 et un rapport de forme A_r entre 1 et 33 pour des rapports de rayon compris entre 1 et 10 leur ont permis de conclure que le transfert de chaleur n'est pas seulement fonction du nombre de Rayleigh Ra et du rapport de forme Ar mais également du rapport des rayons. Ainsi, ils ont obtenu un écoulement unicellulaire pour un nombre de Rayleigh modéré lorsque le rapport de forme Ar est supérieur à 5 pour un rapport de rayon K=2, et un écoulement multicellulaire lorsque le nombre de Rayleigh est plus important. Schwab & al. **[32]** qui ont été étudié numériquement la convection naturelle au sein d'une cavité annulaire verticale, pour proposer une relation qui permet de calculer le nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs de Ra, Pr et Ar et pour un rapport de rayon K=2.

Prasad & al.**[33]** sont les premiers à avoir étudié expérimentalement l'effet de la courbure sur la convection en cavité annulaire. L'influence du rapport des rayons de la cavité annulaire y est étudiée à des nombres de Rayleigh compris entre 8 10^6et 3 10^{10} et rapport de forme Ar=0,5, 1 et1,5. Ils ont aussi étudié le problème de la couche limite et l'effet du rapport de rayon sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats montrent que les effets de courbure sur les champs de température et sur l'épaisseur de la couche limite sont importantes, ainsi que la dépendance du nombre de Nusselt par rapport au nombre de Rayleigh. Ainsi ils observent également qu'au fur et à mesure que la courbure de la cavité augmente, le fluide chaud s'accumule au voisinage de la paroi intérieure (chaude); il en résulte un faible gradient vertical de température dans la zone inférieure de la cavité et un fort gradient au niveau de la zone supérieure.

Les travaux menés par Thomas & al**. [34]** sur la convection naturelle dans une cavité annulaire verticale montrent que le nombre de Nusselt moyen varie faiblement en fonction du nombre de Prandtl. Cet aspect se retrouve également dans la faible valeur de l'exposant de Pr dans la corrélation de Devahl & al. [**31].** Wei & al. [**35]** ont étudié la convection naturelle bidimensionnelle dans un espace annulaire vertical, remplie d'air. Où la paroi intérieure est chauffée avec un flux de chaleur constante et la paroi extérieure est maintenu à une température constante dont les parois horizontales sont supposées être isolées. L'effet de rapport de forme et le nombre de Rayleigh sur la

structure d'écoulement et le transfert de chaleur ont été examinés. Ainsi la dépendance de la conductivité relative moyenne sur le rapport de forme et l'effet de l'imperfection au niveau les deux parois supérieure et inférieure adiabatique sur la température de la paroi intérieure sont également discutées. Joshi **(36)** a étudié la convection naturelle laminaire complètement développé dans un anneau vertical. Il a ensuite résolu analytiquement les équations gouvernant l'écoulement avec des conditions aux limites thermiques sur les deux parois verticales sont maintenus isothermes. Ces résultats sont comparés à ceux obtenus à partir d'une solution aux différences finies d'écoulement en développement. On en conclut que les conditions complètement développées peuvent être supposées pour des nombres Grashof plus petits que 10.

Deka et Paul. [**37],** ont présenté un écoulement convectif instationnaire autour d'un cylindre vertical infini avec des effets combinés de transfert de chaleur et de masse. Ellahi et al. **[38],** ont présenté un écoulement de convection libre et forcé combiné et un transfert de chaleur caractérisé le long d'un cylindre vertical mince et perméable utilisant la méthode d'analyse d'homotopie et la technique de Pade**.** Ishak **[39]** a présenté les solutions de similitude pour le flux de convection mixte stationnaire passé autour d'un cylindre vertical avec un flux de chaleur de surface prescrite.

Moutsoglou & al. **[40]** ont analysé numériquement l'effet de la force de flottabilité sur la convection mixte laminaire dans un tube vertical chauffée différentiellement et remplie d'air. Les résultats obtenus montrent que Les effets du paramètre de flottabilité dépendent des facteurs de friction et le nombre de Nusselt.

Une étude numérique de transfert de chaleur par convection naturelle au sein d'un écoulement de fluide dans un espace annulaire cylindrique vertical a été réalisée par Choukairy & al. **[41]**. La paroi intérieure, d'une épaisseur finie, est maintenue à une température supérieure à la paroi externe mince. Les parois supérieure et inférieure sont supposés adiabatiques. Une analyse d'échelle est utilisée pour caractériser l'effet de la conductivité et de l'épaisseur de la paroi intérieure sur le transfert de chaleur. Ils ont

trouvé que les résultats numériques obtenues sont en bon accord avec les résultats analytiques. Fig (1.1).

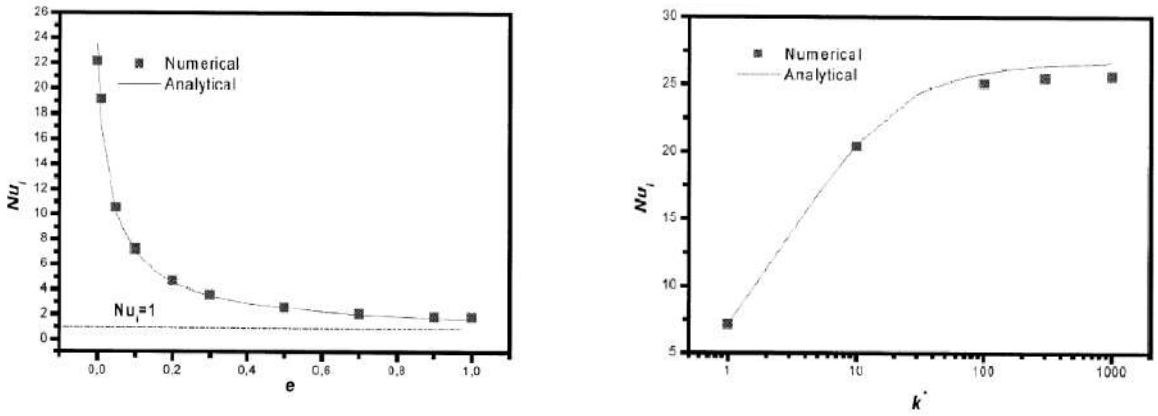


Fig (1.1) Effet de l'épaisseur relative de la paroi intérieur et le rapport de conductivité sur le nombre de Nusselt pour Ra=7.10^6 et K=3, K^* =1. **[41].**

Yan et al. **[42],** ont étudié l'effet du film liquide sur le transfert de chaleur et de masse par convection laminaire dans un canal vertical. Le canal est formé par deux plaques parallèles et adiabatiques sur lesquelles ruisselle un film liquide de température supérieure à celle de l'air à l'entrée du canal. L'écoulement est descendant. Les résultats obtenus montrent que le rapport entre les chaleurs latente et sensible transférées est plus important pour des faibles débits d'écoulement et des températures élevées du film.

Lin et al, **[43],** ont étudié les effets combinés des forces d'Archimède d'origines thermique et massique sur la convection laminaire forcée dans un canal horizontal à section carrée. La paroi inférieure est maintenue humide et soumise à un flux de chaleur uniforme et les autres parois sont sèches et adiabatiques. Ces auteurs ont montré numériquement que le transfert de chaleur est dominé essentiellement par le transport de chaleur latente. Yan**, (44)** a traité numériquement en 1999 le refroidissement évaporatif d'un film liquide par la convection mixte en régime turbulent dans un canal vertical. Le canal est formé par deux plaques planes supposées adiabatiques, sur lesquelles ruisselle un film liquide. L'écoulement est descendant. Ses résultats montrent que le transfert de chaleur est dominé par le transport de chaleur latente liée à l'évaporation du film liquide et que le refroidissement est maximal pour des valeurs élevées de température d'entrée.

Les effets combinés des forces d'Archimède de diffusion thermique et massique dans un écoulement en convection naturelle laminaire à l'intérieur des conduites verticales ont été étudiés par Yan et Lin [**45]**. Ces auteurs se sont intéressés aux effets de la température des parois mouillées, de l'humidité de l'air à l'entrée et du facteur de forme sur l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse. Ils affirment que le transfert de chaleur se fait essentiellement par le transport de chaleur latente soit en évaporation ou en condensation. El-Kabeir et Chamkha [**46],** ont étudié le transfert de chaleur et de masse en convection mixte sur un cylindre vertical en présence de produits effets thermiques de réaction et de diffusion thermique

1.3. Travaux bibliographiques relatifs à la Magnétohydrodynamique MHD

La magnétohydrodynamique parfois appelée aussi hydromagnétique, a subi d'importants développements, initiés en particulier au cours des années 1930-1950, à travers l'étude de problèmes astrophysiques ; mais on assiste surtout à l'avènement de cette théorie lorsque la MHD a bénéficié de l'intérêt de la communauté des physiciens pour la production d'énergie électrique par fusion nucléaire contrôlée dans les tokamaks et même pour d'autres applications industrielle, médicale etc. **[126].**

Motivé par les applications de la MHD en astrophysique et en géophysique, Chandrasekhar [**47-49]** a été le premier à travailler sur ce domaine. Il a étudié l'effet d'un champ magnétique externe et constant sur l'apparition de l'instabilité thermique dans une couche de fluide, électriquement conductrice et chauffée par le bas. Il a montré que le champ magnétique a un effet inhibiteur sur l'apparition de l'instabilité et que les comportements asymptotiques du nombre de Rayleigh critique Rc et le nombre d'onde critique k associé, en présence d'un champ magnétique très élevé ($H^2 \to \infty$), sont donnés par :

$$\begin{aligned} R_c &\to \pi^2 H^2 \\ k_c &\to \left(\pi^2 H^2 / 2\right)^{1/6} \end{aligned} \qquad H^2 \to \infty \tag{1.2}$$

Où H est le nombre de Hartmann définissant l'intensité du champ magnétique.

Chapitre 1

Le problème de la convection naturelle sous l'action du champ magnétique a attiré l'attention de plusieurs chercheurs et la première investigation de l'interaction entre un champ magnétique externe et la convection naturelle d'un fluide pur s'écoulant le long d'une plaque plane verticale a été faite par Sparrow et Cess **[50]** en 1961. Ils ont considéré le cas d'un écoulement, en régime de type couche limite laminaire, sur une plaque verticale isotherme. Ils ont conclu que, pour des métaux liquides, le transfert de chaleur par convection naturelle pouvait être notablement affecté par la présence d'un champ magnétique ; alors qu'avec d'autres fluides ces effets étaient très petits. Chen **[51]** a analysé l'effet de MHD sur le problème du flux de convection naturelle sur une surface perméable et inclinée avec une température et une concentration de paroi variables.

Dans le même sens, Hayat et al. [**52]** ont examiné l'effet de la magnéto-hydrodynamique d'un écoulement du point de stagnation de fluide micropolaire sur une surface d'étirement non linéaire. Singh & al. [**(53],** ont examiné le transfert de chaleur par convection naturelle d'un écoulement laminaire entièrement développé dans un espace annuaire verticale par la présence d'un champ magnétique radial. Ce dernier induit un mouvement d'un fluide électriquement conducteur est pris en compte. Des solutions analytiques unifiées pour la vitesse, le champ magnétique induit et le champ de température sont obtenus pour les cas d'isotherme et flux de chaleur constant sur le cylindre intérieur de l'anneau concentrique. Ils ont constaté que l'effet du champ magnétique induit augmente les profils de vitesse d'écoulement du fluide. Ainsi que le champ magnétique est plus grande dans le cas d'une condition isotherme par rapport au cas de flux de chaleur constant lorsque l'écart entre les cylindres est inférieur ou égale à 1,70 fois au rayon du cylindre intérieur, alors qu'une tendance inverse se produit lorsque l'écart entre les cylindres est supérieur à 1,71 fois au rayon du cylindre intérieur.

L'écoulement permanent et transitoire de la convection naturelle d'un fluide électriquement conducteur à partir d'une plaque verticale sous l'action du champ magnétique est étudié par Gupta [**54]**. Dans le même cheminement d'idées, Lykoudis [**55]** a étudié la convection libre d'un fluide électriquement conducteur en présence MHD. Les résultats obtenus ont montré que la réduction du taux de transfert de chaleur à travers le mercure, due à l'application d'un champ magnétique transversal.

Comparativement à la plaque verticale, la surface inclinée a reçu peu d'investigations, parmi les travaux qui sont intéressés on cite Hossein et al. [**56],** qui ont étudié pour des petites angles d'inclinaison, par rapport à l'horizontal, l'écoulement de la MHD de la convection libre.

Kumar **[57]** a présenté une solution numérique pour étudier l'écoulement d'un fluide incompressible visqueux électriquement conducteur, sur une plaque inclinée semi-infinie, qui est prescrite le flux de masse avec la génération de chaleur. Il montre que la vitesse diminue avec l'augmentation du paramètre magnétique et l'angle d'inclinaison, la concentration diminue avec l'augmentation de nombre de Schmidt, le nombre de Prandtl réduit l'épaisseur de la couche limite thermique et le nombre de Nusselt s'élève avec le nombre de Prandtl et réduit avec l'augmentation de paramètre de source de chaleur.

Des résultats de la simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité cylindrique annulaire verticale sous l'influence d'un fluide électriquement conducteur en présence d'un champ magnétique axial et radial ont été présentés dans l'étude conduit par Sankar & al. **[58].** Dans cette étude, l'effet de flux sur l'écoulement de fluide à été établi pour $1 \leq \lambda \leq 10$ et $0{,}5 \leq Ar \leq 2$ et $10^3 \leq Ra \leq 10^6$. Les résultats numériques obtenus sont en bon accord avec les données publiées dans la littérature. De plus ces résultats montrent que les oscillations de flux peuvent être efficaces en imposant un champ magnétique externe. Et en termes de transfert de chaleur le nombre de Nusselt moyen augmente avec le rapport des rayons, mais diminue avec le nombre de Hartmann.

Une étude numérique a été menée par Khan & al**. [59]**, pour évaluer les effets du rapport de diamètre et le rapport de forme sur la convection naturelle dans une cavité annulaire vertical rempli de gaz. Le cylindre intérieur est soumis au flux thermique uniforme et le cylindre extérieur est maintenu à une température constante. Les parois supérieure et inférieure horizontales sont adiabatiques. Le taux de transfert de chaleur, la distribution de température et le champ des vitesses ont été obtenus pour $1 \leq K \leq 15$, $1 \leq Ar \leq 10$ et $10^2 < Ra < 10^7$. Les résultats de transfert de chaleur ont été comparés avec ceux pour le chauffage isotherme, et ont été trouvés à être plus élevés. Pour des valeurs plus importantes du nombre de Rayleigh et le rapport de rayon, ils ont trouvés que le

transfert de chaleur est négligeable pour des rapports supérieurs à 10. Des corrélations de transfert de chaleur sont obtenues.

La solution du problème de masse et transfert de chaleur magnéto-hydrodynamique (MHD) d'un fluide visqueux oscillatoire en deux dimensions d'une plaque verticale mobile et perméable dans un milieu poreux avec la présence d'un champ magnétique transversal et une réaction chimique est étudié analytiquement par Al Zubi **[60].**

Une analyse du transfert de chaleur et de masse sur l'écoulement à travers un cylindre vertical en mouvement, en présence d'une réaction chimique du premier ordre est réalisée par Ashish et Deka **[61]**. Chamkha **[62]** a examiné l'effet du champ magnétique transversal sur le transfert de chaleur et de masse d'un écoulement laminaire et incompressible pour un cylindre perméable se déplaçant avec une vitesse linéaire dans le présence d'aspiration / injection, de génération / absorption de chaleur et de réaction chimique.

1.4. Travaux bibliographiques relatifs au transfert thermique conjugué : Couplage convection-conduction

Il est bien connu que, le processus de transfert de chaleur conjugué impliquant une interaction de conduction dans un corps solide et de convection dans le fluide qui l'entoure. Dans ce contexte, le problème de transfert de chaleur conjugué doit être analysé en couplant les deux mécanismes de transfert de chaleur qui sont présents, la convection et la conduction à l'interface solide-fluide. En tenant compte de cette formulation précise, plusieurs auteurs ont traité ce genre de problème avec différents effets et dans plusieurs géométries.

Miyamoto & al**. [63],** ont étudié le problème de transfert de transfert de chaleur conjuguée bidimensionnelle d'un flux en convection libre à partir d'une plaque plane verticale avec une température uniforme.

L'expression ***transfert de chaleur conjugué*** a été utilisée pour la première fois par Perelman. **[64]** pour décrire le transfert de chaleur entre une plaque plane semi-infinie chauffée intérieurement et un fluide en écoulement laminaire. Perelman a

analysé le couplage du transfert de chaleur par convection forcée dans un écoulement de couche limite avec la conduction thermique bidimensionnelle.

Sparrow et Chyu. **[65],** ont considéré le problème de transfert conjugué d'une plaque verticale à ailette. Reddy & al**. [66],** ont présenté une étude numérique de la convection naturelle conjuguée dans un espace annulaire vertical, avec une tige de génération de chaleur vertical situé au centre. Les équations régissant sont discrétisées sur un maillage décalé et sont résolus en utilisant un algorithme de correction de pression. Une étude paramétrique est réalisée en faisant varier le nombre de Grashof, le rapport de forme et le rapport de conductivité thermique entre la paroi et le fluide en fonction du nombre de Prandtl fixé à 0,7. G. Laplante et al. **[67],** ont étudié numériquement la convection mixte laminaire descendante à l'intérieur d'un tube vertical dans lequel la conduction dans la paroi est significative. Les équations ont été résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes de contrôle et l'algorithme SIMPLER. Les résultats montrent qu'une importante quantité de chaleur fournie à la section chauffée est redistribuée en amont et en aval de celle-ci lorsque les valeurs de K (rapport des conductivités thermiques solide-fluide) et Δ (rapport entre l'épaisseur et le diamètre du tube) sont élevées. Des corrélations sont présentées pour le nombre de Nusselt et les températures en fonction des paramètres du problème.

La même configuration à été étudié numériquement avec la convection naturelle conjuguée dans un espace annulaire, avec une tige verticale de génération de chaleur localisée au centre est effectuée par Reddy & al. **[68].** Les équations sous forme primitive sont résolues en utilisant un algorithme de correction de pression. Une étude paramétrique est réalisée en faisant varier le nombre de Grashof basé sur la génération de la chaleur, le rapport de forme et le taux de conductivité thermique dans le solide. Le nombre de Prandtl pour le fluide est fixé à 0,7. Les résultats sont présentés sous forme de distributions de température et de transfert de chaleur. Il été remarqué que le nombre de Nusselt moyen subit une augmentation avec le nombre de Grashof au niveau des deux parois intérieures et extérieures. Juncu **[69]** a utilisé des méthodes numériques pour étudier le transfert de chaleur et de masse conjugué instationnaire sur une plaque plane finie, soumise à une convection forcée. L'écoulement du fluide visqueux et incompressible sur la plaque plane a été considéré comme stationnaire, laminaire et à incidence nulle. Les résultats de la recherche montrent que pour des valeurs données du

rapport d'aspect et du nombre de Prandtl, l'influence de la conductivité et de la capacité thermique sur le transfert de chaleur conjugué est similaire à celle rencontrée pour un cylindre et une sphère.

Dans leur article, Barletta & al. **[70],** ont étudié le problème du transfert de chaleur conjugué dans un canal à parois parallèles. La convection forcée laminaire et stationnaire est étudiée, avec une condition aux limites donnée par une répartition de la température sur la face extérieure de la paroi du canal, qui subit un changement sinusoïdal longitudinal. Le champ de température dans la paroi solide et dans le fluide, ainsi que le nombre de Nusselt local et moyen, sont déterminés analytiquement et numériquement. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen dans une période longitudinale est affecté par des singularités. En effet, pour chaque période longitudinale il existe deux positions axiales où la température moyenne du fluide et celle de l'interface solide-fluide prend la même valeur.

David T.W. Lin et al **[71]** ont proposé un algorithme inverse basé sur la méthode de gradient conjugué pour estimer les conditions aux limites de ces problèmes, et ils ont réduit l'erreur prévue en minimisant la fonction objective. Ils ont constaté que l'évaluation du flux thermique appliqué est fortement liée à la température et bien entendu à l'épaisseur de la paroi, et à la manière de chauffage. Les résultats prouvent que les conditions aux limites prévues par la méthode inverse employée sont compatibles à celles spécifiées au début.

Kumari et al **[72],** se sont intéressé au sujet de l'écoulement d'un fluide non-Newtonien en convection mixte sur une plaque plane mobile et chauffée à une température constante. Le système des équations partielles thermiques et dynamiques régissant l'écoulement est résolu numériquement par la méthode des différences finies, avec un schéma implicite. Ils ont étudié l'effet de divers paramètres entrant dans le transfert thermique pariétale, comme le nombre de Prandtl, le nombre de Peclet et la poussé thermique.

Arici. [**73]** a mené une étude numérique et analytique pour examiner l'écoulement laminaire d'un fluide avec transfert conjugué de chaleur dans une conduite cylindrique. Différents types de conditions aux limites sur les parois ont été proposé ; température constante, flux constant et un transfert convectif. Il a montré que

la variation du nombre de Nusselt locale le long de la paroi et la variation de la température moyenne du fluide dépendent essentiellement de la conductivité de la paroi et de la condition aux limites imposées.

Nonino & al. **[74],** ont analysé les effets de la conduction thermique axiale dans les parois solides de micro-canaux de section circulaires. La fiabilité du critère basé sur le nombre de la conduction axiale, qui permet d'évaluer la pertinence de la conduction thermique axiale est également discutée. Les influences de la conductivité thermique de la paroi, de son épaisseur, des effets d'entrée et des pertes de chaleur à travers les sections d'extrémité des parois des micro-canaux ont été aussi étudiés. L'étude a montré l'importance de la conduction thermique axiale dans la paroi du tube par rapport au transfert de chaleur par convection dans le fluide.

Ramis & al. **[75]** présentent une étude comparative de la génération d'énergie volumétrique uniforme et non uniforme, dans un élément de combustible nucléaire rectangulaire. Les équations gouvernantes dans le domaine fluide sont résolues simultanément avec l'équation d'énergie dans le domaine solide en satisfaisant la condition de continuité de la température et du flux de chaleur à l'interface solide-fluide. Il a été constaté que quelque soit la production totale d'énergie à l'intérieur de l'élément combustible, ce dernier engendre un taux de dissipation d'énergie beaucoup plus élevé à partir de la surface de l'élément combustible. Jang & al. **[76],** ont étudié numériquement et expérimentalement, le transfert de chaleur transitoire tridimensionnel avec prise en compte du transfert de chaleur conjugué par convection dans le champ d'écoulement et de la conduction de la chaleur dans un dispositif de refroidissement. Ils ont obtenu une corrélation du Nusselt moyen et du coefficient de frottement qui prennent en compte ce transfert de chaleur couplé. Al-Zaharna & al. **[77]** présentent une étude de l'écoulement laminaire complètement développé à travers une conduite circulaire. A cause de leur importance dans les applications d'ingénierie, les contraintes thermiques développées dans la conduite, dues au transfert de chaleur conjugué sont analysées. Les auteurs montrent qu'un gradient de température extrêmement élevée se produit à l'interface solide-fluide à cause du développement d'un coefficient de transfert de chaleur élevé à l'interface. Les contraintes radiales diminuent à mesure que la longueur augmente dans la direction axiale. Ceci parce que le transfert de chaleur par convection réduit la température de l'interface solide-fluide à

l'entrée du tuyau et, par conséquent, la conduction dans le solide s'accélère entrainant un gradient de température élevé dans la direction radiale au niveau de l'entrée.

Bilgen **[78]** présente une étude numérique et expérimentale du transfert de chaleur conjugué par conduction et convection naturelle sur une paroi verticale chauffée. Les équations de masse, du moment et de l'énergie sont résolues par la méthode des volumes finis. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt est une fonction "forte" du nombre de Rayleigh et de l'épaisseur de la paroi. L'effet de la conduction sur la convection naturelle n'est pas négligeable et il peut être de 40 % pour les parois minces à 12 % pour les parois épaisses.

Tsay, **[79]** a présenté une étude numérique du transfert de chaleur par convection mixte conjugué en régime instationnaire entre deux plaques parallèles chacune a une épaisseur ± avec l'une des parois est équipée de sources chaudes et l'autre est isolée thermiquement. Les effets de la longueur de la source de chaleur, l'espace entre les sources, la longueur de la conduite, l'épaisseur de la plaque chauffée, le rapport de conductivité thermique de la paroi à celle du fluide et le rapport du nombre de Grashof à celui du nombre de Reynolds sur le transfert thermique et sur les caractéristiques de l'écoulement du fluide ont été discuté en détail.

L'effet de transfert de chaleur axial en paroi pour des mini et micro-canaux a été étudié par Maranzana & al**. [80].** Ils ont proposé un nombre sans dimension (nombre de conduction axiale P), qui représente le rapport entre le transfert par conduction dans une paroi et le transfert par convection dans le fluide. L'effet de la conduction axiale peut être négligé si P est inférieur à une valeur seuil qui dépend de la géométrie du canal et des propriétés thermo-physiques du fluide et de la paroi**..** Cette étude a été limitée au nombre de Péclet (P_e>>1), ce qui conduit à négliger le transfert de chaleur par conduction dans un fluide par rapport à l'advection. Dans leur étude, ils ont pris une valeur donnée du coefficient de transfert convectif sur les parois internes (h qui relie le transfert entre la paroi et le fluide circulant dans le canal). Cette approximation peut influencer la qualité des résultats obtenus.

Pozzi & al. **[81]** donnent dans leur travail une solution exacte du problème de transfert de chaleur conjugué instationnaire d'un écoulement en provenance d'un canal bidimensionnel avec des parois épaisses. Le champ thermique dans le fluide est couplé

avec le champ thermique dans le solide. La température et le flux de chaleur à l'interface solide-liquide sont analysés en fonction du temps et des paramètres sans dimension qui régissent le problème. Des expressions très simples du comportement initial et asymptotique de la température et du flux de chaleur de l'interface ont été obtenues. Ils sont en parfait accord avec la solution exacte et peuvent être utilisés pour quantifier rapidement les effets conjugués d'une large gamme de problèmes. Bilir **[82]** a étudié le transfert de chaleur conjugué dans une conduite pour un écoulement laminaire thermiquement développé. La conduction radiale et axiale dans la paroi solide ainsi que dans le fluide est prise en considération. Il a démontré que l'influence de la conduction dans la paroi solide sur le transfert de chaleur pour certains paramètres est très importante. Ates & al. **[83],** ont étudié numériquement le transfert de chaleur conjugué transitoire dans une conduite à parois épaisses pour un écoulement laminaire thermiquement développé, impliquant la conduction bidimensionnelle dans la paroi et la conduction axiale dans le fluide. Les auteurs ont montré qu'en raison de la conduction axiale, à la fois dans la paroi et sur les côtés du fluide, la chaleur pénètre vers l'arrière dans la région en amont, ce qui entraîne le préchauffage du fluide. Des valeurs maximales figurent dans la distribution du flux de chaleur à l'interface, parce que la conduction radiale dans la paroi dépasse la convection. Les effets du couplage à la paroi et de la conduction axiale dans le fluide sont plus marquants sur les caractéristiques du transfert de chaleur.

Knupp & al. [**84],** ont développé et validé une approche analytique pour les problèmes de transfert de chaleur conjugués conduction-convection, en proposant une formulation de domaine unique pour modéliser à la fois, les régions de l'écoulement du fluide et de la paroi du canal. En utilisant des coefficients représentés comme des fonctions spatiales variables, avec des transitions brusques qui se produisent à l'interface fluide-paroi. Un excellent accord entre les solutions exactes et approchées a été obtenu, démontrant la faisabilité de l'approche générale proposée. Orfi et Galanis, **[85],** ont analysé l'effet des nombres de Grashof thermique et massique dans une conduite cylindrique exposée à un flux thermique uniforme et une concentration uniforme à l'interface air-paroi. Pour un tube horizontal ou vertical avec un écoulement ascendant, ils ont démontré que la contrainte pariétale ainsi que les nombres de Nusselt et de Sherwood sont plus élevés que ceux relatifs au cas de la convection forcée. Par

contre ; pour un tube vertical avec écoulement descendant ces paramètres sont plus faibles lorsqu'on tient compte des effets des deux nombres de Grashof thermique et massique. Fig (1.2), Fig (1.3).

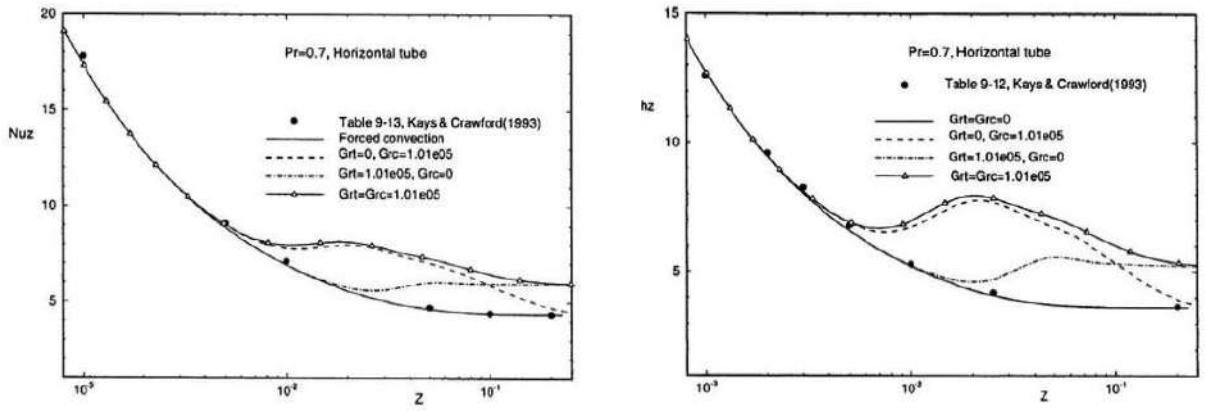


Fig (1.2) Evolution longitudinale du nombre de Nusselt et de Sherwood pour un tube horizontal. **[85].**

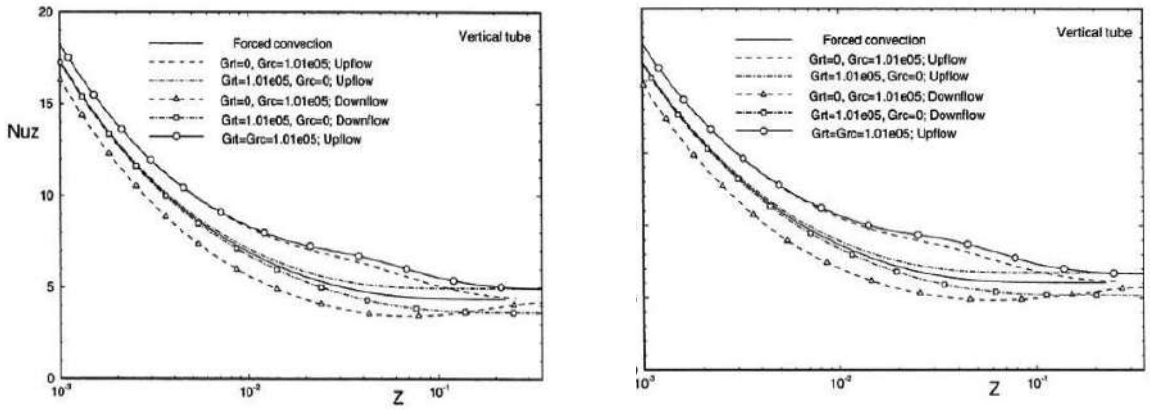


Fig (1.3) Evolution longitudinale du nombre de Nusselt et de Sherwood pour un tube vertical. **[85].**

Les effets simultanés du transfert de chaleur et de masse sur un écoulement descendant de l'air humide dans un canal vertical dont les parois sont maintenues à une

température constante ont été étudiés numériquement par Ait Hammou et al. **[86]**. L'air entrant est toujours plus chaud que les parois, par contre l'humidité absolue peut être inférieure ou supérieure à celle correspondant aux parois. L'écoulement de l'air refroidi est accompagné par une condensation lorsque la fraction massique de la vapeur à l'entrée est supérieure à celle correspondant à la valeur de saturation sur les parois. Dans le cas opposé, l'évaporation prend place. Les forces de flottabilité ont un effet significatif sur les profils de la vitesse, le coefficient de frottement, le nombre de Sherwood et le nombre de Nusselt sensible, par contre, son effet sur le nombre de Nusselt latent et faible.

Plusieurs études prouvent qu'il n'est pas toujours correct de négliger le transfert de chaleur par conduction thermique dans les parois de la conduite. Wijeysudera **[87]** a obtenu une solution analytique du transfert de chaleur par convection forcée d'un écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique ou entre plaques parallèles avec la présence de la conduction axiale dans les parois. L'effet de la conduction axiale sur le transfert de chaleur en convection naturelle autour un cylindre circulaire vertical mince a été élucidé par Na **[88]**. Une solution analytique a été obtenu pour le problème conjugué du transfert de chaleur autour d'un cylindre vertical creux d'épaisseur fine d'un fluide au repos par Bal Krishan. [**89]**.

Jilani et coll. [**90],** ont analysé le transfert de chaleur conjugué dans un cylindre vertical en convection forcée avec génération d'énergie. Cheng-Long Chang**. [91]** présente une analyse numérique du caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur de la convection forcée dans un fluide micropolaire s'écoulant le long d'un cylindre creux vertical mince sous l'effet de la conduction de paroi et de la flottabilité.

