**République Algérienne Démocratique et Populaire**
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université Dr. Yahia Farés de MEDEA**
**Faculté des Sciences et de la Technologie**
**Département de Génie de la Matière.**

**Projet de fin d'étude**
**Pour l'obtention du diplôme**
**De Master en Génie Climatique**
**Option: Energie et Froid Industriel.**

Thème :

# Etude Numérique de la Compression par un Ejecteur.

**Présenter par :**

- DAOUD Khadidja
- BOUGAMRA karima

**Encadrer par :**

- Dr. ZIRARI Mounir.

**Derige par :**

- M$^{r}$ GMANA.M.

** Promotion 2012/2013 **

# Remerciement

*Nous remercions notre dieu « ALLAH » pour tout puissant de nous avoir permis et aider a accomplir ce travail en nous assurant l`atteinte de notre objectif et arriver a notre but.*

*Nous tenons a remercier particulièrement Dr. ZIRARI MOUNIR, notre promoteur pour ces conseils, son assistance, son suivi et son soutient pour mener a tenir nos différents travaux de notre mémoire de fin d`étude et le chef département BACHENE Mourad.*

*Nous témoignons de notre gratitude a l`ensemble des enseignants d`universitaire Dr. YAHIA-FARES de MEDEA, et en particulièrement les enseignants du département de Génie-mécanique.*

*Merci a tous ceux qui, a un moment ou un autre, nous ont apporte leur savoir faire.*

*Tous nos remercions vont à monsieur les membres du jury qui nous ont honore' par leur présence et leur sens du devoir.*



# DEDICACE

*Je dédie ce travail :*

*À mes beaux parents pour leurs encouragements, patience et soutien, mama papa je t'aime beoucoup.*

*A mon beaufrère Ahmed et son épouse Hayat ;*

*A mon petit frère Didiro ;*

*A mes belles sours Amel et Nawel à mon adorable nièce;*

*A ma belle cousine Douaa*

*A ma binome amie in the best or the worst pour sa comprehension ,aide et toujours sa aime : bougamra karima et sa familles .*

*A mes tantes et oncles, à mes cousins et cousines ;*

*A mes tres proches amiees : Sabiha, Khadra ,Rachda , Saida, Fatima , Nawel ,Djamila Nassira Amina , Radia, Soumia ,Amina sassane.*

*A mes collègues de poste de graduation*

*A mes collègues de travaille :Anissa ,Siham, Khadidja ,Yamina,Djawida*

*KHADIDJA*

# DEDICACE

*Je dédie ce travail*

*A mes parents qui m'ont encouragée et soutenue,*

*Ames très chers frères et seours*

*A ma : souer, amie in the best or the worst ;je te souhaite une belle vie ; et tout la familles daoud sourtout khalti zohra ;*

*A mes amiees :nawel ,saida ,alja ,khadra, rachda, naima, nadia*

*Une spéciale reconnaissance et dédicace s'adresse à mon mari Morad pour sa*

*compréhension, patience et encouragement pour continuer et à ne pas lâcher ;et tout la famille bechou,*

*A toute mes collegue de promotion*

*Karima*

***Résumé:***

L'évaporation est l'opération fondamentale qui a pour but de concentrer une solution d'un soluté solide ou liquide, par vaporisation du solvant, à la pression atmosphérique ou sous vide.

Lorsqu'il s'agit de solutions aqueuses, la consommation d'énergie est importante parce que la chaleur de vaporisation de l'eau est particulièrement élevée. Étant donné la grande pratique des solutions aqueuses, on a cherché à réduire la dépense en vapeur d'eau de chauffage.

Une façon de réutiliser la vapeur secondaire consiste à la recycler, au moins partiellement, en la réinjectant dans l'évaporateur en tant que vapeur de chauffage. Cette solution n'est pas possible qu'à condition de compenser la chute d'enthalpie entre vapeur de chauffage et vapeur secondaire par recompression de la vapeur recyclée. La technique la plus ancienne à cet égard, est la thermo-compression.

La pression de la vapeur motrice est transformée en énergie cinétique au niveau d'une tuyère, en produisant un jet de très forte vitesse. Ce jet aspire par entrainement une partie de la vapeur secondaire sortant de l'évaporateur. Au niveau du col, a lieu le mélange vapeur motrice/vapeur aspirée qui sort à une pression supérieur à celle de la vapeur aspirée.

Par ce projet on propose d'étudier numériquement l'écoulement de vapeur d'eau dans L'éjecteur dans le but de comprendre et par conséquent améliorer le procédé de mélangeage et de compression.

***الملخص:***

التبخر هو العملية الأساسية يهدف لتركيز محلول من المواد الصلبة الذائبة أو السائلة، عن طريق تبخير المذيب تحت الضغط الجوي أو تحت فراغ.

في حالة المحاليل المائية، استهلاك الطاقة أمر مهم لأن حرارة تبخر المياه مرتفع بشكل خاص. نظرا لممارسة واسعة من المحاليل المائية، نبحث إلى خفض إنفاقٍ بخار الماء في التدفئة.

هناك طريقة لإعادة استخدام بخار الثانوي ترتكز على إعادة تدويرها، على الأقل جزئيا، و هي في إعادة إدخاله في المبخر بالبخار التدفئة. هذا الحل ممكن فقط للتعويض عن التراجع في المحتوى الحراري بين البخار التدفئة والثانوية عن طريق إعادة الضغط بخار-بخار و إعادة تدويرها. أقدم تقنية في هذا الصدد هو القاذف الحراري.

القاذف الحراري يستخدم لتحويل ضغط البخار الدافع إلى طاقة حركية في فوهة، وإنتاج طائرة من سرعة عالية جدا. هذه الطائرة تمتص من خلال تدريب بعض من بخار الثانوية من المبخر. في الرقبة، وهذا الخليط يأخذ مكان الدافع بخار / شفط بخار يخرج عند ضغط أكبر من البخار الممتص.

لهذا المشروع نقترح دراسة عدديا تدفق بخار الماء في الحرارية ضاغط بهدف الفهم وبالتالي تحسين عملية الخلط والضغط.

***Abstract:***

Numerical by ejector of the compressor hub of a secondary steam Project summary:

Evaporation is the fundamental operation with the aim of concentrating a solution of a solute solid or liquid, by vaporization of the solvent at atmospheric pressure or under vacuum. In the case of aqueous solutions, energy consumption is important because the heat of vaporization of water is particularly high. Given the wide practice of aqueous solutions, it has sought to reduce expenditure in steam heating.

One way of reusing the secondary steam is to be recycled, at least partially, in reinjecting it into the evaporator as heating steam. This solution is not only possible to offset the drop in enthalpy between heating steam and secondary steam vapor recompression recycled. The oldest technique in this regard is the thermo-compression.

The pressure of the motive steam is converted into kinetic energy at a nozzle, producing a jet of very high speed. This jet sucks by training some of the secondary vapor from the evaporator. At the neck, the mixture takes place motive steam / suction vapor coming out at a pressure greater than that of the steam sucked.
For this project we propose to study numerically the flow of water vapor in the thermo-compressor in order to understand and therefore improve the mixing process and compression.

# Nomenclature

| Notation | Signification | Unité |
|---|---|---|
| $a$ , $a_w$ , $a_n$ , $a_s$ | Densité du flux totale a travers les faces e, w, n, s de Pression-gradient de vitesse | |
| $A$ , $A_e$ , $A_s$ , $A_n$ , $A_w$ | Coefficient dans le système d'équation algébrique discrétisées | |
| $C$ , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ | Coefficient du mode k-$\varepsilon$ | |
| $C$ , $C_1$, $C_2$ | Constantes du modèle RSM | |
| $C'_1$,$'_2$ | Constantes du modèle ASM | |
| e, w, n, s | faces Est, Ouest, Nord et sud du volume de contrôle considéré | |
| $D$ , $D_n$ , $D_s$ , $D$ | Flux diffusif à travers les faces e, n, s et w | |
| $F$ , $F_n$ , $F_s$ , $F_w$ | Flux convectif à travers les faces e, n, s et w | |
| $J$ , $J_Y$ | La densité de flux par convection et par diffusion | |
| $D$ | Diffusivité massique moléculaire | m2/S |
| $F$ | Distances équivalentes représente la proximité de surface solide | |
| $K$ | énergie cinétique turbulente | J/Kg |
| $L_m$ | Longueur de mélange | m |
| $T$ | Température | °C |
| $P$ | Pression instantanée | N/m2 |
| $P$ | Fluctuation de pression | N/m2 |
| $\overline{P}$ | Pression moyenne | N/m2 |
| $Pk$ | Production de l`énergie turbulente | |
| $S_\emptyset$ | Terme source | |
| $t$ | temps | s |
| $\overline{R_{ij}}$ | Tenseur de Reynolds | |

# Nomenclature

| | | |
|---|---|---|
| *u, v* | *Fluctuation de vitesse* | |
| *U* | *Composante de la vitesse moyenne dans la direction X* | |
| *V* | *Composante de la vitesse moyenne dans la direction Y* | |
| $\overline{u_i \ u_i}$ | *Tension de Reynolds* | |
| $\overline{U_i U_j U_k}$ | *Terme de diffusion* | *m/s* |
| *H* | *Coefficient d`échange de convection* | *j/m2 °C* |

# Nomenclature

## *Symboles grecs*

| | | |
|---|---|---|
| $\alpha$ | *La diffusivité thermique* | |
| $\delta_{ij}$ | *Symboles de Kronecker* | |
| $\varepsilon$ | *Taux de dissipation de l`énergie cinétique turbulente* | *m2/s2* |
| $\lambda$ | *La conductivité thermique* | *j/s. m. k* |
| $\mu$ | *La viscosité dynamique* | *Kg/m. s* |
| $\mu t$ | *La viscosité dynamique turbulente* | *Kg/m. s* |
| $\mu\, eff$ | *La viscosité dynamique effective* | *Kg/m. s* |
| $\nu$ | *La viscosité cinématique* | *m2/s2* |
| $\nu t$ | *La viscosité cinématique turbulente* | *m2/s2* |
| $\sigma$ , $\sigma\varepsilon$ | *Constante numérique dans le modèle k- $\varepsilon$* | |
| $\rho$ | *La masse volumique* | *kg/m3* |
| $\tau$ | *Contrainte de cisaillement* | *N/m2* |
| $\tau_{ij}$ | *Tenseur des contraintes de cisaillement* | *N* |
| $\tau p$ | *Frottement pariétal* | *N/m. s2* |
| $\phi$ | *Variable généralisée par unité de masse* | |
| $\phi'$ | *Composition de fluctuation* | |
| $\phi$ | *Grandeur moyenne* | |
| $\Gamma$ | *Coefficient d`échange dans les termes de transport* | |
| $\Gamma_{\phi}$ | *Coefficient de diffusion* | |
| $Ls$ | *Échelle de longueur des grandes structures* | |
| $Q`$ | *flux de chaleur par unité de volume* | |
| $Cp$ | *Chaleur massique* | |

# Nomenclature

***Abréviation***

| | |
|---|---|
| *2D* | *Deux dimensions* |
| *3D* | *Trois dimensions* |
| *PNC* | *Plug and cool* |
| *ASM* | *Algebric stress model* |
| *EDP* | *Equation aux dérivées partielles* |
| *RSM* | *Reynolds stress model* |
| *LES* | *Large eddy simulation* |
| *TDMA* | *Tri diagonal matrix algebric* |

# Listes Des Tableaux

# Liste des Tablaux

Tableau II-1: La décomposition de RENOLDS dans les équations de Navier Stokes …….. 32

Tableau II.2 : constantes du modèle k-ε……..…….. 35

Tableau II-3 : constantes du modèle RNG ……..….. 36

Tableau II-4 : les constantes du modèle ASM……..… 38

Tableau III-1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables…..……..……. 46

Tableau IV. 1 :présentation des points pour la géometrie(I) ……. 65

Tableau IV.2 : présentation des points pour la géometrie(II)……..... 65

Tableau IV.3 : présentation des points pour la géometrie(III)…..... 66

Tableau IV-4 : Les conditions lmite de fluid dans différents des éjecteurs……. 67

# Listes Des Figures

# Liste des figures


Figure I.1 :système deréfrégeration avec éjecteur …… 5

Figure I.2: schéma illustration d' un éjecteur supersonique …… 7

Figure I.3 : l'effet des conditions opératoires sur le procès d'entrainement et du mélange dans la chambre de mélange……. 11

Figure I.4 : la détente de fluide frigorifique dans la tuyère primaire : (a) fluide avec vapeur humide ,(b) fluide avec vapeure seche …… 15

Figure I.5 :le cop du cycle de réfrigération à éjecteur en fonction de la température de la chaudière pour différents fluide frigorifique …… 16

Figure I-6 : Schéma d'implantation d'une pompe à vide à jet liquide……..... 17

Figure I-7: Diagramme de définition d'un ventilateur à jet de gaz…… 18

Figure I-8: Schéma d'un thermocompresseur commandé par servomoteur pneumatique. ……..…… 20

Figure I-9: Éjecteur de puisard en acier inoxydable…..……. 21

Figure II-1 : Bilan thermique……. 39

Figure-III-1 : l'approche de ligne de courant d'Upwind…… 48

Figure -III-3 : Domanie plon discrétisé……..…. 51

Figure -III-4 : Element a deux nœuds……..…….. 55

Figure IV-1 - représentation de la comparaison……. 58

FigureIV -2 - Défferents geometrie des ejecteurs etudie…… 64

FigureIV-3 - Maillage de systemes……..... 65

Figure IV-4- Présentation des nœuds……. 68

Figure IV-5-Présentation schématique des différentes sections pour présenté les résultats……. 69

Figure IV-6- Représentation spatiale de la vitesse pour les éjecteurs (I,II et III)…… 69

# Liste des figures

Figure IV-7- Diagrammes des vitesses dans les différentes sections des éjecteurs……..……..……..…. 70

Figure IV-8- Représentation spatiale de la pression pour les éjecteurs (I,II et III)……..…. 71

Figure IV-9- Diagrammes des pressions dans les différents points des éjecteurs……..…. 72

Figure IV-10- Représentation spatiale de la température pour les éjecteurs … ……..…. 73

Figure IV-11- Diagrammes des températures dans les différentes sections des éjecteurs……..…….. 74

Figure IV-12- Représentation spatiale de la vitesse pour les éjecteurs 75

Figure IV-13- Profils des vitesses dans lessections B ;C……... 77

Figure IV-14- Représentation spatiale de la température pour les éjecteurs ……..…. 78

Figure IV-15- Profils des températures dans les sections B ;C……... 79

Figure IV-16- Représentation spatiale de la pression pour les éjecteurs ……..……..……..... 80

Figure IV-17- Profils des pressions dans les différents points des jecteurs……..... 81

# Sommaire


Introduction Générale ..... 1

**Chapitre I : Généralité sur la production de froid par les éjecteurs :**

I /Introduction : ..... 4

I-1/système de refrégeration avec ejecteur : ..... 4

I.1.1/ cycle de puissance : ..... 5

I.1.2/cycle de refrégeration: ..... 5

1.1.3/Principe de fonctionnement de l'ejecteur: ..... 6

I.1.4/Ejecteur: ..... 7

I.1.5/Avantages et inconvénients del'éjecteur: ..... 8

I .2/Etat d'art: ..... 8

I.2.1/L'influence des conditions opératoires: ..... 9

a) L'effet de la temperature et la pression du condenseur: ..... 9

b) L'effet de la temperature et la pression du générateure ..... 10

c) L'effet de la temperature et la pression de l'évaporateur: ..... 11

a .1) l'effet de la géométrie de la tuyère primaire ..... 12

a.2) l'effet de la position de la sortie de tuyère primaire: ..... 14

a.3) l'effet de la géométrie de la chambre du mélange: ..... 14

I.3/ Les fluides frigorigènes utilisés dans les cycles à éjecteur ..... 14

1.4/Quelques types d'éjecteurs: ..... 16

I.4.1/Ejecteur à jet liquide ..... 16

a)Ventilateurs à jet liquide: ..... 16

I.4.2/Ejecteur à jet de gaz: ..... 18

a) Ventilateurs à jet de gaz: ..... 18

I .4.3/Ejecteur à jet de vapeur: ..... 19

a)compressurs à jet de vapeur : ..... 19

I.4.4/Ejecteur de puisard en acier inoxydable ..... 21

Conclusion : ..... 23

**Chapitre II : Modèles physiques et mathématiques :**

II-1/Introduction : ..... 25

II-2/Modélisation de L'écoulement des Fluides : ..... 25

II-2-1/Equation de continuité: ..... 25

II-2-2/Equation de Navier-Stokes : ..... 26

II-2-3/La décomposition statique (La décomposition de Reynolds) : ..... 26

II-2-4/Les équation des mouvements moyennes : ..... 27

# Sommaire


II-2-4-1/Équation de continuité de mouvement moyen :..... 27
II-2-4-2/Équation de Navier-stocks moyenne :.....27
II-2-4-3/Equation de transport des tensions de Reynolds :..... 28
II-2-4-4/Équation de l'énergie cinétique fluctuante : $K=\frac{1}{2}R_{ij}$ :.....30
II-2-4-5/Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante : ..... 30
II-2-5/Problème de fermeture des équations:..... 31
II-2-6/Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence :..... 32
II-2-6-l/Hypothèse de chou : ..... 32
II-2-6-2/Hypothèse de viscosité turbulente de bousines : ..... 33
II-2-6-3/Hypothèse de longueur de mélange de Prandtl :..... 33
II-2-6-4/Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov : ..... 33
II-2-7 /Les modèles de turbulence et leurs classifications : ..... 33
II-3/Modélisation du transfert de chaleur:..... 39
II-3-l/Bilan Thermique : Equation De Chaleur : ..... 39
II-3-2/Transferts de chaleur en écoulements incompressibles : ..... 40
Conclusion :..... 41


## Chapitre III : Solution numérique par discrétisation :


III-1/Introduction :.....43
III-2/Les méthodes numériques : .....43
III-2-l/Méthode des différences finies :.....44
III-2-2/Méthode des éléments finis :.....44
III-2-3/Méthode des volumes finis :.....45
III-3/Dérivation des équations de discrétisation :.....46
III-4/Choix d'un maillage :.....47
III-4-1 /Discrétisation : .....48
III-4-l-l/Terme temporelle:.....49
III-4-l-2/Terme d'advection:.....50
III-4-l-3/Terme de Diffusion :.....54
III-4-l-4/Termes source : .....55
III-5/Discrétisation de l'équation de chaleur par éléments finis :.....55
III-5-l/Forme discrétisée : éléments finis : .....55
III-5-l-l/Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures :.....56
III-5-l-2/Représentation globale du champ de températures :.....56

# Sommaire

III-5-2/Discrétisation de la forme intégrale faible :.....57
III-5-3/Exemple de calcul élémentaire :.....58
III-6/Conclusion : .....60

**Chapitre IV : Résultats et discussion :**

IV-1/Introduction : .....62
IV-2/Introduction sur l'ANSYS:.....62
1°/ Préparation des données: .....63
2°/ Traitement: .....63
3°/ Analyse et visualisation des résultats : .....63
IV-3/ Identification .....64
IV-4/Description :.....57
IV-5/Conditions aux limites :.....67
IV-5-1/ Maillage de système :.....68
IV-5/Interprétation des résultats :.....69
IV-5-1/ Champ de vitesse : .....70
IV-5-21 Champ de pression :.....72
IV-5-3/Champ de température : .....74
IV-6/ Etude expliqaative.....76
IV-5-1/ Champ de vitesse : .....77
IV-5-21 Champ de température :.....79
IV-5-3/Champ de pression.....81

Conclusion : .....83

Conclusion Générale .....85

# Introduction Générale

## INTRODUCTION :

L'un des plus grands défis que le monde rencontre aujourd'hui est de réduire les émissions des différents processus industriels responsables de l'effet de serre qui réchauffe la planète, et l'épuisement des énergies fossiles.

Le domaine de production de froid n'échappe pas à la règle surtout si on se rappelle que quinze pour cent (15%) de la production mondiale de l'électricité est destiné pour la production de froid dont l'augmentation de la demande est de dix-sept pour cent (17 %) par an réduire du froid par une machine frigorifique tri thermique dont l'organe principal est un éjecteur supersonique, semble une solution prometteuse par le fait qu'elle utilise des énergies dites gratuites et non nocives comme l'énergie solaire ou par l'utilisation des rejets thermiques des différents procédés industriels comme source d'énergie.

Le but de cet article est de présenter le saillant points et quelques premiers résultats d'une expérience numérique pour étudier un simple éjecteur.

Cette thèse est composée de quatre (4) parties :

- Le premier chapitre présente en détail le fonctionnement du système global, en particulier l'éjecteur supersonique avec les avantages et les inconvénients d'un tel système, et la littérature scientifique où un état de l'art est établi.

- Le deuxième chapitre présente le modèles physiques et mathématiques.
- Le troisième chapitre provoque solution numérique par discrétisation
- Enfin le dernier (quatrième) chapitre est consacré à une définition de l'ANSYS et son mode d'emploi ,puis les résultats numériques de nous travaux.

# Chapitre I:

# Généralité sur la productoin de froid par les éjecteurs

## I/INTRODUCTION :

La plupart des procédés industriels génèrent des rejets énergétiques qui sont disponibles à un coût très bas et dans certains cas ces procédés ont aussi des besoins en réfrigération. On pourrait donc envisager de satisfaire ces besoins à partir d'un système de réfrigération qui se base sur la technologie de l'éjecteur et qui utilisera les rejets thermiques comme source d'énergie à température modérée.

La technologie de réfrigération avec éjecteur est plus attractive que la technologie conventionnelle à compression car elle est moins coûteuse.

Un cycle de réfrigération à éjecteurs utilise les rejets thermiques industriels comme source de chaleur dans (En générale) la gamme des températures de +60°C à +400°C, pour produire du froid à des niveaux de 0°C à +20°C.

### I .1/Système de réfrigération avec éjecteur :

Le système de réfrigération avec éjecteur comme il est illustré par la

( Figure I-1) comporte deux cycles fermés (4-6-1-3-4) et (4-5-2-3-4).

