REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHESCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

Mémoire de Fin d'Étude

pour l'obtention du diplôme de Master

Filière des Sciences et génie de l'environnement
Spécialité de Génie des Procédés de l'environnement

Etude de l'effet de l'épaisseur d'une couche poreuse sur la convection thermosolutal dans une cavité carrée partiellement poreuse

Soutenue le 06/ 07 / 2020

Préparé par :

YOUSFI HIBA

MERGHEB AMEL

Encadré par :

Dr. HADIDI NOUREDDINE

Dr.REBHI REDHA

Année universitaire : 2019-2020

Remerciement

Nous tenons à remercier tout d'abord dieu de nous avoir donné le courage d'accomplir se travail.

Monsieur D.HADIDI NOUREDDINE

notre promoteur ,soit également vivement remercié pour sa patience ,ses remarques et ses conseils et sa disponibilité.

Monsieur D.REBHI REDAH

notre joie est de préparer ce travail sous sa direction.

Nous remercions aussi tous les enseignants de l'institut de génie des procédés de l'université de MEDEA.

Tous les membres de jury qui nous ont fait l'honneur d'examiner mon travail.

Toutes les personnes qui nous ont contribue et encouragés a la réalisation de ce mémoire.

Merci à vous tous

Dédicace

Poure mon héros et mon soutien dans la vie,a ceux qui ont sacrifié pour me ressusciter et mes études, à une source de fierté et d'honneur :

Mon cher pére

A ceux qui m'ont attendu 9 mois et m'ont reçu avec ses larme et sa joie ,à celui qui m'a trompé sur le compte de sa santé, à la fleur de ma vie et mon bonheur

Ma chère mère

*Pour le secret de ma joie mes frères :**Touba,Islam** et ma princesse **Nada***

Au roi de mon cœur et mon àme, qui m'a encouragé

*Mon mari :**Choaib***

Pour mon grande-père et ma grande-mère

Abderrahmane , khira , Mohamed رحمه الله,et Baya

*A qui vous avez partagé ma joie et mon chagrin mon partenaire et ma sœur **Dalel***

*A mon binôme **Amel***

Pour tous ma famille et mes amis et connaissances à tous ceux qui mèont soutenu et m'a conseillé

Merci beaucoup

HIBA

Dédicace

Toutes les lettres ne sauraient trouver les mots qu'il faut..

Tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude,l'amoure, le respect, la reconnaissance....

Aussi, c'est tout simplement qui je dédie ce projet de fin d'étude.....

Ames cheres parents :DJALOULLE , YAMINA

Autant de phrases et d'expresions aussi éloquentes soient ne sauraient exprime ma gratitude et ma reconnaissance .vous avez su m'inculquer le sens de la responsabilite.de l'optimisme et de la confaince en soi face aux dificultés de la vie.vos conseils ont toujours guidé mes pas vers la réussite.

Votre patience sansfin, votre compréhension et votre encouragement sont pour moi le soutien indispensable que vous avez toujours su m'apporter , je vous dois ce qui je suis aujourd'hui et ce qui je serai demain et je ferai toujours de mon mieux pour rester votre fierté et ne jamais vous décevoire .

Que dieu, le tout puissant ,vous preserve ,vous accorde santé ,bonheur,quiétude de l'esprite et vous protége de tout mal.

Ama adorable soeure HOUDA

A mes cheres ferers : ma source de force ZOUBIR , et mon pras deroitSAID,ABD EL NOUR

Mercid'entre toujours àmes cotés ,par votre présence ,par votre amour dévoué tendresse,pour donne du goute et du sens à ma vie. En témoignage de mon amour et ma grand effection , je vous prie de trouver dans ce travail l'expression de mon estime et mon sincére

attachement ,je prie Dieu,le tout puissant , pour qu'il vous donne bonhheur et prospétité.

Amon marie : ALLA DINE

Au roi de mon cœur et mon âme, et ma source de bonheur qui m'a encouragé dans mon projet d'étude et ma vie qui donne notre façant de ma vie, plient d'espoir,plient de contentement ,plain de force, plient soutien,je prie Dieu,le tout puissant , pour qu'il vous donne bonhheur et prospétité.

Etsa famille sans exception

A mes chers grand parent : NOUAR, FATMA, SAID,MEBARKA

Et mes oncles et mes tantes et mes cousines

Qui ce modeste travail, soit l'expression des vœux que vous n'avez cessé de formuler dans vos prières que dieu vous préserve santé et longue vie.

A mon binôme hiba

Pour tous ma famille et mes amis et connaissances à tous ceux qui mont soutenu et m'a conseillé

Merci beaucoup

AMEL

Résumé

ملخص :

في هذه الدراسة نعرض التغيرات الممكنة في الحرارة و الكتلة التي تحدث عند تغيير قيمة السمك بين الوسط المسامي(0.2 , 0.5, 0.8) و الوسط السائلي الموجودان في تجويف مربع . يتم تحديد هذه النتائج من خلال :الحرارة, تركيزات اعداد رايلي و شوروود و نلست و السرعة في التجويف. حيث نتوصل الى افضل النتائج في السمك الاصغر للوسط المسامي .

الكلمات المفتاحية : الحمل الحراري, وسائط مسامية ,الانتقال الحراري و الكتلي ,السمك

Résumé :

Dans cette étude, nous montrons les changements possibles de température et de masse qui se produisent lors du changement de la valeur d'épaisseur entre le milieu poreux (0.2 , 0.5 , 0.8) et le milieu liquide présent dans une cavité carrée. Ces résultats sont déterminés par: la température, les concentrations de Rayleigh, Shorewood ,Nelset et la vitesse dans la cavité. Les meilleurs résultats sont obtenus avec la plus petite épaisseur du milieu poreux.

Mots clés : convection thermosolutale, milieux poreux , transfer de chaleur et de masse , épaisseur.

Abstract :

In this study, we show the possible changes in temperature and mass that occur when the thickness value changes between the porous medium (0.2 ,0.5 ,0.8) and the liquid medium present in a square cavity. These results are determined by: temperature, Rayleigh and Shorewood and Nelset concentrations, and velocity in the cavity. The best results are obtained with the smallest thickness of the porous medium.

Keywords: thermosolutal convection, porous media, heat and mass transfer, thickness

SOMMAIRE

Sommaire

Introduction Générale

Chpitre I : recherche bibiographique……..... 1

Chapitre II : généralite sur le transfert termique et milieu poreux

II.1.introduction ……..... 6

II.2.Transfert de chaleur …… 6

II.2.1. Qu'est-ce que la chaleur ……... 6

II.2.2.Qu'est –ce que transfert de chaleur ……... 6

II.2.3. Quantité de chaleur, flux de chaleur et densité de chaleur …….. 7

II.2.4.Température …….. 7

II.2.4.1.Échelle de température …… 7

II.2.4.2. Champ de température …….. 8

II.2.4.3. Gradient de température …… 8

II.2.5.Bilan d'énergie ……. 9

II.2.6.Expression des flux d'énergie …….. 9

II.2.6.1. Modes de transfert de chaleur …… 9

A.conduction……... 10

11

B.convection……... 12

C. Rayonnement thermique ……...

II.2.6.2. Stockage d'énergie …… 13

II.2.6.3. Génération d'énergie …….. 13

II.3. Le phénomène de transfert de masse…… 14

II.3.1.Types de phénomènes de transfert de masse…….. 15

II.3.1.1 Le transfert de masse par diffusion……... 15

II.3.1.2. Le transfert de masse par convection……... 15

II.3.2. La première loi de Fick……. 16

II.4.Milieux Poreux…….. 17

II.4.1Définition du milieu poreux ……... 17

II.4.2.Milieu poreux consolidé……. 17

II.4.3: Milieu poreux non consolidé……. 18

II.4.4: Différents pores……. 18

II.4.5 : Transfert de matière dans un milieu poreux……. 19

II.4.6 :Transfert thermique dans un milieu poreux…….. 19

II.4.7: La combinaison du transfert thermique et de matière ……. 19
II.4.Conclusion …… 20

Chapitre III :formulation mathématiqhe

III.1.introduction……. 21
III.2.Le Transfert de masse par diffusion moléculaire……. 22
III.2.1. Equations de la diffusion massique……. 24
III.3. Couplage avec la convection thermique……. 25
III.4.Modèle Physique……. 27
III.5.Equations gouvernantes……... 28
III.5.1.Equation de continuité……. 28
III.5.2.Equation de conservation de la quantité de mouvement…….. 28
III.5.3.Equation de l'énergie…… 28
III.5.4.Equation de concentration…… 28
III 6.Conditions aux limites……. 28
III.7. Adimensionnement des équations…….. 29
III.8.Conclusion…… 30

Chapitre IV :modélisastion numiréque

IV.1.introduction…….. 31
IV.2. Principe de la méthode des volumes finis……... 31
IV.2.1. Equation différentielle gouvernante…… 31
IV.2.2. Equation de continuité……. 31
IV.2.3. Maillage et volume de contrôle……... 32
IV.3. Discrétisation des équations de conservation…….. 32
IV.3.1. Flux de diffusion –convection…… 34
IV.3.2. Simplification de l'expression du flux…… 35
IV.3.3. Linéarisation du terme source……. 35
IV.4. Equation finale de discrétisation……. 36
IV.4.1.Méthode de résolution des équations algébriques…… 37
IV.4.2. Considérations pour le champ dynamique…….. 38
IV.4.3.Notion de maillage décalé…… 38
IV.5. Discrétisation des équations dynamiques…… 39

IV.5.1. Equations du mouvement…… 39
IV.5.2.Correction des vitesses de la pression…….. 40
IV.5.3.Equation de correction de pression…….. 41
IV.6.Algorithme SIMPLER……. 42
IV.7.Technique de sous-relaxation……... 44
IV.8. Critère de convergence…… 45
IV.9.Schémas d'interpolation……... 45
IV.10.Application de la méthode des volumes finis à notre problème :……... 46
IV.10.1.Discrétisation des équations du mouvement…… 46
IV.10.1.1. Equation du mouvement en X……. 46
IV.10.1.2. Equation du mouvement en Y …… 48
IV.10.2. Equation de correction de pression……. 49
IV.10.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie……. 51
IV.10.4. Discrétisation de l'équation du soluté……. 52
Chapitre.V : résultats et discussion
V.1.Introduction …….. 53
V.2. le modele phisique et de systéme de cordonnées ……. 53
V.3. représentation des les lignes de courant, isothermes, et isoconcentrations et les vitesses…….. 54
IV.4.effet du nombre de rayleigh sur les transferts ……. 55
IV.5. la variation de nombre de Nusselt en fonction de nombre de Rayleigh ……. 56
IV.6. la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Rayleigh …. 57
IV.7. la variation de la fonction de courant en fonction de nombre de Lewis …… 58
IV .8.L'effet du nombre de Nusselt en fonction de nombre de Lewis ……... 59
IV .9.L'effet du nombre de Sherwood en fonction de nombre de Lewis …….. 60
IV .10.Conclusion …… 61
Conclusion générale

LISTE DES FIGURES

Liste des figures :

Figure II.1 :	transfert de chaleur	7
Figure II.2 :	Échelle de température	8
Figure II.3 :	gradient de température	9
Figure II.4 :	Système et bilan énergétique	9
Figure II.5 :	Schéma du transfert de chaleur conduction	10
Figure II.6 :	la conductivité thermique λ de certains matériaux parmi les plus courants.	11
Figure II.7 :	mécanisme de la convection	12
Figure II.8 :	transfert de chaleur par rayonnement	13
Figure II.9 :	représente le transfert de masse par diffusion	15
Figure II.10 :	le transfert de masse par convection	16
Figure II.11 :	milieux poreux	17
Figure II.12 :	Exemples de milieux poreux	18
Figure II.13 :	Schéma illustrant les différents volumes accessible ou non accessible lors du passage du fluid	18
Figure III.1 :	transfert de masse par diffusion moléculaire dans un mélange gazeux	22
Figure III.2 :	Couplage thermosolutale le long d'une plaque verticale	26
Figure III.3 :	Modèle phiysique et système de coordonnée	27
Figure IV.1 :	Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle	32
Figure IV.2 :	Volume de contrôle représentatif	34
Figure IV.3 :	Représentation d'un maillage décalé	39
Figure IV.4 :	Volume de contrôle pour U et V	39
Figure IV.5 :	Volume de contrôle lié à P	41
Figure IV.6 :	Schéma du volume de contrôle pour U	47
Figure IV.7 :	Schéma du volume de contrôle pour V	49
Figure IV.8 :	Schéma du volume de contrôle pour P	49
Figure V.1 :	modèle physique et système de coordonné	53
Figure V.2 :	représente les lignes de courant, isothermes, et isoconcentrations et les vitesses pour différents épaisseurs de la couches poreuse avec $Ra=10^6$ et $Da=10^{-4}$	55
Figure V.3 :	représente la variation de la fonction de courant en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche avec $Ra=10^6$, $Le=10^2$ et $N=-1$	56
Figure V.4 :	représente la variation de nombre de Nusselt en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche avec $Ra=10^6$, $Le=10^2$ et $N=-1$	57
Figure V.5 :	représente la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche avec $Ra=10^6$, $Le=10^2$ et $N=-1$	58
Figure V.6 :	représente la variation de la fonction de courant en fonction de nombre de Lewis pour différents épaisseur de la couche avec $Ra=10^6$, $Le=10^2$ et $N=-1$	59
Figure V.7 :	représente la variation de nombre de Nusselt en fonction de nombre de Lewis pour différents épaisseur de la couche avec	60

$Ra = 10^6$, $Le = 10^2$ et $N = -1$

Figure V.8 : . représente la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Lewis pour différents épaisseur de la couche avec $Ra = 10^6$, $Le = 10^2$ et $N = -1$ 61

LISTE DES TABLEAUX

Liste des tableaux :

Tableau IV.1	Définition des différents termes des équations de conservation……	33
Tableau IV.2	Expressions des termes sources linéarisés (Sc et Sp) pour les différentes équations……	36
Tableau IV.3	Les expressions de A /P /selon le schéma d'interpolation….	45

NOMENCLATURE

Nomenclature :

a	Diffusivité thermique, [m^2 s^{-1}]
C	Concentration dimensionnelle du soluté
C_0(C_L)	Concentration dimensionnelle du soluté sur la paroi active
D_{ai}	Nombre de Darcy, $D_{ai}=K_i/L^2$
K	Conductivité thermique, W/m°C
K_i	Perméabilité du milieu poreux, m^2
L	dimension de la cavité, m
Le	Nombre de Lewis, $Le = a_{effi} / D_{effi}$
Nu_b	Nombre de Nusselt moyen, $Nu_b = \int_0^1 \left[\frac{\partial \theta}{\partial X}\right]_{X=0} dY$
N	Rapport des forces de volume, $N = \beta_C \Delta C / (\beta_T \Delta T)$
P	Pression, [Pa]
P	Pression adimensionnelle, $P = pL^2 / (\rho_f .a^2 / \varepsilon^2)$
Pr	Nombre de Prandtl, $P_r = \nu_f / a_{effi}$
Ra	Nombre de Rayleigh, $Ra = g.\beta_T .L^3 \Delta T / \nu_f a_{eff1}$
Ra_m	Nombre de Rayleigh modifié, $Ra_m=RaDa_1$
R_c	Rapport des conductivités thermiques, $R_c = K_{effi} / K_{eff1}$
R_v	Rapport de la viscosité effective à celle du fluide, $R_v = \mu_{effi} / \mu_f$
R_k	Rapport des perméabilités des couches poreuses, $R_k=k_2/k_1$
Sh_b	Nombre de Sherwood moyen , $Sh_b = \int_0^1 \left[\frac{\partial S}{\partial X}\right] dY$
S	Concentration adimensionnelle, $S=(C-(C_0+C_L)/2(C_0-C_L)$
T	Température, [^{0}C]
T_0(T_L)	Température sur la paroi active, [^{0}C]
u	Vitesse axiale, (m/s)
U	Vitesse adimensionnelle suivant la direction X, U=uL/a
v	Vitesse transversale, [m/s]
V	Vitesse adimensionnelle suivant la direction Y, V=vL/a
x	Coordonnée axiale, [m]
X	Coordonnée horizontale adimensionnelle, X=x/L
y	Coordonnée transversale, [m]
Y	Coordonnée verticale adimensionnelle, Y=y/L

Symboles grecs :

β_T	Coefficient d'expansion thermique, [K^{-1}]
β_s	Coefficient d'expansion solutale
ρ	Masse volumique, [Kg m^{-3}]
μ_{eff}	Viscosité équivalente dans le modèle de Brinkman, [Kg m^{-1} S^{-1}]
ν	Viscosité cinématique, [m^2 s^{-1}]
ε	Porosité
τ	Tortuosité
θ	Température adimensionnelle, $\theta = (T - (T_0 + T_L)/2)(T_0 - T_L)$
ϕ	Variable dépendente
Γ	Coefficient de diffusion

ΔT	différence de température, $\Delta T=T_0-T_L$, $[^0C]$
ΔC	Différence de concentration, $\Delta C=C_0-C_L$
Indices :	
b	Moyen
E,e	Est
eff	Effectif
f	Fluide
i	Couche poreuse
N,n	Nord
Nb	Nœuds voisins
P	Nœud principal
S, s	Sud

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale :

Des études de transfert thermique et de transfert en masse existaient dans les milieux poreux car elles existaient dans de nombreux domaines naturels et industriels depuis longtemps malgré l'attention limitée des scientifiques ,Cependant pour le moment L'intérêt pour ce domaine des conversions a augmenté.

Malgré toutes les études et recherches obtenues sur les milieux poreux en raison de leur importance dans les domaines industriel et technologique. Cependant, il cache encore de nombreuses caractéristiques et lacunes qui ne sont pas encore connues.

De ce fait, les études de la convection thermosolutale en présence d'un milieu poreux font actuellement l'objet d'un intérêt sans cesse accru. Cet intérêt est dû aux nombreuses applications pratiques qui s'y rapportent, et cela dans divers domaines tels que :

- La filtration massique.
- La dispersion des polluants dans les aquifères.
- La séparation d'espèces chimique.
- Le stockage de déchets toxiques ou radioactif et des gaz liquides.
- Le séchage.

Dans cette étude, nous montrons les changements et les transitions qui se produisent lors du changement la valeur d'épaisseur de le milieu poreux dans une cavité partiellement poreuse rempli d'une coche poreuse et couche fluide sont disposé verticalement.

Nous présentons un ensemble de résultats numériques auxquels des explications physiques sont apportée par la méthode de volumes finis .

En pratique, les milieux poreux ne sont pas homogènes, mais plusieurs couches, en général de propriétés différentes en constituent la matrice poreuse. Par conséquent, il est souhaitable de considérer l'influence, des diverses couches, sur l'écoulement et le transfert de chaleur. L'actualité du sujet, nous a motivé à entreprendre une telle investigation.

Notre étude porte essentiellement sur la mise en évidence de l'influence des paramètres adimensionnelles (le nombre de Rayleigh Ra, le nombre de Nusselt N, le nombre de Lewis Le, nombre de Sherwood) , et l'éffet d'épaisseur d'une couche poreuse sur la convection thermosolutal.

- le premier chapitre : est des articles divers entre le transfert de chaleur et de masse .
- Dans le deuxième chapitre : est consacré à la présentation des généralités sur les milieux poreux le transfert de chaleur et de masse .
- Dans le troisième chapitre : la formulation mathématique du problème physique, les hypothèses considérées ainsi que les équations de conservation mises sous formes adimensionnelles.
- quatrième chapitre : est présentée la méthode numérique choisie pour la résolution des équations de conservation.
- Le dernier chapitre : les résultats et discussion .