Récemment, Ming-I-Char et Cheng-Long Chang [**92],** ont étudié numériquement le couplage de la conduction axiale avec le transfert de chaleur par convection naturelle d' un fluide micropolaire le long d'une plaque plane verticale. Ming-I Char et al. **[93],** ont utilisé une méthode numérique de collocation de splines cubiques pour déterminer le transfert de chaleur conjugué se produisant dans la couche limite laminaire d'une plaque mobile continue. Ces dernières années, le problème du transfert de chaleur conjugué en présence du champ magnétique a attiré plusieurs chercheurs. La convection naturelle d'un fluide électriquement conducteur le long d'une

plaque verticale sous MHD et avec l'effet de la conduction (conductivité thermique dépendant de la température) est analysée par Rahman et Mamun. **[94]**.

Une solution numérique d'un transfert couplé de chaleur et de masse d'un écoulement en convection libre transitoire autour d'un cylindre vertical sous les l'effet de flottabilité était étudié par Ganesan et Rani. [**95-96]**. Ensuite, ils ont étudié l'effet magnétohydrodynamique sur le transfert de chaleur et de masse d'un écoulement à travers un cylindre vertical **[96]**.

Pour mettre en évidence l'effet de la conduction axiale sur le transfert de chaleur par convection mixte en MHD autour d'un cylindre vertical creux, une solution numérique a été présentée par Kaya **[97]**. Il convient de noter ici que cet auteur a conclu que l'augmentation du paramètre de transfert de chaleur conjugué diminue les paramètres de transfert de chaleur locaux, tandis que l'augmentation du paramètre magnétique l'augmente. Mamun et al. **[98-99],** ont discuté l'effet de champ magnétique - MHD - sur le transfert de chaleur conjuguée pour une plaque verticale plane en présence de dissipation et de génération de chaleur. Ensuite, ils ont étudié les effets de la conduction et de la dissipation visqueuse sur l'écoulement en convection naturelle d'un fluide incompressible visqueux et à conduction électrique en présence d'un champ magnétique transversal.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synthèse bibliographique focalisée sur le transfert thermique couplé convection -conduction des fluides Newtoniens ainsi que l'effet magnétique sur le transfert de chaleur. Dans cet exposé, il est remarqué qu'il est d'intérêt de traiter de manière approfondie l'étude du transfert de chaleur et de masse simultanément d'un fluide Newtonien en conjonction avec les systèmes adjacents. Notre effort va se concentrer autour d'un cylindre vertical creux en considérant la conduction pariétale (convection- conduction) dans un fluide soumis à un champ magnétique uniforme et constant avec l'influence d'une réaction chimique et une source génératrice de chaleur. Pour ce faire, la magnétohydrodynamique est présentée.

Chapitre 2

Transfert thermique et Magnétohydrodynamique

Chapitre 2

Transfert de chaleur et Magnétohydrodynamique

2.1. Introduction

Comme expliqué plus haut, l'application d'un champ magnétique sur la convection thermique a un intérêt immense dans plusieurs processus industriels, il entraîne des changements importants sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Il est possible de diminuer et de contrôler les transferts de chaleur et de masse, et donc améliorer les échanges correspondants. L'influence du champ magnétique sur le transfert de chaleur par convection et le flux de convection mixte du fluide sont aussi d'une importance dans l'ingénierie.

Dans cette partie du travail on présente brièvement les phénomènes de transfert de chaleur sous ses trois modes. Ensuite nous présentons les différents régimes d'écoulement et la magnétohydrodynamique.

2.2. Le transfert de chaleur

Le transfert thermique est un phénomène très important dans les domaines des sciences technologiques, des conceptions techniques et de l'industrie. Ce phénomène existe dans chaque aspect de la vie et a un grand champ d'application. Une meilleure compréhension de ce phénomène peut amener des avantages. Les applications incluent non seulement des aspects industriels comme les générateurs de puissance, les réacteurs, les turbines, les échangeurs de chaleur et d'autres dispositifs de conversion de puissance, mais aussi les aspects naturels comme les courants atmosphériques et océaniques, transfert de bio-chaleur, et transfert thermique en atmosphères stellaires**. [1-7].**

L'étude du transfert thermique sous ses trois modes (convection, conduction et rayonnement) s'appuie sur les principes de la thermodynamique :

• Le premier principe, qui exprime la loi de la conservation de l'énergie (L'énergie n'est ni créée ni détruite, mais seulement transformée d'une forme à l'autre)**;**

• Le deuxième principe, qui établit le sens naturel de la propagation de la chaleur, toujours de la source ayant une température plus élevée (corps chaud) vers la source dont la température est plus basse (corps froid). **[100-110].**

Les problèmes de transfert thermique jouent un grand rôle dans les applications techniques, soit que les échanges doivent être importants et rapides, soit que, au contraire, on cherche à obtenir un excellent isolement thermique.

2.2.1. La convection

Le transfert de chaleur par convection se rencontre spécialement dans les fluides-liquide ou gaz- en mouvement, elle traduit le transfert de chaleur d'un point à un autre à l'intérieur d'un fluide (gaz ou liquide) par déplacements des particules de ce fluide. Par suite de l'existence du transfert de chaleur d'une phase à l'autre, il existe dans la phase mobile des fractions du fluide (ou agrégats) ayant des températures différentes. Ayant toujours lieu dans un milieu fluide, elle a comme caractéristique de base le fait que le transfert de chaleur est intimement lié par le mouvement de ce milieu.

Il convient de distinguer la convection forcée (mouvement créé par une différence de pressions) dans laquelle le fluide est mis en mouvement par un apport d'énergie mécanique extérieure (pompe, une soufflerie, ventilateur, …) de la convection naturelle (libre) dans laquelle le fluide prend, en son sein, l'énergie nécessaire au mouvement (variation de masse volumique associée à une variation de température par exemple ; si le fluide est isotherme, il n'y a pas de mouvement). De façon macroscopique, elle est décrite par la loi de refroidissement de Newton**. [100-104]**.

$$\phi = hS\left(T_p - T_f\right) \tag{2.1}$$

En considérant l'écoulement présenté dans la figure (2.1), cette loi peut être expliquée comme suit : un fluide possédant une vitesse u_f et une température T_f, passe sur la surface d'un milieu solide de forme arbitraire et de surface S. la surface du milieu est à une température T_p et les deux températures T_p et T_f sont différentes. Cette

différence provoque le transfert de chaleur entre le solide et le fluide. Où les paramètres de cette expression représentent respectivement :

Φ : le flux de chaleur échangé, exprimé en Watt (W) ;

S : la surface d'échange thermique (m) ;

T_p sa température, T_f celle du fluide exprimé en (°K);

h : le coefficient d'échange convectif (W/m2. °C).

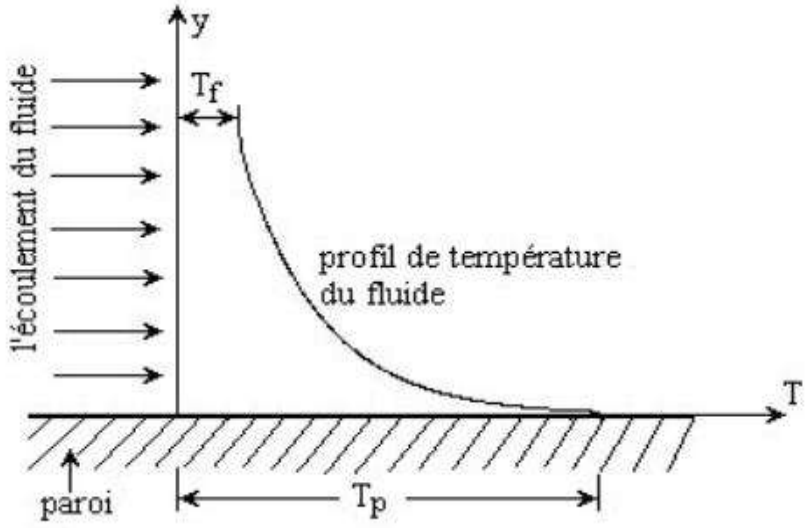


Fig (2.1) Transfert thermique par convection entre la paroi chaude et le fluide froid.

a. Convection forcée

Lorsqu'un fluide est mis en mouvement par un moyen mécanique (ventilateur, pompe…) indépendamment des sources thermiques existantes dans le système physique considéré, la convection est dite forcée. Dans ce cas le fluide échange de la chaleur ; mais son mouvement n'est pratiquement pas influencé par les différences de température. Pour ce mode de convection, c'est le nombre de *Reynolds* qui gouverne l'écoulement. **[101,113]**.

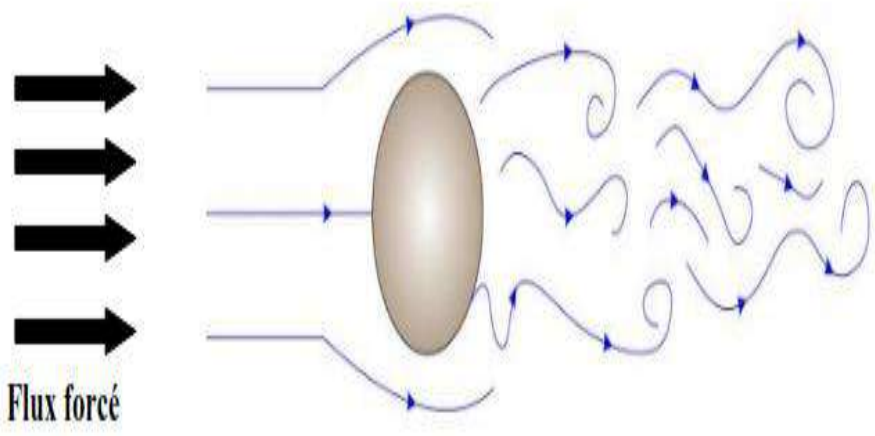


Fig (2.2) Transfert de chaleur par convection forcée

b. Convection naturelle

Le mode convectif de transfert de chaleur est divisé en deux processus de base. Si un tel flux induit extérieurement n'est pas fourni, l'écoulement se produit « naturellement » en raison d'une différence de densité résultant d'une différence de température ou de concentration dans un champ de force corporelle, tel que le champ gravitationnel. Le processus est appelé convection naturelle ou convection libre (Figure (2.2)). La différence de densité engendre des effets de flottabilité, à cause desquels le flux est généré. Un corps chauffé refroidi dans l'air ambiant génère un tel flux dans la région qui l'entoure. **[102,105, 109] .**

De même, le flux flottant résultant des injections de chaleur vers l'atmosphère et vers d'autres milieux ambiants, les circulations qui se produisent dans les pièces chauffées, le transfert de chaleur dans l'atmosphère et de nombreux autres processus de transfert de chaleur dans notre environnement, ainsi que dans de nombreuses applications technologiques, sont inclus dans le domaine de la convection naturelle. Le flux peut également provenir de différences de concentration, telles que celles provoquées par des différences de salinité dans la mer et par des différences de composition dans les unités de traitement chimique qui provoquent un transfert de masse par convection naturelle. Transfert de masse convectif joue un rôle important dans les phénomènes météorologiques, combustion de lait, pulvérisation catalytique,

tours de refroidissement, conception de l'équipement de traitement chimique, formation et dispersion du brouillard, distribution de la température et de l'humidité sur les champs agricoles des cultures à la congélation et la pollution de l'environnement**. [115].**

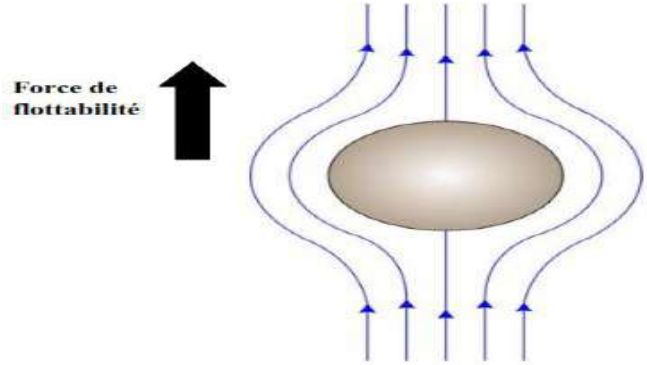


Fig (2.3) Transfert de chaleur par convection naturelle. **[115].**

c. Convection mixte

Parfois, les mécanismes responsables de la convection naturelle et forcée peuvent être présents simultanément et exercer une influence comparable sur le processus de transport. Ce phénomène (couplage de convection naturelle et forcée) est connu sous le nom de convection mixte ou de convection combinée (figure (2.4)). Parce que la convection mixte consiste en convection forcée et naturelle agissantes. Ce régime de convection est observable dans le cas de refroidissement des composants électroniques dans un ordinateur. Ces composants réchauffent l'air ambiant qui les entoure et produire un écoulement de convection libre nuisible aux composants environs. Les systèmes de ventilation agissent pour but de refroidir les composants chauds en produisant un écoulement d'air froid. Selon leurs performances, la convection peut être mixte, naturelle ou forcée**. [12-13].**

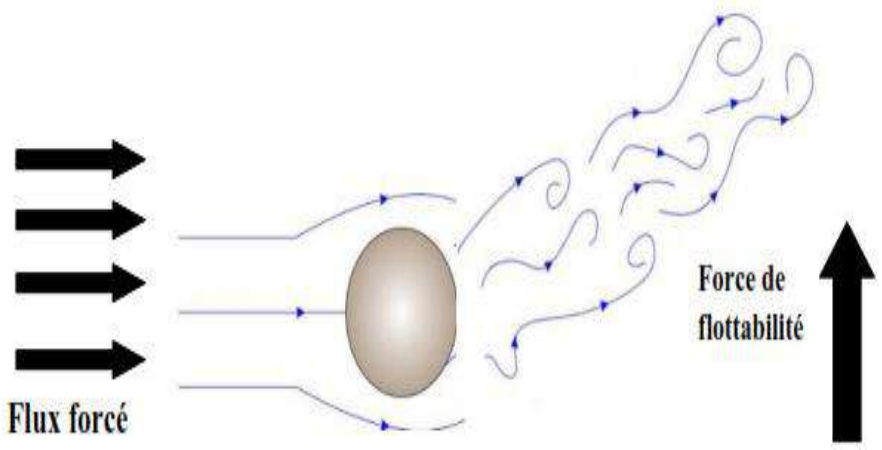


Fig (2.4) Transfert de chaleur par convection combinée ou mixte. **[115].**

2.2.2. Conduction

La conduction thermique résulte de « chocs » à l'échelle moléculaire et atomique. Elle va donc être liée à la structure et à l'organisation du matériau. Elle peut avoir lieu dans les solides et dans une moindre mesure dans les fluides, plus dans les liquides que dans les gaz. C'est un phénomène ; de transport de la chaleur ; très analogue à la conduction de l'électricité. Il s'agit d'un transfert d'énergie à petite échelle, dans un corps localement au repos. Nous parlons de conducteur et d'isolant de la chaleur. Elle est décrite par la loi de Fourier (1807).

$$\vec{\varphi} = -k \cdot grad(T) \qquad (2.2)$$

Elle peut aussi être définie, par une simple explication, comme un phénomène par lequel l'énergie est transférée des zones à haute température vers des zones à basse température. Dans n'importe quel milieu, ce mode de transfert thermique tend à uniformiser la répartition d'énergie cinétique des particules constituantes dans la masse du corps. Des exemples typiques pour la conduction sont : le transfert de chaleur par des parois de bâtiments, des conduites qui transportent des différents agents chauds ou froids, etc.

2.3. Couplage thermique Convection- Conduction

2.3.1. Transfert thermique conjugué

Le terme transfert de chaleur couplé (ou conjugué) est utilisé pour décrire les processus qui impliquent des variations de températures au sein des solides et fluides, du fait de leur interaction thermique. Ainsi, l'analyse de ce type de transfert de chaleur nécessite un couplage entre la conduction dans le solide et la convection dans le fluide.

Un exemple typique de ce type de transfert thermique est le chauffage ou le refroidissement d'un objet solide par l'écoulement d'un fluide dans lequel il est immergé. Dans ce cas, le fluide est couplé avec la paroi solide conductrice de chaleur d'épaisseur finie. La condition de continuité de la température et du flux de chaleur à l'interface solide-fluide doit être remplie (pas de saut de flux de chaleur ni de température à l'interface). Le transfert de chaleur couplé est impliqué dans de nombreuses applications telles que le refroidissement des composants électroniques, le film de refroidissement des aubes de turbines et le domaine nucléaire, Kanna & Das [**120].**

Dans le domaine de l'ingénierie, le transfert de chaleur conjugué est d'une grande importance pour la conception des équipements. Si l'on prend les échangeurs de chaleur comme exemple, la conduction dans les parois solides des tubes est largement influencée par la convection dans le fluide qui s'écoule autour ; alors l'analyse du transfert de chaleur conjugué instationnaire est importante pour leur contrôle lors du démarrage, de l'arrêt ou dans n'importe quel changement dans les conditions de fonctionnement.

Le transfert de chaleur dans les ailettes est un autre exemple de l'importance du transfert couplé, où la conduction dans l'ailette et la convection dans le fluide qui l'entoure doit être analysée simultanément pour obtenir des informations vitales pour la conception. Dans ce cas, il est observable que le coefficient de convection est à priori connu, ce qui n'est pas juste puisqu'il est en relation avec le mécanique des fluides combinée aux transferts du fluide avoisinant.

Le transfert de chaleur conjugué trouve encore une autre application très importante, dans l'élément combustible du réacteur nucléaire. Afin de maintenir la température maximale au sein de l'élément combustible en dessous de sa limite admissible, l'énergie libérée par la fission dans l'élément combustible est conduite vers sa surface latérale, qui à son tour est dissipée à travers le liquide de refroidissement s'écoulant sur elle par convection. La connaissance de la distribution de température dans l'élément combustible est nécessaire pour la prédiction de ses performances, en particulier sa température la plus élevée et le taux d'évacuation de la chaleur. Ceci nécessite l'analyse détaillée du transfert de chaleur conjugué de l'élément combustible et du fluide de refroidissement.

Dans les problèmes de transfert de chaleur par convection forcée dans les canaux de taille conventionnelle, la conduction thermique axiale dans les parois du conduit peut, en général, être négligée, car l'épaisseur de la paroi est habituellement très faible par rapport au diamètre hydraulique. Au contraire, dans la plupart des micro-dispositifs thermiques, l'aire de la section transversale de la paroi solide perpendiculaire au sens de l'écoulement est comparable à la section du canal où s'écoule le fluide. En conséquence, les effets de la conduction de chaleur dans les parois solides ne peuvent pas être ignorés. Il est aussi bien connu que, si dans le calcul des coefficients de transfert thermique par convection à partir de données expérimentales, les effets du transfert de chaleur couplé sont négligés, le nombre de Nusselt correspondant est, en général, sous-estimé.

2.3.2. Méthodes de résolution du transfert couplé

Le transfert thermique entre un corps solide et un fluide qui s'écoule à travers ce solide est un problème conjugué. Le transfert de chaleur dans le solide est gouverné par l'équation elliptique de Laplace ou par une équation différentielle parabolique. Tandis que le transfert de chaleur dans le fluide est gouverné par l'équation elliptique de Navier- Stokes ou par une équation de couche limite parabolique. Selon Dorfman **[121]**, la solution d'un tel problème donne les distributions de la température et du flux de chaleur à l'interface solide-fluide, par conséquent le coefficient de transfert de chaleur peut être calculé en utilisant ces résultats. Le modèle couplé consiste à

considérer l'équation de Navier-Stokes dans le domaine fluide et le couplage des équations de l'énergie dans le fluide et dans le solide à travers les conditions aux limites de l'interface solide-fluide. Le couplage entre fluide et solide se joue à leur interface, les conditions aux limites ont donc un rôle essentiel.

La formulation conjuguée correspond à une situation où le domaine de calcul est divisé en deux ou plusieurs sous-domaines, dans lesquelles les phénomènes étudiés sont décrits par différentes équations différentielles. Après avoir résolu le problème dans chaque sous-domaine considéré, ces solutions doivent être couplées. Ce couplage est “fort”, en effet, il ne suffit pas de faire converger l’une des parties, puis la seconde pour obtenir la convergence globale, **il faut que la résolution soit itérative.** L'outil numérique est largement utilisé pour résoudre des problèmes de couplage complexes, en calculant le fluide et le solide par séparation en domaines de calcul. Il s'agit d'un couplage numérique, qui peut être obtenu de deux manières, Radenac [**122]** à savoir :

1- Un code unique de dynamique des fluides (CFD) calculant l'ensemble solide-fluide. Des domaines sont établis et l'intégration se fait en tenant compte de leur particularité et en établissant des conditions de raccordement de ces domaines. Il s'agit d'une méthode précise mais coûteuse car l'intégration est faite avec la résolution temporelle du fluide (courte) sur la durée nécessaire à l'évolution du matériau (longue). La procédure est basée sur une méthode numérique permettant de prendre en compte la différence d’échelle de temps, l’algorithme est constitué par des couplages à des fréquences caractéristiques du milieu solide, ce qui conduit à représenter le fluide par une suite d'états stationnaires. En revanche, on s’intéresse toujours à l’évolution du régime transitoire au sein du solide. L’égalité des températures (T) et des flux thermiques ($q_f = q$) à l’interface fluide-solide est assurée à chaque instant de couplage. Ces équilibres peuvent se combiner, via l’introduction d’un coefficient de transfert de chaleur numérique h_f, pour donner une condition d’équilibre plus générale et plus performante, celle de Fourier, Errera & al. **[123].**

2- La méthode du couplage de codes (Thakur & Wright **[124]**) : Un code de dynamique des fluides calcule le domaine fluide tandis qu'un code de conduction intègre le domaine solide. Les conditions aux limites sont calculées de façon à raccorder convenablement les domaines. Cette méthode offre plus de souplesse et permet d'utiliser la richesse de

chacun des outils développés pour des métiers différents. Les deux codes (l'un pour le fluide et l'autre pour le solide) peuvent utiliser des méthodes numériques différentes (par exemple : éléments finis pour le solide et volumes finis ou différences finies pour le fluide). D'un point de vue couplage, ces deux méthodes, sont très proches. Il s'agit concrètement à chaque fois, de faire des intégrations des zones fluide et solide et de déterminer des conditions de raccord entre ces zones (qui, dans le deuxième cas, s'avèrent être de vraies conditions aux limites). Les principales difficultés liées aux méthodes de couplage résident dans les écarts des temps caractéristiques entre le fluide et le solide ainsi que le traitement spécial que nécessitent leurs interfaces.

2.4. La Magnétohydrodynamique

2.4.1. Introduction

En tant que branche de la physique des plasmas, le domaine de la magnétohydrodynamique (MHD) consiste en l'étude d'un fluide continu électriquement conducteur sous l'influence de champs électromagnétiques.

A l'origine, MHD n'incluait que l'étude strictement des fluides incompressibles (d'où l'inclusion de la syllabe 'hydro'), mais aujourd'hui la terminologie s'applique aussi aux études de gaz partiellement ionisés. D'autres noms ont également été suggérés, comme la magnéto fluide mécanique ou la magnétohydrodynamique, mais la nomenclature originale a persisté. L'exigence essentielle pour les problèmes à analyser en vertu des lois de MHD est que l'approche du continuum soit applicable.

La modélisation du problème magnétodynamique dans un système repose sur la résolution des équations de Maxwell.

Les courants électriques s'ensuivent, avec deux conséquences:

1. Le champ magnétique induit lié à ces courants électrique, perturbe le champ magnétique original ;
2. Les forces électromagnétique dues à l'interaction des courants électriques et du champ magnétique modifié le mouvement original des particules du fluide conducteur.

La situation est essentiellement une interaction couplée entre une quantité d'écoulement (le champ de vitesse) et une quantité magnétique (le champ magnétique), exprimée par le nom MHD. [**125-126].**

L'expression des forces électromagnétiques joue un rôle en **MHD** à travers la force de Lorentz:

- **Force de Lorentz(Laplace)**

La force de Lorentz est relative à la coexistence d'un courant électrique $\vec{j}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$ ambiant, elle influe sur le mouvement des particules du fluide conducteur et s'écrit :

$$\vec{f}_L = \vec{j} \wedge \vec{B} \qquad (2.3)$$

Le couplage exige l'étude des problèmes du fluide et l'électromagnétisme, faisant à la **MHD** un problème couplé, complexe et interdisciplinaire.

Où $\vec{E}, \vec{H} = \vec{B}/\mu$ sont les champs électrique et magnétique,

$\vec{D} = \epsilon\vec{E}, \vec{B}$ sont les champs d'induction électrique et magnétique.

Les quantités μ et ϵ sont la perméabilité magnétique et la constante diélectrique (permittivité électrique).

- **Nombre de Reynolds magnétique**

Le nombre de Reynolds magnétique (compare l'induction et la diffusion du champ magnétique) pour une plaque conducteur de longueur L et de diffusivité magnétique λ

$$\boldsymbol{R_m = \frac{U_{max} L}{\lambda}} \qquad (2.4)$$

U_{max} est la vitesse maximale de l'écoulement,

$$\boldsymbol{Re_m = \frac{vL}{\vartheta} = \frac{Convection\ de\ champ\ magnétique}{diffusion\ de\ champ\ magnétique} = \frac{forces\ d'inertie}{forces\ Résistive}} \qquad (2.5)$$

$R_m \ll 1$ Si on augmente le champ magnétique la vitesse diminue

$R_m \gg 1$ Si on augmente le champ magnétique la vitesse augmente aussi

Ici σ est la conductivité électrique du fluide ; on le lie à la résistivité ϑ :

$$\vartheta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$$

- **Paramètre d'interaction**

$$M = \frac{\sigma B^2 l}{\rho u} = \frac{Forces\ de\ Lorentz(magnétique)}{forces\ d'inertie} \quad (2.6)$$

$M \ll 1$ Les forces d'inertie dominent la formation des structures

$M \gg 1$ La force de Lorentz dominent la formation des structures

- **Nombre de Hartmann**

$$Ha = \frac{BL}{\sqrt{4\pi\rho\eta\nu}} = \left(\frac{Forces\ électromagnétique}{Forces\ visqueuses}\right)^{1/2} \quad (2.7)$$

$Ha \ll 1$ Les forces visqueuses dominent la couche limite augmente

La forces de Lorentz dominent la couche limite diminue.$Ha \gg 1$

2.4.2. Applications de la MHD

De nombreux phénomènes naturels et problèmes d'ingénierie étaient sensibles à l'analyse MHD. C'était utile en géophysique. Les géophysiciens rencontrent des phénomènes MHD dans les interactions des fluides conducteurs et des champs magnétiques présents dans et autour des corps célestes. Les ingénieurs emploient les principes du MHD dans la conception d'échangeurs de chaleur, de pompes et de débitmètres, dans la propulsion, le contrôle et la réintroduction de véhicules spatiaux, dans le chauffage de nouveaux systèmes de génération d'énergie et dans le développement de systèmes de confinement. L'application la plus importante du MHD est la production d'énergie électrique avec l'écoulement d'un fluide électriquement conducteur à travers un champ magnétique transversal. Des aimants cryogéniques et supraconducteurs étaient nécessaires pour produire de très grands champs magnétiques.

La génération de puissance MHD à plus petite échelle est intéressante pour les applications spatiales.

Plusieurs auteurs ont étudié le flux de la couche limite de la convection d'un fluide électriquement conducteur en présence de champ magnétique. Une solution exacte pour le flux magnétohydrodynamique entre deux cylindres en rotation sous champ magnétique radial a été étudiée par Arora et Gupta **[127]**. Le transfert de chaleur et de masse par convection libre passé autour des électrodes cylindriques horizontales a été étudiée expérimentalement en utilisant une technique de courant limite de diffusion électrochimique par Sarac et al **[128]**. Aldoss **[129]** a étudié l'effet du MHD de flux de convection mixte autour d'un cylindre vertical noyé dans un milieu poreux, en utilisant un modèle non-Darcien. Le comportement du champ magnétique dans le régime à convection forcée était différent de celui du régime dominé par la convection naturelle. Ganesan et Rani **[95]**, ont rapporté les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse et le comportement d'écoulement en présence d'un champ magnétique autour d'un cylindre vertical. Les équations gouvernantes adimensionnelles ont été résolues par un schéma de différences finies implicites efficace, plus précis, inconditionnellement stable et convergent rapide.

2.5 Régimes d'écoulement

La notion de régime d'écoulement a été introduite par Reynolds en 1883 (Figure. (2.5)). Un écoulement principal (en blanc) parcourt un tube cylindrique. Par l'intermédiaire d'un second tube plus fin aligné axialement avec le premier, un colorant est injecté. Afin de limiter les instabilités à l'interface fluide-colorant, les vitesses des deux écoulements sont aussi proches que possible. Trois régimes d'écoulement sont identifiés : le régime laminaire, le régime transitoire et le régime turbulent **[121].**

Les écoulements laminaires sont caractérisés par une faible agitation dans le fluide. L'écoulement peut alors être modélisé comme un empilement de couches fluides glissant les unes sur les autres et s'écoulant toutes dans la même direction. Du point de vue de la quantité de mouvement, ce régime d'écoulement est purement diffusif. Il existe donc une relation directe entre la viscosité dynamique du fluide, la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse au sein du fluide. Les écoulements laminaires en

conduites planes et cylindriques sont caractérisés par des profils de vitesses paraboliques apparaissant pour de faibles vitesses d'écoulement. Lorsque cette vitesse augmente, des instabilités hydrodynamiques apparaissent entre les couches liquides entrainant l'apparition d'oscillations et un début de mélange des tranches fluides (matérialisées par le colorant. Ce régime est appelé transitoire.

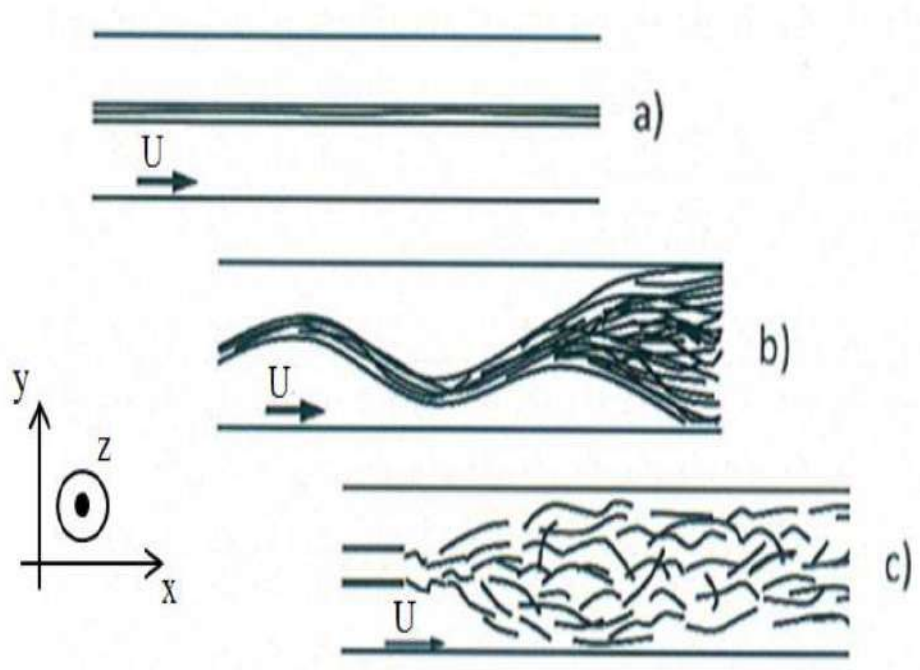


Fig (2.5) Illustration de l'expérience de Reynolds. (a) régime laminaire,

(b) régime transitoire, (c) régime turbulent (Reynolds, 1883)

Enfin, lorsque la vitesse de l'écoulement est suffisamment importante, le fluide ne se déplace plus de manière unidirectionnelle sous forme de tranches parallèles glissant les unes sur les autres, mais de façon totalement stochastique. La vitesse instantanée u [m. s^{-1}] peut alors être décomposée en deux termes U [m. s^{-1}] et u' [m. s^{-1}] (équation ((2- 1)).

$$u = U + u' \tag{2.8}$$

U [m. s^{-1}] décrit la vitesse moyenne obtenue sur un temps long d'intégration. Elle est assimilable à la vitesse débitante. Le terme u' [m. s^{-1}] décrit les fluctuations instantanées de la vitesse. Cette fluctuation de vitesse instantanée, également appelée vitesse RMS

(Root Mean Square velocity ou vitesse moyenne quadratique), est un marqueur quantifiable de l'intensité turbulente d'un écoulement. La moyenne de la vitesse instantanée, notée ū [m. s^{-1}], est par conséquent égale à la vitesse débitante U [m. s^{-1}].

Le régime turbulent est le plus efficace en ce qui concerne le mélange. Le mode privilégié de transfert de n'importe quelle grandeur physique (température, quantité de mouvement, matière) liée à l'écoulement est alors principalement convectif. Les profils de vitesse des écoulements turbulents présentent généralement des profils de vitesse paraboliques aplatis au niveau du sommet de la courbe. Dans de tels écoulements, la contrainte de cisaillement τ [N. m^{-2}] n'est plus purement visqueuse et des phénomènes dissipatifs liés aux structures turbulentes apparaissent. La contrainte de cisaillement se décompose alors en un terme purement visqueux et en un autre terme exprimant la dissipation liée aux structures turbulentes :

- Le nombre adimensionnel de Reynolds permet de quantifier les frontières entre ces trois régimes d'écoulement et de les caractériser notamment par rapport aux vitesses du fluide.

