République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de Recherche Scientifique

Université Dr Yahia Farés de Médéa

Faculté de la Technologie

Département Génie mécanique





THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT de l'Université Dr. Yahia FARES de Médéa

Spécialité : Énergétique et Transferts

TRANSFERTS CONVECTIFS AVEC MHD AUTOUR DES AIGUILLES FINES

Présenté par

Abdelwafi MESSADI

Directeur de thèse : Prof. **Mohamed Najib BOUAZIZ**

Soutenu le 17 Février 2018, devant le jury composé de :

Prof. S. Hanini ……**Président de Jury**.

Dr. M. Zirari……**Examinateur**.

Dr. A. Benarous…..……..**Examinateur**.

Prof. M. N. Bouaziz……**Directeur de thèse**.

2017

Remerciements

Le travail rapporté dans ce manuscrit a été réalisé à la faculté de technologies de l'université Dr Yahia FARES de Médéa, dans le laboratoire des biomatériaux et phénomènes de transports.

Je tiens donc à remercier le directeur du LBMPT en l'occurrence Prof. Bouaziz Mohamed Najib, et je remercie également tout le personnel du LBMPT.

J'adresse mes sincères remerciements à mon directeur de thèse, Prof. Bouaziz Mohamed Najib. Je voudrais lui témoigner ici toute ma gratitude pour m'avoir guidé durant ces années et laissé entrevoir ce que le mot recherche veut dire.

Je souhaite exprimer toute ma reconnaissance à ma famille, et surtout à mes parents qui m'ont toujours soutenu et encouragé dans mes choix.

Je garde mes remerciements amoureux pour ma femme, Asma, et pour mon fils, Abderrahmane, sans eux ces remerciements auraient été écrits beaucoup plus vite.

A la mémoire de :

Ma grand-mère Arzika.

Mon grand-père Ahmed.

Ma grand-mère Rachida.

Dédicace

A Mes parents,

Mon grand-père Miloud

Ma femme,

Mon enfant,

Mes sœurs,

Mes tantes et oncles,

Mes cousins et cousines,

Tous mes proches,

Tous mes amis,

Tous qui me sont chers,

Tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.

Je dédie cette thèse

ملخص

الحمل الحراري هو عملية نقل الحرارة التي كثيرا ما تواجه في التطبيقات البيئية والهندسية. في هذه الدراسة، من الناحية النظرية، النظر في مشاكل طبقة الحمل الحراري الصفحي ثابتة على إبرة عمودية رقيقة مغمورة في سائل غير قابل للضغط ولزج مع وجود حقل مغناطيسي. تحول المعادلات التفاضلية الجزئية الأبعاد التي تحكم تدفقات طبقة الحدود أولا إلى معادلات غير ثنائية الأبعاد. ثم تحول هذه المعادلات إلى معادلات تفاضلية عادية باستخدام تحولات التشابه. ثم يتم حل هذه الأنظمة غير الخطية المحولة من المعادلات باستخدام الروتين bvp4c فيMatlab ، والتي تم العثور عليها لتكون مناسبة جدا في التعامل مع هذا النوع من المسائل. وقد أجريت الحسابات العددية لقيم مختلفة من المعلمات بلا أبعاد، والتي تشمل عدد براندتل Pr، معلمة الحمل المختلط λ، المعلمة التي تمثل حجم الإبرة a ، معلمة الحقل المغناطيسي M، عدد إكيرت Ec، عدد شميدت Sc، معلمة سوستنتاتيون N، معلمة الحركة البراونية Nb، معلمة ثيرموفيوريسيس Nt، عدد لويس Le...

النتائج العددية المعروضة في هذه الدراسة هي عبارة عن رسوم بيانية وجدولية تمثل سلوك معامل الاحتكاك الميكانيكي ومعدل نقل الحرارة الذي يمثله رقم نسلت ومعدل نقل الكتلة الذي يمثله رقم شيروود وبالطبع، فضلا عن السرعة ودرجة الحرارة والتركيز. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن التدفق والخصائص الحرارية تتأثر بشكل كبير بهذه المعلمات.

الكلمات الرئيسية :

نقل الحراري؛ حقل مغناطيسي (MHD) ؛ طبقات الحدود؛ إبرة دقيقة.

Résumé

La convection est le processus de transfert thermique le plus rencontré dans les applications industrielles et ingénieries. Dans ce manuscrit, on a considéré le problème théorique d'écoulement en couche limite laminaire en régime permanant le long d'une aiguille fine verticale immergé dans un fluide visqueux avec présence de la MHD. Les équations différentielles partielles gouvernant l'écoulement ont été transformé en équations adimensionnelles. Ces équations sont transformées en équations différentielles ordinaires à l'aide des transformations de similarités, ensuite résolu sous des conditions aux limites bien définit en utilisant la routine BVP-4C de Matlab, qui, entre outre été reconnue pour être une technique très pratique pour la résolution de ce genre de problème. Des résultats ont été obtenus pour une très large gamme des paramètres gouvernants les différents phénomènes de cette étude, en l'occurrence, le nombre de Prandtl Pr, le paramètre de la convection mixte λ, le paramètre représentant l'épaisseur de l'aiguille a, le paramètre du champ magnétique M, le nombre d'Eckert Ec, le nombre de Schmidt Sc, le paramètre de sustentation N, le paramètre du mouvement Brownien N_b, le paramètre thermophoretique N_t, le nombre de Lewis Le, …

Les résultats présentés dans cette étude sont de forme graphique et tabulaire représentant le comportement du coefficient de frottement mécanique, le taux de transfert thermique représenté par le nombre de Nusselt, le taux de transfert de masse représenté par le nombre de Sherwood, et bien évidement, le profil de vitesse, de température et de concentration. Les résultats obtenus montrent que les caractéristiques de transferts thermique sont influencées d'une façon très significative par les paramètres cités précédemment.

Mots clés :

Transfert thermique ; transfert de masse ; Magnétohydrodynamique ; couche limite ; aiguille fine.

Abstract

Convection is the heat transfer process which is frequently encountered in environmental and engineering applications. In this study, the problems of steady laminar convection boundary layer flows over a thin vertical needle immersed in an incompressible and viscous fluid with presence of MHD, are theoretically considered. The dimensional partial differential equations governing the boundary layer flows are first transformed into nondimensional equations. These equations are transformed into ordinary differential equations using similarity transformations. Then, these transformed nonlinear systems of equations are solved using the bvp4c routine in Matlab, which has been found to be very suitable in dealing with this kind of problems. Numerical computations were carried out for various values of the dimensionless parameters of the problems, which include the Prandtl number Pr, the mixed convection parameter λ, the parameter a representing the needle size, the magnetic parameter M, the Eckert number Ec, the Schmidt number Sc, the sustentation parameter N, the Brownian motion parameter N_b, the thermophoresis parameter N_t, the Lewis number Le….

The numerical results presented in this study are graphical and tabular, representing the behavior of the mechanical friction coefficient, the heat transfer rate represented by the Nusselt number, the mass transfer rate represented by the Sherwood number, and of course, the profile of speed, temperature and concentration profiles. The obtained results show that the flow and the thermal characteristics are significantly influenced by these parameters.

Keywords:

Heat transfer; Masse transfer; Magnetohydrodynamics; Boundary layer; Thin needle; Convection.

Nomenclature

Lettres latines :

B	Intensité d'un champ magnétique	
C	Concentration moléculaire	[Sans dimension]
C_w	Concentration à la paroi	[Sans dimension]
C_∞	Concentration à l'infini	[Sans dimension]
C_p	Capacité calorifique d'un fluide	
D	Coefficient de diffusion massique	
Ec	Nombre d'Eckert	[Sans dimension]
F	Forces externes	*[N]*
f	Fonction de courant relative à la vitesse	[Sans dimension]
F_p	Force de pesanteur	*[N]*
g	Accélération de la pesanteur	*[m.s^{-2}]*
Gr	Nombre de Grashof	
Gr_T	Nombre de Grashof thermique	
Gr_C	Nombre de Grashof massique	
h	Enthalpie spécifique du fluide	
k	Conductivité thermique	*[W. (m.K)$^{-1}$]*
K_{eff}	Conductivité thermique effective	*[W. (m.K)$^{-1}$]*
L	Longueur caractéristique	*[m]*
Le	Nombre de Lewis	[Sans dimension]
m	Masse caractéristique	*[kg]*
M	Paramètre du champ magnétique	[Sans dimension]
N	Paramètre de sustentation	[Sans dimension]

N_r	Ratio de flottabilité nanofluide	[Sans dimension]
N_b	Paramètre du mouvement Brownien	[Sans dimension]
N_t	Paramètre thermophorèse	[Sans dimension]
Nu	Nombre de Nusselt	[Sans dimension]
P	Pression	$[N.m^{-2}]$
Pr	Nombre de Prandtl (ν/α)	[Sans dimension]
q	Densité de flux de chaleur	$[W.m^{-2}]$
Q	Therme Source	
Re	Nombre de Reynolds (UL/ν)	[Sans dimension]
S	Volume spécifique du fluide	
S_h	Therme source d'enthalpie	
Sc	Nombre de Schmidt (ν/D)	[Sans dimension]
Sh	Nombre de Sherwood	[Sans dimension]
t	Temps	$[s]$
T	Température	$[K]$
T_w	Composante de la température à la paroi	$[K]$
T_∞	Composante de la température à l'infini	$[K]$
U, V	Vitesse caractéristique	$[m.s^{-1}]$
u	Composante de vitesse selon x	$[m.s^{-1}]$
u_∞	Composante de la vitesse à l'infini	$[m.s^{-1}]$
v	Composante de vitesse selon r	$[m.s^{-1}]$

SYMBOLES GRECQUES :

α	Diffusivité thermique d'un fluide
β	Coefficient d'expansion thermique

β^*	Coefficient d'expansion thermique due à la concentration
δ	Epaisseur de la couche limite dynamique
δ_T	Epaisseur de la couche limite thermique
λ	Nombre de Richardson (paramètre de convection mixte)
θ	Température adimensionnelle
Ψ	Fonction de courant
η	Cordonnée adimensionnel
μ	Viscosité dynamique
ν	Viscosité cinématique
ρ	La masse volumique *[kg.m^{-3}]*
ρ_∞	Masse volumique du fluide à l'infini *[kg/m^3]*
σ	Conductivité électrique
τ	Tenseur de contraintes
ϕ	Concentration adimensionnelle

INDICES ET SYMBOLES INFERIEURS :

∞	Désigne les grandeurs à l'infini
w	Désigne les grandeurs à la parois
eff	Désigne des grandeurs effectifs

INDICES ET SYMBOLES SUPERIEURS :

*	Désigne les grandeurs spécifique
'	Désigne le degré de la dérivée

Table des matières

Remerciement ..... **i**

Dédicace ..... **ii**

ملخص..... **iii**

Résumé ..... **iv**

Abstract..... **v**

Déclaration ..... **vi**

Table des matières..... **vii**

Liste des figures ..... **viii**

Liste des tableaux ..... **ix**

Nomenclatures..... **x**

CHAPITRES :