CHAPITRE I
recherche bibiographique

P.Crausse et al.[1]. Etude Les phénomènes couplés de transferts de chaleur et de masse qui se développent dans un milieu poreux non saturé homogène et isotrope à faibles gradients de température. la pression de la phase gazeuse est constante, ont été analysés à partir d'une étude expérimentale et d'une simulation numérique des régimes transitoires hydrique et thermique. Les coefficients intervenant dans le système d'équations ayant fait l'objet de déterminations indépendantes de la procédure de simulation physique, la comparaison entre résultats expérimentaux et numériques a permis d'apprécier la validité du modèle de description mathématique.

Rebhi [2]. a etudie la convection double diffusife dans une cacite carree horizontale et renfermant deux couches poreuses disposees horizontalement .la methode numerique de volume finis a été utilise pour les résolution des équations differential gouvernantes .sont analyses en termes de ligne de courent ,des isothermes ,des isoconcentration et des nomnres de nulsset et sheerwood moyens.

Vafai et Tien [3]. Dans cet article, une étude numérique du transfert de chaleur et de masse avec changement de phase dans les matériaux poreux est réalisée. Le problème est modélisé par un système d'équations interconnectées transitoires régissant le processus de transport multiphasique bidimensionnel dans des milieux poreux. L'algorithme de solution permet une simulation complète sans aucune simplification significative. On constate que le rapport d'aspect de la matrice poreuse n'a pas d'effet significatif sur les résultats du nombre de Nusselt. La présente analyse, qui présente pour la première fois une simulation complète du problème, peut être appliquée à une classe de problèmes sur le transport de chaleur et de masse avec changement de phase à travers un milieu poreux.

A. Omara et S. Abboudi [4].Cette étude numérique concerne la théorie du transport de chaleur laminaire non - stationnaire dans une conduite cylindrique soumise à des conditions thermiques d'entrée périodiques. Le régime transitoire est provoqué par une condition de flux ou par une condition de température d'entrée de type harmonique.. On étudie les différents termes du bilan énergétique du système dans le cas d'une perturbation de type échelon de flux. Dans le cas d'une condition de flux de type harmonique, nous avons étudié la fonction de transfert du fluide en fonction du nombre de Reynolds. Pour une température d'entrée périodique, nous avons étudié l'influence du paramètre b* (taux de l'énergie stockée dans la paroi au flux transféré par conduction à travers la veine fluide de la paroi au fluide et inversement) et des pertes convectives sur l'évolution spatio-temporelle de la température de

la paroi, de la température moyenne du fluide et du nombre de Nusselt local. L'étude numérique présentée nous a permis de conclure que pour les valeurs élevées de b* et de Nue (nombre de Nusselt extérieur), le nombre de Nusselt local obtenu est en bon accord avec le nombre de Nusselt local et stationnaire correspondant à une paroi à température constante et uniforme. Un tel modèle est valable dans une large gamme des valeurs de b* et Nue

S. Bougoul et al [5].Un modèle numérique d'écoulements de solution saline dans un milieu poreux saturé, représentant le substrat de culture parallélépipédique, a été développé pour rendre compte des résultats de visualisations par colorants et prédire l'évolution de la concentration de la solution en chaque point du substrat. Une superposition de puits et de sources a permis de traiter analytiquement le problème de Darcy correspondant à une injection ponctuelle et un point de drainage localisé et elle a donné une illustration des lignes de courant, du champ de vitesse ainsi que la forme du bulbe d'irrigation. Pour interpréter le phénoméne de l'élution de la solution ancienne par l'apport de solution nouvelle, l'équation de Navier-Stokes associée à une équation de dispersion a été résolue.

Michel QUINTARD et Stephen WHITAKER [6].Les ecoulements monophasiques en milieu poreux peuvent etre decrits precisemment par la loi de Darcy. Le tenseur de permeabilite qui apparait dans cette relation peut etre determine theoriquement par la solution d'un probleme de fermeture. Quand des heterogeneites interviennent de maniere significative Ie probleme de fermeture est extremement complexe et une alternative pour la determination du tenseur de permeabilite devient desirable. La methode de prise de moyenne a grande echelle conduit a un probleme de fermeture qui peut etre utilise pour calculer un tenseur de permeabilite incluant les effets des heterogeneltes locales. Celui-ci est designe par: tenseur de permeabilite a grande echelle. Des resultats numeriques sont donnes dans Ie cas d'un milieu poreux constitue de deux domaines poreux homo genes et anisotropes.

Mohamed GACEM [7].Le but de cette étude est de trouvé un modèle mathématique qui nous permet de faire la différence entre l'isolation thermique extérieure et intérieure d'un espace urbain élémentaire (une pièce). Ce modèle est préparé à l'aide du programme MATLAB 7.0.4 afin de connaitre les changements thermique des différents parts du système, et surtout la température de l'air intérieure de la pièce sise à vis des sollicitations du milieu climatique extérieur. Le modèle proposer prend en considérations les fluxes sollicitant le système talques rayonnements solaire, la température du milieu extérieur et les changements thermique inhérents au milieu de la pièce. Les résultats du modèle étaient positives, et cela après la

comparaison entre la température de l'air intérieure de la pièce, obtenue par l'expérience et théoriquement ,dont la différence n'a pas dépasser 0.9°C sans l'aide de l'isolation thermique de la pièce. Nous avons appliqué l'isolation thermique intérieure et extérieure pendant deux différentes périodes (l'été et l'hiver) afin d'approcher la température idéal de chaque période et aussi de réduire la consommation d'énergie et sa pollution.

LAABED Mohssen [8].Ce travail porte sur la modélisation bidimensionnelle des transferts couplés de chaleur et de masse lors de la congélation d'un aliment (viande hachée de poulet), dans un compartiment de congélation à convection d'air. Le modèle a été résolu à l'aide du langage de programmation Fortran 90, par la méthode des volumes finis et simulé par le code Fluent, dans deux cas : aliment seul et aliment dans l'enceinte de congélation. Les résultats obtenus ont montré l'effet du coefficient de transfert convectif ainsi que la conductivité thermique, sur la distribution de la température et le taux de perte en eau.

Dalel HELEL, Noureddine BOUKADIDA [9].L'objectif de ce travail est de simuler les transferts bidimensionnels de chaleur et de masse au cours du séchage d'un milieu poreux non saturé et indéformable exposé à un écoulement convectif forcé laminaire d'air humide dans un canal horizontal. Le modèle utilisé tient compte d'une part des approximations des couches limites dynamique, thermique et massique et d'autre part de la variabilité des coefficients des transferts thermique et massique. Les résultats obtenus, nous ont permis d'évaluer l'influence de la hauteur du canal sur le processus de séchage et sur les comportements spatio-temporels de la température, de la saturation en eau et de la pression du mélange gazeux.

Alloui et al. [10] . ont utilise le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq pour etudier la convection naturelle dans un milieu poreux sature par un fluide binaire. La géométrie considérée est une cavité carrée dont une partie de la paroi basse est isothermement chauffée, la surface supérieure est refroidie a une température constante et les deux autres parois verticales sont adiabatiques. La méthode des volumes finis a été employée pour la discrétisation des équations du système et l'algorithme SIMPLER a été employé pour le couplage pression vitesse. Les paramètres gouvernants du problème sont le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Lewis, le rapport de buoyancy, la longueur de la partie chauffée, le rapport d'aspect de la cavité, la porosité du milieu poreux et la position relative de la partie chauffée avec la ligne médiane verticale de la cavité. Les deux écoulements de convection monocellulaire et bicellulaire sont étudies et leurs particularités sont décrites. Aussi l'existence possible d'un écoulement tricellulaire est démontrée.

ZAOUIDI Mahdi et DJELID Mohamed Islam[11]. Dans ce travail de recherche nous étudions numériquement les effets des paramètres rhéologique n, E, s, a sur la convection naturelle thermosolutale dans une couche poreuse saturée par un fluide non-newtonien. Le modèle Carreau-Yasuda (CY) a été retenu pour modéliser le comportement rhéologique du fluide non-Newtonien. Dans ce travail, nous avons utilisé la méthode des différences finies pour la résolution des équations gouvernantes : de continuité, de mouvement, de l'énergie et de masse. Le modèle physique opté pour cette étude c'est une cavité carré tel que les parois supérieures et inférieures sont maintenues à des flux uniforme de chaleur et de masse, tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatiques. Les paramètres régissant dans cette étude sont le nombre de Rayleigh thermique, RT, le rapport des forces de volumes, N, le nombre de Lewis, Le et les paramètres rhéologique n, E, s, a. Les résultats obtenus après l'étude numérique sont les suivants: La diminution de la valeur de n, s, a et l'augmentation de la valeur du nombre E entraînent une amélioration significative du taux de transport de chaleur et de masse.

Trevisan et Bejan [12]. ont utilisé une méthode numérique pour étudier la convection double diffusive dans une cavité carrée poreuse avec des parois verticales maintenues à des températures et des concentrations constantes et des parois horizontales adiabatiques et imperméables. Une analyse d'échelle a été utilisée pour traiter ce problème dans les cas limites des écoulements entraînés par les effets thermiques ou massiques et de dégager les divers effets qui influencent les résultats globaux de transfert de chaleur et de masse. Il a été trouvé que l'écoulement du fluide était possible au-delà d'un certain nombre de Rayleigh critique quand Le ~ 1. Cependant, le mouvement du fluide disparaît complètement pour Le = 1 et N = -1. Les résultats de cette analyse ont été trouvés en accord avec les calculs numériques.

Le cas de la cavité horizontale, remplie par un fluide non-Newtonien, chauffée par un flux de chaleur constant a été considéré par Lamsaadi et al. [13] Une solution analytique a été développée basée sur le concept de l'écoulement parallèle. Les auteurs ont démontré que les fluides rhéofluidifiants causent une apparition précoce de la convection et améliorent le taux de transfert de chaleur, contrairement aux fluides dilatants, où une tendance inverse a lieu. En outre, les auteurs sont montré que pour les deux types de fluides (rhéofluidifiants et dilatants) le nombre de Rayleigh supercritique dépend fortement de l'indice de loi de puissance.

Khair et Bejan [14]. ont considéré le phénomène de la convection thermosolutale qui survient au voisinage d'une plaque verticale plongée dans un milieu poreux saturé par un fluide. Une analyse d'échelle a permis d'identifier quatre régimes possibles de convection selon les valeurs des forces de volume N et le nombre de Lewis Le.

CHAPITRE II

généralite sur le transfert thermique et milieu poreux

II.1.introduction :

Un phénomène de transfert est un phénomène irréversible durant lequel une grandeur physique est transportée par le biais de molécules. C'est un phénomène transversal présent dans tous les domaines de la science et en ingénierie. Tous les phénomènes de transport ont pour origine l'inhomogénéité d'une grandeur intensive. C'est la tendance spontanée des systèmes physiques et chimiques à rendre uniformes ces grandeurs qui provoquent le transport. Les entités transférées les plus connues sont la chaleur (transfert thermique), la matière (transfert de masse) et la quantité de mouvement (transfert de quantité de mouvement).

II.2. Transfert de chaleur :

II.2.1. Qu'est-ce que la chaleur :

La chaleur c'est une forme d'énergie, elle est causée par l'agitation, au sein de la matière, des molécules et des atomes. Donc " l'énergie thermique" ou bien la chaleur est l'énergie associée au mouvement désordonné des particules contenues dans une substance. L'unité de la chaleur est le joule.[15]

II.2.2. Qu'est ce qu'un transfert de chaleur :

Un transfert de chaleur qu'il convient d'appeler transfert thermique ou transfert par chaleur est un transit d'énergie thermique d'un système à un autre à cause d'une différence de température.

Deux corps ayant la même température sont dits en « équilibre thermique ». Si leur température est différente, un transfert de chaleur se produit entre eux. Le deuxième principe de la thermodynamique admet que la chaleur (ou énergie thermique) ne peut passer que d'un corps chaud vers un corps froid, c'est-à-dire d'un corps à température donnée vers un autre à température plus basse.[15]

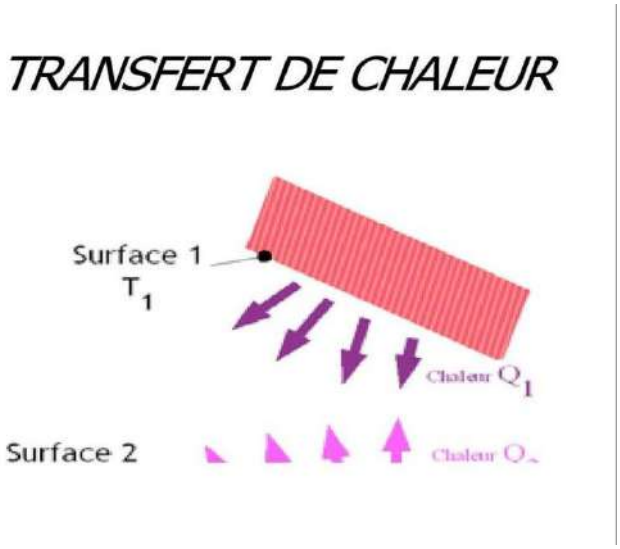


Figure II. 1: transfert de chaleur

II.2.3. Quantité de chaleur, flux de chaleur et densité de chaleur :

La quantité de chaleur (notée : Q) est la chaleur nécessaire pour porter la température d'un corps de la température T1 à T2 (en K ou en °C). C'est aussi l'énergie nécessaire pour effectuer un changement d'état (exemple : passage de l'état liquide à l'état gazeux). Note: il peut y avoir un changement d'état sans variation de température. Le flux de chaleur ϕ représente le débit de chaleur , c'est à dire une quantité de chaleur transmise par unité de temps. Il a donc la dimension d'une puissance et se mesure en watts (W) dans le système SI.[15]

$$\Phi = \frac{Q}{t} \qquad \text{(II.1)}$$

En revanche, le flux de chaleur transférée par unité de surface est appelé "densité de chaleur φ :

$$\varphi = \frac{\phi}{S} \qquad \text{(II.2)}$$

II.2.4.Température :

Les particules qui composent la matière (molécules ou atomes) ne sont jamais au repos. Elles sont en vibration permanente et possèdent donc une certaine énergie cinétique. La température est une mesure indirecte du degré d'agitation microscopique des particules. Plus l'agitation est grande, plus la température est élevée. Si l'agitation cesse, c'est le zéro "absolu".[15]

II.2.4.1.Échelle de température :

Une échelle de température est une échelle de référence permettant de repérer quantitativement (c'est-à-dire à l'aide d'un nombre) la température d'un corps matériel, que celui-ci soit solide, liquide ou gazeux. Pour créer une échelle de température, les physiciens cherchent des intervalles de température entre deux points de référence : une situation "froide" et une situation "chaude".[15]

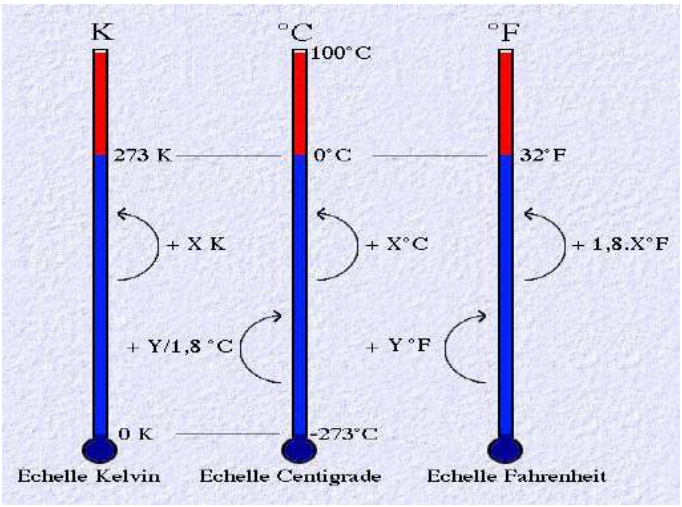


Figure II.2 : Échelle de température

II.2.4.2. Champ de température :

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : T = f (x,y,z,t). La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

• Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.

• Évolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

II.2.4.3. Gradient de température :

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température.[15]

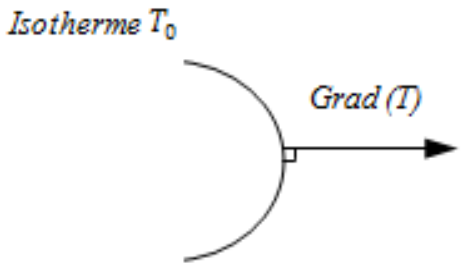


Figure II.3 : gradient de température

II.2.5. Bilan d'énergie :

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être :

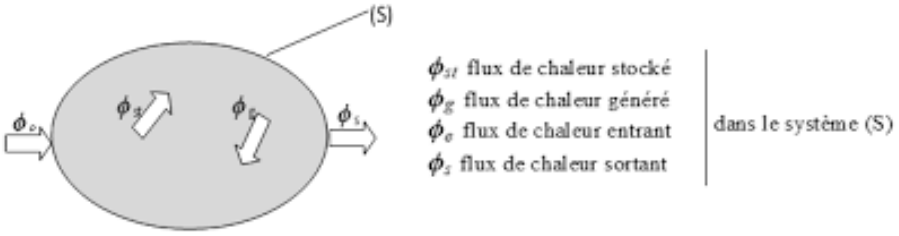


Figure II.4 : Système et bilan énergétique

On applique alors le 1er principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\Phi_e + \Phi_g = \Phi_s + \Phi_{st} \qquad (II.3)$$

II.2.6. Expression des flux d'énergie :

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.[15]

II.2.6.1. Modes de transfert de chaleur :

Lorsque l'on met en présence deux corps de températures différentes, ils échangent de l'énergie sous forme de chaleur jusqu'à atteindre un état d'équilibre qui se traduit par l'uniformisation de leur températures. Ces échanges thermiques sont de trois types :

A. La conduction thermique ou diffusion thermique

B. La convection

C. Le rayonnement thermique

A. Conduction :

Ce transfert de chaleur est le seul que l'on puisse rencontrer dans les solides. La propagation de la chaleur s'effectue d'atome en atome, de proche en proche, par transmission d'énergie d'agitation thermique. En milieu solide les atomes, dont les positions d'équilibre sont fixes dans l'espace, transfèrent de la chaleur sans déplacement de matière. La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de : le flux de chaleur est proportionnelle au Fourier gradient de température.[15]

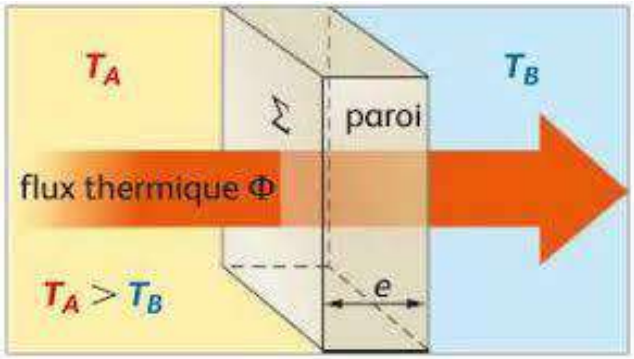


Figure II.5: Schéma du transfert de chaleur conduction

$$\phi = -\lambda S \frac{dt}{ds} \qquad (\text{II.4})$$

ϕ : Puissance transférée (W)

S : Aire de la section de passage du flux de chaleur (m)

x : Variable d'espace dans la direction du flux

Le signe (−) dans l'équation est dû au fait que le flux de chaleur circule dans le sens opposé au gradient de température.

