République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement supérieur
Et de la Recherche Scientifique

Université Yahya Fares de Médéa

FACULTÉ DE LA TECHNOLOGIE
Département de génie mécanique

Projet de fin d'études

POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME :
MASTER 2 EN GÉNIE MÉCANIQUE
OPTION ÉNERGÉTIQUE

Thème

Etude Numérique de phénomène de Bi-stabilité induit par un fluide non-newtonien et la convection thermosolutale dans un milieu poreux en utilisant la loi de puissance.

Présenté par :
Mr. SEKKAI Missoum

Soutenue publiquement le 22/06/2024, devant le Jury composé de :

Dr. TAHAR Souad	*président*
Dr. REBHI Redha	Encadreur
Mr. KHIR Saleh	Co-encadreur
Dr. MEKHTICHE Hamid	Examinateur

Année universitaire : *2023/2024*


بسم الله الرحمن الرحيم

Remerciements

Avant tous, nous remercions Allah qui nous donne le courage et la patience de faire ce travail, malgré toutes les difficultés. Prière et Salutation pour le plus honorable Messager le maitre de la création notre prophète "Mohamed" Commençons par les enseignants. mon promoteur ***Dr. REBHI Redha****, et mon Co- promoteur* ***Mr. KHIR Saleh*** ***.****Donnez-nous une chance de travailler sur ce sujet merveilleux, et deux tous les remerciements et son appréciation. Nos remerciements vont également à tous ceux qui nous ont apporté Ou indirectement des conseils et du soutien et de l'assistance dans la réalisation de ce travail, en particulier Enfin une pensée pleine de reconnaissance à tous les enseignants du Faculté des Sciences et technique pour leurs efforts et leur Collaboration lors de notre cursus. Je remercie également les membres du jury d'avoir bien accepté d'examiner mon travail. J'exprime ma gratitude à tous les enseignants du département de Génie Mécanique à l'université* ***Dr. YAHIA FARES DE MEDEA,*** *pour l'encadrement pédagogique durant de cet année de formation de master. Nous adressons enfin nos remerciements à nos familles et nos amis pour leurs encouragements le long de la réalisation de ce travail Mes remerciements vont aussi à tous mes*
Collègues de travail et mes responsables
Hiérarchiques qui ont contribué à ce que je mène à terme ce travail.

Dédicaces

Merci Allah; mon Dieu de m'avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve. J'ai le grand honneur de dédier ce modeste travail :

- *A ma grande et petite famille.*
- *A mon père, que Dieu ait pitié de lui.*
- *A ma chère mère, que Dieu la protège.*
- *A ma femme, ma bien-aimée et ma très chère.*
- *A mes enfants Firas et Assil*
- *A mes frères et mes proches*
- *A mes professeurs*

ملخص

يقدم هذا البحث دراسة رقمية عن التكتل الطبيعي المزدوج التشنج في تجويف مربع مائل مع طبقة مسامية مليئة بسائل غير نيوتوني. وتتعرض جدران التجويف النشطة لظروف حدودية موحدة من نوع نيومان حرارية وموجّهة، تنطوي على الدفقات الثابتة للحرارة والتركيزات، أو ظروف من نوع ديريخليت، مع فرض درجة حرارة وتركيز ثابتين، في حين يفترض أن تكون الجدران المتبقية للتجويف مستديمة وغير منيعة. لتوضيح سلوك السوائل غير النيوتونية، استخدمنا نموذج قانون السلطة، المعروف باسم النموذج الجيولوجي الغالب لمعالجة ظواهر التدفق داخل الوسائط المسامية. وتُحل المعادلات الحاكمة الأساسية رقميا من خلال طريقة الاختلاف المحدود، في حين أن التدفق الاحتكاكي داخل الوسائط المسامية يتسم باستخدام نموذج دارسي وتقريب البووسينسك. وتشمل البارامترات الإدارية التي تتحكم في المشكلة رقم Rayleigh R_T، مؤشر قانون الطاقة، n، نسبة الطفو، N، رقم لويس Le وزاوية الميل o. n ، وتشير النتائج إلى أن مؤشر قانون القوة الجماعي اللذين يحدثان من خلال الاحتكاك الطبيعي داخل الضميمة. ومن بين أروع النتائج التي توصل إليها هذا البحث الاعتراف بظاهرة تسمى ثباتاً ثنائياً، مما يدل على وجود حلين مستقرين

الكلمات المفتاحية:

التفاعلات المزدوجة -ظاهرة الاستقرار -سوائل قانون القوى طبقة -مسامية مائلة.

ABSTRACT

This research presents a numerical study of double-diffusive natural convection in a tilted square cavity with a porous layer filled with a non-Newtonian fluid. The cavity's active walls are subjected to uniform Neumann-type thermal and solute boundary conditions, involving constant heat and concentration fluxes, or Dirichlet-type conditions, with imposed constant temperature and concentration, whereas the remaining walls of the cavity are assumed to be adiabatic and impermeable. To elucidate the behavior of non-Newtonian fluids, we employed the power-law model, known as the predominant rheological model for addressing flow phenomena within porous media. The fundamental governing equations are numerically solved through the finite difference method, while the convective flow within porous media is characterized by the utilization of the Darcy model and Boussinesq approximation. The governing parameters controlling the problem include the Rayleigh number, R_T, the power-law index, n, the buoyancy ratio, N, the Lewis number, Le, and the inclination angle Φ. The results indicate that both the power-law index, n, and the inclination angle, Φ, exert notable influence on the flow intensity and the heat and mass transfer occurring through natural convection within the enclosure. Among the most fascinating

findings of this research is the recognition of a phenomenon termed bi-stability, which signifies the presence of two stable solutions.

Key words:
Double-diffusive convection, bi-stability phenomenon, power-law fluids, inclined porous layer.

Résumé :

Cette recherche présente une étude numérique de la convection naturelle double diffusion dans une cavité carrée inclinée avec une couche poreuse remplie d'un fluide non-newtonien. Les parois actives de la cavité sont soumises à des conditions aux limites thermiques et de solutés uniformes de type Neumann, impliquant des flux de chaleur et de concentration constants, ou des conditions de type Dirichlet, avec une température et une concentration constantes imposées, tandis que les parois restantes de la cavité sont supposées être adiabatiques et imperméable. Pour élucider le comportement des fluides non newtoniens, nous avons utilisé le modèle de loi de puissance, connu comme le modèle rhéologique prédominant pour traiter les phénomènes d'écoulement dans les milieux poreux. Les équations fondamentales régissant sont résolues numériquement par la méthode des différences finies, tandis que l'écoulement convectif au sein des milieux poreux est caractérisé par l'utilisation du modèle de Darcy et de l'approximation de Boussinesq. Les paramètres déterminants contrôlant le problème comprennent le nombre de Rayleigh, R_T, l'indice de loi de puissance, n, le rapport de flottabilité, N, le nombre de Lewis, Le et l'angle d'inclinaison Φ. Les résultats indiquent que l'indice de loi de puissance, n, et l'angle d'inclinaison, Φ, exercent une influence notable sur l'intensité du flux et sur le transfert de chaleur et de masse se produisant par convection naturelle à l'intérieur de l'enceinte. L'une des découvertes les plus fascinantes de cette recherche est la reconnaissance d'un phénomène appelé bistabilité, qui signifie la présence de deux solutions stables.

Mots clés : Convection double-diffusive, phénomène de bi-stabilité, fluides à loi de puissance, couche poreuse inclinée.

TABLES DES MATIERES

REMERCIEMENT
DEDICACES
RESUME
TABLES DES MATIERES
LISTE DES FIGURES
LISTE DES TABLEAUX
LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS
INTRODUCTION GENERALE 1

CHAPITRE I : GENERALITE ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. INTRODUCTION 4
I.2. TRANSFERT DE CHALEUR 4
I.2.1. DIFFERANTS PHENOMENES DE TRANSFERT 4
I.2.2. DEFENITION DES GRANDEURS THERMIQUES 5
I.2.2.1. LA TEMPERATURE 5
I.2.2.2. LA CHALEUR 5
I.2.3. DEFINITION DE QUELQUESCONCEPTS DE THERMIQUES 5
I.2.3.1. CHAMP DE TEMPERATURE 5
I.2.3.2. GRADIENT DE TEMPERATURE 6
I.2.3.3. FLUX DE CHALEUR (FLUX THERMIQUE) 6
I.2.3.4. DENSITE DE FLUX DE CHALEUR 6
I.2.4. MODES DE TRANSFERT THERMIQUES 7
I.2.4.1. LOIS DE BASE DU TRANSFERT THERMIQUE 7
I.2.4.1.1. LA CONDUCTION (LOI DE FOURIA 7
I.2.4.1.1.1. MECANISME DE LA CONDUCTION 7
I.2.4.1.2. LA CONVECTION 9
I.2.4.1.3. LE RAYONNEMENT (LOI DE STEFAN-BOLTZMANN) 11
I.3. GENERALITES SUR LES TRANSFERT DE MASSE 12
I.3.1. LES TYPES DES PHENOMENE DE TRANSFERT DE MASSE 12
I.3.1.1. TRANSFERT DE MASSE PAR DIFFUSION 12
I.3.1.2. TRANSFERT DE MASSE PAR CONVECTION 13
I.3.2. LA DENSITE DE FLUX DE MATIERE 13
I.3.3. LA PREMIERE LOI DE FICK 14
I.4. LES MILIEUX POREUX 14
I.4.1. LES TYPE DES MILIEUX POREUX 15
I.4.1.1. LA MATRICE SOLIDE 15
I.4.1.1.1. NON CONSOLIDEE 15
I.4.1.1.2. CONSOLIDEE 15
I.4.2. LES PORES 16
I.4.2.1. POROSITE D'INTERSTICE 16
I.4.2.2. POROSITE A FISSURE 16
I.4.3. DIFFERANT PORES 16
I.4.4. DOMAINES D'APPLICATION DES MILIEUX POREUX 16
I.4.4.1. GEOLOGIE 17
I.4.4.2. ANATOMIES MEDICALES 17
I.4.4.3. GENIE CIVIL 18

I.4.4.4. INDUSTRIE 18
I.4.4.5. ENVIRONNEMENT 19
I.4.5. PROPRIETES STRUCTURELLES DES MILEU POREUX 19
I.4.5.1. MODELISATION DE LA POROSITE 19
I.4.6. DESCRIPTION D'UN MILEU POREU SATURE 19
I.4.6.1. POROSITE CONNECTEE ET POROSITE OCCLUSE 19
I.4.6.1.1. POROSITE CONNECTEE 19
I.4.6.1.2. POROSITE OCCLUSE 20
I.4.6.2. VOLUME ELEMENTAIRE REPRESENTATIF (V.E.R) 20
I.4.6.3. CAPILLARITE 21
I.4.6.4. POROSITE ET INDICE DE VIDE 21
I.4.6.5. DEGRE DE SATURATION 23
I.4.6.6. TENEUR EN EAU 23
I.4.6.7. PERMEABILITE 23
I.4.6.8. TORTUOSITE 25
I.5. TRANSFERT THERMIQUE DANS UN MILEU POREUX 26
I.6. TRANSFERT DE MATIERE DANS UN MILEU POREUX 26
I.7. LA COMBINAISON DU TRANSFERT THERMIQUE ET DE MATIERE 26
I.8. MODEL DECOULEMENT UTILISE EN MILEU POREUX 27
I.8.1. LOI DE DARCY 27
I.8.2. MODEL DE BRINKMAN 28
I.8.3. MODEL DE DARCY-FROCHEIMER (DUPUIT) 28
I.8.4. MODEL DE GENERAL DE DARCY-BRINKMAN-FROCHEIMER 29
I.9. FLUIDES NEWTONIEN ET NON-NEWTONIENS 29
I.9.1. COMPORTEMENTS RHEOLOGIQUE 29
I.9.1.1. FLUIDES NEWTONIENS 29
I.9.1.2. FLUIDES NON-NEWTONIENS 30
I.9.1.2.1. FLUIDE NON NEWTONIEN AU COMPORTEMENT INDEPENDANT DU TEMPS 30
I.9.1.2.1.1. FLUIDE REOFLUIDIFIANT OU PSEUDOPLASTIQUE 31
I.9.1.2.1.2. FLUIDERHEOEPAISSISSANT OU DELATANT 31
I.9.1.2.1.3. FLUIDE A SEUIL OU VISCOPLASTIQUE 32
I.9.1.2.2. FLUIDE NON NEWTONIENAU COMPORTEMENT DEPENDANT DU TEMPS 32
I.9.1.2.2.1. FLUIDE THIXOTROPES 32
I.9.1.2.2.2. FLUIDE ANTITHIXOTROPE 32
I.9.1.2.3. LES FLUIDES VISCOELASTIQUES (RHEOPLASTIQUES) 32
I.9.1.3. LE MODELE RHEOLOGIQUESPOUR LES FLUIDES RHEOFLUIDIFIANTS 33
I.9.1.3.1. LE MODELE D'OSWALD-DE-WEALE OU DE LA LOIS DE PUISSANCE 33
I.9.1.3.2. LE MODELE DE SISKO 33
I.9.1.3.3. LE MODELE DE CROSSE 33
I.9.1.3.4. LE MODELE DE CAREUA-BIRD 33
I.9.1.3.5. LE MODELE DE CAREAU-YASUDA 34
I.10. CONCLUSION 34

CHAPITRE II : MODÈLE PHYSIOUE ET FORMULATION

II.1. DESCRIPTION DU PROBLÈME 37
II.2. SIMPLIFICATION DES HYPOTHÈSES 37
II.3 FORMULATION MATHÉMATIQUE 38
II.3.1 ÉQUATION DE CONTINUITÉ 39
II.3.2 EQUATION DU MOUVEMENT : (Loi de Darcy) 39
II.3.3 ÉQUATION DE LA VISCOSITÉ 39
II.3.4 ÉQUATION D'ÉCONOMIE D'ÉNERGIE 39
II.3.5 ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE 39
II.4 ÉQUATION DE LA FONCTION DE FLUX 41
II.5 CONDITIONS AUX LIMITES 41
II.5.1 CONDITIONS AUX LIMITES HYDRODYNAMIQUES 41
II.5.2 CONDITIONS AUX LIMITES THERMIQUES ET MASSIQUES 41
II.5.3 CONDITIONS AUX LIMITES SANS DIMENSION 41
II.6 TAUX DE TRANSFERT THERMIQUE ET DE MASSE 42

CHAPITRE III : SOLUTION NUMÉRIQUE

III.1 DISCRÉTISATION DES CONDITIONS AUX LIMITES THERMIQUES 45
III.2 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE L'ÉNERGIE 45
III.3 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE CONCENTRATION 47
III.4 DISCRÉTISATION DE LA VITESSE 48
III.5 DISCRÉTISATION DES CONDITIONS AUX LIMITES DE VITESSE 49
III.6 DISCRÉTISATION DE LA VISCOSITÉ 49
III.7 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DU MOUVEMENT 49
III.8 ALGORITHME DE CALCUL 50
III.9 CHOIX DU MAILLAGE 51
III.10 VALIDATION DU CODE NUMÉRIQUE 51

CHAPITRE VI : RÉSULTATS ET DISCUSSION

VI.1.2 CAS DE LA CAVITÉ CARRÉE : $A = 1$ 53

CONCLUSION GENERALE *68*

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure I-01 : Isotherme et gradient thermique 6
Figure I-02 : conduction, convection et rayonnement modes de transfert de chaleur 7
Figure I-03 : conduction, convection et rayonnement modes de transfert de chaleur. 7
Figure I-04 : Description schématique de la conduction thermique 8
Figure I-05 : Calcul de la surface d'échange 8
Figure I-06 : Schéma du transfert de chaleur conductif 9
Figure I-07 : exemple de transfert thermique par conduction. 9
Figure I-08 : transfert thermique par convection forcée(a), convection Naturelle (b), convection mixte (c). 10
Figure I-09 : transfert thermique par convection naturelle(b) 10
Figure I-10 : Schéma du transfert de chaleur convectif. 10
Figure I-11 : Schéma présentatif de phénomène de diffusion. 13
Figure I-12 : Schéma présentatif de phénomène de (a) diffusion (b) convection forces 13
Figure I-13 : Exemple de coupe d'un milieu poreux 14
Figure I-14 : (a) Matériaux poreux granulaires utilisés dans l'industrie de la Construction 14
Figure I-15 : Représentation d'un milieu poreux. 15
Figure I-16 : Exemples de milieux poreux 15
Figure I-17 : Milieu poreux (structure) non consolidée 15
Figure I-18 : structure consolidée. 16
Figure I-19 : porosité d'interstice 16
Figure I-20 : porosité à fissure. 16
Figure I-21 : Schéma illustrant les différents volumes accessible ou non accessible lors du passage du fluide. 16
Figure I-22 : Structure d'un tissu osseux (os trabéculaire et cortical) 18
Figure I-23 : Corrosion du béton 18
Figure I-24 : Structures pour des empilements de sphères mono disperses: cubique simple (a), cubique centré (b), cubique a face centrée (c), et hexagonale compacte (d). 19
Figure I-25 : Description d'un milieu poreux 20
Figure I-26 : Volume Elémentaire Représentatif 20
Figure I-27 : Phase liquide, gazeuse et solide dans le V.E.R. 21
Figure I-28 : Phénomène de capillarité. 21
Figure I-29 : Arrangements des particules de même diamètre. 22
Figure I-30 : Degré de saturation 23
Figure I-31 : Perméabilité à travers les pores 25
Figure I-32 : Tortuosité. 25
Figure I-33 : Détermination de la tortuosité du milieu poreux. 26

Figure I-34 : Schéma de l'équipement utilisé par Darcy pour les essais« à charge constante »dans le calcul de la perméabilité 28
Figure I-35 : Types de fluides. 29
Figure I-36 : rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien 30
Figure I-37 : Rhéogramme des fluides Non-Newtoniens indépendants du temps. ..31
Figure I-38 : Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dépendants du temps. . 32

CHAPITRE II

Figure II-1 : Représentation schématique du modèle physique et du système de Coordonnées 37

CHAPITRE III

Figure III-1 : Maillage du domaine de calcul en (i,j) 43

CHAPITRE VI

Figure VI-1 : Contours des lignes fluctuantes Ψ, Température T, Concentration S , vitesse horizontale U, et viscosité apparente μ_a , pour $R_T = 100$, Le=5, N= - 0.1 et diverses valeurs de n, avec des conditions limites de type Neumann. 53
Figure VI-2 : Contours des lignes fluctuantes Ψ, Température T, Concentration S, vitesse horizontale U, et viscosité apparente μ_a , pour $R_T = 100$, Le=5, N= -0.1 et diverses valeurs de n, avec des conditions limites de type Dirichlet. 54
Figure VI-3 : Contours des lignes Ψ, Température T, Concentration S, vitesse horizontale U, et viscosité apparente μ_a, pour $R_T = 100$, Le=5,N= -0.1, n=1.2 et diverses valeurs de Φ, avec conditions limites de type Neumann. 56
Figure VI-4 : Contours des lignes rationnelles Ψ, Température T, Concentration S, et viscosité apparente μ_a , pour $R_T = 100$, Le=5, N= - 0 ,1 n=1.2 et diverses valeurs de Φ, avec des conditions limites de type Dirichlet. 57
Figure VI-5 : Effet de l'indice de la loi de puissance n, sur les profils de (a) la vitesse horizontale U, (b) la viscosité apparente, la température T, et (d) la concentration S, dans les conditions limites de type Neumann. 59
Figure VI-6 : Effet de l'indice de la loi de puissance n, sur les profils de (a) la vitesse horizontale U, (b) la viscosité apparente μ_a ,(c) la température T, et (d) la concentration, S, dans les conditions limites de type Dirichlet... 60
Figure VI-7 : Effets de l'angle d'inclinaison Φ, et l'indice de la loi de puissance n, pour $R_T = 100$, sur: (a) la fonction de courant au centre de la cavité ψ_0 , (b) le numéro de Nusselt Nu, et (c) le nombre de Sherwood Sh.

exposé à des conditions de limite de type Neumann. 61
Figure VI-8 : Effets de l'angle d'inclinaison, Φ, et de l'indice de loi de puissance, n, pour $R_T = 100$, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité ψ_0, (b) le nombre de Nusselt Nu, et (c) Numéro Sherwood Sh. exposé à des conditions aux limites de type Dirichlet 62
Figure VI-9 : Effets du rapport de puissance Nu, et de l'indice de force-loi n, pour $R_T = 100$, et Le=5, sur : (a) la fonction de courant au centre de la cavité ψ_0, (b) le numéro de Nusselt Nu et (c) le nombre de Sherwood Sh. exposés aux conditions de limite de type Neumann..64
Figure VI-10: Effets du rapport de puissance Nu, et de l'indice de force-loi, n, pour $R_T = 100$, et Le=5, sur: (a) la fonction de courant au centre de la cavité ψ_0 , (b) le nombre de Nu de Nusselt, et (c) le numéro de Sherwood Sh. Exposé aux conditions de limite de type Neumann. .65
Figure VI-11: diagramme de bifurcation en termes de ψ_0 , Nu, et Sh en tant que fonction de R_T et n pour A=1, Le=5, N=-0.1: [(a)–(c)] n=0.8 à 1.4.d) Contours des fluctuations, température, concentration et viscosité apparente pour $R_T = 35$, n=1.1: $\psi_0 = 0{,}9664$, Nu=1.2439, Sh=4.0523, et $\mu_a = 0$ (upper solution). e) Contours des fluctuations, température, concentration et viscosité apparente pour $R_T = 35$, n=1.1: $\psi_0 = 0{,}0277$, Nu=1.0003, Sh=1.0098, et $\mu_a = 0$ (solution inférieure) (for Neumann boundary conditions). 66

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I-1 : Conductivité thermique de certains matériaux. 9
Tableau I-2 : Expressions des différents flux massiques et molaires 13
Tableau I-3 : Gammes de porosité dans les roches. 19
Tableau I-4 : Porosité de quelques matériaux 22
Tableau I-5 : Modèles empiriques de perméabilité. 24
Tableau I-6 : Perméabilité de quelques matériaux poreux 25
Tableau VI-1: validation du code numérique. 50

$T(M,t)$	:	le champ thermique
$q(M,t)$	:	le flux de transfert de chaleur
$Tf(x,y,z,T)$	:	progression dans l'espace et dans le temps de la Température
$x, y \text{ et } z$	:	sont les variables de l'espace
t	:	le temps
$\vec{n}$	:	vecteur unitaire de la normale
$\overrightarrow{\text{grad}}\ \text{T}$	:	gradient thermique
$\partial \text{T}/\partial \text{n}$	:	dérivée de la température le long de la normale
$\phi\ ;\ \dot{Q}$	:	flux thermique
Q	:	quantité de chaleur
φ	:	densité de flux thermique
φ_{st}	:	Flux de chaleur stocké
φ_g	:	Flux de chaleur généré
φ_e	:	Flux de chaleur entrant
φ_s	:	Flux de chaleur sortant
λ	:	Conductivité thermique du milieu
x	:	Variable d'espace dans la direction du flux
S	:	La surface d'échange c'est la surface qui est traversée par le flux de chaleur
h	:	Coefficient de transfert de chaleur par convection
T_P	:	Température de surface du solide
T_∞	:	Température du fluide loin de la surface du solide
A_P	:	Aire de la surface de contact solide/fluide
σ	:	constante de Stefan
ε_p	:	Facteur d'émission de la surface
Q	:	le Taux de transfert de dematière
m	:	la Quantité de matière transférée,
N	:	c'est le flux de matière
J_A	:	le Flux de diffusion du composé A
D_{AB}	:	Coefficient de diffusion de composer A dans le milieu B
S_A	:	la Concentration en composé A,
ΔS_A	:	variation de concentration en composer A
Δy	:	la distance de transfert ou epaisseur
J_i	:	flux massique suivant x
V_T	:	Le volume total d'un matériau poreux
V_V	:	volume des pores (ou vides) présents dans le matériau
V_S	:	volume du solide .
ε	:	la porosité
e	:	L'indice des vides

Sr : Le degré de saturation
Vw : le volume d'eau
W : La teneur en eau
Ww : le poids de l'eau
Ws : le poids du sol sec
k : perméabilité
u_D : la vitesse Darcienne circulant au sein du milieu poreux
u_f : la viscosité dynamique du fluide à la perte de charge par unité de longueur (dp/dx).
Q_V : le débit volumique c'est le produit de la vitesse superficielle et la section de passage.
k_f : Tenseur de perméabilité caractéristique de la famille de fissures
c_f : Rayon des fissures.
e_f : Epaisseur des fissures.
N_f : Densité de fissures.
ε_f : Ecart avec les conditions réelles d'application de la loi de Poiseuille égal 0.5.
τ : La tortuosité
k_{eff} : Conductivité thermique du milieu poreux
c_p : Chaleur massique a pression constante
D : La diffusivité massique du milieu poreux
S : La concentration du composant
$\rho_f(T;C)$: est la masse volumique à la température T_r et à la Concentration (Sr)
(β_T, β_S) : sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et solutal du fluide.
ΔP : changements différance de pression
V_{filt} : la vitesse de filtration
(μf) : viscosité dynamique d'un fluide
ρ_f : est la densité de fluide
$\vec{v}$: est le vecteur de vitesse,
P : est la pression
$\vec{f}$: sont des forces par unité de masse
$\vec{g}$: pesanteur
τ' : la contrainte de cisaillement
γ' : le taux de déformation
μ_∞ : la viscosité à taux de cisaillement élevé.
μ_0 : viscosité à cisaillement nul

μ_∞ : viscosité à cisaillement infini (ou viscosité du solvant)

n : exposant sans dimension (identique à celui de la loi d'Ostwald)

α : paramètre sans dimension décrivant la transition entre le premier plateau newtonien et la zone en loi de puissance.

a : coefficient du modèle de careau-Yasouda

τ_c : Contrainte critique lorsque la vitesse de cisaillement tend vers 0,

Nu : nombre de Nusselt

ψ , $\psi(x,y)$: fonction de courant et fonction de flux respectivement

Le : Nombre de Lewis

R_T : Nombre de Rayleigh

Sh : Nombre de Sherwood moyen

S : Concentration adimensionnelle

L' : longueur de cavités étudie

H' : hauteur de cavités étudie

W' : largeur de cavités étudie

Φ : l'inclinaison d'un angle par rapport au plan horizontal

q' : flux de chaleur uniformes

j' : flux de masse

ρ : est la densité du fluide non newtonien

T' : la température du fluide en un point spécifique du système

S' : la concentration du fluide en un point spécifique du système

T'_0 : représentent la température de référence

S'_0 : représentent la concentration de référence

ρ_0 : représentent la masse volumique de référence.

ω : champ de viscosité

ψ_{max} : la valeur maximale de ligne de courant

N_{cr} : ration critique

$\Delta\Psi$ paramètre est le facteur d'excès de relaxation

β'_T *et* β'_S : sont respectivement les coefficients de dilatation thermique et solutale.

V' : est la vitesse superficielle dont les composantes sont u' et v' dans les directions x' et y' respectivement

P' : est la pression hydrodynamique

μ_a : la viscosité apparente

N : l'index de la loi de puissance

K : l'indice de consistance du fluide

$(\rho c)_p$ *et* $(\rho c)_f$: sont respectivement la capacité thermique du milieu poreux saturé et celle du liquide.

N : le rapport de flottabilité

ξ : la porosité normalisée

ADI : la méthode implicite à directions alternées *(Alternating Direction Implicit)*

SOR : la méthode de relaxation successive

$u_{i,j}\ et\ v_{i,j}$: champ de vitesse initial,

$u_{\alpha(i,j)}$: champ de viscosité initial

$S_{i,j}$: champ de concentration

$u_{i,j}v_{i,j}$: champ de vitesse

$\mu_{a(i,j)}$: champ de viscosité

$\psi_{\max}$: la valeur maximale de ligne de courant

N_{cr} : ration critique

$\Delta\Psi$: distribution uniforme de lignes de courant

S_{MAX}, S_{MIN} : La concentration maximale et concentration maximale

ψ_0 : valeur de la fonction de flux au centre de la cavité

VER : Volume élémentaire représentatif

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'étude de la convection naturelle a attiré et continue de prendre en compte de nombreux chercheurs et acteurs industriels. Les études sur ce sujet s'étendent sur un peu plus d'un siècle. Jusqu'à présent, de nombreux travaux ont été réalisés, à la suite de la découverte du phénomène par les expériences de Bénard et l'analyse théorique de Rayleigh au début du vingtième siècle.

L'attention des chercheurs porte depuis une vingtaine d'années sur un autre type de transport convectif en milieux poreux, la convection double diffusive ou thermosolutale, qui se produit en présence de deux composants différents (chaleur et salinité) ayant des taux de diffusion différents.

La double diffusion est un phénomène qui peut se manifester dans des environnements poreux, comme les étangs solaires, les réservoirs de gaz naturel et de déchet radioactif, la production de cristal, le transport de polluants dans le sol, etc.

Lorsque dans un environnement poreux, un fluide saturant à plusieurs composants est exposé à des variations de densité provoquées par des fluctuations locales de température et de concentration, des forces volumiques générées par les champs de gravité provoquent un mouvement convectif : c'est ce qu'on appelle la convection naturelle thermosolutale. La convection naturelle est essentielle dans les milieux poreux et est utilisée dans de nombreux domaines tels que l'astrophysique, l'océanographie, la géophysique, la pollution de l'air, la diffusion souterraine des polluants, l'enfouissement souterrain des déchets radioactifs, l'isolation thermique, la métallurgie, l'extraction du pétrole, l'exploitation et le stockage de certains produits agricoles.