- Le nombre de Reynolds permet de déterminer à partir de quelles valeurs les forces dynamiques responsables du mouvement du fluide permettent la transition d'un écoulement laminaire vers un écoulement turbulent. Dans le cadre d'un écoulement en conduite cylindrique tel que défini par Reynolds en 1883, les valeurs communément admises pour qu'une telle transition puisse avoir lieu sont de 2500-3000. Elles peuvent être repoussées jusqu'à 10000 voire 70000 si les conditions d'alimentation de l'écoulement sont parfaitement stables, Bailly, et al**. [130].**

Dans le cas de conduites cylindriques, il est généralement admis que pour ;

- Un nombre de Reynolds égal à 2300 l'écoulement est laminaire,
- Entre 2300 et 10000 il est transitoire, c'est-à-dire qu'il peut coexister des zones laminaires et des zones turbulentes ou encore que l'énergie cinétique turbulente n'a pas atteint sa valeur maximale.
- Enfin, au-delà d'un nombre de Reynolds égal à 10000, la turbulence est généralement considérée comme pleinement développée.

2.6. Nombres sans dimension

La majorité des écoulements de convection mixte peut être caractérisée par des nombres sans dimension :

- **Le nombre de Prandtl**

Ce nombre est calculable pour un fluide donné indépendamment des conditions expérimentales (il ne dépend de la température que par l'intermédiaire de la capacité calorifique) et caractérise l'influence de la nature du fluide sur le transfert de chaleur par convection.

Le nombre de Prandtl est le rapport entre la viscosité cinématique ν et la diffusivité thermique α. Il compare la rapidité des phénomènes de diffusion thermique et de diffusion visqueuse dans un fluide et s'écrit :

$$Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} \tag{2.9}$$

Pour un nombre de Prandtl faible, la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse n'influence que très peu le profil de température. A un nombre de Prandtl élevé, le profil de température est fortement influencé par le profil de vitesse.

- **Le nombre de Grashof**

Le nombre de Grashof Gr st un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection libre dans un fluide, il compare l'effet de la poussée d'Archimède (force de gravité) aux forces de viscosité (forces résistives). Il s'écrit :

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta q H^4}{\mu^2 \lambda} \tag{2.10}$$

- **Nombre de Reynolds**

Le nombre de Reynolds Re permet de déterminer le régime d'écoulement, laminaire, transitoire ou turbulent. Il est défini comme le rapport entre les forces d'inerties (convection) et les forces visqueuses. Il s'exprime comme suit :

$$Re = \frac{\rho u_i H}{\mu} \tag{2.11}$$

- **Nombre de Richardson**

Le nombre de Richardson Ri est un nombre sans dimension utilisé surtout en thermodynamique. Le nombre de Richardson est défini comme le rapport entre le nombre de Grashof et le carré du nombre de Reynolds Re. Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une particule du fluide et son énergie cinétique.

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$$

$$Ri = \frac{g\beta\Delta TH}{u_i{}^2} = \frac{g\beta qH^2}{\lambda u_i^2} \qquad (2.12)$$

- **Le nombre de Nusselt**

Le nombre de Nusselt représente le rapport entre le transfert thermique par convection et le transfert thermique par conduction. Il s'agit en fait du transfert de chaleur sans dimension. Si la conduction est le mode de transfert prépondérant alors le nombre de Nusselt tendra vers 1, si l'influence de la convection est importante le nombre de Nusselt tendra vers $+\infty$. Le nombre de Nusselt s'écrit comme :

$$Nu = \frac{hH}{\lambda} \qquad (2.13)$$

- **Le nombre de Schmidt**

Le nombre de Schmidt est le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement ν (ou viscosité cinématique) et la diffusivité massique. Il est utilisé pour caractériser les écoulements de fluides dans lesquels interviennent simultanément viscosité et transfert de matière. On le définit de la manière suivante :

$$Sc = \frac{\upsilon}{D} \qquad (2.14)$$

- **Le nombre de Scherwood**

Le nombre de Sherwood utilisé pour caractériser les transferts de masse entre un fluide et une interface. Il représente le rapport entre le transfert de masse par convection et le transfert par diffusion.

On le définit de la manière suivante :

$$Sh = \frac{KL}{D} \qquad (2.15)$$

2.7. Equations générales de conservation

Pour pouvoir prédire le taux de transfert de chaleur par convection, il existe quatre variables dont la distribution à travers le champ d'écoulement doit être déterminée. Ces variables sont: la pression P, la vitesse $\vec{V}$, la température T et la concentration C et pour cela les principes de la conservation de la masse (équations de continuité), la conservation de quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes), la conservation de l'énergie (première loi de thermodynamique) et la conservation des espèces moléculaires (équation de diffusion de masse) sont appliquées **(124).**

2.7.1 Equation de continuité

L'équation de continuité est donnée par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \ div\left(\rho.\vec{V}\right) = 0 \qquad (2.16)$$

où *div* est la divergence, qui peut être commodément exprimée dans n'importe quel système de coordonnées orthogonales, ρ la masse volumique du fluide, t le temps et $V\ (u, v, w)$ le champ de vitesse de l'écoulement.

2.7.2. Équation de la quantité de mouvement :

La variation de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures agissant sur ce volume de fluide

$$\frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} + \ div\left(\rho.\vec{V} \otimes \vec{V}\right) = \ -\vec{\nabla} P + \vec{\nabla}\bar{\tau} + \ \rho\vec{f} \qquad (2.17)$$

Ou P est la pression et $\bar{\tau}$le tenseur des contraintes, qui s'exprime en fonction des variations du volume et des vitesses de déformation de la façon suivantes :

$$\bar{\tau} = \ \mu\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \ \frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial V_k}{\partial x_k} \qquad (2.18)$$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker $\delta = 1\ sii = j, \delta = 0\ sii \neq j$, μ est viscosité dynamique

$\vec{f}$: représente les forces extérieures : force de gravité et les forces électromagnétiques (force de Lorentz) due à la présence du champ magnétique et en peux s'exprimé par comme suit:

$$\vec{f} = \rho\, g + \check{f} \text{ (2.13)} \qquad (2.19)$$

2.7.3 Equation d'énergie

C'est une application de la première loi de la thermodynamique qui stipule que la variation des taux d'énergie totale (interne +cinétique) est égale à la somme des travaux appliqués au fluide par les forces extérieures.

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho U_k \frac{\partial e}{\partial x_k} = -p \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(K \frac{\partial T}{\partial x_j}\right) + \phi \qquad (2.20)$$

Avec e : l'énergie interne par unité de masse, k est la conductivité thermique

ϕ : est le terme de la dissipation et c'est la mesure du taux d'énergie mécanique convertie en énergie thermique. Pour un fluide incompressible

$$\phi = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial U_j}{\partial x_i} \qquad (2.21)$$

2.7.4 Equation de transfert de masse

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + div\left(C_A \vec{V}\right) = div\left(D_A \vec{\nabla} C_A\right) \qquad (2.22)$$

2.8. Conclusion :

Ce chapitre a été consacré principalement à un rappel de quelques notions de transfert de chaleur. On a introduit les deux catégories de transfert de chaleur par convection et par conduction qui sont impliquées dans la formulation du problème et ainsi que la magnétohydrodynamique. La difficulté à résoudre les problèmes conjugués est soulevée ce qui se traduira par la suite du choix adéquat de la méthodologie de résolution. Enfin, un rappel des équations de la mécanique des fluides est rapporté ainsi que les nombres adimensionnels fondamentaux qui ont une importance de classification et d'interprétation physique.

Chapitre 3

Transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide Newtonien autour d'un cylindre vertical creux en présence d'un champ magnétique

Chapitre 3

Transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide newtonien autour d'un cylindre vertical creux en présences d'un champ magnétique

3.1. Introduction

Cette section concerne la présentation du problème physique abordé ainsi que sa mise en équations. Il s'agit de l'écriture détaillée des équations générales de conservation ainsi que des conditions aux limites associées. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie seront, au préalable, écrites pour la configuration proposée, puis mises sous forme adimensionnelle.

Le but de cette partie est de mettre en relief les résultats relatifs à ces transferts lors de l`écoulement laminaire de la chaleur, autour d'un cylindre vertical creux sous l'action d'un champ magnétique.

3.2. Formulation mathématique du problème

3.2.1. Description du problème

On considère un écoulement laminaire en convection mixte bidimensionnelle en régime permanent d'un fluide newtonien dans un cylindre vertical creux et mince de longueur L et de rayon extérieur r_o ($L >> r_o$). On suppose qu'un champ magnétique uniforme et constant H_0 est appliqué perpendiculairement au cylindre.

La paroi est maintenue à une température et une concentration constantes notées T_w , C_w , respectivement, et ces valeurs sont supposées supérieures à la température et la concentration ambiantes (du fluide) T_∞ , C_∞ , respectivement. Le modèle physique et le système de coordonnées sont représentés sur la figure 3.1. La température, la vitesse et la concentration à une distance éloignée du cylindre sont données respectivement par T_∞, u_∞ et C_∞ et la paroi du cylindre a une température T_w et une concentration C_w uniforme.

Il est supposé que le nombre de Reynolds magnétique est très faible, et donc le champ magnétique induit est négligeable par rapport au champ magnétique appliqué

Pour la formulation des équations régissant l'écoulement d'un fluide dans un cylindre vertical creux et mince, on adopte les hypothèses suivantes :

- ✓ Ecoulement laminaire bidimensionnel avec transfert thermique et massique en convection mixte.
- ✓ L'écoulement du fluide est stationnaire $\frac{\partial}{\partial t}=0$;
- ✓ Le fluide est newtonien et incompressible ;
- ✓ La dissipation visqueuse est négligée ;
- ✓ Le système ne contient pas une source de chaleur ;
- ➢ Toutes les propriétés physiques sont supposées être constantes, à l'exception de la densité dans le terme de flottabilité.

Les équations régissantes du problème physique telle que l'équation de quantité du mouvement, de l'énergie, et de la masse peuvent être décrits facilement, sachant que la composante normale de la vitesse à proximité de la frontière est faible par rapport à l'autre composante de la vitesse et des dérivés de n'importe quelle quantité dans la direction normale sont grandes par rapport à la quantité de dérivés en direction de la paroi.

Le modèle physique et coordonnées géométriques sont présenté dans la figure (3.1). Sous ces conditions et hypothèses les équations des couches limites peuvent être écrites comme suit :

3.2.2. Equations générales du problème

On peut écrire le système des équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration comme suit :

A. Équation de continuité :

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x}+\frac{\partial(rv)}{\partial r}=0 \qquad (3.1)$$

B. Équation de la quantité de mouvement :

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial r}=\left(\frac{\nu}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\beta g(T-T_\infty)+\beta^* g(C-C_\infty)-\frac{\sigma^* B_0^2}{\rho}(u-u_\infty) \qquad (3.2)$$

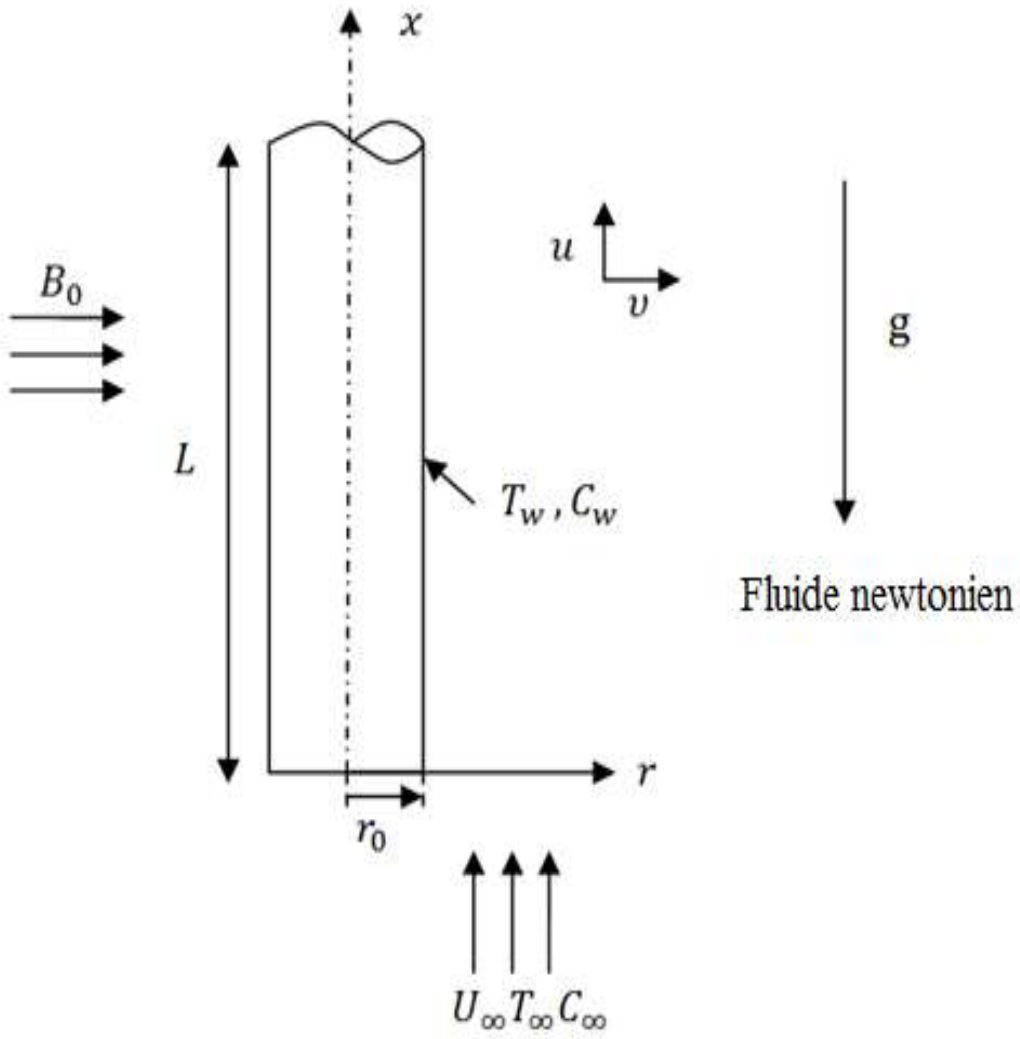


Fig (3.1) Modèle physique et système de coordonnées

C. Équation d'énergie :

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \left(\frac{\alpha}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{3.3}$$

D. Équation de Concentration :

$$u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial r} = \left(\frac{D}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C}{\partial r}\right) \tag{3.4}$$

Où u et v sont les composantes de la vitesse le long des directions x et r, respectivement; $\rho, \nu, \alpha, D, g, Cp, \beta\ et\ \beta*$ sont la densité, la viscosité cinématique, la diffusivité thermique, la diffusivité de masse, l'accélération due à la gravité, la capacité thermique à pression constante, le coefficient de dilatation thermique et le coefficient

de dilatation du fluide, respectivement. Enfin, T et C sont la température et la concentration du fluide.

Les conditions aux limites appropriées sont les suivantes :

Pour $r = r_0$: $u = v = 0$; $T = T_w$; $C = C_w$ (3.5)

Pour $r \to \infty$: $u = U_\infty$; $T = T_\infty$; $C = C_\infty$ (3.6)

où les indices w et ∞ sont pour le mur et le bord de la couche limite, respectivement. Il ya lieu ici de remarquer qu'aucune influence d'un quelconque système extérieur est visible, seule une température est imposé à la limite du cylindre.

3.2.3. Variables adimensionnées et de similarité locale

Les composantes de vitesse u et v peuvent être écrites sous la forme de fonction de courant comme suit :

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad , \quad v = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{3.7}$$

Pour résoudre le système des équations (3.2) à (3.4), en introduites les variables adimensionnelles suivantes

$$\xi = \frac{4}{r_0}\left(\frac{\nu x}{u_\infty}\right)^{1/2} \; ; \; \eta = \frac{r^2 - r_0^2}{4r_0}\left(\frac{u_\infty}{\nu x}\right)^{1/2} \tag{3.8}$$

$$\psi(x,r) = r_0(\nu u_\infty x)^{1/2} f(\xi,\eta) \tag{3.9}$$

$$\theta(\xi,\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_\omega - T_\infty} \quad , \quad \varphi(\xi,\eta) = \frac{C - C_\infty}{C_\omega - C_\infty} \tag{3.10}$$

$$u = U_\infty f' \tag{3.11}$$

$$v = \frac{r_0}{r}\frac{\sqrt{\nu}\sqrt{U_\infty}}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2}\,\eta\, f' - \frac{1}{2} f - \xi\frac{\partial f}{\partial \xi}\right) \tag{3.12}$$

Où les variables sans dimension $\xi, \eta, , \theta, \phi, Re_x$ sont la coordonnée longitudinale, la pseudo-similarité variable, la température adimensionnelle, la concentration

adimensionnelle, le nombre de Reynolds local $\boldsymbol{Re_x = U_\infty x/\nu}$, respectivement; $f\ (\xi, \eta)$ est la fonction de flux réduit adimensionnelle.

et ψ est la fonction de flux libre qui satisfait l'équation de continuité.

- Les transformations donnent

$$(1+\xi\eta)f''' + (f+\xi)f'' \pm 8Ri\theta \pm 8Rc\varphi - 2M(f'-1) = \xi(f'\frac{\partial f'}{\partial \xi} - f''\frac{\partial f}{\partial \xi}) \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)\theta'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)\theta' = \xi(f'\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta'\frac{\partial f'}{\partial \xi}) \quad (3.14)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)\varphi'' + \left(f + \frac{\xi}{Sc}\right)\varphi' = \xi(f'\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \varphi'\frac{\partial f}{\partial \xi}) \quad (3.15)$$

Les conditions aux limites adimensionnelles sont :

$$\eta = 0\ ;\ f + 2\frac{\partial f}{\partial \xi}\xi = 0\ ;\ f' = 0\ ;\ \theta = 1\ ;\ \varphi = 1 \quad (3.16)$$

$$\eta \to \infty\ ;\ f' = 2\ ;\ \theta' = 0\ ;\ \varphi = 0 \quad (3.17)$$

3.2.4 Modèle locale de non-similitude

Avant de passer à la méthode de non-similitude locale, il est utile d'examiner les équations de la couche limite. (3.11) à (3.13) du point de vue du concept de similarité locale. Pour dériver les équations de modèle de similarité locale, on suppose que les termes du côté droit des équations. (3.11) à (3.13) sont suffisamment petits pour qu'ils puissent être négligeables. Ensuite, la transformation de similitude locale donne :

$$(1+\xi\eta)f''' + (f+\xi)f'' \pm 8Ri\theta \pm 8Rc\varphi - 2M(f'-1) = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)\theta'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)\theta' = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)\varphi'' + \left(f + \frac{\xi}{Sc}\right)\varphi' = 0 \qquad (2.20)$$

Où « ' » indiquent la différenciation par rapport à η.

Avec les conditions aux limites :

$$\eta = 0\ ;\ f = 0\ ;\ f' = 0\ ;\ \theta = 1\ ;\ \varphi = 1 \qquad (3.21)$$

$$\eta \to \infty\ ;\ f' = 2\ ;\ \theta' = 0\ ;\ \varphi = 0 \qquad (3.22)$$

Où

$Ri = \frac{Gr_T}{Re^2}$: le nombre de Richardson indiquant l'effet de la convection naturelle par rapport à la convection forcée.

$Rc = \frac{Gr_m}{Re^2}$

$\mathrm{Gr_T} = \frac{g\,\beta r_0^3(T_0 - T_\infty)}{\nu^2}$: Le nombre de Grashof thermique

$\mathrm{Gr_m} = \frac{g\,\beta^* r_0^3(C_0 - C_\infty)}{\nu^2}$: Le nombre de Grashof solutal

$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$: Le nombre Prandtl

$\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D}$: Le nombre de Schmidt.

En ce qui concerne la logique du modèle de similarité locale, la réduction des équations (3.11) à (3.13) est clairement justifiable pour les valeurs de ξ qui sont très proches de zéro. D'un autre côté, quand ξ n'est pas petite, la similitude locale est basée sur l'hypothèse que les dérivées impliquant $\frac{\partial}{\partial \xi}$ sont très petits **[16]**. L'incertitude quant à la validité de cette hypothèse est une faiblesse de la méthode de similarité locale.

Pour corriger les inconvénients de la méthode de similarité locale, Sparrow et ses collaborateurs **[18, 19]** ont présenté une méthode de non-similitude locale pour obtenir les solutions pour les équations de couche limite non similaires. En conséquence, les termes sur les côtés droits des équations (3.11) et (3.13) sont tous conservés.

Pour le modèle à deux équations de non-similarité locale, en introduisant les variables $g = \partial f/\partial \xi, h = \partial \theta/\partial \xi etl = \partial \varphi/\partial \xi$ et récupérer les termes négligés au premier niveau de troncature, les équations peuvent être écrites comme suit;

$$(1+\xi\eta)\mathrm{f}''' + (\mathrm{f}+\xi)\mathrm{f}'' \pm 8\mathrm{Ri}\theta \pm 8\mathrm{Rc}\varphi - 2\mathrm{M}(\mathrm{f}'-1) = \xi(\mathrm{f}'\mathrm{g}' - \mathrm{f}''\mathrm{g}) \quad (3.23)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)\theta'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)\theta' = \xi(f'h - \theta' g') \quad (3.24)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)\varphi'' + \left(f + \frac{\xi}{Sc}\right)\varphi' = \xi(f'l - \varphi' g) \quad (3.25)$$

Les conditions aux limites adimensionnelles sont :

$$\eta = 0\,;\ f + 2g\xi = 0\ ;\ f' = 0\ ;\ \theta = 1\,;\ \varphi = 1 \quad (3.26)$$

$$\eta \to \infty\ ;\ f' = 2\ ;\ \theta' = 0\ ;\ \varphi = 0 \quad (3.27)$$

En différenciant les équations (3.23) à (3.25) par rapport à ξ et en négligeant les termes $\partial H/\partial \xi, \partial L/\partial \xi\ et\ \partial P/\partial \xi$, on peut obtenir les équations suivantes

$$(1+\xi\eta)g''' + (f+\xi)g'' + 2f''g + \eta f''' + f'' + f'' \pm 8Rih \pm 16\frac{Ri}{\xi}\theta \pm 8Rcl \pm 16\frac{Rc}{\xi}\varphi - (M+f')g' - 2\frac{M}{\xi}(f'-1) - \xi(g'g' - gg'') = \xi\left(f'\frac{\partial g'}{\partial \xi} - f''\frac{\partial g}{\partial \xi}\right) \quad (3.28)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)h'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)h' + \left(2g + \frac{1}{Pr}\right)\theta' + \frac{\eta}{Pr}\theta'' - f'h - \xi(g'h - h'g) = \xi\left(f'\frac{\partial h}{\partial \xi} - \theta'\frac{\partial g}{\partial \xi}\right) \quad (3.29)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)l'' + \left(f + \frac{\xi}{SC}\right)l' + \left(2g + \frac{1}{SC}\right)\varphi' + \frac{\eta}{Sc}\varphi'' - f'l + \xi(g'l - l'g) = \xi\left(f'\frac{\partial l}{\partial \xi} - \varphi'\frac{\partial g}{\partial \xi}\right) \quad (3.30)$$

Les conditions aux limites deviennent :

$$\eta = 0\ ;\quad f' = 0\ ;\ f + \xi g = 0\ ;\quad \theta = 1\ ;\ \varphi = 1\ ;\ g' = 0\ ;\ 2g + \xi \frac{\partial g}{\partial \xi} = 0\ ;\quad h = 1\ ;\quad l = 1 \tag{3.31}$$

$$\eta = \infty\ ;\quad f' = 2\ ;\ \theta = 0\ ;\ f' = 2\ ;\ \varphi = 0\ ;\ g' = 0\ ;\ h = 0\ ;\ l = 0\ ; \tag{3.32}$$

Avec

$$g = \frac{\partial f}{\partial \xi}\ ;\qquad h = \frac{\partial \theta}{\partial \xi}\ ;\quad l = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\ ; \tag{3.33}$$

Les grandeurs d'intérêt physique principal sont le coefficient de frottement local $\boldsymbol{C_f}$, le nombre de Nusselt local $\boldsymbol{Nu_x}$ et le nombre de Sherwood local $\boldsymbol{Sh_x}$ qui sont donnés sous les formes suivantes :

$$C_f = \frac{1}{2} f''(\xi, 0) Re_x^{1/2} \tag{3.34}$$

$$Nu = -\frac{1}{2} \theta'(\xi, 0) Re_x^{1/2} \tag{3.35}$$

$$Sh = -\frac{1}{2} \varphi'(\xi, 0) Re_x^{1/2} \tag{3.36}$$

3.3. Résultats et discussion :

L'ensemble d'équations différentielles ordinaires couplées **(3.2)** - **(3.4)** est fortement non linéaire et ne peut être résolu analytiquement, avec les conditions aux limites **(3.6)**, ils forment un problème aux limites à deux points qui peut être résolu pour certaines valeurs des paramètres le régissant. La méthode des différences finies qui implémente la formule de Lobatto (III.A) et le polynôme de collocation fournit une solution continue qui est du quatrième ordre en précision, de manière uniforme dans l'intervalle d'intégration. La sélection du maillage et l'erreur de contrôle sont basés sur le résidu de la solution en continu. La technique de collocation utilise un maillage de points pour diviser l'intervalle en sous-intervalles d'intégration.

Le solveur bvp4c détermine une solution numérique en résolvant un système d'équations algébriques résultant avec les conditions aux limites, et les conditions de collocation imposées sur tous les sous-intervalles. Le solveur estime alors l'erreur de la solution numérique sur chaque sous-intervalle. Si la solution ne satisfait pas aux critères de tolérance, le solveur adapte le maillage et répète le processus. L'utilisateur doit fournir les points du maillage initial ainsi qu'une approximation initiale de la solution aux points de maillage. **[118-119].**

3.3.1. Validation des résultats :

Pour illustrer la précision des solutions de différents modèles, le transfert de chaleur local obtenu par le modèle de similarité locale est comparé au transfert de chaleur local donné par le modèle à deux équations locale non similaires Fig (3.2). On peut observer que les résultats obtenus par le modèle à deux équations sont plus précis que ceux obtenus par le modèle de similarité locale. Afin de vérifier la précision de la présente méthode numérique, le coefficient de frottement local C_f, le nombre de Nusselt local Nu_x et le nombre de Sherwood local Sh_xsont comparés aux résultats de recherches antérieures publiées par Kaya **[97]**. La comparaison présentée dans le tableau 1 donne un bon accord.

ξ	Chen and Mucoglu [23]		Chang [91]		Kaya [97]		Résultats presents	
	f''(ξ,0)	-θ(ξ,0)	f''(ξ,0)	-θ(ξ,0)	f''(ξ,0)	-θ(ξ,0)	f''(ξ,0)	-θ(ξ,0)
0	1.3282	0.5854	1.3280	0.5852	1.3201	0.5846	1.3282	0.5854
1	1.9172	0.8669	1.9133	0.8658	1.8934	0.8599	1.9111	0.8632
2	2.3981	1.0986	2.3900	1.0940	2.3822	1.0918	2.3791	1.0839
3	2.8270	1.3021	2.8159	1.2982	2.8098	1.2902	2.7884	1.2973
4	3.2235	1.4921	3.2187	1.4925	3.2102	1.4898	3.1967	1.5067

Tableau (3.1) Comparaison entre les taux de transferts de chaleur avec Pr=0.7; Ri=0.0

3.3. 2. Profils de vitesse

Les figures (3.2)- (3.5) représentent les variations de profils de vitesse en fonction de variable de similarité η pour différentes valeurs de paramètres de contrôle de notre système physique. Le figure (3.2) montre l'influence de la force de flottabilité thermique. Pour a variation de la vitesse avec différentes valeurs de Richardson thermique local *Ri*, on observe que la vitesse augmente avec l'augmentation de Ri thermique local près. Tandis que la vitesse diminue avec l'augmentation des nombres de Prandtl d'après les figures (3.3). On constate que le profil de vitesse pour l'air (Pr=0.72) est plus grand que celui de l'eau (Pr=7).

L'influence du champ magnétique sur le profil de vitesse est illustrée sur la figure (3.5). Il est évident que le paramètre du champ magnétique M a un effet retardataire sur la vitesse de fluide. Ceci est à cause de l'existence de l'effet des forces opposées qui s'appelle « force de Lorentz ».

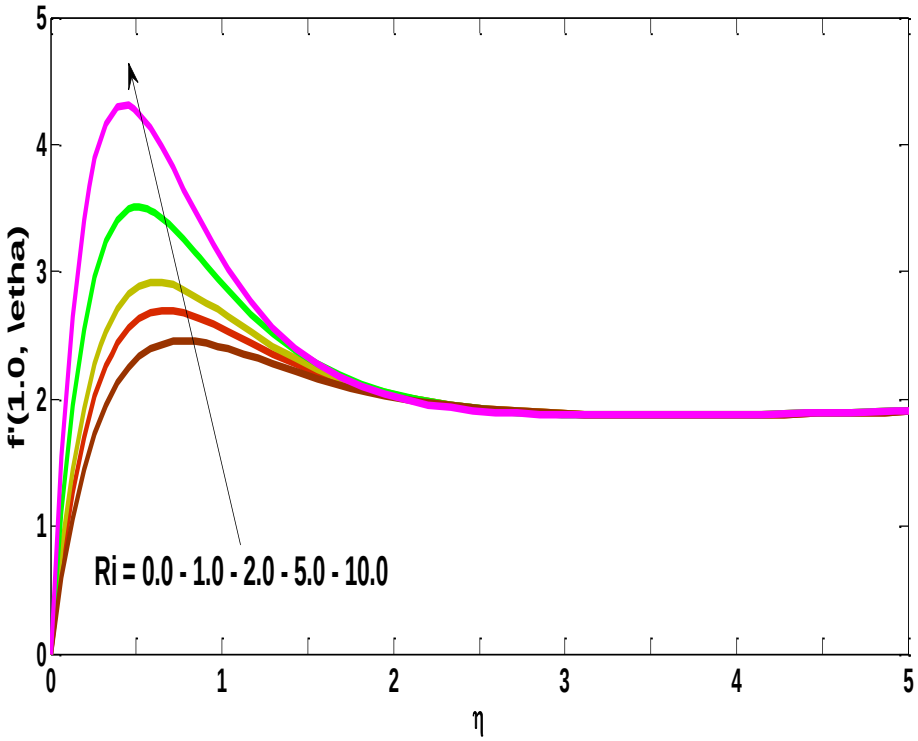


Fig (3.2) Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Ri

(ξ = 1.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)

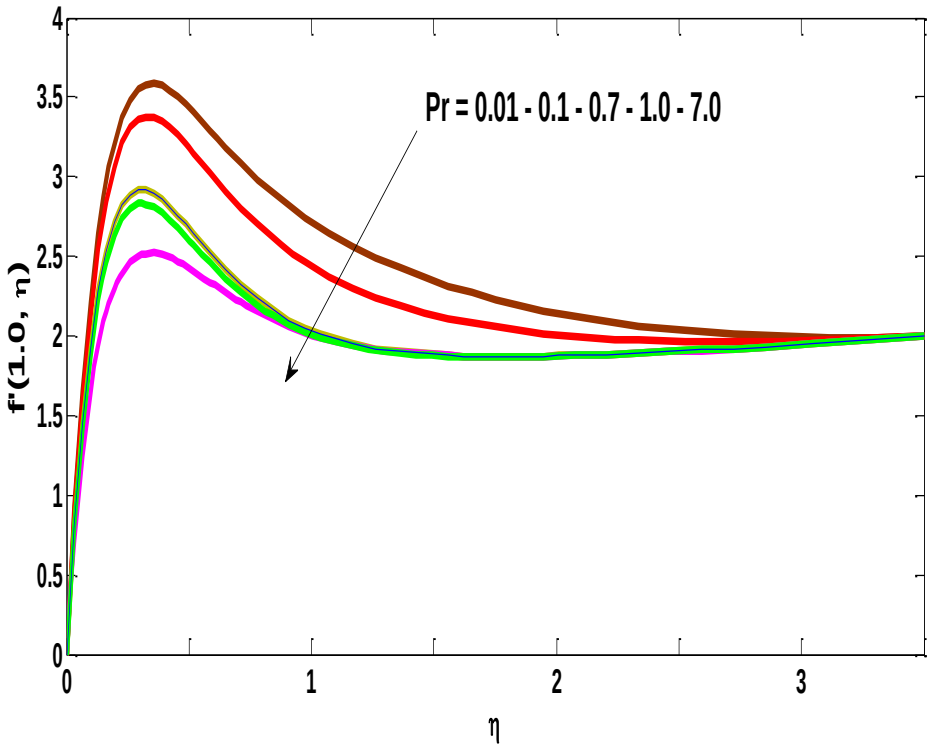


Fig (3.3) Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Pr

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)

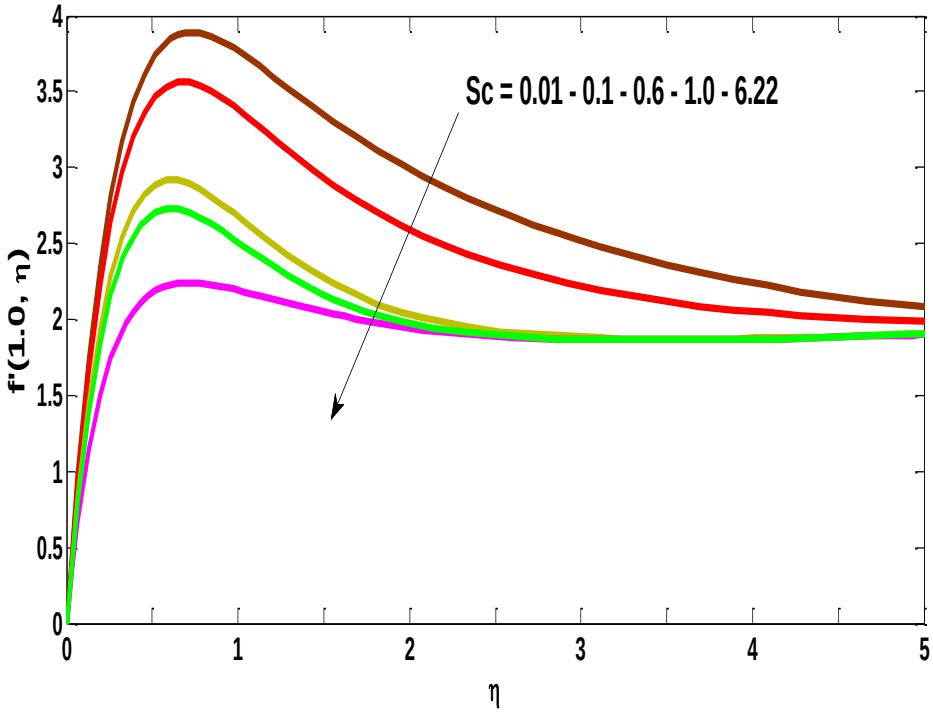


Fig (3.4) Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Sc

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)

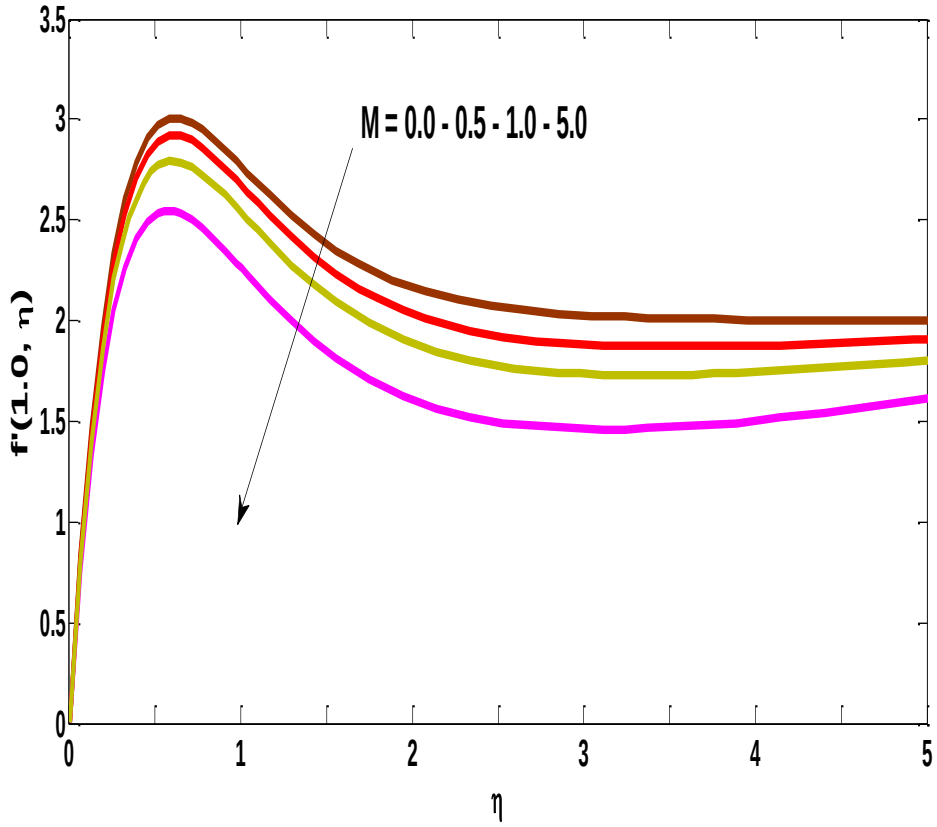


Fig (3.5) Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de M

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)

3.3.3. Profils de température

L'effet du paramètre de flottabilité Ri sur la température est présenté sur la figure (3.6), on constate que l'augmentation de Ri aboutit à la diminution de l'épaisseur de la couche limite thermique. Ce qui signifie que lorsque le flux de convection est plus susceptible d'être un flux de convection libre, la couche limite thermique devient plus mince. Les figures (3.7) et (3.8) illustrent les effets des nombres Pr et Sc, respectivement sur la température. On remarque que l'augmentation du nombre Pr conduit à une augmentation de la couche limite thermique. Tandis que l'augmentation de Sc conduit à une diminution de la couche thermique.

