UNIVERSITÉ DE MÉDEA
FACULTÉ DES SCIENCES
DEPARTEMENT DES SCIENCES DE LA MATIERE



Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de :

Master en Physique

Spécialité : Physique des materiaux

Par :

LARABI Hasna
AISSAT Zina

Thème :

Ètude de la propagation du faisceau gaussien par un système optique

---

Soutenu publiquement, le 18/06/2023, devant le jury composé de:

Houatis Djamel	MCA	Univ.Médea	Président
Boukaoud Abdelali	MCA	Univ.Médea	Examinateurs 1
Sebbar Djamel	MCB	Univ.Médea	Encadreur

Année universitaire : 2022/2023

Résumé

À travers de ce travail, nous présentons un calcul analytique de la diffraction d'un faisceau vortex par une ouverture triangulaire et carrée pour déterminer sa charge topoligique à partir d'utilisation la diffraction de fraunhofer. Ce calcul permet d'étudier la diffraction des faisceaux vortex. Pour déterminer les lignes et les diagrammes de diffraction pour divers ordres de vortex qui produites par les côtés de l'overture (triangulaire, carrée), à l'aide de logiciel mathematica, où on trouvons que les diagrammes de diffraction obtenues sont bien adaptées avec les autres résultats expérimentaux et théoriques, la technique de diffraction vortex est utilisée pour améliorer et développer des techniques de transformation l'information optique.

les mots clés

diffraction, diffraction de Fraunhofer, faisceaux vortex, overture (carrée, triangulaire).

ملخص

من خلال هذا العمل ، نقدم حسابًا تحليليًا لانحراف حزمة دوامة بفتحة مثلثة ومربعة لتحديد شحنتها الطوبوليجية باستخدام حيود فراونهوفر. هذا الحساب يجعل من الممكن دراسة حيود حزم الدوامة. لتحديد الخطوط وأنماط الحيود لمختلف الدوامات التي تنتجها جوانب الفتحة (مثلث ، مربع) ، باستخدام برنامج ماتيماتيكا، حيث نجد أن أنماط الحيود التي تم الحصول عليها تتناسب تمامًا مع النتائج التجريبية والنظرية الأخرى ، تُستخدم تقنية حيود الدوامة لتحسين وتطوير تقنيات تحويل المعلومات البصرية.

الكلمات المفتاحية

انعراج، انعراج فرانهوفر، حزمةدوامة، فتحة(مربعة ،مثلثة).

Abstract

Through this work, we present an analytical calculation of the diffraction of a vortex beam by a triangular and square aperture to determine its topoligic charge using Fraunhofer diffraction. This calculation makes it possible to study the diffraction of the vortex beams. To determine the lines and diffraction patterns for various orders of vortices produced by the sides of the aperture (triangular, square), using Mathematica software, where we find that the diffraction patterns obtained are well suited with the other experimental and theoretical results, the vortex diffraction technique is used to improve and develop optical information transformation techniques.

Key words

Diffraction, Fraunhofer diffraction, vortex beams, aperture (square, triangular)

Remerciement

Avant tout, nous remercions notre **dieu Allah** le tout puissant pour nous avoir accordé la santé, le courage, la force, l'espoir les moyens pour suivre nos études et la volonté, la patience pour la réalisation de ce travail.

On remercie vivement notre promoteur **Mr. Sebbar Djamel**, qui sans lui ce mémoire n'aurait pas été réalisé. Merci pour votre confiance, votre soutien et votre bonne humeur qui m'ont été d'une grande utilité dans la réalisation de notre mémoire.

Nous tenons à remercier chaleureusement **Mr. Djamel Houatis** d'avoir accepté de présider le jury. Nous adressons également nos remerciements l'examinateur **Mr. Abdelali Boukaoud**, qui nous ont fait l'honneur de juger notre travail, en faisant partie du jury de ce mémoire.

Un grand merci au **Dr.karim bouchachia** et **Dr.Oussama Houhoue** pour m'avoir , orienté, aidé et conseillé.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté à me rencontrer et répondre à mes questions durant mes recherches Pour finir,

Nous remercions tous les membres de ma famille, , Particulièrement à nos très chers pères (notre source de vie), pour le gout à l'effort qu'ils ont suscité en nous, par leur rigueur. Nos chères mamans, ceci est notre profonde gratitude pour votre éternel amour, Qui n'a cessé de nous

encourager tout au long de notre parcours scolaire. Et tous le Mercie à nos frères et sœurs Pour leur soutien et précieux judicieux conseils, ainsi on souhaite plus de succès à nos amis qui nous ont toujours soutenu et encouragé en toutes circonstances et nos camarades pour toute ces belles années passées ensemble. On remercie de même toutes les personnes ayant participé, de près ou de loin, à la réalisation de ce mémoire.

Dédicace

Je dédie ce travail:

au propriétaire de la biographie parfumée et de la pensée éclairée, car il a été le premier crédit pour ma réussite à l'enseignement supérieur et la réalisation de mes objectifs, mon **père** bien-aimé.

À celle qui la préfère à moi, et pourquoi pas, et c'est elle qui s'est sacrifiée pour moi et n'a ménagé aucun effort pour toujours me rendre heureux, m'a soutenu tout au long de mon parcours académique, et m'a ouvert la voie par des prières, ma chère **mère**. À ma deuxième mère, ma chère **grand-mère**, que Dieu prolonge sa vie

À mes proches et à ceux qui ont beaucoup de mérite à m'encourager et à me motiver, et à ceux d'entre eux qui sont plus âgés et dont je dépends, mes frères: **Kamal, Mohammed, Ibrahim, Fathi, Achraf** et le mari de ma sœur aînée **Sofyan** et mes sœurs **Naima, Wissam** et à mon être cher à mon cœur et mon âme sœur **Nassima**.

À mon cher ami qui m'a accompagné durant mon parcours universitaire et avec qui j'ai participé à la réalisation de mon mémoire de fin d'études, avec ses bons et ses mauvais moments, **Aissat Zina** a tous mes remerciements et ma gratitude , je lui souhaite le meilleur et le succès dans sa vie.

À ma sœur, que ma mère n'a pas enfantée, et qui a accouché de ses jours, et elle a été mon soutien pour **Saidi Nawal**, et à tous mes amis que j'ai rencontrés au cours de mon parcours universitaire et qui m'ont laissé une belle empreinte. Et à toute ma famille.

À tous les **professeurs** et **travailleurs** de l'Université Dr. Yahya Fares. Et les travailleurs des résidences universitaires **Boularase Al-dJawhar**

LARABI Hasna

Dédicace

Je dédie ce travail:

Le moteur de recherche a traversé de nombreux obstacles, et nous les avons surmontés, grâce à **Dieu**.

Je dédie cette graduation à celle qui m'a appris à donner et m'a soutenu tout au long de ma vie, et à celle dont je porte le nom avec fierté. J'espère que Dieu prolongera ta vie pour que tu puisses voir les fruits dont la récolte est venue, mon cher **père**.

À mon ange dans la vie, et au sens de l'amour, de la tendresse, de la dévotion, le secret de l'existence, et le gardien de mes secrets, à celui dont la supplication était le secret de ma réussite, à celui qui ne se lasse pas de me soutenir , ma chère et bien-aimée **maman**. À ma deuxième mère, ma chère **grand-mère**, que Dieu prolonge sa vie.

À mes proches qui ont été comme un soutien et un soutien, et à ceux qui, par leur présence, ont acquis une force et une détermination sans limites, et avec eux j'ai appris le sens de la vie, mes frères **Noureddine, Oussama** et ma soeur bien-aimée **Hanane**.Et à toute la famille, proche ou lointaine

À qui Dieu a choisi est mon destin, et comme mon destin est beau quand mon fiancé, **Mourad** m'a réuni avec lui et toute sa famille

À ma bien-aimée et chère à mon cœur, à celle avec qui j'ai partagé les plus beaux moments de ma vie, à celle qui a partagé avec moi la peine de préparer le billet de fin d'études sans s'ennuyer, celle qui a le bon cœur **Larabi Hasna**, je ne t'oublierai jamais, et je te souhaite à tous succès, bonheur et contentement dans ta vie

À ma chère amie **Rbiha** et à tous mes chers amis

À tous les **professeurs** et **travailleurs** de l'Université **Dr. Yahya Fares**

AISSAT Zina

Table des Matières

Liste des figures **xi**

Introduction Générale **1**

1 La diffraction **3**

1.1 Introduction 3

1.2 Définition 3

1.3 Principe de Huygens-Fresnel 4

1.4 Les types de diffraction 4

1.4.1 Diffraction de Fresnel 4

1.4.2 Diffraction de Fraunhofer 5

1.5 Les Approximations 6

1.5.1 Approximation de Fresnel 6

1.5.2 Approximation de Fraunhofer 7

1.6 Diffraction par une fente 8

1.7 Diffraction par une fente carrée 9

1.8 Diffraction par ouverture triangulaire 10

1.9 Diffraction par ouverture circulaire 12

2 les modes fondamentaux et supèrieurs du faisceau laser **16**

2.1 Introduction 16

2.2 Définition de LASER 16

2.3 Description du fonctionnement d'un laser 17
2.4 L'équation de Helmholtz 18
2.4.1 Equation d'onde paraxiale 18
2.4.2 Onde sphérique gaussienne-paraxial 19
2.5 Le faisceau gaussien 21
2.6 Mode gaussien d'ordre supérieur 25
2.6.1 Modes de Hermite-Gauss 25
2.6.2 Modes de Laguerre-Gauss 27

3 Résultats et discusion **31**
3.1 Introduction 31
3.2 Définition de faisceau vortex 31
3.3 Diffraction de faisceau vortex par une ouverture polygonal . . 32
3.4 Diffraction de faisceau vortex par une ouverture triangulaire . 38
3.5 Diffraction de faisceau vortex par une ouverture carrée 41

validation de résultat **44**

Conclusion générale **45**

Liste des figures

1.1 phénomène physique de diffraction de fresnel 5
1.2 Diffraction de Fraunhofer 5
1.3 diagrame chimatique de diffraction 6
1.4 Diffraction par une fente dans le plan $z = 10^7\lambda$. La simulation montre l'influence de la largeur sur le diffractogramme. 8
1.5 Indicatrice de diffraction dans le plan (xOz) pour $2a = 3\lambda$ . . 9
1.6 diffraction par une fente(labo optique UYF) 9
1.7 Diffraction par une fente carrée labo optique(labo optique UYF) 10
1.8 Géométrie du bord d'une ouverture triangulaire équilatérale de longueur de côté l. y_1 et y_2 représentent les fonctions linéaires le long de la ligne indiquée 11
1.9 Diffraction par ouverture triangulaire(labo optique UYF) . . . 12
1.10 Représentation de la diffraction par une ouverture circulaire . 12

2.1 des faisceaux laser 17
2.2 Schéma descriptif du principe de fonctionnement d'un laser . . 18
2.3 illustration de la zone de pincement du faisceau gaussien . . . 22
2.4 Répartition d'intensité d'un faisceau gaussien. 24
2.5 Représentation des profils d'intensités en projection sur le plan transverse (x,y) et en 3D pour les différents modes de Hermite-Gauss 26

2.6 Représentation des profils d'intensités en projection sur le plan transverse (x,y) et en 3D pour les différents modes de Laguerre-Gauss 29

3.1 Les lignes et Le diagramme pour divers ordres de vortex, de diffraction lumineuses produites par les trois côtés de l'ouverture triangulaire,pour ($m > 0$) 38
3.2 Les lignes et Le diagramme pour divers ordres de vortex, de diffraction lumineuses produites par les trois côtés de l'ouverture triangulaire,pour ($m < 0$) 39
3.3 Les lignes de diffraction lumineuses produites par les quatre côtés de l'ouverture carré,pour ($m > 0$) 42
3.4 Les lignes de diffraction lumineuses produites par les quatre côtés de l'ouverture carré,pour ($m < 0$) 43
3.5 Le diagramme pour divers ordres de vortex de l'ouverture carré,pour ($m > 0$) et ($m < 0$) 43
3.6 la comparaison entre les résultat obtenu avec les autres résultats expérimentaux et théoriques (a:notre travail, b:[14], c:[22]) . . 44

Introduction Générale

L'optique est une science dont les fomdements ont été établis avant le XX siécle[1]. elle fondé par le savant Ibn al-Haytham son nom complet Abu Ali al-Hasan ibn al-Hasan ibn al-Haytham, c'est un ensemble des phénomènes perçu par l'œil en raison de la lumière[2].