La majorité des recherches actuelles concernent la convection d'origine thermique et reposent sur le modèle de Darcy. En outre, ces recherches supposent que les matériaux poreux sont isotropes et homogènes.

Pour résoudre un problème de convection double diffusive dans des milieux poreux, il est nécessaire de prédire les variables de température, de concentration et de vitesse, ainsi que l'intensité de l'écoulement en fonction des différents paramètres du problème. La prédiction des taux de transferts thermiques (nombre de Nusselt) et massiques (nombre de Sherwood) correspondant est également cruciale.

L'objectif de cette étude est d'analyser la convection double diffusive dans les milieux poreux, en utilisant une cavité Carré, Les parois inferieures de la cavité sont soumises à des flux de chaleur uniformes et à des flux de masse. Les murs restants sont présumés adiabatiques et imperméables.

Cette étude s'articule sur quatre (04) chapitres essentiels et une conclusion.

- Le premier chapitre, est une généralité sur les phénomènes des transferts de chaleur et de masse. Les milieux poreux et les fluides non-newtoniens
- Le second chapitre, nous allons présenter la modélisation mathématique, en présentant le problème physique de notre étude, suivi par une formulation mathématique des équations de continuité, de la quantité de mouvement, de l'équation de l'énergie et de l'équation de masse.
- Le troisième chapitre est réservé à la présentation de l'outil numérique de calcul, en précisant les différentes étapes pour résoudre le problème physique par la méthode des différences finies.
- Le dernier chapitre est consacré à la présentation et à la discussion des résultats obtenus. On termine ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus avec des recommandations.

CHAPITRE I: Généralités

I.1. Introduction

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre. Elle se concentre principalement sur l'analyse des états d'équilibre sans se préoccuper des mécanismes d'échange qui s'y déroulent. Les notions de transferts de chaleur interviennent en complément de l'enseignement de la thermodynamique. Elles nous permettent de comprendre les différentes étapes par lesquelles la chaleur est transmise. Plus précisément, La thermique a pour objectif de décrire de manière quantitative, dans l'espace et dans le temps, l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, notamment la température, entre l'état d'équilibre initiale et l'état d'équilibre final. [1]

Un transfert de chaleur (transfert thermique) est une action irréversible qui se produit lorsqu'une grandeur physique est transportée à travers des molécules. C'est un phénomène transversal présent dans toutes les disciplines scientifiques et en ingénierie. Tous les phénomènes de transport ont pour origine l'inhomogénéité d'une grandeur intensive. Il s'agit de la tendance naturelle des systèmes physiques et chimiques à uniformiser ces grandeurs qui entraînent le transport.[2]

L'étude de chaque événement de transport se réfère à une certaine entité (caractéristique) transférée, par exemple : La quantité de mouvement requise pour accroître la vitesse d'un fluide, la chaleur afin de vaporiser un liquide et la masse du liquide transportée dans une conduite ou la dispersion d'un liquide, coloré au sein d'un autre liquide transparent.

Les grandeurs physiques transférées les plus connues sont la chaleur (transfert thermique), la matière (transfert de masse) et la quantité de mouvement. [3]

Les corps qui assurent le déplacement de ces grandeurs physiques sont On les nomme porteurs de charge.

I.2. Transfert de chaleur :

I.2.1 Différents phénomènes de transfert :

Les principaux phénomènes de transfert thermique sont :

A) Transfert de chaleur (transfert thermique) : Pour lequel la grandeur transférée est la chaleur, ce transfert s'effectue entre deux point de températures différentes : il se fait toujours de la température la plus grand vers la température la plus petite. On désigne cette graduation de température sous le nom de force motrice du changement thermique.

B) Transfert de masse (de matière) : Pour lequel la grandeur transférée est la masse (Concentration massique), ce mouvement

se produit entre deux régions où les concentrations massiques sont différentes, cela va toujours de la concentration la plus élevée à la concentration la plus faible. La différence de concentration est appelée : La force motrice qui provoque le déplacement de matière.

C) Transfert de de quantité de mouvement: Pour lequel la grandeur transférée est la quantité de mouvement (Vitesse), Il existe une transition entre deux entités à des vitesses différentes, Il se déplace toujours de l'entité à la plus grande vitesse vers celle à la plus faible vitesse, la disparité de vitesse connue sous le nom de: la force motrice du transfert de quantité de mouvement. **[**4**]**

Le but est de déterminer à tout instant le champ thermique $T(M,t)$ dans un système matériel donné, et par la suite le flux de transfert de chaleur $\boldsymbol{q}(M,t)$ de même, une loi spécifique qui relie (rassemble) le flux de chaleur aux températures sera affirmée pour chaque mode de transferts thermiques. [1]

I.2.2. Définition des grandeurs thermiques

I.2.2.1.Température

L'ensemble des objets est composé de molécules et d'atomes. Cependant, même si un objet nous paraît immobile, les molécules et les atomes qui le composent ne le sont évidemment pas. L'agitation des molécules et des atomes à l'intérieur de l'objet est ce fait rapide. Ces mouvements d'agitation sont appelés agitation thermique.

La température est la traduction à l'échelle macroscopique d'un état énergétique de la matière à l'échelle microscopique. Elle mesure le degré d'agitation des particules (les atomes ou les molécules). La température d'un objet augmente à mesure que les molécules d'un objet sont agitées. alors que moins elles bougent, plus la température de cet objet est basse.

On mesure la température à l'aide d'un thermomètre. L'évaluation de la température se fait en degrés, en Kelvin ou en Fahrenheit. [4]

I.2.2.2 Chaleur

La chaleur se produit lorsque l'énergie thermique est transférée d'un objet à un autre en raison d'une différence de température. Si nous mettons en contact un objet froid et un objet chaud, Les molécules de la matière chaude sont plus agitées que celles de la matière froide. Alors, Les molécules de l'objet chaud seront en collision avec les molécules de l'objet froid. Les molécules de l'objet froid commencent donc en mouvement plus rapidement que les molécules de l'objet chaud sont ralenties. Il s'agit donc d'une transition d'énergie du corps chaud vers le corps froid.

L'énergie thermique se mesure en Joules. Contrairement à la température, Il n'y a aucune méthode de mesure directe de la chaleur. [4]

I.2.3. Définition de quelques concepts de thermiques

I.2.3.1. Champ de température

Les transferts thermiques sont déterminés à partir de La progression dans l'espace et dans le temps de la température : $T = f\ (x,y,z,t)$. x, y et z sont les variables de l'espace, t est le temps. La valeur instantanée de la température est un scalaire qui représente la température à n'importe quel point de l'espace. On distingue deux cas :

- Champ de température stationnaire ou permanent: champ de température indépendant du temps.

- Champ de température transitoire ou variable (instationnaire) : Le champ de température change avec le temps. [5]

I.2.3.2. Gradient de température

Le gradient de température est un vecteur qui représente la variation en fonction de la température à un certain point. Ce vecteur est en tout point parfaitement normal. (Perpendiculaire)à la surface isotherme passant par ce point et dans le sens des températures croissantes [6]

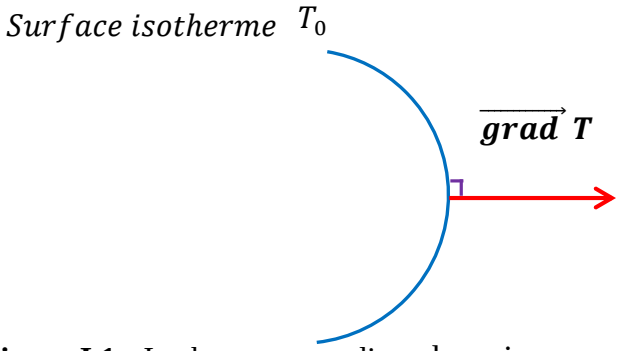


Figure.I.1 : Isotherme et gradient thermique

Avec : $\vec{n}$ vecteur unitaire de la normale
$\partial T/\partial n$ dérivée de la température le long de la normale [1]

On peut écrire : $$\overrightarrow{grad}T = \frac{\partial T}{\partial n}\vec{n} \qquad \text{(I.1)}$$

Avec : $\vec{n}$: *vecteur unitaire de la normale*

$\frac{\partial T}{\partial n}$: *dérivée de la température le long de la normale*

Si on a un système tri-orthogonal Ox, Oy, Oz, on peut écrire :

$$\overrightarrow{grad}T = \frac{\partial T}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\vec{k} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{grad}T\left(\frac{\partial T}{\partial x};\frac{\partial T}{\partial y};\frac{\partial T}{\partial z}\right) \qquad \text{(I.2)}$$

I.2.3.3. Flux de chaleur (flux thermique)

Le transfert thermique, également connu sous le nom de flux thermique, correspond à la quantité de chaleur qui circule à travers une surface S pendant une période de temps donnée. Il est appelé ‘’puissance thermique‘’ : $$\Phi = \frac{\partial Q}{\partial T} \qquad \text{(I.3)}$$

Le flux est parfois représenté par la notation $\dot{Q}$ « Q point ».Il s’exprime en $Watt$; d’où l’appellation de puissance thermique, utilisée principalement dans le domaine de la terminologie de appareils et des équipements thermiques. [1]

I.2.3.4. densité de flux de chaleur (densité de flux thermique) :

La densité de flux thermique, également connue sous le nom de flux thermique surfacique, correspond au flux thermique par unité de surface $$\varphi = \frac{d\phi}{dS} = \frac{1}{S}\frac{\delta Q}{dx} \qquad \text{(I.4)}$$

La densité de flux thermique s'exprime en Watt par mètre carré (W/m^2). Si la densité de flux est uniforme sur la surface considérée : [1] $\varphi = \frac{\phi}{S}$ (I.5)

I.2.4.Modes de transferts thermiques

La thermodynamique permet d'anticiper la quantité d'énergie totale nécessaire à un système pour passer d'un état d'équilibre à un autre. Chaque fois qu'il existe une variation de température dans un milieu (entre les milieux), Il est nécessaire que la chaleur se transfère. Comme illustré par la **Figure I.3**

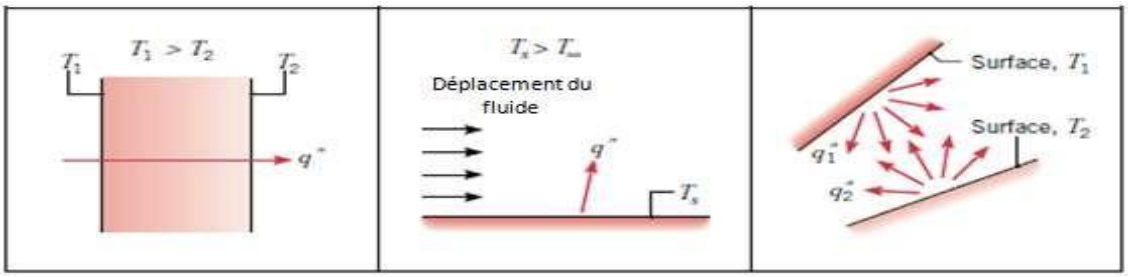


Figure.I.3-a : conduction, convection et rayonnement modes de transfert de chaleur. [7]

On fait référence à diverses formes de processus de transfert de chaleur comme modes. Quand il y a un gradient de température dans un environnement stationnaire, ce qui peut être un solide ou un fluide, Le mot "conduction" est employé pour désigner le processus de transfert de chaleur qui se déroulera à travers le milieu. D'autre part, Le concept de convection désigne le transfert de chaleur entre une surface et un fluide en mouvement lorsqu'ils sont situés à des niveaux différents. [7]

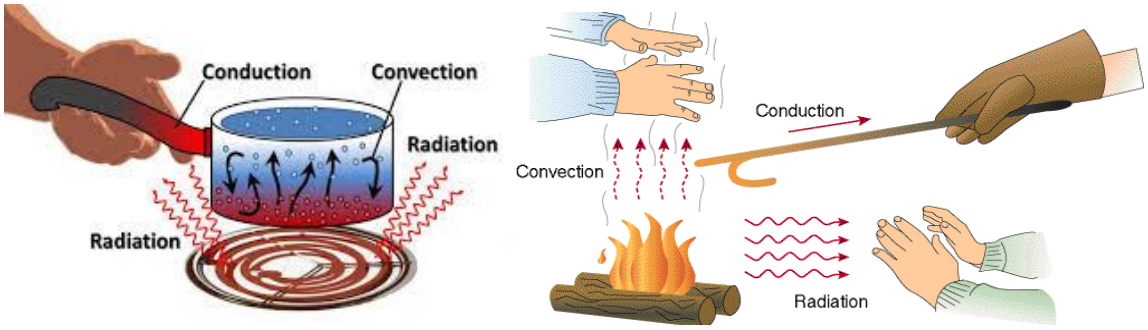


Figure.I.3-b : conduction, convection et rayonnement modes de transfert de chaleur. [7]

Il est possible de transférer de l'énergie sous forme de chaleur entre deux systèmes à des températures différentes en utilisant trois modes de transmission essentiels: conduction, convection et rayonnement. En règle générale, ces divers modes ne sont pas séparés et peuvent être impliqués ensemble dans un processus de transfert thermique. [8]

I.2.4.1.Lois de base du transfert de chaleur

Pour chaque mode de transfert de chaleur, il existe une loi établit la manière dont le flux de chaleur est exprimé.

I.2.4.1.1.La conduction (lois de Fourié)

I.2.4.1.1.1.Mécanisme de la conduction

Le transfert de la chaleur par conduction dans un matériau solide (ou un fluide au repos) Il ne se manifeste que lorsque l'on provoque une perturbation thermique dans un point du matériau. Lorsque l'on chauffe un matériau solide, les ions les plus près de la source de chaleur commencent à vibrer intensément et transmettent ces vibrations aux ions proches par le biais du réseau, que

celui-ci soit ***cristallin*** ou ***amorphe***. ces vibrations ont pour conséquence la production de chaleur et sa diffusivité dans le matériau. (**Figure**.**I**.**4**). L'intensité de cette excitation dépend de l'intensité de la source de chaleur. On peut observer le phénomène de propagation des ondes à l'échelle microscopique comme un phénomène de diffusion de chaleur à l'échelle macroscopique.

Ce phénomène de diffusion de la chaleur est souvent appelé conduction de la chaleur. [5]

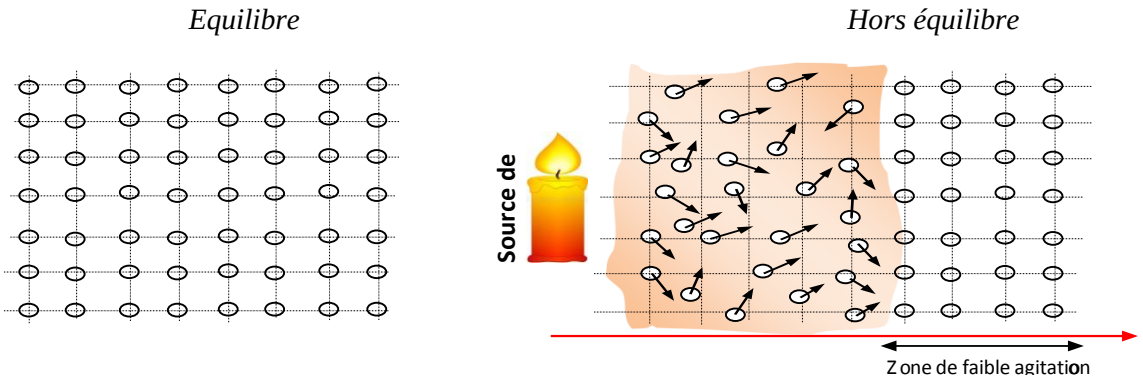


Figure.**I**.**4:** Description schématique de la conduction thermique [5]

Lorsqu'il y a une différence de température, la conduction thermique se déroule par contact, de près en près. (d'un atome à un autre ou d'un corps à un autre), et se manifeste par une augmentation de la température jusqu'à ce que la température soit homogène dans le système, sans déplacement de matière. Elle a lieu principalement dans les solides mais existe aussi dans les fluides à une moindre échelle.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température. [6]

$$\varphi = -\lambda S \overrightarrow{grad}(T) \qquad \text{(I.6)}$$

En général :

$$\varphi = -\lambda S \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \qquad \text{(I.7)}$$

Avec :

φ : Flux de chaleur transmis par conduction (W)

λ : Conductivité thermique du milieu (W $m^{-1}\,^{\circ}C^{-1}$)

x : Variable d'espace dans la direction du flux (m)

S : La surface d'échange c'est la surface qui est traversée par le flux de chaleur. (**figure 1.5)** montre la manière de calculer cette surface dans différents cas. (Air de la section de passage du flux de chaleur (m^2))

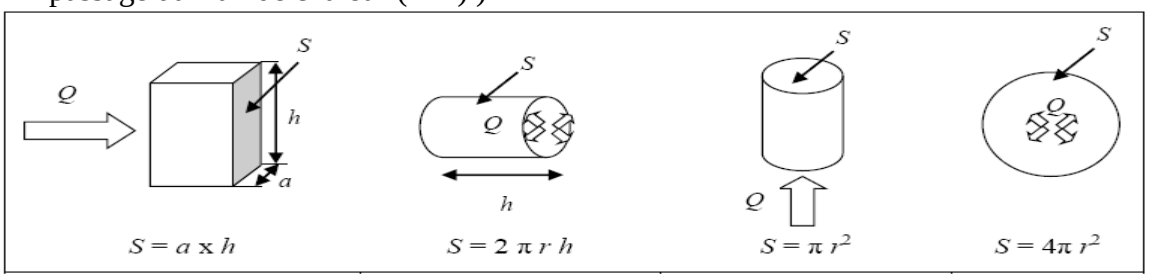


Figure.**I**.**5:**Calcul de la surface d'échange

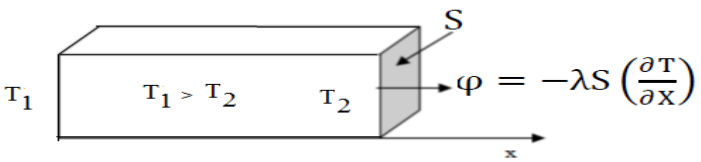


Figure.**I**.**6:** Schéma du transfert de chaleur conductif [6]

On trouvera dans le tableau (**Tableau**.**I**.**1**) les valeurs de la conductivité thermique λ de certains matériaux les plus couramment utilisés.

Matériau	*λ ($W.m^{-1}.°C^{-1}$)*	*Matériau*	*λ ($W.m^{-1}.°C^{-1}$)*
Argent	*419*	*Plâtre*	*0,48*
Cuivre	*386*	*Amiante*	*0,16*
Acier doux	*45*	*Aluminium*	*204*
Liège	*0,044 - 0,049*	*Bois (feuillu-résineux)*	*0,12-0,23*
Acier inox	*15*	*Laine de verre*	*0,035-0,051*
Verre	*1,0*	*Polystyrène extrude*	*0,028*
Eau	*0,60*	*Air*	*0,026*

Tableau.**I**.**1**: Conductivité thermique de certains matériaux. [9]

Exemple : La chaleur se propage à travers une paroi en béton qui sépare l'intérieur et l'extérieur d'un bâtiment.

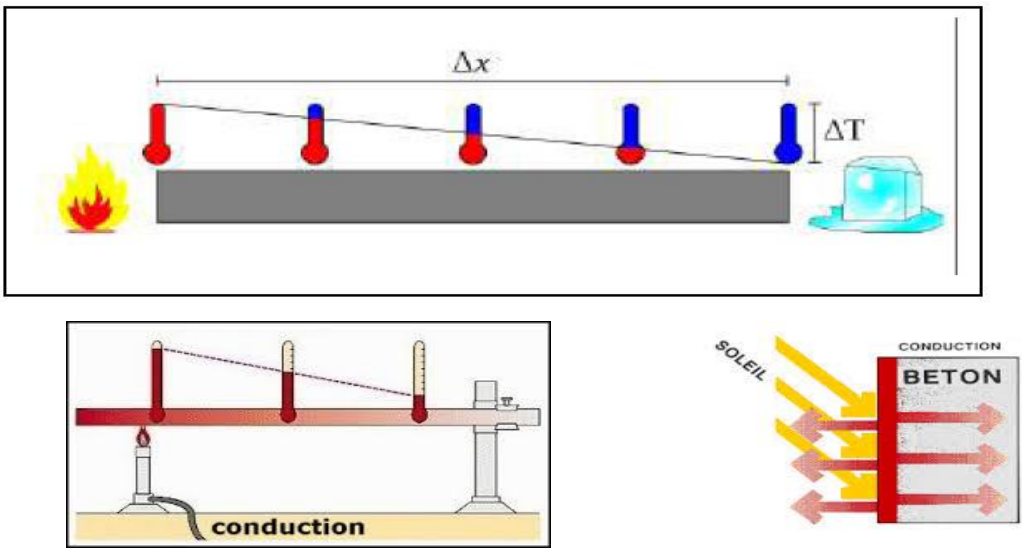


Figure.**I**.**7**: transfert thermique par conduction**.** [10]

I.2.4.1.2.La convection (lois de Fourié)

La convection est un des trois modes de transfert de chaleur. Le concept de convection désigne les échanges de chaleur entre une surface et un fluide en mouvement lorsqu'ils sont à des températures différentes. En plus de l'échange d'énergie causé par la transmission, il y a également transfert par le biais du mouvement du fluide. Il s'agit du fait que de nombreuses molécules ont un mouvement commun. Ce qui implique un transfert de chaleur dans le cas où il existe un gradient de température.

- Le transfert thermique par convection est divisé en trois modes suivant la nature de l'écoulement:

o **convection forcée** : La convection forcée se produit lorsque le débit est provoqué par des éléments externes tels qu'un ventilateur ou les vents de l'air.

o **convection naturelle :** la convection naturelle se produit lorsque l'écoulement est induit par une différence demasse volumique qui varie en fonction de la température au sein du fluide.

o **Convection mixte :** La convection mixte est le mélange des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée) lorsque les vitesses d'écoulement, fictives, causées par les deux

types de convections sont prises en compte séparément, dans le même ordre dégradant.

Le flux de chaleur est exprimé par la loi de Newton de refroidissement : [6]

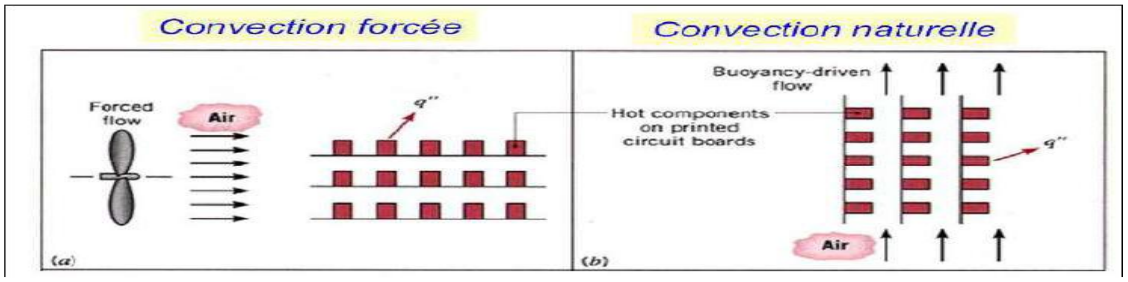


Figure.I.8 (1) : transfert thermique par convection forcée(a), convection naturelle(b), convection mixte (c).

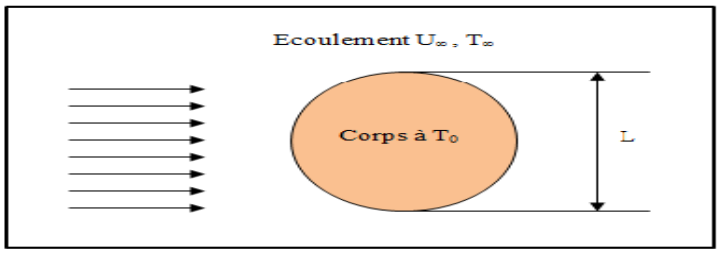


Figure.I.8 (2) : transfert thermique par convection forcée(a), convection naturelle(b), convection mixte (c). [7]

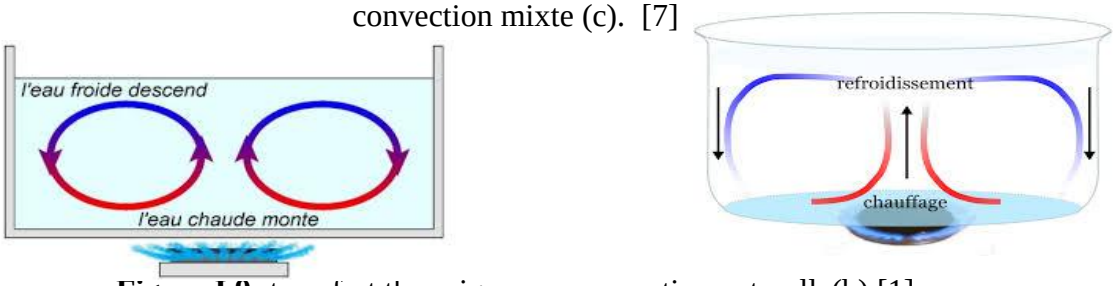


Figure.I.9: transfert thermique par convection naturelle(b) [1]

Indépendamment de la nature de la convection (libre ou forcée), le flux de chaleur est exprimé par la loi de ***Newton*** de refroidissement :

$$\dot{Q} = hA_P(T_P - T_\infty) \qquad \text{(I.8)}$$

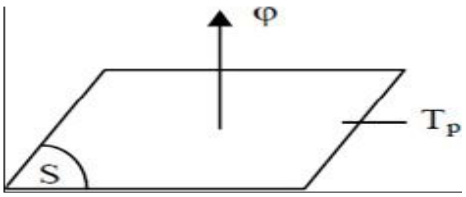


Figure.I.10: Schéma du transfert de chaleur convectif [6]

Avec :

φ : Flux de chaleur transmis par convection (W)

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection (W$T_\infty m^{-2}\,^\circ C^{-1}$)

T_P : Température de surface du solide (°C)

T_∞ : Température du fluide loin de la surface du solide (°C)

A_p : Aire de la surface de contact solide/fluide (m^2)

Remarque **:** Le coefficient de convection de chaleur h varie en fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

I.2.4.1.3.Le Rayonnement (*loi de Stefan-Boltzmann*)

L'énergie thermique émise par la matière à une Température spécifique est appelée rayonnement thermique. Le rayonnement peut être issu d'un matériau solide, liquide ou gazeux. L'énergie du champ radiatif est transportée par les ondes électromagnétiques (ou, ce qui est équivalent, par les photons). Si la conduction nécessite l'existence d'un médium, le rayonnement, quant à lui, est plus efficace dans le vide. Toutes les surfaces émettent de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. En l'absence de milieu intermédiaire, la chaleur est transférée de manière nette et totale entre deux surfaces de températures différentes.

La valeur maximale du flux de chaleur émis par une surface est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann :

$$\varphi_{\max} = \sigma \varepsilon_p S(T_P{}^4 - T_\infty^4) \quad \text{(I.9)}$$

Un tel corps est appelé *corps idéal* ou *corps noir*. Dans cette expression, σ est la constante de Stefan-Boltzmann :

$$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4} \quad \text{(I.10)}$$

Avec :

φ : flux de chaleur transmise par rayonnement (W);

σ : constante de Stefan (5,67. 10^{-8} W m^{-2} K^{-4})

ε_p : Facteur d'émission de la surface

T_p : Température de la surface (*K*)

T_∞ : Température du milieu environnant la surface (*K*)

S : Aire de la surface (m^2)

Exemple :

- le réchauffement d'un mur par l'énergie solaire pendant la journée, et la chaleur émise par le mur pendant la nuit.
- le réchauffement d'un mur par l'énergie solaire pendant la journée, et la chaleur émise par le mur pendant la nuit.
- Dans un four à micro-ondes, les plats sont chauffés en utilisant la chaleur transportée par des rayonnements micro-ondes.

I.3.Généralités sur les transferts de masse (transfert de matière)

Le transfert de masse (ou transfert de matière) joue un rôle très important dans les opérations unitaires de base mises en œuvre au cours de la transformation des aliments ou de produits biologiques (séchage, salage, sucrage, absorption, adsorption, cristallisation, extraction, distillation, ...), Pendant ces opérations, le transfert massique est classiquement le facteur limitant la vitesse du procédé, même si le transfert de chaleur et le flux du produit peuvent aussi être en cause.

Le transfert de masse (matière) a aussi un but important lors de l'emballage des produits et de leur entreposage, (transfert d'humidité, de gaz, de composés de saveur à travers le matériau d'emballage).

Le transfert de matière Il s'agit de la migration de composés à travers une phase ou entredes phases. Cette migration résulte d'une modification de l'équilibre d'un système due à des disparités de potentiels, différence de concentration d'une espèce d'un point à un autre, différence de température et de pression.

Toute différence de potentiel entraîne une progression spontanée vers l'uniformité, La concentration d'un composé varie entre deux points d'un système. entraine donc un transfert de masse jusqu'à atteindre l'uniformité de concentration.

Le transfert de matière peut être défini par diverses grandeurs :

- Le taux de transfert de matière (matière), qui correspond à la quantité de matière transférée par unitéde temps : $$Q = \frac{m}{t} \quad \text{(I.11)}$$
- Le flux de matière, qui correspond à la quantité de matière transférée par unité de temps etde surface (normale à la direction du transfert) : $$N = \frac{m}{S \cdot t} \quad \text{(I.12)}$$

Avec : m la Quantité de matière transférée, t est le Temps, Q le Taux de transfert de de matière, et N c'est le flux de matière

I.3.1.Les types des phénomènes de transfert de masse

En ce qui concerne le transfert de masse (matière), il est nécessaire de distinguer deux situations, selon que le transfert se fait au sein d'une phase ou entre deux phases Immiscibles partiellement ou totalement. En outre, chacune des phases peut être mobile ou non donc on a :

- Transfert de masse par diffusion.
- Transfert de masse par convection.

