République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

Faculté de Technologie

Département du Génie Des Procédés Et de l'Environnement

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Master : Génie Des Procédés

Spécialité : Génie Des Procédés de l'environnement

Thème

Etudes des transferts d'un polluant organique dans une cavité poreuse

Préparé par :

Said Otmani Souad

Zemir Amel

Encadreur :

Mr. Hadidi Nour Eddine

Mr.Rabhi Reda

PROMOTION

2020 /2021

Remerciement

Je remercie ALLAH tout puissant qui nous a donné le courage, la force et la volonté pour réaliser ce modeste travail.

Nos sincères remerciements à notre encadreur N.HADIDI, de nous avoir conseillés, dirigés et assistés pendant la réalisation de ce travail.

Nos remerciements vont également aux membres du jury pour l'honneur qu'ils nous font en acceptons d'examiner et de juger notre travail.

Enfin, toute mon affection à mes parents qui ont toujours répondu présents, été sources de soulagement, et sans qui, tout aurait été plus compliqué.

Souad & Amel

Dédicace

A

A mes très chers parents

A mes frères et sœurs

A mes amis du groupe avec qui j'ai passé de bons moments

A mes amies proches de mon cœur

Hanane, Amina, Sabrine, Malek, Soumeya, Fatima, Fayrouz

Souad.

Je dédie ce travail :

A ma très chère maman

A la mémoire de mon père

A mes frères et sœurs

Mes neveux et nièces

A mon mari

A mon petit Amir

A monsieur Kouadik Ismain

A tous mes amies

A tous ceux qui m'ont aidée de prés ou de loin

A tous les enseignants

Amel.

Résumé

Le travail de ce mémoire est une étude de la convection double diffusive générée dans une cavité carrée inclinée et renfermant deux couches composite la première est couche poreuse et la deuxième fluide disposées horizontalement l'ensemble cavité-couches pouvant occuper différentes positions par rapport à l'horizontal. La couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide. Les parois verticales sont soumises à des conditions de température et de concentration uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. Les équations de base décrivant la convection double diffusive au sein de l'enceinte sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats numériques sont analysés en termes de lignes de courant, des isothermes, des isoconcentrations et des nombres de Nusselt et Sherwood moyens.

Mots clés : double diffusive, thermosolutal, milieux poreux, polluant organique.

ملخص

إن عمل هذه الرسالة عبارة عن دراسة للحمل الحراري المزدوج المنتشر في تجويف مربع مائل وإحاطة طبقتين مركبتين ، الأولى عبارة عن طبقة مسامية والسائل الثاني مرتب أفقيًا طبقات التجويف بأكملها قادرة على احتلال مواقع مختلفة فيما تخضع الجدران العمودية لدرجات حرارة .تعتبر الطبقة المسامية متجانسة ومتجانسة ومشبعة بنفس السائل .يتعلق عرضي يتم حل المعادلات الأساسية التي تصف الحمل .وظروف تركيز موحدة بينما الجدران الأفقية ثابتة الحرارة وغير منفذة يتم تحليل النتائج العددية من حيث الانسيابية ، متساوي .الحراري المزدوج داخل العلبة عدديًا بطريقة الحجم المحدود الحرارة ، التراكيز المتساوية ومتوسط أرقام نسلت وشيروود.

.**كلمات مفتاحية** : مزدوج الانتشار ، بالحرارة ، وسط مسامي ، ملوث عضوي.

Abstract:

The work of this dissertation is a study of the diffusive double convection generated in an inclined square cavity and enclosing two composite layers the first is porous layer and the second fluid arranged horizontally the whole cavity-layers being able to occupy different positions with respect to the horizontal. The porous layer is considered homogeneous, isotropic and saturated with the same fluid. Vertical walls are subjected to uniform temperature and concentration conditions while horizontal walls are adiabatic and impermeable. The basic equations describing the diffusive double convection within the enclosure are solved numerically by the finite volume method. Numerical results are analyzed in terms of streamlines, isotherms, isoconcentrations and mean Nusselt and Sherwood numbers.

Key words: double diffusive, thermosolutal, porous media, organic pollutant

Nomenclature :

ε	Porosité en %.
V_v	Volume des vides (pores) (m^3) .
V_t	Volume total de matrice poreuse (matrice solide + les pores).
V_p	Est le volume total des pores (m^3).
V_t	Le volume total (volume des pores+volume du solide) (m^3).
V_{pa}	Le volume des pores accessibles Volume de l'eau (m^3).
τ	Tortuosité.
L_e	Longueur réelle des capillaires (m).
L	Longueur du milieu poreux(m).
ω	Teneur en eau.
V_w	Volume de l'eau (m^3).
S_i	La Saturation de la phase.
Q	Le débit du fluide traversant un échantillon poreux (m^3/s).
K	La perméabilité de l'échantillon poreux (m^2).
μ	La viscosité dynamique du fluide (kg/ms) (Pa.s).
A	La section de l'échantillon poreux traversée par le fluide (m^2).
d_p	La variation de pression (Pa).
d_x	La de longueur de l'échantillon poreux (m).
K_r	Perméabilité relative.
K_{eff}	Perméabilité effective.
k	Perméabilité absolue.
$A_{spé}$	Est la surface spécifique (m^2).
$\vec{\dot{m}}_A$	Est la densité de flux massique en kg/(s m^2).
$\vec{q}$	Est la densité du flux thermique exprimée en W/m^2
λ	Est la conductivité thermique exprimée en W/m.
T	Est la température [K].
$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)$	Terme convectif.
$\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)$	Terme de diffusion.
S	Terme source.
Γ	Coefficient de diffusion.
ϕ	Est la variable dépendante généralisée (vitesse, température, Concentration).

Liste des figures

Figure I-1: structure consolidé 1

Figure I-2: structure non consolidée 2

Figure I-3 : porosité d'interstice 2

Figure. I-4 : porosité à fissure 2

Figure. I-5 : Représentation schématique d'un VER 4

Figure. I-6: Carotte pour la mesure de la perméabilité intrinsèque 7

Figure. III.1. de masse par diffusion moléculaire dans un mélange gazeux 13

Figure. III.2. Couplage thermosolutale le long d'une plaque verticale 18

Figure III.3. Modèle physique et système de coordonnée 19

Figure IV.1. Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle 25

Figure IV.2. Volume de contrôle représentatif 27

Figure IV.3. Représentation d'un maillage décalé 32

Figure IV.4. Volume de contrôle pour U et V 33

Figure IV.5. Volume de contrôle lié à P 35

Figure IV.6. Schéma du volume de contrôle pour U 42

Figure IV.7. Schéma du volume de contrôle pour V 43

Figure IV.8. Schéma du volume de contrôle pour P 44

Figure V.1. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour Da= $[10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=0,Ra=$7\text{x}10^{6}$et différente valeurs de α 51

FigureV.2. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour Da_l= $[10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=1 Ra=$7\text{x}10^{6}$, et différentes valeurs de α 51

Figure V.3. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour Da_l= $[10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=3,Ra=$7\text{x}10^{6}$ et différente valeurs de α 52

Figure V.4. Variation des nombres de Nusselt moyens pour $Da_1 = [10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=3 et différente valeurs de α 52

Figure V.5. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour $Da_1 = [10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=3 et différente valeurs de α 53

Figure V.6. : représente les lignes de courant pour N=3,-3, $Da=[10^{-6},10^{-4},10^{-2}]$ et $Ra=7.10^{6}$ 53

Figure V.7. : représente les lignes de courant pour N=3,-3, α=[10,30,60], $Ra=7.10^{6}$ et $Da=10^{-2}$ 54

FigV.8. :représente les isothermes pour N=3,-3,$Da=[10^{-6},10^{-4},10^{-2}]$ et$Ra=7.10^{6}$ 54

Figure V.9. : représente les isothermes pour N=3,-3, α=[10,30,60], $Ra=7.10^{6}$ et $Da=10^{-2}$ 55

Figure V.10 : représente les Isoconcentrations pour N=3,-3, $Da=[10^{-6},10^{-4},10^{-2}]$ et $Ra=7.10^{6}$ 55

Figure V.11 : représente les isothermes pour N=3,-3, α=[10,30,60], $Ra=7.10^{6}$ et $Da=10^{-2}$ 56

Liste des tableaux

Tableau I.1: Porosité de quelques matériaux [%] 5

Tableau I.2: Valeurs de perméabilité de certains matériaux [%] 8

Tableau IV.1 : Définition des différents termes des équations de conservation . 26

Tableau IV.2. Expressions des termes sources linéarisés (Sc et Sp) 29

pour les différentes équations

Tableau IV.3. Les expressions de $A|P|$ selon le schéma d'interpolation 40

Tableau V.1. Sensibilité du code de calcul au maillage cas du modèle vertical ($\alpha = 0^{\circ}$) 48

Tableau V.2. Comparaison du nombre de Nusselt dans le cas du régime 49

de Darcy-Brinkman en convection thermique pour Pr = 0.71, N=0, ε =0.5

Sommaire

Remerciement

Dédicace

Nomenclature

Listes des figures et tableaux

Introduction Générale ……

Chapitre I

Généralité sue les milieux poreaux

I-1 Définitions de milieux poreux…… 1

I-2 Types des milieux poreux…… 1

I-2-1 la matrice solide …… 1

I-2-1-1 La matrice consolidée …… … 1

I-2-1-2. Matrice granulaire (non consolidée)…….. 2

I-2-2.Les pores…….. 2

I-3- 3 Caractéristiques des milieux poreux…….. 3

Volume Élémentaire Représentatif (VER)…… 3

I- 3-3-1 la porosité…… 4

I-3-3-2.La tortuosité ……... …. 5

I-3-3-3.La teneur en eau……... 6

I-3-3-4 La saturation de la phase……. 6

I-3-3-5.La perméabilité (intrinsèque, effective, relative)…… 6

I-3-3-5-1.La perméabilité intrinsèque……. 7

I-3-3-5-2.La perméabilité effective…… 8

I-3-3-5-3 Perméabilité relative……..... 9

I-3-3-6.La mouillabilité…… 9

I-3-3-7. Surface spécifique…… 10

Chapitre II

les polluants organiques

II-1Définition…… 10

II-2 Définition d'un polluant organique persistant…… 10

II-3 D'où viennent les POP…… 10

II-4 Les POP affectent la santé et l'environnement …… 11

Chapitre III

Formulation Mathématique

III.1.Introduction……. 12

III.2.Le Transfert de masse par diffusion moléculaire……. 13

III.2.1.Equations de la diffusion massique…… 16

III.3. Couplage avec la convection thermique…… 17

III.4.Modèle Physique …… 19

III.5. Equations gouvernantes …… 20

III.5.1. Equation de continuité …… 20

III.5.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement …….. 20

III.5.3.Equation de l'énergie…….. 20

III.5.4.Equation de concentration …….. 20

III.6.Conditions aux limites…… 21

III.7.A dimensionnement des équations…… 21

III.8.Conclusion…… 23

Chapitre IV

Modélisation numérique

IV.1. Introduction……. 24

IV.2. Principe de la méthode des volumes finis…… 24

IV.2.1. Equation différentielle gouvernante……. 24

IV.2.1.1. Equation de continuité……. 24

IV.2.2. Maillage et volume de contrôle……. 25

IV.2.3. Discrétisation des équations de conservation…….. 25

IV.2.3.1. Flux de diffusion –convection……. 27

IV.2.3.2. Simplification de l'expression du flux……. 28

IV.2.3.3. Linéarisation du terme source…….. 28

IV.2.3.4. Equation finale de discrétisation…….. 29

IV.2.3.5.Méthode de résolution des équations algébriques……. 31

IV.2.4. Considérations pour le champ dynamique…… 31

IV.2.4.1.Notion de maillage décalé…… 32

IV.2.5. Discrétisation des équations dynamiques…… 32

IV.2.5.1. Equations du mouvement……. 32

IV.2.5.2.Correction des vitesses de la pression…….. 33

IV.2.5.3.Equation de correction de pression…… 34

IV.3.Algorithme SIMPLER…… 35

IV.4 Technique de sous-relaxation……. 38

IV.5 Critère de convergence…… 39

IV.6 Schémas d'interpolation……. 39

IV.7 Application de la méthode des volumes finis à notre problème……. 40

IV.7.1 Discrétisation des équations mouvement…… 40

IV.7.1.1. Equation du mouvement en X……. 40

IV.7.1.2. Equation du mouvement en Y……. 41

IV.7.2. Equation de correction de pression…….. 43

IV.7.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie…….. 45

IV.7.4. Discrétisation de l'équation du soluté…… . 46

Chapitre V

Résultats et Discussions

V.1 Sensibilité du code de calcul au maillage et validation …… 48

V.2 Lignes de courant-isothermes –isoconcentrations ……. 49

V.3 Lignes de courant, isothermes et isoconcentrations (cas de la cavité inclinée) ……. 56

V.4 Nombres de Nusselt et Sherwood moyens (cavité inclinée)…….. 56

CONCLUSION GENERALE…… 57

Introduction générale

L'étude des milieux poreux est devenue un domaine de recherche très important du fait du large champ de ses applications et par rapport à son importance dans la mécanique du solide et la mécanique des fluides. Lorsque qu'elle est possible, l'utilisation de modèles continus est la démarche privilégiée par l'ingénieur, pour obtenir des prévisions fiables des phénomènes liés à ces milieux.

L'importance des milieux poreux dans les phénomènes et processus industriels et technologiques est aujourd'hui bien démontrée. Cependant et malgré la montée en puissance des moyens d'étude, des lacunes subsistent encore sur le plan des connaissances fondamentales, principalement la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de masse dans des systèmes comportant des milieux poreux.

De ce fait, les études de la convection forcée en présence d'un milieu poreux font actuellement l'objet d'un intérêt accru. Cet intérêt est dû aux nombreuses applications pratiques qui s'y rapportent, et cela dans divers domaines tels que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, la filtration massique, le séchage, la séparation d'espèces chimiques ; elles interviennent aussi, dans l'isolation thermique, le stockage des gaz liquides, la récupération d'énergie ou encore dans le domaine médical où on utilise des membranes poreuses pour concevoir des reins artificiels pour le processus de dialyse++.

L'objectif du présent travail est l'étudier le numérique de la convection double diffusive dans une cavité poreuse saturée par une solution polluante. Nous allons présenter un modèle horizontal pour lequel une première couche poreuse et une seconde couche fluide sont disposées horizontalement dans la cavité, l'ensemble cavité-couches peut occuper plusieurs positions par rapport au plan horizontal.

Le premier chapitre, présente des définitions des notions fondamentales relatives des milieux poreux. Une généralité sur les polluants organiques leur types et sur la santé et sur l'environnement fait l'objet du deuxième chapitre. La formulation mathématique du problème physique, les hypothèses considérées ainsi que les équations de conservation mises sous formes adimensionnelles sont développées dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre est présentée la modélisation numérique choisie pour la résolution des équations de conservation.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation et à la discussion des résultats obtenus. Termine notre travail par une conclusion générale.

.

