REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINSTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université YAHIA FARES de MEDEA

Faculté de technologie

Département de Génie Mécanique



Projet de fin d'étude pour l'obtention de diplôme de

Master en Génie Mécanique

Option : Construction Mécanique

Thème

Analyse numérique de la déflexion centrale des plaques nano-composites renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués

Réalisé par :

- DOUAKH Meriem

- MOUSSAOUI Roumaissa

Dirigé par :

- Professeur ABDELLAH EL-HADJ Abdellah

2024 -2025

REMERCIEMENT

*Nous tenons tout d'abord à exprimer notre profonde gratitude à **Allah**, le Tout-Puissant, pour nous avoir guidés et soutenus tout au long de notre vie et dans la réalisation de ce travail.*

*Nous adressons également nos sincères remerciements à notre encadrant, le **Professeur Abdellah El-Hadj Abdellah**, pour son accompagnement précieux et ses conseils éclairés.*

Nous exprimons notre reconnaissance à l'ensemble des enseignants qui ont contribué à notre formation tout au long de notre parcours universitaire.

Enfin, nous remercions chaleureusement tous nos amis pour leur soutien et leur présence.

DEDICACES

Je dédie ce mémoire à mes très chers parents, en témoignage de ma reconnaissance infinie pour leurs précieux conseils, leurs innombrables sacrifices, et leur soutien indéfectible. Grâce à leur amour et à leur présence constante, j'ai pu poursuivre mes études dans les meilleures conditions et m'efforcer chaque jour de devenir une meilleure version de moi-même.

À mon mari bien-aimé, pour son amour, sa patience et son soutien moral tout au long de cette étape importante de ma vie.

À mes sœurs et à mon frère, pour leur affection, leur complicité, et leur encouragement tout au long de mon parcours.

À mes grands-parents, dont les prières, la tendresse et la sagesse m'ont toujours accompagnée et inspirée.

Douakh Meriem

DEDICACES

Je dédie ce mémoire à mes chers parents, pour leur amour inconditionnel, leurs précieux conseils et les innombrables sacrifices qu'ils ont faits pour m'offrir les meilleures chances de réussite. Leur soutien constant a été une source de motivation et de force tout au long de ce parcours.

À mes frères et sœurs, pour leur présence bienveillante et leurs encouragements sincères.

À mes grands-parents, dont les prières, la sagesse et l'amour m'ont toujours guidée et inspirée.

MOUSSAOUI Roumaissa

ملخص

تقدم هذه الأطروحة دراسة متعمقة لسلوك الانحناء للألواح المركبة المعززة بأنابيب نانوية كربونية موزعة بشكل متدرج عبر سمكها، مع الأخذ في الاعتبار الاعتماد على درجة حرارة الخواص الميكانيكية. تستند النمذجة إلى نظرية تشوه القص من الدرجة الأولى (FSDT) وطريقة العناصر المحدودة (FEM)، التي تم تنفيذها باستخدام برنامج ABAQUS. تم تحليل العديد من توزيع المعززات النانوية مثل (UD وFG-V وFG-O وFG-X). تبحث الدراسة تأثير مختلف المتغيرات مثل هندسة اللوحة، وشروط الحدود، وجزء حجم CNT، ومؤشر قانون القوة ودرجة الحرارة. وتكشف النتائج أن توزيع الأنابيب النانوية CNT يلعب دورًا أساسيًا في تحسين صلابة واستقرار الألواح المركبة، مما يفتح آفاقًا واعدة لاستخدامها في البيئات الميكانيكية الحرارية الصعبة.

الكلمات المفتاحية: سلوك الانحناء؛ الألواح المركبة المعززة بأنابيب نانوية كربونية المتدرجة وظيفياً (FG CNT-RC)؛ خصائص المواد المعتمدة على درجة الحرارة؛ نظرية تشوه القص من الدرجة الأولى (FSDT)؛ طريقة العناصر المحدودة؛ قاعدة المخاليط الموسعة.

RÉSUMÉ

Ce mémoire présente une étude numérique approfondie du comportement en flexion de plaques composites renforcées par des nanotubes de carbone distribués de manière fonctionnellement graduée (NTC-FG), tout en prenant en compte la dépendance des propriétés mécaniques à la température. La modélisation repose sur la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT) et la méthode des éléments finis (FEM), implémentée sous le logiciel ABAQUS. Plusieurs profils de distribution des NTC (UD, FG-V, FG-O et FG-X) ont été analysés. L'étude explore l'influence de divers paramètres tels que la géométrie des plaques, les conditions aux limites, la fraction volumique des NTC, l'indice de loi de puissance et la température. Les résultats obtenus révèlent que la distribution des NTC joue un rôle fondamental dans l'optimisation de la rigidité et de la stabilité des plaques composites, ouvrant des perspectives prometteuses pour leur utilisation dans des environnements thermomécaniques exigeants.

Mots-clés : Comportement en flexion ; composite renforcé par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (NTC-FG) ; propriétés des matériaux en fonction de la température ; théorie de la déformation en cisaillement du premier ordre (FSDT) ; méthode des éléments finis ; loi des mélanges étendue.

ABSTRACT

This thesis presents a comprehensive numerical study on the bending behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates (FG-CNTRCs), taking into account the temperature-dependent mechanical properties. The modeling is based on the First-order Shear Deformation Theory (FSDT) and the Finite Element Method (FEM), implemented using ABAQUS software. Various nanotube distribution patterns (UD, FG-V, FG-O, and FG-X) are examined. The study investigates the effects of key parameters including plate geometry, boundary conditions, nanotube volume fraction, power-law index, and temperature. The results demonstrate that the distribution of carbon nanotubes significantly influences the flexural performance of the composite plates, highlighting their potential in advanced structural applications exposed to complex thermomechanical conditions.

Keywords: Bending behaviour; functionally graded carbon nanotube-reinforced composite (FG CNT-RC); temperature-dependent material properties; first-order shear deformation theory (FSDT); finite element method; extended rule of mixtures.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciement……..... II

Dédicaces…….....III

ملخص……V

Résumé……...VI

Abstract……VII

Table des matières….....VIII

Liste des notations……..… XI

Liste des figures……... XVI

Liste des tableaux……... XVII

Introduction générale ……... 1

CHAPITRE 01 : GÉNÉRALITÉS ET SYNTH ÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES MATÉRIAUX NANO-COMPOSITE 4

1.1 Introduction…….5

1.1.1 Définition du matériau composite……5

1.1.2 Caractéristiques du matériau composite……...6

1.2 Classification des matériaux composites…….7

1.2.1 Classification suivant la géométrie (forme) des constituants……...7

1.2.1.1 Les matériaux composites à particules……..8

1.2.1.2 Les matériaux composites à fibres…….8

1.2.1.3 Les matériaux composites à paillettes……...9

1.2.1.4 Les nano-composites…….9

Figure 1.5 Nano-composites……10

1.2.2.1 Les composites à matrice polymère (organique)…….10

1.2.2.2 Les composites à matrice métallique……...10

1.2.2.3 Les composites à matrice céramique……...11

1.2.2.4 Les composites carbone-carbone……11

1.2.3 Classification suivant l'architecture des composites……...11

1.2.3.1 Introduction…….11

1.2.3.2 Stratifiés……..11

1.2.3.3 Composites sandwiches……...12

1.3 Applications des matériaux composites……14

1.4 Les Matériaux nano-composites……17

1.4.1 Nanotubes de carbone (NTC)…….18

1.5 Synthèse bibliographique sur le comportement mécanique des composites renforcés par les carbone nanotubes fonctionnellement gradués……24

CHAPITRE 02 : FORMULATION MATHÉMATIQUE 27

2.1 Analyse micromécanique d'une plaque nano-composite stratifié…….28

2.1.1 Introduction……28

2.1.2 Caractérisation géométrique et mécanique d'une multicouche renforcée par des nanofibres fonctionnellement gradué……..……28

2.1.3 Propriétés mécaniques du nanocomposite renforcé par les NTCs…….32

2.1.3.1 Loi des mélanges étendue……33

2.1.3.2 Approche de Mori-Tanaka……..34

2.1.4 Caractérisation géométrique d'une plaque stratifiée hybride renforcée par des nanofibres fonctionnellement gradué……..35

2.2 Analyse macromécanique d'une plaque nano-composite stratifié…….36

2.2.1 Champ des déplacements……36

2.2.2 Champ des déformations……37

2.2.3 Relation contraintes–deformations…….37

2.2.4 Résultantes et moments……..41

2.2.5 Equation constitutive……..42

2.2.6 Équations fondamentales des plaques stratifiées……43

2.3 Modélisation par logiciel commercial ABAQUS……..45

2.3.1 Introduction……45

2.3.2 Procédure numérique utilisant ABAQUS……..46

2.3.2.1 Dimensionnement de la pièce (Part)……46

2.3.2.2 Introduire les propriétés mécaniques……...47

2.3.2.2.1 Création du matériau (Create Material)……47

2.3.2.2.2 Création de la stratification du composite……48

2.3.2.3 Assemblage (Assembly)……..50

2.3.2.4 Définition de l'étape de calcul (Step)……..50

2.3.2.5 Chargement et conditions aux limites (Load & BCs)……51

2.3.2.5.1 Application de la charge……..51

2.3.2.5.2 Définition des conditions aux limites……...52

2.3.2.6 Maillage (Mesh)……..53

CHAPITRE 03 : RÉSULTATS ET DISCUSSION DE L'ANALYSE DE LA FLEXION DES PLAQUES NANO-COMPOSITES RENFORCÉES PAR LES NTCS FONCTIONNELLEMENT GRADUÉES 55

3.1 Introduction……...56

3.2 Études comparatives……..56

3.3 Études paramétriques……57

CONCLUSION GÉNÉRALE 66

RÉFÉRANCES 68

LISTE DES NOTATIONS

UD : Uniformément distribuée.

FG-A : Distribution forme A.

FG-V : Distribution forme V.

FG-O : Distribution forme O.

FG-X : Distribution forme X.

NTC : Nanotube de carbone.

f_r : Fraction volumique des nanofibres.

f_m : Fraction volumique de la matrice.

f_r^* : Fraction volumique totale des nanofibres.

w_r : Fraction massique des nanofibres.

N_L : Nombre de sous-couche.

P_{in} : Indice de puissance.

η_i ($i=1,2,3$) : Paramètres d'efficacité.

k_r, l_r, m_r, n_r, et p_r : Modules élastiques de Hill.

$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, F_{ij}$: Coefficients de rigidité respectivement en membrane, membrane–flexion, flexion et en cisaillement.

a, b, h : Respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur de la plaque.

a : Vecteur des déplacements globaux.

$\ddot{a}$: Vecteur des accélérations globales.

$[B_i]$: Matrice d'interpolation des déformations.

d_i : Vecteur des déplacements nodaux.

E : L'énergie cinétique totale de la plaque.

E_{11} : Module d'Young longitudinal.

E_{22} : Module d'Young transversal.

G_{12} : Module de cisaillement longitudinal.

G_{13}, G_{23} : Modules de cisaillement transversal.

M_x, M_y : Moments de flexion.

M_{xy} : Moment de torsion.

n : Nombre de pli.

N_x, N_y, N_{xy} : Résultantes en membrane.

Q_x, Q_y : Résultantes en cisaillement.

$[Q]$: Matrice de rigidité d'un pli exprimée dans le repère principal (*1, 2, 3*).

$[\bar{Q}]$: Matrice de rigidité d'un pli exprimée dans le repère du stratifié (*x, y, z*).

$[T]$: Matrice de changement de base des contraintes.

$[T']$: Matrice de changement de base des déformations.

u, v, w : Respectivement, les déplacements suivant les directions *x, y, z*.

V : Volume de la plaque.

(*x,y,z*) : Axes liés au stratifié.

(*1,2,3*) : Axes principaux liés au pli.

$\alpha_{i,j}$: Facteurs de correction en cisaillement.

γ : Déformation angulaire.

ε : Déformation linéaire.

θ : L'angle que font le repère (*1,2)* et le repère (*x,y)*.

ν_{12} , ν_{21} : Coefficients de Poisson.

ρ : La masse volumique d'un pli.

σ : Contrainte normale.

τ : Contrainte tangentielle.

ω : Déflection central de la plaque nano-composite.

$\bar{\omega}$: Déflection central adimensionnelle de la plaque nano-composite.

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 01 : GÉNÉRALITÉS ET SYNTH ÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES MATÉRIAUX NANO-COMPOSITE.

Figure 1.1 Matériaux composites ……6

Figure 1.2 Composites à particules ……8

Figure 1.3 Types de fibres et différentes façons de les disposer : (a) fibres continues (alignées) ; (b) fibre continue (alignée 0o-90o); (c) fibres discontinues ; (d) fibres discontinues (orientées de manière aléatoire) ; (e) fibre continue (fibres alignées multidirectionnelles) ……8

Figure 1.4 Composites à paillettes ……..9

Figure 1.5 Nano-composites ……10

Figure 1.6 Constitution d'un stratifié ……..……12

Figure 1.7 Matériaux sandwiches à âmes pleines ……..……13

Figure 1.8 Matériaux sandwiches à âmes creuses ……..……13

Figure 1.9 Différents types de structures composites ……14

Figure 1.10 Pièces composites sur des structures aéronautique (transport aérien civil) ...15

Figure 1.11 Bell Boeing V-22 Osprey helicopter ……..15

Figure 1.12 Une voiture à haut performance dont la carrosserie est fabriquée à partir de matériaux composites ……15

Figure 1.13 Raquette de tennis en carbone graphite ……..……16

Figure 1.14 Vélos de route en carbone ……..16

Figure 1.15 Un dispositif médical en matériaux composites ……17

Figure 1.16 Représentation schématique de la relation entre les nanotubes et le Graphène. (Les trois rectangles peuvent être enroulés autour d'eux-mêmes) ……20

Figure 1.17 Faisceau de nanotubes de carbone mono-feuillet (d = diamètre moyen des tubes) ……21

Figure 1.18 Nanotubes de carbone multi-feuillets, (a) Constitué d'un feuillet de Graphène enroulé en spirale; (b) Formé de feuillets de Graphène arrangés en cylindres concentriques ……21

Figure 1.19 Une FGM avec les fractions volumiques des phases constituantes graduées dans une direction ……..22

Figure 1.20 L'application potentielle des MFG …….23

Figure 1.21 Modèle analytique pour une couche de FGM (a) couches céramique-métal quasi-homogènes (b) variation continue de la fraction volumique de la phase matricielle ……24

Figure 1.22 La fraction volumique de métal sur toute l'épaisseur ……24

CHAPITRE 02 : FORMULATION MATHÉMATIQUE.

Figure 2.1 Système de coordonnées et géométrie d'une plaque fonctionnellement graduée……...28

Figure 2.2 Différents types de distribution des nanofibres ……...31

Figure 2.3 Variations de la fraction volumique des nanocharges le long de la direction de l'épaisseur pour les types de distribution UD, FG-V, FG-Λ, FG-O et FG-X…….32

Figure 2.4 Système de coordonnées et géométrie d'une plaque stratifiée hybride parfaitement collé composée des plis renforcés par les NTCs et des plis renforcés par le graphite……...35

Figure 2.5 Schéma d'une plaque stratifiée…….36

Figure 2.6 Directions principales dans un pli…….38

Figure 2.7 Changement du repère dans un pli……40

Figure 2.8 Dimensionnement de la plaque en utilisant ABAQUS…….47

Figure 2.9 Introduire la masse volumique (E_{11}, E_{22}, v_{12}, G_{12}, G_{13}, G_{23}) du plaque naon-composite……..48

Figure 2.11 Création de la stratification du composite……..49

Figure 2.12 Définir le nombre de plie comme 10 plies……..49

Figure 2.13 L'assemblage de la plaque composite…….50

Figure 2.14 Définition du type de l'analyse……51

Figure 2.15 application de la charge uniforme sur la plaque nano-composite……52

Figure 2.16 Définition des conditions aux limites des quatre bords de la plaque nano-composite……...52

Figure 2.17 Discrétiser (Maillage)de la géométrie de la plaque nano-composite en 40× 40 éléments……..53

Figure 2.18 La flèche centrale de la plaque nano-composite……54

Figure 2.19 Les contraintes les contraintes de von mises de la plaque nano-composite...54

CHAPITRE 03 : RÉSULTATS ET DISCUSSION DE L'ANALYSE DE LA FLEXION DES PLAQUES NANO-COMPOSITES RENFORCÉES PAR LES NTCS FONCTIONNELLEMENT GRADUÉES.

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 01 : GÉNÉRALITÉS ET SYNTH ÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES MATÉRIAUX NANO-COMPOSITE.

CHAPITRE 02 : FORMULATION MATHÉMATIQUE.

CHAPITRE 03 : RÉSULTATS ET DISCUSSION DE L'ANALYSE DE LA FLEXION DES PLAQUES NANO-COMPOSITES RENFORCÉES PAR LES NTCS FONCTIONNELLEMENT GRADUÉES.

Tableau 3.1 Propriétés élastiques du NTC……56

Tableux 3.2 Propriétés de la matrice PmPV……...57

Tableux 3.3 Paramètres d'efficacité pour des valeurs du NTC……..57

Tableau 3.4 Comparaison de la flèche centrale adimensionnelle pour des plaques composites renforcées par des NTC simplement appuyées avec Zhu et al. (2012)…...…57

Tableau 3.5 : Propretés mécaniques du NTC monoparoi (10,10), y compris la longueur (L = 9,26 nm), le rayon (R = 0,68 nm), l'épaisseur de la paroi (h = 0,067 nm)…...……..58

Tableau 3.6 : Propretés mécaniques du matrice PmPV……58

Tableau 3.7 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différents rapports b/h, modes de distribution des NTC et Pin. Avec a/b=1, $V^*_{CNT} = 0.11$ et T=300k……...59

Tableau 3.8 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différents rapports a/b, modes de distribution des NTC et Pin. Avec b/h=10, $V^*_{CNT} = 0.11$ et T=300k……...60

Tableau 3.9 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différents V^*_{CNT}, modes de distribution des NTC et Pin. Avec b/h=10, a/b=1 et T=300k……...61

Tableau 3.10 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différentes combinaisons de conditions limites, modes de distribution des NTC et Pin. Avec b/h=10, a/b=1 $V^*_{CNT} = 0.11$, et T=300k……62

Tableau 3.11 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous

l'effet de différentes températures pour les propriétés mécaniques, modes de distribution des NTC et Pin. Avec b/h=10, a/b=1 et $V_{CNT}^{*} = 0.11$……63

Tableau 3.12 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différentes sous l'effet de différentes températures pour les propriétés mécaniques, les fractions volumiques de NTC, modes de distribution des NTC et Pin. Avec b/h=10, a/b=1…….....65

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction générale :

Les avancées scientifiques et technologiques récentes dans le domaine des matériaux ont conduit à l'émergence de nouvelles classes de composites [1], capables de répondre aux exigences de performance imposées par les secteurs de l'aéronautique, de l'automobile, de l'électronique et de la biomécanique. Parmi ces matériaux, les nano-composites occupent une place de choix grâce à leurs propriétés mécaniques [2], thermiques et électriques exceptionnelles. Leur capacité à combiner légèreté, rigidité et adaptabilité en fait des candidats idéaux pour le développement de structures à haute efficacité fonctionnelle. Plus récemment, les matériaux composites fonctionnellement gradués (FGM) [9-11], caractérisés par une variation continue de leurs propriétés à travers une ou plusieurs dimensions, ont suscité un intérêt croissant pour leur aptitude à réduire les concentrations de contraintes et à améliorer la durabilité structurelle dans des environnements extrêmes.

L'intégration de nanotubes de carbone (NTC) dans des matrices polymères [19], métalliques ou céramiques a permis d'exploiter les performances exceptionnelles de ces nanostructures, tout en les adaptant à différentes contraintes d'application. Cependant, pour optimiser leur comportement, une distribution contrôlée et graduée des NTC dans l'épaisseur du matériau s'impose [41]. Ainsi sont nés les nano-composites fonctionnellement gradués à base de nanotubes de carbone (NTC-FG), qui offrent une synergie entre la gradation spatiale des renforts et la multifonctionnalité des matériaux à l'échelle nanométrique.

Ce mémoire s'inscrit dans cette dynamique de recherche en proposant une étude approfondie du comportement en flexion de plaques composites renforcées par des NTCs distribués selon divers profils gradués, et en tenant compte de la dépendance des propriétés mécaniques à la température. L'objectif principal est d'examiner le comportement statique de ces plaques en utilisant le logiciel commercial ABAQUS. Des modes de distributions des NTC – uniformes ou non – sont étudiés afin d'analyser leur influence sur la réponse en flexion des structures. Les paramètres tels que les rapports géométriques, les conditions aux limites, la fraction volumique des NTC, l'indice de loi de puissance et l'effet thermique sont également pris en compte dans une analyse paramétrique complète.

En définitive, ce mémoire vise à fournir des outils de compréhension et de simulation pour l'optimisation des nano-composites gradués, contribuant ainsi au développement de structures performantes et légères adaptées à des applications exigeantes.

CHAPITRE - 1 -

GÉNÉRALITÉS ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES MATÉRIAUX NANO-COMPOSITE

1.1 Introduction :

1.1.1 Définition du matériau composite :

Le mot « composite » signifie « constituer de deux ou plusieurs parties distinctes ». Ainsi, un matériau composé d'au moins deux matériaux ou phases distincts peut être considéré comme un matériau composite. Toutefois, les matériaux ne sont considérés comme composites que lorsque les phases constitutives ont des propriétés physiques considérablement différentes et que, par conséquent, les propriétés du matériau composite sont remarquablement différentes de celles du matériau constitutif. Par exemple, bien que des éléments supplémentaires soient souvent ajoutés aux métaux et aux plastiques pour différentes raisons (généralement pour des raisons commerciales), ils ne sont généralement pas considérés comme des matériaux composites, à moins que les éléments ajoutés modifient de manière significative les propriétés du matériau.

Dans le cas des métaux, les phases constitutives ont généralement des propriétés similaires (par exemple, le module d'élasticité) et ne sont pas fibreuses, avec une phase souvent en faible quantité. Les propriétés globales des alliages métalliques, comme l'acier, ne sont donc pas très différentes de celles des phases individuelles, de sorte qu'ils ne sont pas souvent considérés comme des composites. Toutefois, les alliages métalliques à deux phases peuvent être considérés comme des composites dans leur structure. Les plastiques, qui contiennent des additifs pour des raisons de coût, sont des composites, mais seulement si les additifs modifient de manière significative leurs propriétés. Ainsi, la classification de certains matériaux en tant que composites est souvent basée sur des cas où des changements significatifs de propriétés se produisent à la suite de la combinaison des constituants, et ces changements de propriétés seront généralement plus évidents lorsque l'une des phases est sous forme de plaquettes ou de fibres, lorsque la fraction volumique est supérieure à 10 %, et lorsque la propriété d'un constituant est beaucoup plus grande (≥5 fois) que l'autre.

Dans ce large domaine des matériaux composites, une définition peut être adoptée pour répondre aux besoins de chacun. Pour les besoins de ce cours, les composites peuvent être considérés comme des matériaux constitués de deux ou plusieurs composants chimiques distincts, à une échelle macroscopique, avec une interface distincte les séparant. Cette définition englobe les matériaux composites à base de fibres qui nous intéressent au premier degré dans ce texte. Cette définition englobe également de

nombreux autres types de composites qui ne sont pas traités spécifiquement dans ce cours.