λ : Conductivité thermique du matériau, elle caractérise la propension d'un matériau à conduire la chaleur il s'exprime en W m– 1 K– 1. Lorsqu'un matériau laisse facilement diffuser la chaleur on dit qu'il est . C'est le cas notamment des métaux dont la conductivité thermique est élevée. À conducteur l'inverse, un matériau tel que l'air au repos s'oppose au transfert de chaleur et est donc appelé isolant. Dans ce cas la conductivité thermique est faible.

On trouvera dans le tableau 1 les valeurs de la conductivité thermique λ de certains matériaux parmi les plus courants.

Matériau	λ ($W.m^{-1}.°C^{-1}$)	Matériau	λ ($W.m^{-1}.°C^{-1}$)
Argent	419	Plâtre	0,48
Cuivre	386	Amiante	0,16
Aluminium	204	Bois (feuillu-résineux)	0,12-0,23
Acier doux	45	Liège	0,044-0,049
Acier inox	15	Laine de roche	0,038-0,041
Glace	1,88	Laine de verre	0,035-0,051
Béton	1,4	Polystyrène expansé	0,036-0,047
Brique terre cuite	1,1	Polyuréthane (mousse)	0,030-0,045
Verre	1,0	Polystyrène extrudé	0,028
Eau	0,60	Air	0,026

Figure II.6: la conductivité thermique λ de certains matériaux parmi les plus courants.

B. Convection :

Le transfert de chaleur s'effectue en 2 phases :

- 1ère phase : la chaleur est échangée par conduction entre la surface solide et une mince couche de fluide (appelée "film"), au voisinage de la surface.
- 2ème phase : le fluide du film est déplacé dans la masse du fluide ; ce déplacement du fluide est, soit naturel (variation de la masse volumique du film chauffé ou refroidi, par rapport celle du fluide en masse), soit artificiel (action d'une pompe, d'un agitateur). On parle alors soit de convection naturelle, soit de convection forcée.

Donc, le transfert de chaleur par convection est provoqué par le déplacement d'un fluide, qui transporte avec lui l'énergie qu'il contient.

Quelque soit le type de convection (libre ou forcée) et quelque soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur transmis est donné par la relation dite loi de Newton :

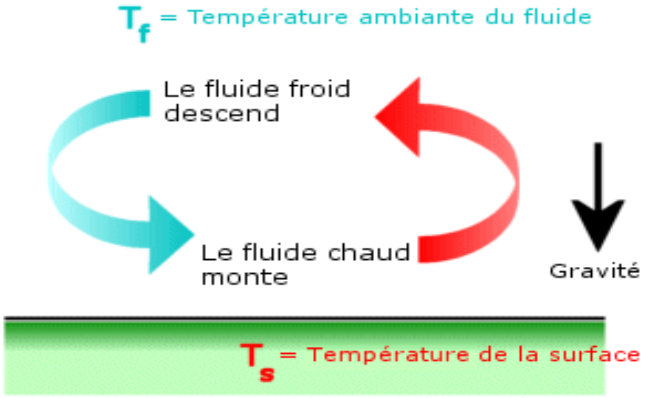


Figure II.7 : mécanisme de la convection

$$\phi = hs\ (T_s - T_\infty) \qquad \text{(II .5)}$$

ϕ : Puissance transférée (W)

S : Surface traversée (m2)

Ts : Température de la surface (K)

T∞ : Température moyenne du fluide (K)

h : Coefficient moyen de transfert convectif (W/m2K) La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection h est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide /fluide.

C : Rayonnement thermique :

Tous les corps quelque soit leur état : solide, liquide ou gazeux, de température absolue T>O K, émettent des ondes électromagnétiques ; on dit qu'ils émettent "un rayonnement thermique". En plus, au processus d'émission de rayonnement thermique s'ajoute un processus d'absorption des radiations électromagnétiques provenant de l'environnement de ces corps. Leur état thermique est alors régi par le bilan des processus d'émission et d'absorption.

Le rayonnement thermique correspond à un transfert de chaleur ne nécessitant aucun support matériel, c'est ainsi que la terre est "chauffée" par le rayonnement thermique du soleil qui s'est propagé dans le vide, de la surface solaire, qui l'a émis, jusqu'à la terre qui l'absorbe.

Le flux de chaleur échangé entre la surface S et l'environnement est donné par loi de Stefan-Boltzman :

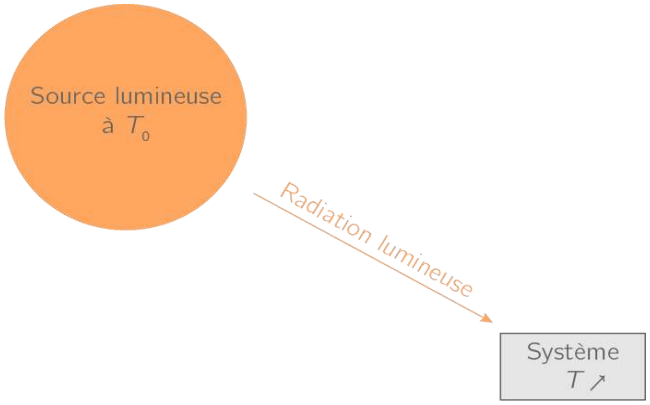


Figure II.8 : transfert de chaleur par rayonnement

$$\phi = \sigma.\varepsilon.s(Ts^4 - T_\infty^4) \quad \text{(II.6)}$$

ϕ: Puissance transférée (W)

σ : constante de Stefan Boltzmann = 5.67*10−8 W/m2K4

S : Surface traversée (m2)

Ts : Température de la surface (K)

T∞ : Température du milieu environnant la surface (K)

ε : Émissivité de la surface

II.2.6.2. Stockage d'énergie :

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps d'où:

$$\phi_{st} = mc_p \frac{dT}{dt} \quad \text{(II.7)}$$

ϕ_{st} : Puissance de chaleur stocké (W)

m : Masse (kg)

Cp : Chaleur spécifique (J kg-1 °C-1)

T : Température (°C)

t : Temps (s)

II.2.6.3. Génération d'énergie :

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. On peut l'écrire sous la forme :

$$\Phi_g = q \cdot v \quad \text{(II .8)}$$

ϕ_g : Puissance de chaleur générée (W)

$q^{\cdot}$: Densité volumique d'énergie générée (W m-3)

V : Volume (m3)

Les processus dégageant ou absorbant de l'énergie sont:

- L'effet Joule
- Une réaction chimique exothermique ou endothermique
- Une réaction nucléaire
- Un changement de phase

II.3. Le phénomène de transfert de masse :

Le transfert de masse (ou transfert de matière) joue un rôle très important dans les opérations unitaires de base mises en œuvre au cours de la transformation des aliments ou de produits biologiques (séchage, salage, sucrage, absorption, adsorption, cristallisation, extraction, distillation, ...), Au cours de ces opérations, le transfert de matière est classiquement le facteur limitant la vitesse du procédé, même si le transfert de chaleur et le flux du produit peuvent aussi être en cause.

Le transfert de matière a aussi un rôle important lors de l'emballage des produits et de leur entreposage, (transfert d'humidité, de gaz, de composés de saveur à travers le matériau d'emballage). Le transfert de matière consiste en la migration de composés à l'intérieur d'une phase ou entre des phases. Cette migration résulte d'un changement dans l'équilibre d'un système causé par des différences de potentiels, différence de concentration d'une espèce d'un point à un autre, différence de température et différence de pression. Toute différence de potentiel entraîne une évolution spontanée vers l'uniformité, une différence de concentration d'un composé entre deux points d'un système entraine donc un transfert de matière jusqu'à atteindre l'uniformité de concentration.

Le transfert de matière peut être caractérisé par différentes grandeurs :

- Le taux de transfert de matière, qui correspond à la quantité de matière transférée par unité de temps :

$$Q = \frac{m}{t} \qquad (II.9)$$

- Le flux de matière, qui correspond à la quantité de matière transférée par unité de temps et de surface (normale à la direction du transfert) :

$$N = \frac{m}{s.t} \qquad (II.10)$$

m : la Quantité de matière transférée

t : est le Temps

Q : le Taux de transfert de de matière

N : le Flux de matière

II.3.1. Types de phénomènes de transfert de masse :

Selon le mécanisme mis en jeu, on distingue deux types de transfert de matière :

- Transfert de masse par diffusion.
- Transfert de masse par convection

II.3.1.1 Le transfert de masse par diffusion :

Est le transport microscopique de masse comme les atomes, les molécules et les ions dans un milieu sous l'effet des différences de concentration, depuis les zones concentrées en matière vers les zones moins concentrées. Elle désigne la tendance naturelle d'un système à rendre homogènes les concentrations des espèces chimiques en son sein.

C'est un phénomène spontané, irréversible et incontournable (phénomène dispersif) conduisant à un équilibre, se produisant par suite de l'agitation thermique des molécules.[16]

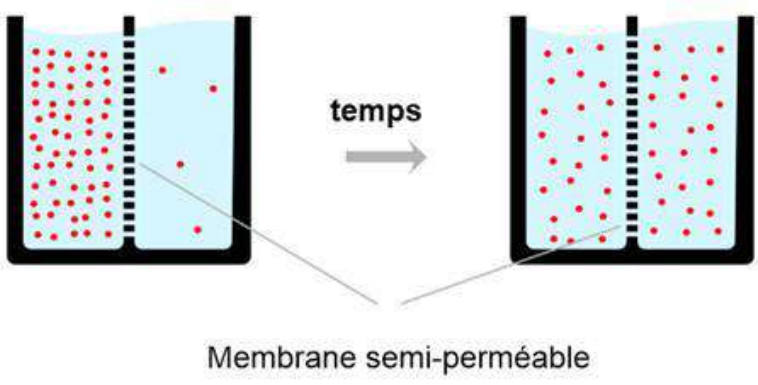


Figure II.9 :représente le transfert de masse par diffusion

II.3.1.2. Le transfert de masse par convection :

La convection est un phénomène qui se produit lorsqu'un gradient induit un mouvement dans le fluide. Le gradient peut concerner différentes grandeurs intensives telles la concentration d'un soluté. La masse volumique dépendant de la concentration, un gradient de concentration engendre des différences de masse volumique au sein du fluide, d'où résultent des variations latérales de la poussée d'Archimède qui sont à l'origine du mouvement. De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection.

Le transfert de masse par convection est un processus rapide les molécules sont entraînées dans un courant de fluide naturel ou forcé (convection naturelle ou forcée).[16]

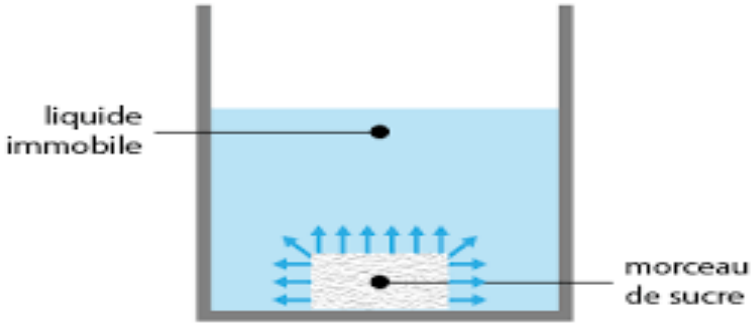


Figure II.10 :le transfert de masse par convection

II.3.2. La première loi de Fick :

La première loi de Fick est la loi qui rapporte le flux d'un composant au son gradient de composition, pour le calcul d'un flux diffusif assume que la diffusion de matière résulte uniquement d'un gradient de concentration. En réalité, la diffusion peut aussi résulter d'un gradient de température, de pression ou d'une force externe. Cependant, dans la plupart des cas, ces effets sont négligeables et la force motrice dominante est le gradient de concentration.[16]

$$\vec{Ji} = -D_{AB.}\ \overrightarrow{grad} S_A \qquad \text{(II.11)}$$

Formule pour un flux unidirectionnel (ici suivant l'axe y) :

$$J_A = -D_{AB.}\ \frac{dS_A}{dy} = -\ D_{AB.}\ \frac{\Delta S_A}{\Delta y} \qquad \text{(II.12)}$$

J_A : le Flux de diffusion du composé A.

D_{AB} : Coefficient de diffusion du composé A dans le milieu B.

S_A : la Concentration en composé A.

ΔS_A : la Variation de concentration en composé A.

Δy : la Distance de transfert ou épaisseur (m).

II.4 Milieux Poreux :

II.4.1 Définition du milieu poreux :

Le milieu poreux est l'ensemble des grains solides ou d'agrégats autour desquels existent des espaces vides appelés pores, qui peuvent être interconnectés ou non. Ces vides peuvent être occupés par de l'eau, de l'air au d'autres fluides. Les pores reliés entre eux permettent l'écoulement d'un ou plusieurs fluides, le milieu est dit monophasique et lorsqu'il est occupé par plusieurs phases fluides, le milieu est dit multiphasique. Nous devons noter qu'un milieu occupé uniquement par la phase liquide est dit « saturé » et « insaturé » dans le cas contraire.

Dans ces domaines qui dépendent des propriétés de ces milieux poreux, parmi lesquelles nous retiendrons :

- les possibilités de stockage des fluides sous forme adsorbée sur les parois du solide, ou bien en remplissant les pores.
- Les propriétés de transfert : transfert de masse, transfert de quantité de mouvement et d'énergie.

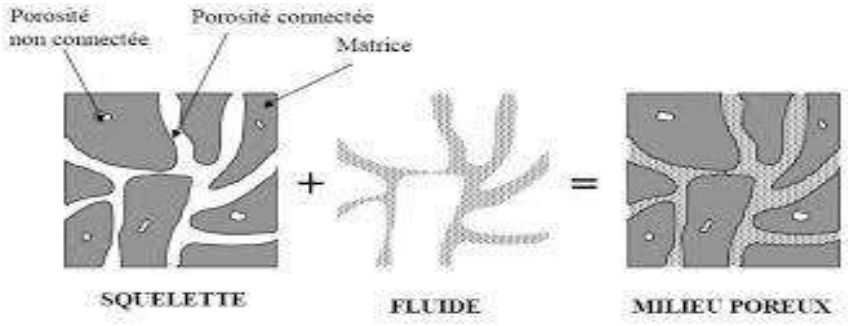


Figure II.11 :milieux poreux

La phase solide d'un milieu poreux (matrice) ou squelette peut se présenter sous deux formes: Milieu poreux consolidé, Milieu poreux non consolidé.

II.4.2.Milieu poreux consolidé :

Dans ce genre de milieu, la matière solide est compacte et ne peut se diviser en grains ou en fibres. À titre d'exemple, les roches calcaires qui présentent des séries de fissures reliées entrent elles ou encore les grés qui sont des roches constituées par des grains de sable soudés entrent eux par un ciment et des argiles.[16]

II.4.3: Milieu poreux non consolidé :

La phase solide est faite de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sables, limons, billes de verre ...). Les billes de verre sont très couramment utilisées pour réaliser les appareils destinés à étudier les lois qui régissent les écoulements et les phénomènes de transfert. Quant aux fibres, nous pouvons rencontrer soit les fibres minérales (amiante, laine de verre), ou les fibres organiques (coton...)

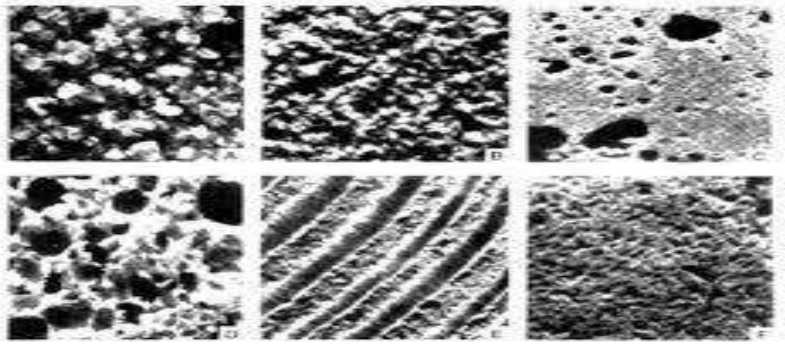


Figure II.12 : Exemples de milieux poreux

A) sable de plage, B) grés, C) calcaire, D) pain, E) bois, F) poumons humains.[16]

II.4.4: Différents pores :

On distingue quatre formes de pores qu'on peut retrouver dans un milieu poreux, cité dans la Figure suivante :

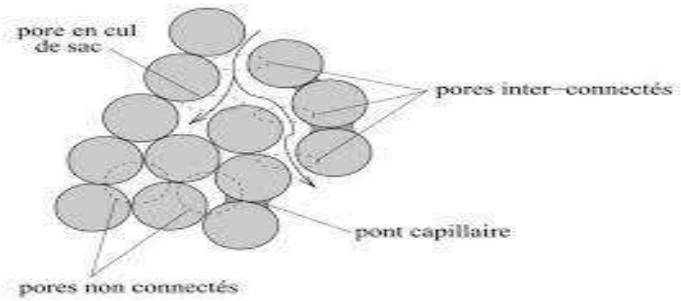


Figure II.13 : Schéma illustrant les différents volumes accessible ou non accessible lors du passage du fluid

II.4.5 : Transfert de matière dans un milieu poreux:

Le terme transfert de matière signifie le transport de substance qui implique comme une composante (constituant, espèce…) dans le mélange du fluide. En général, le transfert de matière est analogue à celui de la chaleur. On applique le principe de la conservation de la matière à chaque composant dans le mélange et puisque la diffusivité est un scalaire. On a:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + 1/\varepsilon(\vec{V}\vec{\nabla}S) = \mathrm{D}\,\Delta S \qquad \text{(II.13)}$$

Avec :

D : La diffusivité massique du milieu poreux.

S : La concentration du composant.

II.4.6 :Transfert thermique dans un milieu poreux :

Pour établir l'équation d'énergie issue du premier théorème thermodynamique dans un milieu poreux, on fait recours a quelques simplifications et approximations afin de diminuer la complexité et la forme du milieu poreux, en plus des hypothèses citées on considère que les pores du milieu poreux sont interconnectés.[16]

$$(\rho c)_{eff} = (1-\varepsilon)(\rho - c_p)_c + \varepsilon(\rho c_p)_f \qquad \text{(II.14)}$$

$$k_{eff} = (1-\varepsilon)k_s + \varepsilon k_s \qquad \text{(II.15)}$$

Avec :

k_{eff} :Conductivité thermique du milieu poreux

c_p : Chaleur massique à pression constante.

II.4.7: La combinaison du transfert thermique et de matière :

Dans la convection bi diffusive, le couplage du transfert de chaleur et de matière est nécessaire parce que la densité du mélange de fluide dépend de la température et de la concentration. On a approximativement :

$$\rho_f(T..C) = \rho_f(T_r.C_r)[1-\beta_T(T-T_r)-\beta_s(S-S_r)] \qquad \text{(II.16)}$$

Avec :

$\rho_f(T.C)$: la masse volumique à la température.

(T_r) : la Concentration

(S_r) et $(\beta_t.\beta_s)$:sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et solution du fluide. Ils sont présentés comme suit :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho}(\frac{\partial p}{\partial T})_{P.S} \quad , \ \beta_s = -\frac{1}{\rho}(\frac{\partial p}{\partial S})_{P.T} \tag{II.17}$$

II.4.Conclusion :

Bien que l'étude des phénomènes de transferts (transferts de quantité de mouvement, transfert de chaleur et transfert de masse) en milieu poreux soit encore en pleine évolution, avec la considération de problèmes de plus en plus complexes ou nouveaux, le chercheur dispose d'un ensemble de connaissances (résultats et modèles) et d'outils expérimentaux et numériques permettant des prédictions satisfaisantes pour un grand nombre de problèmes. Il s'agit principalement des connaissances acquises sur les écoulements et transferts conductifs et convectifs. Aussi bien du point de vue théorique qu'expérimentale, l'exploitation de ces connaissances se heurte cependant encore souvent, non seulement aux difficultés de détermination des propriétés de transfert effectives et des coefficients optiques, mais également aux difficultés associées à la mesure locale d'un grand nombre de variables.