Chapitre I Généralité sue les milieux poreaux

I-1 Définitions de milieux poreux :

Un milieu poreux est usuellement défini comme étant un milieu solide contenant des pores; les pores sont des espaces vides pouvant être interconnectés ou séparés. Pour qu'une phase fluide puisse percoler dans un milieu poreux donné, au moins une partie de sa porosité doit être constituée de pores interconnectés. Ces pores, dont les formes et les dimensions sont d'une grande diversité, constituent les réseaux poreux qui offrent un grand nombre de possibilités au cheminement d'un fluide. La porosité interconnectée est formée de deux portions principales : des cellules ou chambres poreuses (pore body) reliées par d'étroites canalisations appelées les gorges des pores ou canalicules (pore thora). Cet espace est illustré sur la figure 1.1

Les milieux poreux occupent une place et un rôle importants dans de nombreux domaines industriels aussi bien naturels ; on les rencontre par exemple en génie pétrolier, médecine, chimie, géologie, etc.**[1]**

I -2 Types des milieux poreux :

Les milieux poreux sont de très vaste variété et de nature. Leur classification se fait selon **[2]** :

I-2-1 la matrice solide :

Selon la matrice solide, on distingue :

I-2-1-1 La matrice consolidée :

Les particules de la phase solide sont très compactes, difficiles à diviser (figure 2)



Figure I-1: structure consolidée **[1]**

I.2.1.2. Matrice granulaire (non consolidée) :

Dans ce cas, la matrice n'est formée que de grains ou particules non soudées entre elles (graviers, sable, etc.). (Figure 3)



Figure I-2: structure non consolidée **[1]**

I.2.2.Les pores :

Selon les pores, on distingue [3]

I-2-2.1.Porosité d'interstice :

La porosité d'interstice représente les vides autour des particules solides plus ou moins liés les uns aux autres

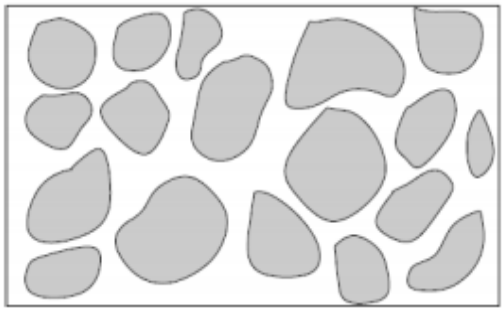


Figure I-3 : porosité d'interstice

I-2-2-2.Porosité à fissure :

La porosité à fissure correspond à des fractures (fissures) dans la matrice. **[3]**

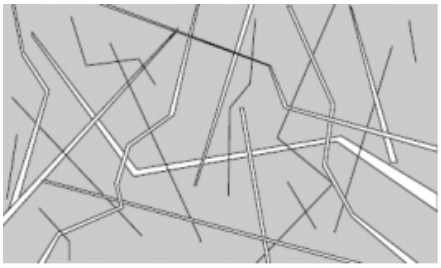


Figure. I.4 : porosité à fissure **[3]**

I.3. 3 Caractéristiques des milieux poreux :

Les propriétés du milieu poreux dépendent de l'échelle de description considérée. Elles ont un sens physique à une échelle macroscopique et leurs valeurs varient avec le volume de mesure qui peut être, par exemple, de la taille d'une hétérogénéité locale, d'une strate ou d'un aquifère. Que ce soit dans le cadre de la modélisation numérique ou celui de la mesure des paramètres, il est nécessaire de pouvoir changer d'échelle et déduire la valeur des paramètres d'une échelle à l'autre. C'est dans ce but que le calcul de paramètres équivalents a fait l'objet de plusieurs études théoriques .Pour caractériser un milieu poreux, on doit tout d'abord définir un Volume Elémentaire Représentatif **[4]**

Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Pour quantifier un problème de la physique, en utilisant les outils mathématiques de solution qu'offrent les équations différentielles, il est nécessaire d'avoir un milieu continu pour établir des relations aux dérivées partielles. Dans les milieux poreux, les propriétés physiques (porosité, perméabilité, etc.) sont discontinues au niveau microscopique. La dérivation de solutions de problèmes d'écoulement doit donc toujours faire appel, implicitement ou explicitement, à la définition d'un volume élémentaire représentatif VER (figure I.5) à l'intérieur duquel les propriétés moyennes des fluides et des matériaux sont supposées uniformes et continues **[2].** Le VER doit être suffisamment grand pour que des propriétés globales moyennes puissent être définies sans que les fluctuations d'un pore à l'autre ne soient significatives (la taille I du VER doit être suffisamment grande à la taille du pore d.

Le VER doit cependant être suffisamment petit pour que les variations d'un paramètre dans le domaine d'étude puissent être représentées par des fonctions continues (la taille l du VER doit être suffisamment petite par rapport à la taille caractéristique du milieu L). Marsily [5] et surtout Bear [6] fournissent une discussion détaillée de ce concept ainsi que des méthodes utilisées pour dériver les propriétés moyennes des milieux poreux.

Il existe cependant d'autres procédures de changement d'échelle, comme la méthode la plus récente d'homogénéisation (Sanchez-Palencia [7]). Cette méthode qui repose essentiellement sur des développements asymptotiques de la vitesse et de la pression à l'échelle du pore, puis à une application d'un opérateur moyen d'intégration pour passer à l'échelle macroscopique, a permis de justifier les termes supplémentaires des lois de quantité de mouvement**.[2]**

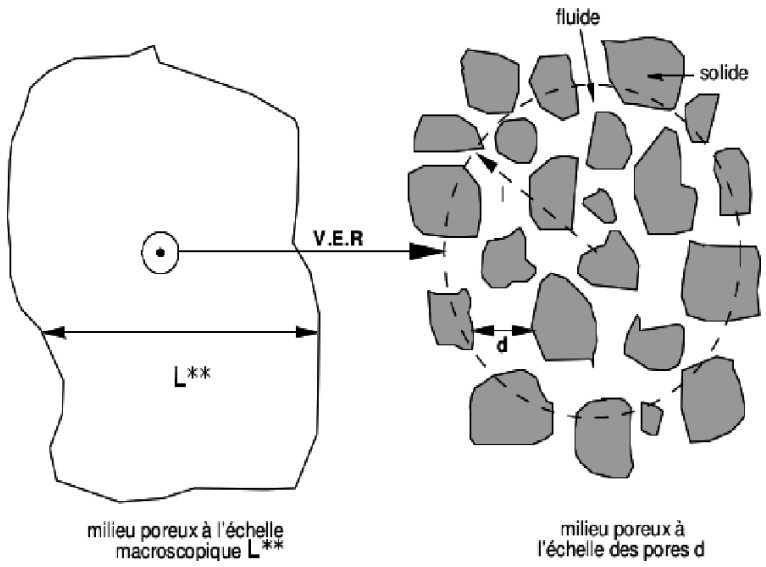


Figure. I-5 : Représentation schématique d'un VER [2]

I. 3.3.1.la porosité : [2]

La porosité est la grandeur physique à partir de laquelle est évaluée la capacité d'un milieu poreux à contenir une certaine quantité du fluide. Elle se définit comme étant le rapport le volume des vides au volume apparent du milieu poreux (solide +fluide).

$$\varepsilon = \frac{V_v}{V_t} \qquad V_t = V_v + V_s \qquad \textbf{(I.1)}$$

Avec :

On distingue deux types de porosité :

- **Porosité totale (absolue) ε_t :**

Quand le rapport du volume occupé par les pores au volume du milieu poreux prend en compte les pores fermés ; la porosité est définie comme étant la porosité totale ou absolue, exprimée par :

$$\varepsilon_t = \frac{V_p}{V_t} \qquad \textbf{(I.2)}$$

Où : V_p : le volume total des pores.

V_t : Le volume total (volume des pores+volume du solide)

- **Porosité effectiveε :**

Elle tient compte seulement des cavités interconnectées à travers les quelles s'effectuent l'écoulement des masses fluides, elle est définie comme suit :

$$\varepsilon = \frac{V_{pa}}{V_t} \qquad \textbf{(I.3)}$$

Où : V_{pa} : le volume des pores accessibles

Le tableau ci-dessous illustre quelques valeurs de porosité de certains matériaux [5]

Matériaux	Porosité (%)
Sols	50- 60
Argile	45 - 55
Gravier	30 - 40
Grés	10 - 20
Mousse métallique	98
Poudre de silicate	37 – 59
Charbon	2 - 12

Tableau I.1: Porosité de quelques matériaux [%]

I-3-3-2.La tortuosité [6] :

La description de la géométrie des pores fait intervenir la notion de connectivité, correspondant à la complexité du chemin continu à travers l'espace des pores. Il faut aussi ,tenir compte des «bras morts», qui sont nombreux dans les milieux peu poreux et très hétérogènes. Pour décrire ces différents aspects, on introduit un paramètre Ƭ n'appelé tortuosité, que l'on définit de la manière suivante où est la longueur réelle des lignes de courant du fluide traversant un échantillon de longueur d'un milieu poreux modélisé sous la forme d'un réseau de capillaires ou ondulés. Ce rapport joue un rôle important dans les problèmes de diffusion

$$\tau = \frac{Le}{L} \qquad \textbf{(I.4)}$$

Où L_e est la longueur réelle des lignes de courant du fluide traversant un échantillon de longueur L d'un milieu poreux modélisé sous la forme d'un réseau de capillaires ou ondulés. Ce rapport joue un rôle important dans les problèmes de diffusion

I.3.3.3.La teneur en eau [7] :

La teneur en ω eau est le rapport du volume de l'eau contenue dans les pores du milieu, au volume total du milieu considéré : La saturation peut s'exprimer comme étant le rapport de la teneur en eau à la valeur de la porosité totale

$$0 < \omega = \frac{V_w}{V_t} < 1 \qquad \textbf{(I.5)}$$

La saturation peut s'exprimer comme étant le rapport de la teneur en eau à la valeur de la porosité totale **[8]**

$$S = \frac{\omega}{\Phi_t} \qquad \textbf{(I.6)}$$

I.3.3.4 La saturation de la phase [9] :

La saturationS_i d'une phase i est définie par la proportion du volume de pores occupé par cette phase

$$S_i = \frac{V_i}{V_p} \qquad \textbf{(I.7)}$$

Où V_i et V_p sont respectivement le volume de la phase fluide et le volume de pores. Pour un milieu saturé (en écoulement diphasique) la somme des saturations est égale à 1.Lors du drainage d'un milieu poreux, la saturation en eau, obtenue en fin de déplacement, est dite irréductible et est notée S_i. Lors d'une imbibition sur un milieu mouillable à l'eau, la saturation finale en huile est dite résiduelle et est notée, S_{or}

I.3.3.5.La perméabilité (intrinsèque, effective, relative) :

I.3.3.5.1.La perméabilité intrinsèque :

La perméabilité intrinsèque ou absolue d'une roche est l'aptitude de cette roche à laisser circuler à travers ses pores un fluide dont elle est saturée. Elle peut être chiffrée grâce à la loi expérimentale de darcy.

Considérons un échantillon de longueur dx et de section A, saturé d'un fluide de viscosité dynamique v et traversé horizontalement par un débit Q (mesuré dans les conditions de la tranche dx. En régime permanent, la pression amont est P et la pression avale est $P - dP$ (Figure I.6)

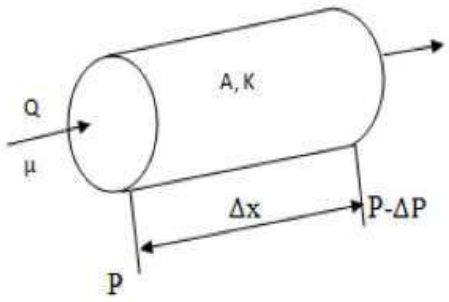


Figure. I-6: Carotte pour la mesure de la perméabilité intrinsèque **[1]**

L'étanchéité est faite sur les faces latérales, s'il n'y a pas de réaction du fluide avec la roche, ce qui est le cas généralement, on aura [2]

$$Q = KA \frac{1}{\mu} \frac{d_p}{d_x} \qquad \textbf{(1.8)}$$

Le tableau I.1donne les valeurs de la perméabilité de quelques matériaux **[5]**

Matériaux	**Perméabilité**
Ardoise noir en poudre	$4.9\ 10^{-14}$ _ $1.2\ 10^{-13}$
Brique	$4.8\ 10^{-15}$ _ $2.2\ 10^{-13}$
Béton bitumineuse	10^{-13} – $2.2\ 10^{-11}$
Cuivre (en poudre)	$3.3\ 10^{-10}$ $1.5\ 10^{-9}$
Liège (en plaque)	$2.4\ 10^{-11}$ _ $1.5\ 10^{-9}$
Cuir	$9.5\ 10^{-14}$ _ $1.2\ 10^{-13}$
Calcaire (dolomite)	$2\ 10^{-15}$ – $4.5\ 10^{-14}$
Sable	$2\ 10^{-11}$ - $1.8\ 10^{-10}$
Grés	10^{-16} _ $3\ 10^{-12}$
Poudre de silice	$1.3\ 10^{-14}$ – $5.1\ 10^{-14}$
Sol	$2.9\ 10^{-13}$ – $1.4\ 10^{-9}$
Terre	$2.9\ 10^{-13}$ – $1.4\ 10^{-11}$

Tableau I.2: Valeurs de perméabilité de certains matériaux (Sheidegger 1974) [%]

Dans le cas des écoulements polyphasiques, la perméabilité intrinsèque définie précédemment, n'est plus suffisante pour décrire la perméabilité effective du milieu traversé

par l'une des phases considérées. En effet, une Perméabilité dite "relative" est introduite. Cette perméabilité tient compte de la présence des autres phases. **[10]**

I.3.3.5.2.La perméabilité effective :

La perméabilité effective exprime la propriété d'un milieu poreux d'être traversé par un fluide en présence d'un ou plusieurs autres fluides. Elle dépend non seulement du milieu poreux mais aussi des pourcentages respectifs des différents fluides en présence. En effet, la présence d'un autre fluide gêne l'écoulement de l'autre.

Par exemple, en présence de deux fluides a etb, la loi de DARCY permet d'écrire pour chaque fluide

$$Q_a = -S\frac{K_a}{\mu_a}\frac{d_p}{d_x} \qquad \textbf{(1.9)}$$

$$Q_{b=} -S\frac{k_b}{\mu_b}\frac{d_p}{d_x} \qquad \textbf{(1-10)}$$

$K_a$et K_b sont les perméabilités effectives liées aux fluides a et b. Elles s'expriment en (m2) ou en milli DARCY

I.3.3.5.3 Perméabilité relative :

La perméabilité relative correspond au rapport de la perméabilité effective à la perméabilité absolue.

$$k_{r=}\frac{k_{eff}}{k} \qquad \textbf{(1-11)}$$

I.3.3.6.La mouillabilité:[11]

La mouillabilité est la capacité d'un fluide à recouvrir une surface solide ou un autre liquide. L'angle caractéristique définissant la mouillabilité d'un fluide est nommé angle de contact (ou angle de mouillage) et est noté θ .Cet angle est mesuré à l'intérieur de l'un ou l'autre des fluides en présence .D'un point de vue qualitatif, la définition de la mouillabilité est la suivante : une surface est en contact avec deux fluides séparés par une interface, cette surface est d'autant plus mouillable à l'un de ces fluides que l'angle de contact est proche de zéro. Toutefois, l'angle décontract n'a pas une valeur fixe et celle-ci dépend du processus démise en place des fluides ainsi que des propriétés de la paroi solide. Elle diffère également selon que les fluides sont statiques ou mobiles. On définit un coefficient d'étalement β dont le signe permet de déterminer si le mouillage est total (β>0), ou partiel (β<0)

$$\beta = \gamma_{\theta 1_}(\gamma_{\theta 2} + \gamma_{\theta 1\theta 2}) \qquad \textbf{(1.12)}$$

I-3-3-7. Surface spécifique :[11]

Elle permet d'évaluer la surface de contact qu'offre un réseau poreux à un fluide qui circule au travers. Elle se définit comme le rapport de l'air de la surface totale des interfaces solide-pores A_{sf} au volume de l'échantillon A

$$A_{spé} = \frac{A_{sf}}{V} \qquad \textbf{(I.13)}$$

Chapitre II : les polluants organiques

II-1Définition [13]:

Les contaminants organiques sont des molécules chimiques issues des activités humaines et qui ont un effet nocif sur l'environnement.

Parmi les plus connues, on peut citer les PCB, les hydrocarbures, les pesticides, les dioxines, le TBT, les solvants chlorés, les dérivés du benzène ou encore les médicaments.

Elles contaminent les milieux naturels par voie aquatique (eaux de ruissellement, eaux usées, etc.) ou atmosphérique (fumée industrielle, gaz d'échappement des voitures, etc.)

Elles ont des sources et des natures très diverses et finissent bien souvent dans le lagon

II-2 Définition d'un polluant organique persistant (pop) [14] :

Le terme polluant organique persistant recouvre un ensemble de substances organiques qui ont en commun quatre propriétés. Elles sont :

Persistantes : elles se dégradent lentement ;

Bioaccumulables : elles s'accumulent dans les organismes vivants ;

Toxiques : l'exposition à ces substances est susceptible de provoquer des effets nocifs sur l'environnement et la santé humaine : - effets létaux sur certaines espèces animales ; - chez l'homme : troubles des systèmes nerveux, immunitaire, reproducteur, cancers… ;

Mobiles : elles sont transportées sur de longues distances, des concentrations élevées peuvent être mesurées loin de leurs sources d'émission (en Arctique par exemple).

II-3 D'où viennent les POP [15]:

Les POP peuvent être produits :

De manière intentionnelle, industriellement : pesticides, produits pour usages industriels... de **manière non intentionnelle :** - durant la combustion à l'air libre ou l'incinération des déchets et durant la combustion de la biomasse (feux de forêts, feux domestiques) ; - durant

certains processus industriels, comme la production de substances chimiques, de métaux, de textiles, de céramique ainsi que la production artisanale de briques.

II-4Les POP affectent la santé et l'environnement [16] :

Les polluants organiques persistants, qui présentent des effets toxiques sur la santé humaine et sur la faune, sont associés à une vaste gamme d'effets nuisibles tels que la dégradation du système immunitaire, l'altération de la reproduction et le développement des propriétés cancérigènes. L'**exposition prolongée aux POP** peut provoquer des perturbations chroniques, même à de faibles concentrations. Et en raison de leur propriété de bioaccumulation et de résistance aux processus de dégradation biologique, des impacts sont également observés très loin des sources d'émission.

L'exposition aux POP augmente le risque de :

- tumeur ;
- cancers ;
- perturbateur endocrinien ;
- problèmes cardiovasculaires[3] ;
- troubles de l'attention chez l'enfant exposé[4] ;
- troubles du comportement[5] ;
- diabète[6], dont diabète de type 2[7] et notamment suit à l'exposition aux dioxines et PCB[8] ;
- syndrome métabolique[9] ;
- résistance à l'insuline chez les non-diabétiques[10] ;
- hypertension[11] ;
- athérosclérose chez les personnes âgées[12] ;
- santé reproductive[13], délétion de la spermatogenèse[14].