1.1.2 Caractéristiques du matériau composite :

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. Dans le cas de plusieurs phases discontinues de natures différentes, le composite est dit hybride. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la matrice et la phase discontinue est appelée le renfort ou matériau renforçant (Figure 1.1). Une exception importante à la description précédente est le cas de polymères modifiés par des élastomères, pour lesquels une matrice polymère rigide est chargée avec des particules élastomères. Pour ce type de matériau, les caractéristiques statiques du polymère (module d'Young, contrainte à la rupture, etc.) ne sont pratiquement pas modifiées par l'adjonction de particules élastomères, alors que les caractéristiques au choc sont améliorées.

Les propriétés des matériaux composites résultent :

— des propriétés des matériaux constituants,

— de leur distribution géométrique,

— de leurs interactions, etc.

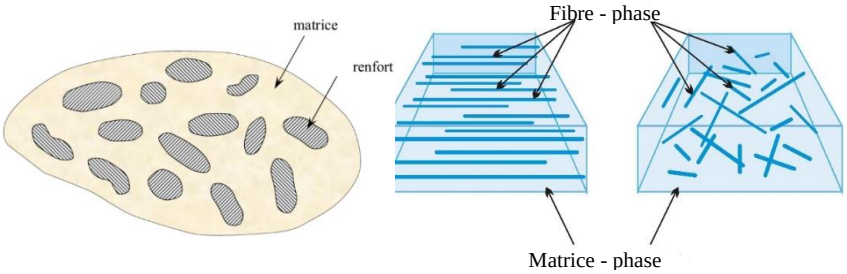


Figure 1.1 Matériaux composites.

Ainsi, pour accéder à la description d'un matériau composite, il sera nécessaire de spécifier :

— la nature des constituants et leurs propriétés,

— la géométrie du renfort, sa distribution,

— la nature de l'interface matrice-renfort.

La géométrie du renfort sera caractérisée par : sa forme, sa taille, la concentration du renfort, sa disposition (son orientation), etc. Si l'ensemble de ces paramètres concourt à déterminer les propriétés du composite, les modélisations descriptives ne tiendront compte que de certains paramètres, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu. Par exemple, la forme du renfort sera schématiquement approchée soit par des sphères, soit par des cylindres.

La concentration du renfort est habituellement mesurée par la fraction volumique (fraction en volume) ou par la fraction massique (fraction en masse). La concentration du renfort est un paramètre déterminant des propriétés du matériau composite.

Pour une concentration donnée, la distribution du renfort dans le volume du composite est également un paramètre important. Une distribution uniforme assurera une "homogénéité" du matériau : les propriétés du composite seront indépendantes du point de mesure. Dans le cas d'une distribution non uniforme du renfort, la rupture du matériau sera initiée dans les zones pauvres en renfort, diminuant ainsi la résistance du composite.

Dans le cas de matériaux composites dont le renfort est constitué de fibres, l'orientation des fibres détermine l'anisotropie du matériau composite. Cet aspect constitue une des caractéristiques fondamentales des composites : la possibilité de contrôler l'anisotropie du produit fini par une conception et une fabrication adaptée aux propriétés souhaitées.

1.2 Classification des matériaux composites :

Les matériaux composites peuvent être classés en trois classes, ils peuvent être classés suivant la forme des constituants (en d'autres termes la géométrie du renfort), suivant la nature des constituants (en d'autres termes la nature de la matrice), et aussi suivant l'architecture des composites.

1.2.1 Classification suivant la géométrie (forme) des constituants :

En fonction de la géométrie (forme) des constituants, les composites sont classés en quatre grandes classes : les matériaux composites à particules, les matériaux composites à fibres, les matériaux composites à paillettes et les nano-composites.

1.2.1.1 Les matériaux composites à particules :

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules (Figure 1.2). Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

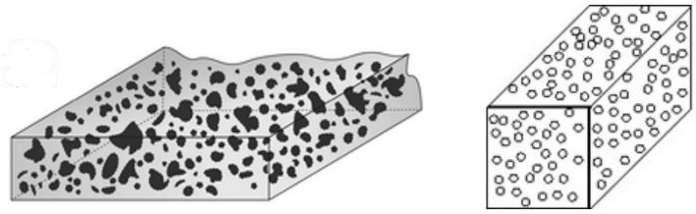


Figure 1.2 Composites à particules.

1.2.1.2 Les matériaux composites à fibres :

Un matériau composite est un composite à fibres si le renfort se trouve sous forme de fibres. Les fibres utilisées se présentent soit sous forme de fibres continues, soit sous forme de fibres discontinues : fibres coupées, fibres courtes, etc. Figure 1.3. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de moduler à la carte les propriétés mécaniques des matériaux composites, pour obtenir des matériaux allant de matériaux fortement anisotropes à des matériaux isotropes dans un plan.

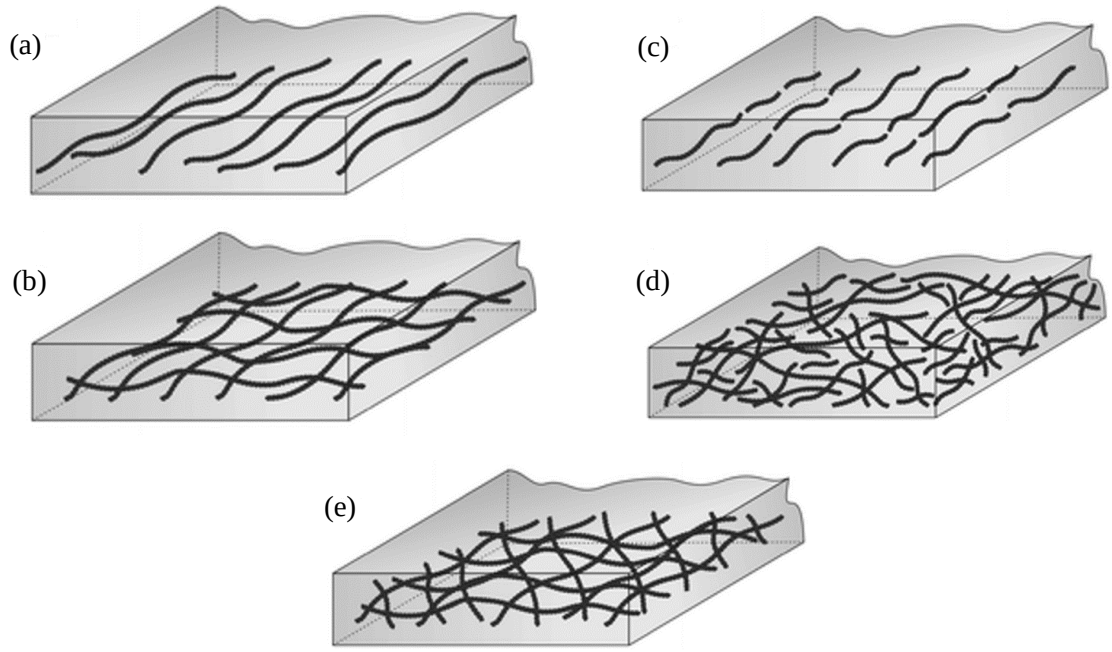


Figure 1.3 Types de fibres et différentes façons de les disposer : (a) fibres continues (alignées) ; (b) fibre continue (alignée 0^o-90^o); (c) fibres discontinues ; (d) fibres discontinues (orientées de manière aléatoire) ; (e) fibre continue (fibres alignées multidirectionnelles).

1.2.1.3 Les matériaux composites à paillettes :

Les composites à paillettes Figure 1.4 sont constitués de renforts plats. Les matériaux en paillettes typiques sont le verre, le mica, l'aluminium et l'argent.

Les composites à paillettes offrent des avantages tels qu'un module de flexion hors plan élevé, une plus grande résistance et un faible coût. Cependant, les paillettes ne peuvent pas être orientées facilement et seul un nombre limité de matériaux est disponible.



Paillettes de mica

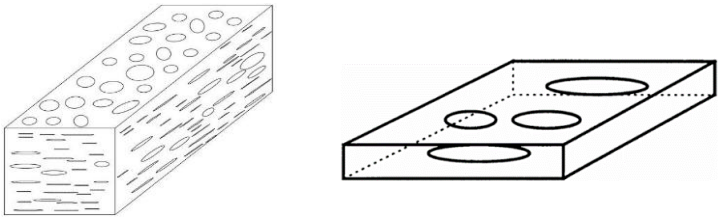


Figure 1.4 Composites à paillettes.

1.2.1.4 Les nano-composites :

Les nano-composites Figure 1.5 sont constitués de matériaux à l'échelle du nanomètre (10^{-9} m). Pour être considéré comme un nano-composite, il faut que l'un des constituants soit inférieur à 100 nm. À cette échelle, les propriétés des matériaux diffèrent de celles du matériau brut. En général, les matériaux composites avancés ont des constituants à l'échelle microscopique (10^{-6} m). En ayant des matériaux à l'échelle nanométrique, la plupart des propriétés du matériau composite résultant sont meilleures que celles à l'échelle microscopique. Toutes les propriétés des nano-composites ne sont pas meilleures ; dans certains cas, la ténacité et la résistance aux chocs peuvent diminuer.

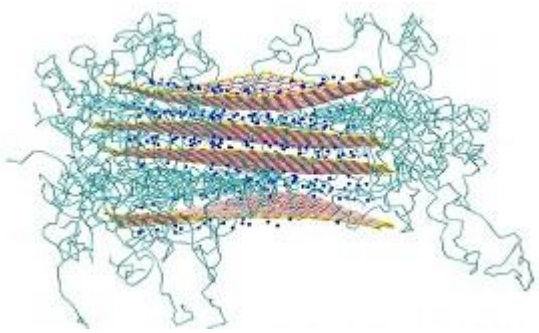


Figure 1.5 Nano-composites.

1.2.2 Classification suivant la nature des constituants :

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice polymère (organique), à matrice métallique à matrice céramique (minérale) et aussi des composites carbone/carbone. Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'associations ont actuellement un usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Ci-dessous, une brève description des trois types de composites en fonction de la nature du constituant est présentée :

1.2.2.1 Les composites à matrice polymère (organique) :

Parmi les composites avancés les plus courants sont les composites à matrice polymère (CMP) constitués d'un polymère (par exemple, époxy, polyester, uréthane) renforcé par des fibres de faible diamètre (par exemple, graphite, aramides, bore). À titre d'exemple, les composites graphite/époxy sont environ cinq fois plus résistants que l'acier, à poids égal. Les raisons pour lesquelles ils sont les composites les plus courants sont leur faible coût, leur résistance élevée et la simplicité de leurs principes de fabrication.

1.2.2.2 Les composites à matrice métallique :

Les composites à matrice métallique (CMM), comme leur nom l'indique, ont une matrice métallique. Les matrices de ces composites sont par exemple l'aluminium, le magnésium et le titane. Les fibres typiques sont le carbone et le carbure de silicium. Les métaux sont principalement renforcés pour augmenter ou diminuer leurs propriétés en fonction des besoins de la conception. Par exemple, la rigidité élastique et la résistance des métaux peuvent être augmentées, et les grands coefficients de dilatation thermique et

les conductivités thermique et électrique des métaux peuvent être réduits, par l'ajout de fibres telles que le carbure de silicium.

1.2.2.3 Les composites à matrice céramique :

Les composites à matrice céramique (CMC) sont constitués d'une matrice céramique telle que l'alumine-calcium et l'aluminosilicate renforcée par des fibres telles que le carbone ou le carbure de silicium.

1.2.2.4 Les composites carbone-carbone :

Les composites carbone-carbone utilisent des fibres de carbone dans une matrice de carbone. Ces composites sont utilisés dans des environnements à très haute température (jusqu'à 3315°C) et sont 20 fois plus résistants et 30 % plus légers que les fibres de graphite.

1.2.3 Classification suivant l'architecture des composites :

1.2.3.1 Introduction :

L'ensemble des procédés de mise en œuvre montre d'une conception des pièces en matériaux composites :

- Par surface : plaques, coques, poutres, …etc.
- Par stratification de couches successives.

Ce concept justifie l'importance qui sera donnée par la suite à l'étude des matériaux composites considérés sous la forme de plaques ou de coques, constituées de couches différentes (ou non).

1.2.3.2 Stratifiés :

Les stratifiés (Figure 1.6) sont constitués de couches successives (appelées parfois plis) de renforts (fils, stratifils, mats, tissus, etc.) imprégnés dans une matrice. Il existe différents types de stratifiés.

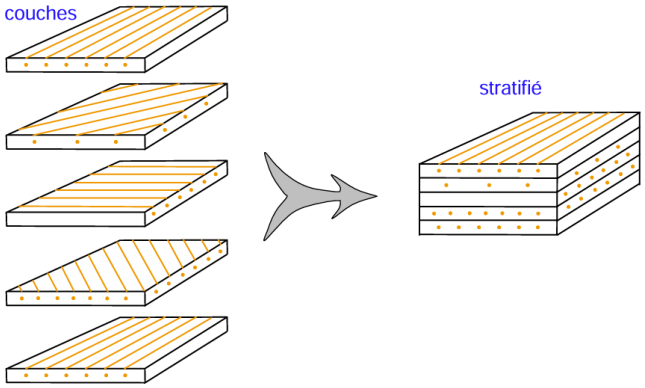


Figure 1.6 Constitution d'un stratifié.

1.2.3.3 Composites sandwiches :

Le principe de la technique sandwich consiste à appliquer sur une âme (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possédant de bonnes propriétés en compression) deux “feuilles”, appelées peaux, possédant de bonnes caractéristiques en traction. L'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité.

Généralement, le choix des matériaux est fait pour objectif initial d'avoir une masse minimale en tenant compte ensuite des conditions d'utilisation (conditions thermiques, corrosion, prix, etc.).

Les matériaux les plus couramment utilisés sont :

— Pour les âmes pleines (Figure 1.7) :

- Le balsa ou bois cellulaire ;
- Diverses mousses cellulaires ;
- Des résines chargées de microsphères creuses de verre, appelées mousses syntactiques ;
- etc. ;

— Pour les âmes creuses (Figure 1.8), essentiellement nid d'abeilles et profilés :

- Des alliages métalliques légers ;
- Du papier kraft (enduit ou non de résine) ;
- Du papier polyamide, type papier Nomex ;
- Etc. ;

Des âmes mixtes peuvent être utilisées.

Les peaux sont le plus souvent des stratifiés (verre, carbone, Kevlar) ou des feuilles d'alliages légers.

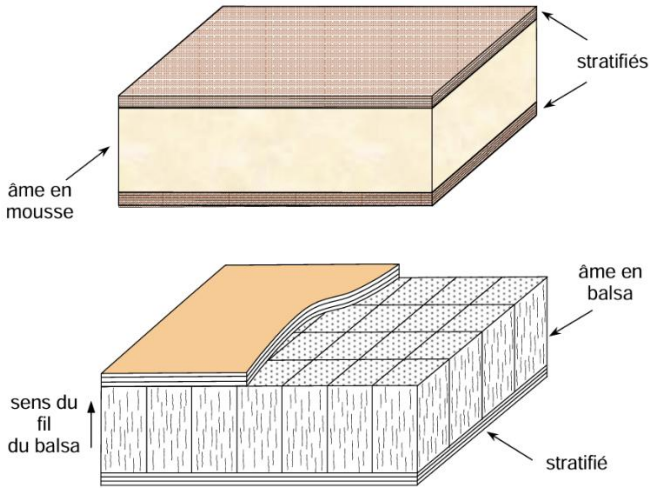


Figure 1.7 Matériaux sandwiches à âmes pleines.

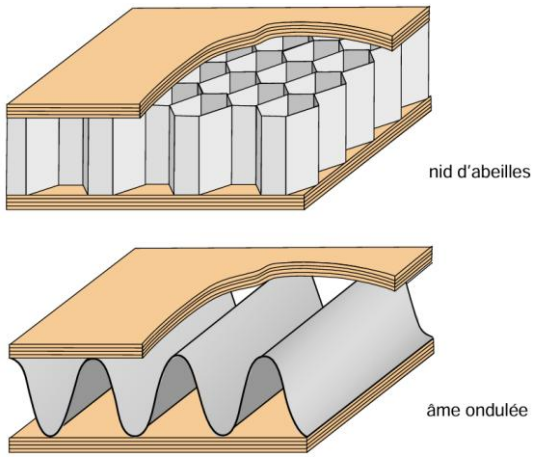


Figure 1.8 Matériaux sandwiches à âmes creuses.

Remarque : Il convient de noter que les matériaux composites peuvent prendre différents types de structures, notamment des poutres, des plaques et des coques (voir la Figure 1.9). Et leurs structures peuvent prendre différents types d'architecture, y compris des structures composites à une seule couche (monocouche), stratifiées ou en sandwich.

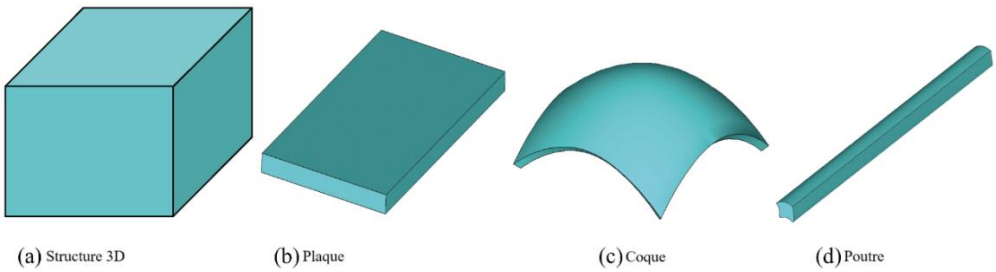


Figure 1.9 Différents types de structures composites.

1.3 Applications des matériaux composites :

Bien qu'encore peu généralisés face aux matériaux « classiques » disposant d'une avance historique en termes de savoir-faire et d'investissements au sein des usines de production, les composites prennent progressivement du poids dans les stratégies de différenciation et d'innovation industrielles. Devant répondre à des normes environnementales et de sécurité de plus en plus exigeante, les industriels cherchent à optimiser leur procédé de production par l'utilisation de nouveaux matériaux, tels que les matériaux composites.

Les composites trouvent aujourd'hui leurs principales applications dans le domaine des transports -l'aéronautique, l'automobile ou encore l'industrie ferroviaire Figures 10-12 dans lesquels la légèreté des matériaux est synonyme d'économie de consommation d'énergie. Longtemps confinés à des pièces secondaires, les industriels privilégient de plus en plus l'utilisation des matériaux composites dans leurs procédés de production afin d'alléger sensiblement les pièces d'équipement sans impacter leur solidité ni leur performance.



Figure 1.10 Pièces composites sur des structures aéronautique (transport aérien civil).



Figure 1.11 Bell Boeing V-22 Osprey helicopter.



Figure 1.12 Une voiture à haut performance dont la carrosserie est fabriquée à partir de matériaux composites.

Les constructeurs d'équipements sportifs ont eux aussi su tirer profit des matériaux composites pour améliorer les conditions d'utilisation et la praticité de leurs équipements Figure 13et 14. Tout en maintenant le caractère résistant et rigide des matériaux de sport, les composites permettent d'y associer d'autres propriétés spécifiques à l'utilisation du produit tels que la légèreté (plus de vitesse) ou la tenue aux conditions thermiques. Par exemple, la production de skis a été associée à des fibres de silice permettant de gagner en vitesse de glissement et en praticité.



Figure 1.13 Raquette de tennis en carbone graphite.



Figure 1.14 Vélos de route en carbone.

Plus récemment, les composites jouent un rôle croissant dans le secteur des dispositifs médicaux (implants dentaires, prothèses…) Figure 15. Malgré des contraintes importantes en termes de biocompatibilité, nécessitant plusieurs contrôles et examens, le caractère allégeant des dispositifs médicaux représente une amélioration des conditions de vie pour les patients concernés.



Figure 1.15 Un dispositif médical en matériaux composites.

1.4 Les Matériaux nano-composites :

Avec l'avènement des nanotechnologies et des nanosciences, les nanocomposites sont devenus un matériau de haute performance aux propriétés nanométriques uniques. Les nanocomposites sont des composites dans lesquels au moins une des phases (généralement la phase discontinue) présente une dimension à l'échelle nanométrique (1 à 100 nm). Les propriétés des nanocomposites dépendent des dimensions du matériau de la matrice qui peut être à l'échelle nanométrique, de la taille, du chargement, de l'orientation, de la forme et du degré de dispersion de la deuxième phase, qui peut également être à l'échelle nanométrique [1–3]. L'interaction entre la phase dispersée et la matrice joue également un rôle crucial dans l'amélioration des propriétés recherchées des nanocomposites.

Les nanocomposites sont actuellement utilisés dans un certain nombre de domaines et de nouvelles applications sont continuellement développées. Les applications des nanocomposites comprennent [9]:

- Condensateurs à couche mince pour puces informatiques
- Électrolytes polymères solides pour batteries.
- Pièces de moteurs automobiles et réservoirs de carburant
- Turbines et pales
- Barrières à oxygène et à gaz
- Emballages alimentaires

En général, les nanocomposites sont classés en trois types principaux en fonction du matériau de la matrice [1]:

- Nano-composites à matrice céramique (CMC)
- Nano-composites à matrice métallique (MMC)
- Nano-composites à matrice polymère (PMC)

Parmi ces trois types des nano-composites, les PMC sont plus appropriés pour les applications industrielles en raison de leur nature légère et ductile. Cependant, ils

présentent de mauvaises propriétés mécaniques, thermiques, électriques et autres propriétés physiques par rapport aux MMC et CMC. Ces propriétés peuvent être améliorées de manière significative en renforçant la matrice polymère avec un nanomatériau approprié, généralement appelé nanocharges, dans une seconde phase. les nanocharges peuvent modifier de manière appropriée les propriétés de la matrice polymère lorsqu'elles sont incorporées en utilisant des procédures de synthèse appropriées telles que l'intercalation en fusion, la polymérisation in situ, le processus sol-gel et la synthèse de matrice [1]. Certaines des nanocharges couramment utilisées dans les PMC sont les nano-oxydes, les nano-argiles, les nanotubes de carbone (NTCs), les plaquettes de Graphène (PLGs) et les nanoparticules métalliques. Les matrices polymères renforcées de nanocharges sont largement étudiées pour leurs propriétés uniques et spéciales exposées dans la synergie entre la matrice et les nanocharges. Cela a ouvert la voie aux chercheurs pour préparer des PMC avec des propriétés ajustables telles que des propriétés thermiques, électriques, mécaniques et optiques.

Les NTCs et les PLGs sont deux nanomatériaux à base de carbone technologiquement importants qui devraient révolutionner dans un proche avenir le domaine des structures renforcées (en tant que charges), de l'électronique et de l'énergie. Dans ce qui suit, nous discuterons des caractéristiques des différents types de NTC.

1.4.1 Nanotubes de carbone (NTC) :

Les nanotubes de carbone (NTCs) sont des tubes en carbone avec des diamètres généralement mesurés en nanomètres. Les NTCs ont été découverts en 1991 par S. Iijima [5] comme sous-produit mineur de la synthèse du fullerène. Des progrès importants ont été réalisés au cours des 30 dernières années, notamment la découverte de deux principaux types de nanotubes (mono-feuillet et multi-feuillets) ; de grands progrès ont été accomplis dans leur purification et leur synthèse, l'élucidation des propriétés physiques fondamentales, et des étapes cruciales sont prises vers des applications pratiques réalistes.