Le LASER à occupé une place de taille dans un vaste domaine technologique allant de la recherche fondamentale à la recherche appliquée. Un des enjeux importants est le contrôle de son émission, sa forme gaussienne, sa propagation et sa détection[3].

La diffraction est un phénomène optique qui dépend de la nature ondulatoire de la lumière, observée lorsque la lumière rencontre un obstacle de dimensions dont d'ordre de la longueur d'onde de la lumière. Est basée sur le phénomène d'interférence des ondes lumineuses cohérentes spatialement et temporellement[4].

Les vortex optiques sont des faisceaux de lumière à plan d'onde hélicoïdaux porteurs de moment angulaire orbital (OAM), comme le montre leur capacité à induire un mouvement de rotation de la matière. De par leurs propriétés étonnantes (phase en spirale et intensité distribuée en anneau), ces faisceaux ont d'ores et déjà ouvert la voie à de nouvelles applications (spectroscopie, microscopie, manipulations optiques...) dans les domaines du visible et de l'infrarouge[5],

Ce thème de fin d'études sera divisé en trois chapitres qui sont:

• Chapitre I: On s'est intéressé principalement à la diffraction avec l'exploitation de principe de Huygens-Fresnel, en plus nous avons défini les types de diffraction aussi les approximations de fresnel et de fraunhofer, Et à la fin nous donnons des différents exemples de diffraction (fonte, ouverture triangulaire et cerculaire)avec explication.

• Chapitre II: On parlera sur les lasers, aprés nous donnons des solutions à l'équation de l'onde paraxiale de Helmholtz ensuit Les caractéristiques du mode fondamental ainsi que les profils d'ordres supérieurs d'un faisceau gaussien dans l'approximation paraxiale.

• Chapitre III: Nous avons traité numériquement les faisceaux vortex qui traverse un système optique représenté par un diafragme diffractif à partir de la théorie du diffraction de faisceau vortex par une ouverture polygonal[6], enfin on appliqué cette théorie sur l'ouverture triangulaire et carrée pour déterminer les linges de diffraction lumineuses et les charges topologiques à l'aide de logiciel mathematica.

Enfin nous terminerons par une conclusion générale qui résumera l'essentiel de ce qui a été établi dans cette mémoire.

Chapitre 1

La diffraction

1.1 Introduction

D'un point de vue historique, la diffraction optique a été découverte en 1665 par Grimaldi. En suit Huygens interprété correctement ce phénomène comme un comportement ondulatoire de la lumière, puis étudié par Fresnel et Fraunhofer suite aux expériences de Young (trous d'Young)[7]. Pour traiter le phénomène de la diffraction, il faut utiliser la théorie de Huygens-Fresnel .

1.2 Définition

La diffraction est un éparpillement de la lumière par les bords d'un daifragme avec apparition d'oscillation de l'éclairment prés de l'ombre géométrique. La diffraction concerne aussi bien les ondes électromagnétiques (donc les ondes lumineuses) que les ondes mécaniques (ondes sonores, ondes à la surface de l'eau...). Dans la cadre de l'optique, le phénoméne de diffraction met en défaut les lois de l'optique géométrique pour laquelle la propagation de la lumiére est rectiligne. En fait le phénoméne de diffraction apparaît chaque fois que l'onde lumineuse rencontre un obstacle mais les effets ne sont man-

ifestement observables que lorsque les dimensions de cet obstacle ssont de l'ordre de grandeur da la longueur d'onde de la lumière utilisée[8].

1.3 Principe de Huygens-Fresnel

Ce principe consiste à supposer que la lumière se comporte en tout point comme une source secondaire de lumière, émettant dans toutes les directions, comme si la lumière se propageait en ré-émettant de la lumière depuis chaque point qu'elle atteint, lequel mouvement conduit à son tour à l'émission d'ondes. En quelque sorte, le passage d'une onde électromagnétique correspond à une variation locale des champs électrique et magnétique, ce qui par le phénomène d'induction électromagnétique est source de champs secondaires[9].

1.4 Les types de diffraction

il existe deux types de diffraction:

1.4.1 Diffraction de Fresnel

En optique et en électromagnétisme, la diffraction de Fresnel, encore nommée diffraction en champ proche ou approximation de Fresnel, est une description en champ proche du phénomène physique de diffraction qui apparaît lorsqu'une onde diffracte à travers une ouverture ou autour d'un objet comme le montre la figure (1.1) [10]. Elle doit prendre en compte la courbure du front d'onde, afin de rendre compte correctement le terme de phase des ondes interférentes en champ proche[11].

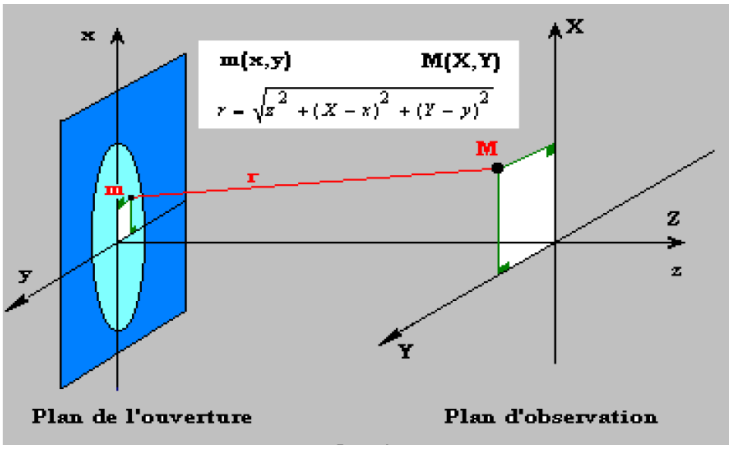


Figure 1.1: phénomène physique de diffraction de fresnel

1.4.2 Diffraction de Fraunhofer

Il s'agit alors de décrire la répartition d'intensité lumineuse sur un écran placé à grande distance de la pupille diffractante, théoriquement à "l'infini" [12].

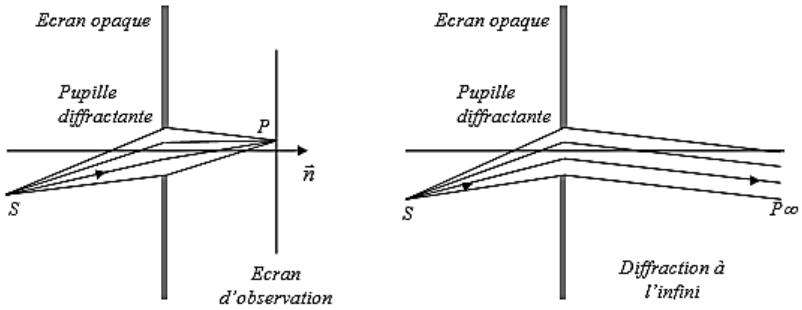


Figure 1.2: Diffraction de Fraunhofer

Dans ce qui suit, on supposera que la source lumineuse (ponctuelle, monochromatique) est à l'infini. L'écran D, percé de l'ouverture T, est normal au faisceau incident. Calculons l'intensité diffractée à l'infini par T dans une direction α

Chaque point P de l'écran (E) reçoit la superposition d'une infinité de

vibrations issues des points$M$ de l'ouverture T.

L'intensité lumineuse au point P dépend donc de la direction α et de la forme de l'ouverture T. Si l'ouverture est uniformément éclairée, la vibration en un point M est $E_0 expj\omega t$ où E_0 est nul en dehors de l'ouverture. Choisissons comme origine des phases, la phase au point P due à la vibration issue du point O pris comme origine.

La vibration produite en P par l'élément de surface dS centré autour du point M est[12]:

$$E_0.expJ\left[\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}(OP - MP)\right] dS$$

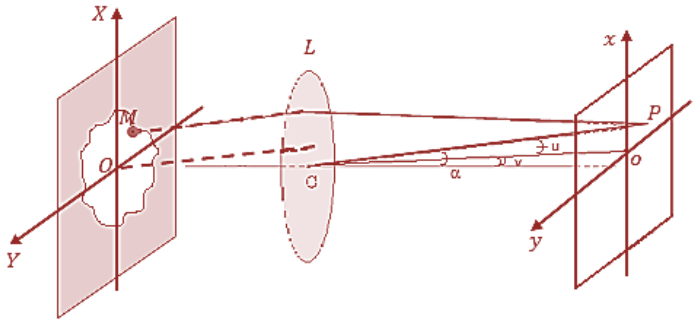


Figure 1.3: diagrame chimatique de diffraction

1.5 Les Approximations

1.5.1 Approximation de Fresnel

On suppose que $Z \gg X, Y$ et x, y alors on met au dénominateur $r = R = Z$, avec le facteur de Kirchhoff $K \approx \frac{i}{\lambda}$, c'est-à-dire, un déphasage de $\frac{\pi}{2}$:

$$r = R + \frac{x^2 + y^2}{2R} - \frac{xX + yY}{R}$$

L'intégrale de Huygens Fresnel devient alors:

$$S\left(X,Y\right)=\frac{i}{\lambda}\frac{e^{ikR}}{z}\iint s\left(x,y\right)e^{ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z}\right)}e^{-ik\left(\frac{xX+yY}{R}\right)}dxdy \tag{1.1}$$

La grandeur $e^{ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z}\right)}$ représente le terme au noyau de Fresnel[4].

1.5.2 Approximation de Fraunhofer

L'approximation de Fraunhofer consiste à supposer R suffisamment grand devant les autres dimensions tel que le terme au noyau de Fresnel tend vers 1 de telle sorte que:

$$r\approx R(1-\frac{xX+yY}{R^2})=R-\frac{xX+yY}{R} \tag{1.2}$$

Soit

$$r\approx R(1-\frac{xX+yY}{R^2})=R-\frac{xX+yY}{R}=R-(\alpha x+\beta y) \tag{1.3}$$

Où $\alpha=\frac{X}{R}$ et $\beta=\frac{Y}{R}$ sont les composantes suivant les axes ox et oy respectivement. L'intégrale de Huygens Fresnel devient alors:

$$S(X,Y)=\frac{i}{\lambda}\frac{e^{ikR}}{Z}\iint s(x,y)e^{-ik(\alpha x+\beta y)}dxdy \tag{1.4}$$

On considère $s(x,y)$ est le champ au point P au niveau d'écran, pour cela on pose que $s(x,y)=s_0(p)$, donc l'intégrale devient [4]:

$$S(X,Y)=\frac{i}{\lambda}\frac{e^{ikR}}{Z}s_0(p)\iint e^{-ik(\alpha x+\beta y)}dxdy \tag{1.5}$$

1.6 Diffraction par une fente

Le cas de la fente fine s'obtient en faisant tendre b vers l'infini. En vertu de ce que l'on a vu sur la pupille rectangulaire, on prévoit un éparpillement de la lumière selon (Ox'), et quasiment pas verticalement. Intéressons-nous donc à la répartition de l'intensité lumineuse en $y' = 0$. En reprenant la formule[13]:

$$I\left(\theta_{x,\theta_y}\right) = I_{max}\left[\sin c\left(\frac{2\pi a \sin\theta_x}{\lambda}\right)\sin c\left(\frac{2\pi b \sin\theta_y}{\lambda}\right)\right]^2 \tag{1.6}$$

il vient

$$I\left(\theta_{x,\theta_y=0}\right) = I_{max}\left[\sin c\left(\frac{2\pi a \sin\theta_x}{\lambda}\right)\right]^2 \tag{1.7}$$

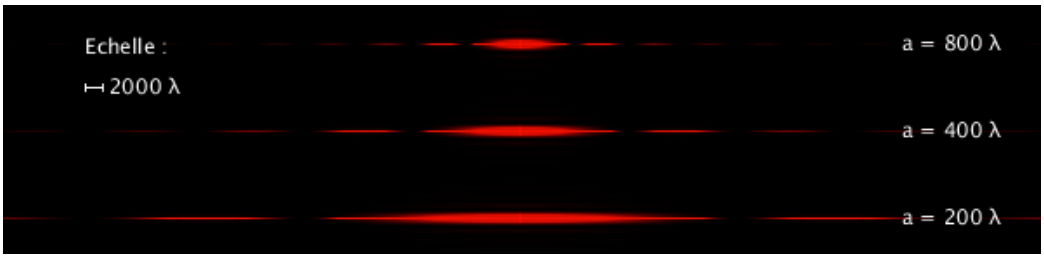


Figure 1.4: Diffraction par une fente dans le plan $z = 10^7\lambda$. La simulation montre l'influence de la largeur sur le diffractogramme.