Chapitre III : Formulation Mathématique

III.1.Introduction:

Le transport d'un constituant d'une solution fluide d'une région de haute concentration à une région de concentration plus faible est appelé transfert de masse. On peut comprendre son mécanisme en faisant une analogie avec la transmission de chaleur. La masse est diffusée dans une direction où le gradient de concentration existant va en diminuant et cesse lorsque le gradient de concentration s'annule. Dans ce chapitre, nous présentons brièvement les notions de base du transfert de masse utilisées dans notre étude.

Le transfert de masse peut s'effectuer en phase gazeuse ou en phase liquide, soit par diffusion moléculaire dans des fluides au repos (la diffusion solutale), soit par des courants dans des fluides en écoulement (la convection solutale).

Les mouvements de convection de double-diffusion ou convection thermosolutale sont générés par les gradients de densité qui sont dus à la fois au champ de température, et au champ de concentration ce dernier. Peut apparaître dans un fluide ayant deux (ou plusieurs) composants diffusant dans le mélange à différentes vitesses et qui contribuent au gradient vertical de densité. Ce phénomène de convection double diffusive apparaît dans des situations réelles diverses: croissance de cristaux destinés à l'industrie des semi-conducteurs, processus de séchage, processus de fusion-solidification de mélanges binaires, stockage des gaz liquide ou oxydation des surfaces métalliques, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, stockage de certains produits agricoles, extraction de pétrole.... On estime actuellement que ce phénomène des transferts convectifs de masse et de chaleur constitue un domaine très actif et d'importants travaux ont été effectués encore très récemment tant au niveau expérimental que numérique. La diversité des configurations et le nombre important de paramètres qui interviennent dans ce type d'écoulement nous donne un grand choix de domaine d'études.

La plupart des études existantes traitant de la convection d'origine thermique sont basées sur le modèle de Darcy. De plus ces études supposent le caractère isotrope et homogène des matériaux poreux. Dans beaucoup de cas, la loi de Darcy se trouve inadéquate et l'anisotropie géométrique des grains ou des fibres est rencontrée dans de nombreux milieux poreux, comme les formations rocheuses, les sols sédimentaires, les matériaux d'isolation thermique et

les structures dendritiques formées lors de la solidification de mélanges à plusieurs composants. La majorité des travaux antérieurs qui se sont intéressés à la description des phénomènes de convection double diffusive traitent de la convection naturelle thermosolutale dans les milieux formés de couches poreuses horizontales ou verticales thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes .Des études thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes récentes prennent en compte le caractère anisotrope et hétérogène des milieux poreux. L'absence d'études qui traitent de la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte constitué de milieux poreux multi-couches avec différentes perméabilités dans des cavités carrées et inclinées nous a motivé pour rechercher des résultats concernant ce type de cavité. Notre étude porte plus particulièrement sur l'influence, à des nombres de Rayleigh modérés, de certains paramètres géométriques et physiques, du nombre de Lewis sur la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse.

Dans un premier temps nous donnons quelques notions fondamentales sur le transfert de masse et son couplage avec la convection thermique. Nous présentons par la suite notre modèle mathématique.

Nous nous intéressons à la convection double diffusive générée dans une cavité carrée inclinée, infiniment longue, constituée d'un milieu poreuses multi-couches (deux couches de milieu poreux), de propriétés physiques différentes. Avec des conditions limites classiques (conditions de Dirichlet en température et concentration sur les parois verticales) en régime stationnaire.

III.2.Le Transfert de masse par diffusion moléculaire :

Le transfert de masse par diffusion moléculaire est analogue à la transmission de chaleur par conduction. Il peut avoir lieu dans un fluide au repos mais également dans un fluide en écoulement. Si l'on considère par exemple une cavité contenant deux gaz A et B à la même température, même pression et séparés initialement par une cloison Figure III.1:

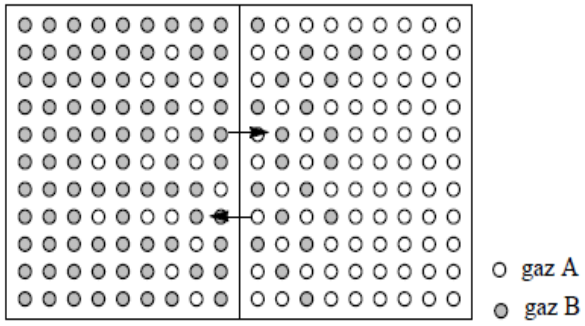


Figure. III.1 : de masse par diffusion moléculaire dans un mélange gazeux

Un transfert de masse s'effectue, dés qu'on met ces deux gaz en contact, dans le sens décroissant de la concentration.

En régime permanent, la concentration en chaque point ne varie pas avec le temps, et suivant la loi de Fick :

$$\vec{m}_A = -D_{AB}\,\overrightarrow{grad}\,C_A$$

où $\vec{\dot{m}}_A$ est la densité de flux massique en kg/(s m^2).

Cette équation est appelé la loi de Fick et relie la densité du flux massique $\dot{m}_A$ échangé par diffusion solutale au gradient de concentration et à la diffusivité massique D_{AB} du composant

A dans B.

Remarquons que la loi de Fick est analogue à celle de Fourrier qui détermine la densité du flux thermique transféré par conduction dans un milieu homogène de conductivité λ .

$$\vec{q} = -\lambda\,\overrightarrow{grad}\,T$$

$\vec{q}$ est la densité du flux thermique exprimée en W/m^2

λ: est la conductivité thermique exprimée en W/m.

T est la température [K]

La diffusion solutale peut être influencée par des paramètres extérieurs, tel que les gradients de température (effets de Soret, effet Dufour), les gradients de pression où les réactions

chimiques. Dans notre étude, nous supposerons que ces effets extérieurs sont négligeables et que la diffusion solutale ne dépend que du gradient de concentration.

En diffusion solutale, on travaille généralement sur le concept de concentration d'un élément e dans un mélange. Cette concentration représente la masse de l'élément e dans le mélange de volumeV_d et elle est exprimée en kg de solvant (l'élément e) par m^3de solution (le mélange).

$$C_e = \frac{m_e}{V_d} = \rho_e \qquad \textbf{(III.3)}$$

La densité de flux massique locale d'un élément e dans un mélange s'exprime.

$$\vec{\dot{m}}_e = \rho_e \vec{V_e} \qquad \textbf{(III.4)}$$

Ou $\vec{V_e}$ représente la vitesse des particules du composant e dans un système ds coordonnés fixé. La vitesse moyenne moyenne massique $\vec{V}$ est alors définie comme le rapport de la somme des flux massiques élémentaires à la densité totale du mélange.

$$\rho.\vec{V} = \vec{\dot{m}} = \sum \vec{\dot{m}} = \sum \rho_e \vec{V_e} \qquad \textbf{(III.5)}$$

$$\vec{V} = \frac{1}{\rho} \sum \rho_e \vec{V} \qquad \textbf{(III.6)}$$

On définit alors le flux massique de l'élément e relativement par rapport à un repère se déplaçant à la vitesse massique moyenne par:

$$\vec{\dot{M}}_e = \rho_e \left(\vec{V_e} - \vec{V} \right) \qquad \textbf{(III.7)}$$

Si $\vec{\dot{m}}$ est le flux absolu de l'élément e, $\vec{\dot{M}}$ est le flux diffus; il représente le mouvement de l'élément relativement au mouvement moyen du mélange et on peut écrire:

$$\vec{\dot{m}_e} = \vec{\dot{M}}_e + \rho_e \vec{V} \qquad \textbf{(III.8)}$$

L'équation (III.8) nous montre qu'il y a deux contributions pour le flux absolu de l'élément e, l'une due à la diffusion (mouvement de l'élément e par rapport au mouvement moyen du mélange) et l'autre due au mouvement moyen du mélange.

III.2.1.Equations de la diffusion massique :

L'équation de conservation de la masse globale du mélange s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\rho_e \vec{V}\right) = 0 \qquad \textbf{(III.9)}$$

soit, encore, en distinguant la contribution de chacun des éléments: L'équation relative à l'ensemble des éléments du mélange s'écrit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\sum \rho_e \vec{V_e}\right) = 0 \qquad \textbf{(III.10)}$$

L'équation de la conservation de la masse pour chaque élément e du mélange sur un volume de contrôle est:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\rho_e \vec{V_e}\right) = 0 \qquad \textbf{(III.11)}$$

En tenant compte de l'équation (III.7), l'équation (III.11) s'écrira:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla\left(\rho_e \vec{V}\right) = -\nabla \overrightarrow{\dot{M}_e} \qquad \textbf{(III.12)}$$

En remplaçant le flux massique M_e par son expression donnée par la loi de Fick (III.1) et en introduisant le concept de la concentration défini par l'équation (III.3), on obtient l'équation de la diffusion de chaque constituant e du mélange.

$$\frac{\partial C_e}{\partial t} + \vec{V}.\nabla C_e = \mathrm{D}\,\Delta\, C_e \qquad \textbf{(III.13)}$$

Dans notre étude le mélange ne contient qu'un seul élément, dans tout ce qui va suivre on omettra l'indice e pour la concentration, on écrira donc l'équation (III.13) comme suit:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V}.\nabla C = D\Delta C \qquad \textbf{(III.14)}$$

Lorsque l'écoulement du fluide est assez faible pour contribuer au transfert de masse, l'équation (III.15) s'écrit sous la forme réduite suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla C \qquad \textbf{(III.15)}$$

De même cette diffusivité est analogue à la conductivité thermique (exprimée en kJ/kg.K), si on compare la loi de Fick (III.1) et la loi de Fourrier (III.2) donnant respectivement la densité du flux solutal et la densité du flux thermique.

III.3. Couplage avec la convection thermique.

Pour expliquer le comportement de deux écoulements dus simultanément à la diffusion thermique et à la diffusion solutale, prenons l'exemple simple d'une plaque plane verticale maintenu à une température Tp et baignant dans un fluide à une température T∞. Si Tp> T∞, le fluide près de la paroi s'échauffe ce qui entraîne une diminution de sa densité, et par conséquent un mouvement ascendant s'établit le long de la paroi, du fait de la poussée d'Archimède. C'est le cas de la convection thermique pure. Supposons maintenant que ce même fluide contient un constituant d'une concentration C∞ et que la plaque est soumise à une concentration Cp de ce même constituant, Quatre cas peuvent intervenir suivant la nature

du fluide et des conditions aux limites. En effet le comportement du fluide le long de la paroi

est influencé par le signe d'expansion solutal du constituant (soluté) βc et par le taux de concentration de la paroi par rapport à la solution. Selon ces paramètres, les forces de volume

thermiques et solutales peuvent coopérer ou s'opposer suivant les configurations suivantes:

- Le cas où le fluide prés de la paroi est moins concentré (Cp<C∞), sa densité plus faible entraînerai un mouvement ascendant, cet écoulement solutal qui est du à un gradient de concentration coopère avec l'écoulement thermique si βc >0 et s'oppose si βc <0.
- Le cas où le fluide prés de la paroi est plus concentré (Cp>C∞), il devient plus lourd et descend le long de la plaque, cet écoulement se trouve confronté à l'écoulement thermique si βc >0 mais s'entraident si βc <0.Les quatre configurations sont représentées sur la figure III.2

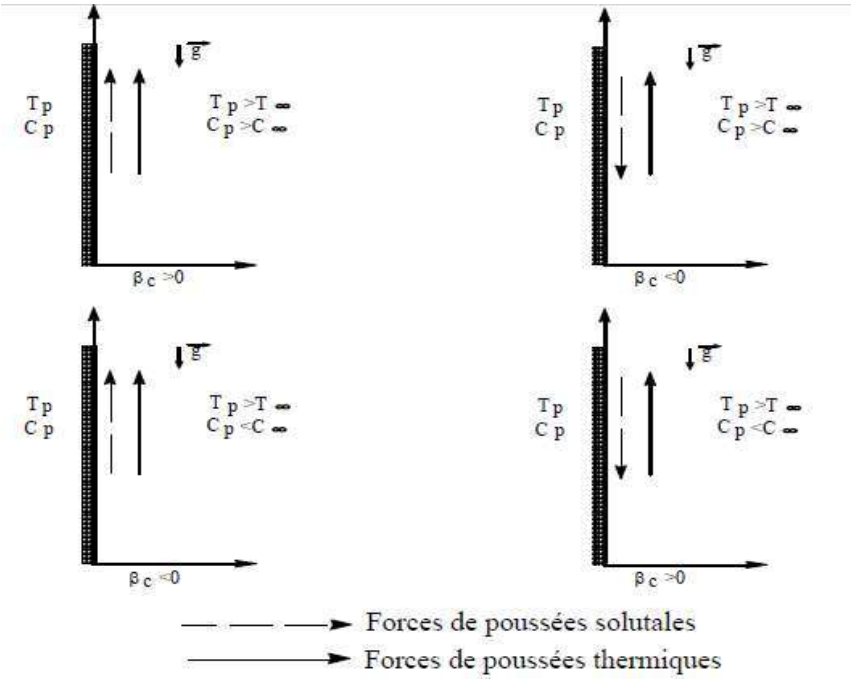


Figure. III.2: Couplage thermosolutale le long d'une plaque verticale

Bejan [88] présente des résultats concernant ce même type d'écoulement naturel d'un fluide le long d'une plaque verticale soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration.

Nous considérons dans notre étude que les transferts de chaleur et de masse ne sont couplés que par la vitesse de l'écoulement et n'interagissent pas entre eux directement. Dans le cas contraire nous serons en présence de l'effet Sorte et Dufour. Ce phénomène apparaît lorsque les gradients de température et de concentration sont élevés.

Dans ce chapitre nous décrivons et formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

Le travail qui fait l'objet de cette étude concerne justement la convection double diffusive générée dans une cavité carrée remplie par deux couches (milieu poreux et fluide) disposées horizontalement. Par une modélisation numérique, les résultats des calculs sont présentés et commentés en termes de lignes de courant, des isothermes, des isoconcentrations et des transferts thermiques et massiques moyens.

III.4.Modèle Physique :

Le modèle physique étudié est présenté dans la figure 3, deux couches sont disposés horizontalement occupant l'espace formé par une cavité carrée. La première est une couche poreuse et la deuxième couche est fluide (solution aqueuse de nitrate).

Quelques hypothèses sont considérées pour ce cas de modèle physique :

- Ecoulement laminaire 2D et stationnaire.
- La couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide.
- Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes
- Hypothèse de Boussinesqadmise.
- Un équilibre thermodynamique local a lieu entre le fluide et le milieu poreux.
- Le modèle de Darcy- Brinkman est adopté. Les parois inférieure et supérieure de la cavité sont adiabatiques et imperméables alors que les faces latérales sont maintenues à des conditions de température et de concentration constantes.

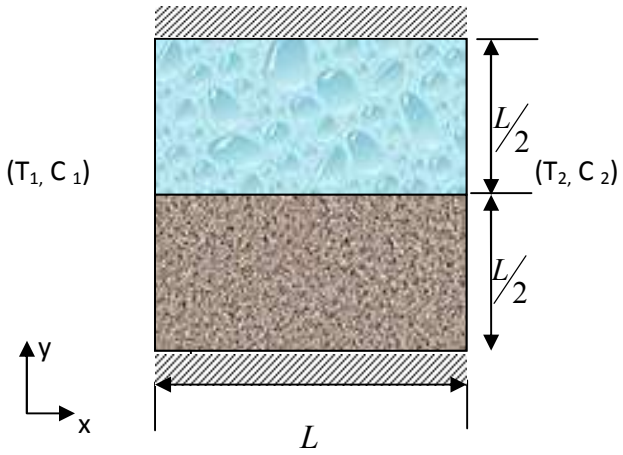


Figure III.3. Modèle physique et système de coordonnée

A cet effet, une convection double diffusive prend naissance dans la cavité partiellement poreuse. Les équations gouvernantes formulées dans les sections qui suivent sont écrites en tenant compte des hypothèses précédentes :

III.5. Equations gouvernantes :

III.5.1. Equation de continuité :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x}+\frac{\partial v_i}{\partial y} \qquad \textbf{(III.16)}$$

III.5.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement :

- **Suivant x**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial u_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial x}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}u_i+\varepsilon^2\mu_{eff}\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2}\right)+\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-C_{ref}\right)\right)\rho_f.g.\sin\alpha \qquad \textbf{(III.17)}$$

- **Suivant y**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial v_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial v_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial y}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}v_i+\varepsilon^2\mu_{eff}\left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-C_{ref}\right)\right)\rho_f.g.\cos\alpha \qquad \textbf{(III.18)}$$

III.5.3.Equation de l'énergie :

$$\left(\rho.cp\right)_f\left[u_i\frac{\partial T_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial T_i}{\partial y}\right]=k_{eff}\left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2}\right] \qquad \textbf{(III.19)}$$

III.5.4.Equation de concentration :

$$\left[u_i\frac{\partial C_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial C_i}{\partial y}\right]=D_{eff}\left[\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2}\right] \qquad \textbf{(III.20)}$$

L'indice i désigne la couche poreuse, $i=1$ correspond à la couche 1 et $i=2$ à la couche fluide 2. Dans le cas du modèle physique avec les couches poreuses horizontales, on pose: $\alpha=0^\circ$. On désignera le modèle physique de la figure 1a par modèle horizontal.