1) le cycle (4-6-1 -3-4) constitue le cycle de puissance =la boucle motrice (BM)

2) le cycle(4-5-2-3-4) constitue le cycle de réfrigération la boucle frigorifique (BF)

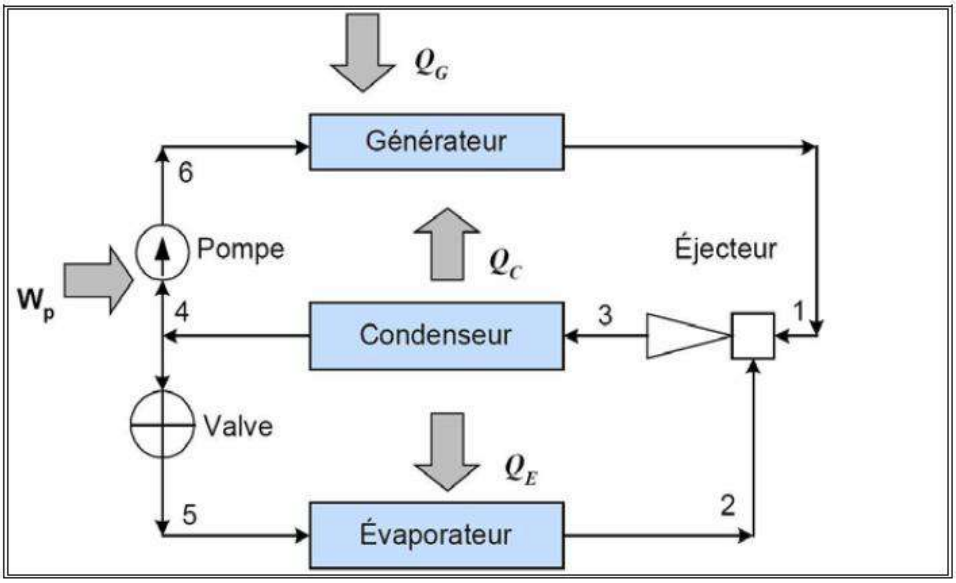



*Figure I-1 : système de réfrigération avec éjecteur*

### I.1.1/Le cycle de puissance :

Dans le cycle de puissance, l'énergie fournie au générateur sert à évaporer une partie du réfrigérant qui représente le fluide moteur (primaire) qui est à haute pression (de l'état 6 à l'état 1), traverse ensuite l'éjecteur où il est mélangé à l'autre partie du réfrigérant qui représente le fluide entrainé (secondaire), provenant de l'évaporateur et où s'effectue aussi un recouvrement de pression (de l'état 1 à l'état 3). Puis la totalité du réfrigérant passe à travers le condenseur où il est condensé jusqu'à l'état liquide (de l'état 3 à l'état 4). Ce liquide sera pompé (augmentation de pression) vers le générateur et complète ainsi le cycle (de l'état 4 à l'état 6).

### I.1.2/Le cycle de réfrigération :

Le cycle de réfrigération Carnot est constitué d'un fluide frigorigène circulant à travers quatre composantes.

- Tout d'abord, le fluide frigorigène s'écoule à travers un évaporateur où il absorbe la phase de l'énergie et des changements de liquide à gaz.

- Deuxièmement, un compresseur est utilisé pour augmenter la pression du fluide frigorigène.
- Troisièmement, un condenseur sert à rejeter la chaleur du réfrigérant.
- Quatrièmement, un dispositif de détente est utilisé pour diminuer la pression du fluide frigorigène à la pression désirée dans évaporateur où le cycle à nouveau.

Dans les systèmes de réfrigération les plus modernes, une mécanique compresseur est utilisé en tant que composant de la seconde Carnot cycle. Éjecteurs supersoniques peuvent fournir une méthode alternative de fournir la compression requise. où conventionnelle systèmes à compression de vapeur utilisent généralement alimentés électriquement compresseurs mécaniques, de l'énergie thermique à partir existantes processus peut être récupérée pour entraîner l'éjecteur. Un schéma illustration d'un système de réfrigération éjecteur est montré dans la Figure I.1.

### I.1.3 / Principe de fonctionnement de l'éjecteur :

Éjecteurs sont constitués d'un écoulement de fluide primaire qui épuise en une chambre dans laquelle il ya une entrée secondaire et une seule sortie.

En fonctionnement normal de la vapeur d'éjecteurs, le fluide primaire est vaporisée dans le générateur et à accélérer supersonique vitesses tout en s'écoulant à travers un convergent-divergent buse. Les sorties de flux supersoniques primaires de la buse à basse pression et entraîne un écoulement secondaire de vapeur à partir de l'évaporateur. Le mélange deux courants et une série d'ondes de choc entraîner que réduire le débit à des vitesses subsoniques.

La combinaison des ondes de choc et de l'écoulement subsonique à travers le diffuseur augmenter la pression de l'écoulement à cet trouvé au condenseur.

## I.1.4/ Ejecteur :

Un schéma simplifié de l'éjecteur utilisé dans cette enquête est inclus dans la Fig. I.2. L'éjecteur est construit en plusieurs sections, permettant à différents paramètres géométriques être modifiée afin d'optimiser les performances du dispositif. la première buse, la chambre d'entrée et la chambre de sortie sont réalisées en acier inoxydable acier. Tous les autres composants de l'éjecteur sont réalisées à partir de laiton. La position de la buse primaire dans la chambre d'entrée et la section convergente peut varier de 0 mm (en ligne avec l'entrée de la section convergente) à la fois dans la (positif en la section convergente) et négative (dans la chambre d'entrée) directions.[1]

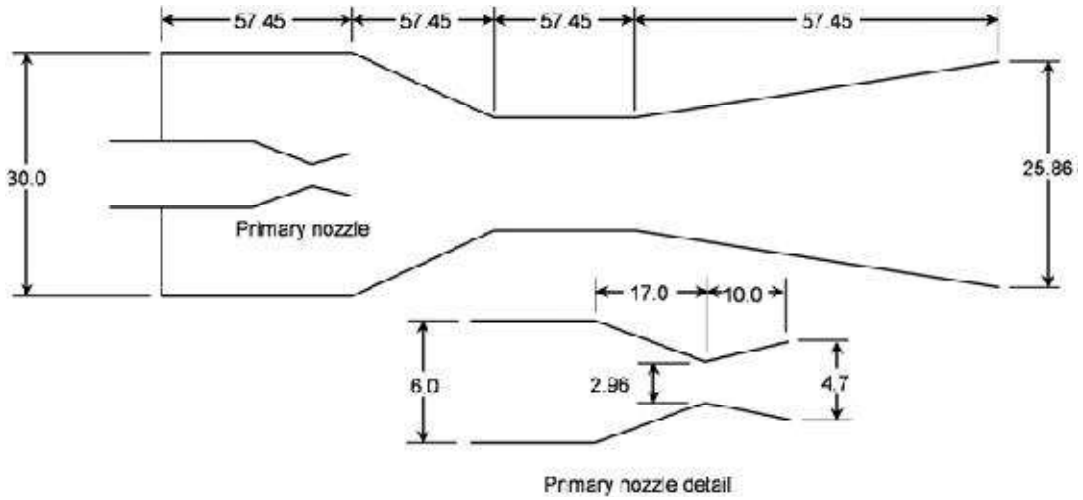



*Figure 1.2: schéma illustration d' un éjecteur supersonique*

### I.1.5 /Avantages et inconvénients de l'éjecteur :

D'après **Fevzi Zeren**, l'éjecteur présente les avantages suivants [2] :

- procédé mécanique simple, il ne comporte aucune partie mécanique ;
- capable de porter une grande quantité de vapeur dans une gabarit réduite ;
- l'éjecteur n'exige une lubrification ou problème de l'huile ;
- l'éjecteur n'exige pas une maintenance importante ;
- l'éjecteur léger et fiable.

Mais ils n'ont pas été favorisés pour être utilisé comme les systèmes de réfrigération en raison du coefficient relativement faible de Performance (COP) des systèmes de réfrigération avec éjecteur de comparaison avec compression de vapeur ou de réfrigération par absorption systèmes.

### I.2/ ETAT D'ART :

L'éjecteur, qui est le cœur du système de réfrigération à éjecteur, a été inventé par Charles Parsons en 1901[3], pour éliminer l'air du condenseur de la machine à vapeur. En 1910, Maurice Leblanc l'emploie pour la première fois dans un système de réfrigération à jet de vapeur.

Au commencement, la conception d'éjecteur était principalement basée sur des expériences, jusqu' au (1950) quand Keenan et al **[4, 5]** . Ont publié l'une des premières théories analytiques de calcul des performances des éjecteurs, d'écoulement isentropique monodimensionnel, employé couramment pour prévoir les propriétés du fluide le long de l'axe de l'éjecteur basée sur des équations thermodynamiques des gaz parfaits et les lois de conservation de la masse, et de l'énergie, ignorant les pertes dues au transfert et au frottement de chaleur, elle était accompagnée d'une étude expérimentale. Stoecker (1958) **[4, 5]**. A proposé une des premières méthodes de conception

itératives d'éjecteur impliquant des données de propriété prises des tables de vapeur.

### I.2.1/L'influence des conditions opératoires:

Chunnanond et, (2004) ; Sriveerakul et autres, 2007 **[6 ,7,8,9]** ont montrés que la performance d'un éjecteur supersonique représenté par le COP (coefficient de performance pratique) décroit avec la montée de la température (et la pression) au générateur ou par la diminution de la température (et la pression) à l'évaporateur, ou par la montée de la température de changement de phase (et la pression) au condenseur .et que l'évolution du rapport d'entrainement suit celle du COP (coefficient de performance pratique).

#### a)L'effet de la température et de la pression du condenseur :

Eames et al **[6]**, Aphornratana et Eames (1997) **[6]**, Chunnanond et Aphornratana (2004) **[6, 7,8]** ont suggéré que le rapport d'entrainement est limité par une pression critique au condenseur (à la sortie de l'éjecteur). Cette pression critique dépend des conditions opératoires.

Eames et al **[6]** ont effectué une étude dans laquelle ils présentent l'évolution du rapport d'entrainement en fonction de la pression critique de condensation. Lis ont suggéré que le fonctionnement d'un éjecteur peut être divisé en trois modes :

• Le mode critique ou double étranglement : ($Pc<Pc^*$) pour des pressions de condensation (Pc) inférieures à la pression critique de condensation ($Pc^*$), le rapport d'entrainement garde la même valeur constante, les fluides primaire et secondaire sont étranglés.

• Le mode subcritique : ($Pc^*<Pc<Pc0$) pour des pressions de condensation (Pc) serrés entre la pression critique ($Pc^*$) et la pression (Pc0), la valeur du

rapport d'entrainement diminue avec l'augmentation de la pression de condensation, seul le fluide primaire est étranglé.

• Le mode du mal fonctionnement ou le mode de retour de fluide :(Pc>Pc0), pour des pressions de condensation (Pc) supérieures à une pression (Pc0), le rapport d'entrainement a une valeur négative, les deux fluides ne sont pas étranglés. Ces résultats ont été confirmés par Chunnanond et Aphornratana (2004) **[6, 7]** expérimentalement. Ils ont montré que la pression critique de condensation augmente avec l'augmentation de la température du générateur, et l'augmentation de cette pression réduit le coefficient de performance (COP) du cycle.

**b)L'effet de la température et de la pression du générateur :**

Par une étude expérimentale Sun et al **[10]** ont montré qu'il existe une température optimale du générateur qui maximise le COP (coefficient de performance pratique) pour chaque température de l'évaporateur.

Chunnanond et Aphornratana **[11, 6, 7]** Disent que l'augmentation du débit du fluide secondaire ou la diminution du débit du fluide primaire, implique une réduction d'angle d'expansion du fluide primaire dans la chambre de mélange, par conséquent la position de l'étranglement du fluide secondaire recule vers la sortie de l'éjecteur **[11]**. (Voir figure.2.1 ).

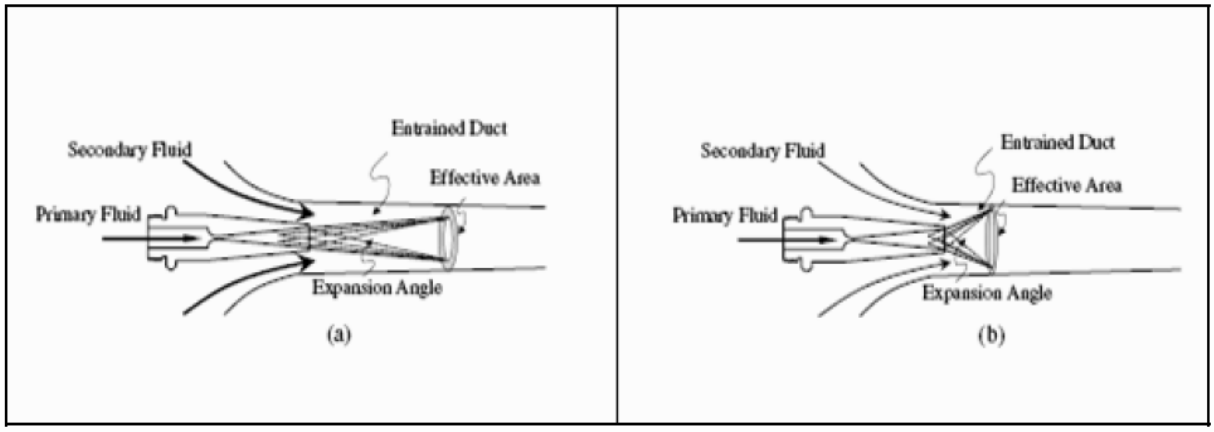



*Figure I.3 : l'effet des conditions opératoires sur le processus d'entrainement et du mélange dans la chambre de mélange*

Aidoun et Ouzzane **[12]** ont fait une étude sur l'influence de la température du générateur sur du mélange des deux fluides (fluide primaire et le fluide secondaire) où ils ont constaté que l'augmentation de la pression du fluide à la sortie de tuyère primaire, (ce qui diminue la force d'entrainement pour l'aspiration du fluide secondaire) provoque une diminution du COP (coefficient de performance pratique) du système.

**c)L'effet de la température et de la pression de l'évaporateur :**

Chunnanond K. et Aphornratana S. **[6,7]** et Aphornratana S. **[13]** ont analysé l'influence de la température de l'évaporateur sur la performance du cycle de réfrigération à éjecteur. Quand la pression (ou la température) de l'évaporateur augmente, le COP du système et la pression critique de la condensation augmentent.

### I.2.3 /Les pertes de charge dans l'éjecteur :

Afin d'éliminer l'erreur analytique induite par la considération que la vapeur qui traverse l'éjecteur est un gaz parfait, Les propriétés thermodynamiques des gaz réels ont été utilisées dans plusieurs études **[3, 14,**

**15]**. Les études de Abdel-Aal et al **[15]** indiquent que les deux approches (gaz parfait – gaz réel) donnent les même résultats.

Pour rendre les modèles de simulation plus réalistes, l'efficacité isentropique des tuyères et du mélange ont été introduite aussi dans plusieurs travaux **[13, 16, 17 ,18]**.

En général les valeurs de ces coefficients isentropiques varient entre 0.8 et 1 **[6]**.

**a)L'effet de la géométrie de l'éjecteur :**

**a .1)L'effet de la géométrie de la tuyère primaire :**

Deux facteurs relatifs à la tuyère influencent la performance d'éjecteur : La conception et la position de la tuyère. Kroll (1947), Engdahl et Holton (1943), Watson (1933) et Henzler (1983) **[19,20]** ont suggéré que la section convergente devrait être bien arrondie et évasée pour avoir une bonne performance d'éjecteur. Mellanby, (1928), a recommandé une conique avec un angle plus grand que 20◦ pour éviter la création du choc et des pertes réfutables à l'admission de convergence. Watson (1933), a fait une expérience et a trouvé 25◦ comme meilleur angle de convergence. Hill et Hedges (1974) ont étudié l'influence de la conception de la tuyère sur la performance d'éjecteur. Dans leur expérience, deux tuyères de divergence coniques ont été examinées, mais avec des angles de divergence différents. Les diamètres de sortie de la tuyère sont fixes dans les deux cas. Les résultats expérimentaux prouvent que la performance globale d'éjecteur n'a pas été influencée par la conception de la tuyère. Au début des années 90 plusieurs chercheurs ont réalisé qu'il est nécessaire d'améliorer la performance des éjecteurs afin de les rendre économiquement plus attrayants.

De nombreuses investigations expérimentales ont été effectuées pour évaluer l'effet de la géométrie d'éjecteur sur sa performance, telle que :

− l'endroit de sortie de la tuyère par :Aphornratana et Eames, (1997) **[6]** ; Chunnanond et Aphornratana, (2004) ; Eames et autres, (2007).

− rapport des sections de tuyère de chambre de mélange par :Huang et Chang (1999) ; Sankarlal et Mani, (2007), Chang et Chen, (2000).

− conception de la tuyère par: Chang et Chen (2000) ; Eames (2002) **[19]**, aussi bien que l'effet du fluide de fonctionnement par: Cizungu et autres (2001) ; Godefroy et autres (2007) ; Hernandez.

Reinke et al (2002) a constaté que plus loin est la sortie de la tuyère, plus le profil de vitesse est uniforme à travers la section transversale. Puisque l'action visqueuse du fluide transfère son énergie cinétique aux environnements, le fluide se déplace plus lentement à mesure que la distance augmente. Le comportement interne de l'éjecteur en particulier dans la section de mélange entre les écoulements primaires et secondaires et également l'effet de la position axiale de la tuyère ont été étudiées par Croft et Lilley (1976).

Eames et al **[21]** ont étudié l'évolution des performances de système par rapport au rapport de section entre l'aire de la section de sortie sur l'aire de la section de col de la tuyère primaire, ou ils suggèrent que La diminution de ce rapport augmente la performance de l'éjecteur. Les études d'Eames et al **[6]**, Chaunnanond et Aphornratana **[19]** et de Aidoun et Ouzzane **[12]** montrent que l'augmentation du rapport des diamètres (diamètre du col de tuyère primaire divisé par le diamètre de la tuyère secondaire) a un effet positif sur les performance (COP) de l'éjecteur mais avec une diminution de la pression critique de condensation.

**a.2) L'effet de la position de la sortie de tuyère primaire :**

La position de sortie de la tuyère primaire est définie comme la distance entre la sortie de tuyère primaire et l'entrée de la chambre de mélange.

Les études expérimentales de Eames et al **[22]**, Eames et al **[21]**, Chunnanond et Aphornratana **[13]** montrent qu'il existe une position optimale qui donne le meilleure COP du cycle de réfrigération. Suivant Nahdi et al **[23]** cette position (X) varie dans l'intervalle $0.5< X/D<2.0$

(D) : le diamètre du canal à section constante de la tuyère secondaire).

D'après Chunnanond et Aphornratana **[11,7]**, le déplacement de la tuyère primaire vers la sortie de la chambre du mélange le COP de l'éjecteur augmente.

**a .3)L'effet de la géométrie de la chambre du mélange :**

Suivant **[24]** existe deux configurations possibles pour la chambre de mélange :

- à section constante.
- à pression constante.

Dans le cas ou le mélange s'effectue à pression constante la forme de la chambre de mélange est un convergent.

Un éjecteur dont la configuration de la chambre de mélange est à pression constante a des performances supérieures que celui dont la configuration de la chambre de mélange à section constante.

**I.3 /Les fluides frigorigènes utilisés dans les cycles à éjecteur :**

La performance de la machine frigorifique à éjecteur dépend directement du fluide frigorifique utilisé. Les fluides frigorigènes utilisés

peuvent être classés comme des fluides avec vapeur sèche (R113, isobutane), ou avec vapeur humide (l'ammoniac, l'eau, R22, R142b).

Pour les fluides avec vapeur sèche, il n'y a pas du changement de phase lors de la détente à travers la tuyère primaire. Pour les fluides avec vapeur humide des petites gouttelettes du liquide peuvent être formées et endommager la tuyère primaire.

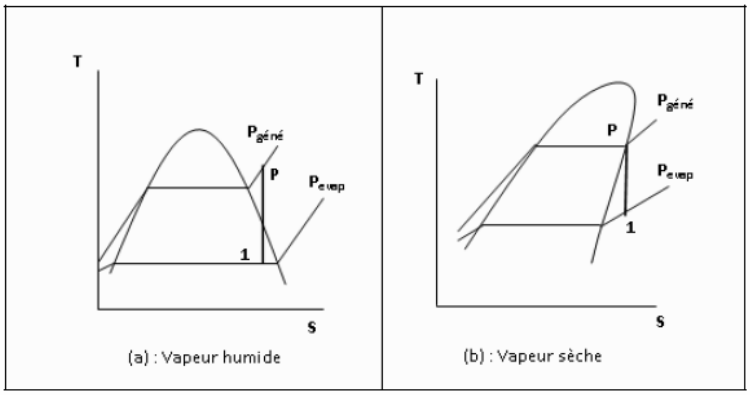



*Figure I.3. ; la détente de fluide frigorifique dans la tuyère primaire : (a) fluide avec vapeur humide ,(b) fluide avec vapeur sèche*

D'après Wimolsiri P. **[25]**, les fluides avec vapeur sèche donnent un meilleur COP par rapport aux fluides à vapeur humide. D'après les études expérimentales de Halton **[26]**, le meilleur COP est obtenu par l'utilisation des fluides de très grande masse moléculaire. Les fluides halo-carboniques exemples (R142b, R114, R113, R141b) sont très utilisés, ils donnent des valeurs de COP supérieures par rapport aux autres fluides **[27, 28, 29,30]**

Afin d'améliorer les performances du cycle de réfrigération à éjecteur, des mélanges des fluides frigorifiques sont utilisés, exemples (R22/RC118, R22/R142b, R22àR134a, R134a/R152a, RC318/R141b) **[27, 29]**. Les travaux de Sun **[28]** montrent que le R22 donne le meilleur COP, et le plus faible COP est donné par l'eau, sauf que l'utilisation de R22 est interdite (CFC).

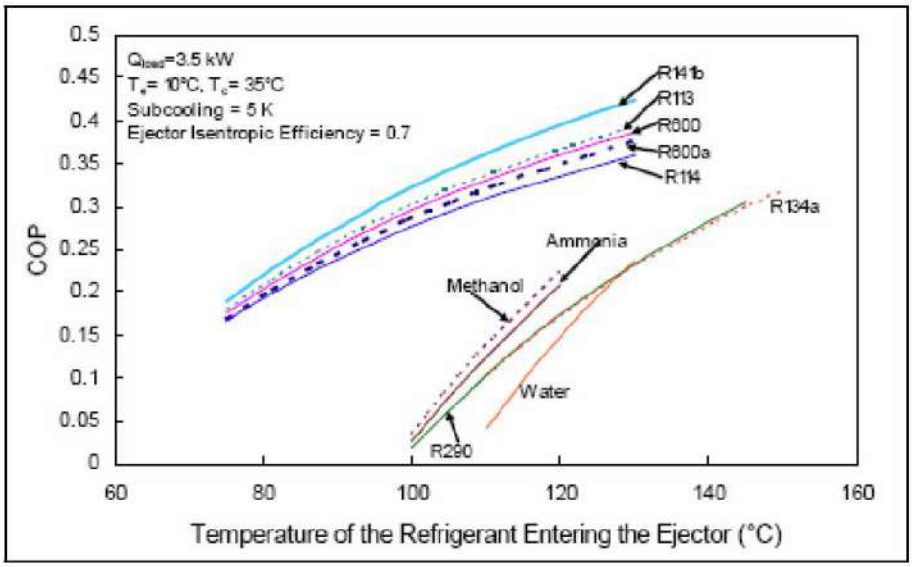



*Figure I.4.le cop du cycle de réfrigération à éjecteur en fonction de la température de la chaudière pour différents fluide frigorifique*

## I.4 /Quelque type d'éjecteurs :

Nous allons maintenant passer en revue les différents types d'éjecteurs compte tenu des trois sources motrices: jet liquide, jet de gaz et jet de vapeur, en faisant référence à divers travaux théoriques, en indiquant le champ d'applications et en donnant autant que possible des caractéristiques numériques.[31]

### I.4.1/Éjecteurs à jet liquide :

Le champ d'application de ces appareils est vaste et dépend du but recherché ainsi que du fluide ou du solide aspiré. [31]

#### a) Ventilateurs à jet liquide :

Ils aspirent de grands débits d'air, de gaz ou de vapeur avec de faibles taux de compression. La dépression obtenue avec ce type d'appareil se situe dans le domaine de 1 à 20 mbar. Ils sont surtout utilisés pour la ventilation

d'ateliers, d'entrepôts ou de réservoirs.