En raison de ses excellentes propriétés mécaniques, thermiques et électriques, le NTC est largement utilisé comme matériau de renforcement à l'échelle nanométrique pour développer de nouveaux nanocomposites multifonctionnels. Les NTCs dans les matrices polymères peuvent potentiellement améliorer la rigidité et la résistance des composites de manière significative par rapport à ceux renforcés avec des fibres de carbone

conventionnelles. Il est bien connu que les NTCs ont de grandes propriétés de module de Young, de limite d'élasticité, de flexibilité et de conductivité. En plus de ce qui précède, ils ont des résistances 20 fois supérieures à celles des alliages d'acier à haute résistance, à moitié plus denses que l'aluminium, et la capacité de transport de courant est 10000 fois celle du cuivre [6,7]. Cependant, conserver ces propriétés exceptionnelles à une échelle macro pose un défi considérable.

Un nanotube de carbone est composé d'un ou plusieurs feuillets de Graphène (i.e. plan graphitique dans lequel les atomes de carbone sont organisés selon un réseau hexagonal à l'image d'un nid d'abeilles) enroulés, suivant un rayon de courbure nanométrique, de façon à former une structure cylindrique. L'angle d'enroulement du feuillet de Graphène, appelé hélicité (θ). Cet angle varie de 0 à 30° compte tenu de la symétrie du réseau hexagonal et permet de classer toutes les configurations possibles en trois catégories appelées « chaise », « zig-zag » et « chirale » (voir la Figure 1.16) [8].

En fait, il existe deux types de nanotubes de carbone :

- Les nanotubes de carbone mono-feuillet, nommés également mono-paroi ou mono-couche (single-wall carbon nanotubes - SWCNT) sont constitués d'un feuillet de Graphène enroulé sur lui-même et qui peut être fermé à ses deux extrémités par une demi-molécule de fullerène (extrémités coniques, polygonales ou sphériques). Les nanotubes de carbone mono-feuillet se regroupent lors de leur synthèse sous forme de fagots, aussi appelés faisceaux, à la manière des cordes. Dans chaque faisceau, les tubes s'empilent de façon compacte et constituent un arrangement périodique de symétrie triangulaire comme schématisé sur la Figure 1.17. Leur nombre peut atteindre plusieurs dizaines dans un faisceau ;
- Les nanotubes de carbone multi-feuillets également appelés multi-parois ou multi-couches (multi-wall carbon nanotubes - MWCNT) sont constitués de plusieurs feuillets de Graphène (de 2 à 50) enroulés les uns autour des autres. Deux configurations différentes, basées soit sur un emboîtement de feuillets de Graphène arrangés en cylindres concentriques dit en « poupées russes », soit sur l'enroulement d'un unique feuillet de Graphène en spirale dit en « parchemin », peuvent être rencontrées (voir. Figure 1.18).

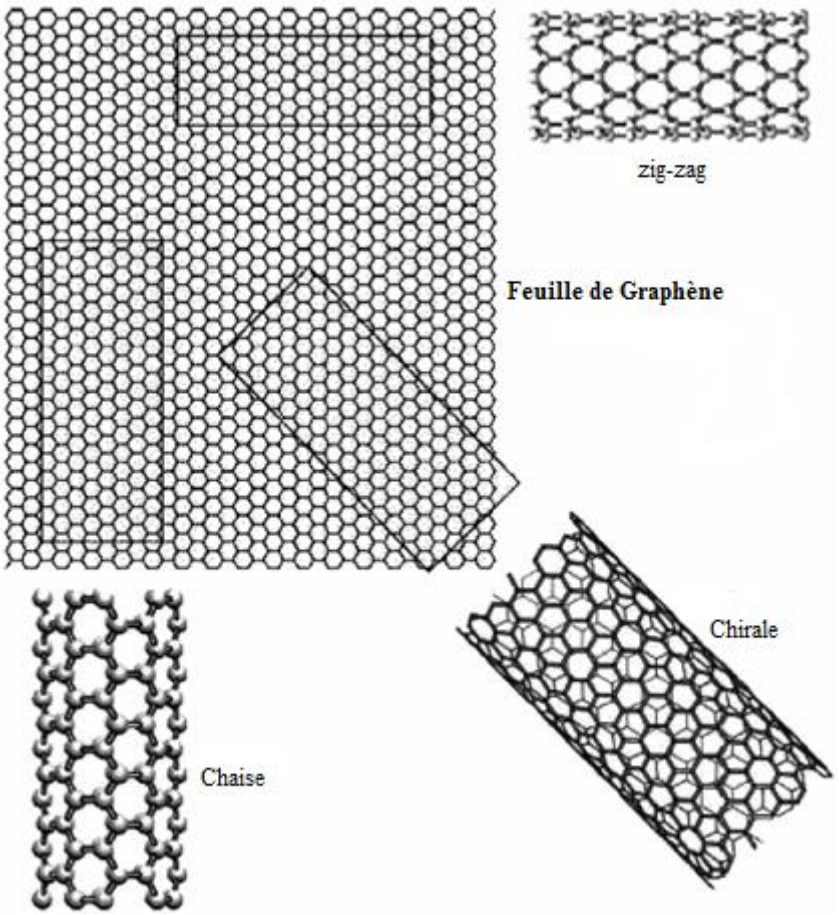


Figure 1.16 Représentation schématique de la relation entre les nanotubes et le Graphène. (Les trois rectangles peuvent être enroulés autour d'eux-mêmes).

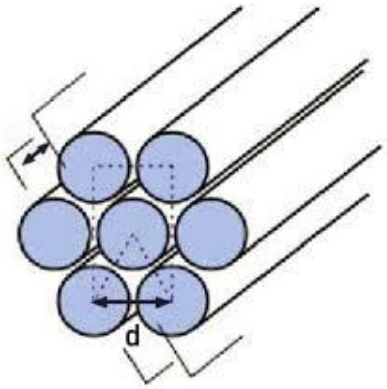


Figure 1.17 Faisceau de nanotubes de carbone mono-feuillet (d = diamètre moyen des tubes).

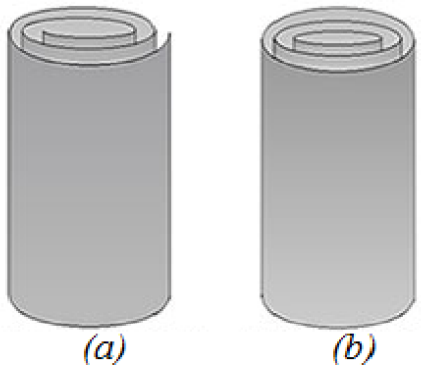


Figure 1.18 Nanotubes de carbone multi-feuillets, (a) Constitué d'un feuillet de Graphène enroulé en spirale ; (b) Formé de feuillets de Graphène arrangés en cylindres concentriques.

1.4.2 Matériaux fonctionnellement graduées (FGM) :

En raison de l'ambition accrue dans les différents domaines des applications d'ingénierie tels que l'industrie aéronautique, la nécessité de créer un matériau composite léger avec des rapports rigidité / poids et résistance / poids élevés est également accrue. Le matériau composite conventionnel ne peut toujours pas être utilisé dans des environnements à haute température. Généralement, les métaux, y compris l'acier et l'aluminium, sont utilisés dans le domaine de l'ingénierie depuis des années en raison de leur résistance et de leur dureté exceptionnelle. Cependant, comme pour le matériau composite traditionnel, la résistance du métal est réduite en raison de la condition à haute température. Contrairement aux matériaux métalliques, les matériaux céramiques présentent d'excellentes caractéristiques de résistance à la chaleur et une faible dureté.

Récemment, un matériau d'ingénierie avancé, connu sous le nom de matériaux fonctionnellement gradué (FGM), a été introduit comme une nouvelle classe de matériaux composites capables de supporter l'environnement de travail difficile, sans défaillance et sans perdre ses propriétés pendant le service [9,10]. Le concept des FGMs est totalement différent du matériau composite traditionnel, qui sont soit deux matériaux différents assemblés comme dans le cas des matériaux composites stratifiés, soit des mélanges homogènes qui impliquent un compromis entre les propriétés des matériaux constitutifs. Une FGM typique est un composite inhomogène composé de deux phases différentes de constituants du matériau (généralement céramique et métal). Un exemple d'un tel matériau est illustré dans la Figure 1.19 où des particules sphériques sont incorporées dans une matrice isotrope [11].

Les propriétés des matériaux constitutifs des FGMs montrent un changement régulier et continu d'une surface à l'autre en fonction du changement progressif de leur fraction volumique, éliminant ainsi les concentrations de contraintes thermiques atténuantes et les problèmes d'interface. En effet, les constituants céramiques des FGMs sont capables de supporter des environnements à haute température en raison de leurs caractéristiques de résistance thermique élevées, tandis que les constituants métalliques donnent une performance mécanique plus forte et une possibilité réduite de fracture catastrophique. [12].

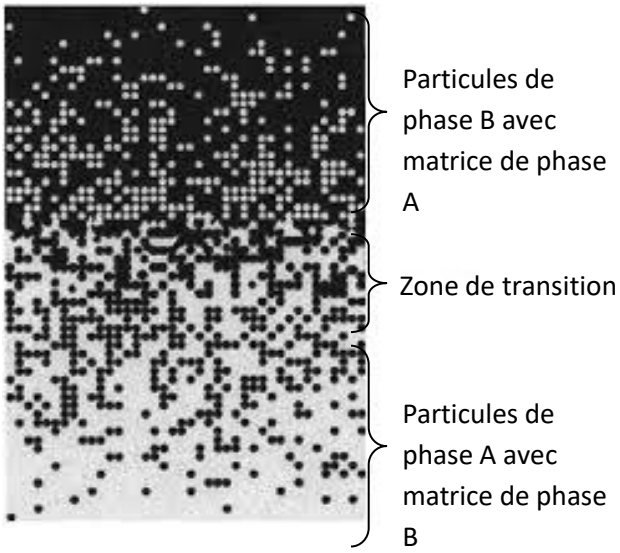


Figure 1.19 Une FGM avec les fractions volumiques des phases constituantes graduées dans une direction.

L'utilisation du matériau fonctionnellement graduée dans les applications d'ingénierie a été proposée pour la première fois au début des années 1980 par des chercheurs japonais. lorsqu'ils ont été confrontés à un problème nécessitant un type de matériau composite pouvant supporter une différence de température très élevée dans un projet d'avion spatial [13]. Le procédé exigeait qu'un côté des matériaux composites supporte une température d'environ 2000 K, dans laquelle cette température ne devrait pas être transmise à l'autre côté du matériau composite. Autrement dit, le corps de l'avion a besoin d'un matériau composite qui sera exposé à un gradient de température d'environ 1000 K, entre l'intérieur et l'extérieur de l'avion spatial. À partir de là, les FGMs ont été initialement conçues comme des matériaux de barrière thermique pour les réacteurs de fusion et les structures aérospatiales. Depuis lors, les efforts visant à développer des matériaux hautement résistants utilisant les FGM se sont poursuivis. On peut noter que la plupart des premières

études de recherche sur les FGMs étaient davantage axées sur la mécanique de la rupture et l'analyse des contraintes thermiques.

Les FGMs sont maintenant développées pour une utilisation générale comme les composants structurels dans des environnements à haute température. Des applications des FGMs ont récemment été rapportées dans la littérature, par exemple, les capteurs de FGM [14] et actionneurs [15], armure en métal / céramique [16], Photodétecteurs [17], et implant dentaire [18]. La Figure 1.20 montre les potentielle applications des MGF.

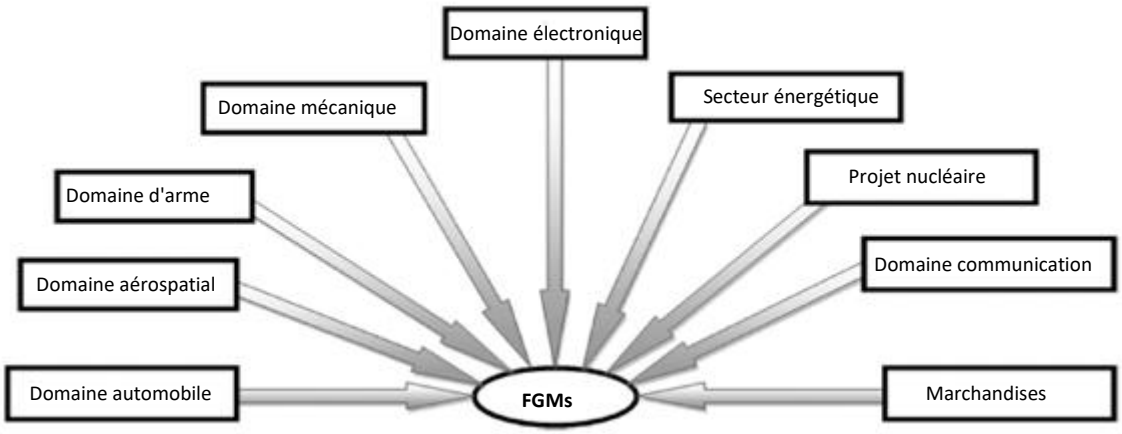


Figure 1.20 L'application potentielle des MFG.

Plusieurs FGMs sont fabriqués par deux phases de matériaux aux propriétés différentes. Étant donné que la fraction volumique de chaque phase varie progressivement dans la direction de gradation (généralement la direction de l'épaisseur), les propriétés mécaniques des FGMs varient le long de cette direction. Par conséquent, nous avons deux approches différentes pour modéliser les FGMs [12]. Pour le premier choix, on suppose une variation par sous-couches de la fraction volumique de l'un des constituants (céramique ou métal). Chaque sous-couche de la FGM est supposée avoir la même fraction volumique et une quantité graduelle de celle-ci d'une sous-couche à l'autre, c'est-à-dire des couches céramique-métal quasi-homogènes (Figure 1.21 (a)). Pour le deuxième choix, la fraction volumique de la céramique ou du métal est supposée varier sous forme continue (Figure 1.22 (b)), dans laquelle la fraction volumique du métal peut être donnée en termes de Z comme suit :

$$V_m = (\frac{1}{2} + \frac{z}{h})^N \qquad (1.1)$$

où h est l'épaisseur de la structure et N $(0 \leq N \leq \infty)$ est un exposant de fraction volumique (indice de loi de puissance), qui dicte le profil de variation du matériau à travers l'épaisseur de l'FGM. La Figure 1.22 illustre le nombre infini de compositions de distribution dans lesquelles les formes linéaires et non linéaires sont considérées.

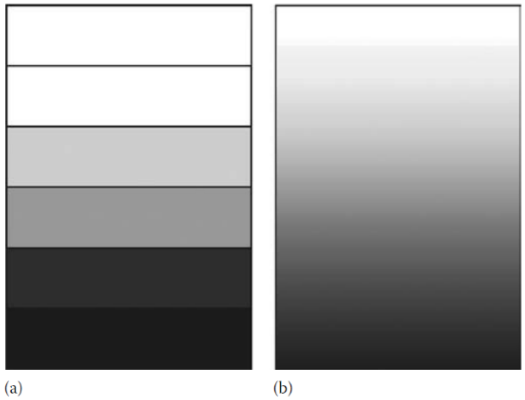


Figure 1.21 Modèle analytique pour une couche de FGM (a) couches céramique-métal quasi-homogènes (b) variation continue de la fraction volumique de la phase matricielle.

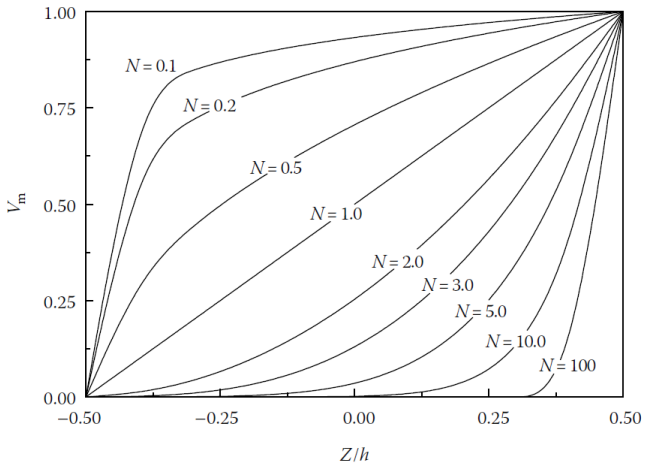


Figure 1.22 La fraction volumique de métal sur toute l'épaisseur.

1.5 Synthèse bibliographique sur le comportement mécanique des composites renforcés par les carbone nanotubes fonctionnellement gradués :

La création des nanotubes de carbone (NTC) par Iijima [5] a représenté une avancée révolutionnaire dans la science des matériaux, en raison de leurs propriétés mécaniques, thermiques et électriques exceptionnelles. Ces nanomatériaux sont reconnus pour leur grande résistance à la traction, leur faible densité et leur conductivité thermique et électrique supérieure, ce qui les rend essentiels pour le développement de matériaux

composites avancés. L'ajout de NTC dans des matrices polymères et métalliques a considérablement augmenté la rigidité, la résistance et la stabilité thermique, ce qui permet leur application dans l'aérospatiale, l'automobile et l'ingénierie structurelle. Les composites renforcés par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (NTC-FG) sont apparus comme une classe distincte de matériaux fonctionnellement gradués (FGM), définis par des compositions qui changent dans l'espace pour améliorer les performances. Les NTC-FG utilisent des placements non uniformes de NTC pour obtenir des réponses mécaniques sur mesure, telles qu'une meilleure résistance à la flexion et une meilleure résilience vibratoire. Ces composites avancés présentent un potentiel considérable pour la conception de structures légères mais solides dans des conditions thermiques et mécaniques difficiles.

Le profil de distribution des NTC est l'un des facteurs les plus déterminants pour les propriétés mécaniques des plaques FG-CNTRC. Shen [19] a été le premier à explorer la flexion non linéaire dans des conditions thermiques, en introduisant le concept de distributions de NTC à fonctionnellement gradué. Ansari et al. [20] et Quoc et al. [21] ont analysé le flambement et les comportements vibratoires dans des conditions variables, montrant que les côtés encastrés offrent plus de résistance que les côtés simplement supportés. Rout et Hota [22] et Kallannavar et al. [23] ont étudié l'impact de l'humidité et de la température sur les plaques stratifiées, révélant des effets significatifs sur la stabilité et la rigidité. Lazar et al. 24 et Mehar et al. [25] ont noté que la modification des rapports d'aspect peut optimiser les caractéristiques de rigidité et de flexion, contribuant ainsi à la création de structures à la fois légères et solides. Des méthodes numériques et analytiques avancées ont été développées pour analyser les plaques NTC-FG. Liu et al. [26] ont utilisé l'analyse isogéométrique pour obtenir une grande précision dans l'évaluation de la flexion et des vibrations. En outre, Guo et al. [27] et Guo et al. [28] ont utilisé des techniques énergétiques basées sur l'apprentissage profond pour la flexion et le flambement, démontrant l'efficacité des approches de calcul avancées. Les méthodes sans maillage, telles que celles utilisées par Shams et al. [29], constituent une stratégie polyvalente pour examiner les grandes déformations dans les NTC-FG. Van Do et Lee [30] ont étudié le comportement de flexion non linéaire de plaques composites renforcées par des NTC sous charge thermique et combinée thermique-mécanique. En utilisant un cadre d'analyse isogéométrique ainsi que la théorie des plaques déformables par cisaillement Quasi-3D, ils ont démontré l'influence des fractions de volume de NTC, des

modèles de distribution et des conditions aux limites sur la performance en flexion. Leurs résultats fournissent des indications précieuses sur les effets de couplage thermomécanique et établissent des solutions de référence pour les matériaux nanocomposites avancés.

Malgré des recherches approfondies, des lacunes importantes subsistent dans l'analyse de la flexion des plaques FG-CNTRC soumises à des distributions non uniformes de nanotubes de carbone. Pour répondre à cette lacune, cette étude présente la première analyse approfondie de la flexion des plaques composites renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement gradués (NTC-FG) linéaires et non linéaires en incorporant les effets des caractéristiques des matériaux dépendant de la température. En utilisant la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT), les équations directrices sont formulées et résolues à l'aide de la méthode des éléments finis pour évaluer la déflexion centrale des plaques nanocomposites. L'analyse étudie soigneusement les influences de la géométrie de la plaque (rapports longueur/largeur et largeur/épaisseur), de la fraction de volume de NTC, des conditions limites, ainsi que des distributions linéaires et non linéaires de NTC sur la déflexion centrale des plaques NTC-FG à gradation fonctionnelle. Cette recherche fournit des indications précieuses pour la conception et l'optimisation des matériaux NTC-FG à gradation fonctionnelle dans diverses applications d'ingénierie.

CHAPITRE - 2 -

FORMULATION MATHÉMATIQUE

2.1 Analyse micromécanique d'une plaque nano-composite stratifié :

2.1.1 Introduction :

L'objective de ce chapitre consiste à présenter les caractéristiques géométriques considérant différents types des distributions des nano-renforts et les caractéristiques mécaniques des nano-composites où différentes approches de prédiction des propriétés mécaniques du nano-composite sera discuté. Aussi ce chapitre a pour objectif de développer les équations fondamentales des plaques stratifiées, où la théorie utilisée est celle de la déformation du premier ordre (FSDT).

2.1.2 Caractérisation géométrique et mécanique d'une multicouche renforcée par des nanofibres fonctionnellement gradué :

Considérons une plaque composite multicouche de propriétés mécaniques fonctionnellement graduées constituée d'un mélange de nanofibres à base de carbone (NTC ou PLG) et d'une matrice polymère isotrope. La plaque de dimensions a $(0 \leq x \leq a) \times b$ $(0 \leq y \leq b) \times h$ $(-h/2 \leq z \leq h/2)$ est rapportée à un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) comme le montre la Figure 2.1. La plaque est subdivisée suivant son épaisseur à un nombre de sous-couches N_L d'épaisseur égale, donnée par $h_L = h/N_L$. Les nanofibres sont dispersées de manière homogène dans le plan (x, y) et graduellement répartie dans l'épaisseur en suivant différents types de distributions à savoir ; uniformément distribuée (UD), fonctionnellement gradué (FG) en forme de V (FG-V), en forme de O (FG-O) et en forme de X (FG-X).

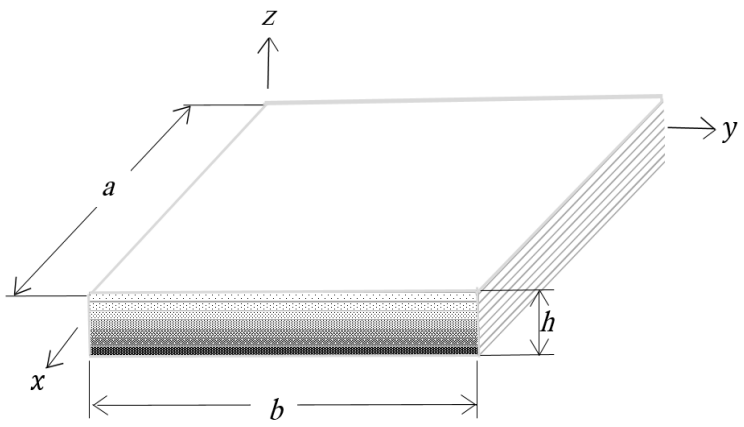


Figure 2.1 Système de coordonnées et géométrie d'une plaque fonctionnellement graduée.

Comme le montre la Figure 2.2, dans le type UD, les nanofibres sont réparties d'une manière équitable à travers toute l'épaisseur de multicouche, par contre, dans les types FG-V, FG-Λ, FG-O et FG-X, les nano-renforts sont réparties d'une manier graduelle et linéaire ou non-linéaire. Le type FG-V permet d'avoir une répartition des nanofibres forte sur la surface supérieure de la plaque, autrement dit la fraction volumique des nanofibres est maximale, elle décroit graduellement jusqu'à la surface inférieure, où elle arrive à un taux de répartition des nanofibres très faible, le phénomène inverse est observé dans le cas du type FG-Λ. Le modèle FG-X présente une répartition des nanofibres forte sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque, alors que sur la surface moyenne la répartition des nanofibres est faible. Quant au type FG-O, la répartition est inversée par apport au type FG-X.