L'effet du champ magnétique sur le profil de température est montré sur la figure (3.9), pour différentes valeurs de M. Là encore, on voit que, l'effet magnétique affecte sensiblement le profil de température adimensionnelle. Cependant, l'épaisseur de couche limite thermique augmente, tandis que la couche limite dynamique diminue, en raison que M augmente. Cette tendance est également observée lorsque le coefficient de dispersion thermique augmente.

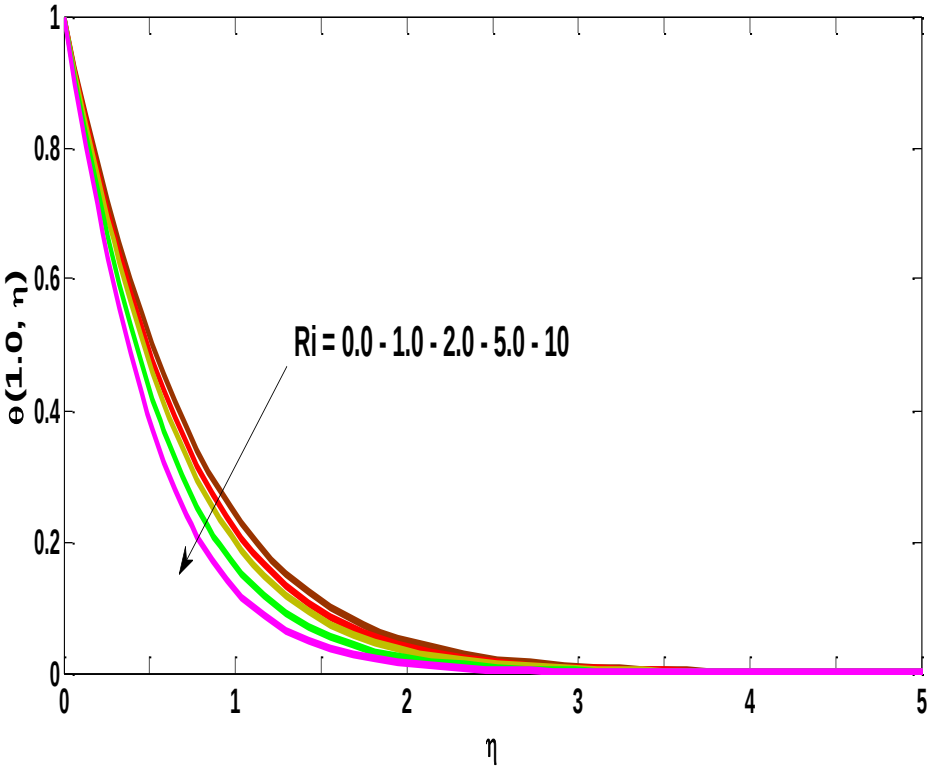


Fig (3.6) Variation du profil de température pour différentes valeurs de Ri

(ξ = 1.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)

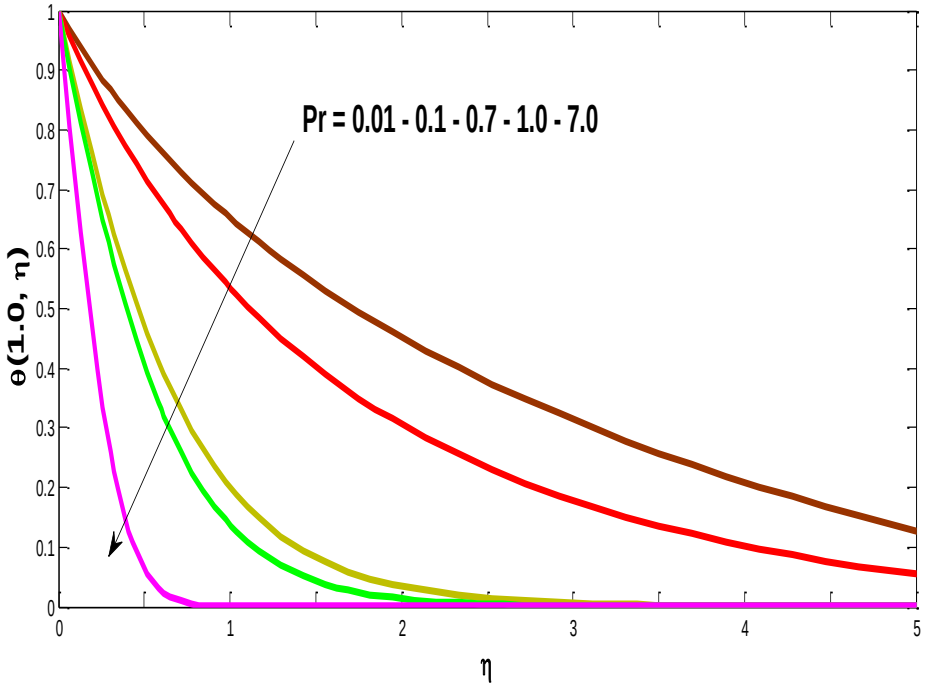


Fig (3.7) Variation du profil de température pour différentes valeurs de Pr

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)

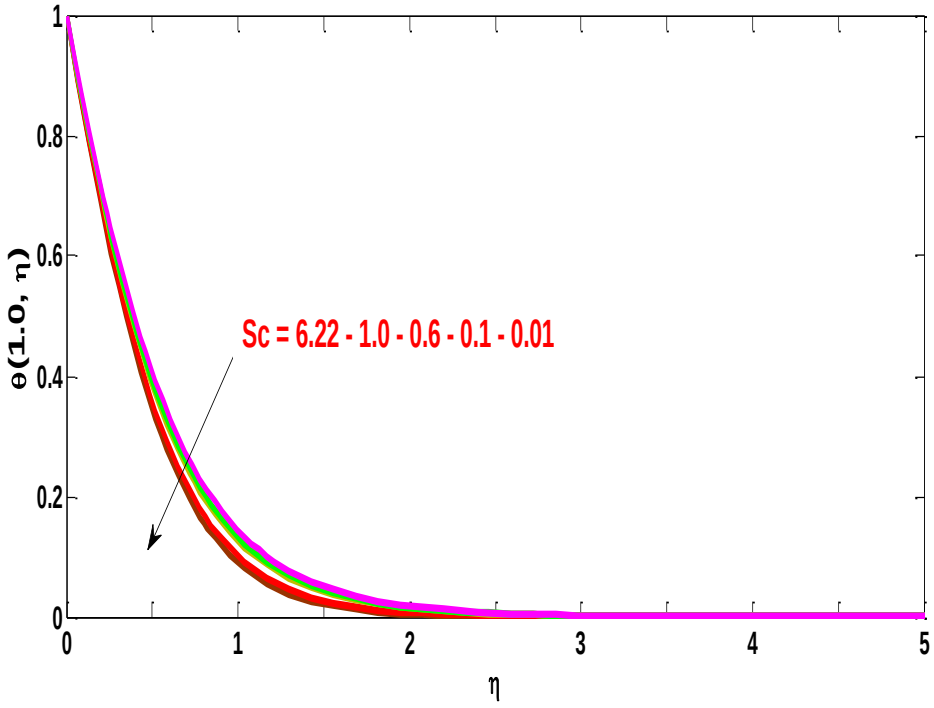


Fig (3.8) Variation du profil de température pour différentes valeurs de Sc

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)

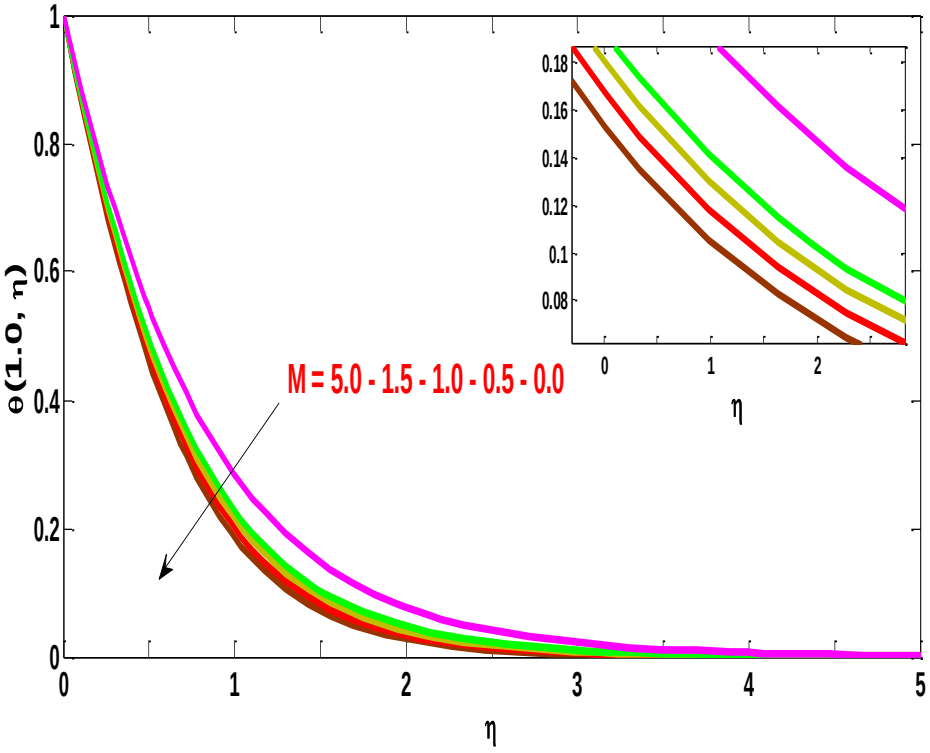


Fig (3.9) Variation du profil de température pour différentes valeurs de M

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)

3.3.4. Profils de concentration

Les figures (3.10 - 3.13) illustrent les distributions de concentration dans la zone de couche limite pour différentes valeurs du nombre de Richardson Ri, le nombre de Prandtl Pr, le nombre de Schmidt Sc et le paramètre magnétique M.

La figure (3.10) présente l'effet de Ri en fonction de la variable de similitude η, on observe que l'augmentation du nombre de Richardson Ri réduit la couche limite de concentration, tandis qu'elle augmente lorsque le nombre Pr et le paramètre magnétique M diminuent (figures (3.11) et (3.13)).

La figure (3.12) montre l'effet du nombre Schmidt Sc, on constate que le profil de concentration diminue quand Sc augmente.

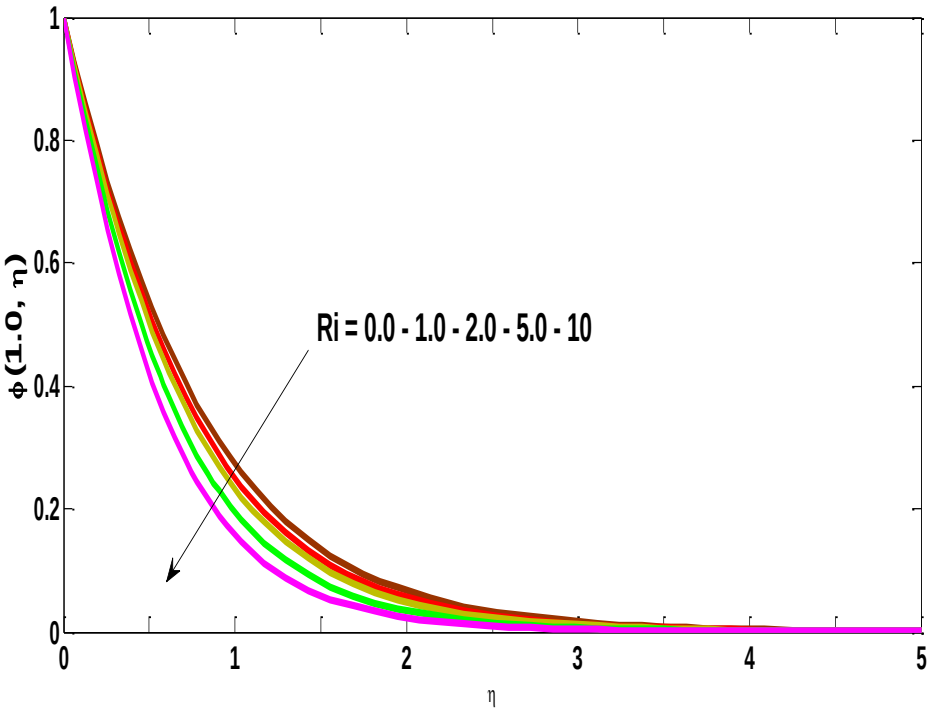


Fig (3.10) Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Ri

(ξ = 1.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)

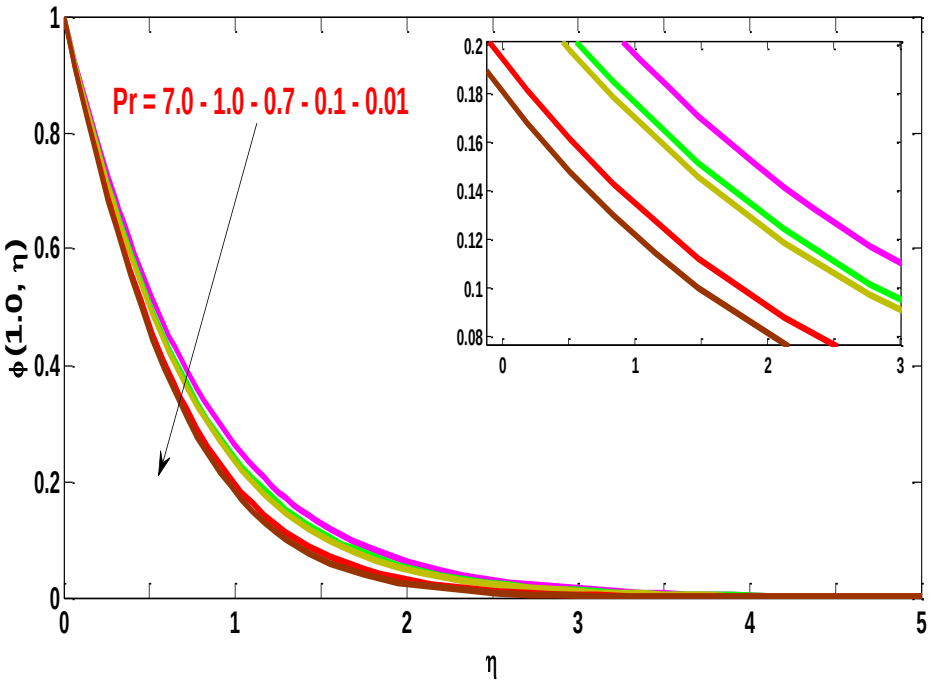


Fig (3.11) Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Pr

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)

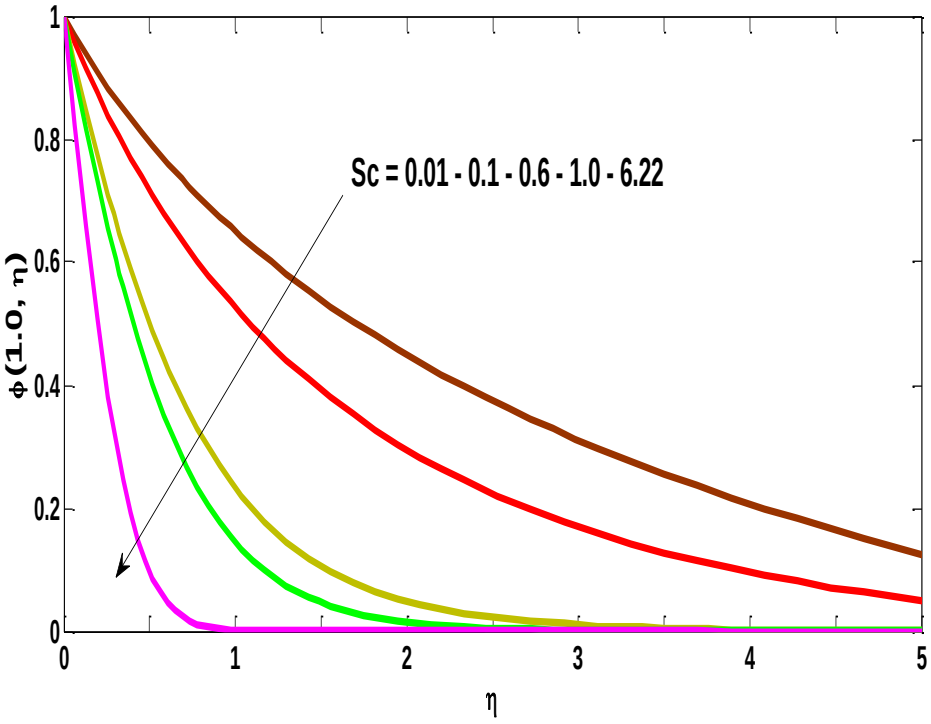


Fig (3.12) Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Sc

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)

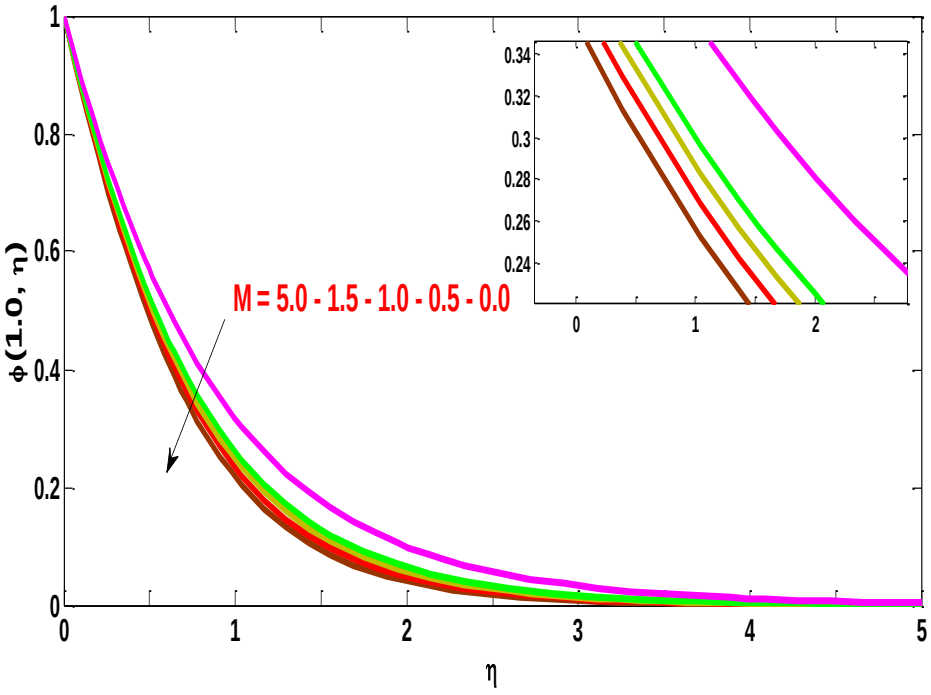


Fig (3.13) Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de M

(ξ = 1.0, Ri = 2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)

3.3.5. Variation du coefficient de frottement mécanique

Le coefficient de frottement mécanique local C_f est utilisé pour caractériser l'écoulement du fluide, la figure (3.14) montre les variations de coefficient de frottement mécanique local C_f en variant le nombre de Richardson Ri, il est intéressant de noter que le nombre de Richardson Ri augmente par contre le coefficient de frottement mécanique local C_f diminue et contrairement dans la figure (3.15) quand le nombre de Prandtl Pr augmente le coefficient de frottement mécanique local C_f augmente. La figure (3.16) montre que l'augmentation du nombre de Schmidt Sc augmente le coefficient de frottement mécanique local C_f. Pour l'effet du champ magnétique sur le coefficient de frottement qui est montré dans la figure (3.17), il faut noter que l'augmentation de M diminue le coefficient de frottement local C_f .

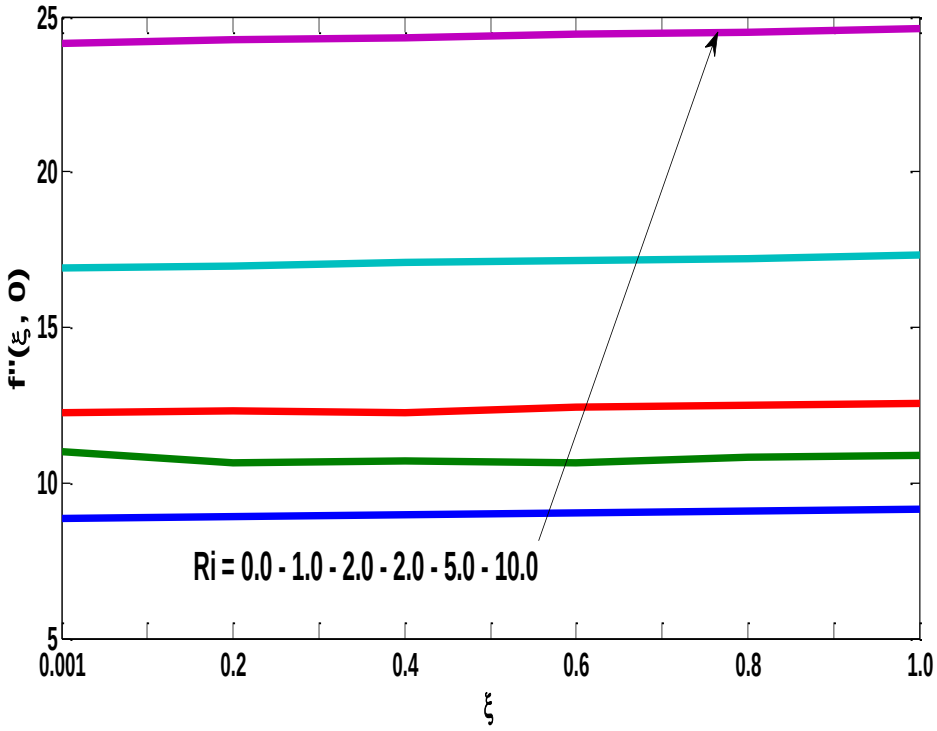


Fig (3.14) Variation du coefficient de frottement thermique local pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)

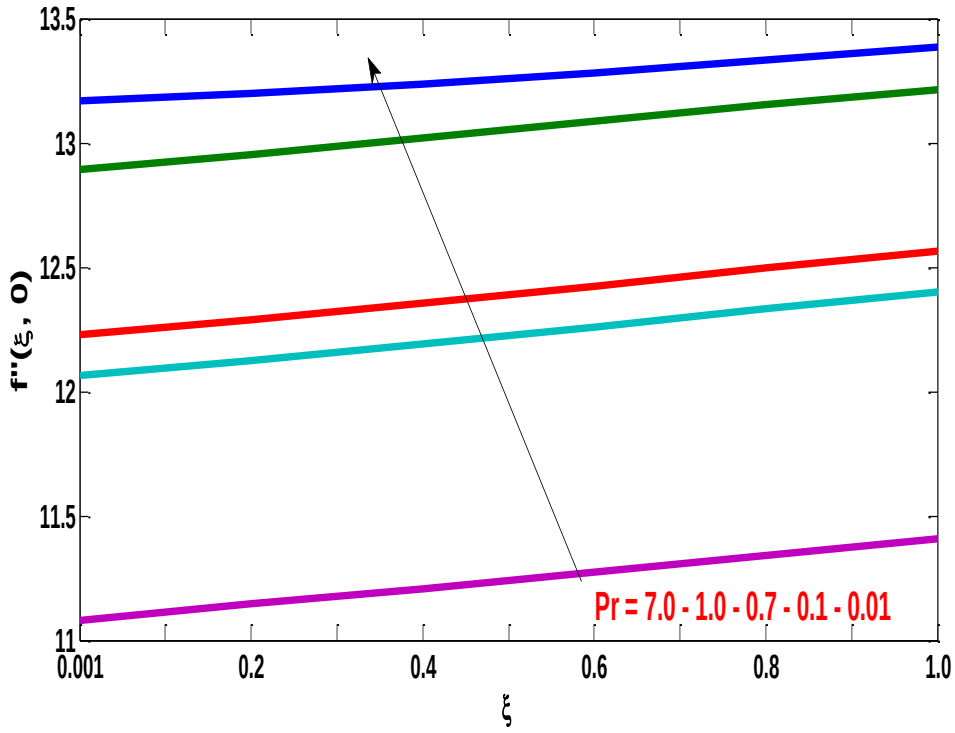


Fig (3.15) Variation du coefficient de frottement thermique local pour différentes valeurs de Pr (Ri=2.0,Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)

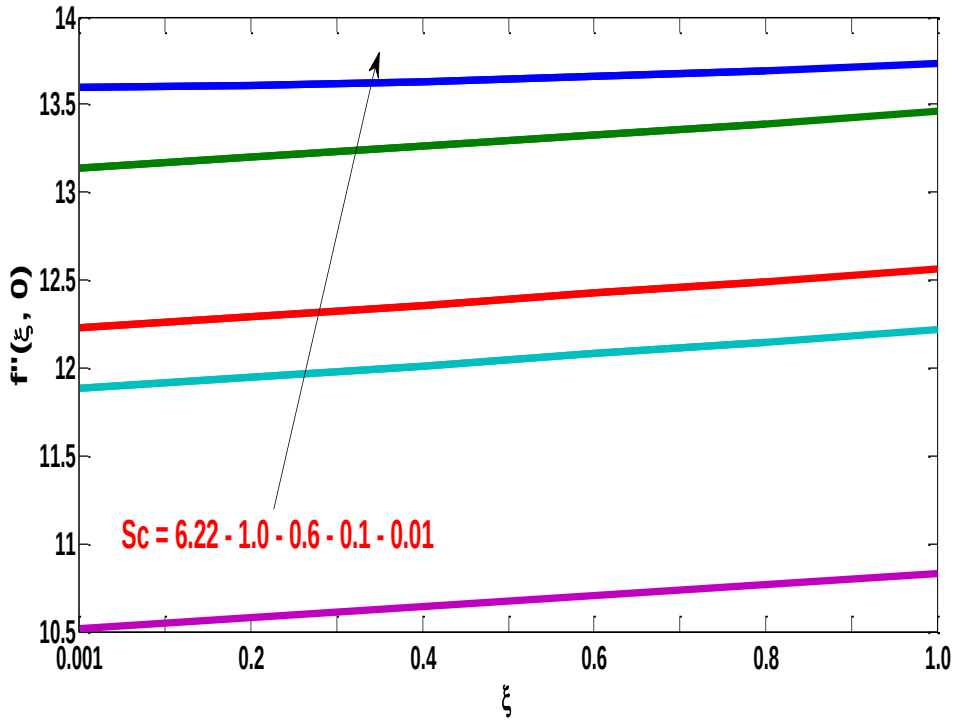


Fig (3.16) Variation du coefficient de frottement thermique local pour différentes valeurs de Sc (Ri=2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)

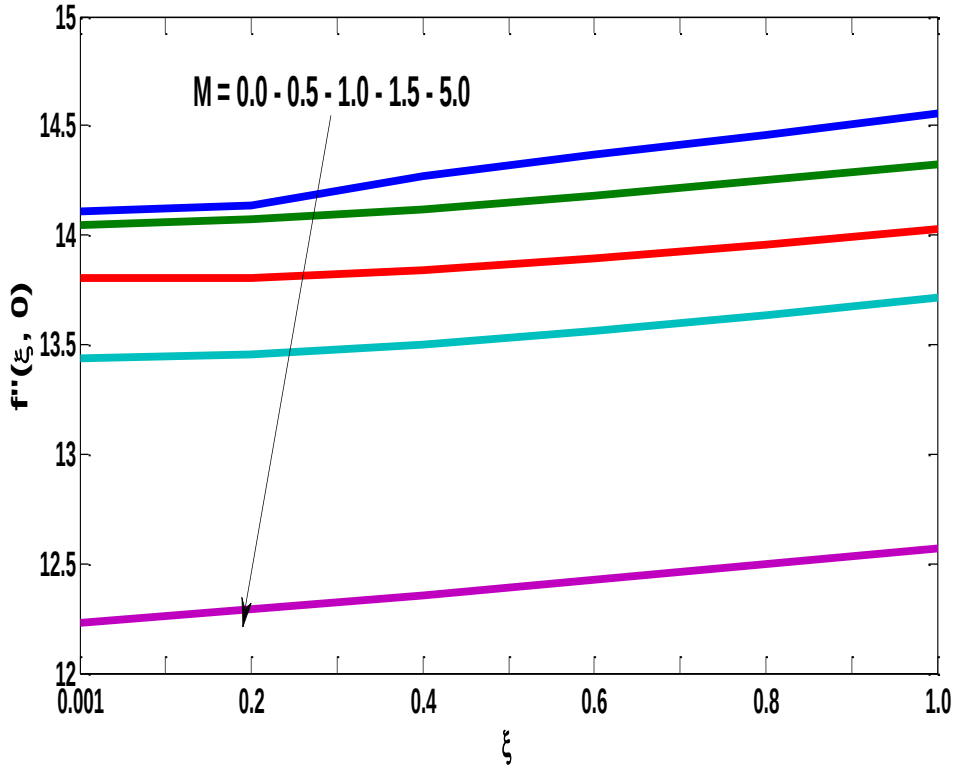


Fig (3.17) Variation du coefficient de frottement thermique local pour différentes valeurs de M (Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. Sc = 1.6)

3.3.6. Variation du nombre de Nusselt

Les variations des nombres de Nusselt local Nu_x pour différentes valeurs de nombre de Richardson Ri, nombre de Prandtl Pr, nombre de Schmidt *Sc* et le nombre de champ magnétique M, *sont* illustrées dans les figures (3.18)-(3.21) respectivement, il est évident que l'augmentation de nombre de Richardson Ri diminue le taux de transfert thermique en terme de nombre du Nusselt local Nu_x, par contre la diminution du nombre de Prandtl Pr diminue le transfert de chaleur (nombre de Nusselt local Nu_x) de même pour le nombre de Schmidt Sc . Alors que l'augmentation du champ magnétique M réduit le nombre de Nusselt local Nu_x.

