REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRMINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHI FARES DE MEDEA

FACULTE DE TECHNOLOGIE



Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie des procédés

Spécialité : Génie chimique

Influence de réactions chimiques combinées sur un écoulement dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide

Présenté par :

- **Lekhal Khadidja**
- **Boucharef Bouchra**

Devant le jury :

- **Pr. : Maamar LAIDI : Président**
- **Dr. : Soufiane RAHAL : Examinateur**
- **Dr. Ali Agha Hamza : Promoteur.**

2023-2024

Remerciements

Ce mémoire est le fruit des efforts que nous avons fournis et des sacrifices que nous avons consentis, et nous ne pourrons oublier de remercier plusieurs personnes.

Tout d'abord, nous tenons à remercier ALLAH le tout puissant de nous avoir donné la santé, la volonté, le courage et la patience pour mener à terme notre formation et pouvoir réaliser ce travail de recherche.

Nous adressons nos sincères remerciements à notre encadreur **Dr. Ali Agha Hamza** qui nous a beaucoup soutenus avec son expérience et ses Conseils, et surtout pour avoir fait preuve de patience.

Nous le remercions aussi pour son dévouement, son engagement et pour sa confiance durant toute cette période de formation, elle nous a initié aux premiers pas de la recherche, vraiment merci.

Nous désirons aussi remercier les professeurs de **l'université de Yahia Fares**, qui nous ont fourni les outils nécessaires à la réussite de nos études universitaires.

Nous remercions également **Dr.** pour l'honneur qu'elle nous a fait en présidant le jury de ce mémoire.

Nous remercions aussi **Dr.** d'avoir accepté de juger ce travail.

Enfin à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à notre formation.

****

Dédicace

*Louange à **Dieu** seul,*

Ce modeste travail est dédié spécialement

« À ma chère maman, ma raison de vivre, en témoignage de ma reconnaissance pour sa patience, son amour et ses sacrifices.

« À mon cher papa pour son amour et son dévouement ».

« À vous, mes parents, je dis merci d'avoir fait de moi celui que je suis aujourd'hui.

Aucune dédicace ne pourra exprimer mes respects, mes considérations et ma grande admiration pour vous. Puisse ce travail vous témoigne mon affection et mon profond amour »

« À mes chères sœurs Anfel et Oumama, et à mon cher frère Azzedinne,

Qui je le sais, ma réussite est très importante à leurs yeux. Que Dieu vous garde pour moi ».

« A ma copine d'amour Lina merci pour son encouragement permanent, et son soutien moral »

« À celui qui m'a indiqué la bonne voie en me rappelant que les déterminés finiront toujours par réussir leur vie. »

« À mes amis, mes enseignants et pour ceux qui m'ont donné de l'aide un jour, que Dieu vous paye pour tous vos bienfaits ».

Pour finir, à tous ceux que j'aime et qui m'aiment, je dédie ce mémoire.

******

Lekhal Khadidja

Dédicace

Tout d'abord, je tiens à remercier ***DIEU*** *De m 'avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail.*

Du profond de mon cœur, Je dédie ce travail à ***mes chers parents***

Ma Mère

Vous m'avez donné la vie, la tendresse et le courage pour réussir.

Tout ce que je peux t'offrir ne pourra exprimer l'amour et la reconnaissance Que je vous porte. C'est à vous que je dois mon succès .

Mon père

L'épaule solide, l'œil attentif compréhensif et la personne la plus digne de mon estime Et mon respect.

Aucune dédicace ne saurait exprimer mes sentiments, que dieu vous préserve et vous Procure santé et longue vie

A Mes frères ***Mohamed, Abd Allah*** *et* ***Djawed*** *et ma sœur* ***Anfel*** *,*

Aucune dédicace ne saurait exprimer tout l'amour que j'ai pour vous, votre joie votre gaieté me comblent de bonheur. Puisse dieu vous garde

A mes chères amies

je vous remercie pour vos amitiés chères à mon cœur, et je vous souhaite tout le bonheur de monde .

******

Boucharef Bouchra

ملخص

يهدف هذا العمل إلى دراسة التفاعلات المتراكبة على التدفق الكتلي على لوحة أفقية مغمورة في وسط مسامي مليء بالسوائل النانوية والسوائل النانوية الهجينة. يتم ذلك باستخدام التحويلات المتشابهة لمعادلات الكمية الحركة والكتلة. تتم تحويل المعادلات التفاضلية التي تحكم المشكلة إلى مجموعة من المعادلات العادية والتي يتم حلها بشكل عددي باستخدام الطريقة الفوارق المنتهية. يتم تقديم مجموعة من النتائج في شكل رسوم بيانية لملامح السرعة والتركيز بالنسبة للمتغيرات. علاوة على ذلك، أظهرت النتائج المحصلة تأثير مختلف معلمات التحكم على التدفق الكتلي، خاصة على ملامح السرعة والتركيز

الكلمات المفتاحية: وسط مسامي- السوائل النانوية الهجينة- تفاعل كيميائي متجانس وغير متجانس.

Résumé :

Ce travail a pour objectif de l'étude des réactions combinées sur un écoulement convectif, sur une plaque horizontale déformable immergée dans un milieu poreux non Dracéen rempli à la fois de nano-fluides et de nano-fluides hybrides. En utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement et de masse. Les équations différentielles qui régissent le problème sont transformées en un ensemble des équations ordinaires (similaires), qui sont résolues par voie numérique, à l'aide d'une méthode basé sur les différences finies. Un ensemble de résultats présenter sous forme graphique pour les profils de vitesse et de concentration avec variation des paramètres de contrôles. En outre, Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres de contrôle sur l'écoulement convectif massique notamment sur les profils de vitesse et de masse.

Mot clé : Milieu poreux, nano-fluide hybride, réaction chimique homogène-hétérogène.

Abstract:

This work aims to study combined reactions on a convective flow over a deformable horizontal plate immersed in a non-Darcy porous medium filled with both nanofluids and hybrid nanofluids. Using similarity transformations for the continuity, momentum, and mass equations, the governing partial differential equations are transformed into a set of ordinary (similar) equations, which are numerically solved using a finite difference method. A set of results is presented graphically for velocity and concentration profiles with variations in control parameters. Additionally, the obtained results highlight the influence of different control parameters on mass convective flow, particularly on velocity and mass profiles.

Key word: porous medium, hybrid nano-fluids, Homogeneous-heterogeneous reaction.

Sommaire

REMERCIEMENTS.....

Dédicace.....

Dédicace ……..

Resumés.....

Liste des figures .....

Liste des tableaux .....

Nomenclatures ……

Introduction Générale 1

Chapitre I : Généralités et Recherche Bibliographique……3

I.1Introduction.....4

I.2 Définition de milieu poreux ……4

- Milieu poreux granulaire ……4

- Milieu poreux consolidé ……...…..5

I.3 Paramètres caractérisant le milieu poreux …….....5

I.3.1 Volume élémentaire représentatif (V.E.R.) ……6

I.3.2. Porosité ……7

-La porosité totale ……...8

- La porosité accessible……8

I.3.3 Perméabilité (K) ……9

- Perméabilité effective……10

- Perméabilité relative ……..11

I.4 Modèles d'écoulement dans un milieu poreux……12

I.4.1 Modèle de Darcy ……..12

I.4.2 Modèle de Forchheimer……13

I.4.3 Modèle de Brinkman…….14

I.5 Transfert de masse ……14

I.6Réaction catalysées ……15

- Réaction catalysée homogène ……..…….15

- Réaction catalysée hétérogène……..……15

I.7Nano-fluide …….....16

I.7.1 Définition de nano-fluide…….16

I.7.2 Types de nanoparticules …… ….16

- Les nanoparticules sphériques……..17

- Les nanotubes ……...17

I.7.3 Propriétés thermo-physiques des nano-fluides ……17

I.7.3.1 Viscosité dynamique ……17

- Modèle d'Einstein…….17

- Modèle de Brinkman…….18

-Modèle de Batchelor …….18

I.7.3.2 Masse volumique ……...18

I.7.3.3 Fraction volumique……19

I.7.3.4 Conductivité thermique …….19

I.7.3.5 Chaleur spécifique …….20

I.8 Nano-fluide hybride……...20

I.8.1 Propriétés thermo-physiques des nano-fluides hybride ……20

I.9 Etat de l'art ……21

I.10 Conclusion ……...26

Chapitre II : Problème physique et modélisation mathématique……27

II.1 Introduction ……28

II.2 Description physique du problème …….....28

II.3 Condition aux limites …….....29

II.4 Coefficient de frottement ……33

II.5 Conclusion ……33

Chapitre III : Méthode numérique et discussions des résultats……...34

III.1 Introduction ……...35

III.2 Méthode Numérique ……35

III.2.1 Définition BVP ……35

III.2.2 Définition de la méthode bvp4c …….....35

III.2.3 Points clés sur bvp4c ……36

III.2.4Utilisation de bvp4c dans MATLAB……...36

III.3 Propriétés physiques du fluide et nanoparticule ……38

III.4 Validation numérique ……38

III.5. Etude de comportement dynamique et massique pour un écoulement de nano-fluide type (Or/eau) (Au/Water) …….....38

III.5.1 Profils de vitesse adimensionnelle ……..……...39

III.5.2 Profils de concentration adimensionnelle ……40

III.6 Étude de comportement dynamique et massique pour Cu- Al_2O_3/eau ……44

III.6.1 Profils de vitesse adimensionnelle …….....45

III.6.2 Profils de la concentration adimensionnelle ……...46

III.7 Conclusion ……..49

Conclusion Générale.....52

Références bibliographiques 55

Liste des figures

Figure I.1	Milieu Poreux.	**4**
Figure I.2	Milieu Poreux granulaire.	**5**
Figure I.3	Milieu poreux consolidé.	**5**
Figure I.4	Représentation schématique d'un VER.	**6**
Figure I.5	Evolution de la fonction porosité au voisinage d'un point du milieu poreux.	**7**
Figure I.6	Schématisation des différents types de pores.	**8**
Figure I.7	Nano-fluides vue au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre 0.5% ; eau + Nanotube ; eau + alumine ; eau + or à 2nm.	**16**
Figure I.8	Nanoparticules sphériques ; Nanotubes de carbone.	**17**
Figure I.9	Configuration du flux.	**22**
Figure I.10	Géométrie du système.	**24**
Figure I.11	Modèle physique du problème proposé.	**26**
Figure II .1	Modèle physique et système de coordonnées**.**	**29**
Figure III .1	Algorithme de routine bvp4c dans Matlab.	**37**
Figure III .2	Variation de profil de vitesse en fonction de ϕ.	**39**
Figure III .3	Variation de profil de vitesse en fonction de Fo.	**40**
Figure III .4	Variation de profil de concentration en fonction de ϕ**.**	**40**
Figure III .5	Variation de profil de concentration en fonction de ϕ.	**41**
Figure III .6	Variation de profil de concentration en fonction de K1	**41**
Figure III .7	Variation de profil de concentration en fonction de K2	**42**
Figure III .8	Variation de profil de concentration en fonction de Ks	**42**
Figure III .9	Variation de profil de concentration en fonction de Ks	**43**
Figure III .10	Variation de profil de concentration en fonction de K_2	**43**
Figure III .11	Variation de profil de concentration en fonction de Sc	**43**
Figure III .12	Variation de profil de vitesse en fonction de K_1	**45**
Figure III .13	Variation de profil de vitesse en fonction de Fo	**45**
Figure III .14	Variation de profil de concentration en fonction de K_1.	**46**

Figure III .15	Variation de profil de concentration en fonction de Fo.	**46**
Figure III .16	Variation de profil de concentration en fonction de K_2.	**47**
Figure III .17	Variation de profil de concentration en fonction de Ks.	**47**
Figure III .18	Variation de profil de concentration en fonction de Ks.	**48**
Figure III .19	Variation de profil de concentration en fonction de K_2.	**48**
Figure III .20	Variation de profil de concentration en fonction de Sc.	**48**

Liste des tableaux

Tableau I.1	Valeurs moyennes de porosité de quelques matériaux.	**9**
Tableau I.2	Valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux	**11**
Tableau I.3	Modèle de Maxwell et Hamilton/Crosser, indice "1"pour le fluide et “2” pour les particules.	**19**
Tableau I.4	Propriétés thermo-physiques des nano-fluides hybride.	**21**
Tableau III.1	Les propriétés physiques du fluide et nanoparticule.	**38**
Tableau III.2	Validation numérique Cu – Eau.	**38**
Tableau III.3	Variation de C_f (AU/ eau)	**44**
Tableau III.4	Variation de cf pour [Ks=1 ; K2=1 ; Sc =2] (Cu-Al_2O_3/ eau)	**49**

Nomenclature

Symboles

C_f	Coefficient de frottement	(-)
Cp	Capacité calorifique	(J kg^{-1} K^{-1})
D_A	Coefficient de diffusion de A	(m^2/s)
D_B	Coefficient de diffusion de B	(m^2/s)
Dp	Variation de la pression	(Pa)
dx	Longueur de l'échantillon poreux	(m)
Fo	Paramètre de Forchhiemer	(-)
f g	Forces de volume	(N)
g	Concentration adimensionnelle	(-)
h	Concentration adimensionnelle	(-)
U_D	Vitesse Darcienne	(m/s)
K	Perméabilité absolue	(m^2)
Kr	Perméabilité relative	(H/m)
K_{eff}	Perméabilité effective	(H/m)
K_1	Paramètre de milieu poreux	(-)
K_2	Intensité de réaction homogène	(-)
K_S	Intensité de réaction hétérogène	(-)
k_c	Constante de vitesse de réaction homogène	(s^{-1})
k_s	Constante de vitesse de réaction hétérogène	(s^{-1})
M	Masse	(kg)
Q	Débit volumique du fluide traversant un échantillon poreux	(m^3/s)
Re_x	Nombre de Reynolds local	-
S	Section de l'échantillon poreux traversé par le fluide	(m^2)
Sc	Nombre de Schmidt	(-)
T	Température	(K)
V	Volume	(m^3)
x, y	Cordonnées cartésiennes	(m)

Lettre grecque

μ	Viscosité dynamique du nano-fluide	($kg.m^{-1}.s^{-1}$)
φ	Fraction volumique des nanoparticules	(-)
ε	Porosité	(-)
ρ	Masse volumique	(kg/m^2)
λ	Rapport de la vitesse.	(-)
δ	Rapport du coefficient de diffusion	(-)
τ_ω	Contrainte de cisaillement à la surface de la paroi	(Pa)
ϕ	Constante adimensionnelle	-
η	Variable spatiale	-
ψ	Ligne de courant	-
∞	Infinité	

Indices

f	Fluide
fb	Fluide de base
p	Particule
nf	Nano fluide
np	Nano particule
s	Solide
hnf	Nano fluide hybride
w	La paroi

Abréviation

VER	Volume élémentaire représentatif.
EDO	Équation différentielle ordinaire
Bvp	Boundary value problem (probléme aux limites)
Bvp4c	Une méthode numérique dans MATLAB

Introduction générale

Introduction générale :

Actuellement, l'objectif principal de la recherche scientifique dans les secteurs industriels est de résoudre les problèmes liés à l'efficacité des processus de conversion d'énergie afin d'atteindre une performance optimale. Dans ce cadre, les études en cours visent à acquérir une compréhension précise et fiable du comportement des systèmes complexes engendrés par l'utilisation de nouveaux matériaux ou fluides, ainsi que par la diversité croissante des phénomènes, conduisant à l'émergence de nouveaux mécanismes Au cours des dernières décennies, la recherche théorique et appliquée sur l'écoulement des fluides et les transferts convectifs massiques à travers les milieux poreux.

L'écoulement des nano-fluides dans un milieu poreux est un domaine de recherche passionnant et en évolution constante qui trouve des applications dans divers domaines allant de l'ingénierie des procédés à la géophysique en passant par les sciences de l'environnement. Les nano-fluides, qui sont des suspensions de nanoparticules dans un liquide de base, présentent des propriétés thermiques et physique qui les rendent particulièrement attrayants pour améliorer le transfert de masse dans les systèmes poreux. Les milieux poreux sont présents dans la nature, allant des sols et des roches géologiques aux matériaux poreux synthétiques utilisés dans les procédés industriels. Comprendre et caractériser l'écoulement des nano-fluides à travers ces milieux poreux revêt une importance cruciale pour diverses applications telles que la récupération assistée de pétrole, la géothermie, la filtration de l'eau, la séparation des mélanges, etc. Et pour Les nano-fluides hybrides ont démontré des caractéristiques thermiques et une stabilité supérieure par rapport aux nano-fluides simples, ce qui en fait des candidats appropriés pour différents applications.

Dans notre travail nous étudions les effets combinés d'un paramètre de perméabilité dans un milieu poreux soumis à des réactions chimique homogènes-hétérogènes dans un écoulement de nano-fluide sur une plaque horizontale déformable.

Le présent travail est donc organisé en trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'étude des caractéristiques des milieux poreux. L'écoulement de fluide à travers ces milieux et le transfert massique dans les milieux poreux avec une réactions homogène et hétérogène, suivi par une partie concernant les nano-fluides et pour cela nous y exposerons aussi les propriétés thermo physique des nano-fluide hybride.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude numérique de l'écoulement d'un nano-fluide dans un milieu poreux non Dracéen (extension de Forchhiemer). Ce chapitre se concentre sur la formulation du problème, l'établissement des équations ainsi que des conditions aux limites qui leur sont associées. En conclusion, nous définissons les principales grandeurs adimensionnelles caractérisant le modèle.

