الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الدكتور يحي فارس-لمدية-

الكلية: العلوم.

القسم: الرياضيات والاعلام الآلي.

التخصص: بحوث العمليات.

مذكرة لنيل شهادة ماستر

تحت عنوان:

تصيّد المقدمات في حل المشكلات وفقا للمناهج الجديدة للطور المتوسط الجيل الثاني

من انجـاز:

- بلعوني إبراهيم.
- باحمد مراد.

تحت اشراف:

الأستاذ: عبد الحليم يونس حمزة

نوقشت يوم 24 جوان 2024، من طرف لجنة المناقشة:

- **السيدة: آيت عمران نسيمة روزا: أستاذ محاضر "ب" بجامعة المدية -رئيسا-**
- **السيد: بن دادو عبد الرحيم: أستاذ مساعد "ب" بجامعة المدية -ممتحنا-**
- **السيد: عبد الحليم يونس حمزة: أستاذ مساعد " أ " بجامعة المدية -مؤطرا-**

السنة الدراسية: 2024/2023

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمدُ لله الذي بنعمته تتمّ الصالحات، وبفضله تنزل الخيرات والبركات، وبتوفيقه تتحقق المقاصد والغايات. والصلاة والسلام على سيدنا وقدوتنا محمد صلى الله عليه وسلم، وعلى آله وصحبه أجمعين.

نحمد الله تعالى ونشكره الذي أعاننا وأمدنا بالعزيمة لإتمام هذه الدراسة. نتقدم بجزيل الشكر والامتنان إلى الأستاذ الفاضل عبد الحليم يونس حمزة على إشرافه القيم على هذه الدراسة وما قدمه لنا من توجيهات وملاحظات، ولمتابعته عملنا منذ البداية وحتى الانتهاء ، فجزاه الله عنا بخير الجزاء، ممتنين من العلي القدير أن يحفظه ويسدد خطاه.

كما نتقدم بأسمى معاني الشكر والتقدير إلى جميع أساتذة قسم الرياضيات الذين تعلمنا على أيديهم، وإلى كل أستاذ قام بتوجيهنا وإرشادنا وإلى جميع زملائنا بدون استثناء.

ولا ننسى أيضًا أن نشكر كل أفراد عائلتنا الأحباء على مساندتهم لنا طوال مشوارنا الدراسي.

جزاكم الله خيرًا وبارك فيكم جميعًا.

الفهرس

الإهداء.....&
الفهرس .....أ
المقدمة 1

الجانب النظري للدراسة

الفصل الأول: الرياضيات وحل المشكلات في منهاج الرياضيات الجديد 2
1. ما هي الرياضيات حسب المنهاج: 2
2. دور رياضيات مرحلة التعليم المتوسط:.....2
3. غايات تدريس الرياضيات في مرحلة التعليم المتوسط 2
4. حل المشكلات في الموارد المجندة: 2
5. الكفاءات العرضية المستهدفة:.....3
6. ملامح التخرج من أطوار التعليم المتوسط: 3
الفصل الثاني: حل المشكلات في المناهج الجديدة في البلدان الرائدة في التعليم.....7
1. سنغافورة:.....7
2. فنلندا: 7
3. اليابان:.....7
2. كندا:.....8
5. أستراليا 8
6. الولايات المتحدة الأمريكية:.....8
7. الصين :.....9
الفصل الثالث: حل المشكلات، الهيوريستيكيات وتصيد المقدمات 10
1. تعريف حل المشكلات:.....10
1.1 جورج بوليا: 10

2.1. شوينفيلد: 10
3.1. ريتشارد ليش: 10
4.1. جون ديوي: 10
5.1. المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات: 10
6.1. بيتر ليلجيداهل: 11
7.1. الحسن بن الحسن بن الهيثم: 11
2. تصيد المقدمات: 12
1.2 مثال: مسألة لابن الهيثم 12
2.2. البرهان بالخلف كحيلة لحل مشكل 13
3. الهيوريستيكيات وتصيد المقدمات: 14
الفصل الرابع: بعض الهيوريستيكيات في حل المشكلات وتصيد المقدمات 15
الهيوريستيكية 1: إنشاء جدول: 15
الهيوريستيكية 2: المحاولة وتصحيح الخطأ 15
الهيوريستيكية 3: تخمين عبارة بالتجريب 16
الهيوريستيكية 4: تبسيط المشكل دون فقدان العمومية 17
الهيوريستيكية 5: اعتبار مشكل مكافئ باستحضار خبر 17
الهيوريستيكية 6: البحث عن دليل 17
الفصل الخامس: بعض نماذج حل المشكلات القائمة على الهيوريستيكيات 19
1. نموذج جورج بوليا George Polya 19
1.1. نموذج جورج بوليا لحل المشكلات باستخدام الهيوريستيكس 19
2.1. الهيوريستيكيات الرئيسية في نموذج بوليا 19
2. نموذج آلان شويفيلد Alan Schoenfeld 20
1.2.5. نموذج شوينفيلد لحل المشكلات 20
2.2. الاستراتيجيات الإستكشافية الرئيسية في نموذج شوينفيلد 21
3.2. التطبيق في الفصول الدراسية 22

3. نموذج كولين فوستر Colin Foster 22
1.3.المكونات الرئيسية لنموذج فوستر 22
2.3. أمثلة على التكتيكات المحددة 23
3.3. التطبيق في الأقسام الدراسية 23
الفصل السادس: نموذج تولين للحجج 25
1. البرهان الاستنتاجي 26
2. الاستقراء 27
1.3 مثال (01) : 28
2.3 مثال (02): 29

الجانب التطبيقي للدراسة

الفصل السابع: حل المشكلات في الكتاب المدرسي 31
1. مقدمة: 31
2. المنهجية: 32
3. الدراسة التطبيقية للأنشطة 33
الميدان 01: أنشطة عددية 33
الميدان 02: الدوال وتنظيم المعطيات 34
الميدان 03: أنشطة هندسية 53
جدول الهيروستيكيات 68
الخاتمة 71
المراجع 72

المقدمة:

ندرس في هذه المذكرة العلاقة بين كتاب الجيل الثاني الجديد لسنة 2019 الخاص بالسنة الرابعة متوسط والمنهاج الجديد، مع التركيز على مدى توافق الكتاب مع المنهاج من حيث حل المشكلات كهدف تعليمي رئيسي. فقمنا بدراسة المنهاج وما يعتبره في حل المشكلات كاكتساب المسار العلمي المتمثل في الملاحظة والتجريب والتخمين والتصديق والتعميم والتواصل، واكتساب كفاءات في استعمال الهيوريستيكيات لحل المشكلات. دراسة هذه الهيوريستيكيات تدل على أن المقياس الذي يوصل إلى وضع تخمينات واكتشاف مقدمات التي تدخل في السلسلة الاستنتاجية للحل هو ما أسماه الحسن بن الحسن بن الهيثم بتصيد المقدمات عن طريق الحدس واستعمال الحيل. ثم درسنا كيفية نمذجة الحجج الاستنتاجية والاستقرائية وتصيد المقدمات باستعمال نموذج تولمين Toulmin الذي يعرب عن كل مركبة لأي حجة كانت.

في الفصل الأول: درسنا المنهاج الجديد الموضوع في 2016 وظهر أنه يحث على اكتساب كفاءة حل المشكلات.

في الفصل الثاني: لنرى ما هي اتجاهات وتوجهات المناهج في البلدان الرائدة فوجدنا أنها تركز على اكتساب مهارات حل المشكلات والتفكير النقدي.

في الفصل الثالث: عكفنا على دراسة ماهية حل المشكلات وتصيد المقدمات استنادا إلى تعاريف علماء تعليمية الرياضيات وربطنا الهيوريستيكية بتصيد المقدمات abduction.

في الفصل الرابع: درسنا أمثلة حول كيفية استعمال الهيوريستيكيات لتصيد المقدمات.

في الفصل الخامس: رأينا نماذج لحل المشكلات فوصلنا إلى ثلاث نماذج مشهورة لثلاثة باحثين في تعليمية الرياضيات في حل المشكلات، نموذج بوليا، نموذج شيونفيلد ونموذج كولين فوستر.

في الفصل السادس: وصفنا نموذج تولمن الذي استعملناه في الفصل السابع لنمذجة حلول المشكلات المصنفة في الكتاب في باب التعمق، وهي عبارة عن نمذجة لثلاثة أنواع من الحجج تقع فيها جميع الحجج الأخرى وهي الاستنتاج والاستقراء وتصيد المقدمات.

في الفصل السابع: وضعنا منهجية بحث تستعمل نموذج تولمين حل المشكلات التي في صنف التعمق، محاولة من طرف طلبة الماستر. وفي الأخير ظهر لنا أن نسبة تمارين للتعمق التي في الكتاب لا تمثل سوى **15%** مما أسميناه حل للمشكلات التي توظف الهيوريستيكيات وتصيد المقدمات.

الجانب

النظري

للدراسة

الفصل الأول: الرياضيات وحل المشكلات في منهاج الرياضيات الجديد [14]

1. ما هي الرياضيات حسب المنهاج:

هي أداة لاكتساب معارف مفهوماتية وإجرائية، ووسيلة لتكوين الفكر. يؤدي تعلم الرياضيات بصاحبه المتعلم إلى:

- اكتساب كفاءات التجريد القدرة على نمذجة المشاكل الملموسة وترجمة المشاكل المجردة إلى لغة الرياضيات (مشاكل فيزياء، كيمياء، بيولوجيا...)
- اكتساب كفاءات لحل مشكلة مطروحة.

2. دور رياضيات مرحلة التعليم المتوسط:

دعم المكتسبات الابتدائية، وتحضير مرحلة الثانوي حتى يكون الترابط متين ومتناسق والكل يصب في جعل المتعلم قادر على حل مشكلات يمكن أن تواجهه في مواد أخرى أو في حياته اليومية بالاعتماد على نماذج رياضياتية.

ينتظر من تعلم الرياضيات تدريب المتعلم على التفكير الاستنتاجي (التركيب) وعلى التدقيق (التحليل) وعلى إثارة الفضول والتخيل.

3. غايات تدريس الرياضيات في مرحلة التعليم المتوسط

تمكين المتعلم من اكتساب عناصر المسعى العلمي وتوظيفه في معالجة وضعيات (يعني حل مشكلات)، هذا المسعى مبني أساسا على التجريب ووضع تخمينات ممكنة (تصيد المقدمات) والاستدلالات يؤدي به إلى:

- الانتقال من الملاحظة والمعالجة اليدوية إلى النمذجة والتجريد.
- إدراك معنى النشاط الرياضياتي من خلال حل المشكلات
- التحكم في تقنيات رياضياتية بسيطة لحل المشكلات
- يتدرب على ممارسة التعليل (تصيد المقدمات)

وأخيرا تساهم المادة في توصيل المتعلم عبر تدريبه إلى ممارسة منهجية علمية في معالجة المشكلات وحلها وذلك بالتنمية التدريجية لقدرات ا لاستدلال والتصور والتحليل النقدي.

4. حل المشكلات في الموارد المجندة:

الأنشطة العددية: انطلاقا من حل المشكلات يتمكن التلميذ من دعم كفاءاته وتوسيعها واكتساب أخرى، فحل المشكلات هو النشاط الأساسي للمتعلم لذا ينبغي أن تعطى الأهمية الكافية لهذا النشاط وألا يقتصر العمل على ممارسات بسيطة (تمارين) حتى وإن كان ذلك مهما.

تنظيم المعطيات والدوال: لا بد من توسيع حقل المشكلات المتعلق بالتناسبية والدوال بإدخال التمثيلات والجداول لفحص المعطيات.

الأنشطة الهندسية: تشكل الهندسة أداة ملائمة للشروع في تدريب التلميذ على الاستدلال بوضعه في حالات تصديق وتبرير. تجعل الأنشطة الهندسية المتعلم يتدرب على التجريب والتخمين والتبرير، كن تمكنه على البحث واكتشاف نتائج جديدة والتدريب على الاستدلال الاستنتاجي.

5. الكفاءات العرضية المستهدفة:

- كفاءات ذات طابع فكري: يلاحظ، يستكشف، يبحث عن المصادر، يجد حلولا، يتحقق، يصادق.
- كفاءات ذات طابع منهجي: يخطط، ينظم، يرتب.
- كفاءات ذات طابع تواصلي: ينمي القدرات التواصلية.
- كفاءات ذات طابع شخصي اجتماعي: يعبر عن أفكار، يمذج، يقيم عمل ذاتي.

6. ملامح التخرج من أطوار التعليم المتوسط:

ملمح التخرج من التعليم الأساسي:

هو عبارة عن كفاءة شاملة مجردة ثم مسقطة على مختلف ميادين المادة(حساب و أعداد، هندسة، دوال و تنظيم المعطيات) و مفصلة على ثلاثة أطوار التي تمثل التعليم المتوسط.

الكفاءة الشاملة: "يصوغ بتعبير رياضي دقيق مشكلات رياضياتية ومشكلات من الحياة اليومية، ويضع فرضيات ويقترح تخمينات، ويطبق أنماط حلول قابلة للتعميم باستعمال استدلالات مختلفة.

كفاءة الطور الأول متوسط: يحل مشكلات ويبرر نتائج ويوظف مكتسباته في مختلف ميادين المادة.

كفاءة الطور الثاني متوسط: يحل مشكلات ويصوغ خاصية أو تعبير بلغة رياضياتية سليمة، يبني براهين بسيطة، ويعمم خاصية بالتدريج، ويوظف مكتسباته في مختلف ميادين المادة.

كفاءة الطور الثالث متوسط: يحل مشكلات بسيطة من المادة أو من الحياة اليومية، ويحكم على صدق استدلال بتوظيف مكتسباته في مختلف ميادين المادة.

هذه الكفاءات المفصلة عبر الأطوار مسقطة على ميادين المادة وكلها تحوم حول حل المشكلات واكتساب المسار العلمي (ملاحظة، تجريب، تخمين، استدلال، استنتاج، تصديق، صياغة وتعبير).

الطور 3	أنشطة عددية	**ك خ 1:** يحلّ مشكلات من المادّة ومن الحياة اليومية بتوظيف الحساب على الجذور والأعداد الناطقة والمعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى، وجمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين، وترييض وضعيات.	- الأعداد الناطقة (القواسم، الكسور غير القابلة للاختزال)،والحساب على الجذور التربيعية؛ - الحساب الحرفي (المتطابقات الشهيرة، النشر والتحليل)؛ - المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد؛ - جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.	
	تنظيم معطيات	**ك خ 2:** يحلّ مشكلات من المادّة ومن الحياة اليومية مرتبطة بالتناسبية وبسلاسل إحصائية وبعض مؤشّراتها واستعمال مجدولات.	- التناسبية ؛ - الدوال الخطّية والتآلفية؛ - السلاسل الإحصائية (التمثيل البياني، حساب وترجمة؛ التكرارات والتكرارات النسبية (التواترات)، المتوسّط، الوسيط، المدى).	
	أنشطة هندسية	**ك خ 3:** يحلّ مشكلات تتطلّب إنجاز استدلالات وبراهين بتوظيف خاصّية طالس والنسب المثلثية والحساب الشعاعي والدوران والمجسمات (الكرة والجلّة).	- خاصية طالس؛ - حساب المثلّثات في المثلّث القائم؛ - الأشعّة والانسحاب؛ - التحويلات النقطية (الدوران)؛ - المعالم؛ - المضلّعات المنتظمة، والزوايا؛ - الهندسة في الفضاء (الكرة والجلّة، المقاطع المستوية للمجسّمات المألوفة) - التكبير والتصغير.	

Activer Win
Accédez aux pa

الطور 2	أنشطة عددية	**ك خ 1:** يحلّ مشكلات من المادّة ومن الحياة اليومية بتوظيف مقادير (أطوال، مساحات، حجوم، مدد)، ومعادلات من الدرجة الأولى، والحساب على الأعداد النسبية والأعداد الناطقة، وترييض وضعيات.	- العمليات على الأعداد الطبيعية والأعداد العشرية والكسور - الأعداد النسبية - الأعداد الناطقة - القوى ذات أسس صحيحة نسبية - قوى10 ،الكتابة العلمية لعدد عشري - الحساب الحرفي (النشر والتبسيط) - المساويات والمتباينات - المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد	***العمل فرديا أو جماعيا:** - إنجاز عمل باحترام التوقيت والتعليمات؛ - تنظيم العمل حسب السّياق والمصادر والموارد والأهداف المسطّرة؛ - العمل بروح إبداعية؛ - الاهتمام بالآخر(آراء، اقتراحات،...)؛ - تقويم خطته أو خطة الفوج، وتعديلها؛ - إعادة استثمار تعلّماته في وضعيات مماثلة، وتقويم المكتسبات. ***استغلال تكنولوجيات الإعلام والاتّصال:** - استعمال تكنولوجيات الإعلام والاتّصال لإنجاز مهام تتعدّى الحسابات إلى بناء إجراءات واستراتيجيات؛ - وجاهة استعمالها، وإدراك حدودها.
	تنظيم معطيات	**ك خ 2:** يحلّ مشكلات من المادّة ومن الحياة اليومية مرتبطة بالتناسبية وتطبيقاتها، وتوظيف معطيات إحصائية لإجراء حسابات وإنجاز تمثيلات ومخطّطات باستعمال مجدولات.	**التناسبية:**- الرابع المتناسب، المقياس، تحويل وحدات القياس (أطوال ومساحات وحجوم)؛ - التمثيل البياني، الحركة المنتظمة، السرعة المتوسّطة، مقادير حاصل القسمة. **تنظيم المعطيات:**- السلاسل الإحصائية (مصطلحات، تمثيلات بيانية) - الوسط الحسابي؛ - استعمال مجدولات.	
	أنشطة هندسية	**ك خ 3:** يحلّ مشكلات تتطلّب إنجاز استدلالات وبراهين وحساب مقادير بتوظيف خواصّ المثلّث والدائرة والتناظرين المحوري والمركزي، والانسحاب والمجسمات (الموشور، الاسطوانة، الهرم والمخروط).	**المثلّثات:**- المثلّثات المتقايسة؛ - مستقيم المنتصفين في مثلّث؛ - المثلّثات المعيّنة بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين - المستقيمات الخاصّة في المثلث. **المثلث القائم والدائرة:**- الدائرة المحيطة بالمثلث القائم. - خاصية فيثاغورث (المبرهنة والمبرهنة العكسية)؛ - جيب تمام زاوية حادة؛ - بعد نقطة عن مستقيم؛ - الوضعيات النسبية لدائرة ومستقيم. **التحويلات النقطية:**- التناظر المركزي؛ - الانسحاب؛ **الدائرة :** مماس لدائرة. **المجسّمات:** - الموشور القائم، أسطوانة دوران؛ - الهرم ومخروط الدوران.	

Activer Wir
Accédez aux pa

2.3 جدول مصفوفة الموارد المعرفية

الأطوار	الميادين	الكفاءات الختامية	موارد بناء الكفاءات	
			موارد معرفية	موارد منهجية
الطور 1	أنشطة عددية	**ك خ 1:** يحل مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف الأعداد الطبيعية، العشرية، النسبية، الكسور، والحساب في وضعيات مختلفة(المقادير ووحدات القياس، التعليم، المقارنة...)، والحساب الحرفيمن الشكل: $a+x=b$ ، $a\times x=b$).	- الأعداد الطبيعية والأعداد العشرية والكسور (تعيين وعمليات وحساب تقريبي، استعمال الحاسبة)؛ - الأعداد النسبية (مقاربة)؛ - الحساب الحرفي (مقاربة)؛ - معادلات من الشكل: $a\times\square+b=c$	***استغلال معلومة:** - تشخيص معلومة؛ - التعرّف على مصادر مختلفة للمعلومة؛ - الاستفادة من المعلومة؛ - امتلاك المعلومة (جعلها متوفّرة وقابلة للتجنيد عند الحاجة). ***حلّ مشكلات:** - ترجمة الوضعية إلى ما يسمح بمعالجتها رياضيا؛ - اختيار الأدوات الرياضية (تعاريف، خواص، ...) الوجيهة؛ - التجريب على أمثلة، تخمين نتيجة؛ - بناء تبرير، تحرير حلّ؛ - تصديق نتائج؛ - التبليغ (التبادل) حول الحلّ. ***ممارسة الحكم النقدي:** - بناء رأي، التعبير عن حكم، احترام الرأي الآخر، ممارسة النقد وتقبّله. - الإلمام بعناصر وضعية، وتصور طرق عمل وتجسيدها.
	تنظيم معطيات	**ك خ 2:** يحلّ مشكلات من المادّة ومن الحياة اليومية مرتبطة بالتناسبية وتطبيقاتها وتنظيم معطيات في شكل جداول أو مخطّطات ويقرؤها ويحلّلها.	- التناسبية وتطبيقاتها (جداول تناسبية، معامل التناسبية، النسبة المئوية، المقياس، تحويل وحدات قياس مقادير)؛ - جداول المعطيات، مخطّطات (قراءة وتحليل).	
	أنشطة هندسية	**ك خ3:** يحلّ مشكلات تتعلّق بوصف وتمثيل وإنشاء بعض الأشكال الهندسية، باستعمال خواص الأشكال الهندسية المستوية المألوفة والمجسمات المألوفة والتناظر المحوري وأدوات هندسية.	- إنشاءات هندسية أساسية؛ - أشكال هندسية مستوية مألوفة (المثلّث، المستطيل، المربّع، المعيّن، الدائرة)؛ - السطوح المستوية (أطوال، محيطات ومساحات) والزوايا؛ - متوازي المستطيلات؛ - التناظر المحوري.	

3.2 ملامح التخرّج من سنوات التعليم المتوسّط

	ملمح التخرّج من التعليم المتوسّـــط	ملمح التخرّج من السنة 4 من التعليم المتوسّط	ملمح التخرّج من السنة 3 من التعليم المتوسّط	ملمح التخرّج من السنة 2 من التعليم المتوسّط	ملمح التخرّج من السنة 1 من التعليم المتوسّط
		الطور 3	الطور 2		الطور 1
الكفاءة الشاملة	**يحلّ مشكلات من الحياة اليومية بتوظيف مكتسباته في مختلف ميادين المادّة (العددي، الهندسي ، الدوال وتنظيم معطيات) ، ويبني براهين ويحكم على صدق الاستدلال.**	**يحلّ مشكلات بسيطة من المادّة أو من الحياة اليومية، ويحكم على صدق استدلال بتوظيف مكتسباته في مختلف ميادين المادّة(العددي، الهندسي، الدوال وتنظيم معطيات).**	**يحلّ مشكلات من الحياة اليومية ويبني براهين بسيطة و/أو مركّبة نسبيا بتوظيف مكتسباته في مختلف ميادين المادّة (العددي، الهندسي، الدوال وتنظيم معطيات).**	**يحلّ مشكلات، ويستعمل بعض أدوات الاستدلال الاستنتاجي في بناء براهين بسيطة بتوظيف مكتسباته في مختلف ميادين المادّة (العددي، الهندسي، الدوال وتنظيم معطيات).**	**يحلّ مشكلات، ويبرّر نتائج، ويوظّف مكتسباته في مختلف ميادين المادّة (العددي، الهندسي، الدوال وتنظيم معطيات).**
الكفاءات الختامية	**ك خ 1:** يمارس الحساب الحرفي والعمليات الحسابية على الأعداد (الطبيعية، العشرية، النسبية، الناطقة، الصمّاء. ويحلّ مشكلات بتوظيف المعادلات والمتراجحات.	**ك خ 1:** يحلّ مشكلات متعلّقة بالأعداد الناطقة والجذور التربيعية والحساب الحرفي (معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد، جمل خطية).	**ك خ 1:** يحلّ مشكلات متعلّقة بالكسور والأعداد النسبية والأعداد الناطقة والقوى والحساب الحرفي (تبسيط ونشر عبارات جبرية، المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد $ax+b=cx+d$).	**ك خ 1:** يحلّ مشكلات متعلّقة بممارسة الحساب على الكسور والأعداد النسبية ويوظّف الحساب الحرفي (معادلات بسيطة من الشكل: $a\div x=b$)	**ك خ 1:**يحلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف الأعداد الطبيعية، العشرية، النسبية، الكسور، والحساب في وضعيات مختلفة (المقادير ووحدات القياس، التعليم، المقارنة...)، والحساب الحرفي من الشكل: $a+x=b$ ، $a\times x=b$).
	ك خ 2: ينظّم معطيات في شكل جداول أو مخطّطات ويستغلّها(قراءة، تحليل) ويحلّ مشكلات مرتبطة بالتناسبية ويوظّف المقادير(أطوال،	**ك خ 2:** يحلّ مشكلات متعلّقة بالتناسبية (الدوال التألفية، الدوال الخطّية) والإحصاء (مؤشّرات الموقع).	**ك خ 2:** يحلّ مشكلات متعلّقة بالتناسبية (وحدات الزمن، الحركة المنتظمة، النسبة المئوية) والإحصاء (السلاسل	**ك خ 2:**يحلّ مشكلات متعلقة بالتناسبية (جداول التناسبية، النسبة المئوية، المقياس) وبحساب وتوظيف مقادير (أطوال، حجوم ومساحات)	**ك خ 2:** يحلّ مشكلات من المادّة ومن الحياة اليومية مرتبطة بالتناسبية وتطبيقاتها وتنظيم معطيات في شكل جداول أو مخطّطات ويقرؤها

Activer Winc
Accédez aux par

ملمح التخرّج من المرحلة: ويتكوّن من مجموع الكفاءات الشاملة للمواد. وتستخلص الكفاءات الشاملة للمواد بعد تحديد ملمح التخرّج. هي الترجمة المفصّلة في شكل كفاءات شاملة (منتوج التكوين) للمميّزات النوعية التي حدّدها القانون التوجيهي كصفات وخاصّيات كلّفت المدرسة بمهمّة تنصيبها لدى جزائري الغد. إنّها مجموعة بإمكانها أن تقود وتوجّه عملية إعداد المنهج الدراسي. وهي منظّمة بكيفية تجعل المناهج والمسارات الدراسية تلتزم بالمبادئ الاستراتيجية والمنهجية التي تجعلها أكثر قابلية للتطبيق، وتتّسم بالانسجام الداخلي.

وتنتظم هذه المميّزات حول المحاور الآتية:

- ✓ القيـم؛
- ✓ الكفاءات العرضية؛
- ✓ كفاءات المواد؛
- ✓ المعارف.

الكفاءة الختامية: كفاءة مرتبطة بميدان من الميادين المهيكلة للمادّة، وتعبّر بصيغة التصرّف (التحكّم في الموارد، حسن استعمالها وإدماجها وتحويلها)، عمّا هو منتظر من التلميذ في نهاية فترة دراسية لميدان من الميادين المهيكلة للمادّة.

كفاءات المادّة : هي الكفاءات التي يكتسبها المتعلّم في مادّة من المواد الدراسية. وتهدف إلى التحكّم في المعارف، وتمكّنه من الموارد الضرورية لحلّ وضعيات مشكلة.

الميدان: جزء مهيكل ومنظّم للمادّة قصد التعلّم. وعدد الميادين في المادّة يحدّد عدد الكفاءات الختامية التي ندرجها في ملمح التخرّج. ويضمن هذا الإجراء التكفل الكلّي بمعارف المادّة في ملامح التخرّج.

الكفاءات العرضية: تتكوّن من القيم والمواقف، والمساعي الفكرية والمنهجية المشتركة بين مختلف المواد التي ينبغي اكتسابها واستخدامها أثناء بناء مختلف المعارف والمهارات، والقيم التي نسعى إلى تنميتها. كلّما كان توظيف الكفاءات العرضية وتحويلها إلى مختلف المواد أكثر، كان نموّها أكبر. كما أنّ الربط بين كفاءات المادّة والكفاءات العرضية يساهم في فكّ عزلة المادّة وفي تدعيم نشاطات الإدماج.

Accédez aux

الفصل الثاني: حل المشكلات في المناهج الجديدة في البلدان الرائدة في التعليم

نظرا للتحدي التكنولوجي الذي يحمله الإعلام الآلي المتمثل في تغيير كل أشكال التعامل بين الناس وبين الناس والآلات، والذي لا يستطيع التعليم الروتيني مواكبته، ارتأت بعض البلدان الرائدة في تغيير مناهجها التعليمية بجعل المتعلم في مركز العملية المعرفية لاكتساب المعرفة وتزويده بقدرات في حل المشكلات غير الروتينية (التمارين العادية الموجودة في الكتب) حتى يتسنى له مواكبة التغيير التكنولوجي والتحديات المتعلقة بهذا التغيير السريع.