I.3.1.1.transfert de masse par diffusion :

Le transport de masses (matières) telles que les atomes, les molécules et les ions dans un milieu est provoqué par les variations de concentration, depuis les zones concentrées en matière vers les zones moins concentrées. Elle désigne l'évolution naturelle d'un système à rendre homogènes les concentrations des substances chimiques différentes en son sein.

C'est un événement (phénomène) spontané, irréversible et incontournable (phénomène dispersif) conduisant à un équilibre, se produisant par suite de l'agitation thermique des molécules.



Figure I. 10: Schéma présentatif de phénomène de diffusion. [11]

I.3.1.2.transfert de masse par convection :

La convection est un phénomène qui se produit lorsqu'un gradient induit un circulation (mouvement) dans le fluide. Le gradient peut concerner diverses intensités de grandeur. tellesla concentration d'un soluté. La masse volumique varie en fonction de la concentration, ce qui entraîne des variations de masse volumique dans le fluide, d'où résultent des variations latérales

de la poussée d'Archimède qui sont à l'origine du mouvement. de tels déplacements s'appellent des mouvements de convection.

Le transfert de masse (matière) par convection est un opération rapide les molécules sont entraînées dans un courant de fluide forcé ou naturel (convection forcée ou naturelle).

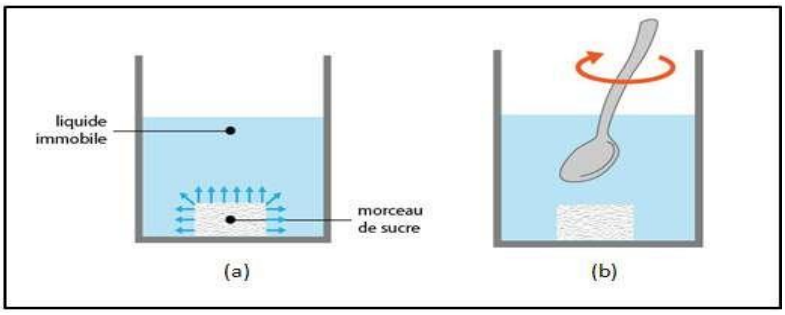


Figure.I.11**:** Schéma présentatif de phénomène de (a) diffusion (b) convection forcé. [12]

I.3.2.La densité de flux de matière: [13]

Elle représente la quantité de matière (exprimée en masse ou en nombre de moles) qui passe à travers une unité de surface par unité de temps ; elle s'exprime donc en mol/m^2 s

Flux massique	Formule	Unité
Par rapport à un repère fixe	$n_i = \rho_i v_i$	
Par rapport à la vitesse massique moyenne v	$j_i = \rho_i (v_i - v)$	[kg/(m^2 s)]
Par rapport à la vitesse molaire moyenne v^*	$j_i^* = \rho_i (v_i - v^*)$	
Flux molaire		
Par rapport à un repère fixe	$N_i = c_i v_i$	
Par rapport à la vitesse massique moyenne v	$J_i = c_i (v_i - v)$	[mole/(m^2 s)]
Par rapport à la vitesse molaire moyenne v^*	$J_i^* = c_i (v_i - v^*)$	

Tableau .I.2 :Expressions des différents flux massiques et molaires.

I.3.3.La première loi de Fick :

Dans le cas général et dans un milieu au repos, le transfert de matière par diffusion moléculaire d'une espèce A dans un fluide B est décrit par la première loi de ***FICK*** :

$$\overrightarrow{J_A} = -D_{AM} \cdot \overrightarrow{grad}\, C_A \qquad (I,13)$$

Où :

J_A : représente le vectrice densité de flux molaire de diffusion de l'espèce A (au sein du fluide B), orienté dans la direction de la diffusion, et dont la norme s'exprime en $mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$

D_{AB} : est le coefficient de diffusion moléculaire (ou diffusivité moléculaire) de L'espèce A au sein du fluide B, qui s'exprime en $m^2 \cdot s^{-1}$

C_A : est la concentration de l'espèce A, exprimée en $mol \cdot m^{-3}$

I.4.Les milieu poreux :

Un milieu poreux est une matrice (structure) solide qui comporte des vides (pores), distribués de manière désordonnée dans tout le milieu, qui ont la capacité de communiquer entre eux et de renfermer une ou plusieurs phases fluides. (gaz ou liquide) pouvant s'écouler et éventuellement,

échanger entre elles et/ou avec le corps solide de la matière et/ou de l'énergie.

Les pores d'un milieu poreux peuvent être grands ou petits. Ils s'exposent sous forme de formes géométriques simples ou compliqués, avec des dimensions irrégulières. Leur distribution dans un milieu poreux est pratiquement toujours variable et désordonnée. Ils peuvent être isolés ou connectés, consolidés ou non. On peut distinguer plusieurs exemples de milieu (matériaux) poreux rencontrés dans l'industrie ou dans la nature, il peut s'agir d'empilement de billes, de panneaux de fibres, de béton, du bois, de roches ou bien de structures géologiques comme les bassins sédimentaires, les gisements de pétrole ou les couches aquifères [14].



Figure.**I.12:** Exemple de coupe d'un milieu poreux M. NICOLAS, (2003). **[14]**.

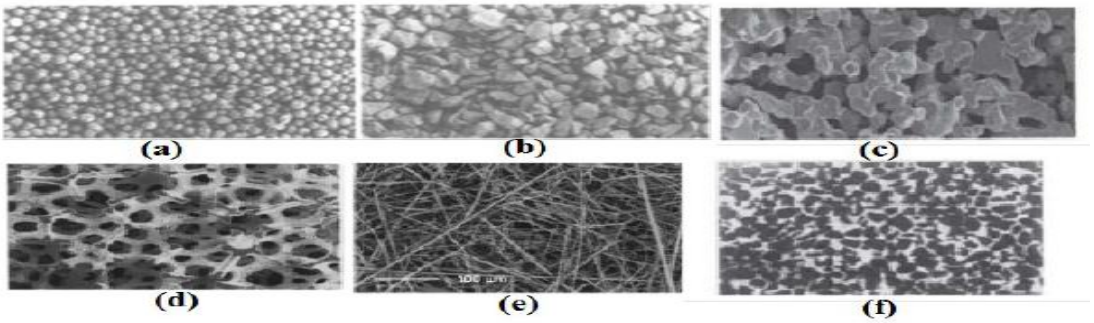


Figure.I.13: (a) Matériaux poreux granulaires utilisés dans l'industrie de la construction, sphères de Liapor de diamètre 0,5 cm, (b) Calcaire broyé de diamètre 1 cm [15], (c) Sable de Fontainebleau (phase solide en noir et espace des pores en blanc), (d) Mousse métallique NiCrAl $\boldsymbol{\varepsilon}$=**0.94**, (e) Matériaux fibreux utilisés pour les couches de diffusion d'une pile à combustible à membrane d'échange de protons et (f) Matériau céramique utilisé dans des filtres à particules des moteurs diesels [16].

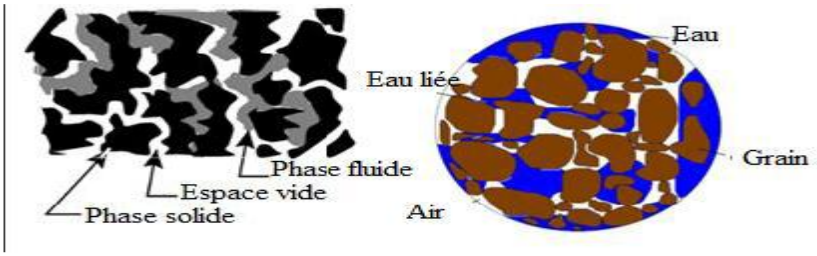


Figure.I.14: Représentation d'un milieu poreux [17]

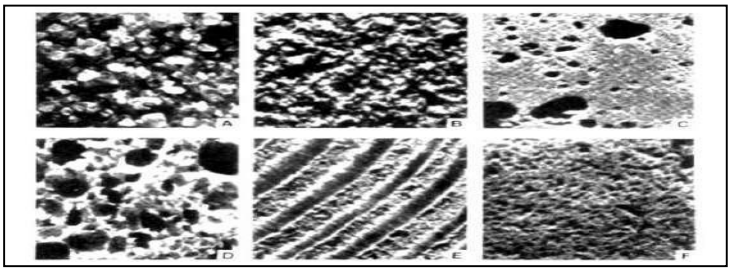


Figure.I.15: Exemples de milieux poreux. [17]

a) sable de plage, ***b***) grés, ***c***) calcaire, ***d***) pain, ***e***) bois, ***f***) poumons humains.

I.4.1.Les type des milieu poreux :

Les milieux poreux sont de très vaste variété et de nature. Leur classification se fait selon :

I.4.1.1.La matrice solide : Selon la matrice solide, on distingue :

I.4.1.1.1.Non consolidée : La phase solide se compose alors de particules ou de fibres qui ne sont pas liées entre elles. (graviers, sables, limons, billes de verre et d'acier, matériaux divers...) ; Les billes en verre en particulier, elles sont largement employées en laboratoire pour étudier les phénomènes de transfert dans des milieux poreux. [18]**.**



Figure.I.16: Milieu poreux (structure) non consolidée [18]

I.4.1.1.2.consolidée: Dans cette situation, il est impossible de diviser la matrice solide compacte en grains ou en fibres. (roches calcaires, grés, argiles, bois, céramiques, poudres frittées, Tissus, végétaux et animaux...).



Figure.I.17: structure consolidée [18]

I.4.2.Les Pores :

Selon les pores, on distingue **:**

I.4.2.1.Porosité d'interstice : La porosité des interstices correspond aux espaces vides autour des particules solides qui sont plus ou moins liées les unes aux autres.

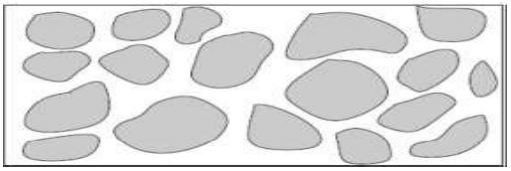


Figure.I.18: porosité d'interstice **[19].**

I.4.2.2.Porosité à fissure : La porosité à fissure correspond à des fractures (fissures) dans la matrice.

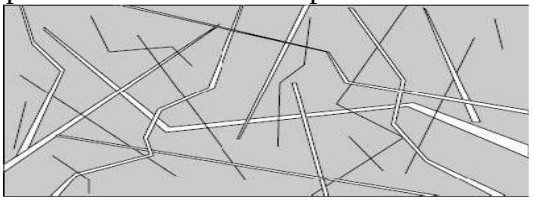


Figure.I.**19:** porosité à fissure [19].

I.4.3.Differant Pores :

On distingue quatre formes de pores qu'on peut retrouver dans un milieu poreux, cité dans la (**Figure I.7**):

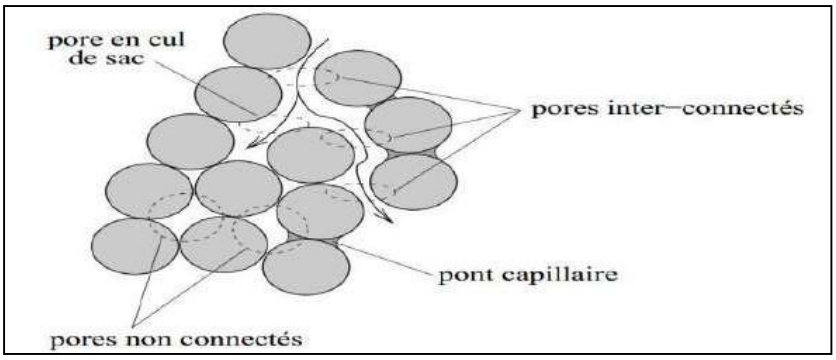


Figure.I.20: Schéma illustrant les différents volumes accessible ou non accessible lors du passage du fluide. [19].

I.4.4.Domaines d'application des milieu poreux :

L'état des pores, qu'ils soient connectés ou non peuvent renfermer une ou plusieurs phases des fluides, En mesure de communiquer entre eux ou avec le solide de l'énergie et/ou de la matière. Plusieurs phénomènes peuvent dérouler au sein des milieux poreux selon un certain nombre de propriétés ; à savoir :

- Les caractéristiques de stockage de fluides par remplissage des pores ou assimilé par un solide.
- Les caractéristiques de transfert de quantité de mouvement, et transfert de masse et d'énergie.
- Et enfin, les caractéristiques mécaniques.

La mise en œuvre de ces phénomènes favorise la porosité des milieux. De balayer un large éventail de champ d'applications. Ces milieux jouent un rôle crucial dans divers secteurs : géologique (exploitation pétrolière, structure des sols, etc.), mécanique (échangeur de chaleur, etc.), biomédical et anatomie médicale (membrane biologique, structures alvéolaire et osseuse, etc.), chimique (séparation, catalyse, etc.), agro-alimentaire (pâte, etc.). Le champ d'application des milieux poreux est toujours en constante évolution et les chercheurs ne cessent d'avancer dans ce domaine.

I.4.4.1.Géologie :

Les pétroles sont des gisements qui se sont accumulés dans les bassins sédimentaires, occupant les vides des roches poreuses. Ces dernières présentent des propriétés favorables et constituent un piège appelé réservoir. Les géologues sont intéressés par les milieux poreux afin de simplifier l'extraction du pétrole. [20].. L'une des méthodes améliorées pour récupérer le pétrole la plus utilisée est l'injection des polymères ; différents éléments l'affectent, tels que la perméabilité, la température, la salinité, l'hétérogénéité, le mouillage, la capillarité, etc. D'autres géologues sont intéressants du transport de chaleur dans les formations géologiques poreuses [21].

I.4.4.2.Anatomies médicales :

On peut également en trouve un tel milieu dans des tissus osseux (os spongieux ou trabéculaires), Ils se composent de lamelles osseuses. ou de travées osseuses donnant Une apparence d'éponge (figure 1-5). L'évaluation de la fracture osseuse est basée sur l'évaluation d'une diminution

excessive de la masse osseuse. Grâce aux techniques utilisées, une évaluation non invasive de la densité osseuse est possible. Cependant, Cette méthode ne communique pas les informations précises concernant l'arrangement structurel de la microarchitecture.

Des échantillons d'os provenant de populations de deux groupes distincts, ostéoporotique et Co arthritique ont été analysés. *Jennane* et al. 2007 [22].Les chercheurs ont proposé une méthode qui permet de repérer les arques du milieu poreux tout en étudiant en *3D*.

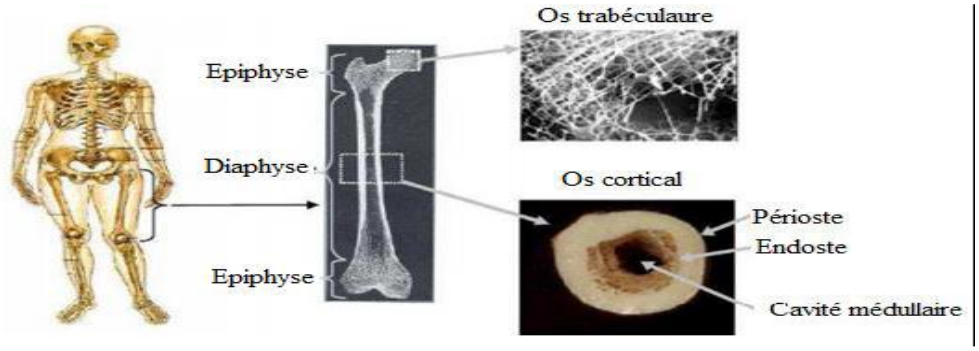


Figure.I.21: Structure d'un tissu osseux (os trabéculaire et cortical) [23].

I.4.4.3.Génie civil :

Le dispositif des milieux poreux peut également être renommé dans le secteur du bâtiment. Au bout de 30 ans, Le béton devient poreux en raison de sa capacité à se premier, il laisse pénétrer l'humidité et l'oxygène, puis sous l'effet de la corrosion de ses armatures, Il finit par se briser et s'éclater. Cependant on ne note que quelques extensions de ce domaine dans le génie civil et les transferts d'humidité à travers les murs des constructions sont rarement pris en compte dans le bilan énergétique ; cela signifie que l'analyse des dangers de condensations pour l'utilisation des milieux professionnels est Habituellement simplifiée. *Kari et al.*, 1992 [24].Un modèle macroscopique



Figure.I.22: Corrosion du béton

descriptif des mouvements d'eau avait été développé et les transferts de chaleur dans les matériaux généralement utilisés dans la construction, en décrivant l'attitude des parois des bâtiments soumises à des conditions requises d'environnent. Ils ont stipulé les Caractéristiques des milieux qui sont indispensables des connaître, en donnant des valeurs numériques pour cinq catégories de matériaux sont : la terre cuite, le plâtre, la laine de verre et le polystyrène, le mortier.

I.4.4.4.Industrie :

Il est essentiel d'accroître les flux de transfert de chaleur tout en limitant l'expansion des surfaces de transfert. L'une des méthodes actuellement à l'étude est le remplissage partiel ou complet

des canalisations avec des matériaux métalliques poreux. *Bergles & Webb*, 1985 [25]. ont fait une étude détaillée des approches pour améliorer des transferts. Aussi *Girard*, 2013 [26] avait modélisé les réacteurs multifonctionnels dans les milieux poreux dans le but de décrire les événements qui se créent dans Les garnissages en métal.

I.4.4.5.Environnement :

La pollution est une détérioration de l'écosystème ou de la biosphère qui est due en majorité à l'industrie et la diversité de déchets polluants. Les milieux poreux réactifs présentent une solution capable de résoudre ce type de problèmes. Ayant la possibilité de leur élimination de certains composés et substances ; Ce souci a été traité par *Bousri & Bouhadef*, 2007 [27] qui ont entrepris une analyse du transfert de masse et de chaleur dans des environnements réactifs. Cela implique de Faire une filtration en forme de cylindre et permet la élimination de produits chimiques particuliers par filtration ou élimination de éléments indésirables.

I.4.5.Propriétés structurelles des milieux poreux :

Les milieux poreux se caractérisent par de multiples caractéristiques macroscopiques interdépendantes.

I.4.5.1.Modilisation de la porosité :

Pour définir et identifier un milieu poreux, Il est fréquent de l'illustrer comme un empilement de grains sphérique dont on découvre la géométrie. (**Figure.I.**24).

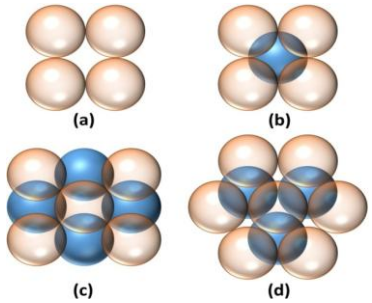


Figure.I.23**:** Structures pour des empilements de sphères mono disperses cubique simple (a), cubique centré (b), cubique à face centrée (c), et hexagonale compacte (d). [28]

La porosité maximale d'un empilement de sphères non flexibles et de taille équivalent est de 48 % et correspond à un agencement cubique simple de sphères (a). L'agencement le plus compact est obtient par une disposition cubique centrée (c) ou hexagonale (d), la porosité étant donné cela de 26 %. La porosité est influencée par la répartition de la taille des grains, la forme des grains et la concentration des grains. Dans les milieux naturels, Φ est L'érosion chimique et physique l'affecte également. (**Tableau 3**).

Roches poreuses	Φ
Grés	*7-40%*
Calcite	*5-25%*
Argileux	*20-40%*
Artificiels et granulaires	*26-48%*

Tableau 3 : Gammes de porosité dans les roches. Il est également possible de déterminer le volume et la taille des pores en fonction de la configuration. [29]

I.4.6.Description d'un milieu poreux saturé :

I.4.6.1.Porosité connectée et porosité occluse :

I.4.6.1.1.Porosité connectée:

Elle est déterminée par le moyen par lequel les échanges de masse fluide se produisent. Les points parfaitement définis du fluide sont éligibles par défaut. par un itinéraire interne a cet espace et aussi dans ce sens, La phase fluide saturante peut être considérée comme continue. [30]

I.4.6.1.2.Porosité occluse:

Aucune filtration n'a un lieu dans le cas de la porosité occluse, On ne retrouve pas cette étape dans les sols sableux et argileux, mais elle visible dans les roches par exemple. Cette porosité est le rapport du volume non solide au volume total. [30]

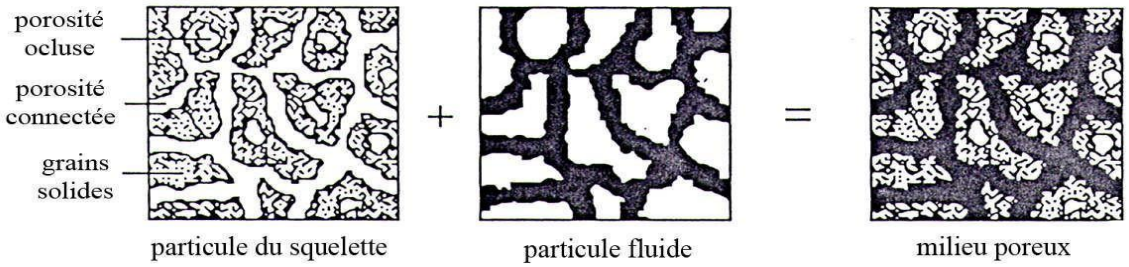


Figure.I.24**:** Description d'un milieu poreux. [31]

I.4.6.2.Volume élémentaire représentatif (V.E.R) :

Les milieux poreux se caractérisent par la présence de grains solides et de vides interstitiels, dont la disposition et les dimensions sont généralement changeantes. Étant donné que le diamètre des pores (*dp*) varie généralement de 0,05 μm pour les nano pores à 0.5 *mm* pour les micropores ; Il est impossible de quantifier des concepts comme la perméabilité et la porosité à une échelle inférieure à plusieurs ordres de l'importance (gradeurs) [32]

Il est impératif que le volume élémentaire représentatif respecte les conditions suivantes:

- Les dimensions du V.E.R en général elles sont plus grandes que la taille du grain.
- Les V.E.R, Il est néanmoins nécessaire être suffisamment petits pour que les variations d'un paramètre dans le domaine d'étude puissent être exprimées à travers des fonctions continues.

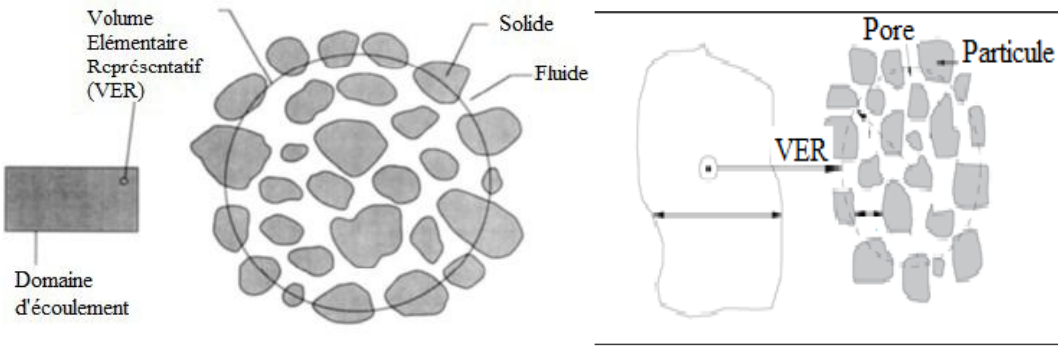


Figure.I.25: Volume Elémentaire Représentatif [33]

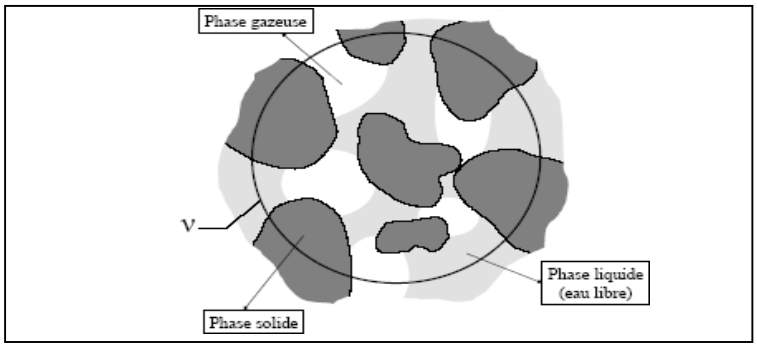


Figure.I.26**:** Phase liquide, gazeuse et solide dans le V.E.R. [34]

I.4.6.3.Capillarité :

La capillarité est un événement (phénomène) qui représente L'habileté d'un liquide à remonter vers le sommet Bien sûr, sans l'aide d'autres forces extérieures. (**Figure.**I.28). Il s'agit d'un processus qui se produit lorsque les tensions superficielles des trois phases augmentent. (Liquide, gaz et solide) sont équilibrées. Au sein d'un milieu poreux, On prend en compte le phénomène capillaire, car il possède la capacité de modifier la vitesse de l'écoulement à l'encontre des phénomènes visqueux.



Figure.I.27: Phénomène de capillarité

Ce phénomène est étudié par de nombreux chercheurs afin de l'appliquer aux méthodes de fabrication et de production de matériaux composites par imprégnation réactive ou non réactive. *Andria mananjara et al.*, 2017 [34] ont étudié L'objectif de la capillarité est d'utiliser des méthodes d'infusion de résine liquide pour fabriquer des pièces composites. Aussi, [35] avait effectué une simulation numérique de la montée capillaire en espace confiné. *Chevalier et al.*, 2017 [36] ont étudié le flux local et l'effet capillaire dans un modèle pour représenter les procédures de perfusion.

I.4.6.4.Porosité et indice de vide :

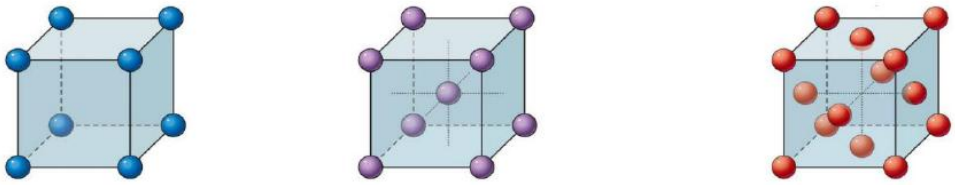
Le volume total (V_T) d'un matériau poreux est constitué de la somme du volume (V_V) des pores (ou vides) présents dans le matériau et volume du solide (V_S).

$$V_T = V_V + V_S \qquad \text{(I.14)}$$

La porosité joue un rôle essentiel dans la description de l'environnement poreux. Ceci est défini comme le rapport de volume de pores d'un milieu poreux sur son volume total ; la porosité (ε) est une propriété unidimensionnelle qui varie entre 0 lorsque le solide plein et 1 lorsque le volume est tout à fait vide [37].

$$\varepsilon = \frac{V_V}{V_T} \qquad \text{(I.15)}$$

Pour les milieux naturels (ε) n'excède généralement pas 0.6. La disposition et la taille des grains influencent la porosité. Pour des empilements réguliers de sphères de taille uniforme et de même diamètre, (ε) peut varier dans les limites de 0.26 dans un arrangement cubique, 0.32 dans le cas de l'arrangement cubique centré, et 0.476 dans l'arrangement cubique à face centrée (**figure** 1-9) [38].



Arrangement cubique | Arrangement cubique centré | Arrangement cubique à face centrée

Figure.I.28: Arrangements des particules de même diamètre [38]

Bejan & Lage, 1991 [39] avaient résumé des mesures expérimentales de la porosité de quelques matériaux poreux dans le tableau qui suit :

Matériau	***Porosité***
Poudre de cuire	*0.09 – 0.34*
Brique	*0.12 – 0.34*
Sable	*0.37 – 0.5*
Terre	*0.43 – 0.54*
Cuir	*0.56 – 0.59*
Fibre de verre	*0.88 – 0.93*

Tableau. I.4 Porosité de quelques matériaux [15]

Shuja et al., 2008 [40], *Fu et al*, 1996 [41] et *Fu & Huang*, 1997 [42] Les chercheurs ont étudié l'impact de la porosité sur les caractéristiques de transfert de chaleur et de circulation. Ils ont observé que l'augmentation (accroissement) de la porosité améliore significativement le transfert de chaleur en régime laminaire et n'ont remarqué une évolution lorsque la porosité est faible. Contrairement à *Wong & Saeid*, 2009 [43] ont montré que la réduction de la porosité (ε) engendre l'accroissement du nombre de *Nüsselt.*

L'indice des vides (*e*), qui est déterminé par le rapport du volume des vides à ceux des solides, est une autre métrique qui représente le nombre de pores présents dans un matériau poreux soit :

$$e = \frac{V_V}{V_S} \qquad \text{(I.16)}$$

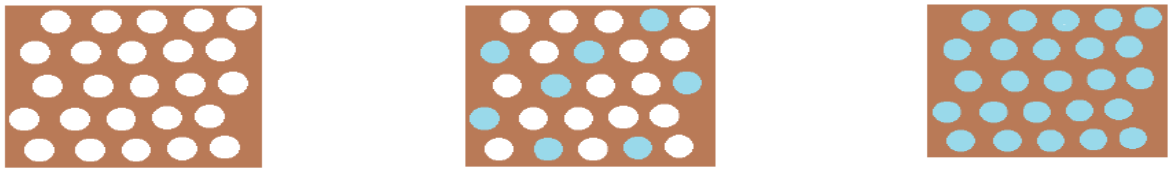
Ce paramètre est plus commode et plus répandu dans le domaine de la mécanique des sols ; dans les cas où il y a changement de volume massif poreux et d'utilisation courante en géotechnique, puisqu'il profite de la pratique. d'un volume de référence (celui des solides) contrairement aux matériaux hautement compressibles comme les argiles les limons et où le volume total peut fortement fluctuer. La porosité et l'indice des vides sont liés comme suit: [44]

$$\varepsilon = \frac{e}{e+1} \qquad \text{(I.17)}$$

I.4.6.5.Degré de saturation :

Le degré de saturation (*Sr*) est décrit comme la différence en pourcentage entre le volume d'eau (*Vw*) dans le milieu poreux et le volume des vides. Dans la nature, les terres qui se trouvent sous la nappe phréatique sont appelées sols, le volume des vides est totalement rempli d'eau, c'est-à-dire que le sol est saturé à100%; alors, que le sol situé au-dessus de la nappe d'eau, les pores ne présentent pas l'eau où le sol aura un degré de saturation variable et inférieur à 100%. Aussi un sol sec aura théoriquement un degré de saturation de 0% [45]

$$S_r\,\grave{o}\!/_{o} = \frac{V_W}{V_V} \cdot 100 \qquad \text{(I.18)}$$



a) Sol sec b) Sol humide c) Sol saturé

Figure.I.30**:** Degré de saturation

I.4.6.6.Teneur en eau :

La teneur en eau (*W*) est le rapport entre le poids de l'eau (*Ww*) et celui du sol sec (*Ws*) Il s'agit d'une des caractéristiques physiques couramment utilisées en géotechnique en raison de son impact sur les mécanismes des sols. (Fondation, stabilité des talus, etc. [46]

$$W\,\% = \frac{W_W}{W_S} \cdot 100 \qquad \text{(I.19)}$$

L'écoulement des fluides dans ces milieux est régi par des forces de nature différente, selon que ce milieu est saturé ou non. Dans les milieux saturés l'écoulement s'effectue sous la gouverne des forces de gravité ; par contre dans les milieux non saturés, il est régi par la force de succion lorsqu'il s'effectue horizontalement et par la somme de ces dernières forces lorsqu'il s'effectue dans le sens vertical [46].