L'eau du réseau de distribution est le fluide moteur et peut être recyclée par une pompe.

La figure I-5 donne à titre d'exemple la relation entre le débit aspiré et la compression pour différentes pressions du fluide moteur et pour plusieurs réalisations industrielles .

D'autres applications concernent la condensation de vapeurs, le refroidissement de gaz, ou l'absorption de gaz plus ou moins toxiques ou corrosifs. Dans ce dernier cas, l'éjecteur travaille en circuit fermé. L'eau motrice circule grâce à une pompe centrifuge et le gaz aspiré est séparé de l'eau dans un bac séparateur ; la température de l'eau est maintenue constante par appoint ou par échangeur.

Un tel éjecteur peut condenser quelques kilogrammes de vapeur par heure, la pression limite étant évidemment la pression de vapeur saturante de l'eau.

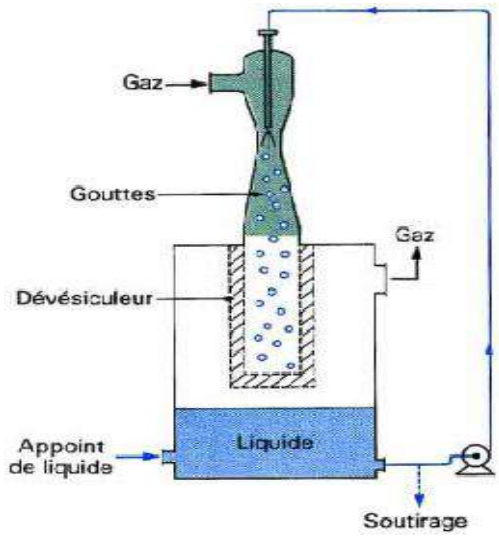



*Figure I-5 : Schéma de principe d'un laveur de gaz.*

Lorsque le gaz aspiré contient des particules solides ou liquides de taille inférieure ou égale au micromètre, on utilise des éjecteurs laveurs de type Venturi, où la bonne capacité de séparation est due à la vitesse relative élevée entre le gaz chargé de particules et le liquide moteur.

### I.4.2/ Éjecteurs à jet de gaz :

Dans ces éjecteurs, le fluide moteur est généralement de l'air accéléré dans une tuyère primaire qui peut être simplement convergente ou convergente-divergente lorsque l'on recherche des performances élevées comme c'est généralement le cas. Le fluide secondaire est également la plupart du temps gazeux mais peut aussi être liquide ou même solide.[31]

### a)Ventilateurs à jet de gaz :

Ce sont des appareils qui servent à l'extraction d'air, de gaz ou de vapeurs jusqu'à un taux de compression de l'ordre de 500 mbar, ce qui est supérieur aux performances des ventilateurs à jet liquide. .[31]

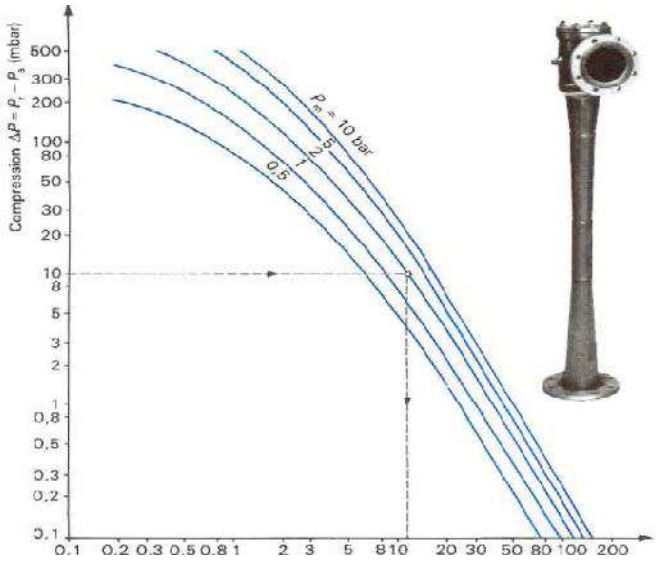



*Figure I-6: Diagramme de définition d'un ventilateur à jet de gaz.*

La figure I-6 donne le diagramme de définition de ce type d'appareil. Ces ventilateurs sont utilisés :

- pour l'extraction d'air vicié, de gaz ou de vapeurs malodorantes dans les usines ou entrepôts
- pour la ventilation de réacteurs, de récipients à agitateurs et autres appareils utilisés dans l'industrie chimique ;
- pour la ventilation de réservoirs sur bateaux par exemple ;
- comme soufflante ou ventilateur de tirage sur les chaudières ;
- pour le brassage de l'air ambiant dans le domaine du textile, du cuir et du tabac. [31]

### I .4.3/Éjecteurs à jet de vapeur :

Ce sont les plus répandus aussi bien sous la forme d'éjecteurs simples que d'éjecteurs en cascade. À titre indicatif.

L'intérêt des éjecteurs à jet de vapeur devient marquant dans le cas des éjecteurs multiples avec condenseurs intermédiaires qui permettent d'accéder à des rapports de compression plus grands pour un même taux d'entraînement massique. Avec deux étages, l'adjonction d'un condenseur conduit en effet à un rapport de compression sensiblement double de celui réalisé sans condenseur. Avec trois étages et deux condenseurs intermédiaires, la pression d'aspiration du premier étage peut être abaissée jusqu'à environ 10 mbar pour un rapport d'entraînement égal à 1/10 ; la température de l'eau de refroidissement du condenseur doit toutefois être dans ce cas inférieure à 20°C et la pureté de cette eau contrôlée.[31]

#### a) Compresseurs à jet de vapeur :

Ces appareils sont aussi appelés thermocompresseurs car ils sont généralement utilisés pour comprimer de la vapeur, le flux primaire étant supersonique. De ce fait, ils ont la possibilité d'extraire des volumes

importants de vapeur sous vide. Il faut toutefois que l'appareil soit bien adapté aux conditions d'utilisation sous peine de mauvais rendement et même de non fonctionnement; mais une telle adaptation est possible par modification manuelle ou automatique de la pression motrice, ou par variation de section de la tuyère motrice comme le montre la suivante. .[31]

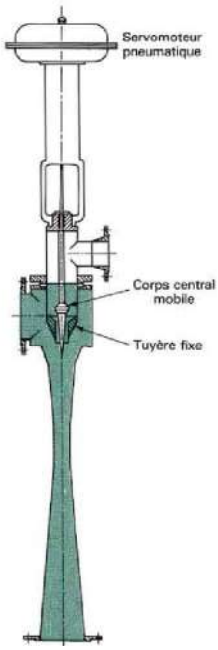



*Figure I-7: Schéma d'un thermocompresseur commandé par servomoteur pneumatique.*

En ce qui concerne le vaste domaine d'application, il se rapporte à :

- l'évaporation ou la concentration (industrie sucrière, brasseries, laiteries, chimie, pharmaceutiques, papeteries) ;
- la distillation dans l'industrie pétrolière ;
- la désodorisation ;
- le dégazage et le séchage sous vide ;
- le dessalement de l'eau de mer.

Ils peuvent être considérés comme pompes à chaleur car, par leur intermédiaire, une quantité de chaleur est transférée d'une source froide vers une source chaude pour restitution. .[31]

### I.4.4/Éjecteur de puisard en acier inoxydable

Armstrong propose un éjecteur de puisard en acier inoxydable pour l'évacuation des eaux indésirables s'accumulant dans les puits ou tunnels de vapeur ou dans des espaces clos. Lorsque le flotteur de cet éjecteur monte ou descend, un mécanisme à action rapide assisté par des ressorts en Inconel X-750 ouvre ou ferme la vanne d'admission de vapeur, ce qui enclenche ou déclenche le pompage. Entièrement construit en acier inoxydable, cet éjecteur se caractérise par une longue durée de  vie dans les conditions assez sévères d'un puits de vapeur.

L'éjecteur de puisard est conçu pour éliminer les difficultés d'entretien et les problèmes de sécurité posés par les puits ou tunnels de vapeur et les espaces clos



*Figure I .8 :Éjecteur de puisard en acier inoxydable*

**Caractéristiques**

• Entièrement construit en acier inoxydable pour assurer la résistance à la corrosion

• Véritable fonctionnement par injection de vapeur tout ou rien

• Les robustes ressorts en Inconel X-750 garantissent une longue durée de vie sans problème.

• Le design particulièrement compact en acier inoxydable moulé n'a pas son égal sur le marché actuel.[32]

**Conclusion :**

On a définie dans ce chapitre les éjecteurs on cas générale et leurs caractéristiques technique et les types on éjecteurs suivant son géométrie (mélanger cylindrique, mélangeur converge-diverge et éjecteur à plusieurs ou bien multi-étage) et suivant son fonctionnement ou bien la nature des fluides (liquide, gaz ou vapeur) entrons dans la chambre d'aspiration et le tuyau primaire ainsi que leurs utilisations.

Puis on a définie quelque type d'ejecteur et leur emplacement dans les cycles thermodynamiques et ça fonctionnement dans le domaine de concentration des solutions liquide riche on eau.

# Chapitre II:
# MODELES PHYSIQUE ET MATHEMATIQUE

## II-1/ Introduction :

Pour le calcul des machines thermodynamiques, on a besoin de connaître certaines grandeurs nécessaires telles que : la température, le volume, la pression et les propriétés thermodynamiques telles que : l'enthalpie et l'entropie.

Il existe plusieurs méthodes de calcul de ces propriétés qui toutes font appel à l'utilisation des équations d'états. Les équations d'états sont divisées en trois classes : celles basé sur la théorie du Viriel, équation d'état de types Van Der Waals et les équations d'état empiriques.

Dans ce chapitre on va s'intéresser aux équations d'état de Reynolds ;Navier-stoks

## II-2/Modélisation de L'écoulement des Fluides :

Tous les problèmes de CFD sont bases sur les lois fondamentales de mécanique des fluides, qui sont :

### II-2-1/Equation de continuité :

Cette équation concerne le principe de conservation de la masse dans un élément.

Elle exprime l'égalité de la variation de la masse d'élément et de la déférence entre la quantité de fluide qui entre la quantité de fluide pendant le même temps.

$$\frac{\partial \mathrm{Ui}}{\partial \mathrm{x\,i}} = 0 \qquad \text{(II-1)}$$

### II-2-2/Equation de Navier-Stokes :

On considère l'écoulement de deux fluides incompressibles, newtoniens et non-miscibles.

La dynamique de chaque phase k est déterminée par les équations de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial\, \rho k\, V\, k}{\partial t} + \nabla\,(\rho k V k\, V k\,) \;=\; \rho k g \;-\nabla\, \rho k \;+\nabla(\,2\mu k\, s k\,) \qquad (II-2)$$

### II-2-3/La décomposition statique (La décomposition de Reynolds):

Elle consiste à décomposé chaque grandeur instantané $\varphi$ des équations des Navier-Stokes en une grandeur moyenne $\varphi$ et une fluctuation turbulente .

Les équations de Navier – Stokes étant non linéaires, l'opération de moyenne fait apparaître de nouveaux termes qui traduisent l'influence de la turbulence sur l'écoulement moyen.

$$\varphi = \overline{\varphi} + \dot{\varphi} \qquad (II-3)$$

Avec la valeur moyenne de φ est exprimée par la relation suivante :

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{T}\int_T^0 \varphi\, dt \qquad (II-3-a)$$

Dans le cadre de la modélisation en un point de la turbulence, on ne s'intéresse qu'aux moyennes statiques de la vitesse et de la pression. On décomposé ainsi les grandeurs instantanées selon la règle de Reynolds :

$$\begin{aligned} Ui &= \overline{Ui} + ui \\ P &= \overline{P} + p \end{aligned} \qquad (II-4)$$

### II-2-4/Les équation des mouvements moyennes :

#### II-2-4-1/Équation de continuité de mouvement moyen :

L'équation de continuité du champ moyen est obtenue par moyenne de l'équation :

$$\overline{\frac{\partial Ui}{\partial x\,i}} + \frac{\partial U\,i}{\partial x\,i} = 0 \qquad \text{(II-5)}$$

#### II-2-4-2/Équation de Navier-stocks moyenne :

Toutes les opérations de l'équation (II-1) sont linéaires à l'exception de celui du terme d'advection donc on obtient immédiatement l'équation moyenne suivante :

$$\frac{\partial \overline{Ui}}{\partial t} + \overline{Uj}\frac{\partial \overline{Ui}}{\partial x\,j} + Uj\frac{\partial \overline{Ui}}{\partial x\,j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x\,i} + v\frac{\partial^2 \overline{Ui}}{\partial x\,j\ \partial x\,j} \qquad (II-6)$$

Après avoir introduise la décomposition de **Reynolds** on écrit finalement

$$\frac{\partial \overline{Ui}}{\partial t} + Uj\frac{\partial \overline{Ui}}{\partial x\,j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x\,i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x\,j}\left(\overline{\tau\,i\,j} + RIJ\right) \qquad (II-7)$$

L'effet de la moyenne engendre bien entendu une perte d'information, caractérisée ici par l'apparition d'une corrélation inconnue $\overline{\dot{U}\,i\,\dot{U}j}$ appelé tenseur de Reynolds.

La condition d'incompressibilité implique :

$$Ui\ \overline{\frac{\partial Ui}{\partial x\,j}} = \overline{\frac{\partial Ui\ Uj}{\partial x\,j}} \qquad \text{(II-8)}$$

Les tensions de Reynolds ou les contraintes de Reynolds $UiUj$ peuvent être s'écrit sous la forme suivante :

$$[\mathrm{Rij}] = -\rho \begin{bmatrix} \overline{\mathrm{UU}} & \overline{\mathrm{V\,U}} & \overline{\mathrm{U\,W}} \\ \overline{\mathrm{U\,V}} & \overline{\mathrm{V\,V}} & \overline{\mathrm{V\,W}} \\ \overline{\mathrm{U\,W}} & \overline{\mathrm{V\,W}} & \overline{\mathrm{W\,W}} \end{bmatrix} \qquad (\mathrm{II}-9)$$

Où $[\tau]$ est le tenseur des contraintes visqueuse, defini par :

$$[\tau ij\,] = \Gamma\left[\frac{\partial\,\overline{\mathrm{Ui}}}{\partial \mathrm{x\,j}} + \frac{\partial \mathrm{U\,j}}{\partial \mathrm{x\,i}}\right] \qquad (\mathrm{II\text{-}9\text{-}a})$$

Avec :

$$\frac{\partial \tau\,\mathrm{ij}}{\partial \mathrm{x\,ij}} = \Gamma \frac{\partial^2 \overline{\mathrm{Ui}}}{\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,j}}\left[\frac{\partial \overline{\mathrm{Ui}}}{\partial \mathrm{xj}} + \frac{\partial \mathrm{Uj}}{\partial \mathrm{xi}}\right] \qquad (\mathrm{II}-9-\mathrm{b})$$

Les équations de transport sont de la forme générale : Rij=$\overline{\mathrm{u\,i\,u\,j}}$

$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{dt}}$ = Production+ diffusion –dissipation+sources additionnelles

Ou $\frac{\mathrm{ud}}{\mathrm{dt}}$: represente la dérivée particulaire (rappelons que $\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{dt}} = \frac{\partial \phi}{\partial \mathrm{t}} +$ $\mathrm{Uj}\frac{\partial \phi}{\partial\,\mathrm{xj}}$).

Les équations de départ sont les équations (II.1) et (II.2) dans lesquelles on a introduit l'équation (II.3) et (II.4). On part de l'équation de :

$$\frac{\partial\,(\overline{\mathrm{Ui}}+\mathrm{Ui})}{\partial \mathrm{t}} + \left(\overline{\mathrm{Uk}} + \mathrm{Uk}\right)\frac{\partial\,(\overline{\mathrm{Ui}}+\mathrm{Ui})}{\partial \mathrm{x\,k}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\overline{\mathrm{p}}+\mathrm{p})}{\partial \mathrm{x\,i}} + \nu\frac{\partial^2(\overline{\mathrm{Ui}}+\mathrm{Ui})}{\partial \mathrm{x\,k}\;\partial \mathrm{x\,k}} \qquad (\mathrm{II}-10)$$

On fait la différence (II.11)-(II.7) en tendent compte de (II.8):

$$\frac{\partial \mathrm{u\,i}}{\partial \mathrm{t}} + \overline{\mathrm{Uk}}\frac{\partial \mathrm{u\,i}}{\partial \mathrm{x\,k}} + \mathrm{uk}\frac{\partial \overline{\mathrm{Ui}}}{\partial \mathrm{x\,k}} + \frac{\partial\,(\mathrm{ukui} - \overline{\mathrm{u\,k\,u\,i}})}{\partial \mathrm{x\,i}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x\,i}} + \nu\frac{\partial^2 \mathrm{ui}}{\partial \mathrm{x\,k}\;\partial \mathrm{x\,k}} \qquad (\mathrm{II\text{-}11})$$

On peut écrire (II.12) pour l'indice j :

$$\frac{\partial \mathrm{u\,j}}{\partial \mathrm{t}} + \overline{\mathrm{Uk}}\frac{\partial \mathrm{u\,j}}{\partial \mathrm{x\,k}} + \mathrm{uk}\frac{\partial \overline{\mathrm{Uj}}}{\partial \mathrm{xk}} + \frac{\partial\,(\mathrm{ukuj} - \overline{\mathrm{u\,k\,u\,j}})}{\partial \mathrm{x\,k}} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x\,j}} + \nu\frac{\partial^2 \mathrm{uj}}{\partial \mathrm{x\,k}\;\partial \mathrm{xk}} \qquad (\mathrm{II\text{-}12})$$

On multiple (II-12) par $uj$ et (II-13) par $ui$ et on somme les deux équations obtenus.

En regroupant certains termes, il vient :

$$\frac{\partial \mathrm{u\,j}}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{Uk}\frac{\partial \mathrm{Rij}}{\partial\, \mathrm{xk}} = -\mathrm{Rik}\frac{\overline{\partial \mathrm{Uj}}}{\partial \mathrm{XK}} - \mathrm{Rjk}\frac{\overline{\partial\, \mathrm{Ui}}}{\partial \mathrm{XK}} + \left(\frac{\overline{\mathrm{P}}}{\rho}\frac{\partial \mathrm{Ui}}{\partial \mathrm{XJ}} + \frac{\partial \mathrm{Ui}}{\partial\, \mathrm{x\,i}}\right) - \frac{\partial}{\partial\, \mathrm{x\,k}}\left(\overline{\mathrm{UiUj\ Uk}}\right) -$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{x\,k}}\left[\frac{\overline{\mathrm{p}}}{\rho}\left(\frac{\partial \mathrm{U\,i}}{\partial \mathrm{x\,j}} + \frac{\partial\, \mathrm{Uj}}{\partial\, \mathrm{xi}}\right)\right] - 2\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{U\,i}}{\partial\, \mathrm{xk}}\frac{\partial\, \mathrm{Uj}}{\partial\, \mathrm{xk}}\partial\, xk + v\ \frac{\partial^2 \mathrm{Rij}}{\mathrm{x}\partial\, \mathrm{k}\ \partial \mathrm{xk}} \qquad \text{(II-13)}$$

Cette équation fait apparaitre au second membre plusieurs contributions : les deux premiers termes traduisent l`action des gradients de vitesse moyenne sur le champ turbulent et représentent la production des tensions de Reynolds (son signe peut dans certain cas être négatif).

Le terme de corrélation pression-déformation s`annule par contraction et réalise donc une redistribution d`énergie sur les composantes des tenseurs de Reynolds.

Schématiquement on écrira :

$$\frac{\partial \mathrm{Rij}}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{Uk}\frac{\partial \mathrm{Rij}}{\partial \mathrm{x\,k}} = \mathrm{pij} + \mathrm{Tij} + \mathrm{Dij} - \varepsilon\mathrm{ij} + \mathrm{v}\frac{\partial^{2}\mathrm{Rij}}{\partial \mathrm{x\,k}\ \partial \mathrm{x\,k}} \qquad (\mathrm{II}-14)$$

$Tij$ : Transport diffusif du à la fluctuation de vitesse et aux fluctuations de pression

P : production.

$\varepsilon ij$ : Dissipation visqueuse (car il constitue un puits du a la viscosité' moléculaire).

$Dij$ : Diffusion visqueuse.

L'équation (II.12) est appelée équation de tension de Reynolds ou équation des corrélations doubles $Rij = \overline{\mathrm{UiUj}}$

**II-2-4-4/Équation de l'énergie cinétique fluctuante : $K=\frac{1}{2}Rij$ :**

$$\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{t}} + \overline{\mathrm{Uk}}\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{xj}} = -\overline{\mathrm{u\,i\,u\,k}}\frac{\overline{\partial\,\mathrm{Ui}}}{\partial\,\mathrm{xk}} - \frac{1}{2}\frac{\partial\overline{\mathrm{u\,i\,u\,j\,u\,k}}}{\partial \mathrm{xk}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\,\overline{\mathrm{U\,k\,p}}}{\partial\,\mathrm{xk}} + \mathrm{v}\frac{\partial^2 \mathrm{k}}{\partial \mathrm{x\,k}\;\partial \mathrm{x\,k}} - \mathrm{v}\frac{\partial\,\mathrm{Ui}\;\partial \mathrm{Uj}}{\partial \mathrm{x\,k}\;\partial \mathrm{x\,k}}$$

(II-15)

Cette équation que l'on peut obtenir par contraction tensorielle de l'équation aux tensions de Reynolds, exprimé que la variation de l'énergie cinétique de la turbulence est due aux effets des termes du second membre : Production d'énergie par action des gradients de vitesse moyenne sur la turbulence, transport par diffusion sous l'action des fluctuations de vitesse et de pression ; dissipation visqueuse et enfin diffusion visqueuse.

Schématiquement on écrira :

$$\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{t}} + \overline{\mathrm{Uk}}\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{x\,k}} = \mathrm{P} + \mathrm{D} - \varepsilon + \mathrm{v}\frac{\partial^2 \mathrm{k}}{\partial \mathrm{x\,k}\;\partial \mathrm{x\,k}} \qquad \text{(II.16)}$$

L'équation de K est utilisée notamment dans les modèles simplifiées a un ou deux équations de transport.

**II-2-4-5/Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante :**

Multipliant l'équation (II.11) par$(-2v\frac{\overline{\mathrm{u\,k\,u\,i}}}{\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,j}})$ et prenant la moyenne, on obtient le résultat final après quelques regroupements simple :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{\mathrm{U}}j\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathrm{xj}} = -2\mathrm{v}\left[\frac{\partial\overline{\mathrm{Uk}}\;\partial^2\overline{\mathrm{Ui}}}{\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,k}} + \frac{\overline{\partial \mathrm{U\,k}\;\partial \mathrm{Ui}}\;\partial \mathrm{Ui}}{\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,k}} + \frac{\overline{\mathrm{Uj\;Uj}}\;\partial\,\overline{\mathrm{Uk}}}{\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,j}\;\partial \mathrm{x\,k}}\right] \qquad \text{(II-17)}$$

L'équation du taux de dissipation de l'énergie turbulente est plus délicate à interpréter et a modéliser, elle est utilisée pour calculer l'échelle de longueur caractéristique de la turbulence. Cette équation est analogie à celle citée par Biesel [1] en 1972.