On rassemble dans le troisième chapitre la méthode numérique utiliser ainsi la validation de notre programme de calcul ainsi que des résultats numériques obtenu de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats de travail.

Enfin, une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus est fournie à la fin de ce mémoire.

Chapitre I :

Généralités et Recherche Bibliographique

I.1 Introduction :

Les phénomènes qui se produisent dans les milieux poreux dépendent généralement de plusieurs propriétés, notamment les propriétés de stockage des fluides (qu'ils soient adsorbés sur le solide ou remplissant les pores), les propriétés de transfert (masse, quantité de mouvement, énergie) et enfin les propriétés mécaniques. Comme c'est le cas pour tous les systèmes hétérogènes polyphasiques, ces propriétés dépendent évidemment de la morphologie de la matrice et des phénomènes qui se développent et interagissent dans les différentes phases.

I.2 Définition de milieu poreux :

Généralement un milieu poreux est défini comme un milieu composé d'une matrice solide, rigide qui comporte des vides (pores) qui peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides (gaz ou liquide) pouvant s'écouler et éventuellement échanger entre elles et/ou avec le solide de la matière et/ou de l'énergie **(Figure I.1)**. Les milieux poreux occupent une place et un rôle importants dans de nombreux domaines industriels aussi bien naturels ; on les rencontre par exemple en génie pétrolier, médecine, chimie, géologie, etc **[1]**.

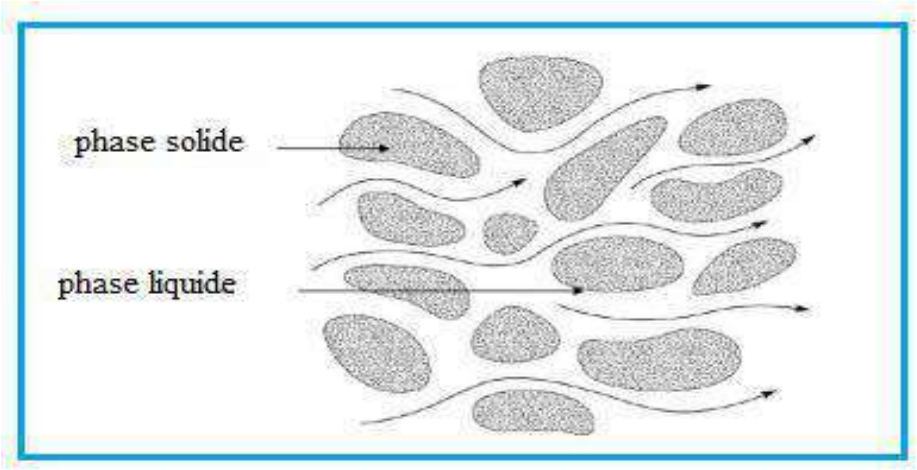


Figure I.1: Milieu Poreux [1].

On peut distinguer ce qu'il est d'usage d'appeler poreux granulaires et poreux consolidés :

- ***Milieu poreux granulaire :*** Le milieu poreux granulaire (non consolidé) est formé par l'arrangement d'éléments tels que des billes de verre ou des grains de sable, ainsi que d'autres composants comme des fibres (amiante, laine de verre, coton, laine). Dans ces agencements granulaires, la connectivité des espaces poreux est clairement complète les vides entre les billes ou les grains sont entièrement interconnectés, établissant ainsi une continuité évidente au sein du milieu poreux.



Figure I.2: Milieu Poreux granulaire [2].

- ***Milieu poreux consolidé :*** Dans les milieux poreux consolidés, l'espace poreux est incorporé à la matrice solide, comme observé dans les céramiques, les poudres frittées et les tissus végétaux, l'espace poreux peut comprendre en partie des cavités non connectées entre elles, qualifiées de porosité occluse.



Figure I.3 : Milieu poreux consolidé [2].

I.3 Paramètres caractérisant le milieu poreux :

Les propriétés du milieu poreux dépendent de l'échelle de description considérée. Elles ont un sens physique à une échelle macroscopique et leurs valeurs varient avec le volume de mesure qui peut être, par exemple, de la taille d'une hétérogénéité locale, d'une strate ou d'un aquifère. Que ce soit dans le cadre de la modélisation numérique ou celui de la mesure des paramètres, il est nécessaire de pouvoir changer d'échelle et déduire la valeur des paramètres d'une échelle

à l'autre. C'est dans ce but que le calcul de paramètres équivalents a fait l'objet de plusieurs études théoriques **[3]**.

I.3.1 Volume élémentaire représentatif (V.E.R.) :

La notion de Volume Elémentaire Représentatif (VER) **(Figure I.4)**, consiste à associer à un point mathématique les propriétés d'un volume suffisamment représentatif pour définir ou mesurer des propriétés moyennes du milieu Ce volume élémentaire représentatif (VER) contenant un grand nombre de pores. L'échelle du pore d varie généralement de 0.05 μm pour les nano pores, à 0.5 mm pour les macro-pores. La distribution des pores et des grains est généralement très irrégulière, ce qui induit des irrégularités dans la mesure des variables dépendantes (vitesse, pression, température, etc.) à l'échelle microscopique **[4]**. Cependant, cette variable conservative est souvent considérée comme une valeur moyenne mesurée sur un volume élémentaire représentatif (échelle macroscopique) qui renferme un certain nombre de pores. A cette échelle, la grandeur moyenne varie d'une manière régulière dans le temps et dans l'espace **(Figure I.5)** ; ce qui permet un traitement théorique plus approprié des principes de conservation

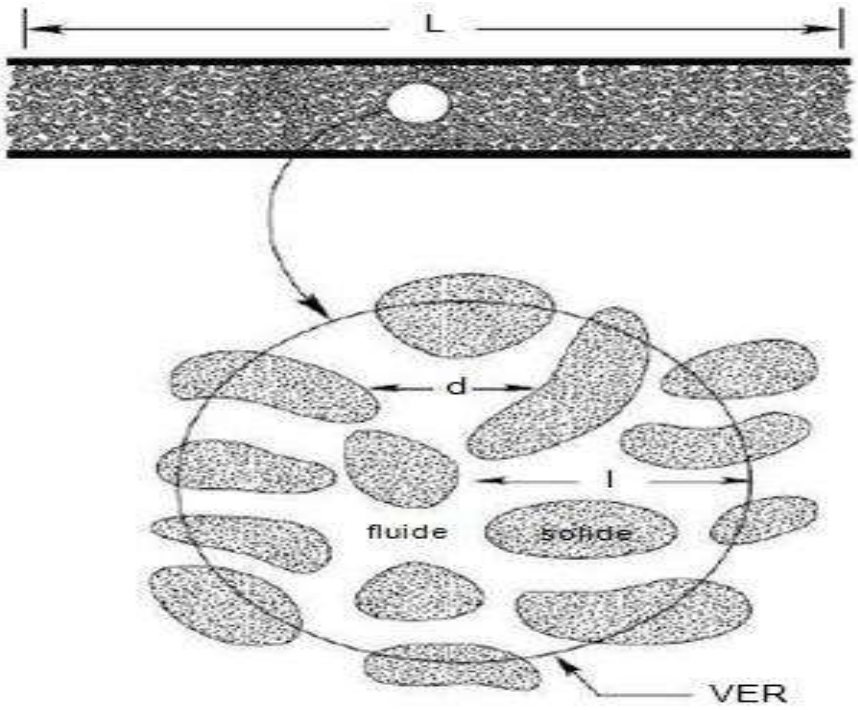


Figure I.4 : Représentation schématique d'un VER [1].

Le volume élémentaire représentatif qui doit respecter nécessairement les conditions suivantes **[5]** :

-Les dimensions du VER sont généralement grandes par rapport à la taille du grain.

-Les VER doivent cependant être suffisamment petits pour que les variations d'un paramètre dans le domaine d'étude puissent être représentées par des fonctions continues **[5]**.

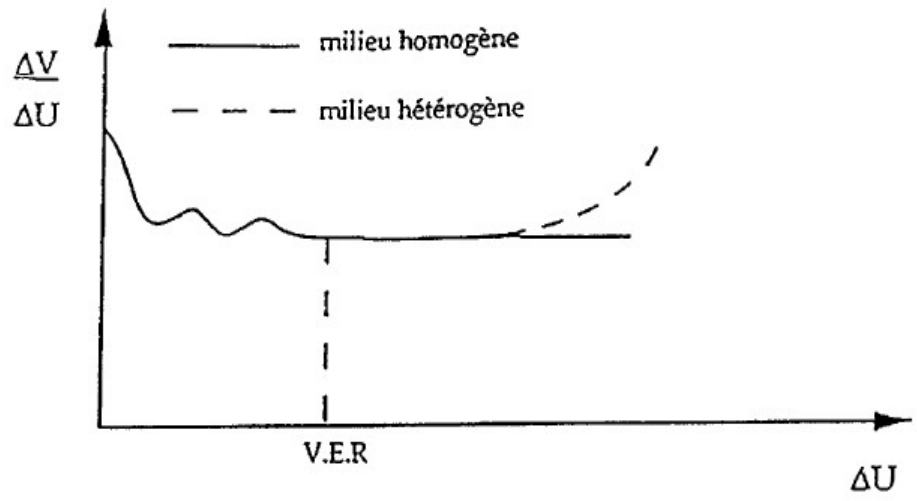


Figure I.5 : Evolution de la fonction porosité au voisinage+

d'un point du milieu poreux [4]

I.3.2. Porosité :

La porosité est définie à la fois comme une propriété caractéristique d'un milieu poreux et comme un paramètre qui l'exprime quantitativement (rapport de volumes, sans dimension) distingue deux catégories de pores représentées sur la **Figure (I.6)**, les porosités ouvertes composées de vides inter communicants connectés à la partie extérieure du matériau, et les porosités occluses, isolées à l'intérieur du matériau et ne permettant aucune perméabilité. Les pores pénétrants sont des pores ouverts qui ont la particularité de relier au moins deux faces du matériau poreux. La porosité dépend de la distribution en taille des grains, de la forme des grains et du packing des grains **[6]**.

Par rapport le volume total d'un matériau poreux est constitué de la somme du volume des solides et du volume des pores (ou vides) présents dans le volume total du matériau :

$$Vt = Vs + Vp \qquad \textbf{(I.1)}$$

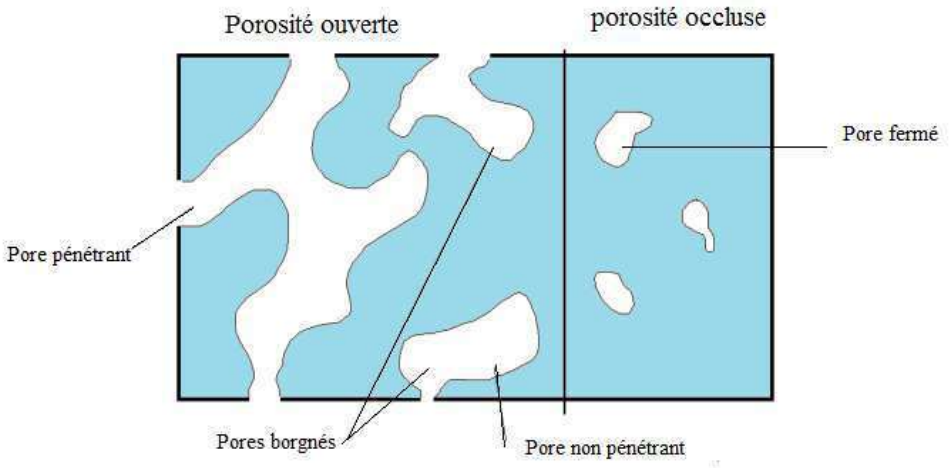


Figure I.6: Schématisation des différents types de pores [6].

- **La porosité totale :** qui tient compte des porosités fermées au sein du solide.

Lorsque le volume total considéré est unitaire, la somme ci- dessus est égale à l'unité. La porosité est définie comme :

$$\varepsilon_T = \frac{Vp}{Vt} \qquad \textbf{(I.2)}$$

- **La porosité accessible :** ou espace poreux connecté (vides inter communicants) à travers lequel s'effectue l'écoulement des masses fluides.

$$\varepsilon_A = \frac{Vp_{acc}}{Vt} \qquad \textbf{(I.3)}$$

Vp_{acc} : est le volume occupé par des pores accessibles.

Vt : est le volume total du Milieu poreux.

Des mesures expérimentales faites par Kaviany donnent des valeurs de la porosité pour quelques matériaux, qui seront regroupés dans le **(tableau I.1) [7]**.

Tableau I.1 : Valeurs moyennes de porosité de quelques matériaux [7].

Matériaux	Porosité
Matériau mousseux	0.98
Fibres de verre	0.88-0.93
Fille à tisser	0.68-0.76
Grains de silice	0.65
Poudre d'ardoise noir	0.57-0.66
Cuir	0.56-0.59
Catalyseur	0.45
Granulé de pierre	0.44-0.45
Terre	0.43-0.54
Sable	0.37-0.50
Poudre de silice	0.37-0.49
Sphère bien empilée	0.36-0.43
Filtre de cigarettes	0.17-0.49
Briques	0.12-0.34
Poudre de cuivre	0.90-0.34
Pierre à chaud, Dolomite	0.98
Houille	0.02-0.07

I.3.3 Perméabilité (K) :

La perméabilité d'un milieu poreux traduit l'aptitude du milieu poreux à laisser circuler le fluide à travers ces pores. C'est un paramètre déterminé expérimentalement, par le fait qu'elle est intimement liée à la géométrie des pores souvent complexe. Par mesure expérimentale du débit et de la perte de pression d'un fluide traversant une matrice poreuse, Darcy **[8]** a développé une relation qui lie la perméabilité, la vitesse et le gradient de pression. La perméabilité a été définie comme étant la conductance de l'écoulement dans la matière poreuse.

Elle est exprimée par la relation suivante appelée « loi de darcy » :

$$k = \frac{-\mu u_D}{dp / dx} \qquad \textbf{(I.4)}$$

Où μ la viscosité dynamique du fluide, Un la vitesse de filtration et dp/dx le gradient de pression appliqué. La perméabilité caractérise l'écoulement lorsque la loi de Darcy est valide.

μ : Viscosité dynamique du fluide ;

U_D : Vitesse Darcienne ;

dp/dx : Gradient de pression.

Après arrangement, cette loi montre que le débit de fluide qui traverse un échantillon de milieu poreux est proportionnel au gradient de pression exercé sur la section S de l'échantillon, et à la mobilité K/μ du fluide. Elle s'applique à l'intérieur d'un intervalle de temps pendant lequel le débit et les différents paramètres sont constants. Elle s'écrit alors sous la forme :

$$Q = -s\frac{K}{\mu}\frac{dp}{dx} \qquad \textbf{(I.5)}$$

Où :

Q : Le débit volumique du fluide traversant un échantillon poreux (m^3/s) .

K : La perméabilité de l'échantillon poreux (m^2).

μ : La viscosité dynamique du fluide (Kg/ms).

S : La section de l'échantillon poreux traversé par le fluide (m^2).

dp : La variation de la pression (Pa).

dx : La longueur de l'échantillon poreux (m).

Dans le système international, la perméabilité est exprimée en (m^2). En pratique, l'unité usuelle est le milli darcy (1 m_D=0.987 10^{-15} m^2).

- **Perméabilité effective :**

Lorsque la matrice poreuse est traversée par plus d'un fluide, on définit une nouvelle perméabilité dite effective. Cette dernière dépend non seulement de la géométrie du milieu poreux, mais aussi des pourcentages respectifs des différents fluides en présence. En effet, les fluides en présence se gênent mutuellement. Par exemple, pour le cas de deux fluides a et b, la loi de Darcy permet d'écrire pour chaque fluide :

$$Q_a = -s\frac{K_a}{\mu_a}\frac{dp}{dp} \qquad \textbf{(I.6)}$$

$$Q_b = -s\frac{K_b}{\mu_b}\frac{dp}{dx} \qquad \textbf{(I.7)}$$

K_a et K_b, sont les perméabilités effectives liées aux fluides a et b.

- **Perméabilité relative :**

La perméabilité relative est définie comme étant le rapport entre la perméabilité effective et la perméabilité absolue.

$$K_r = \frac{K_{eff}}{K} \qquad \textbf{(I.8)}$$

Avec :

K_r : La perméabilité relative ;

K_{eff} : La perméabilité effective ;

K : La perméabilité absolue.

Les perméabilités de quelques matériaux sont rapportées dans le tableau ci-dessous **[9]**

Tableau I.2 : Valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux [9].