I. Introduction générale

I.1. Le transfert thermique 1
I.2. Les modes de transfert thermique 2
I.2.1. La conduction 2
I.2.2. La convection 2
I.2.3. Le rayonnement 2
I.2.4. Le transfert thermique conjugué 3
I.3. Transferts convectifs 3
I.3.1. Convection naturelle 3
I.3.2. Convection forcée 4
I.3.3. Convection mixte 4
I.4. Aiguilles fines 4
I.5. Applications des aiguilles fines 5
I.5.a. Domaine médicale et pharmaceutique 5
I.5.b. Domaine industrielle et ingénierie 7
I.5.c. Avancées technologique 10
I.5.d. Autres domaines d'applications 11
I.6. Magnétohydrodynamique 11
I.7. Notion générale de la nanotechnologie 11
I.7.1. Les nanofluides 11
I.7.2. Applications des nanofluides 12

II. Etude bibliographique

II.1. Introduction 13

Table des matières

II.2. Histoire du transfert de chaleur 13
II.3. Convection naturelle 15
II.4. Convection forcée 19
II.5. Convection mixte 19
II.6. Magnétohydrodynamique 23
II.7. Transfert de chaleur et de masse 24
II.8. Etudes expérimentales 25
II.9. Les nanofluides en transfert thermique 27
II.10. Objective de cette thèse 30

III. Formulation numérique
III.1. Introduction 31
III.1.1. Hypothèse de Prandtl (1904) 31
III.2. Le concept de couche limite laminaire 31
III.3. Equations gouvernantes 35
III.3.1. Equation de continuité 35
III.3.2. Equation de conservation de quantité de mouvement 36
III.3.3. Equation de conservation de l'énergie 39
III.3.4. Equation de conservation des espèces 39
III.4. Effets de flottabilité vs effets d'inertie 40
III.5. Hydromagnétique 40
III.5.1. Equations de Maxwell 41
III.5.2. Forces de Lorentz 41
III.5.3. Equation de la magnétohydrodynamique 41
III.5.4. Nombre de Reynolds magnétique 42
III.6. Dissipation thermique 42
III.7. Modèle physique 42
III.8. Adimensionnement 43
III.9. Solution de similarité des équations de transports 44
III.9.1. Existence d'une similitude des profils 44
III.9.2. Solution de Blasius 45
III.9.3. Adaptation 46
III.10. Paramètres gouvernants 50
III.10.1. Nombre de Nusselt 50
III.10.2. Nombre de Sherwood 50
III.10.3. Coefficient de frottement local 51
III.10.4. Nombre de Prandtl 51
III.10.5. Nombre de Schmidt 51
III.10.6. Paramètre de sustentation 52
III.10.7. Nombre de Lewis 52
III.11. Conditions aux limites 52
III.11.1. Surface de l'aiguille 52
III.11.2. Fluide à l'infini 53
III.11.3. Axisymétrie 53
III.12. Formulation des équations de transport pour un

Table des matières

nanofluide 54
III.12.1. Equations gouvernantes 55

IV. Cas d'étude
IV.a. Introduction 56
IV.b. Article de référence_ convection mixte par des aiguilles fines 56
IV.b.1. Introduction 56
IV.b.2. Analyse mathématique 57
IV.b.3. Résultats et discussions 61
IV.c. Validation du code de calcule 67
IV.1. Effets du nombre de Richardson "λ" sur le transfert thermique convectif le long d'une aiguille fine isotherme ... 71
IV.1.1. Introduction 72
IV.1.2. Formulation mathématique 72
IV.1.3. Résultats et discussions 74
IV.2. Hypothèse d'un écoulement à courant aidant et à courant opposant en convection mixte le long d'une aiguille fine verticale. 78
IV.2.1. Introduction 79
IV.2.2. Analyse mathématique 79
IV.2.3. Résultats et discussions 79
IV.3. Effets de la MHD sur la convection forcée le long d'une aiguille fine isotherme 82
V.3.1. Introduction 83
V.3.2. Analyse mathématique 83
V.3.3. Résultats et discussions 85
IV.4. Effets de la MHD sur le transfert thermique en convection mixte le long d'une aiguille fine isotherme 90
IV.4.1. Introduction 91
IV.4.2. Analyse mathématique 91
IV.4.3. Résultats et discussions 93
IV.5. Hypothèse d'un champ magnétique assistant l'écoulement. 98
IV.5.1. Enoncé du problème 99
IV.5.2. Résultats et discussions 99
IV.6. Dissipation thermique en convection naturelle avec MHD le long d'une aiguille fine vertical isotherme 104
IV.6.1. Introduction 105
IV.6.2. Analyse mathématique 105
IV.6.3. Résultats et discussions 106
IV.6.4. Conclusion 110
IV.7. Effets combinés de la MHD et de la dissipation thermique sur le transfert thermique en convection mixte le long d'une aiguille fine vertical isotherme 111
IV.7.1. Introduction 112

Table des matières

IV.7.2. Analyse mathématique 113
IV.7.3. Résultats et discussions 114
IV.7.4. Conclusion 123

IV.8. Transfert de chaleur et de masse avec MHD en convection mixte le long d'une aiguille fine vertical en présence d'un flux thermique uniforme 125
IV.8.1. Introduction 126
IV.8.2. Analyse mathématique 127
IV.8.3. Résultats et discussions 130
IV.8.4. Conclusion 144

IV.9. Effets du nombre de Schmidt et du paramètre de sustentation sur le transfert de chaleur et de masse en convection mixte avec MHD le long d'une aiguille fine vertical isotherme 146
IV.9.1. Introduction 147
IV.9.2. Analyse mathématique 147
IV.9.3. Résultats et discussions 148

IV.10. Effets de la MHD sur le transfert thermique convectifs d'un Nanofluide le long d'une aiguille fine vertical isotherme 155
IV.10.1. Introduction 156
IV.10.2. Analyse mathématique 156
IV.10.3. Résultats et discussions 156
IV.10.4. Conclusion 173

V. Conclusions

V.1. Introduction 175
V.2. Récapitulatif des résultats obtenus 175
V.2. Synthèse et perspectives 176

VI. Références

Liste des figures

Fig		Page
I.1	Piezo motors power MRI robot	6
I.2	Configuration expérimentale d'une insertion sur un foie	7
I.3	Sonde TP02 (Hukseflux 2003)	8
I.4	Outil de diagraphie de font	9
I.5	Outil de nettoyage de font	10
I.6	Electrode à aiguille de 5 µm est montée sur un connecteur. L'aiguille a une longueur de 160 um. (Image provenance de l'Université de Technologie de Toyohashi).	10
II.1	Développement temporel d'une couche limite en convection libre à grand nombre de Grashof (planche extraite de Van Dyke 1982 [50]).	17
II.2	Tuncer Cebeci and Tsung Y.N.[xx] : a) contrainte de cisaillement, b) transfert thermique pour différentes épaisseurs d'aiguilles et nombre de Prandtl	17
II.3	Profile de (a) Vitesses et (b) Températures adimensionnels, pour différentes épaisseurs de l'aiguille, avec Pr=1 (continue), Pr=5 (discontinue)	18
III.1	Couche limite thermique. (a) : répartition transversale de température T-Tw à une distance L de l'origine (Tw>T∞) et évolution de l'épaisseur de couche limite thermique δT. (b) : caractérisation de δT	33
III.2	Modèle physique	43
IV.1	Vitesses axiale et températures adimensionnelles, f'(η) et θ(η) pour différentes valeurs de λ, Pr=0.733, a=0.1	62
IV.2	Vitesse axial adimensionnelle f'(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, a=0.1, λ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, λ=10 (courbes en continues)	63
IV.3	Température axial adimensionnelle θ(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, a=0.1, λ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, λ=10 (courbes en continues)	63
IV.4	Vitesse axiale adimensionnelle, g'(η) pour différentes valeurs de Γ, Pr=0.733, b=0.1	65

Liste des figures

IV.5 Température adimensionnelle, g'(η) pour différentes valeurs de Γ, Pr=0.733, b=0.1 65

IV.6 Vitesse axial adimensionnelle g'(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, b=0.1, Γ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, Γ=10 (courbes en continues) 66

IV.7 Température axial adimensionnelle h(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, b=0.1, Γ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, Γ=10 (courbes en continues) 66

IV.8 Comparatifs des résultats _ profils de vitesses_ aiguille isotherme 68

IV.9 Comparatifs des résultats _ Profils de températures _ aiguille isotherme 69

IV.10 Comparatifs des résultats _ profils de vitesses_ flux thermique uniforme à la paroi 69

IV.11 Comparatifs des résultats _ profils de température_ flux thermique uniforme à la paroi 70

IV.12 Effets du nombre de Richardson sur la distribution de vitesse avec : Pr=0.733_aiguille isotherme 75

IV.13 Effets du nombre de Richardson sur la distribution de température avec : Pr=0.733_aiguille isotherme 76

IV.14 Effets du nombre de Richardson sur la distribution de vitesse avec : Pr=0.733_flux de chaleur uniforme 76

IV.15 Effets du nombre de Richardson sur la distribution de température avec : Pr=0.733_flux de chaleur uniforme 77

IV.16 Comparaison des effets de λ (i)courant aidant et (ii) courant opposant sur la distribution de vitesse avec : Pr=0.733_aiguille isotherme 80

IV.17 Comparaison des effets de λ (i)courant aidant et (ii) courant opposant sur la distribution de température avec : Pr=0.733_aiguille isotherme 80

IV.18 Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection forcée, pour a=0.1, et différentes valeurs du nombre de Prandtl 85

IV.19 Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection forcée, pour a=0.1, et différentes valeurs du nombre de Prandtl 87

IV.20 Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection forcée, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1. 87

IV.21 Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection forcée pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1 88

Liste des figures

IV.22 Model physique des transferts convectifs avec MHD le long d'une aiguille fine (cas d'un fluide magnétique). 91

IV.23 Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1, λ=0, Pr=0.733 93

IV.24 Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=0, Pr=0.733 94

IV.25 Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1, λ=10, Pr=0.733 95

IV.26 Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=10, Pr=0.733 95

IV.27 Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=50, Pr=0.733 96

IV.28 Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=50, Pr=0.733 97

IV.29 Model physique des transferts convectifs avec MHD le long d'une aiguille fine (MHD Co-courant). 99

IV.30 Profil de vitesse dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=0, Pr=0.733 100

IV.31 Profil de vitesse dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=10, Pr=0.733 100

IV.32 Profil de vitesse dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=50, Pr=0.733 101

IV.33 Profil de température dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=0, Pr=0.733 102

IV.34 Profil de température dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=10, Pr=0.733 102

IV.35 Profil de température dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=50, Pr=0.733 103

IV.36 Effet de Ec et Pr sur le Profil de vitesse, avec : a= 0.1, λ=50 106

IV.37 Effet de M et a sur le Profil de vitesse, avec : Pr=0.733, λ=50 107

Liste des figures

IV.38 Effet de Ec et Pr sur le Profil de température, avec : a= 0.1, λ=50 108

IV.39 Effet de M et a sur le Profil de vitesse, avec : Pr=0.733, λ=50 108

IV.40 Effet de Ec et a sur le Profil de vitesse, avec : Pr= 0.733, λ=50 109

IV.41 Effet de Ec et a sur le Profil de température, avec : Pr= 0.733, λ=50 109

IV.42 Effets du champ magnétique sur la distribution de vitesse avec : λ=0, Ec=0.1 115

IV.43 Effets du champ magnétique sur la distribution de température avec : λ=0, Ec=0.1 116

IV.44 Effets du champ magnétique sur la distribution de vitesse avec : λ=10, Ec=0.1 117