### II-2-5/Problème de fermeture des équations:

Le système à résoudre comporte alors plus d'inconnues que d'équation, d'où la nécessite d'utiliser des modèles de fermeture pour le fermer.

On pourrait poursuivre la démarche, on trouve de nouvelles équations qui introduiraient à leur tour de nouvelles inconnues, ainsi que l'équation exacte d'un moment d'ordre n ($\overline{u_{i,1}, u_{i,2}, u_{i,3}, \dots \dots, u_{i,n}}$) implique nécessairement un moment d'ordre supérieur.

Il est donc nécessaire de modéliser les inconnues supplémentaires à l'aide de lois complémentaire n'introduisant pas de nouvelle inconnue : modèle de fermeture.

| Inconnue à calculer | Equation disponible | Nombre des équations | Inconnues supplémentaires | Nombre Total Des inconnues |
|---|---|---|---|---|
| Champ de Vitesse Moyenne $u_i$ (3)<br>Pression Moyenne (1) | (1) Continuité<br>(3)N_ S moyenne | (4) | Tension de Reynolds $\overline{u_i\, u_j}$(6) | 10 |
| Champ de Vitesse Moyenne ui (3)<br>Pression Moyenne (1)<br>Tension de Reynolds $\overline{u_i u_j}$(6) | (1) Continuité<br>(3)N_ S Moyenne<br>(6)Tension de Reynolds | 10 | Corrélation triple $\overline{u_i u_j\, u_k}$ (10)<br>Corrélation Pression Vitesse $\boldsymbol{ui}$ $\frac{\partial p}{\partial xj}$ (9)<br>Corrélation Gradient de Vitesse $\frac{\partial Ui}{\partial xk}\frac{\partial Uj}{\partial xk}$(6) | (35) |

*Tableau II-1 : La décomposition de RENOLDS dans les équations de Navier Stokes*

Le problème donc est celui de la liaison entre les tensions de Reynolds et le champ moyen.

Pour réaliser la fermeture, des hypothèses et des modèles supplémentaires seront nécessaires pour traduire le comportement du milieu turbulent, il permet alors d'obtenir un nombre d'équation égale à celui des inconnues et ces équations peuvent ensuite être résolues par voie numérique.

### II-2-6/Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence :

#### II-2-6-1/Hypothèse de chou :

$$\nu_t = c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \qquad \text{(II.18)}$$

**II-2-6-2/Hypothèse de viscosité turbulente de bousines :**

$$-\overline{u\,i\,u\,j} = \nu\left(\frac{\partial U\,i}{\partial x\,j} + \frac{\partial U\,j}{\partial x\,i}\right) - \frac{2}{3}k\delta ij \qquad \text{(II.19)}$$

**II-2-6-3/hypothèse de longueur de mélange de Prandtl :**

$$vt = L^2 m\left(\frac{\partial U\,i}{\partial x\,j} + \frac{\partial U\,j}{\partial x\,i}\right) \qquad \text{(II.20)}$$

Qui devient en écoulement de type couche limite :

$$vt = L^2{}_m \frac{\partial U1}{\partial U2} \qquad \text{(II.21)}$$

$Lm$ : Etant la longueur de mélange qui peut être détermine' facilement pour un certain nombre d`écoulement.

**II-2-6-4/Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov :**

$$vt = Cv\sqrt{KL} \qquad \text{(II.22)}$$

**II-2-7 /Les modèles de turbulence et leurs classifications :**

**II-2-7-1/Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports) :**

Aucune équation de transport n'est utilisée dans ce modèle, les tensions de Reynolds sont directement liées aux valeurs moyennes.

En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz Prandtl, (La première génération de la modélisation de la turbulence 1925).Suggéra que la viscosité turbulente soit mise sous la forme de produit d'une vitesse et d'une longueur caractéristique du mouvement turbulent.

La longueur utilisée est dite « longueur de mélange » et la vitesse caractéristique s'exprime par l'hypothèse suivante :

$$V = Lm\sqrt{(2dij)^2} \qquad \text{(II-23)}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$VT = Lm\,V = \mathrm{L}^2 m \sqrt{\left(\frac{\overline{\mathrm{Oci}}}{\mathrm{Oxj}} + \frac{\overline{\mathrm{Oci}}}{\mathrm{Oxi}}\right)^2} \qquad \text{(II-23-a)}$$

$Lm$ : Longueur de mélange

La longueur de mélange se calcul suivant le type d'écoulement des expressions variées, obtenus en générale a partir de l'expérience, sont en effet disponibles pour les écoulements standard.

Cependant, ces modèles ignorent complètement le caractère non local de la turbulence.

**II-2-7-2/ Les modèles à une équation de transport :**

Ces modèles introduisent dans la définition de $VT$ au moins une grandeur turbulente décrire par une équation d'évolution si on utilise l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence K sous forme modélisé. On pourra déterminer $VT$ par l'expression du type kolmogrov-Prandtl [33].

$$VT = C\alpha\, Ls\, \sqrt{\mathrm{K}} \qquad \text{(II-24)}$$

Où Ls est une échelle de longueur des grandes structures turbulentes donnée en chaque $Pt$ de l'écoulement.

**II-2-7-3/Le modèle k-ε et RNG (modele a deux équations de transport) :**

Le k- $\varepsilon$ RNG [launder & spalding, 1974] est un modèle de turbulence est dérivé des instantanés de Navier-Stokes, en utilisant une technique mathématique appelée «groupe de renormalisation" (RNG) méthodes. Les résultats analytiques de dérivation dans un modèle avec des constantes différentes de celles de la norme k-ε modèle, et des termes supplémentaires

et des fonctions dans les équations de transport pour k et ε. Les constantes deviennent.

$$\propto t = \rho c \propto \frac{K^2}{\varepsilon} \qquad \text{(II-25)}$$

Où $\varepsilon$ taux de dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulent, est donnée par la relation suivante:

$$\varepsilon = \propto \overline{\nabla \bar{u} \,:\, \nabla t \bar{u}} \qquad \text{(II-25-a)}$$

Les deux équations de fermeture s'écrivent :

$$\rho\left(\frac{\partial K}{\partial t} + (\bar{u}\,\nabla)\,K\right) = \nabla\left(\left(\propto + \frac{\propto t}{\sigma k}\right)\nabla K + P + G - \rho\varepsilon\right) \qquad \text{(II-25-b)}$$

$$\rho\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\bar{u}\,\nabla)\varepsilon\right) = \nabla\left(\left(\propto + \frac{\propto t}{\sigma\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon + (C\varepsilon 1P + C\varepsilon 3G)\frac{\varepsilon}{K} - C\varepsilon 2\,\varepsilon^2\frac{2}{K}\right)$$

Avec :

$$P = \propto t\ tr\,(\nabla\bar{u} : \nabla\bar{u} + \nabla\,\bar{u} : \nabla u)$$

$$G = -\frac{\propto t}{\sigma t}\beta g.\nabla\bar{T} \qquad \text{(II-25-c)}$$

Les constantes, déterminées empiriquement par les auteurs du modèle, sont données dans le
tableau suivant [3]:

| $c\mu$ | $C\varepsilon 1$ | $C\varepsilon 2$ | $\sigma k$ | $\sigma\varepsilon$ | $\sigma T$ | $C\varepsilon 1 C\varepsilon 2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,09 | 1,44 | 1,92 | 1 | 1,3 | 1 | 0,7 |

*Tableau II.2 : constantes du modèle k-ε*

Cette modèle est très répandu de part sa simplicité, sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre .Bien que les aspects généraux des écoulements

soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances dues notamment à la valeur des constantes et au fait que le modèle est trop diffusif. Les modifications apportées au modèle k−$\varepsilon$ sont nombreuses, dont notamment

les extensions suivantes:

**II-2-7-4/Le modèle k-$\varepsilon$ deux couches :**

[Chen & Patel, 1988] qui, a proximité des parois, utilise un modèle a une équation (pour k) et exprime $\varepsilon$ a l`aide d'une longueur caractéristique déterminée par une formule algébrique fonction du nombre de Reynolds.

**II-2-7-5/Le modèle k-$\varepsilon$ étendu :**

[Chen & Kim, 1987], qui ajoute un terme a l'équation du taux de dissipation pour que le transfert d'énergie réponde plus efficacement à la déformation moyenne de l'écoulement, rend le modèle moins d'effusif, le modèle RNG, développe' par le groupe de re-normalisation [yak hot & Smith, 1992].

Il consiste en une estimation au cours du calcul de la constante$C\varepsilon 1$, remplacée dans l`équation de dissipation par $C\varepsilon 1$ donnée par l'expression (II.27). Cette expressions ajoute un terme fonction du taux de déformation $\eta$ a l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$C\varepsilon 1 = C\varepsilon 1 - \eta\left(\frac{1-\eta 0}{1+\beta\,\eta^3}\right) \qquad (\mathrm{II}-26)$$

| $c\mu$ | $C\varepsilon 1$ | $C\varepsilon 2$ | $\sigma k$ | $\sigma\varepsilon$ | $\sigma t$ | $C\varepsilon 1 C\varepsilon 2$ | $\eta 0$ | $\beta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,005 | 1,42 | 1,68 | 0,7179 | 0,7179 | 1 | 0.7 | 4,33 | 0.012 |

*Tableau II-3 : constantes du modèle RNG*

**II-2-7-6/Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM):**

A partir des équations de Reynolds, Robin (1972) a proposé que le transport (convection plus diffusion) des contraintes de Reynolds est proportionnel a celui de l'énergie cinétique turbulente on a :

$$\frac{\partial\, \rho\, Uk\, \overline{Ui\, Uj}}{\partial xk} - Dij = \frac{\overline{Ui\, Uj}}{K}(Pk - \rho\varepsilon) \qquad (II.27)$$

OU:

$\frac{\overline{U\, i\, U\, j}}{k}$ Est le coefficient de proportionnalité qui n'est pas une constante en générale L'introduction de cette hypothèse (II. 19) Dans l'équation de transport est de la forme suivante :

$$\frac{\partial\, \rho\, Uk\, \overline{UiUj}}{\partial\, xk} = Dij + Pij + Rij = \frac{2}{3}\rho E\delta ij \qquad (II.28)$$

OU: [4],[5]

$$\overline{UiUj} = k\left[\left(\frac{2}{3}\delta ij + \left((1 - C2)\left(\frac{Pij}{\varepsilon} - \frac{2}{3}\frac{Pk}{\varepsilon}\delta ij\right)\right)\right) \Big/ \left(\rho C1 + \frac{Pk}{\varepsilon} - \rho\right)\right] \qquad (II.29)$$

Avec :

$$Pij = -\rho\overline{UiUk}\frac{\partial U}{\partial xt} - \rho\overline{UiUk} - \frac{\partial\, Ui}{\partial x\, k} \qquad (II.30)$$

La sommation donne la production d'énergie turbulente :

$$Pk = \frac{1}{2}Pij \qquad (II.31)$$

Pour la redistribution d'énergie, différents modèles sont proposés dans le présent code (TEAM), ils ont utilisés le modèle suivant :

$$Rij = Rij\,,1 + Rij\,,2 + Ri, \qquad (II.32)$$

OU :

$$R_{ij,1} = -C_1\left(\rho\varepsilon\, \frac{\overline{UiUj}}{K} - \frac{2}{3}\,\delta_{ij}\right) \qquad (II.33)$$

$$R_{ij,2} = -C_2\left(P_{ij} - \frac{2}{3}\,Pk\,\delta_{ij}\right) \qquad (II.34)$$

Et , w (les termes a la proximité de la paroi) :

$$R_{1,1} = \left\{ C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'_2 - C_2 C'_2 \left( P_{22} - \frac{2}{3} Pk \right) \right\} F$$

$$R_{1,1} = \left\{ -2C'_1 \frac{\varepsilon}{k} V'_2 - C_2 C'_2 \left( P_{22} - \frac{2}{3} Pk \right) \right\} F \qquad (II.35)$$

$$R_{1,1} = \left\{ C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'_2 - C_2 C'_2 \left( P_{22} - \frac{2}{3} Pk \right) \right\} F$$

$$R_{1,1} = \left\{ -1.5 C'_1 \frac{\varepsilon}{K} \overline{U V} + 1.5 C_2 C'_2 P_{12} \right\} F$$

Et le terme F est donnée par:

$$F = \frac{K^{\frac{3}{2}}}{2 . \varepsilon Xn} \qquad (II.36)$$

Est enfin achevée par l'équation suivante pour l'énergie turbulente K:

$$\frac{\partial}{\partial xi}(\rho UK) = \frac{\partial}{\partial xk}\left( Ck \frac{K}{\varepsilon} \overline{U_k U_j} \frac{\partial K}{\partial x j} \right) + Pk - \rho\varepsilon \qquad (II.37)$$

Et pour la fermeture de l`équation de dissipation s on a :

$$\frac{\partial}{\partial xi}(\rho U\varepsilon) = \frac{\partial}{\partial xk}\left( C\varepsilon \frac{K}{\varepsilon} \overline{U_k U_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x j} \right) + \frac{\varepsilon}{K} (C_{\varepsilon 1} Pk - C_{\varepsilon 2} \rho\varepsilon) - \rho\varepsilon \qquad (II.38)$$

Les constants empiriques intervenants dans le modèle sont données dans le tableau suivant [5]:

| $Cs$ | $C1$ | $C2$ | $C\varepsilon$ | $C\varepsilon 1$ | $C\varepsilon 2$ | $C'1$ | $C'2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.22 | 1.8 | 0.6 | 0.15 | 1.44 | 1.92 | 0.5 | 0.3 |

Tableau II-4 : les constantes du modèle ASM

L'ensemble des équations (II.37), (II.38) et (II.29) constitue le modèle de contrainte algébrique.

La distribution des équations (II-38) à (II-37) dans l'équation (II-29) donne le système algébrique suivant :

$$a_{i1}\overline{U'_2} + a_{i2}\overline{U'_2} + a_{i3}\overline{U'\,V'} + a_{i4}\overline{W'_2} = b_i \qquad \text{(II-39)}$$

La condition de contraintes normales inconditionnellement positives est assurée par la détermination simultanée de toutes les contraintes normales par la résolution du système algébrique suivant :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P\overline{U^2} \\ P\overline{V^2} \\ P\overline{W^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \qquad \text{(II-40)}$$

Où les coefficients sont définis tel que :

$a_{ij} \leq 0$ Pour $i \neq j$ (II-41)

Le système algébrique (II-40) est résolu par le théorème de cramer.

Soit : $\rho\overline{U^2} = \frac{\nabla 1}{\nabla}$ ; $\rho\overline{V^2} = \frac{\nabla 2}{\nabla}$ ; $\rho\overline{W^2} = \frac{\nabla 3}{\nabla}$

Une fois les contraintes normales déterminées, nous calculons la contrainte de cisaillement par :

$$U'V' = -\frac{a31}{a33}U'2 - \frac{a33}{a33}V'2 - \frac{a32}{a33}W'2 - \frac{b3}{a33} \qquad \text{(II-42)}$$

**II-3/Modélisation du transfert de chaleur:**

**II-3-1/Bilan Thermique : Equation De Chaleur :**

Soit v une partie quelconque de **V** limitée par la surface :

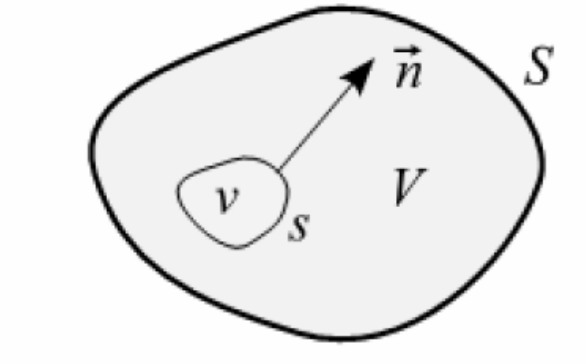



*Figure II-1 : Bilan thermique*

La puissance thermique stockée dans **v** est égale a la somme de la puissance thermique $q$ générée par les sources volumiques contenues dans **V** et de la puissance thermique reçue sous forme de flux a travers la surface **S** :

$$\int \rho cp \frac{\partial T}{\partial t} dv = \int q dv + \int -\vec{n}(-\bar{\bar{\lambda}} \overrightarrow{grad\, T})\, ds \qquad \text{(II-43)}$$

Le domaine v étant arbitraire, on en déduit : en tout point du solide :

$$\rho cp \dot{T} - \text{div}\,(\bar{\bar{\lambda}} \overrightarrow{grad\, T})\, q = 0 \qquad \text{(II-44)}$$

Pour un matériau homogène et isotrope, l'équation (II. 3) s'écrit dans le repère orthonormé {x, y} :

$$\rho cp\, \dot{T} = \frac{(\partial^2 T)}{(\partial x^2)} + \frac{(\partial^2 T)}{(\partial y^2)} + q \qquad \text{(II-45)}$$

Où : $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$

**II-3-2/Transferts de chaleur en écoulements incompressibles :**

La modélisation des transferts thermiques convectif et conductif en interaction avec un ecoulement incompressible sont modélisés à partir d'une formulation conservative et d'une approche non- conservative.

$$\rho cp\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla (VT)\, T\nabla V\right) + \alpha T = \nabla(\lambda \nabla T) + \phi + S \qquad \text{(II-46)}$$

Le terme αT est un terme linéaire laissé à la libre utilisation de l'utilisateur ainsi que le terme source S.

Le terme $\phi$ est le terme de dissipation visqueuse donnée par la relation suivante :

$$\phi = 2\mu D_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \qquad \text{(II-47)}$$

Avec :

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_j}{\partial x_j} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i}\right)$$

**Conclusion :**

Les équations d'états fournissent une expression analytique qui permettent d'évaluer les différentes grandeurs de base (comme T, cp et w), souvent il est possible d'estimer leur paramètre en fonction de quelques grandeurs thermodynamiques (propriété résiduelles) .

La résolution analytique du problème générale est impossible d'où la nécessité des méthodes numérique qui sont le but du chapitre suivant.

# Chapitre III:

# SOLUTION NUMERIQUE

## III-1/Introduction :

Pour résoudre un problème de la physique il faut distinguer le modèle physique du modèle mathématique. Le modèle physique peut s'exprimer en mots et phrases qu'il est nécessaire de traduire en expressions mathématiques. Lorsque le problème est ainsi bien posé, il est alors possible de le résoudre soit mathématiquement (solution analytique) ou numériquement (solution numérique). Les solutions analytiques, basées sur la forme locale du problème (Equations aux Dérivées Partielles: « E.D.P » associées aux conditions initiales et aux limites), ne peuvent être déterminées dans le cas général sauf dans certains cas classique connus depuis bien longtemps. Dans le cas général où il y'a des difficultés si l'on résoudre les équations aux drivées partielles qui régissent les phénomènes étudiés, on fait appel aux méthodes numériques, le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques.

## III-2/Les méthodes numériques :

On présente les méthodes numériques comme des méthodes pour résoudre des problèmes physiques et mathématiques ou plus généralement des équations différentielles avec conditions aux limites.

Il y'a trois méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles régissant les écoulements. Ces méthodes sont :

- la méthode des différences finies.
- la méthode des éléments finis.
- la méthode des volumes finis.

### III-2-1/Méthode des différences finies :

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la Fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage

- Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- Inconvénients : limitation de la géométrie des domaines de calculs, difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue.

### III-2-2/Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à rapprocher les équations différentielles régissant pour un système avec un ensemble d'équations algébriques concernant un nombre limité de variables. Ces méthodes sont populaires parce qu'ils peuvent facilement être programmés.

Les techniques des éléments finis ont été initialement développées pour des problèmes structurels, mais ils ont été étendus à de nombreux problèmes du terrain.

Le solide est décomposé en éléments de forme géométrique simple ayant des côtés communs et dont les sommets ou nœuds sont les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux. Ces nœuds seront les points d'application des forces intérieures ou extérieures.

L'opération de décomposition est le maillage.

Un bon maillage doit faciliter les opérations Prévues par un programme d'ordinateur.

Il faut donc adopter une méthode systématique de numérotation des éléments et des nœuds.

- Avantages: traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence.
- Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul et en mémoire..

**III-2-3/Méthode des volumes finis :**

Cette méthode est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis mais, contrairement à la méthode de différence finies qui utilise des approximations de dérivées, la méthode de volume fini utilise comme la méthode d'éléments finis, des approximations d'intégrales. Dans la méthode des volumes finis les lois de conservations (de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie) sont exprimées localement sons une forme intégrale.

La clé de cette méthode réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface. L'un des principaux avantages de la méthode des volumes finis est d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage et c'est pour raison qu'elle est très largement utilisée pour la résolution des phénomènes gouvernés par des équations à dérivées partielles.

### III-3/Dérivation des équations de discrétisation :

Les équations du système sont écrites sous la forme généralisée suivante [7]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c\emptyset) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Vx\, c\emptyset\emptyset) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Vy\, c\emptyset\emptyset) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial y}\right) + S_\emptyset$$

(III-1)

Ou :

$\emptyset$: Variable généralisée

$c\emptyset$ : Coefficient d'advection transitoire.

$\Gamma\emptyset$: Coefficient de diffusion.

$S\emptyset$: Termes source

Le tableau (III-1) regroupe les expressions des différents termes dans les différentes équations du système.

| Variable $\emptyset$ | coefficient d'advection | Diffusivité $\boldsymbol{\Gamma_\emptyset}$ | Termes source $\boldsymbol{S_\emptyset}$ |
|---|---|---|---|
| Vx | 1 | $\mu$ | $\frac{-\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial Y}\right) - \sigma\nabla \left\lvert \frac{\nabla c}{\lVert \nabla c \rVert} \right\rvert \frac{\nabla c}{\lVert \nabla c \rVert}$ |
| T | 1 | $\frac{k}{\rho c^e}$ | $\frac{\varphi}{\rho c^e}$ |
| $\rho$ | 1 | 0 | 0 |

*Tableau III-1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables.*

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles.

**III-4/Choix d'un maillage :**

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage.

D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts (par exemple aux endroits où l'on pense que la solution va beaucoup varier), cependant il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « Vraie » solution de l'équation aux dérivés partiels.

Même si une structure géométriquement complexe peut être maillée avec des éléments tétraédriques, elles mai exigent de nombreux éléments et que mai conduire à l'échec parce que la simulation des ressources informatiques. Même un volume de forme régulière mai exigent de nombreux éléments tétraédriques si elle a un ratio très grand aspect. Ici, les éléments hexaèdres ou d'un coin serait un meilleur choix. (Figure III-1) "Objet avec un aspect ratio Large", illustre cette différence. Il montre que le nombre d'éléments tétraédrique (a) est beaucoup plus grand quelle nombre d'éléments hexaédrique ou bien triangulaire (b), si une densité de maillage similaire est maintenue sur la section transversal

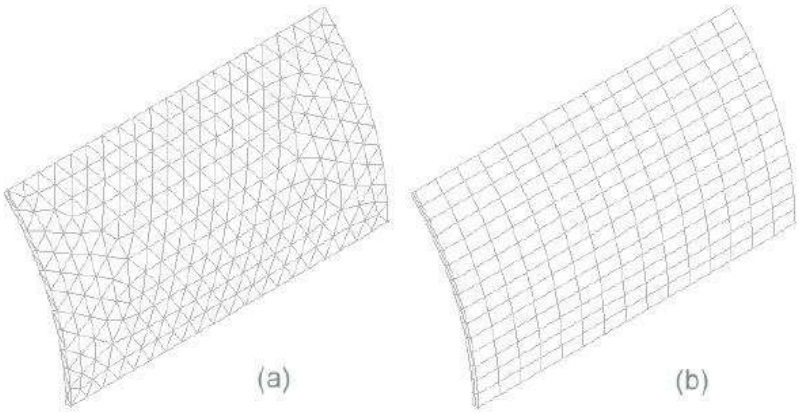



*Figure III-1 : Types des maillages*

**III-4-1/Discrétisation :**

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles.