On représente souvent cette distribution d'intensité en coordonnées polaires. On obtient alors l'indicatrice de diffraction d'une fente. Cette indicatrice fait apparaître un lobe principal de diffraction (la tacheccentrale) et des lobes secondaires d'intensités décroissantes (Figure 1.5)[13].

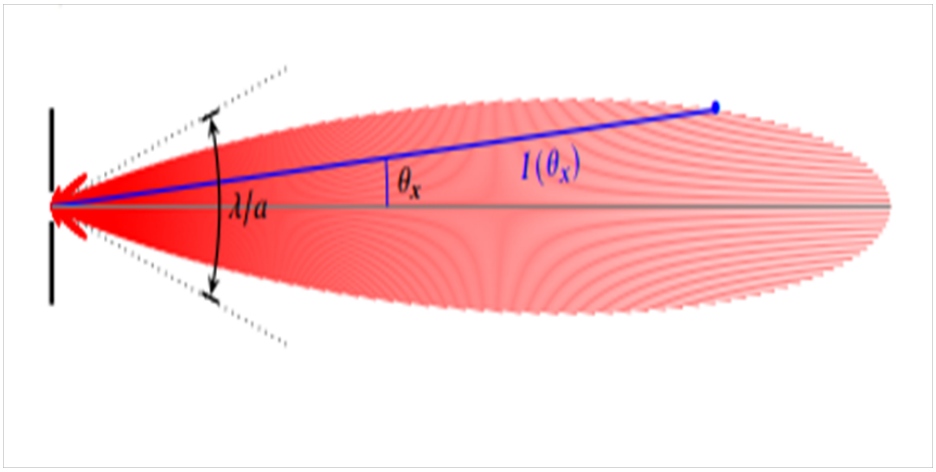


Figure 1.5: Indicatrice de diffraction dans le plan (xOz) pour $2a = 3\lambda$

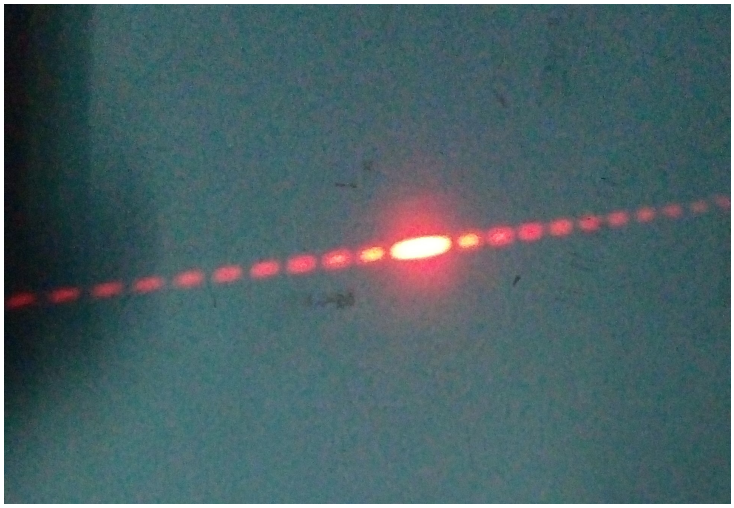


Figure 1.6: diffraction par une fente(labo optique UYF)

1.7 Diffraction par une fente carrée

Nous avons mené une expérience en laboratoire d'optique, en utilisant les outils suivants: un laser fondamental, une ouverture carrée, un écran, dans une chambre noire.

afin d'obtenir la forme de diffraction par une ouverture carrée, et le résultat est montré sur la figure(1.7).

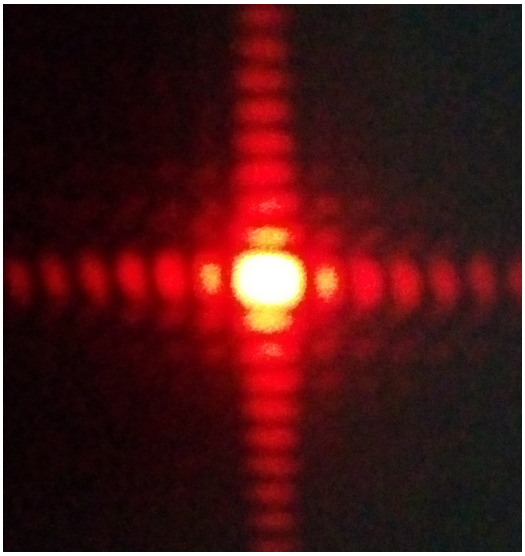


Figure 1.7: Diffraction par une fente carrée labo optique(labo optique UYF)

1.8 Diffraction par ouverture triangulaire

Pour développer une exacte résultat analytique pour l'ouverture triangulaire, nous considérons figure(1.8)[14], qui montre la géométrie du bord d'un équilatéral ouverture triangulaire. Pour un faisceau LG incident avec $m = 0$ et considérant $\omega_0 \gg l$, nous pouvons calculer l'intégrale de diffraction de Fraunhofer comme:

$$\widetilde{E}_0(x,y) = \int_{\frac{-l\sqrt{3}}{6}}^{\frac{l\sqrt{3}}{6}} \int_{y_1}^{y_2} exp\left[i\left(xx_0 + yy_0\right)\right] dy_0 dx_0 \tag{1.8}$$

où

$$\begin{cases} y_1 = \sqrt{3}\left(x_0 - \frac{l\sqrt{3}}{3}\right)/3 \\ y_2 = -\sqrt{3}\left(x_0 - \frac{l\sqrt{3}}{3}\right)/3 \end{cases}$$

L'évaluation des intégrales directes dans l'équation (1.8) on obtient

$$\widetilde{E}_0(x,y) = \frac{1}{iy} l \frac{\sqrt{3}}{4} exp\left[i\left(y\frac{l}{4} + x\frac{l\sqrt{3}}{12} \right) \right]$$
$$* \sin c \left[\left(-y\frac{\sqrt{3}}{3} + x \right) \frac{l\sqrt{3}}{4\pi} \right]$$
$$-\frac{1}{iy} l \frac{\sqrt{3}}{4} exp\left[i\left(-y\frac{l}{4} + x\frac{\sqrt{3}}{12} \right) \right]$$
$$* \sin c \left[\left(y\frac{\sqrt{3}}{3} + x \right) \frac{l\sqrt{3}}{4\pi} \right] [14] \tag{1.9}$$

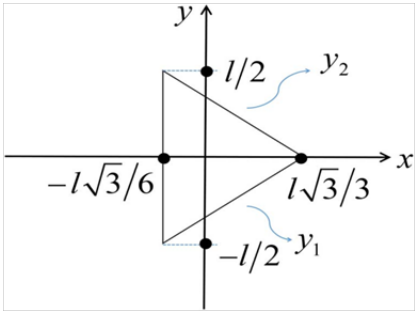


Figure 1.8: Géométrie du bord d'une ouverture triangulaire équilatérale de longueur de côté l. y_1 et y_2 représentent les fonctions linéaires le long de la ligne indiquée

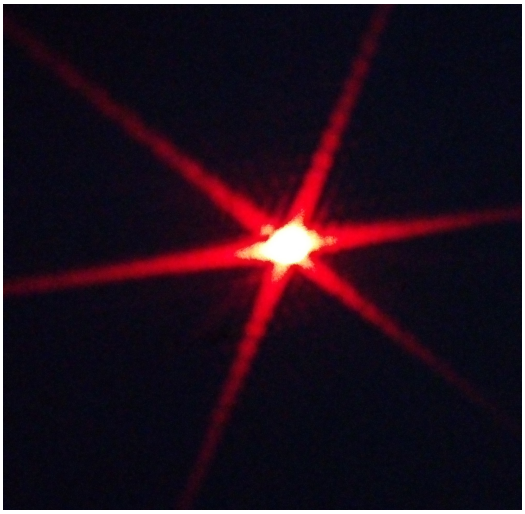


Figure 1.9: Diffraction par ouverture triangulaire(labo optique UYF)

1.9 Diffraction par ouverture circulaire

La diffraction de Fraunhofer par une ouverture circulaire a une importance pratique évidente dans l'étude des instruments optiques.

Considérons le montage typique où des ondes planes rencontrent un écran Σ avec une ouverture circulaire et où la figure de diffraction en champ lointain s'étale sur un écran éloigné. En utilisant une lentille de focalisation L_2.On peut rapprocher Σ de l'ouverture sans modifier la figure de diffraction[4].

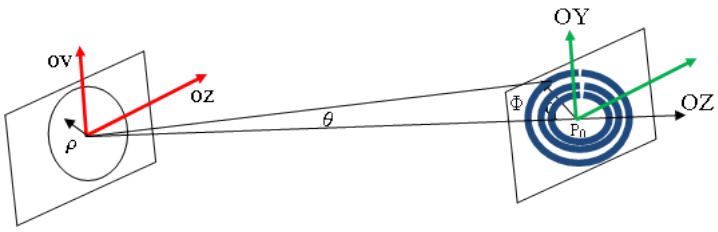


Figure 1.10: Représentation de la diffraction par une ouverture circulaire

L'expression du champ optique en P produit en champ lointain par une ouverture arbitraire est.

$$\widetilde{E} = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - Kr)}}{R} \iint_{ouverture} e^{iK(Yy - Zz)} ds \tag{1.10}$$

Pour une ouverture circulaire, des considérations de symétrie suggèrent d'utiliser les coordonnées sphériques, à la fois dans le plan d'ouverture on a alors : $z = \rho\cos\theta$, $y = \rho\sin\theta$, $Z = q\cos\Phi$, $Y = q\sin\Phi$
Un élément de surface ds a pour expression:

$$ds = \rho d\rho d\theta$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation principale on obtient:

$$\widetilde{E} = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - Kr)}}{R} \int_{\rho=0}^{a} \int_{\theta=0}^{2\pi} e^{i\frac{kq\rho}{R}\cos(\theta-\Phi)} \rho d\rho d\theta \tag{1.11}$$

Du fait de la complète symétrie axiale du problème, la solution cherchée doit être indépendante de Φ, on peut donc se contenter de résoudre l'équation précédente, par exemple pour $\Phi = 0$ ce qui simplifie légèrement la tâche. La partie du double intégral associé avec la variable θ.

$$\int_0^{2\pi} e^{i\frac{kq\rho}{R}\cos(\theta)} d\theta$$

Est une expression bien connue dans les techniques mathématiques pour la physique, c'est une fonction unique dans le sens où on ne peut pas l'approximer à l'aide des fonctions hyperboliques, exponentielles ou trigonométrique usuelles. En fait la quantité:

$$\Im_0(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\mu\cos(\nu)} d\nu \tag{1.12}$$

est connue sous le nom de fonction Bessel (de première espace) d'ordre zéro, plus généralement[4]:

$$\Im_m(\mu) = \frac{i^{-m}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(m\nu + \mu\cos(\nu))} d\nu \tag{1.13}$$

représente la fonction de Bessel d'ordre m, les valeurs numérique de $\Im_0(\mu)$ et $\Im_1(\mu)$ sont reliées par des relations mathématiques. Comme les fonctions Bessel peuvent se développer en série mathématique, sont des fonctions oscillantes lentement décroissantes, on peut donc réécrire l'équation qui donne$\widetilde{E}$ sous la forme:

$$\widetilde{E} = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kr)}}{R} 2\pi \int_{\rho=0}^{a} \Im \left(\frac{kq\rho}{R} \right) \rho d\rho \tag{1.14}$$

Une autre propriété particulière des fonctions de Bessel est qu'elles satisfont la relation de récurrence suivante:

$$\frac{d}{du} \left[u^m \Im_m(\mu) \right] = u^m \Im_{m-1}(\mu) \tag{1.15}$$

Lorsque $m = 1$, cela entraine donc que

$$\int_0^u u' \Im_0(u') du' = \mu \Im_1(\mu) \tag{1.16}$$

Où u' est une variable muette. Si l'on retourne à présent à l'intégrale de l'équation précédente et que l'on effectue le changement de variable $w = \dfrac{kq\rho}{R}$, on obtient alors:

$$d\rho = \frac{\rho}{kq} dw$$

$$\int_{\rho=0}^{\rho=a} \Im_0(\frac{kq\rho}{R}) \rho d\rho = \left(\frac{R}{kq} \right)^2 \int_{w=0}^{w=\frac{kqa}{R}} \Im_0 (w)\, w dw \tag{1.17}$$