CHAPITRE III
formulation mathématique

III.1.introduction :

Le transport d'un constituant d'une solution fluide d'une région de haute concentration à une région de concentration plus faible est appelé transfert de masse. On peut comprendre son mécanisme en faisant une analogie avec la transmission de chaleur.

La masse est diffusée dans une direction où le gradient de concentration existant va en diminuant et cesse lorsque le gradient de concentration s'annule. Dans ce chapitre, nous présentons brièvement les notions de base du transfert de masse utilisées dans notre étude. Le transfert de masse peut s'effectuer en phase gazeuse ou en phase liquide, soit par diffusion moléculaire dans des fluides au repos (la diffusion solutale), soit par des courants dans des fluides en écoulement (la convection solutale).

Les mouvements de convection de double-diffusion ou convection thermosolutale sont générés par les gradients de densité qui sont dus à la fois au champ de température, et au champ de concentration ce dernier. Peut apparaître dans un fluide ayant deux (ou plusieurs) composants diffusant dans le mélange à différentes vitesses et qui contribuent au gradient vertical de densité. Ce phénomène de convection double diffusive apparaît dans des situations réelles diverses: croissance de cristaux destinés à l'industrie des semi-conducteurs, processus de séchage, processus de fusion-solidification de mélanges binaires, stockage des gaz liquide ou oxydation des surfaces métalliques, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, stockage de certains produits agricoles, extraction de pétrole.... On estime actuellement que ce phénomène des transferts convectifs de masse et de chaleur constitue un domaine très actif et d'importants travaux ont été effectués encore très récemment tant au niveau expérimental que numérique. La diversité des configurations et le nombre important de paramètres qui interviennent dans ce type d'écoulement nous donne un grand choix de domaine d'études.

La plupart des études existantes traitant de la convection d'origine thermique sont basées sur le modèle de Darcy. De plus ces études supposent le caractère isotrope et homogène des matériaux poreux. Dans beaucoup de cas, la loi de Darcy se trouve inadéquate et l'anisotropie géométrique des grains ou des fibres est rencontrée dans de nombreux milieux poreux, comme les formations rocheuses, les sols sédimentaires, les matériaux d'isolation thermique et les structures dendritiques formées lors de la solidification de mélanges à plusieurs composants. La majorité des travaux antérieurs qui se sont intéressés à la description des phénomènes de convection double diffusive traitent de la convection naturelle thermosolutale dans les milieux formés de couches poreuses horizontales ou verticales thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes .Des études thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes

récentes prennent en compte le caractère anisotrope et hétérogène des milieux poreux. L'absence d'études qui traitent de la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte constitué de milieux poreux multi-couches avec différentes perméabilités dans des cavités carrées et inclinées nous a motivés pour rechercher des résultats concernant ce type de cavité. Notre étude porte plus particulièrement sur l'influence, à des nombres de Rayleigh modérés, de certains paramètres géométriques et physiques, du nombre de Lewis sur la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse.

Dans un premier temps nous donnons quelques notions fondamentales sur le transfert de masse et son couplage avec la convection thermique. Nous présentons par la suite notre modèle mathématique. Nous nous intéressons à la convection double diffusive générée dans une cavité carrée inclinée, infiniment longue, constituée d'un milieu poreuses multi-couches (deux couches de milieu poreux), de propriétés physiques différentes. Avec des conditions limites classiques (conditions de Dirichlet en température et concentration sur les parois verticales) en régime stationnaire.

III.2.Le Transfert de masse par diffusion moléculaire :

Le transfert de masse par diffusion moléculaire est analogue à la transmission de chaleur par conduction. Il peut avoir lieu dans un fluide au repos mais également dans un fluide en écoulement. Si l'on considère par exemple une cavité contenant deux gaz A et B à la même température, même pression et séparés initialement par une cloison Figure II.1:

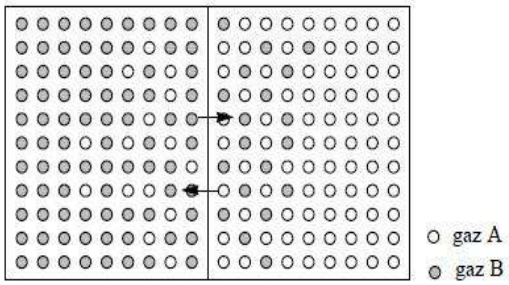


Figure. III.1: transfert de masse par diffusion moléculaire dans un mélange gazeux

Un transfert de masse s'effectue, dés qu'on met ces deux gaz en contact, dans le sens décroissant de la concentration.

En régime permanent, la concentration en chaque point ne varie pas avec le temps, et suivant la loi de Fick :

$$\vec{m}_A = -D_{AB}\overrightarrow{\text{grad}}\, C_A \qquad \textbf{(III.1)}$$

Ou $\vec{m}_A$ est la densité de flux massique en kg/(s m^2).

Cette équation est appelé la loi de Fick et relie la densité du flux massique $\dot{m}_A$ échangé par diffusion solutale au gradient de concentration et à la diffusivité massique D_{AB} du composant A dans B.

Remarquons que la loi de Fick est analogue à celle de Fourrier qui détermine la densité du flux thermique transféré par conduction dans un milieu homogène de conductivité λ .

$$\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{grad}\ \mathrm{T} \qquad \textbf{(III.2)}$$

$\vec{q}$ est la densité du flux thermique exprimée en W/m²

λ : est la conductivité thermique exprimée en W/m.K

T est la température [K]

La diffusion solutale peut être influencée par des paramètres extérieurs, tel que les gradients de température (effets de Soret, effet Dufour), les gradients de pression où les réactions chimiques. Dans notre étude, nous supposerons que ces effets extérieurs sont négligeables et que la diffusion solutale ne dépend que du gradient de concentration.

En diffusion solutale, on travaille généralement sur le concept de concentration d'un élément e dans un mélange. Cette concentration représente la masse de l'élément e dans le mélange de volume $V_d$et elle est exprimée en kg de solvant (l'élément e) par m^3de solution (le mélange).

$$C_e = \frac{m_e}{V_d} = \rho_e \qquad \textbf{(III.3)}$$

. La densité de flux massique locale d'un élément e dans un mélange s'exprime.

$$\overrightarrow{\dot{m}_e} = \rho_e \overrightarrow{V_e} \qquad \textbf{(III.4)}$$

Où $\overrightarrow{V_e}$ représente la vitesse des particules du composant e dans un système de coordonnées fixes.

La vitesse moyenne massique V est alors définie comme le rapport de la somme des flux massiques élémentaires à la densité totale du mélange.

$$\rho.\vec{V} = \overrightarrow{\dot{m}} = \sum \overrightarrow{\dot{m}} = \sum \rho_e \overrightarrow{V_e} \qquad \textbf{(III.5)}$$

$$\vec{V} = \frac{1}{\rho} \sum \rho_e \overrightarrow{V_e} \qquad \textbf{(III.6)}$$

On définit alors le flux massique de l'élément e relativement par rapport à un repère se déplaçant à la vitesse massique moyenne

$$\vec{\dot{M}}_e = \rho_e(\vec{V_e} - \vec{V}) \quad \textbf{(III.7)}$$

Si $\vec{\dot{m}}_e$ est le flux absolu de l'élément e, $\vec{\dot{M}}$ est le flux diffus; il représente le mouvement de l'élément relativement au mouvement moyen du mélange et on peut écrire:

$$\vec{\dot{m}}_e = \vec{\dot{M}}_e + \rho_e \vec{V} \quad \textbf{(III.8)}$$

L'équation (III.8) nous montre qu'il y a deux contributions pour le flux absolu de l'élément e, l'une due à la diffusion (mouvement de l'élément e par rapport au mouvement moyen du mélange) et l'autre due au mouvement moyen du mélange .[17]

III.2.1 Equations de la diffusion massique :

L'équation de conservation de la masse globale du mélange s'écrit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla(\rho_e \vec{V}) = 0 \quad \textbf{(III.9)}$$

soit, encore, en distinguant la contribution de chacun des éléments: L'équation relative à l'ensemble des éléments du mélange s'écrit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\sum \rho_e \overrightarrow{V_e}) = 0 \quad \textbf{(III.10)}$$

L'équation de la conservation de la masse pour chaque élément e du mélange sur un volume de contrôle est:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho_e \overrightarrow{V_e}) = 0 \quad \textbf{(III.11)}$$

En tenant compte de l'équation (**III**.7), l'équation (**III**.11) s'écrira:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla\left(\rho_e \vec{V}\right) = -\nabla \vec{\dot{M}}_e \quad \textbf{(II.12)}$$

En remplaçant le flux massique M_e par son expression donnée par la loi de Fick (II.1) et en introduisant le concept de la concentration défini par l'équation (II.3), on obtient l'équation de la diffusion de chaque constituant e du mélange.

$$\frac{\partial C_e}{\partial t} + \vec{V}.\nabla C_e = D\Delta C_e \quad \textbf{(III.13)}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V}.\nabla C = D\Delta C \quad \textbf{(III.14)}$$

Lorsque l'écoulement du fluide est assez faible pour contribuer au transfert de masse, l'équation (II.15) s'écrit sous la forme réduite suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla C \quad \textbf{(III.15)}$$

De même cette diffusivité est analogue à la conductivité thermique (exprimée en kJ/kg.K), si on compare la loi de Fick (III.1) et la loi de Fourrier (III.2) donnant respectivement la densité du flux solutal et la densité du flux thermique. [17]

III.3. Couplage avec la convection thermique :

Pour expliquer le comportement de deux écoulements dus simultanément à la diffusion thermique et à la diffusion solutale, prenons l'exemple simple d'une plaque plane verticale maintenu à une température T_p et baignant dans un fluide à une température T∞. si Tp> T∞, le fluide près de la paroi s'échauffe ce qui entraîne une diminution de sa densité, et par conséquent un mouvement ascendant s'établit le long de la paroi, du fait de la poussée d'Archimède. C'est le cas de la convection thermique pure. Supposons maintenant que ce même fluide contient un constituant d'une concentration C∞ et que la plaque est soumise à une concentration C_p de ce même constituant, Quatre cas peuvent intervenir suivant la nature Du fluide et des conditions aux limites. En effet le comportement du fluide le long de la paroi est influencé par le signe d'expansion solutal du constituant (soluté) βc et par le taux de concentration de la paroi par rapport à la solution. Selon ces paramètres, les forces de volume thermiques et solutales peuvent coopérer ou s'opposer suivant les configurations suivantes:

- Le cas où le fluide prés de la paroi est moins concentré ($C_p < C_\infty$), sa densité plus faible entraînerai un mouvement ascendant, cet écoulement solutal qui est du à un gradient de concentration coopère avec l'écoulement thermique si β_C >0 et s'oppose si β_C<0.
- Le cas où le fluide prés de la paroi est plus concentré ($C_p > C_\infty$), il devient plus lourd et descend le long de la plaque, cet écoulement se trouve confronté à l'écoulement thermiquesi βc >0 mais s'entraident si βc <0.

Les quatre configurations sont représentées sur la figure III.2.

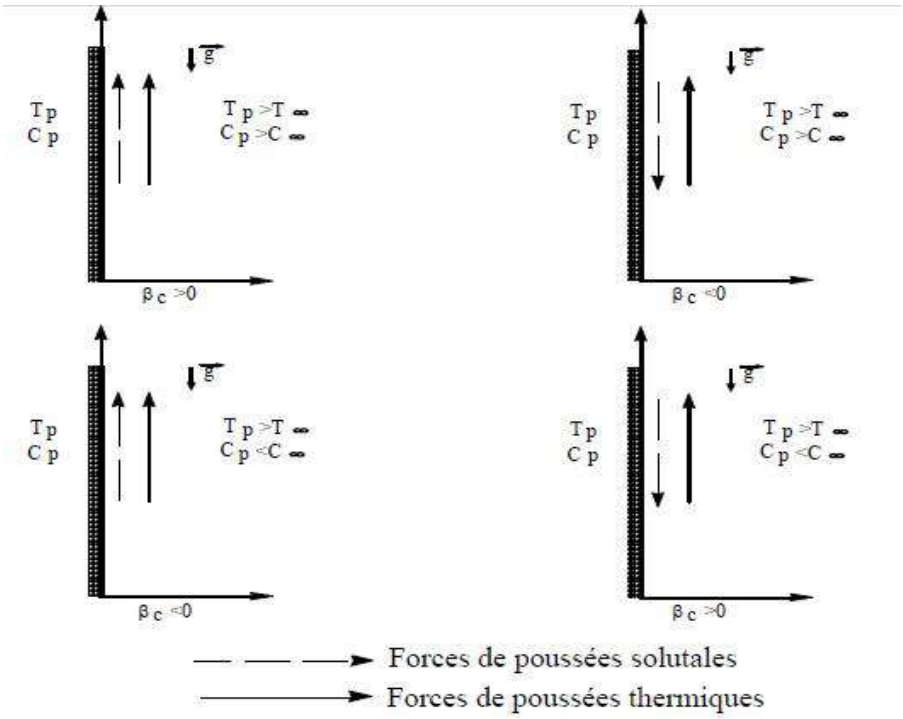


Figure. III.2: Couplage thermosolutale le long d'une plaque verticale

Bejan [18] présente des résultats concernant ce même type d'écoulement naturel d'un fluide le long d'une plaque verticale soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration.

Nous considérons dans notre étude que les transferts de chaleur et de masse ne sont couplés que par la vitesse de l'écoulement et n'interagissent pas entre eux directement. Dans le cas contraire nous serons en présence de l'effet Soret et Dufour. Ce phénomène apparaît lorsque les gradients de température et de concentration sont élevés.

Dans ce chapitre nous décrivons et nous formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

Le travail qui fait l'objet de cette étude concerne justement la convection double diffusive générée dans une cavité carrée remplie par deux couches de milieux poreux disposées soit horizontalement. Par une modélisation numérique, les résultats des calculs sont présentés et commentés en termes de lignes de courant, des isothermes, des isoconcentrations et des transferts thermiques et massiques moyens. [17]

III.4.Modèle Physique :

Le modèle physique étudié est présenté dans la figure 1. C'est cavité carrée remplit par deux couches de milieux poreux disposés horizontalement.

Quelques hypothèses sont considérées pour les deux cas de modèles physiques:

- Ecoulement laminaire 2D et stationnaire.
- Chaque couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide.
- Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes Hypothèse de Boussines admise.
- Un équilibre thermodynamique local a lieu entre le fluide et le milieu poreux.
- Le modèle de Darcy- Brinkman est adopté. Les parois inférieure et supérieure de la cavité sont adiabatiques et imperméables alors que les faces latérales sont maintenues à des conditions de température et de concentration constantes.

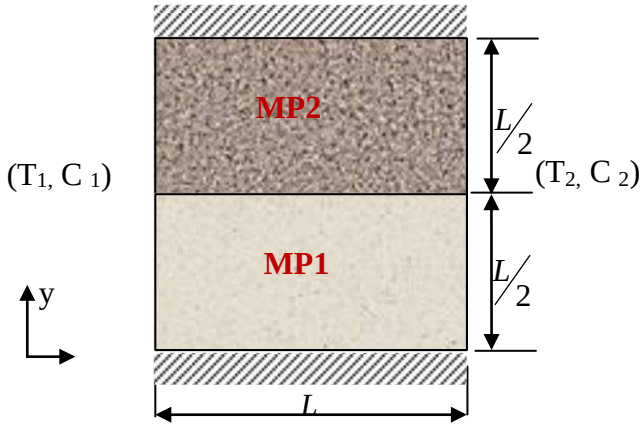


Figure. III.3.modèle physique et système de coordonnée

A cet effet, une convection double diffusive prend naissance dans la cavité partiellement poreuse. Les équations gouvernantes formulées dans les sections qui suivent sont écrites en tenant compte des hypothèses précédentes.[17]

III.5.Equations gouvernantes :

III.5.1.Equation de continuité :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} = 0 \qquad \textbf{(III.20)}$$

III.5.2.Equation de conservation de la quantité de mouvement :

- **Suivant x**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial u_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial x}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}u_i+\varepsilon^2\mu_{eff\,i}\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}+v_i\frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2}\right)\varepsilon^2(\beta_T(T-T_{ref})+\beta_C(C-C_{ref}))\rho_f.g \quad \textbf{(III.21)}$$

- **Suivant y**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial v_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial v_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial y}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}v_i+\varepsilon^2\mu_{eff\,i}\left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2}+v_i\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)\varepsilon^2(\beta_T(T-T_{ref})+\beta_C(C-C_{ref}))\rho_f.g \quad \textbf{(III.22)}$$

III.5.3.Equation de l'énergie :

$$(\rho.cp)_f\left[u_i\frac{\partial T_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial T_i}{\partial y}\right]=k_{eff}\left[u_i\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}+v_i\frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2}\right] \quad \textbf{(III.23)}$$

III.5.4.Equation de concentration :

$$\left[u_i\frac{\partial C_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial C_i}{\partial y}\right]=D_{eff}\left[\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2}\right] \quad \textbf{(III.24)}$$

L'indice i désigne la couche poreuse, i =1correspond à la couche 1 et i =2 à la couche fluide 2. Dans le cas du modèle physique avec les couches poreuses horizontales, on pose: $a=0^\circ$. On désignera le modèle physique de la figure 1a par modèle horizontal.[17]

III 6.Conditions aux limites :

Pour la résolution du problème physique, nous avons besoin d'associer aux équations mathématiques régissant le phénomène de convection naturelle, un nombre adéquat de conditions aux limites.

Les conditions aux limites se traduisent sous forme mathématique comme suit:

III.7. Adimensionnement des équations :

En général, l'adimensionnement est une méthode qui peut permettre de réduire le nombre de paramètres influençant les phénomènes physiques et de généraliser les résultats à obtenir.

Afin de ne pas alourdir les équations gouvernantes par l'indice *i* on a omis l'indice (*i*). Ainsi en introduisant les grandeurs adimensionnelles suivantes:

L : Longueur de la cavité.

$\Delta T = T_1 - T_2$: Ecart de température de référence entre les parois. ΔC

$\Delta C = C_1 - C_2$: Ecart de Concentration de référence entre les parois.

a : Diffusivité thermique.

$$x^* = \frac{x}{L} \quad , \quad y^* = \frac{y}{L} \quad , U^* = \frac{uL}{a} \quad , \quad V^* = \frac{vL}{a} \quad , \quad \theta = \frac{T - T_{ref}}{T_1 - T_2} \quad , \quad S = \frac{C - C_{ref}}{C_1 - C_2} \quad ;$$

$$P^* = p \frac{L^2}{\left(\frac{\rho_f . a^2}{\varepsilon^2}\right)} \qquad \text{Avec : } T_{ref} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad , \quad C_{ref} = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Afin de ne pas trop encombrer l'écriture des équations les exposants (*) relatifs aux variables adimensionnelles seront omis par la suite.

En procédant à une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, celles-ci s'écrivent sous la forme suivante:

L'ensemble des équations gouvernant la conservation de la masse, la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'espèce chimique s'écrivent pour chacune des couches, sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} = 0 \qquad \textbf{(a)}$$

$$\frac{1}{{\varepsilon_i}^2}\left[U_i \frac{\partial U_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial U_i}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P_i}{\partial X} - \frac{P_r}{Da_i} . U_i + R_V P_r . \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(b)}$$

$$\frac{1}{{\varepsilon_i}^2}\left[U_i \frac{\partial V_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P_i}{\partial Y} - \frac{P_r}{Da_i} . U_i + R_V P_r . \left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right) + R_a P_r [\theta_i + N S_i] \qquad \textbf{(c)}$$

$$U_i \frac{\partial \theta_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial \theta_i}{\partial Y} = Rc \left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(d)}$$

$$U_i \frac{\partial S_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial S_i}{\partial Y} = \frac{1}{Le} . \left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(e)}$$

L'indice i désigne les couches, il prend les valeurs 1 ou 2. Les paramètres apparaissant dans ces équations sont définis dans la nomenclature.