Matériau	Perméabilité K en (m^2)
Ardoise noire en poudre	$4.9\ 10^{-14}$ - $1.2\ 10^{-13}$
Brique	$4.8\ 10^{-15}$ - $2.2\ 10^{-13}$
Béton bitumineux	10^{-13} - $2.2\ 10^{-11}$
Cuivre en poudre	$3.3\ 10^{-10}$ - $1.5\ 10^{-9}$
Liège(en plaque)	$2.4\ 10^{-11}$ - $5.1\ 10^{-11}$
Cuir	$9.5\ 10^{-14}$ - $1.2\ 10^{-13}$
Calcaire (dolomite)	$2\ 10^{-15}$ - $4.5\ 10^{-14}$
Sable	$2\ 10^{-11}$ - $1.8\ 10^{-10}$
Grès	$5\ 10^{-16}$ - $3\ 10^{-12}$
Poudre de silice	$1.3\ 10^{-14}$ - $5.1\ 10^{-14}$
Sol	$2.9\ 10^{-13}$ - $1.4\ 10^{-11}$
Cigarette	$1.1\ 10^{-9}$
Terre	$2.9\ 10^{-13}$ - $1.4\ 10^{-11}$

I.4 Modèles d'écoulement dans un milieu poreux :

I.4.1 Modèle de Darcy :

La loi de Darcy, formulée par Henry Darcy **[8]**, décrit l'écoulement d'un fluide homogène et incompressible à travers un milieu poreux saturé. La loi de Darcy donnant le comportement hydrodynamique lors d'un écoulement de fluide dans un milieu poreux, lie le gradient de pression à la vitesse par la relation suivante :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu}[\vec{\nabla} P + f\vec{g}] \qquad \textbf{(I.9)}$$

Où :

μ : représente la viscosité dynamique du fluide.

K : représente la perméabilité du milieu poreux.

f g : représente les forces de volume.

La pression p et les composantes de vitesses sont des valeurs moyennes prises dans un volume élémentaire représentatif. Pour un écoulement unidirectionnel où les forces de volume sont négligées, la projection de la relation précédente donne :

$$U = -\frac{K}{\mu}\frac{dp}{dx} \qquad \textbf{(I.10)}$$

Il est important de noter que le modèle de Darcy est inadéquat pour certaines situations d'écoulement et de transfert de chaleur.

Les insuffisances de ce modèle peuvent être énumérées comme suit :

a. Il n'est pas approprié pour les écoulements « rapides », c'est à dire les écoulements pour lesquels le nombre de Reynolds basé sur la vitesse locale et le diamètre des pores, est supérieur à l'unité [**10]**.

b. Il ne satisfait pas la condition de non glissement sur les parois solides, dans les problèmes de convection où la chaleur se transmet essentiellement au (ou à partir du) fluide près des parois solides **[11- 12]**.

c. Il ne tient pas compte de la variation de la porosité ; les régions d'écoulement à porosité élevée, dans les milieux poreux, sont très pénétrables par le fluide.

Il en résulte alors des « canaux » à écoulement rapide dans ces régions, affectant ainsi les caractéristiques du transfert de chaleur du système **[13]**.

Pour tenir compte de tous ces effets, d'autres modèles d'écoulements ont été proposés et utilisés.

I.4.2 Modèle de Forchheimer :

Quand le nombre de Reynolds (basé sur le diamètre des particules) devient grand devant l'unité, la loi de Darcy s'éloigne du comportement linéaire pour la vitesse ; elle doit être donc corrigée par un terme inertiel, non linéaire, du second degré qui tient compte des effets inertiels microscopiques. La modification à apporter à la loi de Darcy est la suivante :

$$\vec{\nabla} P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} - \frac{C_f}{\sqrt{K}}\rho_f \left|\vec{V}\right|\vec{V} \qquad \textbf{(I.11)}$$

Avec :

ρf : densité du fluide.

C_f : constante dimensionnelle (souvent appelée coefficient d'Ergun, ou encore coefficient inertiel) qui dépend de la nature du milieu. Plusieurs expressions sont utilisées dans la littérature pour exprimer le coefficient inertiel c **[14]**.

Lorsque l'écoulement est unidirectionnel, l'équation précédente est exprimée par :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\mu}{K}u - \rho_f c_f u^2{}_D \qquad \textbf{(I.12)}$$

L'équation (1-13) est appelée équation d'Ergun, avec :

$$K = \frac{d^2\varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2} \quad \text{et} \quad c_f = \frac{1.75(1-\varepsilon)}{d\varepsilon^2} \qquad \textbf{(I.13)}$$

Les expressions de Ket c ont été développées par Ergun **[15]** pour un écoulement dans un lit de particules sphériques de diamètre d.

I.4.3 Modèle de Brinkman :

Afin l'inclure l'effet des sphères voisines dans un écoulement de Stokes autour d'une sphère dans un milieu infini, Brinkman a supposé un écoulement où les effets visqueux sont dominants (écoulement de Stokes) par l'utilisation de l'équation de Darcy pour écrire l'équation du mouvement sous la forme suivante :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \mu_e \nabla^2 \vec{V} \qquad \textbf{(I.14)}$$

Cette relation est connue sous le nom de l'équation de Brinkman. μ_e représente la viscosité dynamique effective, $\mu_e\nabla$le terme de Brinkman qui représente les forces visqueuses causées par les cisaillements l des frontières solides ; il est très significatif dans les régions des parois solides. Poulikakos et Renken **[16]** ont montré l'influence du terme de Brinkman sur le champ dynamique et le transfert de chaleur. Pour l'aspect dynamique. Concernant l'aspect thermique, l'omission de ce terme peut influer considérablement sur la valeur du nombre de Nusselt. Ainsi, pour le cas de deux plaques parallèles, la valeur du nombre de Nusselt est de 12% plus élevée que celle donnée par le modèle de Darcy.

I.5 Transfert de masse :

Nous nous intéressons ici au transport de chacun des constituants d'un mélange fluide saturant un milieu poreux. En tenant compte du fait que le transfert de matière ne s'effectue qu'à travers la phase fluide, l'équation de conservation de la masse de chacun des constituants est obtenue, par prise de moyenne sur un volume élémentaire représentatif, lorsqu'il n'y a pas de production interne. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$k = 1..N-1 \qquad \textbf{(I.15)}$$

N est le nombre total des constituants, $c_k = \frac{\rho_k}{\rho}$: est la fraction massique du k$^{\text{ième}}$ constituant et $\rho = \sum_k \rho_K$. Dans le cas d'une matrice poreuse saturée par un fluide binaire, les coefficients de diffusion moléculaire D* et D*$_T$ intervenant dans le vecteur densité de flux massique J_k dépendent des propriétés du milieu poreux. Défirent travaux **[4-17]** ont montré que le coefficient de diffusion moléculaire équivaut D* est similaire à celui présent dans l'expression du flux de diffusion massique en milieu fluide avec une dépendance par rapport à la tortuosité du milieu de la forme.$D^* = \frac{D}{\tau^2}$ Ces auteurs proposent une relation analogue pour le coefficient

de thermodiffusion, soit $D_T^* = \frac{D_T}{\tau^2}$. D'autres relations permettent d'évaluer ces coefficients équivalents, mais la meilleure méthode pour déterminer les coefficients D* et D_T^* reste la mesure directe dans le milieu poreux étudié.

Les coefficients D et D* peuvent d'autre part être considérés constants lorsqu'on néglige les phénomènes de dispersion. Pour un fluide binaire, ce vecteur densité de flux massique $\vec{J}$ de l'un des constituants ayant la fraction massique c'est de la forme :

$$\vec{J}_1 = -\rho D^* \vec{\nabla} C - \rho C(1-C) D_T^* \vec{\nabla} T \qquad \textbf{(I.16)}$$

I.6 Réaction catalysées :

Généralement, les réactions catalysées sont utilisées pour accroître la vitesse d'un procédé chimique spécifique. Le rôle du catalyseur est de permettre un déroulement différent de la réaction, en limitant l'énergie requise. Pour ce faire, la substance catalytique interagit avec le réactif pour former un composé intermédiaire. Ce composé est transitoire : une fois formé, il se casse, laissant intactes les espèces chimiques de catalyse. À la fin de la réaction, les catalyseurs ne sont pas affectés en termes de structure chimique ou de masse.

Il existe deux grands types de réaction catalysée :

- **Réaction catalysée homogène :**

Lorsque les catalyseurs homogènes sont des composés catalytiques qui sont dans la même phase que les substances qui entrent dans la phase de réaction. Ces catalyseurs homogènes sont souvent en phase liquide. La récupération de catalyseurs homogènes est comparativement difficile et coûteuse car le catalyseur est dans la même phase que le mélange réactionnel. Cela signifie que la séparation du catalyseur est difficile. La stabilité thermique des catalyseurs homogènes est également médiocre. L'exemple le plus courant de catalyseurs homogènes est les méta-complexes.

- **Réaction catalysée hétérogène :**

Lorsque les catalyseurs hétérogènes sont des composés catalytiques qui se trouvent dans une phase différente de celle de la phase du mélange réactionnel. Ces catalyseurs peuvent être trouvés dans les trois phases de la matière : phase solide, phase liquide ou phase gazeuse. La récupération catalytique est aisée et bon marché dans les catalyseurs hétérogènes car le catalyseur est dans une phase différente de celle de la phase du mélange réactionnel. Des exemples courants de catalyseurs hétérogènes sont les métaux, les oxydes métalliques, etc.

I.7 Nano-fluide :

I.7.1 Définition de nano-fluide :

Les nano-fluides sont des solutions colloïdales composées des particules de taille nanométrique (nanoparticules) en suspension dans un liquide qui s'appelle un liquide de base afin d'améliorer certaines propriétés. Dans le cas des fluides caloporteurs, un des premiers paramètres à prendre en compte afin d'évaluer le potentiel d'échange de chaleur est la conductivité thermique. les fluides les plus employés tels que l'eau, l'huile ou l'éthylène glycol (EG) ne disposent que d'une conductivité thermique faible par rapport à celle des solides cristallins, avec les nano-fluides l'idée est alors d'insérer au sien du fluide de base des nanoparticules afin d'augmenter la conductivité thermique effective du mélange **[18]**.

Parmi les nanoparticules utilisées pour obtenir les nano-fluides on peut citer **[19]** :

- Métalliques : le cuivre (Cu), l'aluminium (Al), l'or (Au), l'argent (Ag).
- Oxydes : l'oxyde de cuivre (Cu O), l'oxyde de l'aluminium (Al_2O_3) le dioxyde de titane (TiO_2) **[20]**.

Le choix des liquides de base est primordial pour un nano-fluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps d'éviter tout phénomène d'agrégation, la sélection d'un tel fluide se fera en fonction de la nature de nanoparticule, les solvants les plus utiliser sont :

- Eau -L'éthylène glycol- les huiles-toluène :

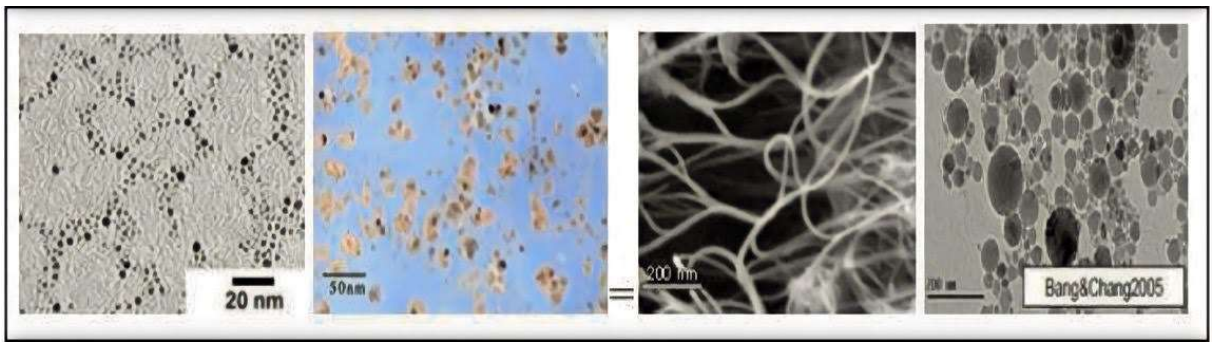


Figure I.7 : Nano-fluides vue au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre 0.5% ; eau + Nanotube ; eau + alumine ; eau + or à 2nm **[18].**

I.7.2 Types de nanoparticules :

La production de nouveaux nanomatériaux (nanoparticules) constitue un champ de recherche en pleine expansion, aussi seules les nanoparticules les plus couramment utilisées dans les applications liées aux transferts thermiques sont ici brièvement mentionnées. D'une manière

générale, les nanoparticules peuvent être classées selon leur forme en deux grandes catégories **(Figure I.8)**.

Les nanoparticules sphériques : Pour lesquelles plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication. Ces nanoparticules sphériques peuvent ainsi être à base de métaux (l'aluminium Al, cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag…) ou d'oxydes (oxyde d'aluminium Al $_2O_3$ oxyde de cuivre CuO, oxyde de titane TiO_2…).

Les nanotubes : (les nanotubes de carbone NTC, les nanotubes de titane TiO_2, Nanotube de silicium.) **[21].**

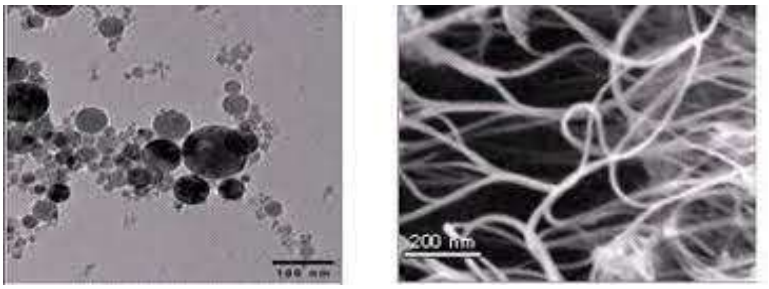


Figure I.8 : Nanoparticules sphériques ; Nanotubes de carbone [22].

I.7.3 Propriétés thermo-physiques des nano-fluides :

I.7.3.1 Viscosité dynamique :

La viscosité caractérise l'aptitude d'un fluide à s'écouler. Sa connaissance est fondamentale pour toutes les applications impliquant le transport de fluides. L'ajout des nanoparticules permet d'augmenter et d'améliorer la conductivité thermique du nano-fluide, mais cela peut aussi conduire à une augmentation défavorable de la viscosité dynamique. Ainsi, ces deux propriétés sont étroitement corrélées, et doivent être maîtrisées en vue d'une exploitation de ce type de fluides dans des échangeurs.

Plusieurs modèles théoriques ont été développés pour prédire l'évolution de la viscosité dynamique des suspensions sous certaines conditions. Dans cette partie, nous nous intéresserons aux modèles les plus utilisés dans le cas des nano-fluides **[23]**.

- **Modèle d'Einstein :** La viscosité dynamique d'un nano-fluide est donnée par Einstein pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides, est la suivante **[24]** :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi) \quad \textbf{(I.17)}$$

Où :

μ_{nf} : La viscosité dynamique du nano-fluide.

μ_f : La viscosité dynamique du fluide base.

φ : La fraction volumique des nanoparticules.

Cette relation est valable juste pour φ =0.03.

- **Modèle de Brinkman (1952) :** Brinkman a étudié la formule d'Einstein pour avoir la formule suivante **[25]** :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad \textbf{(I.18)}$$

Remarque : pour les faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein.

- **Modèle de Batchelor :** A montré que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de φ, comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de

$$\mu_{nf} = \mu_f (2.6\varphi^2 - 2.5\varphi + 1) \quad \textbf{(I.19)}$$

I.7.3.2 Masse volumique :

La masse volumique des nano-fluides est proportionnelle à la fraction volumique en particules et augmente avec l'ajout des nanoparticules. Pour calculer la masse volumique d'un nano-fluide que nous supposerons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide) en fonction de la fraction volumique φ à une température T donnée, nous revenons à la définition de la masse volumique de ce mélange **[19]**.

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right) = \frac{m_{fb} + m_{np}}{V_{fb} + V_{np}} = \frac{\rho_{fb} V_{fb} + \rho_{np} V_{np}}{V_{fb} + V_{np}} \quad \textbf{(I.20)}$$

I.7.3.3 Fraction volumique :

La fraction volumique et le rapport entre le volume de solide (nanoparticules) sur le volume total (nanoparticules +fluide de base) sa valeur est variée entre 0 et 1 **[26]**.

$$\varphi = \frac{V_s}{V_s + V_f} \qquad \textbf{(I.21)}$$

V_s : Volume de particule solide (m^3).

V_f : Volume du fluide de base (m^3).

I.7.3.4 Conductivité thermique :

La conductivité thermique généralement est une propriété importante, principalement dans notre étude parce qu'elle joue un rôle très important dans le phénomène de transfert de chaleur, elle peut indiquer clairement l'efficacité du transfert de chaleur du fluide ou du solide, la conductivité dépend de la température.

Différents auteurs proposent des modèles de calcul de conductivité thermique généralement basés sur des lois de mélange (fluide-nanoparticules). Les modèles les plus courants sont ceux de Maxwell et Hamilton/Crosser **[27]**. **(Tableau I.3).**

Tableau I.3 : Modèle de Maxwell et Hamilton/Crosser, indice "1"pour le fluide et "2" pour les particules [27]

Modèle	*Expression*
Maxwell	$k_{eff,Maxwell} = \frac{2k_2 + k_1 + \phi(k_2 - k_1)}{2k_2 + k_1 - 2\phi(k_2 - k_1)} k_1$
Hamilton-crosser	$k_{eff,Hamilton-crosser} = k_1[\frac{k_2 + (n-1)k_1 - (n-1)\phi(k_1 - k_2)}{k_2 + (n-1)k_1 + \phi(k_1 - k_2)}]$

Remarque :

***** Dans le modèle de Maxwell les particules sont de formes sphériques **[27].**

* Dans le modèle Hamilton-Crosser le facteur « n » est de forme =3/Θ.