En utilisant l'équation de $\widetilde{E}$ on obtient:

$$\widetilde{E}(t) = \frac{\varepsilon_A e^{i(\omega t - kr)}}{R} 2\pi a^2 \left(\frac{R}{kqa} \right) \Im_1 \left(\frac{kqa}{R} \right) \tag{1.18}$$

L'éclairement au point P est $\dfrac{1}{2} \widetilde{E} \widetilde{E}^*$

$$I = \frac{2\varepsilon_A^2}{R^2}\left[\frac{\Im_1\left(\frac{kqa}{R}\right)}{\frac{kqa}{R}}\right]^2 \tag{1.19}$$

Où A représente l'aire de l'ouverture circulaire. Afin de trouver l'éclairement au centre : on pose que q=0. Il résulte de la relation de récurrence précédente (m=1) que:

$$\frac{d}{du}\left[u^m \Im_m(\mu)\right] = u^m \Im_{m-1}(\mu) \tag{1.20}$$

$$\Im_0(\mu) = \frac{d}{du}\Im_1(\mu) + \frac{\Im_1(\mu)}{u} \tag{1.21}$$

On voit que $\Im_0 = 1$ et $\Im_1 = 0$

L'éclairement en P_0 est donc:

$$I_0(0) = \frac{\varepsilon_A^2 A^2}{2R^2} \tag{1.22}$$

Ce résultat est identique à celui obtenu dans le cas de l'ouverture rectangulaire. Si l'on considère que R est à peu prés constant pour tous les points de la figure de diffraction, on peut écrire:

$$I = I_0(0)\left[\frac{2\Im_1\left(\frac{kqa}{R}\right)}{\frac{kqa}{R}}\right]^2 \tag{1.23}$$

Comme $\sin\theta = \frac{q}{R}$, on peut exprimer l'éclairement sous la forme d'une fonction de θ :

$$I(\theta) = I_0(0)\left[\frac{2\Im_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\right]^2 \tag{1.24}$$

On peut voir l'allure de cette fonction sur la figure (1.11). Du fait de la symétrie axiale du problème, le maximum central correspond à un pic circulaire de forte intensité, connu sous le disque d'Airy. Le disque central est entouré par un anneau noir correspondant au premier zéro de la fonction$\Im_1(\mu)$[4].

Chapitre 2

les modes fondamentaux et supèrieurs du faisceau laser

2.1 Introduction

Le Laser est un dispositif qui produit ou amplifié un rayonnement cohérent pour des fréquences qui s'étalent dans les domaines de l'infrarouge (100 nm-500 nm), le visible (400nm,780nm) et l'ultraviolet (100nm) du spectre électromagnétique. Dans ce chapitre on va défiué le laser et aussi on va traité les faisceaux laser gaussien et les mode d'ordre supérieure (Hermite-gauss et Laguerre-gauss)

2.2 Définition de LASER

Le mot LASER est l'acronyme de l'anglais; Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, qui signifier en français, amplificateur de la lumière par émission stimulée par radiation. Un laser est donc un amplificateur de lumière faisant appel à l'émission stimulée (ou induite). La lumière qu'il émet possède plusieurs propriétés exceptionnelles. D'une part, il permet

de concentrer une énergie importante dans des faisceaux étroits, la directivité de son émission est remarquable et d'autre part il présente une très grande monochromatie[15].



Figure 2.1: des faisceaux laser

2.3 Description du fonctionnement d'un laser

Il est constitué d'une cavité de deux miroirs en regard, dans l'un laisse partiellement passer la lumière, et entre ces deux miroirs on a la source de lumière amplifiée, c'est-à-dire le laser qui fait des allers retours et qui est amplifié par ce qu'on appelle un milieu amplificateur, et comme cette lumière fait des allers retours et comme un des deux miroirs est semi réfléchissant, elle laisse passer une partie du faisceau lumineux et c'est cette partie là qu'on récupère comme lumière laser, et là il y a un équilibre qui s'établit entre le milieu amplificateur (d'origine solide liquide ou gazeux) et le faisceau lumineux, c'est le principe même des travaux menés par Planck et Einstein, d'où l'importance de l'interaction entre la lumière et la matière, donc schématiquement tous les lasers sont basés sur ce fonctionnement.

Donc en résumé un laser est constitué de: Un milieu amplificateur, cavité résonnante, système de pompage[16].

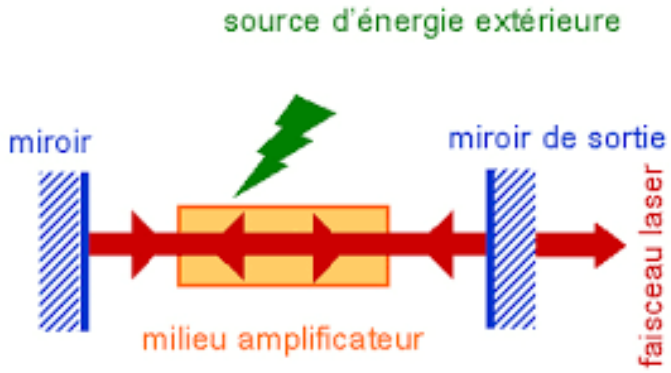


Figure 2.2: Schéma descriptif du principe de fonctionnement d'un laser

2.4 L'équation de Helmholtz

2.4.1 Equation d'onde paraxiale

La propagation d'une onde électromagnétique est décrite à l'aide des équations de Maxwell. Dans ce cas, les équations de Maxwell s'écrivent:

$$Div.\vec{E} = 0 \tag{2.1}$$

$$Div.\vec{B} = 0 \tag{2.2}$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

$$rot\vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{2.4}$$

Ou $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont les champs électriques et magnétiques, ε et μ et désignent la permittivité et perméabilité de l'espace libre, respectivement[17]. Ces deux derniers paramètres sont liés à la vitesse de la lumière (la vitesse de la lumière) dans le vide comme suit:

$$C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

et d'apres(2.3) (2.4):

$$\Delta\vec{E} = rot(rot\vec{E}) = -rot(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}) = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}^2}{\partial^2 t}$$

On pose: $\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{C^2}$

On déduit classiquement de ces équations que l'onde se propageant en milieu isotrope doit vérifier l'équation de propagation suivante:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{C^2}\frac{\partial\vec{E}^2}{\partial^2 t} = 0 \tag{2.5}$$

Sa solution est de la forme:

$$E = E_0 e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial\vec{E}^2}{\partial^2 t} = -\omega^2\vec{E}$$

On remplace dans l'equation d'onde(2-5) on obtient:

$$\Delta\vec{E} + k^2 E = 0 \tag{2.6}$$

C'est l'équation de Helmholtz
ou $k = \frac{\omega}{c}$[18]

2.4.2 Onde sphérique gaussienne-paraxial

Nous allons introduire ici une généralisation des solutions mathématiques de l'équation de Helmholtz. Considérons les solutions de l'équation de Helmholtz correspondant à des faisceaux qui se propagent globalement selon Oz, avec des rayons paraxiaux. La solution s'écrit de façon générale sous la forme suivante:

$$E(x, y, z) = \psi(x, y, z)e^{-ikz} \tag{2.7}$$

$\psi(x, y, z)$ est une fonction complexe lentement variable qui représente les différences entre un faisceau laser et une onde plane homogène. En injectant

cette solution dans l'équation de Helmholtz(2.6), on trouve:

$$\frac{\partial^2\psi(x,y,z)e^{-ikz}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi(x,y,z)e^{-ikz}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi(x,y,z)e^{-ikz}}{\partial z^2}+k^2\psi(x,y,z)e^{-ikz}=0 \tag{2.8}$$

où

$$\frac{\partial\psi e^{-ikz}}{\partial z}=\frac{\partial\psi}{\partial z}e^{-ikz}-ik\psi e^{-ikz} \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial^2\psi e^{-ikz}}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}e^{-ikz}-ik\frac{\partial\psi}{\partial z}e^{-ikz}-ik\frac{\partial\psi}{\partial z}e^{-ikz}-k^2\psi e^{-ikz} \tag{2.10}$$

En faisant l'hypothèse que les variations de $\psi(x,y,z)$ dans la direction Oz sont négligeables sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde λ:

$$\begin{cases}\lambda \mid \frac{\partial\psi}{\partial z} \mid \ll \mid \psi \mid \\ \lambda \mid \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \mid \ll \mid \frac{\partial\psi}{\partial z} \mid\end{cases}$$

On négligons le terme du second ordre $\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$ dans l'équation ci-dessus (2.10), et compte tenu de l'élimination du terme en k^2E, ainsi l'équation (2.6) dans le cas des ondes paraxiales devient:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-2ik\frac{\partial\psi}{\partial z}=0 \tag{2.11}$$

C'est l'équation d'onde paraxiale

On définit alors l'operateur laplacien qui représente l'operateur qui caractérise la partie transverse (les deux premiers termes) de l'operateur différentiel ∇ expression est:

$$\nabla_T^2 = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \tag{2.12}$$

À partir de (2.11) et (2.12) on obtient la forme simplifiée de l'équation d'onde paraxiale suivante:

$$\nabla_T^2 \psi - 2ik\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0[16] \tag{2.13}$$

2.5 Le faisceau gaussien

Le mode fondamentale ou TEM00, un faisceau gaussien est une solution particulière de l'équation de propagation dans le cadre de l'approximation paraxiale. Soit z la direction de propagation du faisceau ;ces ondes simples obligent à considérer le phénomène de diffraction en raison de leur extension infinie dans les directions transverses à la propagation, Ce phénomène est alors incompatible avec l'effet laser d'où le faisceau gaussien[19].

Illustrées par la Figure suivant:

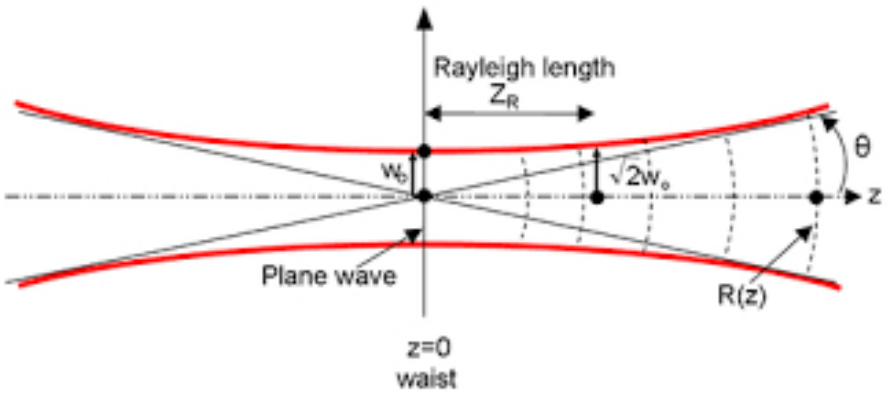


Figure 2.3: illustration de la zone de pincement du faisceau gaussien

•$w(z)$: est la dimension (le rayon) de la tache laser dans un plan perpendiculaire à la propagation à une distance z de l'origine.

•w_0: On appelle *waist* ,La taille du faisceau à l'origine; est la taille minimale du faisceau qui diverge à partir de ce point, tel que: $z \longrightarrow 0$ $\Rightarrow$w(z)$\longrightarrow w_0$.

•Z_R: La longueur de Rayleigh est la distance quand le faisceau laser garde une taille relativement constante et comprise entre w_0 et $w_0\sqrt{2}$; lorsque

•$R(z)$: le rayon de courbure du faisceau laser.

D'autre part , La solution de l'équation différentielle paraxiale est de la forme:

$$\Psi(x,y,z) = e^{-i(\Delta\Phi(z)+\frac{k}{2q(z)}(x^2+y^2))} \tag{2.14}$$

telque:

•$\Delta\Phi(z)$:est un déphasage complexe (déphasage réel et changement d'amplitude avec z)

•$q(z)$ représente un rayon de courbure complexe, ou encore la variation transverse de l'amplitude et la courbure du front d'onde.