1. سنغافورة

يركز منهج الرياضيات في سنغافورة على تطوير كفاءات حل المشكلات والتفكير المنطقي من خلال نهج منظم لتعلم الرياضيات. تم تصميم المنهج لتزويد الطلاب بالقدرة على التفكير النقدي وتطبيق المفاهيم الرياضياتية على المشكلات الواقعية وهذا التصميم الجديد الذي وضع في 1997 كان جوابا على المتطلبات التالية:

- الحاجة إلى تزويد الطلاب بالكفاءات اللازمة للنجاح في اقتصاد عالمي متزايد التعقيد والتنافسية.
- التركيز على تكوين طلبة قادرين على التفكير والنقد والابتكار وحل المشكلات في بيئات مختلفة.
- رغبة سنغافورة في الحفاظ على أدائها العالي في التقييمات الدولية مثل PISA، التي تقيس مهارات حل المشكلات والتفكير النقدي لدى الطلاب. https://www.moe.gov.sg/primary/curriculum/syllabus

2. فنلندا

بدأت فنلندا بإصلاح نظامها التعليمي بشكل كبير في الثمانينيات، ولكن التحول نحو التركيز على حل المشكلات والتفكير النقدي أصبح أكثر وضوحًا في التسعينيات وأوائل العقد الأول من القرن الحادي والعشرين، مع تقديم المناهج الأساسية الوطنية لعام 2004.تشتهر فنلندا بنظامها التعليمي المبتكر الذي يدمج حل المشكلات والتفكير النقدي في المناهج. يركز المنهج الفنلندي على التعلم المتمركز حول الطالب، حيث يشارك الطلاب في التعلم القائم على المشاريع وحل المشكلات بشكل تعاوني. https://www.oph.fi/en

3. اليابان

أجرت اليابان إصلاحات في نظامها التعليمي للتركيز على تعزيز الإبداع ومهارات حل المشكلات. تشمل المناهج اليابانية دراسات متكاملة ودروسًا تشجع الطلاب على التفكير النقدي وحل المشكلات المعقدة بشكل تعاوني. بدأت اليابان في تنفيذ إصلاحات شاملة في التعليم في أواخر التسعينيات وأوائل العقد الأول من القرن الحادي والعشرين. تم التركيز على حل المشكلات والتفكير النقدي في المناهج الجديدة التي تم تقديمها في عام 2002. https://www.mext.go.jp/en

4. كندا

وضعت كندا وخاصة مقاطعتي أونتاريو وكولومبيا البريطانية تركيزًا قويًا على حل المشكلات والتعلم القائم على الاستفسار. يشجع المنهج الطلاب على المشاركة في التفكير النقدي وتطبيق معرفتهم لحل المشكلات العملية.

بدأ التحول في أونتاريو نحو مناهج تركز على حل المشكلات والتفكير النقدي مع تقديم المناهج الجديدة في أوائل العقد الأول من القرن الحادي والعشرين. أما في كولومبيا البريطانية، فقد بدأت الإصلاحات الرئيسية في عام 2010 وتم تنفيذها بالكامل بحلول عام 2015. https://www.dcp.edu.gov.on.ca/en/math

https://documents.ncsl.org/wwwncsl/Education/Study-Group/11.BCRedesignedCurriculum-AnOrientationGuide.pdf

5. أستراليا

يركز المنهاج الأسترالي اعتمادا على هيئة تقييم المناهج ACARAعلى كفاءات حل المشكلات في مختلف المواد بهدف تطوير قدرة الطلاب على التفكير والإبداع والنقد وتطبيق المعرفة في سياقات متنوعة. https://www.education.gov.au

6. الولايات المتحدة الأمريكية (Rising above the gathering storm,2005)

التعلم المركب STEM : علوم + تكنولوجيا + هندسة+ رياضيات

تضع الولايات المتحدة الأمريكية تركيزًا قويًا على تعليم العلوم والتكنولوجيا والهندسة والرياضيات (STEM)، بالتركيز حل المشكلات والتفكير النقدي. تشجع المبادرات مثل "معايير العلوم للجيل القادم" (NGSS) على التعلم العملي القائم على الاستفسار وحل المشكلات.

بدأ التركيز على التعلم عن طريقSTEM في الولايات المتحدة في الثمانينيات عندما بدأت الحكومة الفيدرالية والمؤسسات التعليمية في التعرف على أهمية العلوم والتكنولوجيا والهندسة والرياضيات لتحسين التنافسية الاقتصادية للبلاد.

ومع ذلك، شهد العقد الأول من القرن الحادي والعشرين زيادة كبيرة في الاهتمام بـ STEM نتيجة للتقارير الوطنية مثل تقرير "Rising Above the Gathering Storm" لعام 2005[6] والذي دعا إلى تحسين التعليم في مجالات العلوم والتكنولوجيا والهندسة والرياضيات لتعزيز القدرة التنافسية الوطنية.

التعلم القائم على المشاريع problem-based Learning(PBL)

التعلم القائم على المشاريع (PBL) بدأ التعلم القائم على المشاريع PBLيكتسب شعبية في الولايات المتحدة في التسعينيات، مستندًا إلى أبحاث سابقة في التعليم القائم على الاستفسار والتعلم النشط. اكتسب هذا المنهاج زخمًا كبيرًا مع نشر أبحاث تظهر فوائد PBL في تعزيز مهارات التفكير النقدي وحل المشكلات. بحلول العقد الأول من القرن الحادي والعشرين، بدأت العديد من المدارس في تبني هذا النهج بشكل أوسع كجزء من حركات إصلاح التعليم التي تسعى إلى جعل التعلم أكثر ارتباطًا بالحياة الواقعية وأكثر جاذبية للطلاب.(Rising above the gathering storm,2005)

7. الصين:

قامت الصين بتنفيذ إصلاحات شاملة في المناهج للتحول بعيدًا عن الحفظ عن ظهر قلب نحو تطوير مهارات التفكير النقدي وحل المشكلات. تشمل هذه الإصلاحات تركيزًا أكبر على التعلم القائم على الاستفسار والتطبيقات العملية للمعرفة.

التعلم عن طريق العلوم التجنولوجيا الهندسة الفنون والرياضيات :STEAM

مثل الولايات المتحدة، تركز الصين على تعليم STEAM (العلوم، التكنولوجيا، الهندسة، الفنون، الرياضيات). يدمج هذا المنهاج الفنون مع مواد STEM التقليدية لتعزيز الإبداع إلى جانب مهارات حل المشكلات.

التعليم الموجه نحو الجودة:

تهدف سياسة التعليم الموجه نحو الجودة في الصين إلى تنمية القدرات الشاملة للطلاب، بما في ذلك التفكير النقدي والإبداع وحل المشكلات. تشجع هذه السياسة على نهج أكثر شمولية للتعليم، يتجاوز الأداء الأكاديمي فقط.

التعليم القائم على الكفاءات:

تركز السياسات التعليمية الحديثة في الصين على التعليم القائم على الكفاءات، الذي يركز على تطوير الكفاءات الأساسية لدى الطلاب مثل التفكير الابتكاري وحل المشكلات. ينعكس هذا النهج في تصميم المناهج وأساليب التقييم.

الفصل الثالث: حل المشكلات، الهيوريستيكيات وتصيد المقدمات

"الحياة كلها حل مشكلات (كارل بوبر)"

هناك إجماع واسع النطاق عبر العديد من البلدان على أن حل المشكلات هو جانب أساسي ضمن منهاج الرياضيات المدرسي، ويظهر بشكل بارز في مناهج الرياضيات حول العالم[12]. يعتبر حل المشكلات أمرًا مهما في العالم الحديث وميزة أساسية في منهج الرياضيات الدراسي[2]، يعتبر الفيلسوف كارل بوبر الحياة على أنها سلسلة من حل المشكلات [9]، ويعتبر بول هالموس [3] حل المشكلات قلب الرياضيات النابض والسبب الرئيسي لبقائها. الرهان الحالي في التعليم والتعلم ليس هو تطبيق خوارزميات الحل بنجاح، لأنه توجد برامج آلية يمكن أن تفعل ذلك، لكنه يكمن في تكوين شخص قادر على التفكير والتجريب والتصحيح والتحليل والتركيب، لذا توجب بناء مناهج الرياضيات التي تساعد الطلاب في تطوير الإبداع والبراعة والمرونة اللازمة للتعامل مع المشكلات الجديدة بمرونة وثقة.

1.تعريف حل المشكلات :

1.1 جورج بوليا [8]: يعتبر جورج بوليا حل المشكلات على أنه العملية التي يقوم بها الفرد عندما يكون لديه هدف ولكنه لا يعرف كيف يحققه. وقد قدم بوليا أربعة مراحل لحل المشكلات: فهم المشكلة، وضع خطة، تنفيذ الخطة، والمراجعة.

1.2 شوينفيلد [10]: عرف شوينفيلد حل المشكلات على أنه نشاط يتطلب التفكير النقدي والاستدلال والتركز على كيفية استخدام الأفراد لمعرفتهم واستراتيجياتهم للوصول إلى حلول غير معروف الوصول إليها مسبقًا.

يرى شوينفيلد[10] أن حل المشكلات يشمل التفاعل بين المعرفة والاستراتيجيات والمراقبة الذاتية لما يجري في الذهن عند البحث عن الحل.

1.3 **ريتشارد ليش [4]:** عرف الباحث ريتشارد ليش حل المشكلات على أنه استخدام النماذج الرياضية والتفكير النمطي لفهم وتفسير الظواهر الواقعية. يشدد على أهمية تمثيل المشكلة بعدة طرق واستخدام هذه التمثيلات لإيجاد الحلول.

1.4 جون ديوي [1]: يؤكد جون ديوي على أن عملية التعلم تتم عندما يواجه الطالب للعلم مشكلات لم يتطرق إليها من قبل والتي تتطلب منه التفكير للوصول إلى حلها.

1.5 المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات [7] : أما المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات فيرى أن حل المشكلات في الرياضيات هو عملية تطبيق المعرفة الرياضياتية والمهارات للتعامل مع مواقف غير مألوفة أو غير محددة، وتتضمن استخدام التفكير النقدي والإبداعي.

1.6 بيتر ليلجيداهل[5] : و عرف الباحث في تعليمية الرياضيات بيتر ليلجيداهل حل المشكلات على أنه عملية يتفاعل فيها الطلاب في التفكير والإبداع، ويتضمن التعامل مع المشكلات التي لا يملكون حلولًا مسبقة لها. يشدد على أهمية البيئة التعليمية التي تشجع على التجريب والتفكير المستقل.

نلاحظ أن كل هذه التعاريف تتفق على أن المشكل لا يعرف الطريق لحله مسبقا ولا بد للتفكير والمحاولة والتخمين وتصحيح المحاولات للوصول إلى الحل إن أمكن.

1.7 الحسن بن الحسن بن الهيثم: في مقال له حول التحليل والتركيب وصف الحسن بن الحسن بن الهيثم كيفية القيام بالتحليل والتركيب وكيف تتم هذه الصناعة وما هي شروط النجاح فيها فقال:

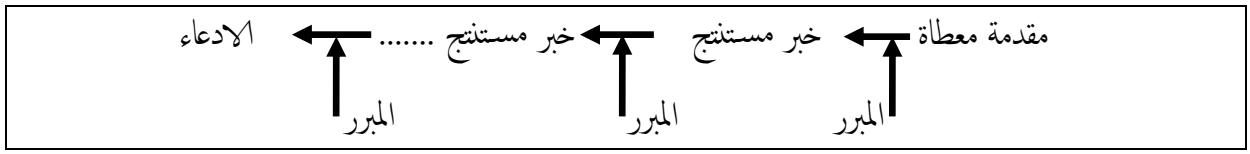
"وطريق الظفر بهذه المقاييس (أي البراهين) هو تصيد مقدماتها وتمحل الحيل في طلبها... والصناعة التي بها تصيد هذه المقدمات ... تسمى صناعة التحليل... وصناعة التحليل تحتاج إلى تقديم العلم بأصول التعاليم والارتياض بها ليكون المحلل ذاكرا للأصول عند عمل التحليل، ويحتاج مع ذلك إلى حدس صناعي، وكل صناعة فليس تتم لصانعها إلا بحدس على الطريق الذي يؤدي إلى المطلوب".

والتحليل يبدأ بـ: "أن نفرض المطلوب على غاية التمام والكمال، ثم ننظر في خواص موضوعه اللازمة لذلك الموضوع ولجنسه، ثم فيما يلزم من لوازمه، ثم فيما يلزم من تلك اللوازم إلى أن ينتهي إلى شيء معطى في ذلك المطلوب وغير ممتنع فيه، فإذا انتهى هذا النظر إلى المعنى المعطى، قطع النظر في ذلك المطلوب ووقف الناظر عنده، والمعطى هو المعنى الذي لا يمكن دفعه ولا يمنع منه مانع"

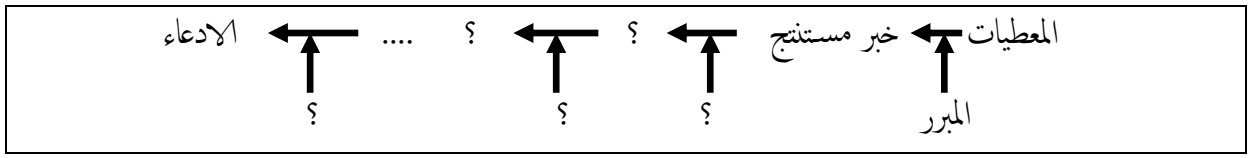
يتكلم هنا الحسن بن الهيثم على عنصران لا بد منهما لحل المشكلات، الحدس وتصيد المقدمات:

حل مشكل غير روتيني في الرياضيات يعني كتابة البرهان عن الحل، ولا يتم ذلك إلا إذا اكتشفت كل المقدمات التي تدخل في السلسلة الاستنتاجية له، ولا يمكن العثور على هذه المقدمات إلا بحيل تصطاد هذه المقدمات ولا بد من أن يكون الباحث عن الحل على دراية بمقدمات العلم الذي يدرسه.

يمكن أن نمذج البرهان الاستنتاجي على الشكل التالي:

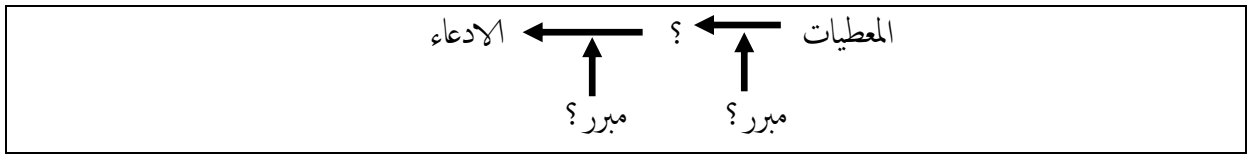


إذا كان لدينا مشكل و فقدت المقدمات التي تدخل في السلسلة الاستنتاجية فيكون نموذج المشكل كما يلي :



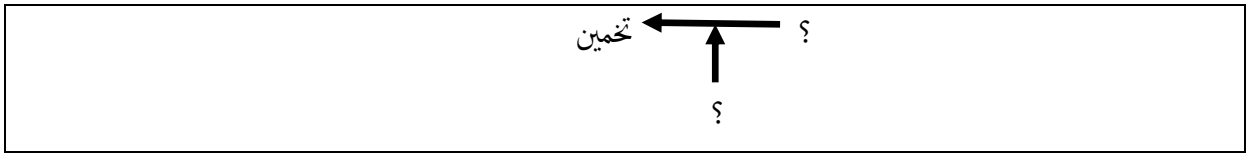
في حالة المشكل الذي لم يحل و لا يعرف الطريق نحو حله، بناء الطريق يتم بتصيد المقدمات و تبريراتها و كل هذا يتم عن طريق وضع تخمينات و محاولة البرهان عليها.

بصفة مختصرة لدينا :



كل خبر في الرياضيات امتحنت صحته بالتجريب يعتبر تخمينا ما لم يبرهن. تظهر التخمينات بالملاحظة والتجريب والمحاولة وتصحيح الأخطاء.

يؤول حل كل مشكل إلى البحث عن تخمين عن طريق الملاحظة والتجريب، لذا يمكن اختصار مسار الحل إلى الشكل التالي:



وبالعثور على التخمين المناسب ننهي المشكل.

2 تصيد المقدمات: هذه هي التسمية التي أطلقها ابن الهيثم على عملية البحث عن المقدمات في عملية التحليل، فهو يرى حل المشكل من باب فك المفاهيم المركبة إلى أجزائها واستنتاج أخبار حتى الوصول إلى نظرية برهنت او تعريف لمفهوم وضع، وهذه النظريات والتعاريف هي التي تدخل في تركيب الحل.

2.1 مثال: مسألة لابن الهيثم

كل ضعلين من مثلث فهما أعظم من الضلع الباقي.

الحل:

فتحليل هذا الشكل هو أن نفرض الدعوى على ما أوحى فيها، فيكونا ضلعا "أ ب، أ ج" مجموعتين أعظم من "ب ج".

يفترض ابن الهيثم وجود المثلث حسب الشكل الاتي، وذلك في مثاله الهندسي الذي اخضعه للتحليل والتركيب. ويقول ابن الهيثم في التحليل والتركيب: "فتحليل هذا الشكل هو ان نفرض الدعوى على ما اوحى فيها، فيكونا ضلعي

أ ب، أ ج مجموعتين أعظم من ب ج فننظر في خواص المثلث ليظهر فيها خاصية تؤدي إلى ذلك، وإذا نظر في خواص المثلث وهو على ما هو عليه لم يوجد فيه خاصية تؤدي إلى صحة هذه الدعوى، فينبغي ان يحدس المحلل على زيادة يزيدها في هذا الشكل ليحدث بها خاصية أو خواص ليست موجودة في هذا المثلث، وهو على ما هو عليه واجد الزيادات التي تحتمل أن تزاد لتحدث خاصية زائدة. هو ان نجعل الضلعين خطا واحدا فنخرج ب أ على استقامة، ونفصل منه مثل أ ج وليكن أد، فيكون ب د أعظم من ضلع ب ج.

نصل ج د فيصبح ب د ج مثلثا، ويكون ضلع د ب منه أعظم من ضلع ب ج، فقد تبين في الشكل الثامن عشر من المقال الاول من كتاب "أوقليدس" أن الضلع الاعظم من كل مثلث يوتر الزاوية العظمى، فتكون زاوية ب ج د أعظم من زاوية ب د ج.

ولكن زاوية أ ج د تساوي الزاوية ا د ج لأن أ د = أ ح.

فتكون الزاوية ب ج د أعظم من الزاوية أ ج د.

ولأن الأمر كذلك، فقد أنتهى التحليل إلى معنى هو معطى لا شك فيه، وهو ان زاوية ب ج د أعظم من زاوية أ ج د. وتركيب هذه المسألة يكون كما نصف:

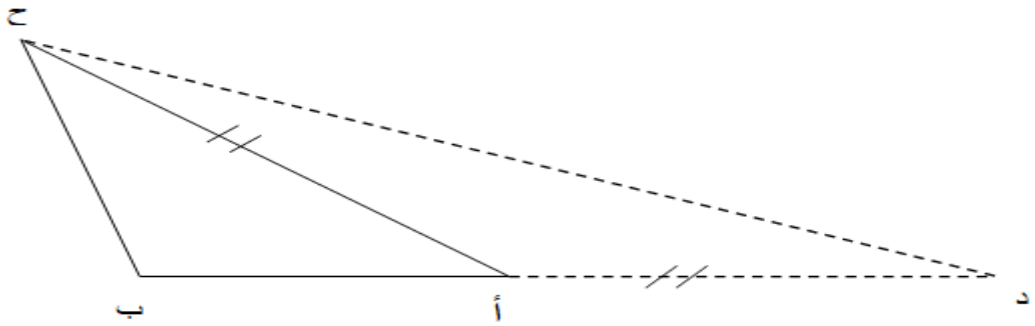
نخرج ب أ على استقامة كما فعل في التحليل، ونفصل أ د مثل أ ج.

ونصل د ج فيكون زاوية ب ج د أعظم من زاوية أ ج د.

هذه المقدمة هي التي توصل أليها التحليل، ويكون ضلع ب د أعظم من ضلع ب ح.

كما تبين في الشكل التاسع عشر من المقال الأول من كتاب "أوقليدس" وضلع ب د هو مثل الضلعين أ ب + أ ج.

وعليه فضلعا ب أ + أ ج أعظم من ضلع ب ج، وذلك ما أردنا أن نبين"



نرى أن ابن الهيثم تكلم عن حدس يجعله يغير وضعية المشكل بتمديد ضلع مثلث وقطع ضلع عليه مثل ضلع آخر، فالمشكل لم يتغير لكن الوضعية أظهرت أدوات معاريفية كانت مخفية في الشكل وسمحت بحسم المسألة.

قال ابن الهيثم أنه لا بد للباحث في المشكل أن يكون على دراية بالمعارف التي تدخل في علم المواضيع التي تظهر فيه و إلا تعثر عليه الوصول (دون إعادة كشف هذه المعارف و البرهان عليها)

2.2. البرهان بالخلف كحيلة لحل مشكل

المشكل: برهن أنه لا يوجد عدد أولي أكبر من جميع الأعداد الأولية

الحل:

لا بد للطالب أن يكون على دراية بمعنى أولية عدد ويكون قد تمرن على المفاهيم المتعلقة بالأعداد الطبيعية كقابلية القسمة بالخصوص وإلا تعثر عليه الوصول إلى حل المشكل.

لا يوجد طريق للبرهان إلا بفرض أنه يوجد عدد أولي أكبر من جميع الأعداد الأولية ثم محاولة الوصول إلى تناقض. فالحدس هنا في اختيار طريقة البرهان، البرهان بالخلف وبه يتغير المشكل إلى مشكل آخر وفيه تظهر إمكانية استعمال الحساب.

إذا افترضنا أنه يوجد عدد أولي p أكبر من جميع الأعداد الأولية فالطريق إلى الحل هو البرهان على أنه يوجد عدد أولي أكبر منه.

نكون العدد N بحيث : $N=1\times2\times3\times5\times...\times p+1$

الوصول إلى هذا العدد ليس مباشر، لكن بالمحاولات في تكوين عدد أكبر من العدد p يمكن أن نحدسه.

ثم نواصل التفكير ونصل إلى أن N أولي و أكبر من p الذي افترضناه أنه أكبر عدد أولي.

3. الهيوريستيكيات وتصيد المقدمات:

وصل الباحثون في حل المشكلات في الرياضيات إلى ملاحظة أن المتمكنون من حل المشكلات يتميزون باستعمال استراتيجيات عامة تمكنهم من الوصول إلى الحلول أو مقاربتها، تسمى هذه الاستراتيجيات هيوريستيكيات. كما درس كثير من الباحثين في حل المشكلات في الرياضيات إمكانية تدريس هذه الاستراتيجيات ومدى فاعليتها في تمكين الطلبة من حل المشكلات.

فالباحث شيونفيلد [11]مثلا ، في مقال له حول تدريس مهارات حل المشكلات وصف عدد من هذه الاستراتيجيات ووصل إلى أن تدريسها ليس بالأمر الهين لأنها لطيفة لا توظف بسهولة لتغير كيفية استعمالها بتغير المشكلات و إن تشابهت المشكلات.

تسمية الهيوريستيكيات :

هي سوى ما أسماه الحسن بن الهيثم بالحدس الذي به تصطاد المقدمات والذي يشترط في صاحبه أن يكون على دراية بالموضوع الذي يطرح فيه المشكل. من بين هذه الهيوريستيكيات ما استعمله ابن الهيثم نفسه في حل المشكل بإثرائه بإنشاء هندسي يظهر أخبار كانت مخفية تسمح باستعمال العلم الذي يستند إليه المشكل.

استعمال البرهان بالخلف يغير المشكل إلى مشكل آخر باستعمال النقيض في المنطق، الذي بدوره يثري المشكل بأخبار تصبح أدوات للحل.

لكن علماء تعليمية الرياضيات والباحثين في كيفية حل المشكلات رأوا أن الحيل التي توضع للوصول إلى الحل عبارة عن كيفية تسمح باستكشاف المقدمات التي تدخل في حل المشكل، وهذا الاستكشاف باللغة الإغريقية نابع من كلمة يوريسكين(heuriskin) التي تعني "الاستكشاف" فأسموا طرق الاستكشاف بالهيوريستيكس، وأسماها قبلهم الحسن بن الهيثم بالحيل التي تصطاد بها المقدمات.

أما تصيد المقدمات فهو قياس ينتقل من الادعاء نحو المقدمات المتمثلة في النظريات وتعاريف المفاهيم، مثله مثل القياس الاستنتاجي الذي ينتقل من المقدمات والنظريات نحو الادعاءات.

وخلاصة ذلك هو أن الهيوريستيكيات هي حيل ميتا-معرفية تستعمل لاستكشاف الحل، أما تصيد المقدمات فهو القياس الذي يسمح بذلك وهو انتقال من الادعاءات إلى المقدمات.

الفصل الرابع: بعض الهيوريستيكيات في حل المشكلات وتصيد المقدمات

الهيوريستيكية 1: إنشاء جدول :

إلى كم من قطعة يقطع مئة مستقيم المستوي، علما أن كل مستقيمين يلتقيان وكل ثلاثة مستقيمات لا تشترك في نقطة.

الحل: لن نستطيع حل المشكل برسم المستقيمات لأن عددها كثير، لذا نحاول أن ندرس عدد القطع في أمثلة بسيطة ثم نحاول أن نجد نمط أو عبارة. نحسب عدد القطع بالنسبة لمستقيم واحد ثم مستقيمين ثم ثلاثة مستقيمات حتى نرى العبارة إن أمكن، ثم نعمم.

عدد المستقيمات	عدد القطع المستوية
1	2
2	4=2+2
3	7=4+3=2+2+3
4	11=7+4=2+2+3+4

من خلال فحص الجدول نرى أن عدد القطع المستوية التي تظهر في صف معين في الجدول يساوي عدد القطع الموجودة في الصف السابق لها زائد عدد المستقيمات المعتبرة في الصف المعين.

يمكننا من خلال هذه الملاحظة وضع تخمين عام يعطي عدد القطع:

إذا كان عدد المستقيمات يساوي n فإن عدد القطع الناتجة عن التقاطع هو $2 + 2 + 3 + \cdots + n$ التي يمكن اختصارها بالعبارة $1 + \frac{n(n+1)}{2}$

إذن تحول المشكل إلى كيفية البرهان عن العبارة العامة، والذي سوف يجد طريقه في البرهان على كيفية حساب عدد القطع المستوية عند تقاطع أربعة مستقيمات بالشروط المنصوصة حولها.

هنا الجدول ما هو سوى طريقة لتنظيم أخبار التجارب البسيطة.

الهيوريستيكية 2: المحاولة وتصحيح الخطأ

نعتبر المشكل التالي: لدينا مربعات ومثلثات. إذا جمعنا كل الأشكال فعددهم هو 36. إذا جمعنا عدد الرؤوس فهو 120.

كم من مثلث وكم من مربع.

المطلوب البحث عن الحل دون استعمال المعادلات، كأننا نفرض أن التلميذ لا يعرف نمذجة المشاكل بالمعادلات.

الحل: لا نعرف خبرا عن كيفية الوصول للحل وبفرض أننا ندرس هذا النوع من المشاكل لأول مرة فالفكرة أن لا نبقى مكتوفي الأيدي و نقوم بإعطاء قيمة لعدد المربعات و قيمة لعدد المثلثات علما أن المجموع 36. ثم نحاول تصحيح الخطأ إن أخطأنا.

نفترض مثلا أن عدد المثلثات يساوي عدد المربعات يساوي 18. مجموع الأشكال 36.

لنحسب عدد الرؤوس:

ينتج عن المثلثات 54 رأس وعن المربعات 72 رأس والمجموع 126. يعني لدينا 6 رؤوس زائدة على120 رأس المفروض عددها.

لذا سوف ننقص من عدد المربعات.

كلها استبدلنا مربعا بمثلث سقط عدد الرؤوس بواحد (-1=3+4-)، لذا نستبدل ستة مربعات بستة رؤوس حتى يسقط عدد الرؤوس بستة من الخطأ الذي قمنا به في المحاولة والحل هو 12 مربع و24 مثلث.

الهيوريستيكية 3: تخمين عبارة بالتجريب

أحسب المجموع التالي: $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n}{(n+1)!}$

الحل:

كل محاولة لتوحيد المقامات تبوء بالفشل، لذا نحاول أن نبحث في مشكل أبسط بإعطاء قيم للمتغير الطبيعي n ونضع الكل في جدول:

المجموع	n
$\frac{1}{2}$	1
$\frac{5}{6}$	2
$\frac{23}{24}$	3
$\frac{119}{120}$	4

أول ملاحظة هي أن الفرق ما بين البسط والمقام يساوي 1

المشكل يبقى عن البحث عن العلاقة التي تربط المقامات بالرتبة في الجدول:

نلاحظ أن المقامات هي عاملي الأعداد الطبيعية الأولى:

$$2 = 2!\,, 6 = 3!\,, 24 = 4!\,, 120 = 5!$$

لذا يمكن أن نخمن أن:

$$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \cdots + \frac{n}{(n+1)!} = \frac{(n+1)! - 1}{(n+1)!}$$

يبقى البرهان الذي يمكن أن يتطرق إليه بالتراجع بسهولة

نرى من خلال هذه الأمثلة أنه للبحث عن الحل أحيانا نستعمل عدة هيوريستيكيات.

الهيوريستيكية 4: تبسيط المشكل دون فقدان العمومية

نعتبر المشكل التالي: برهن أنه مهما كانت الأعداد الحقيقية الموجبة c,b,a المحصورة ما بين 1 و 0 فإن

$$(1-a)(1-b)(1-c)(1-d) > 1-a-b-c-d$$

كل المحاولات التي تستعمل النشر باءت بالفشل لذا ارتأينا أن نقلل من عدد المتغيرات ونلاحظ المتباينة كيف تصبح:

$$(1-a)(1-b) = 1-a-b+ab > 1-a-b$$

كل هذا قمنا به لأن الشروط تسمح بذلك.

من هنا ظهر أن عملية استقرائية بسيطة تجعل حل المشكل في مستوى البداهة، كذا إمكانية تعميمه بكل سهولة عن طريق التراجع.