Θ étant la sphéricité de la particule **[27]**.

I.7.3.5 Chaleur spécifique :

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène. Elle correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 Kelvin, lors de la transformation considérée. La chaleur spécifique d'un nano-fluide est donnée, en fonction de la fraction volumique par la formule suivante **:[24-28]**.

$$(C_p)_{nf} = \frac{1}{\rho_{nf}}((1-\phi)(\rho Cp)_{bf} + \phi(\rho Cp)_p) \quad \textbf{(I.22)}$$

I.8 Nano-fluide hybride:

Un matériau hybride est une combinaison de propriétés physiques et chimiques de deux ou plusieurs matériaux. Les deux nanoparticules ou plus sont dispersées dans un fluide de base pour obtenir les propriétés souhaitées pour des applications individuelles. Par exemple, l'Argent (Ag) et l'Oxyde de Titane (TiO_2) dispersant dans le fluide de base d'une manière homogène et plus stable **[29].**

Les nanoparticules sont des particules extrêmement petites, souvent de l'ordre du nanomètre ($1/10^9$ de mètre), dispersées dans un liquide. Elles confèrent au nano-fluide hybride des caractéristiques uniques, telles qu'une conductivité thermique accrue, une résistance à la corrosion, une stabilité thermique et une viscosité améliorée. Ces propriétés peuvent être ajustées en fonction des types et des concentrations de nanoparticules, ainsi que d'autres substances incorporées dans le fluide. Les nano-fluides hybrides sont largement utilisés dans diverses applications industrielles, notamment dans les échangeurs de chaleur, les lubrifiants, les fluides de coupe et les fluides hydrauliques.

I.8.1 Propriétés thermo-physiques des nano-fluides hybride :

On a résumé ces propriétés sous forme un tableau : **[30-31]**

Tableau I.4 : propriétés thermo-physiques des nano-fluides hybride [30-31]

Les Propriétés	Nano-fluide hybride
La masse volumique (ρ)	$\rho_{hnf} = (1-\phi_{hnf})\rho_{bf} + \phi_1\rho_{s1} + \phi_2\rho_{s2}$
Chaleur spécifique (ρCp)	$(\rho C_p)_{hnf} = (1-\phi_{hnf})(\rho C_p)_{bf} + \phi_1(\rho C_p)_{s1} + \phi_2(\rho C_p)_{s2}$
La dilatation thermique ($\rho\beta$)	$(\rho\beta)_{hnf} = (1-\phi_{hnf})(\rho\beta) + \phi_1(\rho\beta)_{s1} + \phi_2(\rho\beta)_{s2}$
La viscosité dynamique (μ)	$\frac{\mu_{hnf}}{\mu_{bf}} = \frac{1}{(1-\phi_{hnf})^{2.5}}$
La conductivité thermique (k)	$\frac{k_{hnf}}{k_{bf}} = [\frac{(\frac{\phi_1 k_1 + \phi_2 k_2}{\phi_{hnf}}) + 2k_{bf} + 2(\phi_1 k_1 + \phi_2 k_2) - 2\phi_{hnf} k_{bf}}{(\frac{\phi_1 k_1 + \phi_2 k_2}{\phi_{hnf}}) + 2k_{bf} - (\phi_1 k_1 + \phi_2 k_2) + \phi_{hnf} k_{bf}}]$

I.9 Etat de l'art :

Y'avait plusieurs études qui ont fait par des chercheures, donc nous présentons quelque unes que nous avons trouvé proches de notre cas :

D. Pal et G. Mandal [32] : se sont intéressés aux effets du rayonnement thermique de l'écoulement de couche limite de la convection mixte vers un écoulement de point de stagnation sur un étirement / retrait noyé dans un milieu poreux remplie d'un nano-fluide avec présence de génération de chaleur et de dissipation visqueuse. Les équations de base sont résolues numériquement en utilisant la méthode de Runge – Kutta – Fehlberg avec technique de tir. Leur résultat montre que le paramètre d'aspiration diminue les profils de vitesse et de température pour l'étirement de la feuille, tandis que la tendance inverse s'obtient pour le rétrécissement de la feuille. On constate également que l'épaisseur de la couche limite pour la deuxième solution

est supérieure à la première solution pour les trois types de nano-fluide pour la contraction de la feuille. De plus, ils ont constaté que l'ajout des nanoparticules dans le fluide de base entraîne une augmentation du frottement de surface.

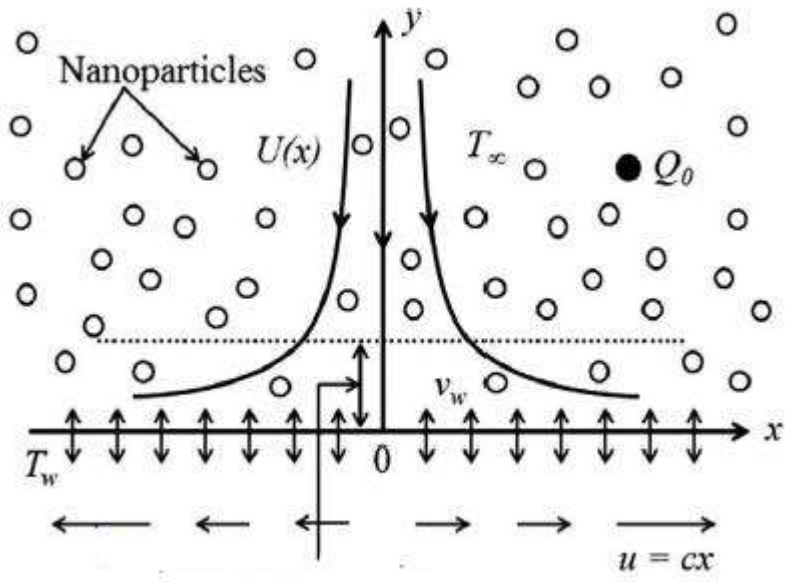


Figure I.9 : Configuration du flux [32]

T. Hayat et al. [33] : ils sont étudiés L'écoulement bidimensionnel constant d'un fluide de Powell-Eyring. L'écoulement est causé par une surface étirable avec des réactions homogènes-hétérogènes. Les équations différentielles non linéaires gouvernantes sont réduites aux équations différentielles ordinaires par des transformations de similarité. Les solutions analytiques sont présentées sous forme de séries par la méthode d'analyse homotopique (HAM). La convergence des solutions de séries obtenues est explicitement discutée. La signification physique des différents paramètres sur les profils de vitesse et de concentration est discutée à travers des illustrations graphiques. On remarque que l'épaisseur de la couche limite augmente en augmentant le paramètre matériel du fluide de Powell-Eyring (ε) tandis qu'elle diminue en augmentant le paramètre matériel du fluide (δ). De plus, le profil de concentration augmente lorsque les paramètres matériels du fluide de Powell-Eyring augmentent. La concentration est également une fonction croissante du nombre de Schmidt et une fonction décroissante de la force de la réaction homogène. De plus, le taux de transfert de masse augmente pour un taux de réaction hétérogène plus élevé.

Gladés Bachir [19] : Il est étudié l'influence de la concentration en nanoparticules (Al_2O_3 , CuO, Cu, Ag and Au) dispersées dans un fluide de base sur le transfert de chaleur par conduction et convection en configuration de Rayleigh-Bénard. Les relations donnant la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion thermique des nano-fluides, utilisées ce travail, déduites à partir des lois de la thermodynamique diffèrent de celles approchées retenues dans la littérature. Il montre que pour une cellule expérimentale donnée et à une différence de température fixée l'ajout de nanoparticules dans un fluide porteur conduit à une diminution du nombre de Rayleigh dans le nano-fluide obtenu comparé à celui dans le fluide porteur seul. L'apparition de la convection est donc retardée dans le nano-fluide. Il s'ensuit que contrairement à ce qui a été obtenu antérieurement par de nombreux auteurs, il est montré que la présence des Nanoparticules solides dans un fluide porteur peut réduire le transfert de chaleur au lieu de l'augmenter.

T. Hayat Ikram et al. [34] : le travail se concentre sur l'écoulement au point de stagnation d'un fluide de Carreau MHD avec des réactions hétérogènes-homogènes. Une feuille étirée non linéaire d'épaisseur variable est l'agent principal pour l'induction de l'écoulement. Le liquide est supposé être électriquement conducteur. Les aspects de la radiation thermique non linéaire et de la génération/d'absorption de chaleur sont abordés. Des transformations appropriées permettent de rendre sans dimension le problème gouvernant. Les systèmes résultants sont traités numériquement via un schéma de tir basé sur NDSolve. L'importance des variables émergentes est abordée à travers des illustrations graphiques. Des tableaux concernant les estimations de la friction de la peau et du taux de transfert de chaleur sont calculés et examinés pour diverses variables physiques. On constate que les variables convectives et de rayonnement améliorent la température du liquide. Les résultats obtenus sont également comparés de manière limitée et trouvent un excellent accord.

Shenoy [35] : a étudié la convection mixte en régime permanent d'une couche limite sur une plaque plane isotherme et inclinée mais dans le cas d'un fluide non-newtonien. Le travail a été axé sur les effets, d'une part, de l'inclinaison de la surface et du nombre de Richardson sur le nombre de Nusselt.

D.srinivasa et G. Swamy [36] : ont étudié le transfert chaleur par convection mixte et le transfert de masse le long d'une plaque verticale encastré dans une loi de puissance, milieu poreux de Darcy saturé d'un fluide en présence d'une réaction chimique sous l'effet de

rayonnement. Les équations différentielles partielles sont transformées en équations ordinaires en utilisant les transformations de similitude, puis elles ont résolues numériquement avec la méthode de Rung-kutta technique de tir.

BOULECHFAR Hichem [37] : Les transferts de chaleur et de masse par convection naturelle en régime laminaire et permanant dans un espace annulaire elliptique horizontal bidimensionnel rempli par un milieu poreux saturé de fluide, a été analysé numériquement en mettant au point un code de calcul aux volumes finis et en utilisant la formulation vorticité-fonction de courant pour résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration, en utilisant la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq. Les deux parois délimitant l'espace annulaire sont maintenues à des températures et des concentrations uniformes. Les paramètres de contrôle liés à l'écoulement sont le nombre de Rayleigh-Darcy, nombre de Lewis et le rapport de flottabilités. L'angle d'inclinaison et les excentricités des cylindres elliptiques sont les paramètres liés à la géométrie. Le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle est étudié pour les deux cas, coopérant et opposant des gradients de température et de concentration. Les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux et moyens sont présentés en fonction des paramètres de contrôle.

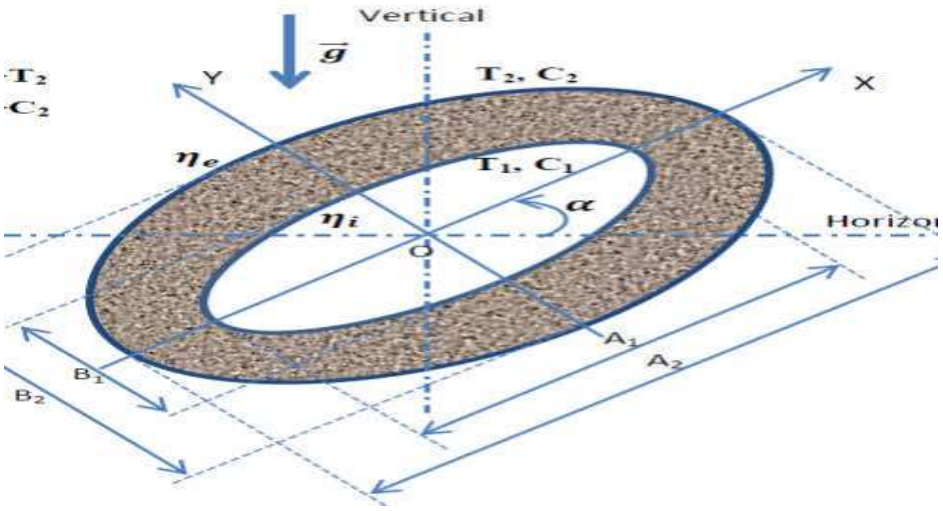


Figure I.10 : Géométrie du système [37]

Une étude expérimentale mené par **salma Halelfadl [38]** sur les propriétés thermo physiques des nano-fluides testés (conductivité thermique, viscosité dynamique, masse volumique) et sur les performances thermiques dans un échangeur de chaleur. Il a présenté également une analyse des résultats de façon à étudier l'influence des paramètres évoqués. Les résultats obtenus sont comparés et discutés vis-à-vis des modèles classiques existants, il propose des améliorations et

des interprétations selon les tendances obtenues. Les résultats prometteurs de cette étude sont très encourageants et montrent que l'utilisation des nano-fluides à base de nanotubes de carbone offre clairement une amélioration des performances thermiques par rapport aux fluides de base classiques. Les nano-fluides à base de NTC peuvent constituer ainsi un débouché prometteur des transferts thermiques et présentent de bonnes perspectives et développement.

Pongsakorn Sunthrayuth et al. [39] : pour leur étude sont commencés par la connaissance que l'ajout d'une certaine quantité de nanoparticules augmente la conductivité thermique du nano-fluide. La raison de cette amélioration considérable est encore inconnue. Par conséquent, trouver l'effet thermique approprié des particules à l'échelle nanométrique nécessite une compréhension de la cinématique de l'agrégation des nanoparticules. L'utilisation de nanomatériaux peut être observée dans une variété d'applications technologiques et industrielles. L'influence des réactions chimiques homogènes et hétérogènes sur un écoulement incompressible de nano-fluide de deuxième grade à travers un cylindre étiré avec agrégation de NP est étudiée dans ce travail. Des transformations de similarité sont utilisées pour transformer les équations aux dérivées partielles (EDP) en un système d'équations différentielles ordinaires (EDO). La technique de Runge Kutta Fehlberg quatrième cinquième ordre (RKF 45) et l'approche par tir sont utilisées pour résoudre numériquement ces EDO. L'influence des éléments principaux sur les champs d'écoulement et les taux de transfert de chaleur est étudiée et abordée à l'aide de représentations graphiques. Les résultats suggèrent que l'écoulement du fluide sans agrégation de NP a une meilleure transmission de chaleur que lorsque le paramètre de fusion augmente. De plus, un transfert de masse plus élevé pour l'écoulement du fluide avec une condition d'agrégation est détecté pour des valeurs accrues des paramètres de réaction hétérogène et homogène.

Xinhui Si et al. [40] : ont analysé l'écoulement de la convection mixte d'un nano-fluide pseudo-plastique régit par la loi de puissance à travers une plaque verticale. Trois types de nanoparticules, tels que le cuivre (Cu), l'oxyde d'aluminium (Al2O3) et l'oxyde de titane (TiO2) sont considérés. La loi de Fourier généralisée proposée par Zheng pour la variation de la conductivité thermique des nano-fluides, qui dépend de la loi de puissance du gradient de vitesse ainsi que de la propriété des nanoparticules, est prise en compte. Les solutions doubles sont obtenues par Bvp4c avec Matlab. De plus, leurs résultats montrent que, le nombre Nusselt local ne conserve pas les mêmes caractéristiques du fluide newtonien près du point où le rapport de vitesse est égal à 0,5.

Raza et al. [41] : ont également traité de l'analyse du transfert de chaleur sur des nano fluides MHD dans un canal poreux à parois extensibles. Un nano fluide cuivre Cu-eau incompressible est rempli dans le canal poreux. Ils ont constaté que les différentes valeurs de la fraction volumique des nanoparticules, du nombre de Reynolds, du champ magnétique et du nombre de Prandtl affectent les profils de vitesse

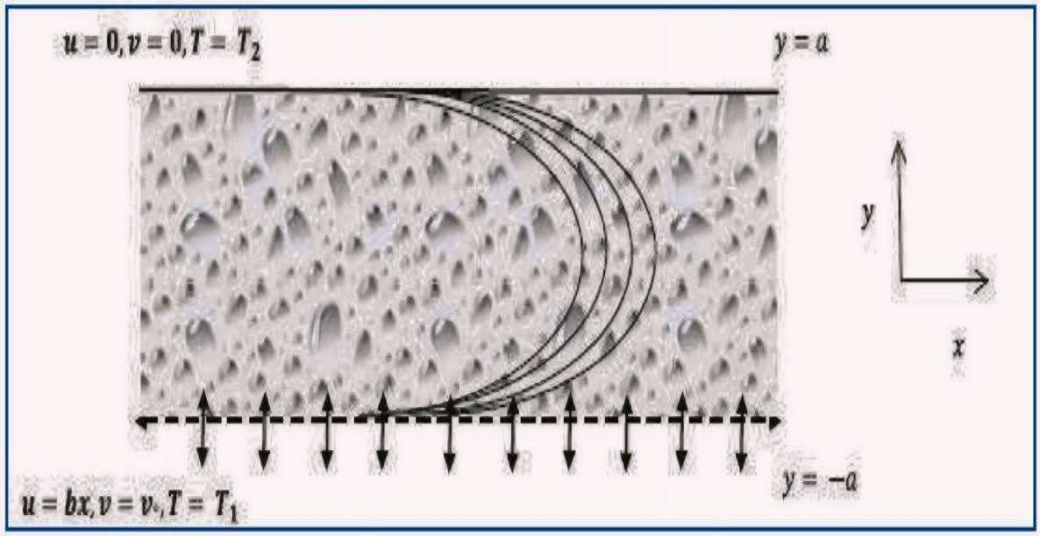


Figure I.11 : modèle physique du problème proposé [41]

I.10 Conclusion :

Ce chapitre a été consacré aux définitions des principales caractéristiques des milieux poreux tels que la porosité et la perméabilité, ainsi que des déférents modèles régissant l'écoulement du fluide dans ces milieux.