En substituant l'expression de$\Psi(x,y,z)$ dans l'équation d'onde paraxiale,

on obtient que pour tout (x,y):

$$[\frac{k^2}{q^2}(x^2+y^2)(\frac{dq}{dz}-1)-2k(\frac{d\Delta\Phi}{dz})+\frac{i}{q})]\Psi=0 \tag{2.15}$$

On en déduit que q(z) et$\Delta\Phi(z)$ doivent vérifier:

$$\frac{dq}{dz}=1\Rightarrow q(z)=q_0+z \text{ avec } q_0=q(0)$$

$$\frac{d\Delta\Phi}{dz}=\frac{-i}{q}\Rightarrow\Delta\Phi(z)=-iln(\frac{q_0+z}{q_0}) \text{ si } \Delta\Phi(0)=0$$

on pose:

$$\frac{1}{q(z)}=\frac{1}{R(z)}-i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(z)} \tag{2.16}$$

alors:

$$e^{(-i\Delta\Phi(z))}=\frac{1}{1+\frac{z}{q_0}}=\frac{1}{1+\frac{Z}{R_0}-\frac{i\lambda z}{\pi\omega_0^2}} \tag{2.17}$$

où les indices 0 indiquent les valeurs en z=0. Si on choisit à l'origine un rayon de courbure infini (c'est à dire une surface d'onde plane), on a $q_0=i\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$
On peut alors facilement montrer que:

$$\frac{1}{q(z)}=\frac{1}{q_0+z}=\frac{1/q_0}{1+z/q_0}=\frac{1}{1+(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2})^2}\left(\frac{1}{z}(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2})^2-i\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}\right) \tag{2.18}$$

En identifiant cette dernière relation avec $\frac{1}{R}-i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(z)}$ on déduit:

•$R(z)=z+\frac{Z_R^2}{z}$ avec:$Z_R=\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$

•$\omega(z)=\omega_0\sqrt{1+(\frac{z}{Z_R})^2}$

d'autre part:$e^{(-i\Delta\Phi(z))}=\frac{1}{1-\frac{iz}{Z_R}}=\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{z}{Z_R})^2}}e^{i\zeta(z)}$ où $tan\zeta(z)=\frac{z}{Z_R}$

Finalement, en regroupant toutes ces expressions, on obtient la relation suivante, qui est **l'expression fondamentale de l'onde sphérique gaussienne** :

$$E(x,y,z) = k\frac{1}{\omega(z)}e^{-ik(z)}e^{i\zeta(z)}e^{-ik\frac{(x^2+y^2)}{2q}} \tag{2.19}$$

avec:

•K /w(z) est un facteur de normalisation

•la première exponentielle: est le terme propagatif

• la seconde exponentielle: est un déphasage dit *deGuoy*

• la troisième exponentielle: peut être décomposée en un terme onde sphérique et un terme *gaussienne* en remplaçant q par son expression en fonction de R:

$e^{-ik\frac{r^2}{2q}} = e^{-ik\frac{r^2}{2R}}e^{-\frac{r^2}{\omega^2}}$ où on est passé en coordonnées cylindriques($r^2 = x^2 + y^2$)[16].

C'est là qu'apparaît comme un point lumineux central, comme vous pouvez le voir ci-dessus. Les faisceaux gaussiens sont habituellement la sortie préférée de la plupart des lasers, car ils sont faciles à manipuler, sont symétriques circulairement et ont généralement la plus grande intensité; telque:

$$I(r,z) = I_0(z)e^{\frac{-2r^2}{\omega^2(z)}} \tag{2.20}$$

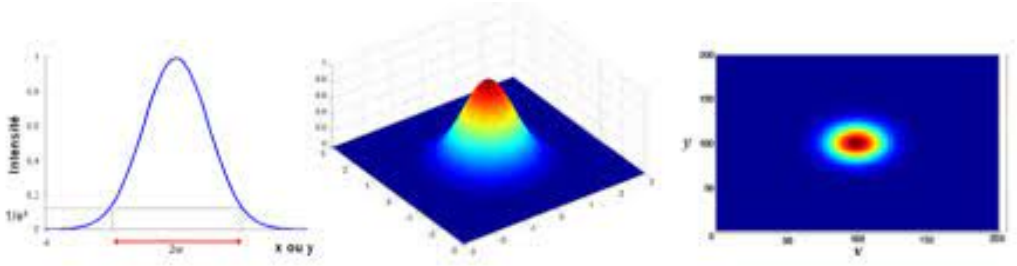


Figure 2.4: Répartition d'intensité d'un faisceau gaussien.

2.6 Mode gaussien d'ordre supérieur

L'équation de Helmholtz admet d'autres solutions. On considère deux types de solutions différentes sont laquel:

2.6.1 Modes de Hermite-Gauss

Les solutions obtenues par la méthode de séparation de variables en coordonnées cartésiennes représentent les faisceaux Hermite-Gauss Dans toute position z le long de l'axe de propagation, nous pouvons montrer que la solution précédente peut être généralisée par:

$$E(x,y,z) = A(z)G_x(\frac{\sqrt{2}x}{\omega}(z))G_y(\frac{\sqrt{2}y}{\omega}(z))exp(-i\frac{kr^2}{2q(z)}) \tag{2.21}$$

G_x et G_y sont fonctions des coordonnées transverse x et y normalisées par rapport au rayon W(z). En reportant cette expression dans l'équation d'Helmholtz, on retrouve que la fonction G_x obéit à une équation différentielle du type:

$$\frac{d^2G_x}{dx^2} - 2x\frac{dG_x}{dx} + 2mG_x = 0 \tag{2.22}$$

où m est un entier positif quelconque. Le même type d'équation est obtenue pour G_y. Les solutions de (2.22) sont les polynômes d'Hermite Hm. La solution $E(x,y,z)$ devient :

$$E(x,y,z) = \frac{\omega_0}{\omega(z)}H_m(\frac{\sqrt{2}x}{\omega(z)})H_n(\frac{\sqrt{2}y}{\omega(z)})exp(-\frac{r^2}{\omega^2(z)} - i\phi_{mn}(r,z)) \tag{2.23}$$

Où ϕ_{mn}est la phase totale du champ:

$$\phi_{mn}(r,z) = kz - (m+n+1)arctan(\frac{z}{z_R}) + \frac{kr^2}{2R(z)} \tag{2.24}$$

$H_m$est le polynôme d'Hermite d'ordre m, il est défini comme:
$H_0(x) = 1$;$H_1(x) = 2x$; $H_2(x) = 4x^2 - 2$;$H_3(x) = 8x^3 - 12$

Ces polynômes vérifent la relation de récurrence:

$$H_n(x) = 2xH_{n-1}(x) - 2(n-1)H_{n-2}(x)[20] \tag{2.25}$$

Détermination des profils des intensités de différents modes de Hermite-Gauss à l'aide de mathematica:

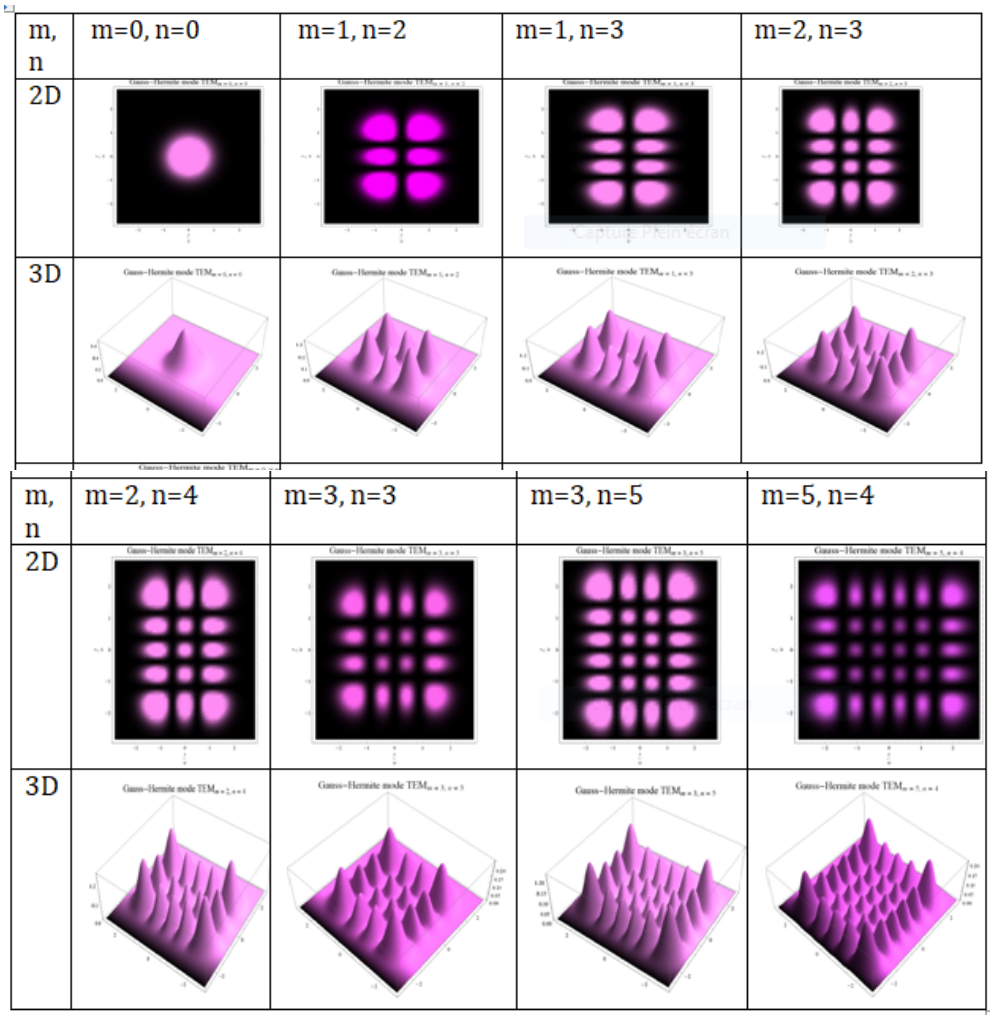


Figure 2.5: Représentation des profils d'intensités en projection sur le plan transverse (x,y) et en 3D pour les différents modes de Hermite-Gauss

La figure (2.5)illustre le profil des intensités des modes HG avec Les indices n et m déterminant la forme du profil dans la direction x et y respectivement, dont m est le degré du polynume ainsi que le nombre se zéros.

•Pour $(m;n) = 0$, on retrouve le mode fondamental gaussien et appelé aussi mode axial.

•Pour $n = 0$ et $m \neq 0$ ces modes sont caractérisé par $n + 1$ taches lumineuses.

•Pour $n = 0$ et $m = 0$, on remarque que ces modes ont une constitution de $m + 1$ taches lumineuses subissant une déformation en défirentes forme.

•Pour m et n quelconques, il ya un nombre de tache intense selon les nombres entiers n et m, la loi de propagation de $q(z)$, $R(z)$ et $w(z)$ est la méme que pour le mode fondamental. Seuls le déphasage ϕ et la structure transverse du faisceau sont défirents.

2.6.2 Modes de Laguerre-Gauss

Une autre famille de solutions de l'équation paraxiale est donnée sur la base des modes de Laguerre-Gauss. Telque r et θ définissent les coordonnées polaires dans le plan transverse, on peut montrer que ces solutions sont de la forme :

$$E_{pli}(r,\theta,z) = \frac{\omega_0}{\omega(z)}\left(\frac{\sqrt{2}r}{\omega(z)}\right)^l L_P^l\left(\frac{2r^2}{\omega^2(z)}\right) exp(-\frac{r^2}{\omega^2(z)} - i\varphi_{pl}(r,z)) * \begin{cases} cosl\theta i = 1 \\ sinl\theta i = 2 \end{cases} \tag{2.26}$$

La phase du champ $\varphi_{pl}(r,z)$ est donnée par:

$$\varphi_{pl}(r,z) = kz - (2p + l + 1)arctan(\frac{z}{z_r}) + \frac{kr^2}{2R(z)}[11] \tag{2.27}$$

ici $p(p = 0, 1.\ldots\ldots\ldots)$ est l'indice radial et $l(l = 0, 1.\ldots\ldots\ldots)$ l'indice angulaire. Les fonctionL_p^l sont les polynômes de Laguerre généralisée. Les grandeurs z_R, w(z) et R(z) caractérisant les solutions sont strictement identiques à celles des modes d'Hermite-Gauss.