Les conditions aux limites se traduisent mathématiquementsous forme adimensionnelle par :

Pour Y=0	0≤X≤1	$U_i = V_i = 0$	$\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\Big\vert = 0$	$\frac{\partial S_i}{\partial Y}\Big\vert = 0$	**(f)**
Pour Y=1	0≤X≤1	$U_i = V_i = 0$	$\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\Big\vert = 0$	$\frac{\partial S_i}{\partial Y}\Big\vert = 0$	**(g)**
Pour x=0	0≤Y≤1	$U_i = V_i = 0$	$\theta_i = -0.5$	$S_i = -0.5$	**(h)**
Pour x=1	0≤Y≤1	$U_i = V_i = 0$	$\theta_i = 0.5$	$S_i = 0.5$	**(i)**

A côté des conditions aux limites, on associe aussi les conditions de continuité aux interfaces.

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernante a donnée naissance à un groupement adimensionnel tel que le nombre de Darcy (Da_i) de chaque couche poreuse, le nombre de Rayleigh (Ra) ainsi que le nombre de Prandtl (Pr). Les autres paramètres sont définis dans la nomenclature.

Bien que dans les équations gouvernantes adimensionnées, c'est le nombre de Rayleigh fluide qui est défini, dans la suite on utilisera le nombre de Rayleigh modifié Ra_m (basé sur le nombre Rayleigh fluide Ra et le nombre de Darcy de la première couche poreuse $Ra_m = Ra\ Da_1$). [17]

III.8.Conclusion :

Une fois les équations régissant le problème physique posé, avec les conditions aux limites associées, sont mises sous leurs formes adimensionnelles, et étant donné leur présentation sous forme d'équations aux dérivées partielles qui ne peuvent prétendre à une résolution analytique directe, nous avons donc opté pour une résolution numérique. Celle-ci permettra de transformer les équations aux dérivées en équations algébriques. Ceci fera l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE IV
Modélisation numérique

IV.1.introduction :

La procédure numérique retenue pour la résolution du système d'équations couplées précédentes ((III.1)-(III.10)) gouvernant la convection thermosolutale dans la cavité poreuse est la méthode des volumes finis, Patankar .Elle utilise une formulation des équations en variables primitives (vitesse–pression).

IV.2. Principe de la méthode des volumes finis :

IV.2.1. Equation différentielle gouvernante :

Les phénomènes physiques impliquant l'écoulement d'un fluide, le transfert de chaleur et le transfert de masse, sont gouvernés par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie et des espèces chimiques,... etc. Ces principes sont exprimés par des équations différentielles. Si on note par ϕ la variable dépendante, les équations de conservation en régime stationnaire possèdent une forme commune, qui est donnée par:

$$\nabla.(\rho\vec{V}\phi) = \nabla.(\Gamma\vec{\nabla}\phi) + S \qquad \text{(IV.1)}$$

Avec :

$\nabla.(\rho\vec{V}\phi)$: terme de convectif .

$\nabla.(\Gamma\vec{\nabla}\phi)$: terme de diffusion.

S : terme de source

Γ : terme de diffusion

ϕ : est la variable dépendante généralisée (vitesse, température, Concentration).

IV.2.2. Equation de continuité :

La difficulté majeure dans le calcul du champ de vitesse, réside dans le champ de pression, qui est inconnu. Cependant, ce champ de pression est implicitement spécifié dans l'équation de continuité. Quand ce champ de pression est substitué dans les équations du mouvement, le champ de vitesse résultant satisfait l'équation de continuité. Le couplage entre le champ de

pression et le champ de vitesse est utilisé dans l'élaboration d'une procédure de calcul pour le champ dynamique.[17]

IV.2.3. Maillage et volume de contrôle :

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes de contrôle. Il existe plusieurs types de maillage, on peut citer le maillage uniforme, le maillage non uniforme et aussi le maillage à zones, et c'est pour le maillage à non uniforme que nous avons opté dans notre travail. La figure III.1 indique la subdivision d'un domaine en volumes de contrôle.

La variable dépendante considérée est calculée aux nœuds. Les équations algébriques définies en ces nœuds, sont obtenues par intégration des équations de conservation à travers les volumes de contrôle, pour chaque nœud. [17]

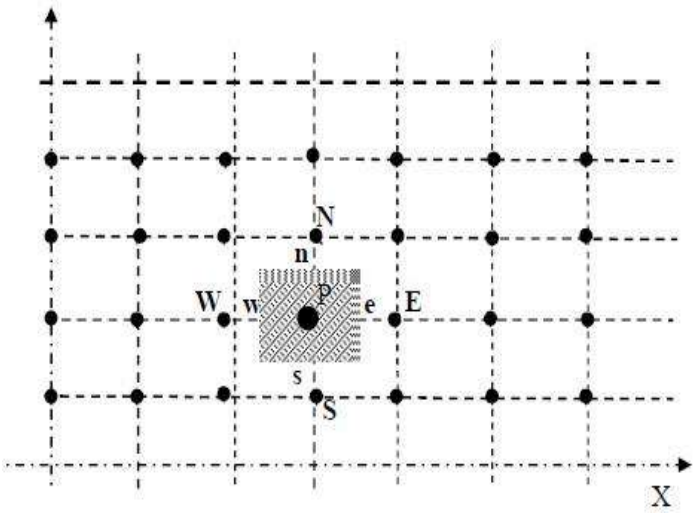


Figure IV.1. Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle

IV.3 .Discrétisation des équations de conservation :

Pour une situation bidimensionnelle, en régime permanent, l'équation différentielle (IV.1) peut s'écrire, en considérant une direction (i), sous la forme suivante :

$$\rho u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \phi_i}) + S \qquad \textbf{(IV.2)}$$

En combinant les flux convectifs et diffusifs (**IV**.1),le flux total (convection- diffusion) j_i s'écrit

$$\frac{\partial j_i}{\partial x_i} = S \qquad \textbf{(IV.3)}$$

Avec :

$$j_i = \rho . u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \qquad \textbf{(IV.4)}$$

Les différents termes des équations de conservation obtenues dans notre cas sont rapportés dans le tableau IV -1.

Equation	ϕ	Γ	S
continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$R_v \Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\Pr}{Da} U + Ra \Pr[\theta + NS]$
Mouvement/Y	V	$R_v \Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\Pr}{Da} V + Ra \Pr[\theta + NS]$
Energie	θ	R_c	0
Concentration	S	$1/Le$	0

Tableau IV.1 : Définition des différents termes des équations de conservation

En intégrant l'équation (IV.3) à travers le volume de contrôle représenté dans la figure(IV.2), on obtient:

$$j_w A_w - j_e A_e + j_s A_s - j_n A_n = \overline{S} \Delta V = \overline{S} \Delta X \Delta Y \qquad (\text{IV.5})$$

Dans l'équation (IV.5), les quantités $j_{e,w,n,s}$ représentent les flux totaux sur les faces des volumes de contrôle, S est le terme source, et ΔV le volume. Les $A_{e,w,n,s}$ sont les aires de chaque face du volume de contrôle. [17]

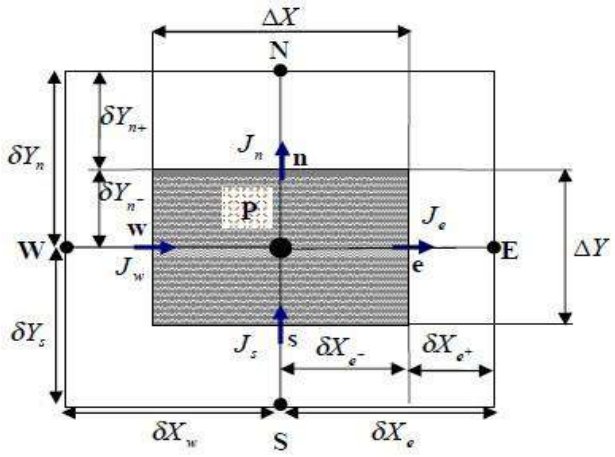


Figure IV.2. Volume de contrôle représentatif

Avec :

$$j_e = \int_n^s (j_x)_e dY = [U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}]_e \Delta Y \qquad \text{(IV.6)}$$

$$j_w = \int_n^s (j_x)_w dY = [U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}]_w \Delta Y \qquad \text{(IV.7)}$$

$$j_n = \int_w^e (j_y)_n dY = [V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y}]_n \Delta X \qquad \text{(IV.8)}$$

$$j_s = \int_w^e (j_y) dX = [V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y}]_s \Delta S \qquad \text{(IV.9)}$$

IV.3.1. Flux de diffusion –convection :

Considérons la région entre les points P et E de la figure IV.2. Si un problème unidimensionnel de convection - diffusion est résolu entre les points P et E , un profil exponentiel de ϕ est obtenu comme solution exacte. La solution exponentielle conduit à:

$$j_e = F_e(\phi_p + \frac{(\phi_p - \phi_E)}{\exp(P_e) - 1}) \qquad \text{(IV.10)}$$

Où le nombre de Peclet, P_e est donné par:

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \qquad \text{(IV.11)}$$

$F_e = \rho U_e A_e$ est le débit d'écoulement, et D_e la conductance de diffusion. Le coefficient de diffusion Γ_e est évalué par une moyenne harmonique [34] à travers le volume de contrôle. L'expression de D_e est alors:

$$D_e = A_e\left(\frac{(\delta X_{e^-})}{\Gamma_p} + \frac{(\delta X_{e^+})}{\Gamma_E}\right)^{-1} \tag{IV.12}$$

IV.3.2. Simplification de l'expression du flux :

L'équation (IV.12) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$j_e = F_e\phi_p + \left\{D_e A\left(\left|P_e\right|\right) + \left[-F_{e'}, 0\right]\right\}\left(\phi_p - \phi_E\right) \tag{IV.13}$$

Avec :

$$A\left(\left|P_e\right|\right) = \frac{\left|P_e\right|}{\left(\exp\left(\left|P_e\right|\right) - 1\right)} \tag{IV.14}$$

Le calcul des exponentielles est assez long, de plus il n'est pas exact pour les situations bidimensionnelles et tridimensionnelles avec terme source. Pour ces raisons, des approximations pour l'expression du flux ont été utilisées . [17]

IV.3.3. Linéarisation du terme source :

Souvent le terme source S dépend de la variable ϕ . Il est exprimé comme une fonction linéaire de $P\phi$. La méthode de la tangente est recommandée dans la linéarisation du terme source, elle consiste à écrire:

$$\overline{S} = \dot{S} + \left[\frac{dS}{d\phi}\right]^{\bullet}\left(\phi_p - \phi_p^{\bullet}\right) \tag{IV.15}$$

La formule de linéarisation peut s'écrire alors:

$$\overline{S} = Sc + S_p\phi_p \tag{IV.16}$$

S_p est le coefficient de ϕ_p .Sc est la partie de S qui ne dépend pas explicitement de ϕ_p . Le symbole (*) est utilisé pour noter la valeur de ϕ_p à une itération donnée. Il est souhaitable lors de la linéarisation que S_p soit négatif, car un S_p positif peut causer une divergence. Les

valeurs des termes sources linéarisés (S_c et S_p) pour les différentes équations sont résumées dans le tableau IV.2 :

Equation	ϕ	Sc	Sp
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$-\frac{\partial P}{\partial X} + Ra\,\Pr[\theta + NS]\sin\alpha$	$-\frac{\Pr}{Da_i}$
Mouvement/Y	V	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra\,\Pr[\theta + NS]\cos\alpha$	$-\frac{\Pr}{Da_i}$
Energie	θ	0	0
Concentration	S	0	0

Tableau IV.2. Expressions des termes sources linéarisés (Sc et Sp) pour les différentes équations

IV.4. Equation finale de discrétisation :

L'intégration de l'équation de continuité donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \qquad \textbf{(IV.17)}$$

Ou F_e, F_w, F_n, F_s sont les débits volumiques à travers les faces du volume de contrôle.
Multiplions l'équation (IV -17) par ϕ_p elle devient :

$$F_e\phi_p - F_w\phi_p + F_n\phi_p - F_s\phi_p = 0 \qquad \textbf{(IV.18)}$$

D'autre part, la linéarisation du terme source donne :

$$\overline{S} = Sc + S_p\phi_p \qquad \textbf{(IV.19)}$$

La combinaison entre les équations (IV -5) et (IV -18) donne :

$$\left(j_e - F_e\phi_p\right) - \left(j_w - F_w\phi_p\right) + \left(j_n - F_n\phi_p\right) - \left(j_s - F_s\phi_p\right) = \left(Sc + S_p\phi_p\right)\Delta X\Delta Y \qquad \textbf{(IV.20)}$$

Sachant que :

$$j_e - F_e\phi_e = \left\{D_e A\left(\left|P_e\right|\right) + \left[-F_e, 0\right]\right\}\left(\phi_p - \phi_E\right) \qquad \textbf{(IV.20a)}$$

$$j_w - F_w\phi_p = \left\{D_w A\left(\left|P_e\right|\right) + \left[F_w, 0\right]\right\}\left(\phi_w - \phi_p\right) \qquad \textbf{(IV.20b)}$$

$$j_n - F_n\phi_p = \left\{D_n A\left(\left|p_n\right|\right) + \left[-F_n, 0\right]\right\}\left(\phi_p - \phi_N\right) \qquad \textbf{(IV.20c)}$$

$$j_s - F_s\phi_p = \left\{D_s A\left(\left|p_s\right|\right) + \left[F_s, 0\right]\right\}\left(\phi_s - \phi_p\right) \qquad \textbf{(IV.20d)}$$

On obtient l'équation discrétisée :

$$a_p\phi_p = a_w\phi_w + a_E\phi_E + a_s\phi_s + a_N\phi_N + b \qquad \textbf{(IV.21)}$$

Avec :

$$a_E = D_e A(|p_e|) + [-F_e, 0] \quad \textbf{(IV.21a)}$$

$$a_w = D_w A(|p_w|) + [+F_w, 0] \quad \textbf{(IV.21b)}$$

$$a_s = D_s A(|p_s|) + [-F_s, 0] \quad \textbf{(IV.21c)}$$

$$a_N = D_n A(|p|_n) + [+F_n, 0] \quad \textbf{(IV.21d)}$$

$$b = Sc\Delta X\Delta Y \quad \textbf{(IV21.e)}$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s - S_p\Delta X\Delta Y \quad \textbf{(IV.21f)}$$

Le symbole [a,b] représente le maximum entre a et b et $A(|p_i|)$la fonction d'interpolation qui diffère d'un schéma à un autre.

Avec :

$$\left.\begin{array}{lll} D_e = \dfrac{\Gamma_e}{\delta X_e}\Delta Y & , F_e = U_e\Delta Y & , P_e = \dfrac{F_e}{D_e} \\ D_w = \dfrac{\Gamma_w}{\delta X_w}\Delta Y & , F_w = U_w\Delta Y & , P_e = \dfrac{F_e}{D_e} \\ D_n = \dfrac{\Gamma_n}{\delta Y_n}\Delta X & , F_n = U_W\Delta X & , P_n = \dfrac{F_n}{D_n} \\ D_s = \dfrac{\Gamma_s}{\delta Y_s}\Delta X & , F_s = U_s\Delta X & , P_s = \dfrac{F_s}{D_s} \end{array}\right\} \quad \textbf{(IV.22)}$$

D_i, F_i, P_i représentent respectivement la diffusion, le débit volumique et le rapport du transfert par convection au transfert par diffusion.

L'équation **(IV.21**) peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_p\phi_p = \sum a_{nb}\phi_{np} + b \quad \textbf{(IV.23)}$$

L'indice nb note les nœuds voisins de P, et la sommation est faite à travers tous les nœuds voisins (e,w,n,s).

IV.4.1.Méthode de résolution des équations algébriques:

La méthode de résolution adoptée dans la présente étude est la technique ligne par ligne, qui combine entre une méthode directe (algorithme de Thomas) et une méthode itérative (Gauss Seidel) . Elle est utilisée pour la résolution des équations algébriques. Elle consiste à appliquer l'algorithme de Thomas pour trouver les valeurs de ϕ pour une direction et une position donnée. Les valeurs de ϕ des nœuds des positions avoisinantes sont estimées; lorsque toutes les positions seront considérées, une itération est accomplie par la technique ligne par ligne. Le processus peut être répété en choisissant les positions dans l'autre direction. [17]

IV.4.2. Considérations pour le champ dynamique :

L'analyse des équations gouvernantes pour les composantes de vitesse u_i révèle que ces dernières ne peuvent être obtenues directement par la résolution des équations du mouvement. En effet, ces équations contiennent le gradient de pression $-\frac{\partial P}{\partial x_i}$ qui est un terme– source important, lequel n'est pas exprimé en terme de i u ou d'autres variables. Cependant, la pression est indirectement spécifiée à travers l'équation de continuité. Une autre difficulté surgit aussi pour les équations du mouvement et de continuité. Si les vitesses et les pressions sont calculées aux mêmes nœuds, plusieurs champs physiques irréels peuvent être considérés comme solutions. L'un des remèdes pour cet inconvénient est le maillage décalé proposé par Patankar . [17]

IV.4.3.Notion de maillage décalé :

La figure IV.3 montre une partie d'un maillage adapté au cas bidimensionnel. Dans le maillage décalé, les composantes de vitesse sont portées sur les faces des volumes de contrôle. Toutes les autres variables ϕ , y compris la pression, sont calculées aux nœuds principaux. [17]

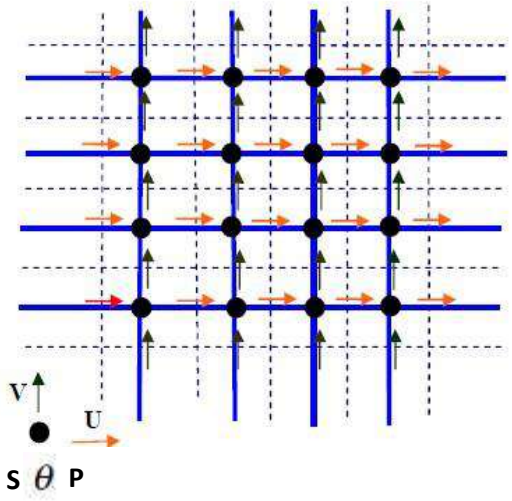


Figure IV.3. Représentation d'un maillage décalé

IV.5. Discrétisation des équations dynamiques :

IV.5.1. Equations du mouvement :

Les volumes de contrôle correspondant à U et V sont mentionnés dans la figure IV.4.

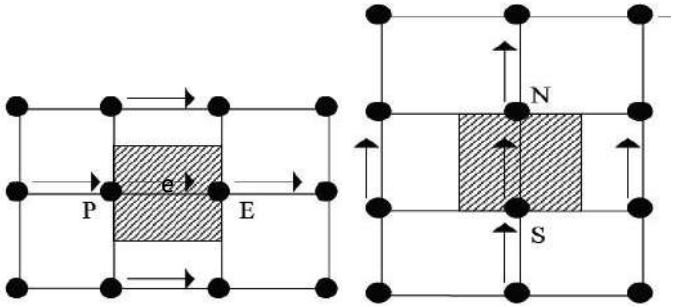


Figure IV.4 .Volume de contrôle pour U et V

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement suivant les directions X et Y donne :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} + b + (P_p - P_E) A_e$$

(IV.24)

$$a_n V_n = \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_p - P_N) A_n$$

A_e , A_n représentent les surfaces sur les quelles agissant les forces de pression.