En fonction du type des distributions présentées auparavant, la fraction volumique des nanofibres dans une sous-couche *k* peut être exprimée sous la forme suivante [31,32]:

UD: $$V_{CNT}^{(k)} = V_{CNT}^{*} \tag{2.1}$$

FG-V: $$V_{CNT}^{(k)} = V_{CNT}^{*}(\mathrm{P_{in}}+1)\left(\frac{k-0.5}{N_L}\right)^{\mathrm{P_{in}}} \tag{2.2}$$

FG-Λ: $$V_{CNT}^{(k)} = V_{CNT}^{*}(\mathrm{P_{in}}+1)\left(\frac{0.5-k+N_L}{N_L}\right)^{\mathrm{P_{in}}} \tag{2.3}$$

FG-O : $$V_{CNT}^{(k)} = V_{CNT}^{*}(\mathrm{P_{in}}+1)\left(1-\frac{|2k-N_L-1|}{N_L}\right)^{\mathrm{P_{in}}} \tag{2.4}$$

FG-X : $$V_{CNT}^{(k)} = V_{CNT}^{*}(\mathrm{P_{in}}+1)\left(\frac{|2k-N_L-1|}{N_L}\right)^{\mathrm{P_{in}}} \tag{2.5}$$

où

$k = 1,2,3... \ N_L$,

$\mathrm{P_{in}}$ l'indice de puissance (permettant le contrôle de la forme de distribution des nanofibres)

et V_{CNT}^{*} est la fraction volumique totale du nanotube de carbone où il peut s'exprimer comme suit:

$$V_{CNT}^{*} = \frac{w_r}{w_r + (\rho^r / \rho^m)(1 - w_r)} \tag{2.6}$$

avec w_r la fraction massique des nanofibres; et ρ^r, ρ^m sont respectivement les masses volumique des nanofibres et de la matrice polymère.

Afin de faire une comparaison significative entre les différents modèles de distribution des nanofibres, il convient de noter que les profils fonctionnellement gradués et uniformes auront la même fraction volumique totale des nanofibres.

Dans le but de donner plus d'explications sur la dispersion des nanofibres à travers l'épaisseur de la plaque, la Figure 2.3 montre la variation du rapport des fractions volumiques des nanofibres ($V_{CNT}^{(k)} / V_{CNT}^{*}$) en fonction de l'épaisseur de la plaque pour différents types de distributions des nano-renforts et différents valeurs de l'indices de puissance. Comme le montre la figure, le type UD représente un cas particulier, les nanofibres sont réparties de manière équitable à travers l'épaisseur de la plaque résultant un rapport $V_{CNT}^{(k)} / V_{CNT}^{*}$ constant quel que soit les valeurs de *z/h*. Pour les autres types de distribution (non-uniformes), le rapport des fractions volumiques varie sous une forme linéaire dans le cas où P_{in}=1 et d'une forme non linéaire pour les autres valeurs de P_{in} (0.4, 0.8, 1.4, et 1.8), de plus, on observe que les rapports de fraction volumique $V_{CNT}^{(k)} / V_{CNT}^{*}$ varient d'une manière symétrique par rapport au *z/h* pour les plaques de type UD, FG-O et FG-X et de manière non-symétrique pour les plaques du types FG-V et FG-Λ.

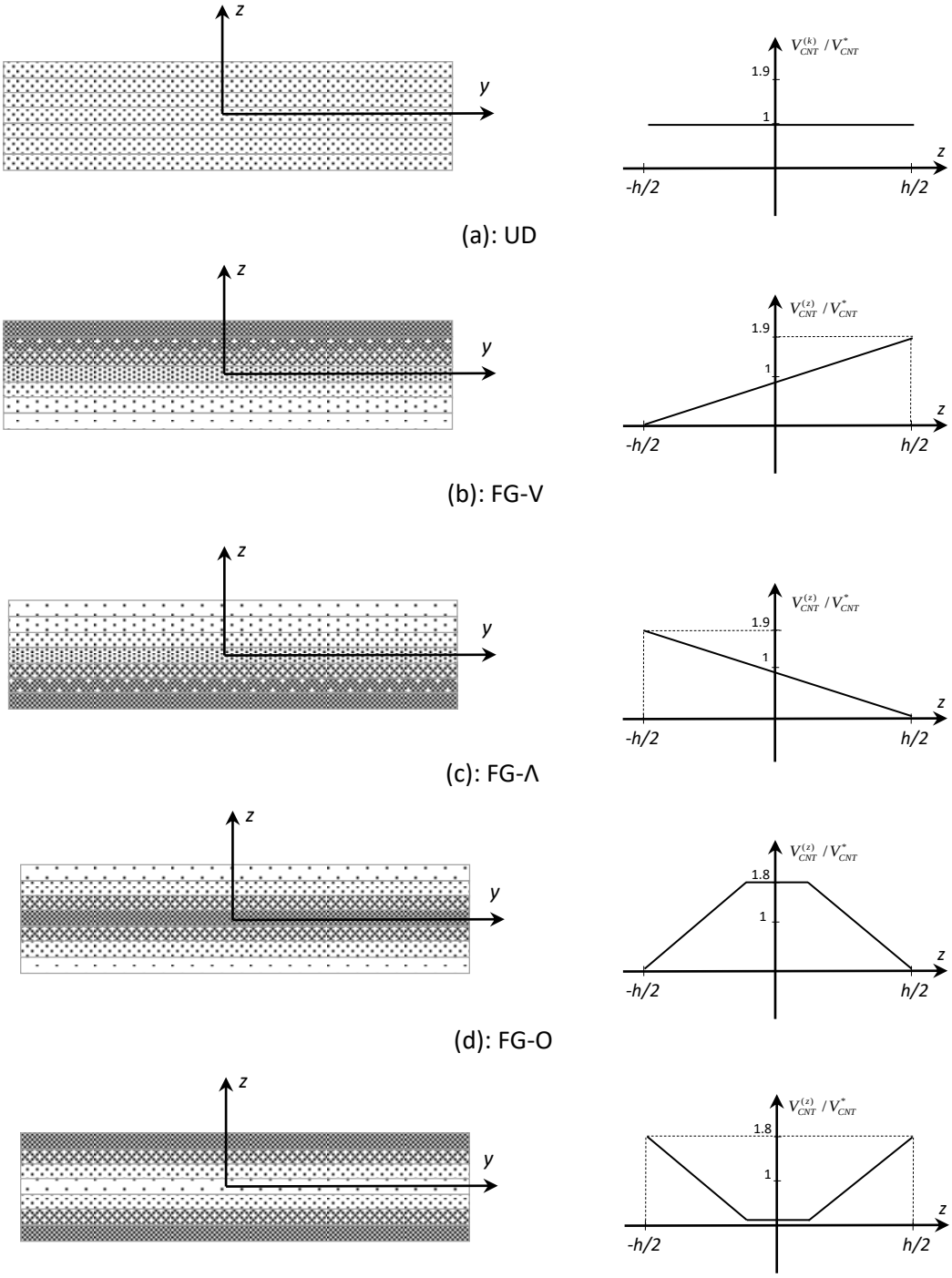


Figure 2.2 Différents types de distribution des nanofibres.

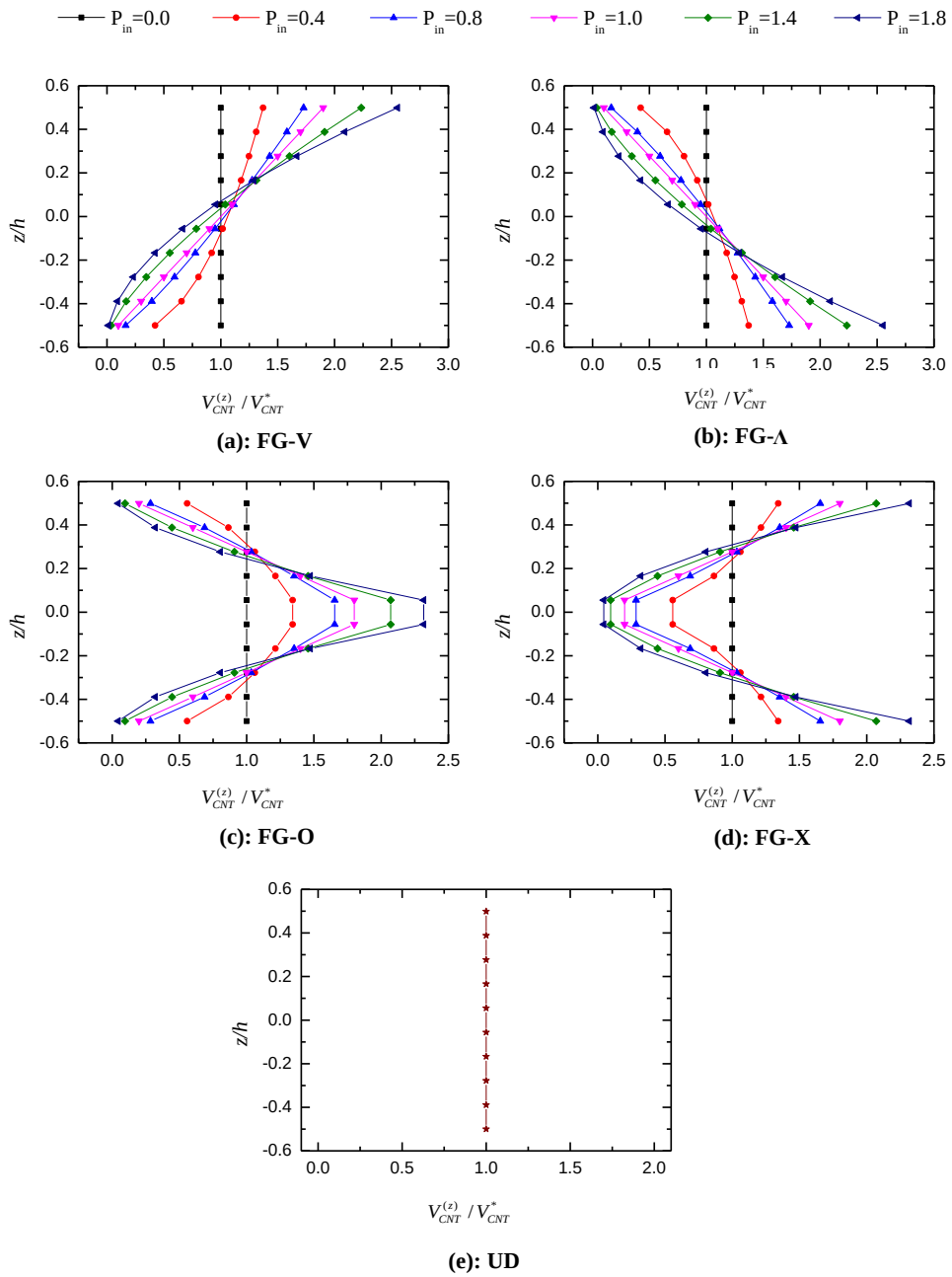


Figure 2.3 Variations de la fraction volumique des nanocharges le long de la direction de l'épaisseur pour les types de distribution UD, FG-V, FG-Λ, FG-O et FG-X.

2.1.3 Propriétés mécaniques du nano-composite renforcé par les NTCs

Il existe trois approches permettant le calcul des propriétés mécaniques des structures nano-composites à savoir ; la loi du mélange, le modèle Halpin-Tsai modifié et l'approches Mori-Tanaka. En tant que modèle mathématique, toutes ces approches peuvent être utilisées pour calculer les propriétés élastiques du matériau composite ; soit en fonction de la géométrie et de l'orientation des fibres (modèle Halpin-Tsai), soit sur la

base des propriétés élastiques des fibres et la matrice (lois de mélange classiques), ou soit sur les modules élastiques de Hill (Mori-Tanaka). Dans ce qui suit, ces trois approches de caractérisation seront présentées en détail.

Il existe principalement deux méthodes utilisées pour estimer les propriétés mécaniques de la plaque renforcée par les NTCs ; la loi des mélanges étendue et l'approches de Mori-Tanaka.

2.1.3.1 Loi des mélanges étendue :

Dans cette approche, les propriétés élastiques de la plaque nano-composite renforcée par les NTCs peuvent être estimées comme suit [33] :

$$E_{11}^{(k)} = \eta_1 \, V_{CNT}^{(k)} \, E_{11}^{CNT} + (1 - V_{CNT}^{(k)}) \, E_m \tag{2.7}$$

$$E_{22}^{(k)} = \frac{\eta_2}{\dfrac{V_{CNT}^{(k)}}{E_{22}^{CNT}} + \dfrac{1 - V_{CNT}^{(k)}}{E_m}} \tag{2.8}$$

$$G_{12}^{(k)} = \frac{\eta_3}{\dfrac{V_{CNT}^{(k)}}{G_{12}^{CNT}} + \dfrac{1 - V_{CNT}^{(k)}}{G_m}} \tag{2.9}$$

où,

η_i (i=1,2,3) sont les paramètres d'efficacité des NTCs qui peuvent être déterminés en faisant correspondre les propriétés des matériaux élastiques des NTCs obtenus à partir de la simulation de dynamique des molécules (DM) [34] à ceux obtenues à partir des loi de mélange afin de tenir en compte de l'effet d'échelle.

E_{11}^{CNT} , E_{22}^{CNT} et E_m sont respectivement les modules d'élasticité du NTC et de la matrice.

G_{12}^{CNT} et G_m sont le module de cisaillement du NTC et de la matrice, respectivement.

La loi de mélange est également utilisée pour déterminer le coefficient de Poisson ν_{12} et la masse volumique ρ de la plaque nanocomposite, exprimée comme suit :

$$\nu_{12}^{(k)} = V_{CNT}^{*} \nu_{12}^{CNT} + (1 - V_{CNT}^{(k)}) \, \nu_m \tag{2.10}$$

$$\rho^{(k)} = V_{CNT}^{(k)} \, \rho^{CNT} + (1 - V_{CNT}^{(k)}) \, \rho_m \tag{2.11}$$

dans lequel,

ν_{12}^{CNT} et ν_m sont respectivement les coefficients de Poisson du NTC et de la matrice.

ρ^{CNT} et ρ_m sont respectivement les mass volumiques du NTC et de la matrice.

2.1.3.2 Approche de Mori-Tanaka :

L'approche de Mori-Tanaka permet de calculer les modules de Young (E_{11} et E_{22}), les modules de cisaillement (G_{12}, G_{13}, et G_{23}) et les coefficients de Poisson (ν_{12} , ν_{13} , et ν_{23}) de la plaque renforcée par les NTCs à travers les expressions suivantes [35,36]:

$$E_{11}^{(k)} = n - \frac{l^2}{u} \tag{2.12}$$

$$E_{22}^{(k)} = \frac{4\mathrm{m}(un - l^2)}{un - l^2 + mn} \tag{2.13}$$

$$G_{12}^{(k)} = G_{13}^{(k)} = p, \quad G_{23} = \frac{E_{22}^{(k)}}{2(1+\nu_{23}^{(k)})} \tag{2.14}$$

$$\nu_{12}^{(k)} = \nu_{13}^{(k)} = \frac{l}{2u}, \quad \nu_{23}^{(k)} = \frac{n(u-m) - l^2}{n(u+m) - l^2} \tag{2.15}$$

où

$$u = \frac{E_m \ E_m V_m + 2k_r(1+\nu_m)[1+V_{CNT}(1-2\nu_m)]}{2(1+\nu_m)[E_m(1+V_{CNT}-2\nu_m)+2V_m k_r(1-\nu_m-2\nu_m^2)]} \tag{2.16}$$

$$l = \frac{E_m \ \nu_m V_m[E_m + 2k_r(1+\nu_m)] + 2V_{CNT}k_r(1-\nu_m^2)}{(1+\nu_m)[E_m(1+V_{CNT}-2\nu_m)+2V_m k_r(1-\nu_m-2\nu_m^2)]} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned} n = {} & \frac{E_m^2 V_m(1+V_{CNT}-V_m\nu_m)+2V_m V_{CNT}(k_r n_r - l_r^2)(1+\nu_m)^2(1-2\nu_m)}{(1+\nu_m)[E_m(1+V_{CNT}-2\nu_m)+2V_m k_r(1-\nu_m-2\nu_m^2)]} \\ & + \frac{E_m * (2V_m^2 k_r(1-\nu_m)+V_{CNT}n_r(1+V_{CNT}-2\nu_m)+4V_m l_r \nu_m}{E_m(1+V_{CNT}-2\nu_m)+2V_m k_r(1-\nu_m-2\nu_m^2)} \end{aligned} \tag{2.18}$$

$$p = \frac{E_m[E_m V_m + 2p_r(1+\nu_m)(1+V_{CNT})]}{2(1+\nu_m)[E_m(1+V_{CNT})+2V_m p_r(1+\nu_m)]} \tag{2.19}$$

$$m = \frac{E_m[E_m V_m 2m_r(1+\nu_m)(3+V_{CNT}-4\nu_m)]}{2(1+\nu_m)\{E_m[V_m + 4V_{CNT}(1-\nu_m)]+2V_m m_r(3-\nu_m-4\nu_m^2)\}} \tag{2.20}$$

dans lequel *u*, *l*, *n*, *p* et *m* sont les modules élastiques de Hill définies comme suit :

- *u* le module d'encombrement en déformation plane normal à la direction de la fibre,
- *l* le module croisé associé,
- *n* le module de tension uni-axial dans le sens de la fibre,
- *p* et *m* sont respectivement les modules de cisaillement dans les plans parallèle et normal à la direction de la fibre.

k_r, l_r, m_r, n_r, et p_r sont les modules élastiques de Hill pour la phase de renforcement (NTC).

E_m et ν_m sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson de de la matrice.

V_{CNT} et V_m sont les fractions volumiques du NTC et de la matrice, satisfaisant la relation de $V_{CNT} + V_m = 1$.

En utilisant la loi de mélange, la masse volumique du CRNTC peut être obtenue par :

$$\rho = \rho_r V_{CNT} + \rho_m V_m \tag{2.21}$$

2.1.4 Caractérisation géométrique d'une plaque stratifiée hybride renforcée par des nanofibres fonctionnellement gradué :

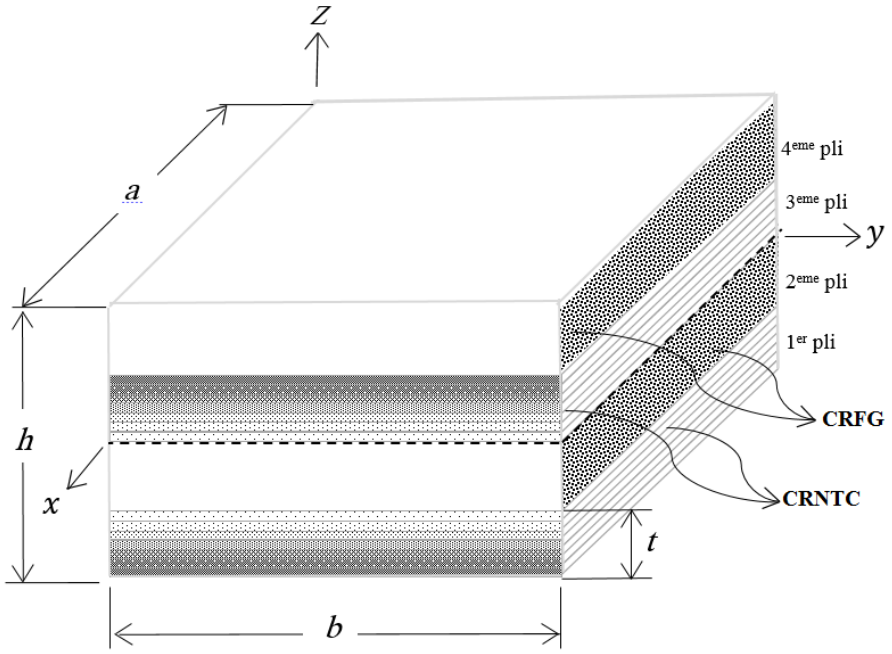


Figure 2.4 Système de coordonnées et géométrie d'une plaque stratifiée hybride parfaitement collé composée des plis renforcés par les NTCs et des plis renforcés par le graphite.

Considèrent une plaque stratifiée hybride avec (n_t) plis dans lesquels chaque pli est soit renforcée par le NTC soit par le graphite. Les plis renforcés par les NTCs sont divisés en (N_L) sous-couches dans lesquelles chaque couche a la même épaisseur ($\Delta h = t/N_L$) où t est l'épaisseur de pli (voir la Figure 2.4). On suppose que chaque individuelle sous-couche des plis renforcés par les NTCs a une dispersion uniforme des nanofibres dans le plan (x, y) et une quantité différente de celle-ci d'une sous-couche à l'autre à travers l'épaisseur du pli. Les fibres du NTC sont dispersées selon cinq modèles à savoir UD, FG-V, FG-Λ, FG-O et FG-X.

2.2 Analyse macromécanique d'une plaque nano-composite stratifié :

2.2.1 Champ des déplacements :

Considérons une plaque stratifiée rectangulaire constituée de n couches de même matériau. On définit un système de référence (x,y,z) situé sur la surface moyenne de la plaque dont l'axe z correspond à la direction suivant l'épaisseur. Les caractéristiques géométriques de la plaque sont indiquées sur la Figure 2.5.

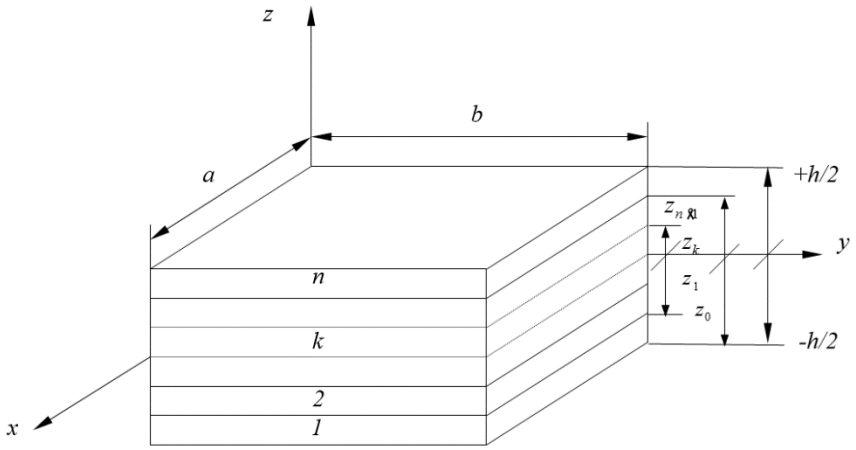


Figure 2.5 Schéma d'une plaque stratifiée.

Le champ des déplacements d'un point quelconque $M(x,y,z)$ de la plaque en présence du cisaillement transverse est approché par un polynôme linéaire en z à coefficients en (x,y) de la forme [37,38] :

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + z\,\theta_x(x,y,t) \\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) + z\,\theta_y(x,y,t) \\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t) \end{aligned} \tag{2.22}$$

où :

u, v, w sont respectivement, les déplacements suivant les directions *x*, *y*, *z*.

u_0, v_0, w_0 sont respectivement, les déplacements suivant les directions *x*, *y*, *z*. d'un point situé sur la surface moyenne de la plaque.

θ_x, θ_y sont respectivement, les rotations de la normale à la surface moyenne autour des axes *x*, *y*.

Cette forme répond aux conditions de compatibilité des déformations et permet de prendre en compte le couplage entre les déformations planes et de courbures.