IV.45 Effets du champ magnétique sur la distribution de température avec : λ=10, Ec=0.1 117

IV.46 Effets du champ magnétique sur la distribution de vitesse avec : λ=50, Ec=0.1 118

IV.47 Effets du champ magnétique sur la distribution de température avec : λ=50, Ec=0.1 118

IV.48 Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de vitesse avec : λ=0, M=1 119

IV.49 Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de température avec : λ=0, M=1 120

IV.50 Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de vitesse avec : λ=20, M=1 120

IV.51 Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de température avec : λ=20, M=1 121

IV.52 Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de vitesse avec : λ=50, M=1 121

IV.53 Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de température avec : λ=50, M=1 122

IV.54 Modèle physique et systèmes de coordonnées 127

IV.55 Effets du paramètre λ sur la distribution de vitesse 131

IV.56 Effets du paramètre λ sur la distribution de température 132

IV.57 Effets du paramètre λ sur la distribution de concentration 132

IV.58 Effets du champ magnétique M sur la distribution de vitesse avec : λ=0 133

Liste des figures

IV.59 Effets du champ magnétique M sur la distribution de température avec : λ=0 133

IV.60 Effets du champ magnétique M sur la distribution de concentration avec : λ=0 134

IV.61 Effets du champ magnétique M sur la distribution de vitesse avec : λ=20 134

IV.62 Effets du champ magnétique M sur la distribution de température avec : λ=20 135

IV.63 Effets du champ magnétique M sur la distribution de concentration avec : λ=20 135

IV.64 Effets du champ magnétique M sur la distribution de vitesse avec : λ=50 136

IV.65 Effets du champ magnétique M sur la distribution de température avec : λ=50 136

IV.66 Effets du champ magnétique M sur la distribution de concentration avec : λ=50 137

IV.67 Effets du nombre de Sc sur la distribution de vitesse avec : λ=20 et λ=50 137

IV.68 Effets du nombre de Sc sur la distribution de température avec : λ=20 et λ=50 138

IV.69 Effets du nombre de Sc sur la distribution de concentration avec : λ=0 138

IV.70 Effets du nombre de Sc sur la distribution de concentration avec : λ=20 139

IV.71 Effets du nombre de Sc sur la distribution de concentration avec : λ=50 139

IV.72 Effets du ratio N sur la distribution de vitesse avec : λ=20 et λ=50 140

IV.73 Effets du ratio N sur la distribution de température avec : λ=20 et λ=50 140

IV.74 Effets du ratio N sur la distribution de concentration avec : λ=20 et λ=50 140

IV.75 Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de vitesse avec : λ=20 141

IV.76 Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de vitesse avec : λ=50 141

IV.77 Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de température avec : λ=0 142

IV.78 Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de température avec : λ=20 142

IV.79 Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de température avec : λ=50 143

IV.80 Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de concentration avec : λ=20 144

IV.81 Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de concentration avec : λ=50 144

Liste des figures

IV.82 Effets de Sc et N sur la distribution de vitesse avec λ=20, M=0.5 et Pr=0.733 149

IV.83 Effets de Sc et N sur la distribution de vitesse avec λ=50, M=0.5 et Pr=0.733 150

IV.84 Effets de N sur la distribution de température avec λ=20, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733 150

IV.85 Effets de N sur la distribution de température avec λ=50, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733 151

IV.86 Effets de Sc sur la distribution de température avec λ=20, M=0.5, N=1 et Pr=0.733 151

IV.87 Effets de Sc sur la distribution de température avec λ=50, M=0.5, N=1 et Pr=0.733 152

IV.88 Effets de N sur la distribution de concentration avec λ=20, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733 152

IV.89 Effets de N sur la distribution de concentration avec λ=50, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733 153

IV.90 Effets de Sc sur la distribution de concentration avec λ=0, M=0.5, N=1 et Pr=0.733 153

IV.91 Effets de Sc sur la distribution de concentration avec λ=20, M=0.5, N=1 et Pr=0.733 154

IV.92 Effets de Sc sur la distribution de concentration avec λ=50, M=0.5, N=1 et Pr=0.733 154

IV.93 Effets de Nr sur le profil de vitesse, avec : λ=0 158

IV.94 Effets de Nr sur le profil de vitesse, avec : λ=50 158

IV.95 Effets de Nr sur le profil de température, avec : λ=0 159

IV.96 Effets de Nr sur le profil de température, avec : λ=50 159

IV.97 Effets de Nr sur le profil de concentration, avec : λ=0 160

IV.98 Effets de Nr sur le profil de concentration, avec : λ=50 160

IV.99 Effets de M sur le profil de vitesse, avec : λ=0 161

IV.100 Effets de M sur le profil de vitesse, avec : λ=50 162

IV.101 Effets de M sur le profil de température, avec : λ=0 162

Liste des figures

IV.102 Effets de M sur le profil de température, avec : λ=50 163

IV.103 Effets de M sur le profil de concentration, avec : λ=0 163

IV.104 Effets de M sur le profil de concentration, avec : λ=50 164

IV.105 Effets de M sur le profil de vitesse, avec : λ=0, Nr=0 164

IV.106 Effets de M sur le profil de température, avec : λ=0, Nr=0 165

IV.107 Effets de Nb sur le profil de vitesse, avec : λ=0 165

IV.108 Effets de Nb sur le profil de vitesse, avec : λ=50 166

IV.109 Effets de Nb sur le profil de température, avec : λ=0 166

IV.110 Effets de Nb sur le profil de température, avec : λ=50 167

IV.111 Effets de Nb sur le profil de concentration, avec : λ=0 167

IV.112 Effets de Nb sur le profil de concentration, avec : λ=50 168

IV.113 Effets de Nt sur le profil de vitesse, avec : λ=0 169

IV.114 Effets de Nt sur le profil de vitesse, avec : λ=50 170

IV.115 Effets de Nt sur le profil de température, avec : λ=0 170

IV.116 Effets de Nt sur le profil de température, avec : λ=50 171

IV.117 Effets de Le sur le profil de concentration, avec : λ=0 172

IV.118 Effets de Le sur le profil de concentration, avec : λ=50 173

Liste des Tableaux

Tab		Page
IV.1	Valeurs de F1 et F2 pour Pr=0.733	64
IV.2	Valeurs de F3 et F4 pour Pr=0.733	67
IV.3	Effets de M sur le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement locaux en convection forcée, pour des épaisseurs données de l'aiguille	89
IV.4	Effets de Ec sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=10, a=0.1, M=1	122
IV.5	Effets de M sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=10, a=0.1, Ec=0.1	123
IV.6	Effets de a sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=10, Ec=0.1, M=1	123
IV.7	Effets de M sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=50, a=0.1, Ec=0.1	123
IV.8	Effets de Ec sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=50, a=0.1, M=1	123
IV.9	Effets des paramètres gouvernants sur le nombre de Nusselt local, le coefficient de frottement pariétal et le nombre de Sherwood. Avec : λ = 0; Pr=0.733	157
IV.10	Effets des paramètres gouvernants sur le nombre de Nusselt local, le coefficient de frottement pariétal, et le nombre de Sherwood, avec : λ=20, Pr=0.733	169
IV.11	Effets des paramètres gouvernants sur le nombre de Nusselt local, le coefficient de frottement pariétal, et le nombre de Sherwood, avec : λ=50, Pr=0.733	172

Chapitre I

Introduction Générale

I.1. Le transfert thermique

Le transfert thermique est une branche de la physique relative à l'une des formes les plus usuelles de l'énergie : la chaleur. Elle traite de tous les phénomènes liés à son transfert, entre milieux matériels ou en leur sein, sous l'action de différences de température[1].

''Une définition proposée en 1980 dans un document édité par le GUT''.

C'est une science qui intègre naturellement les interactions et les couplages entre mécanismes de transfert de chaleur d'une part et phénomènes étudiés dans d'autres champs disciplinaires d'autre part. On peut citer notamment la mécanique des fluides et des solides, le génie des procédés et la chimie[1].

I.2. Les modes de transfert thermique

I.2.1. La conduction

Le transport de chaleur dans des corps solides est limité à un mécanisme : la conduction, également appelée diffusion de chaleur. Dans un solide, il n'y a pas de mouvement en vrac de matière et la chaleur est transférée par un mouvement

[1] Pour rédiger cette partie, nous nous somme servis de la référence **[1].**

moléculaire aléatoire. La loi de Fourier le décrit. Dans un système unidimensionnel avec flux de chaleur dans la direction x, il prend la forme[2] :

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \tag{I.1}$$

q_x est la densité de flux de chaleur $[W/m^2]$, k la conductivité thermique $[W/m.K]$ du solide et $\partial T/\partial x$ le gradient de température $[K/m]$. Le signe moins apparaît parce que le flux de chaleur est défini comme positif lorsqu'il se produit d'une région de température plus élevée à une température inférieure[2].

I.2.2. La convection

La conduction est également présente dans les fluides, mais ici, il existe un transfert de chaleur supplémentaire en raison du mouvement massique ou macroscopique du fluide, appelé convection. Le transfert de chaleur entre un corps solide et un fluide est très complexe pour le décrire exactement de façon théorique. Pour les calculs pratiques, on utilise un coefficient de transfert de chaleur convectif, h_c. La densité du flux de chaleur est ensuite écrite comme[2] :

$$q = -h_c(T_\infty - T_s) \tag{I.2}$$

Ts est la température de surface locale du solide et T_∞ la température dans le fluide "loin de la surface" (c'est-à-dire à l'extérieur de la couche limite), également appelée la température globale du fluide[2]. Le coefficient de transfert de chaleur par convection est une quantité complexe et variable, en fonction de la géométrie de surface, des caractéristiques du flux et des propriétés physiques du fluide. Ce n'est pas une propriété matérielle comme par exemple la conductivité thermique. Les études théoriques et les expériences pratiques déterminent sa valeur.

I.2.3. Le rayonnement

Toute matière à des températures supérieures à $0°K$ émet de l'énergie thermique par des ondes électromagnétiques, appelées rayonnements. Il s'agit d'un mécanisme fortement dépendant de la température, comme prescrit par la loi Stefan-Boltzmann[3] :

$$q_{rad} = \varepsilon\sigma T_s^4 \tag{I.3}$$

T_s est la température de surface du matériau et σ la constante de Stefan-Boltzmann (= $5.67\cdot10^{-8}\ W/m^2K^4$). ε est l'émissivité totale, une propriété radiative de la surface avec des valeurs comprises entre $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Cela dépend du matériel et finition de la surface. Souvent, il y a le problème de l'échange radiatif entre deux ou plusieurs surfaces. Un

[2] Pour rédiger cette partie, nous nous somme inspirer de la référence **[2].**
[3] Pour rédiger cette partie, nous nous somme inspirer de la référence **[1].**

corps concave, par exemple, peut échanger des rayonnements avec lui-même. De telles caractéristiques géométriques sont prises en compte par l'utilisation de facteurs de vue (également appelés facteurs de configuration ou de forme). Le calcul de ceux-ci peut être assez complexe. Lorsque le rayonnement et la convection se produisent simultanément à une surface, il peut être commode d'exprimer le rayonnement en termes de coefficient de transfert de chaleur radiatif. En ignorant les facteurs de vue possibles, cela est décrit comme[4] :

$$h_r = \varepsilon\sigma(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) \qquad \text{(I.4)}$$

I.2.4. Le transfert thermique conjugué

Le transfert thermique conjugué est la combinaison de deux ou trois modes de transferts de chaleur se déroulant simultanément. Il s'agit d'un champ complexe dans l'assemblage transfert thermique solide à solide, fluide à fluide, solide à fluide et fluide à solide[5]. La convection mixte n'entre pas dans cette catégorie car le transfert se déroule dans un seul et même mode en l'occurrence, la convection.