$(P_p - P_E)A_e, (P_p - P_N)A_n$: Sont les forces de pression agissant sur les deux faces du volume de contrôle. La résolution nécessite la connaissance de la pression. Le champ de vitesse obtenu ne satisfera l'équation de continuité que si la pression est correcte. Au choix initial P * correspond la solution U *,V *

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + \left(P_p^* - P_E^*\right)A_e$$

$$a_n V_n^* = \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + \left(P_p^* - P_N^*\right)A_n \quad \textbf{(IV.25)}$$

IV.5.2.Correction des vitesses de la pression :

L'objectif est de corriger la pression estimée P* telle que la vitesse obtenue U*,V* s'approchera progressivement de la valeur qui satisfera l'équation de continuité. Soit P la pression exacte :

$$\begin{aligned} P &= P^* + P' \\ U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned} \quad \textbf{(IV.26)}$$

P' : correction de pression et U', V' : correction des vitesse .

Nous avons :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_p - P_E)A_e \quad \textbf{(IV.27)}$$

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_p^* - P_E')A_e \quad \textbf{(IV.28)}$$

Faisons la soustraction entre ces deux équation :

$$a_e U' = \sum a_{nb} U' + (P_p' - P_E')A_e \quad \textbf{(IV.29)}$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduites par Patanker est de supposer que le terme $\sum a_{nb} U_{nb}'$ est négligeable.

$$a_e U_e' = (P_p' - P_E')A_e \quad \textbf{(IV.30)}$$

Ou : encore $$U_e' = (P_e' - P_E')d_e \quad \textbf{(IV.31)}$$

L'équation (IV -26) représente la formule de correction de vitesse, avec $d_e = \frac{A_e}{a_e}$

Donc : $$U'_e = U^*_e + (P'_p - P'_E)d_e \quad \textbf{(IV.32)}$$

De la mème manière $$V_n = V^*_n + (P'_p - P'_E)d_e \quad \textbf{(IV.33)}$$

Avec : $d_n = \frac{A_n}{a_n}$

IV.5.3.Equation de correction de pression :

Le problème maintenant est comment trouver la correction de pression P' ?

L'équation de continuité est donnée par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \textbf{(IV.34)}$$

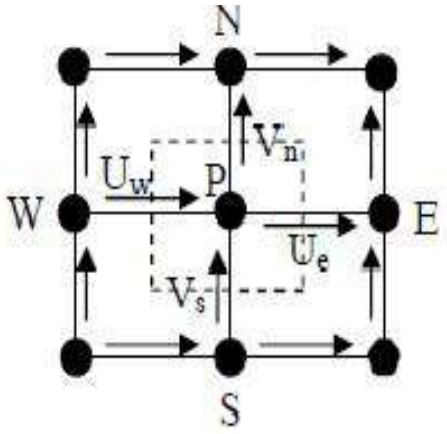


Figure IV.5. Volume de contrôle lié à P

Intégration sur un volume de contrôle autour de P donne :

$$(U_e - U_W)\Delta Y + (V_n - V_s)\Delta X = 0 \quad \textbf{(IV.35)}$$

Substitution des vitesses par $U = U^* + U'$, $V = V^* + V'$

D'où :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_w P'_w + a_N P'_N + a_s P'_s + b \quad \textbf{(IV.36)}$$

$$a_E = d_e \Delta Y \quad \textbf{(IV.36a)}$$

$$a_w = d_w \Delta Y \quad \textbf{(IV.36b)}$$

$$a_N = d_N \Delta X \quad \textbf{(IV.36c)}$$

$$a_s = d_s \Delta X \quad \textbf{(IV.36d)}$$

$$b = (U_w^* - U_e^*)\Delta Y + (V_s^* - V_n^*)\Delta X \quad \textbf{(IV.36e)}$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s \quad \textbf{(IV.36f)}$$

Le terme b devrait tendre vers zéro à la convergence .

IV.6.Algorithme SIMPLER :

(SIMPLER: Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation Revised), l'algorithme est développé pour permettre d'améliorer la vitesse de convergence. [17]

- **Equation de pression**

  Equation du mouvement :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_p - P_E) A_e \quad \textbf{(IV.37)}$$

Ou

$$U_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right) + (P_p - P_E) d_E \quad \textbf{(IV.38)}$$

On définit $\hat{U}_e$ pseudo vitesse comme :

$$\hat{U}_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right)_e \quad \textbf{(IV.39)}$$

Donc $$U_e = \hat{U}_e + (P_p - P_E) d_e \quad \textbf{(IV.40)}$$

D'une maniére similaire :

$$V_e = \hat{V}_e + (P_p - P_N) d_n \quad \textbf{(IV.41)}$$

- **L'équation de continuité :**

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle donne lieu à :

$$(U_e - U_w)\Delta Y + (V_n - V_s)\Delta X = 0 \qquad \textbf{(IV.42)}$$

Substitution $U_i et V_i$ par $\hat{U}_i + (P_p - P_E)d_i et \hat{V}_i + (P_p - P_N)d_i$ tel que i représente e , w, n, et s . D'où l'équation de pression

$$a_p p_p = a_w p_w + a_E p_E + a_s p_s + a_N p_N + b \qquad \textbf{(IV.43)}$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta Y \qquad \textbf{(IV.43a)}$$

$$a_w = d_w \Delta Y \qquad \textbf{(IV.43b)}$$

$$a_N = d_n \Delta X \qquad \textbf{(IV.43c)}$$

$$a_s = d_s \Delta X \qquad \textbf{(IV.43d)}$$

$$b = (\hat{U}_w - \hat{U}_e)\Delta Y + (\hat{V}_s - \hat{V}_n)\Delta X \qquad \textbf{(IV.43e)}$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s \qquad \textbf{(IV.43f)}$$

Remarque :

Aucun terme n'a été négligé pour aboutir à l'équation de pression. Dans le cas de la convection naturelle, le champ dynamique est couplé avec le champ thermique.Les différentes étapes de l'algorithme Simpler, dans ce cas, sont les suivants :

1- Choix initial des vitesses U* , V* et de température θ^* de soluté S* .
2- Calculer les coefficients des équations du mouvement et obtenir les pseudos vitesses.

$$\hat{U}_e = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e}$$

3- Calculer les coefficients dans les équations de pression et résoudre celles-ci pour obtenir

4- Utiliser cette pression comme choix initial P* et résoudre les équations du mouvement pour obtenir U* , V* .
5- Calculer le terme b et résoudre l'équation de correction de pression pour obtenir P'.
6- Corriger les vitesses $U_i + U_i^* + \left(P_p' - P_i'\right)$mais pas la pression.
7- Résoudre les équations d'énergie et solutale pour obtenir θ et S.
8- Prendre ces valeurs comme nouveau choix initial et retourner à l'étape 2.
9- Répéter le processus jusqu'à convergence.

IV.7.Technique de sous-relaxation :

Les coefficients de sous relaxation sont utilisés dans les équations algébriques pour éviter la divergence du système fortement non linéaire. Elle consiste à diminuer la variation de la grandeur physique ϕ d'une itération à une autre par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation α_ϕ . Toutes les équations de conservation sont écrites après discrétisation sous la forme générale suivante :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \qquad \textbf{(IV.44)}$$

Si nous notons ϕ_p^* la valeur de ϕ_p à l'itération précédente, il est possible d'écrire :

$$\phi_p = \phi_p^* + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} \right] - \phi_p^* \qquad \textbf{(IV.45)}$$

Le terme entre parenthèses de cette équation représente le changement survenu à ϕ_p pendant une itération. Cette variation peut être alors amortie par l'introduction d'un facteur de sous relaxation α_ϕ de la manière suivante :

$$\phi_p = \phi_p^* + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} \right] - \phi_p^* \qquad \textbf{(IV.46)}$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus ils sont faibles, plus la sous relaxation est forte et la convergence lente. Mais plus ils sont élevés, plus la sous relaxation est faible avec des risques d'instabilités et divergence du processus itératif. Il n'existe pas de règles pour choisir les coefficients de sous relaxation, cela peut dépendre de la

nature du problème, du nombre et de la taille des volumes de contrôle ainsi que de la procédure itérative choisie. Il faut cependant savoir que le choix de ces facteurs est essentiel pour aboutir à la convergence du processus itératif. [17]

IV.8. Critère de convergence :

On dit qu'un processus itératif atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif sur les variables dépendantes ϕ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé critère de convergence qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul. Un critère de convergence est imposé en terme d'erreur relative pour les variables U, V, P, θ et S . Et qui décrit pour chaque variable :

$\max\left|\frac{\phi-\phi^*}{\phi^*}\right| \le 10^{-4}$, ainsi que pour le terme b de l'équation de correction pression, avec $|b| \le 10^{-5}$.

IV.9.Schémas d'interpolation :

Dans les coefficients de l'équation algébrique (**IV**.15), nous avons rencontré le terme $A(|P_i|)$ qui représente la fonction d'interpolation utilisée pour l'évaluation de la variable dépendante ϕ à une interface du volume de contrôle.

$A(|P|)$Prendra une fonction selon le schéma choisi et qui est récapitulée dans le tableau **IV**.3.

Schém	$A\|p\|$
Centré	$1-0.5\|P\|$
Upwind	1
Hybride	$\left[0,(1-0.5\|P\|)\right]$
Power-law	$\left[0,(1-0.5\|P\|)^5\right]$
exponentiel	$\frac{P}{\exp\|P\|-1}$

Tableau IV.3. Les expressions de A /P /selon le schéma d'interpolation

Limitations :

- **Le schéma centré** : il est limité aux problèmes à faible nombre de Peclet, $|P| \leq 2$
- **Le schéma Upwind** :

  - non approprié pour les faibles nombres de /P/

  - Pour les grandes valeurs de /P/ , la diffusion est surestimée (normalement $\frac{d\phi}{dX} \to 0$)

- **Schéma hybride :** Le schéma hybride est une combinaison de deux schémas précédents, il se réduit à l'approximation centrée lorsque $|p|$<2, et devient identique au schéma Upwind lorsque $|P|$> 2. L'erreur maximale est pour $|P| \approx 2$
- Schéma Power-Law : Ce schéma est recommandé pour les problèmes de convectiondiffusion, il s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte. Dans notre cas, nous avons utilisé le schéma Power-Law. [17]

IV.10. Application de la méthode des volumes finis à notre problème :

On rappelle les équations qui régissent le mouvement:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad \textbf{(IV.47)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i \frac{\partial U_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial U_i}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P_i}{\partial X} - \frac{\Pr}{Da_i}.U_i + Rv\,\Pr.\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right) + Ra\,\Pr[\theta_i + NS_i]a \qquad \textbf{(IV.48)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i \frac{\partial V_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P_i}{\partial Y} - \frac{\Pr}{Da_i}.U_i + Rv\,\Pr.\left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial Y^2}\right) + Ra\,\Pr[\theta_i + NS_i] \qquad \textbf{(IV.49)}$$

$$U_i \frac{\partial \theta_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial \theta_i}{\partial Y} = Rc.\left(\frac{\partial^2 \theta_I}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(IV.50)}$$

$$U_i \frac{\partial S_i}{\partial X} + V \frac{\partial S_i}{\partial Y} = \frac{1}{Le}.\left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(IV.51)}$$

IV.10.1 Discrétisation des équations du mouvement :

IV.10.1.1. Equation du mouvement en X :

Comme on l'a déjà signalé, l'équation du mouvement dans la direction X sera intégrée dans le volume de contrôle décalé vers la droite, figure **IV**.6. D'après cette figure, on peut noter que les nœuds w', P' et e' correspondent respectivement aux nœuds P, e et E. L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction X à travers le volume de contrôle de la figure **IV**.6 et après arrangement donne:

$$a_{p'}U_{p'} = a_{E'}U_{E'} + a_{w'}U_{w'} + a_{N'}U_{N'} + a_{s'}U_{s'} + \left(P_p - P_E\right)\Delta Y' + b' \qquad \textbf{(IV.52)}$$

Les coefficients a_i sont définis par les équations (**IV**.21), alors que les expressions des conductances diffusives et les débits volumiques sont donnés par:

$$\begin{aligned}
D_{e'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{e'} \Delta Y' & F_{e'} &= U_{e'}\Delta Y' \\
D_{w'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{w'} \Delta Y' & F_{w'} &= U_{e'}\Delta Y' \\
D'_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{n'} \Delta X' & F_{n'} &= V'_n\Delta X' \\
D'_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{s'} \Delta X' & F_S &+ V_{s'}\Delta X'
\end{aligned} \qquad \textbf{(IV.53)}$$

Avec $\Gamma = R_v \,\mathrm{Pr}$, $b' = Sc\Delta X'\Delta Y'$ et les valeurs de Sc et Sp sont données dans le tableau (**IV.2)**

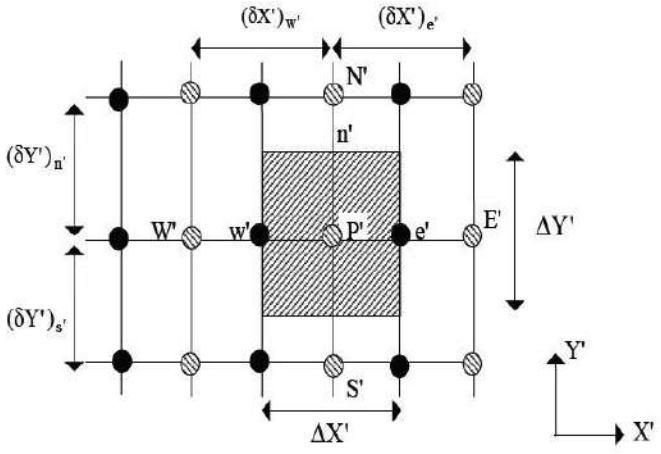


Figure IV.6. Schéma du volume de contrôle pour U

III.10.1.2. Equation du mouvement en Y :

L'intégration de est faite dans le volume de l'équation du mouvement dans la direction Y contrôle décalé vers le haut, figure IV.7, et les nouveaux nœuds seront désignés par P", E", W" et N" et les interfaces par e", w", n" et s". D'après cette figure, on peut noter que les nœuds s", P", et n" correspondent respectivement aux nœuds P, n et N. En utilisant les mêmes démarches d'intégration qu'en X, la discrétisation de l'équation du mouvement dans la direction Y est obtenue comme suit:

$$a_{p''}V_{p''} = a_{E''}V_{E''} + a_{w''}V_{w''} + a_{N''}V_{N''} + a_{s''}V_{s''} + \left(P_p - P_N\right)\Delta Y'' + b'' \qquad \textbf{(IV.54)}$$

Où les coefficients a_i " sont définis dans les équations (**IV**.21), et les expressions des flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left.\begin{array}{ll} D_{e''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{e''} \Delta Y'' & F_{e''} = U_{e''}\Delta Y'' \\ D_{w''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{w''} \Delta Y'' & F_{w''} = U_{e''}\Delta Y'' \\ D_{n''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{n''} \Delta X & F_{n''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)\Delta X \\ D_{s''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{s''} \Delta X & F_{s''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)\Delta X \end{array}\right\} \qquad \textbf{(IV.55)}$$

Avec $\Gamma = R_v P_r$, et le terme source est donné par :

$$b'' = Sc\Delta X''\Delta Y'' \qquad \textbf{(IV.56)}$$

La valeur de $\theta_{P''}$ et $S_{p''}$ aux interfaces sera calculée de la manière suivante pour le cas du modèle horizontal:

$$\left.\begin{array}{l} \theta_{p''} = fe\theta_p + (1 - fe)\theta_N \\ S_{p''} = feS_p + (1 - fe)S_N \end{array}\right\} \qquad \textbf{(IV.57)}$$

Et fe est un facteur d'nterpolation définis par :

$$fe = \frac{Y_N - Y_{P''}}{Y_N - Y_P} \qquad \textbf{(IV.58)}$$

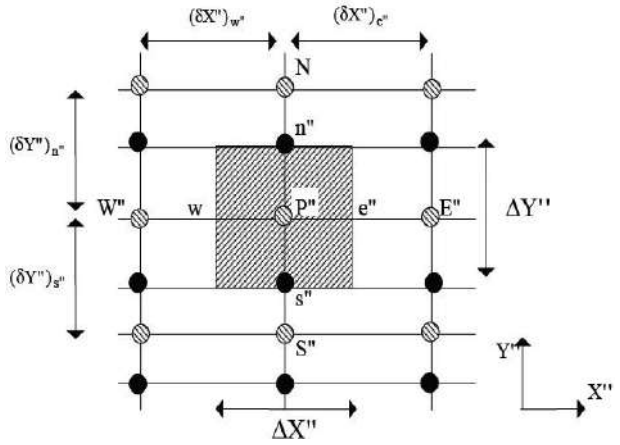


Figure IV.7. Schéma du volume de contrôle pour V

D'une manière similaire, on détermine S et θ pour le cas du modèle vertical. [17]

IV.10.2. Equation de correction de pression :

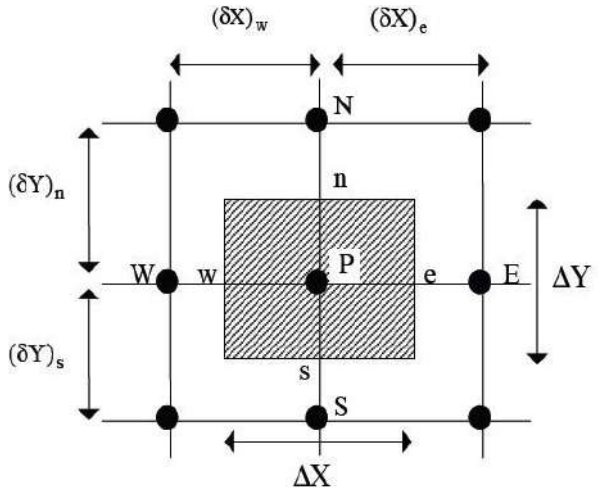


Figure IV.8. Schéma du volume de contrôle pour P

L'intégration de l'équation de continuité pour le volume de contrôle de la figure **IV**.8 donne:

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial U}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial V}{\partial Y} dXdY = 0 \qquad \textbf{(IV.60)}$$

Soit après intégration et simplification, et en utilisant les mêmes démarches que celles faites dans c), l'équation précédente prend la forme:

$$a_p P'_p = a_E P'_p + a_w P'_w + a_N P'_N a_s P'_s + b_{p'} \quad \textbf{(IV.61)}$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s \quad \textbf{(IV.62)}$$

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_w &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_n \Delta X \\ a_s &= d_s \Delta X \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(IV.63)}$$

Avec :

$$\left.\begin{aligned} d_e &= \frac{A_e}{a_e} = \frac{\Delta Y}{a_e} \\ d_w &= \frac{A_w}{a_e} = \frac{\Delta Y}{a_w} \\ d_n &= \frac{A_n}{a_n} = \frac{\Delta X}{a_n} \\ d_s &= \frac{A_s}{a_s} = \frac{\Delta X}{a_n} \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(IV.64)}$$

Avec :

$$b_{p'} = \left(U_w^* - U_e^*\right)\Delta Y + \left(V_s^* - V_n^*\right)\Delta X \quad \textbf{(IV.65)}$$

L'indice (*) désigne la valeur des variables de l'itération précédente. On fait le même raisonnement pour obtenir le champ de pression, on obtient alors :

$$a_p P_p = a_w P_w + a_E P_E + a_S P_s + a_N P_N + b_p \quad \textbf{(IV.66)}$$

Avec :

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_w &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_N \Delta X \\ a_s &= d_s \Delta X \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(IV.67)}$$

Avec :

$$b_p = \left(\hat{U}_w - \hat{U}_e\right)\Delta Y + \left(\hat{V}_s - \hat{V}_n\right)\Delta X \quad \textbf{(IV.68)}$$

Avec :

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s \qquad \textbf{(IV.69)}$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{U}_{p'} &= \frac{\sum_{nb'} a_{nb'} U_{nb'}}{a_{p'}} \\ \hat{V}_{p''} &= \frac{\sum_{ab''} a_{nb''} V_{nb''}}{a_{p''}} \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.70)}$$

IV.10.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie :

L'intégration de l'équation de l'énergie est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure **IV**.8.