Le procédé de discrétisation par élément fini consiste à écrire, après intégration, l'équation généralisée, sous forme matricielle élémentaire [II-28].

$$\left([A_e^{transient}] + [A_e^{advection}] + [A_e^{diffusion}]\right)\{\emptyset e\} = \{S_e^{\emptyset}\} \qquad \text{(III-2)}$$

Pour les intégrales élémentaire, La méthode Galerkin des résiduels pesés est employée.

### .III-4-1-1/Terme temporelle :

Le premier des contributions de la matrice élémentaire est le terme de transition. Sa forme générale est simplement [7]:

$$\left[A_e^{transient}\right] = \int w^e \frac{(\partial \rho\, c\emptyset\, \emptyset)^e}{\partial t} d\,(vol) \qquad (III\text{-}3)$$

$w^e$ : La fonction pesante pour l'élément, qui est également la fonction de forme.

Pour le nœud i:

$$\int w^e \frac{(\partial \rho\, c\emptyset\, \emptyset)^e}{\partial t} d\,(vol) = \int w_i^e \;\; \rho c\emptyset\, w_j^e \;\; d\,(vol) + wie \frac{\partial \rho\, c\emptyset}{\partial t} w_j^e e\, d\,(vol)\, \emptyset_j^e$$

(III-4)

Les indices inférieurs i et j indiquent le nombre de noeud. Si la deuxième partie de l'équation III.3 est négligée, la matrice de masse peut être exprimée comme:

$$M_{ij} = \int w_i^e \;\; \rho c\emptyset\, w_j^e \;\; d\,(vol) \qquad (III\text{-}5)$$

Si l'approximation localisée de masse est employée

$$M_{ij} = \delta_{ij} \int w_i^e \;\; \rho c\emptyset\, w_j^e \;\; d\,(vol) \qquad (III\text{-}6)$$

Ou: $\delta_{ij}$ = delta de Kronecker (0 $s_{ii} \neq j$, 1 $s_{ii} = j$)

Il y a deux méthodes d'intégration temporelles : Newmark et (backward différence) différence en arrière.

La méthode d'intégration de temps de Newmark ou, la formulation implicite de base nodale, exprime l'étape de temps courant comme la nième étape de fois et l'expression comporte les résultats précédents d'une étape de temps .

$$(\rho\emptyset)n = (\rho\emptyset)-1+ \Delta t \left[\delta \frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t} + (1 - \delta) \left(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t}\right)_{n-1}\right] \quad \text{(III-7)}$$

Ou:

δ : coefficient d'intégration en temps pour la méthode Newmark

$$\left(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t}\right)_n = \frac{1}{\Delta t\delta}(\rho\emptyset)n - \frac{1}{\Delta t\delta}(\rho\emptyset)_{n-1} + \left(1 - \frac{1}{\delta}\right) \quad \text{(III-8)}$$

**III-4-1-2/Terme d'advection:**

Il ya trois approches pour la discrétisation du terme d'advection. L'approche dite ligne de courant monotone up wind (MSU), La ligne profilée up wind/Petro-Galerkin (SUPG), et les approches colloquées de Galerkin (COLG).

**III-4-1-2-1/Monotone Streamline Upwind Approach (MSU):**

Le terme d'advection est manipulé par une approche de ligne de courant monotone basée sur l'idée que le transport pur d'advection est le long des lignes caractéristiques. Il est utile de penser à la formulation de transport d'advection en termes de quantité étant transportée dans un domaine connu de vitesse.

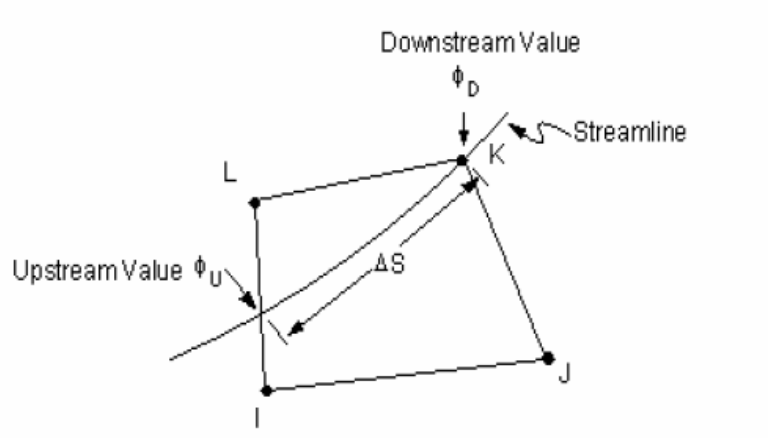



*Figure III-2 : L'approche de ligne de courant d'Up wind.*

Le champ de vitesse lui-même peut être envisagé partout comme ensemble de tangente de lignes profilées aux vecteurs de vitesse. Les limites d'advection peuvent donc être exprimées en termes de vitesses aérodynamiques.

Dans le transport pur d'advection, on suppose qu'aucun transfert ne se produit à travers les lignes caractéristiques, c.-à-d. tout le transfert se produit le long des lignes profilées.

Par conséquent on peut supposer que le terme d'advection, s'écrit [7]

$$\frac{\partial(\rho\, Vx\, c\emptyset\emptyset)}{\partial_x} + \frac{\partial(\rho\, VYc\emptyset\emptyset)}{\partial_Y} = \frac{\partial(\rho\, VS\, c\emptyset\emptyset)}{\partial_S} \qquad \text{(III-9)}$$

Une fois exprimé le long d'une ligne profilée, et donc constant dans tout l'élément, on peut écrire

$$\left[A_e^{advection}\right] = \frac{\partial(\rho\, VS\, c\emptyset\emptyset)}{\partial_S} \int w^e d\,(vol) \qquad \text{(III-10)}$$

Cette formulation est faite pour chaque élément, dont chacun aura seulement un nœud qui obtient des contributions de l'intérieur de l'élément.

Le dérivé est calculé en utilisant une différence simple:

$$\frac{\partial(\rho\, VS\, c\emptyset\emptyset)}{\partial_S} = \frac{(\rho\, Vsc\emptyset\emptyset)u - (\rho\, V\, sc\emptyset\emptyset)D}{D_S} \qquad \text{(III-11)}$$

OU :

D : l'indice de la valeur on niveau du nœud aval.

U : l'indice de la valeur prise à l'endroit où la rationalisation dans le nœud sous le vent pénètre dans l'élément.

Δs = la distance du point situé en amont à l'aval du nœud.

La valeur à l'endroit ascendant est inconnue mais peut être exprimée en termes de valeurs nodales inconnues qu'il est entre l'amont et l'aval.

Le processus consiste à cycler par tous pour l'élément et identifier les nœuds arrière.

Le calcul effectué est basé sur les vitesses, pour voir d'où elle est venue la ligne profilée dans le nœud. Des facteurs pesants sont calculés, basé sur la proximité de l'endroit d'up wind aux nœuds voisins.

**III-4-1-2-2/La méthode SUPG (Stream line Up wind/Petro-Galerkin) :**

L'approche de SUPG se compose d'une discrétisation de Galerkin du terme d'advection et d'un additionnel de diffusion-un terme de perturbation qui agit seulement dans la direction d'advection [7]:

$$\left[A_e^{advection}\right] =$$

$$\int w^e \left\{\frac{\partial\, \rho\, Vx\, c\emptyset\emptyset}{\partial x} + \frac{\partial\, \rho\, Vy\, c\emptyset\emptyset}{\partial y}\right\} + d\,(vol) + C2\tau \int \frac{zh}{2umag}\left\{\frac{Vx\, \partial\omega^e}{\partial x} + \frac{Vy\, \partial\omega^e}{\partial_y}\right\}\left\{\frac{Vx\, \partial\, \rho\, c\emptyset\emptyset}{\partial x} + \frac{\rho\, Vy\, c\emptyset\emptyset}{\partial_y}\right\} d\,(vol) \qquad \text{(III-12)}$$

Ou:

C2τ = coefficient global réglé à 1,0.

h = longueur d'élément le long de la direction d'advection

$$Umag = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq p < 3 \\ \frac{p_e}{3} & \text{si } pe \geq 0 \end{cases} \qquad \text{(III-13)}$$

$p_e = \frac{\rho\, cp\, U\, mag}{2\Gamma\phi} h$ Nombre de peclet

Il est clair que pour l'approche de SUPG la maille est raffinée, les termes de perturbation tend à zéro et la formulation de Galerkin approche à l'exactitude du second degré.et donc le terme de perturbation fournit la stabilité nécessaire qui est absente dans la discrétisation pure de Galerkin.

### III-4-1-2-3/Approche Colloquée De Galerkin (COLG):

L'approche de COLG emploie le même arrangement de discrétisation avec l'approche de SUPG avec un concept colloqué. Dans cet arrangement, un deuxième ensemble de vitesses, (les vitesses nodales élément-élément-based) qui sont faites pour satisfaire l'équation de continuité, tandis que les vitesses traditionnelles sont faites pour satisfaire les équations de quantité de mouvement [7].

$$\left[A_e^{advection}\right] =$$

$$\int w^e \left\{\frac{\partial\, \rho\, Vx\, c_{\phi\phi}}{\partial x} + \frac{\partial\, \rho\, Vy\, c_{\phi\phi}}{\partial y}\right\} + d\,(vol) + C2\tau \int \frac{zh}{2u^e mag}\left\{V_x^e \frac{\partial \omega^e}{\partial x} + V_y^e \frac{\partial \omega^e}{\partial_y}\right\}\left\{V_x^e \frac{\partial\, \rho\, c\phi\phi}{\partial x} + \frac{\rho\, V_y^e\, c_{\phi\phi}}{\partial_y}\right\} d\,(vol) \qquad \text{(III-13)}$$

Dans cette approche, l'équation de pression est dérivée à partir des vitesses nodales (élément-élément-basé), et elle est généralement asymétrique. La conservation exacte soit préservée même sur les mailles brutes.

**III-4-1-3/Terme de Diffusion** :

L'expression pour les termes de diffusion vient d'une intégration au-dessus du domaine de problème après la multiplication par la fonction pesante [7].

$$\text{Diffusion contribution}=\int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\emptyset \frac{\partial_\emptyset}{\partial_x}\right) d\,(vol) + \int W^e \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\emptyset \frac{\partial_\emptyset}{\partial_y}\right) d\,(vol) \quad \text{(III-14)}$$

Toutes les variables en x ou y sont traitées de mode semblable. Par conséquent, l'illustration est avec le terme dans la direction de x. Une intégration par partie est appliquée:

$$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\emptyset \frac{\partial_\emptyset}{\partial_x}\right) d\,(vol)=\frac{\partial W^e}{\partial x}\,\Gamma\emptyset \frac{\partial_\emptyset}{\partial_x} d\,(vol) \quad \text{(III-15)}$$

Une fois que la dérivé du φ est remplacé par les valeurs nodales et les dérivés de peser fonctionnent, les valeurs nodales seront enlevées des intégrales.

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial x} = W_x^e\,\emptyset \quad \text{(III-16)}$$

$$W_x^e = \frac{\partial W^e}{\partial x} \quad \text{(III-17)}$$

La matrice de diffusion peut maintenant être exprimée comme:

$$A_e^{diffusion} = \int\left(W_x^e\,\Gamma\emptyset\,W_x^e + W_y^e\,\Gamma\emptyset\right)d\,(vol) \quad \text{(III-18)}$$

**II-4-1-4/Termes source :**

L'évaluation des termes de source se fait comme suite [7]:

$$S_{\emptyset}^{e}=\int W^{e} s_{\emptyset}\, d(vol) \qquad \text{(III-19)}$$

**III-5/Discrétisation de l'équation de chaleur par éléments finis :**

**III-5-1/Forme discrétisée : éléments finis :**

La solution analytique est en général inaccessible. On est donc conduit à chercher une solution approchée par une méthode numérique : la méthode des éléments finis.

Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures et les fonctions test appartiennent au même espace de dimension finie.

Le domaine V est décomposé en sous-domaines Ve de forme géométrique simple (les éléments) relies entre eux en des points appelés nœuds. Cette opération s'appelle maillage.

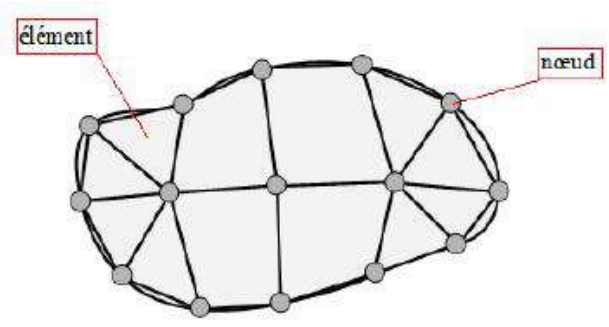



*Figure-III-3 : du manie Plon discrétisé*

**III-5-1-1/Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures :**

Le champ de températures T (x, y, t) dans l'élément (e) à pour expression.

$$T^e(x, y, t) = [N_1^e(x, y) \dots N_i^e(x, y) \dots N_{ne}^e(x, y)] \begin{Bmatrix} T_1^e(t) \\ T_i^e(t) \\ T_{ne}^e(t) \end{Bmatrix} \quad \text{(III-20)}$$

$$T^e(x, y, T) = [N^e(x, y)]\{T(t)\}$$

Ou :

- $n^e$ est le nombre de noeuds de l'élément.
- les fonctions $N_i^e(x, y)$ sont les fonctions d'interpolation élémentaires.
- la matrice $N^e(x, y)$ est la matrice d'interpolation élémentaire.
- le vecteur $T^e(t)$ regroupe les températures des nœuds de l'élément (e).

**III-5-1-2/Représentation globale du champ de températures :**

Le champ de températures T(x, y, t) a pour expression sur l'ensemble du domaine V.

$$T(x, y, t) = [N_1(x, y) \dots N_i(x, y) \dots N_n(x, y)] \begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_i(t) \\ T_{ne}(t) \end{Bmatrix} \quad \text{(III- 21)}$$

$$T(x, y, T) = [N(x, y)]\{T(t)\}$$

Ou :

- $n$' est le nombre de nœuds du maillage.
- les fonctions $Ni$ (X, y) sont les fonctions d'interpolation (ou fonction de forme).
- la matrice $N$ [(x, y)] est la matrice d'interpolation.

$\{T\ (t)\}$ est le vecteur des températures nodales.

Les fonctions d'interpolation vérifient les relations :

$$N_i^e\ (x_j\ ,\ y_j) = \delta_{ij} \qquad N_i\ (x_j\ ,\ y_j\ ) = \delta_{ij}\ ;\ \forall i, j$$

Ou : ($x_j$, $y_j$) sont les coordonnées du nœud j

**III-5-2/Discrétisation de la forme intégrale faible :**

De l'expression du champ de températures T sur le domaine: $T = [N]\ \{\ \}$

Et {grad T} = [B]{T} avec [B]= [$\{B1\ \}$. . $Bi$ … $\{Bn\ \}$]

Où :

$B_i$ dépend du problème traité (spatial, plan, axisymétrique…) pour un problème spatial, $B_i$ s'écrit dans le repère orthonormé $(x, y)$.

$$B_i = \begin{cases} \frac{\partial\ Ni}{\partial x} \\ \frac{\partial\ Ni}{\partial y} \end{cases} \qquad \text{(III-22)}$$

$T^*=[N]\{T^*\}=\{T\}^T[N]^T$ et $\{gradT^*\}=B\{T^*\}$ , $\{grad\ T^*\} =\{T^*\}^T\ [B]^T$

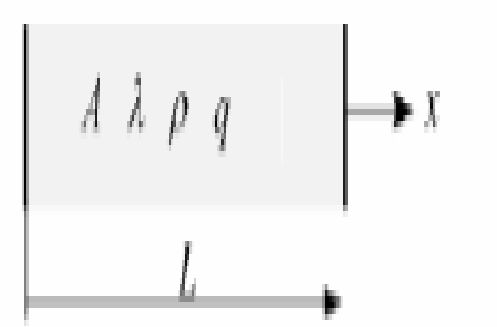
En portant ces relations dans l'équation (II. 03), il vient :

$$\{T^*\}([C]\{\dot{T}\} + [k]\{T\} - \{F\}) = 0 \qquad \text{(III-23)}$$

$$[K] = \int_v' [B]^T \lambda [B]\, dv + \int_S' h[N]^T [N]\, ds \qquad \text{(III-24)}$$

### III.5-3/Exemple de calcul élémentaire :

Elément à deux nœuds (problème a une dimension ) considérons un élément à deux nœuds de longuer L dont les caractéristiques A, $\lambda$, $\rho$ et q sont constants.




Fonctions d'interpolation sur un élément à deux nœuds :

$$N_1^e = 1 - \frac{x}{L}$$

$$N_2^e = \frac{x}{L}$$

$$L = x_1 + x_2$$

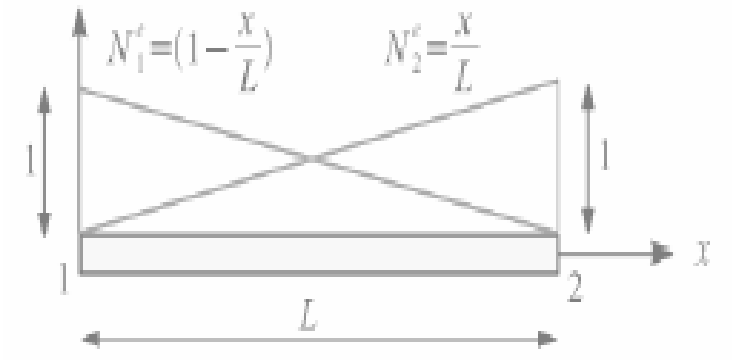



*Figure III-4 :élément a deux nœuds*

Le champ de températures dans l'élément s'écrit :

$$T(x) = (1-\frac{x}{L})T_L + \frac{X}{L}T_2 = \frac{1}{2}[LX - X] \quad \begin{Bmatrix} T1 \\ T2 \end{Bmatrix} = [N]\{T\} \qquad \text{(III-25)}$$

Où $T_1$ et $T_2$ les températures nodales. On en déduit la matrice [B] :

$$[B] = [\frac{\partial N_1}{\partial X} \quad \frac{\partial N_2}{\partial X}] = \frac{1}{L}[-1 \ 1], [B] = \frac{1}{L}\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(III-26)}$$

**La matrice de conductivité [k] :**

$$[K] = \int [B]^T [B] dv = \int_0^L \lambda A [B][B] dx = \frac{\lambda A}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(III-27)}$$

La densité de flux calculée avec

$$(x) = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x} = -[B]\{T\} = \frac{-\lambda}{L}(T_2 - T_1) \qquad \text{(III-28)}$$

**Conclusion :**

Les modèles physiques mis en place dans le chapitre précédent permettent de prendre en compte tout les couplages entre les principaux phénomènes physiques entrant en jeux, et le passage du domaine contenu au domaine discontinu pour la résolution du problème.

Dans ce chapitre on a présenté les trois grands méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles, et choisie la méthode des éléments finis pour discrétisé la forme générale des équations du system et l'équation de chaleur.

# Chapitre IV:

# Résultats et Discussions

## IV-1/Introduction :

Dans ce chapitre les résultats obtenus par le calcul numérique sont discutés et interprétés.

Pour résoudre des problèmes d'écoulement, transfert de chaleur, et variation de pression ou bien les pertes de charge ; on a utilisé un logiciel de calcul qui traite ces paramètres des fluides incompressibles en régime variable.

Le principe de cette étape repose sur l'étude de l'influence de la géométrie sur les paramètres liés à la sortie de l'éjecteur.

Nous avons donc essayé d'appliquer les modèles mathématiques et physiques et de type hyléptique ; qui exigé d'imposer des conditions limites aux bornes de l'enivrement de calcule , recapture le tableau IV.1 récapitule les conditions limites pour les cas étudier .

Les résultats obtenus sur les profile de vitesse, champ de température ainsi que le champ de pression ont été réalisés à l'aide du logiciel « ANSYS » on 2D ; on a utilise ce logiciel de simulation « ANSYS », qui est l'un des codes de calcul, basé sur la méthode des éléments finis.

## VI-2/Introduction sur l'ANSYS :

ANSYS est un code éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une Large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment : analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique.

De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes :

### VI-2- 1/ Préparation des données:

Définir le problème; les étapes majeurs sont données ci-dessous :

- Définition des points clés /lignes/surfaces/volumes.
- Définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques des matériaux.
- Maillage des lignes /surfaces/volume.

Les données nécessaires dépendent évidemment de la de la dimension du problème. (1D, 2D, 3D).

### VI-2- 2/ Traitement:

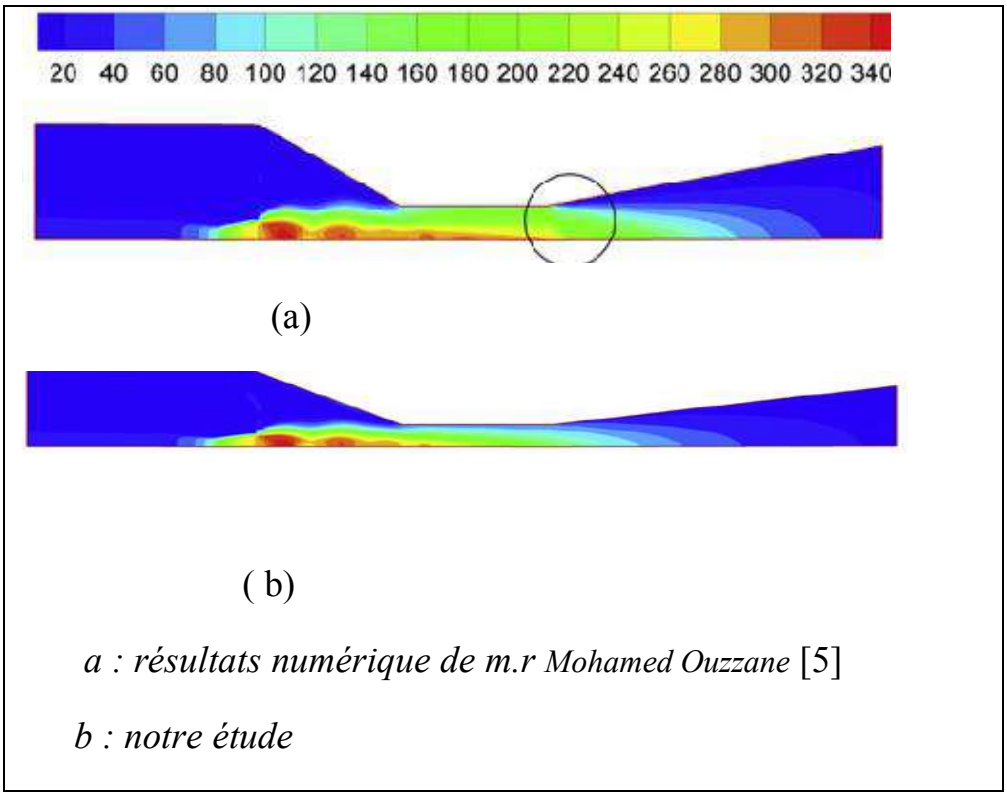
Assigner les charges, contraintes (conditions aux limites) et résolution; on spécifie notamment la nature des grandeurs physiques (température, pression, vitesse …), contraintes ou conditions aux limites et, finalement, on résout le système d'équations.