III.6.Conditions aux limites

Pour la résolution du problème physique, nous avons besoin d'associer aux équations mathématiques régissant le phénomène de convection naturelle, un nombre adéquat de conditions aux limites.

Les conditions aux limites se traduisent sous forme mathématique comme suit:

III.7. A dimensionnement des équations:

En général, l'a dimensionnement est une méthode qui peut permettre de réduire le nombre de paramètres influençant les phénomènes physiques et de généraliser les résultats à obtenir.

Afin de ne pas alourdir les équations gouvernantes par l'indice i on a omis l'indice (i). Ainsi en introduisant les grandeurs adimensionnelles suivantes:

L : Longueur de la cavité.

$\Delta T = T_1 - T_2$: Ecart de température de référence entre les parois.

$\Delta C = C_1 - C_2$: Ecart de Concentration de référence entre les parois.

a : Diffusivité thermique.

$$, \quad Y^* = \frac{y}{L} \quad , U^* = \frac{uL}{a} \quad , X^* = \frac{x}{L} \; V^* = \frac{vL}{a} \quad , \quad \theta = \frac{T - T_{ref}}{T_1 - T_2} \quad , \quad S = \frac{C - C_{ref}}{C_1 - C_2} \quad ;$$

$$P^* = p \frac{L^2}{\left(\frac{\rho_f . a^2}{\varepsilon^2} \right)} \qquad \text{Avec:} \qquad T_{ref} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad , \; C_{ref} = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Afin de ne pas trop encombrer l'écriture des équations les exposants (*) relatifs aux variables adimensionnelles seront omis par la suite.

En procédant à une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, celles-ci s'écrivent sous la forme suivante:

L'ensemble des équations gouvernant la conservation de la masse, la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'espèce chimique s'écrivent pour chacune des couches, sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial X}+\frac{\partial V_i}{\partial Y}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial U_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial U_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial X}-\frac{\Pr}{Da_i}.U_i+Rv\Pr.\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right) \qquad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial V_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial V_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial Y}-\frac{\Pr}{Da_i}.U_i+Rv\Pr.\left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V_i}{\partial Y^2}\right)+Ra\Pr[\theta_i+NS_i] \qquad (3)$$

$$U_i\frac{\partial \theta_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}=Rc.\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \qquad (4)$$

$$U_i\frac{\partial S_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial S_i}{\partial Y}=\frac{1}{Le}.\left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2}\right) \qquad (5)$$

L'indice i désigne les couches, il prend les valeurs 1 ou 2. Les paramètres apparaissant dans ces équations sont définis dans la nomenclature.

Les conditions aux limites se traduisent mathématiquement sous forme adimensionnelle par :

Pour Y=0 $0\leq X\leq 1$ $U_i=V_i=0$ $\left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right|=0$ $\left.\frac{\partial S_i}{\partial Y}\right|=0$ (6)

Pour Y=1 $0\leq X\leq 1$ $U_i=V_i=0$ $\left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right|=0$ $\left.\frac{\partial S_i}{\partial Y}\right|=0$ (7)

Pour X= 0 $0\leq Y\leq 1$ $U_i=V_i=0$ $\theta_i=-0.5$ $S_i=-0.5$ (8)

Pour X= 1 $0\leq Y\leq 1$ $U_i=V_i=0$ $\theta_i=0.5$ $S_i=0.5$ (9)

A côté des conditions aux limites, on associe aussi les conditions de continuité aux interfaces.

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernante a donnée naissance à un groupement adimensionnel tel que le nombre de Darcy (Da_i) de chaque couche poreuse, le nombre de Rayleigh (Ra) ainsi que le nombre de Prandtl (Pr). Les autres paramètres sont définis dans la nomenclature.

Bien que dans les équations gouvernantes adimensionnées, c'est le nombre de Rayleigh fluide qui est défini, dans la suite on utilisera le nombre de Rayleigh modifié Ra_m (basé sur le

nombre Rayleigh fluide Ra et le nombre de Darcy de la première couche poreus Ra_m= Ra Da_1).

III.10.Conclusion:

Une fois les équations régissant le problème physique posé, avec les conditions aux limites associées, sont mises sous leurs formes adimensionnelles, et étant donné leur présentation sous forme d'équations aux dérivées partielles qui ne peuvent prétendre à une résolution analytique directe, nous avons donc opté pour une résolution numérique. Celle-ci permettra de transformer les équations aux dérivées en équations algébriques. Ceci fera l'objet du prochain chapitre.

Chapitre IV : Modélisation numérique

IV.1. Introduction

La procédure numérique retenue pour la résolution du système d'équations couplées précédentes ((III.16)-(III.19)) gouvernant la convection thermosolutale dans la cavité poreuse est la méthode des volumes finis, **[16]** Elle utilise une formulation des équations en variables primitives (vitesse - pression).

IV.2. Principe de la méthode des volumes finis

IV.2.1. Equation différentielle gouvernante

Les phénomènes physiques impliquant l'écoulement d'un fluide, le transfert de chaleur et le transfert de masse, sont gouvernés par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie et des espèces chimiques,... etc. Ces principes sont exprimés par des équations différentielles. Si on note par ϕ la variable dépendante, les équations de conservation en régime stationnaire possèdent une forme commune, qui est donnée par:

$$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)=\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)+S \qquad \textbf{(IV.1)}$$

Avec:

$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)$: Terme convectif.

$\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)$: Terme de diffusion.

S : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

ϕ : est la variable dépendante généralisée (vitesse, température, Concentration).

IV.2.1.1. Equation de continuité :

La difficulté majeure dans le calcul du champ de vitesse, réside dans le champ de pression, qui est inconnu. Cependant, ce champ de pression est implicitement spécifié dans l'équation de continuité.

Quand ce champ de pression est substitué dans les équations du mouvement, le champ de vitesse résultant satisfait l'équation de continuité. Le couplage entre le champ de pression et le champ de vitesse est utilisé dans l'élaboration d'une procédure de calcul pour le champ dynamique.

IV.2.2. Maillage et volume de contrôle :

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes de contrôle. Il existe plusieurs types de maillage, on peut citer le maillage uniforme, le maillage non uniforme et aussi le maillage à zones, et c'est pour le maillage à non uniforme que nous avons opté dans notre travail. La figure IV.1 indique la subdivision d'un domaine en volumes de contrôle.

La variable dépendante considérée est calculée aux noeuds. Les équations algébriques définies en ces noeuds, sont obtenues par intégration des équations de conservation à travers les volumes de contrôle, pour chaque noeud.

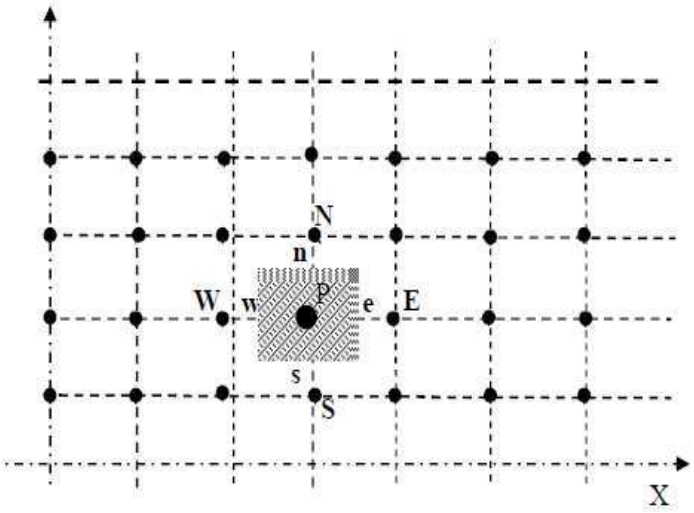


Figure IV.1. Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle

IV.2.3. Discrétisation des équations de conservation

Pour une situation bidimensionnelle, en régime permanent, l'équation différentielle (IV.1) peut s'écrire, en considérant une direction (i), sous la forme suivante:

$$\rho . u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S \qquad \textbf{(IV.2)}$$

En combinant les flux convectifs et diffusifs (IV.1), le flux total (convection-diffusion) J_i s'écrit alors:

$$\frac{\partial J_i}{\partial x_i} = S \qquad \textbf{(IV.3)}$$

Avec :

$$J_i = \rho . u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \qquad \textbf{(IV.4)}$$

Les différents termes des équations de conservation obtenues dans notre cas sont rapportés dans le tableau IV-1.

Equation	ϕ	Γ	S
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$R_v \Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\Pr}{Da} U + Ra \Pr[\theta + NS] \sin\alpha$
Mouvement/Y	V	$R_v \Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\Pr}{Da} V + Ra \Pr[\theta + NS] \cos\alpha$
Energie	θ	R_C	0
Concentration	S	$1/Le$	0

Tableau IV.1 : Définition des différents termes des équations de conservation

En intégrant l'équation (IV.3) à travers le volume de contrôle représenté dans la figure IV.2, on obtient:

$$J_W A_W - J_e A_e + J_S A_S - J_n A_n = \overline{S} \Delta V = \overline{S} \Delta X \Delta Y \qquad \textbf{(IV.5)}$$

Dans l'équation (IV.5), les quantités $J_{e,w,n,s}$ représentent les flux totaux sur les faces des volumes de contrôle, S est le terme source, et ΔV le volume. Les $A_{e,w,n,s}$ sont les aires de chaque face du volume de contrôle.

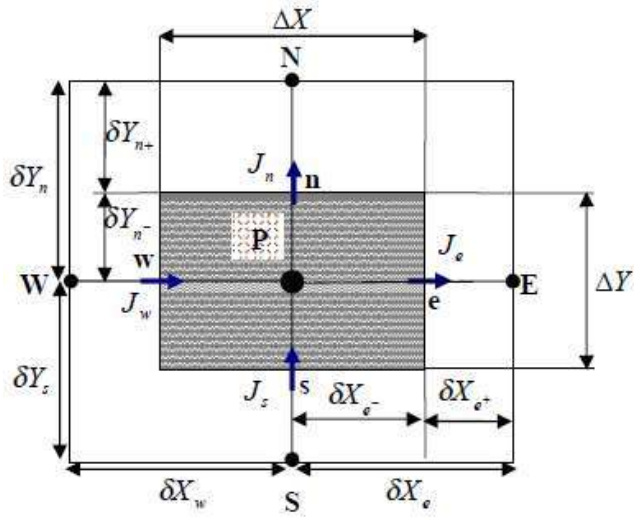


Figure IV.2. Volume de contrôle représentatif

Avec :

$$J_e = \int_n^s (J_X)_e \, dY = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_e \Delta Y \qquad \textbf{(IV.6)}$$

$$J_w = \int_n^s (J_X)_w \, dY = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_w \Delta Y \qquad \textbf{(IV.7)}$$

$$J_n = \int_w^e (J_Y)_n \, dY = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_n \Delta X \qquad \textbf{(IV.8)}$$

$$J_s = \int_w^e (J_Y)_S \, dX = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_s \Delta X \qquad \textbf{(IV.9)}$$

IV.2.3.1. Flux de diffusion -convection:

Considérons la région entre les points P et E de la figure IV.2. Si un problème unidimensionnel de convection - diffusion est résolu entre les points P et E, un profil exponentiel de ϕ est obtenu comme solution exacte. La solution exponentielle conduit à:

$$J_e = F_e \left(\phi_P + \frac{(\phi_P - \phi_E)}{\exp(P_e) - 1} \right) \qquad \textbf{(IV.10)}$$

Où le nombre de Peclet, P_e est donné par:

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \qquad \textbf{(IV.11)}$$

$F_e = \rho U_e A_e$ estle débit d'écoulement, et D_e la conductance de diffusion

Le coefficient de diffusion Γ_e est évalué par une moyenne harmonique [88] à travers le volume de contrôle. L'expression de D_e est alors:

$$D_e = A_e \left(\frac{\left(\delta X_{e^-}\right)}{\Gamma_P} + \frac{\left(\delta X_{e^+}\right)}{\Gamma_E} \right)^{-1} \qquad \textbf{(IV.12)}$$

Les distances δX_{e^-} et δX_{e^+} [88] sont représentées sur la figure IV.2.

IV.2.3.2. Simplification de l'expression du flux:

L'équation (IV.12) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$J_e = F_e \phi_p + \left\{ D_e A\left(\left|P_e\right|\right) + \left[-F_e, 0\right] \right\} \left(\phi_P - \phi_E\right) \qquad \textbf{(IV.13)}$$

Avec :

$$A\left(\left|P_e\right|\right) = \frac{\left|P_e\right|}{\left(\exp\left(\left|P_e\right|\right) - 1\right)} \qquad \textbf{(IV.14)}$$

Le calcul des exponentielles est assez long, de plus il n'est pas exact pour les situations bidimensionnelles et tridimensionnelles avec terme source. Pour ces raisons, des approximations pour l'expression du flux ont été utilisées [88].

IV.2.3.3. Linéarisation du terme source:

Souvent le terme source S dépend de la variable ϕ. Il est exprimé comme une fonction linéaire de ϕ_P. La méthode de la tangente [88] est recommandée dans la linéarisation du terme source, elle consiste à écrire:

$$\overline{S} = \overset{*}{S} + \left[\frac{dS}{d\phi}\right]^* \left(\phi_P - \phi_P^*\right) \qquad \textbf{(IV.15)}$$

La formule de linéarisation peut s'écrire alors:

$$\overline{S} = Sc + S_P \phi_P \qquad \textbf{(IV.16)}$$

S_P est le coefficient de ϕ_P. Sc est la partie de S qui ne dépend pas explicitement de ϕ_P. Le symbole $\left(^*\right)$est utilisé pour noter la valeur de ϕ_P à une itération donnée. Il est souhaitable lors de la linéarisation que S_p soit négatif, car un S_p positif peut causer une divergence.

Les valeurs des termes sources linéarisés (Sc et S_P) pour les différentes équations sont résumées dans le tableau IV.2

Equation	ϕ	Sc	Sp
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$-\frac{\partial P}{\partial X} + Ra\,\mathrm{Pr}[\theta + NS]\sin\alpha$	$-\frac{\mathrm{Pr}}{Da_i}$
Mouvement/Y	V	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra\,\mathrm{Pr}[\theta + NS]\cos\alpha$	$-\frac{\mathrm{Pr}}{Da_i}$
Energie	θ	0	0
Concentration	S	0	0

Tableau IV.2. Expressions des termes sources linéarisés (Sc et Sp) pour les différentes équations

IV.2.3.4. Equation finale de discrétisation:

L'intégration de l'équation de continuité donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \qquad \textbf{(IV.17)}$$

Où F_e, F_w, F_n et F_s sont les débits volumiques à travers les faces du volume de contrôle.

Multiplions l'équation (IV-17) par ϕ_p elle devient :

$$F_e\phi_P - F_w\phi_P + F_n\phi_P - F_s\phi_P = 0 \,(\text{IV.18})$$

D'autre part, la linéarisation du terme source donne :

$$\overline{S} = Sc + S_P \phi_P \qquad \textbf{(IV.19)}$$

La combinaison entre les équations (IV-5) et (IV-18) donne :

$$\left(J_e - F_e\phi_P\right) - \left(J_w - F_w\phi_P\right) + \left(J_n - F_n\phi_P\right) - \left(J_s - F_s\phi_P\right) = \left(Sc + S_P\phi_P\right)\Delta X\Delta Y \qquad \textbf{(IV.20)}$$

Sachant que :

$$J_e - F_e\phi_P = \{D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0]\}(\phi_P - \phi_E) \qquad \textbf{(IV.20a)}$$

$$J_w - F_w\phi_P = \{D_w A(|P_w|) + [F_w, 0]\}(\phi_W - \phi_P) \qquad \textbf{(IV.20b)}$$

$$J_n - F_n\phi_P = \{D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0]\}(\phi_P - \phi_N) \qquad \textbf{(IV.20c)}$$

$$J_S - F_s\phi_P = \{D_s A(|P_s|) + [F_s, 0]\}(\phi_s - \phi_P) \qquad \textbf{(IV.20d)}$$

On obtient l'équation discrétisée:

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + b \quad \text{(IV.20)}$$

Avec:

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \qquad \textbf{(IV.21a)}$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [+F_w, 0] \qquad \textbf{(IV.21b)}$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + [-F_s, 0] \qquad \textbf{(IV.21c)}$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [+F_n, 0] \qquad \textbf{(IV.21d)}$$

$$b = Sc\Delta X\Delta Y \qquad \textbf{(IV.21e)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P\Delta X\Delta Y \qquad \textbf{(IV.21f)}$$

Le symbole $[a,b]$ représente le maximum entre a et b et $A(|P_i|)$ la fonction d'interpolation qui diffère d'un schéma à un autre.

Avec :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta X_e}\Delta Y \qquad , F_e = U_e \Delta Y \qquad , \; P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta X_w}\Delta Y \qquad , F_w = U_w \Delta Y \quad , P_w = \frac{F_w}{D_w} \qquad \textbf{(IV.22)}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta Y_n}\Delta X \qquad , F_n = V_n \Delta X \qquad , \; P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta Y_s}\Delta X \qquad , F_s = V_s \Delta X \qquad , \; P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

D_i, F_i et P_i représentent respectivement la diffusion, le débit volumique et le rapport du transfert par convection au transfert par diffusion.