I.4.6.7.Perméabilité :

Le fait qu'un milieu poreux puisse permettre le passage d'un fluide (liquide ou gaz) sous l'influence de d'un gradient de pression est appelée perméabilité (k), elle dépend uniquement de la porosité et de la géométrie de la matrice solide [47]. Une perméabilité élevée est synonyme d'une porosité élevée, et l'inverse n'est pas toujours juste. La perméabilité est affectée par la taille des particules et les interstices ; Il est donc essentiel que les pores soient étroitement liés. Prenant l'exemple de la (figure 1-11), un même fluide incompressible cheminera plus rapidement et plus facilement dans la situation a) que dans la situation b). Lorsque le fluide est chargé, il arrive parfois que les pores se remplissent.



a) b)

Figure 1-31 : Perméabilité à travers les pores

Les pétroliers et les hydrogéologues évaluent la perméabilité en utilisant la relation connue sous le nom de loi de Darcy [48]. *Darcy* établa sa loi expérimentale de sorte qu'il a relié la vitesse Darcienne (μ_D) circulant au sein du milieu poreux et la viscosité dynamique du fluide (μ_f) à la perte de charge par unité de longueur (*dp/dx*). Elle s'exprime comme suit :

$$k = \mu_f \mu_D \times \left(\frac{dp}{dx}\right)^{-1} \tag{I.20}$$

Voici quelques valeurs indicatives de la perméabilité :

- Le sable : k = 100 Darcy.
- Le sol : k = 100 Darcy.
- Le calcaire : k = 10^{-2} Darcy.

On définit le débit volumique (Q_V) comme le produit de la vitesse superficielle et la section de passage. La vitesse d'écoulement en fût vide est connue sous le nom de vitesse superficielle (vitesse Darcienne) (u_D). Du fait de l'existence du solide, le volume de fluide a réellement occupé à traverser est faible, la vitesse du fluide dans les pores doit être plus élevée [49].

$$Q_V = u_D \cdot S = \frac{k}{\mu_f}\frac{dp}{dx}S \tag{I.21}$$

Il n'y a pas de corrélation générale entre la perméabilité et la porosité réelle. Toutefois on trouve des relations empiriques ou semi-empiriques qui mettent en évidence des corrélations avec des restrictions pour lesquelles elles ont été établies

En se basant sur les données de *Bejan & Lage*, 1991 [23], différentes perméabilités sont regroupées dans le tableau qui suit :

Matrice	**Perméabilité**
Brique	$4.8\text{x}10^{-11} – 2.2\text{x}10^{-9}$
Cuir	$9.5\text{x}10^{-10} – 1.2\text{x}10^{-9}$
Terre	$2.9\text{x}10^{-9} – 1.4\text{x}10^{-7}$
Plaque de liège	$2.4\text{x}10^{-7} – 5.1\text{x}10^{-7}$
Sable	$2.0\text{x}10^{-7} – 1.8\text{x}10^{-6}$
Cigarette	$1.1\text{x}10^{-5}$

Tableau 1-5: Perméabilité de quelques matériaux poreux

La perméabilité joue un rôle important dans le transfert de chaleur dans les milieux poreux saturés, comme démontré par *Ouarhlent & Soudani,* 2019 [53] et *Mukhopadhyay*, 2012 [54].
Ils ont constaté que l'augmentation de la perméabilité entraîne également une augmentation du nom üsselt. D'autre part, *Nebbali & Bouhadef*, 2011 [55] ont découvert qu'avec une faible

perméabilité, le transfert de chaleur est maximisé. Nous présentons dans le (Tableau **1-2)** les valeurs de porosité et de la perméabilitépour différents matériaux poreux.

Matériaux	*Porosité ε*	*Perméabilité K*
Charbon	*0,45*	/
béton standard	*0,02 à 0,07*	/
Cuivre (en poudre)	*0,09 à 0,34*	$3{,}3\times 10^{-10}$ *à* $1{,}5\times 10^{-9}$
Fibre de verre	*0,88 à 0,93*	/
Sable	*0,37 à 0,50*	2×10^{-11} *à* $1{,}8\times 10^{-10}$
Mousses métalliques	*0,85 à 0,95*	10^{-9} *à* 10^{-10}
Cuir	*0.56 à 0.59*	$9.5\ 10^{-14}$ *à* $1.2\ 10^{-13}$
Poudre d'ardoise noire	*0.57 à 0.66*	$4.9\ 10^{-14}$ *à* $1.2\ 10^{-13}$
Calcaire (dolomite)	*0,04 à 0,10*	$2\ 10^{-15}$ *à* $4{,}5\ 110^{-14}$
Terre	*0.43 à 0.54*	$2.9\ 10^{-13}$ *à* $1.4\ 10^{-11}$

Tableau I.6: Propriétés de quelques matériaux poreux. [36]

I.4.6.8.Tortusité :

La connectivité des pores et la tortuosité (τ) coopèrent afin d'influencer la circulation des fluides à l'intérieur des milieux poreux [56]. Selon le mécanisme de déplacement ou le type d'écoulement étudié, La structure des milieux poreux est caractérisée par la tortuosité [57] et [58]. Les milieux naturels poreux tels que les sols et les roches sont des systèmes particulièrement désordonnés avec une variété de tailles de trous et de formes de grains. Une particule de fluide se déplace d'une distance supérieure que la longueur de l'échantillon car L'écoulement n'est pas rectiligne dans le canal. La tortuosité est mesurée comme le rapport de la longueur d'un milieu poreux à la longueur réelle des courants de fluide traversant un échantillon (L) [59].

Donc La tortuosité (τ) peut être définie simplement dans le cas où Le milieu poreux analysé se présente sous la forme d'un réseau de capillaires formé d'ondulations. (voir la figure ci dessous).

$$\tau = \left(\frac{L'}{L}\right) \qquad \text{(I.22)}$$

Avec : L' est la longueur réel des lignes.et L est la longueur du milieu

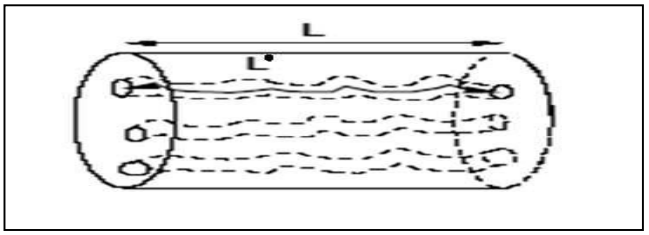


Figure 1-33: Détermination de la tortuosité du milieu poreux. [35]

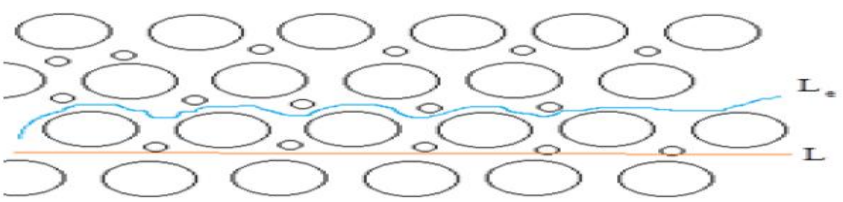


Figure 1-32:Tortuosité

On note que $L' \geq L$, donc $\tau \geq 1$. Dans le cas où les tuyaux capillaires sont rectilignes, on obtient $L' = L$ donc $\tau = 1$. Plus τ est les problèmes de diffusion (Delache 2005)

I.5.Transfert thermique dans un milieu poreux :

Pour déterminer l'équation d'énergie correspondant au premier théorème thermodynamique dans un milieu poreux, Il est utilisé quelques simplifications et approximations pour réduire la complexité. et la forme du milieu poreux, en plus des hypothèses citées on considère que les pores du milieu poreux sont interconnectés.

$$(\rho c)_{eff} = (1-\varepsilon)(\rho c_p)_c + \varepsilon(\rho c_p)_f \quad \text{(I.23)}$$

$$k_{eff} = (1-\varepsilon)k_c + \varepsilon k_f \quad \text{(I.24)}$$

Avec :

k_{eff} : Conductivité thermique du milieu poreux

c_p : Chaleur massique a pression constante

I.6.Transfert de matière dans un milieu poreux :

Le terme transfert de matière (massique) Cela veut dire le transport de l'élément (substance) qui implique comme une composante (constituant, espèce…) dans le mélange du fluide. En général, le transfert de masse (matière) est analogue à celui de la chaleur. Le principe de la conservation de la matière est mis en œuvre pour chaque composant dans le mélange et puisque la diffusivité est un scalaire**.** On a:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon}(V \nabla S) = D \Delta S \quad \text{(I.25)}$$

Avec :

D : La diffusivité massique du milieu poreux, et

S : La concentration du composant

I.7.La combinaison du transfert thermique et de matiére :

Dans le processus de convection bi diffusive, Il est essentiel de combiner le transfert de chaleur et de matière. parce que la densité du mélange de fluide dépend de la concentration et de la température .On a approximativement :

$$\rho_f(T,C) = \rho_f(T_r, C_r)\left[1 - \beta_T(T_T_r) - \beta_S(S - S_r)\right] \quad \text{(I. 26)}$$

Avec :

$\rho_f(T,C)$ est la masse volumique à la température (T_r) et à la Concentration (Sr), et (β_T, β_S) sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et solutal du fluide. Ilssont présentés comme suit :

$$B_T = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{PS} \cdot \; B_S = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{PT} \quad \text{(I.27)}$$

I.8.Model d'écoulement utilisé en milieu poreux :

Les lois d'écoulement en milieu poreux ne sont que des estimations. On s'intéresse en général qu'au phénomène à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées

la plus importante est la loi de Darcy, avec pour objectif d'élargir sa portée des corrections ont été proposées pour tenir compte des effets des parois,Les autres lois sont principalement des prolongements de cette loi (Extension de Brinkman), et des effets d'inertie (extension de Forchheimer).

I.8.1. Loi de Darcy :

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, La plupart des recherches utilisent la formulation traditionnelle de Darcy(1856). L'auteur donne une loi sur les écoulements isothermes dans un milieu poreux qui exprime La corrélation entre les changements de pression ΔP et le débit Q en fonction de la vitesse de filtration V_{filt} . Ceci se traduit pour un échantillon de longueur *L* et de section S par la relation suivante. [37]

$$Q = \frac{K}{\mu_f} S \frac{\nabla P}{L} \tag{I.28}$$

Avec : (μf) est viscosité dynamique du fluide. Et (*K*) est perméabilité, ce paramètre étant indépendant de la nature du fluide et ne dépend que de la géométrie du milieu, on peut généraliser cette loi par : $V = -\frac{K}{\mu_f} \nabla P$ (I.29)

En présence de la pesanteur, l'équation précédente se transforme en:

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu_f}(-\nabla P - \rho \vec{g}) \tag{I.30}$$

Avec : (ρ_f) est la densité de fluide, et (*P*) est la pression en un point de milieu continu fictif.

L'utilisation du modèle de Darcy qui ignore les forces d'inertie et visqueuses est valide lorsque les conditions suivantes sont remplies [37]

$$\varepsilon < 0$$
$$Da \leq 10^{-6}$$
$$Rep < \varepsilon$$

Avec : (ε) est la porosité du milieu poreux,
(Da) le nombre de Darcy,
($\mathrm{Re}\, p$) et le nombre de Reynolds

Il existe trois modes de régimes d'écoulement en fonction de $\mathrm{Re}\, p$:

- Pour $\mathrm{Re}\, p < 1$, le régime est laminaire, Les forces d'inertie sont supérieures aux forces de viscosité, la loi de Darcy est valable.
- Pour $1 < \mathrm{Re}\, p < 150$, On observe le développement de couches limites au niveau des parois solides. En dehors de cette couche limite, il n'y'à plus La relation entre le gradient de pression et la vitesse de filtration est proportionnelle: la loi de Darcy n'est plus applicable. Ce régime d'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu' à $\mathrm{Re}\, p = 150$.

- Pour 150< Re p <300, un régime d'écoulement instationnaire prend place. Et pour Re p >300 on a est en présence d'un écoulement turbulent.

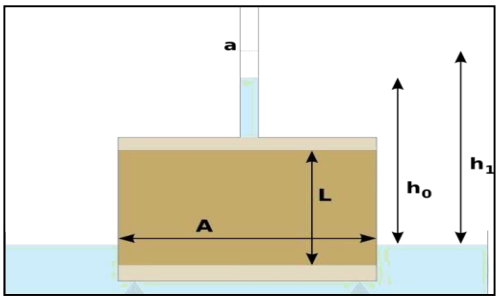


Figure 1-34: Schéma de l'équipement utilisé par Darcy pour les essais « à charge constante »dans le calcul de la perméabilité. [37]

I.8.2. Modèle de brinkman :

Dans le cas où la porosité est importante (de l'ordre de 0.8) Les effets de diffusion visqueuse au niveau des parois doivent être pris en considération. Pour ce cas précis. Brinkman (1947) propose de modifier l'équation de Darcy de la façon suivante :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \mu_{eff}\vec{\nabla}^2 V \tag{I.31}$$

I.8.3. Loi de darcy-Forchheimer (dupuit) :

Lorsque la vitesse débitante augmente les forces d'inertie ne sont plus négligeables. Dans cette situation il est démontré expérimentalement que pour un gradient de pression stable, le débit mesuré est inférieur. qu'il ne le serait avec la loi de Darcy Forchheimer a proposé un ajustement empirique de la loi de Darcy en rajoutant une relation non linéaire du second ordre entre le gradient de pression et la vitesse de filtration. Cet énoncé connu sous le nom loi de Darcy-Forchheimer :

$$\vec{\nabla}P = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K}\vec{V} - F\frac{\rho_f}{\sqrt{K}}\left|\vec{V}\right|\vec{V} \tag{I.32}$$

(F) : est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, généralement appelé paramètre de Forchheimer. Muskat propose (1946) une classification du domaine de validité des lois de Darcy et Darcy-Forchheimer.

I.8.4. Model général de darcy-Forchheimer-frochheimer :

Brinkman a ajouté un terme à l'équation de Darcy Pour prendre en considération les conséquences des contraintes visqueuses Forchheimer, de sa part, a ajouté un terme pour tenir compte des effets d'inertie pour des écoulements à grande vitesse (grand nombre de Reynolds). Pour tenir compte des effets des parois et d'inertie simultanés, on a ajouté les deux termes à la loi de Darcy pour élargir le domaine de validité de cette loi, et par analogie avec l'équation de Navier-Stokes l'extension de Brinkman-Forchheimer de la loi de Darcy dans le régime non stationnaire s'écrit sous la forme :

$$\underbrace{\rho\left[\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\vec{v}}{\partial T} + \frac{1}{\varepsilon}\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\vec{v}\cdot\vec{v}}{\varepsilon}\right)\right]}_{a} = \underbrace{-\frac{1}{\varepsilon}\vec{\nabla}(\varepsilon P)}_{b} + \underbrace{\rho\vec{g}}_{c} + \underbrace{\frac{\mu_{eff}}{\varepsilon}\nabla^2\vec{V}}_{d} - \underbrace{\frac{\mu}{K}\vec{V}}_{e} - \underbrace{F\frac{\rho_f}{\sqrt{K}}\left|\vec{V}\right|\vec{V}}_{f} \tag{I.33}$$

Avec : $\vec{v}$ est une quantité moyennée à travers un Volume élémentaire, (*a*) la forces Inertielles macroscopiques, (*b*) le gradient de pression, (*c*) la orces de volumes, (*d*) le terme de Darcy, (*e*) le terme de Forchheimer et (*f*) Terme visqueux de Brinkman.

I.9. Fluides Newtoniens et non-Newtoniens :

I.9.1. Comportements rhéologique :

Le comportement rhéologique d'un fluide traduit la réponse mécanique de celui-ci, c'est-à-dire la relation entre les déformations du fluide et les contraintes appliquées. De façon générale elle s'exprime par Il existe une équation qui relie le tenseur des contraintes et le tenseur des taux de déformation. Il existe Une multitude de comportements rhéologiques, depuis une simple relation de type linéaire entre contraintes et taux de déformation, jusqu'à des comportements complexes, pouvant dépendre des vitesses de déformation, de l'histoire du fluide ou des conditions d'écoulement.

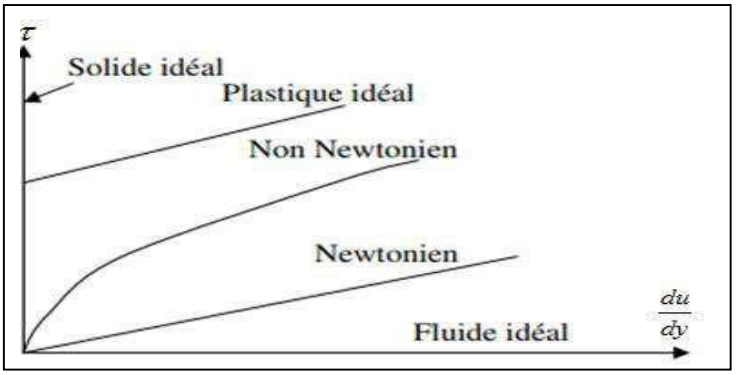


Figure 1-35: Types de fluides. [60]

I.9.1.1. Fluides newtoniens :

Un fluide est dit newtonien lorsque la fonction de tenseur des contraintes visqueuses est linéaire du tenseur des taux de déformation. La proportionnalité du facteur se nomme viscosité, il est constant et indépendant du taux de cisaillement. Pour la plupart des fluides usuels [eau, lait, jus de fruits naturels (non concentrés), la plupart des miels, huiles minérales, solvants organiques, etc.] dans des conditions standards, Ce modèle offre une grande satisfaction.

Pour ce type de fluide, l'équation d'évolution est une équation de Navier-Stokes. Pour donner un exemple, dans le cas d'un fluide incompressible et homogène (à masse volumique constante), La version massique de cette équation est la suivante :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \left(\frac{\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}}{\rho}\right)\vec{v} + \vec{f}_m + \upsilon \Delta \vec{v} \qquad \text{(I.34)}$$

Avec : υ la viscosité cinématique, $\vec{v}$ est le vecteur de vitesse, ρ est la masse volumique, P est la pression et $\vec{f}$: sont des forces par unité de masse (par exemple : l'action de pesanteur $\vec{g}$)

I.9.1.2. Fluides non newtoniens :

Beaucoup de fluides utilisés de manière fréquente ont un comportement qui diffère plus ou moins de la loi de Newton. Ces fluides sont désignés sous le nom de: fluides non-Newtoniens

Ces derniers ont un comportement spécifique non- linéaire dans le sens où L'écoulement influence leur viscosité apparente, qui varie en fonction du taux de déformation. Cet état de fait peut être expliqué par la complexité observée dans la structure interne de ces fluides.
La compréhension des caractéristiques d'écoulement de ces fluides constitue une discipline appelée la rhéologie: Cela concerne la science des déformations et des mouvements de la matière, ainsi que les contraintes qui en découlent et les efforts nécessaires pour les atteindre.[39] Ces fluides peuvent être répartis en trois grandes catégories :

- Fluides à viscosité indépendantes du temps.
- Fluides à viscosité dépendantes du temps.
- Les fluides viscoplastiques.

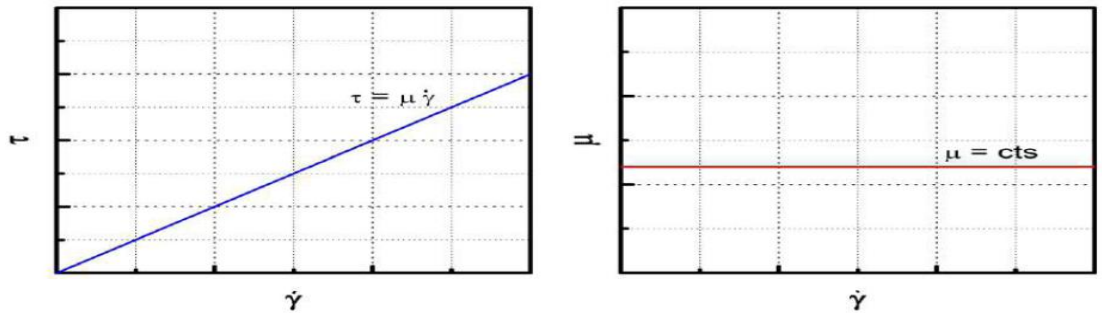


Figure 1-36 : rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien [61]

I.9.1.2.1.Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps:

Le comportement des fluides non-Newtoniens indépendant du temps il ne peut être plus exprimé par la formule simple. du fait que la relation entre la contrainte de cisaillement τ' et le taux de déformation γ' il est plus compliqué et peut adopter différentes formes.

Dans ce genre de fluide, on parle de viscosité apparente. μ dépend toujours de la température et de la pression mais aussi du taux de déformation ou de la contrainte de cisaillement. à son tour cette catégorie comprend les trois catégories de fluides suivantes :

- Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) ;
- Les fluides rhéoépaississants (dilatants) ;
- Les fluides à seuil (viscoplastiques)

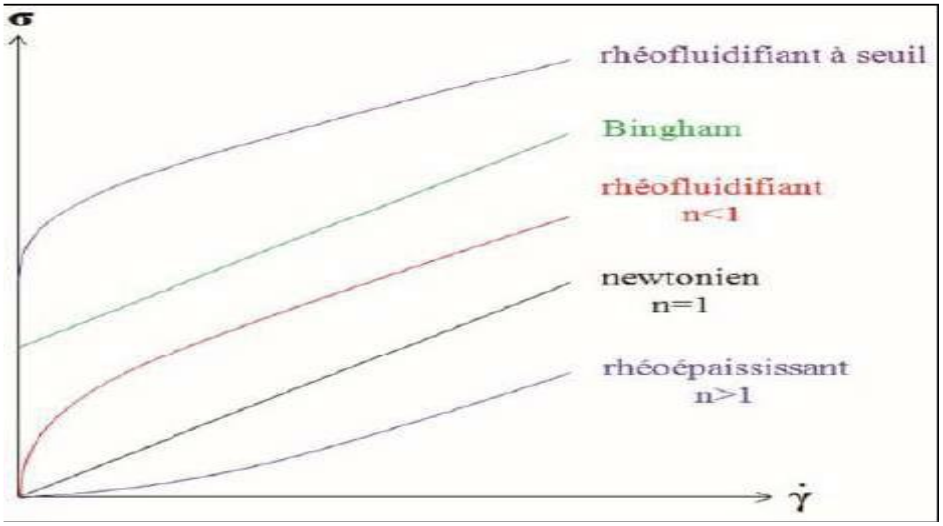


Figure 1-37 : Rhéogramme des fluides Non-Newtoniens indépendants du temps [62]

I.9.1.2.1.1.Fluide rhéofluidifiant ou pseudoplastique :

Il s'agit du comportement rhéologique le plus répandu. La viscosité apparente de ce fluide diminue lorsque la contrainte de cisaillement augmente. Plus l'agitation est importante plus la viscosité est faible. Une explication possible de ce phénomène réside dans les changements dans la structure interne du fluide entre les états de repos et les états de d'écoulement :

- Lorsque ces fluides sont en repos, leur ordre interne irrégulier entraîne une résistance interne considérable, ce qui entraîne une viscosité élevée.
- Lorsque la contrainte de cisaillement augmente, la structure moléculaire du fluide devient plus régulière, ce qui entraîne un meilleur glissement et donc une diminution de la viscosité.

I.9.1.2.1.2.Fluide rhéoépaississant ou dilatant :

A l'inverse des fluides rhéofluidifiants, les fluides rhéoépaississants possèdent Un accroissement de la viscosité apparente avec l'augmentation du cisaillement. Ce type de comportement est moins courant que celui des rhéofluidifiants. On le rencontre dans les suspensions fortement concentrées,dans lesquelles la phase liquide n'occupe pratiquement que les espaces entre les particules solides.

I.9.1.2.1.3.Fluide a seuil ou viscoplastique :

Pour ces fluides, il n'y a pas d'écoulement tant que la contrainte appliquée ne dépasse pas une valeur critique connue sous le nom de contrainte seuil. Au-delà de cette valeur seuil on peut retrouver suivant le fluide les comportements Newtoniens, pseudo-plastiques ou dilatants.

I.9.1.2.2.Fluide non newtonien au comportement dépendant du temps :

Certains fluides non-Newtoniens ont un comportement qui diffère selon le temps et le taux de cisaillement. Ces fluides se caractérisent par Une apparente viscosité qui varie en fonction de la durée d'application de la contrainte sans interruption. Cette catégorie de fluide peut être divisée en deux catégories distinctes:

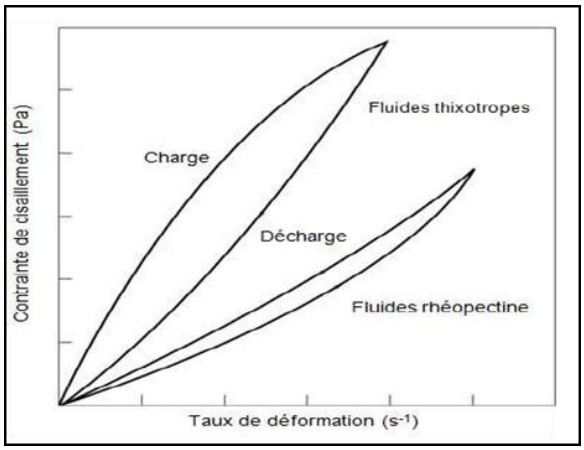
- Les fluides thixotropes.
- Les fluides rhéopectine (antithixotropes).

I.9.1.2.2.1.Fluide thixotropes :

Les fluides thixotropes ont une viscosité apparente qui diminue avec le temps lorsqu'ils sont soumis à une contrainte constante. La mise en place d'une contrainte continue entraîne la destruction de certaines parties du fluide cela entraîne une baisse de la viscosité apparente au fil du temps. Une fois que cette contrainte est supprimée, le fluide retrouve sa viscosité.

I.9.1.2.2.2.Fluide antithixotrope :

L'antithixotropie est Le phénomène inverse de la thixotropie est une situation rare où le fluide se durcit en raison de l'agitation, par exemple : les suspensions aqueuses de gypse et le ciment



. **Figure 1-38** : Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dépendants du temps [38]

I.9.1.2.3.Les fluide viscoélastiques (rhéoplastiques) :

Les fluides viscoélastiques ont des caractéristiques à la fois de viscosité et d'élasticité. Ils se manifestent sous l'effet d'une contrainte. Leur comportement est influencé à la fois par la déformation du taux de cisaillement et par le temps. Ainsi après la suppression des contraintes, ces fluides peuvent récupérer une partie de leurs déformations. L'importance du caractère solide pour ces fluides dépend de la manière dont la contrainte est appliquée. Lorsque cette contrainte est violente, ces fluides se comportent comme des matériaux solides, par contre si elle est régulière, ils se comportent comme des fluides. Si l'on considère comme un exemple le silli-putti (élastomère à base de silicone), Si on le place sur une table, il s'étale en forme de boule, tandis que si on le jette, il rebondit. En le frappant avec un marteau, il se brise comme du verre. (à la température ambiante).

I.9.1.3.Modéles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants :

Plusieurs lois sont présentes dans la littérature. permettant de représenter les fluides non Newtoniens. (Bird et al. [40] Baird et al [41]), En incluant certaines suggestions. et les contraintes (restrictions) d'emploi. Dans cette étude, nous avons examiné le cas des fluides non-Newtoniens *les* plus couramment utilisés dans les procédés industriels, dont la viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Il est possible qu'il s'agisse du comportement. rhéofluidifiant. Dans ce paragraphe, nous avons seulement mentionné les modèles rhéologiques les plus couramment employés :

I.9.1.3.1.Le modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance :

Ce modèle mathématique facile permet de modéliser facilement un fluide non-Newtonien sans seuil.

$$\mu = K\gamma^{n-1} \qquad \text{(I.35)}$$

Avec : (μ) la viscosité apparente, (k) indice de consistance du fluide,

(n) l'indice rhéologique (indice découlement)

Si :
- $0 < n < 1$, le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;
- $n = 1$, il est Newtonien;
- $n > 1$, il est rhéoépaissisant ou dilatant.