الهيوريستيكية 5: اعتبار مشكل مكافئ باستحضار خبر

المشكل: برهن أنه مهما كان العدد الطبيعي n، فإنه إذا كان n^2 زوجي فإن n زوجي

الحل: كل المحاولات للبرهان باستلزام مباشر باءت بالفشل (طلبة السنة الأولى رياضيات وإعلام آلي)

ولما كان الدرس يدور حول المنطق وأنواع البراهين، حاولنا في مخيلتنا البحث عن مشكل يمكن أن يكافئه باستحضار ما درس عن أنماط البراهين، فوصلنا بعد النظر الفكري إلى استعمال البرهان بالعكس النقيض الذي يحول الاستلزام إلى استلزام مكافئ

الهيوريستيكية 6 : البحث عن دليل

يمكن عادة أن يكون ضمنيا في المعطيات أو معطى بشكل تجب ترجمته باستعمال تعاريف مكافئة

نعتبر في فضاء E ذي بعد أكبر من أو يساوي 2، مزود بجداء سلمي، التطبيق الخطي f الذي يحافظ على التعامد:

$$a \perp b \Longrightarrow f(a) \perp f(b)$$

برهن أن f تشابه يعني أنه يوجد عدد موجب β بحيث مهما كان العنصر a من الفضاء E فإن

$$\|f(a)\| = \beta\|a\|$$

بدأنا بترجمة التعامد بلغة الجداء السلمي، فالدالة تحقق ما يلي:

$$(a|b) = 0 \Longrightarrow \big(f(a)\big|f(b)\big) = 0$$

لكن المعطيات لا تدل مباشرة على كيفية الوصول إلى الحل، من أين نحصل على الحل، فبدأنا بتحليل الادعاء: إذا كان $\|f(a)\| = \beta\|a\|$ و$\|f(b)\| = \beta\|b\|$

فإن $\beta = \frac{\|f(a)\|}{\|a\|}$ مهما كان العنصر a.

الفكرة هي كيف يمكننا استعمال "المحافظة على الجداء السلمي"؟

لاستعمال هذه المعطاة لا بد من شعاعين

كيف يمكن أن نحصل على شعاعين من الفضاء متعامدين؟

لما كان الفضاء ذو بعد أكبر من الواحد إذن لا بد أن يكون في الفضاء شعاعين مستقلين خطيا، ولما كان الفضاء مزود بجداء سلمي أمكن لنا أن نكون منهما شعاعين متعامدين باستعمال طريقة **جرام شميد**:

$$u = a,\ \ v = b - \frac{(a|b)}{\|a\|^2}a$$

ولما كان العنصران a وb مستقلين خطيا فمسقط b على a غير معدوم، يعني v غير معدوم، بما أن u و v عموديان فإن $\big(f(u)\big|f(v)\big) = 0$

والحسابات تعطي أن:

$$\frac{\|f(a)\|^2}{\|a\|^2} = \frac{(f(a)|f(b))}{(a|b)}$$

ويليه أن النسب ثابتة وانتهى المشكل.

الفصل الخامس: بعض نماذج حل المشكلات القائمة على الهيوريستيكيات

1. نموذج جورج بوليا George Polya

1.1. نموذج جورج بوليا لحل المشكلات باستخدام الهيوريستيكس

جورج بوليا، أحد الأسماء البارزة في مجال تعليم الرياضيات، طور نموذجًا لحل المشكلات يتمحور حول استخدام الاستراتيجيات الإرشادية (Heuristics). في كتابه الشهير "(How to Solve It) "، يوضح بوليا مجموعة من الاستراتيجيات الاستكشافية التي يمكن للطلاب استخدامها لحل المشكلات الرياضياتية.

يتكون نموذج بوليا من أربع مراحل رئيسية:

1. فهم المشكلة:

يجب على الطالب قراءة المشكلة بعناية والتأكد من فهم جميع الجوانب. يمكن استخدام استراتيجيات مثل رسم مخطط بياني أو تعريف المصطلحات غير المألوفة لذا الطالب.

2. وضع خطة:

هنا يقرر الطالب كيفية التعامل مع المشكلة. يقترح بوليا استخدام استراتيجيات استكشافية مثل التحليل العكسي، البحث عن نمط، أو تقسيم المشكلة إلى أجزاء أصغر.

3. تنفيذ الخطة:

في هذه المرحلة، يبدأ الطالب في تنفيذ الحل باستخدام الخطة التي وضعها. من المهم متابعة الخطة بعناية وتعديلها إذا لزم الأمر.

4. مراجعة الحل:

بعد الحصول على الحل، يجب على الطالب مراجعة العملية والنتيجة. يجب التحقق من صحة الحل والتأكد من أنه يجيب عن السؤال المطروح.

1.2.الهيوريستيكيات الرئيسية في نموذج بوليا

تشمل بعض الاستراتيجيات الإرشادية الرئيسية التي يشجع بوليا على استخدامها ما يلي:

1. رسم مخطط بياني:

يمكن للرسم البياني أن يساعد في توضيح المشكلة وتوفير منظور بصري للحل.

2. البحث عن نمط:

يساعد البحث عن الأنماط في التعرف على الحلول الممكنة والتوصل إلى الاستنتاجات.

3. التحليل العكسي:

انطلاقا من الحل المفترض يعمل الطالب على تحليل الادعاء يكشف عن الخطوات اللازمة لحل المشكلة.

4. تقسيم المشكلة:

تقسيم المشكلة الكبيرة إلى مشاكل أصغر وأبسط يمكن أن يجعلها أكثر قابلية للحل.

5. استخدام المعادلات والمعارف المكتسبة:

استغلال المعرفة السابقة والمعادلات الرياضياتية المعروفة يمكن أن يساعد في إيجاد الحلول.

1.3. التطبيق في الفصول الدراسية

لضمان فعالية نموذج بوليا في التعليم، يمكن للمعلمين:

1. تدريس الاستراتيجيات بشكل صريح:

يجب على المعلمين تعليم الطلاب كيفية استخدام الاستراتيجيات الإستكشافية بشكل واضح ومنهجي.

2. توفير الفرص للتطبيق العملي:

إعطاء الطلاب الفرصة لحل مجموعة متنوعة من المشاكل باستخدام الاستراتيجياتالاستكشافية.

3. تشجيع التفكير النقدي والمراجعة:

تعزيز أهمية التفكير النقدي ومراجعة الحلول للتحقق من صحتها.

2. نموذج آلان شويفيلد Alan Schoenfeld

اقترح آلان شوينفلد نموذجًا لحل المشكلات باستخدام الاستراتيجيات الاستكشافيةheuristics في محاولة فهمه لكيفية الوصول لحل مشكلات رياضياتية وإمكانية تدريس حل المشكلات، وقد فصل ذلك في كتابه " Mathematical Problem Solving" (1985) وفي منشورات أخرى. يركز نموذج شوينفيلد على استعمال الاستراتيجيات الإستكشافية كأدوات لتوجيه عملية حل المشكلات في الرياضيات. وقد وصل إلى أن تذكير الطلبة عند حل المشكلات بتوظيف الهيوريستيكيات قد يجعلهم أكثر فعالية ومهارة إذا قدمت لهم حلول لمشاكل يوضح لهم فيها كيفية استعمال الهيوريستيكيات

2.1. نموذج شوينفيلد لحل المشكلات

يتكون نموذج شوينفيلد من أربعة مكونات رئيسية:

1. الموارد:

هي المعرفة والمهارات الرياضية التي يمتلكها الشخص لحل المشكلات، بما في ذلك التعاريف والنظريات والإجراءات والمعلومات الأخرى ذات الصلة.

2. الاستراتيجيات الإستكشافية:(Heuristics)

هي استراتيجيات أو تقنيات توجه عملية حل المشكلات. شوينفيلد يحدد مجموعة متنوعة من الهيوريستيكيات مثل رسم الرسوم البيانية، إنشاء قوائم نظامية، والبحث عن الأنماط.

3. التحكم:

يتمثل في عمليات اتخاذ القرارات التي يستخدمها الشخص لاختيار وتنفيذ الهيوريستيكيات. ويشمل مراقبة الخطوات في العمل، تقييم النتائج، وإجراء التعديلات حسب الضرورة.

4. المعتقدات:

هي وجهات نظر الشخص حول الرياضيات وقدراته الخاصة، والتي يمكن أن تؤثر بشكل كبير على منهجيته في حل المشكلات و عدم الاستلام لليأس للوصول إلى الحل.

2.2. الاستراتيجيات الإستكشافية الرئيسية في نموذج شوينفيلد

يوفر شوينفيلد قائمة من الاستراتيجيات الإرشادية التي يمكن استخدامها لمعالجة المشكلات الرياضية. بعض الاستراتيجيات الرئيسية تشمل:

1. رسم مخطط بياني: التمثيل البصري يمكن أن يسهل فهم المشكلة والعثور على الحل.
2. إنشاء جداول أو قوائم لتنظيم المقدمات والأخبار: تنظيم المعلومات بطريقة ممنهجة يمكن أن يساعد في أخذ الحذر من إغفال أي احتمال.
3. البحث عن نمط: تحديد الأنماط يمكن أن يؤدي إلى تعميمات وحلول.
4. العمل بشكل عكسي: هذا ما أسماه الباحثون القدامى بالتحليل ويتمثل في البدء من الحل المطلوب والعمل بشكل عكسي نحو المقدمات التي برهنت وتكون مكافئة للدعاء.
5. تبسيط المشكلة: تقسيم المشكلة إلى أجزاء أصغر وأكثر قابلية للإدارة أو النظر في نسخة أبسط من المشكلة يمكن أن يسهل حلها.
6. استخدام التفكير المنطقي: تطبيق مبادئ المنطق يمكن أن يساعد في بناء حجة أو إثبات تخمين.
7. النظر في الحالات الخاصة: تحليل حالات خاصة من المشكلة يمكن أن يوفر رؤى للحالة العامة.
8. التخمين والتحقق: الوصول إلى تخمينات مدروسة والتحقق من صحتها يمكن أن يؤدي أحيانًا إلى الحل الصحيح.

2.3. التطبيق في الفصول الدراسية

يؤكد نموذج شوينفيلد على أهمية تعليم الطلاب الاستراتيجيات الاستكشافية أو الهيوريستيكيات وكيفية توظيفها بفعالية من خلال التدريب الموجه والتفكير. يتضمن ذلك:

1. التدريس الواضح للهيوريستيكية:

يدرس المعلمون بوضوح الاستراتيجيات الاستكشافية المختلفة ويظهرون استخدامها في حل المشكلات.

2. الممارسة والتطبيق:

يتم إعطاء الطلبة فرصًا لتطبيق الاستراتيجيات في مجموعة متنوعة من المشكلات والسياقات لبناء مهاراتهم في حل المشكلات.

3. التفكير الميتا-معرفي:

يتم ذلك بتشجيع الطلبة على التفكير في عملية حل المشكلات الخاصة بهم، في القرارات المتخذة، والاستراتيجيات المستخدمة لتطوير مهاراتهم الميتا-معرفية.

3. نموذج كولين فوستر Colin Foster

اقترح كولن فوستر نموذجًا لتعليم حل المشكلات يرتكز على استخدام تكتيكات محددة. هذا النموذج مصمم ليكون أكثر تركيزًا وفعالية من الاستراتيجيات العامة لحل المشكلات من خلال تعليم الطلاب كيفية تطبيق التكتيكات في سياقات رياضياتية محددة.

3.1. المكونات الرئيسية لنموذج فوستر

1. تكتيكات خاصة بالمجال بدلاً من استراتيجيات عامة:

يؤكد فوستر على تعليم التكتيكات الخاصة بحل المشكلات بدلاً من الاعتماد فقط على الاستراتيجيات العامة. هذه التكتيكات مصممة لتكون قابلة للتطبيق على أنواع معينة من المشكلات الرياضية، مما يجعلها أكثر عملية وفائدة للطلاب.

مثال: في الهندسة، يمكن أن يساعد إضافة خط مساعد في كشف العلاقات التي تبسط المشكلة.

2. التدريس المنظم والمتسلسل:

يركز نموذج فوستر على نهج منظم ومتسلسل لتدريس هذه التكتيكات، بمعنى تقديم التكتيكات بترتيب متعمد يبني على المعرفة السابقة للطلاب ويزداد تعقيدًا بمرور الوقت.

مثال: بدءًا من التكتيكات الأبسط مثل "البحث عن التماثل" قبل الانتقال إلى التكتيكات الأكثر تعقيدًا مثل "البرهان بالتناقض."

3. استخدام مشكلات مختارة بعناية:

يوصي فوستر باستخدام مشكلات مختارة بعناية لتسليط الضوء على فائدة التكتيكات المقدمة. يجب اختيار هذه المشكلات لتوضيح كيف يمكن أن تسهل التكتيكات عملية الحل بشكل كبير.

مثال: مشكلات تصبح أسهل بكثير عند إضافة خط مساعد أو عند تقسيم المشكلة إلى أجزاء أبسط.

4. تشجيع الوعي الميتا-معرفي:

يُشجع الطلاب على التفكير في عملياتهم لحل المشكلات وأن يصبحوا مدركين للتكتيكات التي يستخدمونها وسبب استخدامها. يساعد هذا المنهج الميتا-معرفي الطلاب على استيعاب التكتيكات وفهم متى وكيف يمكنهم تطبيقها بفعالية.

مثال: بعد حل المشكلة، يناقش الطلاب التكتيكات الأكثر فائدة ولماذا.

3.2. أمثلة على التكتيكات المحددة

1. إضافة خطوط مساعدة: في الهندسة، يشمل هذا رسم خطوط إضافية تساعد في كشف العلاقات المخفية أو تبسيط الأشكال المعقدة.
2. البحث عن التناظر: تحديد الخصائص المتناظرة لتبسيط الحسابات وخطوات حل المشكلة.
3. التفكيك وإعادة التركيب: تقسيم المشكلة إلى أجزاء أصغر وحل كل جزء على حدة قبل إعادة تركيب الحل.

تحليل الحالات الخاصة: التركيز على حالات خاصة أو أبسط من المشكلة لاكتشاف أنماط أو حلول عامة.

استخدام العلاقات والمعادلات المعروفة: تطبيق النظريات والصيغ الرياضية المعروفة مباشرة لحل المشكلات.

4. التحليل العكسي: البدء من الحل المراد والعمل بشكل عكسي لفهم الخطوات اللازمة.
5. البرهان بالتناقض: افتراض العكس مما تريد إثباته وإظهار أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض.

3.3. التطبيق في الأقسام الدراسية

1. تقديم التكتيكات في سياقها:

يتم تقديم كل تكتيك من خلال مشكلات محددة تجعل التكتيك ضروريًا وذا صلة. يساعد هذا التعلم السياقي الطلاب على رؤية القيمة الفورية للتكتيك.

مثال: تقديم تكتيك "إضافة خط مساعد" مع مشكلة لا يكون الحل واضحًا بدونها.

2. الممارسة والتعزيز:

يتم إعطاء الطلاب فرصًا متعددة لممارسة كل تكتيك من خلال مجموعة متنوعة من المشكلات. يساعد هذا في تعزيز فهمهم وقدرتهم على تطبيق التكتيك في سياقات مختلفة.

مثال: تقديم مجموعة من المشكلات التي تستفيد جميعها من تكتيك "البحث عن التماثل."

3 . التفكير والنقاش:

بعد حل المشكلات، يتفكر الطلاب في التكتيكات المستخدمة ويناقشون فعاليتها. يساعد هذا التفكير على ترسيخ فهمهم وتحسين مهاراتهم في حل المشكلات.

مثال: مناقشات جماعية حول التكتيكات الأكثر فعالية ولماذا، يتبعها تدوين فردي في دفاتر التفكير.

يوفر نموذج كولين فوستر لتعليم حل المشكلات من خلال التكتيكات الخاصة بالمجال ي نهجًا عمليًا وفعالًا لتعزيز قدرات الطلاب الرياضياتية. من خلال التركيز على تكتيكات محددة قابلة للتعليم ودمجها في عملية تعلم منظمة وانعكاسية، يساعد هذا النموذج الطلاب على تطوير فهم أعمق وأكثر وظيفية لحل المشكلات الرياضية.

الفصل السادس: نموذج تولين للحجج

وضع الفيلسوف ستفن تولين [13] نموذج يصف فيه مركبات الحجج في الجدل، و ذلك بجعل الحجة تتركب من ثلاث مكونات أساسية وهي الادعاء (claim) والمعطيات أو الأسس (grounds or datas) والمبرر (warrant)، وثلاث مكونات ثانوية تركب على الثلاث الأساسية وهي المؤهل(qualifier) والدعم (backing) والتفنيد(rebuttal)

الادعاء هو التأكيد الذي يرغب الشخص إثباته لجمهوره، بعبارة أخرى، هو الحجة الرئيسية.

أما المعطيات في الحجة فهي الأدلة والحقائق التي تساعد في دعم الادعاء.

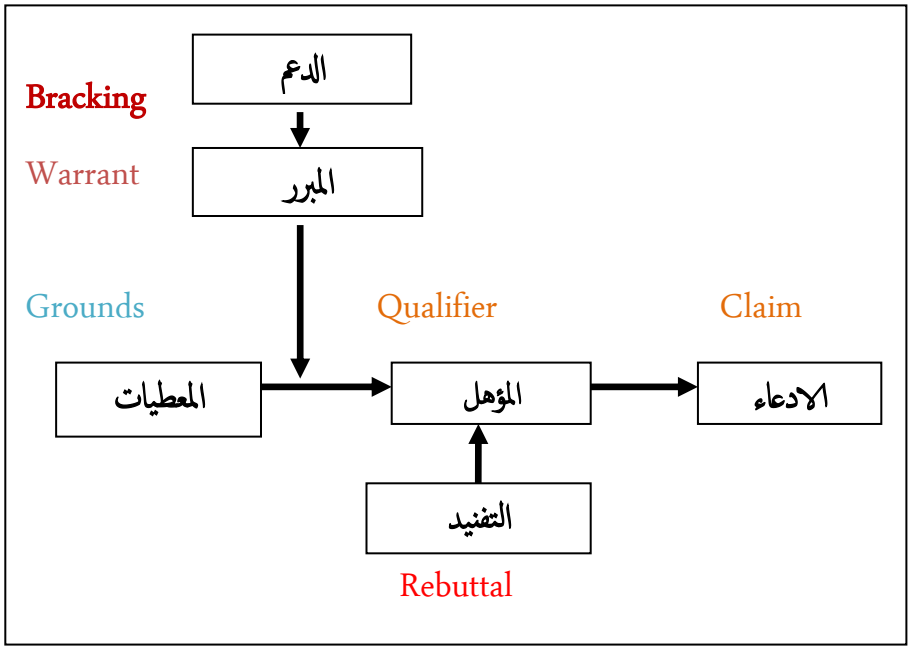
وأخيراً، المبرر، والذي يكون إما ضمنياً أو مذكوراً بشكل صريح، هو الافتراض الذي يربط المعطيات بالادعاء.

أما الدعم فهو يشير إلى أي دعم إضافي للمبرر. في العديد من الحالات يكون المبرر ضمنياً، وبالتالي يوفر الدعم قوة للمبرر من خلال إعطاء حجج معترف بها تبرره.

المؤهل عبارة عن قياس لقوة المبرر على أساس اليقين، فقد يكون المبرر ظنيا يجعل من الادعاء خبر محتمل فقط لأن المبرر هو الذي يربط المعطيات بالادعاء. كلمات مثل "على الأرجح"، "بعض"، و"كثير" تساعد الجمهور على فهم أن المخاطب يدرك أن هناك حالات قد لا يكون فيها ادعاؤه صحيحاً.

أما التفنيد فهو اعتراف بوجهة نظر أخرى صالحة للوضعية.

إن استعمال المؤهل أو التفنيد في الحجة يساعد في بناء المصداقية أو "الإيثوس"(ethos). عندما يعترف المخاطب أمام الجمهور بأن وجهة نظره ليست دائماً صحيحة أو عندما يقدم وجهات نظر متعددة للوضعية، فإنهيبني صورة لشخص مفكر بعناية وغير متحيز، بدلاً من شخص يدفع بعناد لتفسير واحد للوضعية.



استعمل هذا النموذج من طرف العديد من الباحثين في تعليمية الرياضيات لنمذجة الحجج والبراهين من بينهم الباحثة بتينة بيديمونتي (Bettina Pedemonte).

مفهوم السيلوجسمس (syllogisme)

تتشكل الحجج في الرياضيات على أربعة أشكال في العموم وهي الاستنتاج، والاستقراء، وتصيد المقدمات والتشبيه، وكلها لا تعطي نفس القيمة اليقينية للبينة، فمستوى الظن في بعضها لا يرقى إلى اليقين إلا البرهان بالاستنتاج.

الاستنتاج: هو شكل من المنطق الصوري الذي وصفه أريسطو بما يسمى "المونديس بونانس" (modus ponens) والمتمثل في الشكل التالي: كل باء هو جيم والألف هو باء إذن الألف هو جيم

يمكن وصف هذا التركيب كما يلي: لدينا قضية كبرى عامة ك وقضية صغرى ص يمكن أن تكون عامة أو خاصة، ونتيجة ج، تشترك الكبرى والصغرى في عنصر يكون مبتدأ في الكبرى وخبر في الصغرى والقضيتين الكبرى والصغرى عبارة عن جملتين اسميتن، عند اختصار العنصر المشترك نحصل على نتيجة.

كل باء هو جيم، والألف هو باء إذن الألف هو جيم
الجملة الإسمية الكبرى هي: "كل باء هو جيم"
الجملة الإسمية الصغرى هي: " الألف هو باء "
والنتيجة هي: " الألف هو جيم"
تجدر الإشارة هنا إلى أنه لا بد أن يكون خبر الكبرى متعلقا بكل مبتدآ في الكبرى لأن الكبرى عبارة عن مجموعة من المتبدآت تشترك في خبر لأنه إذا فقدت خاصية تعلق الخبر بكل مبتدأ يمكن أن نصل إلى قضايا لا معنى لها:

عاشور جزائري، والجزائريون أكثر من خمسين مليون إذن عاشور أكثر من خمسين مليون.

أما بالنسبة للقيمة الحقية للنتيجة فهي تتناسب مع القيمة الحقية للقضية الكبرى، فإذا كانت الكبرى يقينية والصغرى يقينية فالنتيجة يقينية، وإلا فالنتيجة ظنية الثبوت والظن لا يغني من الحق شيئا.

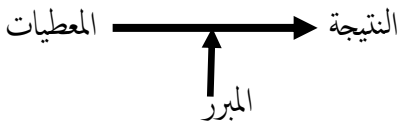
ولما كان الاستنتاج في الرياضيات مبني على معطيات مقبولة من الناظر في القضية وعلى نظريات برهنت وسلم بها، فنتائج الاستنتاج الرياضياتي يقيني.

مثال: كل رباعي متناصفة أقطاره فهو متوازي الأضلاع والرباعي أ ب ج د متناصفة أقطاره إذن الرباعي أ ب ج د متوازي الأضلاع.

القضية الكبرى عبارة عن نظرية برهنت والصغرى معطاة للاستعمال، فالنتيجة حتمية ويقينية.

1. البرهان الاستنتاجي:

يمكن نمذجت البرهان الاستنتاجي ضمن نموذج ستيفان تولين كما يلي:



المعطيات: أب ج د أقطاره متناصفة

المبرر: كل رباعي أقطاره متناصفة فهو متوازي أضلاع.

الادعاء أو النتيجة: الرباعي أب ج د متوازي أضلاع.

الدعم: الهندسة المستوية تؤكد ذلك.

المؤهل: يقيني لإن كل النظريات برهنت من قبل واعترف بها.

المفند: لا يوجد مفند ضمن الهندسة المستوية، إلا إذا اعتبرت هندسة في فضاءات غير مستوية (بتحفظ).

2. الاستقراء:

يعتمد الاستقراء على البحث عن نمط أو قاعدة عامة من خلال دراسة حالات خاصة من مجموعة معطاة. إذا لوحظت القاعدة أو النمط نحكم على المجموعة بخضوع كل عناصرها للقاعدة أو النمط إذا لم تكن حالة تفند القاعدة أو النمط.

مثال: لوحظ أن كل البرمائيات تحرك فكها السفلي عند المضغ، هذه قاعدة استقرائية ناتجة عن ملاحظة بعض الحيوانات عند المضغ، لا يمكن ملاحظة كل البرمائيات. لكن هذه القاعدة لا تفيد اليقين لأنه لوحظ فيما بعد أن التمساح يحرك فكه العلوي عند المضغ. وحتى وإن لم يعثر على مثال مضاد، فالقاعدة تبقى ظنية لعدم التحقق منها.

مثال عن برهان بالاستقراء مستعمل من طرف تلميذ:

برهن أنه مهما كان العدد الطبيعي $n > 0$ فإن $2^n > n$

البرهان : $2^1 = 2 > 1$

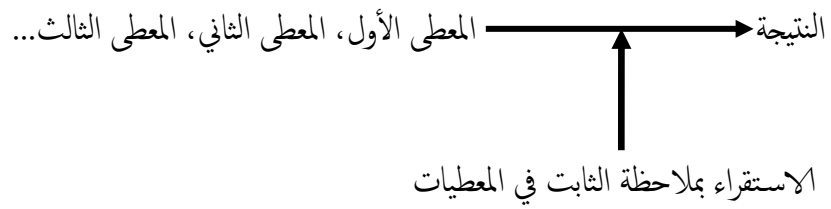
$$2^2 = 4 > 2$$

$$2^3 = 8 > 3$$

نلاحظ أن القاعدة صحيحة من أجل $n = 3$ و $n = 2$ و $n = 1$ إذن القاعدة صحيحة

وظف الناس بقوة البرهان بالاستقراء في حياتهم اليومية، و هو فعلا له دور كبير في تنظيم الحياة في اتخاذ القرارات، لكنه لا يفيد علما قطعيا. لكنه يصلح لاحتشاف الأنماط و القواعد العامة عند حل المشكلات ، التي لا بد أن تخضع إما للبرهان إما للتجريب أو إما أن تمتحن بالبحث عن أمثلة مضادة تعيب عليها عموميتها.

يمكن نمذجة الاستقراء عن طريق ستفن تولين كما يلي :



المعطى الأول والثاني والثالث ألخ هي المعطيات التي فحصت ولوحظ فيها الثابت (النمط أو القاعدة)

المبرر في الاستقراء هو وجود هذا النمط أو القاعدة التي تعمم بعد تجربتها على بعض المعطيات الأخرى وعدم العثور على مثال مضاد يفند القاعدة أو النمط الملحوظ.

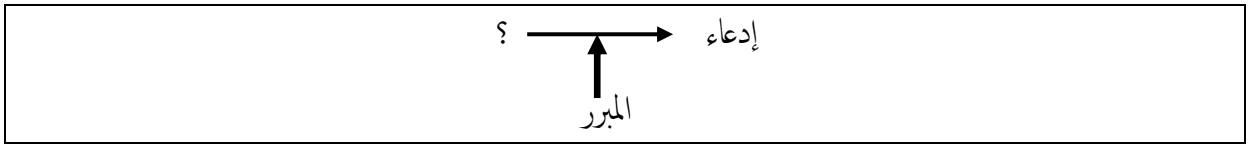
3. تصيد المقدمات abduction

هو البحث عن التفاسير الممكنة لادعاء معين بالبحث عن الأسباب، يعني في تصيد المقدمات ينتقل الذهن من ملاحظة الادعاء إلى الأسباب الممكنة.

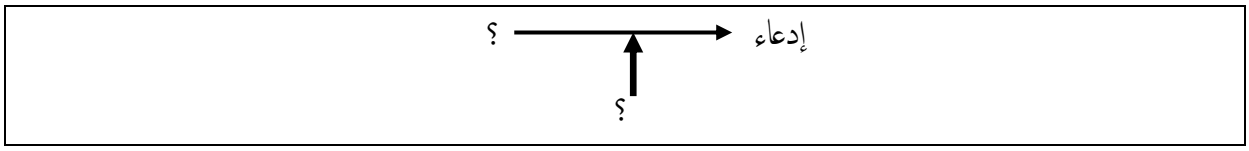
يمكن البحث عن الأسباب باستعمال التحليل عن طريق الاستنتاج انطلاقا من الادعاء حتى الوصول إليه في دور من الاستنتاجات، مثال ذلك أنه إذا كان الادعاء "أ "و أن أ يستلزم "ب" و" ب" يستلزم "ج" و "ج " يستلزم" أ " فإن القضية ج قضية تفسر الظاهرة أ .

كما يمكن تحليل الادعاء عن طريق فكه إلى مركباته المعرفية ثم النظر فيما يمكن أن ينتج هذه المركبات في النظام الاستنتاجي. وخلاصتها هي محاولة البحث عن المعارف التي يمكن أن تنتج الادعاء.

يكون نموذج تولين لتصيد المقدمات كما يلي:



وبصفة أشمل، يمكن البحث عن معارف ومبررات تلقحها المعارف حتى تنتج الادعاء

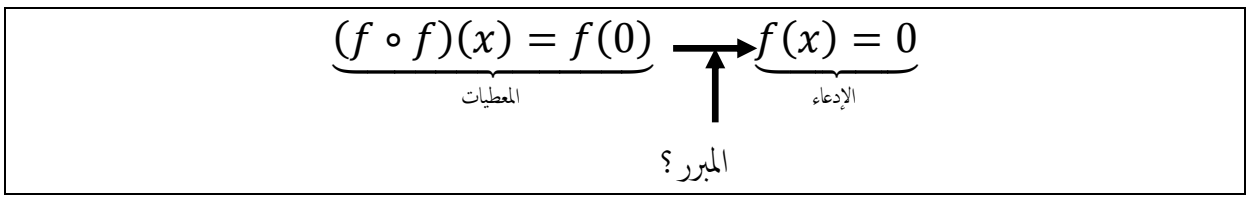


1.3 مثال :

طلب منا البرهان أن الدالة العددية f لمتغير حقيقي هي الدالة المعدومة على R و بعد بحث في الدالة وجدنا أن:

$$(f \circ f)(x) = f(0)$$

ثم حرنا في أمرنا حتى ظهرت لنا فكرة أن $f(x) = 0$ يمكن أن تستنتج من القضية السابقة إذا كانت الدالة متباينة، فتصبح القضية " الدالة متباينة " بمثابة التخمين المنتج للإدعاء الزاعم أن الدالة معدومة، و يكون في موقع المبرر في نموذج تولين :



المبرر ؟: إذا كانت الدالة متباينة ننهي المشكل.