I.3. Transferts convectifs

I.3.1. Convection naturelle

On appelle convection les mouvements de circulation présents au sein des fluides (liquides ou gaz). Lorsque ces mouvements sont occasionnés par des forces agissant à l'intérieur des fluides, on parle de convection naturelle. Ces forces sont le plus souvent les forces de pression (poussée d'Archimède) et de gravité, mais parfois, la source dominante des mouvements convectifs peut être la tension superficielle ou un champ électromagnétique. La présence de ces mouvements améliore le transfert de chaleur entre une surface solide et le fluide. La convection est généralement la forme dominante du transfert thermique dans les liquides et les gaz **[3]**.

La situation où la couche fluide est sans mouvement et stratifiée horizontalement en température correspond à un état d'équilibre dynamique : on parle de stratification stable. Il y a apparition de la convection quand il y a rupture de cet équilibre : la stratification devient instable et des déplacements spontanés de matière apparaissent à l'échelle macroscopique. Une perturbation de l'état stable peut être représentée par le déplacement d'un volume élémentaire de fluide chaud vers les couches les plus froides. La particule chaude, en pénétrant dans cette région, se retrouve dans un milieu de densité moyenne supérieure ; elle est donc soumise à la résultante de la poussée d'Archimède, dirigée vers le haut, et du poids. Cependant, en même temps, deux facteurs s'opposent à l'ascension de la particule : tout d'abord, la force de traînée visqueuse qui

[4] Pour rédiger cette partie, nous nous somme inspirer des références **[2] et [3].**
[5] Pour rédiger cette partie, nous nous somme inspirer de la référence **[1].**

freine le déplacement et, d'autre part, la diffusion de la chaleur de la particule chaude vers le milieu environnant, qui tend à annuler tout gradient de température. Donc, si la poussée d'Archimède arrive à vaincre les effets dissipatifs de la traînée visqueuse et de la diffusion de la chaleur, la convection naturelle apparaît **[3]**.

I.3.2. Convection forcée

Le transfert de chaleur par convection est divisé en deux catégories : convection naturel (ou Libre) et convection forcée. Cette dernière est un mécanisme, ou bien un type de transfert thermique, en quel, le mouvement du fluide est généré par une différence de pression imposée de l'extérieur par exemple : une pompe, un ventilateur, un dispositif d'aspiration…etc.

I.3.3. Convection mixte

Dans le cas de la convection forcée, le mouvement est induit par une source externe : une pompe, ou le déplacement d'un objet dans le fluide par exemple. Quand les mouvements convectifs ont pour origine à la fois des sources internes et externes, on parle de *convection mixte* **[2]**. Celle-ci se produit lorsque les forces de flottabilité, inertiel et à proximité de la paroi ont de forts effets sur le transfert de chaleur par convection forcée. Les effets de flottabilité deviennent fondamentalement importants dans la convection forcée lorsque la vitesse du fluide est relativement faible ou lorsque la différence de température entre la paroi et le flux libre est importante. Dans ces conditions, le gradient de densité généré par la différence de température responsable des effets de convection de la flottabilité doit être pris en considération. Il est également important d'analyser le cas de la convection mixte, lorsque l'ordre de grandeur de la convection forcée et la convection naturelle sont égaux **[1]**. Le flux de convection mixte se produit dans de nombreuses applications industrielles et technologiques qui incluent les réacteurs nucléaires refroidis lors d'un arrêt d'urgence, des récepteurs centrales solaires exposés aux courants de vent et des échangeurs de chaleur placés dans des environnements à faible vitesse.

I.4. Aiguilles fines

C'est la partie solide du domaine physique de cette étude. Par définition ce sont des corps de révolution dont le diamètre est du même ordre que la couche limite qui se développe lors d'un écoulement de fluides **[4]**. On peut distinguer deux sortes d'aiguilles, aiguilles pleines et aiguilles creuses. Dans ce manuscrit, l'étude va se limiter sur l'aspect externe du domaine d'étude autrement dit, le contact extérieur aiguilles-fluide, entre-autre, les phénomènes de transport convectif lié à différentes conditions externes seront abordés.

L'étude des aiguilles fines font très peu d'apparition dans la littérature en comparaison avec les cylindres circulaire. On peut l'attribuer à la simplicité géométrique des cylindres par rapports aux aiguilles.

Les phénomènes de transports liés aux aiguilles fines et cylindres sont très souvent utilisées dans diverses domaines et procédés industrielle.

I.5. Applications des aiguilles fines

I.5.a. Domaine médical et pharmaceutique

Les aiguilles fines ont une large utilisation dans ces domaines, à titre d'exemple : les aiguilles thermiquement isolées pour application dermatologique, en vue de l'isolation thermique active d'une Cryo-aiguilles ou d'une aiguille d'hyperthermie, de préférence, le dispositif comporte une aiguille pour transmettre de la chaleur ou du froid, entourée par une gaine qui fournit une température opposée et protéger la peau environnante. Aiguilles hypodermiques, des aiguilles de biopsie utilisées pour extraire le tissu.

Acupuncture chinoise

Originaire de la Chine ancienne, l'acupuncture à l'aide d'aiguilles a été développée pendant des milliers d'années et a attiré l'attention pour ses remèdes médicaux, tels que le soulagement des douleurs et le traitement des maladies chroniques. Le transfert de chaleur à travers les aiguilles pourrait avoir des effets sur le biomécanisme de l'acupuncture. Le transfert de chaleur par une telle aiguille est significatif par rapport à la consommation naturelle d'énergie corporelle sur une gamme de températures ambiantes. Le mécanisme par lequel la chaleur s'écoule dans ou hors du corps à travers les aiguilles peut être crucial dans l'efficacité corrective de l'acupuncture **[5]**.

Médecine modèrne

On constate l'utilisation des aiguille fines dans diverses procédées médicals modèrnes, parmi ces procédées, la robotique médicale, cette dérnière a gagné en popularité au cours de la dernière décennie. En effet, les chirurgiens du monde utilisent des manipulateurs pour effectuer des interventions chirurgicales. Le développement de ces procédures est motivé et amélioré en raison de l'avancement rapide des procédures peu invasives. Les systèmes automatisés et télé-opérés peuvent améliorer la sécurité et l'efficacité des interventions chirurgicales en améliorant la visualisation, en diminuant les saignements et les taux de transfusion et en accélérant la récupération **[6]** .

De nombreuses pratiques cliniques impliquent des insertions d'aiguilles percutanées. Les procédures percutanées minimalement invasives incluent des biopsies et la brachythérapie, mais l'insertion d'aiguille est également utilisée pour des procédures telles que l'échantillonnage sanguin, la neurochirurgie et d'autres. Dans ces procédures,

une ou plusieurs aiguilles pénètrent dans le corps du patient pour atteindre la cible prévue **[6]**.

Les robots chirurgicaux

Les chirurgiens qui traitent le cancer du cerveau sont confrontés à un dilème : soit ils capturent des images ultra-haute résolution de la tumeur en utilisant l'imagerie par résonance magnétique (IRM) ou ils utilisent des outils chirurgicaux ultra précis pour éliminer la tumeur. Aujourd'hui, tout ça est possible à l'aide de robots chirurgicaux conçu pour être utilisé à l'intérieur d'une machine à imagerie magnétique **[7]**



Figure I.1. Piezo Motors Power MRI Robot [7]

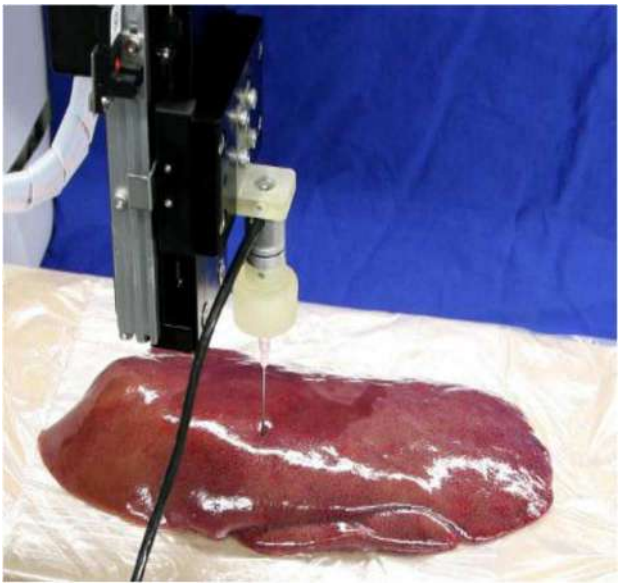


Figure I.2. Configuration expérimentale d'une insertion sur un foie [7]

I.5.b. Domaines industrielles et ingénierie

On trouve les aiguilles fines dans les process industrielles tell que, le refroidissement des machines rotatives, désignes des composants des échangeurs thermiques, les sondes thermiques, forage pétroliers…etc. La combinaison de la convection libre et forcée (convection mixte) se rencontre dans de nombreuses applications industrielles et technologiques telles que les réacteurs nucléaires refroidi pendant l'arrêt d'urgence, le récepteur central solaire exposé au courant du vent et échangeurs de chaleur placés dans des environnements à faible vitesse etc. Par la suite, nous allons aborder quelques exemples d'application des aiguilles fines.

Les flux convectifs sur les corps en forme cylindrique sont souvent rencontrés dans de nombreuses applications d'ingénierie thermique telles que le refroidissement des machines tournantes, la conception des échangeurs de chaleur rotatif, le séchage du papier, etc. Afin de bien encadré le sujet, nous allons aborder ici quelques exemples d'applications.

Sonde à aiguille thermique

La sonde des appareils de mesure, comme un anémomètre à fil chaud ou un thermocouple blindé, est souvent un fil ou une aiguille très mince

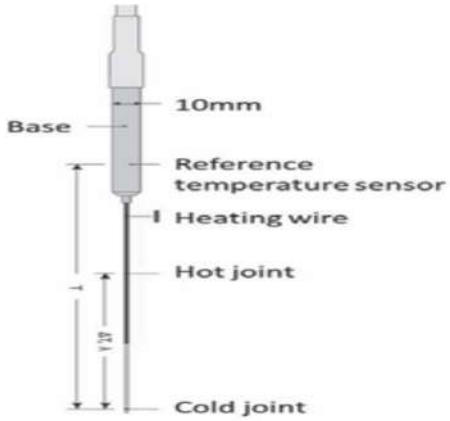


Figure I.3. Sonde TP02 [8].

La sonde à aiguille fine est couramment utilisée pour déterminer la conductivité thermique de matériaux à distance tels que fluides, grains, sols…etc. La technologie de sonde à aiguille simple réduit l'erreur de l'utilisateur. C'est un appareil portatif qui peut être utilisé dans des environnements entretenus à différentes températures ambiantes. Les effets sur la mesure de la conductivité thermique à l'aide d'une sonde peuvent être négligeables si l'instrument et la procédure de mesure sont correctement conçus.