I.9.1.3.2.Le modèle de Sisko :

$$\mu = \mu_{\infty} + K\gamma^{n-1} \tag{I.36}$$

Avec : (μ) la viscosité apparente, (*K*) l'indice de consistance, (*n)* l'indice rhéologique,

et (μ_{∞})la viscosité à taux de cisaillement élevé.

I.9.1.3.3.Le modèle de Crosse :

Le modèle Cross a l'avantage de fournir une présentation, le plateau newtonien à faible taux de cisaillement :

$$\mu - \mu_{\infty} = \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + \left(\lambda \dot{\gamma}\right)^m} \tag{I.37}$$

I.9.1.3.4.Le modèle de Careau-Bird :

En général, pour de nombreux polymères, on choisit la valeur de *a*=2, on parle alors du modèle de Carreau-Bird à quatre paramètres [38], le paramètre *a* fut ajoute plus tard par Yasuda.

$$\mu = \mu_{\infty} + \left(\mu_0 - \mu_{\infty}\right)\left(1 + \left(\lambda\gamma^{\bullet}\right)^2\right)^{\frac{n-1}{2}} \tag{I.38}$$

I.9.1.3.5.Le modèle de Careau-Yasuda :

Cette approche est couramment employée afin de décrire de manière précise la viscosité des fluides rhéofluidifiants pour les taux de cisaillement élevés et faibles.

$$\mu = \mu_{\infty} + \left(\mu_0 - \mu_{\infty}\right)\left(1 + \left(\lambda\gamma^{\bullet}\right)^{\alpha}\right)^{\frac{n-1}{\alpha}} \tag{I.39}$$

avec cinq paramètres présents :

μ_0 : viscosité à cisaillement nul

μ_{∞} : viscosité à cisaillement infini (ou viscosité du solvant)

λ : Temps caractéristique de relaxions de fluide

$\dot{\gamma}$: représente le second du tenseur de déformation

n : exposant sans dimension (identique à celui de la loi d'Ostwald)

α : paramètre sans dimension décrivant la transition entre le premier plateau newtonien et la zone en loi de puissance. [62])

I.10 Conclusion:

L’étude des phénomènes de transferts (transfert de chaleur et le transfert de matière (masse)) en milieu poreux soit toujours en constante évolution, En prenant en compte des problèmes de plus en plus complexes ou nouveaux, les chercheurs ont accès à un ensemble de connaissances (résultats et modèles) ainsi qu'à des outils expérimentaux et numériques qui permettent de faire des prédictions satisfaisantes pour de nombreux difficultés, les connaissances acquises concernent principalement les écoulements et transferts conductifs et convectifs. Sur le plan théorique comme expérimental, l'utilisation de ces connaissances rencontre toutefois encore souvent des difficultés, Il y a des problèmes non seulement avec la détermination des propriétés de transfert effectives et des coefficients optiques, mais aussi avec la détermination locale d'un grand nombre de facteurs.

Chapitre II:

MODÈLE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHÉMATIQUE

CHAPITRE II

MODÈLE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHÉMATIQUE

II.1. DESCRIPTION DU PROBLÈME

Le phénomène de convection à double diffusion dans un espace confiné est au centre de cette étude. La configuration géométrique bidimensionnelle de notre flux est représentée sur la (**figure** II.1). Nous analysons un scénario impliquant une cavité rectangulaire caractérisée par les dimensions géométriques suivantes : longueur L', hauteur H' et largeur W', inclinée d'un angle Φ par rapport au plan horizontal et contenant un milieu poreux saturé d'un non-binaire. Fluide newtonien. Les longues parois de la cavité sont soumises à des flux de chaleur uniformes q', et à des flux de masse j'. Les murs restants sont présumés adiabatiques et imperméables.

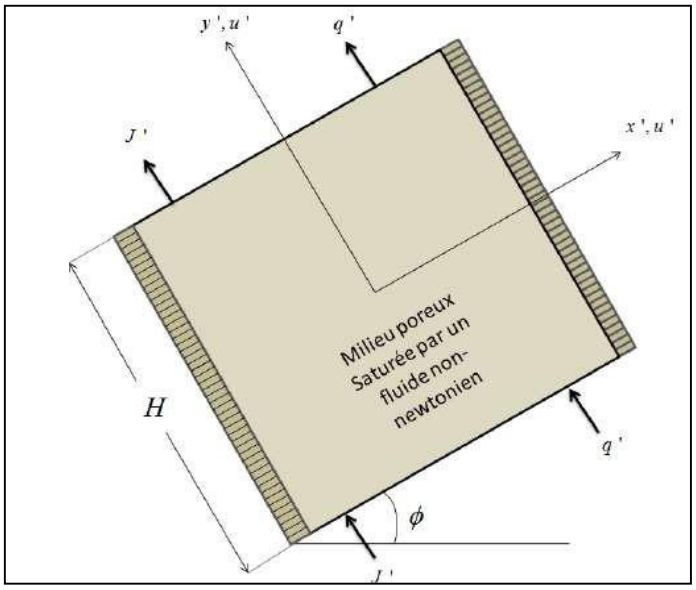


Figure.II.1 : Représentation schématique du modèle physique et du système de coordonnées.

II.2. SIMPLIFICATION DES HYPOTHÈSES

Pour un modèle mathématique simplifié, nous inclurons diverses approximations, comme les approximations de Boussinesq, qui sont fréquemment employées dans l'étude de la convection naturelle. Ainsi, nous supposons que:

- La largeur de l'enceinte, W', est considérée comme nettement plus grande que les autres dimensions (W'/L' et W'/H'>>1), rendant les effets tridimensionnels insignifiants. Cela simplifie le problème à un scénario bidimensionnel, comme illustré sur la (**figure** II.1.)
- La solution est un fluide newtonien et incompressible. - Le flux résultant est supposé être laminaire et transitoire.
- La matrice poreuse est isotrope, perméable et homogène.
- Il n'y a pas de réaction chimique ni de source de chaleur ou de masse.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Les interactions entre les transferts de chaleur et de masse, connus comme les effets Sorte et Dufour respectivement, sont négligeables.
- Le travail induit par les forces visqueuses et de pression est considéré comme négligeable.

- Les propriétés thermophysiques du liquide sont présumées constantes et évaluées à la température de référence. Toutefois, la densité du fluide dans le terme de force de volume varie linéairement avec la température. Ceci est exprimé par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta'_T \left(T' - T'_0\right) - \beta'_S \left(S' - S'_0\right)\right] \quad \text{(II.1)}$$

Où, ρ est la densité du fluide non newtonien. T' et S' représentent la température et la concentration du fluide en un point spécifique du système, T'_0 , S'_0 et ρ_0 représentent respectivement la température, la concentration et la masse volumique de référence.
β'_T, et β'_S sont respectivement les coefficients de dilatation thermique et solutale. Ils sont définis par :

$$\beta'_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{P',S'}, \quad \beta'_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)_{P',T'} \quad \text{(II.2)}$$

Pour la plupart des fluides, β'_Test positif, sauf pour l'eau, qui présente une densité maximale proche de 4 °C. Cependant, β'_Selle peut être négative ou positive en fonction de la contribution des composantes de diffusion à la densité du fluide.

II.3 FORMULATION MATHÉMATIQUE

En tenant compte de l'ensemble des hypothèses retenues, le système d'équations aux dérivées partielles régissant ce problème comprend l'équation de continuité, les équations de conservation de la quantité de mouvement et les équations de conservation de l'énergie et de la masse en milieu poreux. Pour l'étude de la convection naturelle dans les milieux poreux, nous supposons que la matrice poreuse est solide, perméable, homogène, isotrope et saturée par le fluide. Les équations relatives aux flux de chaleur et de masse en présence de gradients thermiques et de solutés sont données par De Groot et Mazur (1969) [63] :

$$\vec{q}' = -k\nabla T' \quad \text{(II.3)}$$

$$\vec{j}' = -\rho D \nabla S' \quad \text{(II.4)}$$

Où *k* et D signifient la conductivité thermique et le coefficient de diffusion moléculaire de l'espèce. Pour une cavité remplie d'un fluide binaire, les équations de base régissant l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse sont données, respectivement, par :

II.3.1 ÉQUATION DE CONTINUITÉ

L'équation de continuité, qui exprime la conservation de la masse d'un fluide en mouvement, s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad \text{(II.5)}$$

II.3.2 EQUATION DU MOUVEMENT : Loi de Darcy

La formulation locale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$u' = -\frac{K}{\mu'_a}\left[\frac{\partial P'}{\partial x'} + \rho_0 g\left[1 - \beta_T \left(T' - T'_0\right) - \beta_S \left(S' - S'_0\right)\right]\cos\Phi\right] \quad \text{(II.6)}$$

$$v' = -\frac{K}{\mu'_a}\left[\frac{\partial P'}{\partial y'} - \rho_0 g\left[1-\beta_T\left(T'-T'_0\right)-\beta_S\left(S'-S'_0\right)\right]\sin\Phi\right] \qquad \text{(II.7)}$$

II.3.3 ÉQUATION DE LA VISCOSITÉ

En accord avec les résultats antérieurs clarifiés par Pascal [64, 65], le modèle décrivant l'écoulement laminaire d'un fluide non-newtonien à travers un milieu poreux est exprimé comme suit :

$$\mu'_a = \varepsilon\left(u'^2 + v'^2\right)^{(n-1)/2} \qquad \text{(II.8)}$$

Où $\varepsilon = 2h\Big/\left[8^{(n+1)/2}\left(K\phi\right)^{(n-1)/2}\left(n/\left(1+3n\right)\right)^n\right]$ est un paramètre dans le modèle de loi de puissance.

II.3.4 ÉQUATION D'ÉCONOMIE D'ÉNERGIE

La première loi de la thermodynamique établit des relations entre les différentes formes d'énergie impliquées dans les milieux poreux. L'équation de l'énergie, dans laquelle les termes de dissipation visqueuse sont négligés, s'écrit comme suit :

$$\left(\rho C\right)_p \frac{\partial T'}{\partial t'} + \left(\rho C\right)_f \left(u'\frac{\partial T'}{\partial x'} + v'\frac{\partial T'}{\partial y'}\right) = k\nabla^2 T' \qquad \text{(II.9)}$$

II.3.5 ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE

Le principe de conservation de la masse conduit à l'équation de concentration suivante :

$$\phi\frac{\partial S'}{\partial t'} + u'\frac{\partial S'}{\partial x'} + v'\frac{\partial S'}{\partial y'} = D\nabla^2 S' \qquad \text{(II.10)}$$

Dans les équations ci-dessus, V' est la vitesse superficielle dont les composantes sont u' et v' dans les directions x' et y', respectivement, P' est la pression hydrodynamique, φ et K la porosité et la perméabilité du milieu poreux, μ'_a la viscosité apparente, h l'indice de cohérence et n l'index de la loi de puissance. les paramètres rhéologiques h et n sont supposés indépendants de la température. Les paramètres $(\rho c)_p$ et $(\rho c)_f$ sont respectivement la capacité thermique du milieu poreux saturé et celle du liquide.

La forme sans dimension des équations (II.5) à (II.10) a été établie en utilisant la hauteur H' entre les deux murs horizontaux actifs de la cavité comme longueur de référence. La vitesse était sans dimension par rapport à la diffusivité thermique, tandis que la température et la concentration étaient rendues sans dimension en ce qui concerne la différence de températures et de concentrations entre les deux murs horizontaux de la cavité.

$$\begin{aligned}
&\left(x,y\right) = \left(x',y'\right)/H' \quad \left(u,v\right) = \left(u',v'\right)H'/\alpha \quad t = t'\alpha\Big/\left(\sigma H'^2\right)\\
&\psi = \psi'/\alpha \quad T = \left(T'-T'_0\right)/\Delta T' \quad \Delta T' = q'H'/k\\
&S = \left(S'-S'_0\right)/\Delta S' \quad \Delta S' = j'H'/\rho D \quad \mu_a = \mu'_a\Big/\varepsilon\left(\alpha/H'\right)^{n-1}
\end{aligned} \qquad \text{(II.11)}$$

où: α et σ désignent respectivement la diffusivité thermique du milieu poreux saturé et le rapport entre la capacité de chaleur. Ils sont définis comme:

$$\alpha = \frac{k}{(\rho C)_f}, \qquad \sigma = \frac{(\rho C)_p}{(\rho C)_f} \qquad \text{(II.12)}$$

En introduisant les variables sans dimension (II.11) dans les équations (II.5)-(II.10), et en éliminant le terme de pression dans l'éq. (II.6)- (II.7) nous obtenons les équations régissant sans dimension suivantes décrivant respectivement, la conservation de l'élan, l'énergie, et la masse.

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{II.13}$$

$$\nabla^2\Psi=-\mu_a^{-1}\left[\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial\mu_a}{\partial y}+\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial\mu_a}{\partial x}+R_T\left(\left(\frac{\partial T}{\partial x}+N\frac{\partial S}{\partial x}\right)\cos\Phi-\left(\frac{\partial T}{\partial y}+N\frac{\partial S}{\partial y}\right)\sin\Phi\right)\right] \tag{II.14}$$

$$\nabla^2 T=\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} \tag{II.15}$$

$$Le^{-1}\nabla^2 S=\xi\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{\partial S}{\partial x}-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial S}{\partial y} \tag{II.16}$$

$$\mu_a=\left[\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\Psi}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \tag{II.17}$$

Les paramètres sans dimension extraits des éqs. (II.13)-(II.17) sont le nombre thermique de Rayleigh R_T, le nombre de Lewis Le, le rapport de flottabilité N, et la porosité normalisée ξ, Ces paramètres sont définis comme suit :

$$R_T=\frac{K\rho_0 g\beta_T'\Delta T'\left(H'/\alpha\right)^n}{\varepsilon},\qquad Le=\frac{\alpha}{D}$$
$$N=\frac{\beta_S'\Delta S'}{\beta_T'\Delta T'},\qquad \xi=\frac{\phi}{\sigma} \tag{II.18}$$

II.4 ÉQUATION DE LA FONCTION DE FLUX

Puisque l'écoulement est considéré comme bidimensionnel, il existe une fonction de flux définie par $\psi(x,y)$:

$$u=\frac{\partial\Psi}{dy},\quad v=-\frac{\partial\Psi}{dx} \tag{II.19}$$

II.5 CONDITIONS AUX LIMITES

II.5.1 CONDITIONS AUX LIMITES HYDRODYNAMIQUES

Ces conditions expriment l'imperméabilité des parois de la cavité et sont données par :

$$\left.\begin{aligned} u'=0,\quad \Psi'=0 \quad at \quad x'=\pm\frac{L'}{2}\\ v'=0,\quad \Psi'=0 \quad at \quad y'=\pm\frac{H'}{2}\end{aligned}\right\} \tag{II.20}$$

II.5.2 CONDITIONS AUX LIMITES THERMIQUES ET MASSIQUES

Les conditions aux limites sur les parois adiabatiques et imperméables de la cavité sont exprimées par :

$$\frac{\partial T'}{\partial x'} = \frac{\partial S'}{\partial x'} = 0 \qquad at \qquad x' = \pm \frac{L'}{2} \tag{II.21}$$

De plus, les conditions thermiques sur les murs actifs sont les suivantes :

$$-k\frac{\partial T'}{\partial y'} = q', \quad -\rho D\frac{\partial S'}{\partial y'} = j' \qquad at \quad y' = \pm \frac{H'}{2} \tag{II.22}$$

II.5.3 CONDITIONS AUX LIMITES SANS DIMENSION

$$\left.\begin{aligned} u = 0, \quad \Psi = 0 \qquad at \qquad x = \pm \frac{A}{2} \\ v = 0, \quad \Psi = 0 \qquad at \qquad y = \pm \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \tag{II.23}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \qquad at \qquad x = \pm \frac{A}{2} \tag{II.24}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial S}{\partial y} = -1 \qquad at \quad y = \pm \frac{1}{2} \tag{II.25}$$

où est le rapport hauteur/largeur de la cavité. $A = L'/H'$

II.6 TAUX DE TRANSFERT THERMIQUE ET DE MASSE

Dans cette étude, nous nous concentrons sur la détermination des taux de transfert de chaleur et de masse à une position spécifique x, qui sont quantifiés par les nombres de Nusselt et de Sherwood, décrits comme suit :

$$Nu_x = \frac{q'}{k\dfrac{\Delta T'}{H'}} = \frac{1}{T_{(x,-1/2)} - T_{(x,1/2)}} \tag{II.26}$$

$$Sh_x = \frac{j'}{D\dfrac{\Delta S'}{H'}} = \frac{1}{S_{(x,-1/2)} - S_{(x,1/2)}} \tag{II.27}$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et de Sherwood sur les murs actifs sont exprimées par :

$$Nu_m = \frac{1}{A}\int_{-A/2}^{+A/2} Nu_x dx \tag{II.28}$$

$$Sh_m = \frac{1}{A}\int_{-A/2}^{+A/2} Sh_x dx \tag{II.29}$$

Chapitre III:

SOLUTION NUMÉRIQUE

CHAPITRE III

SOLUTION NUMÉRIQUE

Ce chapitre utilise une approche numérique pour résoudre les équations différentielles non linéaires. La méthode proposée s'appuie sur la technique des différences finies, une méthode numérique classique datant du XVIIIe siècle, mise au point par Euler. Cette méthode est particulièrement bien adaptée et simple pour les problèmes impliquant des géométries simples. Il s'agit de discrétiser les équations continues à des nœuds spécifiés sur un maillage prédéfini, comme illustré à la (**Fig**. III.1.)

Dans un système de coordonnées cartésiennes, chaque nœud est désigné par la paire d'indices indiquant les lignes d'intersection du maillage. Les nœuds voisins sont implicitement définis en augmentant ou en diminuant l'un des indices d'un incrément d'unité.(i, j)

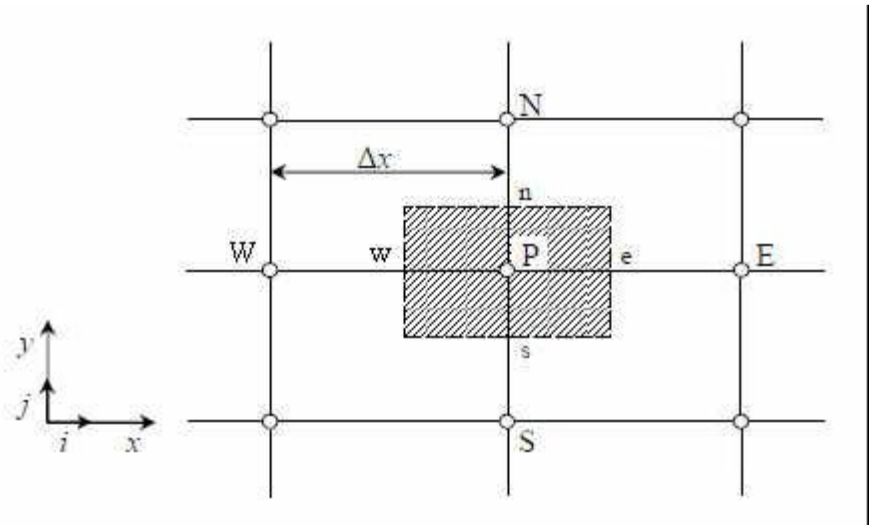


Figure.III.1 : Maillage du domaine de calcul en.(i, j)

Pour les problèmes de géométrie simples, **Fig.** III.1, méthode des différences finies utilisée pour résoudre numériquement les équations gouvernantes (II.14)-(II.16). Les équations d'énergie et de concentration sont discrétisées avec un schéma centré du second ordre. Pour chaque pas de temps, la méthode implicite à directions alternées (*ADI*) de Peaceman et Rachford [66] donne lieu à deux systèmes matriciels tri-diagonaux à résoudre, l'un résultant de la discrétisation implicite en *x* et l'autre de la discrétisation implicite en *y*. La méthode (*ADI*) divise le pas de temps en deux parties égales, dans le premier pas de mi-temps, le système est implicitement en *x* mais explicitement en *y* et dans le deuxième pas de mi-temps, le système est implicitement en *x* et explicitement en *y*. Pour chaque pas de temps, la solution est obtenue en balayant le domaine de calcul dans la direction *x* puis dans la direction *y* . Connaissant les champs de température et de concentration au temps $(n+1)\Delta t$, pour résoudre l'équation du mouvement discrétisé (II.14) à chaque pas de temps, la méthode de relaxation successive (***SOR***) proposée par Frankel (1950) [67] est utilisée qui est une méthode explicite donnant directement la valeur de Ψ à l'instant $(n+1)\Delta t$, au nœud considéré, à condition qu'un nombre suffisant d'itérations pour le critère de convergence souhaité soit satisfait.

III.1 DISCRÉTISATION DES CONDITIONS AUX LIMITES THERMIQUES

Les conditions aux limites (II.24) et (II.25) sont discrétisées à l'aide d'un schéma de différences finies du second ordre centré à droite et à gauche, qui dépend de la paroi spécifique considérée.

Selon les parois adiabatiques et imperméables : $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0$

$$T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3}, \qquad S_{1,j} = \frac{4S_{2,j} - S_{3,j}}{3} \quad \text{at} \quad x = -\frac{A}{2} \tag{III.1}$$

$$T_{Nx+1,j} = \frac{4T_{Nx,j} - T_{Nx-1,j}}{3}, \qquad S_{Nx+1,j} = \frac{4S_{Nx,j} - S_{Nx-1,j}}{3} \quad \text{at} \quad x = \frac{A}{2} \tag{III.2}$$

Selon les murs actifs : $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = -1$

$$T_{i,1} = \frac{4T_{i,2} - T_{i,3} + 2\Delta y}{3}, \qquad S_{i,1} = \frac{4S_{i,2} - S_{i,3} + 2\Delta y}{3} \quad \text{at} \quad y = -\frac{1}{2} \tag{III.3}$$

$$T_{i,Ny+1} = \frac{4T_{i,Ny} - T_{i,Ny-1} - 2\Delta y}{3}, \qquad S_{i,1} = \frac{4S_{i,Ny} - S_{i,Ny-1} - 2\Delta y}{3} \quad \text{at} \quad y = \frac{1}{2}$$

(III.4)

III.2 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE L'ÉNERGIE

L'équation d'énergie est résolue en utilisant la méthode Alternating Directions Implicite (***ADI***).L'équation d'énergie (II.14) est réécrite comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{III.5}$$

La méthode ***ADI*** (Alternating Direction Implicit) est une technique numérique utilisée pour résoudre les équations aux dérivées partielles (***EDP***), en particulier lorsqu'elles sont de type parabolique, telles que les équations d'énergie et de concentration. La méthode ***ADI*** est basée sur le schéma implicite de direction alternée, où les dérivées partielles par rapport à chaque variable spatiale sont approximées implicitement, tandis que celles par rapport aux autres variables sont approchées explicitement dans une procédure de marche temporelle. Cette alternance de directions permet une plus grande stabilité et précision de la solution.

Implicite dans x et explicite dans y scheme

Il s'agit d'un schéma temporel centré $(n+\frac{1}{2})$ pour les dérivées *x* et d'une période avancée (*n*) pour ceux *y*, chaque terme de l'équation (III.5) est discrétisé comme suit :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \tag{III.6}$$

$$\left.\frac{\partial(uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u^n_{i+1,j}T^{n+1/2}_{i+1,j} - u^n_{i-1,j}T^{n+1/2}_{i-1,j}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial(vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v^n_{i,j+1}T^n_{i,j+1} - v^n_{i,j-1}T^n_{i,j-1}}{2\Delta y} \tag{III.7}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{T^{n+1/2}_{i,j} - T^n_{i,j}}{\Delta t} \tag{III.8}$$

En substituant les équations (III.6)-(III.8) dans l'équation (III.5), on obtient un système matriciel tridiagonal de la forme :

$$A_i T^{n+1/2}_{i+1,j} + B_i T^{n+1/2}_{i,j} + C_i T^{n+1/2}_{i-1,j} = D_i \tag{III.9}$$

avec:

$$A_i = \frac{u^n_{i+1,j}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}, \quad B_i = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta x^2}, \quad C_i = -\frac{u^n_{i-1,j}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}$$

$$D_i = \left[-\frac{v^n_{i,j+1}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right]T^n_{i,j+1} + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{\Delta y^2}\right]T^n_{i,j} + \left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right]T^n_{i,j-1}$$

En remplaçant les conditions limites (III.1)-(III.4) dans l'équation (III.9), nous obtenons la forme discrète implicite dans *x* sous la forme suivante :

Pour $i = 2$ $$\left(A_2 - \frac{1}{3}C_2\right)T^{n+1/2}_{3,j} + \left(B_2 + \frac{4}{3}C_2\right)T^{n+1/2}_{2,j} = D_2 \tag{III.10}$$

Pour $i = Nx$ $$\left(\frac{4}{3}A_{Nx} + B_{Nx}\right)T^{n+1/2}_{Nx} + \left(C_{Nx} - \frac{1}{3}A_{Nx}\right)T^{n+1/2}_{Nx-1,j} = D_{Nx} \tag{III.11}$$

Implicite dans y et explicite dans x scheme

Ceci est un schéma de temps centré (*n+1/2*) pour les dérivés *x* et un temps d'avance (*n+1*) pour ceux *y*. La discrétisation des dérivés partiels est donnée par :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T^{n+1/2}_{i+1,j} - 2T^{n+1/2}_{i,j} + T^{n+1/2}_{i-1,j}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T^{n+1}_{i,j+1} - 2T^{n+1}_{i,j} + T^{n+1}_{i,j-1}}{\Delta y^2} \tag{III.12}$$

$$\left.\frac{\partial(uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u^n_{i+1,j}T^{n+1/2}_{i+1,j} - u^n_{i-1,j}T^{n+1/2}_{i-1,j}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial(vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v^n_{i,j+1}T^{n+1}_{i,j+1} - v^n_{i,j-1}T^{n+1}_{i,j-1}}{2\Delta y} \tag{III.13}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{T^{n+1}_{i,j} - T^{n+1/2}_{i,j}}{\Delta t} \tag{III.14}$$

En remplaçant les équations (III.12)-(III.14) en équation (III.5), nous obtenons un système de matrice triangulaire de la forme:

$$E_i T^{n+1}_{i,j+1} + F_i T^{n+1}_{i,j} + G_i T^{n+1}_{i,j-1} = H_i \tag{III.15}$$

Avec:

$$E_j = \left[\frac{1}{\Delta y^2} - \frac{v^n_{i,j+1}}{2\Delta y}\right], \quad F_j = -\left[\frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta y^2}\right], \quad G_j = \left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2}\right]$$

$$H_j = \left[\frac{u^n_{i+1,j}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}\right]T^{n+1/2}_{i+1,j} + \left[\frac{2}{\Delta x^2} - \frac{2}{\Delta t}\right]T^{n+1/2}_{i,j} - \left[\frac{u^n_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right]T^{n+1/2}_{i-1,j}$$

En remplaçant les conditions limites (III.1)-(III.4) dans l'équation (III.15) on obtient la forme discrète implicite en y sous la forme suivante :

Pour $j = 2$ $$\left(E_2 - \frac{1}{3}G_2\right)T^{n+1}_{i,3} + \left(F_2 + \frac{4}{3}G_2\right)T^{n+1}_{i,2} = H_2 - \frac{2\Delta y}{3}G_2 \qquad \text{(III.16)}$$

Pour $j = Ny$ $$\left(\frac{4}{3}E_{Ny} + F_{Ny}\right)T^{n+1}_{i,Ny} + \left(G_{Ny} - \frac{1}{3}E_{Ny}\right)T^{n+1}_{i,Ny-1} = H_{Ny} + \frac{2\Delta y}{3}E_{Ny} \qquad \text{(III.17)}$$

III.3 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DE CONCENTRATION

De même, l'équation de concentration (II.15) est discrétisée en suivant les mêmes étapes que le paragraphe précédent. L'équation de concentration (II.15) est réécrite comme suit :

$$\xi\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(uS)}{\partial x} + \frac{\partial(vS)}{\partial y} = Le^{-1}\left[\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right] \qquad \text{(III.18)}$$

Implicite dans x et explicite dans y scheme

D'une manière analogue aux étapes précédentes, l'équation algébrique correspondant à la discrétisation de l'équation de concentration est fournie comme suit :

$$A_i S^{n+1/2}_{i+1,j} + B_i S^{n+1/2}_{i,j} + C_i S^{n+1/2}_{i-1,j} = D_i \qquad \text{(III.19)}$$

Avec:

$$A_i = \left[\frac{u^n_{i+1,j}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right], \quad B_i = \left[\frac{2\xi}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta x^2 Le}\right], \quad C_i = -\left[\frac{u^n_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]$$

$$D_i = \left[-\frac{v^n_{i,j+1}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]S^n_{i,j+1} + \left[\frac{2\xi}{\Delta t} - \frac{2}{\Delta y^2 Le}\right]S^n_{i,j} + \left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]S^n_{i,j-1}$$

En remplaçant les conditions aux limites (III.1)-(III.4) dans l'équation (III.19), nous obtenons la forme discrète implicite en *x* sous la forme suivante :