.

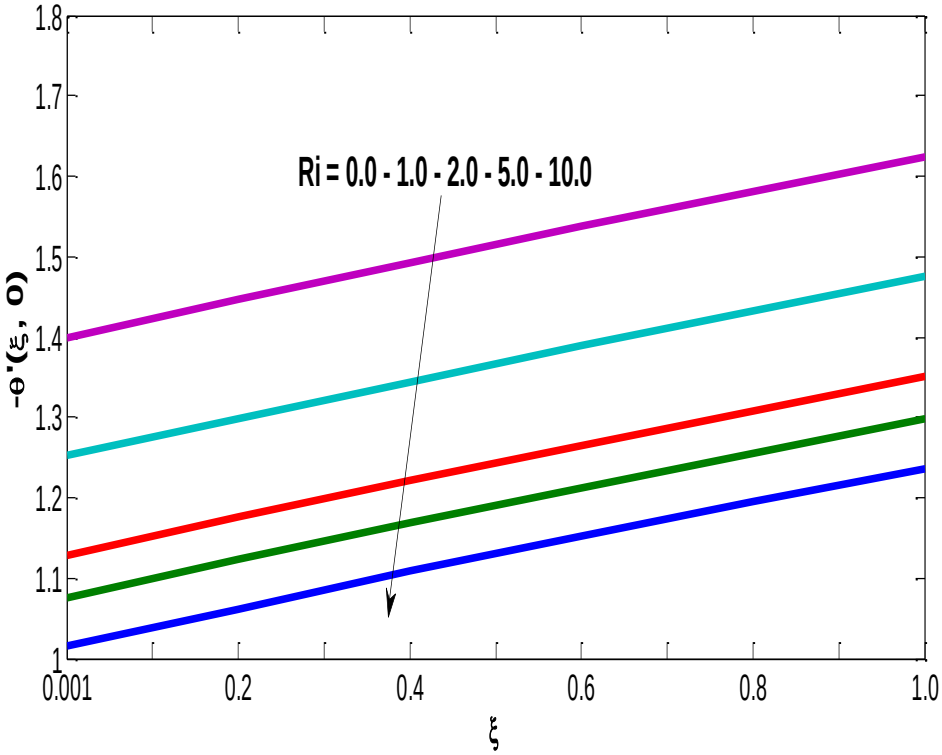


Fig (3.18) Variation du nombre de Nusselt local $\mathbf{Nu_x}$ pour différentes valeurs de Ri

(Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)

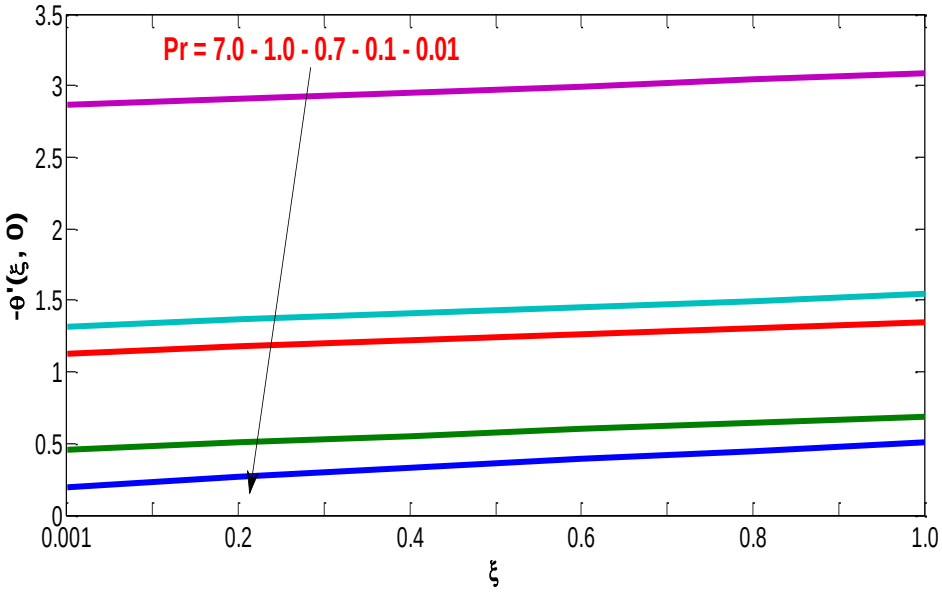


Fig (3.19) Variation du nombre de Nusselt local $\mathbf{Nu_x}$ pour différentes valeurs de Pr

(Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)

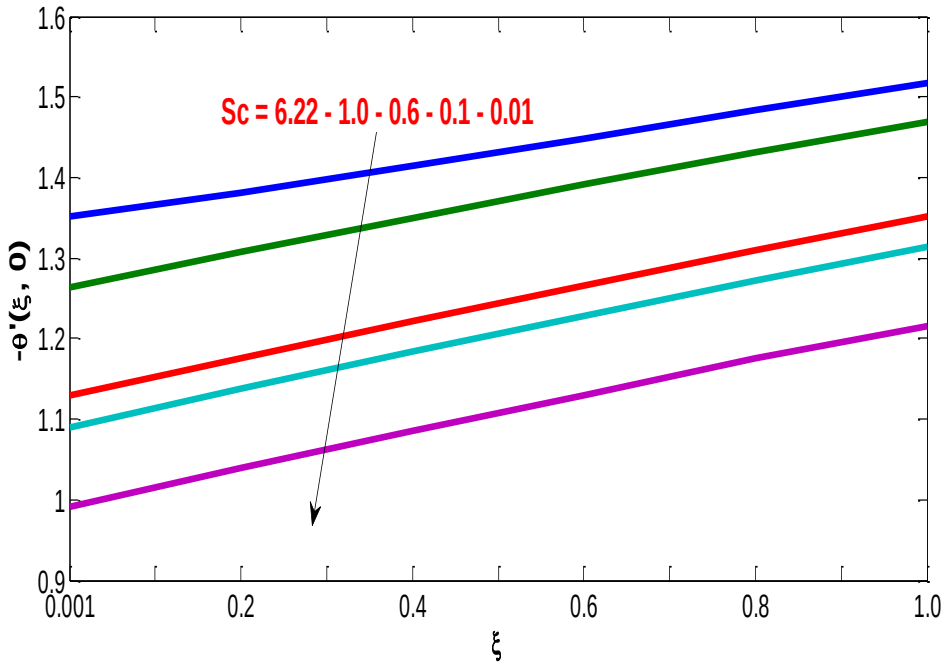


Fig (3.20) Variation du nombre de Nusselt local $\mathbf{Nu_x}$ pour différentes valeurs de Sc (Ri=2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)

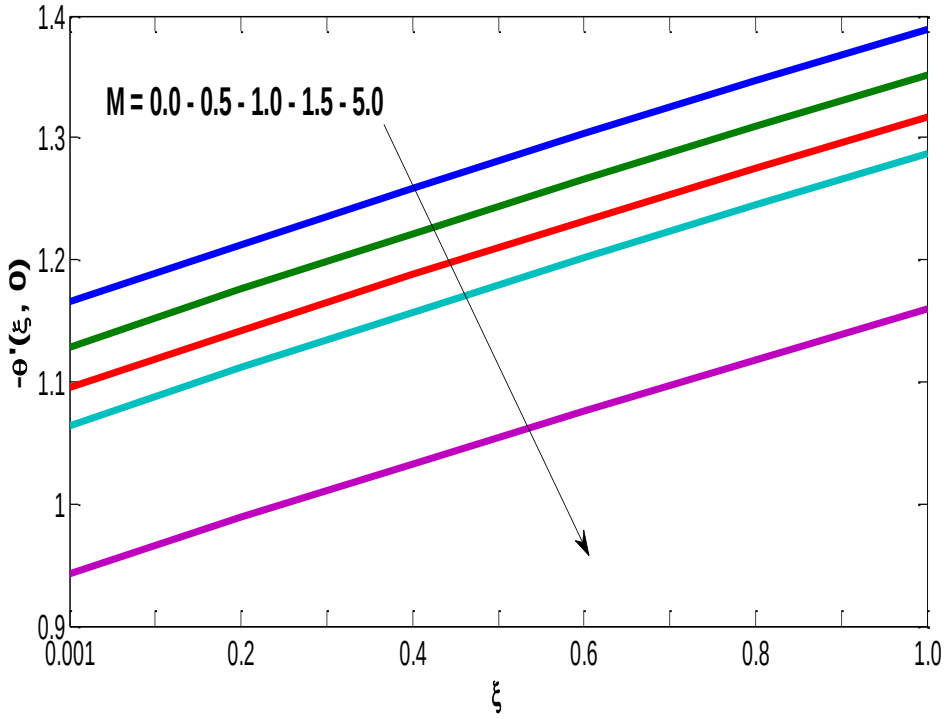


Fig (3.21) Variation du nombre de Nusselt local $\mathbf{Nu_x}$ pour différentes valeurs de M (Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)

3.3.7. Variation du nombre de Sherwood

Les variations des nombres de Sherwood Sh_x pour différentes valeurs de nombre de Richardson Ri, nombre de Prandtl Pr, nombre de Schmidt *Sc* et le paramètre de champ magnétique M, *sont* illustrées dans les figures (3.22) -(3.25) respectivement, On remarque que l'augmentation du nombre de Richardson Ri améliore le transfert massique et augmente le nombre du Sherwood Sh_x, et l'augmentation du nombre de Prandtl Pr diminue le nombre du Sherwood Sh_x. De même pour le nombre de Schmidt *Sc, c.-à-d.*, qu'il y a une amélioration de nombre de Sherwood local Sh_x.

L'augmentation du paramètre magnétique Mn défavorise le transfert de masse et réduit le nombre de Sherwood Sh_x.

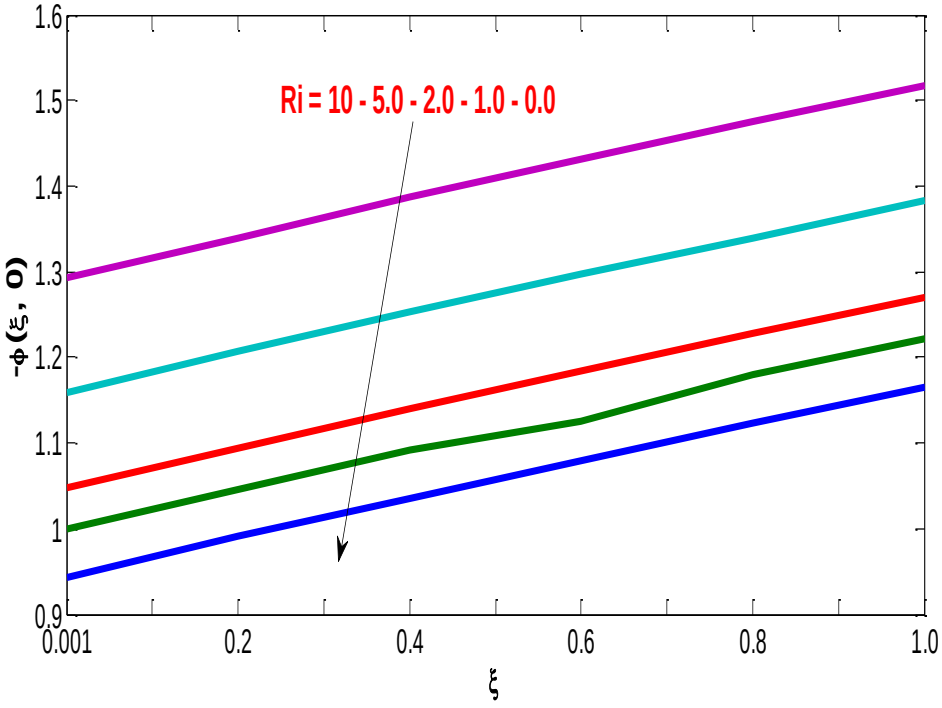


Fig (3.22) Variation du nombre de Sherwood $\mathbf{Sh_x}$ pour différentes valeurs de Ri (Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7, M=0.5)

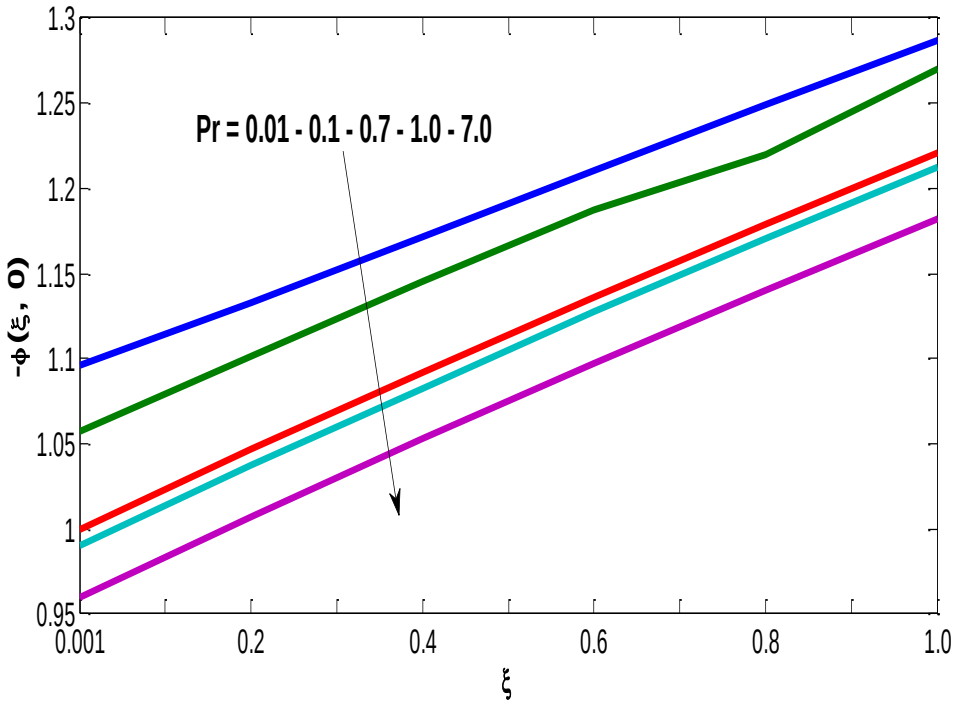


Fig (3.23) *Variation du nombre de Sherwood* $\boldsymbol{Sh_x}$ *pour différentes valeurs de Pr (Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, M=0.5)*

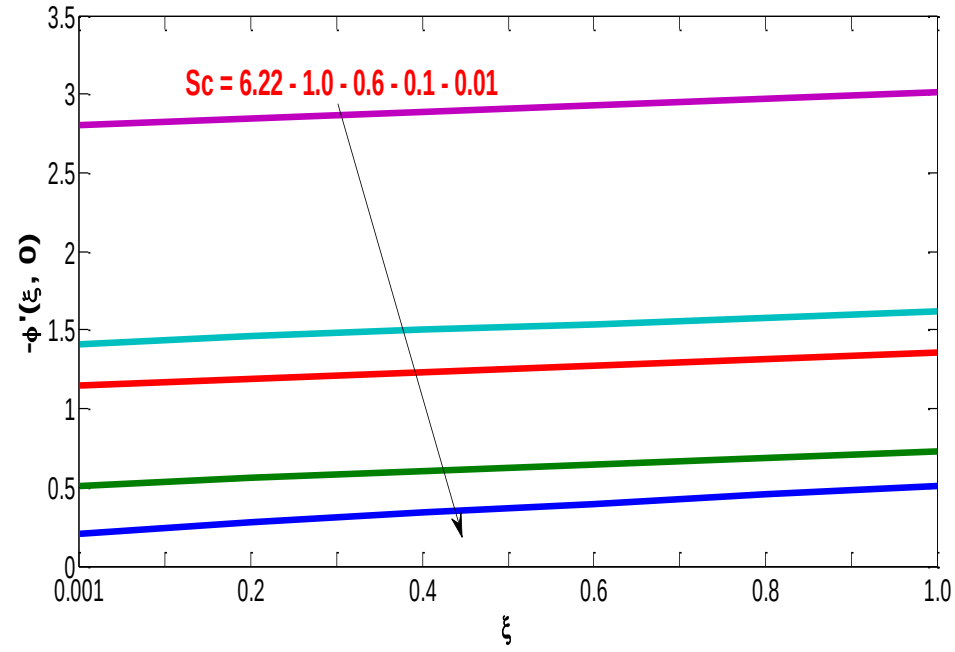


Fig (3.24) Variation du nombre de Sherwood Sh_x pour différentes valeurs de Sc (Ri=2.0, Rc = 3.0, Pr= 0.7, M=0.5)

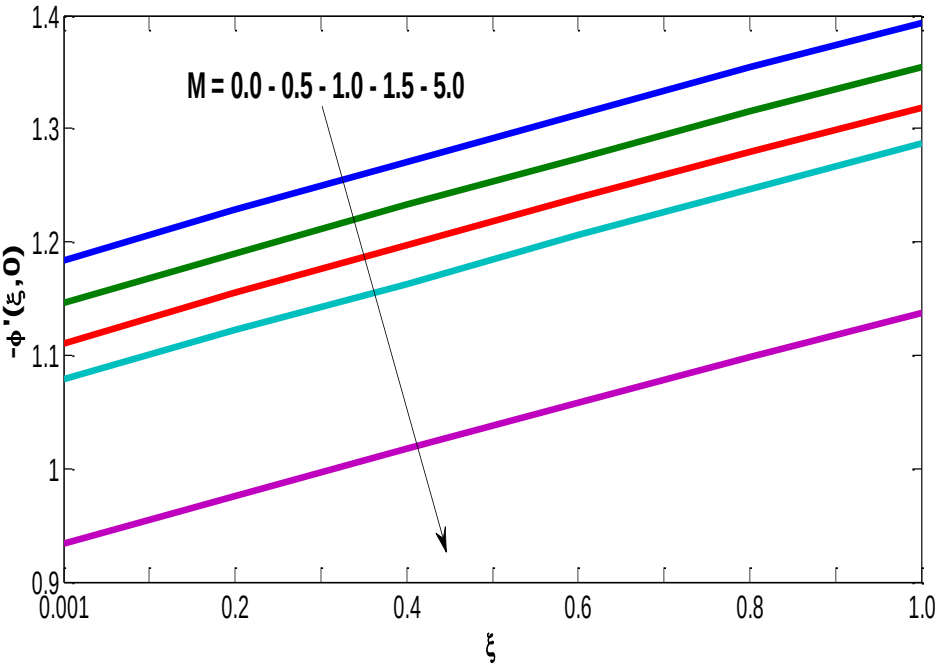


Fig (3.25) Variation du nombre de Sherwood $\mathbf{Sh_x}$ pour différentes valeurs de M (Ri=2.0, Rc = 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.7)

3.4. Conclusion :

L'influence du champ magnétique sur le transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide newtonien autour d'un cylindre vertical creux et mince a été analysée dans ce chapitre**.** Les équations différentielles partielles résultantes ont été transformées en un ensemble d'équations différentielles ordinaires, des évaluations numériques des résultats ont été effectuées et des résultats graphiques ont été obtenus pour illustrer les détails du flux et du transfert de chaleur et de masse, les caractéristiques et leur dépendance à l'égard de certains paramètres physiques.

On a constaté que :

- L'augmentation du paramètre du champ magnétique entraîne une diminution du champ de vitesse et augmente le frottement local et les profils de température et de concentration.
- Ainsi que l'augmentation de la force de flottabilité entraine une augmentation des paramètres locaux de frottement cutané, de transfert de chaleur local et de transfert de masse local.

Chapitre 4

Transfert de masse et de chaleur conjugué en présences d'un champ magnétique, de réaction chimique et de génération de chaleur

Chapitre 4

Transfert de masse et de chaleur conjugué autour d'un cylindre vertical creux en présences d'un champ magnétique, de réaction chimique et de génération de chaleur

4.1. Introduction

Le véritable cas général de la convection comporte la coexistence des deux mécanismes de convection, forcé (dû à un apport externe d'énergie mécanique) et naturel (sous l'effet conjugué de gradient de masse volumique et d'un champ de pesanteur), cette situation est nommée « la convection mixte »

Ce chapitre comporte la formulation de problématique étudiée d'une manière générale, en abordant sa description physique et mathématique, les équations de conservation décrivant l'écoulement d'un fluide newtonien autour d'un cylindre vertical en tenant compte de l'équation de la conduction thermique tout au long du cylindre, le terme de champ magnétique dans l'équation de quantité de mouvement, la génération de chaleur dans l'équation d'énergie, ainsi que le terme de la réaction chimique dans l'équation de transfert de masse.

Le système d'équations trouvé résolu numériquement sur la base du modèle de similarité locale et de non-similarité locale à deux équations en utilisant MATLAB dans le solveur bvp4c. finalement en présente graphiquement les résultats obtenus pour les profils de vitesse, de température et de concentration adimensionnelle ainsi que les paramètres locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse pour montrer l'influence du paramètre de conduction, du champ magnétique, de la génération de chaleur et de la réaction chimique.

4.2. Formulation mathématique du problème

4.2.1. Description physique

Le système d'écoulement étudié est bidimensionnel, il consiste une convection mixte assistée tout au long d'un cylindre vertical creux sous l'influence de l'épaisseur du cylindre et du champ magnétique. Un cylindre vertical creux et mince de longueur

L et de rayon extérieur r_0 ($L >> r_0$) est considéré. Dans ce problème, l'axe des x est choisi le long de l'axe du cylindre ou dans le sens vertical. Alors que la coordonnée radiale r est choisie normale au cylindre. Le modèle physique, la direction de l'accélération gravitationnelle et le système de coordonnées sont représentés sur la figure 4.1. A une certaine distance très loin de cylindre, la vitesse, la température et la concentration du fluide sont respectivement notésU_∞, T_∞ et C_∞. La surface du cylindre est fixée à une température constante uniforme T_w et à une concentration constante uniforme Cw. Toutes les propriétés physiques sont supposées être constantes.

Pour simplifier, on suppose que :

- ✓ L'écoulement du fluide est permanent
- ✓ Le fluide est newtonien et incompressible ;
- ✓ Le flux de chaleur radiatif dans la direction x est négligé par rapport à celui dans la direction radiale ;
- ✓ La dissipation visqueuse, est négligée ;
- ✓ Un champ magnétique uniforme de force B_0 est appliqué dans la direction perpendiculaire au cylindre; Le nombre de Reynolds magnétique est pris très petit et par conséquent, le champ magnétique induit est négligé. Le champ magnétique induit, le champ électrique externe ou imposé et le champ électrique dus à la polarisation des charges (c'est-à-dire effet de Hall) sont négligeables ;
- ✓ Toutes les propriétés physiques sont supposées être constantes, à l'exception de la densité dans le terme de flottabilité

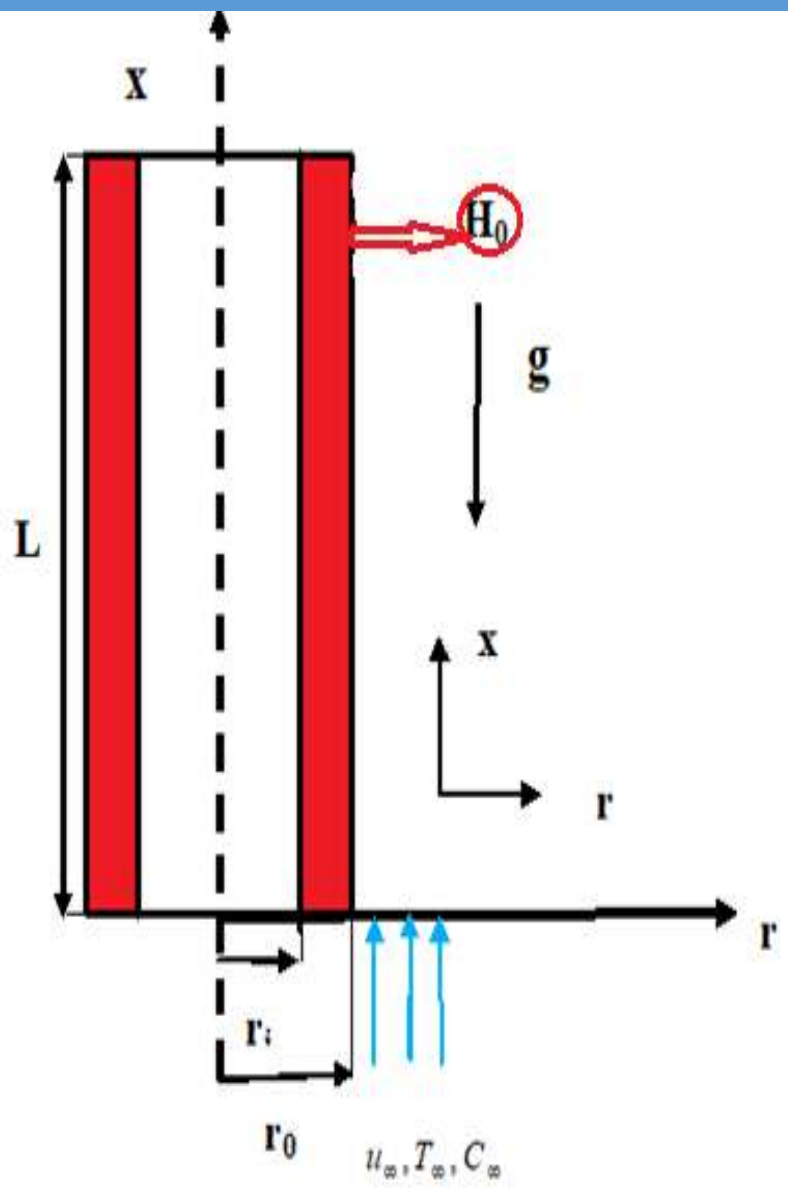


fig (4.1) Le modèle physique

4.2.2. Equations générales du problème

On peut écrire le système des équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration comme suit :

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \qquad (4.1)$$

- **Equation de quantité de mouvement**

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial r}=(\vartheta)\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\beta g(T+T_0)+\beta^*(C-C_0)-\frac{\sigma^* H_0^2}{\rho}(u-u_\infty) \quad (4.2)$$

- **Equation d'énergie**

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial r}=\left(\frac{\alpha}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{Q_0}{\rho C_p}(T-T_0) \quad (4.3)$$

- **Equation de masse**

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial r}=\left(\frac{D}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C}{\partial r}\right)-k_r(C-C_\infty) \quad (4.4)$$

Ici u et v sont les composantes de la vitesse le long des directions x et r, respectivement; $\rho, \nu, \alpha, D, g, Cp, \beta et \beta*$ sont la densité, la viscosité cinématique, la diffusivité thermique, la diffusivité de masse, l'accélération due à la gravité, la capacité thermique à pression constante, le coefficient de dilatation thermique et le coefficient de dilatation du fluide, respectivement. T et C sont la température et la concentration du fluide, B_0 est la densité de flux magnétique, Q_0 est la quantité de chaleur générée et k_r est la réaction chimique.

Les conditions aux limites appropriées sont les suivantes :

$$r=r_0; \qquad u=\ v=0;\ \ T=T_\omega(x);\ \ C=C_\omega(x)$$

$$r\ \to\infty; \qquad u\to u_\infty;\ \ T\to\ T_\infty;\ \ C\to C_\infty \quad (4.5)$$

où les indices w et ∞ sont pour le mur et le bord de la couche limite, respectivement. Contrairement au cas précédent, la température à l'interface de l'écoulement interne et externe, est une inconnue liée aux deux systèmes représentants ces deux écoulements. La formulation mathématique est donc double.

- L'équation de la distribution de température à travers le mur du cylindre proposé par **[9]** et **[16]** est donnée par :

$$r_i\le x\le r_0\ ;\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_s}{\partial r}\right)=0;\ \ 0\le x\le L\ ;\ \ r_i\ \le x\le r_0 \quad (4.6)$$

On trouve par intégration directe dans ce cas,

$$T_s = T_0 \text{ à } r = r_i \text{ et } T_s = T(x, r_0) ;$$

$$T_\omega(x) = T(x, r_0) = r_0 \frac{k_f}{k_s} \ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right) \frac{\partial T(x, r_0)}{\partial r} + T_0 \quad \text{à} \quad r = r_0 \tag{4.7}$$

Avec k_s et k_f sont respectivement les conductivités thermiques du cylindre et du fluide.

La solution générale de l'équation (4.6) et (4.7) est donnée par

$$T_\omega(x) = T(x, r_0) = r_0 \frac{k_f}{k_s} \ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right) \frac{\partial T(x, r_0)}{\partial r} + T_0 \tag{4.8}$$

4.2.3. Transformation des équations gouvernantes

On introduit les variables adimensionnelles suivantes :

$$\xi = \frac{4}{r_0}\left(\frac{\nu x}{u_\infty}\right)^{1/2} \; ; \; \eta = \frac{r^2 - r_0^2}{4 r_0}\left(\frac{u_\infty}{\nu x}\right)^{1/2} \tag{4.9}$$

$$\psi(x, r) = r_0 (\nu u_\infty x)^{1/2} f(\xi, \eta)$$

$$\theta(\xi, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_\omega - T_\infty} \; , \quad \varphi(\xi, \eta) = \frac{C - C_\infty}{C_\omega - C_\infty} \tag{4.10}$$

où les variables sans dimension $\xi, \eta, , \theta, \phi, Re_x$ sont la coordonnée longitudinale, la pseudo-similarité variable, la température adimensionnelle, la concentration adimensionnelle, respectivement; $f\ (\xi, \eta)$ est la fonction de flux réduit adimensionnelle et φ est la fonction de flux libre qui satisfait l'équation de continuité (1), avec

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad , \quad v = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

La substitution des équations (4.9) et (4.10) dans les équations de quantité de mouvement, de l'énergie et de concentration, on trouve :

$$(1+\xi\eta)f''' + (f+\xi)f'' \pm 8Ri\theta \pm 8Rc\varphi - 2M(f'-1) = \xi(f'\frac{\partial f'}{\partial \xi} - f''\frac{\partial f}{\partial \xi}) \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)\theta'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)\theta' + 4Q\theta = \xi(f'\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta'\frac{\partial f'}{\partial \xi}) \quad (4.12)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)\varphi'' + \left(f + \frac{\xi}{Sc}\right)\varphi' - 4Ki\varphi = \xi\left(f'^{\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}} - \varphi'^{\frac{\partial f}{\partial \xi}}\right) \quad (4.13)$$

Avec les conditions aux limites adimensionnelles :

$$\eta = 0\ ;\ f + 2\frac{\partial f}{\partial \xi}\xi = 0\ ;\ f' = 0\ ;\theta - 1 = p\xi^{-1/2}\theta'\ ;\ \varphi = 1 \quad (4.14)$$

$$\eta \to \infty\ ;\ f' = 2\ ;\ \theta' = 0\ ;\ \varphi = 0 \quad (4.15)$$

Où

$p = \frac{k_f}{k_s} Ln(\frac{r_0}{r_i}) Re^{1/2}$ est le **paramètre de transfert conjugué.**

$Ri = \frac{Gr_T}{Re^2}$ est le nombre de Richardson et il est une mesure de l'importance relative de l'effet de la convection naturelle par rapport à la convection forcée.

Par conséquent, pour le flux de convection mixte $0 < Ri < \infty$; pour un flux de convection libre $u_\infty = 0$, $Re = 0$ et donc Ri = ∞; et pour un flux de convection forcée la flottabilité est nulle, c'est-à-dire Ri = 0 **[18].**

Où le symbole prime indique la différenciation par rapport à η,

$Re = u_\infty \frac{r_0}{\nu}$ est le nombre de Reynolds

$\mathrm{Gr_T} = \frac{g\,\beta r_0^3(T_0 - T_\infty)}{\nu^2}$ est le nombre de Grashof thermique

$\mathrm{Gr_m} = \frac{g\,\beta^* r_0^3(C_0 - C_\infty)}{\nu^2}$ est le nombre de Grashof solutal

$Mn = \frac{\sigma H_0^2 r_0^2}{\mu}$ est le paramètre magnétique

$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$ est le nombre Prandtl,

$\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D}$ est le nombre de Schmidt, signifie le rapport de la diffusivité de la quantité de mouvement à la diffusivité de la masse (espèce). Il relie physiquement l'épaisseur relative de la couche limite hydrodynamique et de la couche limite de transfert de masse (concentration).