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial \theta}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial \theta}{\partial Y} dXdY = R_k \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^e} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) dXdY \qquad \textbf{(IV.71)}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_p \theta_p = a_w \theta_w + a_E \theta_E + a_s \theta_s + a_N \theta_n \qquad \textbf{(IV.72)}$$

Où les coefficients a_i sont définis dans les équations (**IV**.21), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left.\begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_e \Delta Y & F_e &= U_e \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_w \Delta Y & F_w &= U_e \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_n \Delta X & F_n &= U_w \Delta X \\ D &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_s \Delta X & F_s &= U_s \Delta X \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(IV.73)}$$

$\Gamma = R_k$

IV.10.4. Discrétisation de l'équation du soluté :

L'intégration de l'équation du soluté est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure **IV**.8.

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial S}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial S}{\partial Y} dXdY = \frac{1}{Le} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^{2\cdot} S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) dXdY \qquad \textbf{(IV.74)}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_p S_p = a_w S_w + a_E S_E + a_S S_s + a_N S_N \qquad \textbf{(IV.75)}$$

Où les coefficients a_i sont définis dans les équations (**IV**.21), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left.\begin{array}{ll} D_e = \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_e \Delta Y & F_e = U_e \Delta Y \\ D_w = \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_w \Delta Y & F_w = U_w \Delta Y \\ D_n = \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X & F_n = U_n \Delta X \\ D_w = \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X & F_w = U_n \Delta X \end{array}\right\} \qquad \textbf{(IV.76)}$$

$$\Gamma = \frac{1}{Le}$$

CHAPITRE V
Résultats et discussions

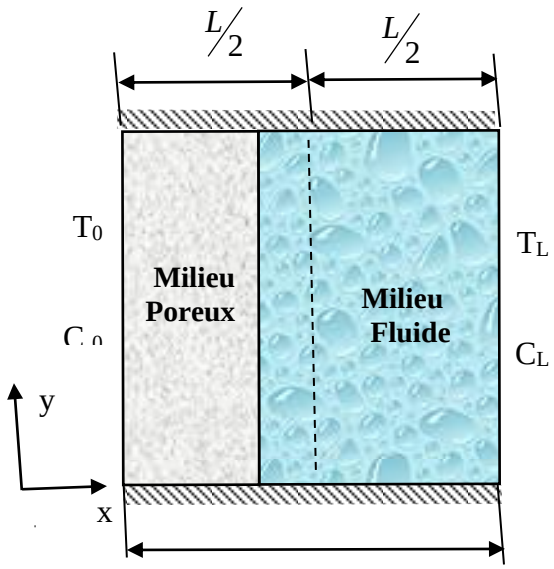
V.1.Introduction :

Dans cette étude, nous montrons les changements et les transitions qui se produisent lors du changement la valeur d'épaisseur de le milieu poreux dans une cavité partiellement poreuse rempli d'une coche poreuse et couche fluide sont disposé verticalement

Dans cette étude nous présentons un ensemble de résultats numériques auxquels des explications physiques sont apportée .

V.2. le modéle phiysique et de systéme de cordonnées :

la Figure V.1 represente le modele phisique et système de cordonnées que simplifie l'étude de la convection double diffusive ou la convection thermosolutal dans cavité partiellement poreuse rempli d'une coche poreuse et couche fluide sont disposé verticalement, notre objectif est de étudier le phénomène de transfert de chaleur et de masse parce que le ce phénomène rentre dans les processus industriels et environnemental, mais jusqu'à maintenant il existe toujours des lacunes pour bien comprendre le phénomène notamment lorsque où il y a simultanément les deux transferts et l'écoulement, Ce travail c'est un aide pour comprendre les phénomène de transferts dans les milieux poreux.Nous avons deux couches, une couche de milieux poreux et l'autre une couche fluide en suite l'épaisseur de la couche poreuse variable 0.2, 0.5 et 0.8 est ce c'est clair figure 1 au départ .

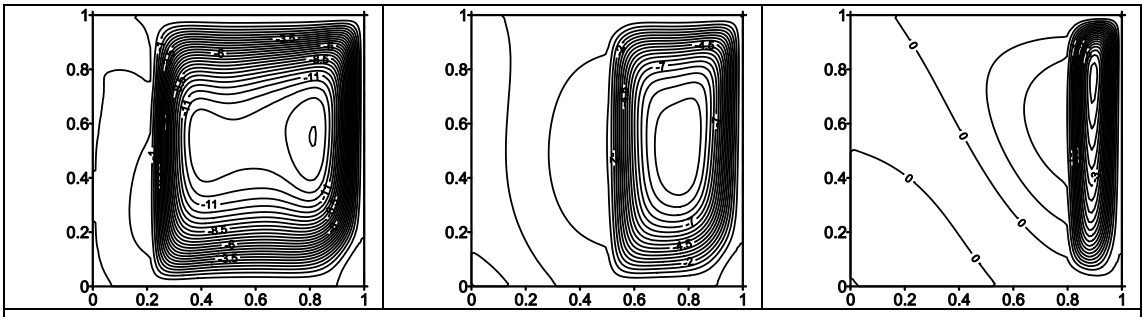


FigureV. 1. modèle physique et système de coordonné

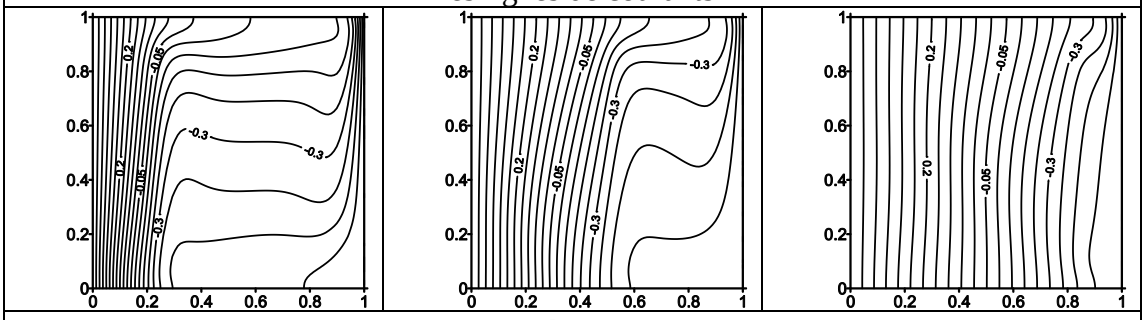
V.3. représentation des les lignes de courant, isothermes, et isoconcentrations et les vitesses :

La figure V.2 représente les lignes de courant, isothermes, et isoconcentrations et les vitesses pour différents épaisseurs de la couches poreuse avec $Ra = 10^6$ et $Da = 10^{-4}$.

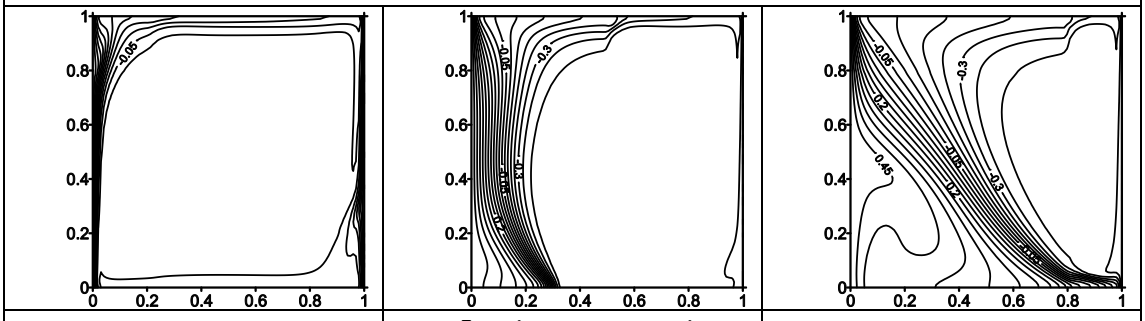
La partie colorée représente la couche poreuse , nous avons pris une perméabilité fiable (Da=1E-5) , donc une forte résistance de l'écoulement dans la couche poreuse cà d une vitesse faible via négligeable par contre l'écoulement est très forte dans la couche fluide où la convection thermosolutal est très prononcée dans cette couche , biensûre dès que la couche poreuse augmente la résistance à l'écoulement augmente voir les stréamlines (lignes de courant) .



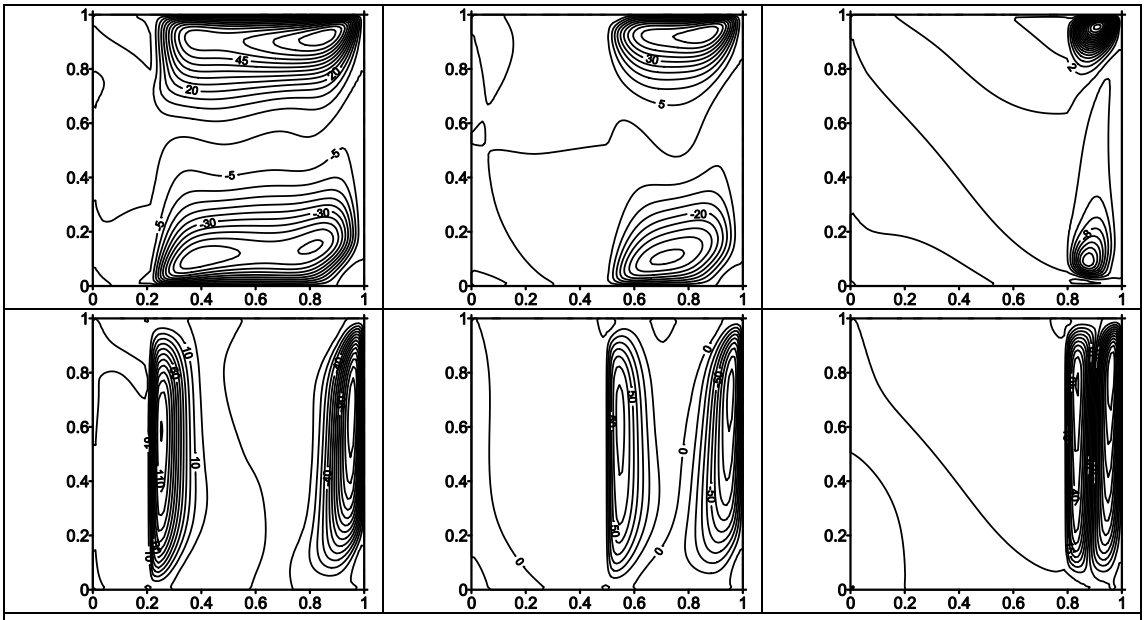
Les lignes de courants



Isothermes



Les isoconcentrations



Les composante de vitesse U et V dans la cavité		
$\kappa = 0.2$	$\kappa = 0.5$	$\kappa = 0.8$

Figure. IV.2. représente les lignes de courant, isothermes, et isoconcentrations et les vitesses pour différents épaisseurs de la couches poreuse avec $Ra = 10^6$ et $Da = 10^{-4}$

IV.4.effet du nombre de Rayleigh sur les transferts :

La figures IV.3 illustrent l'évolution des transferts thermique et massique moyens enfonction de RK pour différentes valeurs de Ram.. l'évolution de l'intensité de courant à l'intérieur de cavité (la fonction de courant) en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche est illustré sur Figure. V.3, on observe que dès que le nombre de Rayleigh augmente la fonction de courant augmente pour les différente valeurs de l'épaisseurs de la couche poreuse 0.2, 0.5 et 0.8 au voisinage de nombre de Rayleigh (Ra=10^4) la fonction de courant est nulle pour l'épaisseurs de la couche poreuse 0.5, 0.8 mais ce n'est pas le cas lorsque l'épaisseurs de la couche poreuse est égale à 0.2

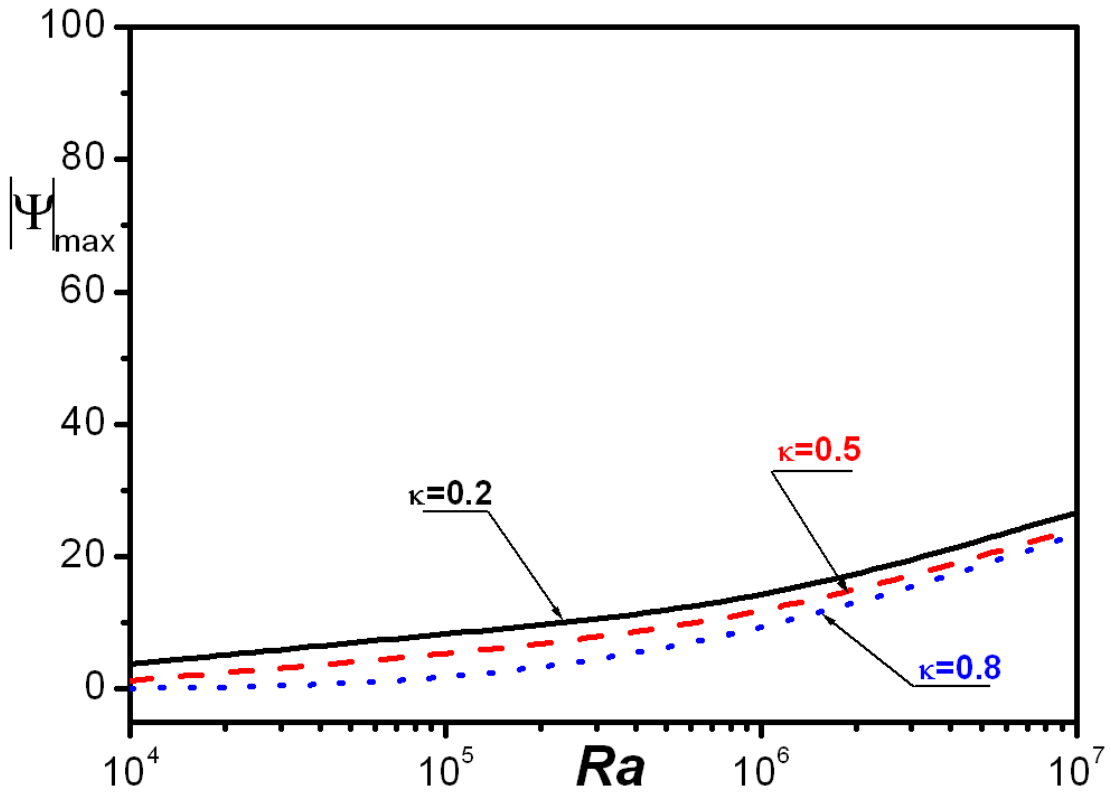


Figure. IV.3. représente la variation de la fonction de courant en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche avec $Ra = 10^6$ **,** $Le = 10^2$ **et** $N = -1$

IV.5. la variation de nombre de Nusselt en fonction de nombre de Rayleigh :

Dans cette section, l'effet du nombre de Lewis sur les transferts a été traité. l'évolution de l'intensité de courant à l'intérieur de cavité (la fonction de courant) en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche est illustré sur Figure. *4*, on observe que dès que le nombre de Nuslet augmente la fonction de courant augmente pour les différente valeurs de l'épaisseurs de la couche poreuse 0.2, 0.5 et 0.8 au voisinage de nombre de nuslet (Ra=1E4) la fonction de courant est nulle pour l'épaisseurs de la couche poreuse 0.5, 0.8 mais ce n'est pas le cas lorsque l'épaisseurs de la couche poreuse est égale à 0.2

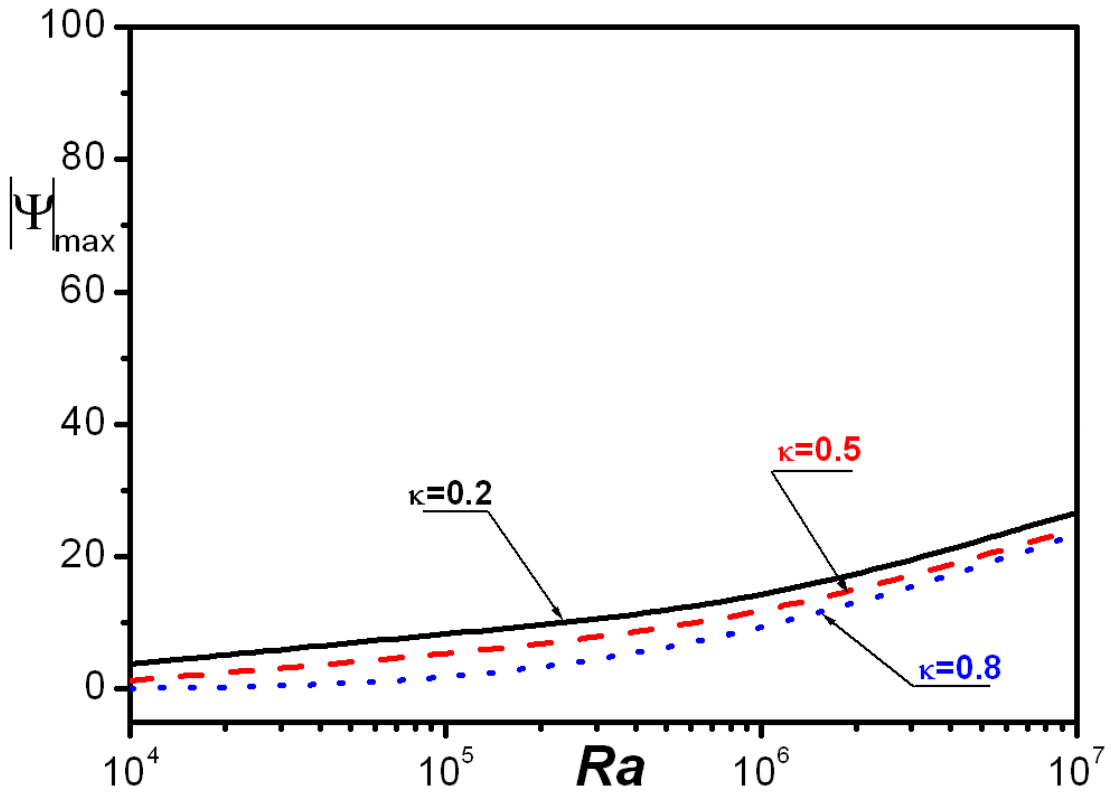


Figure. IV.4. représente la variation de nombre de Nusselt en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche avec $Ra = 10^6$ **,** $Le = 10^2$ **et** $N = -1$

IV.6. la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Rayleigh :

L'évolution des nombres de Sherwood moyens en fonction de Ra pour différentes valeurs de Sh est présentée dans les figures*5* . Les figures montrent que pour une valeur fixée de Ra, les transferts thermique et massique n'augmentent qu'au-delà d'une certaine valeur de Ra= avoisinant l'unité. Pour une valeur fixée de Ra=10*6, Les transferts croient avec Sh. cependant l'accroissement massique avec Sh est plus important.