Les polynômes de Laguerre généralisés obéissent à l'équation différentielle :

$$x\frac{d^2L_p^l}{dx^2} + (l + 1 - x)\frac{dL_p^l}{dx} + PL_p^l = 0 \tag{2.28}$$

Le polynôme de Laguerre est défini comme:

$$L_0^l = 1$$

$$L_1^l = l + 1 - x$$

$$L_2^l = \frac{1}{2}(l + 1)(l + 2) - (l + 2)x - \frac{1}{2}x^2$$

Détermination des profils des intensités de différents modes de Laguerre-Gauss à l'aide de mathematica :

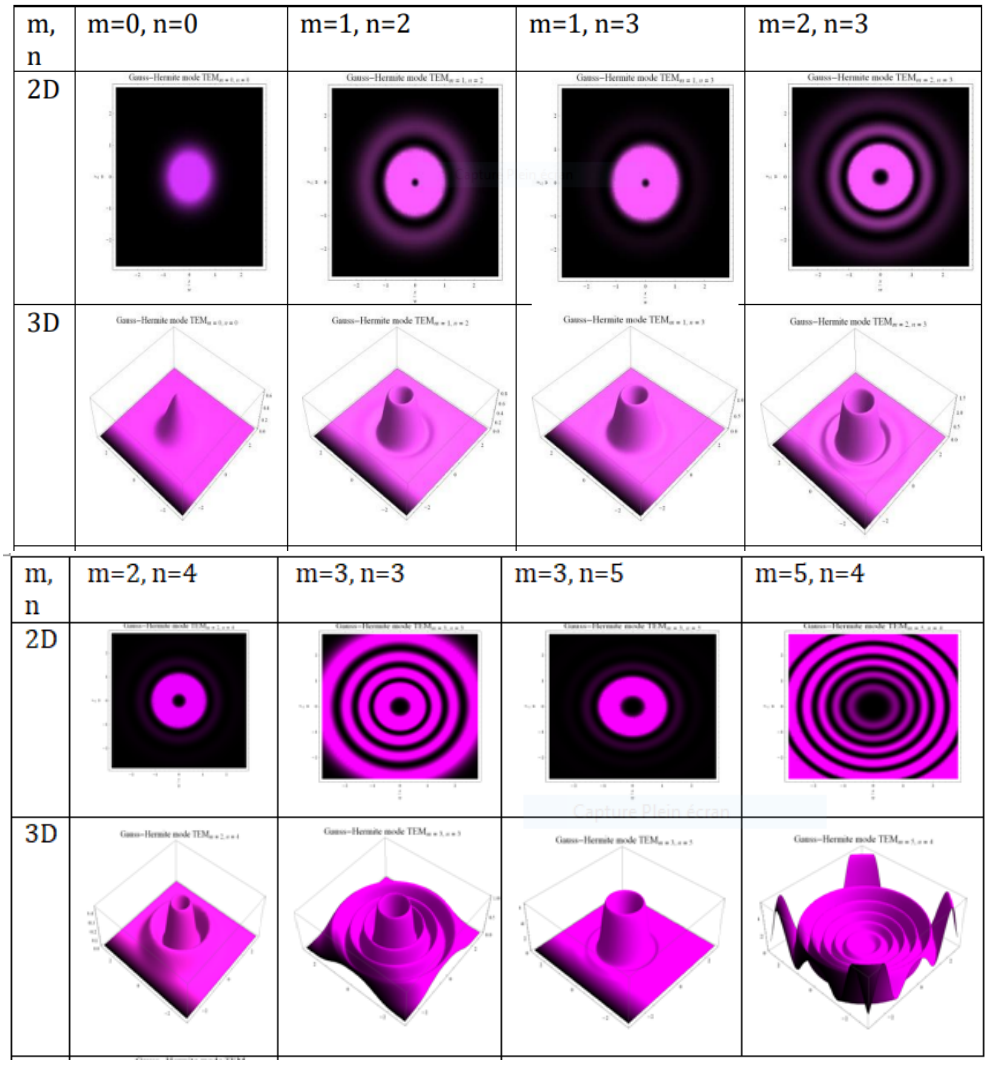


Figure 2.6: Représentation des profils d'intensités en projection sur le plan transverse (x,y) et en 3D pour les différents modes de Laguerre-Gauss

•Pour $(m; n) = 0$: on retrouve le mode fondamental gaussien.

•Pour $m = 0$ et$n \neq 0$: ce mode a une distribution d'intensité intense en forme díune seule tache roze.

•Pour $n = 0$ et différentes valeurs de m ce mode a une distribution d'intensité en forme de deux anneaux dont la phase varie de 0 à 2π ce qu'ils leurs donnent une forme hélice dont l'anneau extérieure est plus intense que l'intérieure séparé par un anneaux sombre d'intensité radiaux avec un centre noir si on maintien le waist et la puissance on constate que le diametre du mode LG augmenter avec la valeur de m et l'épaisseur de l'anneau ainsi que l'intensité maximale diminuer ainsi m définit là le nombre de phase du champ qui varie de 0 à 2π .

•Pour $m \neq 0$: il ya un ensemble d'anneaux concentrique entourés les uns des autres dont l'intensité du mode LG du centre varie de facon semi-gaussienne.

•Pour $n \neq 0$ ces modes sont constitué de $n+1$ anneaux concentrique et p point de renversement de phase, ce qui fait que la phase du champ est décalée de ϕ, les positions de renversement de phase peut étre efectuer en calculant les positions des zéros d'intensité des polynumes géneéralise de Laguerre ce qui signifie que tous les positions peuvent étre calculer incompris la premiére[21].

Chapitre 3

Résultats et discusion

3.1 Introduction

Il est maintenant bien connu que des structures de phase de type vortex peuvent se manifester dans l'interférence de champs optiques cohérents ou être délibérément imprimées sur des faisceaux optiques. Ces tourbillons se manifestent comme des lignes d'amplitude nulle dans l'espace tridimensionnel, environ dont la phase a une structure circulante ou hélicoïdale. Où nous allons étudier la théorie de la diffraction de faisceau vortex par une ouverture triangulaire aprés nous géneralisons cette à l'ouverture carrée.

3.2 Définition de faisceau vortex

La singularité de phase ou vortex est un point spatial où la phase d'un champ d'onde complexe dans le plan transversal peut augmenter ou diminuer de $2\mu m$ dans un revirement complet ce point, avec m un entier appelé charge topologique (TC). Comme les particules subatomiques, les singularités peuvent interagir entre eux. Création et annihilation de tourbillons sont possibles et de même la formation de nœuds tourbillonnaires qui, à leur tour,

impliquent de nouvelles lois de conservation en optique des champs. TC a montré de la robustesse lors de la propagation dans un atmosphère turbulente, et sa division et sa redistribution dans la diffraction par une ouverture triangulaire isocèle a été présenté dans. Cependant, il manque encore une étude détaillée de la conservation globale de TC dans la diffraction par une ouverture.

3.3 Diffraction de faisceau vortex par une ouverture polygonal

Un faisceau vortex Laguerre Gaussien est diffracté à travers une ouverture polygonal équilatérale de longueur de côté a, centrée sur l'axe z. On considère la diffraction de Fraunhofer d'un faisceau vortex d'azimut ordre $\pm m(m \geq 0)$ à travers l'ouverture; le faisceau a la forme suivante dans le plan d'ouverture,

$$U_{\pm m}(x, y) = \frac{[(x - x_0) \pm i\,(y - y_0)]^m}{\omega_0^m} \tag{3.1}$$

Où le centre du vortex est déplacé de l'origine vers emplacement (x_0, y_0). Nous supposons que la largeur du faisceau w_0 est nettement supérieure à la taille de l'ouverture a, de sorte que nous pouvons négliger l'enveloppe gaussienne du faisceau.

Suite aux calculs de phase uniquement précédents dans, nous traitons la diffraction de la lumière comme étant principalement un effet de bord, et intégrer sur la frontière du polygonal. Comme cela fait longtemps Comme on le sait, une telle théorie géométrique de la diffraction fonctionne bien à condition que l'ouverture soit supérieure à la longueur d'onde de la lumière. Une

telle approximation de diffraction de bord est particulièrement appropriée pour les faisceaux vortex, car le centre du vortex est un point d'amplitude nulle. Contrairement aux calculs précédents, nous incluons également explicitement l'amplitude dans l'intégration. Le total champ diffracté peut donc s'écrire sous la forme[6],

$$U(k_x, k_y) \sim \oint_c \frac{\left[(x - x_0) \pm i\,(y - y_0)\right]^m}{\omega_0^m} exp\left[-i(k_x x + k_y y)\right] dl' \tag{3.2}$$

Où C représente la limite du polygonal, dl est un élément de chemin infinitésimal et (k_x, k_y) est un nombre d'onde transverse. Ce champ diffracté peut représenter le champ dans la zone lointaine de l'ouverture ou du champ dans le plan focal arrière d'un système de focalisation $2f$, avec l'ouverture dans le plan focal avant, nous partons de tous les facteurs d'échelle dans l'intégrale associée à ces cas spécifiques. L'intégrale le long de chaque face du polygonal peut être représenté par une paramétrisation linéaire,

$$x = a\left[\alpha_x t + \beta_x\right], y = a\left[\alpha_y t + \beta_y\right], \tag{3.3}$$

avec $1/2 \leq t \leq 1/2$. Les constantes α_i et β_i seront données pour chaque côté du polygonal plus tard dans la discussion. Notre diffraction intégrale pour un seul côté devient alors

$$U\left(k_x, k_y\right) \sim \gamma exp\left[-i\chi a\right] \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\left[a\alpha t + (a\beta - z_0)\right]^m}{\omega_0^m} exp\left[-ikat\right] dt \tag{3.4}$$

$$\alpha \equiv \alpha_x \pm i\alpha_y \tag{3.5}$$

$$\beta \equiv \beta_x \pm i\beta_y \tag{3.6}$$

$$\gamma \equiv a\left|\alpha\right| \tag{3.7}$$

$$\chi \equiv k_x\beta_x + k_y\beta_y = k.\beta \tag{3.8}$$

$$\kappa \equiv k_x\alpha_x + k_y\alpha_y = k.\alpha \tag{3.9}$$

$$z_0 \equiv x_0 \pm iy_0 \tag{3.10}$$

Cette longue liste de définitions nous permet d'évaluer les effets de diffraction des côtés du polygonal avec la même notation. Pour effectuer l'intégrale, nous élargissons la partie vortex du intégrande sous forme binomiale:

$$\left[a\alpha t + (a\beta - z_0)\right]^m = \sum_{n=0}^{m} \frac{m!}{n!(m-n)!} (a\alpha t)^n (a\beta - z_0)^{m-n} \tag{3.11}$$

On écrire:

$$U(k_x, k_y) \sim \frac{\gamma exp\left[-i\chi a\right]}{\omega_0^m} \sum_{n=0}^{m} \frac{m!}{n!(m-n)!} (a\beta - z_0)^{m-n} (a\alpha)^n \times \int_{1/2}^{1/2} t^n exp\left[-i\kappa a t\right] dt \tag{3.12}$$

L'intégrale peut être évaluée en utilisant l'identité,

$$\int t^n exp\left[ct\right] dt = \frac{d^n}{dc^n} \int exp\left[ct\right] dt \tag{3.13}$$

ce qui conduit à l'expression:

$$\int_{-1/2}^{1/2} t^n exp\left[-i\kappa a t\right] dt = \left(\frac{i}{\kappa}\right)^n \frac{d^n}{da^n} j_0(\kappa a/2) \equiv f_n(\kappa, a) \tag{3.14}$$

où $j_0(x)$ est la fonction de Bessel sphérique d'ordre zéro,

$$j_0(x) = \frac{\sin(x)}{x} \tag{3.15}$$

On peut écrire

$$U(k_x, k_y) \sim \frac{\gamma exp\left[-i\chi a\right]}{\omega_0^m} \sum_{n=0}^{m} \frac{m!}{n!(m-n)!} (a\beta - z_0)^{m-n} (a\alpha)^n f_n(\kappa, a) \tag{3.16}$$

L'équation (3.16) peut être utilisée pour évaluer rapidement la diffraction

modèle d'un ou plusieurs faisceaux vortex superposés avec des positions d'axe arbitraires. Cependant, avec quelques réarrangements, il peut fournissent également un aperçu qualitatif de la structure du diagramme de diffraction. Un tel réarrangement peut être effectué par l'utilisation de la règle de Leibniz généralisée,

$$\frac{d^m}{du^m}\left[f\left(u\right)g\left(u\right)\right]=\sum_{n=0}^{m}\frac{m!}{n!(m-n)!}\frac{d^n f(u)}{du^n}\frac{d^{m-n}g(u)}{du^{m-n}} \tag{3.17}$$