2.2.2 Champ des déformations :

Le champ des déformations se déduit du champ des déplacements (2.41) et s'écrit :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_{x0} + z\,\kappa_x \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_{y0} + z\,\kappa_y \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} = \gamma_{xy0} + z\,\kappa_{xy} \\
\gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \\
\gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \theta_x + \frac{\partial w}{\partial x}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

avec:

$$\varepsilon_{x0} = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \qquad \varepsilon_{y0} = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \qquad \gamma_{xy0} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}$$

$$\kappa_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \qquad \kappa_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial y}, \qquad \kappa_{xy} = \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}$$

2.2.3 Relation contraintes–deformations :

La loi de Hooke généralisée permet, pour une plaque composite stratifiée, d'écrire la relation entre les contraintes et les déformations. Il est nécessaire d'exprimer cette relation pour chaque pli *k* à cause de la discontinuité des contraintes interlaminaires. Par

souci de simplification, on définit un système d'axes principal (local) (*1*,*2*,*3*) dont l'axe (*1*) correspond à la direction longitudinale des fibres (Figure 2.6).

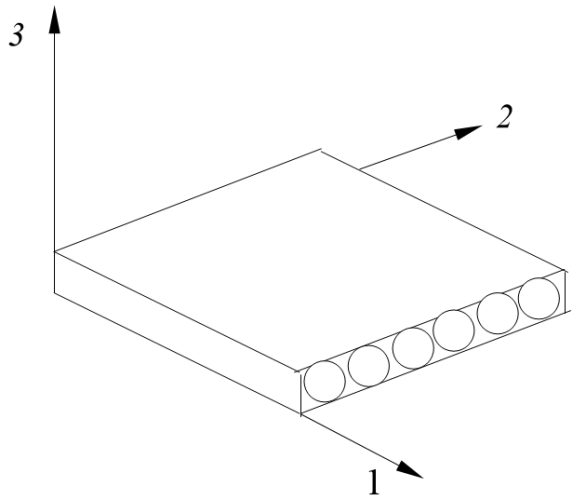


Figure 2.6 Directions principales dans un pli.

La relation contraintes–déformations par raport à ce système d'axe s'écrit [39] :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & Q_{33} & 0 & 0 \\ & sym & & Q_{44} & 0 \\ & & & & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{Bmatrix}^k \tag{2.24}$$

où :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad , \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad , \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{33} = G_{12} \quad , \quad Q_{44} = G_{23} \quad , \quad Q_{55} = G_{13}$$

avec :

E_1 : Module d'Young longitudinal.

E_2 : Module d'Young transversal.

G_{12} : Module de cisaillement longitudinal.

G_{13}, G_{23} : Modules de cisaillement transversal.

ν_{12} , ν_{21} : Coefficients de Poisson.

La relation (2.24) peut s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$\{\sigma\}_{123}^{k} = [Q]\{\varepsilon\}_{123}^{k} \tag{2.25}$$

Généralement, dans un stratifié, la direction des fibres est décalée d'un pli à un autre. Pour faire l'étude du comportement élastique de l'ensemble du stratifié, il est nécessaire d'exprimer la relation (2.24) par rapport au système d'axes global (*x,y,z*), cette opération est effectuée en faisant intervenir les matrices de changement de base des contraintes et des déformations.

Soit donc pour le champ des contraintes :

$$\{\sigma\}_{xyz}^{k} = [T]\{\sigma\}_{123}^{k} \tag{2.26}$$

où [*T*] est la matrice de changement de base des contraintes, elle est donnée par l'expression suivante :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & -\cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & \cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2\cos\theta\sin\theta & -2\cos\theta\sin\theta & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

θ est l'angle que font le repère (*1,2)* et le repère (*x,y)*.

L'expression du champ des déformations par rapport au repère (*x,y,z*) s'écrit :

$$\{\varepsilon\}_{xyz}^{k} = [T']\{\varepsilon\}_{123}^{k} \tag{2.28}$$

où [*T'*] est la matrice de changement de base des déformations, elle est donnée par l'expression suivante :

$$[T'] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & -2\cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 2\cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta\sin\theta & -\cos\theta\sin\theta & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Il est a noté que le changement de base est effectué en faisant une rotation $-\theta$ autour de la direction *3* (Figure 2.7).

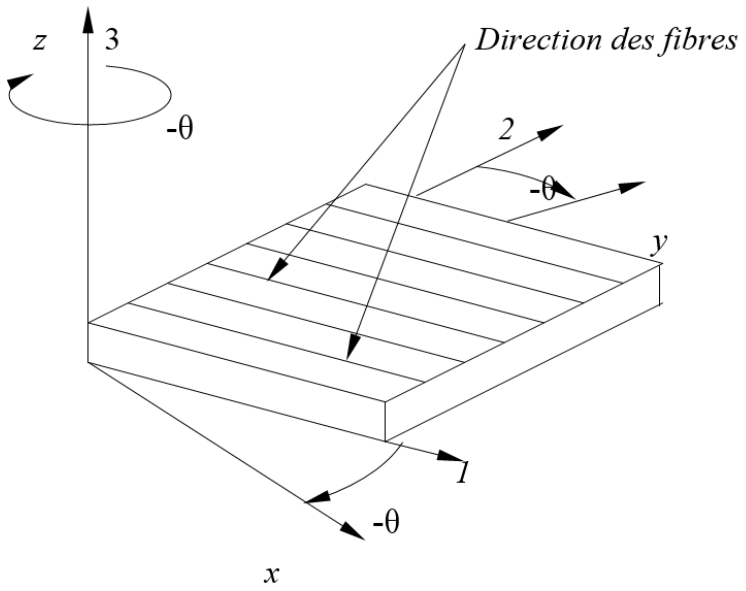


Figure 2.7 Changement du repère dans un pli.

Par substitution de (2.26) et (2.28) dans (2.25), la relation contraintes–déformations devient :

$$\{\sigma\}_{xyz}^{k} = [\bar{Q}]\{\varepsilon\}_{xyz}^{k} \quad (2.30)$$

où $[\bar{Q}]$ est la matrice de rigidité du pli *k* exprimée dans le repère du stratifié (*x*, *y*, *z*) :

$$[\bar{Q}] = [T']^{-1}[Q][T'] \quad (2.31)$$

La relation (2.30) s'écrit sous la forme développée suivante :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{xz}\end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix}\overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} & 0 & 0\\ & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} & 0 & 0\\ & & \overline{Q}_{66} & 0 & 0\\ & sym & & \overline{Q}_{44} & 0\\ & & & & \overline{Q}_{55}\end{bmatrix} \begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix}^k \tag{2.32}$$

Les éléments de la matrice de rigidité $[\overline{Q}]$ s'écrivent en fonction des coefficients de la matrice dans les axes principaux $[Q]$ et de l'angle θ :

$$\begin{aligned}
\overline{Q}_{11} &= Q_{11}c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{22}s^4\\
\overline{Q}_{12} &= Q_{12}(c^4 + s^4) + (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})s^2c^2\\
\overline{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})c^3s + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})s^3c\\
\overline{Q}_{22} &= Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + (2Q_{11} + 4Q_{66})s^2c^2\\
\overline{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})s^3c + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})c^3s\\
\overline{Q}_{66} &= (Q_{11} - 2Q_{12} + Q_{22} - 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{66}(c^4 + s^4)\\
\overline{Q}_{44} &= Q_{44}c^2 + Q_{55}s^2\\
\overline{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44})cs\\
\overline{Q}_{55} &= Q_{44}s^2 + Q_{55}c^2
\end{aligned} \tag{2.33}$$

2.2.4 Résultantes et moments :

La discontinuité des contraintes à travers l'épaisseur du stratifié conduit à exprimer la relation contrainte–déformation en termes des résultantes et moments :

Les résultantes en membrane sont définies par :

$$N(x,y) = \begin{Bmatrix}N_x\\ N_y\\ N_{xy}\end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n}\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix}_k dz \tag{2.34}$$

de même, les résultantes en cisaillement sont définies par :

$$Q(x,y) = \begin{Bmatrix}Q_x\\ Q_y\end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n}\int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix}\tau_{zy}\\ \tau_{yz}\end{Bmatrix}_k dz \tag{2.35}$$

Les moments de flexion et de torsion sont donnés par :

$$M(x,y) = \begin{Bmatrix}M_x\\ M_y\\ M_{xy}\end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n}\int_{z_{k-1}}^{z_k} z \begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix}_k dz \tag{2.36}$$

où *n* représente le nombre de couches constituant le stratifié.

Il faut bien noter que les relations (2.34), (2.35) et (2.36) sont définies par unité de longueur du stratifié.

2.2.5 Equation constitutive :

La combinaison des relations (2.32) à (2.36) conduit à formuler l'équation constitutive du stratifié :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ & & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ & & & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ & & & & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ & & sym & & & D_{66} & 0 & 0 \\ & & & & & & F_{44} & F_{45} \\ & & & & & & & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x\,0} \\ \varepsilon_{y\,0} \\ \varepsilon_{xy\,0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \tag{2.37}$$

ou sous forme contractée :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_f \\ Q \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \\ \gamma \end{Bmatrix} \tag{2.38}$$

avec :

$$[C] = \begin{bmatrix} [A] & [B] & 0 \\ [B] & [D] & 0 \\ 0 & 0 & [F] \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

Les coefficients de la matrice d'extension [*A*], la matrice de couplage [*B*] et la matrice de flexion [*D*] sont définis comme suit :

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\overline{Q}_{ij})_k (1, z, z^2) dz, \qquad i, j = 1, 2, 6 \tag{2.40}$$

Par contre, les coefficients de la matrice de cisaillement transverse [*F*] sont définis par :

$$F_{ij} = \alpha_{ij} \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\overline{Q}_{ij})_k \, dz, \qquad i, j = 4, 5 \tag{2.41}$$

où α_{ij} sont les facteurs de correction en cisaillement, permettant d'améliorer la théorie des plaques stratifiées avec cisaillement transverse. La détermination de ces facteurs a fait l'objet de plusieurs recherches [40]. On note que Timoshenko, Reissner et Mindlin ont pris ces facteurs respectivement égaux à 2/3, 5/6 et $\pi^2/12$. Il a été remarqué que les résultats obtenus avec des valeurs de 5/6 sont les plus satisfaisants.

2.2.6 Équations fondamentales des plaques stratifiées :

Il est nécessaire, pour développer les équations fondamentales des plaques stratifiées, de passer par les relations d'équilibre dynamique. Ces relations peuvent être obtenues directement en écrivant les conditions d'équilibre d'un élément infinitésimal

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}+f_x=\rho\, a_x\\
&\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}+f_y=\rho\, a_y\\
&\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+f_z=\rho\, a_z
\end{aligned} \tag{2.42}$$

où :

f_x, f_y, f_z sont les composantes des forces volumiques exercées au point *M* du matériau.

ρ est la masse volumique du point *M*.

a_x, a_y, a_z sont les composantes du vecteur accélération du point *M*.

L'intégration des équations (2.61) suivant l'épaisseur du stratifié, en négligeant les forces volumiques et les contraintes interlaminaires, conduit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}=\rho_s\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}+R\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial N_y}{\partial y}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}=\rho_s\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}+R\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial Q_x}{\partial x}+\frac{\partial Q_y}{\partial y}=\rho_s\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}-Q_x=R\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}+I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial M_y}{\partial y}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}-Q_y=R\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}+I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2}
\end{aligned} \tag{2.43}$$

où : $(\rho_s, R, I_{xy})=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}(1, z, z^2)\rho dz$

La substitution de l'équation (2.37) dans les équations (2.43) conduit aux équations fondamentales des plaques stratifiées dont leurs expressions sont les suivantes :

$$A_{11}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}+2A_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y}+A_{66}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}+A_{16}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}+(A_{12}+A_{66})\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y}+A_{26}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}+$$
$$B_{11}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2}+2B_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y}+B_{66}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2}+B_{16}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2}+(B_{11}+B_{66})\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y}+B_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2}= \tag{2.44}$$
$$\rho_s\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}+R\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2}$$

$$A_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}+(A_{12}+A_{66})\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y}+A_{26}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}+A_{66}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}+2A_{26}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y}+A_{22}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}+$$
$$B_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2}+(B_{12}+B_{66})\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y}+B_{26}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2}+B_{66}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2}+2B_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y}+B_{22}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2}= \tag{2.45}$$
$$\rho_s\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}+R\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2}$$

$$F_{55}\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x}+\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right)+F_{45}\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x}+\frac{\partial \theta_y}{\partial x}+2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x\,\partial y}\right)+F_{44}\left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y}+\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right)=\rho_s\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \tag{2.46}$$

$$B_{11}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}+2B_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y}+B_{66}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}+B_{16}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}+(B_{12}+B_{66})\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y}+B_{26}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}$$
$$+D_{11}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2}+2D_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y}+D_{66}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2}+D_{16}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2}+(D_{12}+D_{66})\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y}+ \tag{2.47}$$
$$D_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2}-F_{55}\left(\theta_x+\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)-F_{45}\left(\theta_y+\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)=R\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}+I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2}$$

$$B_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}+(B_{16}+B_{66})\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y}+B_{26}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}+B_{66}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}+2B_{26})\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y}+B_{22}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}+$$
$$D_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2}+(D_{12}+D_{66})\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y}+D_{26}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2}+D_{66}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2}+2D_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y}+D_{22}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2}- \tag{2.48}$$
$$F_{45}\left(\theta_x+\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)-F_{44}\left(\theta_y+\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)=R\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}+I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2}$$

Les équations (2.44 à 2.48) permettent, en principe, de déterminer les cinq fonctions solutions $u_0(x,y,t)$, $v_0(x,y,t)$, $w_0(x,y,t)$, $\theta_x(x,y,t)$ et $\theta_y(x,y,t)$.

Dans le cas de l'analyse du comportement vibratoire, où le problème consiste à rechercher les fréquences propres de vibration, et pour un mouvement harmonique, il suffit d'exprimer le champ des déplacements sous la forme :

$$\begin{aligned} u_0(x,y,t) &= u_0(x,y)\, e^{i\omega t} \\ v_0(x,y,t) &= v_0(x,y)\, e^{i\omega t} \\ w_0(x,y,t) &= w_0(x,y)\, e^{i\omega t} \\ \theta_x(x,y,t) &= \theta_x(x,y)\, e^{i\omega t} \\ \theta_y(x,y,t) &= \theta_y(x,y)\, e^{i\omega t} \end{aligned} \qquad (2.49)$$

où ω est la fréquence de vibration de la plaque. La détermination des fréquences propres est obtenue en reportant ces expressions dans les équations fondamentales (2.44 à 2.48).

La résolution de ces équations est toutes fois complexe, et ne peut être menée de manière analytique que dans quelques cas particuliers, citons à titre d'exemple le cas des stratifiés orthotropes et les stratifiés symétriques.

Pour bien définir le comportement mécanique des plaques stratifiées et en particulier le comportement vibratoire, dont fait objet de cette étude, il faut avoir recours aux méthodes numériques vu leurs possibilités de résoudre les problèmes complexes. Parmi ces méthodes, la méthode des éléments finis s'impose comme l'outil usuel de l'analyse des structures complexes.

2.3 Modélisation par logiciel commercial ABAQUS :

2.3.1 Introduction :

La méthode des éléments finis (M.E.F.) est couramment utilisée et est appliquée dans divers domaines scientifiques : en analyse des structures, en constructions aéronautiques et navales, en génie mécanique, en génie civil, etc. Elle permet de ramener les problèmes des milieux continus à des problèmes discrets à un nombre fini de paramètres inconnus (forces, déplacements) qui sont déterminés par application de critères énergétiques.

Le principe consiste à discrétiser une structure en un nombre fini d'éléments interconnectés entre eux par des nœuds, chaque nœud est repéré par ces coordonnées par

rapport à un système d'axe.

L'analyse du comportement mécanique des plaques stratifiées par la méthode des éléments finis (M.E.F.) consiste à développer les équations du mouvement à partir de formulations énergétiques, puis à déterminer les réponses statiques ou dynamiques. À cet effet, nous avons choisi d'utiliser le logiciel commercial ABAQUS, basé sur la méthode des éléments finis.

2.3.2 Procédure numérique utilisant ABAQUS :

Cette section décrit les différentes étapes suivies dans le logiciel ABAQUS pour obtenir la flèche centrale d'une plaque nano-composite renforcée par des nanotubes de carbone à fonctionnellement graduées (NTC-FC), soumise à une sollicitation statique. Chaque étape est expliquée en détail ci-dessous et illustrée par des captures d'écran dans la version finale.

2.3.2.1 Dimensionnement de la pièce (Part) :

La première étape consiste à définir la géométrie de la plaque composite. Une coque 3D déformable est créée avec des dimensions données $a \times b$, représentant respectivement la longueur et la largeur de la plaque Figure 2.8. Le choix du type "shell" (coque) permet de modéliser efficacement les structures minces et d'optimiser les performances du calcul en flexion.

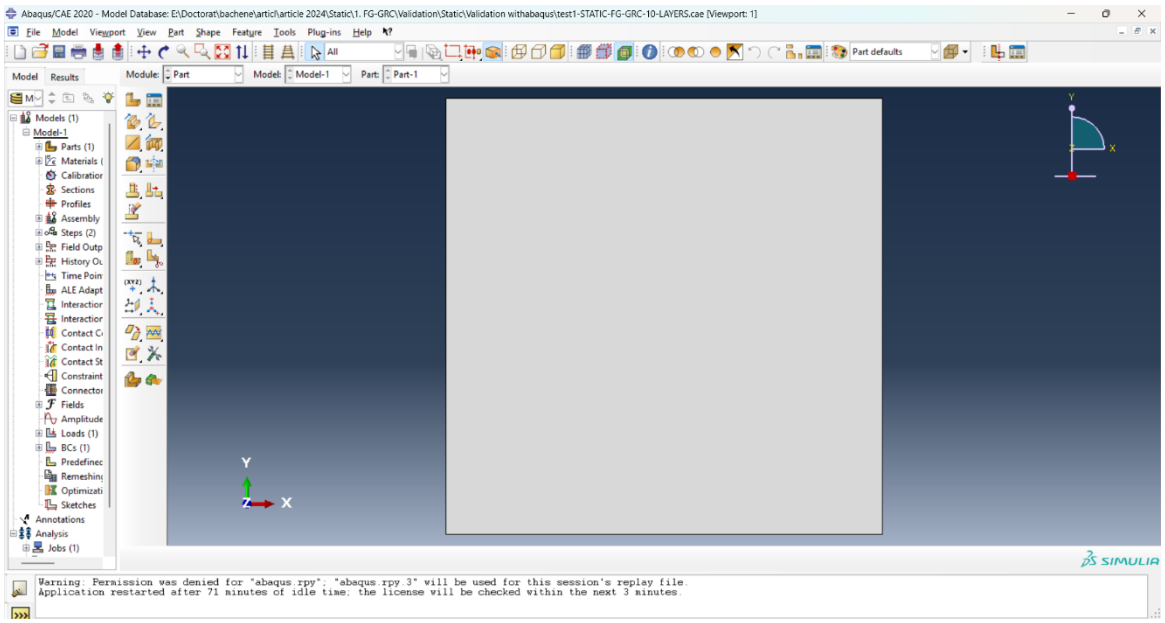


Figure 2.8 Dimensionnement de la plaque en utilisant ABAQUS.

2.3.2.2 Introduire les propriétés mécaniques :

Cette étape permet d'attribuer les propriétés physiques et mécaniques au modèle. Elle se compose de deux sous-étapes :

2.3.2.2.1 Création du matériau (Create Material) :

Dans cette sous-étape, les propriétés mécaniques du nano-composite sont introduites pour chaque pli Figures 2. 9,10 :

Masse volumique : ρ

Modules de Young : E_{11} et E_{22}

Coefficient de Poisson : ν_{12}

Modules de cisaillement : G_{12}, G_{13} et G_{23}

Ces propriétés traduisent le comportement anisotrope du matériau dû à la présence et à l'orientation des nanotubes.

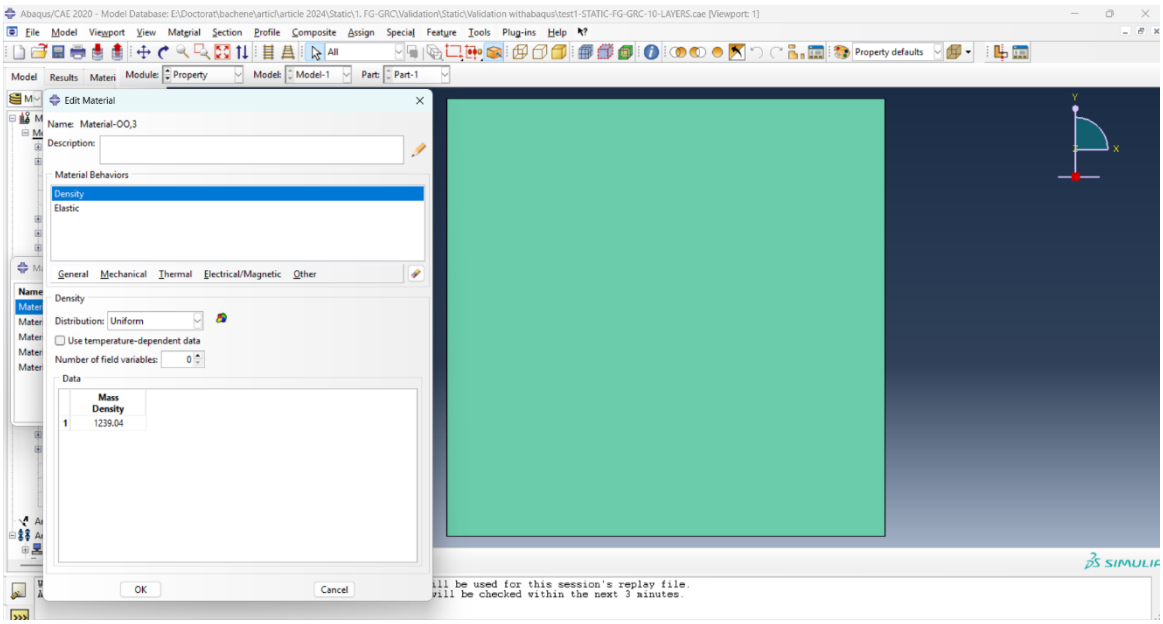


Figure 2.9 Introduire la masse volumique (ρ) du plaque naon-composite.

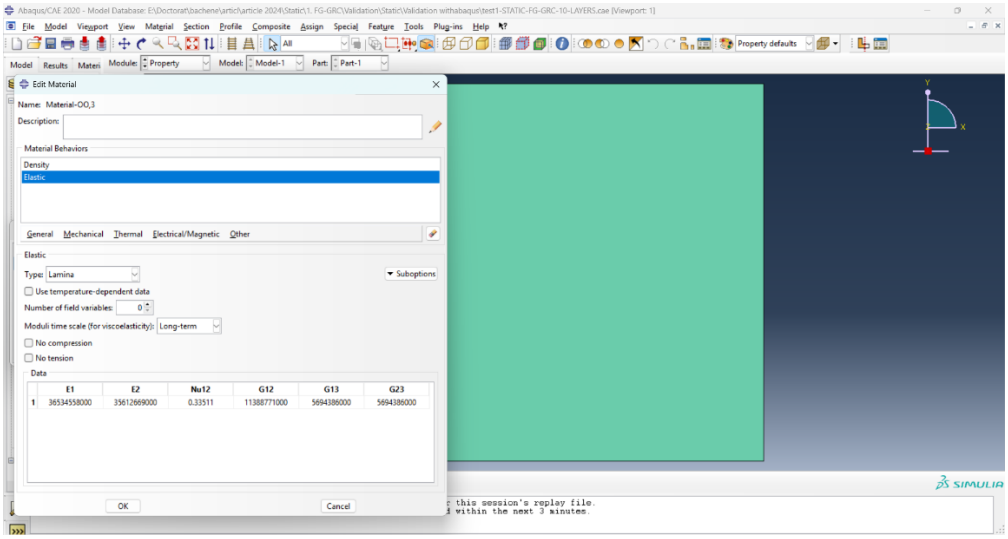


Figure 2.10 Introduire E_{11}, E_{22}, ν_{12}, G_{12}, G_{13} et G_{23} *de la plaque nano-composite*

2.3.2.2.2 Création de la stratification du composite :

Ici, on définit la séquence d'empilement des plis Figure 2.11,12. On précise :

- Le nombre de plis (par exemple 10),
- Le matériau attribué à chaque pli,
- L'angle d'orientation des fibres (ex. : 0°, ±45°, 90°),
- L'épaisseur de chaque pli.