L'équation (IV.21) peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \qquad \textbf{(IV.23)}$$

L'indice nb note les nœuds voisins de P, et la sommation est faite à travers tous les nœuds voisins (e, w, n, s).

IV.2.3.5.Méthode de résolution des équations algébriques:

La méthode de résolution adopté dans la présente étudeest la technique ligne par ligne, qui combine entre une méthode directe (algorithme de Thomas) et une méthode itérative (Gauss Seidel) [88-91]. Elle est utilisée pour la résolution des équations algébriques. Elle consiste à appliquer l'algorithme de Thomas pour trouver les valeurs de ϕ pour une direction et une position donnée. Les valeurs de ϕ des noeuds des positions avoisinantes sont estimées; lorsque toutes les positions seront considérées, une itération est accomplie par la technique ligne par ligne. Le processus peut être répété en choisissant les positions dans l'autre direction.

IV.2.4. Considérations pour le champ dynamique :

L'analyse des équations gouvernantes pour les composantes de vitesse u_i révèle que ces dernières ne peuvent être obtenues directement par la résolution des équations du mouvement. En effet, ces équations contiennent le gradient de pression $-\frac{\partial P}{\partial x_i}$ qui est un terme source important, lequel n'est pas exprimé en terme de u_i ou d'autresvariables. Cependant, la pression est indirectement spécifiée à travers l'équation de continuité. Une autre difficulté surgit aussi pour les équations du mouvement et de continuité. Si les vitesses et les pressions sont calculées aux mêmes nœuds, plusieurs champs physiques irréels peuvent être considérés comme solutions. L'un des remèdes pour cet inconvénient est le maillage décalé proposé par Patankar [88].

IV.2.4.1.Notion de maillage décalé:

La figure IV.3 montre une partie d'un maillage adapté au cas bidimensionnel. Dans le maillage décalé, les composantes de vitesse sont portées sur les faces des volumes de contrôle. Toutes les autres variables ϕ, y compris la pression, sont calculées aux nœuds principaux.

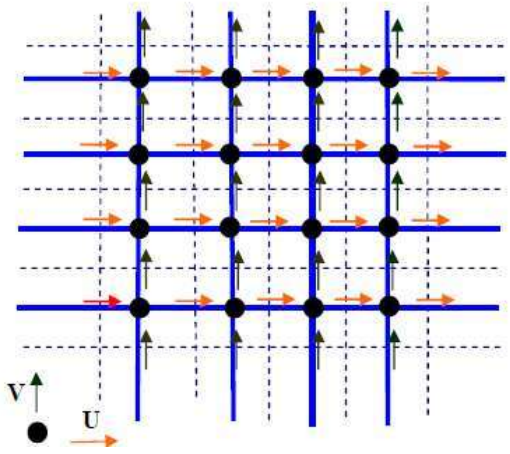


Figure IV.3. Représentation d'un maillage décalé

IV.2.5. Discrétisation des équations dynamiques

IV.2.5.1. Equations du mouvement:

Les volumes de contrôle correspondant à U et V sont mentionnés dans la figure IV.4

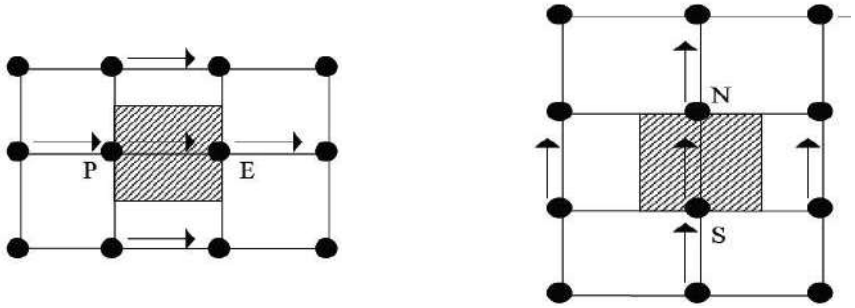


Figure IV.4 Volume de contrôle pour U et V

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement suivant les directions X et Y donne :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \qquad \textbf{(IV.24)}$$

$$a_n V_n = \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n$$

A_e, A_n représentent les surfaces sur les quelles agissent les forces de pression.

$(P_P - P_E)A_e$, $(P_P - P_N)A_n$ sont ont les forces de pression agissant sur les deux faces du volume de contrôle.

La résolution nécessite la connaissance de la pression.

Le champ de vitesse obtenu ne satisfera l'équation de continuité que si la pression est correcte. Au choix initial $P*$ correspond la solution $U*, V*$

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \qquad \textbf{(IV.25)}$$

$$a_n V_n^* = \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_P^* - P_N^*) A_n$$

IV.2.5.2.Correction des vitesses de la pression :

L'objectif est de corriger la pression estimée P^* telle que la vitesse obtenue U^*, V^* s'approchera progressivement de la valeur qui satisfera l'équation de continuité.

Soit P la pression exacte :

$$P = P^* + P'$$

$$U = U^* + U' \qquad \textbf{(IV.26)}$$

$$V = V^* + V'$$

P' : Correction de pression et U', V' : correction des vitesses.

Nous avons:

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \qquad \textbf{(IV.27)}$$

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \qquad \textbf{(IV.28)}$$

Faisons la soustraction entre ces deux équations :

$$a_e U_e' = \sum a_{nb} U_{nb}' + (P_P' - P_E') A_e \qquad \textbf{(IV.29)}$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduites par Patanker [88] est de supposer que le terme $\sum a_{nb} U_{nb}'$ est négligeable.

$$a_e U_e' = (P_P' - P_E') A_e \qquad \textbf{(IV.30)}$$

Où: encore $U_e' = (P_P' - P_E') d_e$ **(IV.31)**

L'équation (IV-26) représente la formule de correction de vitesse, avec $d_e = \frac{A_e}{a_e}$

Donc : $U_e = U_e^* + (P_P' - P_E') d_e$ **(IV.32)**

De la même manière $V_n = V_n^* + (P_P' - P_N') d_n$ **(IV.33)**

Avec: $d_n = \frac{A_n}{a_n}$ **(IV.34)**

IV.2.5.3.Equation de correction de pression :

Le problème maintenant est comment trouver la correction de pression P' ?

L'équation de continuité est donnée par :

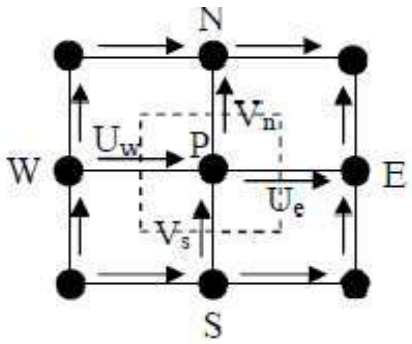


Figure **IV.5.** Volume de contrôle lié à P

Intégration sur un volume de contrôle autour de P donne :

$$(U_e - U_w)\Delta Y + (V_n - V_s)\Delta X = 0 \quad \textbf{(IV.35)}$$

Substitution des vitesses par $U = U^* + U'$, $V = V^* + V'$

D'où :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad \textbf{(IV.36)}$$

$$a_E = d_e \Delta Y \quad \textbf{(IV.36a)}$$

$$a_W = d_w \Delta Y \quad \textbf{(IV.36b)}$$

$$a_N = d_n \Delta X \quad \textbf{(IV.36c)}$$

$$a_S = d_s \Delta X \quad \textbf{(IV.36d)}$$

$$b = (U^*_w - U^*_e)\Delta Y + (V^*_s - V^*_n)\Delta X \quad \textbf{(IV.36f)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \textbf{(IV.36e)}$$

Le terme b devrait tendre vers zéro à la convergence.

IV.3.Algorithme SIMPLER :

(SIMPLER: Semi **I**mplicit**M**ethod for **P**ressure **L**inkedequation**R**evised), l'algorithme est développé pour permettre d'améliorer la vitesse de convergence.

- **Equation de pression**

Equation du mouvement :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad \textbf{(IV.37)}$$

Où

$$U_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right) + (P_P - P_E) d_e \quad \textbf{(IV.38)}$$

On définit $\hat{U}_e$ pseudo vitesse comme : $\hat{U}_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right)_e$ (IV.39)

Donc $U_e = \hat{U}_e + (P_P - P_E) d_e$ **(IV.40)**

D'une manière similaire:

$$V_e = \hat{V}_e + (P_P - P_N) d_n \quad \textbf{(IV.41)}$$

- **L'équation de continuité :**

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle donne lieu à :

$$(U_e - U_w) \Delta Y + (V_n - V_s) \Delta X = 0 \quad \textbf{(IV.42)}$$

Substitutions U_i et V_i par $\hat{U}_i + (P_P - P_E) d_i$ et $\hat{V}_i + (P_P - P_N) d_i$ tel que i représente e , w , n , et s . D'où l'équation de pression :

$$a_P P_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + a_N P_N + b \quad \textbf{(IV.43)}$$

Avec:

$$a_E = d_e \Delta Y \quad \textbf{(IV.43a)}$$

$$a_W = d_w \Delta Y \quad \textbf{(IV.43b)}$$

$$a_N = d_n \Delta X \quad \textbf{(IV.43c)}$$

$$a_S = d_s \Delta X \quad \textbf{(IV.43d)}$$

$$b = \left(\hat{U}_w - \hat{U}_e\right)\Delta Y + \left(\hat{V}_s - \hat{V}_n\right)\Delta X \quad \textbf{(IV.43e)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{(IV.43f)}$$

Remarque :

Aucun terme n'a été négligé pour aboutir à l'équation de pression.

Dans le cas de la convection naturelle, le champ dynamique est couplé avec le champ thermique. Les différentes étapes de l'algorithme Simpler, dans ce cas, sont les suivants :

1- Choix initial des vitesses U^* ,V^* et de température θ^* de soluté S^* .

2- Calculer les coefficients des équations du mouvement et obtenir les pseudo vitesses

$$\hat{U}_e = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e}$$

3- Calculer les coefficients dans les équations de pression et résoudre celles-ci pour obtenir P.

4- Utiliser cette pression comme choix initial P^* et résoudre les équations du mouvement pour obtenir U^*, V^*.

5-Calculer le terme b et résoudre l'équation de correction de pression pour obtenir P'.

6- Corriger les vitesses $U_i = U_i^* + (P_P' - P_i')$mais pas la pression.

7-Résoudre les équations d'énergie et solutale pour obtenir θ *et* S.

8- Prendre ces valeurs comme nouveau choix initial et retourner à l'étape 2.

9- Répéter le processus jusqu'à convergence.

IV.4 Technique de sous-relaxation :

Les coefficients de sous relaxation sont utilisés dans les équations algébriques pour éviter la divergence du système fortement non linéaire.

Elle consiste à diminuer la variation de la grandeur physique ϕ d'une itération à une autre par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation α_ϕ .

Toutes les équations de conservation sont écrites après discrétisation sous la forme générale suivante :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \qquad \textbf{(IV.44)}$$

Si nous notons ϕ_P^* la valeur de ϕ_P à l'itération précédente, il est possible d'écrire :

$$\phi_P = \phi_P^* + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} \right] - \phi_P^* \qquad \textbf{(IV.45)}$$

Le terme entre parenthèses de cette équation représente le changement survenu à ϕ_P pendant une itération. Cette variation peut être alors amortie par l'introduction d'un facteur de sous relaxation α_ϕ de la manière suivante :

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_P} \right] - \phi_P^* \qquad \textbf{(IV.46)}$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus ils sont faibles, plus la sous relaxation est forte et la convergence lente. Mais plus ils sont élevés,

plus la sous relaxation est faible avec des risques d'instabilités et divergence du processus itératif.

Il n'existe pas de règles pour choisir les coefficients de sous relaxation, cela peut dépendre de la nature du problème, du nombre et de la taille des volumes de contrôle ainsi que de la procédure itérative choisie. Il faut cependant savoir que le choix de ces facteurs est essentiel pour aboutir à la convergence du processus itératif.

IV.5 Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif sur les variables dépendantes ϕ. Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé critère de convergence qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul. Un critère de convergence est imposé en terme d'erreur relative pour les variables U, V, P, θ et S. Et qui décrit pour chaque variable :

$\max\left|\frac{\phi-\phi^*}{\phi^*}\right| \leq 10^{-4}$, ainsi que pour le terme b de l'équation de correction pression, avec $|b| \leq 10^{-5}$.

IV.6 Schémas d'interpolation

Dans les coefficients de l'équation algébrique (IV.15), nous avons rencontré le terme $A(|P_i|)$qui représente la fonction d'interpolation utilisée pour l'évaluation de la variable dépendante ϕ à une interface du volume de contrôle.

$A(|P|)$Prendra une fonction selon le schéma choisi et qui est récapitulée dans le tableau IV.3.

Schéma	$A\|P\|$
Centré	1-0.5$\|P\|$
Upwind	1
Hybride	$\left[0,\left(1-0.5\|P\|\right)\right]$
Power-Law	$\left[0,\left(1-0.5\|P\|\right)^5\right]$
Exponentiel	$\frac{P}{\exp\|P\|-1}$

Tableau IV.3. Les expressions de $A|P|$ selon le schéma d'interpolation

Limitations :

- ☒ **Le schéma centré :** il est limité aux problèmes à faible nombre de Peclet, $|P| \le 2$
- ☒ **Le schéma Upwind :**

- non approprié pour les faibles nombres de $|P|$

  Pour les grandes valeurs de$|P|$**,** la diffusion est surestimée (normalement$\frac{d\phi}{dX} \to 0$).

- ☒ **Schéma hybride :** Le schéma hybride est une combinaison de deux schémas précédents, il se réduit à l'approximation centrée lorsque $|P| < 2$, et devient identique au schéma Upwind lorsque $|P| > 2$. L'erreur maximale est pour $|P| \approx 2$

- ☒ **Schéma Power-law**: Ce schéma est recommandé pour les problèmes de convection-diffusion, il s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte. Dans notre cas, nous avons utilisé le schéma Power-law.

IV.7 Application de la méthode des volumes finis à notre problème :

On rappelle les équations qui régissent le mouvement:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \qquad \textbf{(IV.47)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial U_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial U_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial X}-\frac{\Pr}{Da_i}.U_i+Rv\Pr.\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right)+Ra\Pr\left[\theta_i+NS_i\right]\sin\alpha \quad \text{(IV.48)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial V_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial V_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial Y}-\frac{\Pr}{Da_i}.U_i+Rv\Pr.\left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V_i}{\partial Y^2}\right)+Ra\Pr[\theta_i+NS_i]\cos\alpha \qquad \textbf{(IV.49)}$$

$$U_i\frac{\partial \theta_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}=Rc.\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(IV.50)}$$

$$U_i\frac{\partial S_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial S_i}{\partial Y}=\frac{1}{Le}.\left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(IV.51)}$$

IV.7.1 Discrétisation des équations du mouvement :

IV.7.1.1. Equation du mouvement en X :

Comme on l'a déjà signalé, l'équation du mouvement dans la direction X sera intégrée dans le volume de contrôle décalé vers la droite, figure IV.6. D'après cette figure, on peut noter que les nœuds w', P' et e' correspondent respectivement aux noeuds P, e et E. L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction X à travers le volume de contrôle de la figure IV.6 et après arrangement donne:

$$a_{P'}U_{P'}=a_{E'}U_{E'}+a_{W''}U_{W'}+a_{N'}U_{N'}+a_{S'}U_{S'}+(P_P-P_E)\Delta Y'+b' \qquad \textbf{(IV.52)}$$

Les coefficients a_i sont définis par les équations (IV.21), alors que les expressions des conductances diffusives et les débits volumiques sont donnés par :

$$\left.\begin{aligned}
&D_{e'}=\left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{e'}\Delta Y' \quad F_{e'}=U_{e'}\Delta Y'\\
&D_{w'}=\left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{w'}\Delta Y' \quad F_{w'}=U_{w'}\Delta Y'\\
&D_{n'}=\left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{n'}\Delta X' \quad F_{n'}=V_{n'}\Delta X'\\
&D_{s'}=\left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{s'}\Delta X' \quad F_{s'}=V_{s'}\Delta X'
\end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.53)}$$

Avec $\Gamma=R_v\Pr$, $b'=Sc\Delta X'\Delta Y'$ et les valeurs de Sc et Sp sont données dans le tableau (IV.2

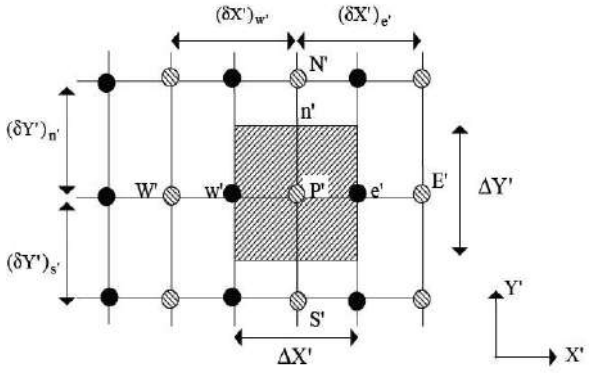


Figure IV.6. Schéma du volume de contrôle pour U

IV.7.1.2. Equation du mouvement en Y :

L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction Y est faite dans le volume de contrôle décalé vers le haut, figure IV.7, et les nouveaux noeuds seront désignés par P", E", W" et N" et les interfaces par e",w", n" et s". D'après cette figure, on peut noter que les nœuds s", P", et n" correspondent respectivement aux noeuds P, n et N.