Pour $i = 2$ $$\left(A_2 - \frac{1}{3}C_2\right)S^{n+1/2}_{3,j} + \left(B_2 + \frac{4}{3}C_2\right)S^{n+1/2}_{2,j} = D_2 \qquad \text{(III.20)}$$

Pour $i = Nx$ $$\left(\frac{4}{3}A_{Nx} + B_{Nx}\right)S^{n+1/2}_{Nx} + \left(C_{Nx} - \frac{1}{3}A_{Nx}\right)S^{n+1/2}_{Nx-1,j} = D_{Nx} \qquad \text{(III.21)}$$

Implicite dans y et explicite dans x scheme

$$E_i S^{n+1}_{i,j+1} + F_i S^{n+1}_{i,j} + G_i S^{n+1}_{i,j-1} = H_i \qquad \text{(III.22)}$$

Avec:

$$E_j = \left[\frac{1}{\Delta y^2 Le} - \frac{v^n_{i,j+1}}{2\Delta y}\right], \quad F_j = -\left[\frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta y^2 Le}\right], \quad G_j = \left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]$$

$$H_j = \left[\frac{u^n_{i+1,j}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S^{n+1/2}_{i+1,j} + \left[\frac{2}{\Delta x^2 Le} - \frac{2}{\Delta t}\right] S^{n+1/2}_{i,j} - \left[\frac{u^n_{i-1,j}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S^{n+1/2}_{i-1,j}$$

En remplaçant les conditions limites (III.1)-(III.4) dans l'équation (III.22) on obtient la forme discrète implicite en y sous la forme suivante :

Pour $j = 2$ $$\left(E_2 - \frac{1}{3}G_2\right) S^{n+1}_{i,3} + \left(F_2 + \frac{4}{3}G_2\right) S^{n+1}_{i,2} = H_2 - \frac{2\Delta y}{3} G_2 \qquad \text{(III.23)}$$

Pour $j = Ny$ $$\left(\frac{4}{3}E_{Ny} + F_{Ny}\right) S^{n+1}_{i,Ny} + \left(G_{Ny} - \frac{1}{3}E_{Ny}\right) S^{n+1}_{i,Ny-1} = H_{Ny} + \frac{2\Delta y}{3} E_{Ny} \qquad \text{(III.24)}$$

III.4 DISCRÉTISATION DE LA VITESSE

Les composantes du champ de vitesse sont déduites de la fonction de flux à l'aide d'équations (II.19). En utilisant un schéma de différences finies centrées du premier ordre, la discrétisation de ces équations donne :

$$u^{n+1}_{i,j} = \frac{\Psi^{n+1}_{i,j+1} - \Psi^{n+1}_{i,j-1}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.25)}$$

$$v^{n+1}_{i,j} = \frac{\Psi^{n+1}_{i+1,j} - \Psi^{n+1}_{i-1,j}}{2\Delta x} \qquad \text{(III.26)}$$

III.5 DISCRÉTISATION DES CONDITIONS AUX LIMITES DE VITESSE

Les composantes du champ de vitesse sont déduites de la fonction de flux par des équations (III.19). En utilisant un schéma de différence finie centré de premier ordre, la discrétisation de ces équations donne:

$$\left.\begin{aligned} u_{1,j} &= 0, \qquad v_{1,j} = -\frac{4\Psi_{2,j} - 3\Psi_{1,j} - \Psi_{3,j}}{2\Delta x}, \qquad \text{at} \quad x = -\frac{A}{2} \\ u_{Nx+1,j} &= 0, \quad v_{Nx+1,j} = -\frac{3\Psi_{Nx+1,j} - 4\Psi_{Nx,j} - \Psi_{Nx-1,j}}{2\Delta x}, \quad \text{at} \quad x = +\frac{A}{2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.27)}$$

$$\left.\begin{aligned} v_{i,1} &= 0, \qquad u_{i,1} = \frac{4\Psi_{i,2} - 3\Psi_{i,1} - \Psi_{i,3}}{2\Delta y}, \qquad \text{at} \quad y = -\frac{1}{2} \\ v_{i,Ny+1} &= 0, \quad u_{i,Ny+1} = \frac{3\Psi_{i,Ny+1} - 4\Psi_{i,Ny} - \Psi_{i,Ny-1}}{2\Delta y}, \quad \text{at} \quad y = +\frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.28)}$$

III.6 DISCRÉTISATION DE LA VISCOSITÉ

En substituant les équations (III.25)-(III.28) dans l'équation (III.17), on obtient la viscosité discrète comme suit :

$$\mu_{a(i,j)}^{n+1} = \left[\left(u_{i,j}^{n+1} \right)^2 + \left(v_{i,j}^{n+1} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \qquad \text{(III.29)}$$

III.7 DISCRÉTISATION DE L'ÉQUATION DU MOUVEMENT

L'équation de mouvement du milieu poreux, régie par la loi de la puissance, peut être exprimée de la manière suivante :

$$\mu_a \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right] + \frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial \mu_a}{\partial y} + \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial \mu_a}{\partial x} = -R_T \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} + N\frac{\partial S}{\partial x} \right)\cos\Phi - \left(\frac{\partial T}{\partial y} + N\frac{\partial S}{\partial y} \right)\sin\Phi \right] \text{(III.30)}$$

Chaque terme de l'équation du mouvement (III.30) est discrétisé à l'aide d'un schéma centré standard.

$$\left.\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - 2\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - 2\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \qquad \text{(III.31)}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.32)}$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{S_{i+1,j}^{n+1} - S_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial S}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{S_{i,j+1}^{n+1} - S_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.33)}$$

$$\left.\frac{\partial \mu_a}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{\mu_{a(i+1,j)}^{n+1} - \mu_{a(i-1,j)}^{n+1}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial \mu_a}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{\mu_{a(i,j+1)}^{n+1} - \mu_{a(i,j-1)}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.34)}$$

En substituant les expressions (III.25)-(III.29) et (III.31)-(III.34) dans l'équation (III.30), on obtient la forme générale de la fonction suivante :

$$\begin{aligned} \Psi_{i,j}^{(n+1),(k+1)} = (1-\omega)\Psi_{i,j}^{(n+1),k} + \omega\Big\{ & a_{px}\left(\Psi_{i+1,j}^{(n+1),k} - \Psi_{i-1,j}^{(n+1),(k+1)} \right) + a_{py}\left(\Psi_{i,j+1}^{(n+1),k} - \Psi_{i,j-1}^{(n+1),(k+1)} \right) + \\ & a_{cx}\left(\Psi_{i+1,j}^{(n+1),k} + \Psi_{i-1,j}^{(n+1),(k+1)} \right) + a_{cy}\left(\Psi_{i,j+1}^{(n+1),k} + \Psi_{i,j-1}^{(n+1),(k+1)} \right) + a_{TSx}\Big[\left(T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1} \right) + \\ & N\left(S_{i+1,j}^{n+1} - S_{i-1,j}^{n+1} \right) \Big] + a_{TSy}\Big[\left(T_{i,j+1}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1} \right) + N\left(S_{i,j+1}^{n+1} - S_{i,j-1}^{n+1} \right) \Big] \Big\} \end{aligned} \qquad \text{(III.35)}$$

Avec

$$\begin{aligned} & a_p = 2\mu_{a(i,j)}^{n+1}\left[\frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta x^2} \right], \quad a_{px} = \frac{\mu_{a(i+1,j)}^{n+1} - \mu_{a(i-1,j)}^{n+1}}{4\Delta x^2 a_p}, \quad a_{py} = \frac{\mu_{a(i,j+1)}^{n+1} - \mu_{a(i,j-1)}^{n+1}}{4\Delta y^2 a_p} \\ & a_{cx} = \frac{\mu_{a(i,j)}^{n+1}}{\Delta x^2 a_p}, \quad a_{cx} = \frac{\mu_{a(i,j)}^{n+1}}{\Delta y^2 a_p}, \quad a_{TSx} = \frac{R_T \cos\Phi}{2\Delta x a_p}, \quad a_{TSy} = -\frac{R_T \sin\Phi}{2\Delta y a_p} \end{aligned} \qquad \text{(III.36)}$$

Le paramètre ω est le facteur d'excès de relaxation, qui varie de 1 à 2, pour accélérer la convergence. Sa valeur optimale ω_{opt} dépend de la forme du domaine de la grille et du type de conditions limites.

Pour un domaine rectangulaire avec un maillage uniforme, est donné par :ω_{opt}

$$\omega_{opt} = \frac{2}{\varsigma^2}\left[1-\sqrt{1-\varsigma^2}\right], \quad \text{with} \quad \varsigma = \left[\frac{\cos\left(\pi/N_{x+1}\right)+\left(\Delta x^2/\Delta y^2\right)\cos\left(\pi/N_{y+1}\right)}{1+\Delta x^2/\Delta y^2}\right] \quad \text{(III.37)}$$

où *Nx+1* et *Ny+1* sont le nombre de nœuds le long des directions *x* et *y*, respectivement.

III.8 ALGORITHME DE CALCUL

Les principales étapes de notre algorithme de calcul sont les suivantes :

1. Génération de maillage.
2. Initialisation et lecture des données.
3. Calcul du facteur de sur-relaxation.
4. Mise en œuvre des conditions initiales pour la température *T*, la concentration *S* et la fonction du cours d'eau, Ψ
5. Détermination du champ de vitesse initial, $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$
6. Détermination du champ de viscosité initial $u_{\alpha(i,j)}$.
7. Début de la boucle temporelle.

7.1. Résolution de l'équation d'énergie (III.9) et (III.15) par la méthode ADI et calcul du champ de température.$T_{i,j}$

7.2. Résolution de l'équation de concentration (III.19) et (III.22) par la méthode DJA et calcul du champ de concentration .$S_{i,j}$

7.3. Résolution de l'équation de mouvement (III.35) par la méthode SOR et calcul du champ de fonction de flux .$\Psi_{i,j}$

7.4. Détermination du champ de vitesse et .$u_{i,j}v_{i,j}$

7.5. Détermination du champ de viscosité, .$\mu_{a(i,j)}$

7.6. Répétez l'étape (VI.1) jusqu'à ce que la solution converge vers une solution stable ou oscillante.

8. Résultats d'impression.
9. Fin du programme.

Le critère de convergence lors de la résolution de l'équation (III.35) est donné par :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-6} \quad \text{(III.38)}$$

III .9 .CHOIX DE MAILLE

D'après les tests de convergence, une grille de 200x200 est suffisante pour reproduire correctement l'écoulement convectif et minimiser le temps de calcul. Ces résultats, présentés dans le tableau 1, ont différentes valeurs de maillage : 50 x 50, 100 x 100, 150 x 150, 200 x 200 et 250 x 250.

Tableau 1. Tests de convergence pour les paramètres spécifiés A=1 , Le =5 , N= -0,1 , R_T =100 et Φ=0°, et différents indices de loi de puissance n, avec conditions aux limites de type Neumann.

Grilles	*Solution numérique*					
		50x50	*100x100*	*150x150*	*200x200*	*250x250*
$\boldsymbol{n = 0.6}$	Ψ_0	*5.267*	*5.260*	*5.240*	*5.235*	*5.232*
	Nu	*4.789*	*4.787*	*4.784*	*4.783*	*4.783*
	Sh	*9.732*	*9.716*	*9.700*	*9.692*	*9.688*
$\boldsymbol{n = 1.0}$	Ψ_0	*3.146*	*3.145*	*3.145*	*3.145*	*3.145*
	Nu	*2.929*	*2.929*	*2.928*	*2.928*	*2.928*
	Sh	*7.397*	*7.386*	*7.380*	*7.377*	*7.376*
$\boldsymbol{n = 1.4}$	Ψ_0	*2.128*	*2.102*	*2.078*	*2.069*	*2.064*
	Nu	*1.904*	*1.902*	*1.898*	*1.897*	*1.897*
	Sh	*5.785*	*5.779*	*5.776*	*5.775*	*5.775*

Chapitre VI:

RÉSULTATS ET DISCUSSION

CHAPITRE VI

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats analytiques et numériques d'une cavité poreuse soumise à un flux constant de chaleur *q'* et de masse *j'* le long des longs murs, tandis que les autres murs sont adiabatiques et imperméables. Cette enquête englobe des configurations en orientations horizontales, inclinées et verticales. Initialement, l'accent est sur une cavité horizontale (c.-à-d., $\Phi=0°$), suivi d'un examen d'une cavité inclinée (c.a., $\Phi\neq0°$). L'étude se termine par l'analyse d'une cavité verticale (c.-à-d., $\Phi=90°$) sous le scénario où les forces de Booyancy ont la même intensité mais dans des directions opposées $N= -1$. Ce problème est caractérisé par plusieurs paramètres sans dimension : l'indice de la loi de puissance *n*, le nombre de Rayleigh R_T, le rapport de buoyance N, le numéro de Lewis Le, la porosité normalisée ξ, le ratio d'aspect A, de la cavité et l'angle d'inclinaison Φ.

Dans cette section, nous examinons le scénario d'une cavité carrée avec A=1, sous l'influence de gradients de température et de concentration constants. Les parois verticales de la cavité sont adiabatiques et imperméables, tandis que les parois horizontales connaissent des conditions limites de type Neumann pour les aspects thermiques et solutaux (flux de chaleur et de concentration constants), aux côtés des conditions de type Dirichlet. (imposed constant temperature and concentration). Compte tenu de l'absence d'un modèle analytique pour cette configuration, toutes les conclusions présentées ici sont des projections dérivées du code numérique détaillé au chapitre III.

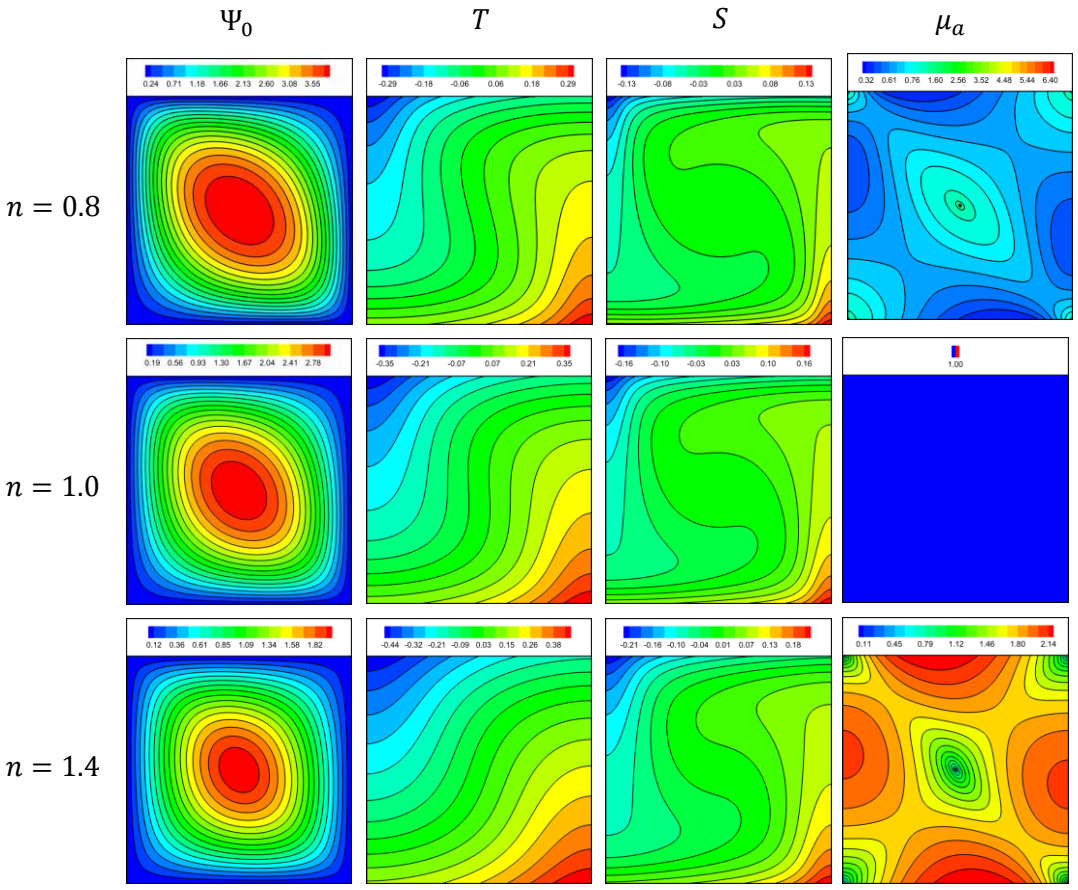
Les lignes aérodynamiques Ψ, la température T, la concentration S et la viscosité apparente μ_a, calculées numériquement pour $R_T = 100$, Le=5 et $N = -0{,}1$ pour différentes valeurs de l'indice de loi de puissance, n (0,6, 1.0 et 1.4), sont représentés dans les figures (VI.15) et (VI.16) dans des conditions aux limites de type Neumann et de type Dirichlet, respectivement. L'impact de l'indice de loi de puissance, n, dans des conditions aux limites de type Neumann, comme illustré dans la figure 6.15, révèle une distribution uniforme de lignes de courant avec des incréments désignés $\Delta\Psi$, atteignant sa valeur la plus élevée ψ_{max}, près du centre et se terminant à zéro au niveau du centre. les frontières. De plus, l'augmentation de l'indice de loi de puissance n, de n=0,6 à n=1,4 diminue considérablement l'intensité du mouvement convectif au sein de la couche poreuse, comme en témoigne la valeur de la fonction de flux au centre de la cavité : $\psi_0 = 5{,}317$ pour $n=0{,}6$, $\psi_0 = 3{,}145$ pour $n=1{,}0$ et $\psi_0 = 2{,}064$ pour $n=1{,}4$.

Les isothermes et les raies d'isoconcentration, qui présentent moins de distorsion, suggèrent que le transfert de chaleur et de masse tend vers un comportement diffusif. Par conséquent, comme le montre la figure. VI.15, les gradients de température et de concentration sont considérablement supprimés avec une augmentation de n, ce qui conduit à l'apparition de lignes constantes parallèles de température et de concentration. Par exemple, dans ces conditions

. $Nu = 4.783, Sh = 9.699,\ n = 0.6$, $Nu = 2.929, Sh = 7.380, n = 1.0$

$, Nu = 1.897, Sh = 5.776, n = 1.4$

Les lignes de viscosité apparente μ_a affichent une distribution cohérente du centre, où $\mu_a = 11{,}909$ pour *n*=0.6, $\mu_a = 1{\cdot}000$ pour n =1.0, et $\mu_a = 0{,}132$ pour *n* =1.4 aux bords de la cavité.



FigureVI-1 : Contours des lignes fluctuantes Ψ, Température T, Concentration S, vitesse horizontale U, et viscosité apparente μ_a, pour $\boldsymbol{R_T} = \mathbf{100}$, *Le*=5, *N*= - 0.1 et diverses valeurs de *n*, avec des conditions limites de type Neumann

La **figure** VI.2 présente des résultats similaires à ceux de la **figure** VI.1, présentant des simplifications Ψ, température T, concentration S, et viscosité apparente μ_a. Cependant, il est remarquable que lors de l'application des conditions limites de Neumann, les valeurs de la fonction de courant, la température, la concentration et la viscosité apparente sont inférieures à celles d'applications limites Dirichlet. Par exemple, pour *n=0.6*, $\psi_0 = 12{,}766$, *Nu*=5.946 et *Sh*=12.955, et $\mu_a = 10{,}761$; pour *n =1.0*, $\psi_0 = 5{,}123$, *Nu=2.736* et *Sh*=6.445, et $\mu_a = 1{\cdot}000$; et pour *n=1.4*, $\psi_0 = 2{,}016$, *Nu*=1.371 et *Sh* =3.442, et $\mu_a = 0{,}037$.

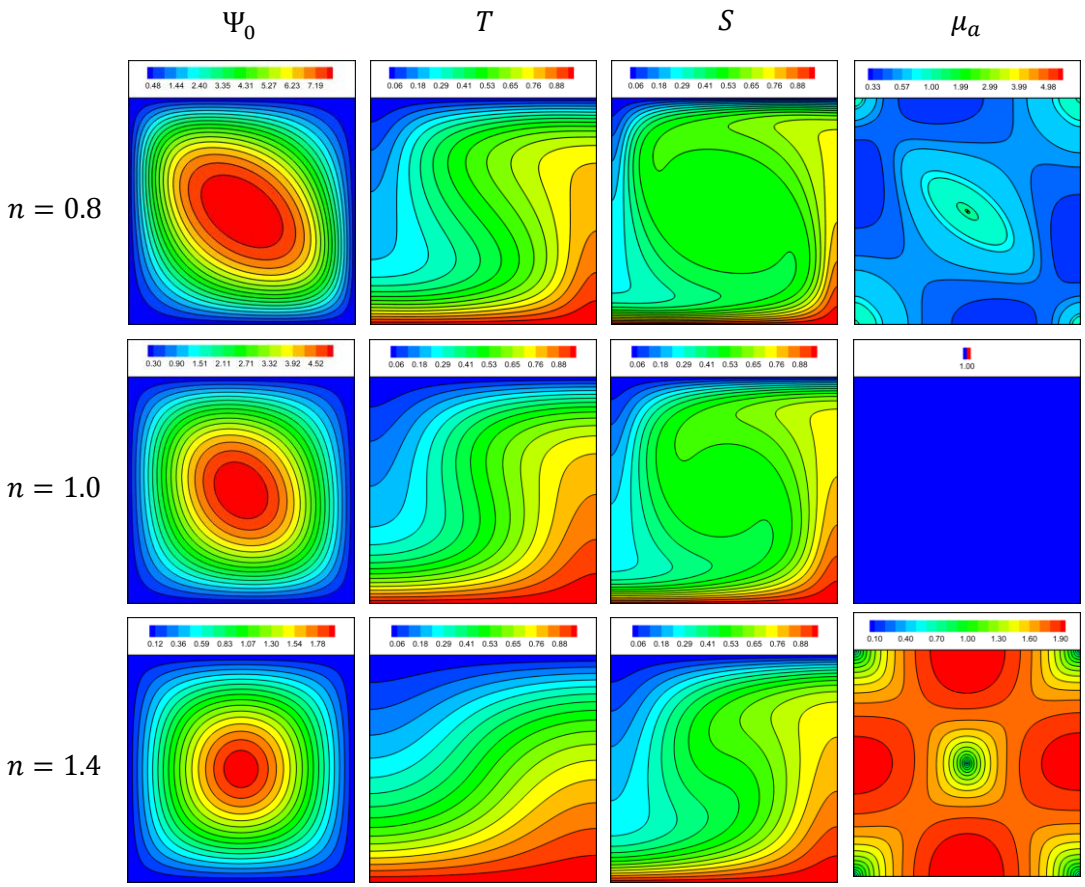


Figure VI-2 : Contours des lignes fluctuantes Ψ, Température T, Concentration S, vitesse horizontale U, et viscosité apparente μ_a , pour $R_T = 100$, Le=5, N= -0.1 et diverses valeurs de n, avec des conditions limites de type Dirichlet

Les **figures** (VI.3) et (VI.4) présentent les lignes numériques calculées Ψ , température T, concentration S, et viscosité apparente μ_a , pour $R_T = 100$, Le=5, N= -0.1, et n=1.2 , couvrant divers angles d'inclinaison Φ, de 0° à 180°. Ces chiffres illustrent l'influence de Φ dans les conditions de limite de type Neumann et de type Dirichlet, montrant des tendances cohérentes dans les contours de la fonction de courant, de la température, de sa concentration et de la viscosité apparente. Les rationalisations présentent une répartition uniforme avec des incréments spécifiés $\Delta\Psi$, atteignant le pic à sa valeur maximale ψ_{max} , près du centre et diminuant à zéro aux périphériques. En outre, une augmentation de l'angle d'inclinaison Φ, réduit notablement l'intensité du mouvement convectif dans la couche poreuse indiquée par la valeur de la fonction de courant au centre de la cavité: $\psi_O = 2{,}668$ pour Φ=40°, $\psi_O = 2{,}181$ pour Φ = 80°, et $\psi_O = 1{,}361$ pour Φ=120° dans les conditions limites de type Neumann, et $\psi_O = 4{,}363$ pour

Φ=40°, $\psi_O = 3{,}703$ pour φ=80° et $\psi_O = 2{,}211$ pour φ = 120° dans des conditions limite de type Dirichlet.

Les lignes d'isothermes et d'iso-concentration affichent une répartition uniforme entre la température maximale T_{MAX} , et la Température minimale (T_{MIN}), ainsi que entre la concentration maximale (S_{MAX}) et la plus faible (S_{MIN}). Par conséquent, les gradients de température et de concentration sont considérablement atténués avec une augmentation de Φ. Par exemple, dans ces circonstances, le nombre Nusselt *Nu*, et le nombre Sherwood *Sh*, prennent des valeurs spécifiques : dans les conditions limites de type Neumann, *Nu* = 2.679 et *Sh* = 7.882 pour Φ=40°, *Nu* =2.328 et *Sh*=7.829 pour Φ = 80°, et *Nu* = 1.594 et *Sh* = 6.242 pour φ=120°. De même, dans les conditions limites de Dirichlet, ces valeurs sont : *Nu* = 2.124 et *Sh* = 5.354 pour Φ = 40°, *Nu* = 1.800 et *Sh*= 4.824 pour Φ= 80°, et *Nu* = 1.334 et *Sh*= 3.681 pour φ = 120°.