Cette configuration permet de représenter parfaitement la stratification du composite.

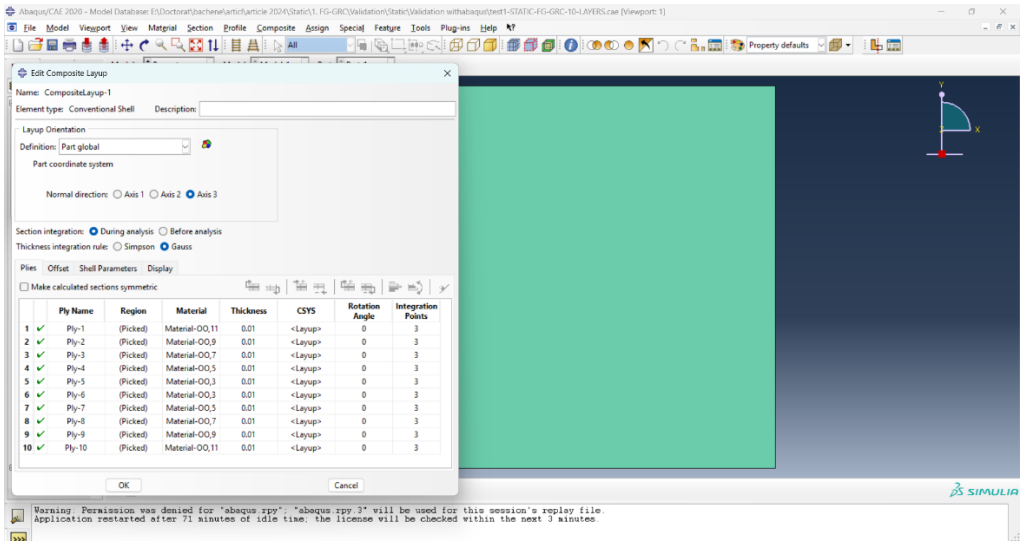


Figure 2.11 Création de la stratification du composite.

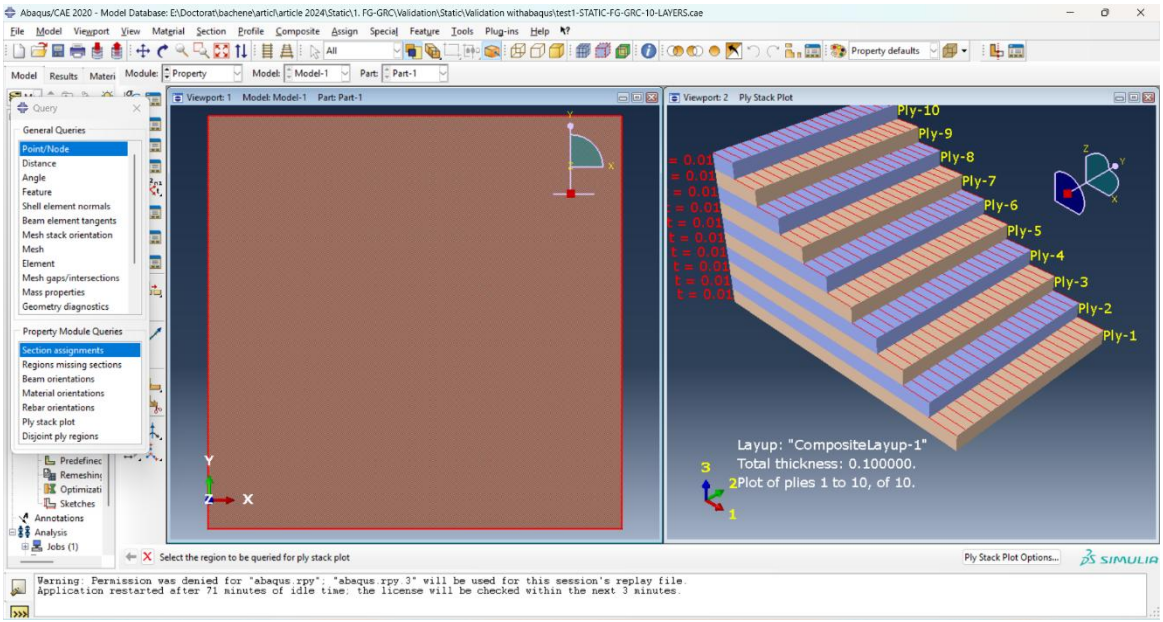


Figure 2.12 Définir le nombre de plie comme 10 plies.

2.3.2.3 Assemblage (Assembly) :

Lors de cette étape, la pièce définie est insérée dans l'espace global du modèle Figure 2.13. Comme il s'agit d'un seul composant (la plaque), l'assemblage est simple. Cette opération prépare la pièce pour l'application des charges, des conditions aux limites et du maillage.

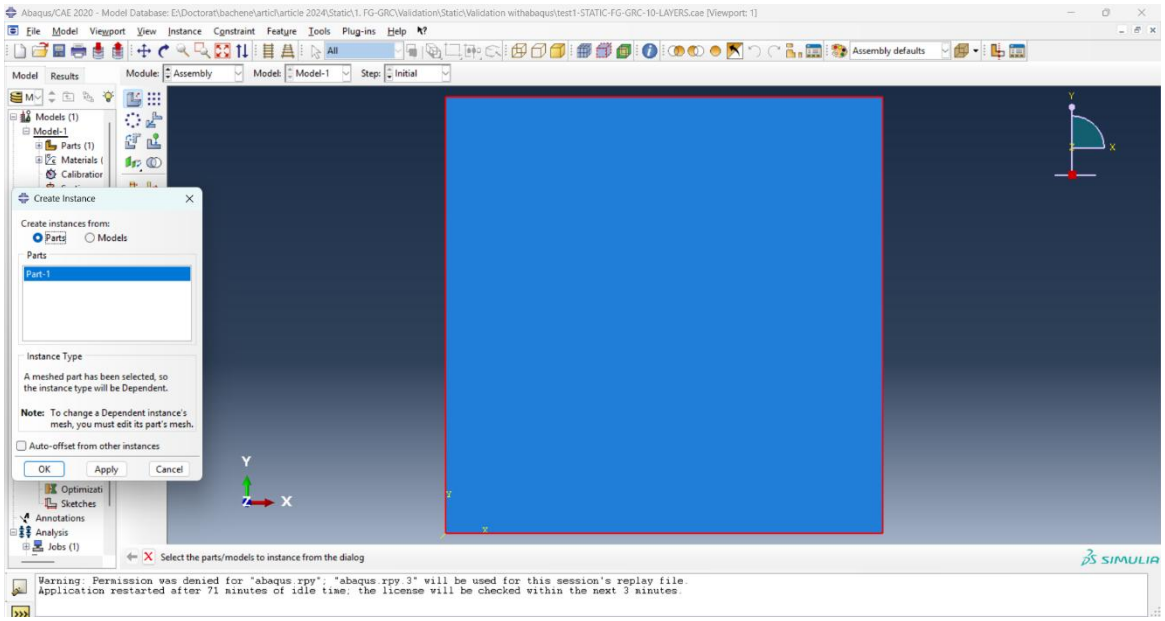


Figure 2.13 L'assemblage de la plaque composite.

2.3.2.4 Définition de l'étape de calcul (Step) :

On définit ici le type d'analyse. Puisqu'on s'intéresse à une réponse statique, une étape statique générale (Static, General) est créée Figure 2.14. Cette étape permet d'appliquer une charge de type uniforme. Des paramètres tels que le contrôle de l'incrément de temps et les tolérances de convergence peuvent aussi être ajustés ici pour assurer la stabilité numérique.

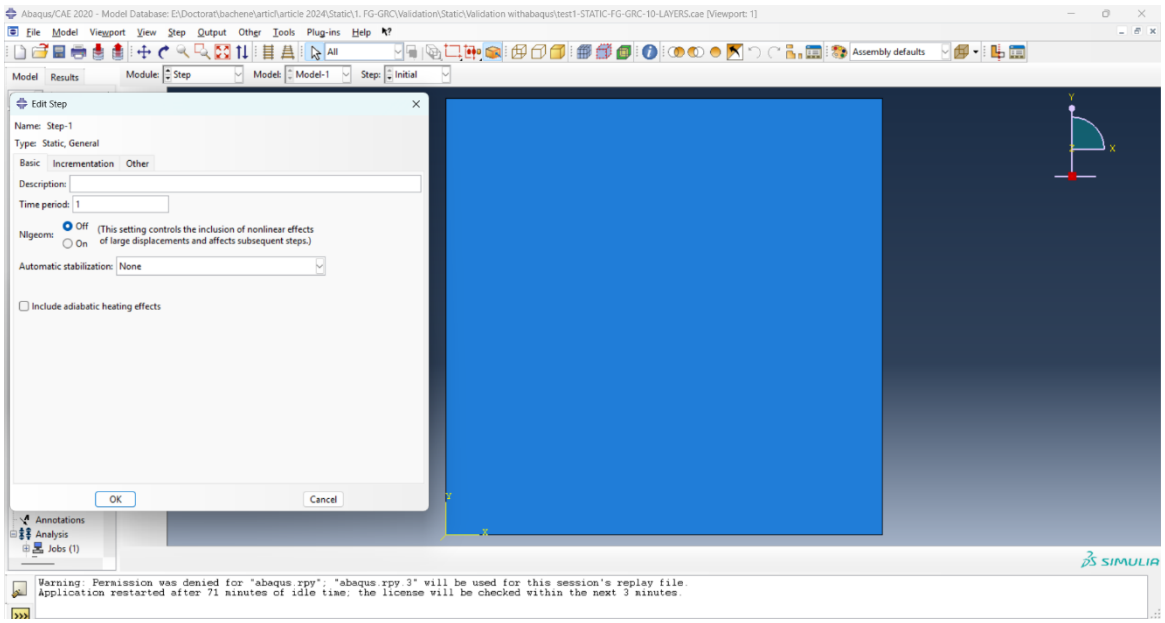


Figure 2.14 Définition du type de l'analyse.

2.3.2.5 Chargement et conditions aux limites (Load & BCs) :

Cette étape consiste à appliquer les charges extérieures et les conditions aux limites. Elle comprend deux sous-étapes :

2.3.2.5.1 Application de la charge :

Une pression uniforme est appliquée sur la face supérieure de la plaque Figure 2.15. Son intensité (par exemple 10^5 Pascals) représente une charge réelle exercée sur la structure. Ce chargement simule une sollicitation de service typique.

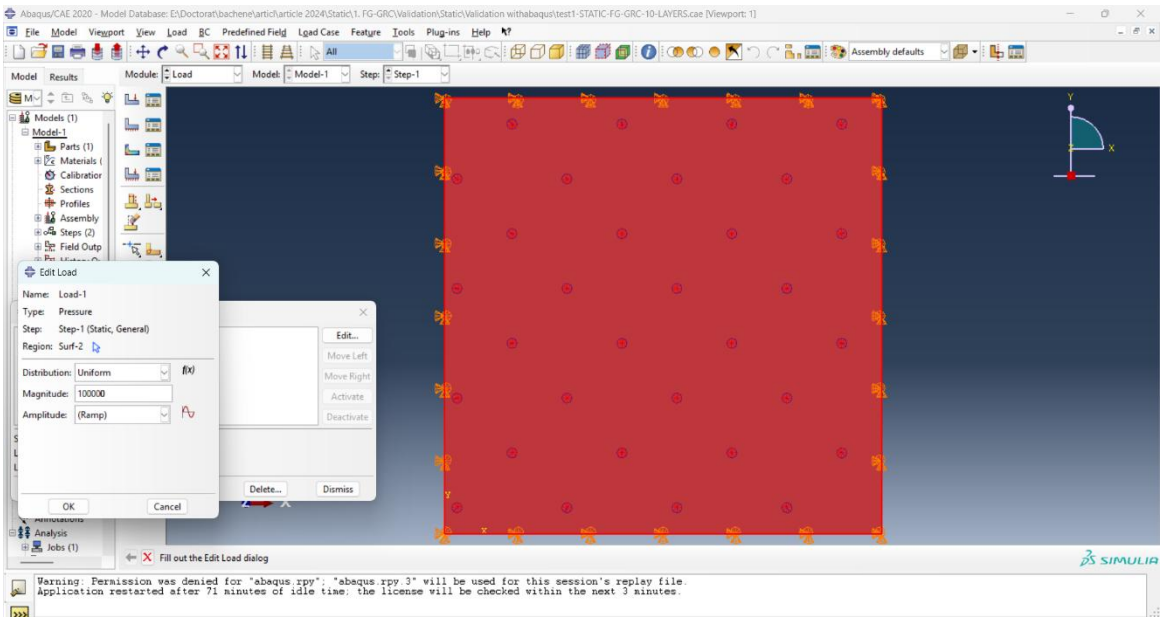


Figure 2.15 application de la charge uniforme sur la plaque nano-composite.

2.3.2.5.2 Définition des conditions aux limites :

Les bords de la plaque sont contraints selon le type d'appui choisi Figure 2.16 :

- Les bords encastrés (clamped) interdisent tous les déplacements et rotations,
- Les bords simplement appuyés (simply supported) autorisent les déplacements dans le plan mais bloquent les déplacements verticaux.

Ces conditions influencent fortement la déformabilité et le comportement global de la plaque.

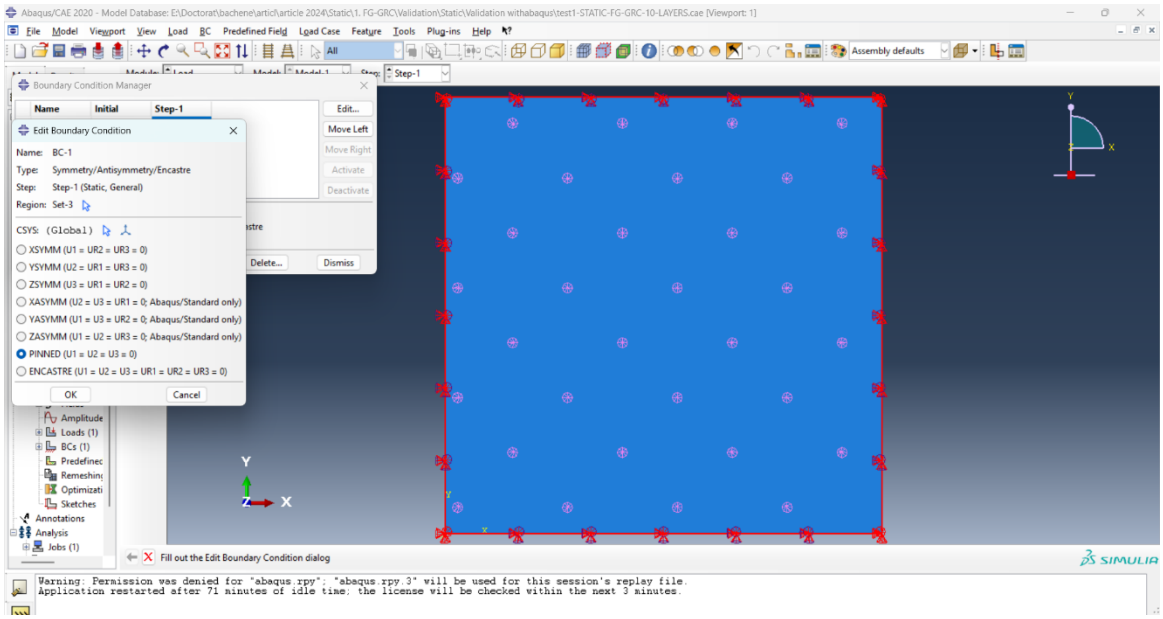


Figure 2.16 Définition des conditions aux limites des quatre bords de la plaque nano-composite.

2.3.2.6 Maillage (Mesh) :

Un maillage est généré pour discrétiser la géométrie Figure 2.17. On choisit généralement un élément de type S8R (élément coque quadratique à 8 nœuds avec intégration réduite), bien adapté aux problèmes de flexion. Le nombre d'éléments est défini pour garantir un bon compromis entre précision des résultats et temps de calcul.

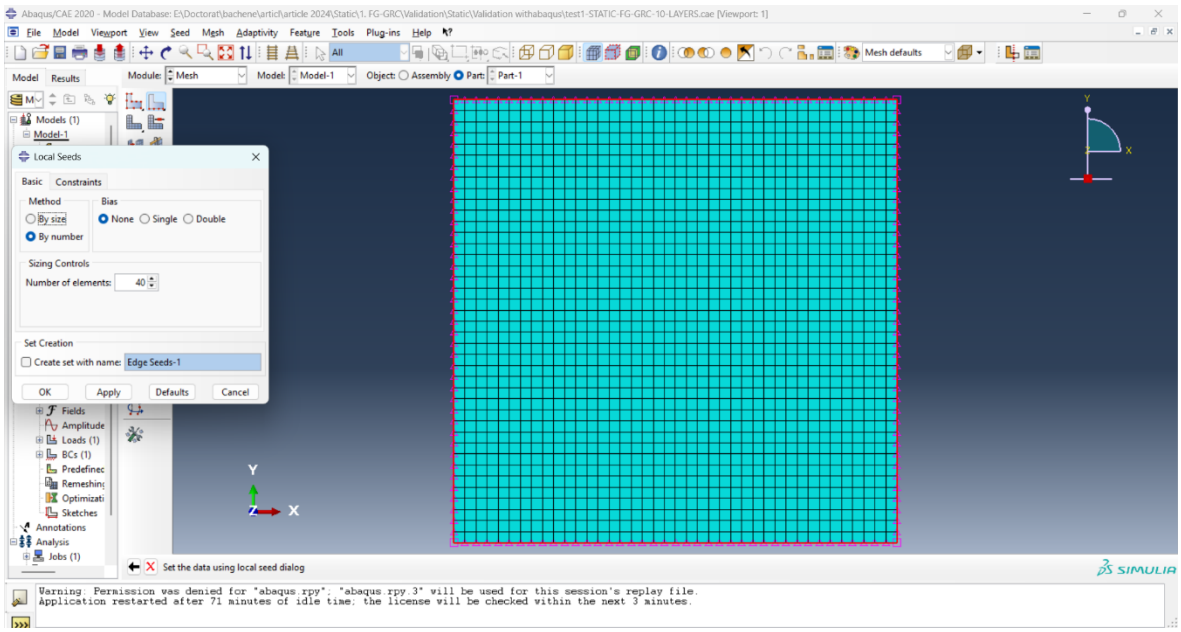


Figure 2.17 Discrétiser (Maillage)de la géométrie de la plaque nano-composite en 40× 40 éléments.

2.3.2.7 Visualisation des résultats (Visualization) :

Une fois le calcul terminé, le module de visualisation permet de consulter les résultats. On peut y afficher :

- La flèche centrale (valeur de déplacement U3 au centre de la plaque) Figure 2.18,
- Les contraintes et déformations Figure 2.19,
- La forme déformée de la structure.

La flèche centrale est le résultat principal recherché dans cette étude, car elle permet d'évaluer la performance mécanique du composite sous charge statique.

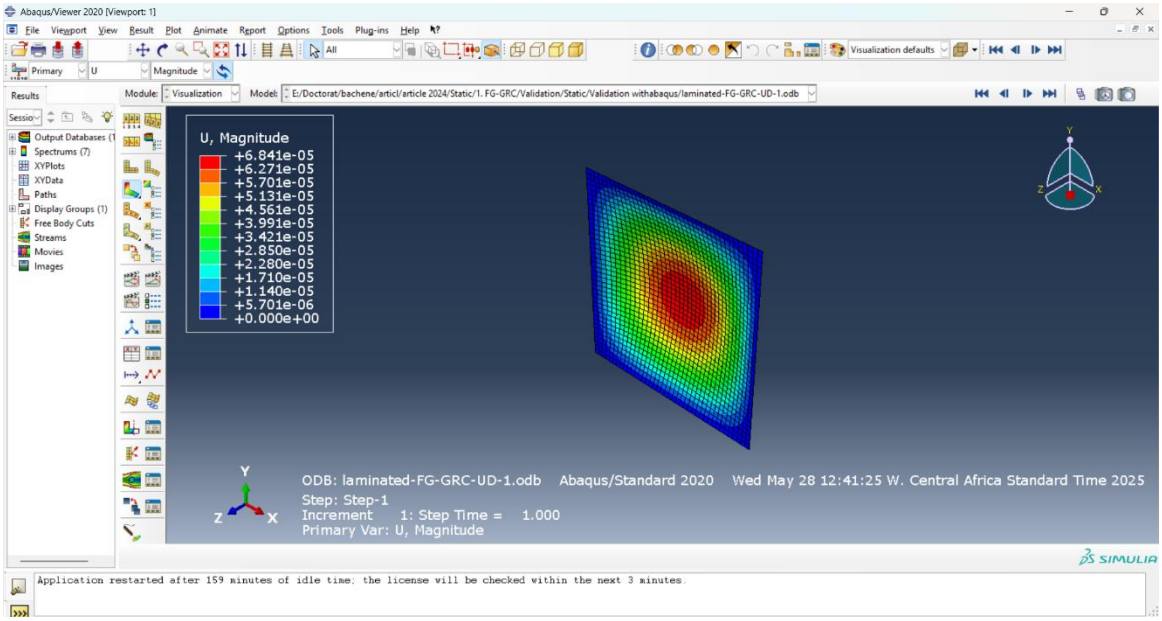


Figure 2.18 La flèche centrale de la plaque nano-composite.