De plus, nous avons abordé des sujets plus avancés tels que les nano-fluides, les réactions catalysées et dernièrement le transfert de masse dans un milieu poreux.

Chapitre II :

Problème physique et modélisation mathématique

II.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous étudions les effets combinés d'un milieu poreux soumis à des réactions homogènes-hétérogènes dans un écoulement de nano-fluide précisément les nano-fluides hybrides en régime laminaire sur une plaque fixe horizontale placée dans un milieu poreux. Les équations aux dérivées partielles qui gouvernent le système sont transformées en un système d'équations différentielles ordinaires et résolues numériquement.

Dans notre étude, nous présentons la description physique du problème et le système d'équations qui régit l'écoulement de nano-fluide par convection massique dans un milieu poreux de type Darcy Forchheimer, puis nous exprimons les équations obtenues avec les conditions aux limites sous forme adimensionnelle à l'aide d'un changement de variable pour obtenir un système d'équations qui caractérise le problème physique et pour faciliter la résolution numérique.

II.2 Description physique du problème :

Nous considérons un écoulement permanant laminaire réactif bidimensionnel d'une couche limite d'un nano fluide devant une plaque horizontale déformable imperméable immergée dans un milieu poreux non Dracéen (extension de Forchheimer). Le phénomène physique ainsi les coordonnées utilisées sont montrées dans la **(figure II.1)**, avec l'axe *x* selon le long de la plaque et l'axe *y* perpendiculaire à la plaque. Le nano-fluide utilisé est supposé incompressible de base d'eau et comporte des nanoparticules types (l'Or/Au) et (cuivre /oxyde d'aluminium Cu/Al_2O_3).

On suppose que le milieu contient une espèce chimique (A) qui réagit pour former un produit (B) au contact de la surface de la plaque. En particulier, les deux types de réactions suivants sont de forme :

- Une réaction cubique isotherme qui se déroule dans le milieu poreux, cette réaction est schématisée par $A + 2B \rightarrow 3B$, $taux = k_C ab^2$. Où k_C est la constante de vitesse de réaction homogène
- Une réaction catalytique exothermique de premier ordre sur la surface de la plaque par laquelle le réactif (A) est converti en un produit (B) ; $A \rightarrow B$, $taux = k_S a$. Où k_s est la constante de vitesse de réaction hétérogène.

Ces deux modèles de base sont largement utilisés par plusieurs chercheurs, pour plus de détails, voir **[42-43]**.

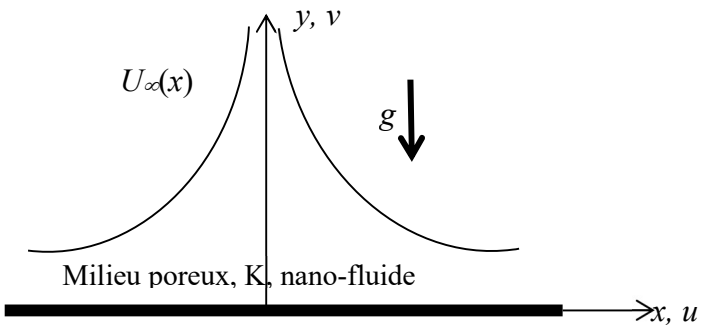


Figure II .1 : Modèle physique et système de coordonnées

On applique l'hypothèse de couche limite, et on néglige le transfert thermique. Les équations de quantité de mouvement et de transfert massique peuvent s'écrire de la forme suivante :

$$u\frac{\partial a}{\partial x}+v\frac{\partial a}{\partial y}=\frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{\mu_{hnf}}{\rho_{hnf}}\frac{1}{K}u-\frac{C_b}{\sqrt{K}}u^2 \qquad \textbf{(II.1)}$$

$$u\frac{\partial a}{\partial x}+v\frac{\partial a}{\partial y}=D_A\frac{\partial^2 a}{\partial y^2}-k_c ab^2 \qquad \textbf{(II.2)}$$

$$u\frac{\partial b}{\partial x}+v\frac{\partial b}{\partial y}=D_B\frac{\partial^2 b}{\partial y^2}+k_c ab^2 \qquad \textbf{(II.3)}$$

II.3 Condition aux limites :

- Les conditions aux limites sont définies comme suit :

$$\left\{\begin{array}{l} y=0; v=0, u=cx, D_A\dfrac{\partial a}{\partial y}=k_s a; D_B\dfrac{\partial b}{\partial y}=-k_s a \\ y\to\infty; U=ax; a\to a_0; b\to 0 \end{array}\right\} \qquad \textbf{(II.4)}$$

Où u et v sont les composantes de la vitesse dans les directions *x* et *y* respectivement, K est la perméabilité du milieu poreux, D_A et D_B sont les coefficients de diffusion respectifs des espèces A et B, a_0 est la concentration initiale de l'espèce A. μ La viscosité dynamique du nano-fluide a été donnée par Brinkman.

- La viscosité dynamique :

$$u_{hnf} = \frac{u_{bf}}{(1-\varphi_{hnf})^{2.5}} \tag{II.5}$$

φ : fraction volumique de nano-fluide dans un milieu poreux.

- La masse volumique :

$$\rho_{nf} = (1-\varphi_{hnf})\rho_{bf} + \phi_1\rho_{s1} + \phi_2\rho_{s2} \tag{II.6}$$

Les indices hnf, bf, s_1 et s_2 : représentent respectivement les propriétés thermo physiques du nano-fluide, du fluide de base et des nanoparticules.

On a :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{II.7}$$

Après le développement mathématique indique que la transformation de variable suivante est appropriée :

$$\eta = (\frac{c}{v_f})^{1/2} y \tag{II.8}$$

$$\psi = (cv_f)^{1/2} xf(\eta) \tag{II.9}$$

ψ : ligne de courant.

$$a = a_0 g(\eta) \tag{II.10}$$

$$b = a_0 h(\eta) \tag{II.11}$$

a et b : concentration des espèces chimiques A et B .

On utilise le changement des variables précédant de l'équation **(II.5)** jusqu'à **(II.11)**

On trouve :

$$f''' - K_1 f' + \phi_1 ff'' - \phi_1 f'^2(1+F_o) = 0 \tag{II.12}$$

$$\frac{1}{Sc} g''' + fg' - Kgh^2 = 0 \qquad \textbf{(II.13)}$$

$$\frac{\delta}{Sc} h'' + fh' + K_2 gh^2 = 0 \qquad \textbf{(II.14)}$$

K_2 : l'intensité de réaction homogène.

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = 0 \; ; \; f = 0 \; ; \; f' = 1 \; ; \; g'(0) = k_s g(0) \\ \eta \to \infty \; ; \; f' \to \lambda \; ; g \to 1 \; ; \; h \to 0 \end{array} \right\} \qquad \textbf{(II.15)}$$

Où

K_1 : paramètre de milieu poreux.

$$K_1 = \frac{v_f}{k_2} \qquad \textbf{(II.16)}$$

Sc : nombre de Schmidt

$$Sc = \frac{v_f}{D_A} \qquad \textbf{(II.17)}$$

δ : le rapport du coefficient de diffusion.

$$\delta = \frac{D_B}{D_A} \qquad \textbf{(II.18)}$$

K_2 : l'intensité de réaction homogène

$$K = \frac{k_c a_0^2}{c} \qquad \textbf{(II.19)}$$

λ : rapport de la vitesse.

$$\lambda = \frac{a}{c} \qquad \textbf{(II.20)}$$

K_S : l'intensité de réaction hétérogène.

$$K_s = \frac{k_s}{D_A}\left(\frac{\nu_f}{c}\right)^{1/2} \tag{II.21}$$

Fo : paramètre d'inertie local à l'échelle de pore.

$$Fo = \frac{C_b x}{\sqrt{K}} \tag{II.22}$$

on a :

$$\phi 1 = (1-\phi_{hnf})^{2.5}[(1-\phi_{hnf}) + \phi_1 \frac{\rho_{s1}}{\rho_f} + \phi_2 \frac{\rho_{s2}}{\rho_f}] \tag{II.23}$$

Dans la plupart des applications, nous nous attendons à ce que les coefficients de diffusion des espèces chimiques A et B soient de taille comparable. Cela nous amène à faire une hypothèse supplémentaire selon laquelle les coefficients de diffusion D_A et D_B sont égaux, c'est-à-dire à prendre $\delta = 1$ **[42].** Dans ce cas, nous obtenons à partir l'équation **(II.13 et II.14)**

$$g(\eta) + h(\eta) = 1 \tag{II.24}$$

Réduire à :

$$\frac{1}{sc} g'' + fg' - Kg(1-g)^2 = 0 \tag{II.25}$$

II.4 Coefficient de frottement C_f :

Dans notre travail C'est la grandeur physique qui nous intéresse. Il caractérise la traînée de surface. La contrainte de cisaillement à la surface de la paroi, τ_w, est donnée par l'expression

$$\tau_w = -\mu_{nf}\left[\frac{\partial u}{\partial y}\right]_{y=0} = -\frac{1}{(1-\phi)^{2.5}} \rho_f \sqrt{\nu_f c^3}\, x f''(0) \tag{II.26}$$

μ_{nf} : coefficient de viscosité.

Et le coefficient de frottement est défini comme :

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho_f u_w^2} \quad \textbf{(II.27)}$$

En utilisant l'équation **(II.22)** dan**s** l'équation **(II.21)** ça donne **:**

$$C_f (1-\phi)^{2.5} \sqrt{\mathrm{Re}_x} = -2f''(0) \quad \textbf{(II.28)}$$

Et :

$$\mathrm{Re}_x = \frac{x u_W}{\nu_f} \quad \textbf{(II.29)}$$

Re_x : Le nombre de Reynolds locale.

II.5 Conclusion :

Les équations adimensionnelles ont été obtenues grâce à des changements de variables et aux conditions aux limites associées. Leur forme finale ne permet pas une résolution analytique directe. Pour cette raison, nous avons recouru à une résolution numérique. Cette approche nous permet de transformer les équations aux dérivées partielles en équations différentielles ordinaires, pouvant être résolues à l'aide des méthodes numériques simples.

Dans le prochain chapitre, nous présenterons la méthode utilisée dans ce programme, à savoir la méthode de bvp4c implémenter dans Matlab.

Chapitre III :

Méthode numérique et discussions des résultats

III.1 Introduction :

En mathématiques, une équation différentielle est une relation entre des fonctions inconnues et leurs dérivées. L'ordre d'une équation différentielle correspond au plus haut degré de dérivation auquel une des fonctions inconnues est soumise. Ce travail examine un problème classé parmi les problèmes aux valeurs limites, pour lesquels les mathématiciens recommandent souvent de passer des conditions limites à des conditions initiales, plus faciles à résoudre. Pour ce faire, la méthode numérique bvp4c est largement utilisée, pour obtenir les solutions du système d'équations de continuité, de mouvement. Une étude paramétrique a également été réalisée pour obtenir un aperçu clair du phénomène physique du problème, et les résultats numériques obtenus ont été illustrés graphiquement.

Dans ce chapitre, nous décrivons en détail la méthode de bvp4c utilisée pour résoudre le système d'équations différentielles ordinaires qui modélisent le problème physique étudié, à savoir les problèmes de flux de convection massique observés dans un milieu poreux au-dessus d'une surface poreuse. En outre, nous présentons les résultats obtenus après avoir validé le programme qui régit notre problème d'étude sur le logiciel de calcul MATLAB.

III.2 Méthode Numérique :

III.2.1 Définition BVP :

Les BVP sont un type d'équation différentielle ordinaire (EDO) où vous recevez des conditions (valeurs) pour la fonction inconnue (solution) à des points spécifiques (limites) dans le domaine de l'équation. L'objectif est de trouver la fonction qui satisfait à la fois l'EDO et aux conditions limites données.

III.2.2 Définition de la méthode bvp4c :

La méthode bvp4c est une méthode numérique puissante et efficace implémentée dans MATLAB pour résoudre les BVP. Il s'agit d'un code aux différences finies qui utilise une formule spécifique appelée formule de Lobatto IIIa à trois étapes. Cette formule est une méthode de collocation, ce qui signifie qu'elle applique l'EDO et les conditions aux limites à certains points de collocation dans le domaine. Donc `bvp4c` est un outil précieux à prendre en considération.

III.2.3 Points clés sur bvp4c :

- **Méthode aux différences finies :** Elle approxime les dérivées dans l'EDO en utilisant des approximations aux différences finies implicites, convertissant le problème continu en un système d'équations algébriques.
- **Formule de Lobatto IIIa à trois étapes :** Cette formule offre un haut degré de précision (quatrième ordre) et garantit que la solution est continûment différentiable (C1-continue) sur tout le domaine.
- **Approche de collocation :** La solution est contrainte de satisfaire l'EDO et les conditions aux limites à des points de collocation spécifiques dans l'intervalle.

III.2.4 Utilisation de bvp4c dans MATLAB : par ces étapes

- **Déclaration des variables** :

Cela implique la définition des variables nécessaires pour représenter les équations différentielles et les conditions aux limites du problème BVP que vous essayez de résoudre.

- **Initialisation** :

On y définit les valeurs initiales des variables et d'autres paramètres pertinents pour le calcul.

- **Discrétisation du domaine** :

L'étape de discrétisation consiste à diviser l'intervalle du domaine de l'EDO en un ensemble de points discrets. Cela convertit essentiellement le problème continu en un problème algébrique pouvant être traité par un ordinateur.

- **Appel de bvp4c** :

C'est l'étape principale où la méthode bvp4c est invoquée pour résoudre le BVP. On lui fournit les équations différentielles, les conditions aux limites et les valeurs initiales discrétisées.

- **Système d'équations différentielles du premier ordre** :

Cela fait référence au fait que le problème BVP est formulé à l'aide d'équations différentielles ordinaires du premier ordre.

- **Conditions aux limites** :

Ces conditions spécifient les valeurs ou les relations entre la solution et ses dérivées aux limites du domaine de l'EDO.

- **Fonction d'hypothèse** :

Une hypothèse initiale pour la solution de l'EDO peut être fournie pour aider bvp4c à converger vers la solution réelle plus rapidement.

- **Critère de convergence :**

Le critère de convergence est généralement basé sur une tolérance définie par l'utilisateur

- **Solutions numériques** :

Cet organigramme représente les solutions numériques de l'EDO obtenues par la méthode bvp4c. Ces solutions peuvent approximer la solution exacte du BVP d'origine.