يقع التخمين هنا على المبرر.

2.3 مثال: ABC مثلث كيفي ، K نقطة تقاطع منصف الزاوية الخارج من النقطة A مع القطعة [BC] .

برهن أن $\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC}$

نستعمل تحليل للوضعية كما يلي:

يمكن أن يشير التناسب إلى استعمال نظرية طاليس: B, K, C على استقامة واحدة ، لكن A, B, C ليست على استقامة واحدة ، فلاستعمال نظرية طاليس ننشئ نقطة D تكون على استقامة واحدة مع A, B و تكون على الموازي للمستقيم (AK) ، و نحصل على التناسب التالي : $\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AD}$

التخمين الذي يفرض نفسه هو أن $AC = AD$ لنحصل على التناسب المدعى.

$AC = AD$ يعني أن المثلث ACD متساوي الساقين

لنحاول أن نبرهن على هذا الادعاء :

$(AK) \parallel (CD)$ لأن $\measuredangle ACD = \measuredangle CAK$ و هما متبادلتان داخليا

$\measuredangle ADC = \measuredangle KAB$ لأنهما متجاورتان

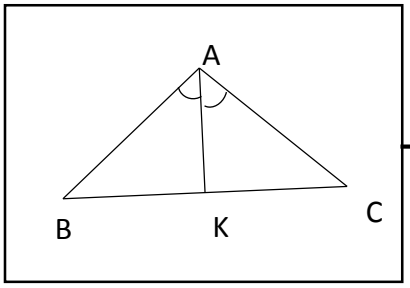
و لما كان (AK) منصف للزاوية BAC فإن $\measuredangle ACD = \measuredangle ADC$

و هذا يعني أن المثلث ACD متساوي الساقين و منه AC = AD وانتهى المشكل.

كيف تم تصيد المقدمات؟

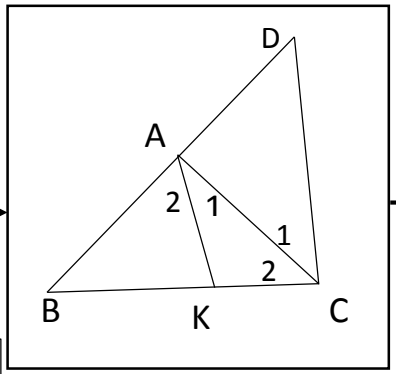
نرى من خلال هذا المشكل أن عدة مقدمات تم اصطيادها عن طريق خطتان، الخطة الأولى هي نسبة التناسب إلى نظرية طاليس مما أدى إلى التصرف في الوضعية برسم خط معرف بدقة، والخطة الثانية تتمثل في وضع تخمين على شكل شرط كاف إن تحقق تم البرهان عن الإعداء الأول.

الحل:



$\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC}$

؟



(AK)//(DC)

$\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC}$

رسم خط مناسب لاستعمال طالس

يمكن لتناسب أن يستدعي نظرية طالس

الحدس

رسم الخط الذي يمكن من استعمال نظرية طالس وينتج تناسب يقارب $\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC}$

الهيروستيكية

نظرية طالس

$\frac{BK}{KC} = \frac{AB}{AD}$
$\widehat{D} = \widehat{A_2}$
$\widehat{C_1} = \widehat{A_1}$

$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$
لأن (AK) منصف $\hat{A}$

$\widehat{D} = \widehat{C_1}$

AD=AC

مثلث ADC متساوي الساقين

$\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AD}$

$\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC}$

الجانب التطبيقي للدراسة

الجانب التطبيقي للدراسة

الفصل السابع: حل المشكلات في الكتاب المدرسي

1. مقدمة:

تلعب التمارين الرياضية دورًا حاسمًا في تطوير مهارات الطلاب في حل المشكلات وتطبيق المفاهيم النظرية على حالات واقعية. يعد كتاب الرياضيات للجيل الثاني للسنة الرابعة متوسط أحد الأدوات التعليمية الرئيسية التي تعتمد عليها المؤسسات التعليمية في الجزائر لتقديم المحتوى الدراسي للطلاب. تهدف هذه الدراسة إلى تحليل محتوى هذا الكتاب لتحديد ما إذا كانت التمارين المتضمنة فيه تشكل مشكلات حقيقية تتطلب تفكيرًا نقديًا وإبداعيًا من الطلاب أم أنها تقتصر على تمارين تقليدية وتطبيقات سهلة.

سيتم تحقيق هذا الهدف من خلال القيام بحل جميع التمارين الواردة في الكتاب وتحليل طبيعتها، لتحديد مدى تعقيدها وفعاليتها في تحفيز الطلاب على التفكير بعمق. ستتضمن الدراسة استعراضًا شاملاً لأنواع التمارين، مع التركيز على العناصر التي تعزز التفكير النقدي وتطوير المهارات التحليلية لدى الطلاب. بناءً على النتائج، سيتم تقديم توصيات لتحسين محتوى الكتاب بما يعزز من قدرته على تعليم حل المشكلات بفعالية أكبر.

نأمل أن تساهم هذه الدراسة في تحسين جودة التعليم وتقديم معلومات قيمة لمطوري المناهج الدراسية والمعلمين، بهدف رفع مستوى التعليم وتطوير مهارات الطلاب في الرياضيات بشكل أكثر فعالية وشمولية.

2. المنهجية:

نحاول في هذا الجزء دراسة المشكلات المطروحة في الكتاب من منظار استعمال الهيوريستيكيات لحلها، وإلا فهي مسائل روتينية لا تخدم بناء كفاءات حل المشكلات، يعني هي تمارين لا غير.

ثم نرى هل فعلا قام الكتاب باستيفاء طموحات المنهاج في باب حل المشكلات الذي هو أهم شيء ركز عليه، كل ملامح التخرج تحوم حول تكوين طلبة كفء في حل المشكلات.

المنهجية التي اتبعناها هي كالتالي:

1. نستعمل نموذج تولمين لإبراز الهيوريستيكيات المستعملة في حل المشكلات حتى نتمكن من فرز المشكلات عن التمارين الروتينية، حيث أن التمارين لا تستعمل هيوريستيكيات فرضا لأنها تطبيقات مباشرة للقواعد والنظريات. أما المشكلات فلا تحل إلا باللجوء إلى هيوريستيكيات لتصيد مقدمات الحل الذي يستنتج منها.
2. نحل مشكلات الموجودة في صنف مسائل التعمق:

يقوم الطالبان اللذان يحضران المذكرة بحل المشكلات المصنفة في صنف التعمق. لم نختر تلاميذ من المستوى المتوسط لأننا رأينا أن "عمر الطالب في حل المشكلات مرتبط بعدد المشكلات غير الروتينية التي قام بالبحث فيها أو حلها"، لذا لا فرق بين طالب جامعي وتلميذ في المتوسط إلا بعدد المشكلات التي حلها أو عكف عليها لحلها و إن لم يجد لها حلا. و لما كان الغالب على الامتحانات و تمارين الكتب المدرسية و تمارين الامتحانات الوطنية عبارة عن روتينيات تطبق للوصول إلى الحل، فاستقرأنا أن قياس المستوى في القدرة على حل المشكلات غير مرتبط بمستوى الدراسة أو العمر، و هذا يعني أن النتائج تعمم على مستوى المشكلات المطروحة في الكتاب المدرسي.

3. الدراسة التطبيقية للأنشطة [15]

الميدان 01: أنشطة عددية

1- الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة:

أتعمق

41 أ) تحقق أن كل عدد من الأعداد 111، 222، 333 يقبل القسمة على 37.

ب) نريد فيما يلي إثبات أن كل عدد مكتوب على الشكل aaa يقبل القسمة على 37.

- أثبت أنّ $aaa = 111a$.
- استنتج أن aaa يقبل القسمة على 37.

42 يحتوي فندقان على 105 غرفة و 84 غرفة على الترتيب. يحتوي كل طابق من طوابق الفندقين معا على نفس عدد الغرف. ما هو أكبر عدد ممكن من الغرف التي يمكن أن يحتوي عليها كل طابق؟ في هذه الحالة، احسب عدد طوابق كل فندق من الفندقين.

43 لحساب $a = 3 \times 17 - \frac{5}{7}$ بحاسبة :

- نحجز 3×17 ونضغط على = ثم على M+ لإضافة الناتج لمحتوى الذّاكرة.
- نضغط على ON/C لمحو الشاشة.
- نحجز $\frac{5}{7}$ ونضغط على = ثم على M- لطرح $\frac{5}{7}$ من محتوى الذّاكرة.
- نضغط على MRC (أو MR) لإظهار محتوى الذّاكرة أي قيمة a.

استعمل حاسبة لحساب $\frac{5}{4} + \frac{3}{8} - (17 + 15) + 11 \times 7$.

44 نعتبر العددين: $A = \frac{6}{7} - \frac{4}{7} \times \frac{5}{2}$ و $B = \frac{\frac{3}{4} - 4}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$

1) اكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2) اكتب B على شكل عدد نسبي صحيح.

45 استعمل حاسبة لحساب المجموع $7 + \frac{1}{9999999999}$.

وماذا تستنتج؟

46 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

1) أحسب القاسم المشترك الاكبر للعددين 140 و 220.

2) صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 1,40m و 2,20m.

جُزئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع

أ) ما هو طول ضلع كل مربع .

ب) ما هو عدد المربعات الناتجة ؟.

47 فاز تلميذ في مسابقة و تحصل على 62 حبة حلوى بنكهة الليمون و 93 حبة حلوى بنكهة الفراولة، وكونهُ سخيا جدًا قام بتوزيعها على كل تلاميذ قسمه بحيث تحصل كل تلميذ على العدد نفسه من الحلويات من كل نوع.

احسب عدد تلاميذ هذا القسم و حصة كل تلميذ.

48 عندما نقسم العدد الطبيعي a على 6 نجد الباقي يساوي حاصل القسمة. عيّن كل قيم a.

49 مساحة قطعة قماش مستطيلة الشكل هي $60cm^2$.

ما هما بُعداها، علمًا أنهما عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما؟

50 1) أ) اختبر قابلية قسمة الأعداد 1845، 234، 308 على كل من: 2 ؛ 3 ؛ 5 ؛ 9.

ب) استنادا إلى نتائج السؤال السابق، هل الكسرين $\frac{234}{1845}$ ، $\frac{308}{234}$ غير قابلين للاختزال؟ برّر جوابك.

2) أ) استنادا إلى نتائج السؤال 1) أ) ، هل يمكن القول إنّ الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للاختزال؟

ب) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 302 و 1854.

جـ) هل الكسر $\frac{308}{1845}$ قابل غير قابل للاختزال؟

51 a عدد طبيعي، عيّن a إذا علمت أن $PGCD(a+24;a) = 12$.

52 1) هل العددان 105 و 130 أوليان فيما بينهما؟ برّر جوابك.

2) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 130.

3) اكتب $\frac{105}{130}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

53 حقل مستطيل الشكل طوله 102m وعرضه 78m.

أراد صاحبه وضع أعمدة و تثبيت سياج حوله، بحيث تكون المسافة التي تفصل كل عمودين متتاليين ثابتة.

1) ما هي أكبر مسافة يختارها صاحب الحقل بين كل عمودين متتاليين؟

2) ما هو عدد هذه الأعمدة؟

54 بمناسبة نهاية الاختبارات الفصلية، نظمت متوسطة رحلة سياحية واستكشافية إلى حديقة التجارب الواقعة في الحامة، بمدينة الجزائر العاصمة.



قبل التنقل إلى هذا المكان، تمّ إحصاء 208 تلاميذ من بينهم 88 ولدا ثمّ شُكلّت أفواج متجانسة بها أصغر عدد من التلاميذ، ويرافق كل فوج أستاذ واحد.

1) ما هو عدد الأساتذة اللازم لتأطير هذه الرحلة؟

2) جد عدد تلاميذ كل فوج.

55 طلب مقاول من حرفيّ في الرخام أن يحضّر له صفيحة رخامية مستطيلة الشكل طولها 4,95m وعرضها 3,15m ثم كلّفه بتقسيمها إلى مربعات متماثلة ذات أكبر ضلع ممكن و بدون ضياع أية قطعة من الصفيحة.

1) ما هو طول ضلع كل قطعة مربعة؟

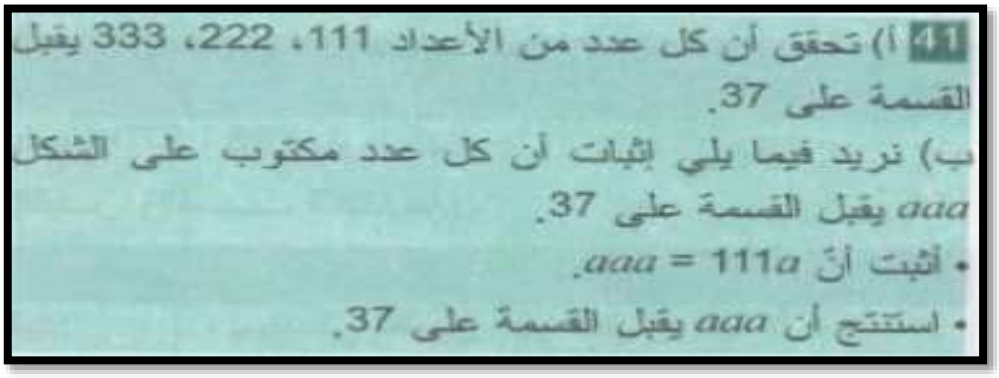
2) ما هو عدد المربعات المحصل عليها؟

1 • الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

17

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين

التمرين 41 ص 17


41 أ) تحقق أن كل عدد من الأعداد 111، 222، 333 يقبل القسمة على 37.
ب) نريد فيما يلي إثبات أن كل عدد مكتوب على الشكل aaa يقبل القسمة على 37.
• أثبت أنّ $aaa = 111a$.
• استنتج أن aaa يقبل القسمة على 37.

السؤال 01:

333 = 37K
222 = 37K'
111 = 37K''

111 و 222 و 333 تقبل القسمة على 37

111 = 37 ×3
222 = 37 × 6
333 = 37 × 9

السؤال 02:

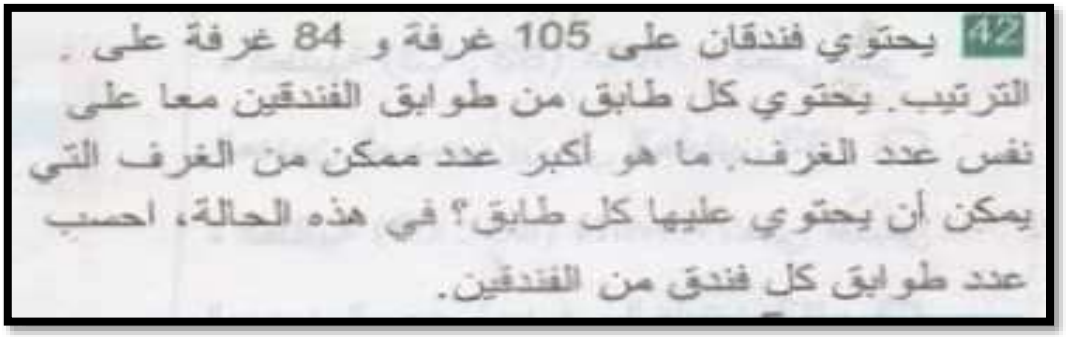
aaa = 111a
$\times \frac{111}{a}$
aaa

aaa يقبل القسمة على 37

111 =37 × 3
a(111) = 37 ×3a
aaa = 37 × 3a

الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: التخمين والحدس، البحث عن دليل يقود نحو الحل، تبسيط المشكل دون فقدان عموميته والتجريب

التمرين 42 ص 17


42 يحتوي فندقان على 105 غرفة و 84 غرفة على الترتيب. يحتوي كل طابق من طوابق الفندقين معا على نفس عدد الغرف. ما هو أكبر عدد ممكن من الغرف التي يمكن أن يحتوي عليها كل طابق؟ في هذه الحالة، احسب عدد طوابق كل فندق من الفندقين.

سؤال 01:

الفندق 01: 105 غرفة
الفندق 02: 84 غرفة

أكبر عدد ممكن من الغرف ؟

؟

105 = 84 × 1 + 21
84 = 21 × 4 + 0
Pgcd (105 ;84) = 21

أكبر عدد يستدعي استعمال القاسم المشترك الأكبر pgcd

السؤال 02:

عدد الغرف في كل طابق هو 21

الفندق 01: 5 طوابق
الفندق 02: 4 طوابق

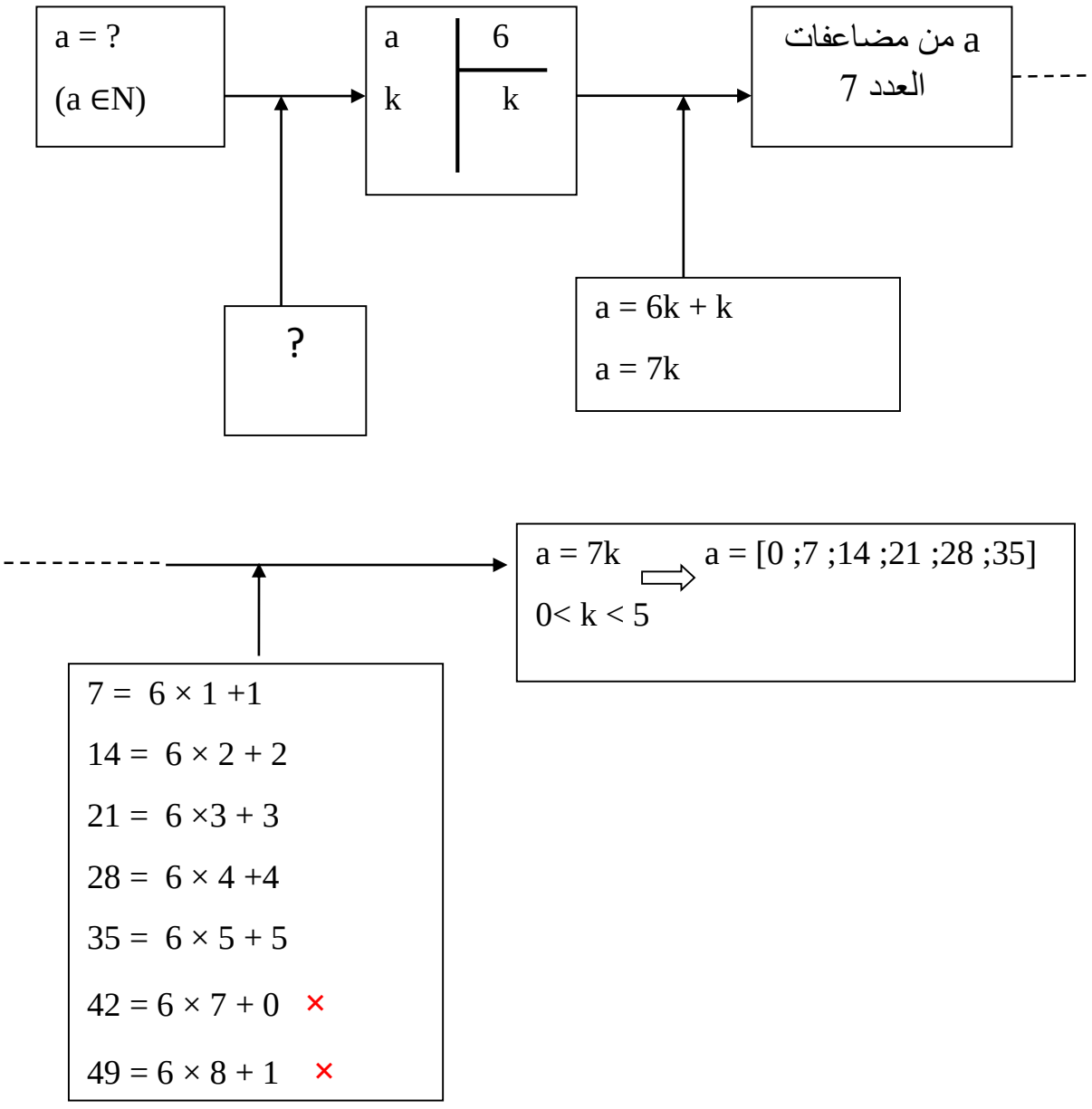
الفندق 01: $\frac{105}{21}$ =?
الفندق 02: $\frac{84}{21}$ =?

الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: استعمال الحدس والتخمين والبحث عن دليل يقود نحو الحل.

التمرين 48 ص 17

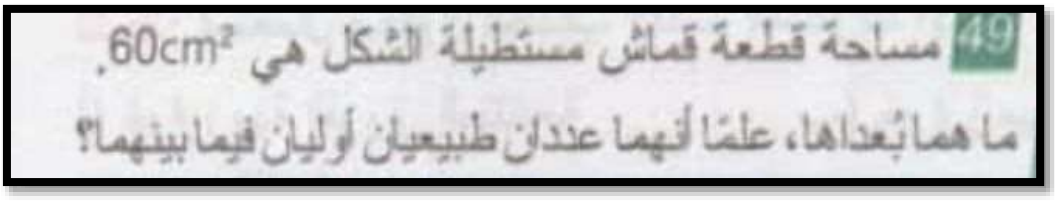
48 عندما نقسم العدد الطبيعي a على 6 نجد الباقي يساوي حاصل القسمة. عيّن كل قيم a.

الحل:

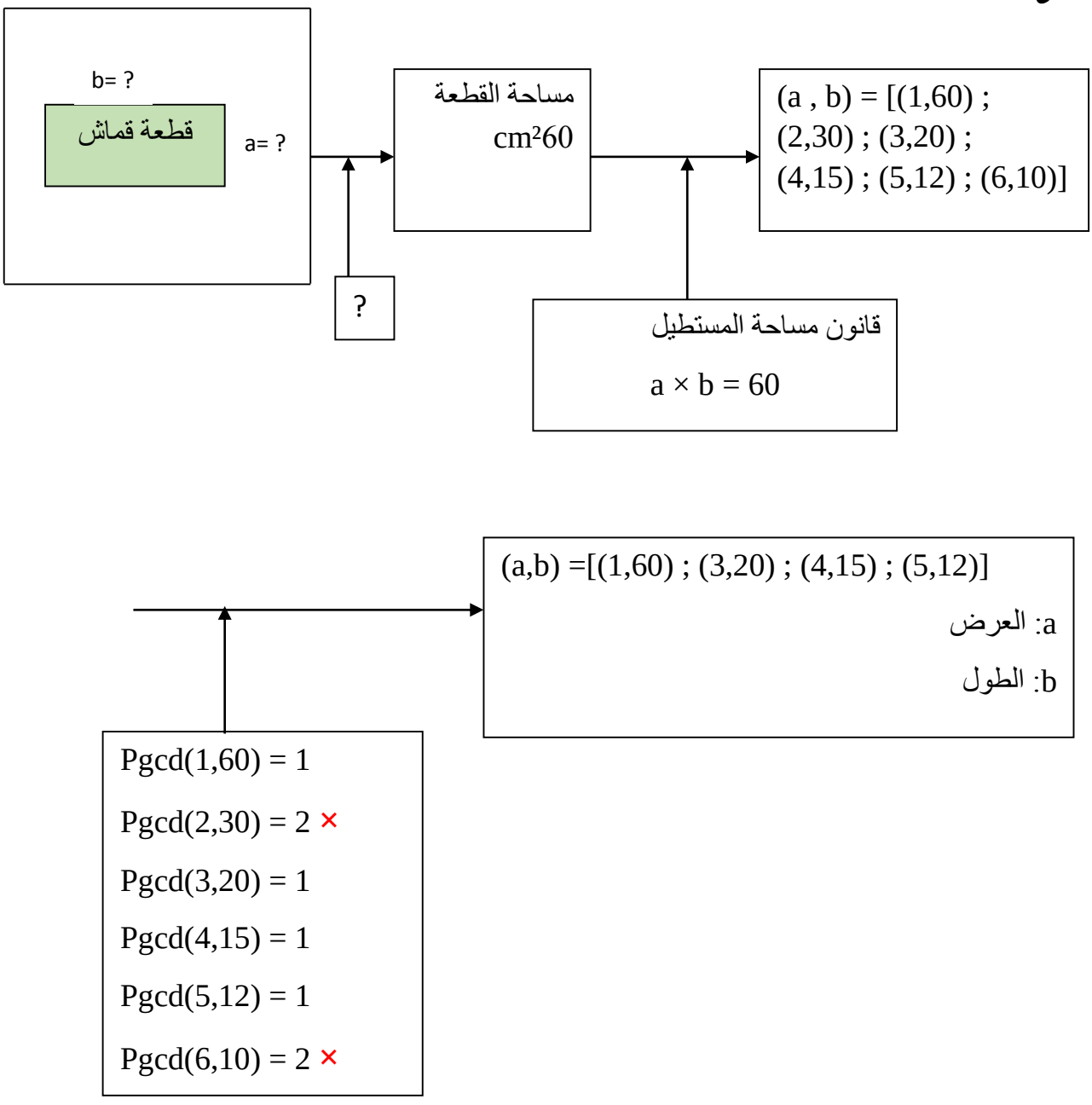


الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: البحث عن عبارة مع فحص الحالات والتأكد.

التمرين 49 ص 17

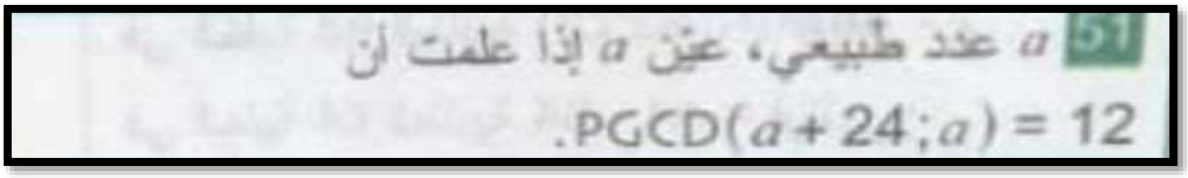


الحل:



الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: البحث عن عبارة والبحث عن دليل يقود نحو الحل مع فحص الحالات.

التمرين 51 ص 17



الحل:

a = ?

(a € N)

Pgcd(a + 24 ;a) = 12

?

استعمال خواص pgcd

Pgcd(A ,B) = pgcd(B ,A-B)

A = a +24

B = a

Pgcd (a+24,a) pgcd(a,24)

Pgcd(a,24) = 12

a = 24n + 12

a = 12k

و a ليس مضاعف لـ 24

إذن k يكون فردي

k = 2n + 1

الهيروستيكية المستعملة في الحل: التخمين، تبسيط وتعديل المشكل دون فقدان عمومياته.

ملاحظة:

باقي التمارين من هذا الباب (الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة) هي تمارين روتينية ولا تشكل أي صعوبة بالنسبة للطالب.

2-الحساب على الجذور

أتعمق

31 1) يعطى $x = 1,414\,213\,562\,373\,095$ و $y = \sqrt{2}$.

استعمل حاسبة لتعيين $x - y$.

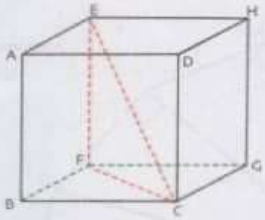
هل $x = y$؟ علّل.

2) يعطى $a = 1 \div (\sqrt{3} + \sqrt{2})$ و $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

استعمل حاسبة لتحسب a و b.

هل $a = b$؟ علّل.

32 ABCDEFGH مكعب طول حرفه 5cm.



1) ما طبيعة كل من المثلثين BCF و EFC؟

2) احسب القيمة المضبوطة لكل من الطولين CF و CE.

(أعط الناتج على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن).

33 طريقة لإنشاء العدد $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ الذي يُسمّى العدد الذهبي.



AED مثلث قائم في A حيث $AE = \frac{1}{2}AD$.

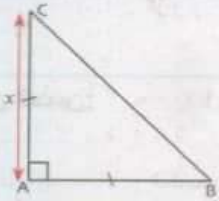
1) احسب القيمة المضبوطة للطول ED.

2) أنشئ على نصف المستقيم [AE] النقطة B حيث EB = ED، ثم النقطة C حيث ABCD مستطيل.

3) تحقّق أنّ القيمة المضبوطة للطول AB هي $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

4) اعط ملخصا لطريقة إنشاء العدد الذهبي باستعمال المسطرة والمدور..

34 نعتبر المثلث ABC القائم في A والمتساوي الساقين حيث $AC = x$.



1) احسب الطول BC بدلالة x.

(تعطى النتيجة على الشكل $a\sqrt{b}$)

2) عبّر عن P محيط المثلث ABC بدلالة x.

3) احسب المدوّر إلى جزء من مئة لـ P في كل من الحالتين:

الحالة 1: $x = 3cm$ الحالة 2: $x = 5cm$

35 1) احصر كلا من العددين $\sqrt{41}$ و $\sqrt{113}$ بين عددين طبيعيين متتاليين.

2) استعمل حاسبة لإعطاء المدوّر إلى الجزء من 100 لكل عدد من الأعداد الآتية:

$\frac{15}{3+\sqrt{2}}$ ، $\sqrt{7}+3$ ، $\sqrt{54}$ ، $\sqrt{7}+\sqrt{11}$

36 x، y، z أطوال أضلاع مثلث حيث $x = \sqrt{3+\sqrt{27}}$

$y = \sqrt{-3+\sqrt{12}}$ و $z = \sqrt{\sqrt{75}}$

1) أ) اكتب كلا من العددين x^2 و y^2 على الشكل $a+b\sqrt{3}$ حيث a و b عددان صحيحان نسبيان.