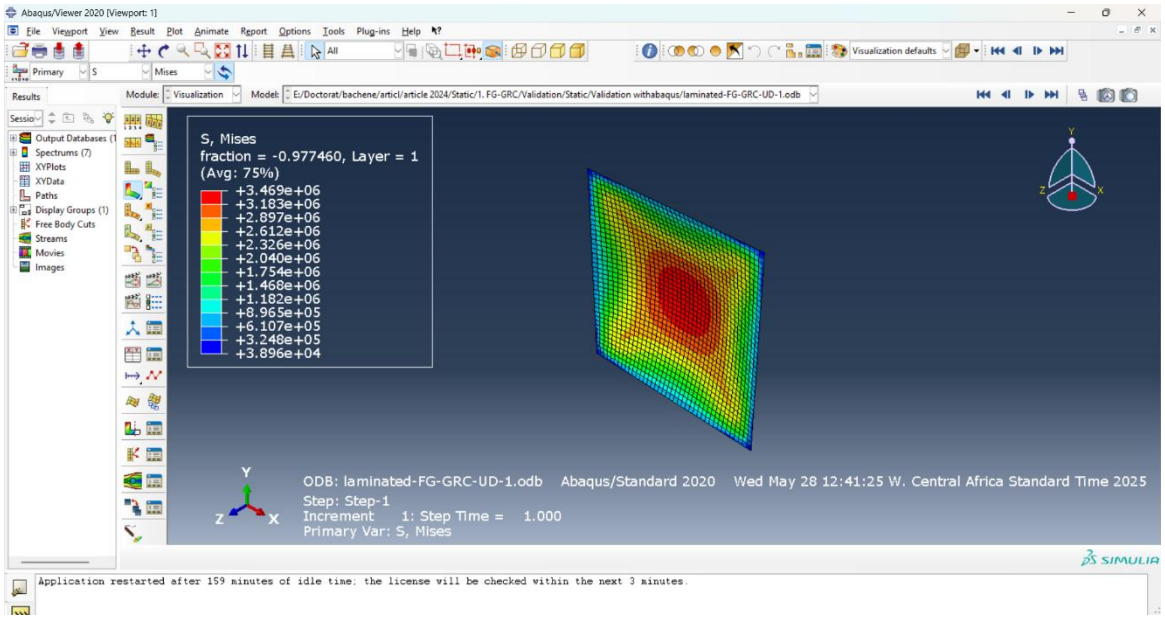


Figure 2.19 Les contraintes les contraintes de von mises de la plaque nano-composite.

CHAPITRE - 3 -

RÉSULTATS ET DISCUSSION DE L'ANALYSE DE LA FLEXION DES PLAQUES NANO-COMPOSITES RENFORCÉES PAR LES NTCS FONCTIONNELLEMENT GRADUÉES

3.1 Introduction :

Dans le cadre de l'étude de comportement vibratoire des plaques nano-composites, nous avons utilisé le logiciel commercial ABAQUS qui est basé sur la méthode des éléments finis permettant le calcul des réponses statique et dynamique des plaques composites. Le logiciel peut être utilisé pour l'analyse des plaques minces ou épaisses en matériau isotrope ou composite stratifié renforcé par des plis en nanofibres fonctionnellement graduées. La validité du logiciel sera testée par des études comparatives. Par la suite, une étude paramétrique détaillée sera effectuée tenant en compte les effets de distribution linéaire et non linéaire des nanofibres, les fractions volumiques des nanofibres ainsi que leurs types de distributions à travers l'épaisseur, sur les fréquences naturelles des plaques nano-composites.

3.2 Études comparatives :

Pour vérifier la crédibilité des modèles mathématiques, une analyse comparative a été réalisée. Il s'agissait de comparer directement les résultats obtenus pour les composites renforcés par des NTC avec les résultats établis dans les publications existantes. L'étude comparative a porté sur des plaques composites en NTC-FG simplement appuyé sur les quatre côté (SSSS), en se basant sur des rapports largeur/épaisseur variés et sur une distribution distincte des NTCs (FG-O, FG-V, UD, FG-X). Le Tableau 3.1 illustre les changements dans les caractéristiques élastiques des structures des NTC-FG. Le Tableau 3.2 présente les propriétés mécaniques déterminantes de la matrice PmPV, connue officiellement sous le nom de poly(m-phenylenevinylene)-co-[(2,5-dioctoxy-p-phenylene) vinylene] (PmPV). Le Tableau 3.3 présente les paramètres d'efficacités ($\eta_1,\ \eta_2, et\ \eta_3$) pour différentes valeurs de fraction volumique totale des nanotubes de carbone (V_{CNT}^{*}). La comparaison est effectuée spécifiquement pour une fraction volumique de NTC fixe à 0,11.

Tableau 3.1 Propriétés élastiques du NTC [41].

E_{11}^{CNT}	E_{22}^{CNT}	G_{12}^{CNT}	α_{11}^{CNT}	α_{22}^{CNT}
$5.6466\ TPa$	$7.0800\ TPa$	$1.9445\ TPa$	$3.4584\ (10^{-6}/\mathrm{K})$	$5.1682\ (10^{-6}/\mathrm{K})$

Tableaux 3.2 Propriétés de la matrice PmPV Zhu et al. [41].

Propriété	Valeur	Unités
Densité, ρ^m	1150	Kg/m^3
Coefficient de Poisson, ν^m	0.34	1
Module de Young, E^m	2.1	GPa

Tableaux 3.3 Paramètres d'efficacité pour des valeurs du NTC Zhu et al. [41].

V_{CNT}^*	η_1	η_2	η_3
0.11	0.149	0.934	0.934
0.14	0.150	0.941	0.941
0.17	0.149	1.381	1.381

L'analyse comparative de la flèche centrale adimensionnelle ($\bar{\omega} = -\omega/h$) de plaques composites en NTC-FG, avec des bords simplement appuyés (SSSS) et soumises à une charge uniformément répartie ($q_o = -1{,}0 \times 10^{-5}$ N/m²), est présentée dans le Tableau 3.4 et comparée aux résultats de Zhu et al. [41]. Une température constante de 300K (température ambiante) a été maintenue pendant les analyses numériques. La conformité observée met en évidence la fiabilité des résultats obtenus dans la présente étude pour les plaques NTC-FG.

Tableau 3.4 Comparaison de la flèche centrale adimensionnelle pour des plaques composites renforcées par des NTC simplement appuyées avec Zhu et al. [41].

		a/*b*=1			
		b/*h*=10		*b*/*h*=50	
V_{CNT}^*	Modes de distribution	Présent	Réf. [41]	Présent	Réf. [41]
0.11	UD	0.3736×10^{-02}	0.3739×10^{-02}	1.157	1.155
	FG-V	0.4456×10^{-02}	0.4466×10^{-02}	1.651	1.653
	FG-O	0.5195×10^{-02}	0.5230×10^{-02}	2.139	2.157
	FG-X	0.3179×10^{-02}	0.3177×10^{-02}	0.7890	0.7900

3.3 Études paramétriques :

Cette section examine comment divers facteurs - tels que le rapport de la longueur et la largeur de la plaque, le rapport de la largeur et l'épaisseur de la plaque, la manière dont bords de la plaque sont supportés, la fraction volumique de NTC et les distributions linéaires et non linéaires de NTC - influencent la réponse aux statiques des plaques composites renforcées avec des nanotubes de carbone. Les plaques nano-composites modélisées, qui présentent une structure fonctionnellement graduée, sont constituées d'une matrice de base en PmPV, renforcée par des nanotubes de carbone monoparois à

structure armchair de type (10, 10). Les propriétés mécaniques de nanotubes de carbone pour déférents températures sont indiquées dans le Tableau 3.5. Les propriétés mécaniques de la matrice PmPV est prise en compte, les données correspondantes étant indiquées dans le Tableau 3.6.

Tableau 3.5 : Propretés mécaniques du NTC monoparoi (10,10), y compris la longueur (L = 9,26 nm), le rayon (R = 0,68 nm), l'épaisseur de la paroi (h = 0,067 nm) Zhu et al. [41].

Temperature (K)	E_{11}^{CNT}(TPa)	E_{22}^{CNT}(TPa)	G_{12}^{CNT}(TPa)	$\alpha_{11}^{CNT}(10^{-6}/K)$	$\alpha_{12}^{CNT}(10^{-6}/K)$
300	5.6466	7.0800	1.9445	3.4584	5.1682
500	5.5308	6.9348	1.9643	4.5361	5.0189
700	5.4744	6.8641	1.9644	4.6677	4.8943

Tableau 3.6 : Propretés mécaniques du matrice PmPV.

Propriété	Valeur	Unités
ν^m	0.34	1
ρ^m	1150	Kg/m^3
E^m	(3.51-0.0047×*T*)	GPa

L'analyse numérique étudie le comportement statique des plaques nano-composite avec quatre configurations distinctes de distribution de nanotubes de carbone (NTC) (UD, FG-V, FG-O et FG-X) pour différents types de condition aux limites (CCCC, SSSS, CCSS, CSCS, CSSS, CCCS). Les fractions volumiques de NTC correspondantes et leur impact sur les paramètres d'efficacités sont détaillés dans le Tableau 3.3. Pour représenter avec précision le changement progressif de la concentration de NTC dans l'épaisseur de la plaque, une discrétisation en 10 couches (N_L = 10) est employée. L'expression mathématique de la déflexion centrale adimensionnelle est donnée comme suite :

$$\bar{\omega} = -\omega/h \tag{3.1}$$

Le Tableau 3.7 présente la déviation centrale adimensionnelle de plaques composites renforcées par des NTC simplement appuyées, soumises à une charge uniforme répartie, avec un rapport largeur/épaisseur constant de *a/b*=1 et une fraction volumique de NTC de 0,11. Lorsque le rapport largeur/épaisseur augmente, la déviation centrale adimensionnelle des plaques augmente également, ce qui indique une diminution de la rigidité globale des plaques à mesure que leur largeur devient plus importante par rapport à leur épaisseur. Le Tableau 3.7 révèle également l'influence significative des modèles de distribution des NTC sur le comportement de la déflexion. Parmi les différents modes de distribution considérés, le mode FG-O produit la déflexion centrale adimensionnelle la

plus élevée, tandis que le mode FG-X conduit à la plus faible. Cela suggère que la distribution des NTC a un effet critique sur la rigidité des plaques nano-composites. Plus précisément, le types de distribution FG-X, où les NTCs sont plus concentrés sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque, donne une plaque plus rigide, réduisant la déviation centrale. En outre, l'effet des variations de l'indice de loi de puissance Pin est examiné dans le même Tableau. On observe que lorsque l'indice de la loi de puissance Pin passe de 0 à 1,8, la déflexion centrale adimensionnelle augmente pour les types de distributions FG-O et FG-V. Toutefois, le modèle FG-X présente une diminution de la déflexion à mesure que l'indice P_{in} augmente, tandis que le modèle UD ne présente aucune variation de la déflexion centrale en fonction des différents indices de loi de puissance. Ce comportement s'explique par les différentes répartitions des NTCs : dans le modèle FG-O, les NTCs sont concentrés au milieu de la plaque, ce qui entraîne une augmentation de la déflexion à mesure que l'indice P_{in} augmente. Pour le type FG-V, les NTCs sont concentrés sur la surface supérieure, et l'augmentation de l'indice de loi de puissance entraîne une augmentation de la déflexion. En revanche, pour le modèle FG-X, où les NTCs sont concentrés à la fois sur les surfaces supérieure et inférieure, des indices de loi de puissance plus élevés se traduisent par des plaques plus rigides avec une déflexion réduite. Ces résultats soulignent le rôle essentiel de la distribution des NTC et de l'indice de loi de puissance Pin dans l'ajustement des propriétés mécaniques des plaques renforcés par les NTC-FG, offrant ainsi un aperçu de la conception optimale pour une rigidité améliorée.

Tableau 3.7 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différents rapports b/h, modes de distribution des NTC et P_{in}. Avec a/b=1, $\mathrm{V}^*_{\mathrm{CNT}} = 0.11$ *et T=300k.*

		P_{in}					
b/h	Modes de distribution	0	0.4	0.8	1	1.4	1.8
10	UD	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}
	FG-V	0.3736×10^{-02}	0.3979×10^{-02}	0.4290×10^{-02}	0.4456×10^{-02}	0.4801×10^{-02}	0.5153×10^{-02}
	FG-O	0.3736×10^{-02}	0.4265×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5195×10^{-02}	0.5850×10^{-02}	0.6513×10^{-02}
	FG-X	0.3736×10^{-02}	0.3423×10^{-02}	0.3243×10^{-02}	0.3179×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3007×10^{-02}
20	UD	0.3631×10^{-01}	0.3631×10^{-01}	0.3631×10^{-01}	0.3631×10^{-01}	0.3631×10^{-01}	0.3631×10^{-01}
	FG-V	0.3631×10^{-01}	0.4046×10^{-01}	0.4583×10^{-01}	0.4873×10^{-01}	0.5474×10^{-01}	0.6090×10^{-01}
	FG-O	0.3631×10^{-01}	0.4527×10^{-01}	0.5563×10^{-01}	0.6107×10^{-01}	0.7222×10^{-01}	0.8353×10^{-01}
	FG-X	0.3631×10^{-01}	0.3110×10^{-01}	0.2814×10^{-01}	0.2710×10^{-01}	0.2552×10^{-01}	0.2439×10^{-01}
50	UD	1.157	1.157	1.157	1.157	1.157	1.157
	FG-V	1.157	1.321	1.535	1.651	1.891	2.138
	FG-O	1.157	1.512	1.923	2.139	2.583	3.032
	FG-X	1.157	1.087	1.027	1.007	0.977	0.956

Le Tableau 3.8 présente la déflexion centrale adimensionnelle des plaques renforcées par les NTC-FG simplement appuyées et soumises à une charge distribuée uniforme, en tenant compte des effets du rapport d'aspect, des modèles de distribution des NTCs et des indices de la loi de puissance. Avec un rapport d'aspect fixe de *b/h*=10 et une fraction volumique totale se NTCs de $V_{CNT}^{*} = 0.11$, les résultats montrent que lorsque le rapport d'aspect passe de 1 à 2, la déviation centrale non dimensionnelle augmente pour tous les indices de loi de puissance Pin et les modèles de distribution des NTCs, ce qui indique une réduction de la rigidité à mesure que le rapport d'aspect augmente. Parmi les différents modèles de distribution des NTC, le modèle FG-O produit la déflexion centrale adimensionnelle la plus élevée, tandis que le modèle FG-X produit la déflexion la plus faible, ce qui indique que le modèle FG-X, où les NTC sont concentrés sur les surfaces supérieures et inférieures, donne une plaque nano-composite plus rigide. L'effet de la variation de l'indice de loi de puissance de 0 à 1,8 montre que pour les motifs FG-O et FG-V, la déflexion centrale non dimensionnelle augmente à mesure que l'indice augmente, tandis que pour le motif FG-X, la déflexion diminue, et le motif UD ne montre aucune variation. Ceci est dû à la même raison que celle mentionnée dans le paragraphe précédent.

Tableau 3.8 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différents rapports a/b, modes de distribution des NTC et P_{in}. Avec b/h=10, $\mathrm{V_{CNT}^{*}} = 0.11$ *et T=300k.*

		P_{in}					
a/b	Modes de distribution	0	0.4	0.8	1	1.4	1.8
1	UD	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}
	FG-V	0.3736×10^{-02}	0.3979×10^{-02}	0.4290×10^{-02}	0.4456×10^{-02}	0.4801×10^{-02}	0.5153×10^{-02}
	FG-O	0.3736×10^{-02}	0.4265×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5195×10^{-02}	0.5850×10^{-02}	0.6513×10^{-02}
	FG-X	0.3736×10^{-02}	0.3423×10^{-02}	0.3243×10^{-02}	0.3179×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3007×10^{-02}
1.5	UD	0.1199×10^{-01}	0.1199×10^{-01}	0.1199×10^{-01}	0.1199×10^{-01}	0.1199×10^{-01}	0.1199×10^{-01}
	FG-V	0.1199×10^{-01}	0.1289×10^{-01}	0.1397×10^{-01}	0.1452×10^{-01}	0.1558×10^{-01}	0.1659×10^{-01}
	FG-O	0.1199×10^{-01}	0.1397×10^{-01}	0.1609×10^{-01}	0.1713×10^{-01}	0.1914×10^{-01}	0.2100×10^{-01}
	FG-X	0.1199×10^{-01}	0.1076×10^{-01}	0.1003×10^{-01}	0.9767×10^{-02}	0.9359×10^{-02}	0.9057×10^{-02}
2	UD	0.2537×10^{-01}	0.2537×10^{-01}	0.2537×10^{-01}	0.2537×10^{-01}	0.2537×10^{-01}	0.2537×10^{-01}
	FG-V	0.2537×10^{-01}	0.2703×10^{-01}	0.2883×10^{-01}	0.2967×10^{-01}	0.3116×10^{-01}	0.3242×10^{-01}
	FG-O	0.2537×10^{-01}	0.2909×10^{-01}	0.3270×10^{-01}	0.3435×10^{-01}	0.3727×10^{-01}	0.3969×10^{-01}
	FG-X	0.2537×10^{-01}	0.2286×10^{-01}	0.2131×10^{-01}	0.2073×10^{-01}	0.1982×10^{-01}	0.1913×10^{-01}

Le Tableau 3.9 présente la déviation centrale non dimensionnelle des plaques en NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme répartie, en tenant compte des effets de la fraction volumique des NTCs, des modes de distribution des NTCs et des

indices de la loi de puissance Pin. Avec *a/b*=1 et *b/h*=10, lorsque la fraction volumique de NTC passe de 0,11 à 0,17, la déviation centrale non dimensionnelle diminue pour tous les modes de distribution des NTC et tous les indices de loi de puissance, ce qui indique qu'une fraction volumique plus élevée de NTC renforce la rigidité des plaques nano-composites. Parmi les différents modes de distribution des NTC, le mode FG-O produit la déflexion centrale non dimensionnelle la plus élevée, tandis que le mode FG-X produit la déflexion la plus faible, ce qui suggère qu'une distribution de NTC plus concentrée sur les surfaces supérieures et inférieures (comme dans le mode FG-X) produit une plaque plus rigide. L'effet de la variation de l'indice de loi de puissance de 0 à 1,8 montre que la déflexion centrale non dimensionnelle augmente pour les modèles de distributions FG-O et FG-V, diminue pour le modèle FG-X et reste inchangée pour le modèle UD. Comme expliqué précédemment, ce comportement est dû aux différentes distributions de NTC.

Tableau 3.9 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ *= -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de* $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$*, sous l'effet de différents* V^*_{CNT}*, modes de distribution des NTC et* P_{in}*. Avec b/h=10, a/b=1 et T=300k.*

P_{in}							
V^*_{CNT}	Modes de distribution	0	0.4	0.8	1	1.4	1.8
0.11	UD	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}
	FG-V	0.3736×10^{-02}	0.3979×10^{-02}	0.4290×10^{-02}	0.4456×10^{-02}	0.4801×10^{-02}	0.5153×10^{-02}
	FG-O	0.3736×10^{-02}	0.4265×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5195×10^{-02}	0.5850×10^{-02}	0.6513×10^{-02}
	FG-X	0.3736×10^{-02}	0.3423×10^{-02}	0.3243×10^{-02}	0.3179×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3007×10^{-02}
0.14	UD	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}
	FG-V	0.3295×10^{-02}	0.3490×10^{-02}	0.3741×10^{-02}	0.3876×10^{-02}	0.4159×10^{-02}	0.4449×10^{-02}
	FG-O	0.3295×10^{-02}	0.3722×10^{-02}	0.4220×10^{-02}	0.4483×10^{-02}	0.5028×10^{-02}	0.5589×10^{-02}
	FG-X	0.3295×10^{-02}	0.3041×10^{-02}	0.2893×10^{-02}	0.2840×10^{-02}	0.2755×10^{-02}	0.2691×10^{-02}
0.17	UD	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}
	FG-V	0.2393×10^{-02}	0.2550×10^{-02}	0.2751×10^{-02}	0.2859×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3305×10^{-02}
	FG-O	0.2393×10^{-02}	0.2740×10^{-02}	0.3142×10^{-02}	0.3353×10^{-02}	0.3788×10^{-02}	0.4229×10^{-02}
	FG-X	0.2393×10^{-02}	0.2183×10^{-02}	0.2060×10^{-02}	0.2015×10^{-02}	0.1942×10^{-02}	0.1886×10^{-02}

Le Tableau 3.10 examine la déflexion centrale adimensionnelle des plaques composites en NTC-FG soumises à une charge distribuée uniforme, en tenant compte de diverses combinaisons de conditions aux limites, de modes de distribution des NTCs et de l'indices de la loi de puissance. Pour plus de clarté, une notation à quatre lettres est utilisée pour spécifier les conditions aux limites à chaque bord de la plaque. Par exemple, LSSC indique que la plaque est libre (L) au bord x = 0, simplement supportée (S) au bord y = 0, simplement supportée (S) au bord *x* = a, et encastré (C) au bord *y* = *b*. Avec a/b=1, b/h = 10, et $V^*_{CNT} = 0.11$, les résultats indiquent que la déviation centrale adimensionnelle

des plaques la plus élevée correspond à la condition limite SSSS, tandis que la plus faible se produit pour la condition limite CCCC, ce qui suggère que les plaques avec des bords encastré sont plus rigides que celles avec des bords simplement appuyés. Parmi les différents modes de distribution des NTCs, le mode FG-O donne la déflexion la plus élevée, et le mode FG-X la plus faible, ce qui démontre que la dispersion des NTC selon le mode FG-X, qui concentre les NTC dans les couches supérieure et inférieure, conduit à une plaque nano-composite plus rigide. La variation de l'indice de loi de puissance de 0 à 1,8 montre que pour les modèles FG-O et FG-V, la déviation centrale adimensionnelle augmente avec l'indice de loi de puissance, tandis que pour le modèle FG-X, la déviation diminue, et pour le modèle UD, la déviation reste inchangée, quelles que soient les conditions aux limites. Ces tendances reflètent les différentes distributions de NTC : FG-O concentre les NTC au centre, FG-V les place à la surface supérieure, et UD maintient une distribution uniforme sur toute l'épaisseur de la plaque.