$\mathrm{Q} = \frac{q_0}{\rho C_p}$ est le paramètre de génération de la chaleur adimensionnel ;

$\mathrm{Ki} = \frac{k r_0^2}{\upsilon}$ est le paramètre de la réaction chimique adimensionnel.

4.2.4. Modèle local de non-similitude

Pour dériver les équations de modèle de similarité locale, on suppose que les termes du côté droit des équations. (4.10) à (4.12) sont suffisamment petits pour qu'ils puissent être négligeables. Ensuite, la transformation de similitude locale du premier niveau donne si on admet que : $\boldsymbol{\partial f / \partial \xi = \partial \theta / \partial \xi = \partial \varphi / \partial \xi = 0}$

$$(1+\xi\eta)f''' + (f+\xi)f'' \pm 8Ri\theta \pm 8Rc\varphi - 2M(f'-1) = 0 \qquad (4.16)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)\theta'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)\theta' + 4Q\theta = 0 \qquad (4.17)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)\varphi'' + \left(f + \frac{\xi}{Sc}\right)\varphi' - 4Ki\varphi = 0 \qquad (4.18)$$

Avec les conditions aux limites adimensionnels :

$$\eta = 0\ ;\ f = 0\ ;\ f' = 0\ ;\ \theta - 1 = p\xi^{-1/2}\theta'\ ;\ \varphi = 1 \qquad (4.19)$$

$$\eta \to \infty\ ;\ f' = 2\ ;\ \theta' = 0\ ;\ \varphi = 0 \qquad (4.20)$$

En ce qui concerne la logique du modèle de similarité locale, la réduction des équations (4.10) à (4.12) est clairement justifiable pour les valeurs de ξ qui sont très proches de zéro. D'un autre côté, quand ξ n'est pas petite, la similitude locale est basée

sur l'hypothèse que les dérivés impliquant $\frac{\partial}{\partial \xi}$ sont très petits **[16]**. L'incertitude quant à la validité de cette hypothèse est une faiblesse de la méthode de similarité locale.

Pour corriger les inconvénients de la méthode de similarité locale, Sparrow et ses collaborateurs **[50-65]** ont présenté une méthode de non-similitude locale pour obtenir les solutions pour les équations de couche limite non similaires. En conséquence, les termes sur les côtés droits des équations **(4.10)** et (**4.12)** sont tous conservés.

Pour le modèle à deux équations de non-similarité locale, en introduisant les variables $\boldsymbol{g = \partial f / \partial \xi}$, $\boldsymbol{h = \partial \theta / \partial \xi etl = \partial \varphi / \partial \xi}$ et récupérer les termes négligés au premier niveau de troncature, tout en négligeant ceux d'ordre supérieur. Les équations peuvent être écrites comme suit;

$$(1+\xi\eta)f''' + (f+\xi)f'' \pm 8Ri\theta \pm 8Rc\varphi - 2M(f'-1) = \xi(f'g' - f''g) \quad (4.21)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)\theta'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)\theta' + 4Q\theta = \xi(f'h - \theta'g') \quad (4.22)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)\varphi'' + \left(f + \frac{\xi}{Sc}\right)\varphi' - 4Ki\varphi = \xi(f'l - \varphi'\boldsymbol{g}) \quad (4.23)$$

Avec les conditions aux limites adimensionnelles

$$\eta = 0\,;\ f + 2g\xi = 0\ ;\ f' = 0\ ;\theta - 1 = p\xi^{-1/2}\theta'\ ;\ \varphi = 1 \quad (4.24)$$

$$\eta \to \infty\ ;\ f' = 2\ ;\ \theta' = 0\ ;\ \varphi = 0 \quad (4.25)$$

En différenciant les équations (4.21) à (4.23) par rapport à ξ et en négligeant les termes $\boldsymbol{g = \partial f / \partial \xi}$, $\boldsymbol{h = \partial \theta / \partial \xi etl = \partial \varphi / \partial \xi}$, on peut obtenir les équations suivantes :

$$(1+\xi\eta)g''' + (f+\xi)g'' + 2f''g + \eta f''' + f'' + f'' \pm 8Rih \pm 16\frac{Ri}{\xi}\theta \pm 8Rcl \pm 16\frac{Rc}{\xi}\varphi - (M+f')g' - 2\frac{M}{\xi}(f'-1) - \xi(g'g' - gg'') = 0 \quad (4.26)$$

$$\frac{1}{Pr}(1+\xi\eta)h'' + \left(f + \frac{\xi}{Pr}\right)h' + \left(2g + \frac{1}{Pr}\right)\theta' + \frac{\eta}{Pr}\theta'' +$$

$$(4Q - f')h + 8\frac{Q}{\xi}\theta - \xi(g'h - h'g) = 0 \quad (4.27)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\xi\eta)l'' + \left(f + \frac{\xi}{SC}\right)l' + \left(2g + \frac{1}{SC}\right)\varphi' + \frac{\eta}{Sc}\varphi'' -$$

$$(4Ki - f')l - 8\frac{Ki}{\xi}\varphi + \xi(g'l - l'g) = 0 \quad (4.28)$$

Avec les conditions aux limites :

$$:\eta = 0\,; f' = 0\,;\ f + \xi g = 0\,;\ \ \theta - 1 = p\xi^{-1/2}\theta'\,;\ \varphi = 1\ ;\ g' =$$

$$0\ ;\ 2g + \xi\frac{\partial g}{\partial \xi} = 0\ ;\quad h - 1 = p\xi^{-1/2}h'\,;\quad l = 1 \quad (4.29)$$

$$\eta = \infty\ ;\ \ f' = 2\ ;\ \theta = 0\ ;\ f' = 2\ ;\ \varphi = 0\ ;\ g' = 0\ ;\ h =$$

$$0\ ;\ l = 0\ ; \quad (4.30)$$

Où

Les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur (nombre de Nusselt) et de transfert de masse (nombre de Sherwood) sont exprimés comme suit :

$$C_f = \frac{1}{2}f''(\xi,0)Re_x^{1/2} \quad (4.31)$$

$$Nu = -\frac{1}{2}\theta'(\xi,0)Re_x^{1/2} \quad (4.32)$$

$$Sh = -\frac{1}{2}\varphi'(\xi,0)Re_x^{1/2} \quad (4.33)$$

4.3. Résultats et discussions

Les résultats des effets du champ magnétique, de la réaction chimique et de la génération de la chaleur sur le transfert de masse et de chaleur par une convection mixte d'un fluide conjugué à une conduction pariétale tout au long d'un cylindre vertical creux avec une température et une concentration de surface uniformes sont obtenus à l'aide de la méthode différences finies pour le problème des valeurs aux limites Bvp4c de MATLAB, et sont présentés graphiquement sur les Figure (4.3) à (4.10).

ξ	Chen and Mucoglu [23]		Résultats présents	
	f"(ξ,0)	**-θ(ξ,0)**	**f"(ξ,0)**	**-θ(ξ,0)**
0	7.7126	0.9305	--	--
1	7.8871	1.1690	7.8785	1.1815
2	**8.3566**	**1.3747**	**8.3696**	**1.3750**
3	8.8125	1.5663	8.8233	1.5664
4	9.25557	1.7477	9.2501	1.7541

Tableau (4.1) Comparaison entre les taux de transferts de chaleur avec Pr=0.7; Ri=2.0

On conclut que notre code est valide suivant les valeurs trouvées et rapportées au tableau précédent.

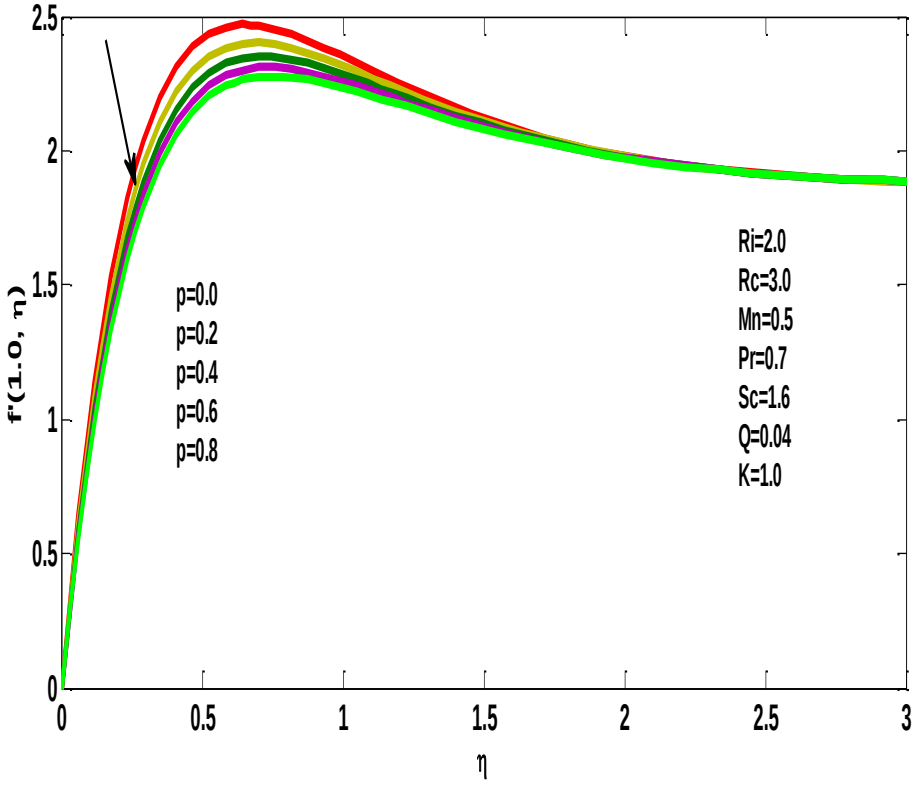
Les valeurs des paramètres utilisés dans cet essai sont :

- Nombre de Richardson Ri=2.0, et Rc=3.0,
- Nombre de Prandtl Pr=1.0, nombre de Schmidt Sc= 1.6,
- Paramètre de transfert conjugué P=0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8.
- Paramètre magnétique M=0.0, .0.4, 0.8, 1.0.

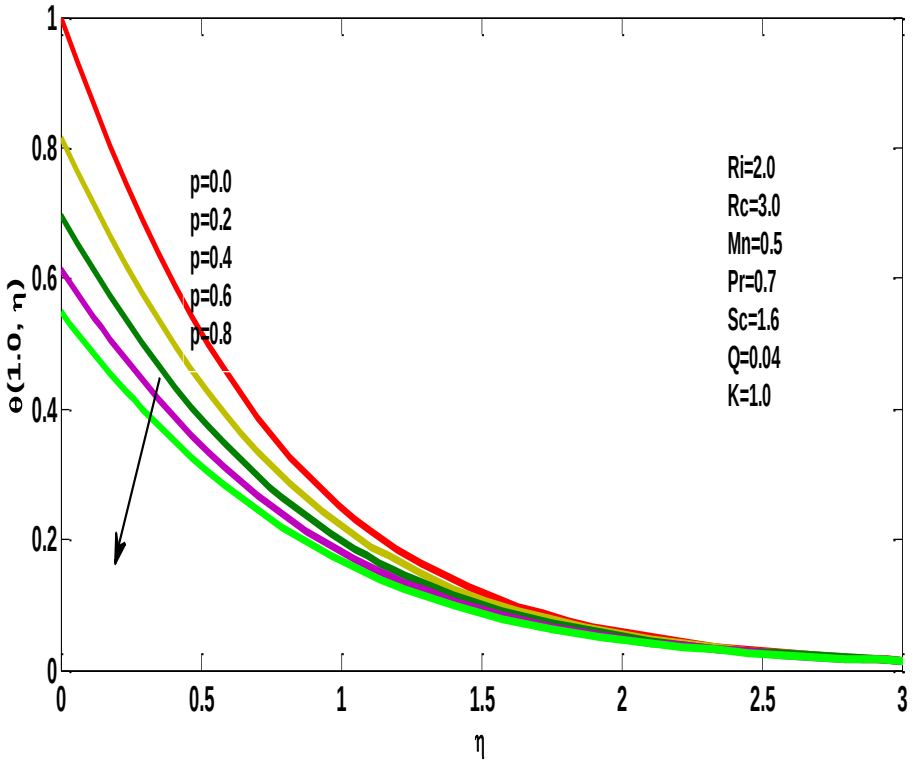
4.3.1. Effet du paramètre de transfert thermique conjugué p sur les profils adimensionnels de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c)

La figure (4.2.a), (4.2.b) et (4.2.c) montrent la variation de la vitesse, de température et de concentration avec différentes valeurs de paramètre de transfert thermique conjugué p, on observe que la vitesse diminue avec l'augmentation de p. Il faut noter aussi que la température et la concentration diminuent avec l'augmentation du paramètre de transfert thermique conjugué P.

(a)


f'(1.0, η)
η
p=0.0
p=0.2
p=0.4
p=0.6
p=0.8
Ri=2.0
Rc=3.0
Mn=0.5
Pr=0.7
Sc=1.6
Q=0.04
K=1.0

(b)


θ(1.0, η)
η
p=0.0
p=0.2
p=0.4
p=0.6
p=0.8
Ri=2.0
Rc=3.0
Mn=0.5
Pr=0.7
Sc=1.6
Q=0.04
K=1.0

(c)

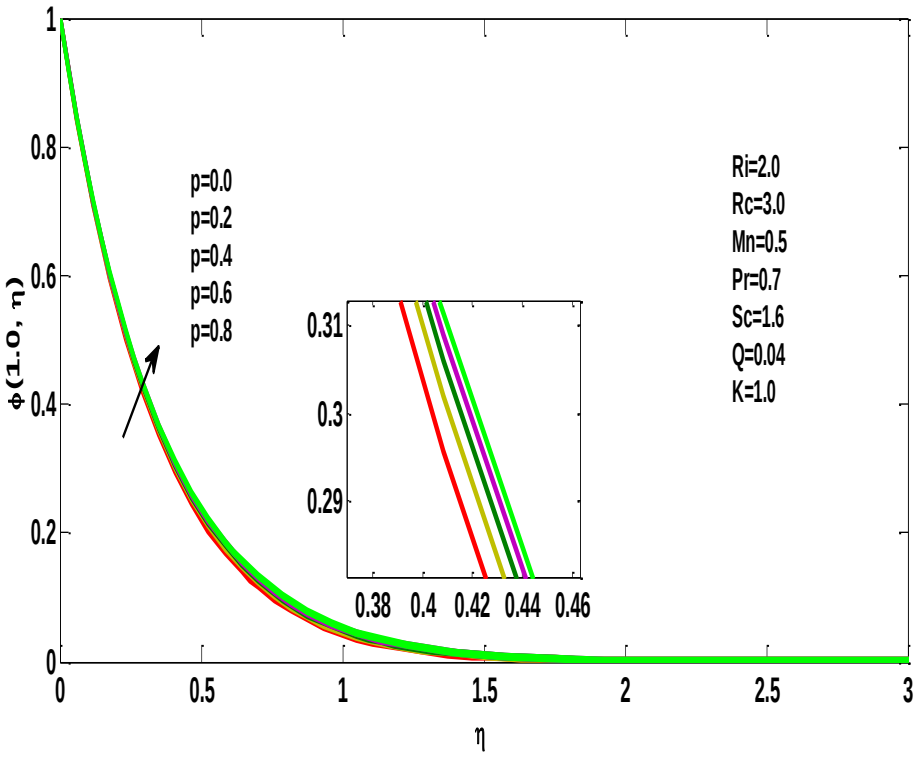


Fig. (4.2) Profils adimensionnels de vitesse (a), température (b) et concentration (c) pour différentes valeurs de **P** ($\xi = 1.0$, Mn=0.5, Q=0.04 and K=1.0)

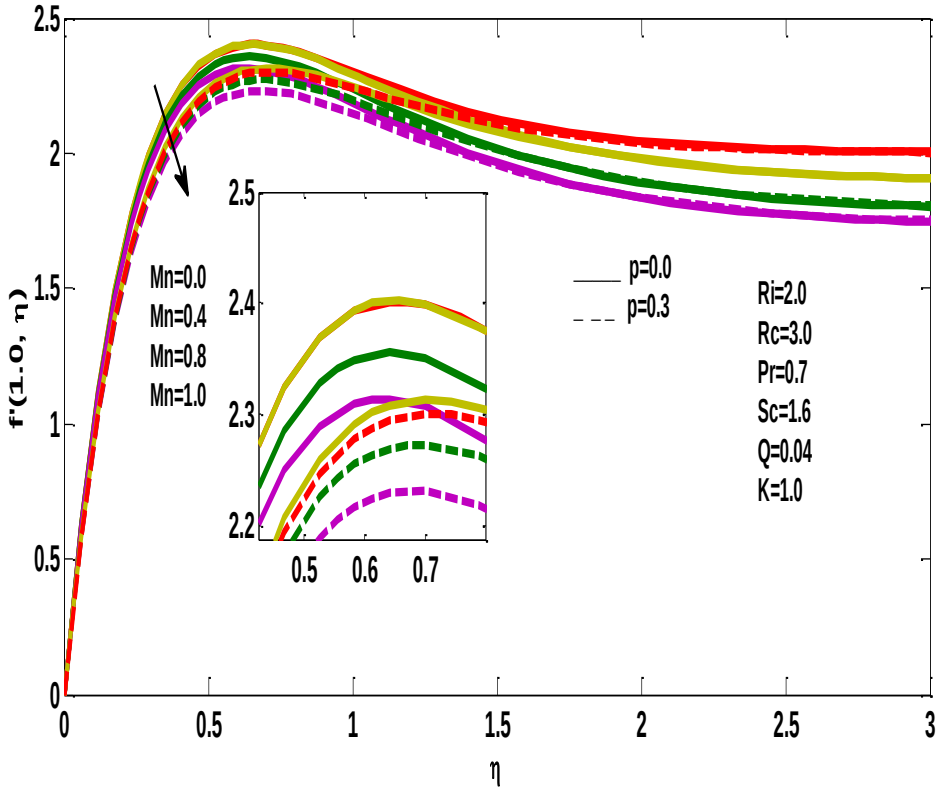
4.3.2. Effet du couplage de paramètre de champ magnétique et le paramètre p sur les profils adimensionnels de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c)

L'influence du champ magnétique sur le profil de vitesse, de température et de concentration sont illustrées sur la figure (4.3.a) - (4.3.c). Il est évident que le paramètre du champ magnétique M a un effet retardataire sur la vitesse de fluide. Ceci est à cause de l'existence de l'effet des forces opposées qui est la « force de Lorentz » et qui provoque une légère croissance de la couche limite thermique en la refoulant loin de la paroi, suivant la direction transversale.

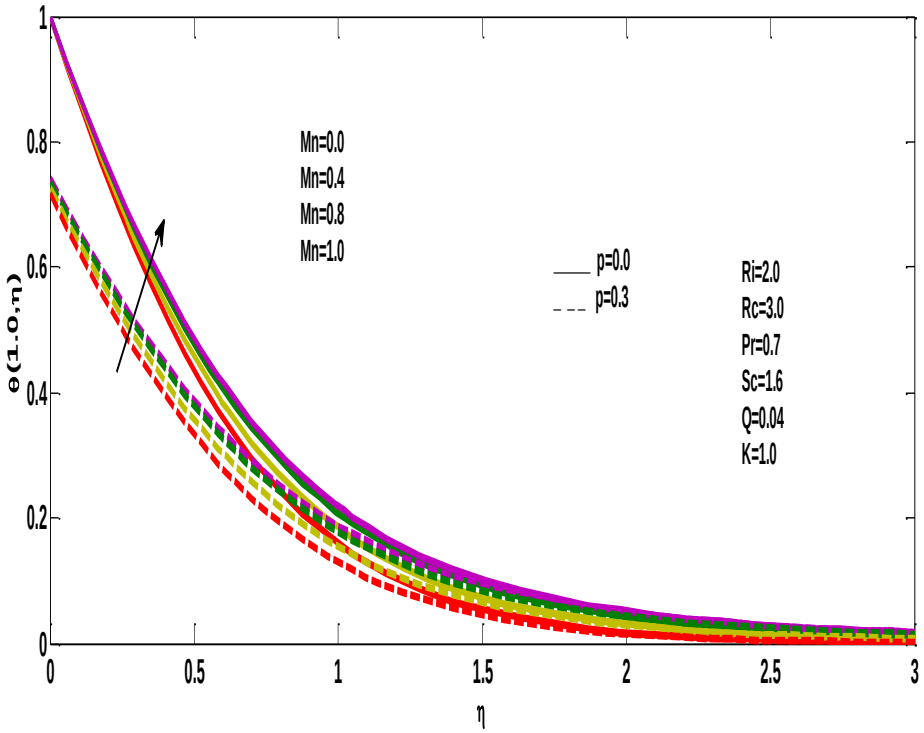
A partir de la figure (4.3.a), on constate que, la vitesse diminue avec l'augmentation des deux paramètres près de la paroi. Ainsi, en raison de l'augmentation du paramètre de transfert thermique conjugué, l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique augmente. La figure (4.3.b) illustre la variation de température en

fonction de variable de similarité, on perçoit que, la température augmente avec l'augmentation de *M* et *P*, donc l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique. La figure (4.3.c) représente la variation de concentration avec la variable η , à partir de cette figure, on constate que l'augmentation des deux paramètres entraîne une augmentation des profils de concentration. On peut conclure que, la présence de champ magnétique peut être considérée comme un outil pour réguler l'écoulement, transfert de chaleur et de masse.

(a)



(b)



(c)

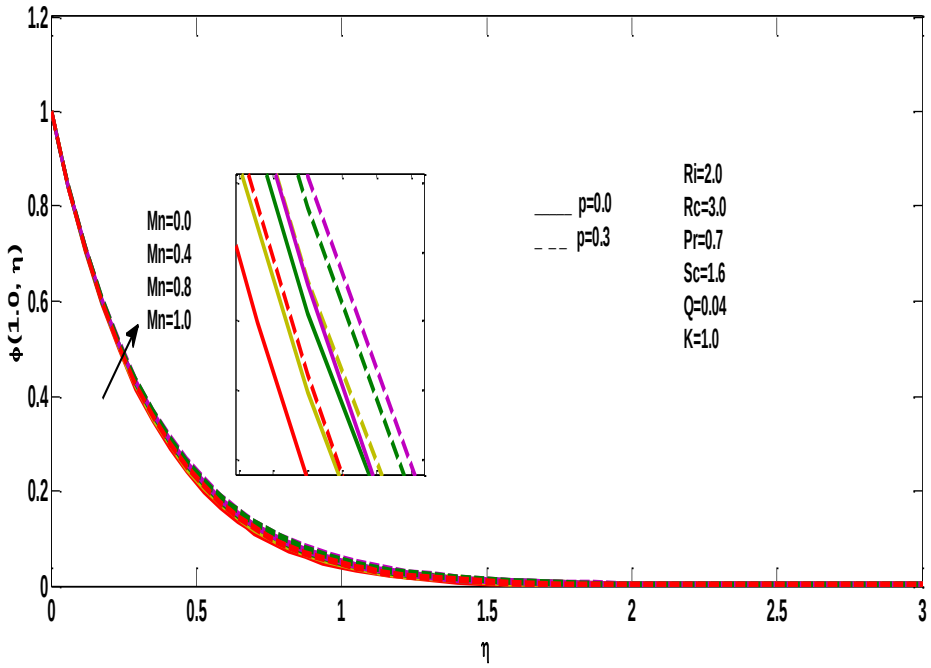


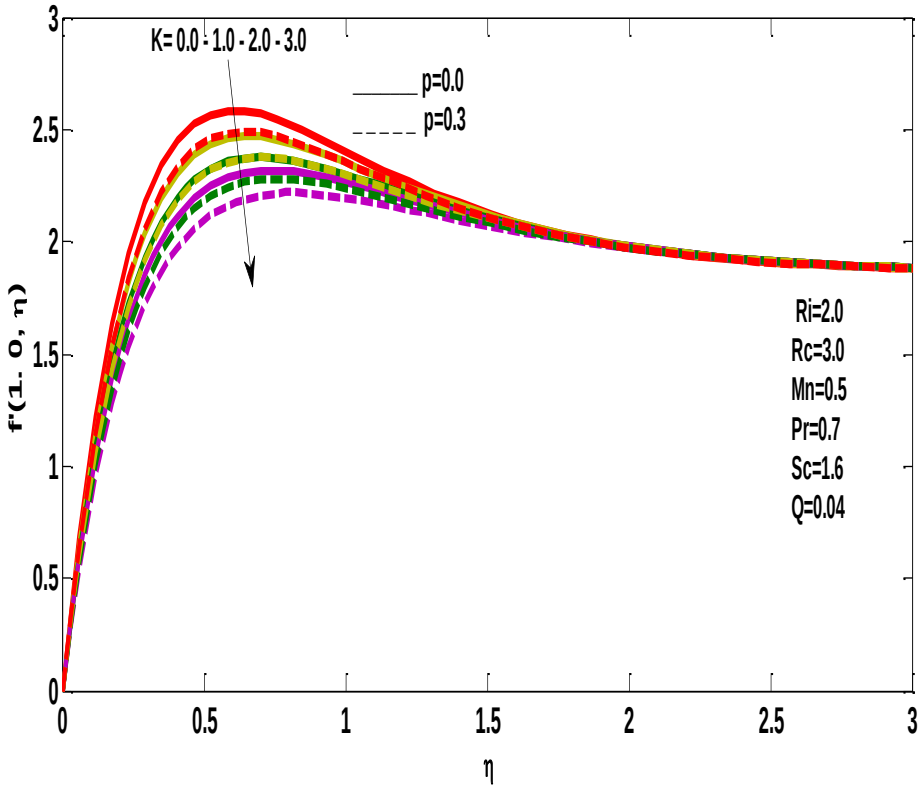
Fig (4.3) Profils adimensionnels de vitesse(a), de température (b) et de concentration(c) pour différentes valeurs de M (Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. - Sc = 1.6 –K=1.0 – Q=0.04 et ξ=1.0)

4.3.3. Effet de couplage du paramètre de la réaction chimique K et le paramètre p sur les profils adimensionnels de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c)

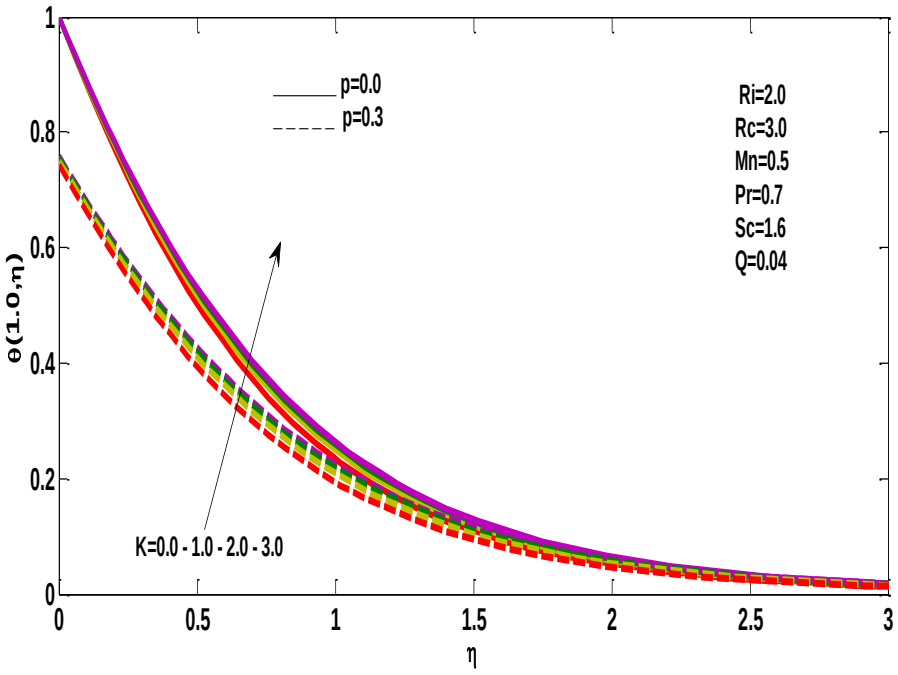
Les figures (4.4. a), (4.4.b) et (4.4.c) présentent des profils adimensionnels de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c), pour différentes valeurs du paramètre de réaction chimique K, et du paramètre de transfert thermique conjugué p,

La figure (4.4.a) et (4.4.c) montrent que l'augmentation des deux paramètres K et p s'accompagne d'une diminution de la vitesse et de la concentration. Tandis que l'effet du paramètre de réaction chimique est significatif dans le profil de température présenté par la figure (4.4.b), la température augmente avec l'augmentation du paramètre K et diminue avec l'augmentation du paramètre p.

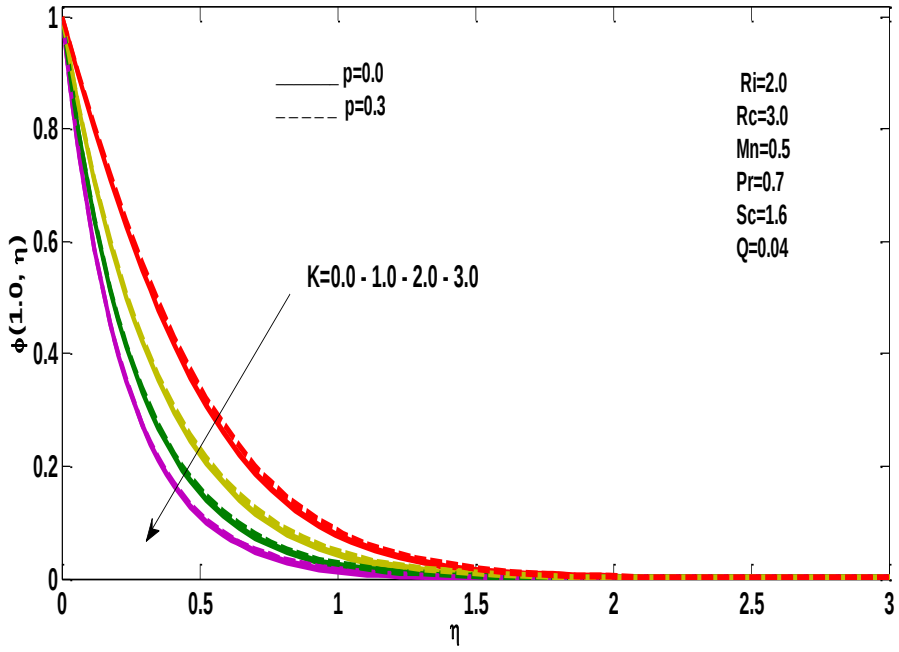
(a)



(b)


p=0.0
p=0.3
Ri=2.0
Rc=3.0
Mn=0.5
Pr=0.7
Sc=1.6
Q=0.04
K=0.0 - 1.0 - 2.0 - 3.0
θ(1.0,η)
η
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0.5
1.5
2
2.5
3

(c)



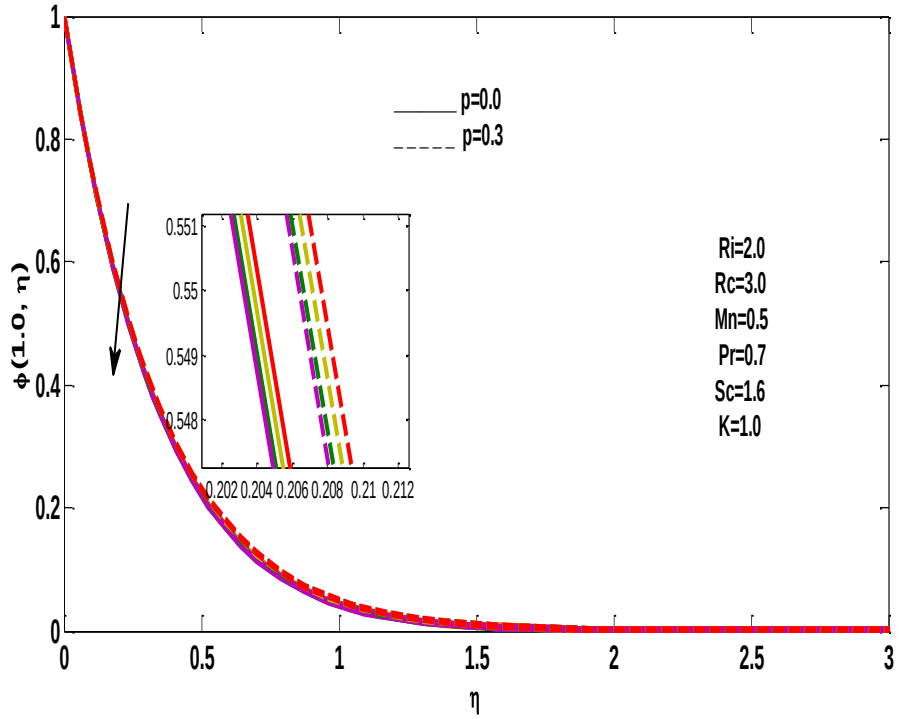


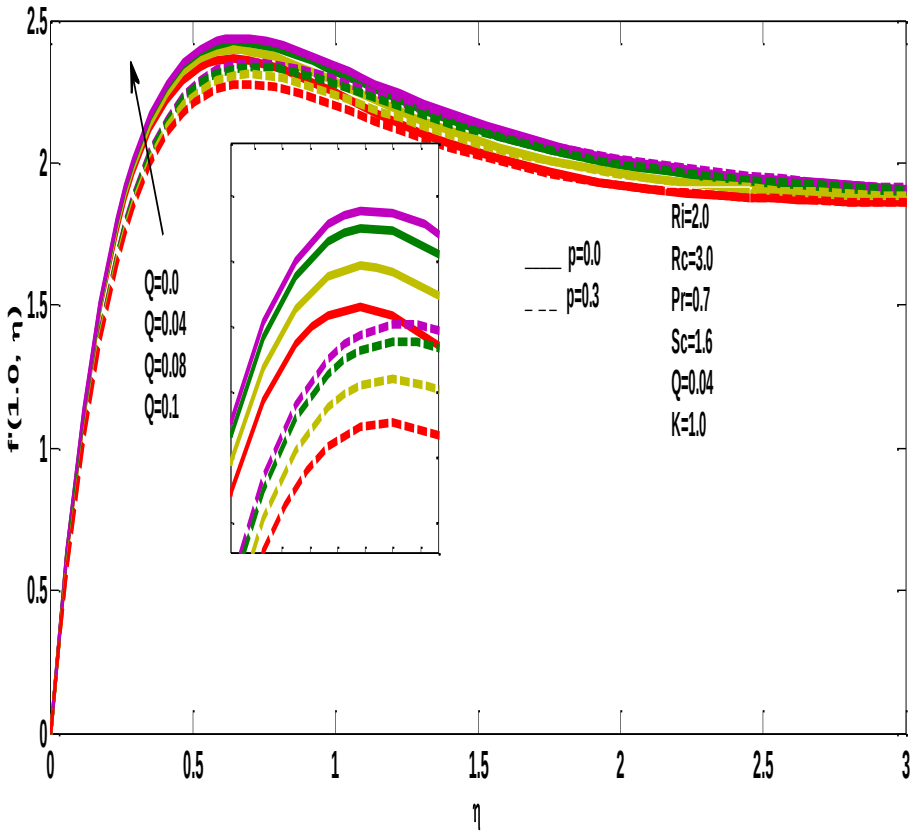
Fig (4.4) Profils adimensionnels de vitesse(a), de température (b) et de concentration(c) pour différentes valeurs de K (Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. - Sc = 1.6 – Q=0.04 et ξ=1.0)

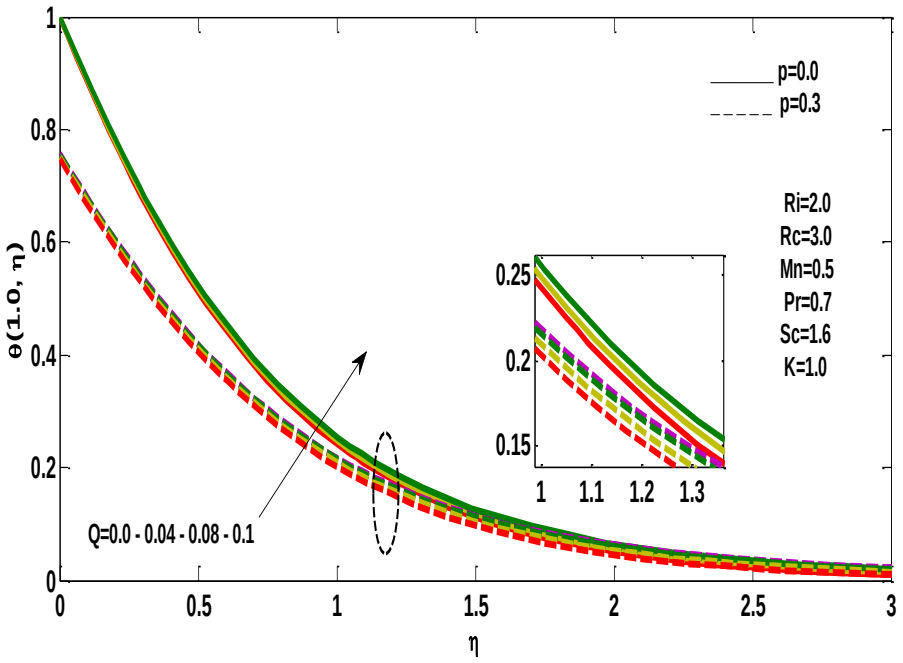
4.3.4. Effet du paramètre de la génération d'énergie Q et le paramètre p sur les profils adimensionnels de vitesse (a), de température (b) et de concentration (c)

Les figures (4.5.a) - (4.5.c) illustrent l'influence du paramètre de génération d'énergie Q et le paramètre de transfert thermique conjugué p sur les profils de vitesse, de température et de concentration.