ب) اكتب العدد z^2 على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي

2) بيّن أنّ هذا المثلث قائم.

37 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

A و B عددان حيث: $A = 3\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ ؛

$B = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$

1) بيّن أنّ A عدد طبيعي.

2) اكتب العدد B على الشكل $a\sqrt{3}$، حيث a عدد طبيعي.

3) بيّن أنّ $\frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

38 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

إليك الأعداد A، B، C حيث: $A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4}$

$B = \frac{1,2 \times 10^{-2} \times 7}{12,5 \times 10^{3}}$، $C = \sqrt{175} - \sqrt{112} + 6\sqrt{7}$.

1) احسب A واكتبه على الشكل العشري.

2) أعط الكتابة العلمية للعدد B

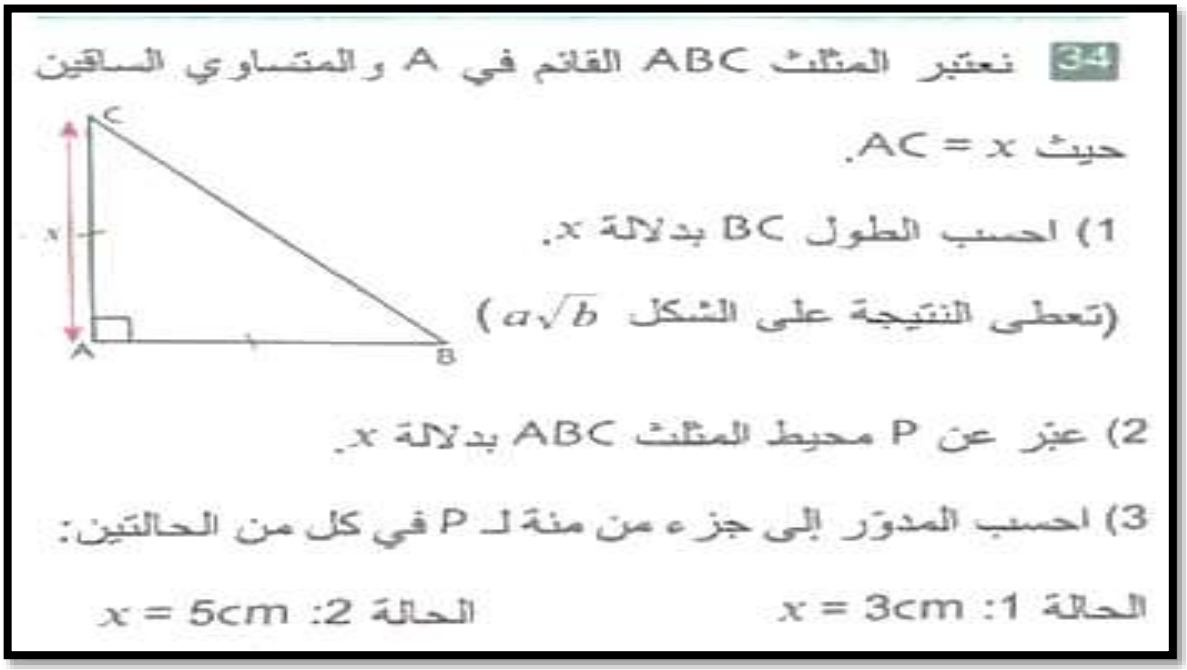
3) اكتب C على أبسط شكل ممكن.

2 - الحساب على الجذور التربيعية

29

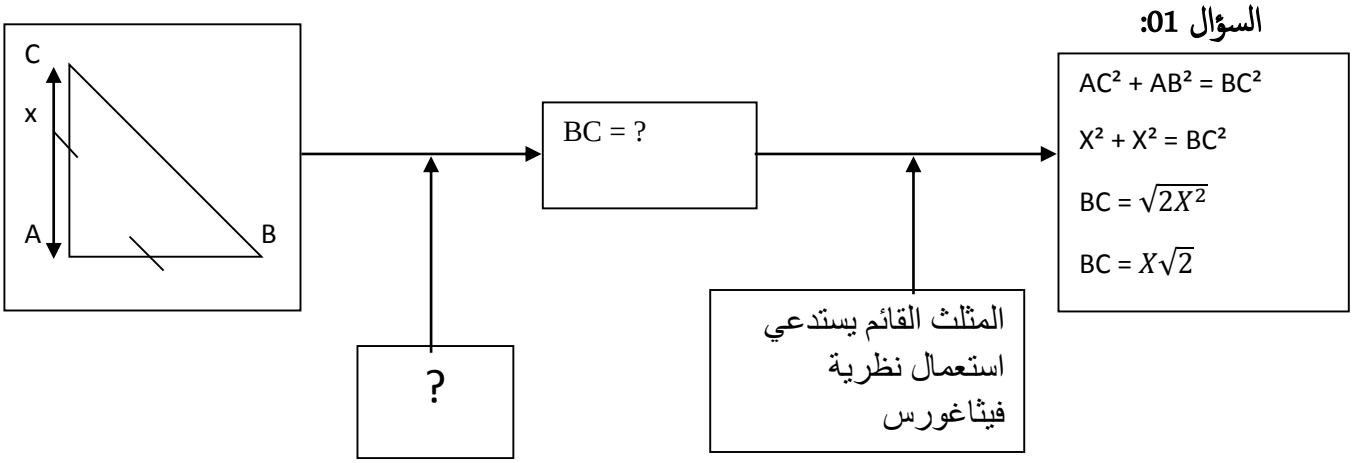
نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

التمرين 34 ص 29



الحل:

السؤال 01:



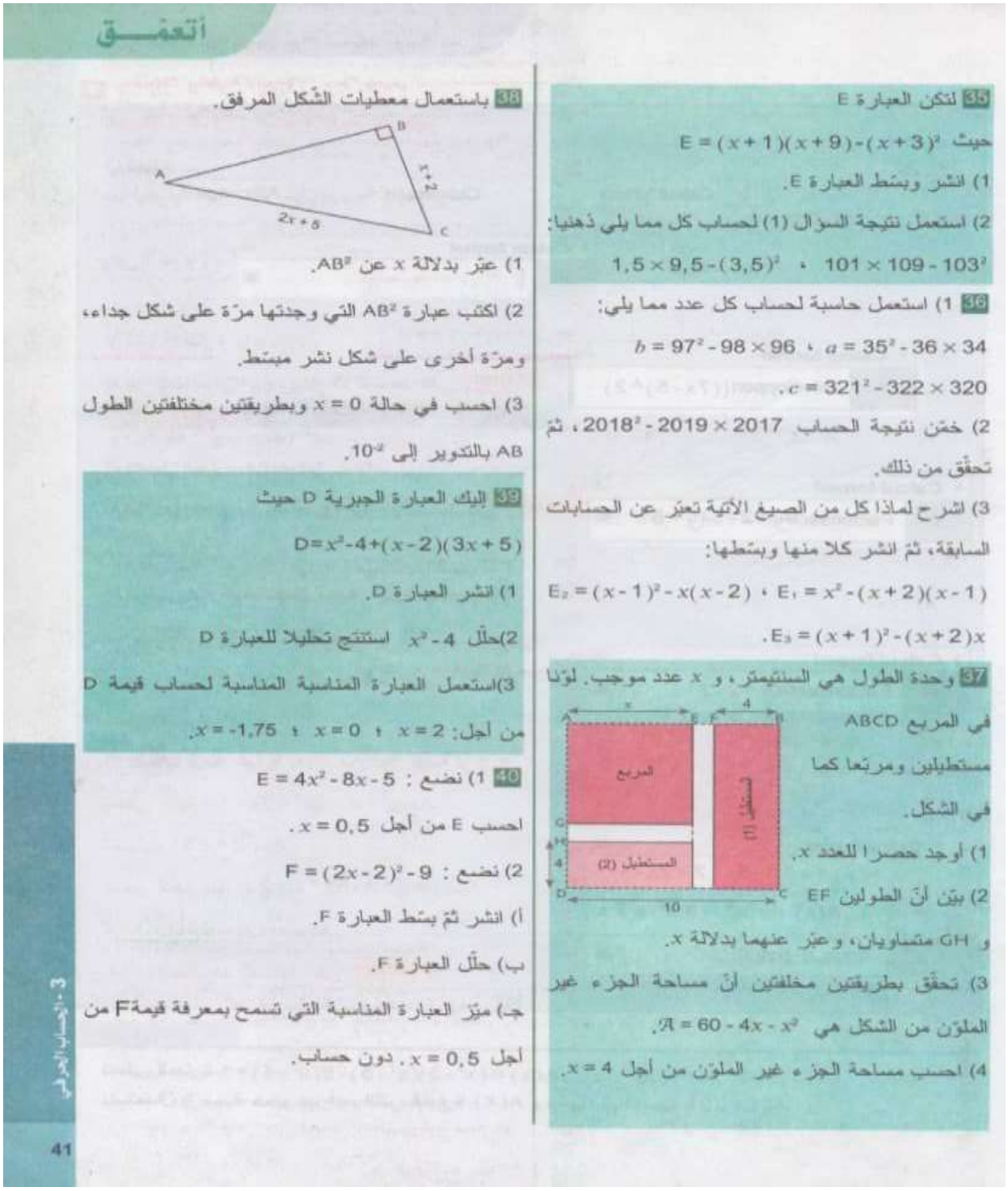
الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: استعمال خاصية فيثاغورس عن طريق الحدس لوجود المثلث القائم.

- بالنسبة للسؤال 2 و3 لا يستدعي استعمال الهيروستيكية للوصول إلى الحل ويمكن للطالب أن يقوم بحله بشكل عادي

ملاحظة:

أغلبية التمارين في هذا الباب (الحساب والجذور) هي تمارين بسيطة وتحتاج إلى تطبيق مباشر.

1-الحساب الحرفي



أتعمق

35 لتكن العبارة E

حيث $E=(x+1)(x+9)-(x+3)^2$

1) انشر وبسّط العبارة E.

2) استعمل نتيجة السؤال (1) لحساب كل مما يلي ذهنيا:

$101\times109-103^2$ ، $1,5\times9,5-(3,5)^2$

36 1) استعمل حاسبة لحساب كل عدد مما يلي:

$a=35^2-36\times34$ ، $b=97^2-98\times96$

$c=321^2-322\times320$.

2) خمّن نتيجة الحساب $2018^2-2019\times2017$، ثمّ تحقّق من ذلك.

3) اشرح لماذا كل من الصيغ الآتية تعبّر عن الحسابات السابقة، ثمّ انشر كلا منها وبسّطها:

$E_1=x^2-(x+2)(x-1)$ ، $E_2=(x-1)^2-x(x-2)$

$E_3=(x+1)^2-(x+2)x$.

37 وحدة الطول هي السنتيمتر، و x عدد موجب. لوّنا في المربع ABCD مستطيلين ومربّعا كما في الشكل.

1) أوجد حصرا للعدد x.

2) بيّن أنّ الطولين EF و GH متساويان، وعبّر عنهما بدلالة x.

3) تحقّق بطريقتين مختلفتين أنّ مساحة الجزء غير الملوّن من الشكل هي $\mathcal{A}=60-4x-x^2$.

4) احسب مساحة الجزء غير الملوّن من أجل $x=4$.

38 باستعمال معطيات الشّكل المرفق.

1) عبّر بدلالة x عن AB^2.

2) اكتب عبارة AB^2 التي وجدتها مرّة على شكل جداء، ومرّة أخرى على شكل نشر مبسّط.

3) احسب في حالة $x=0$ وبطريقتين مختلفتين الطول AB بالتدوير إلى 10^{-2}.

39 إليك العبارة الجبرية D حيث

$D=x^2-4+(x-2)(3x+5)$

1) انشر العبارة D.

2) حلّل x^2-4 استنتج تحليلا للعبارة D

3) استعمل العبارة المناسبة لحساب قيمة D من أجل: $x=2$ ؛ $x=0$ ؛ $x=-1,75$.

40 1) نضع : $E=4x^2-8x-5$

احسب E من أجل $x=0,5$.

2) نضع : $F=(2x-2)^2-9$

أ) انشر ثمّ بسّط العبارة F.

ب) حلّل العبارة F.

جـ) مبرّر العبارة المناسبة التي تسمح بمعرفة قيمة F من أجل $x=0,5$. دون حساب.

3 الحساب الحرفي

41

ملاحظة:

بعد التطرق لجميع التمارين في هذا الباب (الحساب الحرفي) نجد أنها عبارة عن تمارين روتينية ولا تستدعي لاستعمال هيروستيكيات للحل وذلك لتضمنها على أسئلة توضيحية في كل تمرين، والتي من المفترض أن يجيب عنها الطالب عن طريق تخمينه للوصول إلى الحل، أما وجود هذه الأسئلة فهو يضعف من فعالية التمرين وبالتالي من دوره.

4- المعادلات والمتراجحات:

أتعمّق

34 لتكن العبارة E حيث

$E=(5x-1)^2-(2x+3)(5x-1)$

1) انشر وبسّط العبارة E.

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين.

3) احسب قيمة E من أجل كل من: $x=\frac{1}{5}$ و $x=-1$.

4) حل المعادلة $E=0$.

35 1) تحقق من صحة المساواة

$6(3x+4)(3x-4)=54x^2-96$

2) حلّل العبارة A بحيث

$A=(3x+4)(x-7)-(54x^2-96)$

3) حل المعادلة $A=0$.

4) حل المتراجحة $54x^2-96 \leq 18x(3x+1)-90$

مثّل بيانيا حلولها على مستقيم مدرّج.

36 1) انشر كلا من العبارتين وبسطها:

$A=(x+4)^2-x(x-2)$

$B=(3x-1)(3x+1)-(3x-2)^2$

2) حل المتراجحة $A \geq B$ ذات المجهول x.

37 إليك برنامج حساب.

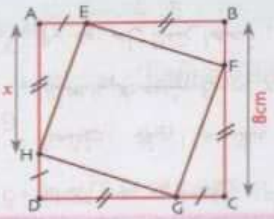
- اختر عددا.
- اضربه في 3
- أضف له 5.

1) ماهو العدد الذي ينبغي اختياره إذا أردنا الحصول في النتيجة على العدد 32؟

2) ماهو العدد الذي ينبغي إختياره إذا أردنا الحصول في النتيجة على ضعفه؟

38 ما هي قيم x التي من أجلها يُمكن إنشاء مثلث أطوال أضلاعه بالسنتيمتر: 5 ، x و 7.

39 في الشكل المقابل،



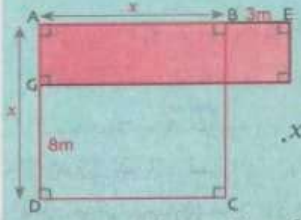
كل من الرباعيين ABCD و EFGH هو مربع.

1) عبّر عن مساحة المربع EFGH بدلالة x.

2) تحقّق أنّ $2x^2-16x+30=(2x-10)(x-3)$

3) عيّن قيم x التي من أجلها تكون مساحة المربع EFGH تُساوي $34cm^2$.

40 لاحظ الشكل الآتي حيث الرباعي ABCD مربع (الوحدة 1cm).



1) عبّر عن مساحة المستطيل الملوّن بدلالة x.

2) تحقّق أنّ $x^2-5x-84=(x-12)(x+7)$.

3) عيّن قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المستطيل الملوّن تساوي $60cm^2$.

41 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

لتكن العبارة E حيث :

$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$

1)انشر وبسط العبارة E. 2) حلل العبارة E الى جداء عاملين.

3)حل المعادلة: $(4x-1)(x-3)=0$

حل المتراجحة: $4x^2-13x+3 \leq 4x^2+29$

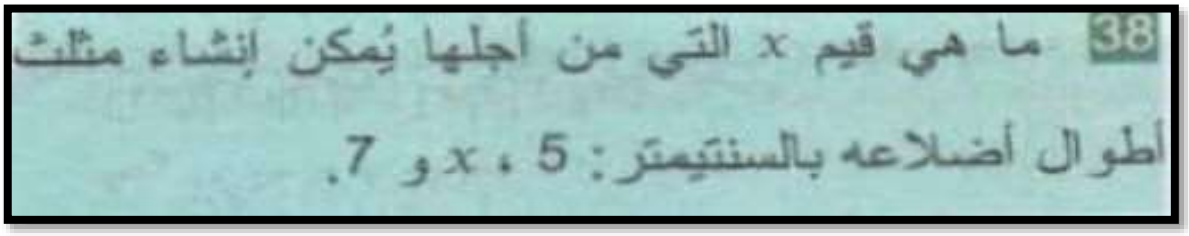
42 1) عيّن قيم x التي من أجلها تتحقق المتراجحتان الآتيتان معًا:

$\frac{1}{2}x-3 \leq x-1$ و $-3x+1>7x+11$

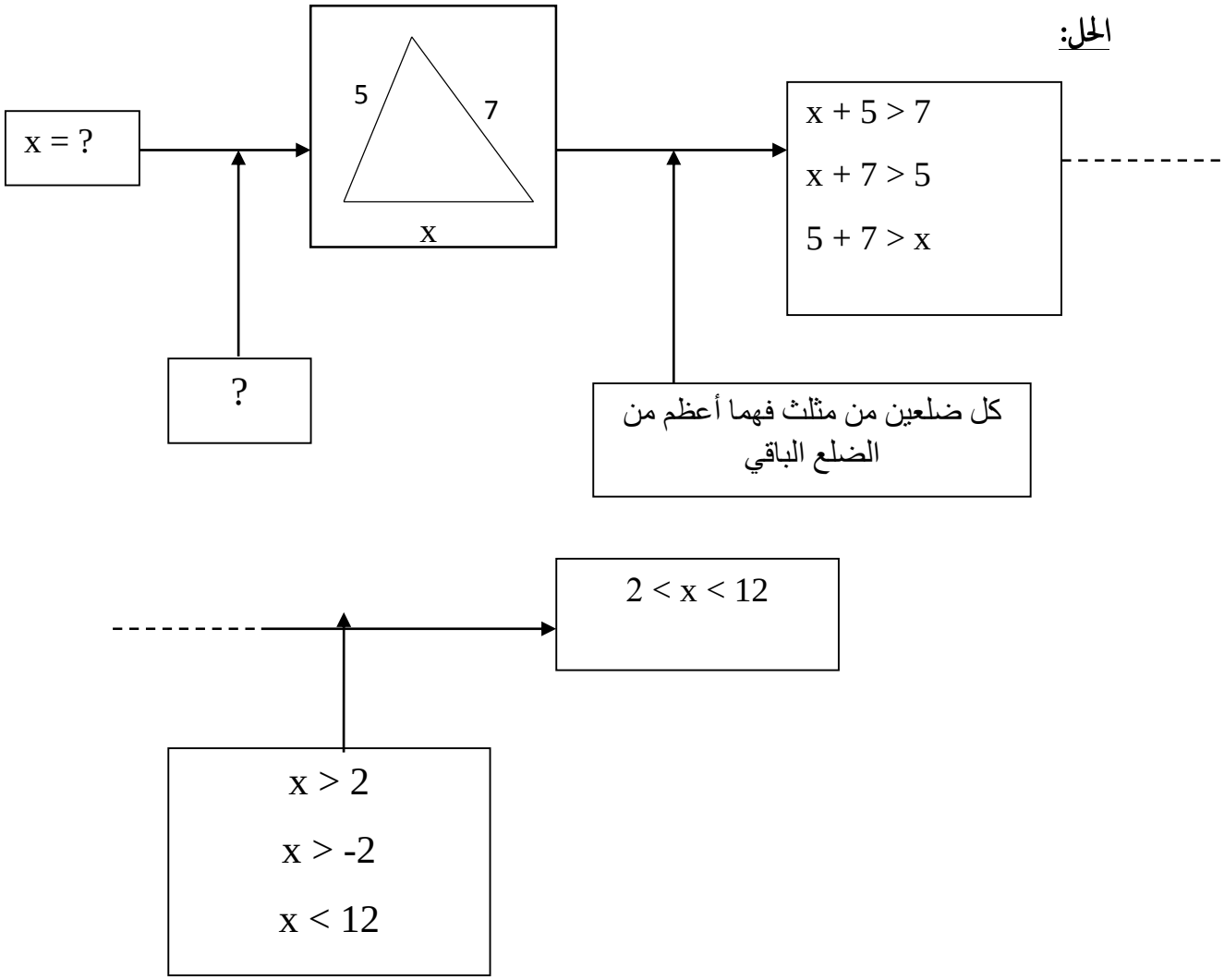
2) مثّل بيانيا هذه الحلول.

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

التمرين 38 ص 53



الحل:



الهيروستيكية المستعملة في الحل: البحث عن عبارة وإنشاؤها، البحث عن دليل يقود نحو الحل (كل ضلعين من مثلث فهما أعظم من الضلع الباقي)

ملاحظة:

أغلبية التمارين في هذا الباب (المعادلات والمتراجحات) هي تمارين بسيطة وروتينية ولا تحتاج إلى تفكير عميق للحل.

5- جملة معادلتين من الدرجة الأولى لمجهولين:

أتعمّق

22 حل الجملة الآتية باستعمال طريقة من اختيارك.

$$\begin{cases} 8x + 3y = 39,5 \\ 7x + 9y = 50,5 \end{cases}$$

23 حل الجملة باستعمال طريقة من اختيارك.

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -2x + 4y = -6 \end{cases}$$

24 عددان طبيعيان مجموعهما 2019 والفرق بينهما 25.
عيّن هذين العددين.

25 مستطيل محيطه 60cm. إذا زدنا طوله بـ 5cm وأنقصنا عرضه بـ 2cm، بقيت مساحته نفسها.
عيّن بُعدَي هذا المستطيل.

26 اليوم، مجموع عمرَيْ أمين وحمزة هو 34 سنة.
بعد 4 سنوات، يصير عمر أمين ضعف عمر حمزة.
عيّن عمر أمين وعمر حمزة.

27 تزن 5 تفاحات و 3 إجاصات معا 1kg 50g. إذا علمت أنّ وزن إجاصة هو $\frac{2}{3}$ وزن تفاحة.
عيّن وزن كلّ ثمرة.
(الثمرات متماثلة).

28 تنقّط أعمال التلاميذ على 20.
تحصّل تلميذ على علامة في فرض محروس بمعامل 2 وعلامة ثانية في واجب منزلي بمعامل 1 وكان معدله 11.
بتبادل المعاملين، كان معدل التلميذ 13.
ما هي العلامة التي تحصل عليها التلميذ في الفرض وفي الواجب المنزلي؟

29 تحصّل فلّاح مختصّ في تربية النحل على 7kg من العسل.
لتسويق هذه الكمية، تمكّن من توزيعها على 18 علبة زجاجية، بعضها من فئة 500g والأخرى من فئة 250g، ممتلئة بالعسل.



ما هو عدد قارورات كلّ فئة؟

30 خلال يوم واحد، سُحب من موزّع آلي للأوراق النقدية 356 ورقة نقدية كلها من فئة 1000DA أو 2000 DA.
وبلغ المبلغ الإجمالي الموزّع 454 000 DA.



ما هو عدد أوراق كلّ فئة؟

31 اشترى زبون من متجر كبير 6 علب من الحليب وقارورة عصير ودفع 720 DA. زبون آخر يملك بطاقة إخلاص تمكّنه من الاستفادة من تخفيض قدره 20% على ثمن كلّ مشترياته عند الدفع. اشترى هذا الزبون 5 علب من الحليب و5 قارورات عصير من النوع نفسه ودفع 1080 DA بعد استظهار بطاقته.

1) ماذا نعني بكلّ من x و y في المعادلة التي تترجم مشتريات الزبون الأوّل: $6x + y = 720$.

2) أ) اشرح لماذا عند تطبيق تخفيض بـ 20%، نضرب الثمن في 0,8.

ب) اكتب معادلة تعبّر عن مشتريات الزبون الثاني.
بيّن أنّ هذه المعادلة تكتب على الشكل: $x + y = 216$

3) حل الجملة: $\begin{cases} 6x + y = 720 \\ x + y = 270 \end{cases}$

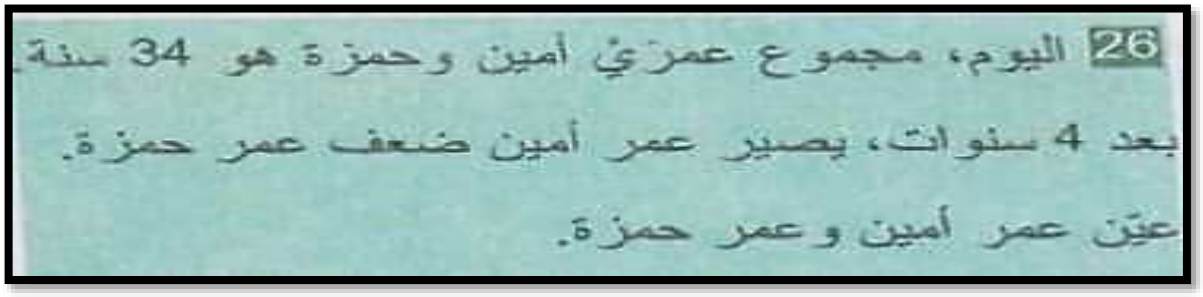
4) ما هو سعر علبة الحليب وسعر قارورة العصير؟

5 - جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

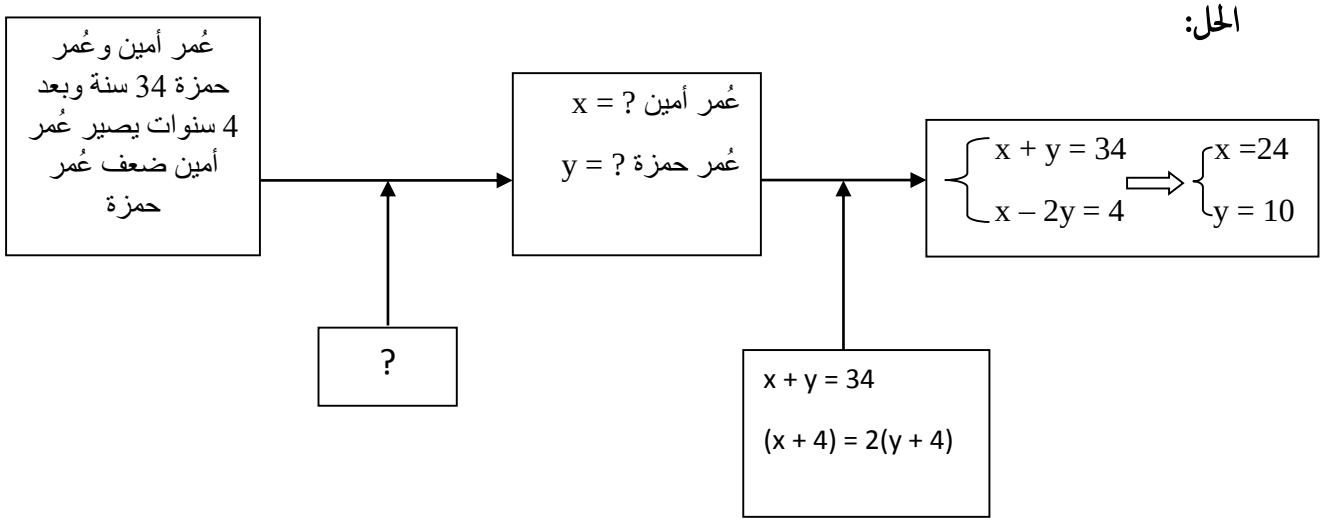
63

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

التمرين 26 ص 63:


26 اليوم، مجموع عمرَيْ أمين وحمزة هو 34 سنة.
بعد 4 سنوات، يصير عمر أمين ضعف عمر حمزة.
عيّن عمر أمين وعمر حمزة.

الحل:



الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: التخمين وإنشاء عبارة واستحضارها وترييض مشكل.

ملاحظة:

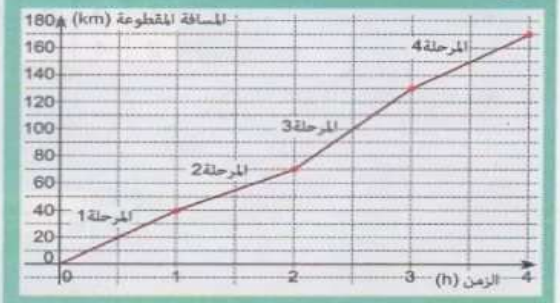
أغلبية التمارين في هذا الباب (جمل معادلتين من الدرجة الأولى لمجهولين) هي تمارين تحتاج تطبيق عادي وبسيط بالنسبة للطالب ولا تشكل أي صعوبة.

الميدان 02: الدوال وتنظيم المعطيات

1- الدالة الخطية والتناسبية:

أتعمّق

28 إليك التمثيل البياني للمسافة المقطوعة لدراج بدلالة المدّة الزمنية المستغرقة.



بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

أ) ما هي المسافة الكلية المقطوعة؟

ب) ما هي المدة الزمنية التي يستغرقها الدراج لقطع 100 كيلومتر الأولى؟

جـ) ما هي المسافة المقطوعة خلال نصف الساعة الأخيرة؟

د) عيّن سرعة الدّراج في المرحلة الأولى.

29 كان سعر منتوج x دينار.

بعد زيادة بـ $t\%$ متبوعة بتخفيض قدره هو نسبة هذه الزيادة، أصبح السعر الجديد y.

عبّر عن السعر الجديد y بدلالة x و t.

30 عيّن ثمّ مثّل بيانيا الدّالة الخطية f التي تحقّق:

$f(x+\sqrt{2})-f(x-\sqrt{2})=4$

31 تقترح شركة سيارات أجرة تسعيرتين للمسافة 500km.

التسعيرة الأولى: 20DA للكيلومتر الواحد.