En utilisant les mêmes démarches d'intégration qu'en X, la discrétisation de l'équation du mouvement dans la direction Y est obtenue comme suit:

$$a_{P''}V_{P''} = a_{E''}V_{E''} + a_{W''}V_{W''} + a_{N''}V_{N''} + a_{S''}V_{S''} + \left(P_P - P_N\right)\Delta Y'' + b'' \qquad \textbf{(IV.54)}$$

Où les coefficients a_i " sont définis dans les équations (IV.21), et les expressions des flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme :

$$\left.\begin{aligned} D_{e''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{e''} \Delta Y'' \quad F_{e''} = U_{e''}\Delta Y'' \\ D_{w''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{w''} \Delta Y'' \quad F_{w''} = U_{w''}\Delta Y'' \\ D_{n''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{n''} \Delta X'' \quad F_{n''} = V_{n''}\Delta X'' \\ D_{s''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{s''} \Delta X'' \quad F_{s''} = V_{s''}\Delta X'' \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.55)}$$

Avec $\Gamma = R_v \,\mathrm{Pr}$, et le terme source est donné par:

$$b'' = Sc\Delta X''\Delta Y'' \qquad \textbf{(IV.56)}$$

La valeur de $\theta_{P''}$ et $S_{P''}$ aux interfaces sera calculée de la manière suivante pour le cas du modèle horizontal:

$$\left.\begin{aligned}\theta_{P''} &= fe\theta_P + (1-fe)\theta_N \\ S_{P''} &= feS_P + (1-fe)S_N\end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.57)}$$

et fe est un facteur d'interpolation [88] définis par:

$$fe = \frac{Y_N - Y_{P''}}{Y_N - Y_P} \qquad \textbf{(IV.58)}$$

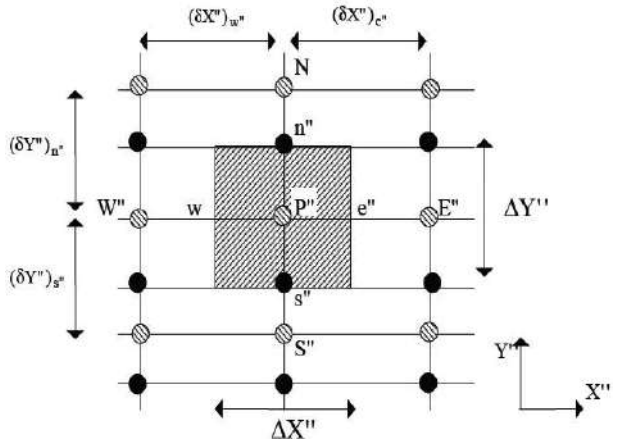


Figure IV.7. Schéma du volume de contrôle pour V

D'une manière similaire, on détermine θ et S pour le cas du modèle vertical.

IV.7.2. Equation de correction de pression :

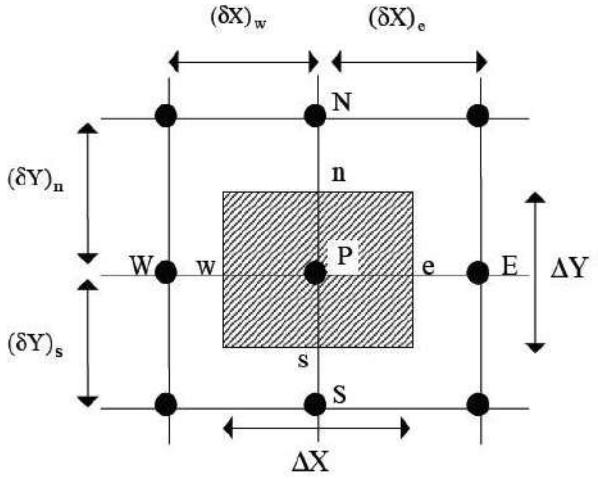


Figure IV.8. Schéma du volume de contrôle pour P

L'intégration de l'équation de continuité pour le volume de contrôle de la figure IV.8 donne:

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial U}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial V}{\partial Y} dXdY = 0 \qquad \textbf{(IV.60)}$$

soit après intégration et simplification, et en utilisant les mêmes démarches que celles faites dans c), l'équation précédente prend la forme:

$$a_P P'_P = a_E P'_P + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b_{P'} \qquad \textbf{(IV.61)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \qquad \textbf{(IV.62)}$$

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_W &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_n \Delta X \\ a_S &= d_S \Delta Y \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.63)}$$

Avec:

$$\left.\begin{aligned} d_e &= \frac{A_e}{a_e} = \frac{\Delta Y}{a_e} \\ d_w &= \frac{A_w}{a_w} = \frac{\Delta Y}{a_w} \\ d_n &= \frac{A_n}{a_n} = \frac{\Delta X}{a_n} \\ d_s &= \frac{A_s}{a_s} = \frac{\Delta X}{a_s} \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(IV.64)}$$

Avec :

$$b_{P'} = \left(U_w^* - U_e^*\right)\Delta Y + \left(V_s^* - V_n^*\right)\Delta X \quad \textbf{(IV.65)}$$

L'indice (*) désigne la valeur des variables de l'itération précédente. On fait le même raisonnement pour obtenir le champ de pression, on obtient alors :

$$a_P P_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + a_N P_N + b_P \quad \textbf{(IV.66)}$$

Avec :

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_W &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_n \Delta X \\ a_S &= d_s \Delta X \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(IV.67)}$$

Avec :

$$b_P = \left(\hat{U}_w - \hat{U}_e\right)\Delta Y + \left(\hat{V}_s - \hat{V}_n\right)\Delta X \quad \textbf{(IV.68)}$$

Avec:

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \qquad \textbf{(IV.69)}$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{U}_{P'} &= \frac{\sum_{nb'} a_{nb'} U_{nb'}}{a_{P'}} \\ \hat{V}_{P''} &= \frac{\sum_{ab''} a_{nb''} V_{nb''}}{a_{p''}} \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.70)}$$

IV.7.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie

L'intégration de l'équation de l'énergie est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure IV.8.

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial \theta}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial \theta}{\partial Y} dXdY = R_k \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) dXdY \qquad \textbf{(IV.71)}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_P \theta_P = a_W \theta_W + a_E \theta_E + a_S \theta_S + a_N \theta_N \qquad \textbf{(IV.72)}$$

Où les coefficients a_i sont définis dans les équations (IV.21), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme :

$$\left.\begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_e \Delta Y \quad F_e = U_e \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_w \Delta Y \quad F_w = U_w \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_n \Delta X \quad F_n = V_n \Delta X \\ D_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_s \Delta X \quad F_s = V_s \Delta X \\ \Gamma &= R_k \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.73)}$$

IV.7.4. Discrétisation de l'équation du soluté

L'intégration de l'équation du soluté est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure IV.8.

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial S}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial S}{\partial Y} dXdY = \frac{1}{Le} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) dXdY \qquad \textbf{(IV.74)}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_P S_P = a_W S_W + a_E S_E + a_S S_S + a_N S_N \qquad \textbf{(IV.75)}$$

Où les coefficients a_i sont définis dans les équations (IV.21), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme :

$$\left.\begin{aligned}
D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_e \Delta Y \quad F_e = U_e \Delta Y \\
D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_w \Delta Y \quad F_w = U_w \Delta Y \\
D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X \quad F_n = V_n \Delta X \\
D_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_s \Delta X \quad F_s = V_s \Delta X \\
\Gamma &= \frac{1}{Le}
\end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.76)}$$

Chapitre V : Résultats et Discussions

Dans cette section, les résultats de la simulation numérique se rapportant au modèle physique sont analysés et commentés.

Dans toutes les simulations de cette étude, nous avons considéré une solution d'un polluant organique comme fluide saturant la couche poreuse nombre de Prandtl élevé. La porosité ε , le rapport des conductivités thermiques des deux couches poreuse et fluide et le nombre de Lewis sont respectivement fixés à 0.5, 1et 130 Le rapport de la viscosité effective à la viscosité fluide ($R\nu$) est pris égal à l'unité. Par ailleurs, Nous nous sommes placés dans les deux cas d'un écoulement convectif où la contribution des forces de volume dues à la concentration vient s'ajouter à celle des forces de volume dues à la température. C'est la convection double diffusive avec un rapport des forces de volume $N > 0$ (convection thermosolutalecoopérante) et même dans le cas où $N < 0$ convection thermosolutale opposée. nous avons traité l'effet de la variation du rapport des forces de volume sur les transferts (N est varié de 0 à 3) et un autre paramètre a été introduit, à savoir l'inclinaison de l'ensemble cavité-couches poreuses par rapport à l'horizontal. Nous avons pris une large étendue des perméabilités (Da) et du nombre de Rayleigh modifié $\mathrm{Ra_m}$, ils varient respectivement dans les proportions suivantes : $10^{-10} \le Da \le 1$ et $7\times10^{-4} \le \mathrm{Ra_m} \le 7\times10^{6}$. Les résultats des calculs numériques sont présentés en termes de lignes de courants, des isothermes, des isoconcentrations et des transferts thermiques et massiques moyens.

V-1Sensibilité du code de calcul au maillage et validation :

Pour trouver le nombre de nœuds adéquat, nous avons effectué plusieurs exécutions pour les modèles horizontal et vertical. Un maillage de (82×82) noeuds donne un bon compromis entre le temps d'exécution et la précision des résultats. Un exemple de calcul est présenté dans les tableaux IV.1.

Maillage	22x22	42x42	62x62	82x82	102x102
Nu	10.92	11.05	10.93	10.87	10.85
Sh	44.09	47.56	47.22	47.05	46.97

Tableau V.1. Sensibilité du code de calcul au maillage cas du modèle vertical ($\alpha = 0^{\circ}$)

Pour Ra=10^7, R_K=0.1, Pr=7, N=1, Le=10, Ram= 10^2 $\varepsilon_1 = 0.5$ et $\varepsilon_2 = 1$

Le code de calcul est validé par rapport à plusieurscas limites de la littérature. Une très bonne concordance est à noter. Les résultats comparatifs sont résumés dans le tableau IV.2 en termes des valeurs du nombre de Nusselt et Sherwood moyens

	Da	10^{-8}	10^{-5}	10^{-2}
[17]	Ra_m =500	8.80	8.37	3.26
[18]		8.84	8.41	3.30
Présent code		8.94	8.42	3.26
[17]	Ra_m=10^3	13.48	12.26	4.18
[18]		13.41	12.42	4.26
Présent Code		13.51	12.41	4.18

Tableau V.2. Comparaison du nombre de Nusselt dans le cas du régime de Darcy-Brinkman en convection thermique pour $Pr = 0.71$, N=0, ε =0.5

V.2Lignes de courant-isothermes –isoconcentrations :

Les structures d'écoulement, des isothermes et des isoconcentrations sont présentées dans les figures IV.1 à IV.3. Pour une situation présentant une faible valeur de (Da), une résistance significative à l'écoulement dans la première couche est à noter. Ce comportement est dû à la faible perméabilité de la première couche poreuse. A cet effet, la circulation du fluide dans la couche 2 est plus favorable et la convection thermosolutale est plus prononcée dans cette deuxième couche.

Pour une valeur de Da égale à 10^{-2}, les lignes de courant sont de forme elliptique prolongée et multicellulaires dans toute cavité. La couche limite hydrodynamique prend place sur les parois verticales. La convection thermosolutale est bien prononcée dans les deux couches.

Pour des valeurs de Da plus élevées, telle que $Da = 10^{-4}$, la convection thermosolutale est bien prononcée dans la première couche avec une couche limite hydrodynamique sur les parois verticales. Le même comportement est observé pour N négative.

les isothermes sont déformées et un gradient de température intensif prend place dans le deuxième couche tendis que les iso-concentrations sont déformées dans les deux couches avec formation d'une couche limite solutale sur les parois verticales car le nombre de Lewis est élevé (Le=120.83) et la convection est d'origine solutale (N=3). Les isothermes dans la première couche sont parallèles aux parois verticales, indiquant que le transfert de chaleur tend vers une situation diffusive.

Pour une valeur de Da égale à 10^{-4}, les lignes de courant sont de forme elliptique et multicellulaire prolongée et une cellule rotative remplit entièrement la cavité; cette cellule est dirigée vers la diagonale lorsque l'angle d'inclinaison augmente. La couche limite hydrodynamique prend place sur les parois. Les isothermes sont déformées et prennent place sur la diagonale de la cavité, la couche limite thermique tend à se former, localisée respectivement sur les parties basses et hautes des parois latérales. Les isoconcentrations sont elles aussi déformées et prennent place sur toute la cavité avec un resserrement notable sur les parois verticales de la cavité. Une couche limite solutale prend place sur les parois latérales car le nombre de Lewis est élevé.

En passant à un Da égal à 10^{-2}, la structure des isolignes est très affectée. En effet, la convection thermosolutale est bien prononcée dans les deux couches. La perméabilité de la couche 2 est très favorable aussi bien aux transferts massiques que thermiques. Les couches limites thermiques sont localisées sur les parties basses et hautes des parois latérales mais les couches limites solutales prennent place sur toute la longueur des parois latérales de la cavité. On note la tendance vers une situation de non dépendance des structures d'écoulement, des isothermes et des iso concentrations avec la perméabilité Kpour une inclinaison fixée.

L'effet de l'angle d'inclinaison sur la structure d'écoulement, des isothermes et des iso concentrations est très appréciable. En effet, pour un Da fixé, en passant de $\alpha = 0^{\circ}$ à $\alpha = 30^{\circ}$ puis à 60°, l'intensité de la convection thermosolutale augmente avec l'inclinaison.

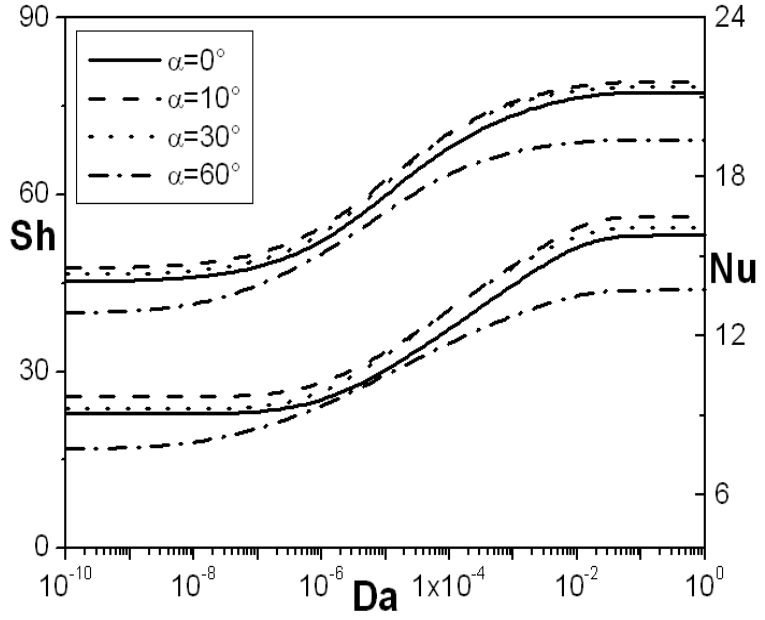


Figure V.1. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour Da= [10^{-10}-10^{0}], N=0,Ra=7x10^{6}et différente valeurs de α

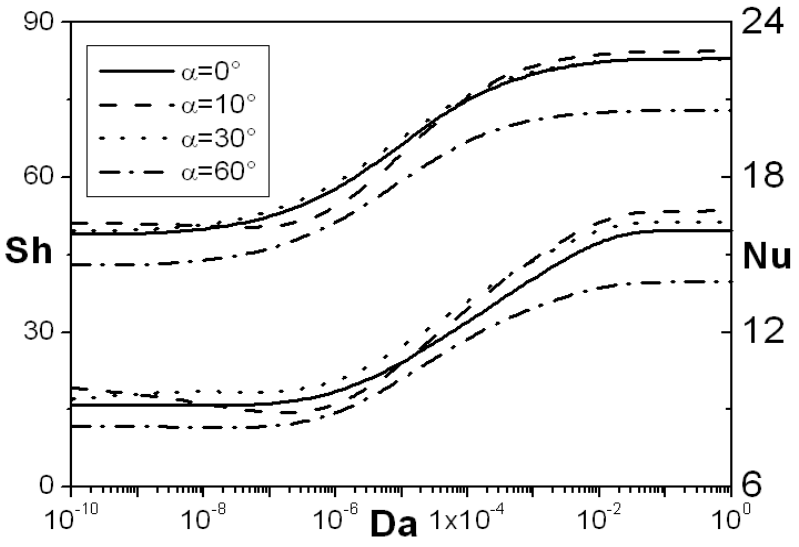


Figure V.2. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour Da_l= [10^{-10}-10^{0}], N=1 Ra=7x10^{6}, et différentes valeurs de α