### VI-2-3/ Analyse et visualisation des résultats :

- Lors de cette étape, on peut examiner.
- La liste des déplacements nodaux.
- Les forces et des moments au niveau des éléments.
- Tracé des Iso contours des contraintes.

## IV-3/Identification :

Dans cette étape on va comparer les résultats obtenus de la vitesse avec ceci de M[r]. Mohamed Ouzzane [5].




*a : résultats numérique de m.r Mohamed Ouzzane* [5]

*b : notre étude*

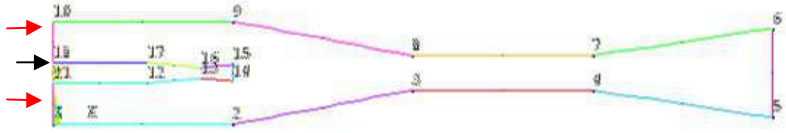
*Figure IV-1 - représentation de la comparaison*

La figure IV-1 qui représente spatialement les champs de vitesse dans la zone de fusion de l'éjecteur d'après constations on peut dire que le résultat obtenues sont presque identiques

## IV-4/Description :

Cette étude présente les points saillants de début et les résultats d'une simulation numérique destiné à étudier le comportement et de la performance d'un éjecteur supersonique. Les résultats de cette étude numérique fournir une source précieuse de données de référence qui peut être utilisé pour la validation des modèles numériques d'éjecteurs.

Le fluide qui circule dans l'éjecteur est pentafluoropropane (R245fa) comme un fluide frigorigène.



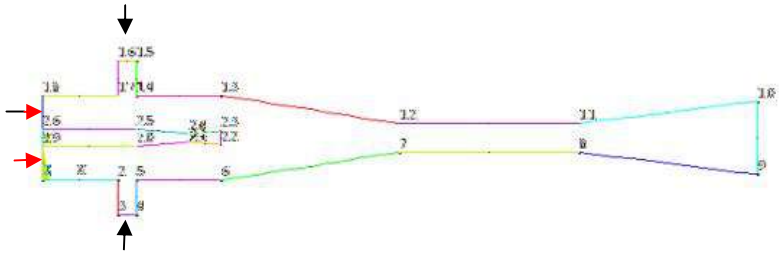
*fluid* ***secondaire***

*fluid* ***primaire***

Géometrie -I-

| point | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X(cm) | 0 | 57.45 | 114.9 | 172.35 | 229.8 | 229.8 | 172.35 | 114.9 | 57.45 | 0 | 0 | 30.45 | 47.45 | 57.54 | 57.45 | 47.45 | 30.45 | 0 |
| Y(cm) | 0 | 0 | 10 | 10 | 2.07 | 27.93 | 20 | 20 | 30 | 30 | 12 | 12 | 13.52 | 12.65 | 17.35 | 16.48 | 18 | 18 |

*Tableau IV. 1 :présentation des points pour la géometrie(I)*

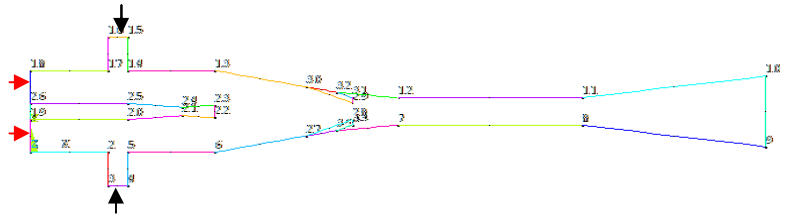


Geomtrie -II-

| point | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X(cm) | 0 | 24.225 | 24.225 | 30.225 | 30.225 | 57.45 | 114.9 | 172.35 | 229.8 | 229.8 | 172.35 | 114.9 | 57.45 |
| Y(cm) | 0 | 0 | -12 | -12 | 0 | 0 | 10 | 10 | 2.07 | 27.93 | 20 | 20 | 30 |
| point | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| X(cm) | 30.225 | 30.225 | 24.225 | 24.225 | 0 | 0 | 30.45 | 47.45 | 57.45 | 57.45 | 47.45 | 30.45 | 0 |
| Y(cm) | 30 | 32 | 32 | 30 | 30 | 12 | 12 | 13.52 | 12.65 | 17.35 | 16.48 | 18 | 18 |

*Tableau IV.2 : présentation des points pour la géométrie(II)*

*Figure IV -2 - Déférents géométrie des éjecteurs a étudie*



*fluid **secondaire***

*fluid **primaire***

*Géometrie-III-*

| point | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X(cm) | 0 | 24.225 | 24.225 | 30.225 | 30.225 | 57.45 | 114.9 | 172.35 | 229.8 | 229.8 | 172.35 |
| Y(cm) | 0 | 0 | -12 | -12 | 0 | 0 | 10 | 10 | 2.07 | 27.93 | 20 |
| point | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| X(cm) | 114.9 | 57.45 | 30.225 | 30.225 | 24.225 | 24.225 | 0 | 0 | 30.45 | 47.45 | 57.45 |
| Y(cm) | 20 | 30 | 30 | 32 | 32 | 30 | 30 | 12 | 12 | 13.52 | 12.65 |

| point | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X(cm) | 57.45 | 47.45 | 30.45 | 0 | 86.175 | 100.5375 | 100.5375 | 86.175 |
| Y(cm) | 17.35 | 16.48 | 18 | 18 | 6 | 12 | 18 | 24 |
| point | 31 | 32 | 33 | 34 | | | | |
| X(cm) | 100.5375 | 95.75 | 100.5375 | 95.75 | | | | |
| Y(cm) | 20 | 20 | 10 | 8 | | | | |

*Tableau IV.3 : présentation des points pour la géométrie(III)*

*Figure IV -2 - Déférents géométrie des éjecteurs a étudie.*

***IV-5/Conditions aux limites :***

Les conditions limites sont nécessaires au début ou bien démarrage de calcul ; le modèle mathématique utilisé est de type hyléptique, qui exige d'impose des conditions limites aux bornes de l'environnement de calcule, recapture le tableau IV-4, recaputule les conditions limites pour les cas étudies .

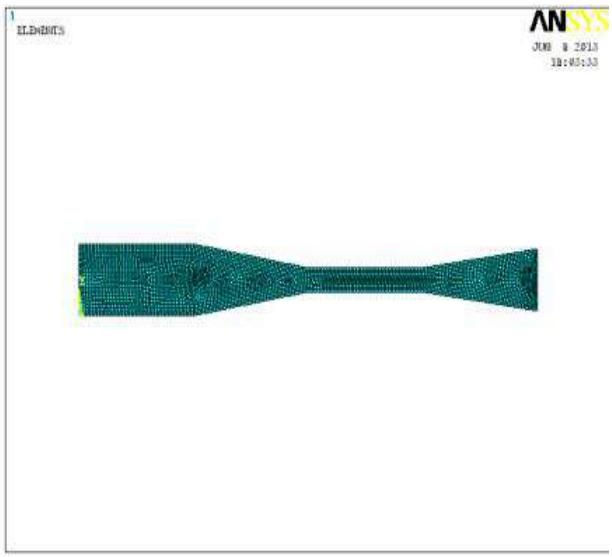
| ***Entre de fluide primaire*** | | ***Entre de fluide secondaire*** | | ***Pression de sortie [bar]*** |
|---|---|---|---|---|
| ***vitesse [m/s]*** | ***température [°C]*** | ***vitesse [m/s]*** | ***température [°C]*** | 1 |
| 0.006 | 90 | 0.07 | 5 | |

*Tableau IV-4 : Les conditions limites de fluide dans différents des éjecteurs*

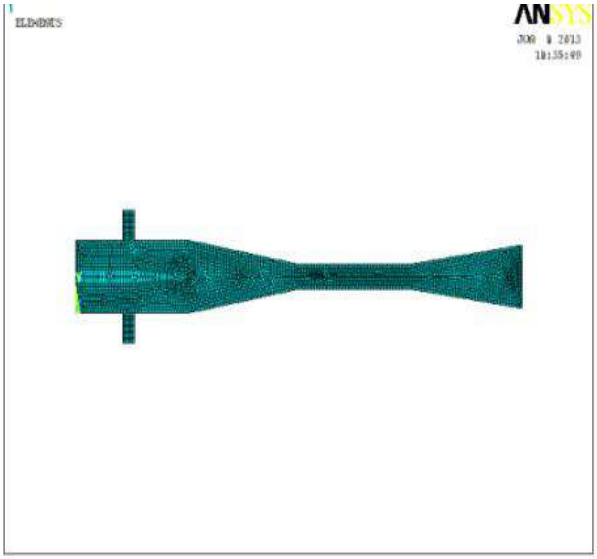
***Remarque :*** on suppose que le milieu est parfaitement isolé.

### IV-5-1/ Maillage de système :

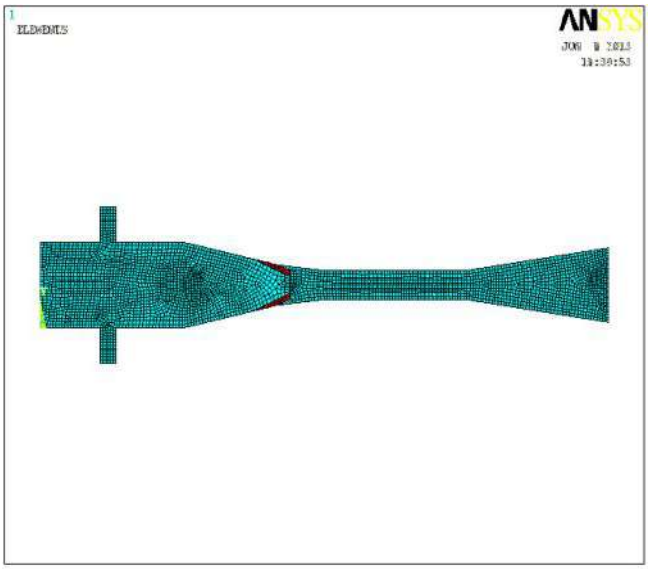
On utilise le même maillage pour les différentes géométries des éjecteurs(I,II,III) et ses présentation des neouds



-I-



-II-



-III-

*Figure IV-3 - Maillage de systèmes*

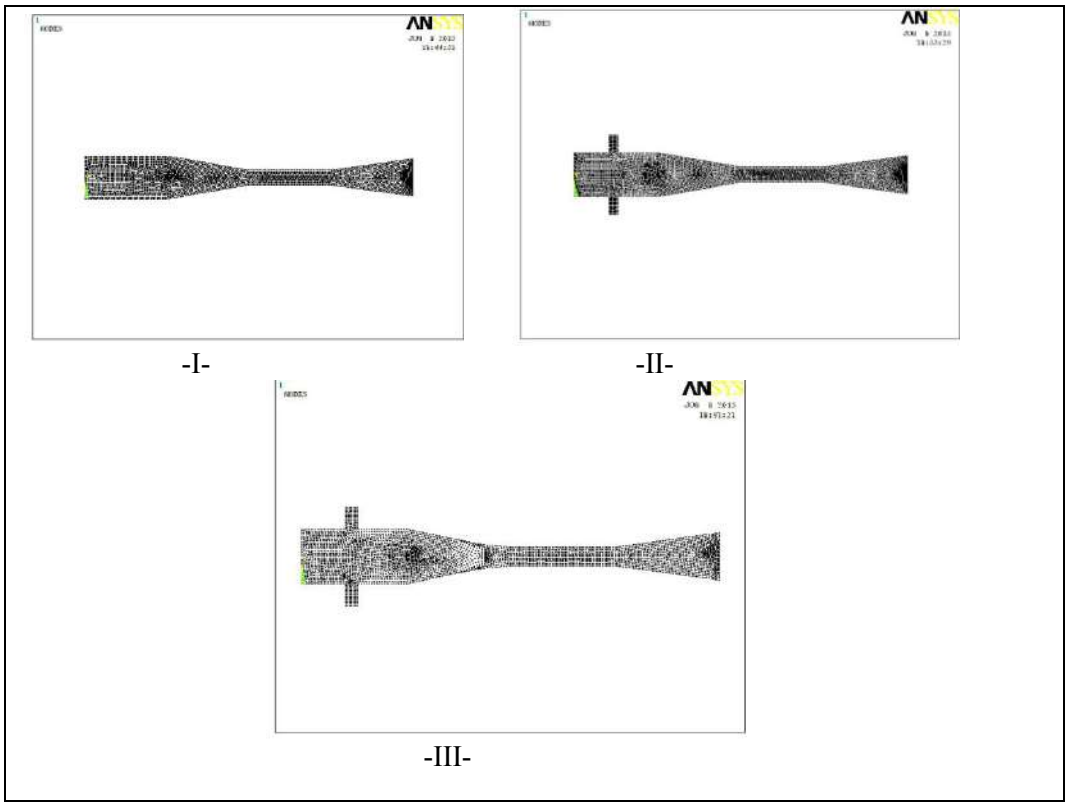



*Figure IV-4- Présentation des nœuds.*

### *IV-5/Interprétation des résultats :*

Pour mieux connue que ce passe dans l'éjecteur ; on a choisir des différents sections dans le système (la figure IV-5) et tracer la variation en déférents variables suivant la direction transversal.

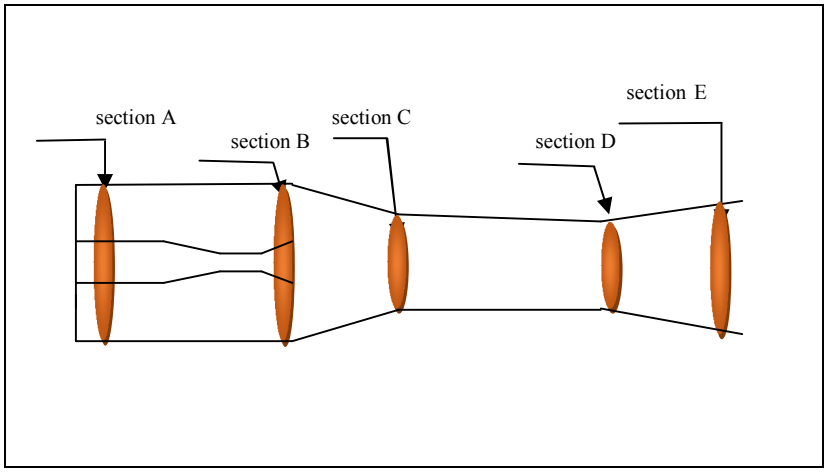
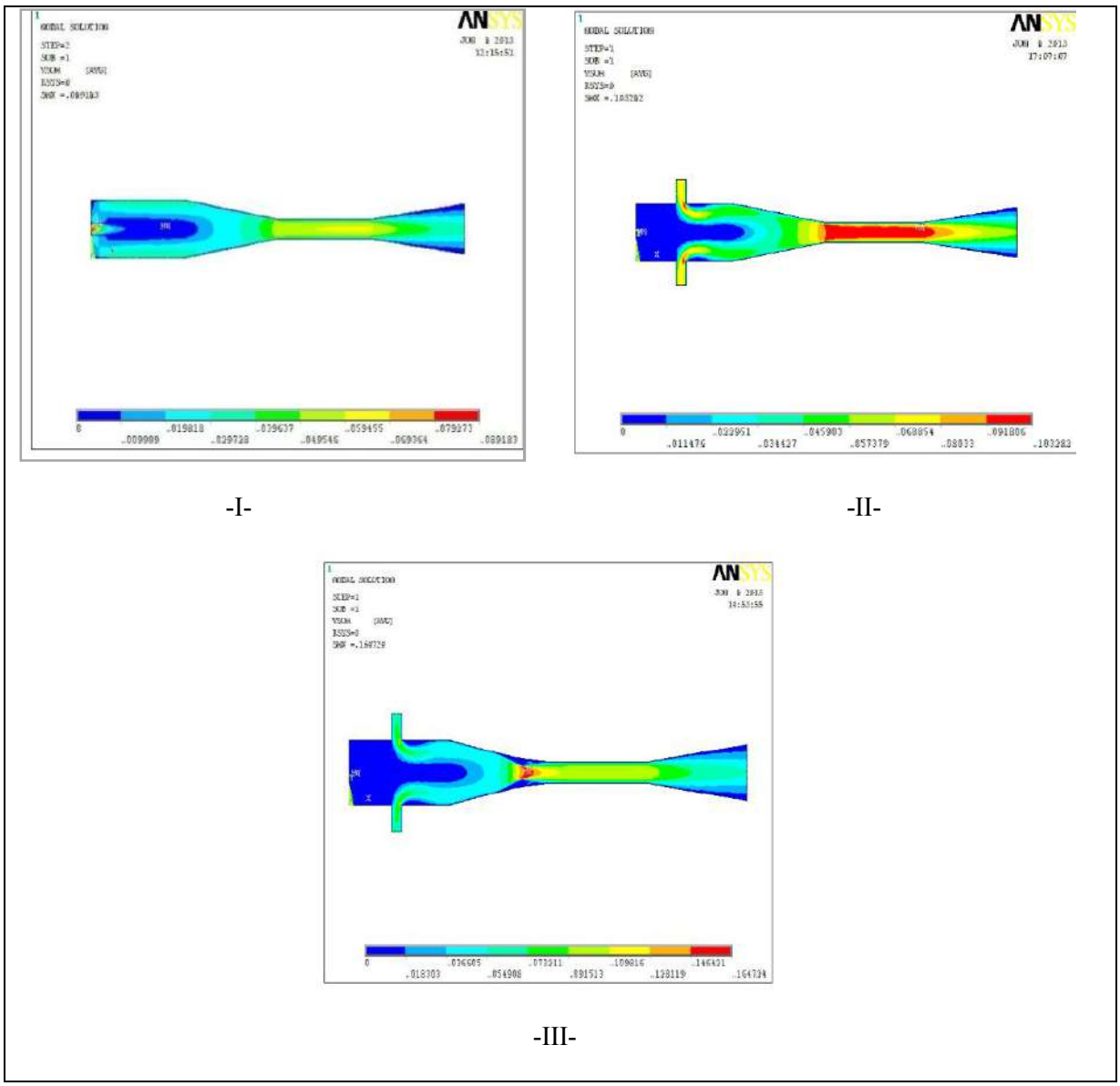



*Figure IV-5-Présentation schématique des différentes sections pour présenté les résultats.*

### IV-5-2/ Champ de vitesse

Les figures suivantes représentent la variation de la vitesse dans les différents éjecteurs ( I ;II ;III)



-I-

-II-

-III-

*Figure IV-6- Représentation spatiale de la vitesse pour les éjecteurs (I,II et III).*

On constate que la troisième géométrie a fait la vitesse maximal au niveau de col est largement supérieur aux deux autres géométries , cela est dû essentiellement à la présence des orbes ; qui on permet d'augmenter la diffusion transversal, donc le mélangeaje des fluides primaire et secondaire est d'un part et la conservation de la masse d'autre part.

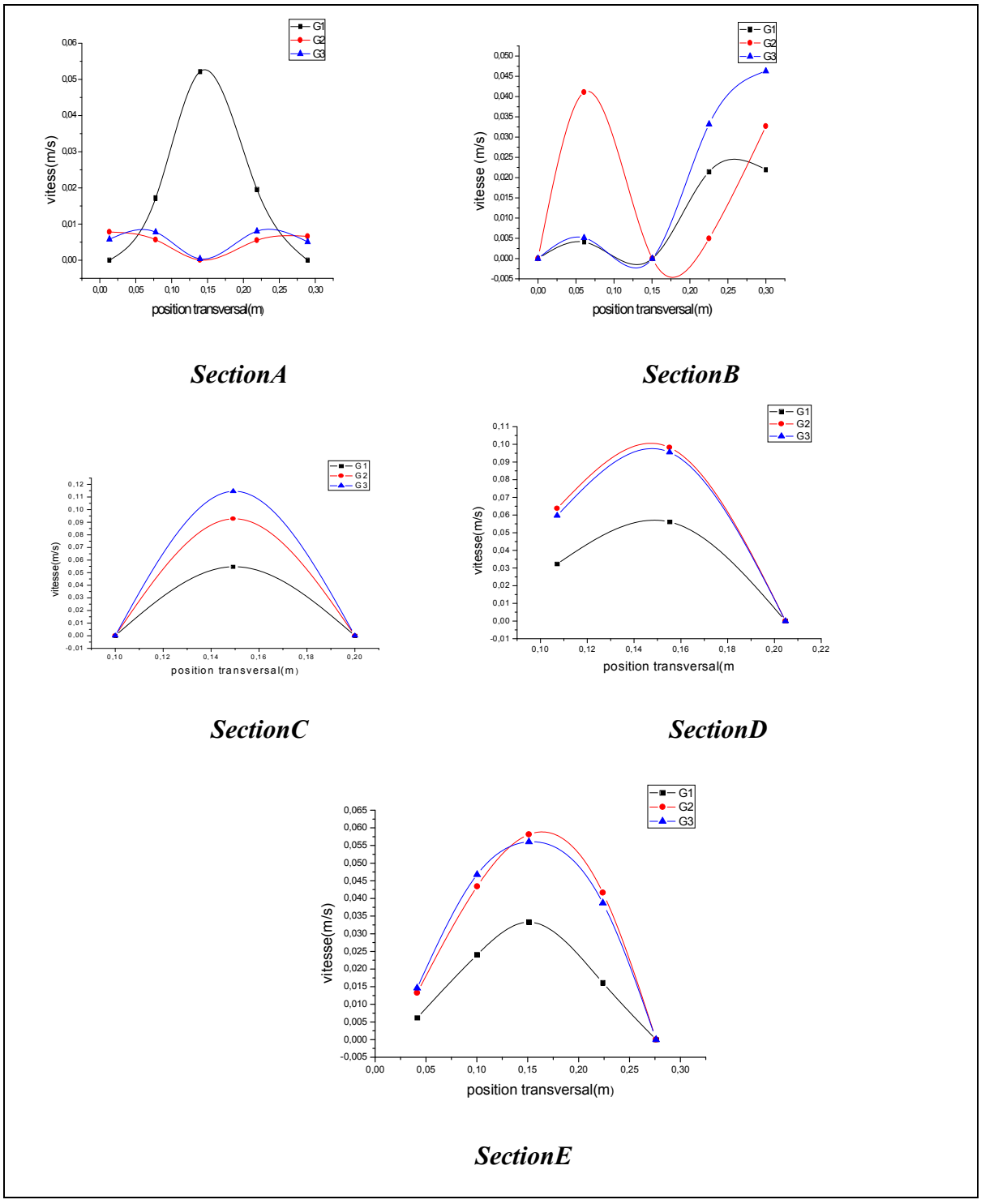



*Figure IV-7- Profils des vitesses dans les différentes sections des éjecteurs*

Suivant la direction transversale de l'écoulement de champs de vitesse on peut voir :