التسعيرة الثانية: مبلغ ثابت قدره 4000DA.

استعمل تمثيلا بيانيا لتحديد أفضل التسعيرتين.

32 هل الدّالة g المعرّفة بالدستور :

$g(x)=x\sqrt{8}\left(\frac{1}{2}-x\sqrt{2}\right)+8-16\left(\frac{x}{2}-\sqrt{2}\right)^2$

دالة خطية؟ في حالة الإيجاب عيّن معاملها.

33 1) حل بيانيا ثم جبريا المعادلة $-\frac{5}{2}x=4$

2) حل بيانيا ثم جبريا المتراجحة $-\frac{5}{2}x\leqslant 3$

34 قدم تاجر العرض الترويجي التالي:

من 1 أفريل 2018 إلى 5 أفريل 2018

خفض 10DA

لكل شراء قدره 1000DA

اشترى سليمان جهاز كمبيوتر بـ 48 000DA وقرص فلاش بـ 2400DA.

ما هو المبلغ الذي دفعه؟

35 بلغ حجم المياه بأحد السدود $20000000m^3$.

في سنة 2016 ارتفع مخزون المياه بنسبة قدرها 10%.

في سنة 2017 انخفض المخزون بنسبة 8%.

ما هوحجم المياه المخزنة في السنة 2017؟

36 في قسم متكوّن من 30 تلميذا، 20 منهم يدرسون اللغة الإنجليزية و10 يدرسون اللغة الألمانية.

60% من التلاميذ الذين يدرسون الإنجليزية يمارسون رياضة كرة القدم و70% من الذين يدرسون الألمانية يمارسون أيضا هذه الرياضة.

ما هي النسبة المئوية لتلاميذ هذا القسم الذين يمارسون كرة القدم؟

37 يجب ألّا تتجاوز الكتلة الحجمية لنترات مياه الشرب 45mg/L. كأس سعته 13cL. عند ملئه بالماء تتحصل على 8mg من النترات.

هل يمكن أن نقول أن هذا الماء صالح للشرب؟

38 هل صحيح أنه إذا كان سُدس عدد الناخبين في انتخابات لم يصوتوا، فإنه يمكن القول أن 80% منهم صوتوا؟

39 500mL من عصير البرتقال يحتوي على 40cg من السكر.

وجد عبد الحميد هذا المشروب حلوًا جدا فأضاف له 40mL من الماء.

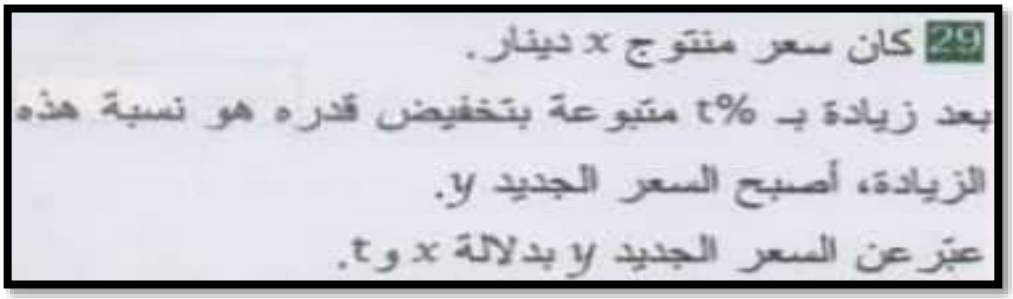
ما هو تركيز السكر في المشروب الجديد؟

6 - الدالة الخطية والتناسبية

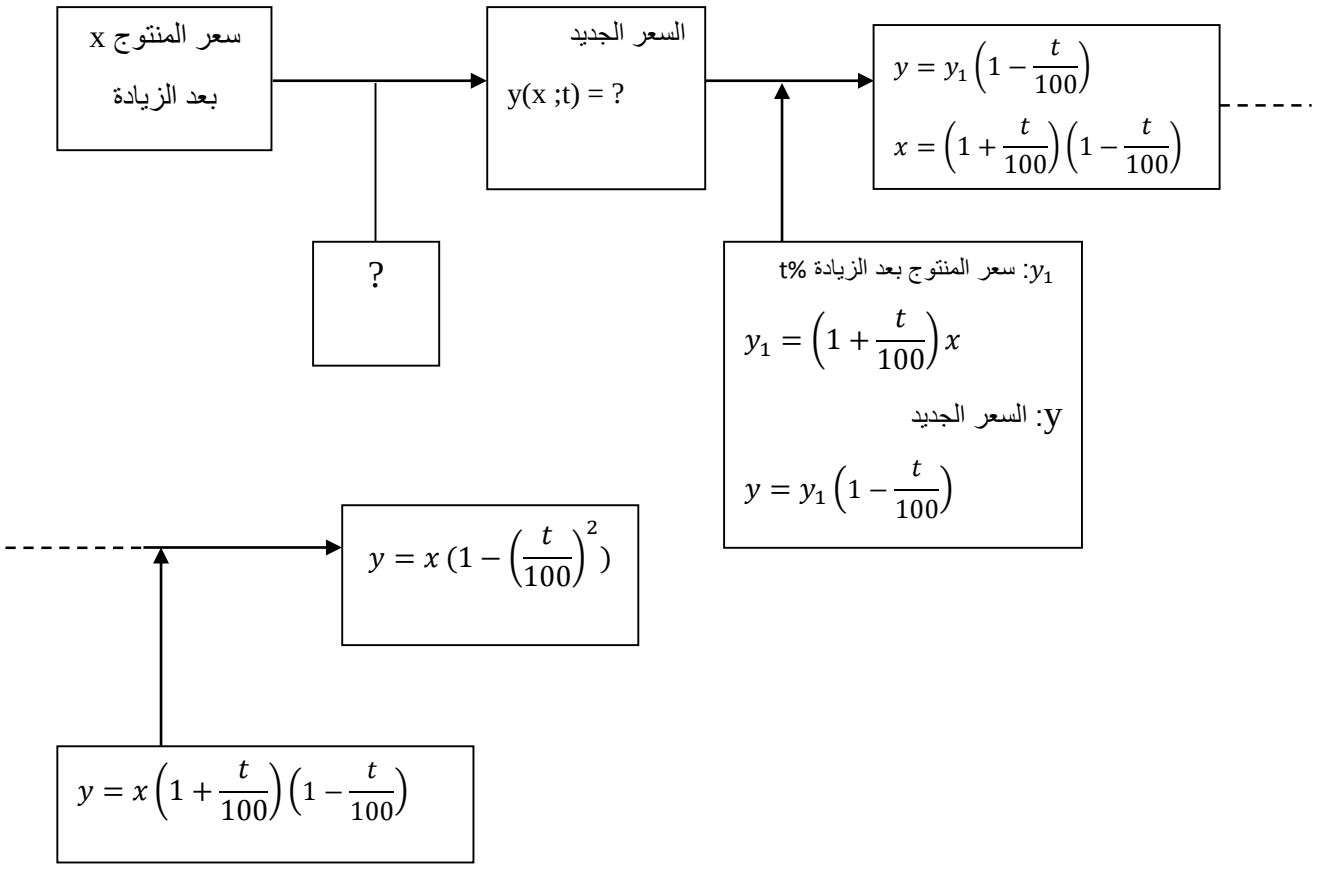
75

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين

التمرين 29 ص 75


29 كان سعر منتوج x دينار.
بعد زيادة بـ t% متبوعة بتخفيض قدره هو نسبة هذه الزيادة، أصبح السعر الجديد y.
عبّر عن السعر الجديد y بدلالة x و t.

الحل:



الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: البحث عن عبارة التخفيض والزيادة والبحث عن دليل يقود نحو الحل مع تعديل المشكل باستعمال المتطابقات الشهيرة.

التمرين 30ص 75

30 عيّن ثمّ مثّل بيانيا الدّالة الخطية f التي تحقّق:

$f(x+\sqrt{2})-f(x-\sqrt{2})=4$

الحل:

$f(x+\sqrt{2})-f(x-\sqrt{2})=4$

fدالة خطية

$f(x)=ax$

$$a=\frac{f(x+\sqrt{2})-f(x-\sqrt{2})}{(x+\sqrt{2})-(x-\sqrt{2})}$$

$$a=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

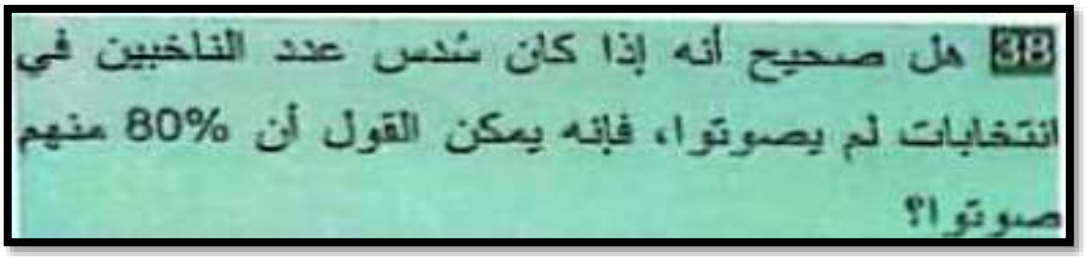
$$\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x$$

?

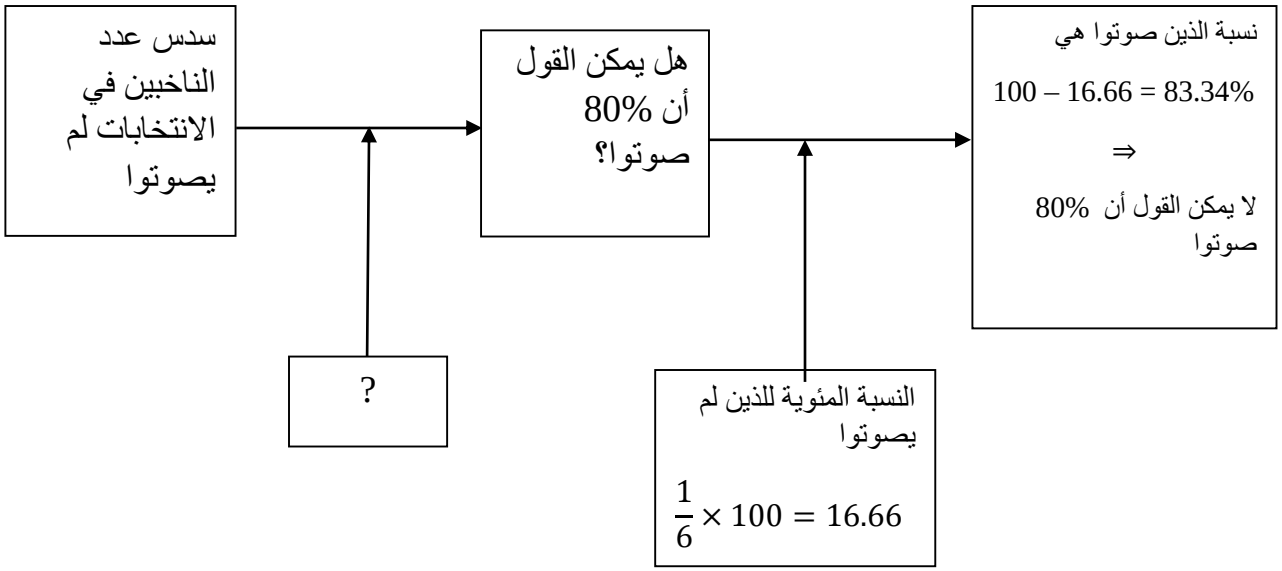
$$a=\frac{f(A)-f(B)}{A-B}$$

الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: استحضار عبارة لحساب معامل توجيه دالة

التمرين 38 ص 75



الحل:



الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: إنشاء عبارة لحساب النسب المئوية والتأكد من الحل.

ملاحظة:

باقي تمارين هذا الباب (الدالة الخطية والتناسبية) هي تمرينات روتينية ولا تتطلب هيروستيكات للحل.

1- الدالة التآلفية:

أتعمّق

23 يعرض محل للأكل الخفيف صيغتين لبيع فطائر بيتزا:

- 400DA الفطيرة الواحدة، للتناول في المكان.
- 350DA الفطيرة الواحدة، يضاف إليها 500DA لمصاريف التسليم مهما كان عدد الفطائر المطلوبة.

1) أكمل الجدول الآتي:

عدد الفطائر المشتراة	2	5	12	15
الثمن عند التناول في المكان (DA)	800			
الثمن عند الطلب عن بُعد (DA)	1200			

2) نرمز بـ x لعدد الفطائر المشتراة.

ليكن P_1 الثمن المدفوع لشراء x فطيرة للتناول في المكان و P_2 الثمن المدفوع لطلب x فطيرة عن بعد.

عبّر عن P_1 و P_2 بدلالة x.

3) في معلم متعامد مناسب، ارسم المستقيمين (d_1) و (d_2) الممثلين للدالتين f و g على الترتيب، بحيث:

$f(x) = 400x$

$f(x) = 350x + 500$

4) باستعمال البيان السابق:

أ) عيّن الصيغة الأفضل لشراء 6 فطائر.

ب) انطلاقا من أيّ عدد من الفطائر، يكون الشراء عن بُعد أصغر من أو يساوي الشراء والتناول في المكان؟

24 يقرأ أحمد كتابا من البداية إلى النهاية بوتيرة ثابتة مقدرة بـ 20 صفحة في الساعة.

بعد أربع ساعات بقيت له 140 صفحة للقراءة.

نسمي $f(x)$ عدد الصفحات المتبقية للقراءة بعد x ساعة.

1) ما هو عدد صفحات هذا الكتاب؟

2) عبّر عن $f(x)$ بدلالة x.

3) مثّل بيانيا الدّالة f في معلم متعامد.

25 يريد صاحب مطعم ملء خزان ماء مستعملا قارورات سعة كل منها 1,5L مُسجّلا المدة الزمنية المستغرقة في الجدول الآتي:

المدة (بالثواني)	12	24	48
عدد القارورات	1	2	4

1) هل الجدول يمثّل وضعيّة تناسبية؟ علّل إجابتك

2) ماهي كميّة الماء المُعبّأة في القارورات خلال دقيقة واحدة؟

3) نرمز بالرمز $V(t)$ إلى عدد اللترات المعبّأة خلال مدّة زمنيّة t (بالثواني) عبّر عن $V(t)$ بدلالة t.

4) إذا علمت أنّ سعة الخزّان 100L، فهل تكفي ساعة من الزمن لملئه؟

26 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

برهن أن النقط A(11 ; -17) ، B(0 ; 5) و C(-8 ; 21) على استقامة واحدة.

27 المسافة بين قريتين A و B هي 10km.

انطلق راجل من A في اتجاه B على الساعة 16h بسرعة ثابتة قدرها 6km/h علما أنه يستريح كل ثلاثة كيلومترات لمدة 10 دقائق.

و انطلق دراج من B نحو A على الساعة 16h45min بسرعة ثابتة قدرها 20km/h.

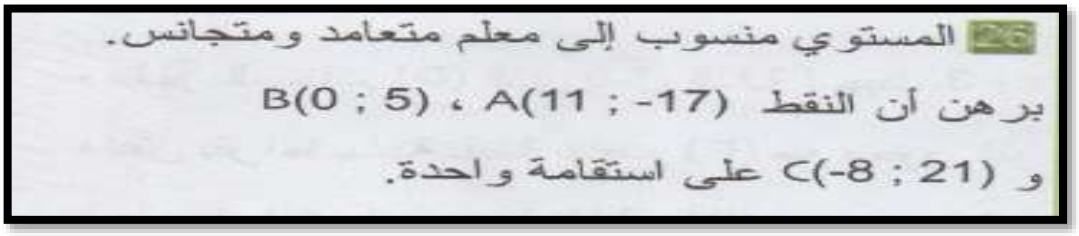
عيّن باستعمال طريقة بيانية وقت الالتقاء و المسافة بين نقطة الالتقاء والقرية A.

7 - الدالة التآلفية

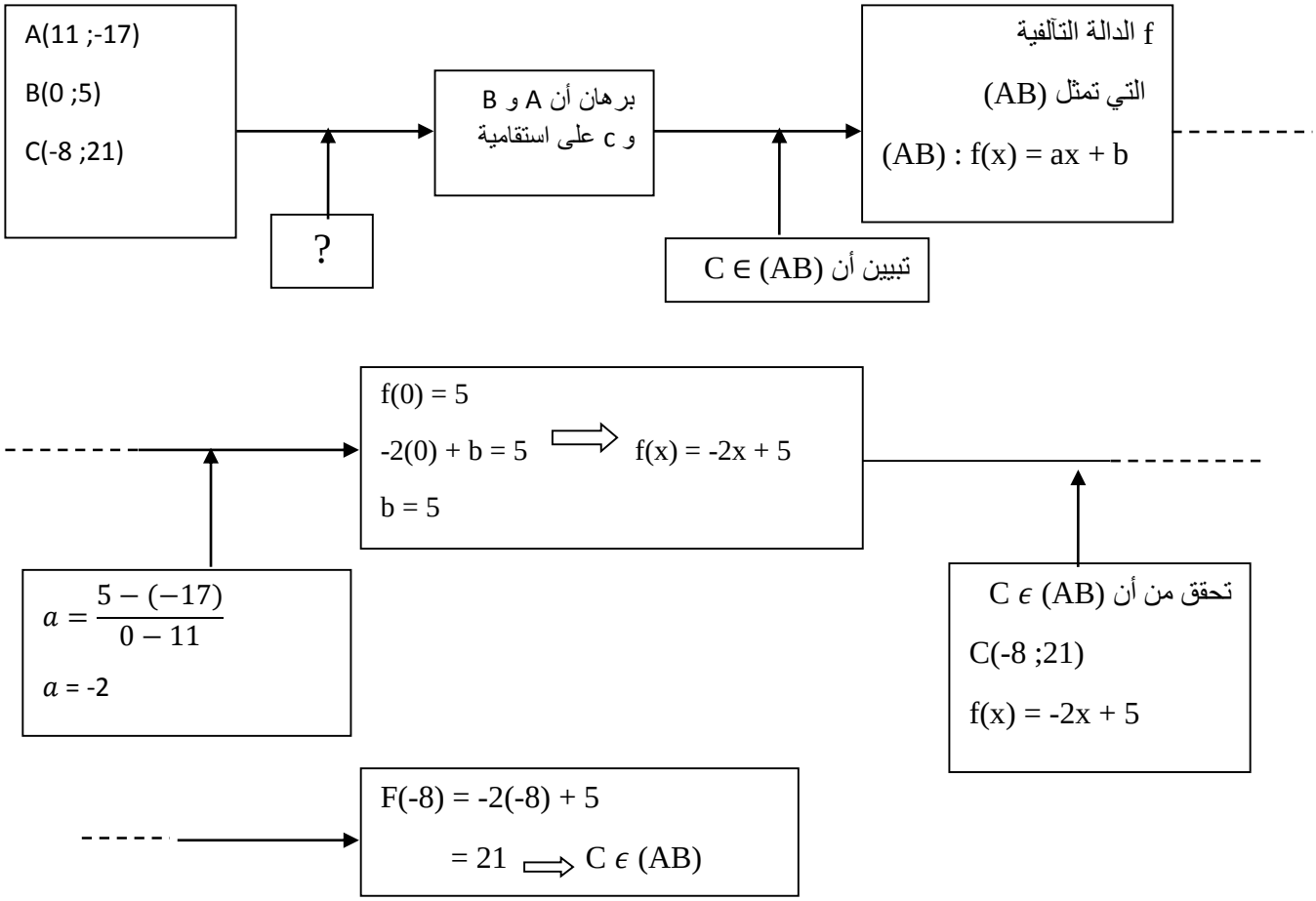
89

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

التمرين 26 ص 89


26 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.
برهن أن النقط A(11 ; -17) ، B(0 ; 5)
و C(-8 ; 21) على استقامة واحدة.

الحل:

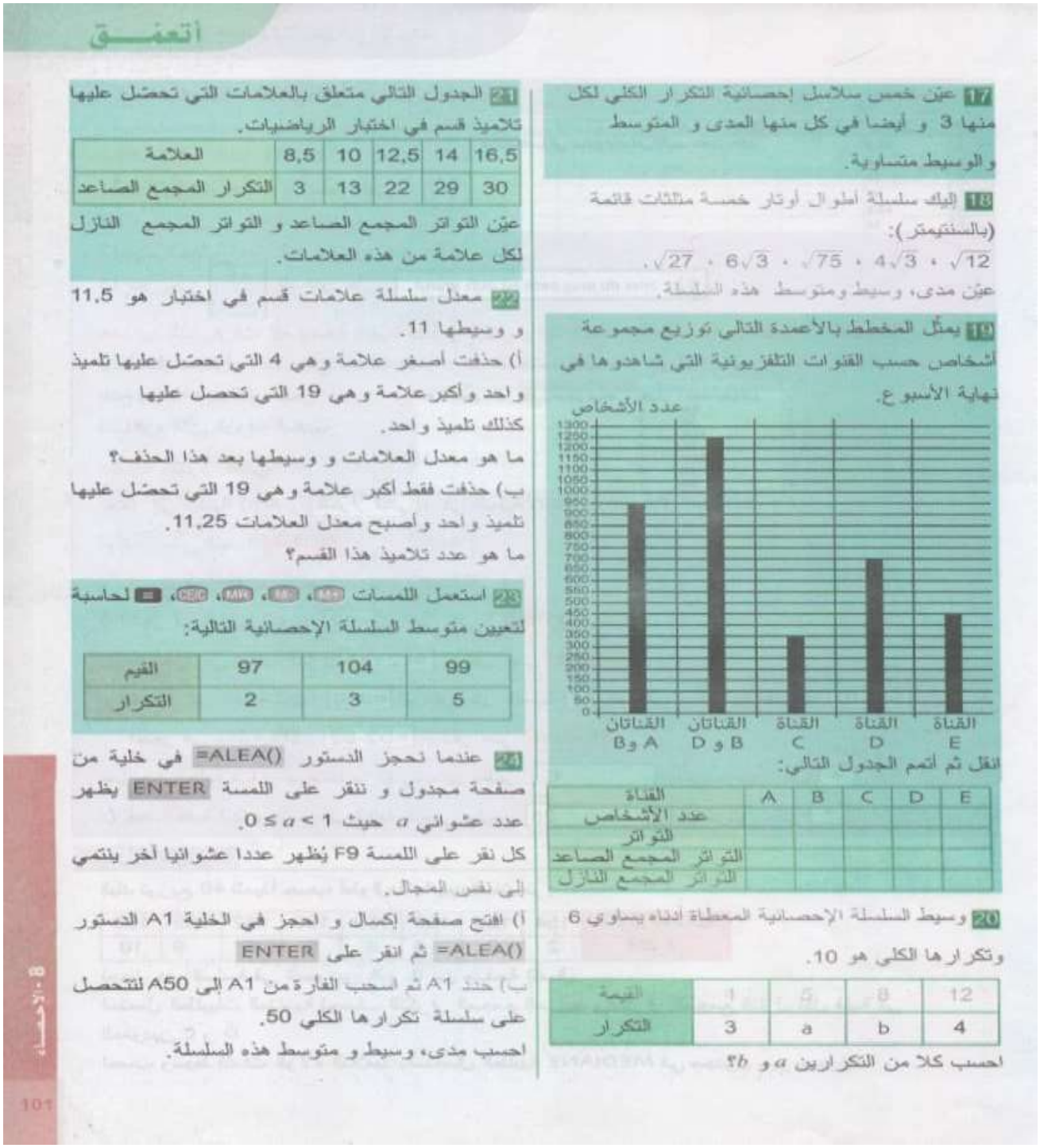


الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: إنشاء عبارة الدالة التآلفية والتحقق عن طريق التعويض والحساب.

ملاحظة:

أغلبية التمارين في باب (الدالة التآلفية) هي تمارين بسيطة ولا تحتاج استعمال استراتيجيات للوصول ألى الحل.

2- الإحصاء:



أتعمق

17 عيّن خمس سلاسل إحصائية التكرار الكلي لكل منها 3 و أيضا في كل منها المدى و المتوسط والوسيط متساوية.

18 إليك سلسلة أطوال أوتار خمسة مثلثات قائمة (بالسنتيمتر):

$\sqrt{12}$ ؛ $4\sqrt{3}$ ؛ $\sqrt{75}$ ؛ $6\sqrt{3}$ ؛ $\sqrt{27}$.

عيّن مدى، وسيط ومتوسط هذه السلسلة.

19 يمثّل المخطط بالأعمدة التالي توزيع مجموعة أشخاص حسب القنوات التلفزيونية التي شاهدوها في نهاية الأسبوع.

انقل ثم أتمم الجدول التالي:

القناة	A	B	C	D	E
عدد الأشخاص					
التواتر					
التواتر المجمع الصاعد					
التواتر المجمع النازل					

20 وسيط السلسلة الإحصائية المعطاة ابتداء يساوي 6 وتكرارها الكلي هو 10.

القيمة	1	5	8	12
التكرار	3	a	b	4

احسب كلا من التكرارين a و b؟

21 الجدول التالي متعلق بالعلامات التي تحصّل عليها تلاميذ قسم في اختبار الرياضيات.

العلامة	8,5	10	12,5	14	16,5
التكرار المجمع الصاعد	3	13	22	29	30

عيّن التواتر المجمع الصاعد و التواتر المجمع النازل لكل علامة من هذه العلامات.

22 معدل سلسلة علامات قسم في اختبار هو 11,5 و وسيطها 11.

أ) حذفت أصغر علامة وهي 4 التي تحصّل عليها تلميذ واحد وأكبر علامة وهي 19 التي تحصل عليها كذلك تلميذ واحد.

ما هو معدل العلامات و وسيطها بعد هذا الحذف؟

ب) حذفت فقط أكبر علامة وهي 19 التي تحصّل عليها تلميذ واحد وأصبح معدل العلامات 11,25.

ما هو عدد تلاميذ هذا القسم؟

23 استعمل اللمسات M+، MC، MRV، CBC، = لحاسبة لتعيين متوسط السلسلة الإحصائية التالية:

القيم	97	104	99
التكرار	2	3	5

24 عندما نحجز الدستور =ALEA() في خلية من صفحة مجدول و ننقر على اللمسة ENTER يظهر عدد عشوائي a حيث $0 \leq a < 1$.

كل نقر على اللمسة F9 يُظهر عددا عشوائيا آخر ينتمي إلى نفس المجال.

أ) افتح صفحة إكسال و احجز في الخلية A1 الدستور =ALEA() ثم انقر على ENTER

ب) حدد A1 ثم اسحب الفأرة من A1 إلى A50 لتتحصل على سلسلة تكرارها الكلي 50.

احسب مدى، وسيط و متوسط هذه السلسلة.

8 الإحصاء

101

ملاحظة:

بعد مراجعة التمارين في هذا الباب (الاحصاء) نجد أن كل هذه التمارين تندرج ضمن التمارين الروتينية ولا تتطلب استراتيجيات حل مبتكرة، يحتوي كل تمرين منها على أسئلة توضيحية تهدف إلى مساعدة الطالب في الوصول إلى الحل، وينص حلها على استعمال حسابات بسيطة تقلل من دور التمارين التعليمي.

الميدان 03: أنشطة هندسية

1- خاصية طالس

أتعمّق

20 EBCF شبه منحرف قاعدته الصغرى [EF] نصف قاعدته الكبرى [BC] أي $EF = \frac{1}{2}BC$.

1) ارسم شكلا مناسبا.

2) يتقاطع قطراه [BF] و [EC] في النقطة G.

بيّن أنّ $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GB} = \frac{1}{2}$.

3) يتقاطع (CF) و (BE) في النقطة A. بيّن أنّ F هي منتصف [CA]، وأنّ E هي منتصف [BA].

4) المستقيم (AG) يقطع [BC] في النقطة L.

بيّن أنّ L هي منتصف [BC].

(يمكن استعمال خاصية المتوسطات في مثلث).

21 أنشئ مثلثا EFG قائما في E حيث $EF = 4cm$ و $EG = 3cm$.

1) احسب $\mathcal{A}_1$ مساحة المثلث EFG.

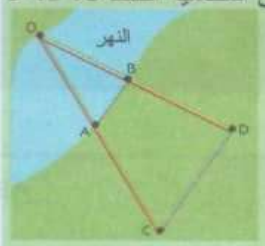
2) أنشئ، دون استعمال مسطرة مدرّجة، النقطة L من نصف المستقيم [FE] حيث L لا تنتمي إلى [FE] و $\frac{EL}{EF} = \frac{2}{3}$، والنقطة P من نصف المستقيم [GE] حيث P لا تنتمي إلى [GE] و $\frac{EP}{EG} = \frac{2}{3}$، واستنتج $(GF) /\!/ (LP)$.

3) احسب القيمة المضبوطة لكل من الطول LP، وارتفاع المثلث ELP المتعلّق بالرأس E.

4) احسب القيمة المضبوطة لـ $\mathcal{A}_2$ مساحة المثلث ELP، ثمّ تحقّق أنّ $\mathcal{A}_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \mathcal{A}_1$.

22 أراد عبد القادر تقدير عرض نهر، لهذا رسم مستقيمين متوازيين (AB) و (CD).

عن طريق البصر جعل على استقامة النقط O، B، D من ناحية والنقط O، A، C من الجانب الآخر.



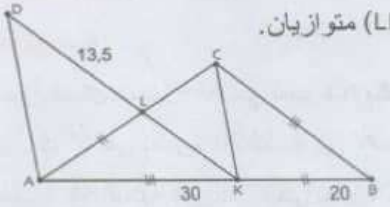
قاس عبد القادر الأطوال AB، CD، BD

فوجد $AB = 2m$، $CD = 5m$، $BD = 6m$.