D'après la figure (4.5.a), on constate que la vitesse augmente avec l'augmentation de Q et diminue avec l'augmentation de p. La figure (4.5.b) montre clairement que la température augmente avec l'augmentation de Q et diminue avec l'augmentation de p. Tandis que le profil de concentration diminue avec l'augmentation des deux paramètres Q et p, figure (4.5.c) .

(a)

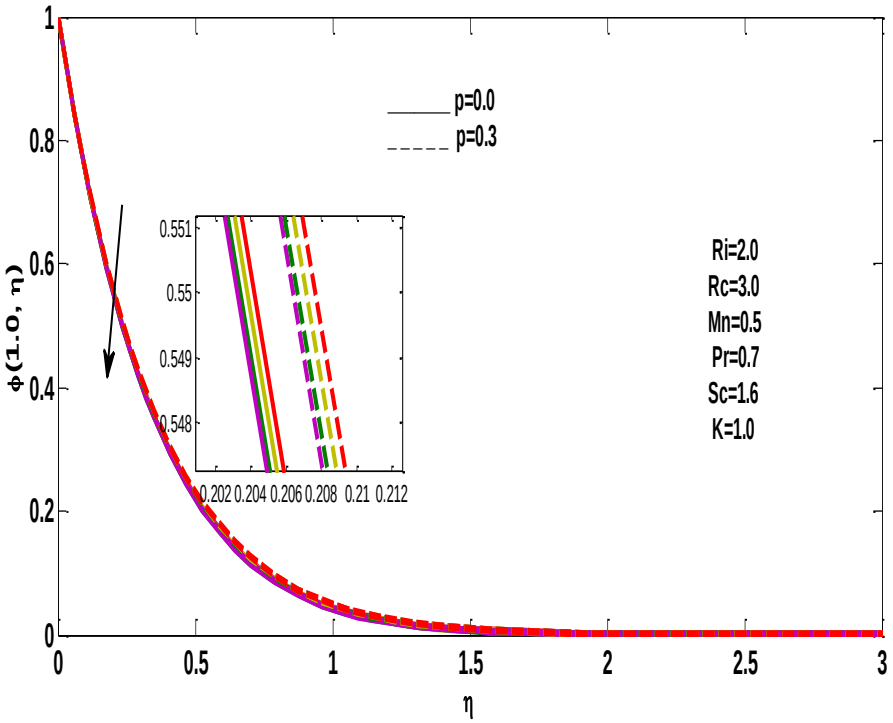




(b)

(c)

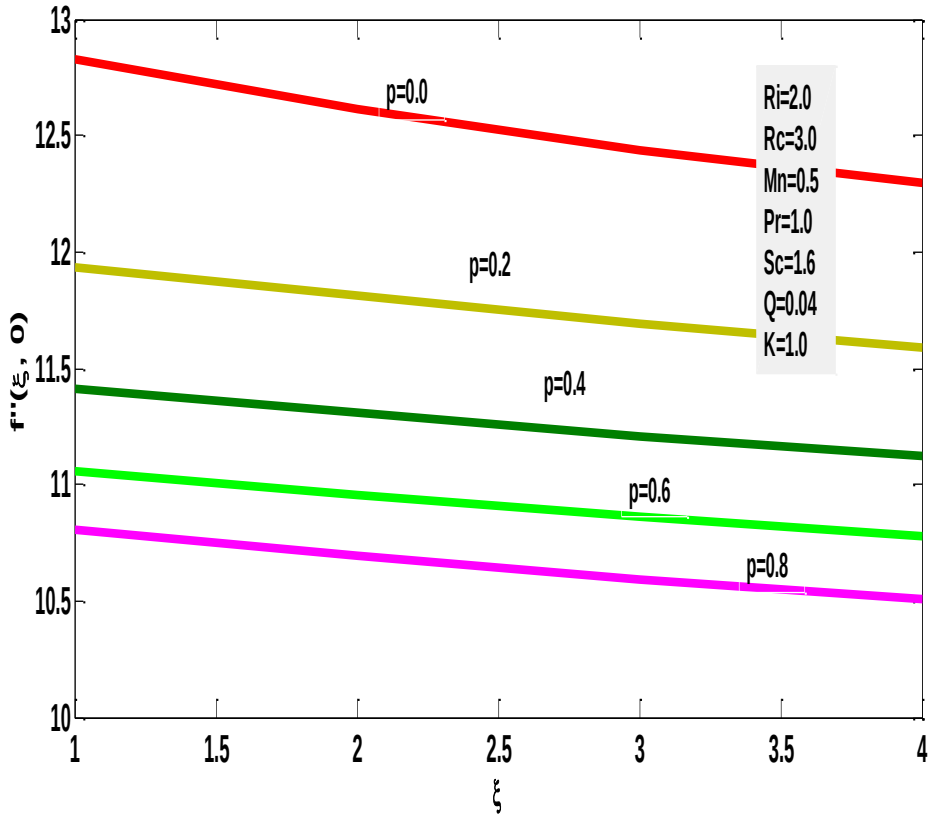
Fig (4.5) Profils adimensionnels de vitesse(a), de température (b) et de concentration(c) pour différentes valeurs de Q (Ri= 2.0 - Rc=3.0- Pr=0.7. Sc = 1.6 – K=1.0 et ξ=1.0)



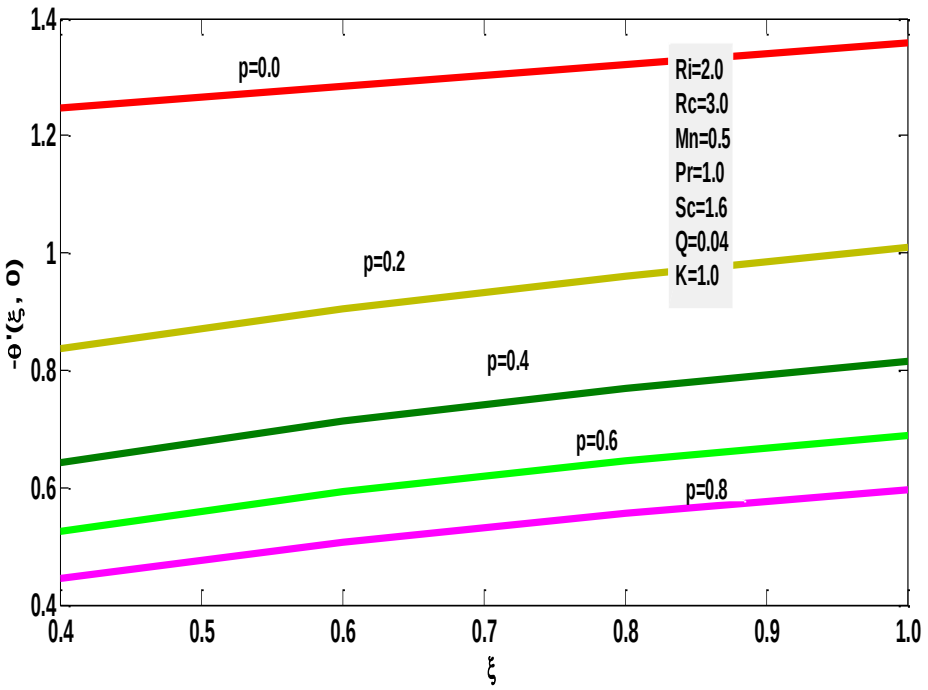
4.3.5 L'effet du paramètre de transfert thermique conjugué p sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c)

L'effet du paramètre de transfert thermique conjugué P sur les paramètres locaux de frottement (a), de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) sont représentés sur les figures (4.6.a), (4.6.b) et (4.6.c), respectivement. On remarque qu'une augmentation du paramètre de transfert thermique conjugué p entraîne une diminution du frottement local (a), du transfert de chaleur local (b) et du transfert de masse local (c).

(a)



(b)



(c)

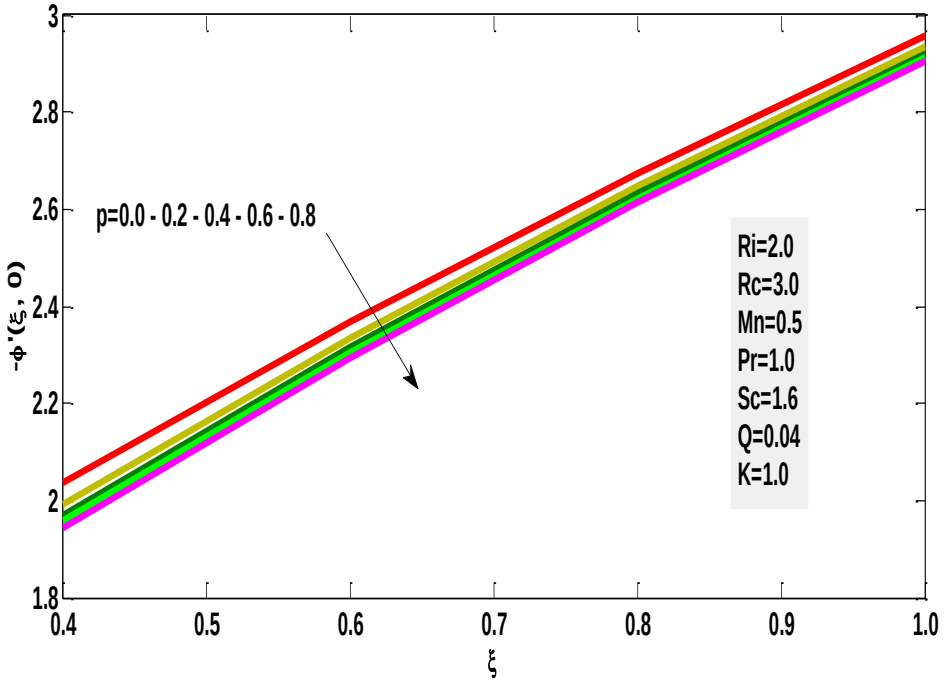
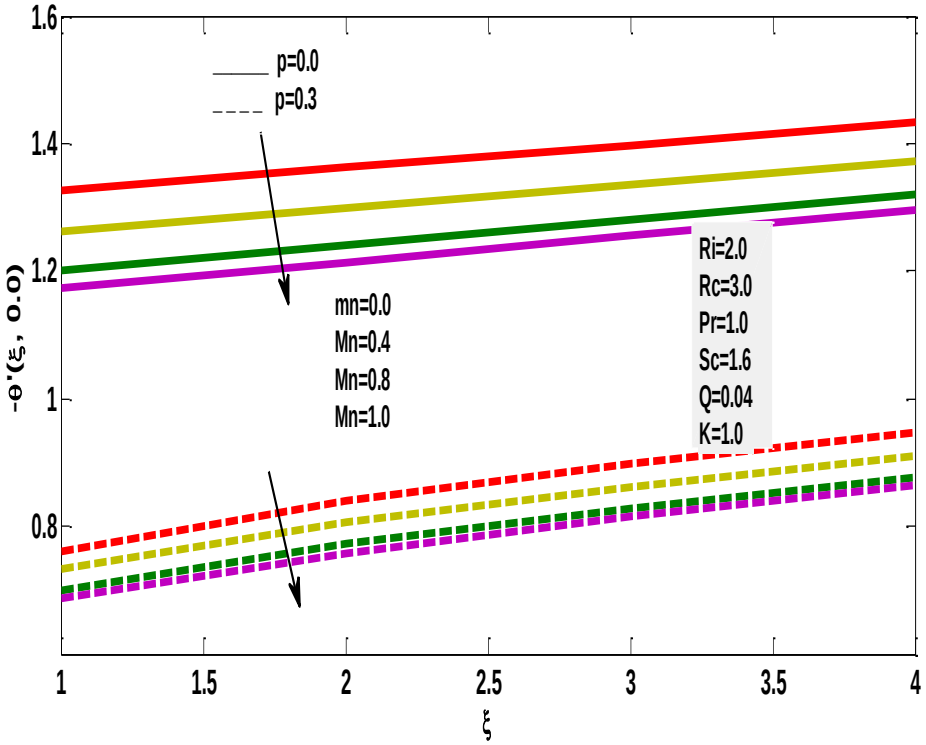


Fig (4.6) L'effet du paramètre de transfert thermique conjugué p sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) (Ri=2.0, Rc=3.0, Mn=0.5, Pr=1.0, Sc=1.6, Q=0.04 et K=1.0)

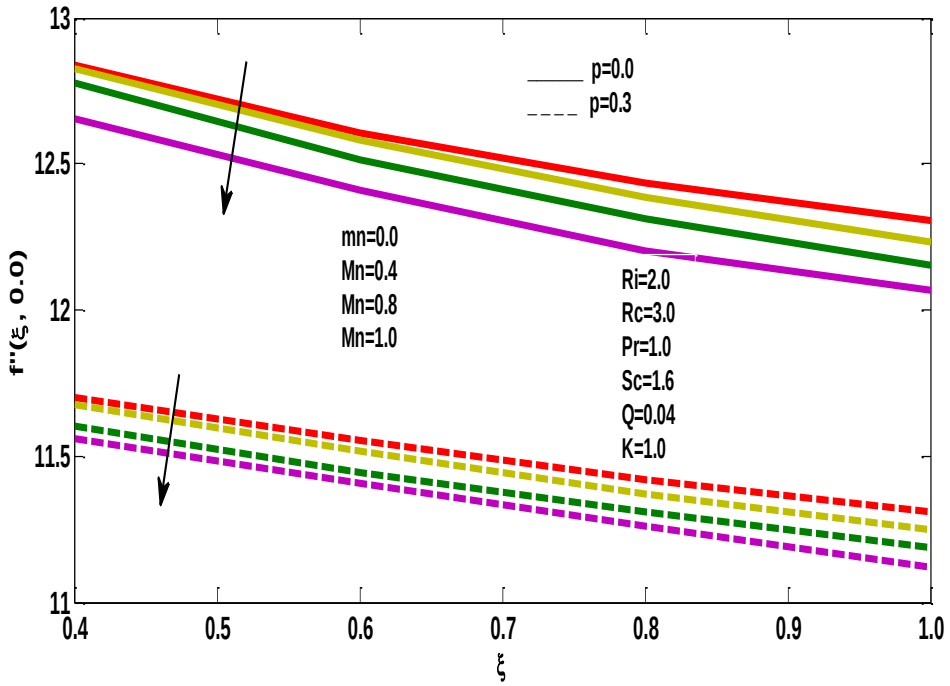
4.3.6. Effet de couplage du paramètre de champ magnétique M et le paramètre p sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c)

L'influence de couplage du paramètre de champ magnétique *M* et le paramètre de transfert thermique conjugué p sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) sont illustrés aux figures (4.7.a), (4.7.b) et (4.7.c). On observe qu'une augmentation des deux paramètres le champ magnétique *M* et le paramètre de transfert thermique conjugue p entrainent une diminution du frottement local et on voit à partir de la figure (4.7.b) que le transfert de chaleur local ainsi que le transfert de masse local diminuent avec l'augmentation du paramètre de champ magnétique M et l'augmentation du paramètre de transfert thermique conjugué p.

(a)



(b)



(c)

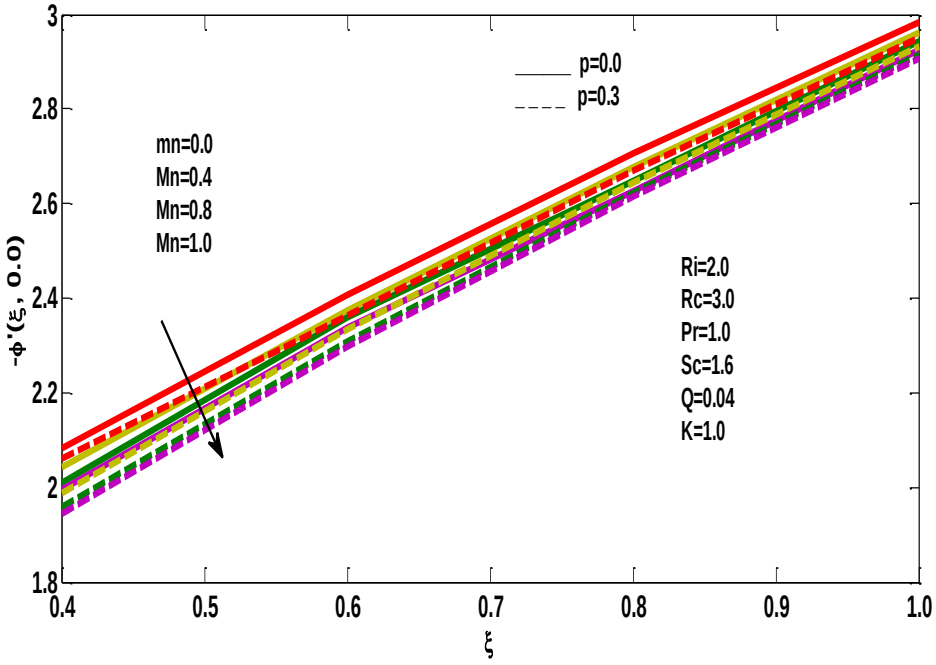


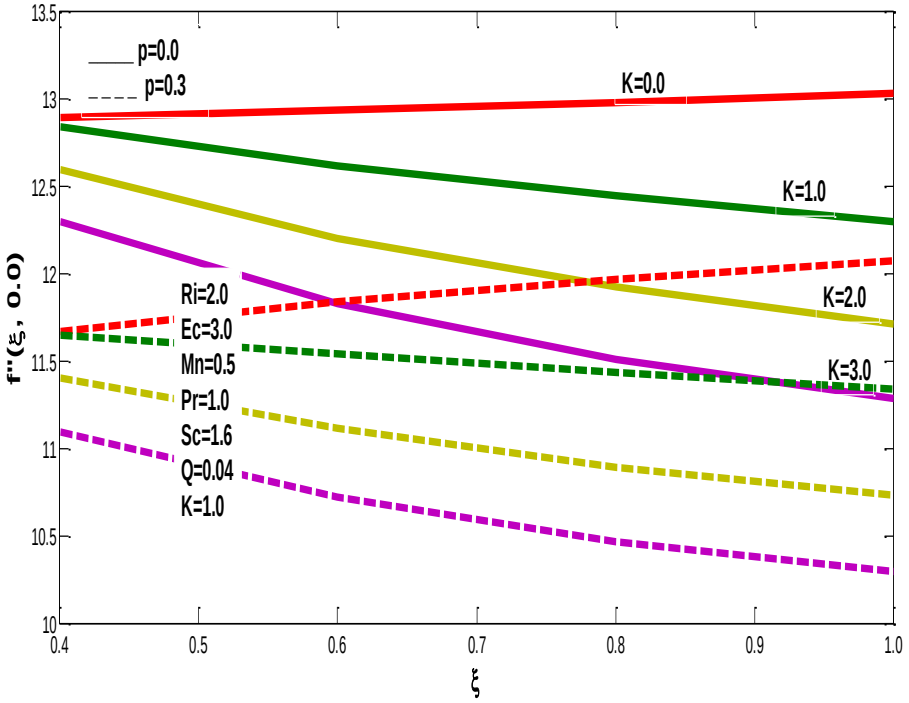
Fig (4.7) L'effet du couplage de paramètre de champ magnétique **M** et le paramètre de transfert thermique conjugué **p** sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) (Ri=2.0, Rc=3.0, Pr=1.0, Sc=1.6, Q=0.04 et K=1.0)

4.3.7. Effet de couplage de paramètre de réaction chimique K et le paramètre de transfert thermique conjugué p sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c)

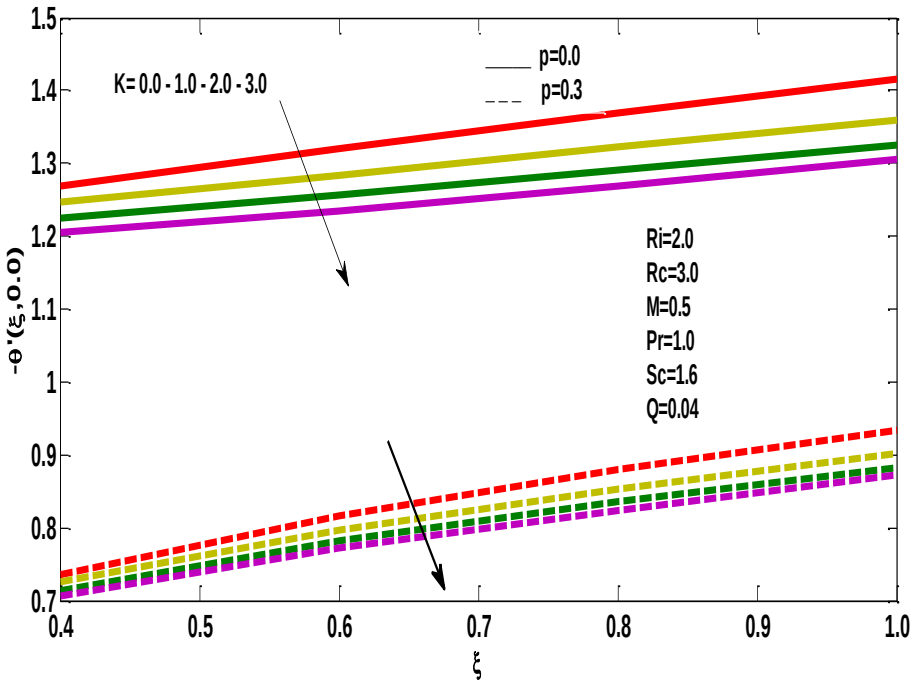
Les figures (4.8.a), (4.8.b) et (4.8.c) illustrent l'influence du couplage de paramètre de la réaction chimique K et le paramètre de transfert thermique conjugué P sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c), respectivement. Il est clair que les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) diminuent à mesure que le paramètre de la réaction chimique K augmente et que le paramètre de transfert thermique conjugué P augmente.

La figure (4.8.c) illustre que l'augmentation du parametre de réaction chimique K conduit à une augmentation du transfert de masse, et l'augmentation du parametre de transfert thermique conjugué P entraine une légere diminution du transfert de masse .

(a)



(b)



(c)

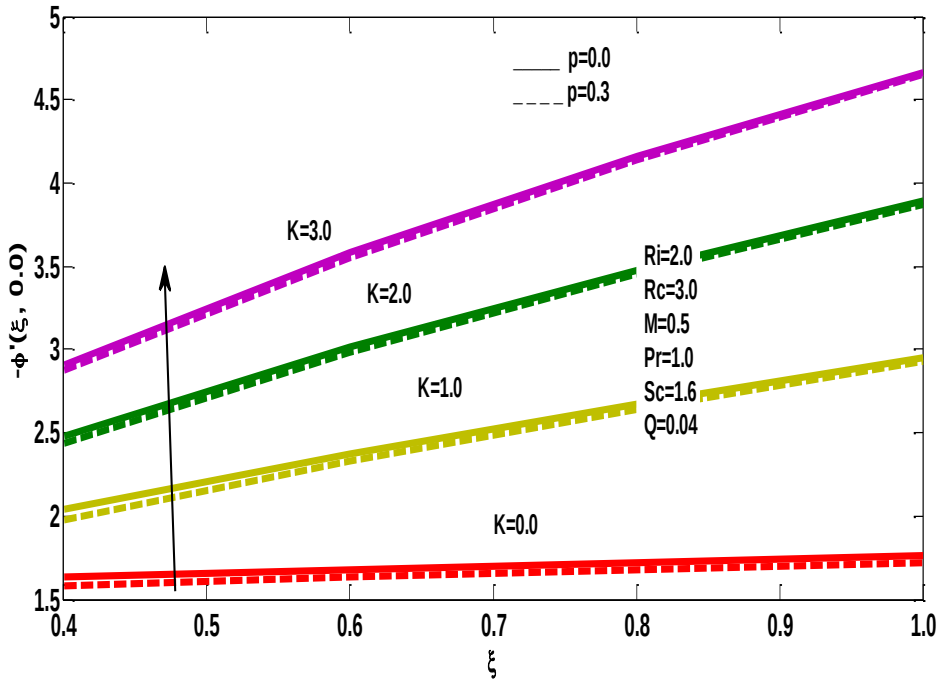
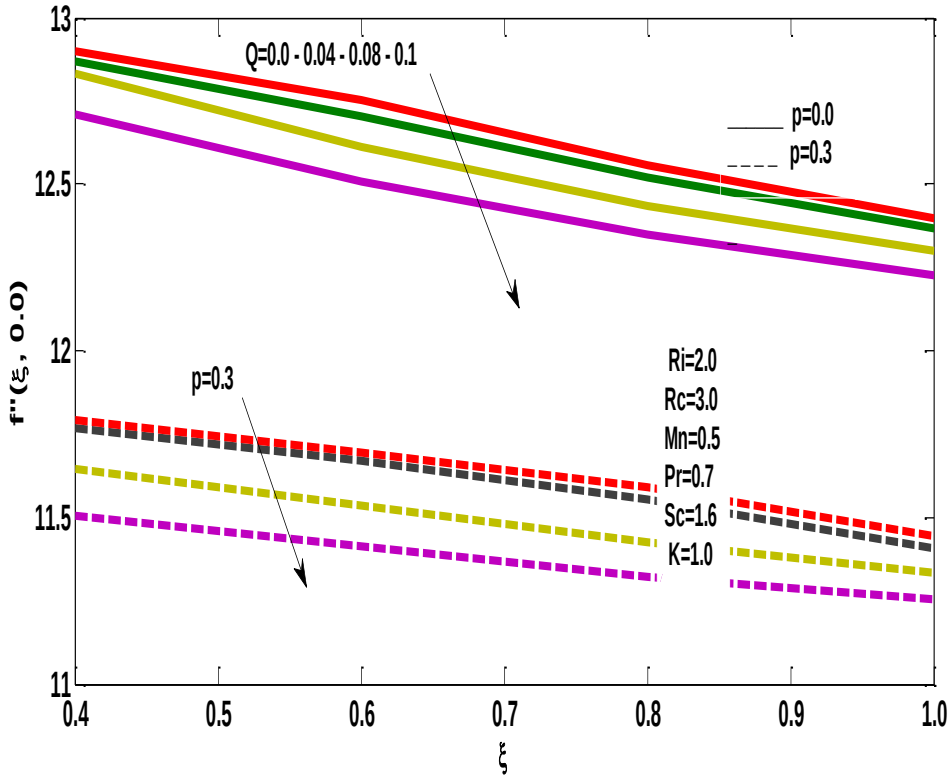


Fig (4.8) L'effet du couplage de paramètre de réaction chimique K et le paramètre de transfert thermique conjugué **p** sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) (Mn=0.5,Ri=2.0, Rc=3.0, Pr=1.0, Sc=1.6 et Q=0.04).

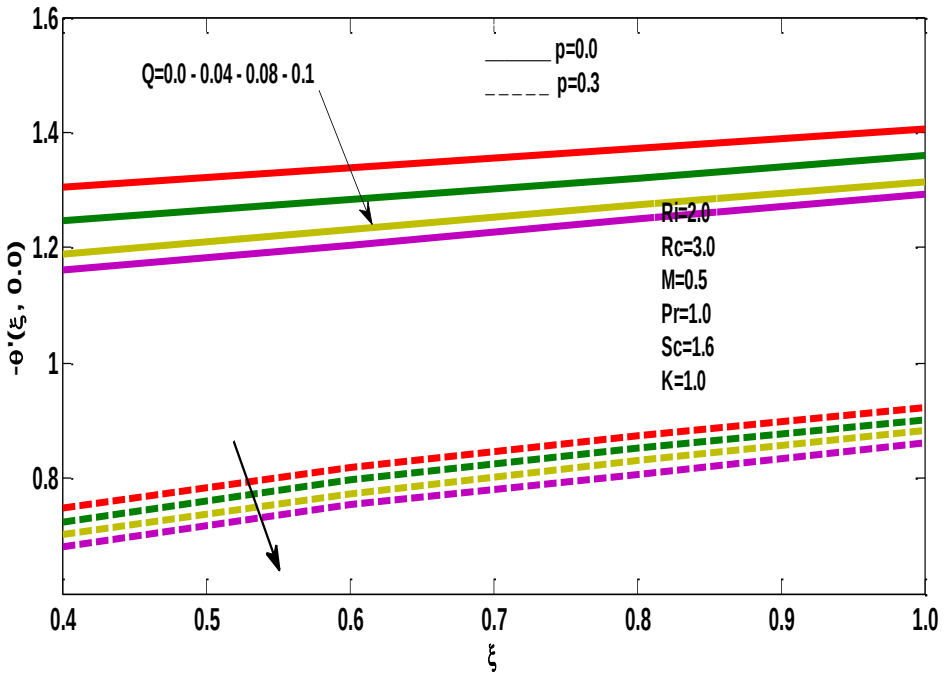
4.3.8. Effet de couplage de paramètre de génération d'énergie Q et le paramètre de transfert thermique conjugué p sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c)

Les figures (4.9.a), (4.9.b) et (4.9.c) révèlent l'effet du couplage de paramètre de génération d'énergie Q sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c), respectivement. On observe à partir de ces figures que l'augmentation de la valeur des deux paramètres, celui de génération d'énergie Q entraînent la diminution du frottement local, de transfert thermique local et le transfert de masse local .Cependant, le transfert de masse local tend à diminuer légèrement en raison de l'augmentation du paramètre de transfert thermique conjugué p.