Dans la zone de mélange, le champs spatial de vitesse est plus grand et prend le maximal dans G3, ou la diffusion de fluide et la convergence des parois :

Dans la zone de passage, une diminution de champs de vitesse , cause a la divergence des parois d'éjecteurs

**IV -5-3/ Champ de pression :**

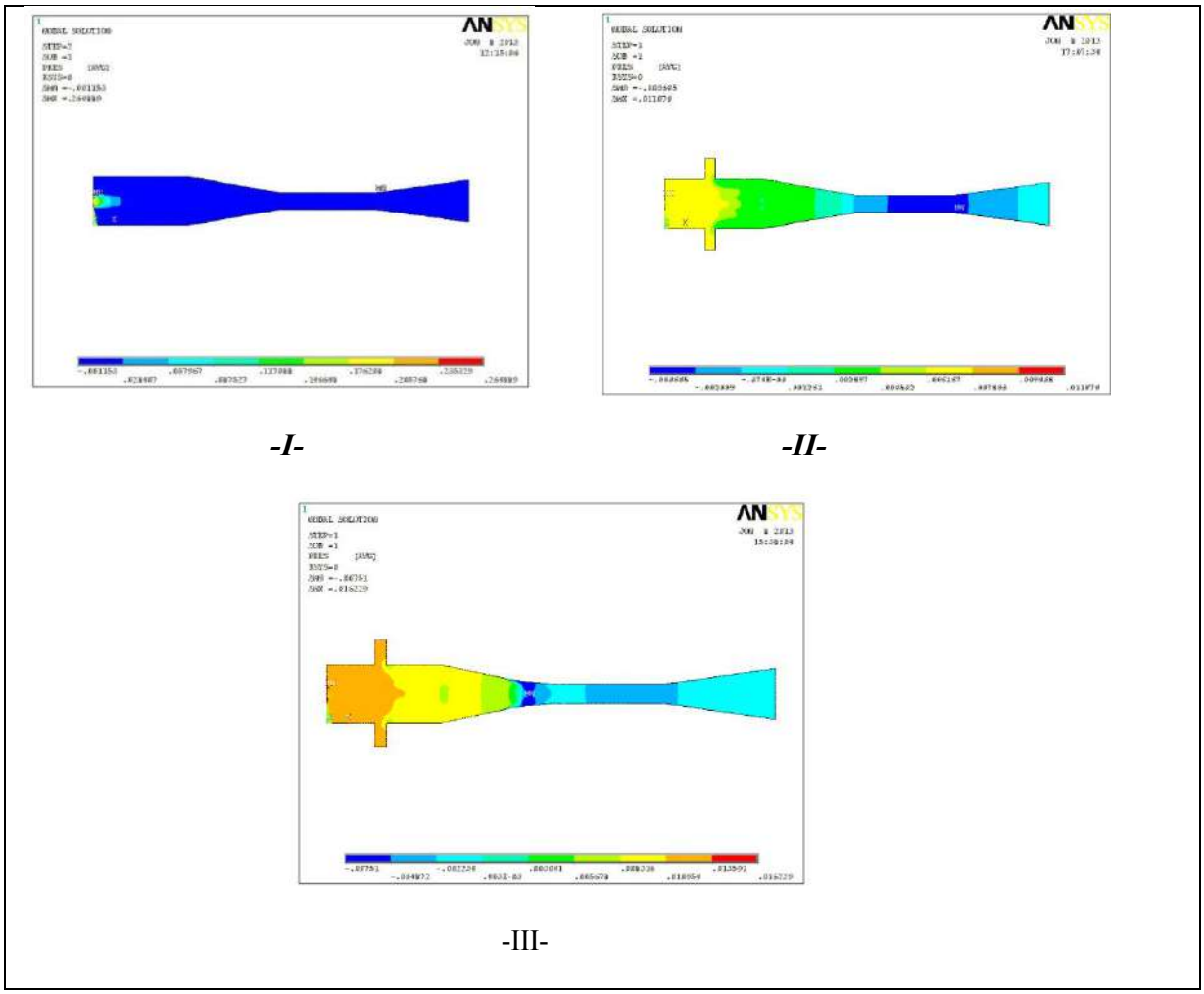



*Figure IV-8- Représentation spatiale de la pression pour les éjecteurs (I,II et III).*

Pour la même condition d'entre on constate que le champ de pression fait se changement au niveau de la chambre d'aspiration pour G1, G2, G3

- Dans G1 une faible variation de champs de pression
- Une augmentation des valeurs de pression, causé par l'opposite de la position d'entré de fluide pour G2 et G3.

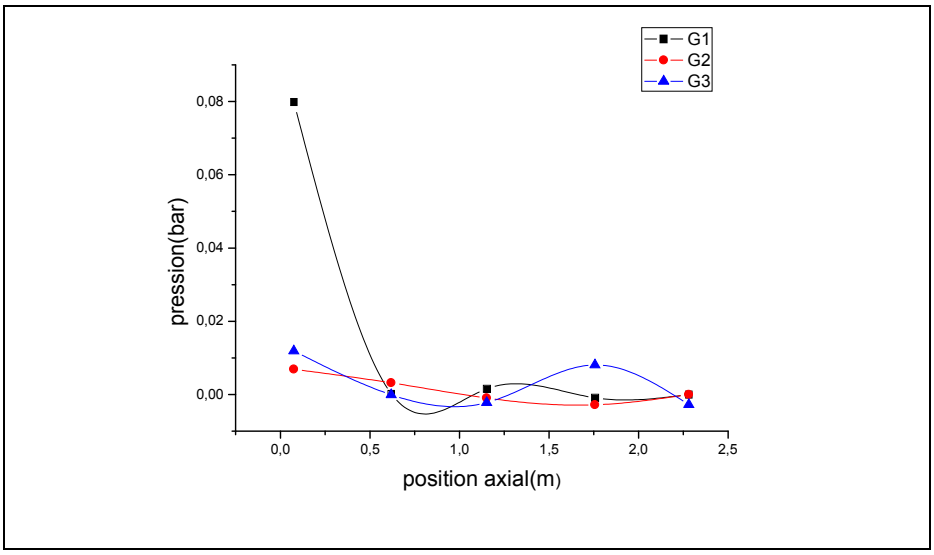



*Figure IV-9- Diagrammes des pressions dans les différents points des éjecteurs*

La figure (IV.9) montre une représentation spatiale de la variation de champ de pression dans les trois modèles.

La variation de la distribution de la pression de fluide à différent valeur de position en x.

On remarque une chute de pression à l'intervalle de[0 ,0.6] correspond l'entre des fluides primaire et secondaire pour G1.

Pour G2et G3 presque une simulation de variation de pression le long des éjecteurs. mais la troisième géométrie prend des valeurs plus grand que la deuxième. À cause de présence des obes.

La diminution de pression causé par la divergence des parois et l'énergie cinétique.

### IV-5-4/ Champ de température :

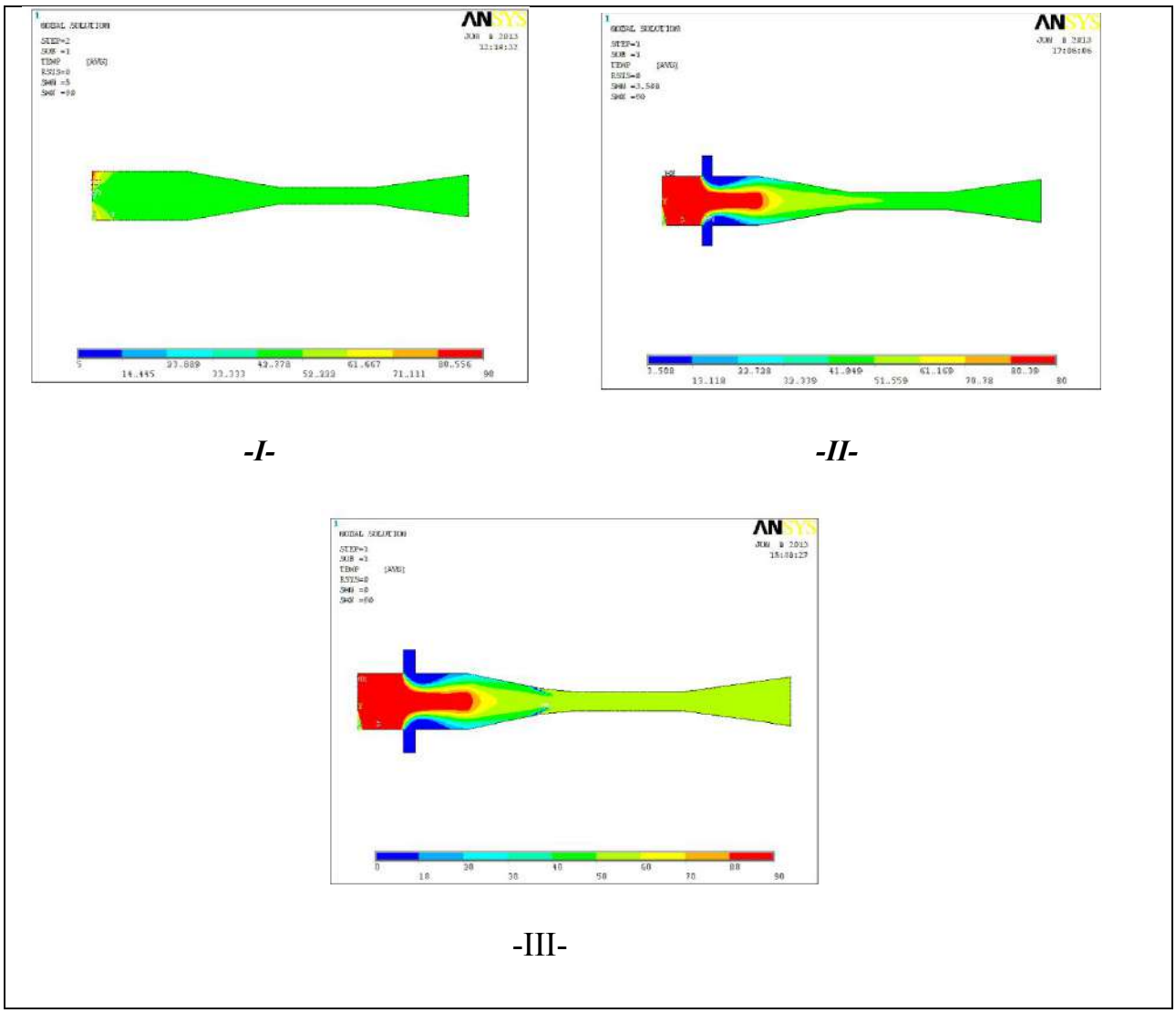



*Figure IV-10- Représentation spatiale de la température pour les éjecteurs (I,II et III)*

On constate une faible variation de température au début d'éjecteur 1, puis elle reste constante le long d'éjecteur.

Si on a change la position d'entre on a vu une grande dégradation des valeurs de température comme il est clairement illustrée dans la figure au dessous, et toujours la géométrie trois prend le maximum.

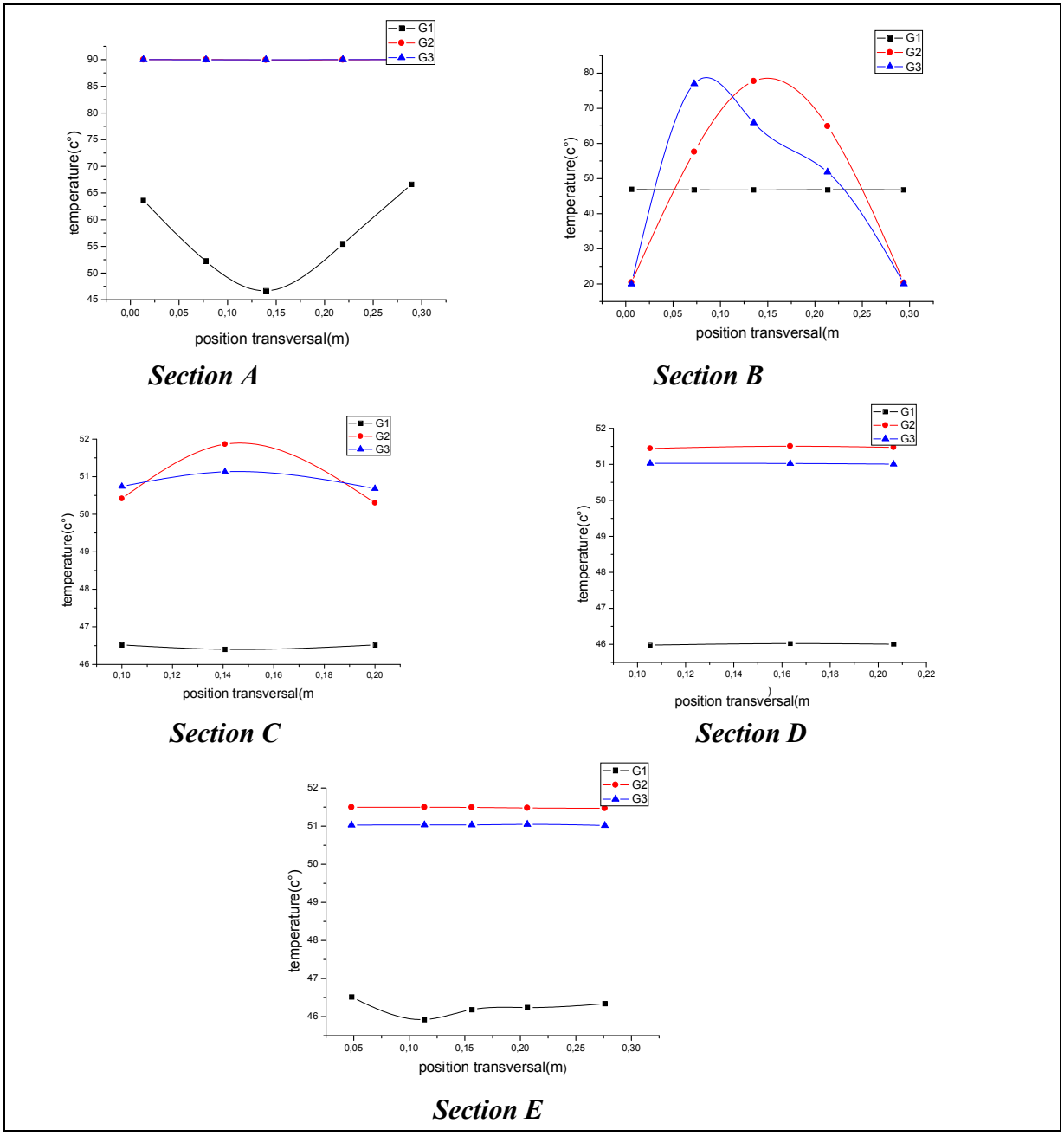



*Figure IV-11- profils des températures dans les différentes sections des éjecteurs*

La variation de champ de température s'indique seulement si on a un rencontre de fluide puis il reste constant au long d'éjecteur alors la température ne dépend pas à la géométrie d'éjecteur.

- D'après les résultats ; on peut conclure que la géométrie jeu un grand rôle sur la performance de l'éjecteur, lorsqu'elle avait un grand influence sur la pression et la vitesse des fluides circulant le long d'éjecteur ainsi que pour la température de fluide et beaucoup plus au niveau de la zone de mélangeaje. Pour confirmé cette hypothèse on suppose une nouvelle étude jeu sur la géométrie de zone de mélangeaje.

**IV-6 / ETUDE EXPLIQUTIVE**

Dans cette étude on va changé la géométrie d'éjecteur au zone de mélangeaje :

- Premièrement on a fait un élargissement de 2 cm sur les deux coté de col.
- Deuxièmes on a fait le contraire, une diminution de 2cm de taille originale sur les deux cotes de col.

## IV-6-1/Champ des vitesses :

| Ejecteurs avec élargissement de géométrie | Ejecteurs avec diminution de géométrie |
|---|---|

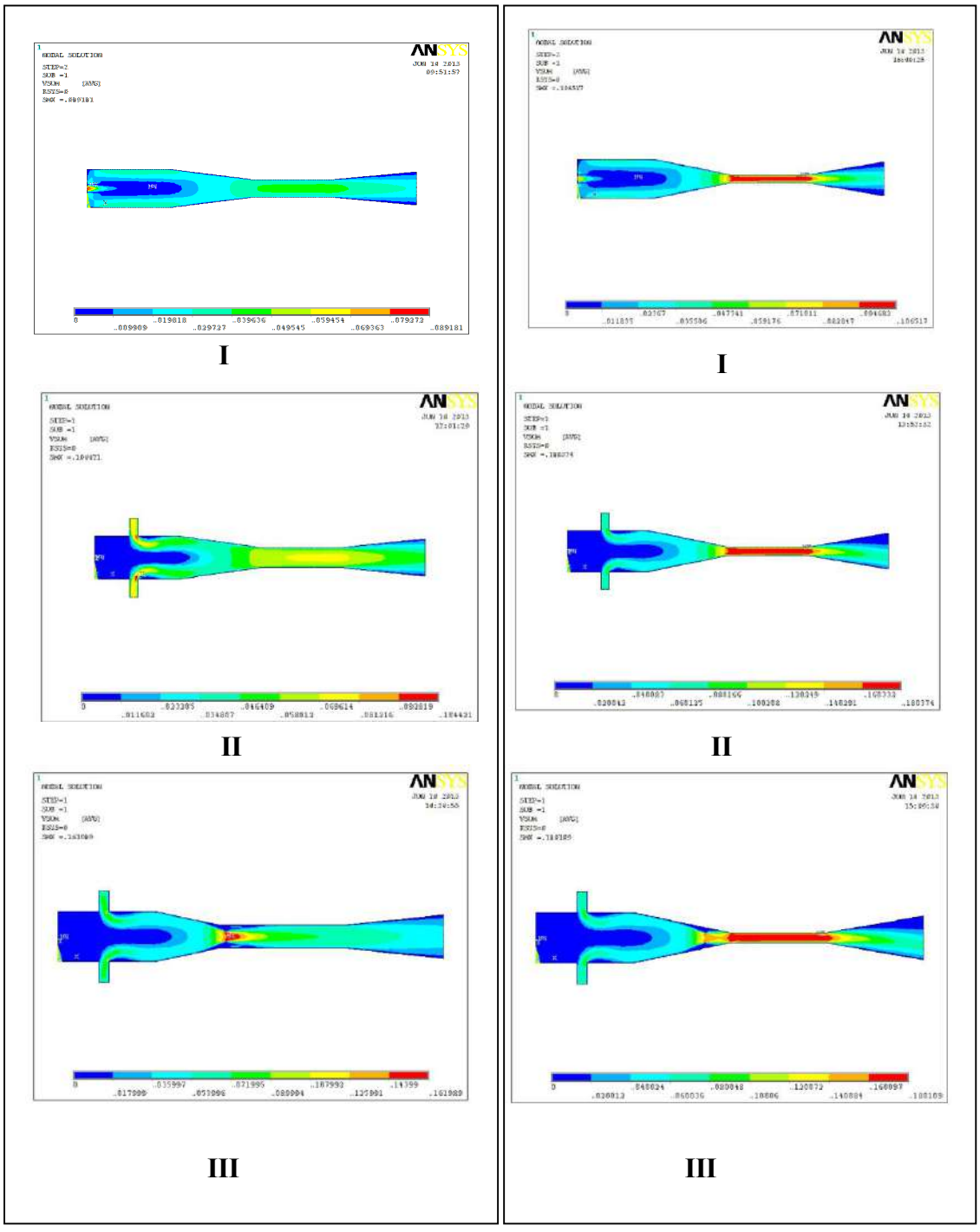
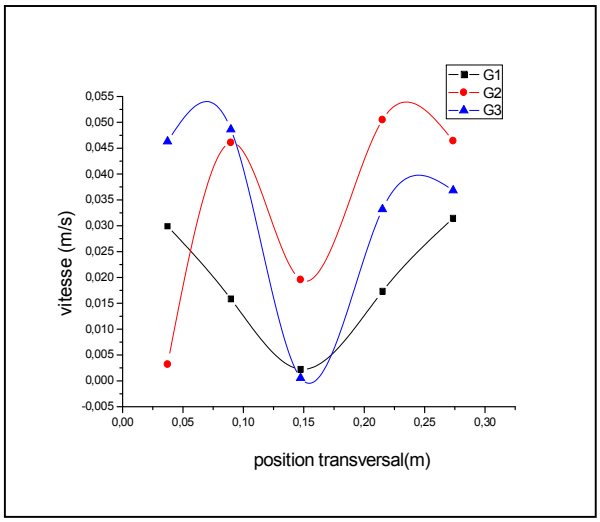
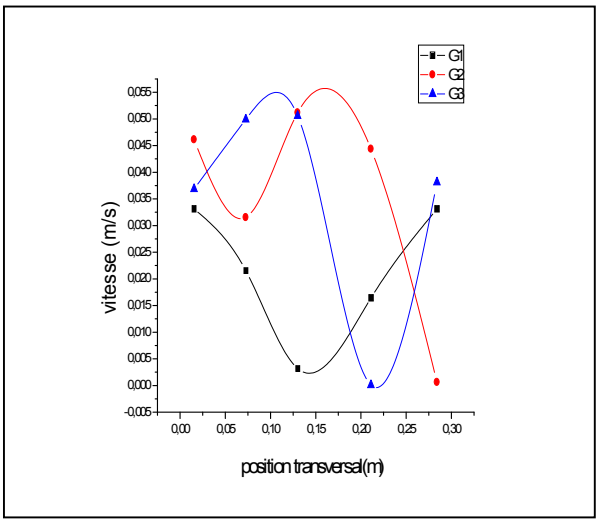



*Figure IV-12- Représentation spatiale de la vitesse pour les éjecteurs (I,II et III).*

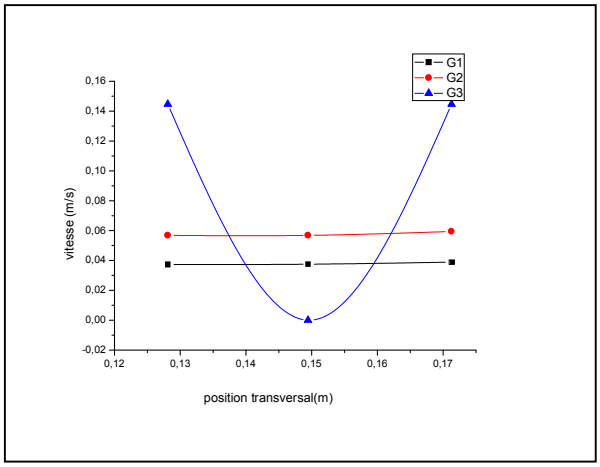
**Ejecteurs avec élargissement de géométrie**

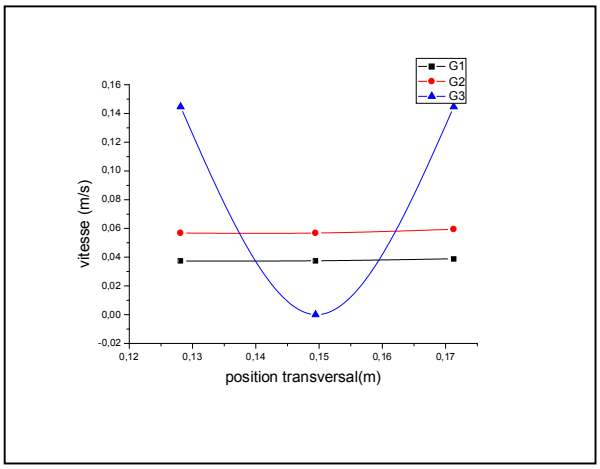
**Ejecteurs avec diminution de géométrie**