احسب OB.

23 الأطوال في الشكل هي بالسنتيمتر وليست حقيقية.

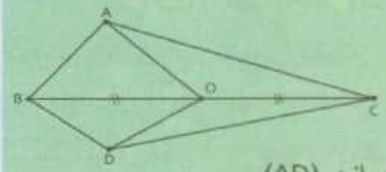
(CB) و (LK) متوازيان.



هل (CK) يوازي (DA)؟

24 ABC و DBC مثلثان، O هي منتصف [BC].

J هي مركز ثقل المثلث ABC و K هي مركز ثقل المثلث DBC.



برهن أن (JK) يوازي (AD) ..

25 ABC مثلث كيفي. (AD) المتوسط المتعلّق بالضلع [BC].

M نقطة من [AD] تختلف عن A وعن D. المستقيم الذي يشمل M ويوازي (AC) يقطع [BC] في E، والمستقيم الذي يشمل M ويوازي (AB) يقطع [BC] في F.

1) ارسم شكلا مناسبا.

2) أثبت أنّ $\frac{DE}{DC} = \frac{DF}{DB}$، استنتج أنّ D هي منتصف [EF].

26 RST مثلثا كيفيا. منصف زاوية الرأس R يقطع الضلع [ST] في النقطة P.

المستقيم الذي يشمل T ويوازي (RP) يقطع (SR) في النقطة E.

1) ارسم شكلا مناسبا.

2) أثبت أنّ $\frac{ST}{SP} = \frac{SE}{SR}$، واستنتج $\frac{PT}{SP} = \frac{RE}{SR}$.

3) بيّن أنّ المثلث RTE متساوي الساقين.

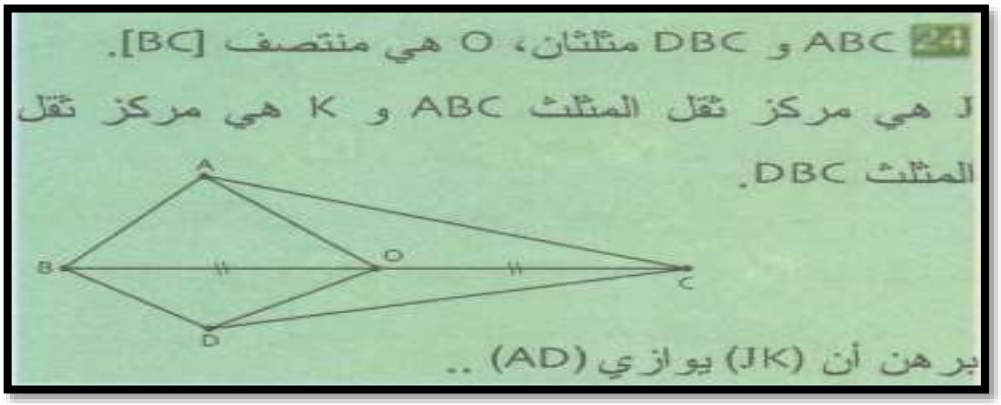
4) بيّن أنّ $\frac{PT}{SP} = \frac{RT}{SR}$.

9 • خاصية طالس

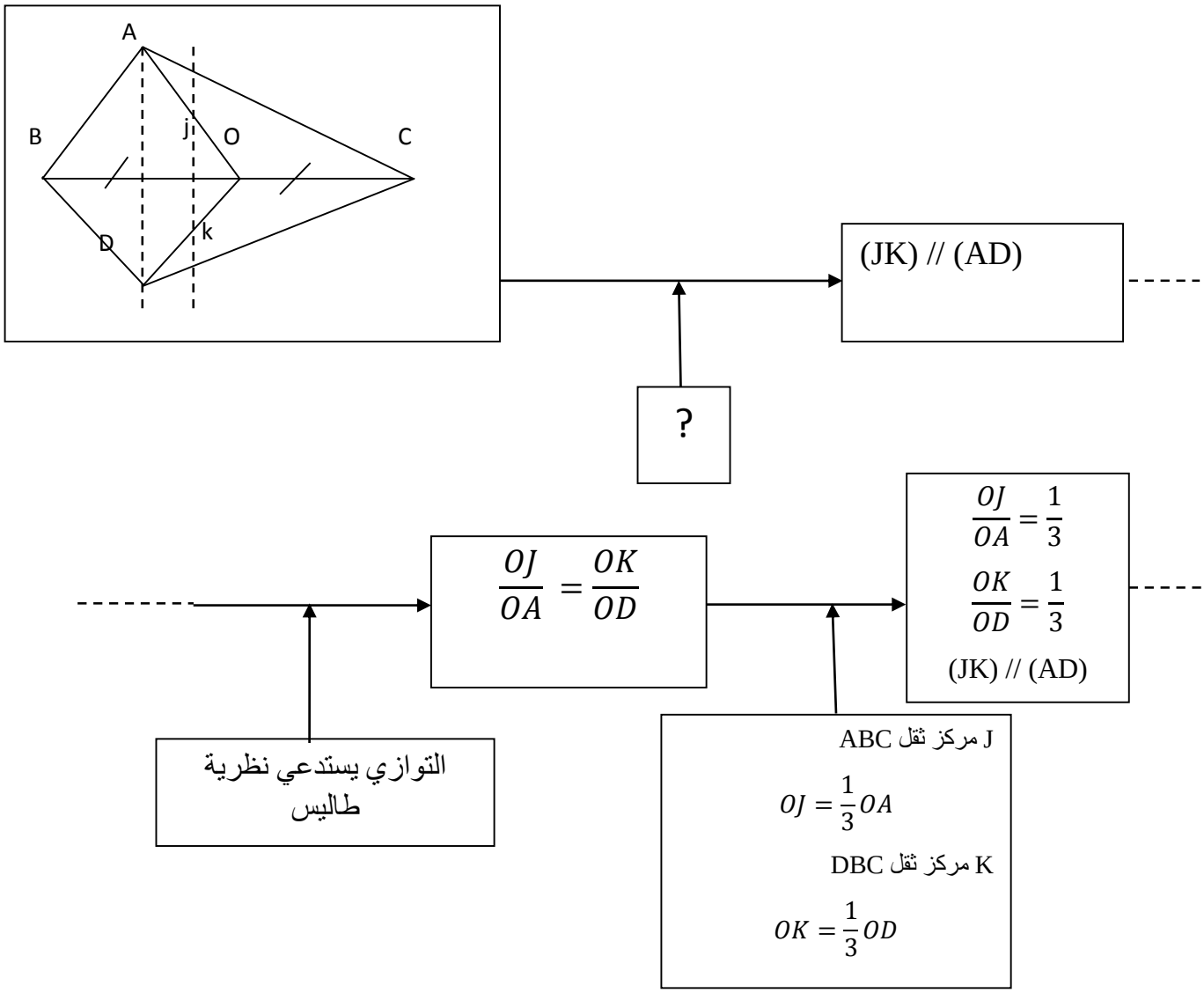
113

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

التمرين 24 ص 113



الحل:

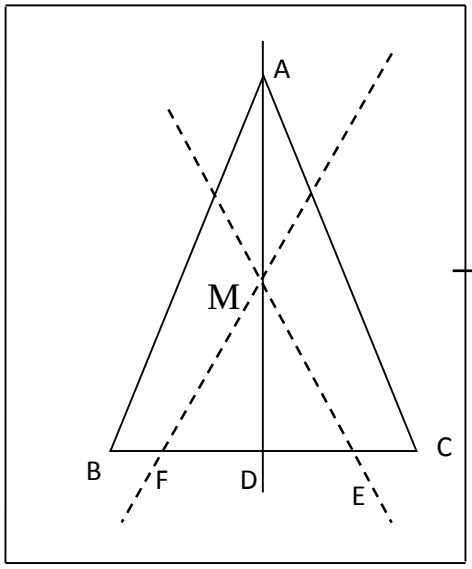


الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: إنشاء بيان، التخمين والحدس، إنشاء عبارة، البحث عن دليل يقود نحو الحل، تعديل طفيف للمشكل.

التمرين 25 ص 113

25 ABC مثلث كيفي. (AD) المتوسط المتعلق بالضلع [BC].
M نقطة من [AD] تختلف عن A وعن D. المستقيم الذي يشمل M ويوازي (AC) يقطع [BC] في E، والمستقيم الذي يشمل M ويوازي (AB) يقطع [BC] في F.
1) ارسم شكلا مناسبا.
2) اثبت أن $\frac{DE}{DC} = \frac{DF}{DB}$، استنتج أن D هي منتصف [EF].

الحل:



$\frac{DE}{DC} = \frac{DF}{DB}$

?

التناسب يمكن أن يستدعي نظرية طالس

في المثلث ABC
(EM) // (AC)
في المثلث ABD
(FM) // (AB)

وجود التوازي وتطبيق طالس

$\frac{DE}{DC} = \frac{DM}{DA}$ و $\frac{DF}{DB} = \frac{DM}{AD}$

إذن:

$\frac{DE}{DC} = \frac{DF}{DB}$

الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: إنشاء بيان، الحدس والتخمين مع البحث على دليل يقودنا نحو الحل.

ملاحظة:

باقي التمارين من باب (خاصية طالس) عبارة عن تمارين وتطبيقات بسيطة وليست مشاكل يمكن حلها باستعمال قوانين واضحة.

2- حساب المثلثات في المثلث القائم:

أتعمق

30 ارسم دائرة مركزها O ونصف قطرها 2,5cm.
ارسم قطرا [AB].
ضع نقطة C على الدائرة بحيث تبعد عن A بمسافة 3cm.
1) ماهو نوع المثلث ABC؟ علّل إجابتك.
2) احسب أقياس زوايا المثلث ABC.

31 ABCD مستطيل،
طولا قطريه 10cm.
يتقاطعان
في النقطة O (الشكل).
1) احسب قيس الزاوية $\widehat{AOB}$.
2) احسب طول و عرض المستطيل ABCD.

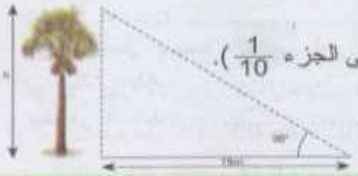
32 ABC مثلث قائم في A حيث $\widehat{B} = 18°$
و BC = 6cm.
1) أنجز شكلا مناسبا.
احسب AC.
تدوّر النتيجة إلى الجزء من 10.
2) احسب AB في كل حالة مما يلي:
• إستعمال $\cos\widehat{B}$.
• استعمال خاصية فيثاغورس.
• استعمال $\tan\widehat{B}$.
• استعمال $\sin\widehat{C}$.

33 MSF مثلث قائم في M حيث $\widehat{S}=32°$ و MF=9cm
1) احسب MS (تدوّر النتيجة إلى الجزء من 100).
2) احسب SF في كل حالة مما يلي:
(تدوّر النتيجة إلى الجزء من 10).
• بحساب $\sin\widehat{S}$.
• باستعمال خاصية فيثاغورث.
• باستعمال $\cos\widehat{S}$.
• باستعمال $\cos\widehat{F}$.

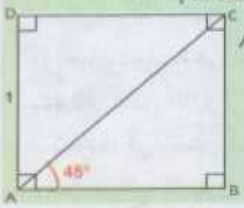
34 ABCD متوازي أضلاع حيث CD = 4,5cm
و BC = 2,7cm.
[AH] الارتفاع المتعلّق بالضلع [CD].
مساحة ABCD هي $10,35cm^2$.

1) أنجز شكلا باليد الحرة.
2) احسب الارتفاع AH.
3) استنتج قيسي الزاويتين $\widehat{ADC}$ و $\widehat{BCD}$
(تدوّر النتيجتان إلى الوحدة).

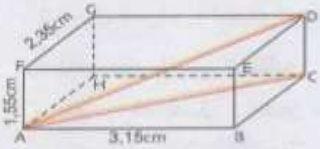
35 احسب ارتفاع النخلة باستعمال المعطيات المسجلة
على الشكل.
(تدوّر النتيجة إلى الجزء $\frac{1}{10}$).



36 ABCD مربع طول ضلعه 1.
1) برّر صحة المساواة $AC=\sqrt{2}$
2) استنتج القيم المضبوطة
لكل من $\cos 45°$،
$\sin 45°$، $\tan 45°$.



37 ABCDEFGH متوازي مستطيلات
1) احسب القيمتين
المضبوطتين لكل
من AC و AD.
أعط المدوّر إلى الوحدة لكل من AC و AD.
2) عيّن القيمة المضبوطة للعدد $\sin\widehat{DAC}$.
احسب المدوّر إلى الدرجة لقيس الزاوية $\widehat{DAC}$.



38 هرم «خوفو» هو هرم منتظم قاعدته مربع طول
ضلعه 231m.
رأسه متواجد على المستقيم
العمودي على قاعدة الهرم
في مركزها. يبعد هذا الرأس
بنفس المسافة 220m عن رؤوس القاعدة.
احسب طول ارتفاع هذا الهرم. تدوّر النتيجة إلى الوحدة.



125

ملاحظة:

بعد استعراض جميع تمارين هذا الباب (حساب المثلثات في المثلث القائم)، يتضح أنها بسيطة ولا تشكل أي تحدي للطالب، حيث يمكنه حلها في خطوة أو خطوتين دون الحاجة إلى تفكير عميق للوصول إلى الحل.

3- الأشعة والانسحاب

أتعمّق

17 النقطة J هي تقاطع قطري متوازي الأضلاع ABCD.

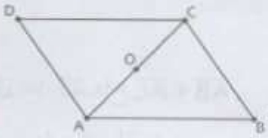
1) أنشئ النقطتين O و M بحيث يكون

$\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}$ و $\overrightarrow{JM} = \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}$

2) بيّن أن J منتصف [OM].

3) بيّن أن $\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$.

18 ABC مثلث كيفي، النقطة O هي منتصف [AC] و D نظيرة B بالنسبة إلى O.



1) أنشئ النقط H، K و L حيث $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AO}$ ، $\overrightarrow{CL} = \overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO}$.

2) برهن أن $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{OL} = \overrightarrow{AC}$.

3) ما هي طبيعة الرباعي OHKL.

4) المستقيمان (CK) و (LH) متقاطعان في النقطة G.

برهن أن G مركز ثقل المثلث OKL.

19 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

1) أنشئ مثلثا EFG قائما في F حيث EF = FG = 4cm.

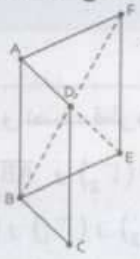
2) أنشئ النقطتين: D صورة النقطة F بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$ و C صورة النقطة E بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.

3) بيّن أنّ الرباعي EGDC مربع.

- احسب مساحته.

4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث $\vec{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$، بيّن أنّ $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$.

20 لاحظ في الشكل التالي متوازي أضلاع ABEF مركزه D و متوازي أضلاع ABCD.



1) بيّن أن $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$.

2) بسّط الكتابة $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FE}$.

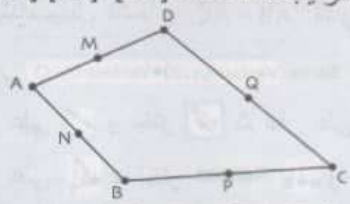
3) أنشئ النقطة M حيث $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{CM}$.

21 A، B، K ثلاث نقط ليست في استقامية. نسمّي L منتصف [AB].

D النقطة التي من أجلها يكون الرباعي BLKD متوازي أضلاع و E النقطة المعرّفة كالآتي: $\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{LK}$

أثبت أنّ L منتصف [ED].

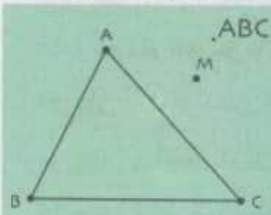
22 ABCD رباعي و M ، N ، P ، Q هي على الترتيب، منتصفات [DA]، [AB]، [BC]، [CD].



1) بيّن أن $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

2) برهن أن الرباعي MNPQ متوازي أضلاع.

23 M نقطة خارج مثلث ABC.



1) أنشئ النقطتين L و K

حيث $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC}$

و $\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CA}$

2) بيّن أن A منتصف [KL].

24 KLM مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي L حيث KM = 6cm ، KL = 5cm.

I منتصف [KM] و J منتصف [KL].

J' صورة J بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{MI}$.

بيّن أن $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{KJ'}$.

25 1) أرسم مثلثا ABC ثم عيّن النقطة M منتصف القطعة [BC].

2) أنشئ النقطة E، نظيرة النقطة A بالنسبة للنقطة M.

أثبت أنّ $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BA}$.

3) أنشئ النقطة F، صورة النقطة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$. بيّن أنّ النقطة C هي منتصف القطعة [EF] ثم استنتج نوع الرباعي ABCF.

11 - الأشعة والانسحاب

137

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

التمرين 17 ص 137

17 النقطة J هي تقاطع قطري متوازي الأضلاع ABCD.

1) أنشئ النقطتين O و M بحيث يكون

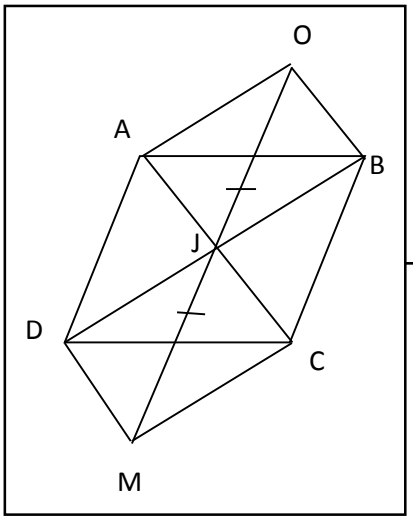
$\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}$ و $\overrightarrow{JM} = \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD}$

2) بيّن أن J منتصف [OM].

3) بيّن أن $\overrightarrow{JO} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$.

الحل:

السؤال01:



J منتصف [OM]

متوازي الأضلاع AOBJ و JCMD لهما نفس الاطوال إذن لهما نفس الأقطار

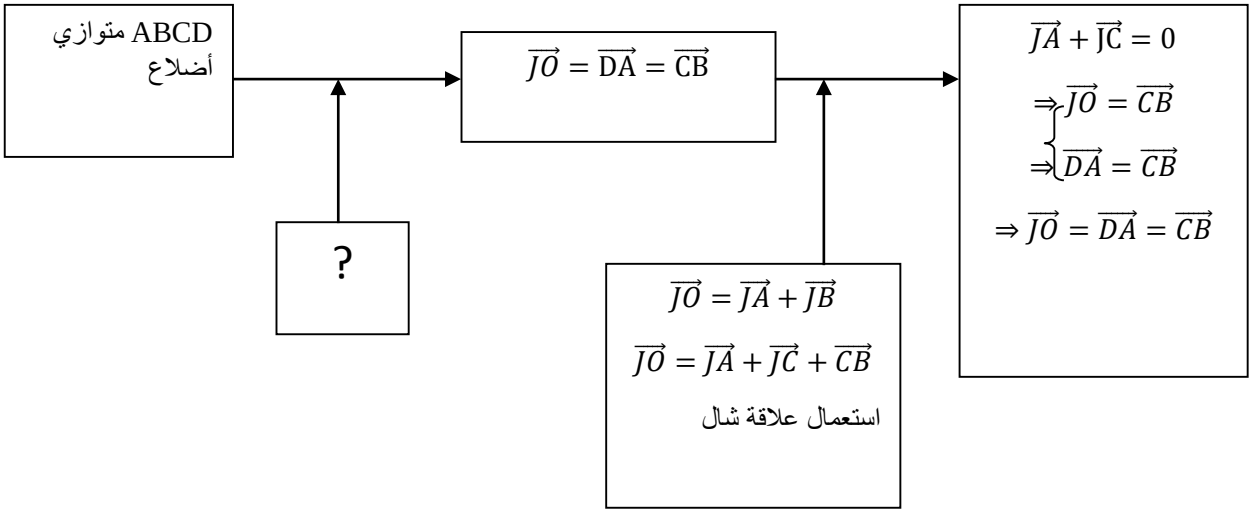
?

OB = AJ

JC = DM

AO = JB = JD = MC

السؤال 02:



الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: رسم بيان واستعمال الخواص في الهندسة في متوازي الأضلاع وإنشاء عبارة عن طريق علاقة شال مع تبسيط المشكل دون فقدان عموميته

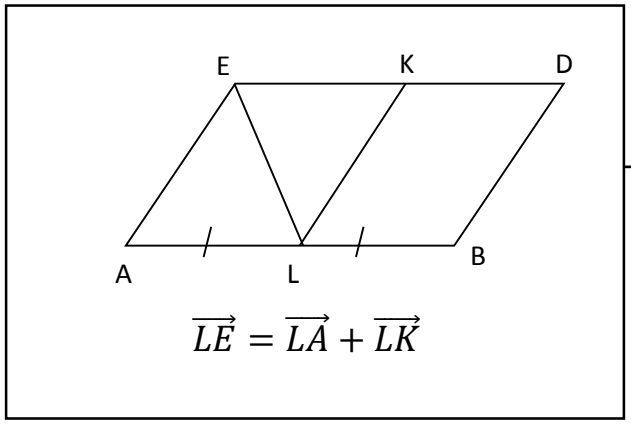
التمرين 21 ص 137

21 A، B، K ثلاث نقط ليست في استقامية. نسمّي L منتصف [AB].

D النقطة التي من أجلها يكون الرباعي BLKD متوازي أضلاع و E النقطة المعرّفة كالآتي: $\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{LK}$

أثبت أنّ K منتصف [ED].

الحل:



?

k منتصف [ED]

$\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{KD}$

إذن K منتصف [ED]

لدينا: $\overrightarrow{LB} = \overrightarrow{AL}$

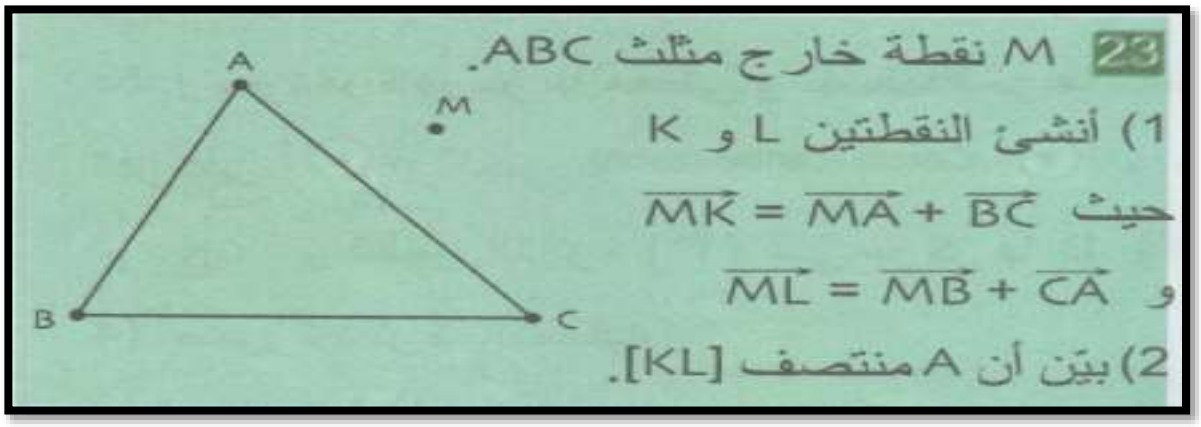
من متوازي الأضلاع ALKE و BLKD لدينا:

$\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{EK}$

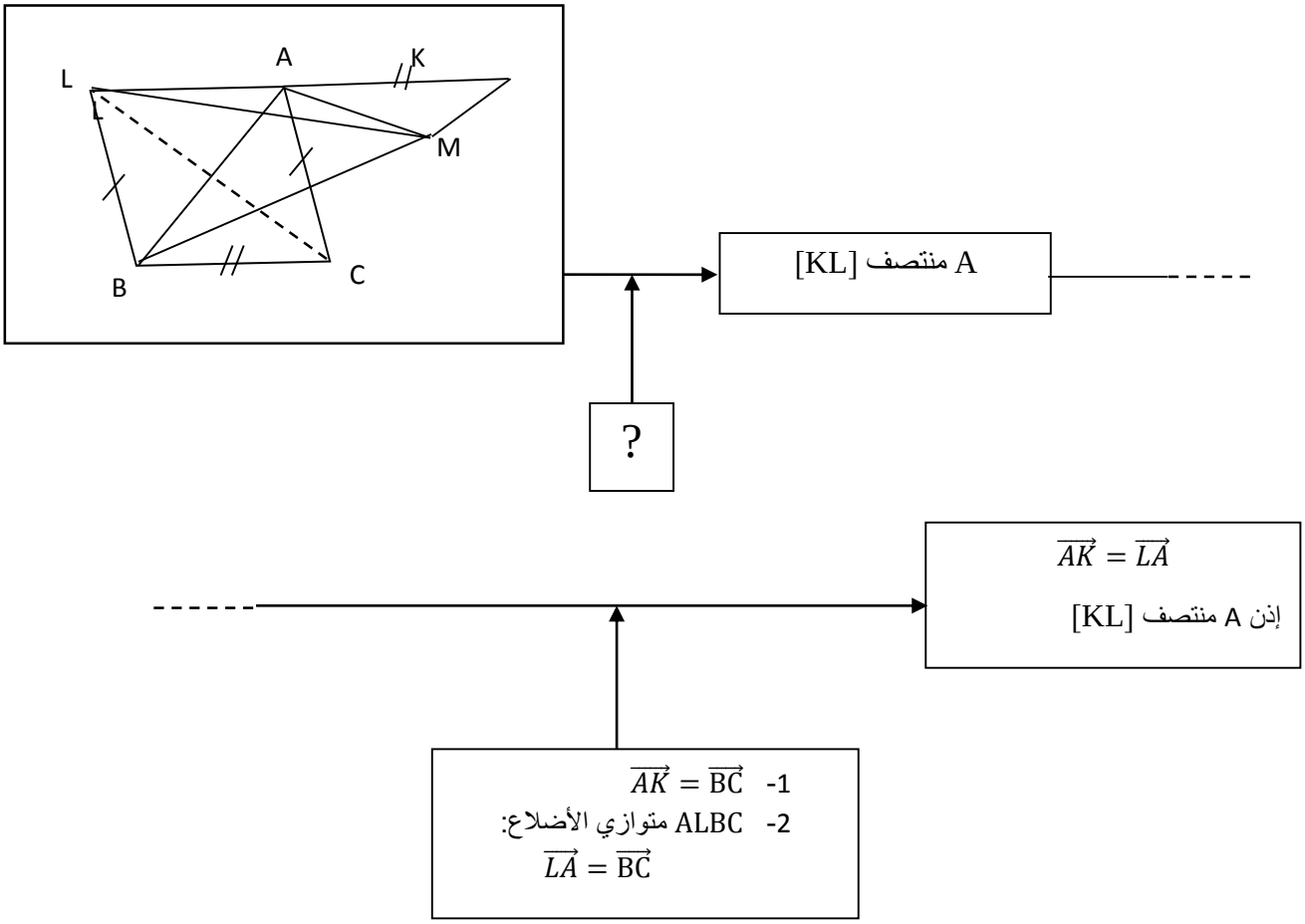
$\overrightarrow{LB} = \overrightarrow{KD}$ و

الهيروستيكية المستعملة في الحل: رسم بيان والبحث عن دليل يقود نحو الحل.

التمرين 23 ص 137



الحل:



الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: رسم بيان والبحث عن دليل يقود نحو الحل

ملاحظة:

ما تبقى من التمارين من باب (الأشعة والانسحاب) هو تمرينات بسيطة ولا تتطلب تفكير معمق ويمكن حلها باستعمال خواص واضحة.

4- الأشعة في معلم



أتعمق

21 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مبدؤه O. (الوحدة 1cm).
A، B، C أربع نقط حيث A(1;2)، B(4;3)، C(6;-3).
1) علّم النقط A، B، C.
2) عيّن مركبتي كل شعاع من الأشعة $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AC}$.
3) احسب الأطوال AB، BC، AC.
4) ما نوع المثلث ABC.

22 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مبدؤه O. (الوحدة 1cm).
A، B، C و D أربع نقط حيث A(1;3)، B(2;4)، C(5;1) و D(2;0).
1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم.
2) بيّن أن النقط A، B، C و D تنتمي إلى دائرة واحدة، يُطلب تعيين إحداثيتي مركزها I ونصف قطرها.
3) احسب قيمة مقرّبة لكل من الزاويتين $\widehat{ACD}$ و $\widehat{BCA}$، ثم أعط قيم زوايا الرباعي ABCD.

23 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مبدؤه O. (الوحدة 1cm).
A، B، C ثلاث نقط بحيث A(-3;1)، B(3;5)، C(5;2).
1) علّم النقط A، B، C.
2) ما نوع المثلث ABC؟
3) علّم النقطة D بحيث $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
ثمّ احسب إحداثيتي النقطة D.
4) ما نوع الرباعي ABCD؟
5) احسب مساحة الرباعي ABCD.
6) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ شعاع حيث A'B'C'D' الرباعي هو صورة الرباعي ABCD بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$.
استنتج إحداثيتي كل رأس من رؤوس الرباعي A'B'C'D'.

24 المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1) علّم النقط: A(1 ; 2)، B(3 ; 4)، C(5 ; 2)، D(3 ; 0).
2) بيّن أنّ للقطعتين [AC] و [BD] نفس الطول ونفس المنتصف ثم استنتج نوع الرباعي ABCD.
3) أحسب مركبتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ ثم أحسب الطولين AC و BD.
4) استنتج أنّ $(BD) \perp (AC)$.

25 من امتحان شهادة التعليم المتوسط
المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.
1) علّم النقط: A(-3 ; -2)، B(4 ; 1)، C(2 ; 4).
2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول AB.
ب) علما أنّ: $AC = \sqrt{65}$ و $BC = \sqrt{13}$، بيّن أنّ المثلث ABC قائم.
3) أنشئ النقطة E صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$، اثبت أنّ ABCE مستطيل.