L'aiguille schématisée sur la figure I.3 représente une sonde de type TP02 produite par Hukseflux Thermal Sensors en 2003. Ces dimensions sont comme suit : 150 mm de longueur et 1.5 mm de diamètre, et enferme un fil de chauffage de 100 mm de long avec un thermocouple situé à mi-chemin le long de ce réchauffeur mesurant la température. Le dispositive est utiliser pour mesurer les caractéristiques thermiques du sol **[8]**.

Aiguilles et cylindres dans les opérations de forage pétrolier

a. Diagraphie

Une diagraphie (anciennement dénommée un carottage électrique, et en anglais well log) consiste à mesurer, à l'aide de différentes sondes, les caractéristiques des roches traversées lors d'un forage. D'une manière générale, on appelle diagraphie tout enregistrement, en fonction de la profondeur, d'une caractéristique d'une formation géologique traversée par un sondage **[9]**.



*Figure 4. Outil de diagraphie de font **[10]***

Une diagraphie instantanée enregistre les caractéristiques de la formation pendant le forage (logging while drilling soit LWD) tandis qu'une diagraphie différée détermine les caractéristiques de la formation après le forage, la garniture de forage ayant été retirée du puits. Les outils de mesures sont alors connectés à un câble électrique (Wire line logging) et descendus dans le sondage (avant tubage), la stabilité étant assurée par le fluide de forage **[9]**.

La profondeur mesurée du câble peut être dérivée à partir d'un certain nombre de mesures différentes, mais généralement soit enregistrée en fonction d'un compteur de roue calibré, soit (plus précisément) en utilisant des marques magnétiques qui fournissent des incréments calibrés de longueur de câble. Les mesures effectuées doivent ensuite être corrigées pour l'élasticité élastique et la température. **[11]**

b. Garniture de forage

La garniture de forage (drill stem ou drill string), appelée aussi train de sonde ou assemblage de fond, est un arbre reliant l'outil travaillant au fond du puits avec l'équipement de surface, c'est donc le moyen de liaison entre le fond et la surface. Fonctions de la garniture de forage : Transmettre à l'outil le mouvement de rotation fournit par la table de rotation. Transmettre le poids sur l'outil essentiellement par les masse-tiges. Transmettre l'énergie hydraulique dans un turboforage (quand on travaille avec un moteur de fond) **[10]**.

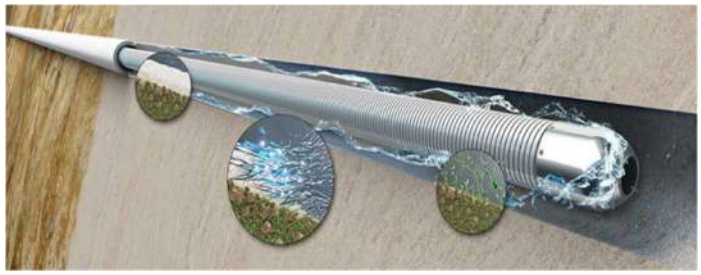


*Figure I.5. Outil de nettoyage de font **[10]***

I.5.c. Avancées technologique

Des éléctrodes pour analyser le cerveau humain

Les ingénieurs ont développé des électrodes à aiguille extrêmement petites capables de sonder les circuits complexes du cerveau. Les électrodes à aiguille de 5 µm permettent l'enregistrement in vivo des signaux cérébraux ; et la technologie pourrait aider à accélérer le développement d'une interface cerveau-machine **[12]**.

Les réseaux complexes de neurones dans le cerveau humain nécessitent une certaine finesse. C'est pourquoi la technologie des aiguilles avec des diamètres inférieurs à 10 µm est nécessaire, car des aiguilles plus grandes risquent d'endommager le tissu cérébral. Le substrat du dispositif devrait également être minimisé, à la fois pour réduire les dommages ainsi que pour améliorer l'accessibilité de l'électrode dans le cerveau **[12]**.

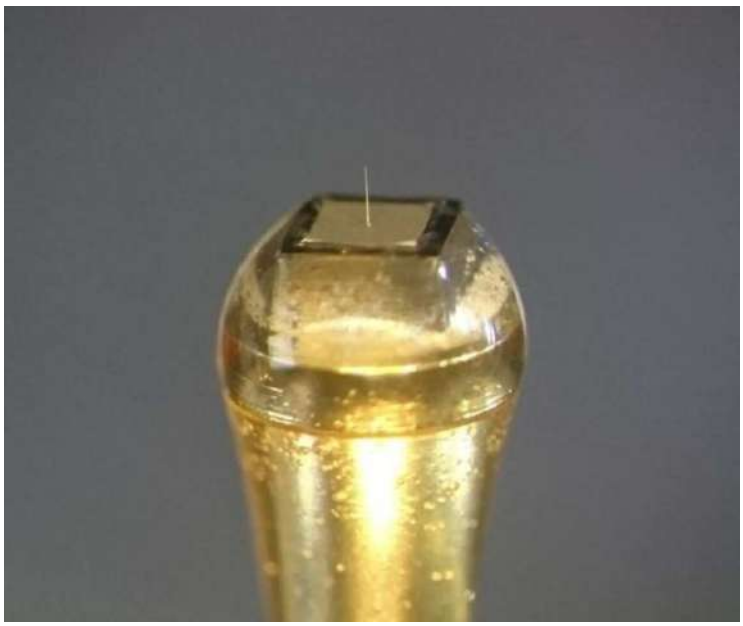


Figure I.6. L'électrode à aiguille de 5 µm est montée sur un connecteur. L'aiguille a une longueur de 160 um. (Image provenance de l'Université de Technologie de Toyohashi) [12].

I.5.d. Autres domaines d'applications

On trouve aussi l'application des aiguilles fines dans le démarrage d'un réacteur chimique et refroidissement d'urgence d'un élément de combustible nucléaire, aussi dans les échangeurs de chaleurs, les centraux solaires, dans l'industrie textiles,

l'industrie des fibres et polymères, les filaments chauds, le refroidissement des équipements électriques…etc.

I.6. Magnétohydrodynamique

La magnétohydrodynamique (MHD) est une branche de la physique consacrée à l'étude des mouvements des fluides conducteurs de l'électricité en présence de champs magnétiques. Elle s'applique aux métaux liquides (mercure, métaux alcalins fondus), aux gaz faiblement ionisés et aux plasmas **[13]**.

Lorsqu'un fluide conducteur se déplace dans un champ magnétique, il est le siège d'un champ électrique qui y produit des courants électriques ; ceux-ci modifient le champ magnétique initial ; d'autre part, les forces de Laplace appliquées à la matière le long des lignes de courant modifient le mouvement du fluide. Ainsi apparaît une interaction des effets électromagnétiques et hydrodynamiques qui constitue le domaine d'étude de la M.H.D. L'importance de l'interaction est caractérisée par un nombre sans dimension RM appelé nombre de Reynolds magnétique ; RM est proportionnel à la conductivité électrique du fluide, à sa vitesse et aux dimensions de l'écoulement. L'interaction est généralement faible (RM < 1) dans les métaux liquides et les gaz faiblement ionisés et forte (RM > 1) dans les plasmas **[13].**

I.7. Notion générale la nanotechnologie

La nanotechnologie a été largement utilisé dans l'industrie à partir de matériaux avec des tailles de l'ordre nanométrique possèdent des propriétés physiques et chimiques uniques. Elle vise à la manipulation de la structure de la matière au niveau moléculaire dans le but de l'innovation dans tous les secteurs et de l'effort public, y compris les sciences physiques, l'électronique de refroidissement, la biologie, les transports, l'environnement et la sécurité nationale **[14]**.

I.7.1. Les nanofluides

Le transfert de chaleur classique des fluides à faible conductivité thermique tels que l'eau, l'huile et le mélange d'éthylène glycol est une limitation importante dans l'amélioration de la performance et de la compacité de ces équipements d'ingénierie. Pour remédier à cet inconvénient, il existe une forte motivation pour développer des avancées de transferts thermiques de fluides ayant une conductivité sensiblement plus élevée, de façon à ajouter de petites particules solides dans le fluide. Les particules micrométriques ou même millimétrique sont utilisées. Ces particules ont causé plusieurs problèmes tels que l'abrasion, le colmatage et la chute de pression. En améliorant la technologie pour fabriquer des particules de dimensions nanométriques, une nouvelle génération de mélanges solides - liquides appelé nano fluide, est apparu **[14]**.

I.7.2. Applications des nanofluides

Les nanofluides ont suscité un énorme intérêt pour les chercheurs en raison de leur potentiel d'échange de chaleur élevé, entraînant peu ou pas de pénalité dans la chute de pression.

Les nanofluide de Casson dans des géométries cylindriques ont une application importante dans le flux sanguin. Les mathématiciens ainsi que le chercheur médical travaillent largement sur le modèle de nanofluides de Casson **[14]**.

Chapitre II

Etude Bibliographique

II.1. Introduction

Ce chapitre de thèse s'attardera sur l'état de l'art non exhaustif des recherches menées sur le thème des phénomènes de transports convectifs en couche limite dans des cas similaires au cas présent, ainsi que des résumés sélectifs de quelques modèles étudié avec résultats. Ceci permettra d'obtenir une plateforme de départ, un socle, ainsi de voir, analyser et tracer les différents axes et perspectives de recherches qui s'ouvre dans ce domaine.

De nombreuses études sur les phénomènes de transports convectifs autour des corps de révolution tell que les cylindres et les aiguilles fines ont été menées ces dernières années. La plupart d'entre elles, sont des études théoriques. Pour une vue générale, on peut se reporter utilement sur la littérature abondante sur ce sujet et spécialement les publications de revues.

II.2. Histoire du transfert de chaleur

Les anciens voyaient la chaleur comme étant un rapport direct au feu. Heraclitus[1] vers 500 av. J-C. a conclu que le feu, la terre et l'eau étaient les trois composantes principales de la nature. Parmi ces éléments, le feu était le composant clé qui contrôlait et modifiait les autres. Heraclitus[1] a conclu que tout était un ''*échange de feu*''. Au 11ème siècle après

[1] Philosophe grec de la fin du 6ème siècle av. J-C, natif de la cité d'Ephèse **[154]**.

JC, Abu Rayhan Biruni[2] a expliqué que le mouvement et la friction étaient les causes de la chaleur. Au 13ème siècle, Abd Allah Baydawi[3] a décrit deux causes possibles de la génération de chaleur. Il a aussi dit que la chaleur naturelle était la chaleur d'un atome brisé et que la chaleur pourrait résulter d'un changement de mouvement **[15]**.

Vers 1600, Francis Bacon[4] conclut que la chaleur elle-même était un mouvement et rien d'autre. Au milieu du 17ème siècle, Robert Hooke[5] a déclaré que la chaleur n'était qu'une agitation vivante et violente des éléments d'un corps. En 1761, Joseph Black[6] a formulé une théorie de la chaleur latente et a démontré que différents corps ont leurs propres chaleurs spécifiques. En 1797, Sir Benjamin Thompson[7] a utilisé la friction pour convertir le travail en chaleur. En 1783, Lavoisier[8] a montré le rôle de l'oxygène dans la combustion et a proposé la théorie calorique. En 1824, Sadi Carnot[9] a déclaré que la production de la force motrice était due au transfert d'un corps chaud à un corps froid. En 1738, Daniel Bernoulli[10] a développé l'énergie cinétique des gaz et a proposé que les gaz contenant des molécules se déplacent dans toutes les directions et, par conséquent, la pression se développe. L'énergie interne d'une substance était la somme arithmétique de la cinétique de chaque molécule, et le transfert de chaleur s'effectue de régions plus énergétiques à moins énergétiques **[15]**.