(a)



(b)



(c)

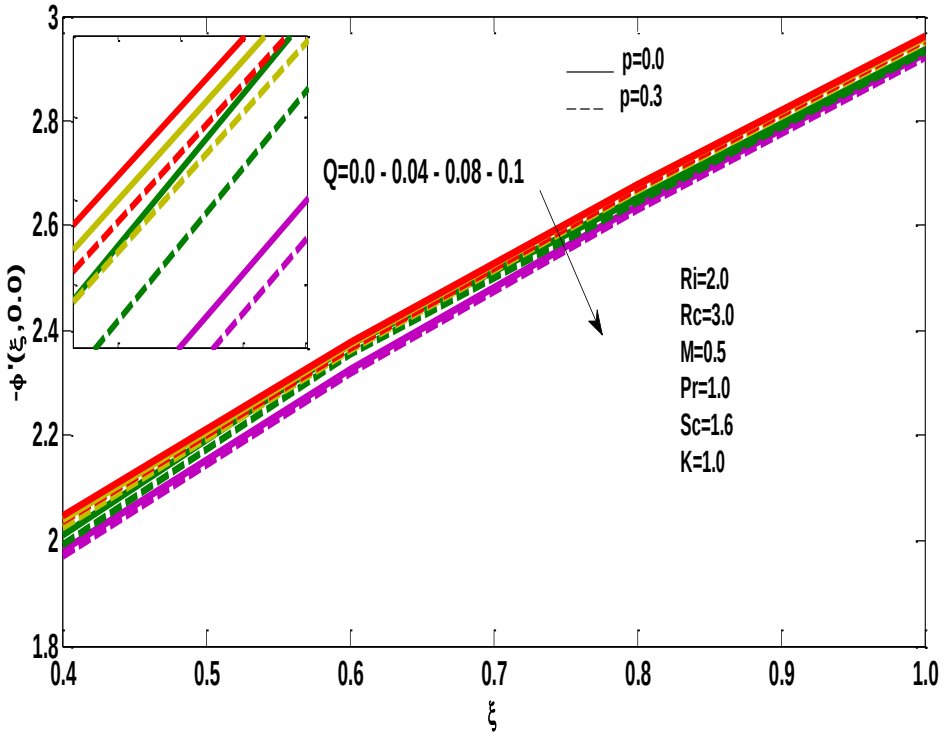


Fig (4.9) L'effet du couplage de paramètre génération d'énergie Q et le paramètre de transfert thermique conjugué p sur les paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) (Mn=0.5,Ri=2.0, Rc=3.0, Pr=1.0, Sc=1.6 et K=1.0).

4.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, une analyse numérique des effets du champ magnétique, de la réaction chimique et de génération d'énergie sur le transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide le long d'un cylindre vertical creux en prenant en considération la conduction à travers le mur du cylindre. Les équations partielles différentielles sont transformées en équations différentielles ordinaires en utilisant la solution de non-similarité locale et résolues numériquement en utilisant MATLAB avec le solveur bvp4c. Les résultats de cette étude sont résumés comme suit :

- ✓ Les paramètres locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse diminuent avec l'augmentation du paramètre de transfert de chaleur conjugué, le paramètre de champ magnétique et le paramètre de génération d'énergie.

- ✓ Le paramètre de réaction chimique augmente le paramètre local de transfert de masse et diminue les paramètres locaux de frottement et de transfert thermique.

- ✓ L'augmentation des paramètres du champ magnétique et de génération d'énergie diminuent les profils de température.

- ✓ La concentration diminue avec l'augmentation du paramètre de transfert thermique conjugué, le paramètre de champ magnétique et de la réaction chimique et augmente avec l'augmentation du paramètre de la génération d'énergie.

- ✓ La vitesse diminue avec l'augmentation du champ magnétique et la réaction chimique et augmente avec l'augmentation du paramètre de la génération d'énergie.
  .

Conclusion générale

Conclusion générale

Conclusion générale

Le présent travail porte sur l'étude numérique des effets du champ magnétique, de la réaction chimique et de la génération de chaleur sur le transfert de masse et de chaleur conjugué par convection mixte d'un fluide autour d'un cylindre vertical creux.

Ces dernières années, un intérêt croissant s'est manifesté pour l'étude des écoulements magnétohydrodynamique de la convection mixte couplé à la conduction. Cet intérêt se mesure par l'importance de la littérature sur ce sujet et se justifie par la diversité des configurations tant scientifiques qu'industrielles. Avec une telle bibliographie aussi riche et diversifiée tant par les développements théoriques que par les expériences ; tant par l'écoulement convectif couplé à l'effet du champ magnétique que par la convection mixte seulement. On a constaté qu'une grande partie de la littérature existante s'est intéressé seulement aux plaques verticales et aux plaques légèrement inclinées où l'écoulement est connu, mais pour des conduites cylindriques peu de travaux sont apparus.

Alors, il nous est apparu indispensable de combler ce manque de travaux pour d'autres géométries, en mettant en évidence un cylindre vertical creux avec une épaisseur bien déterminée afin de considérer la conduction axiale au niveau du mur de cylindre, en élaborant :

- Un nouveau modèle physique capable de décrire plus correctement les phénomènes physiques ayant lieu.
- Un modèle mathématique approprié décrivant le phénomène de couplage de convection mixte et conduction, et la magnétohydrodynamique sous l'effet de réaction chimique et de génération d'énergie.

Les équations de la couche limite régissant le flux sont réduites à des équations de non-similitude locales en introduisant des variables adimensionnelles qui sont résolues numériquement en utilisant MATLB dans le solveur bvp4c (Boundary value problem).

Conclusion générale

La variation de la distribution de vitesse de température et de concentration ainsi que les coefficients locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse sont présentés graphiquement pour mettre en évidence l'influence de champ magnétique, de la réaction chimique et de la génération de chaleur.

Les résultats de cette étude sont résumés comme suit:

- ✓ Le paramètre magnétique diminue les profils de vitesse et, inversement, augmente chacun des profils de température et de concentration. D'autre part, une augmentation du paramètre de champ magnétique Mn améliore le frottement local.
- ✓ Une augmentation du nombre de Richardson entraîne une augmentation du profil de vitesse et une diminution de l'épaisseur de la couche limite de température et de concentration.
- ✓ Les paramètres locaux de frottement cutané, de transfert de chaleur local et de transfert de masse local augmentent avec l'augmentation de la force de flottabilité.

Bien que les principaux résultats présentés dans ce travail forment un ensemble cohérent, d'autres sujets de recherches ultérieures devront être menées afin élucider, en particulier :

- ✓ L'écoulement d'un fluide non Newtonien : les fluides viscoélastiques - les nano-fluides….
- ✓ Analyse de la structure d'écoulement de convection mixte tridimensionnelle, D'autres couplages peuvent être ajoutés à cette étude du phénomène de transfert de chaleur couplé convection-conduction-rayonnement dans un conduit cylindrique vertical.
- ✓ Prendre en compte l'effet d'inclinaison du cylindre. Il serait aussi intéressant de considérer le cas d'un cylindre en rotation.
- ✓ Vérification des résultats obtenus par voie expérimentale.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

[1] Padet, J., *Principe Des Transferts Convectifs*, 1 Edition Polytechnica, Paris. St, 1997, p 272.

[2] Kreith F., *Transmission De Chaleur Et Thermodynamique*, Edition Masson, Paris, 1967, p 654.

[3] Bejan, A., *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons, 2013.

[4] Holman J. P, *Heat Transfer*, Mc Graw Hill, Boston, 2010.

[5] Thirumaleshwar. M, *Fundamentals Of Heat And Mass Transfer*, Pearson Education India, 2009.

[6] Raithby, G.D. and G.T. Hollands, *Natural convection, in Handbook of HeatTransfer*, McGraw-Hill: New York, 1988.

[7] Rohsenow, W.M., J.P. Hartnett, and E.N. Ganic, *Handbook Of Heat Transfer Fundamentals* (2nd Edition). United States: Mcgraw-Hill Book Co., New York, NY, 1985.

[8] Bolter L. M. K., Gordon H. S. and Griffin J. R, *Free Evaporation into Air Of Water From Free Horizontal Quiet Surface*. Industrial Engineering Chemistry, Volume. 38, N° 6, 1946, p 596600.

[9] Maters W. G., Madden A. J. and Piret E.L, *Simultaneous Heat And Mass Transfer In Free Convection*. Fluid Mechanics In Chemical Engineering, Volume 49, N° 6, 1957, pp 961-968.

[10] Gill, W.N., D.W. Zeh, and E. Del Casal, *Free Convection On A Horizontal Plate*.Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik (ZAMP), **16**(4), 1965, pp 539-541.

[11] Huang C. C., Yan W. M. Et Jang J. H, *Laminar Mixed Convection Heat And Mass Transfer In Vertical Rectangular Ducts With Film Evaporation And Condensation*. Int. J. Heat Mass Transfer, Volume 48, 2005, pp 1772–1784.

Références bibliographiques

[12] Lee K. T, Tsai H. L. and Yan W. M, *Mixed Convection Heat And Mass Transfer In Vertical Rectangular Ducts*. Int. J. Heat And Mass Transfer, Volume 40, 1997, pp 1621-1631.

[13] Hussein. A.K, *Mixed Convection In Cylinders* -A Comprehensive Overview And Understanding, J. Basic. Appl. Sci. Res., 3(10), 2013, pp 328-338.

[14] Welty, J.R., Wicks. C.E., and Wilson. R.E., *Fundamentals of momentum, heat, and mass transfer*, New York: John Wiley & Sons, Inc, 1969.

[15] Schmidt, E. And Beckmann. W, *Das Temperatur-Und Geschwindigkeitsfeld Von Einer Warme Abgebendensenkrechten Platte Bei Naturlicher Konvektion.* Forsch-Ing-Wes.1, 1930 (391).

[16] Ostrach. *An Analysis Of Laminar Free-Convection Flow And Heat Transfer About A Flat Plate Parallel To The Direction Of The Generating Body Force*. NACA TN- 1111, 1953, pp 63-78.

[17] Sparrow, E.M. And Gregg. J.L, *Laminar Free Convection From A Vertical Plate With Uniform Surface Heat Flux*. Transaction Of The A.S.M.E, 78, 1956. P. 435-440.

[18] Mai Ton Hoang, Zebiri R, Lorenzo T, *Convection Mixte En Régime Transitoire De Couche Limite Laminaire Sur Une Plaque Verticale*, C. R. Acad. Sci. Paris, T.329, Série II B, 2001, pp 627-631.

[19] Nawaf H. Saeid, *Mixed Convection Flow Along A Vertical Plate Subjected To Time-Periodic Surface Temperature Oscillations*, Int. J. Thermal Sciences 44, 2005, pp 531-539.

[20] Hsiao-Tsung Lin, Kuo-Yeu Wu and Huey-Ling Hoh, *Mixed Convection From An Isothermal Horizontal Plate Moving In Parallel Or Reversely To A Free Steam*, Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 36, No. 14, 1993, pp. 3547-3554.

Références bibliographiques

[21] Lin T. F., Chang C. G. and Yan W. M, *Analysis Of Combined Buoyancy Effects Of Thermal And Mass Diffusion On Laminar Forced Convection Heat Transfer In A Vertical Tube*. J. Heat Transfer, Volume 110, 1988, pp. 337-344.

[22] Shenoy. A. V, *Laminar Mixed Convection Heat Transfer From An Isothermal Inclined Flat Plate To Power Law Fluids*, Aiche Journal .Vol.30, No. 5 .1984.

[23] Chen. T.S, Mucoglu. A, *Buoyancy Effects On Forced Convection Along A Vertical Cylinder*, ASME J. Heat Transfer, 97, 1975, pp 198-203.

[24] Mucoglu. A, T.S Chen, *Buoyancy Effects On Forced Convection Along A Vertical Cylinder With Uniform Surface Heat Flux*, ASME J. Heat Transfer, 98, 1976, pp 523-525.

[25] Takhar. H.S, Chamkha .A.J, Nath. G, *Combined Heat And Mass Transfer Along A Vertical Moving Cylinder With A Free Stream*, Heat And Mass Transfer, 36, 2000, pp 237-246.

[26] Patil .P.M, Pop. I, *Unsteady Mixed Convection Flow From A Slender Cylinder Due To Impulsive Change In Wall Velocity And Temperature*, Thermal Science, 17, 2013, pp 1023-1034.

[27] Ganesan. P , Loganathan.P, *Unsteady Natural Convective Flow Past A Moving Vertical Cylinder With Heat And Mass Transfer*, Heat And Mass Transfer, 37, 2001, pp 59-65.

[28] Lee. S.-L, Chen. T, Armaly. B.F, *Mixed Convection Along Vertical Cylinders And Needles With Uniform Surface Heat Flux*, Journal Of Heat Transfer, 109, 1987, pp 711-716.

[29] Chen. T, Yuh. C, *Combined Heat And Mass Transfer In Natural Convection Along A Vertical Cylinder*, International Journal Of Heat And Mass Transfer, 23, 1980, pp 451-461.

Références bibliographiques

[30] Kumar. R, Alam.. M.A.K, *Laminar Thermal Convection Between Vertical Coaxial Isothermal Cylinders*, International Journal Of Heat And Mass Transfer, 1991, Vol. 34, pp.513-524.

[31] Vahl Davis. G. De, Thomas. R.W, *Natural Convection Between Concentric Vertical Cylinders, High Speed Computing In Fluid Dynamics*, Physics Of Fluids, Supplement II, 1969, pp.198-207.

[32] Schwab. T.H, Dewitt. K.J, *Numerical investigation of free convection between two vertical coaxial cylinders, Aiche Journal*, Vol. 16, 1970, pp.1005-1010.

[33] Prasad.V, Kulacki. F.A, *Free convective heat transfer in a liquid-filled vertical annulus, ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 107, 1985, pp.596-602.

[34] Thomas. R.W, Vahl Davis. G.De, *Natural Convection In Annular And Rectangular Cavities A Numerical Study*, In: Proceedings Of The Fourth International Heat Transfer Conference, Vol. 4, 1970, Paper NC 2.4.

[35] Wei. J.G, Tao.W.Q, *A Numerical Study Of Natural Convection In A Vertical Annulus With Constant Heat Flux On The Inner Wall, International Journal Of Numerical Methods For Heat & Fluid Flow*, Vol. 6,1996, pp.31-46.

[36] Joshi. H.M, *Fully Developed Natural Convection in an Isothermal Vertical Annular Duct, International Communication of Heat and Mass Transfer*, Vol.14, 1987, pp.657-664.

[37] Deka. R.K, Paul. A, *Transient Free Convective Flow Past An Infinite Vertical Cylinder With Heat And Mass Transfer*, Applied Mathematical Sciences, 5, 2011, pp 3903-3916.

[38] Ellahi. R, Riaz. A, Abbasbandy .S, Hayat. T, Vafai. K, *A Study On The Mixed Convection Boundary Layer Flow And Heat Transfer Over A Vertical Slender Cylinder*, Thermal Science, 18, 2014, pp 1247-1258.

Références bibliographiques

[39] Ishak. A, *Mixed Convection Boundary Layer Flow Over A Vertical Cylinder With Prescribed Surface Heat Flux,* Journal Of Physics A: Mathematical And Theoretical, 42, 2009, p 195501.

[40] Moutsoglou. A, Kwon. Y.D, *Laminar Mixed Convection Flow In A Vertical Tube,* Journal Thermo Physics Of Heat Transfer, Vol. 7, 1993, pp. 361–368.

[41] Choukairy. K, Bennacer. R, Vasseur. P, *Natural Convection In A Vertical Annulus Boarded By An Inner Wall Of Finite Thickness,* International Communication Of Heat And Mass Transfer, Vol. 31, 2004, pp. 501-512.

[42] Yan W. M, Lin T. F, *Evaporative Cooling Of Liquid Film Through Interfacial Heat And Mass Transfer In A Vertical Channel*. II. Numerical Study, Int. J. Heat Mass Transfer, Volume 34, 1991, pp 1113-1124.

[43] Lin J. N., Chou F.C., Yan W.M. Et Tzeng P.Y, *Combined Buoyancy Effects of Thermal And Mass Diffusion On Laminar Forced Convection In The Thermal Entrance Region Of Horizontal Square Channels.* The Canadian Journal Of Chemical Engineering, Volume 70, 1992, pp 681-689.

[44] Yan W. M, *Mixed Convection Heat And Masse Transfer In Rectangular Ducts Rotating About Parallel Axis*. Int. J. Heat Mass Transfer, Volume 42, 1999, pp 2955-2965.

[45] Yan W. M. Et Lin D, *Natural Convection Heat and Mass Transfer In Vertical Annuli With Film Evaporation And Condensation*. Int. J. Heat Mass Transfer, Volume 44, 2001, pp 1143-1151.

[46] El-Kabeir. S.M.M, Chamkha. A, *Heat and Mass Transfer By Mixed Convection From A Vertical Slender Cylinder With Chemical Reaction And Soret And Dufour Effects,* Heat Transfer, 42 (7), 2013, pp 618-629.

[47] Chandrasekhar S, *On The Inhibition Of Convection By Magnetic Field. II,* Phil. Mag. Ser. 7, Vol. 45, 1954, pp 1177-1191.

Références bibliographiques

[48] Chandrasekhar S, *On the Stability Of Simplest Solution Of The Equation Of Hydromagnetics*. Proc. Nat. Aca. Sci. Vol.42, 1956, pp 273-276.

[49] Chandrasekhar S, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Oxford University Press, 1961.

[50] Sparrow. M.E, Cess. D.R, *The Effect Of Magnetic Field On Free Convection Heat And Mass Transfer*. Int. J. Heat Mass Transfer, P. 3, 1961, pp. 267-274.

[51] Chen.C.H, *Heat And Mass Transfer In MHD Flow By Natural Convection From A Permeable, Inclined Surface With Variable Wall Temperature And Concentration*, Acta Mechanica, 172, 2004, pp 219-235.

[52] Hayat.T, Javed.T, Abbas.Z, *MHD Flow Of A Micropolar Fluid Near A Stagnation-Point Towards A Non-Linear Stretching Surface, Nonlinear Analysis*: Real World Applications, 10, 2009,pp 1514-1526.

[53] Singh. R.K, Singh. A.K**,** *Effect of induced magnetic field on natural convection in vertical concentric annuli, Acta Mechanica Sinica*, Vol. 28, 2012, pp.315-323.

[54] Gupta. A.S, *Steady And Transient Free Convection Of An Electrically Conducting Fluid From A Vertical Plate In The Presence Of Magnetic Field.* Appl. Sci. Res., **9A**, 1961, pp 319-333.

[55] Lykoudis. P.S, *Natural Convection Of An Electrically Conducting Fluid In The Presence Of A Magnetic Field*. Int. J. Heat Mass Transfer.5, 1962, pp 23-34.

[56] Hossain. A, Pop.I, Ahmad. M, *MHD Free Convection Flow From An Isothermal Plate Inclined At A Small Angle To The Horizontal*. J. Theoretical and Appl. Fluid Mech.1, 1996, pp 194-207.

[57] Kumar. H, *Heat And Mass Transfer Over An Isothermal Inclined Plate At Constant Concentration Gradient And With Heat Source*. World Applied Sciences Journal, **24**(3), 2013, pp 364-369.

Références bibliographiques

[58] Sankar. M, Venkatachalappa. M, Shivakumara. I.S, *Effect Of Magnetic Field On Natural Convection In A Vertical Cylindrical Annulus*, International Journal Of Engineering Science, Vol. 44, 2006, pp 1556-1570.

[59] Khan. J.A, Kumar. R, *Natural Convection in Vertical Annuli: A Numerical Study for Constant Heat Flux on the Inner Wall*, Journal of Heat Transfer, Vol. 111, 1989, pp 909-915.

[60] Al Zubi. M, *MHD Heat and Mass Transfer of an Oscillatory Flow Over a Vertical Permeable Plate in A Porous Medium with Chemical Reaction*, Modern Mechanical Engineering, 8, 2018, pp 179-191.

[61] Ashish. P, Deka. R.K, *Chemical Reaction Effect On Transient Free Convective Flow Past An Infinite Moving Vertical Cylinder*, International Journal Of Chemical Engineering, 9, 2013.

[62] Chamkha. A, *Heat And Mass Transfer From MHD Flow Over A Moving Permeable Cylinder With Heat Generation Or Absorption And Chemical Reaction*, Communication In Numerical Analysis, 2011.

[63] Miyamoto. M, Sumikawa. Akiyoshi. J.T, Nakamura.T, *Effects Of Axial Heat Conduction In A Vertical Flat Plate On Free Convection Heat Transfer*, International Communication In Heat And Mass Transfer, 23, 1980,pp 1545-1553.

[64] Perelman. Y.L, *On Conjugate Problems Of Heat Transfer*. International Journal Of Heat And Mass Transfer 3, 1961, pp 293–303.

[65] Sparrow E.M, Chyu. M.K, *Conjugate Forced Convection-Conduction Analysis Of Heat Transfer In A Plate Fin*, ASME J Heat Transfer, 104, 1982, pp 204-204.

[66] Reddy. P.V, Narasimham. G.S.V.L, *Natural Convection In A Vertical Annulus Driven By A Central Heat Generating Rod*, International Journal Of Heat And Mass Transfer, Vol. 51, 2008, pp 5024- 5032.

[67] Laplante. G, Bernier. M. A, *Convection Mixte Défavorable Et Conjugué Dans Un Tube Vertical*. Int. J. Heat Mass Transfer, 40, 1997, pp 3527–3536.

[68] Reddy. P.V, Narashimam.G.S.VL, Raghurama Rao. S.V, Johnny. T, Kasiviswanathan. K.V, *CFD Analysis Of Conjugate Natural Convection In A Vertical Annulus*, International Journal Of Computational Methods, Vol. 5, 2008, pp 63-89.

[69] Juncu. Gh, *Unsteady Conjugate Forced Convection Heat/Mass Transfer From A Finite Flat Plate*. International Journal Of Thermal Sciences 47, 2008, pp 972–984.

[70] Barletta. A, Rossi Di Schio. E, Comini. G, D'Agaro.P, *Conjugate Forced Convection Heat Transfer in a Plane Channel*: Longitudinally Periodic Regime. Int. J. of Thermal Sc. 47, 2008, pp 43–51.

[71] David T.W. LIN. Et al. *Inverse problem of unsteady conjugated forced convection in parallel plate channels*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 51, 2008. p. 993-1002

[72] Kumari. M, Girishwar Nath, *Conjugate Mixed Convection Transport From A Moving Vertical Plate In A Non-Newtonian Fluid*, International Journal of Thermal Sciences 45, 2006, pp 607–614.

[73] Arici, M. E, *Analysis of the Conjugate Effect Of Wall And flow Parameters On Pipe flow Heat Transfer*. Proc. Instn. Mech. Engrs. Part C, 215, 2001, pp 307–313.

[74] Nonino. C, Savino. S, Del Giudice. S, Mansutti. L, *Conjugate Forced Convection and Heat Conduction In Circular Microchannels*. International Journal of Heat and Fluid Flow 30, 2009, pp 823–830.

[75] Ramis. M.K, Jilani. G, Jahangeer. S, *Conjugate Conduction-Forced Convection Heat Transfer Analysis of A Rectangular Nuclear Fuel Element With Non-Uniform Volumetric Energy Generation.* International Journal of Heat And Mass Transfer 51, 2008, pp 517–525.

[76] Jiin-Yuh Jang, Yu-Wei Chiu,*3-D Transient Conjugated Heat Transfer And Fluid Flow Analysis For The Cooling Process Of Sintered Bed*. Applied Thermal Engineering 29, 2009, pp 2895–2903.

[77] Al-Zaharnah. I.T, Yilbas. B.S, Hashmi. M.S.J, *Conjugate Heat Transfer In Fully Developed Laminar Pipe Flow And Thermally Induced Stresses*. Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering 190, 2000, pp 1091-1104.

[78] Bilgen. E, *Conjugate Heat Transfer by Conduction And Natural Convection On A Heated Vertical Wall*. Applied Thermal Engineering 29, 2009, pp 334–339.

[79] Tsay, Y, *Transient Conjugated Mixed-Convective Heat Transfer in A Vertical Plate Channel with One Heated Discretely*. Heat and Mass Transfer, 35, 1999, pp 391–400

[80] Maranzana. G. Perry. I, Maillet. D, *Mini and micro-channels: influence of axial conduction in the wall*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 47, 2004, pp 3993-4004.

[81] Pozzi. A, Quaranta.G, Tognaccini. R, *A Self-Similar Unsteady Flow with Conjugated Heat Transfer.* International Journal Of Heat And Mass Transfer, 51, 2008, pp 1804–1809.

[82] Bilir. S, *Transient Conjugated Heat Transfer In Pipes Involving Two-Dimensional Wall And Axial Fluid Conduction*. International Journal of Heat and Mass Transfer 45, 2002, pp 1781-1788.

[83] Ates. A, Darıcı. S, Bilir.S, Unsteady *Conjugated Heat Transfer In Thick Walled Pipes Involving Two-Dimensional Wall And Axial Fluid Conduction With Uniform Heat Flux Boundary Condition.* International Journal of Heat and Mass Transfer 53, 2010, pp 5058–5064.

[84] Knupp. D.C, Naveira-Cotta. C.P, Cotta. R.M, *Theoretical Analysis Of Conjugated Heat Transfer With A Single Domain Formulation And Integral*

Transforms. International Communications in Heat And Mass Transfer 39, 2012, pp 355–362.

[85] Orfi, J, Galanis.N, Nguyen. C.T, *Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte,* Revu Générale de Thermique, Vo1.36, 1997, pp 83-92.

[86] Ait Hammou. Z, Benhamou. B, Galanis. N, Orfi. J, *Laminar Mixed Convection Of Humid Air In A Vertical Channel With Evaporation Or Condensation At The Wall*. Int. J. Therm. Sci, 43, 2004, pp 531–539.

[87] Wijeysudera. N. E, *Laminar Forced Convection In Circular and flat Ducts With Wall Axial Conduction And External Convection*. Int. J. Heat Mass transfer, 29, 1986, pp 797–805.

[88] Na. T.Y, *Effect Of Wall Conduction On Natural Convection Over A Vertical Slender Hollow Circular Cylinder*, Appl. Sci. Res, 54, 1995, pp 39-50.

[89] Bal. K, *Heat Transfer From A Conducting Hollow Cylinder*, Defense Science Journal, 39, 1989, pp 295-304.

[90] Jilani. G, Jayaraj. S, Ahmad. M.A, *Conjugate Forced Convection-Conduction Heat Transfer Analysis Of A Heat Generating Vertical Cylinder*, International Journal of Heat And Mass Transfer, 45, 2002, pp 331-341.

[91] Chang. C.L, *Buoyancy And Wall Conduction Effects On Forced Convection Of Micropolar Fluid Flow Along A Vertical Slender Hollow Circular Cylinder*, International Journal Of Heat And Mass Transfer, 49, 2006, pp 4932-4942.

[92] Char. M.I, Chang. C.L, *Effect of Wall Conduction On Natural Convection Flow Of Micropolar Fluids Along A Flat Plate*, International Journal Of Heat And Mass Transfer, 1997, pp 3641-3652.

[93] Char. M.I, Chen. C.J, Cleaver. J.W, *Conjugate Forced Convection Heat Transfer From A Continuous Moving Flat Sheet*, Int. J. Heat And Fluid Flow, 11, 1990, pp 257-261.

Références bibliographiques

[94] Rahman. M.M, Mamun. A.A, Azim. M.A, Alim. M.A, *Effects Of Temperature Dependent Thermal Conductivity On Magnetohydrodynamic (MHD) Free Convection Flow Along A Vertical Flat Plate With Heat Conduction*, Nonlinear Analysis Modeling And Control, 13, 2008, pp 513-524.

[95] Ganesan. P, Rani. HP, *Transient Natural Convection along Vertical Cylinder with Heat and Mass Transfer*. Heat and Mass Transfer, 33, 1998, pp 449-455.

[96] Ganesan. P, Rani. HP, *Unsteady Natural Convection Flow Past A Moving Vertical Cylinder with Heat and Mass Transfer*. Heat and Mass Transfer, 37, 2000, pp 59-65.

[97] Kaya. A, *The Effect Of Conjugate Heat Transfer On MHD Mixed Convection About A Vertical Slender Hollow Cylinder,* Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat., 16, 2011,pp 1905-1916.

[98] Mamun. A.A, Chowdhury. Z.R, Azim. M.A, Molla. M.M, MHD-Conjugate Heat Transfer Analysis For A Vertical Flat Plate In Presence Of Viscous Dissipation And Heat Generation, International Communication In Heat And Mass Transfer, 35, 2008, pp 1275-1280.

[99] Mamun. A.A, Nur Hosain. Md, Azim. A, Abdul Maleque. Md, *Combined Effect Of Conduction And Viscous Dissipation On Magnetohydrodynamic Free Convection Flow Along A Vertical Flat Plate,* Journal Of Naval Architecture And Marine Engineering, 4,2007, pp 87-98.

[100] Bergman, Theodore L, et al. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley & Sons, (2015).

[101] Vijay. D, Forced convective heat transfer through open cell foams, 2016.

[102] G, K.J, *Heat transfer by convection*, in *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, G.D.W. Perry R. H., and Maloney J. O., Editor, McGraw-Hill: New York, 1999.

[103] Oosthuizen. P.H. and Naylor. D, *An introduction to convective heat transfer analysis*, McGraw-Hill Science, Engineering & Mathematics, 1999.

Références bibliographiques

[104] B. L, *Transferts thermiques* I.N.P.d. Grenoble, Editor 1987.

[105] Sacadura, J, *Initiation aux transferts thermiques, Tec*. Et Doc, Lavoisier, 4ieme tirage, Paris, 1993.

[106] Schlichting. H, and Gersten. K, *Boundary-Layer Theory*, 2000.

[107] Taine. J, J-P. Petit, and Séméria R, *Transferts thermiques: mécanique des fluides anisothermes: cours et données de base*. 2ième édition, Paris ed, Dunod, 1998.

[108] Leontiev, A, *Théorie des échanges de masse et de chaleur*, Moscow: Mir Publishing House, 1985.

[109] Incropera. F, and DeWitt. D, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley &Sons Inc., New York, *1996*.

[110] Middleman. S, *Introduction to Mass and Heat Transfer: Principles of Analysis and Design,* Wiley Online Library, 1997.

[111] Giblin. R, *Transmission de la chaleur par convection naturelle,* éditions Eyrolles, Paris, 1974.

[112] Bird. R.B, Stewart. W.E, and Lightfoot. E.N, Transport *Phenomena John Wiley & Sons.* New York, 1960.

[113] F. K, *Transmission de Chaleur et Thermodynamique*. Edition Masson, Paris ed, Edition Masson, Paris, 1967.

[114] Holman. J, *Heat Transfer, 8th edition McGraw-Hill.* Inc. New York, 1997.

[115] Jaluria. Y, *Natural convection:* heat and mass transfer. Vol. 5, Pergamon, 1980.

[116] Cengel. Y.A, *Heat Transfer:* A Practical Approach, McGraw-Hill, 1998.

[117] Platten. J, and Legros. J, *Convection in fluids.* Berlin etc., Springer-Verlag, 1984.

[118] Shampine. L.F, Kierzenka. J, Reichelt. M.W, Solving boundary value problems for ordinary differential equations in MATLAB with bvp4c, Tutorial notes, 2000, pp 437-448.

[119] Hale. N, and Moore. D.R, *A Sixth-Order Extension to the Matlab Package bvp4c of J. Kierzenka and L. Shampine*, in *Technical Report NA-08/04*, Oxford University Computing Laboratory, 2008.

[120] Rajesh Kanna. P, Manab Kumar Das, Conjugate forced convection heat transfer from a flat plate by laminar plane wall jet flow. International Journal of Heat and Mass Transfer, 48, 2005, pp 2896–2910.

[121] Adam Dorfman.S, *Conjugate problems in convective heat transfer*.CRC Press, Taylor and Francis Group USA, 2010.

[122] Radenac. E, *Développement et validation d'une méthode numérique pour le couplage fluide structure en aérothermique instationnaire.* Thèse de Doctorat de l'école nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace, Toulouse France, 2006.

[123] Errera. M.P, Baque. B, Rebay.M, *A Numerical and Experimental Study of Transient Conjugate Heat Transfer in a Flat Plat*. CONV-09: International Symposium on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy, Hammamet Tunisie, Editions Begell-House, USA, 2009.

[124] Thakur. S, Wright.J, *Conjugate heat transfer in a gas turbine blade trailing-edge cavity*. In AIAA. Paper, 2002.

[125] Davidson. P.A, An introduction to magnetohydrodynamics, in AAPT, 2002.

[126] Moreau. R, Magnetohydrodynamics Kluwer Academic, Dordrecht, the Netherlands, 3, 90, 1990.

[127] Arora. K, Gupta. P, Magnetohydrodynamic flow between two rotating coaxial cylinders under radial magnetic field, The Physics of Fluids, 15, 1972,pp 1146-1148.

Références bibliographiques

[128] Saraç. H, Wragg. A, Patrick. M, Combined heat and mass transfer by natural convection at horizontal cylinder electrodes, International communications in heat and mass transfer, 18, 1991, pp 853-863.

[129] Aldoss. T, MHD mixed convection from a vertical cylinder embedded in a porous medium, International communications in heat and mass transfer, 23, 1996, pp 517-530.

[130] Bailly. C, Comte-Bellot. G, Turbulence, CNRS Editions, 2003.