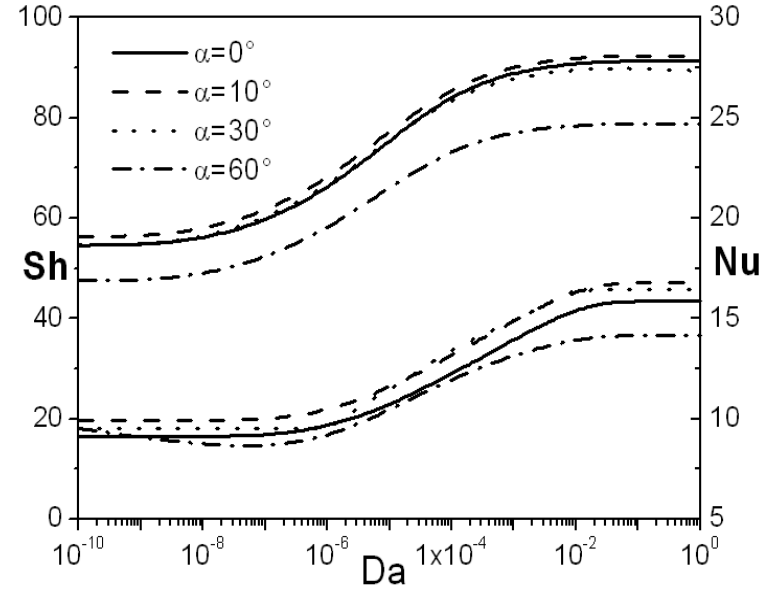


Figure V.3. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour $Da_1 = [10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=3,$Ra=7x10^{6}$ et différente valeurs de α

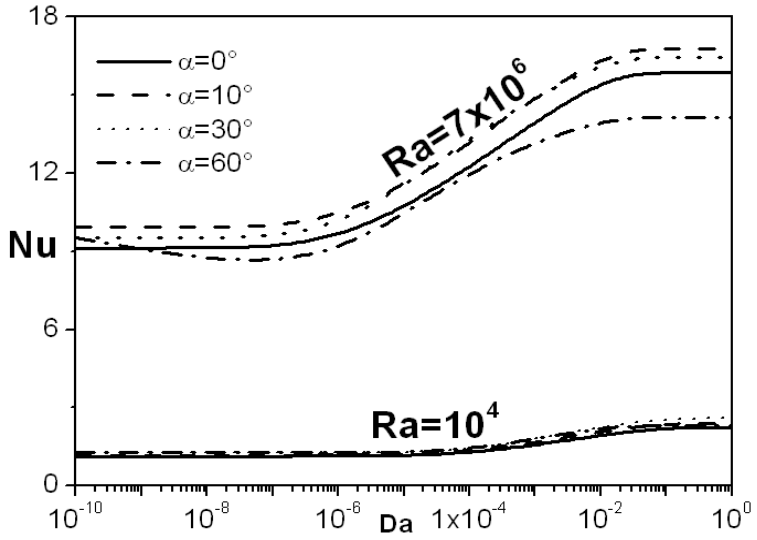


Figure V.4. Variation des nombres de Nusselt moyens pour $Da_1 = [10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=3 et différente valeurs de α

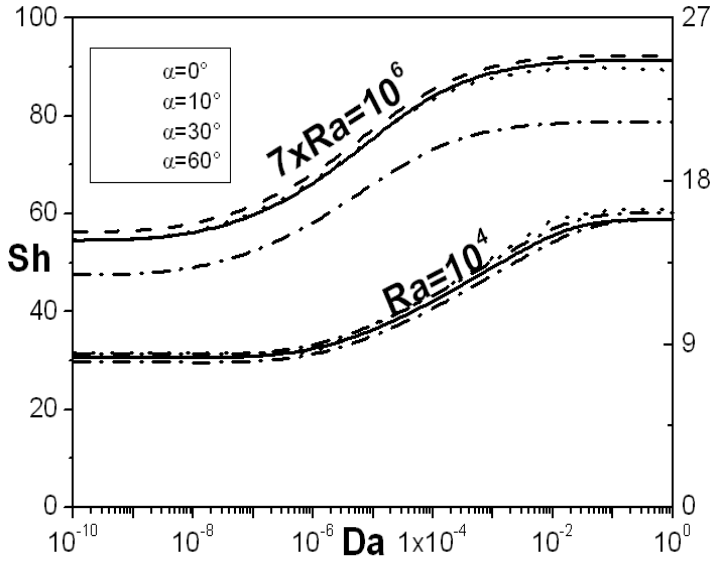


Figure V.5. Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour $Da_1 = [10^{-10}\text{-}10^{0}]$, N=3 et différente valeurs de α

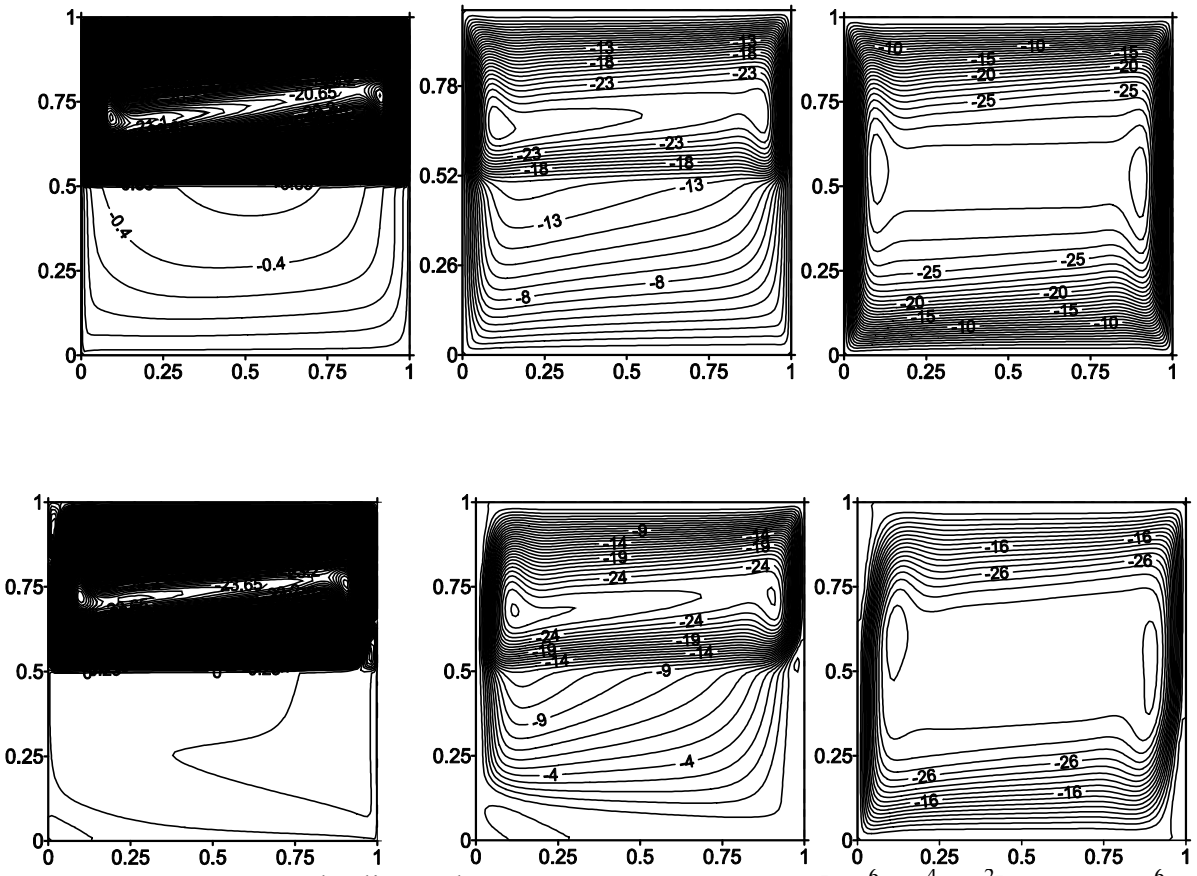


Fig V.6. : représente les lignes de courant pour N=3,-3, Da=[10^{-6},10^{-4},10^{-2}] et Ra=7.10^{6}

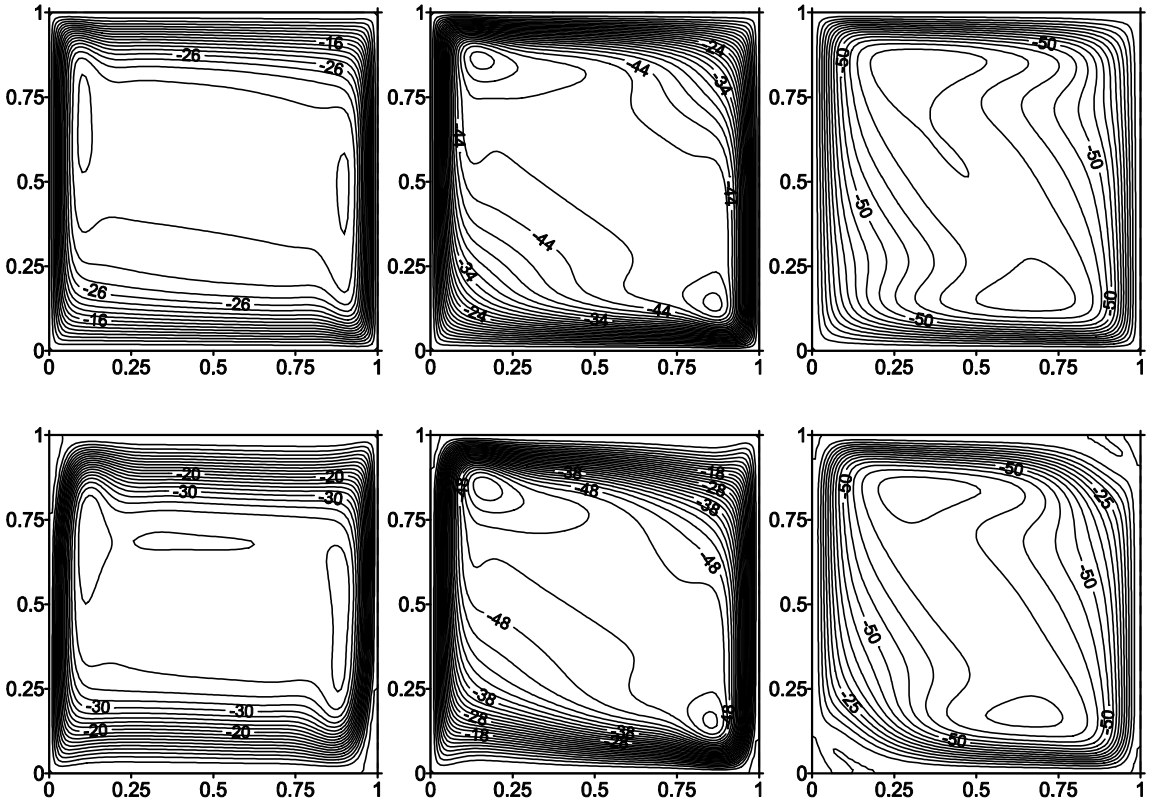
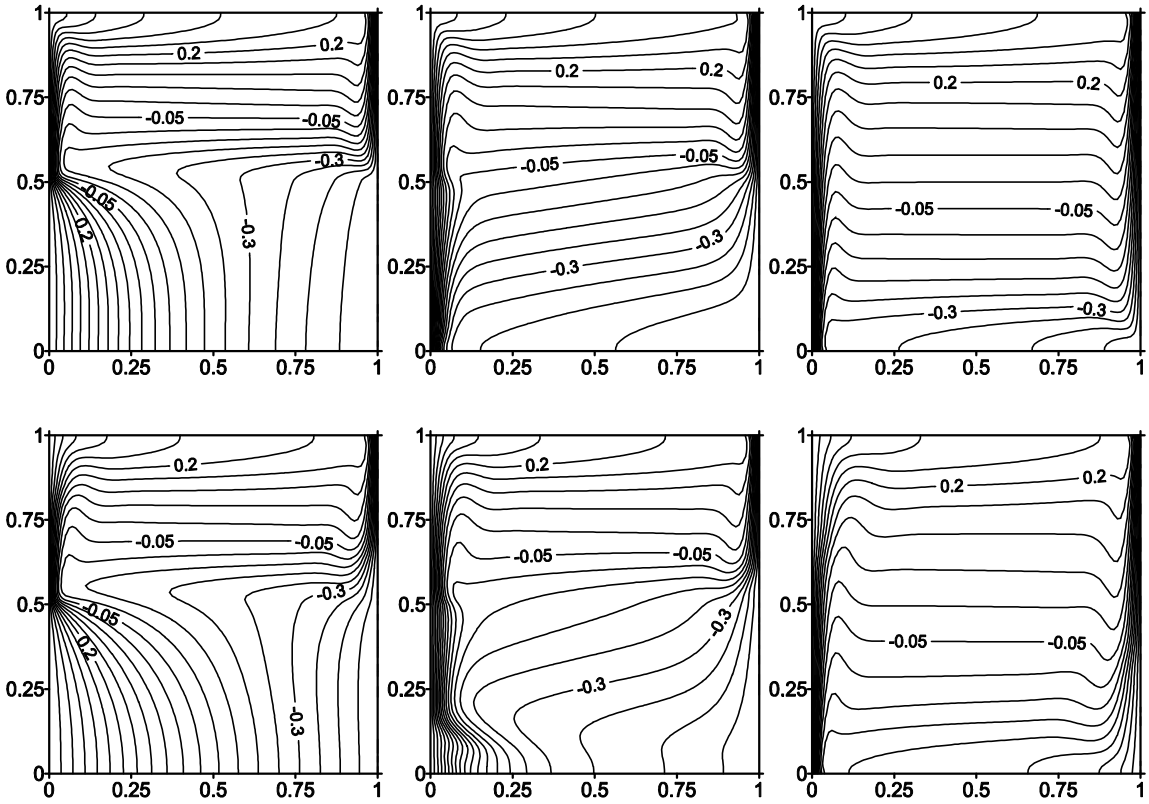


Fig V.7. : représente les lignes de courant pour N=3,-3, α=[10,30,60], Ra=7.10^6 et Da=10^{-2}



FigV.8. :représente les isothermes pour N=3,-3, Da=[10^{-6},10^{-4},10^{-2}] et Ra=7.10^6

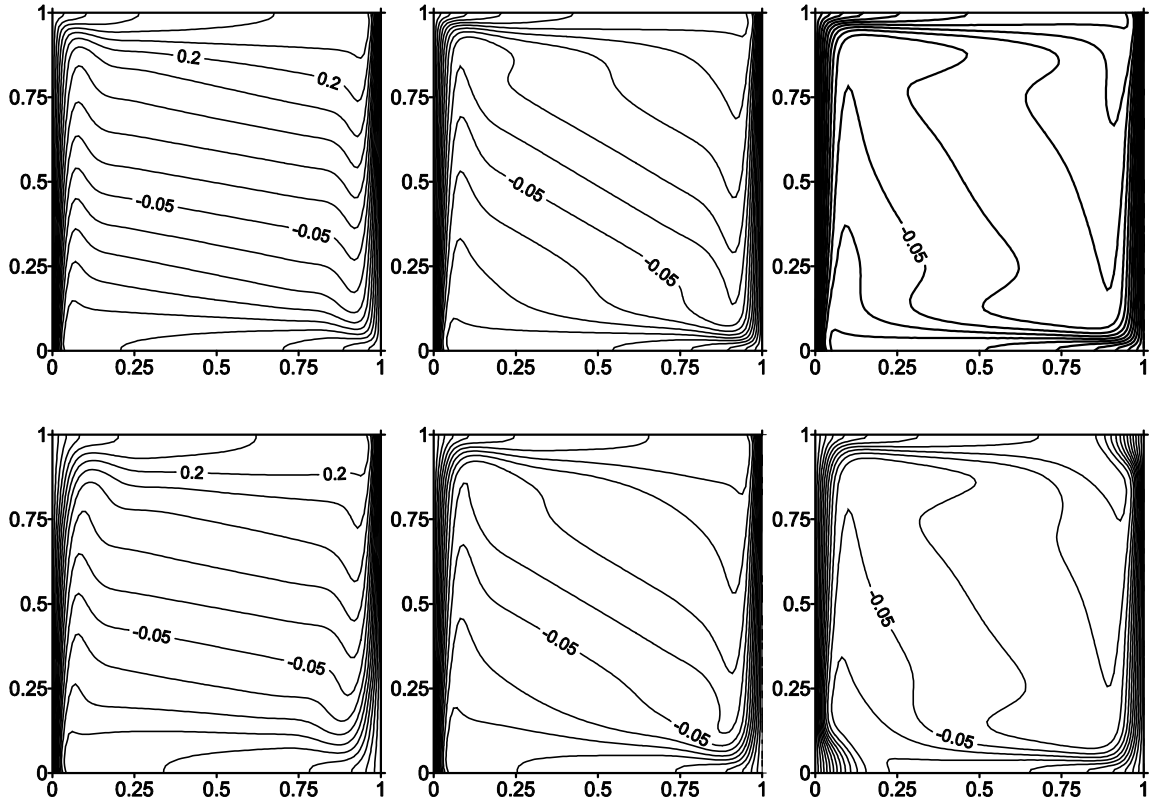


Fig V.9. : représente les isothermes pour N=3,-3, α=[10,30,60], Ra=7.10^6 et Da=10^{-2}