Joule[11] et Mayer[12] ont déclaré que la chaleur et le travail étaient les mêmes types d'énergie conduisant au principe de la conservation de l'énergie mentionné par H. Helmholtz en 1847. En 1850, Clausius[13] a déclaré que la théorie calorique pourrait être incorporée à la théorie cinétique avec la condition que l'énergie la conservation a été utilisée et a énoncé la première loi de la thermodynamique. En 1851, William Thomson[14] a déclaré que la chaleur n'était pas une substance, mais un effet mécanique actif. Le travail mécanique et la chaleur doivent avoir une équivalence. Dans la recherche moderne, la chaleur est un type d'énergie qui est transféré d'un corps à l'autre en raison de la différence de température ou généré par frottement, etc. En 1701, Newton[15] a présenté

[2] Un érudit musulman, khorezmien, né en l'an 973. Mathématicien, astronome, physicien, encyclopédiste, philosophe, astrologue, voyageur, historien, pharmacologue et précepteur, il contribua grandement aux domaines des mathématiques, philosophie, médecine et des sciences. Il est connu pour avoir étudié la thèse de la rotation de la Terre autour de son axe et sa révolution autour du Soleil **[155]**.
[3] Un théologien musulman, né à Fars **[156]**.
[4] Un scientifique et philosophe anglais, né en 1561 à Londres **[157]**.
[5] Un scientifique pluridisciplinaire anglais, né en 1635 à Freshwater **[158]**.
[6] Un médecin et chimiste écossais, né en 1728 à Bordeau **[159]**.
[7] Un physicien Américain, né en 1753 à Woburn **[160]**.
[8] Un chimiste, philosophe et économiste français, né en 1743 à Paris **[161]**.
[9] Un physicien et ingénieur français, né en 1796 à Paris **[162]**.
[10] Un médecin, physicien et mathématicien suisse, né en 1700 à Groningue **[163]**.
[11] Un physicien anglais, né en 1818 à Salford **[164]**.
[12] Un médecin et physicien allemand, né en 1814 à Heilbornn **[165].**
[13] Un physicien allemand, né en 1822 à Koslin **[166]**.
[14] Un physicien britannique, né en 1824 à Belfast **[167]**.
[15] Newton (le père de la physique) un philosophe, mathématicien, physicien, alchimiste, astronome et théologien anglais, puis britannique. Figure emblématique des sciences, il est surtout reconnu pour avoir fondé la mécanique classique, né en 1643 **[168]**.

une loi de refroidissement connue sous le nom de la loi de refroidissement de Newton pour définir le transfert thermique convectif. En 1822, Fourier[16] a exprimé la loi de Fourier sur la conduction de chaleur. Ludwig Boltzmann[17] a vérifié théoriquement la loi du rayonnement émis par les corps noirs appelés loi Stefan-Boltzmann **[15]**.

Les études de recherches menées sur les phénomènes de transferts convectifs par des cylindres verticaux ont vu le jour en 1948 avec une première prédiction du coefficient de transfert thermique donnée par **Elenbaas [16]** qui a traité le cas d'une distribution uniforme de la température à la paroi, il a aussi utilisé le modèle Langmuir stagnant film pour convertir les problèmes de convection naturelle par des problèmes de conduction dans un annulaire rempli d'un fluide immobile autour d'un cylindre. Les équations de couches limites laminaire dans un régime stationnaire autour des cylindres verticaux ont été résolues pour la première fois en 1956 par **Sparrow et Gregg [17].** Les résultats ont été donnés pour un nombre de Prandtl égale à 0.72 et 1. Un critère quantitatif a été rapporté afin de déterminer les conditions sur lesquelles le transfert thermique par des cylindres peut être calculé avec une précision suffisante en utilisant les résultats obtenus dans le cas d'une plaque plane. En 1958, **Millsaps et Pohlhausen [18]**, ont abordé le problème de couche limite stationnaire pour un cylindre vertical chauffé dont la distribution du flux thermique sur la surface externe varie linéairement avec la distance à partir du bord d'attaque. La solution exacte a été obtenue en utilisant la méthode Karman-Momentum. Il a été trouvé que ce type de problème peut être résolu en utilisant des transformations de similarité. **Yang [19]** a publié un article en 1960, sur la convection naturelle laminaire en régime instationnaire sur des plaques planes et cylindres, afin d'établir des conditions nécessaire et suffisante pour lesquelles des solutions de similarité sont possible. Sur la base de ces conditions, tous les cas possibles ont été tirés incluant ceux du régime instationnaire. Dans la fin des années 60 et débuts des années 70, des chercheurs tell que : **Cebeci et al. [20]** (1968) et **Narain et al. [4, 21, 22, 23]** ont établi les premiers modèle concernant le cas des aiguilles fines et depuis, plusieurs chercheurs ont continué dans la lancé avec des modèles plus ou moins différents. Dans ce chapitre, nous en proposons une revue générale. Elle donne une vue d'ensemble des principaux axes de recherches sur le sujet, les auteurs qui ont contribué aux travaux, des méthodes utilisées et des résultats obtenus. Cette approche a un caractère historique dans le sens où elle présente l'évolution des connaissances sur le sujet depuis les premières études jusqu'à aujourd'hui.

Notant bien que dans ce manuscrit, on ne peut négliger le cas des cylindres minces, par ailleurs nous n'allons pas trop nous attarder là-dessus.

[16] Un mathématicien et physicien français, né en 1768 à Auxerre **[169]**.
[17] Un physicien et philosophe autrichien, né en 1844 à Vienne **[170]**.

II.3. Convection naturelle

L'étude des phénomènes régis par la convection naturelle est primordiale pour la compréhension des interactions fluide-énergie. De nombreuses études sur les couches limites externes en convection naturelle ont été effectuées. Une synthèse des travaux concernant les phénomènes de transport en convection naturelle par des aiguilles fine a été établie dans cette partie du chapitre.

Les travaux de recherches effectués dans cette section sont donnés ici par ordre chronologique. **Sparrow et Gregg [17]** (1956) ont fourni une solution approximative pour l'écoulement en convection naturelle laminaire de l'aire sur un cylindre vertical avec température uniforme à la surface en appliquant la méthode de similarité. **Nagendra et al. [24]** ont étudié la convection naturelle par des cylindres verticaux en régime laminaire avec flux de chaleur uniforme. **Minkowycz et al. [25]** (1974) ont utilisé la méthode des solutions non similaires local pour examiner le cas du cylindre vertical isotherme et ils ont obtenu des résultats numériques pour une valeur donnée du nombre de Prandtl (Pr=0733), pour une gamme élargie du paramètre de courbure. **Cebeci [26]** (1974) a étudié numériquement la convection naturelle par des cylindres verticaux minces avec un flux de chaleur uniforme à la paroi pour différents nombres de Prandtl allant de 0.01 à 100 en utilisant la technique des différences finis. Les équations de corrélations pour déterminer le taux de transfert thermique par des cylindres ont été abordées par **Churchill et Chu [27]** (1975), **Yang [28]** (1987) et **Munoz-Cobo et al. [29]** (2003). **Gori et al. [30]** (2006) ont étudié la solution non similaire locale avec un premier degré de compression pour un écoulement en convection naturelle autour d'une aiguille immergée dans un liquide avec chauffage uniforme à la surface. Les équations gouvernantes sont similaires à celle obtenues par **Minkowycz et al. [25]**. Il a été trouvé que leurs résultats analytiques ont été de bon accord avec l'expérience. **Fujii et al. [31]** ont utilisé une méthode intitulée power series expansion dans leurs études sur la convection naturelle le long d'un cylindre vertical avec variation axiale de la température à la surface et flux de chaleur pariétal, cependant, due à la convergence incertaine caractérisant la méthode power series, leurs résultats sont supposés être valide que pour des valeurs réduites du paramètre de courbure. **Chen [32]** a examiné le problème de convection libre par une aiguille vertical avec flux de chaleur variant en loi de puissance axiale. Il a été trouvé qu'il y a une influence significative de la forme de l'aiguille, son épaisseur et la variation de température à la surface sur l'écoulement et le transfert thermique. **Lee et al.** [**33**] ont analysé le cas limite de la convection naturelle sur des cylindres minces verticaux avec température uniforme à la surface. Ils ont employé la technique d'interpolation spline cubique associé à de grandes surfaces de courbures pour résoudre le système d'équations transformés. Ils ont aussi présenté le nombre de Nusselt pour une gamme du nombre de Prandtl allant de 0.1 à 100. Il a été trouvé que le nombre de Nusselt devient indépendant du nombre de Prandtl quand le paramètre de courbure devient très grand. **Heckel et al. [34]** ont présenté des solutions pour la convection naturelle le long des cylindres minces verticaux avec flux de chaleur variable à la surface. Ils ont considéré une variation du

nombre de Prandtl entre 0.1 et 100. Aussi, les résultats du nombre de Nusselt pour une variation en loi de puissance du flux thermique ont été donné en détaille. **Hossain et al. [35]**, ont étudié l'interaction entre la convection naturelle et la radiation sur un écoulement en couche limite le long d'un cylindre mince vertical.

Pour des écoulements isothermes, les gradients de masse volumique induits par les gradients de température peuvent mettre en mouvement le fluide en présence d'un champ de gravité : il s'agit de convection naturelle. Les études de recherche menées dans cette section sont basées sur des modèles simples. Des solutions numériques ont été adoptées pour ce genre de problème qu'on peut trouver dans la littérature. Une première investigation a été menée par **Cebeci et Tsung [20]** consiste en l'étude du transfert thermique en convection naturelle par une aiguille isotherme. L'aiguille est maintenue à une température uniforme T_w supérieur à celle du fluide ($T_w > T_\infty$).

L'adimensionnement des équations de transports pour un écoulement de type couche limite fait apparaître le nombre de Grashof **[20]** :

$$Gr = \frac{\beta g (T_w - T_\infty) L^3}{\nu^2} \qquad \text{(II.1)}$$

Qui caractérise le rapport des effets thermiques de convection naturelle aux effets visqueux.

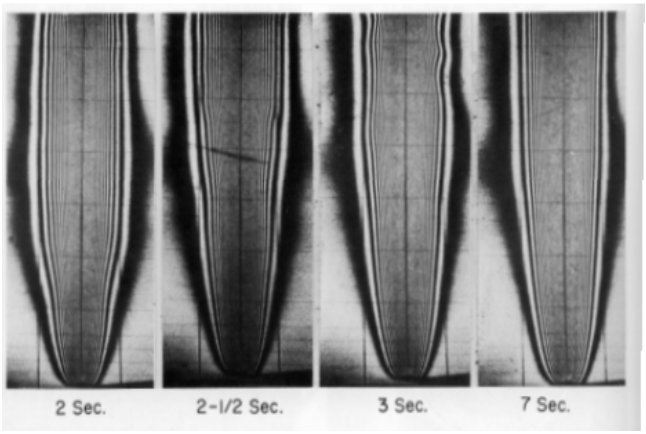


Figure II.1: Développement temporel d'une couche limite en convection libre à grand nombre de Grashof (planche extraite de Van Dyke 1982 [36]).