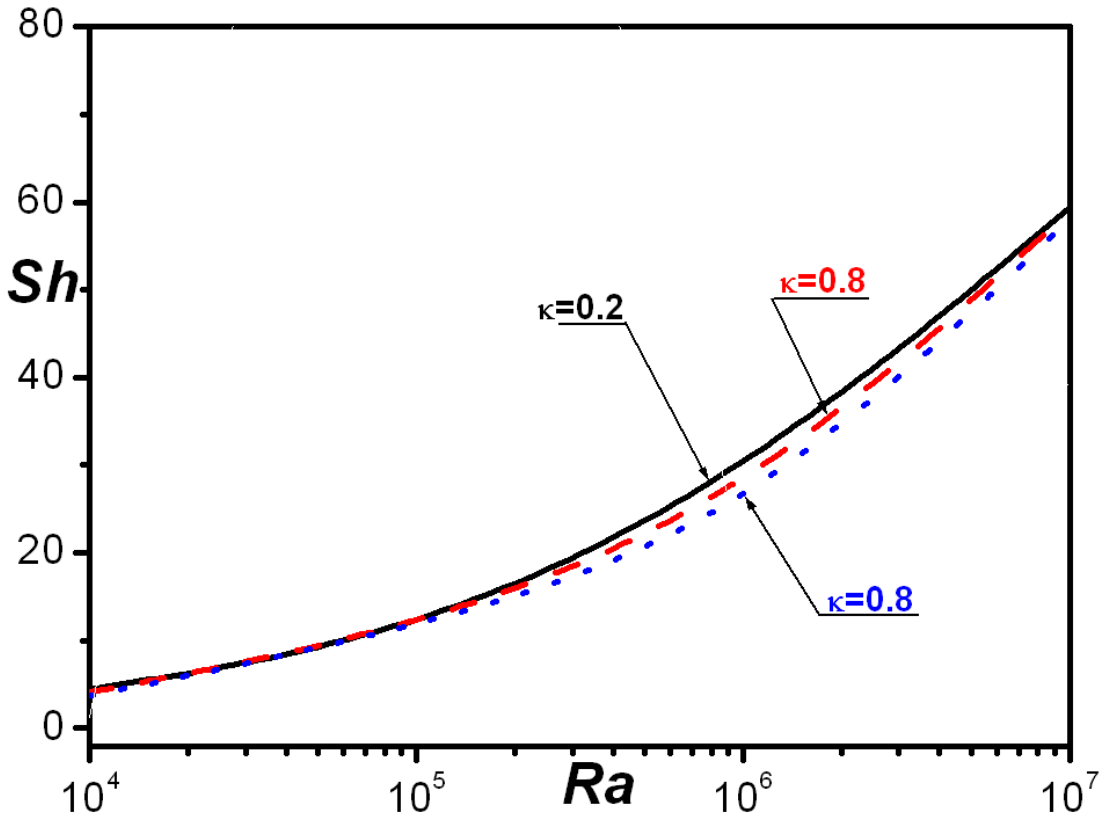


Figure. IV.5. représente la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Rayleigh pour différents épaisseur de la couche avec $Ra = 10^6$ **,** $Le = 10^2$ **et** $N = -1$

IV.7. la variation de la fonction de courant en fonction de nombre de Lewis :

La figures **IV**.6 représente la variation de la fonction de courant en fonction de nombre de Lewis pour différents épaisseur de la couche on observe que léepiseur 0.8 est seteble a Ψmax=5 et l'episeur0.5a augement a[5 jusqu a 10] et stabilise a Ψ=10 et danc le cas de l'episeur 0.2 la fonction est stable par raport le nember de Lewis on observe que dès que le nombre de Lewis stable la fonction de courant stable pour les différente valeurs de l'épaisseurs de la couche poreuse 0.2, 0.5 et 0.8 au voisinage de nombre de Lewis (Le=25) la fonction de courant est stable pour defferent valur de Ψmax alore l'episeur 0.2 est le blus eleve et plus fonctioné sur la couche poreus .

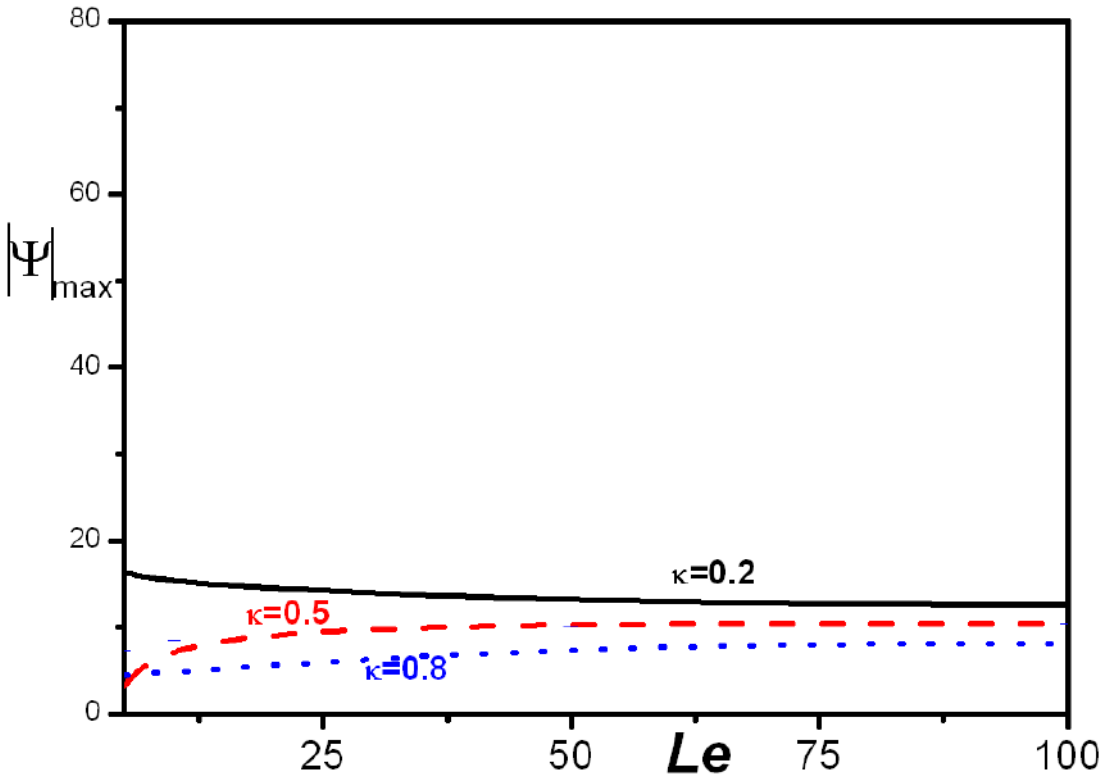


Figure. IV.6. représente la variation de la fonction de courant en fonction de nombre de Lewis pour différents épaisseur de la couche avec $Ra = 10^6$ **,** $Le = 10^2$ **et** $N = -1$

IV .8.L'effet du nombre de Nusselt en fonction de nombre de Lewis :

Dans la figure 7, nous voyons que plus le nombre de Nusselt est élevé, plus le nombre de Lewis est élevé jusqu'à ce que la valeur 10^6 , les 3 graphes soit S'installer.

Le 0.5 et 0.2 a commencent par la même valeur, car 0.5 diminue légèrement puis augmente encore une fois. Pour 0.8, il est initialement inexistant au début augmente

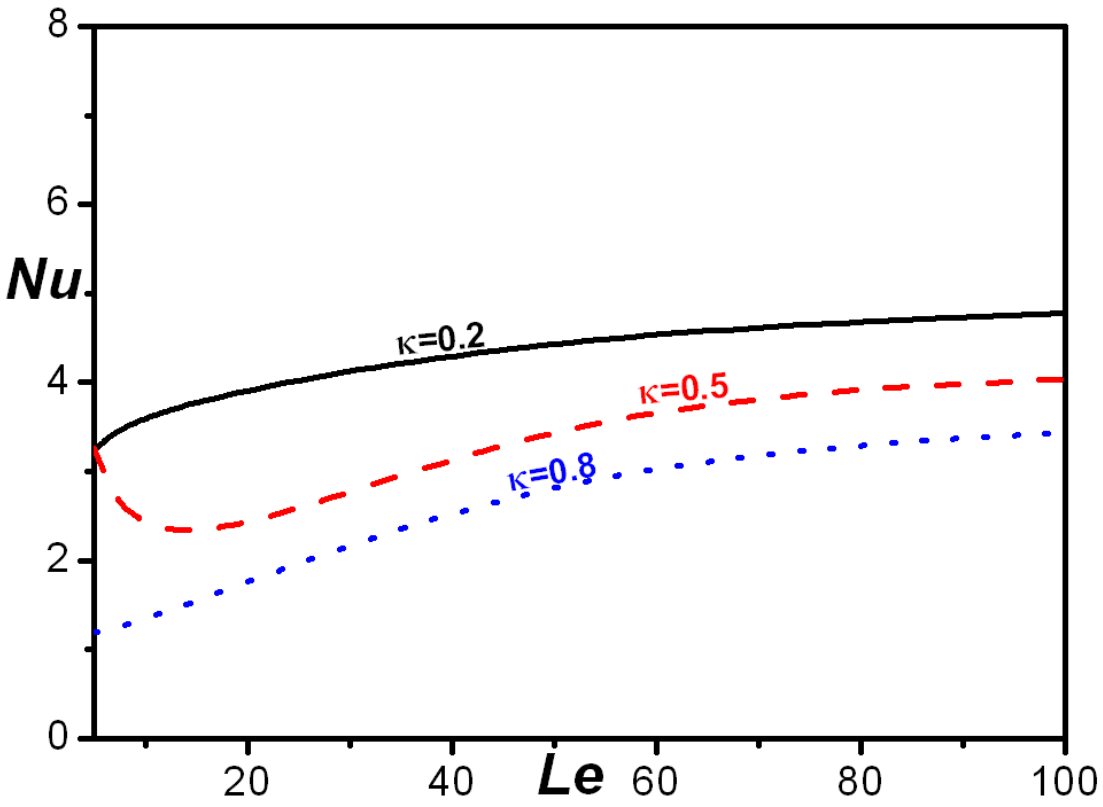


Figure. IV.7. représente la variation de nombre de Nusselt en fonction de nombre de Lewis pour différents épaisseur de la couche avec $Ra = 10^6$ **,** $Le = 10^2$ **et** $N = -1$

IV .9.L'effet du nombre de Sherwood en fonction de nombre de Lewis :

Dans cette figure, plus le nombre Sherwood est augment , plus le nombre de Lewis augment . que les 3 graphe ils Intensifier en Parallèle.

Avec le 0.8 il est presque nulle au début .

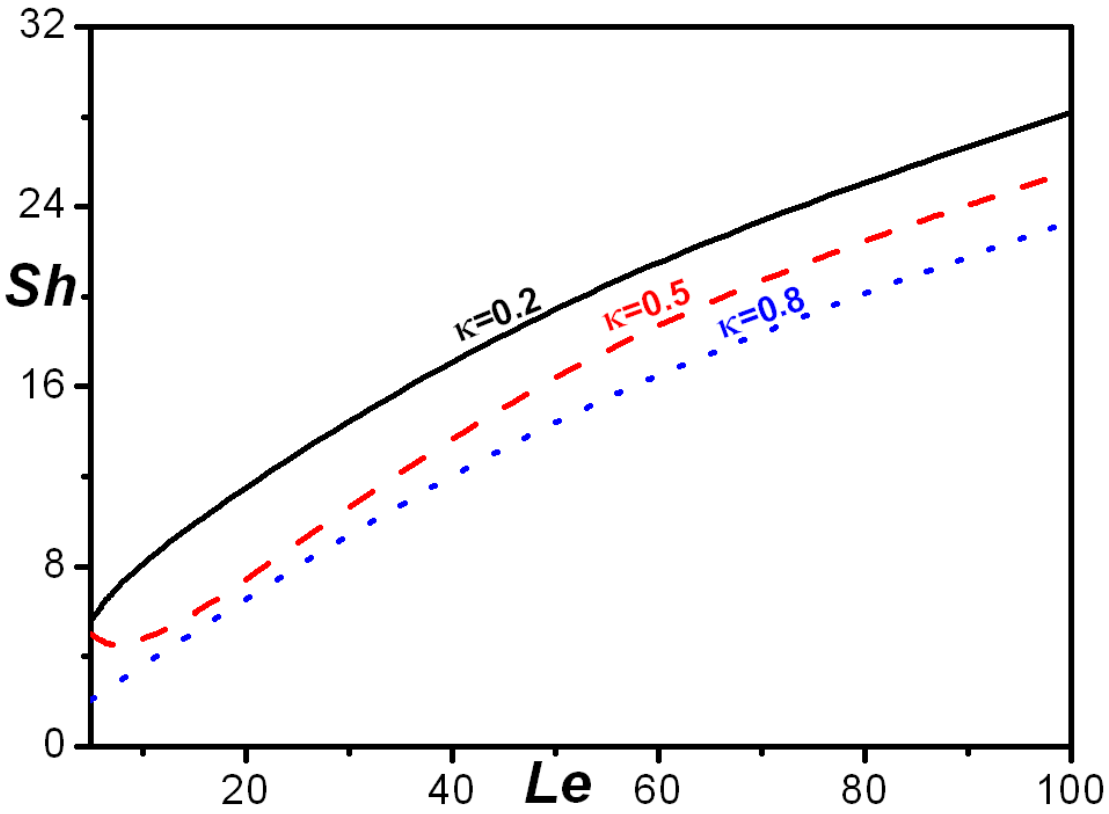


Figure. IV.8. représente la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Lewis pour différents épaisseur de la couche avec $Ra = 10^6$ **,** $Le = 10^2$ **et** $N = -1$

IV .10.Conclusion :

Dans ce chapitre, une étude numérique de l'éffet de l'épaisseur d'une couche poreuse dans une cavité carrée .

Les résultats des simulations montrent que la variation et l'éffet de tous les nombres ils est une bonne résultats dans le plus petit épaisseur, Alors que la convection thermosolutale est affectée par les petites épaisseur .

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale :

Dans ce travail, nous avons fait une étude numérique qui nous a donné un ensemble de résultats correspondant à une gamme de paramètres très variée. Les équations régissant le phénomène de la convection thermosolutale dans l'enceinte poreuse sont résolues numériquement au moyen d'un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis.

L'adimensionnement des équations gouvernantes a fait apparaître les nombres adimensionnels suivants : Nombre de Darcy (Da), nombre de Rayleigh (Ra), nombre de Lewis (Le), le rapport des forces de volume (N) ainsi que le rapport de perméabilité (R_K). Nous nous sommes placées dans le cas de la convection essentiellement d'origine solutale (N=1).

Dans cette étude, nous montrons les changements et les transitions qui se produisent lors du changement la valeur d'épaisseur entre la couche poreux et la couche fluid dans une cavité carrée.

Ces travaux nous ont permis d'obtenir de nombreux résultats qui nous permettront sans aucun doute de comprendre certaines des caractéristiques et phénomènes liés au transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux.

- D'après cette étude on conclue que la valeur de l'épaisseur entre le milieu poreux et fluide a un effet significatif sur la température et le changement de masse.
- l'augmentation de la fonction de courant et le nombre de Nusselt en fonction de l'augmentation de nombre de Rayleigh Il donne des résultats positifs pour le changement thermique et de masse surtout à la valeur minimale de l'épaisseur poreuse.
- Dans la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Rayleigh Nous obtenons des changements clairs , importants et uniforme dans toutes les épaisseurs.
- Pour la fonction de courant en fonction de nombre de Lewis elle donne Très mauvais résultats surtout avec une grande épaisseur c'est presque inexistant. D'un autre côté la variation de nombre de Nusselt en fonction de nombre de Lewis elle donne Des résultats acceptables.
- En fin de compte, nous constatons que les meilleurs résultats ont été dans la variation de nombre de Sherwood en fonction de nombre de Lewis ,Où vous obtenez la valeur la plus élevée pour les changements thermiques et de masse dans toutes les épaisseurs.

Références bibiographique

1] P.Crausse G.Bacon S.Bories (Etude fondamentale des transferts couplé chaleur-masse en milieu poreux). International Journal of Heat and Mass Transfer .Volume 24, Issue 6, June 1981, Pages 991-1004

2] A.REBHI (contribution a l'etude de transfert de chaleur et de masse couple d'un polluant qazeux dans un milieu poreux) mémoire de master. Université Yahia FARES de Médéa 2015.

3] K.VafaiH.C.Tien (Étude numérique des effets de changement de phase dans les matériaux poreux). International Journal of Heat and Mass Transfer .Volume 32, Issue 7, July 1989, Pages 1261-1277

4] A. Omara et S. Abboudi (théorie du transport de chaleur laminaire non – stationnaire) Ecole Normale Supérieure d'Enseignement Technique B. P 26, Skikda 21000, Algerie (2) Lab. LERMPS, Equipe d'accueil No 1701 Institut Polytechnique de Sévenans 90010, Belfort Cedex, France (Accepté le 27.09.98)

5] S. Bougoul, A. Soudani et A. Jaffrin (Etude d'un Ecoulement dans un Milieu Poreux Saturé Utilisé en Substrat de Culture) Département de physique, Faculté des Sciences, Université de Batna, Rue Chahid Mohamed El Hadi Boukhlouf, Batna, Algérie 2004.

6] M.QUINTARD et S.WHITAKER (Single phase flow in porous media: the effect of local heterogeneities) In book: Migration of Hydrocarbons in Sedimentary Basins, Publisher: Ed. Technip, pp.473-486 January 1987

7] M.GACEM (Comparaison Entre l'Isolation Thermique Extérieure et Intérieure d'une pièce D'un Habitat Situé Dans Le Site De Ghardaïa) Magister Universite ABOU-BEKR BELKAID-TLEMCEN Faculté des Sciences – Département de Physique 2011.

8] M.LAABED (MODÈLISATION BIDIMENSIONNELLE DES TRANSFERTS COUPLÈS CHALEUR ET MASSE LORS DE LA CONGÈLATION D'UN ALIMENT). UNIVERSITE BATNA 1, 2017.

9] D. HELEL, Noureddine BOUKADIDA.(Transfert de chaleur et de mase dans une milieu poreux non saturé soumis à une convection forcée laminaire) August 2007.

10] Z.Alloui, L.Dufaua., H.Beji, P.Vasseur (Multiple steady states in a porous enclosure partially heated and fully salted from below) Int. J. of Therm. Sci. vol. 48, pp. 521–534, 2009.

11] M.Zaouidi et M I.Djelid. (Etude des transferts de chaleur et de masse dans un milieu poreux saturé par un fluide ou mélange d'un fluide non-Newtonien).mémoire de master UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA 2019.

12] V.Trevisan Osvair ,A.Bejan (Natural Convection with Combined Heat and Mass Transfer Buoyancy Effects in a Porous Medium) Int. J. Heat and Mass Transfer, 28, 15971611.(1985).

13] M.Lamsaadi, M.Naimi, M.Hasnaoui, (Natural convection of non-Newtonian powe law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below), Heat Mass Transfer,V.41,(2005), 239-249.

14] A.Nield , Onset of Thermohaline Convection in Porous Medium, Water Resources Research, 4, 553-560.(1968)

15] S.KHALDI (GENERALITES SUR LES TRANSFERTS DE CHALEU) 2019.

16] M.Zaouidi et M I .Djelid .Mémoire de fin d'études de Master (Etude des transferts de chaleur et de masse dans un milieu poreux saturé par un fluide ou mélange d'un fluide non-Newtonien). UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA 2019.

17] A.Rebhi (contribution a l'etude de transfert de chaleur et de masse couple d'un polluant qazeux dans un milieu poreux) mémoire de master 2015. Université Yahia FARES de Médéa.

18] A.Bejan, Convection heat transfer, John Wiley and Sons 1984.