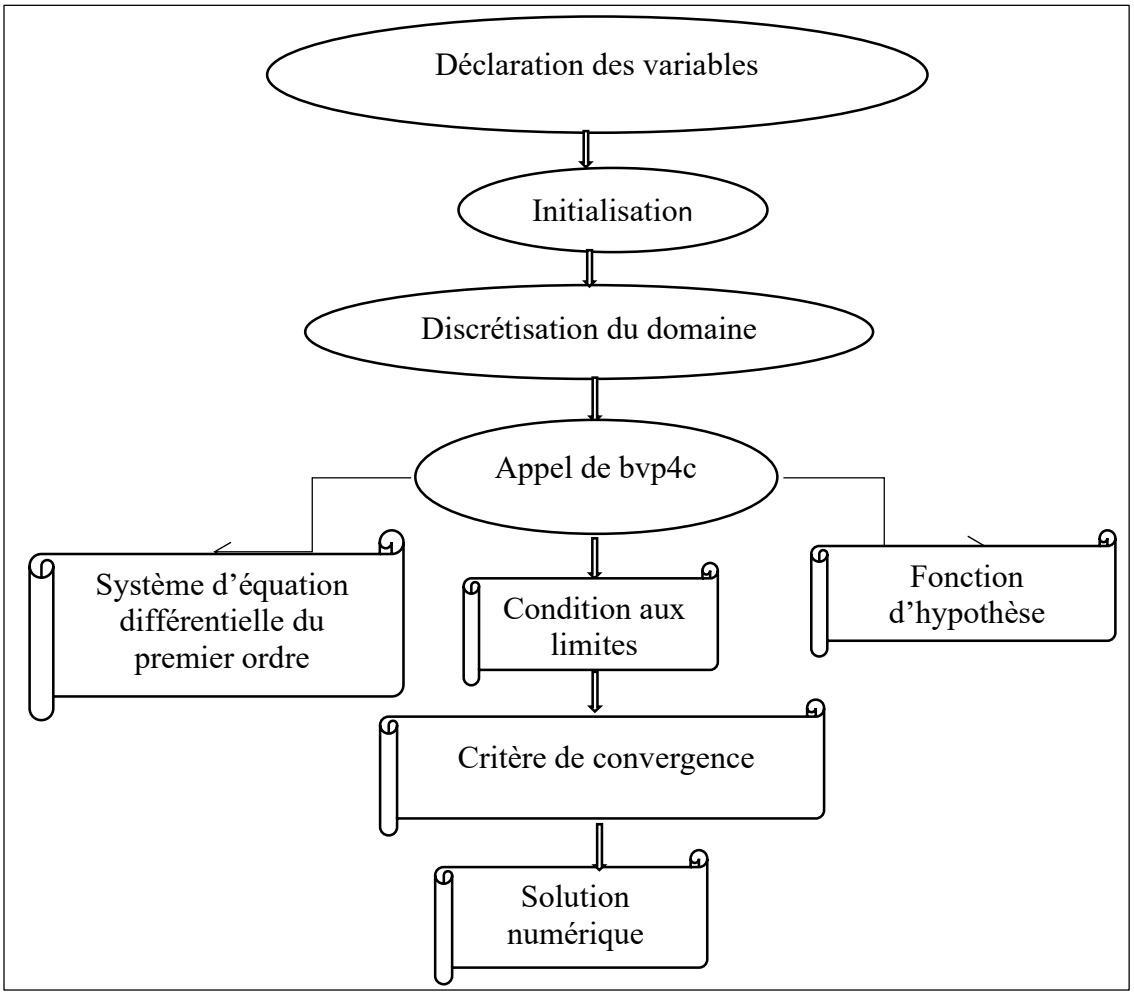


Figure III .1 : Algorithme de routine bvp4c dans Matlab.

III.3 Propriétés physiques du fluide et nanoparticule :

Tableau III.1 : Propriétés physiques du fluide et nanoparticule

Propriété	**Eau**	**Cu**	**Al_3O_2**	***TiO_2***	***Ag***	**Or (Au)**
C_p (J/kg k)	4179	385	765	686.2	235	129
ρ(kg/m^3)	997.1	8933	3970	4250	10500	19300
K(W/m K)	0.613	400	40	8.9538	429	318

III.4 Validation numérique :

Afin de donner l'exactitude de notre code de calcul on a comparé nos résultats avec celle qu'existe dans la référence **[44],** pour cela on a utilisé un nano-fluide Cu – Eau. Il ressort de **tableau III.2** que les résultats de présent travail sont tout à fait compatibles avec celle rapportée par le travail cité.

Tableau III.2 : validation numérique Cu – Eau ; Sc =0 K2=0 et K_s =0.

K_1	ϕ	**Présent travail**	**Reference [44]**
1	0.05	1.49322121	1.49321912
	0.1	1.54273570	1.54273401
	0.15	1.56886994	1.56886842
2	0.05	1.79713758	1.79713754
	0.1	1.83848534	1.83848530
	0.15	1.86046989	1.86046986
3	0.05	2.05662428	2.05662426
	0.1	2.09285172	2.09285169
	0.15	2.11219035	2.11219036

III.5. Etude de comportement dynamique et massique pour un écoulement de nano-fluide type (Or/eau) (Au/ Water)

Divers types de nanoparticules, telles que Cu, Al_2O_3, TiO_2 et autres, pourraient être inclus dans le modèle traité dans le chapitre 2. Le comportement dynamique et massique est étudié dans le

cas où le nano-liquide contient des nanoparticules de l'Or (Au). De plus, ici, l'eau a été considérée comme le fluide de base.

III.5.1 Profils de vitesse adimensionnelle

La variation de la distribution de la vitesse adimensionnelle en fonction de la variable de similarité η est présentée respectivement dans les figures **(III.2, III.3 et III.4)** pour quelques ensembles de valeurs de paramètres de contrôles à savoir ϕ, Fo et K_1.

La Figure **(II.2)** représente la variation de la vitesse en fonction de paramètre de fraction volumique de nanoparticules ϕ de l'or. L'analyse de cette figure révèle que l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base conduit à diminuer la composante de vitesse $f'(\eta)$ et par conséquent l'épaisseur de couche limite dynamique diminue elle-même et cela est dû physiquement à l'augmentation viscosité de nano-liquide.

La Figure **(III .3)** montre la variation de la vitesse en fonction de paramètre de milieu poreux Dracéen K_1. On observe que la distribution de la vitesse diminue avec l'augmentation du paramètre de perméabilité, Cela est dû au fait que la présence d'un milieu poreux augmente la résistance à l'écoulement, ce qui entraîne une diminution de la vitesse du fluide.

Même tendance observée pour l'impact de paramètre de Forchheimer Fo sur le développement de vitesse adimensionnelle dans la couche limite, cela est signifié physiquement qu'il existe un effet d'inertie important à l'échelle des pores.

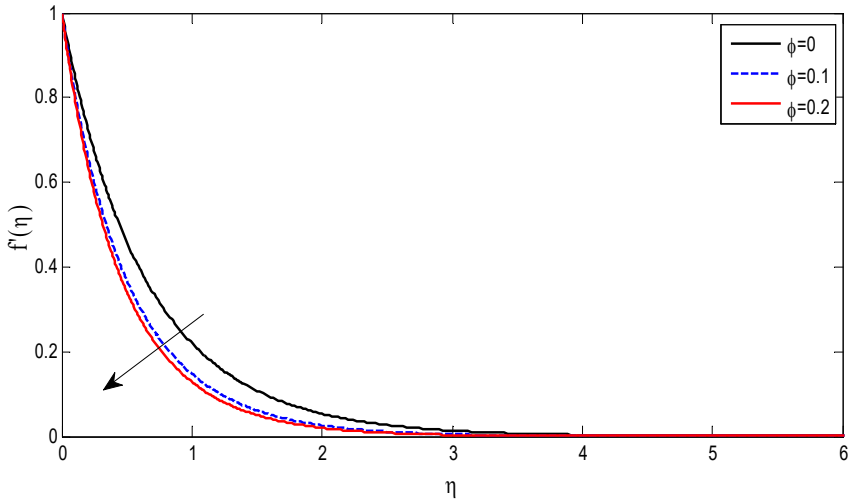


Figure III .2 : Variation de profil de vitesse en fonction de ϕ
(Sc = 1, K1= 1, Ks=0.5, K2=1, Fo=1).

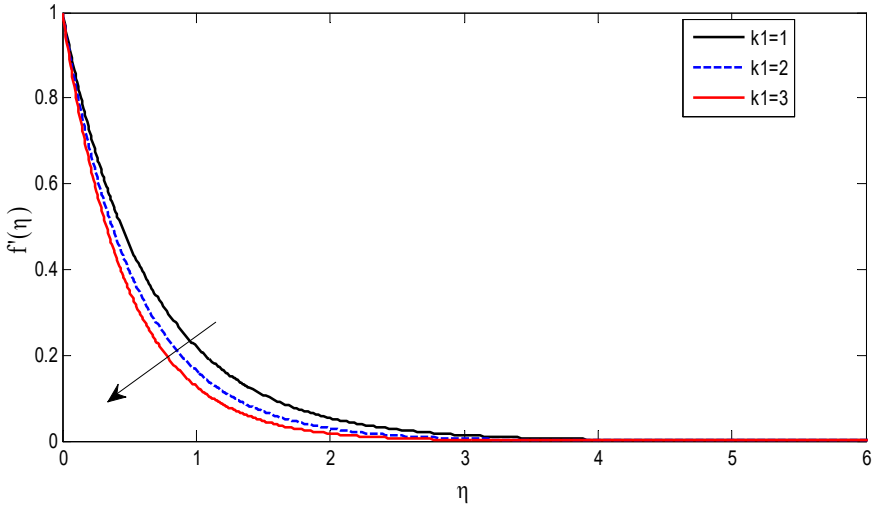


Figure III .3 : Variation de profil de vitesse en fonction de K_1
(Sc = 1, Ks=0.5, K_2=1 ; Fo=1, ϕ=0.1).

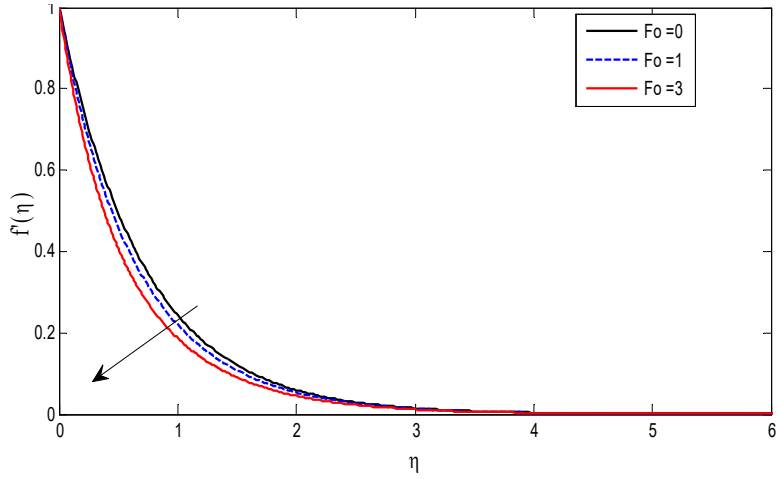


Figure III.4 : Variation de profil de vitesse en fonction de Fo
(Sc = 1, Ks = 0.5, K_2 = 1, ϕ = 0.1, K_1 = 1).

III.5.2 Profils de concentration adimensionnelle :

Les figures **(III.5, III.6, III.7 et III.8)** illustrent les distributions de concentration de l'espèce réactif **A** en fonction de la variable spatiale η, sous différentes valeurs de paramètres de contrôle.

La figure **(III.5)** montre l'effet de la fraction volumique de nanoparticules sur le profil de concentration de l'espèce **A** dans la couche limite massique. À partir de cette figure, on peut constater que la présence de nanoparticule dans l'écoulement peut améliorer le développement de la concentration dans la zone de couche limite. La même aptitude est observée pour le paramètre de milieu poreux **(**voir figure **III.6**).

Figure **(III.7)** et figure **(III.8)** illustrent l'évolution de la concentration massique du réactif A en variant l'intensité de la réaction homogène K_2 et hétérogène Ks. À partir de cette figure, On observe que l'augmentation de l'intensité de réaction chimique homogène et hétérogène K_2 et Ks respectivement entraîne une diminution des profils de concentration, ce qui implique une réduction de l'épaisseur de la couche limite de masse. Il est à noter dans la figure **(III.7)** que les valeurs concentrations au niveau de la surface (à $\eta = 0$) diminuent d'environ 50% à $K_2 = 1{,}0$ par rapport aux résultats de $K_2 = 0.5$, et de même à $K_2 = 2$ relativement à $K_2 = 1{,}0$.

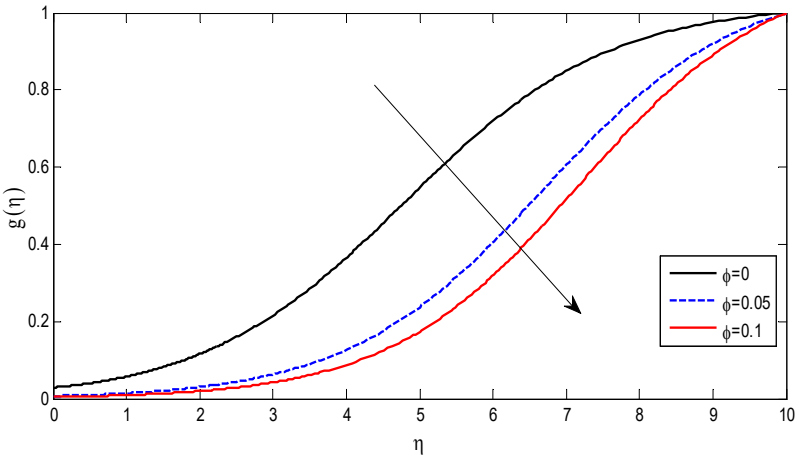


Figure III .5 : Variation de profil de concentration en fonction de ϕ
(Sc = 1, Ks = 0.5, K_2 = 1, Fo = 1, K_1 = 1).

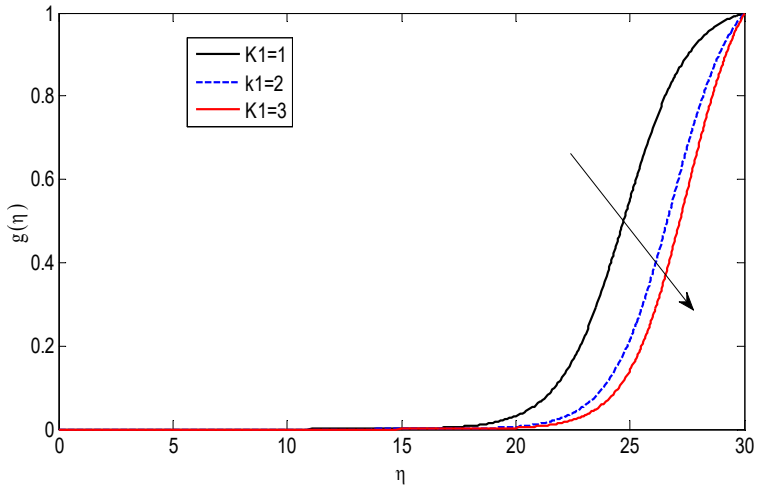


Figure III .6 : Variation de profil de concentration en fonction de K_1
(Sc = 1, Ks=0.5, K2=1, Fo=1, ϕ=0.1).

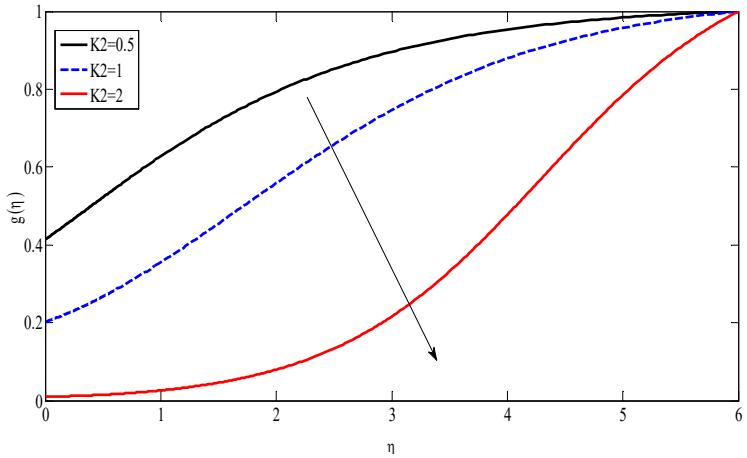


Figure III .7 : Variation de profil de concentration en fonction de K_2
(Sc = 1, Ks = 0.5, Fo = 1, ϕ = 0.1).

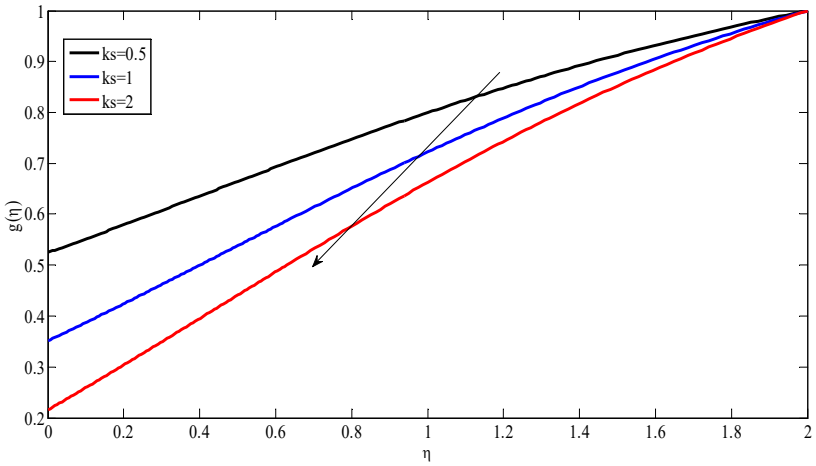


Figure III .8 : Variation de profil de concentration en fonction de Ks
(Sc = 1, K_2 = 1, Fo = 1, ϕ = 0.1).

Les figures **(III.9, III.10** et **III.11)** montrent la variation de la concentration au niveau de la surface de la plaque pour différentes valeurs de K_2, Ks et Sc.

À partir de la figure **(III.9** et **III.10)**, on observe que la concentration en surface *g* (0) diminue lorsque l'intensité réactionnelle de la réaction hétérogène augmente et également même tendance est observée avec l'intensité de réaction homogène K_2.

L'influence de Sc sur g (0) pour la fraction volumique de nanoparticules de l'Or présentée dans Figure **(III .11)**, Il est clair que la concentration augmente avec une augmentation du nombre de Schmidt pour le nano-fluide considéré.