La viscosité apparente représentée par μ_a lignes affiche une répartition uniforme du centre aux bords de la cavité. Plus précisément les valeurs μ_a sont observées à 0,312 pour Φ=40°, 0,230 pour Φ = 80°, et 0,132 pour φ=120° dans les conditions limites de type Neumann, et pour une condition limitée de Dirichlet à $\mu_a = 0{,}205$ pour Φ= 40°, $\mu_a = 0{,}439$ pour Φ=80°, et $\mu_a = 0{,}332$ pour Φ=120°. Cependant, il convient de noter que lors de l'application des conditions de limite de Neumann, la fonction de courant et les valeurs apparentes de viscosité sont inférieures par rapport à l'utilisation des limites de Dirichlet, L'inverse tient pour la température et la concentration

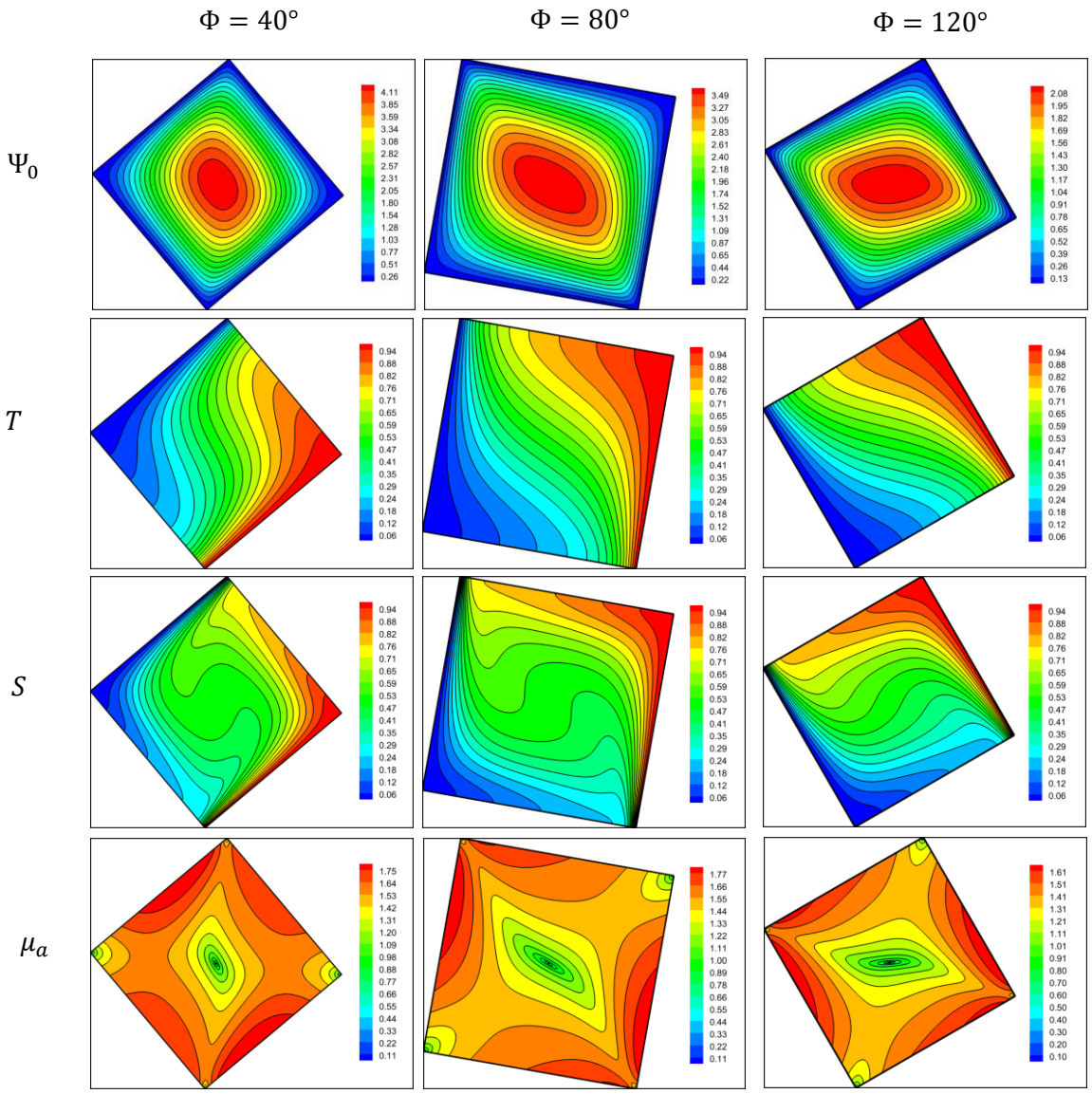


Figure VI.3: Contours des lignes Ψ, Température T, Concentration S, vitesse horizontale U, et viscosité apparente μ_a , pour $R_T = 100$, Le=5, N= -0.1, n=1.2 et diverses valeurs de Φ, avec conditions limites de type Neumann

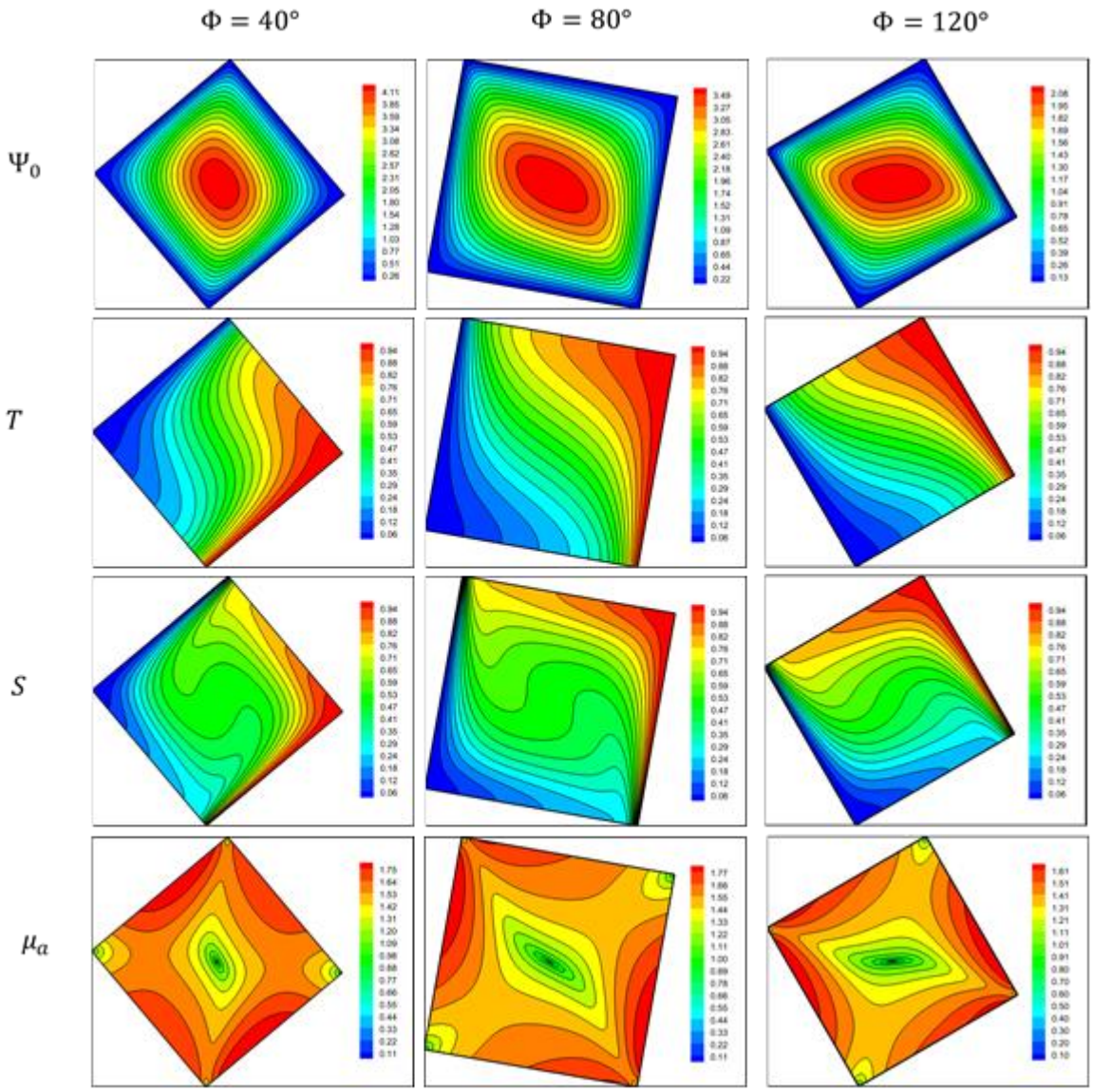


Figure VI.4 : Contours des lignes rationnelles Ψ, Température T, Concentration S, et viscosité apparente μ_a , pour $R_T = 100$, Le=5, N= - 0 ,1 n=1.2 et diverses valeurs de Φ, avec des conditions limites de type Dirichlet

La **figure** VI.5 présente les résultats numériques des profils de la fonction de flux, Ψ, la vitesse horizontale U, la viscosité apparente μ_a , la température T, et la concentration S, dans un Neumann-type des conditions de limite, obtenu au centre de la cavité (x=0), pour différentes valeurs de l'indice de force-loi n, respectivement. Pour : $R_T = 100$, N=-0.1, Le=5, et Φ=0°. Comme le montre la (**figure** VI.5 a), l'intensité du débit augmente avec la diminution de l'indice de la loi de puissance, tandis que le liquide devient de plus en plus mince. Par conséquent, il y a une préférence pour la circulation du flux à l'intérieur de la cavité. Un modèle comparable est noté par rapport à la vitesse horizontale U, comme indiqué à la **figure** VI.1 (b) qui diminue avec l'augmentation de l'indice de la loi de puissance n. En outre, il convient de mentionner que la vitesse horizontale U est plus prononcée à la limite de la cavité et absente dans la zone centrale.

Notamment, dans le cas d'un fluide newtonien, la distribution de vitesse adhère à une configuration linéaire.

La représentation de la viscosité apparente dans la **figure** VI.5 (c) illustre un schéma décroissant à mesure que l'indice de la loi de puissance *n*, diminue. Cela indique une diminution de la prédominance du mouvement convectif lorsque le liquide démontre un comportement d'épaississement de coupe (*n>1*). À l'inverse, des effets de contraste sont observés pour les fluides de dilution de coupe (*n<1*), tandis qu'il reste constamment constant ($\mu_a = 1$) pour les liquides newtoniennes (*n=1*).

La **figure** VI.5 (d) montre qu'avec une diminution de l'indice de puissance *n*, la température entre les murs horizontaux diminue, ce qui entraîne une augmentation notable du taux de transfert de chaleur convective, représenté par le nombre de Nusselt. Cette tendance est également observée dans les profils de concentration décrits à la **figure** VI.5(e). Il est noté que l'écart de concentration entre les deux murs horizontaux diminue considérablement, améliorant le transfert de masse, représenté par le nombre de Sherwood.

La **figure** VI.6 montre un modèle similaire à celui de la **figure** VI.5, dans des conditions de limite de type Dirichlet, avec certaines distinctions à mentionner. Notamment, les valeurs de la fonction de flux Ψ, la vitesse horizontale *U*, la viscosité apparente μ_a , la température *T*, et la concentration *S* dans les conditions limites de type Neumann sont inférieures à celles dans des conditions de limite de type Dirichlet. Les valeurs de température et de concentration sont fixées à *1* à la paroi inférieure de la cavité, selon les conditions d'adhérence.

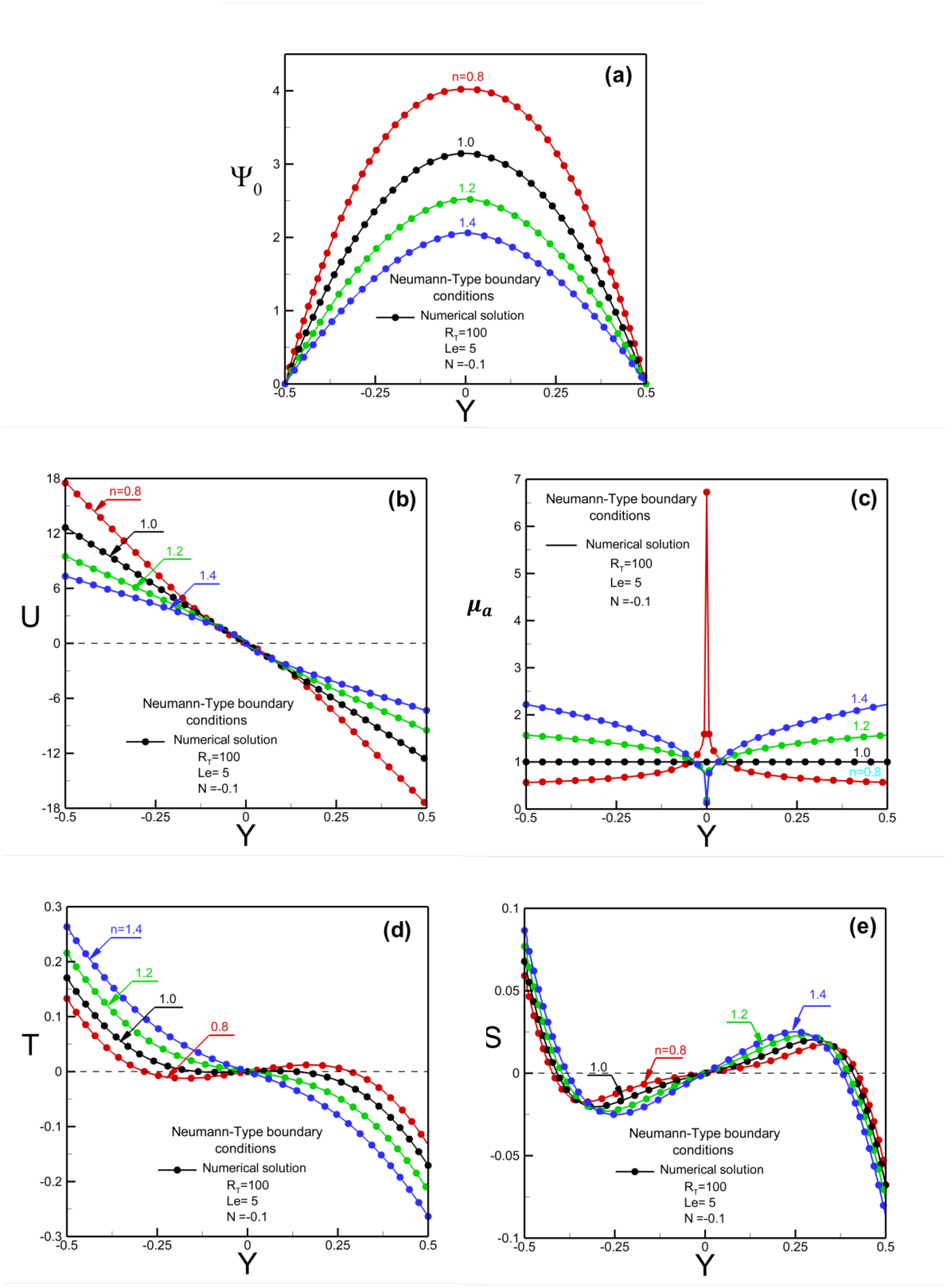


Figure VI.5 : Effet de l'indice de la loi de puissance n, sur les profils de (a) la vitesse horizontale U, (b) la viscosité apparente, μ_a (c) la température T, et (d) la concentration S, dans les conditions limites de type Neumann

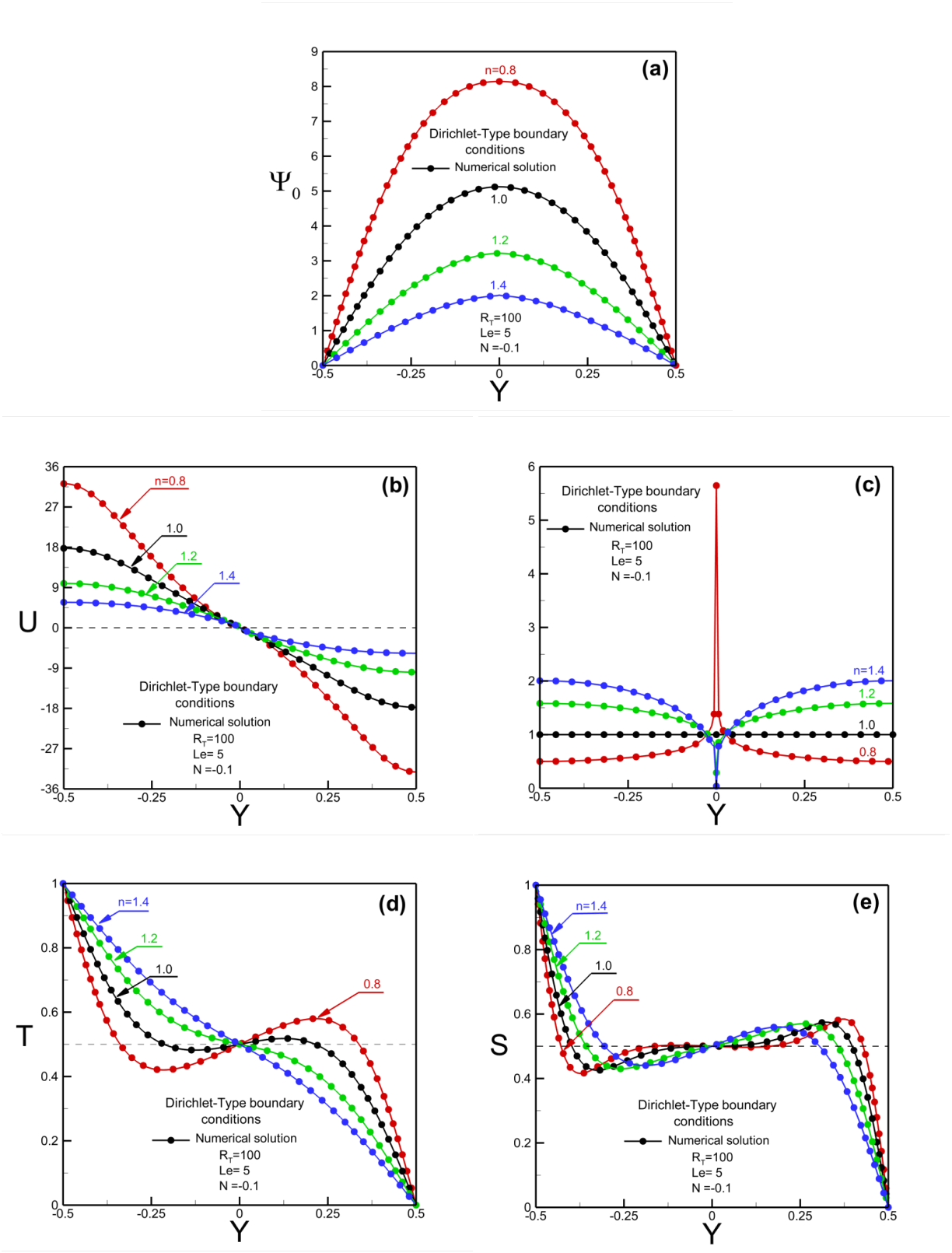


Figure VI.6: Effet de l'indice de la loi de puissance n, sur les profils de (a) la vitesse horizontale U, (b) la viscosité apparente μ_a, (c) la température T, et (d) la concentration, S, dans les conditions limites de type Dirichlet

La **figure** VI.7 illustre l'impact de l'angle d'inclinaison Φ, sur l'intensité du débit, ψ_0 , le nombre Nusselt *Nu*, et le nombre Sherwood *Sh*, dans les conditions de limite de type Neumann. L'enquête est menée pour $R_T = 100$, *Le*=5, *N*= -0.1, et les valeurs variables de l'indice de force-loi *n*. Les courbes représentées dans les graphiques représentent les prédictions des modèles numériques non linéaires actuels. Les résultats démontrent clairement que Φ influence profondément la résistance de la convection et du transfert de chaleur et de masse. Il est évident qu'au fur et à mesure que l'angle d'inclinaison diminue de 180° à 0°, l'intensité du débit ψ_0 , Nusselt Numéro *Nu*, et Sherwood numéro *Sh* augmentent initialement, atteignant leurs pics à environ $\Phi \approx 20°$, $\Phi \approx 45°$, et $\Phi \approx 60°$, respectivement, avant de diminuer. L'impact de l'indice de la loi de puissance *n*, sur la fonction de flux, ψ_0 , Nusselt Numéro *Nu*, et Sherwood numéro *Sh* est représenté dans les **Figures** VI.7(a)-6(c), en tenant compte des valeurs de *n* allant de 0,6 à 1,4. En général, il est observé à partir de la **figure** VI.7(a) qu'une augmentation de *n*, pour un Φ donné, diminue notablement l'intensité du mouvement convectif. Par conséquent, les taux de transfert de chaleur et de masse sont considérablement entravés par des valeurs plus élevées de *n*, comme indiqué aux **figures** VI.7(b) et VI.7(c).

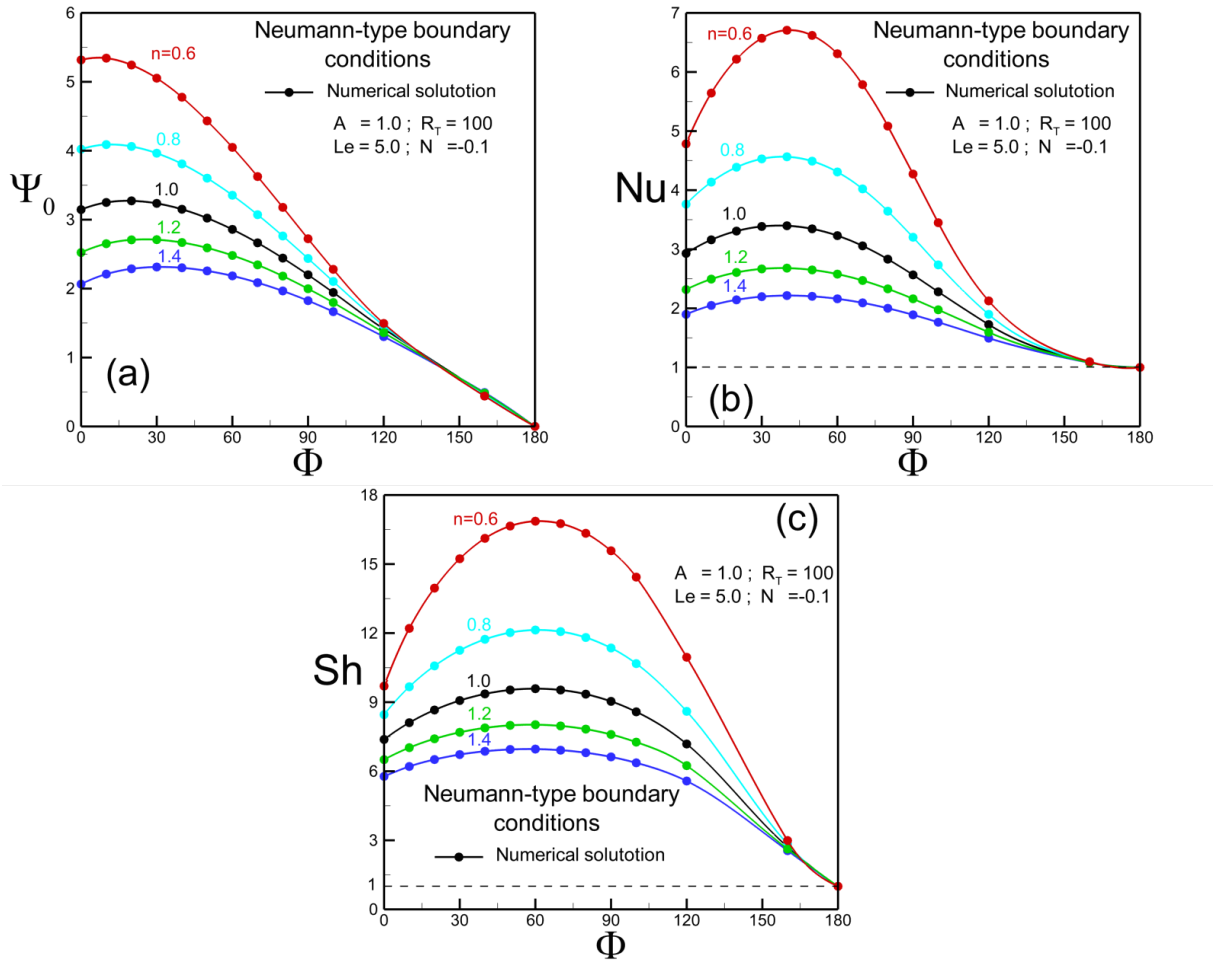


Figure VI.7 : Effets de l'angle d'inclinaison Φ, et l'indice de la loi de puissance *n*, pour $R_T = 100$, sur: (a) la fonction de courant au centre de la cavité ψ_0 , (b) le numéro de Nusselt *Nu*, et (c) le nombre de Sherwood *Sh*. exposé à des conditions de limite de type Neumann.

En utilisant des paramètres de réglementation identiques tels qu'illustrés à la **figure** VI.7, le tableau VI.8 montre les résultats caractéristiques d'une enceinte exposée aux conditions limites de type Dirichlet. En outre, il montre les influences de l'indice de la loi de puissance, n, et l'angle d'inclinaison Φ. Analogiquement aux observations de la **figure** VI.7, où les conditions limites de Neumann sont appliquées, des conclusions et des aperçus comparables apparaissent. Spécifiquement pour les fluides de dilution de coupe (n<1), les magnitudes de la fonction de courant ψ_0, nombre de Nusselt Nu, et nombre de Sherwood Sh, dans les conditions de limite de type Dirichlet sont notablement plus grandes que celles dans des conditions de limites de type Neumann.

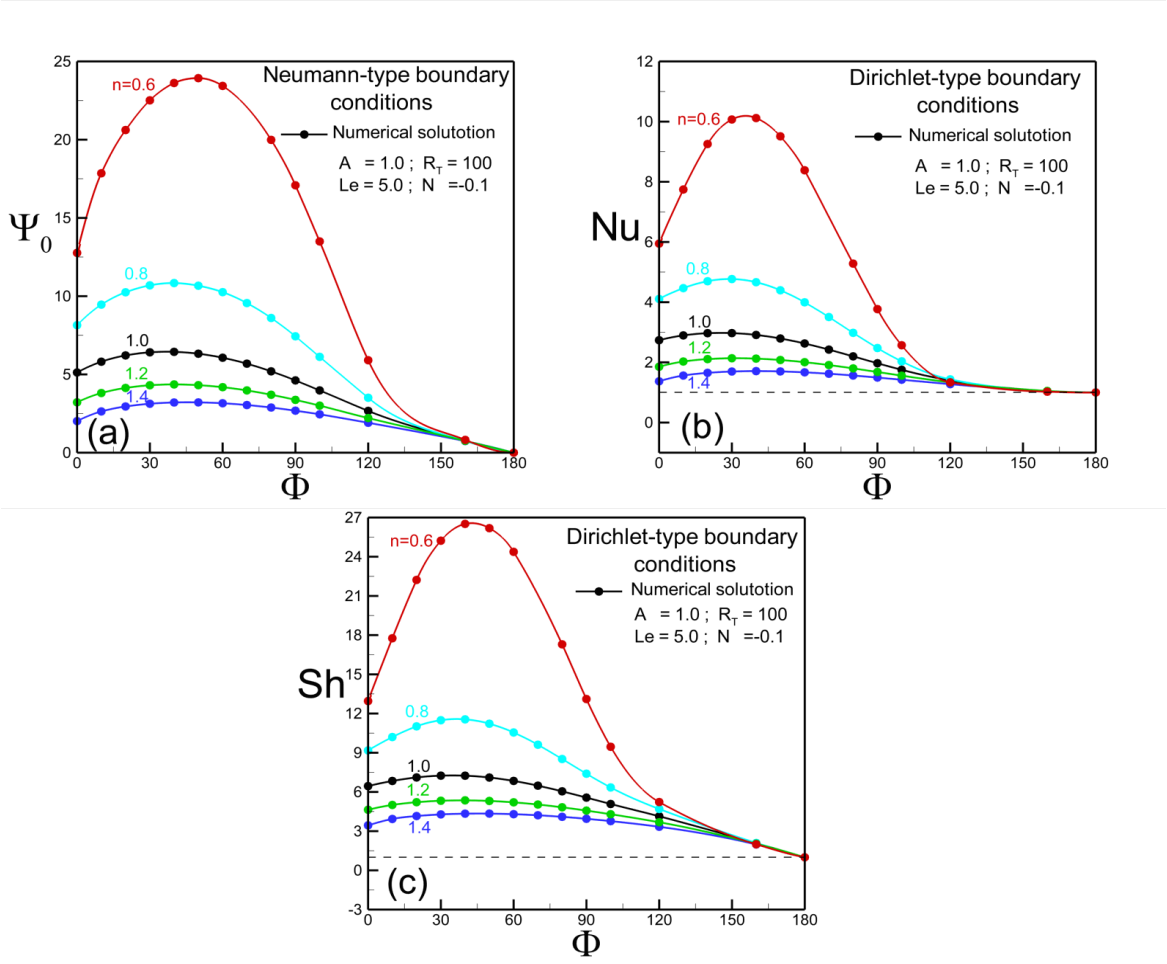


Figure VI.8 : Effets de l'angle d'inclinaison Φ, et l'indice de la loi de puissance n, pour $R_T = 100$, sur: (a) la fonction de courant au centre de la cavité ψ_0 le nombre de Nusselt Nu, et (c) le numéro de Sherwood Sh. exposé à des conditions de limite de type Dirichlet

Pour $R_T = 100$, Le=5, Φ=90°, et des valeurs différentes de l'indice de la loi de la puissance n, les **figures** VI.9(a)-(c) décrivent l'influence du rapport de fluidité N, sur l'intensité du débit ψ_0 , le nombre Nusselt Nu, et le nombre Sherwood Sh, dans des conditions limites de type Neumann. Le rapport de fluidité varie entre -5 et 5, couvrant le flux auxiliaire solutal-dominé (N=5), pleinement thermiquement dominé flux (N=0), et l'opposé mais flux solutale-dominé (N =-5). À mesure que l'indice de la loi de puissance n, augmente, la **figure** VI.9 (a)-(c) illustre une tendance à la baisse de l'intensité du débit, le nombre de Nusselt, et le numéro de Sherwood pour une valeur donnée du rapport de fluidité N. Cette tendance persiste indépendamment d'aider ou d'opposer le

flux. Les rationalisations décrites à la **figure** VI.9(a) révèlent que dans des conditions de diffusion simple (c.-à-d., N=0), le mouvement convectif résulte uniquement des gradients de température, conduisant à une circulation thermique contre-horlogère (ψ_0 >0). Le comportement du débit, tel qu'indiqué à la **figure** VI.9(a)
dépend fortement du fait que le ratio de débit est supérieur ou inférieur
au ratio critique N_{cr} =-1.2,-1.4,-1.5,-1.5,-1,6 respectivement pour n=0.6,0.8,1.0,1.2,1.4. Pour ces valeurs de N_{cr} , les effets thermiques continuent de prédominer, résultant en ψ_0 étant positif, comme le montre la **figure** VI.9(d.1). La circulation de flux devient en direction de l'horloge (ψ_0 <0) lorsque N est inférieur à -1, comme indiqué par les lignes simplifiées de la **figure** VI.9(d.2). À ce stade, la chaleur et les forces flottantes solides sont en opposition l'une avec l'autre. Il est observé que pour les valeurs de N entre -1 et N_{cr} il y a une solution stable de traction pour chaque valeur de, n, et il ya une transition du débit de contre-horloge vers une horloge comme indiqué dans la **figure** VI.9(d).