**Section B**




**Section C**

*Figure IV-13- Profils des vitesses dans les sections B ;C*

## IV-6-2/Champ de température

**Ejecteurs avec élargissement de géométrie**

**Ejecteurs avec diminution de géométrie**

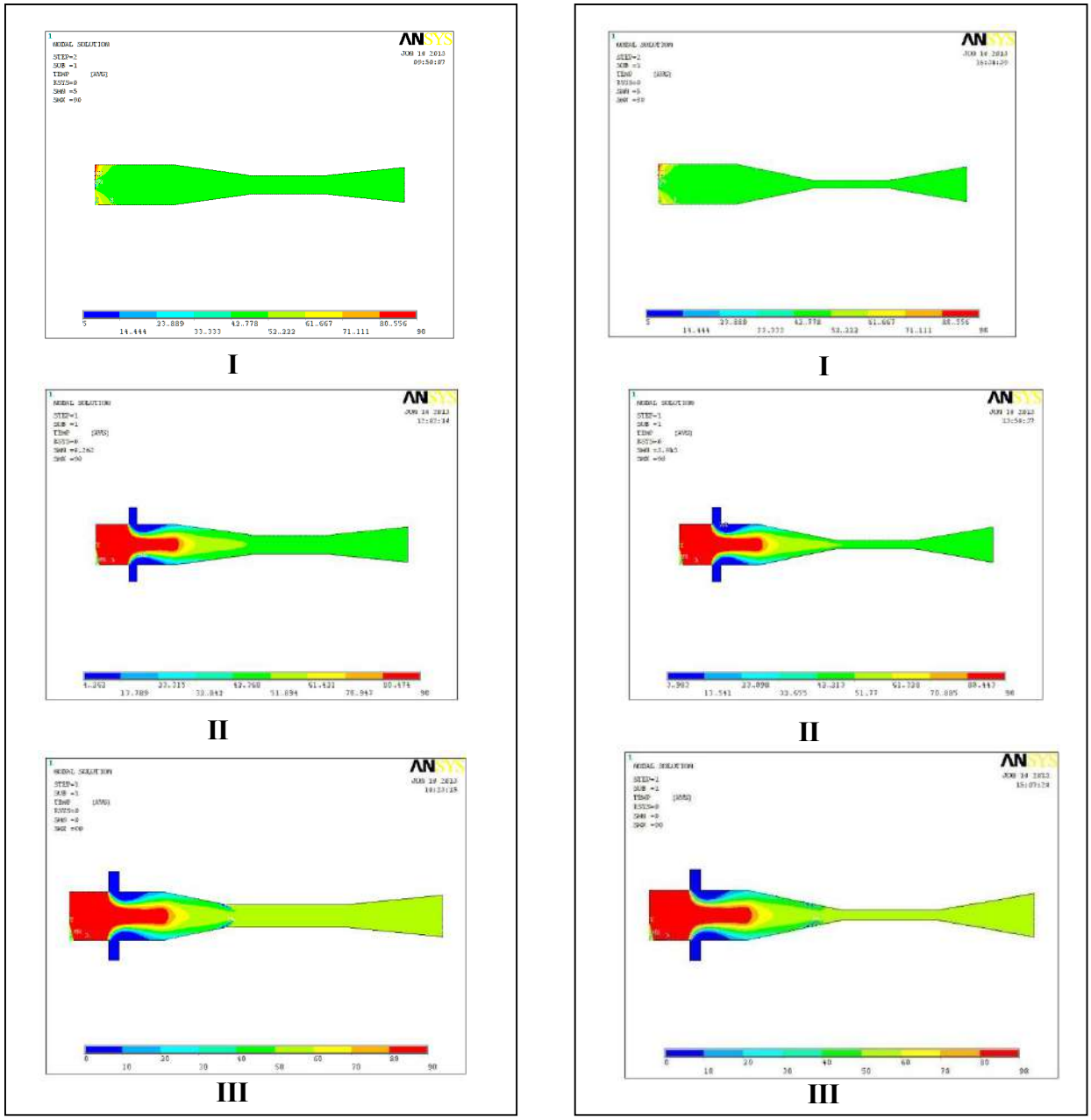
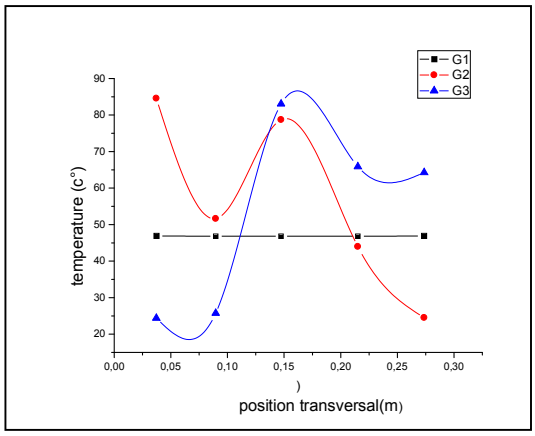
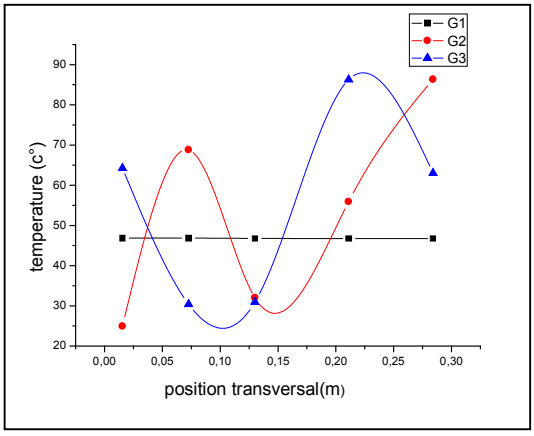



*Figure IV-14- Représentation spatiale de la température pour les éjecteurs (I,II et III)*

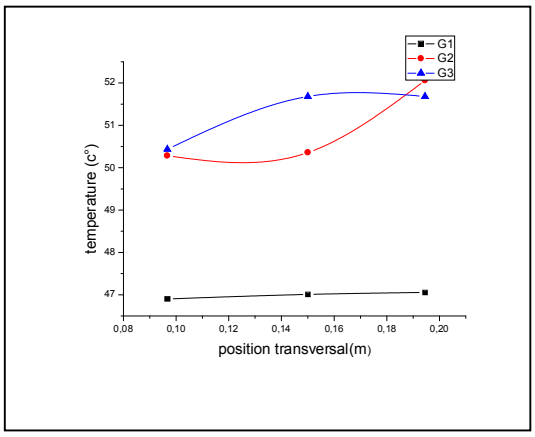
**Ejecteurs avec élargissement de géométrie**

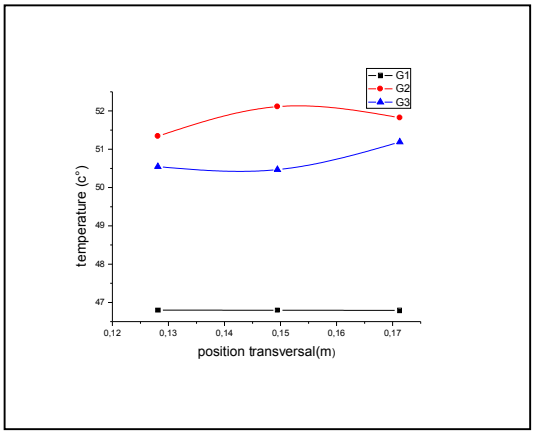
**Ejecteurs avec diminution de géométrie**




**Section B**




**Section C**

*Figure IV-15- Profils des températures dans les sections B ;C*

## IV-6-3/Champ de pression

**Ejecteurs avec élargissement de géométrie**

**Ejecteurs avec diminution de géométrie**

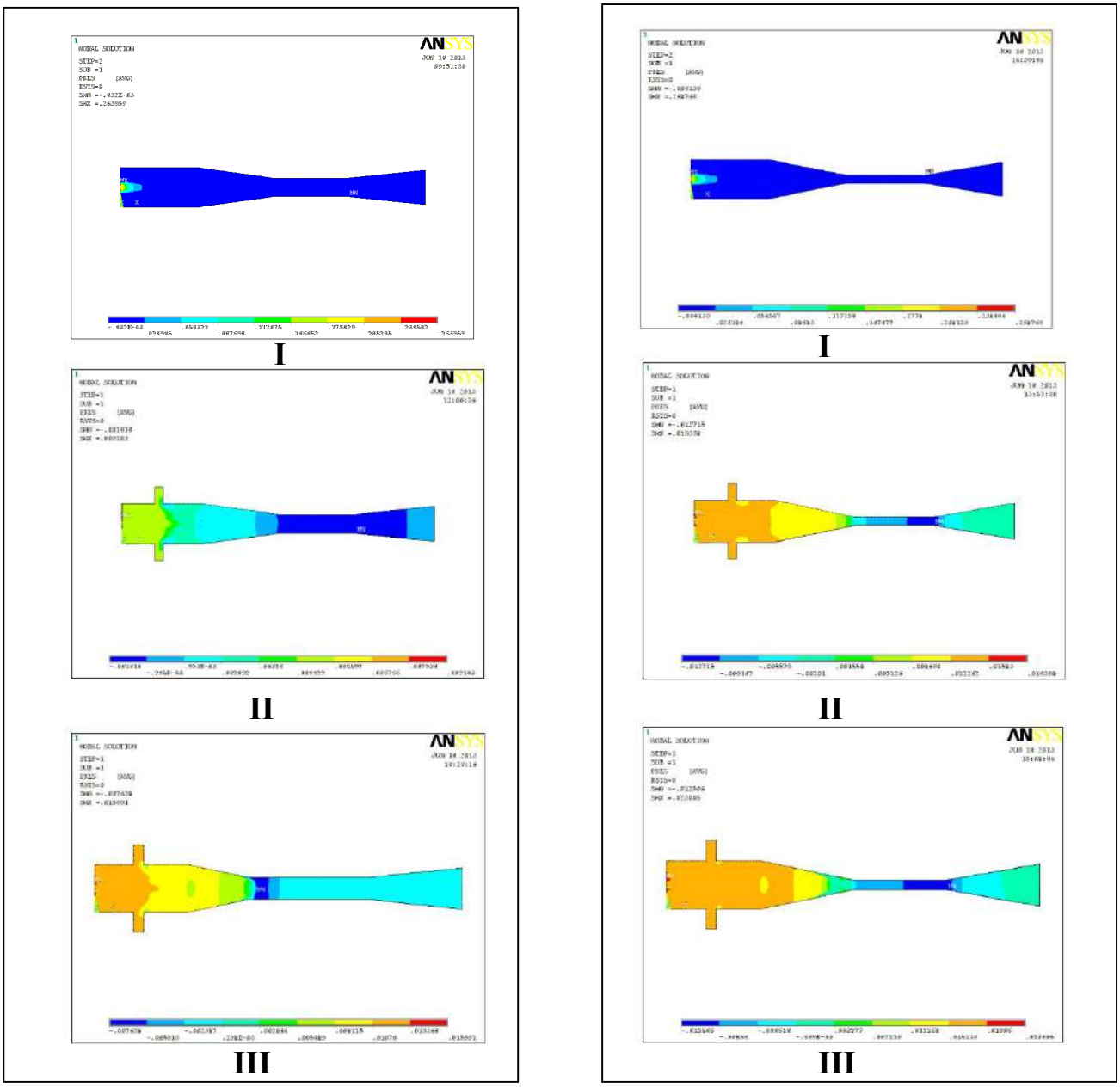



*Figure IV-16- Représentation spatiale de la pression pour les éjecteurs (I,II et III).*

**Ejecteurs avec élargissement de géométrie**

**Ejecteurs avec diminution de géométrie**

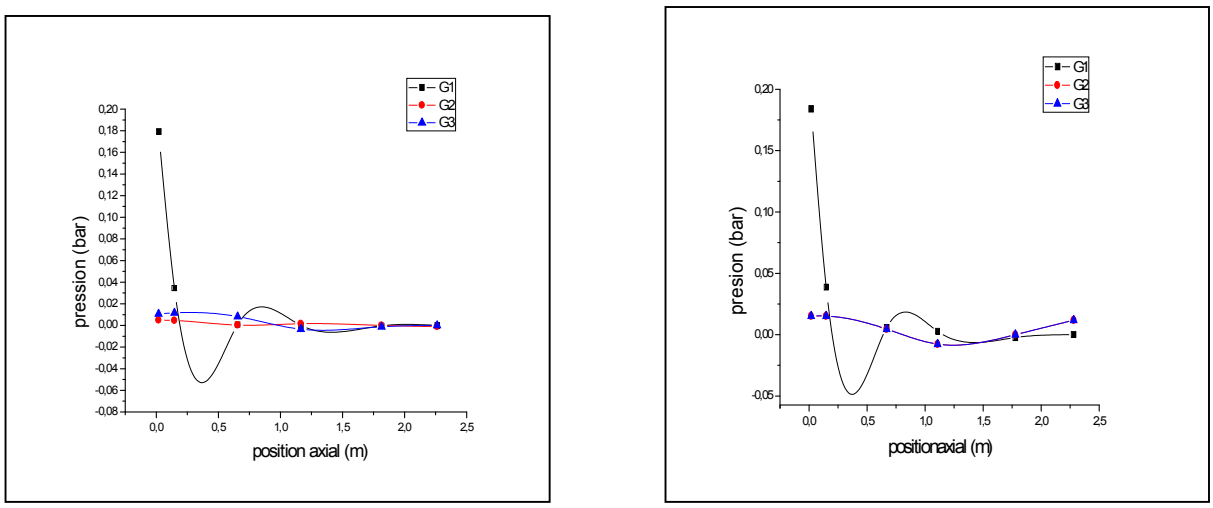



*Figure IV-17- Profils des pressions dans les différents points des éjecteurs*

***CONCLUSION :***

Ce chapitre était consacre a l'analyse des modèles numériques de l'éjecteur développes sous ANSYS.

A fin de cette étude on constate que la géométrie de col fait un rôle très important sur la performance de l'éjecteur :

Si on a un élargissement sur la géométrie on constate une augmentation des pertes des charges , pertes thermiques ainsi que la vitesse s'écoule avec des valeurs moyens.

On contraire ,si on a une diminution de tailles des géométries la vitesse s'écoule avec des valeurs maximum au niveau de col , les perts des charges et les perts thermiques sera diminuées.

# Conclusion Générale

# Conclusion Générale

L'objectif que se fixe tout concepteur d'une machine de production de froid est de fournir le froid à la température et la puissance frigorifique désirée, tout en cherchant à avoir la meilleure efficacité possible.

En partant de là, nous avons scindé notre étude en quatre parties principales :

Dans la première partie, nous avons présenté une description générale sur la machine de production de froid tri thermique, en focalisant essentiellement sur l'éjecteur supersonique, dont l'objectif est d'améliorer la compréhension pour permettre une conception d'éjecteur plus aisée et plus rigoureuse.

Dans la deuxième partie nous avons établi le modèle physique et mathématique basé su r la résolution des équations de la continue et la conservation de masse.

Dans le troisième chapitre on a fait une solution numérique par discrétisation: à partir une définition des méthodes numériques puis on comprend comment choisir des un maillage finalement nous avons la discrétisation de l'équation de chaleur par élément finis a fin de ce chapitre on a fait un exemple de calcule élémentaire.

La dernier chapitre a été consacrée pour une simulation numérique des déférentes géométries d'éjecteur, les résultats finaux sont :

- La vitesse d'entré de l'écoulement jeu un rôle important sur le débit de fluide (une relation proportionnelle).
- La position d'entré de fluide à une direction transversal est mieux que position axial.

# Conclusion Générale

❖ La géométrie intérieur fait un rôle important sur la performance des éjecteurs; tel que l'influence de la convergence des parois sur les paramètres thermodynamiques.

❖ La géométrie avant une grande influence sur les grandeurs physiques : la pression , la vitesse et la température .

# Référence Et Bibliographique

[1] . David Scott, Zine Aidoun, Mohamed Ouzzane; An experimental investigation of an ejector for validating numerical Simulations

[2]. Mémoire de magister ; Etude thermodynamique des mélanges des fluides frigorigènes et leur utilisation dans les machines trithermes.

[3]. Denso, Ejector cycle, http://www.globaldenso.com/en/environment/story/no1/2par.html

[4]. J. H. KEENAN, E. P. (1950). An investigation of ejector design by analysis and experiment Journal of Applied Mechanics (pp. 299-241). ttp://www.greenloco.com/GreenLoco%20

[5]. S. B. Riffat, S. a. (2001). CFD Modeling and experimental investigation of an ejector Refrigeration system using methanol as the working fluid. International journal of energy Research int, (pp. 115- 128)

[6]. Eames I W, Aphornratana S, Haider H. A theoretical and experimental study of a small- scalesteam jet refrigerator. Int J Refrig 1995; 18(6):378–86.

[7]. Kanjanapon Chunnanond, S. A. (2004). Ejectors: applications in refrigeration technology Renewable and Sustainable Energy (pp. 129–155). www.elsevier.

[8]. Kanjanapon Chunnanond, S. A. (2003). An experimental investigation of a steam ejector refrigerator: the analysis of the pressure profile along the ejector. Elsevier Ltd

[9]. Speight, J. G. (2003). Perry's standard tables and formulas for chemical engineers. Publié par McGraw-Hill Professional.

[10]. André Lallemand, L. B. (29- 2009). Modeling of an ejector refrigerating system operating in Dimensioning and off-dimensioning conditions with the working fluids R142b and R600a.

Applied Thermal Engineering, (pp. 265–274).

[11]. André Lallemand, Latra BOUMARAF (2005). Comportement d'un éjecteur dans des conditions de fonctionnements nominaux et non nominaux. 12èmes Journées Internationales de thermique

[12]. Z. Aidoun, M. Ouzzane. The effect of operating conditions on the performance of a supersonic ejector for refrigeration International Journal of Refrigeration, Volume27 Issue 8, December 2004, Pages 974-984

[13]. B.J. Huang, J. C. (1999). Empirical correlation for ejector design . International Journal of Réfrigération, 379–388

[14]. Denso, Ejector cycle, http://www.globaldenso.com/en/environment/story/no1/2par.html

[15]. Dancer, Đ. (2003 ISBN 0471623512). Refrigeration systems and applications. ISBN 0471623512, 9780471623519: Edition: 2 Publié par John Wiley and Sons.

[16]. Djebedjian, B. S. (Boston 2000). Parametric Investigation of Boost Jet Pump Performance Proceedings of FEDSM, ASME Fluids Engineering Summer Conference.

[17]. E. Ruslya, L. A. ( 2005). CFD analysis of ejector in a combined ejector cooling system International Journal of Réfrigération, 1092–1101.

[18]. El-Dessouky, H. H.-N. (2002). Evaluation of Steam Jet Ejectors. Chem. Eng. Process., , 41, 6

[19]. Fouad Khoury, M. H. ( 1967). Performance Characteristics of Self-Entrainment Ejectors. Inde. Eng. Chem. Process Des. Dev.,.

[20]. Eames I W, Aphornratana S, Haider H. A theoretical and experimental study of a small- scale steam jet refrigerator. Int J Refrig 1995; 18(6):378–86.

[21]. R. Dorantes, C. A. (1996). Mathematical simulation of a solar ejectorcompression Refrigeration system Applied Thermal Engineering Vol. 16. Pergamon: Copyright 0 1996 Elsevier Science Ltd

[22]. S. A. Sherif1, D. Y. (1998). S. V. Iyer, B. S. Davanagere, S Natarajan1 and F. Colacino A feasibility study of steam-jet refrigeration. Int. J. Energy Res. , 1323 1336.

[23]. Bergander, M. J. (2006, July 17-20). Refrigeration cycle with two-phase condensing ejector, International Refrigeration and Air Conditioning Conference. Purdue

[24]. A. Selvaraju, A. M. (Applied Thermal Engineering 24 (2004) 827–838). Analysis of an ejector with environment friendly refrigerants

[25]. Combustion en écoulement supersonique - . (2002). Techniques de l'ingénieur.

[26]. André LALLEMAND , Latran BOUMARAF ,( 28 au 30 Août 2007), Comparaison des performances optimales d'un éjecteur dimensionné selon les modèles à pression constante et à section constante 213èmes Journées Internationales de Thermique Albi, France.

[27]. Introduction REFPROP 7, National Institute of Standards and Technology http://www.nist.gov/srd/nist23.htm.

[28]. G.K. Alexis, E. R. (20 (2000) ). Design and parametric investigation of an ejector in an air Conditioning system. Applied Thermal Engineering 213±226.

[29]. Groll., D. L. ( 2006. May). Analysis of an Ejector Expansion Device in a Transcritical CO2 ir Conditioning System. Conference on Natural Working Fluids, . Trondheim: In Proc. of 7th IIR Gustav Lorentzen.

[30]. Groll., D. L. (2005.). Transcritical CO2 refrigeration cycle with ejector-expansion device, International Journal of Refrigeration

[31]. Harrell GS, K. A. (1995). Performance tests of a two-phase ejector, Proceedings of the Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, (pp. 49–5). Orlando.

[32]. Heuydong Kim Youngki Lee, T. S. (1999). Numerical Simulation of the Supersonic Flows in the Second Throat Ejector-Diffuser Systems. J. of Thermal Science Vol.8, No.4.

[33]. http://202.185.100.7/homepage/fluent/html/ug/main_pre.htm. FLUENT 5 User's Guide.

[34] Jacques PAULON « Ejecteurs » Technique de l'ingénieur [B 4 250]

[35]: F. BISEL, calculs numériques d'écoulements à nombre de Reynolds élevées avec Simulation semi-empirique de la turbulence .A.I.R.H.page 17-18, (1972).

[36]: G.GLUSHCO. Turbulent boundary layer on a flat plate in an incompressible fluid Invest. Acad. Nawk. SSSR MEKH, NOY, (1965).

[37]: W. P. JONES ET B.E LAUNDER: the prediction of laminarization with two equation Model of turbulence. INT. JL. Heat Mass transfer, vol. 15(n° 2): page 301-314, (1972).

[38]: JIUNG ZHU, calcul de jets turbulent confines avec recirculation, thèses de doctorat de L'institut national polytechnique de GRENOBLE, (1986).

[39]: M .RAHNEMA, M.YAGHOUBI and A .SABZERVARI, turbulent and flow patterns And pressure fields across a tall building Mechanical Engineering Department, Shiras IRAN Mechanical Engineering. Department university of Puerto Rico Mayaguez Puerto Rico Engineering vol 20 N°4, (1996).

[40]: Paul FERREY, Modèles aux tensions de REYNOLDS avec prise en compte de L'intermittence de frontière, thèse pour l'obtention du Grade de docteur de l'université de POITIERS.

[41]: Manual of Ansys ver 11, Ansys.inc, USA.

[42]: Diez P. et Smith R. W. (1993)"The Influence of Powder Agglomeration Methods on Plasma Sprayed Yttria Coatings", Journal of Thermal Spray Technology, 2, (2), pp.165-178.