L'équation (3.16) ressemble déjà beaucoup à la règle de Leibniz, et peut y être adapté avec quelques réarrangements. Nous changeons la variable de différenciation telle que

$$f_n(\kappa,a)=\frac{1}{(a\alpha)^n}\left[\frac{d}{d(-i\kappa/\alpha)}\right]^n j_0(\kappa a/2) \tag{3.18}$$

Lors de la substitution dans l'équation(3.16), nous avons:

$$U(k_xk_y)\sim\frac{\gamma exp\left[-i\kappa a\right.}{\omega_0^m}\sum_{n=0}^{m}\frac{m!}{n!(m-n)!}(a\beta-z_0)^{m-n}\times\left[\frac{d}{d(-i\kappa/\alpha)}\right]^n j_0(\kappa a/2) \tag{3.19}$$

On notons que:

$$(a\beta-z_0)^{m-n}=exp\left[i\kappa\left(a\beta-z_0\right)/\alpha\right]\times\left[\frac{d}{d(-i\kappa/\alpha)}\right]^{m-n}exp\left[-i\kappa\left(a\beta-z_0\right)/\alpha\right] \tag{3.20}$$

on peut appliquer la règle de Leibniz et écrire:

$$U(k_x,k_y)\sim\frac{\gamma exp\left[-i\kappa a\right]}{\omega_0^m}exp\left[i\kappa(a\beta-z_0/\alpha)\right](i\alpha)^m$$

$$\times \left[\frac{d}{d\kappa}\right]^m \{exp\left[i\kappa(a\beta - z_0/\alpha)\right] j_0(\kappa a/2)\}\,[6] \tag{3.21}$$

3.4 Diffraction de faisceau vortex par une ouverture triangulaire

On présentons dans cette figure Les lignes de diffraction lumineuses produites par les trois côtés de l'ouverture triangulaire, avec Le diagramme pour divers ordres de vortex, pour différent valeurs de m .
tel que:($\lambda = 0.7\mu m, a = 4\lambda, \omega_0 = 2a$)

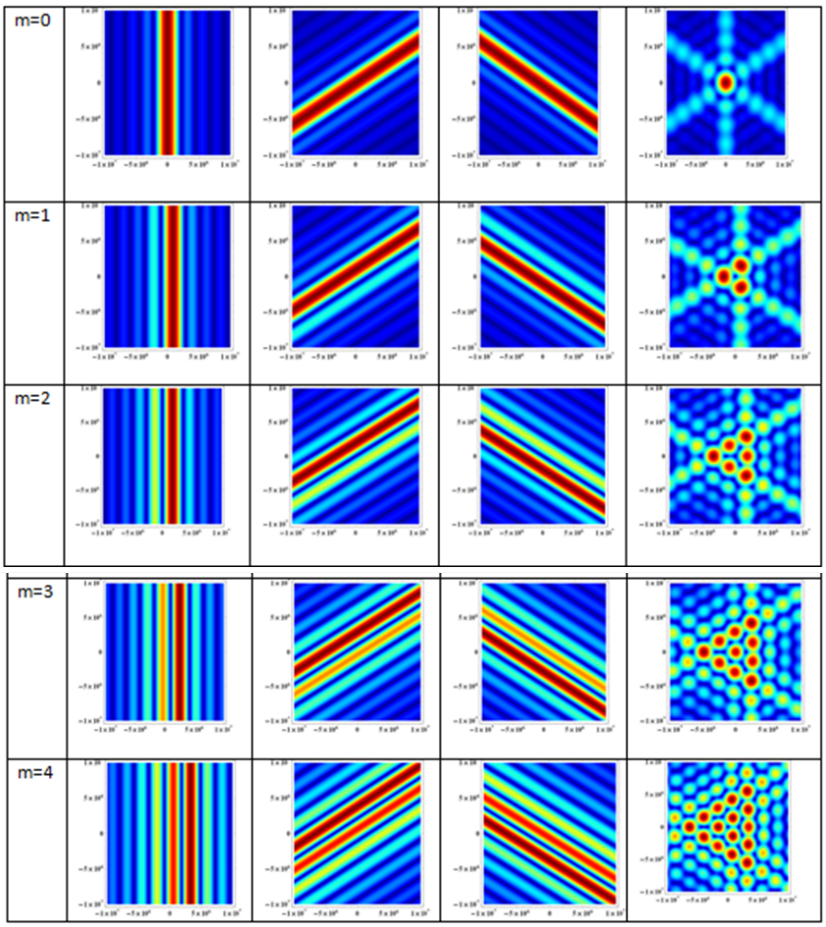


Figure 3.1: Les lignes et Le diagramme pour divers ordres de vortex, de diffraction lumineuses produites par les trois côtés de l'ouverture triangulaire,pour $(m > 0)$

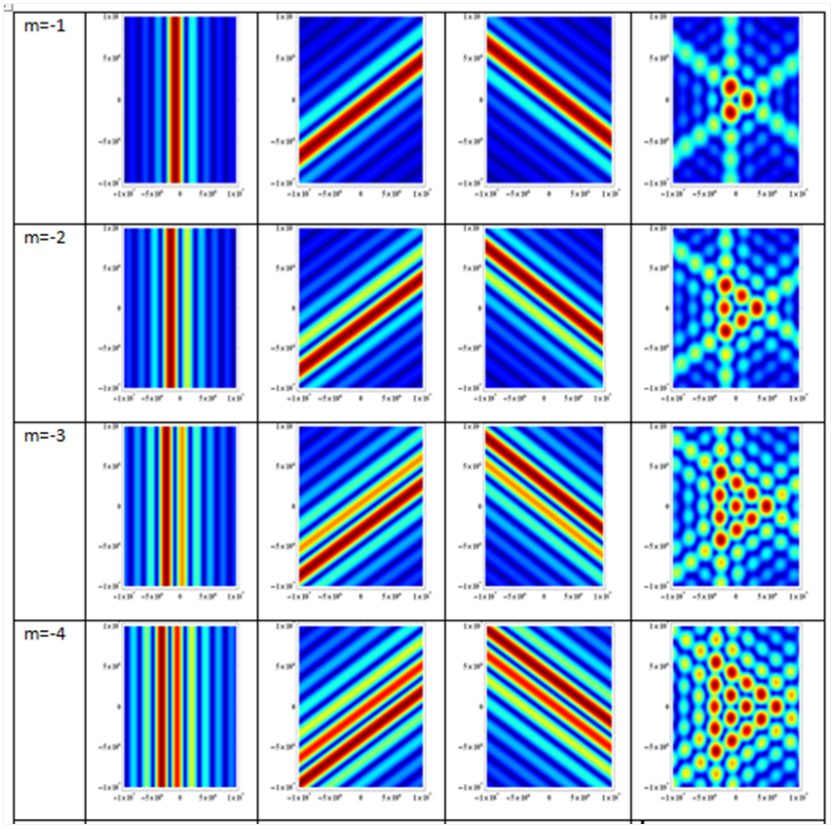


Figure 3.2: Les lignes et Le diagramme pour divers ordres de vortex, de diffraction lumineuses produites par les trois côtés de l'ouverture triangulaire,pour $(m < 0)$

Nous avons ici une expression remarquablement concise pour diffraction d'un vortex par les trois bord d'une ouverture triangulaire. À partir de là, nous pouvons immédiatement voir comment le diagramme de diffraction polygonal m-lobé apparaît pour un vortex d'ordre m. Un bord donné du triangle produira un motif de diffraction qui ne varie que dans une direction parallèle à α, car $\kappa = k\alpha$. Pour le $m = 0$ cas, la plus grande valeur de $U(k_x, k_y)$ sera à l'origine de la fonction $j_0(\frac{a}{2})$; cela produit une ligne perpendiculaire à αcentré sur l'origine dans le plan de diffraction, comme indiqué dans la figure (3.1). Pour le cas $m = 1$, les plus grandes valeurs de $U(k_x, k_y)$

seront soit les plus grandes valeurs de $d[j_0(a/2)]/d\kappa$, qui seront deux lignes correspondant aux pentes du pic central de $j_0(\frac{a}{2})$, ceci est illustré sur la figure (3.1). Chaque dérivée supérieure de $j_0(a/2)$ introduira une autre ligne brillante dans le diagramme de diffraction; le cas $m = 2$ est illustré à la figure (3.1)[6].

L'équation (3.21) suggère également une manière grossière d'estimer quand le déplacement du vortex, caractérisé par z_0, affecte significativement la figure de diffraction. Notons tout d'abord que les pics du diagramme de diffraction sera borné, au moins pour les ordres faibles, par le premier zéro de la fonction de Bessel sphérique d'ordre zéro, situé à $a = \pi$, nous restreignons donc notre attention à ce valeur. On remarque alors que la composante de l'exponentielle complexe qui inclut z_0 aura une faible influence lorsque

$$\left|\frac{\kappa z_0}{\alpha}\right| < 1 \tag{3.22}$$

En substituant la valeur de κa dans cette expression, on trouve une condition sur z_0 de la forme:

$$\left|\frac{z_0}{a}\right| < \frac{|\alpha|}{\pi} = \frac{1}{\pi} \tag{3.23}$$

Nous attendons à peu près à ce que les effets hors axe deviennent significatifs lorsque $|z_0/a| \sim 0,318$

Nous utiliserons les résultats précédents dans la section suivante pour étudier la diffraction hors axe des faisceaux vortex, ainsi que la diffraction de superpositions cohérentes. Nous continuerons à utiliser le bord approximation de la diffraction dans ces calculs ; cependant, il est à noter que l'intégrale complète sur l'ouverture peut être calculé, même si le résultat est beaucoup

plus compliqué. Nous laissez ce calcul pour l'annexe.

Nous revenons à l'équation. (3.16) pour plus de commodité et l'utiliser maintenant pour étudier les diagrammes de diffraction des faisceaux vortex diffractés par un ouverture triangulaire. Dans la figure (3.1), nous traçons d'abord le cas familier de diffraction vortex sur l'axe, c'est-à-dire $z_0 = 0$. On voit clairement que nous reproduisons le résultat expérimental et théorique familier selon lequel la partie la plus importante du diagramme de diffraction est un $m + 1$ triangle lobe, dont l'orientation dépend du signe de la charge topologique [6].

3.5 Diffraction de faisceau vortex par une ouverture carrée

Nous présentons dans cette section qui donne les lignes de diffraction de faisceau vortex produites par chaque côtés de l'ouverture carrée, avec Le diagramme, pour différent valeurs de m. Tel que les parammetres physique utilisés dans cette simulation sont:($\lambda = 0.7\mu m, a = 4\lambda, \omega_0 = 2a$)

La figure(3.3) représente les lignes de diffraction sur chaque côté de carré et pour différentes valeurs de la charge topologique m. À partir de cette figure, on remarque clairement que les lignes de diffraction sont perpendiculaires aux chaque côtés du carré et tournent à un angle mesuré $\frac{\pi}{2}$ pour une charge topologique positive et à un angle mesuré $-\frac{\pi}{2}$ pour une charge topologique négative, en plus on observe que le nombre de lignes secondaires augmente d'une maniére proportionnelle avec la valeur de la charge topologique, Cette dernière observation reliée de l'ordre m de la terme de dérivation dans l'équation (3.21), comme on remarque également au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la ligne centrale, l'intensité lumineuse diminue.

La figure(3.5) représente le diagramme de la diffraction par une ouverteur carrée de côté (a) pour différente vleur de la charge topologique (m) , tel que cette figure montre que la dimension de la tache diminue à mesure que l'on s'éloigne de la tache centrale et son nombre augmente à mesure que la charge topologique augmente, car le nombre de taches est directement proportionnel à la charge topologique

Lorsque la valeur de la charge topologique augmente, les diagrammes de diffraction se détériorent progressivement.