Tableau 3.10 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega} = -\omega/h$ *des plaques NTC-FG soumises à une charge uniforme de* $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$*, sous l'effet de différentes combinaisons de conditions limites, modes de distribution des NTC et* P_{in}*. Avec b/h=10, a/b=1* $V^*_{CNT} = 0.11$*, et T=300k.*

		P_{in}					
BC	Modes de distribution	0	0.4	0.8	1	1.4	1.8
SSSS	UD	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}
	FG-V	0.3736×10^{-02}	0.3979×10^{-02}	0.4290×10^{-02}	0.4456×10^{-02}	0.4801×10^{-02}	0.5153×10^{-02}
	FG-O	0.3736×10^{-02}	0.4265×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5195×10^{-02}	0.5850×10^{-02}	0.6513×10^{-02}
	FG-X	0.3736×10^{-02}	0.3423×10^{-02}	0.3243×10^{-02}	0.3179×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3007×10^{-02}
CCCC	UD	0.2222×10^{-02}	0.2222×10^{-02}	0.2222×10^{-02}	0.2222×10^{-02}	0.2222×10^{-02}	0.2222×10^{-02}
	FG-V	0.2222×10^{-02}	0.2266×10^{-02}	0.2320×10^{-02}	0.2349×10^{-02}	0.2408×10^{-02}	0.2468×10^{-02}
	FG-O	0.2222×10^{-02}	0.2323×10^{-02}	0.2440×10^{-02}	0.2501×10^{-02}	0.2629×10^{-02}	0.2760×10^{-02}
	FG-X	0.2222×10^{-02}	0.2158×10^{-02}	0.2119×10^{-02}	0.2104×10^{-02}	0.2079×10^{-02}	0.2058×10^{-02}
CCSS	UD	0.2897×10^{-02}	0.2897×10^{-02}	0.2897×10^{-02}	0.2897×10^{-02}	0.2897×10^{-02}	0.2897×10^{-02}
	FG-V	0.2897×10^{-02}	0.2997×10^{-02}	0.3123×10^{-02}	0.3189×10^{-02}	0.3324×10^{-02}	0.3463×10^{-02}
	FG-O	0.2897×10^{-02}	0.3119×10^{-02}	0.3371×10^{-02}	0.3503×10^{-02}	0.3781×10^{-02}	0.4065×10^{-02}
	FG-X	0.2897×10^{-02}	0.2758×10^{-02}	0.2674×10^{-02}	0.2643×10^{-02}	0.2594×10^{-02}	0.2555×10^{-02}
CSCS	UD	0.2363×10^{-02}	0.2363×10^{-02}	0.2363×10^{-02}	0.2363×10^{-02}	0.2363×10^{-02}	0.2363×10^{-02}
	FG-V	0.2363×10^{-02}	0.2414×10^{-02}	0.2481×10^{-02}	0.2517×10^{-02}	0.2594×10^{-02}	0.2675×10^{-02}
	FG-O	0.2363×10^{-02}	0.2476×10^{-02}	0.2611×10^{-02}	0.2683×10^{-02}	0.2836×10^{-02}	0.2998×10^{-02}
	FG-X	0.2363×10^{-02}	0.2295×10^{-02}	0.2254×10^{-02}	0.2238×10^{-02}	0.2214×10^{-02}	0.2194×10^{-02}
CSSS	UD	0.2984×10^{-02}	0.2984×10^{-02}	0.2984×10^{-02}	0.2984×10^{-02}	0.2984×10^{-02}	0.2984×10^{-02}
	FG-V	0.2984×10^{-02}	0.3093×10^{-02}	0.3232×10^{-02}	0.3307×10^{-02}	0.3461×10^{-02}	0.3623×10^{-02}
	FG-O	0.2984×10^{-02}	0.3222×10^{-02}	0.3496×10^{-02}	0.3642×10^{-02}	0.3951×10^{-02}	0.4271×10^{-02}
	FG-X	0.2984×10^{-02}	0.2837×10^{-02}	0.2750×10^{-02}	0.2717×10^{-02}	0.2666×10^{-02}	0.2627×10^{-02}
CCCS	UD	0.2322×10^{-02}	0.2322×10^{-02}	0.2322×10^{-02}	0.2322×10^{-02}	0.2322×10^{-02}	0.2322×10^{-02}
	FG-V	0.2322×10^{-02}	0.2370×10^{-02}	0.2431×10^{-02}	0.2464×10^{-02}	0.2534×10^{-02}	0.2606×10^{-02}
	FG-O	0.2322×10^{-02}	0.2430×10^{-02}	0.2557×10^{-02}	0.2626×10^{-02}	0.2768×10^{-02}	0.2917×10^{-02}
	FG-X	0.2322×10^{-02}	0.2254×10^{-02}	0.2214×10^{-02}	0.2198×10^{-02}	0.2173×10^{-02}	0.2153×10^{-02}

Le Tableau 3.11 présente la déviation centrale adimensionnelle des plaques compsite en NTC-FG simplement appuyées, soumises à une charge distribuée uniforme, en tenant compte des effets des différentes températures sur les propriétés mécaniques, les modes de distribution des NTCs et les indices de la loi de puissance. Avec *a/b*=1, *b/h*=10 et $V_{CNT}^{*} = 0.11$, lorsque la température passe de 300 K à 700 K, la déviation centrale adimensionnelle augmente légèrement pour tous les schémas de distribution des NTC et tous les indices de loi de puissance. Cela suggère que la rigidité des plaques diminue avec l'augmentation de la température, bien que le changement soit modeste. Parmi les modes de distribution des NTCs, le mode FG-O produit la déflexion la plus élevée, tandis que le mode FG-X produit la déflexion la plus faible, ce qui indique que la dispersion des NTC selon le mode FG-X conduit à une plaque nano-composite plus rigide pour toutes les températures et tous les indices de loi de puissance considérés. Lorsque l'indice de loi de puissance passe de 0 à 1,8, la déviation centrale non dimensionnelle augmente pour les motifs FG-O et FG-V, diminue pour le motif FG-X et reste inchangée pour le motif UD. Ces tendances reflètent les schémas de distribution des NTC : dans FG-O, les NTC sont concentrés au milieu, dans FG-V, ils sont concentrés sur la surface supérieure, et dans UD, les NTC sont uniformément distribués sur toute l'épaisseur de la plaque.

Tableau 3.11 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ *= -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de* $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, *sous l'effet de différentes températures pour les propriétés mécaniques, modes de distribution des NTC et* P_{in}. *Avec b/h=10, a/b=1 et* $\mathrm{V_{CNT}^{*}} = 0.11$,.

		P_{in}					
T(K)	Modes de distribution	0	0.4	0.8	1	1.4	1.8
300	UD	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}
	FG-V	0.3736×10^{-02}	0.3979×10^{-02}	0.4290×10^{-02}	0.4456×10^{-02}	0.4801×10^{-02}	0.5153×10^{-02}
	FG-O	0.3736×10^{-02}	0.4265×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5195×10^{-02}	0.5850×10^{-02}	0.6513×10^{-02}
	FG-X	0.3736×10^{-02}	0.3423×10^{-02}	0.3243×10^{-02}	0.3179×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3007×10^{-02}
500	UD	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}
	FG-V	0.3770×10^{-02}	0.4017×10^{-02}	0.4333×10^{-02}	0.4502×10^{-02}	0.4852×10^{-02}	0.5208×10^{-02}
	FG-O	0.3770×10^{-02}	0.4309×10^{-02}	0.4929×10^{-02}	0.5253×10^{-02}	0.5917×10^{-02}	0.6589×10^{-02}
	FG-X	0.3770×10^{-02}	0.3452×10^{-02}	0.3269×10^{-02}	0.3203×10^{-02}	0.3102×10^{-02}	0.3027×10^{-02}
700	UD	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}
	FG-V	0.3786×10^{-02}	0.4035×10^{-02}	0.4353×10^{-02}	0.4523×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5234×10^{-02}
	FG-O	0.3786×10^{-02}	0.4329×10^{-02}	0.4953×10^{-02}	0.5280×10^{-02}	0.5948×10^{-02}	0.6624×10^{-02}
	FG-X	0.3786×10^{-02}	0.3465×10^{-02}	0.3280×10^{-02}	0.3214×10^{-02}	0.3112×10^{-02}	0.3037×10^{-02}

Le Tableau 3.12 présente la déviation centrale adimensionnelle des plaques en NTC-FG simplement soutenues soumises à une charge distribuée uniforme, en tenant compte des effets de la température, des fractions volumiques de NTC, des modes de distribution des NTCs et des indices de la loi de puissance. Avec *a/b*=1 et *b/h*=10, lorsque la température passe de 300 K à 700 K, la déviation centrale non dimensionnelle augmente légèrement pour tous les modèles de distribution des NTC et tous les indices de loi de puissance. Cela indique que les plaques deviennent légèrement moins rigides avec l'augmentation de la température. D'autre part, lorsque la fraction volumique de NTC augmente de 0,11 à 0,17, la déflexion centrale adimensionnelle diminue pour toutes les températures, tous les indices de loi de puissance et tous les schémas de distribution des NTC considérés, ce qui suggère qu'une teneur plus élevée en NTC améliore la rigidité des plaques nano-composites. Parmi les différents modes de distribution des NTCs, le mode FG-O conduit à la déflexion la plus élevée, tandis que le mode FG-X conduit à la déflexion la plus faible, ce qui démontre que la dispersion des NTCs selon le mode FG-X, qui les concentre dans les couches supérieure et inférieure, conduit à une plaque nano-composite plus rigide à toutes les températures et pour tous les indices de la loi de puissance.

Tableau 3.12 Déviation centrale adimensionnelle $\bar{\omega}$ = -ω/h des plaques NTC-FG simplement supportées soumises à une charge uniforme de $q_0 = -1.0 \times 10^{-5}\mathrm{N/m^2}$, sous l'effet de différentes sous l'effet de différentes températures pour les propriétés mécaniques, les fractions volumiques de NTC, modes de distribution des NTC et P_{in}. Avec b/h=10, a/b=1.

			P_{in}					
T (K)	V^*_{CNT}	Distribution Patterns	0	0.4	0.8	1	1.4	1.8
300	0.11	UD	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}	0.3736×10^{-02}
		FG-V	0.3736×10^{-02}	0.3979×10^{-02}	0.4290×10^{-02}	0.4456×10^{-02}	0.4801×10^{-02}	0.5153×10^{-02}
		FG-O	0.3736×10^{-02}	0.4265×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5195×10^{-02}	0.5850×10^{-02}	0.6513×10^{-02}
		FG-X	0.3736×10^{-02}	0.3423×10^{-02}	0.3243×10^{-02}	0.3179×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3007×10^{-02}
	0.14	UD	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}	0.3295×10^{-02}
		FG-V	0.3295×10^{-02}	0.3490×10^{-02}	0.3741×10^{-02}	0.3876×10^{-02}	0.4159×10^{-02}	0.4449×10^{-02}
		FG-O	0.3295×10^{-02}	0.3722×10^{-02}	0.4220×10^{-02}	0.4483×10^{-02}	0.5028×10^{-02}	0.5589×10^{-02}
		FG-X	0.3295×10^{-02}	0.3041×10^{-02}	0.2893×10^{-02}	0.2840×10^{-02}	0.2755×10^{-02}	0.2691×10^{-02}
	0.17	UD	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}	0.2393×10^{-02}
		FG-V	0.2393×10^{-02}	0.2550×10^{-02}	0.2751×10^{-02}	0.2859×10^{-02}	0.3080×10^{-02}	0.3305×10^{-02}
		FG-O	0.2393×10^{-02}	0.2740×10^{-02}	0.3142×10^{-02}	0.3353×10^{-02}	0.3788×10^{-02}	0.4229×10^{-02}
		FG-X	0.2393×10^{-02}	0.2183×10^{-02}	0.2060×10^{-02}	0.2015×10^{-02}	0.1942×10^{-02}	0.1886×10^{-02}
500	0.11	UD	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}	0.3770×10^{-02}
		FG-V	0.3770×10^{-02}	0.4017×10^{-02}	0.4333×10^{-02}	0.4502×10^{-02}	0.4852×10^{-02}	0.5208×10^{-02}
		FG-O	0.3770×10^{-02}	0.4309×10^{-02}	0.4929×10^{-02}	0.5253×10^{-02}	0.5917×10^{-02}	0.6589×10^{-02}
		FG-X	0.3770×10^{-02}	0.3452×10^{-02}	0.3269×10^{-02}	0.3203×10^{-02}	0.3102×10^{-02}	0.3027×10^{-02}
	0.14	UD	0.3323×10^{-02}	0.3323×10^{-02}	0.3323×10^{-02}	0.3323×10^{-02}	0.3323×10^{-02}	0.3323×10^{-02}
		FG-V	0.3323×10^{-02}	0.3521×10^{-02}	0.3776×10^{-02}	0.3914×10^{-02}	0.4201×10^{-02}	0.4496×10^{-02}
		FG-O	0.3323×10^{-02}	0.3758×10^{-02}	0.4264×10^{-02}	0.4532×10^{-02}	0.5086×10^{-02}	0.5654×10^{-02}
		FG-X	0.3323×10^{-02}	0.3064×10^{-02}	0.2914×10^{-02}	0.2859×10^{-02}	0.2773×10^{-02}	0.2707×10^{-02}
	0.17	UD	0.2415×10^{-02}	0.2415×10^{-02}	0.2415×10^{-02}	0.2415×10^{-02}	0.2415×10^{-02}	0.2415×10^{-02}
		FG-V	0.2415×10^{-02}	0.2575×10^{-02}	0.2780×10^{-02}	0.2889×10^{-02}	0.3114×10^{-02}	0.3341×10^{-02}
		FG-O	0.2415×10^{-02}	0.2769×10^{-02}	0.3177×10^{-02}	0.3392×10^{-02}	0.3834×10^{-02}	0.4281×10^{-02}
		FG-X	0.2415×10^{-02}	0.2202×10^{-02}	0.2076×10^{-02}	0.2030×10^{-02}	0.1957×10^{-02}	0.1899×10^{-02}
700	0.11	UD	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}	0.3786×10^{-02}
		FG-V	0.3786×10^{-02}	0.4035×10^{-02}	0.4353×10^{-02}	0.4523×10^{-02}	0.4875×10^{-02}	0.5234×10^{-02}
		FG-O	0.3786×10^{-02}	0.4329×10^{-02}	0.4953×10^{-02}	0.5280×10^{-02}	0.5948×10^{-02}	0.6624×10^{-02}
		FG-X	0.3786×10^{-02}	0.3465×10^{-02}	0.3280×10^{-02}	0.3214×10^{-02}	0.3112×10^{-02}	0.3037×10^{-02}
	0.14	UD	0.3336×10^{-02}	0.3336×10^{-02}	0.3336×10^{-02}	0.3336×10^{-02}	0.3336×10^{-02}	0.3336×10^{-02}
		FG-V	0.3336×10^{-02}	0.3535×10^{-02}	0.3793×10^{-02}	0.3931×10^{-02}	0.4220×10^{-02}	0.4517×10^{-02}
		FG-O	0.3336×10^{-02}	0.3774×10^{-02}	0.4284×10^{-02}	0.4554×10^{-02}	0.5112×10^{-02}	0.5684×10^{-02}
		FG-X	0.3336×10^{-02}	0.3075×10^{-02}	0.2923×10^{-02}	0.2867×10^{-02}	0.2781×10^{-02}	0.2715×10^{-02}
	0.17	UD	0.2425×10^{-02}	0.2425×10^{-02}	0.2425×10^{-02}	0.2425×10^{-02}	0.2425×10^{-02}	0.2425×10^{-02}
		FG-V	0.2425×10^{-02}	0.2587×10^{-02}	0.2793×10^{-02}	0.2903×10^{-02}	0.3129×10^{-02}	0.3358×10^{-02}
		FG-O	0.2425×10^{-02}	0.2782×10^{-02}	0.3194×10^{-02}	0.3410×10^{-02}	0.3854×10^{-02}	0.4305×10^{-02}
		FG-X	0.2425×10^{-02}	0.2211×10^{-02}	0.2084×10^{-02}	0.2037×10^{-02}	0.1963×10^{-02}	0.1905×10^{-02}

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion Générale :

Ce mémoire a porté sur l'analyse du comportement en flexion de plaques composites renforcées par des nanotubes de carbone fonctionnellement distribuées (NTC-FG), avec prise en compte des variations des propriétés mécaniques induites par la température. L'étude s'inscrit dans la continuité des avancées en matière de nano-composites, en combinant les avantages des matériaux fonctionnellement gradués et des nanocharges à hautes performances.

Une attention particulière a été accordée à la distribution des NTCs dans l'épaisseur de la plaque, selon quatre modes de distributions (UD, FG-V, FG-O et FG-X), afin d'identifier les effets géométriques et thermomécaniques sur la déflexion des plaque nano composites. Le logiciel ABAQUS a été utilisé pour analyser le comportement statique des plaques nano-composites. La détermination des propriétés mécaniques a été réalisée à l'aide d'une loi des mélanges étendue prenant en compte la variation de la température.

Les résultats numériques obtenus révèlent que la déflexion augmente avec les rapports géométriques (largeur/épaisseur et longueur/largeur), et que les modes de distributions FG-O génèrent la flèche maximale des plaques, contrairement aux mode FG-X qui assurent une rigidité optimale. Une fraction volumique élevée en NTC améliore globalement la résistance en flexion, quel que soit le mode de distribution des NTCs. Les conditions aux limites influencent également les réponses mécaniques : les plaques encastrées (CCCC) se montrent plus rigides que celles simplement appuyées (SSSS). Par ailleurs, la température a un effet modéré mais croissant sur la flèche, en particulier dans les configurations où les NTC sont concentrés dans les surfaces latérales des plaques. Enfin, l'indice de loi de puissance s'avère être un paramètre essentiel, influençant différemment chaque mode de distribution.

En somme, ce mémoire met en lumière les potentialités offertes par les composites NTC-FG pour le dimensionnement de structures soumises à des conditions sévères. Les résultats présentés peuvent servir de base pour le développement de matériaux légers, rigides, et adaptables à différents environnements thermomécaniques.

Références :

[1] S. Venkatachalam, Ultraviolet and visible spectroscopy studies of nanofillers and their polymer nanocomposites, in: Spectrosc. Polym. Nanocomposites, Elsevier, 2016: pp. 130–157.

[2] J. Hári, B. Pukánszky, Nanocomposites: preparation, structure, and properties, in: Appl. Plast. Eng. Handb., Elsevier, 2011: pp. 109–142.

[3] D. Vollath, Nanoparticles-nanocomposites–nanomaterials: An introduction for beginners, John Wiley & Sons, 2013.

[4] M.J. O'connell, Carbon nanotubes: properties and applications, CRC press, 2006.

[5] S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, Nature. 354 (1991) 56–58.

[6] M. Meyyappan, Carbon nanotubes: science and applications, CRC press, 2004.

[7] Y. Gogotsi, V. Presser, Carbon nanomaterials, CRC press, 2013.

[8] M. Ricaud, D. Lafon, F. ROOS, Les nanotubes de carbone: quels risques, quelle prévention?, Hygiène Sécurité Du Trav. (2008) 43–57.

[9] Y. Miyamoto, W.A. Kaysser, B.H. Rabin, A. Kawasaki, R.G. Ford, Functionally graded materials: design, processing and applications, Springer Science & Business Media, 2013.

[10] R.M. Mahamood, E.T. Akinlabi, Types of functionally graded materials and their areas of application, in: Funct. Graded Mater., Springer, 2017: pp. 9–21.

[11] H.M. Yin, L.Z. Sun, G.H. Paulino, Micromechanics-based elastic model for functionally graded materials with particle interactions, Acta Mater. 52 (2004) 3535–3543.

[12] H.-S. Shen, Functionally graded materials: nonlinear analysis of plates and shells, CRC press, 2016.

[13] M. Niino, Functionally gradient materials as thermal barrier for space plane, J. Jpn. Compos. Mater. 13 (1987) 257–264.

[14] E. Mueller, Č. Drašar, J. Schilz, W.A. Kaysser, Functionally graded materials for sensor and energy applications, Mater. Sci. Eng. A. 362 (2003) 17–39.

[15] J. Qiu, J. Tani, T. Ueno, T. Morita, H. Takahashi, H. Du, Fabrication and high durability of functionally graded piezoelectric bending actuators, Smart Mater. Struct. 12 (2003) 115.

[16] L.S. Liu, Q.J. Zhang, P.C. Zhai, The optimization design on metal/ceramic FGM armor with neural net and conjugate gradient method, in: Mater. Sci. Forum, Trans Tech Publ, 2003: pp. 791–796.

[17] B. Paszkiewicz, R. Paszkiewicz, M. Wosko, D. Radziewicz, B. Ściana, A. Szyszka, W. Macherzynski, M. Tłaczała, Functionally graded semiconductor layers for devices application, Vacuum. 82 (2007) 389–394.

[18] F. Watari, A. Yokoyama, M. Omori, T. Hirai, H. Kondo, M. Uo, T. Kawasaki, Biocompatibility of materials and development to functionally graded implant for bio-medical application, Compos. Sci. Technol. 64 (2004) 893–908.

[19] Shen, H. 2009. "Nonlinear Bending of Functionally Graded Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates in Thermal Environments." Composite Structures 91 (1): 9–19.

[20] Ansari, R., R. Hassani, R. Gholami, and H. Rouhi. 2020. "Thermal Postbuckling Analysis of FG-CNTRC Plates with Various Shapes and Temperature-Dependent Properties Using the VDQ-FEM Technique." Aerospace Science and Technology 106: 106078.

[21] Quoc, T. H., T. M. Tu, and V. Van Tham. 2019. "Free Vibration Analysis of Smart Laminated Functionally Graded CNT Reinforced Composite Plates via New Four - Variable Refined Plate Theory." Materials (Basel, Switzerland) 12 (22): 1–22.

[22] Rout, M., and S. S. Hota. 2023. "Geometrically Nonlinear Free Vibration of CNTs Reinforced Sandwich Conoidal Shell in Thermal Environment." Acta Mechanica 234 (6): 2677–2694.

[23] Kallannavar, V., S. Kattimani, and H. Ramesh. 2022. "Influence of Temperature and Moisture on Free Vibration Behavior of Skew Laminated Composite Sandwich Panels with CNTRC Core." International Journal of Structural Stability and Dynamics 22 (08): 1–33.

[24] Lazar, M. E., M. Ezzraimi, R. Tiberkak, Y. Chiker, M. Bachene, and S. Rechak. 2023. "Vibration Analysis of Composite Plates Reinforced CNTs Using an Exponential Function Approach." Materials Science Technology 39 (17): 2680–2689.

[25] Mehar, K., S. K. Panda, A. Dehengia, and V. R. Kar. 2015. "Vibration Analysis of Functionally Graded Carbon Nanotube Reinforced Composite Plate in Thermal Environment." Journal of Sandwich Structures & Materials 18 (2): 151–173.

[26] Liu, Z., C. Wang, G. Duan, and J. Tan. 2020. "Isogeometric Analysis of Functionally Graded CNT-Reinforced Composite Plates Based on Refined Plate Theory." Journal of Mechanical Science and Technology 34 (9): 3687– 3700.

[27] Guo, H., X. Zhuang, and T. Rabczuk. 2019. “A Deep Collocation Method for the Bending Analysis of Kirchhoff Plate.” Computers, Materials & Continua 59 (2): 433–456.

[28] Guo, H., X. Zhuang, N. Alajlan, H. Zhu, and T. Rabczuk. 2021. “Deep Autoencoder Based Energy Method for the Bending, Vibration, and Buckling Analysis of Kirchhoff Plates with Transfer Learning.” European Journal of Mechanics-A/Solids 87: 104225.

[29] Shams, S., and B. Soltani. 2015. “The Effects of Carbon Nanotube Waviness and Aspect Ratio on the Buckling Behavior of Functionally Graded Nanocomposite Plates Using a Meshfree Method.” Polymer Composites. 38: 531–541.

[30] Van Do, V. N., and C. Lee. 2022. “Nonlinear Bending Analysis of Carbon Nanotube-Reinforced Composite Plates in Combined Thermal and Mechanical.” Acta Mechanica 233 (8): 3365–3391.

[31] Y. Chiker, M. Bachene, M. Guemana, B. Attaf, S. Rechak, Free vibration analysis of multilayer functionally graded polymer nanocomposite plates reinforced with nonlinearly distributed carbon-based nanofillers using a layer-wise formulation model, Aerosp. Sci. Technol. (2020) 105913.

[32] Y. Chiker, M. Bachene, S. Bouaziz, M. Guemana, M. Ben Amar, M. Haddar, Free vibration analysis of hybrid laminated plates containing multilayer functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plies using a layer-wise formulation, Arch. Appl. Mech. (2020) 1–23.

[33] J.D. Fidelus, E. Wiesel, F.H. Gojny, K. Schulte, H.D. Wagner, Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites, Compos. Part A Appl. Sci. Manuf. 36 (2005) 1555–1561.

[34] Y. Han, J. Elliott, Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites, Comput. Mater. Sci. 39 (2007) 315–323.

[35] E. Garcia-Macias, L. Rodriguez-Tembleque, A. Saez, Bending and free vibration analysis of functionally graded graphene vs. carbon nanotube reinforced composite plates, Compos. Struct. 186 (2018) 123–138.

[36] B.S. Aragh, A.H.N. Barati, H. Hedayati, Eshelby-Mori-Tanaka approach for vibrational behavior of continuously graded carbon nanotube-reinforced cylindrical panels, Compos. Part B Eng. 43 (2012) 1943–1954.

[37] J.N. Reddy, Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis, CRC press, 2003.

[38] P.C. Yang, C.H. Norris, Y. Stavsky, Elastic wave propagation in heterogeneous plates, Int. J. Solids Struct. 2 (1966) 665–684.

[39] J.-M. Berthelot, Matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures, &. 245 (1999) 172.

[40] J.M. Whitney, Shear correction factors for orthotropic laminates under static load, (1973).

[41] Zhu, P., Lei, Z.X. and Liew K.M. 2012. "Static and free vibration analyses of carbon nanotube reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory." Compos Struct: 94 (4): 1450-1460.