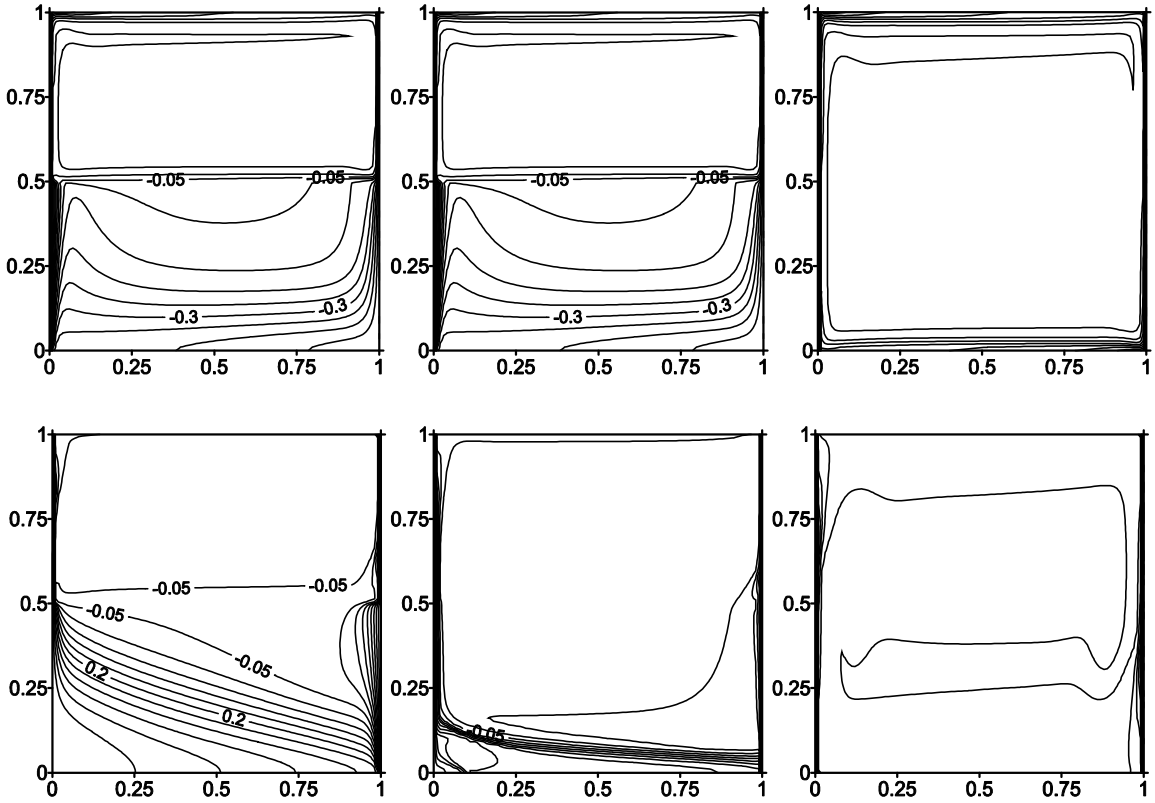
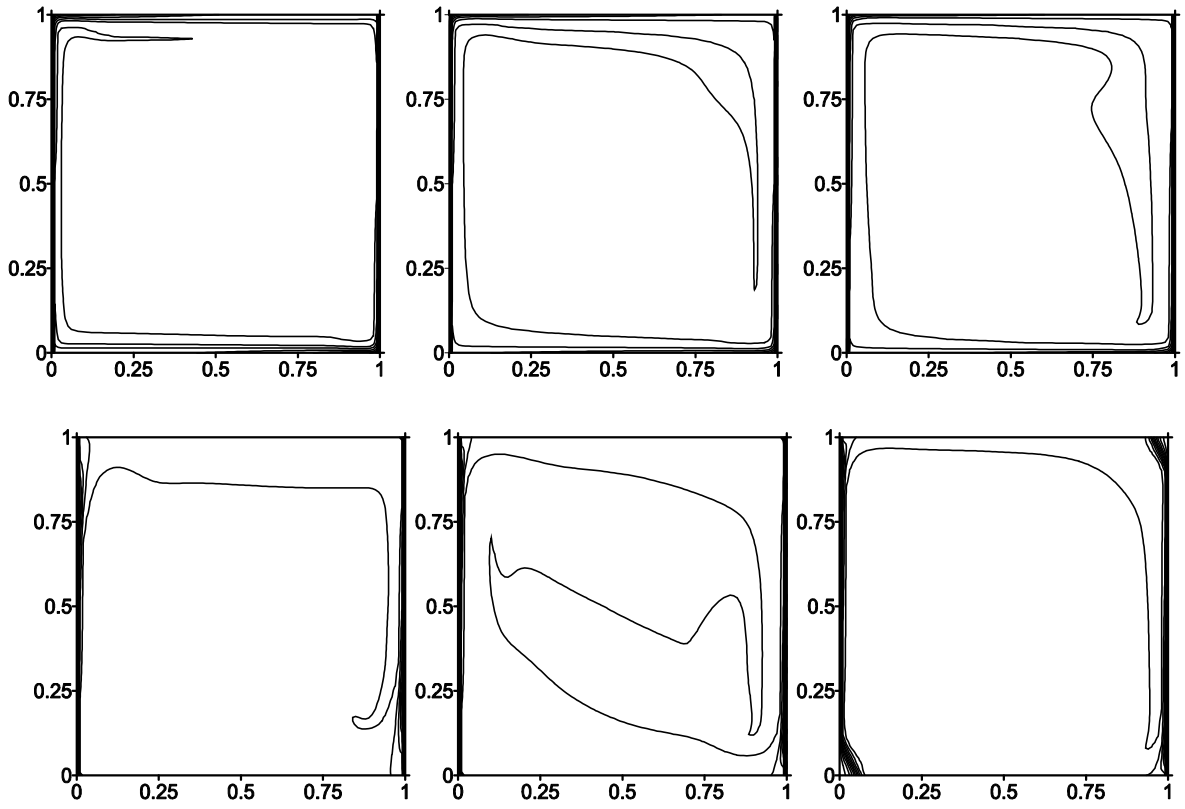


Fig V.10 : représente les Isoconcentrations pour N=3,-3, Da=[10^{-6},10^{-4},10^{-2}] et Ra=7.10^6



FigV.11 : représente les isothermes pour N=3,-3, α=[10,30,60], Ra=7.10^6 et Da=10^{-2}

V.3 Lignes de courant, isothermes et isoconcentrations (cas de la cavité inclinée) :

Pour le cas où la cavité est inclinée, nous avons analysé l'effet de l'inclinaison de la cavité sur les transferts indépendamment des autres paramètres. Ensuite nous avons étudié les effets, sur les transferts thermique et massique, du nombre de Rayleigh (Ra), du rapport des forces du volume (N) pour différents angles d'inclinaison de la cavité. Les résultats de la simulation numérique sont présentés sous forme de courbes et englobent l'allure des lignes de courant, des isothermes et des isoconcentrations. Les transferts thermique et massique sont traduits par les nombres de Nusselt et Sherwood moyens

V.4 Nombres de Nusselt et Sherwood moyens (cavité inclinée) :

L'évolution des transferts thermique et massique de l'ensemble de la cavité poreuse en fonction du des perméabilités K pour différentes valeurs de Raet α est présentée dans les figures V. 7 et V.8. Les effets de Da sur les transferts sont notables. Pour les faibles valeurs de Da inférieures à un Da critique (pratiquement une valeur critique de Da pour chaque Ra), les transferts sont principalement diffusifs. Ce comportement est dû à la résistance à l'écoulement et aux transferts qu'oppose notamment la couche 1 qui présente une faible perméabilité.

L'écoulement convectif est alors de moins en moins prononcé avec la décroissance de Da ce qui induit un régime conductif sur l'ensemble de la cavité. La même allure est observée pour le transfert de masse. Pour des valeurs de Da supérieures à 10^{-6}, les transferts s'intensifient et tendent vers des valeurs limites maximales constantes et indépendantes de Da. Ces valeurs correspondent à un écoulement en couche limite. Pour des valeurs de Da plus élevées, telle que Da = 10^{-2}, on note la non dépendance des structures d'écoulement, des isothermes et des isoconcentrations avec la perméabilité K. En effet, les structures restent les mêmes. Par ailleurs, ce comportement induit des transferts asymptotiques.

La variation de la perméabilité met donc en évidence trois régimes de transferts, un écoulement diffusif pur pour les faibles valeurs de Da, un écoulement qui s'intensifie de plus en plus avec l'accroissement de Da (pour Da modéré) et un régime complètement couche limite indépendant de Da. La transition entre les deux régimes convectifs se fait pour une valeur de raccordement notée Da^c. Cette valeur critique est d'autant plus élevée que Ra est faible. Le transfert de matière est plus élevé que le transfert de chaleur ceci est dû au nombre de Lewis (*Le* = 120.83). La figure V.9 montre que le transfert thermique est affecté par l'angle d'inclinaison sur une certaine plage de Da et de Ra. Pour des valeurs de Ra $\leq 10^4$, le transfert de chaleur reste inaffecté par les différentes inclinaisons prise par la cavité. Cependant pour Ra $\geq 10^6$, le transfert thermique augmente d'une manière significative en inclinant l'ensemble cavité- couches (poreuse et fluide) de 0° à 60°. Cette augmentation est beaucoup plus prononcée pour Ra = $7x10^6$.

Ce comportement résulte du fait que les forces de volume s'accroissent dans les deux directions x et y, quand la cavité est inclinée, contribuant ainsi à une meilleure situation de transfert. L'optimal est atteint pour $\alpha = 10°$. L'effet de l'angle d'inclinaison sur le transfert massique est présenté dans la figure V.10. Ce transfert de masse est traduit en terme du nombre de Sherwood moyen. On notera l'existence en général de trois régimes à savoir un diffusif, un convectif est un du type complètement couche limite. Pour des valeurs élevées de Ra, pratiquement $Ra \geq 7x10^6$, le régime diffusif disparaît. L'effet de l'angle d'inclicainéson sur le transfert massique est très notable. En effet, une valeur optimale pour α existe pour laquelle Sh_b est maximal. Cette valeur correspond à $\alpha = 10^\circ$. En contre partie, une valeur médiocre de α est à noter pour laquelle Sh_b est le plus faible, cette valeur correspond à l'inclinaison $\alpha = 60^\circ$.Néanmoins pour $Ra = 10^4$, les courbes de Sh_b pour $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 30^\circ$ sont presque confondues.

L’influence du rapport des forces de volume N sur les transferts thermique et massique est présentée dans les figures V.11 et V.12. Pour une valeur fixée de N et les valeurs d'angles d'inclinaison explorées, les transferts thermique et massique augmentent avec l’accroissement de Da . En effet, la résistance à l’écoulement et donc aux transferts diminue. Pour un Da fixé et en régime diffusif, on constate une augmentation de Nu_b et de Sh_b avec l’accroissement de N, elle reste cependant modérée. Mais au-delà de ce régime, les transferts s’intensifient. En effet, les forces d’origine solutale et thermique sont coopérantes. L’inclinaison de la cavité par rapport à l’horizontal, influe considérablement sur le taux de transferts pour des valeurs de Da élevées. Nu_b est maximal pour $\alpha = 10°$ quand N =0,1et 3. Cependant pour Sh_b le même comportement est obsrevé pour le transfert massique maximal a lieu pour une inclinaison de $\alpha = 10°$ et est minimal pour $\alpha = 60°$.

CONCLUSION GENERALE

Dans la présente investigation, nous avons une étude numérique de la convection double diffusive dans une cavité poreuse saturée par une solution polluante. Nous avons présenté un modèle horizontal pour lequel une première couche poreuse et une seconde couche fluide sont disposées horizontalement dans la cavité, l'ensemble cavité-couches peut occuper plusieurs positions par rapport au plan horizontal : inclinaison par rapport à l'horizontale (α).

La couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide. Les parois verticales sont soumises à des conditions de température et de concentration uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables.La motivation de cetravail est dû au fait que très peu d'études ont été menées pour ce genre de situation

Les équations régissant le phénomène de la convection thermosolutale dans l'enceinte poreuse sont résolues numériquement au moyen d'un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. L'adimensionnement des équations gouvernantes a fait apparaître les nombres adimensionnels suivants :

Nombre de Darcy (Da), nombre de Rayleigh fluide (Ra), nombre de Rayleigh modifié (Ra_m), nombre de Lewis (Le), le rapport des forces de volume (N) ainsi que le rapport de perméabilité (R_K).

L'étude de l'effet de variation des paramètres sus cités, sur les transferts de matière et de chaleur est analysée. Nous avons également analyséet discutéles effets del'angle d'inclinaison sur les transferts. Les résultats numériques ont été présentés en termes des lignes de courants, des isothermes, des isoconcentrations et des nombres de Nusselt et Sherwood moyens.

Cette étude est une contribution à l'enrichissement des connaissances et des éléments de réponse relative aux problèmes de la double diffusion dans les milieux poreux. C'est une approche pour l'étude de la diffusion des polluants dans des sols à travers les différentes couches souterraines. Nous avons montré en première étape à travers ce travail que la perméabilité de chaque couche poreuse, leur disposition dans la cavité ainsi que l'inclinaison de l'ensemble cavité-couches ont un effet très appréciable sur la structure d'écoulement et les

transferts. Par ailleurs trois régimes de transferts ont été identifiés, un écoulement diffusif pur pour les faibles valeurs de $R_{K,}$ un écoulement qui s'intensifie de plus en plus avec l'accroissement de R_K (pour R_K modéré) et un autre régime complètement couche limite indépendant de R_K (pour R_K élevés). De même nous avons analysé et discuté l'influence de l'angle d'inclinaison de la cavité et du rapport des forces de volume sur les transferts.

Ce travail a permis d'apporter un certain nombre de résultats correspondant à une gamme de paramètres très variée. Ces résultats aideront sans doute à mieux comprendre les phénomènes des écoulements dus à la convection double diffusive dans les milieux poreux multicouches.

En perspective nous analyserons des cas avec d'autres conditions aux limites et nous traiterons des problèmes de convection double diffusion en 3D.

Références bibliographiques

[1] : :Fatah Mejn : structure synchronisées dans les écoulements Inhomogènes de convection mixte en milieu poreux, 2008, Lille.

[2] : Kaci Fodil: Simulation d'un déplacement immiscible eau-huile en milieu poreux, 2012, Tizi-Ouzou

[3] : Francklomine : écoulements de particules dans un milieu poreux, 2007, Rennes.

[4] :G. Hetsroni, M. Gurevich, R. Rozenblit, Sintered porous medium heat sink for cooling of high-power mini-devices, Int. J. Heat Fluid Flow 27, pp.259–266, 2007

[5] : CHEN G., HADIM H. A., Numerical study of three-dimensional non-Darcy forced convection in a square porous duct. International Journal for Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, vol. 9, N° 2, pp. 151-169, 1999.

[6] : Alexandre DELACHE : Etude analytique et numérique des instabilités patio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux : comparaisons avec l'expérience, 2005, Lille

[7] : Ahmad ALBITAR : Modélisation des écoulements en milieu poreux hétérogène 2D/3D, avec couplages surface/souterrain et densitaires, 2007, Toulouse

[8] :Zolzan E. HEIMANN: Fluid flow in porous media, 2005, Leoben.

[**9] :Djivedé Elvire TOGNISSO:** écoulement de fluides complexes dans un milieu poreux, utilisation de micelles géantes pour la récupération amélioré du pétrole, 2011, Bordeaux.

[10] : HassaneDjebouri : Simulation numérique de déplacements polyphasiques en milieux poreux hétérogènes, Magister, 2006, Tizi-Ouzou

[11] : Djivedé Elvire TOGNISSO: écoulement de fluides complexes dans un milieu poreux, utilisation de micelles géantes pour la récupération amélioré du pétrole, 2011, Bordeaux

[12] : https://www.ecologie.gouv.fr/sites/default/files/15207-1_Polluants-organiques-persistants-POP_DEF_Web.pdf

[13] : https://www.asef-asso.fr/production/les-polluants-organiques-persistants-la-synthese-de-lasef/

[14] : https://www.actuenvironnement.com/ae/dictionnaire_environnement/definition/polluant_organique_persistant_pops.php4

[15] :http://chm.pops.int/Portals/0/docs/from_old_website/documents/background/assessreport/fr/ritterfr.pdf

[16] : S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation and McGraw-Hill Book Company, New York, N. Y., pp. 197, 1980.

[17] : G. Lauriat et V. Prassad, Non – Darcian effect on natural convection in a vertical porous enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32(11), pp. 2135-2148 (1989).

[18] : R. Bennacer, A.Tobbal et H.Beji, Convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse anisotrope : formulation de Darcy-Brinkman. Rev. Energ. Ren. vol.5, pp. 1-21, 2002.