L'expression de la contrainte de cisaillement obtenue **[20]** :

$$\frac{C_{fx}}{\frac{1}{2}\rho u_0^2} \cdot \frac{Re^{\frac{5}{2}}}{Gr} = 4\sqrt{r_0} \cdot f''(r_0) \qquad \text{(II.2)}$$

L'expression du coefficient de transfert thermique obtenue **[20]** :

$$\overline{Nu}.\frac{Re^{\frac{1}{6}}}{Gr^{\frac{1}{3}}} = -3\sqrt{r_0}.g'(r_0) \qquad \text{(II.3)}$$

Ces résultats ont démontré que la contrainte de cisaillement le long de l'aiguille est inversement proportionnelle à son épaisseur ainsi qu'à la valeur du nombre de Prandtl.

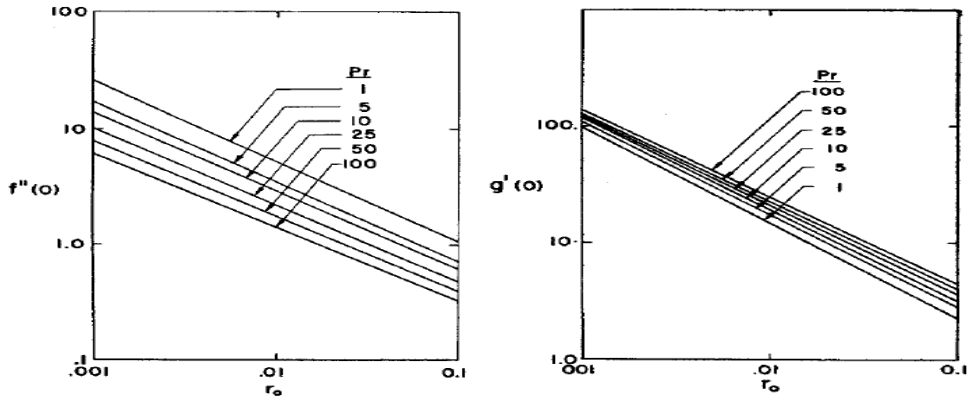


*Figure II.2 : T. Cebeci and Y. N. Tsung **[20]** : a) contrainte de cisaillement, b) transfert thermique pour différentes épaisseurs d'aiguilles et nombre de Prandtl.*

Ce modèle présente des erreurs mineures aux niveaux des expressions du coefficient de transfert thermique et contrainte de cisaillement. Suivant le même chemin de raisonnement, **Narain et al. [21]** ont proposé une solution au problème dans : ''laminar free-convection from vertical thin needle with uniform heat flux''. Le système d'équations adimensionnels est le même que celui obtenu par **Cebeci et al. [20]**. Pour la résolution numérique du problème, on a utilisé un algorithme consiste en une méthode basée sur des itérations à partir de valeurs initiales connu sous le nom de Newton-Ralphson. Pour une épaisseur bien définie de l'aiguille, le flux de chaleur uniforme appliqué sur la paroi implique que le taux de transfert thermique ne varie pas en fonction du nombre de Prandtl, cependant, pour une valeur donnée du nombre de Prandtl, une réduction progressive dans l'épaisseur de l'aiguille conduit à une augmentation du taux de transfert thermique et une diminution de la convection mais les couches limites thermique et dynamique diminue très lentement. Cette réduction dans la convection avec l'augmentation du taux de transfert thermique va diminuer la température à la paroi ainsi maintenir une condition de flux uniforme. Pour une épaisseur donnée, une augmentation dans le nombre de Prandtl conduit à une augmentation du taux de transfert thermique et réduit la convection, en conséquence, des températures faibles à la paroi et une réduction significative des couches limites thermique et dynamique.

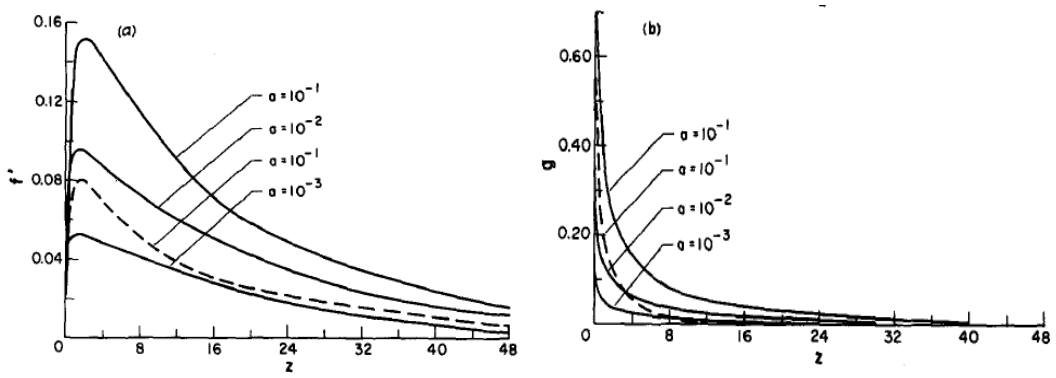


Figure II.3 : Profile de (a) Vitesses et (b) Températures adimensionnels, pour différentes épaisseurs de l'aiguille, avec Pr=1 (continue), Pr=5 (discontinue) ***[20]***

Les expressions de la contrainte de cisaillement ainsi que du coefficient de transfert thermique obtenu par **Cebeci et al. [20]**, ont été corrigé par **Narain et al. [21]** et sont présentés comme suit :

La contrainte de cisaillement **[21]** :

$$\frac{C_{fx}}{\frac{1}{2}\rho u_0^2}.\frac{Re^{5/2}}{Gr} = 8\sqrt{a}.f''(a).x^{1/4} \qquad \text{(II.4)}$$

Le coefficient de transfert thermique **[21]** :

$$\overline{Nu} = -\frac{8}{3}\sqrt{a}.g'(a).Gr^{1/4} \qquad \text{(II.5)}$$

Récemment, **Darioush et al. [37]**, ont fait une simulation d'un tourbillon large en convection naturelle sur un cylindre vertical. Le cylindre est maintenu à une température constante. Les résultats obtenus ont été comparé avec l'expérimentation, le comportement du frottement pariétal turbulent et le frottement pariétal simple ont été examinés. L'existence d'une région de frottement pariétal négatif pré de la paroi a été confirmée et son influence sur le frottement normal à l'écoulement a été démontrée.

II.4. Convection forcée

L'article de **Sparrow et al. (1978) [38]** ont fournis la première étude numérique de la convection forcée laminaire entièrement développée sur une matrice d'ailerons non-isotherme verticale enveloppée. Dans le calcul, deux conditions thermiques différentes sont imposées à la base : (i) base isotherme et (ii) condition de flux de chaleur. L'enveloppe été considéré comme adiabatique. Le transfert de chaleur maximum se produit à la pointe de l'extrémité en présence d'un dégagement, tandis que le même phénomène se produit à la zone intermédiaire entre la base de l'aileron et la pointe de l'extrémité sans dégagement. Au-dessus de la hauteur de l'aileron, il existe une variation

significative du nombre local de Nusselt, ce qui est vraisemblablement différent du coefficient de transfert de chaleur convectif constant souvent utilisé dans l'étude analytique de l'aileron. Avec un dégagement nul, le nombre local de Nusselt assume une valeur zéro à la base, augmente le long de la hauteur, atteint un maximum, puis commence à diminuer vers le bout de l'extrémité. Pour le cas d'une très faible conductance avec un dégagement zéro ou inférieur, La variation le long de l'aileron montre une augmentation initiale et, ensuite, elle montre un passage croisé de la valeur positive à la valeur négative. À cet égard, les auteurs font valoir la non-applicabilité de la définition classique du coefficient de transfert de chaleur de l'aileron, $h_f = q_f/(T_f - T_0)$ puisque T_0 est trop éloigné pour servir de participant approprié dans ΔT, ce qui entraîne le flux.

Le modèle de couches limites d'un écoulement de fluide visqueux incompressible par des aiguilles fines a été considéré par **Mark [39]**, **Lee et al. [40]**, **Miller et al. [41]**, **Narain et al. [21]**. **Jafe et Okamura [42]** ont étudié l'effet de courbure transversal sur un écoulement en couche limite laminaire, incompressible le long d'un cylindre. **Cebeci et Mosinskis [43]**, ont étendu les résultats de **Mark [39]** vers l'étude du transfert thermique par convection forcée sur un écoulement compressible. Cette analyse a été conçue principalement afin de présenter un ensemble de solutions numérique pour des équations de similarités simplifiées et encore plus loin, couvrir les problèmes de transferts thermiques par convection forcée sur les aiguilles fines.

II.5. Convection mixte

La convection mixte décrit les écoulements en présence des deux modes qu'on a définis précédemment. Selon que les écoulements de convection forcée et naturelle vont dans le même sens (écoulement montant en chauffage ou descendant en refroidissement), ou dans des sens opposés (écoulement descendant en chauffage ou montant en refroidissement), on parle respectivement de convection mixte aidée (ou aidante) ou opposée. En outre, les phénomènes de convection mixte deviennent très importants lorsque la vitesse forcée induite par un dispositif mécanique comme un ventilateur a un effet égal à la vitesse du courant libre induite par la force de poussée qui semble due à la variation de la densité (approximation de Boussinesq). **Aicher [44]** rappelle que chaque régime (aidé ou opposé) peut être obtenu en chauffage ou en refroidissement, et précise que si la littérature ne fait pas de différence entre ces deux configurations, aucune étude systématique n'a été publiée à ce sujet. Les phénomènes de transport liés à la convection mixte autour des aiguilles fines et/ou des cylindres minces ont reçu beaucoup d'attentions ces dernières années en raison de ses nombreuses applications pratiques importantes. Ce modèle présente aujourd'hui un sujet de recherche ouvert pour les thermiciens et physiciens.