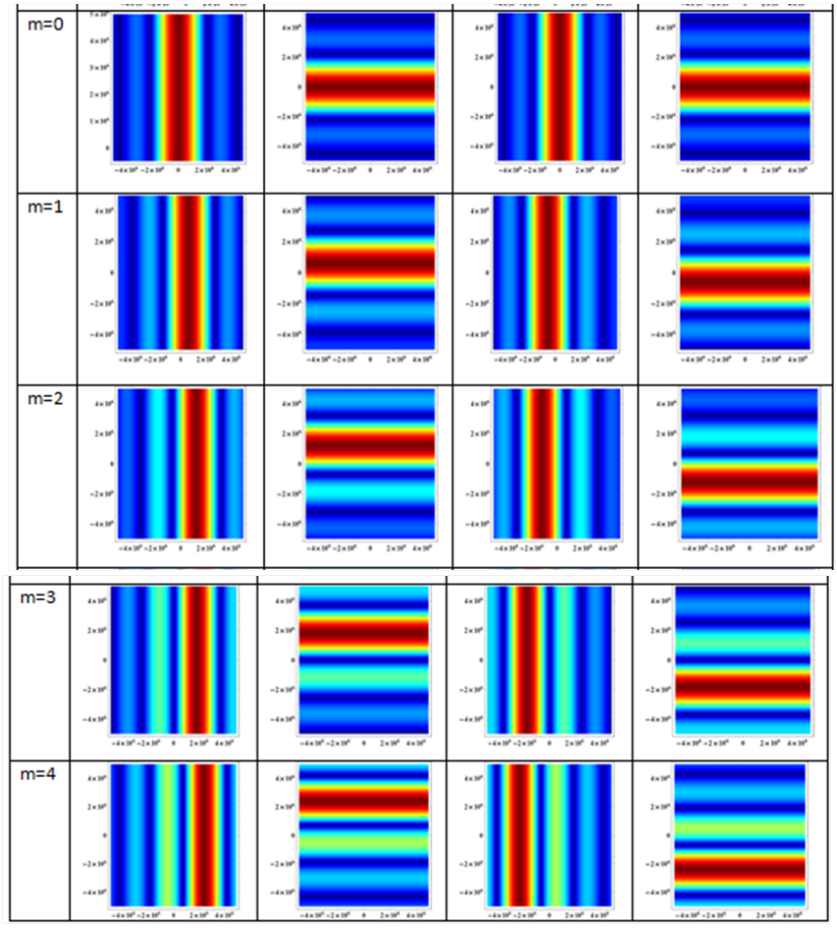


Figure 3.3: Les lignes de diffraction lumineuses produites par les quatre côtés de l'ouverture carré,pour $(m > 0)$

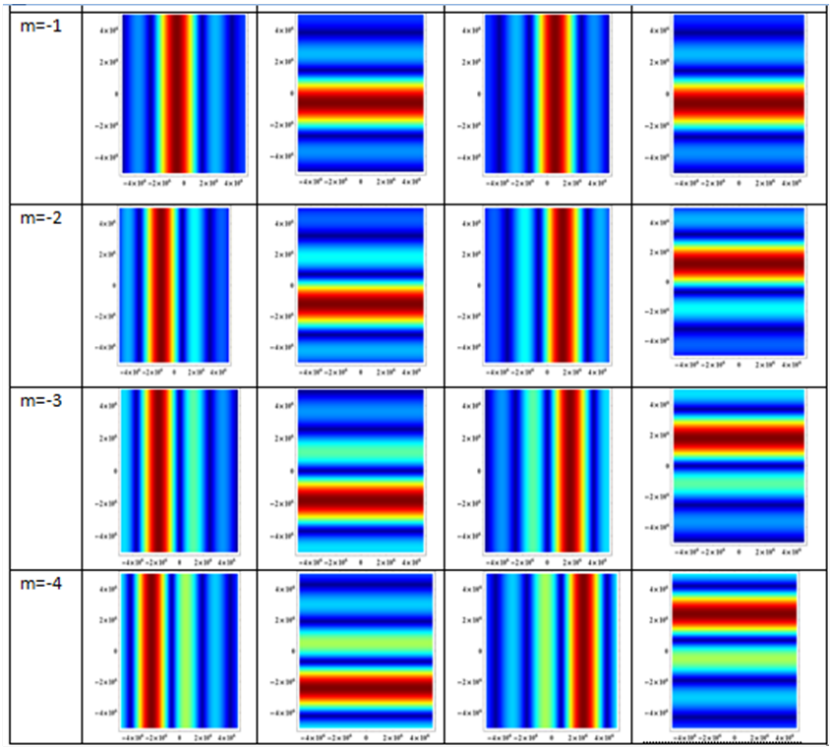


Figure 3.4: Les lignes de diffraction lumineuses produites par les quatre côtés de l'ouverture carré,pour $(m < 0)$

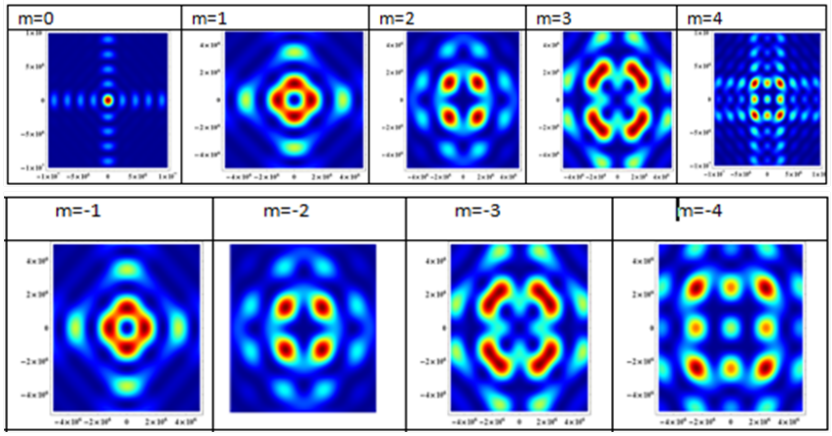


Figure 3.5: Le diagramme pour divers ordres de vortex de l'ouverture carré,pour $(m > 0)$ et $(m < 0)$

validation des résultats

Nous présentons dans cette section la comparison des diagrammes de diffraction de faisceau vortex à ouverture carée de trois differents travaux, telque nous trouvons que le travail obtenu est bien agré avec les autres résultats théoriques et expérimentals[14] [22].comme indique la figure(3.7).

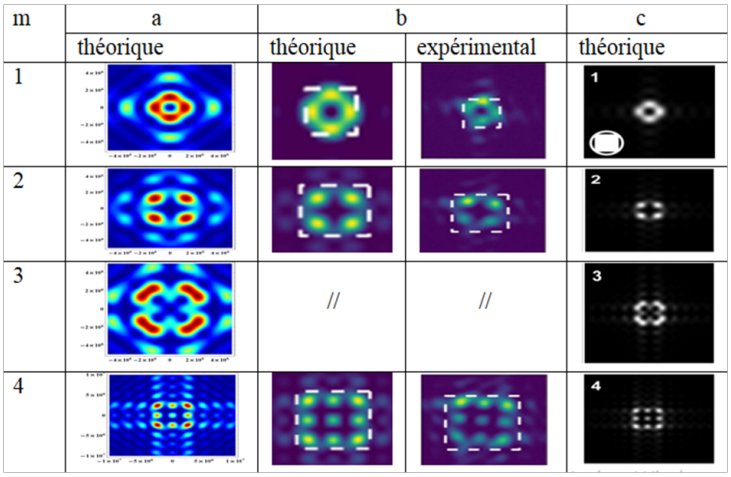


Figure 3.6: la comparaison entre les résultat obtenu avec les autres résultats expérimentaux et théoriques (a:notre travail, b:[14], c:[22])

Conclusion générale

En conclusion dans ce mémoire de fin d'études qui répresent l'étude de la propagation du faisceau gaussien par un système optique diffractif. Qui se repose sur deux aspects, une initiation à la recherche qui touche l'aspect physique et l'aspect numirique.

Donc l'aspect physique, en premiér lieu nous avons consacré toute une partie à la présentation de diffraction et son principe (Huygens-Fresnel), et il a deux types: diffraction de fresnel et de fraunhofer avec leurs approximations, où nous avons appliqué la diffraction sous différentes ouvertures. En deuxiéme lieu nous avons étudie généralités sur les lasers dans laquelle nous avons décrit les principales propriétés des faisceaux gaussiens déduites à partir de la résolution de l'équation d'Helmholtz dans l'approximation paraxiale, et les caractéristiques du mode fondamentalen et des modes d'ordres superieurs pour Laguerre et Hermite gauss, ainsi que leurs propriété et caractéristique qui consiste une géométrie rectangulaire conduisant aux modes Hermite-gaussiens (HG) et polaire qui accompagne les modes Laguerre gaussiens LG.

Dans l'aspect numirique on a eu l'occasion de travailler sur logiciels de language de programmation est: le mathematica dont on a fait l'exploitation pour l'étude de faisceaux vortex qui traverse un système optique représenté par un diagragmme diffractif à partir de la théorie du diffraction de faisceaus vortex par une ouverture polygonal, enfin on appliqué cette théorie

sur l'ouverture triangulaire et géneralisée sur une ouverture carrée pour déterminer les linges de diffraction lumineuses et les charges topologiques de faisceau vortex tel que nous remarquons que l'application de cette théorie est donne des résultats bien agrés avec les autres léturatures.

Bibliographie

[1] Pascal PUECH. Cours d'optique géométrique et ondulatoire,version 1. 2002.

[2] Samia KAMEL Meriem KORBAÄ. *Les instruments optiques, principes et applications*. PhD thesis, Faculté des Sciences et Technologies, 2015.

[3] Abdelhalim BENCHEIKH. *Développement d'une technique d'analyse de la phase dans les lasers et interférogrammes*. PhD thesis, 2014.

[4] Djamel SEBBAR. *Optique géométrique et ondulatoire.polycopie de cours.physique des matériaux*. 2019.

[5] Vortex optiques à ultra-haute intensité et dans le domaine xuv,https://www.techno-science.net/forum/viewtopic.php?t=39801. 2017.

[6] Charlotte Stahl and Greg Gbur. Analytic calculation of vortex diffraction by a triangular aperture. *JOSA A*, 33(6):1175–1180, 2016.

[7] Youness LAAROUSSI. *Nouvelles approches technologiques pour la fabrication de Lasers à émission verticale dans le moyen infrarouge*. PhD thesis, Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2012.

[8] Granier OLIVIER. Diffraction à l'infini.transparents de cours. http://olivier.granier.free.fr/cariboost$_f iles/dif fraction - pc.pdf$.

[9] Richard TAILLET. *Optique physique: Propagation de la lumiére*. De Boeck Supérieur, 2015.

[10] Jean-René LaLANNE, André Ducasse, and Stanisław Kielich. *Interaction laser molécule: Physique du laser et optique non linéaire moléculaire*. Polytechnica, 1994.

[11] Samira KETTIH. *Etude de pertes par diffraction d'un résonateur optique*. PhD thesis, UMMTO, 2018.

[12] A Bouzid. *Optique ondulatoire*. https://www.fs-umi.ac.ma/wp-content/uploads/2017/12/cours-optique-physique-Pr-Bouzid-2.pdf, 2017/2018.

[13] Jimmy ROUSSEL. *cours de physique optique ondulatoire .1re édition*. professeur agrégé à l'Ecole Nationale Supérieure de Chimie de Rennes, 2013.

[14] José CA Rocha, João P Amaral, Eduardo JS Fonseca, and Alcenísio J Jesus-Silva. Study of the conservation of the topological charge strength in diffraction by apertures. *JOSA B*, 2019.

[15] Sergio Martellucci and Massimo Santarsiero. *Free and Guided Optical Beams: International School of Quantum Electronics, Erice Sicily, Italy, 20-27 November 2002*. World Scientific, 2004.

[16] Sébastien FORGET. Optique des lasers et faisceaux gaussiens. *laboratoire de physique des lasers, université de paris nord/13*, 2007.

[17] Amel BELAISSAOUI and A LECHEHEB. Résolution de l'équation de l'helmholtz pour déterminer les paramètres d'un faisceau laser. 2017.

[18] Nawel AHMED CHAOUCH. Memoire de master.

[19] Nihad ZAIDI. *Contribution à l'étude des faisceaux lasers pseudo non-diffractants*. PhD thesis, Faculté des Sciences et Technologies, 2021.

[20] Djamel SEBBAR. *Cours physique des lasers*. 2020.

[21] Naty Citlali Cabrera Gutiérrez. *Modes de Laguerre-Gauss et canalisation d'atomes froids*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2014.

[22] Anindya Ambuj, Emily Walla, Sophia Andaloro, Sean Nomoto, Reeta Vyas, and Surendra Singh. Symmetry in the diffraction of beams carrying orbital angular momentum. *Physical Review A*, 2019.