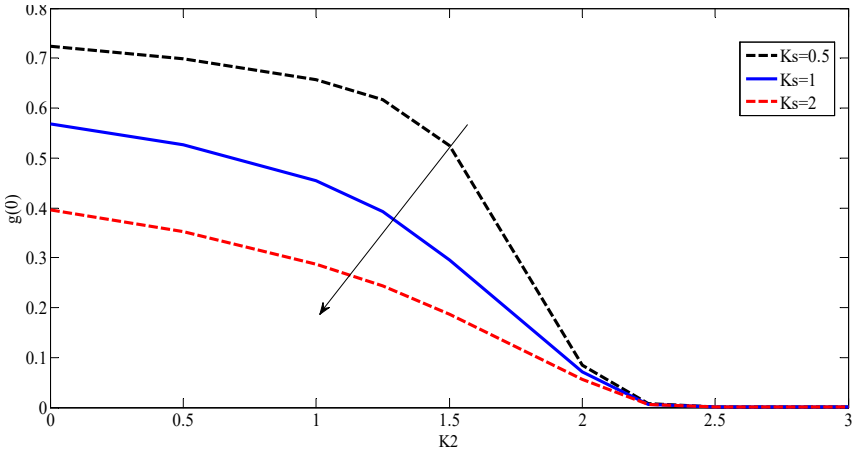


Figure III .9 : Variation de profil de concentration en fonction de Ks ;
(Sc = 5, Fo = 1, ϕ = 0.2).

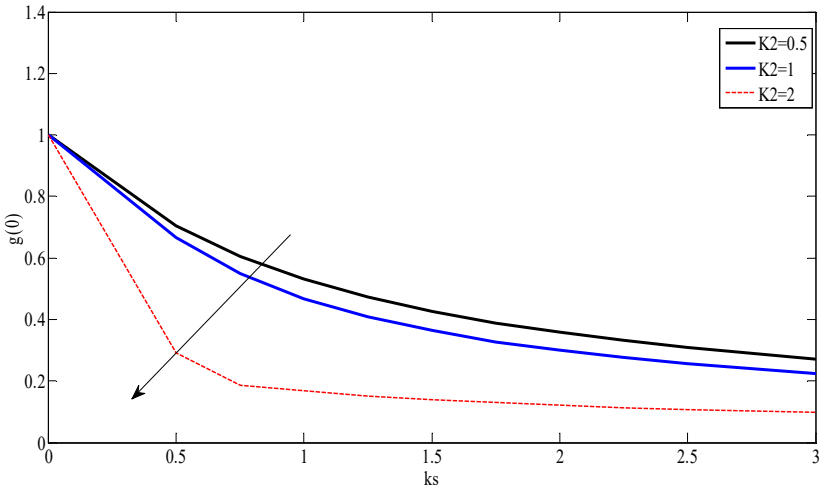


Figure III .10 : Variation de profil de concentration en fonction de K_2 ;
(Sc = 5, Fo=1, ϕ=0.2).

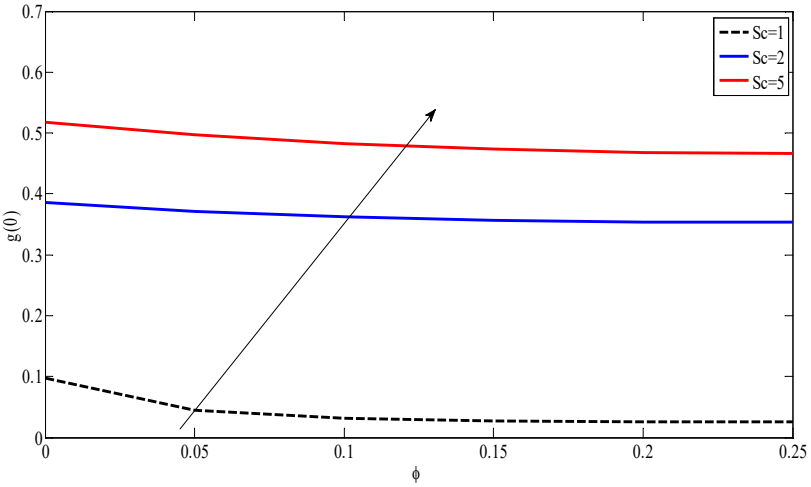


***Figure III .11 : Variation de profil de concentration en fonction de* Sc ;**
(Fo=1, K_1 =1, K_2=1, Ks=1).

Nous observons des variations du coefficient de frottement C_f en fonction des différentes valeurs des paramètres de Forchheimer, de paramètre du milieu poreux et de la fraction volumique, comme indiqué dans le **Tableau III.3.** Une tendance à l'augmentation des valeurs du coefficient de frottement est remarquée à chaque fois que K_1 est fixé et que le paramètre de Forchheimer Fo est augmenté, conjointement avec la fraction volumique ϕ. De même, lorsque les paramètres Fo et K_1 sont maintenus constants et que la fraction volumique ϕ varie (0.05, 0.1 et 0.2), les valeurs du coefficient de frottement C_f augmentent légèrement.

Tableau III.3 : Variation de C_f pour [Ks=1 ; K2=1 ; Sc =2] (Au/ Eau).

K1	*Fo*	*Φ=0.05*	*Φ=0.1*	*Φ=0.2*
1	*0*	*1.639206*	*1.782970*	*1.916759*
	0.5	*1.798539*	*1.970965*	*2.130351*
	1	*1.945710*	*2.143692*	*2.325864*
2	*0*	*1.920155*	*2.044255*	*2.161935*
	0.5	*2.058816*	*2.211264*	*2.354622*
	1	*2.189134*	*2.367160*	*2.533564*
3	*0*	*2.164946*	*2.275737*	*2.832008*
	0.5	*2..289319*	*2.427491*	*2.558901*
	1	*2.407522*	*2.570700*	*2.724902*
4	*0*	*2.384742*	*2.485755*	*2.583402*
	0.5	*2.498488*	*2.625785*	*2.747830*
	1	*2.607436*	*2.758985*	*2.903356*

III.6 Étude de comportement dynamique et massique pour Cu- Al_2O_3/eau :

Dans cette section, on s'intéresse à étudier la distribution dynamique de l'écoulement en termes de vitesse longitudinale ainsi l'évolution de transport massique au sien de la zone de couche limite en fonction de paramètres de contrôles du problème étudié. Le fluide porteur considéré dans ce cas est un nano-fluide hybride de type Cu-Al_2O_3/eau. En plus, le coefficient de frottement a été analysé numériquement.

III.6.1 Profils de vitesse adimensionnelle :

La variation de la distribution de la vitesse adimensionnelle en fonction de la variable de similarité η est présentée respectivement dans les figures **(III.12 et III.13)** pour quelques ensembles de valeurs de paramètres de Fo et K_1. Une observation cohérente à travers ces figures est que le comportement dynamique tend asymptotiquement vers zéro à mesure que la distance par rapport à la frontière augmente, en conjonction avec des changements dans les paramètres physiques.

La figure **(III.12)** représente l'effet de milieu poreux sur l'écoulement de nano-fluide utilisé. A partir de cette figure, on peut constater que la présence de milieu poreux peut retarder la vitesse de l'écoulement et par conséquence la couche limite dynamique devient plus épaisse. Même résultat obtenu pour l'influence de l'inertie à l'échelle de pores en termes de l'extension de Forchhiemer.

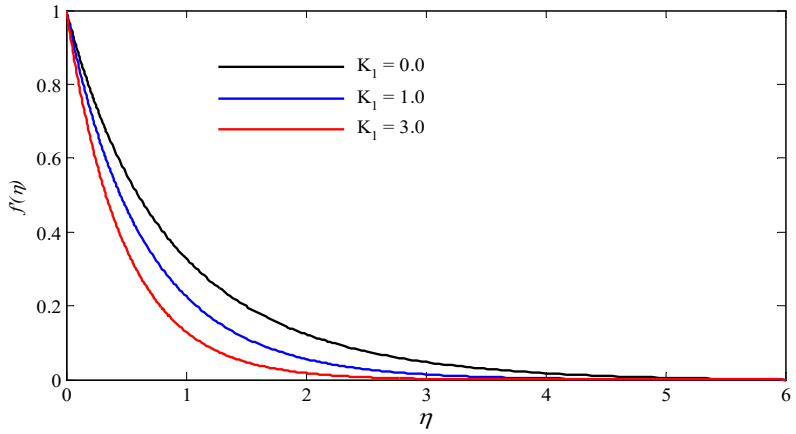


Figure III.12 : Variation de profil de vitesse en fonction de K_1
(Sc = 1, Ks=0.5, K2=1, Fo=1, ϕ_1=0.1, ϕ_2=0.1).

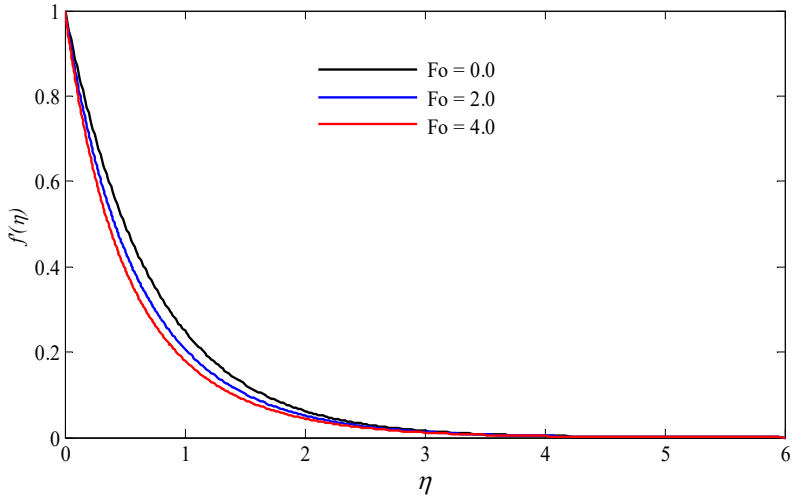


Figure III .13. Variation de profil de vitesse en fonction de Fo
(Sc = 1, Ks=0.5, K_2=1, K_1=1, ϕ_1=0.1, ϕ_2=0.1).

III.6.2 Profils de la concentration adimensionnelle

La figure **(III .14** et **III .15)** illustrent comment la concentration varie en fonction du paramètre de milieu poreux K_1 et en fonction de paramètre Forchheimer *Fo* pour (Cu – Al_2O_3 / eau). On observe dans les deux cas que chaque fois que le paramètre de Forchheimer ou bien de milieu poreux augmente la concentration adimensionnelle diminue.

Dans les figures **(III .16** et **III .17)**, on constate que la variation de la concentration diminue à mesure que l'intensité de réaction homogène K_2 (0.5, 1, 2) et l'intensité de réaction hétérogène *Ks* (0.5, 1, 2) augmentent.

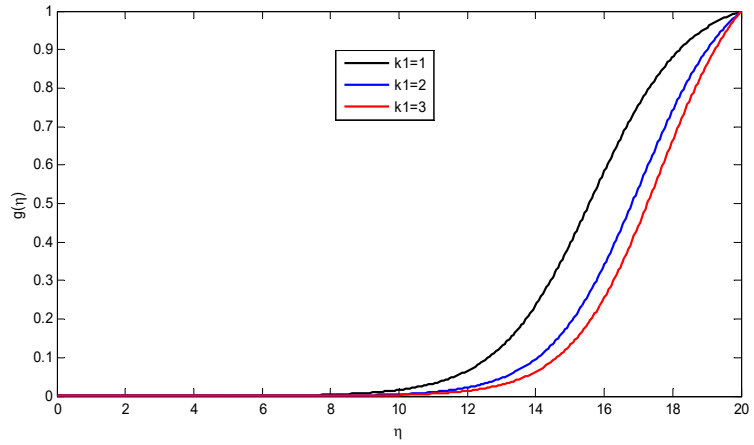


Figure III .14 : Variation de profil de concentration en fonction de K1.
(Sc = 1, Fo = 1, K_2 = 1, φ_1 = 0.1, φ_2 = 0.1, Ks = 0.5).

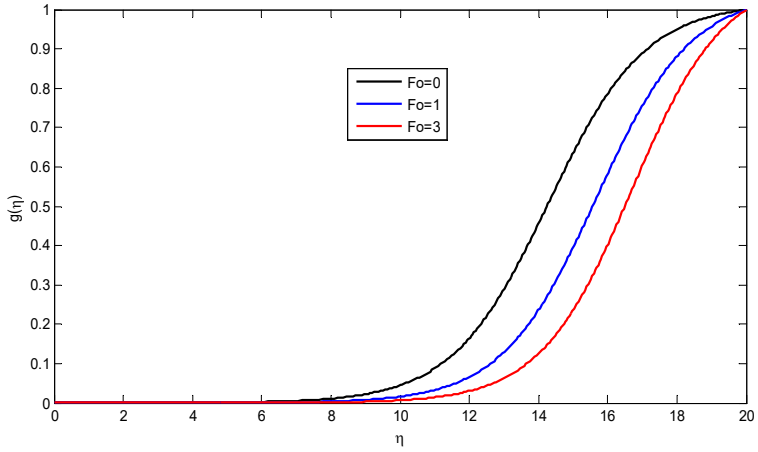


Figure III .15 : Variation de profil de concentration en fonction de Fo.
(Sc = 1, K1=1, K2=1, φ1=0.1, φ2=0.1, Ks=0.5).

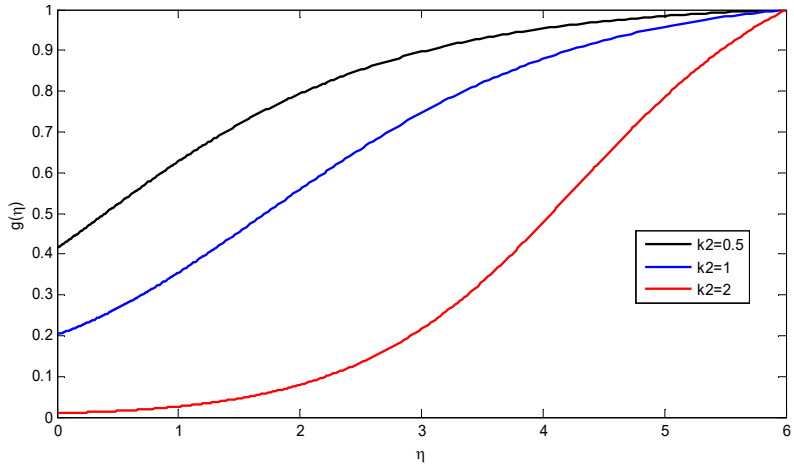


Figure III.16 : Variation de profil de concentration en fonction de K_2.
(Sc = 1, Fo = 1, K_1 = 1, ϕ_1 = ϕ2=0.1).

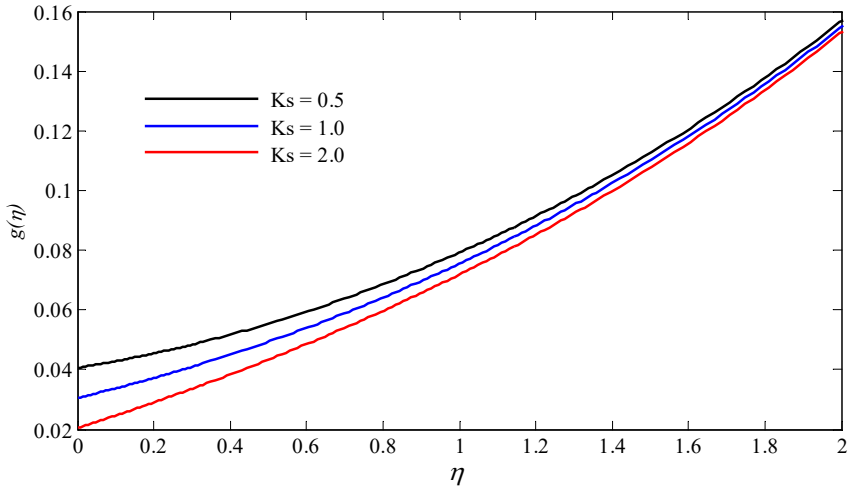


Figure III .17 : Variation de profil de concentration en fonction de Ks.
(Sc = 1, Fo = 1, K_2 = 1, K_1 = 1, ϕ_1 = ϕ_2 = 0.1).

Dans ces figures **(III .18** et **III .19)** les variations de profil de concentration en fonction de l'intensité de réaction homogène K_2 (0.5, 1 et 2) et avec l'intensité de réaction hétérogène Ks (0.5, 1et 2). Il est évident que l'augmentation de K_2 et Ks avec la diminution de la concentration dans la réaction homogène et hétérogène.

Et par rapport la figure **(III .20)** qui montre la variation de profil de concentration en fonction de nombre de Schmidt. Il est notable que l'augmentation du nombre de Schmidt est accompagnée d'une augmentation de la concentration comme indiqué dans l'analyse.