26 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مبدؤه O. (الوحدة 1cm).
نعتبر النقط A(2;-2)، B(-3;3)، C(-4;-3).
1) احسب القيم المضبوطة للأطوال AB، BC، AC.
2) ما نوع المثلث ABC؟
3) احسب إحداثيتي النقطة D بحيث $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$
4) بيّن أن $(AB) \perp (CD)$.
5) ماذا يُمثّل الجداء $\frac{1}{2} \times AB \times CD$ بالنسبة للرباعي ABCD.

27 المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مبدؤه O. (الوحدة 1cm).
نعتبر النقط A(-3;1)، B(1;4)، C(4;0).
1) علّم النقط A، B، C. ما نوع المثلث ABC؟
2) D هي صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$
أ) علّم النقطة D، احسب إحداثيتي النقطة D.
ب) اثبت أنّ الرباعي ABCD مربع.

12 - الأشعة في معلم

149

ملاحظة:

بعد التطرق لجميع تمارين هذا الباب (الأشعة في معلم) يظهر أنها تمارين عادية ولا تستدعي أي تفكير عميق ولا يصعب على الطالب الوصول إلى الحل مباشرة ولا يتطلب استعمال أي هيروستيكيات للحل.

5- الدوران – الزوايا – المضلعات المنتظمة:

أتعمّق

15 A و B نقطتان حيث $AB = 4cm$.

C هي صورة B بالدّوران الذي مركزه A

و زاويته $72°$ في الاتجاه المباشر.

D هي صورة C، E صورة D و F صورة E

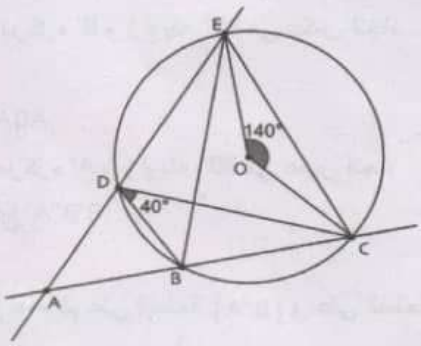
بالدوران السابق.

1) احسب FB.

2) برهن أن المضلع ABCDEF منتظم.

3) احسب مساحة الدّائرة المحيطة بـ ABCDEF.

16 لاحظ الشكل التالي:



عيّن أقياس زوايا المثلث AEC.

17 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

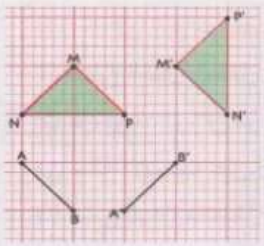
1) علّم النقط: A(0 ; 4)، B(-3 ; 1)، C(5 ; -1).

2) احسب إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة [BC].

3) أنشئ النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$ ثم استنتج إحداثيتي D.

4) بيّن أن الرباعي ABCD مستطيل.

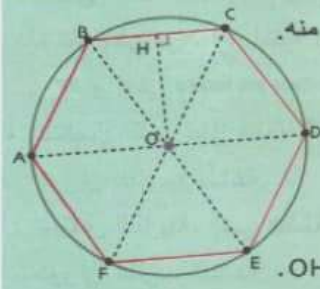
18 لاحظ الشكل التالي:



1) [A'B'] هي صورة [AB] بدوران مركزه O. أنشئ O.

2) المثلث M'N'P' هو صورة المثلث MNP بدوران مركزه W. أنشئ W.

19 محيط السداسي المنتظم ABCDEF المقابل هو 96m.



1) أحسب طول ضلع منه.

2) [OH] هو ارتفاع في المثلث المتقايس الأضلاع OBC.

- بيّن أنّ $OH = 8\sqrt{3}\,m$.

3) احسب المساحة المضبوطة للمثلث AOB ثم استنتج S مساحة السداسي المنتظم ABCDEF.

4) احسب النسبة $\frac{S}{S'}$ حيث S' هي مساحة القرص الذي مركزه O ونصف قطره OA.

20 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

(T) دائرة مركزها O وقطرها $AB = 8cm$، C نقطة من الدائرة حيث: $BC = 3cm$.

1) احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{BAC}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{BOC}$.

2) F هي صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$، المستقيم الذي يشمل F ويوازي (BC) يقطع (AC) في D.

- أحسب DF.

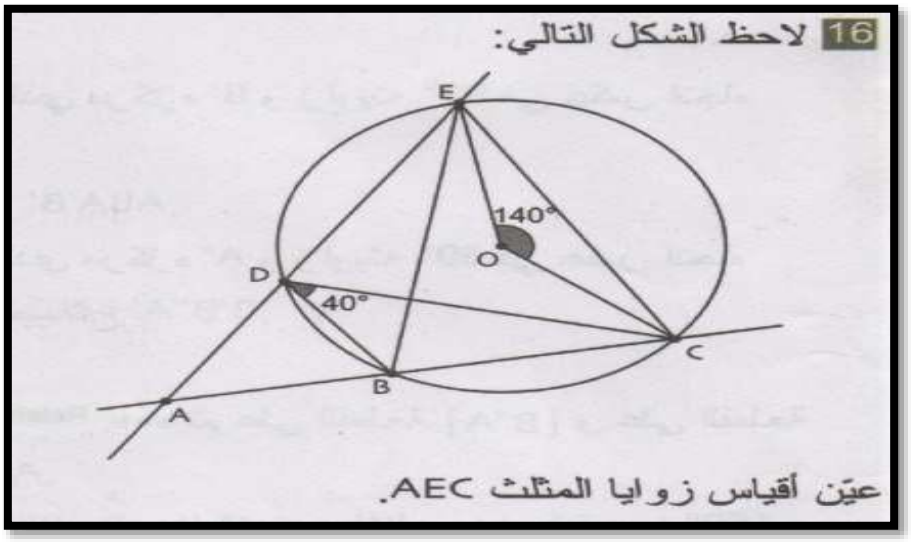
ملاحظة: يُطلب إنجاز الشكل الهندسي.

13 - الدوران، الزوايا، المضلعات المنتظمة

161

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

التمرين 16 ص 161



هذا التمرين يعتبر مشكل لعدم ظهور أي طريق للوصول إلى الحل ويتعسر على الطالب وضع تخمين وهيروستيكيات للحل وهذا لعدم وجود أي ممارسة للطالب على مثل هذه المشكلات من قبل.

ملاحظة:

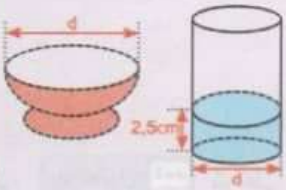
أغلبية التمارين في باب (الدوران – الزوايا – المضلعات المنتظمة) هي بسيطة ولها طرق واضحة وتحتاج تطبيق مباشر للحل.

6- الهندسة في الفضاء:

أتعمّق

15 ارتفاع مخروط دوران هو 8cm وقطر قاعدته هو 8cm.
يقطع هذا المخروط مستو يوازي قاعدته ويقع على بُعد 6cm من رأس المخروط.
1) احسب نصف قطر قاعدة المخروط الناتج.
2) المخروط الناتج هو تصغير للمخروط المعطى بنسبة k.
ماهي قيمة النسبة k؟

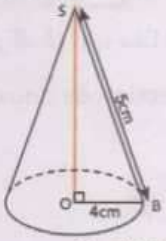
16 إناء نصف كروي الشكل مملوء بالماء. عندما نسكب هذا الماء في وعاء أسطواني الشكل، يرتفع الماء بـ 2,5cm.



1) احسب قطر الوعاء.
2) احسب بالسنتيلتر، كمية الماء المُحتوى في الإناء.

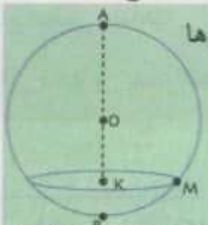
17 ارتفاع أسطوانة دوران هو 11cm.
يقطع هذه الأسطوانة مستو (P) يوازي محورها ويبعد عنه بـ 2cm.
ينتج عن هذا التقاطع مستطيل بعداه 11cm و 8cm.
احسب نصف قطر الأسطوانة. تدوّر النتيجة إلى 1mm.

18 مخروط دوران، نصف قطر قاعدته 4cm وطول مولّد له 5cm. (الشكل)



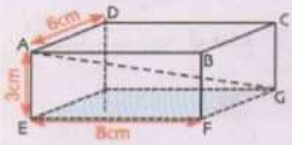
1) ماهو ارتفاع هذا المخروط ؟
2) ماهو حجم هذا المخروط ؟
3) ننجز تصغيرا بنسبة $\frac{1}{2}$ لهذا المخروط. ماهو حجم المخروط الناتج ؟

19 كرة مركزها O ونصف قطرها $r = 17cm$. [AB] قطر للكرة.
K نقطة من [AB] بحيث $OK = 15cm$.



المستو المار بالنقطة K والعمودي على [AB] يقطع هذه الكرة.
1) ما نوع المقطع الناتج؟
2) ما نوع المثلث OKM؟
- استنتج الطول KM.

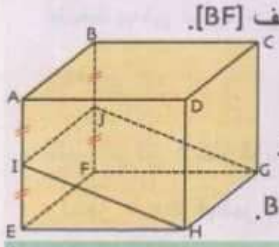
20 قاعة على شكل متوازي مستطيلات، ارتفاعها 3m وأرضيتها المستطيل EFGH حيث $EF = 8cm$ و $EH = 6cm$.



1) ما نوع المثلث ACG؟
2) أنشئ المثلث ACG (نأخذ 1cm لكل 1m). احسب AG.
3) I نقطة من قطعة المستقيم [AG] بحيث $\frac{GI}{GA} = \frac{1}{3}$.
المستقيم المُوازي لـ (CG) والمار من النقطة I يقطع (AC) في النقطة I'. احسب CI'.

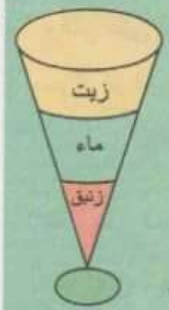
21 كمية الهواء المُعبّأة داخل كرة اليد هي $980cm^3$.
احسب قيمة مقرّبة لنصف قطر هذه الكرة ثم قيمة مقرّبة لحجمها.

22 الشكل المقابل هو لمكعب حرفه 6cm.
I منتصف [AE] و J منتصف [BF].



مثّل بالأبعاد الحقيقية:
المربع ABFE. المثلث IEH.
الرباعي HIJG. المثلث BFH.

23 نَسكب داخل كأس مخروطي الشكل ثلاثة سوائل على التوالي: الزنبق، الماء ثم الزيت.



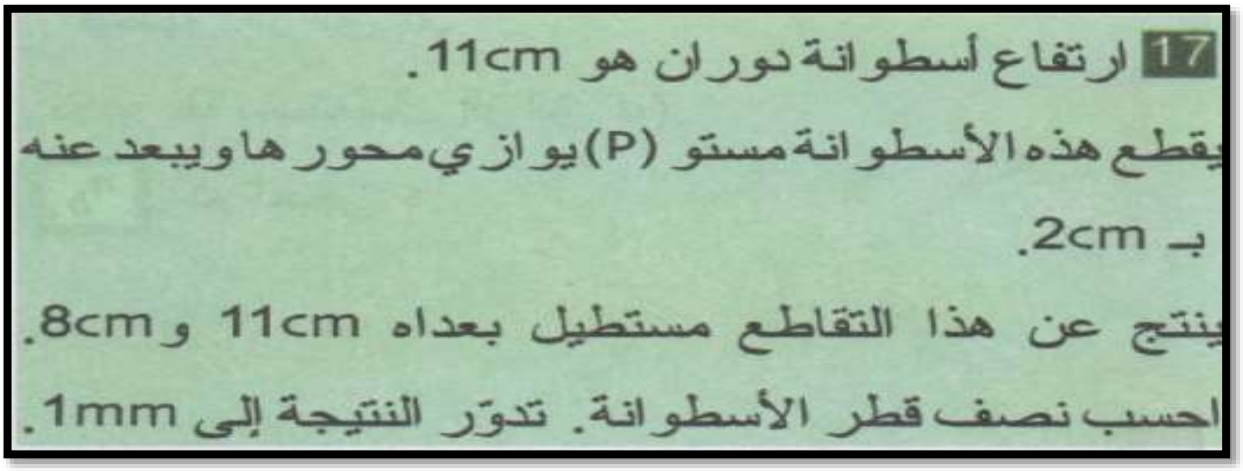
السوائل الثلاثة تملأ الكأس دون أن تُمزج وتُشكّل ثلاث طبقات متساوية السُمك.
نرمز بـ V_m لحجم الزنبق
وبـ V_e لحجم الماء وبـ V_h لحجم الزيت.
1) تحقّق أنّ: $V_e + V_m = 8V_m$ و $V_m + V_e + V_h = 27V_m$
2) استنتج ممّا سبق V_e و V_h بدلالة V_m.

24 نزيد ارتفاع مخروط بـ 3% ونُخفّض نصف قطره بـ 10%. هل ينخفض أو يزداد حجمه؟ وبأي نسبة؟

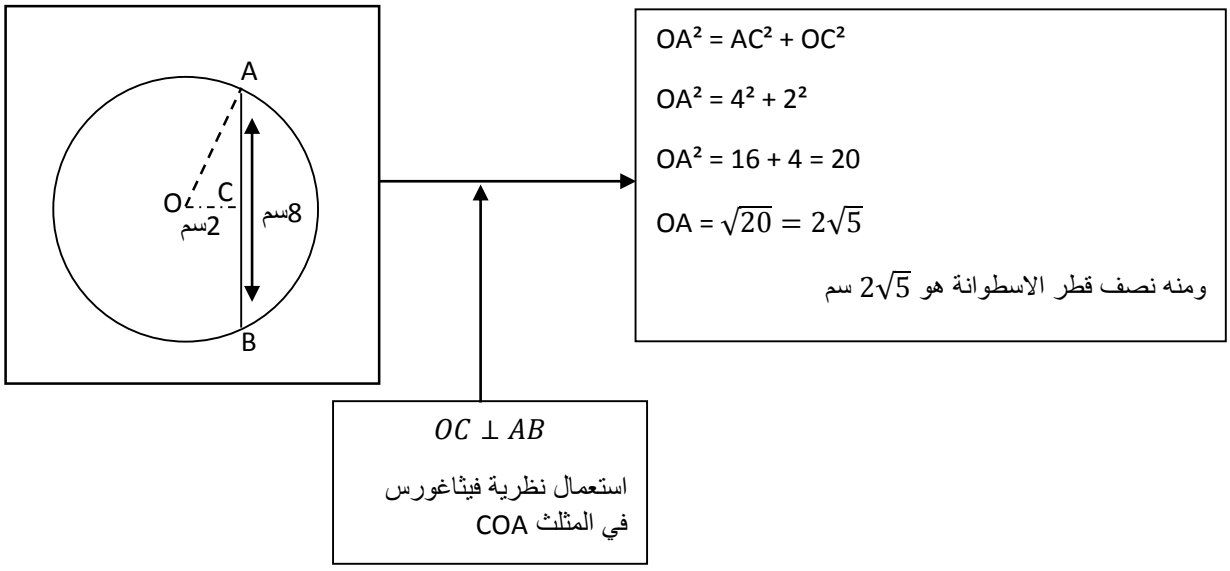
14 - الهندسة في الفضاء

نمذجة حل المشكلات باستخدام نموذج تولين:

حل التمرين 17 ص 175


17 ارتفاع أسطوانة دوران هو 11cm.
يقطع هذه الأسطوانة مستو (P) يوازي محورها ويبعد عنه بـ 2cm.
ينتج عن هذا التقاطع مستطيل بعداه 11cm و 8cm.
احسب نصف قطر الأسطوانة. تدوّر النتيجة إلى 1mm.

الحل:

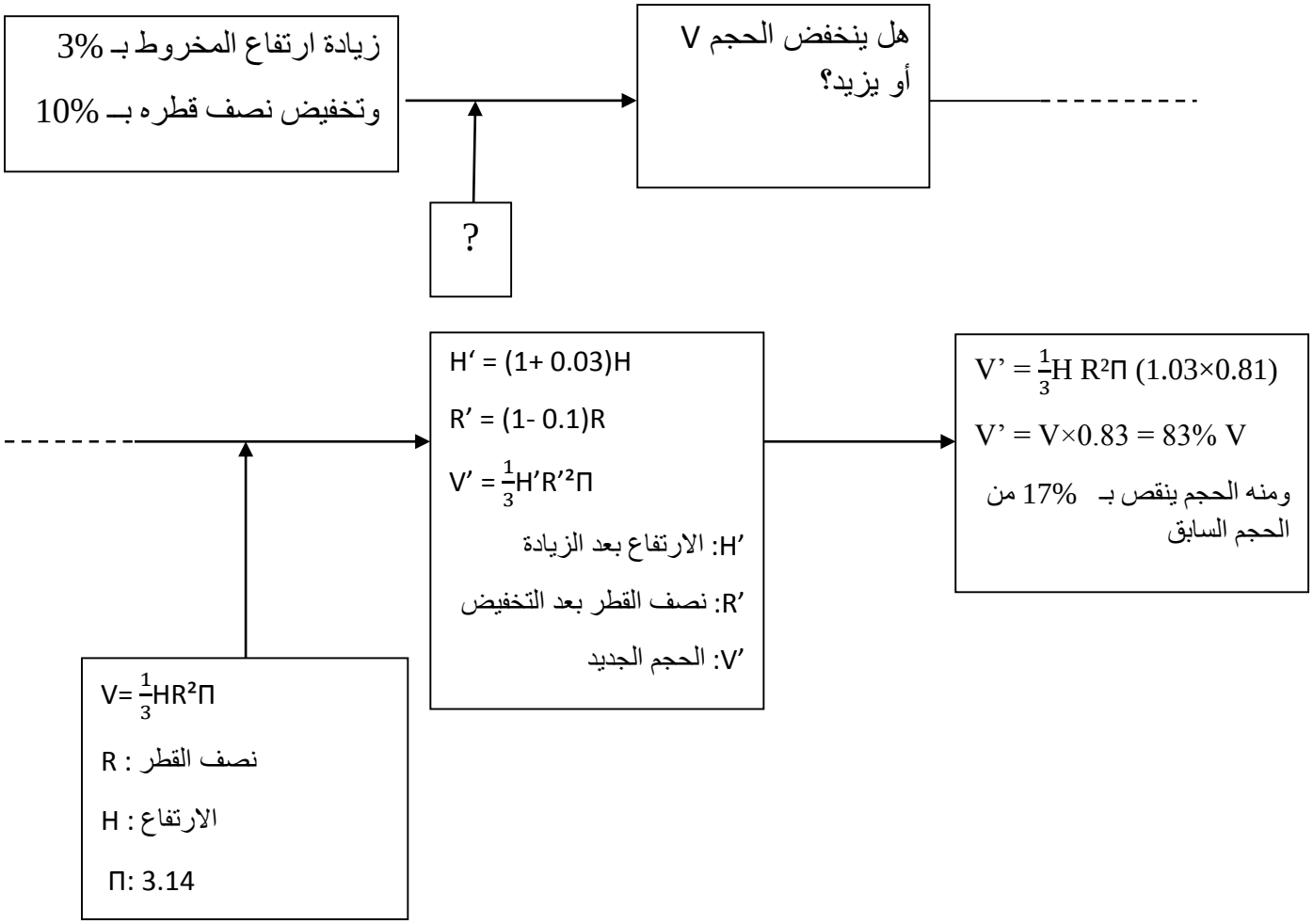


الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: رسم بيان ومخطط توضيحي للمسقط العلوي للأسطوانة والتخمين الحدسي

التمرين 24 ص 175

24 نزيد ارتفاع مخروط بـ 3% ونُخفّض نصف قطره بـ 10%. هل ينخفض أو يزداد حجمه؟ وبأي نسبة؟

الحل:



الهيروستيكية المستعملة في الحل هي: البحث عن عبارة وإنشاؤها والبحث عن دليل يقودنا نحو الحل مع تعديل للمشكل.

ملاحظة:

باقي التمارين في باب (الهندسة في الفضاء) يمكن حلها مباشرة دون التخمين في هيروستيكيات للوصول إلى الحل.

جدول الهيروستيكيات:

الميدان	المشكلات	رسم بيان مخطط جدول	المحاولة و الخطأ	تخمين الحل بالنظر الحدسي	البحث عن عبارة أو إنشاؤها أو استحضارها	البحث عن دليل يقود نحو الحل	فحص حالات خاصة للبحث عن نمط	تبسيط المشكل دون فقدان عموميته	اعتبار مشكل مكافئ	اعتبار مشكل معدل تعديل طفيف
أنشطة عددية	تمرين41 ص17	لا	لا	نعم	لا	نعم	لا	نعم	لا	لا
	تمرين 42 ص17	لا	لا	نعم	لا	نعم	لا	لا	لا	لا
	تمرين 48 ص17	لا	لا	لا	لا	لا	نعم	لا	لا	لا
	تمرين 49 ص17	لا	لا	لا	نعم	نعم	نعم	لا	لا	لا
	تمرين 51 ص17	لا	لا	نعم	لا	لا	لا	نعم	لا	لا
	تمرين 34 ص29	لا	لا	نعم	لا	لا	لا	لا	لا	لا
	تمرين 38 ص53	لا	لا	لا	نعم	نعم	لا	لا	لا	لا
	تمرين 26 ص63	لا	لا	نعم	نعم	لا	لا	لا	لا	لا
الدوال وتنظيم المعطيات	تمرين 29 ص75	لا	لا	لا	نعم	نعم	لا	لا	لا	نعم
	تمرين 30 ص75	لا	لا	لا	نعم	لا	لا	لا	لا	لا
	تمرين 38 ص75	لا	لا	لا	نعم	لا	لا	لا	لا	لا
	تمرين 26 ص89	لا	لا	لا	نعم	لا	لا	لا	لا	لا
أنشطة هندسية	تمرين 24 ص113	نعم	لا	نعم	لا	نعم	لا	لا	لا	نعم
	تمرين 25 ص113	نعم	لا	نعم	لا	نعم	لا	لا	لا	لا
	تمرين 17 ص137	نعم	لا	لا	نعم	لا	لا	نعم	لا	لا
	تمرين 21 ص137	نعم	لا	لا	لا	نعم	لا	لا	لا	لا
	تمرين 23 ص137	نعم	لا	لا	لا	نعم	لا	لا	لا	لا
	تمرين 16 ص161	لا	نعم	لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا
	تمرين 17 ص175	نعم	لا	نعم	لا	لا	لا	لا	لا	لا
	تمرين 24 ص175	لا	لا	لا	نعم	نعم	لا	لا	لا	نعم

دراسة النتائج:

- **نسبة عدد المشكلات في كل باب** = $\frac{\text{عدد المشكلات} \times 100}{\text{عدد المشكلات} + \text{عدد التمارين الروتينية}}$
- **نسبة عدد المشكلات في كل ميدان** = $\frac{\text{مجموع نسب عدد المشكلات في كل باب}}{\text{عدد الأبواب}}$
- **النسبة الإجمالية للمشكلات في الكتاب** = $\frac{\text{مجموع النسب في كل ميدان}}{\text{عدد ميادين}}$

الميدان	الباب	عدد المشكلات	عدد التمارين الروتينية	نسبة عدد المشكلات في كل باب	نسبة عدد المشكلات في كل ميدان
أنشطة عددية	1. الأعداد الطبيعية والإعداد الناطقة	5	10	33.3%	13.39%
	2. الحساب على الجذور	1	7	12.5%	
	3. الحساب الحرفي	0	6	0%	
	4. المعادلات والمتراجحات	1	8	11.1%	
	5. جمل معادلتين من درجة أولى لمجهولين	1	9	10%	
الدوال وتنظيم المعطيات	6. الدالة الخطية والتناسبية	3	9	25%	15%
	7. الدالة التآلفية	1	4	20%	
	8. الإحصاء	0	8	0%	
أنشطة هندسية	9. خاصية طالس	2	5	28.6%	16.44%
	10. حساب المثلثات في مثلث قائم	0	9	0%	
	11. الأشعة والإنسحاب	3	6	33.3%	
	12. الأشعة في معلم	0	7	0%	
	13. الدوران – الزوايا – المضلعات المنتظمة	1	5	16.7%	
	14. الهندسة في الفضاء	2	8	20%	

النسبة المئوية الإجمالية للمشكلات في الكتاب المدرسي (جزء أتعمق) هي: **15%**

تحليل النتائج:

بعد الدراسة التطبيقية للتمارين الموجودة في الجزء(أتعمق) من كتاب السنة الرابعة متوسط، تحصلنا على النتائج التالية:

15% من التمارين هي عبارة عن مشكلات وتتطلب من الطالب التفكير النقدي واستخدام استراتيجيات متنوعة للوصول إلى الحلول هذا النوع من التمارين يعزز مهارات التفكير الإبداعي لدى الطالب ويشجع الطالب على التفكير بطرق غير تقليدية واستخدام الهيروستيكيات وذلك بالتطرق لتصيد المقدمات لتحليل المشكلات وابتكار طرق للوصول إلى الهدف.

85% من التمارين تعتبر روتينية ولا تستدعي التخمينات والتفكير العميق، هذه التمارين تعتمد بشكل كبير على تطبيق مباشر للقواعد والمفاهيم الرياضية دون الحاجة إلى التفكير الإبداعي العميق، على الرغم من أن هذه التمارين تساعد في تعزيز الفهم الأساسي للمفاهيم الرياضية إلا أنها قد لا تكون كافية لتطوير مهارات التفكير لدى الطالب.

من خلال النتائج المتحصل عليها نرى أن هذه التمارين تحتوي على مشكلات أقل مما ينص عليه المنهاج بتدريب الطالب على حل المشكلات وبهذه التمارين الغالبة على الكتاب يتعود الطالب على ممارسة تمارين روتينية مما يجعل تفكيره محدود المدى، ولا يمكن تحقيق ما يطمح إليه المنهاج وهو تدريب الطالب على حل المشكلات.

يمكن تحقيق توازن أفضل بين التمارين الروتينية والمشكلات، مما يساهم في تحقيق الأهداف التعليمية المرجوة وتطوير مهارات الطلاب بشكل شامل. يمكن للطالب أن يصبح أكثر استعدادًا لمواجهة التحديات الرياضية والحياتية بفعالية وثقة.

الخاتمة:

توصلنا بهذه الدراسة التي كانت حول تمارين كتاب الرياضيات الجيل الثاني أن حل المشكلات الرياضية تستدعي استخدام استراتيجيات فعالة كتصيد المقدّمات أو الهروستيكيات، وهي تقنيات تساعد في توجيه التفكير وتحليل المشكلات بشكل منهجي، هذه الاستراتيجيات تعد جزءا هاما من الميتا معرفة وهي القدرة على التفكير حول التفكير وكيفية استخدام المعرفة والمهارات لحل المشكلات بفعالية.

ومن خلال الدراسة الشاملة وتحليل للتمارين الواردة في الكتاب المدرسي تبين أن غالبية هذه التمارين لا تشكل مشكلات أو تحديات للطالب ولا تستدعي استخدام هيروستيكيات للتوصل إلى الحل، بل تتسم معظمها بالبساطة وتقتصر على تطبيقات مباشرة وروتينية يمكن للطالب حلها بخطوات قليلة دون الحاجة إلى التفكير العميق أو اللجوء إلى تصيد المقدّمات، وهذه التمارين لا تحفز الطالب على تطوير مهاراته على التفكير الإبداعي عكس ما يهدف إليه المنهاج في تدريب الطالب على حل المشكلات.

وهذا الاكتشاف يشير إلى ضرورة إعادة النظر في تصميم التمارين المدرجة في المنهاج الدراسي حيث يجب أن تتضمن مجموعة من التمارين أكثر تركيب تستدعي الميتا المعرفة للحل، قصد تعليم الطالب على تعلم البرهان والبحث العميق وتعزز من قدرة الطالب على التفكير وتطوير التفكير الإبداعي وذلك بالتوازن بين المشكلات والتمارين الروتينية.

إن الأهمية الأسمى تكمن في تحويل عملية التعلم من مجرد تكرار للمعلومات إلى تجربة تعليمية تفاعلية تضع الطالب أمام مشكلات حقيقية تجعله يلجأ إلى الابتكار والتحليل.

المراجع

1. Dewey, J. (1910). *How we think*. D.C. Heath & Co.
2. Foster, C. (2023). Problem solving in the mathematics curriculum: From domain-general strategies to domain-specific tactics. *The Curriculum Journal*.
3. Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American MathematicalMonthly, 87*(7), 519-524.
4. Lesh, R., &Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Information Age Publishing.
5. Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. CorwinPress.
6. National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. (2005). *Rising above the gathering storm: Energizing and employing America for a brighter economic future*. National AcademiesPress.
7. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
8. Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton UniversityPress.
9. Popper, K. (1999). *All life is problem solving* (P. Camiller, Trans.). Routledge.
10. Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). Macmillan.
11. Schoenfeld, A. H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The MathematicsEnthusiast, 10*(1-2), 9-34.

12. Törner, G., Schoenfeld, A. H., & Reiss, K. (2007). Problem solving around the world: Summing up the state of the art. ZDM – The International Journal onMathematics Education, 39(5-6), 537-546.

13. Toulmin, S. E. (1958). *The uses of argument*. Cambridge UniversityPress.

14. Curriculum of the Second Generation Mathematics 2016, Intermediate Education Level.

15. Textbook for the Fourth Year of Intermediate School, 2019.

16. Article on Analysis and Synthesis, Al-Hasan ibn al-Hasan ibn al-Haytham.