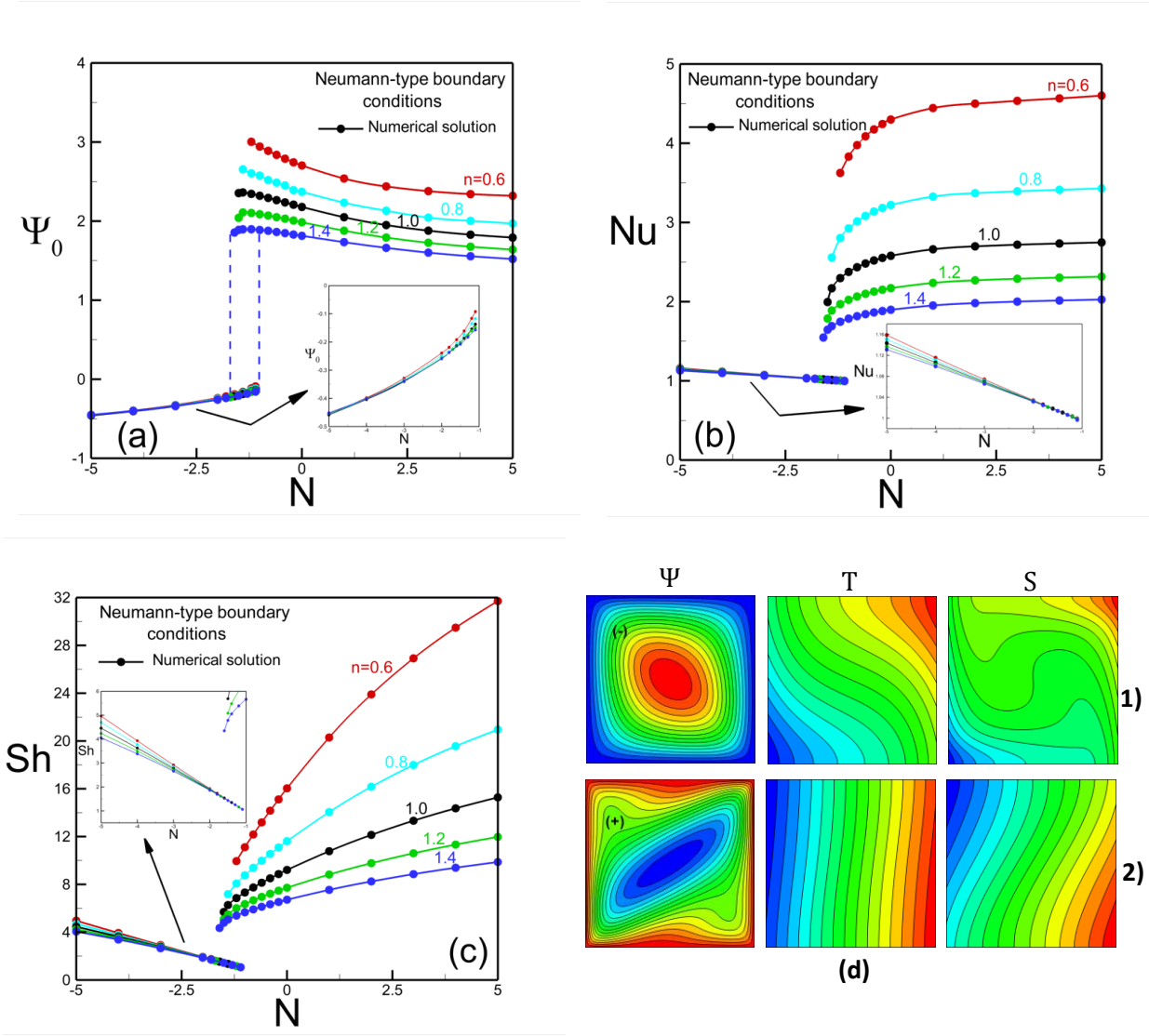


Figure VI.9 : Effets du rapport de puissance Nu, et de l'indice de force-loi n, pour $R_T = 100$, et Le=5, sur : (a) la fonction de courant au centre de la cavité (b) le numéro de Nusselt Nu et (c) le nombre de Sherwood Sh. exposés aux conditions de limite de type Neumann

En utilisant les mêmes paramètres réglementaires que dans la **Figure** VI.9, la **figure** VI.10 illustre les effets du rapport de puissance *N*, et de l'indice de force-loi *n*, pour une cavité soumise à des conditions limites de type Dirichlet. En outre il convient de noter que chaque figure contient deux courbes, un début de *N* = 0,8 à 5, qui représentent un mouvement contre-horloge comme illustré par la **figure** VI.10(a) et VI.10 (d.1), et l'autre départ de *N*= 1 à -5, qui représente un déplacement en direction de l'heure tel qu'illustré par les **figures** VI.10(1) et VI.10.(d.2). Il est intrigant de noter que pour toutes les valeurs que nous avons examinées, les valeurs de l'intensité de flux ψ_0, *Nu*, et *Sh* ont tendance à augmenter à mesure que la valeur absolue de *N* augmente. On constate que lorsque l'indice de la loi de puissance *n*, est augmenté, la force du mouvement fluide, le nombre de Nusselt *Nu* et le nombre Sherwood *Sh*, diminue.

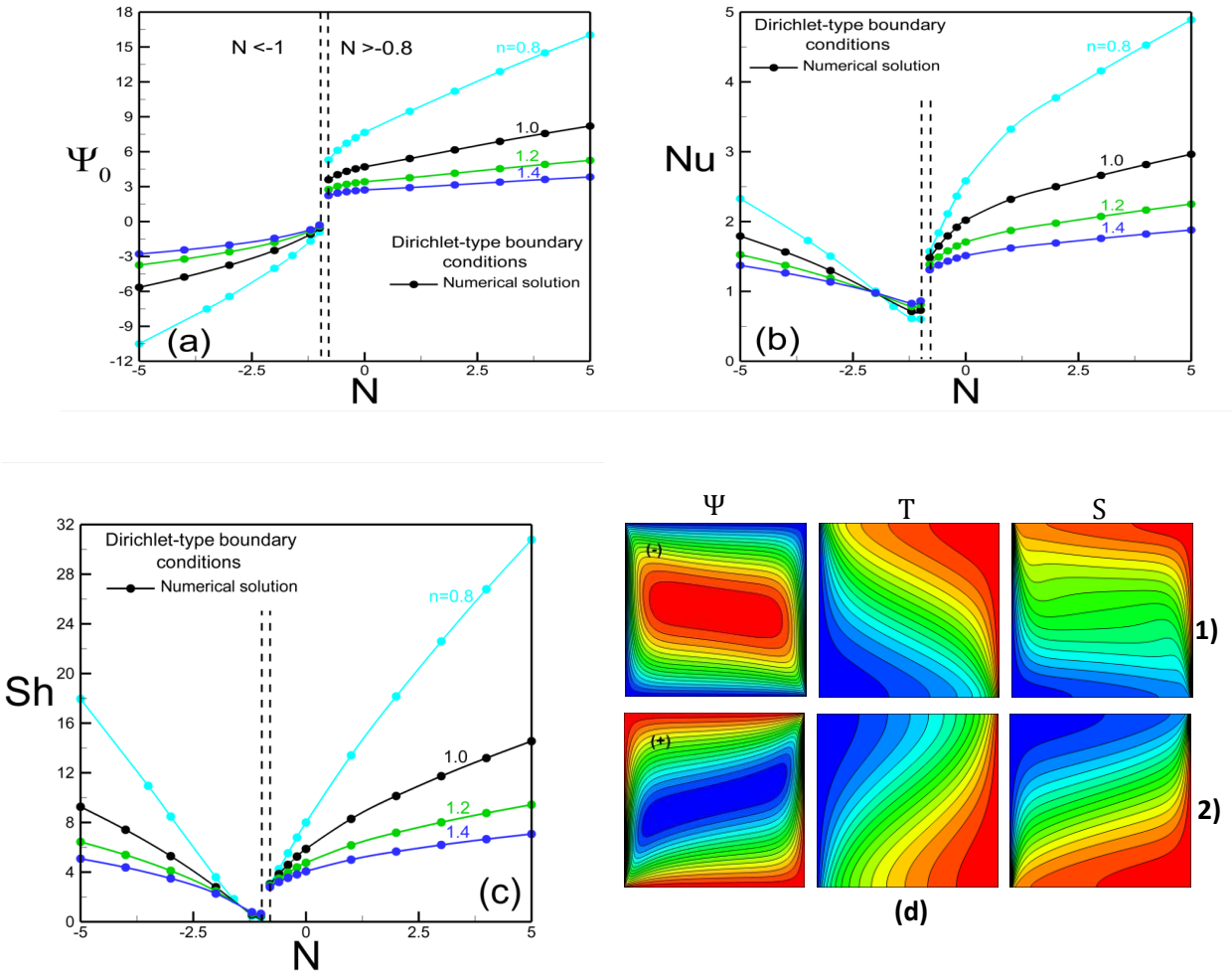


Figure VI.10: Effets du rapport de puissance *Nu*, et de l'indice de force-loi, *n*, pour $R_T = 100$, et *Le*=5, sur: (a) la fonction de courant au centre de la cavité ψ_0 , (b) le nombre de *Nu* de Nusselt, et (c) le numéro de Sherwood *Sh*. exposé aux conditions de limite de type Neumann

Dans le cas des enclosures peu profondes, la prédiction des théories asymptotiques/numériques non linéaires du comportement rhéologique du flux convectif est très utile pour comprendre les formes des courbes de bifurcation et pour guider l'enquête sur les configurations de flux alternatives, en l'absence de solutions asymptotiques ou analytiques. Dans ce segment, nous examinons une enveloppe carrée (*A*=1) qui a des limites inflexibles. En conséquence, les résultats présentés ci-dessous sont les prédictions de la solution numérique des

équations règlementaires complètes. Les **figures** VI.11(a)-(c) décrivent les résultats numériques de diverses bifurcations de flux convectif, présentant les intensités de débit ψ_0, le nombre de Nusselt *Nu* et le nombre Sherwood *Sh* comme fonctions de R_T dans les conditions de limite de Neumann pour des valeurs distinctes de l'indice de la loi de puissance *n*. Les lignes solides dans les parcelles résultent d'un processus d'ajustement de courbe appliqué aux données numériques, tandis que les lignes pointillées sont introduites manuellement pour délimiter les branches de bifurcation hypothétiques instables. Comme le montre la **figure** VI.11 a) à c), les tendances observées s'alignent qualitativement avec les résultats antérieurs, comme le montre le tableau VI.4 dans le contexte d'une enveloppe superficielle. L'intensité du débit, le nombre Nusselt et le nombre Sherwood montrent une tendance à la baisse avec l'augmentation de l'indice de la loi de puissance. Dans le cas des liquides de dilution de coupe, le régime demeure systématiquement supercritique. En revanche, pour les fluides épaissississants de coupe, les courbes de bifurcation passent d'un comportement supercritique à un état convectif de bistabilité à mesure que l'indice de la loi de puissance *n*, diminue. Ce comportement est illustré par la courbe indiquée dans l'inset de la figure 6.25(a) pour *n*=1.1, avec deux branches stables reliées par une branche instable. (dashed-dotted line). Les représentations illustratives des fluides, isothermes, isoconcentrés et contours de viscosité apparente, acquises pour $R_T = 35$, sont présentées à la **figure** VI.11 (d) et (e). Notamment, deux solutions distinctes coexistent sous des valeurs de paramètre de réglementation identiques. La solution décrite à la **figure** VI.11(d), représentant la branche stable supérieure, peut être dérivée en initiant la simulation numérique avec un débit d'amplitude finie comme conditions initiales, suivant la boucle d'hystérèse indiquée par des flèches le long des courbes de bifurcation pour *n*=1.1. En revanche, la solution correspondant à la branche stable inférieure, comme indiqué à la **figure** VI.11 e), est obtenue en commençant la procédure numérique à partir d'un état de conduction pur comme condition initiale.

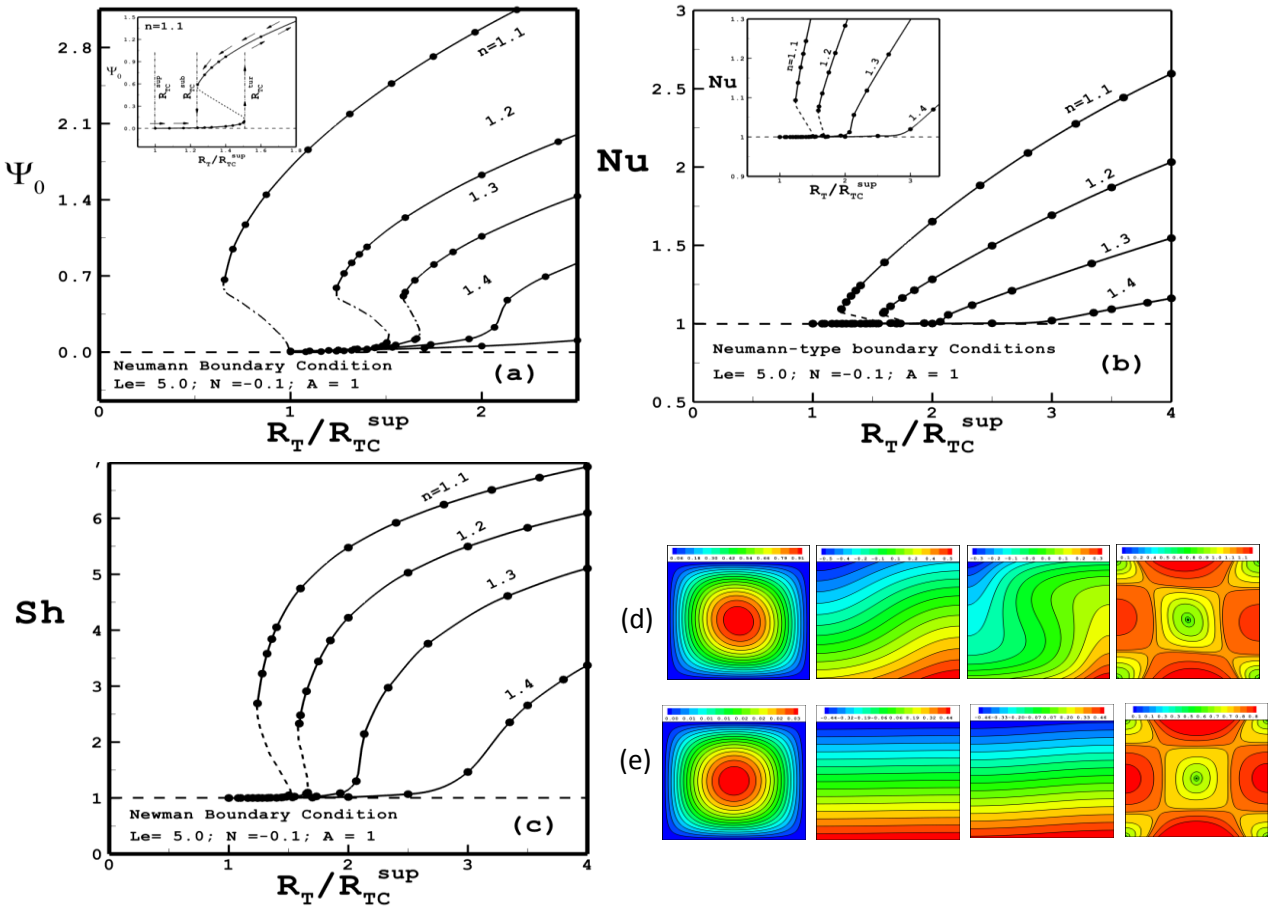


Figure VI.11: diagramme de bifurcation en termes de ψ_0 , *Nu*, et *Sh* en tant que fonction de R_T et *n* pour *A*=1, *Le*=5, *N*=-0.1: [(a)–(c)] *n*=0.8 à 1.4.d) Contours des fluctuations, température, concentration et viscosité apparente pour $R_T = 35$, *n*=1.1: $\psi_0 = 0{,}9664$, *Nu*=1.2439, *Sh*=4.0523, et $\mu_a = 0$ (supérieure solution). e) Contours des fluctuations, température, concentration et viscosité apparente pour $R_T = 35$, *n*=1.1: $\psi_0 = 0{,}0277$, *Nu*=1.0003, *Sh*=1.0098, et $\mu_a = 0$ (solution inférieure) (for Neumann boundary conditions).

VI. CONCLUSIONS

Ce document présente une enquête numérique de la convection naturelle avec double-diffusive d'un fluide de loi de puissance non newtonienne dans un milieu poreux saturé à l'intérieur d'une cavité carrée inclinée. L'étude examine les effets dans des conditions uniformes de limite de Neumann, caractérisées par des flux de chaleur et de concentration constants, ainsi que les conditions de Dirichlet, avec des températures et des concentrations constantes. L'analyse met l'accent sur l'influence du nombre thermique de Rayleigh R_T ,l'indice de la loi de la puissance n, le rapport de flottabilité N le nombre de Lewis, Le et l'angle d'inclinaison Φ sur le début du mouvement et les taux de transfert de chaleur et de masse.

Ce qui suit décrit brièvement les principales conclusions de la présente étude :

a- Il a été constaté que, pour un ensemble spécifique de paramètres réglementaires, la vitesse horizontale augmente à mesure que l'indice de la loi de puissance *n*, diminue. En revanche, la viscosité apparente, la température et la concentration diminuent avec une réduction de *n*.

b- Une réduction de l'indice de la loi de puissance, n, augmente l'intensité de la convection dans la cavité et augmente considérablement le taux de transfert de chaleur et de masse.

c - En fonction de l'indice de la loi de puissance *n* et des valeurs spécifiques des paramètres réglementaires, l'orientation de la cavité a un effet important sur l'intensité du débit, les taux de transfert de chaleur et de masse. Indépendamment de l'indice de la loi de puissance sélectionné *n*, les taux de transfert de chaleur et de masse les plus élevés sont observés dans les conditions limites de type Neumann et de type Dirichlet dans les rangs angulaires de ($10°<\Phi<70°$) et ($20°<\Phi<90°$), respectivement.

d- La fonction de flux ψ_0, le nombre Nu de Nusselt et le nombre Sh de Sherwood affichent des valeurs significativement plus élevées dans les conditions de limite de type Dirichlet que dans celles de type Neumann.

e- Pour une cavité inclinée de $\Phi=90°$ (c'est-à-dire une Cavité verticale), l'augmentation du rapport de flottante, N augmente le transfert de chaleur et de masse en raison de la force de flottation dominante. En outre, la transition d'un régime conducteur à un régime convectif dépend fortement de l'indice de la loi de la puissance *n*, dans les conditions de limite de type Neumann et de type Dirichlet.

f- Le phénomène de la bi-stabilité, caractérisé par la coexistence de deux solutions stables distinctes, a été démontré dans une cavité carrée dans les conditions de limite de type Neumann. Cette présence est particulièrement associée aux propriétés des fluides dilatants ($n>1$) et aux forces de la flottabilité opposées ($N<0$).

g- L'indice de la loi de puissance, n, a de plus en plus affecté la zone de bi-stabilité. On a découvert que lorsque les valeurs de n sont augmentées, la région de bistabilité diminue et finit par disparaître.

Références bibliographiques

[1]: https://www.academia.edu/35443116/Chapitre_I_Introduction_aux_transferts_thermiques?auto=download&email_work_card=download-paper 03 – 04 – 2024
[2]: (Transfert thermique; Auteur: Ana-Maria Bianchi Yves Fautrelle; Jacqueline Etay; Editeur: Presses Polytechniques et Universitaire Romandes (PPUR))
[3]: (Notions des Phénomènes de Transfert- Fait par : M. A. BOUTRA-2016/2017 page 4)
[4]: (Notions des Phénomènes de Transfert- Fait par : M. A. BOUTRA-2016/2017 page 5)
[5]: Polycopié Pédagogique de Cours Intitulé : Transfert de chaleur : cours et travaux dirigés Code de la Matière : F122 : Licence Génie des procédés
[6]: (Cour notions au phénomène de transfert - Dr. DJAFER Abderrahmane P 19)
[7]: Frank P. Incropera, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 6th ed, (2005),1070 p.
[8]: (3e année de licence en Génie Mécanique - Option construction mécanique Cours de transfert thermique p 16)
[9]: www.patricebacchin.fr/images/doc/teach/intro_tdm.pdf. 05 – 05 – 2024
[10]: (M.A.Boutra.Notions de phénomènes de transfert. Université des sciences et de la technologie Houari Boumediene 2016-2017.)
[11]: www.patricebacchin.fr/images/doc/teach/intro_tdm.pdf.
[12]: http://tech-alim.univ-lille1.fr/intro_gia/co/ch02_02.html.
[13]: Solomatov, V.S., "Scaling of temperature- and stress-dependent viscosity convection", Phys. Fluids,V.7,(1995), 266.
[14]: HANDBOOCK OF POROUSE MEDIA, second edition. Edited by kambiz vafai. 2005 by Taylor & Francis Group, LLC.
[15]: Bejan A. (1984), Convection Heat Transfer. Wiley, New York.
[16]: Bories S., Mojtabi A., Prat M., Quintard M. (2010), Transfert de chaleur dans les milieux poreux- conduction, convection, rayonnement. Technique de l'ingénieur, Réf. 42214210.
[17]: F. Lominé, "Ecoulements de particules dans un milieu poreux.", Thèse de doctorat, Université Rennes, 2007.
[18]: S. BORIES, A. MOJTABI, M. PRAT, M.QUINTARD. Transferts de chaleur Dans les milieux poreux- conduction, convection, rayonnement. Technique De L'ingénieur, 2008.
[19]: F. Lominé, "Ecoulements de particules dans un milieu poreux.", Thèse de doctorat, Université Rennes, 2007.
[20]: J. L. Juarez Morejon, "Récupération assistée du pétrole par injection de polymères hydrosolubles: nouvelle approche.",Thèse de doctorat, Université de Bordeaux, 2017.
[21]: D. Bernard, "Convection naturelle dans les structures géologiques poreuses: deux exemples numériques," Bull. minéralogie, vol. 111, no. 6, pp. 601–611, 1988.
[22]: https://www.academia.edu/23899082/Caract%C3%A9risation_de_milieux_poreux_par_%C3%A9tude_de_leur_g%C3%A9om%C3%A9trie_3D_Application_%C3%A0_los_trab%C3%A9culaire
[23]: M. Sasso, "Traitement et analyse du signal ultrasonore pour la caractérisation de l'os cortical.", Thèse de doctorat, l'Université Paris 12, 2008.

[24]: B. Kari, B. Perrin, and J. C. Foures, “Modélisation macroscopique des transferts de chaleur et d’humidité dans des matériaux du bâtiment. Les données nécessaires,” Mater. Struct., vol. 25, no. 8, pp. 482–489, 1992.
[25]: A. E. Bergles and R. L. Webb, A guide to the literature on convective heat transfer augmentation. Iowa State University College of Engineering, 1985.
[26]: C. Girard, “Modélisation par prise de moyenne volumique des phénomènes de transports en milieu poreux réactif: application au garnissage d’une colonne d’absorption gazliquide.” , Thèse de doctorat, Université de pau et des pays de l’adour , 2013.
[27]: A. Bousri and K. Bouhadef, “Etude numérique du transfert de chaleur et de masse dans un cylindre rempli d’un milieu poreux réactif,” in Eurotherm seminar, 2007, no. 81, pp. 4–6.
[28]: Hutin, Porous media in reservoir engineering : Introduction. The little corner of porous media, 2022, DOI:10.5281/zenodo.6394975.
[29]: A. Hutin, Porous media in reservoir engineering : Introduction. The little corner of porous media, 2022, DOI:10.5281/zenodo.6394975. v1.1 - 03/28/2022P 1
[30]: kazi Tani Hychem Abdesslem, ≪etude du transport en suspension dans un milieu poreux au lboratoire≫, Mémoire de magister ,université aboubakr belkaïd – tlemcen,(2011).
[31]: kazi Tani Hychem Abdesslem, ≪etude du transport en suspension dans un milieu poreux au lboratoire≫, Mémoire de magister ,université aboubakr belkaïd – tlemcen,(2011).
[32]: A. Delache, “Etude analytique et numérique des instabilités spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux: comparaison avec l’expérience.”, Thèse de Doctorat, Université de Lille1, 2005.
[33]: Nield A., Bejan A. (2013), Convection in Porous Media. 4rd ed. Springer, New York.
[34]: K. Andriamananjara, N. Moulin, J. Bruchon, and S. Drapier, “Comparaison des modèles de Darcy et de Brinkman pour la prise en compte des effets capillaires locaux dans la simulation des écoulements macroscopiques en milieux poreux,”, Résumé CSMA, 2017.
[35]: A. Pons, “Simulation numérique de la montée capillaire en espace confiné, en vue de l’application à des procédés d’élaboration de matériaux composites par imprégnation non-réactive ou réactive.” , These de Doctorat, Université de Bordeaux, 2017.
[36]: L. Chevalier, P. J. Liotier, J. Bruchon, and S. Drapier, “Approche numérique d’un écoulement local et effets capillaires dans une préforme pour la modélisation des procédés d’infusion,” , Actes du 13ime Colloque National en Calcul des Structures, O. Allix, P. Le Tallec, et L. Rota , actes électroniques, 2017.
[37]: R. Younsi, “Simulation numérique du transfert de chaleur et de masse en milieux fluides et poreux.”, Thèse de doctorat, université des sciences et technologies Houari Boumediene, Alger, 2002.
[38]: S. Bories, A. Mojtabi, M. Prat, and M. Quintard, “Transferts de chaleur dans

les milieux poreux Changement de phase," Tech. l'ingénieur, vol. BE 8251, pp. 1–14, 2008.
[39]: A. Bejan and J. L. Lage, "Heat transfer from a surface covered with hair," in Convective heat and mass transfer in porous media, Springer, 1991, pp. 823– 845.
[40]: S. Z. Shuja, B. S. Yilbas, and S. M. A. Khan, "Flow subjected to porous blocks in the cavity: Consideration of block aspect ratio and porosity," Chem. Eng. J., vol. 139, no. 1, pp. 84–92, 2008.
[41]: W.-S. Fu, H.-C. Huang, and W.-Y. Liou, "Thermal enhancement in laminar channel flow with a porous block," Int. J. Heat Mass Transf., vol. 39, no. 10, pp. 2165–2175, 1996.
[42]: W.-S. Fu and H.-C. Huang, "Thermal performances of different shape porous blocks under an impinging jet," Int. J. Heat Mass Transf., vol. 40, no. 10, pp. 2261–2272, 1997.
[43]: K.-C. Wong and N. H. Saeid, "Numerical study of mixed convection on jet impingement cooling in a horizontal porous layer-using Brinkman-extended Darcy model," Int. J. Therm. Sci., vol. 48, no. 1, pp. 96–104, 2009.
[44]: A. Merea, Premier cours national post-gradue sur l'irrigation, le drainage et la gestion des ressources hydriques. IICA Biblioteca Venezuela,ed Humberrto Pizarro1955
[45]: A. Merea, Premier cours national post-gradue sur l'irrigation, le drainage et la gestion des ressources hydriques. IICA Biblioteca Venezuela,ed Humberrto Pizarro1955
[46]: A. Merea, Premier cours national post-gradue sur l'irrigation, le drainage et la gestion des ressources hydriques. IICA Biblioteca Venezuela,ed Humberrto Pizarro1955
[47]: D. A. Nield and A. Bejan, Convection in porous media, vol. 3. Springer, 2006.
[48]: M. Debacq, M. Debacq, U. T. C. Hydraulique, and C. Paris, "Interactions fluide / solide To cite this version : HAL Id : hal-02444412," 2020.
[49]: S. Ergun, "Determination of geometric surface area of crushed porous solids," Anal. Chem., vol. 24, no. 2, pp. 388–393, 1952.
[50]: P. Cheng and D. Vortmeyer, "Transverse thermal dispersion and wall channelling in a packed bed with forced convective flow," Chem. Eng. Sci., vol. 43, no. 9, pp. 2523– 2532, 1988.
[51]: Y. Gueguen and J. Dienes, "Transport properties of rocks from statistics and percolation," Math. Geol., vol. 21, no. 1, pp. 1–13, 1989.
[52]: F. Ouarhlent and A. Soudani, "Etude numérique de l'effet de la perméabilité dans un milieu partiellement poreux," Rev. des Energies Renouvelables, vol.22, no. 1, pp. 103– 111, 2019.
[53]: S. Mukhopadhyay, "Mixed convection boundary layer flow along a stretching cylinder in porous medium," J. Pet. Sci. Eng., vol. 96, pp. 73–78, 2012.
[54]: R. Nebbali and K. Bouhadef, "Non-Newtonian fluid flow in plane channels: Heat transfer enhancement using porous blocks," Int. J. Therm. Sci., vol. 50, no. 10, pp. 1984–1995, 2011.
[55]: U. Gisi, R. Schenker, R. Schulin, F. X. Stadelmann, and H. Sticher, "Soil ecology," 1997.
[56]: P. Moldrup, T. Olesen, T. Komatsu, P. Schjønning, and D. E. Rolston,

"Tortuosity, diffusivity, and permeability in the soil liquid and gaseous phases," Soil Sci. Soc. Am. J., vol. 65, no. 3, pp. 613–623, 2001.

[57]: R. W. Vervoort and S. R. Cattle, "Linking hydraulic conductivity and tortuosity parameters to pore space geometry and pore-size distribution," J. Hydrol., vol. 272, no. 1–4, pp. 36–49, 2003.

[58]: G. E. Archie, "The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics," Trans. AIME, vol. 146, no. 01, pp. 54–62, 1942.

[59]: Chhabra, R.P., Richardson, J.F., Fundamentals and Engineering Applications, Butterworth-Heinemann, (1999), 436 p

[60]: Bois, P.A., "Mécanique théorique des fluides", Ellipses, (2000), p.

[61]: Demir, H., "Rayleigh-Bénard convection of viscoelastic fluid", Appl. Math. Comput.,V.136,(2003), 251–267.

[62]: CROSS, M. M. Relation between viscoelasticity and shear-thinning behaviour in liquids. Rheologica Acta, 1979, vol. 18, no 5, p. 609-61

[63]: De Groot, S. R., & Mazur, P. (2013). Non-equilibrium thermodynamics. Courier Corporation.

[64]: Pascal, H. (1983). Rheological behaviour effect of non-Newtonian fluids on steady and unsteady flow through a porous medium. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 7(3), 289-303.

[65]: Pascal, H. (1986). Rheological effects of non-Newtonian behavior of displacing fluids on stability of a moving interface in radial oil displacement mechanism in porous media. International journal of engineering science, 24(9), 1465-1476.

[66]: Cormack, D. E., Leal, L. G., & Imberger, J. J. (1974). Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls. Part 1. Asymptotic theory. Journal of fluid Mechanics, 65(2), 209-229.

[67]: Vasseur, P., Wang, C. H., & Sen, M. (1989). The Brinkman model for natural convection in a shallow porous cavity with uniform heat flux. Numerical Heat Transfer, 15(2), 221-242.

[68]: Alavyoon, F. (1993). On natural convection in vertical porous enclosures due to prescribed fluxes of heat and mass at the vertical boundaries. International Journal of Heat and Mass Transfer, 36(10), 2479-2498.

[69]: Mamou, M., Bilgen, E., Gobin, D., & Vasseur, P. (1995). Double-diffusive convection in an inclined slot filled with porous medium. European journal of mechanics. B, Fluids, 14(5), 629-652.

[70]: Peaceman, D. W., & Rachford, Jr, H. H. (1955). The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations. Journal of the Society for industrial and Applied Mathematics,3(1), 28-41.

[71]: Frankel, S. P. (1950). Convergence rates of iterative treatments of partial differential equations. Mathematics of Computation, 4(30), 65-75.