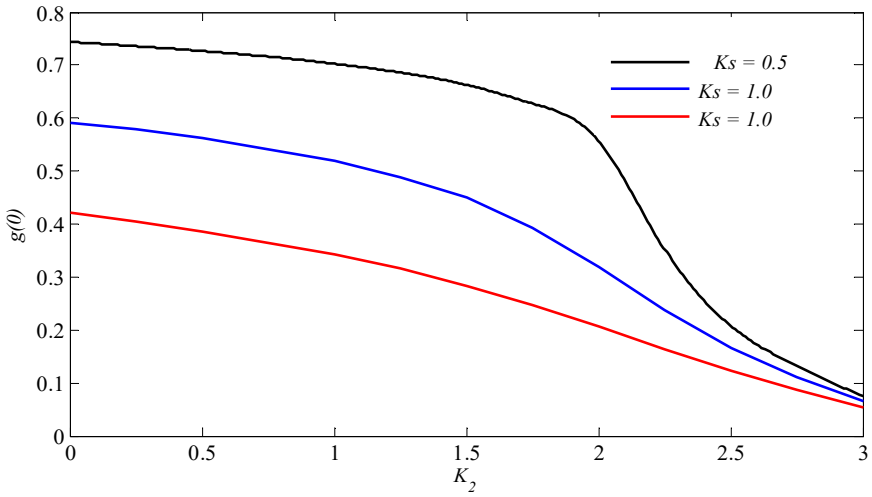


Figure III .18 : Variation de profil de concentration surfacique en fonction deKs
(Sc = 5, K1=1, Fo=1, ϕ_1=0.1, ϕ_2=0.1)

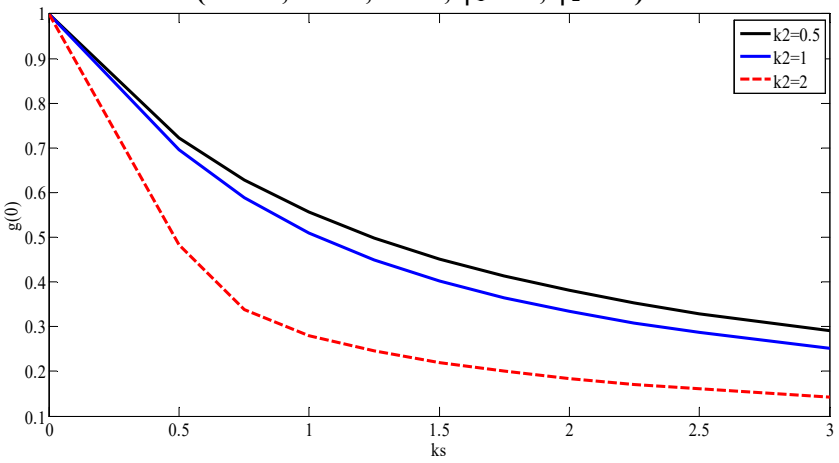


Figure III .19 : Variation de profil de concentration en fonction de K_s

(Sc = 5, K1=1, Fo=1, ϕ_1=0.1, ϕ_2=0.1 lorsque K2 = 0.5 ,1 ,2)

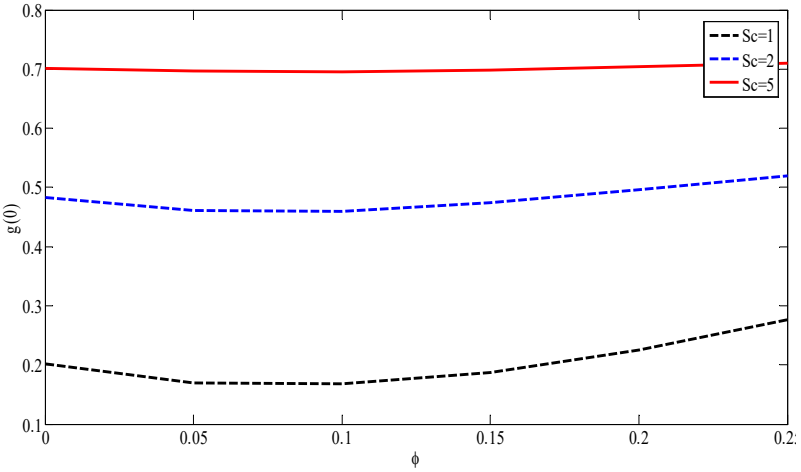


Figure III .20 : Variation de profil de concentration en fonction de Sc
(K_1 = 1, Fo = 1, Ks = 0.5, K_2 = 1).

Nous notons les variations du coefficient de frottement C_f par des Différentes valeurs pour les paramètres de Forchheimer, le paramètre de milieu poreux et de la fraction volumique qui sont illustrés dans le **Tableau III.4** On remarque l'augmentation des valeurs de coefficient de frottement à chaque fois qu'on fixe le paramètre du milieu poreux K_1 et on augmente le paramètre de Forchheimer Fo avec la fraction volumique ϕ et aussi si on fixe les deux paramètres Fo et K1 avec la variation de ϕ (0.05 et 0.1) les valeurs de coefficient de frottement C_f augmente légèrement.

Tableau III.4. Variation de C_f pour [Ks = 1, K_2 = 1, Sc = 2] (Cu-Al_2O_3/ eau)

K1	*Fo*	*ϕ = 0.05*	*ϕ = 0.1*
1	*0*	*1.479454*	*1.482803*
	0.5	*1.605046*	*1.609127*
	1	*1.722018*	*1.726756*
2	*0*	*1.785717*	*1.788492*
	0.5	*1.891813*	*1.895284*
	1	*1.992493*	*1.996606*
3	*0*	*2.046652*	*2.049074*
	0.5	*2.140188*	*2.143260*
	1	*2.229925*	*2.233602*
4	*0*	*2.277890*	*2.280067*
	0.5	*2.362477*	*2.365262*
	1	*2.444211*	*2.447569*

III.7 Conclusion :

Dans ce chapitre nous étudions le problème de la convection massique constaté dans un milieu poreux au-dessus d'une surface imperméable horizontale par l'utilisation d'une seule particule (Au/eau) puis deux particules (Cu-Al_2O_3/ eau). On a évalué les variations de la vitesse et la concentration adimensionnelle avec différentes valeurs de paramètre de milieu poreux K1, l'intensité de réaction hétérogène ks, l'intensité de réaction homogène k2, paramètre de et de forchhiemer Fo, la fraction volumique ϕ, nombre de Schmidt

A la fin de l'étude, on peut conclure que :

- La vitesse adimensionnelle varie inversement proportionnelle avec la variation de paramètre de milieu poreux K1, la fraction volumique ϕ, paramètre de forchhiemer (qu'à chaque fois qu'on augmente ces paramètres, la vitesse adimensionnelle diminue) cela est du fait de l'augmentation de la résistance à l'écoulement et les frottements à l'échelle macroscopie à cause de la viscosité dans un milieu poreux.
- La concentration adimensionnelle varie inversement proportionnelle avec la variation de paramètre de milieu poreux K1, la fraction volumique ϕ, paramètre de forchhiemer, ainsi que l'intensité de réaction hétérogène ks, l'intensité de réaction homogène k2.
- La concentration adimensionnelle augmente avec une augmentation du nombre de Schmidt pour les nano-fluides.
- Les variations dans les profils de la vitesse et la concentration adimensionnelle de deux particules plus claires que d'une seule particule.
- Le coefficient de frottement C_f augmente avec l'augmentation des paramètres physiques.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans la présente thèse, nous avons conduit une étude de l'influence des réactions combinées sur un écoulement permanant réactif bidimensionnel basée sur un transfert massique sur une plaque horizontale fixe immergée dans un milieu poreux non Dracéen rempli d'une part par un nano-fluide et d'autre part par un nano-fluide hybride.

En premier lieu, les notions essentielles de base sur le milieu poreux, sur les réactions catalysées, sur les nano-fluides ainsi que sur les particularités de modélisation des milieux poreux ont été rapportées de manière très succincte.

En second lieu, en se basant sur l'équation de continuité avec l'extension de Forchheimer pour décrire le comportement structurel et le modèle mathématique, nous avons développé les changements de variables et les conditions aux limites associées pour obtenir les équations adimensionnelles d'un écoulement en convection massique sur la plaque considérée.

En dernier lieu, nous avons utilisées une méthode basée sur la technique des différences finies pour la solution du système BVP (Boundary value problem) spécifiquement la méthode de bvp4c qui est définit sur logiciel de MATLAB pour résoudre le système d'équations différentielles ordinaires qui modélisent le problème physique étudié à savoir les problèmes de flux de convection massique observés dans un milieu poreux au-dessus d'une surface poreuse et pour obtenus les résultats numériques qu'illustrés graphiquement.

A la lumière de cette étude, on peut expliciter les conclusions suivantes :

- La vitesse adimensionnelle diminue lorsque le paramètre de Forchhiemer Fo et de milieu poreux K_1, la fraction volumique ϕ augmente.
- La variation de la concentration diminue avec l'augmentation de l'intensité de réaction homogène K_2 et avec l'intensité de réaction hétérogène Ks, le paramètre de Forchhiemer Fo et de milieu poreux K_1, la fraction volumique ϕ augmente.
- La concentration augmente avec l'augmentation de nombre de Schmidt.
- Le coefficient de frottement C_f augmente avec l'augmentation des paramètres physiques.
- Les variations dans les profils de la vitesse et la concentration adimensionnelle de deux particules (nano-fluide hybride) plus claires que d'une seule particule.

A la fin on peut conclure que l'utilisation de nanoparticule dans un fluide de base à un effet important sur le transfert massique, et les profils adimensionnels diminuent cela est du fait de l'augmentation de la résistance à l'écoulement et les frottements à l'échelle macroscopie à cause de la viscosité dans un milieu poreux.

Références Bibliographiques

Référence biographique :

[1] Mejni, Fatah. Structures synchronisées dans les écoulements inhomogènes de convection mixte en milieu poreux. Diss. Université des sciences et technologies de lille, lille1, 2008.

[2] Kaci, Fodil. Simulation d'un déplacement immiscible eau-huile en milieu poreux. Diss. Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, 2012.

[3] Danquigny, Charles. "Etude expérimentale du transfert de masse en milieu poreux hétérogène." Thèses de doctorat, université de Louis Pasteur, Strasbourg (2003).

[4] Bear, Jacob. Dynamics of fluids in porous media. Courier Corporation, 2013.

[5] Marsily, G. de. "Hydrogéologie quantitative." Collection Sciences de la terre (1981).

[6] Schoeller, H, ″ Hydrogéologie ″. Ecole Nationale Supérieur du Pétrole, Technip, Paris, 2 vol, 443 p, (1955).

[7] Kaviany, Maasoud. Principles of heat transfer in porous media. Springer Science & Business Media, 2012.

[8] Darcy, Henry. Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. Vol. 1. Victor dalmont, 1856.

[9] Rumpf .H, A.R. ″ Gupte, Chemie Ing ″. Techn, Vol, 43, Issue6, pp 367-375. (1971).

[10] Naylor, D., J. M. Floryan, and J. Do Tarasuk. "A numerical study of developing free convection between isothermal vertical plates." (1991): 620-626.

[11] Lai, F. C., C. Y. Choi, and F. A. Kulacki. "Free and mixed convection in horizontal porous layers with multiple heat sources." Journal of thermophysics and heat transfer 4.2 (1990): 221-227.

[12] Olsson, Carl-Olof. "Prediction of Nusselt number and flow rate of buoyancy driven flow between vertical parallel plates." J. Heat Transfer 126.1 (2004): 97-104.

[13] Sparrow, E. M., and L. F. A. Azevedo. "Vertical-channel natural convection spanning between the fully-developed limit and the single-plate boundary-layer limit." International Journal of Heat and Mass Transfer 28.10 (1985): 1847-1857.

[14] Bagai, S. "Similarity solutions of free convection boundary layers over a body of arbitrary shape in a porous medium with internal heat generation." International communications in heat and mass transfer 30.7 (2003): 997-1003.

[15] Ergun, Sabri. "Fluid flow through packed columns." *Chemical engineering progress* 48.2 (1952): 89.

[16] Poulikakos, D., and K. Renken. "Forced convection in a channel filled with porous medium, including the effects of flow inertia, variable porosity, and Brinkman friction." (1987): 880-888.

[17] De Marsily, G. "Quantitative hydrogeology: groundwater hydrology for engineers Academic Press." Inc., Orlando, Florida (1986).

[18] RIBIERO João-Paulo, Nano-fluides pour les applications thermiques, Dossier Technique de l'ingénieur, nm5115, 2009.

[19] Bachir, Gladés. Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nano-fluides en configuration de Rayleigh-Bénard. Diss. Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2010.

[20] BAZIZI Rachida et HAMIMI Sofiane, 2018. Numerical investigation of forced convective cooling performance of two nanofluid types in microchannel.

[21] Ouadah Sabrina et Ould Amer Nassira ,Simulation numérique d'un écoulement avec transfert de chaleur d'un nano fluide dans un dissipateur de chaleur. Mémoire de master En Génie Mécanique Option : Energétique. Université de M'sila ,2018.

[22] Khentoul, Moussa, and Rachid Bessaïh. "Numerical simulation of nanofluid-cooling enhancement of three fins mounted in a horizontal channel." Journal of Heat Transfer 138.9 (2016): 091002.

[23] Caceres Salazar, Gustavo Ernesto. Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable: prise en compte de la pression du liquide. Diss. Paris, ENSAM, 2006.

[24] Fohanno, Stéphane, Guillaume Polidori, and Catalin Popa. "Nano-fluides et transfert de chaleur par convection naturelle." Université de reims champagne-Ardenne, France (2012).

[25] Brinkman, Hendrik C. "The viscosity of concentrated suspensions and solutions." The Journal of chemical physics 20.4 (1952): 571-571.

[26] ZERROUKI, D. Application des NANOFLUIDES pour le refroidissement : étude d'un cas d'une géométrie simple. Diss.

[27] Kakaç, Sadık, and Anchasa Pramuanjaroenkij. "Convective Heat Transfer Enhancement with Nanofluids." Microscale and Nanoscale Heat Transfer: Analysis, Design, and Application (2016): 55.

[28] Xuan, Yimin, and Wilfried Roetzel. "Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids." International Journal of heat and Mass transfer 43.19 (2000): 3701-3707.

[29] Benkhedda, Mohammed, and Toufik Boufendi. Étude Numérique des écoulements thermo convectifs d'un nano-fluide à travers un espace cylindrique annulaire muni d'ailettes. Diss. Université Frères Mentouri-Constantine 1.

[30] Babu, JA Ranga, K. Kiran Kumar, and S. Srinivasa Rao. "State-of-art review on hybrid nanofluids." Renewable and Sustainable Energy Reviews 77 (2017): 551-565.

[31] Takabi, Behrouz, and Saeed Salehi. "Augmentation of the heat transfer performance of a sinusoidal corrugated enclosure by employing hybrid nanofluid." Advances in Mechanical Engineering 6 (2014): 147059.

[32] Pal, Dulal, and Gopinath Mandal. "Mixed convection–radiation on stagnation-point flow of nanofluids over a stretching/shrinking sheet in a porous medium with heat generation and viscous dissipation." Journal of Petroleum Science and Engineering 126 (2015): 16-25.

[33] Hayat, T., M. Imtiaz, and A. Alsaedi. "Effects of homogeneous-heterogeneous reactions in flow of Powell-Eyring fluid." Journal of Central South University 22 (2015): 3211-3216.

[34] Hayat, T., et al. "Analysis of non-linear radiative stagnation point flow of Carreau fluid with homogeneous-heterogeneous reactions." Microsystem Technologies 25 (2019): 1243-1250.

[35] Shenoy, A. V. "Laminar-mixed convection heat transfer from an isothermal inclined flat plate to power law fluids." AIChE journal 30.5 (1984): 824-826.

[36] Srinivasacharya, D., and G. Swamy Reddy. "Chemical reaction and radiation effects on mixed convection heat and mass transfer over a vertical plate in power-law fluid saturated porous medium." Journal of the Egyptian Mathematical Society 24.1 (2016): 108-115.

[37] Boulechfar, Hichem, and Mahfoud Djezzar. Simulation numérique des transferts de chaleur et de masse en milieux poreux saturés de fluide dans différents espaces annulaires. Diss. 1955.

[38] Halelfadl, Salma. Caractérisation des propriétés thermo-physiques et d'échanges de chaleur des nano-fluides à base de nanotubes de carbone. Diss. INSA de Rennes, 2014.

[39] Sunthrayuth, Pongsakorn, et al. "Impact of nanoparticle aggregation on heat transfer phenomena of second grade nanofluid flow over melting surface subject to homogeneous-heterogeneous reactions." Case Studies in Thermal Engineering 32 (2022): 101897.

[40] Si, Xinhui, et al. "A mixed convection flow and heat transfer of pseudo-plastic power law nanofluids past a stretching vertical plate." International Journal of Heat and Mass Transfer 105 (2017): 350-358.

[41] Raza, Jawad, Azizah Mohd Rohni, and Zurni Omar. "MHD flow and heat transfer of Cu–water nanofluid in a semi porous channel with stretching walls." International Journal of Heat and Mass Transfer 103 (2016): 336-340.

[42] Chaudhary, M. A., and J. H. Merkin. "A simple isothermal model for homogeneous-heterogeneous reactions in boundary-layer flow. I Equal diffusivities." Fluid dynamics research 16.6 (1995): 311-333.

[43] Tiwari, Raj Kamal, and Manab Kumar Das. "Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids." International Journal of heat and Mass transfer 50.9-10 (2007): 2002-2018.

[44] Kameswaran, P. K., et al. "Homogeneous–heterogeneous reactions in a nanofluid flow due to a porous stretching sheet." International journal of heat and mass transfer 57.2 (2013): 465-472.