Lee et al. [45] ont étudié le problème de convection mixte le long de cylindres vertical et aiguilles sujet à un flux de chaleur pariétale uniforme. Le paramètre de convection mixte vari du zéro pour la convection naturelle pure à un (1) pour la convection forcée

pure. Les résultats numériques ont été obtenus en utilisant un schéma de fonction pondéré avec la technique d'approximation spline cubique. Ils ont montré que le nombre de Nusselt local était indépendant du paramètre de flottabilité. **Ahmad et Qureshi [46]** ont étudié numériquement la convection mixte laminaire de l'air par un cylindre horizontal chauffé uniformément en utilisant la méthode des différences finis. Les résultats ont été présentés pour une large gamme du nombre de Grashof et Reynolds. Un autre problème du même genre pour un fluide Newtonien a été traité par **Nazar et al. [47 et 48]**. Aussi, pour un fluide micropolaire **[49]**. Ils ont traité les effets du paramètre de la convection mixte et du nombre de Prandtl sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique ainsi que la position du point de séparation de la couche limite. **Ishak [50]** a étudié la convection mixte sur un écoulement de couche limite stationnaire le long d'un cylindre vertical avec un chauffage imposé à la paroi. La vitesse de l'écoulement libre et le flux de chaleur à la surface sont supposés varié linéairement avec l'abscisse des x à partir du bord d'attaque. Le développement de la couche limite a été considéré pour les deux cas, aidé et opposé. Les résultats obtenus dépendaient du paramètre de convection mixte, du paramètre de courbure et du nombre de Prandtl. On a trouvé que la séparation de la couche limite été retardé pour un cylindre en comparant avec une plaque plane. **Mahmoud et al. [51]** ont examiné le cas d'un écoulement de couche limite par convection mixte le long d'un cylindre vertical isotherme dans les deux cas, aidé et opposé. Une solution approximative avec une bonne estimation du transfert thermique a été tirée près du bord d'attaque. Dans le cas opposé, on a observé que la séparation de couche limite été à une distance finie en aval. **Bassam et Abu-Hijleh [52]** ont résolu numériquement le problème de convection mixte laminaire par un cylindre isotherme. Le nombre de Nusselt moyen a été calculé pour différents valeurs du nombre de Reynolds, Grashof et l'angle d'attaque de l'écoulement libre. Différentes corrélations ont été présentées pour une gamme spécifique du nombre de Reynolds, le paramètre de flottabilité et l'angle d'attaque. **Chen et al. [53]** ont étudié les effets de flottabilité sur la convection forcée le long d'un cylindre vertical pour une température uniforme à la paroi, en utilisant la méthode de non-similarité. **Narain [22]** a étudié la convection mixte et l'écoulement fluide par un cylindre mince vertical dans un écoulement uniforme avec parois isothermes. **Oosthuizen et al. [54]** ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection mixte par des cylindres vertical dans un écoulement horizontal. **Gorla [55-57]** a étudié numériquement le transfert thermique par convection combiné en considérant les deux cas, aidé et opposé, dans un écoulement axisymétrique par un cylindre mince vertical. Les résultats présentés avec température isotherme ainsi que linéairement croissante pour différentes valeurs du nombre de Prandtl. **Semenov [58]** ont étudié numériquement la convection mixte laminaire le long d'un cylindre vertical avec température de surface constante en utilisant une approche proposée par **Patankar et al. [59]**. Un algorithme basé sur la méthode des intégrations progressives a été implémenté dans un logiciel connu sous le nom Fortran. Les compilations ont été présentées pour un nombre de Prandtl égal à 0.7. **Bui et al. [60]**, **Wang et al. [61]** ont traité numériquement en utilisant la méthode des différences finis, le problème de convection mixte stationnaire et laminaire par des cylindres minces verticaux pour le cas de température uniforme à la

paroi. Dans leurs travaux, l'effet de forces de flottabilité sur la convection forcée a été considéré. Les résultats obtenus par **Bui et al. [60]** pour deux cas de transferts thermique, positif et négatif par la paroi en fonction du paramètre de courbure transversal. Ils ont aussi montré que l'effet de flottabilité augmente en fonction de la distance pour le cas du chauffage pariétal. Une augmentation du paramètre de courbure a pour conséquence un changement rapide dans la forme du profile de vitesse, par contre un changement mineur au niveau du profile de température. **Heckel et al. [34]** ont exploré l'écoulement en convection mixte d'un fluide visqueux le long d'un cylindre vertical avec température variable en surface. Ils ont considéré la situation en laquelle la température à la surface varie arbitrairement avec la coordonné axiale. Le système d'équations a été résolu en utilisant une méthode pondérée des différences finis. Il a été montré qu'en augmentant la courbure, une relation linéaire est apparue entre le nombre de Nusselt et le paramètre de la convection mixte. **Gorla [56]** a considéré les effets de la convection mixte dans un écoulement de couche limite d'un fluide micropolaire sur un cylindre vertical en mouvement. **Guo et Zhang [62]** ont examiné la convection mixte sur un cylindre vertical en rotation. **Buchlin [63]** a étudié les transferts thermiques en convection naturelle et forcée le long d'un cylindre mince vertical ainsi le cas de deux cylindres. Les résultats obtenus indiquent que le transfert convectif est fortement dépendant de la courbure des cylindres et de leurs inclinaisons par rapport à l'écoulement. **Takhar et al. [64]** ont étudié numériquement le transfert thermique et massique par convection mixte le long d'un cylindre vertical isotherme en mouvement avec comme conditions, deux cas ont été considéré, température uniforme et flux de chaleur uniformes à la surface. **Pantokratoras [65]** a étudié la convection mixte laminaire par un cylindre vertical isotherme. L'eau a été utilisée comme fluide avec des propriétés physiques variables. Avec une gamme de température variant de 0°C à 20 °C. Il a été conclu que la variation de la viscosité, la conductivité thermique et la densité avec la température avaient une forte influence sur les caractéristiques de la convection mixte. **Kumari et al. [36]** ont fait une simulation numérique utilisant un schéma implicite des différences finis, sur les effets du chauffage/refroidissement et injection/aspiration sur l'écoulement en convection mixte autour d'un cylindre vertical mince. Une distribution aléatoire de la température et la masse à la surface ont été considéré à certaines sections du cylindre. Les effets du chauffage/ refroidissement et/ou injection/aspiration sur le transfert thermique était considéré comme significatif mais les effets du chauffage/refroidissement sur le frottement étaient relativement mineurs. Il a été conclu, que la force de flottabilité positive aidant l'écoulement et le paramètre de courbure augmentent le transfert thermique ainsi que le frottement. **Pantokratoras [66]** a examiné la convection mixte laminaire en contre-courant le long des plaques et cylindres isothermes verticaux. Les corps sont en mouvement ascendant lorsque leurs températures sont inférieures à celle ambiante. Les résultats ont été obtenus avec une solution numérique directe des équations de couche limite. Il a été observé que le profil de vitesse prend quelques formes intéressantes dont on n'a pas vu auparavant. Une investigation numérique menée par **Kumar et al. [67]** utilisant la méthode des éléments finis, sur la convection mixte par un cylindre vertical en mouvement avec aspiration dans un fluide micropolaire moyen. Les

effets du paramètre micropolaire, le paramètre d'aspiration et le paramètre de coefficient de vitesse sur la micro-rotation, le profil de vitesse et la température, ont été examinés, lorsque la vitesse du cylindre été supérieur à celle de courant libre. Il a été trouvé que la distribution de température été modérément affectée par le mouvement du cylindre et le paramètre de flottabilité. **Singh et al. [68]** ont étudié les caractéristiques d'un écoulement fluide et du transfert thermique en convection mixte le long d'un cylindre mince vertical en mouvement de rotation. Les effets de la rotation, la flottabilité ainsi que le paramètre d'injection/aspiration, ont été examiné. Il a été trouvé que les forces de flottabilité ont causé des dépassements considérables dans les profils de vitesses pour des valeurs réduites du nombre de Prandtl. **Revnic et al. [69]** ont examiné la convection mixte près du point de stagnation sur un cylindre vertical. Les équations du mouvement et de la température réduites aux équations de similarités. Les limites pour des nombres de Reynolds élevé et bas ont été traitées et de la solution dans la limite asymptotique avec un nombre de Prandtl élevé a été brièvement abordé. **Lok et al. [70]** ont considéré la convection mixte près du point de stagnation axisymétrique sur un cylindre vertical rallongé ou rétréci. Les équations résultantes ont été résolues numériquement dans les deux cas, écoulement aidé et opposé pour des valeurs représentatives des paramètres considérés. **Wang [71]** a étudié la convection naturelle par un cylindre vertical en mouvement. Les analyses asymptotiques pour des valeurs élevées du nombre de Reynolds ont montré la relation entre l'écoulement axisymétrique et l'écoulement bidimensionnel. La vitesse axiale formée par la convection forcée est due à la translation du cylindre et la convection naturelle par le cylindre chauffé. Il a été conclu, que le transfert thermique augment avec le nombre de Reynolds ainsi que le nombre de Prandtl. **Semenov [58]** a étudié numériquement la convection mixte sur un cylindre vertical, utilisant l'approche proposée par **Patankar et al. [59 et 72].**

L'étude de la convection mixte le long d'une aiguille fine verticale, en écoulement aidé et opposé, menée par **Ahmad et al. [73]** en 2007, a démontré que les caractéristiques du transfert thermique ainsi que celles de l'écoulement sont fortement influencées par le paramètre de la convection mixte et l'épaisseur de l'aiguille.

II.6. Magnétohydrodynamique

Plusieurs phénomènes naturels et d'ingénieries sont susceptibles aux analyses de la MHD. Les géophysiciens rencontrent les phénomènes de la MHD dans l'interaction entre fluides conductifs et un champ magnétique qui apparait dans et autour des corps solides. Les ingénieurs emploient les principes de la MHD dans le design des échangeurs thermiques, les pompes, propulsion des véhicules spatiaux, le chauffage des générateurs électriques nouvelle génération et le développement des schémas de confinement pour la fusion contrôlé. Pour cette catégorie et vu la nature du problème, on va citer quelques travaux relatifs à la MHD peut import l'aspect géométrique du problème.

Plusieurs auteurs ont étudié la convection naturelle de couches limites d'un fluide électriquement conducteur en présence d'un champ magnétique. L'écoulement de couches limites en convection naturelle d'un fluide électriquement conducteur le long d'une paroi verticale chauffé initialement en présence d'un champ magnétique intense a été étudié par **Sparrow et al. [74]**, **Riley [75]** et **Kuiken [76]** à cause de ses applications dans l'ingénierie nucléaire relative au refroidissement des réacteurs. **Emerly [77]** a étudié l'effet du champ magnétique sur la convection naturelle d'un fluide conducteur. Une analyse menée par **Goldstein et al. [78]**, pour la convection naturelle transitoire par un cylindre vertical dans un fluide initialement au repos. La transition est initiée par le changement de température sur la paroi du cylindre. Une solution exacte pour un écoulement soumis à un champ magnétique radial entre deux cylindres en mouvement de rotation a été obtenue par **Arora et al. [79]**. **Soundalgekar et al. [80]** ont étudié l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible et électriquement conducteur sur une plaque isotherme verticale utilisant la technique des différences finis. **Hossain et al. [81]** ont analysé l'effet combiné de la convection forcée et naturelle avec un flux thermique uniforme en présence d'un champ magnétique. Le transfert de chaleur et de mass par convection naturelle sur des électrodes cylindriques horizontaux a été étudié expérimentalement par **Sarac et al. [82]**. Les résultats inclurent l'utilisation du nombre de Grashof combiné pour l'énergie et la concentration sur les effets de flottabilité. **Murty [83]** a examiné la couche limite thermique sur une plaque semi infinie en mouvement continu en présence d'un champ magnétique transversal avec flux thermique. Cette investigation a indiqué une chute de température de la couche limite thermique, avec l'augmentation du paramètre magnétique. **Hossain [84]**, a présenté l'effet du chauffage sur l'écoulement d'un fluide conducteur, visqueux et incompressible, par une plaque semi infini en laquelle la température varie linéairement avec la distance, et en présence d'un champ magnétique transversal uniforme. **Josserand et al. [85]** ont présenté des solutions numériques pour de faibles valeurs du nombre de Prandtl correspondants à un métal liquide de refroidissement, en présence d'un champ magnétique large. La distribution de pression autour d'un cylindre placé dans l'écoulement du fluide métal liquide a été considérée. Il a été trouvé que le frottement due à la pression est réduit par les forces électromagnétiques. Aussi, il a été montré que pour une valeur donnée du champ magnétique, la région de Von Karman sera supprimée. **Pop et al. [86]** ont présenté une solution numérique du problème de convection forcée d'un fluide incompressible conducteur par une plaque semi infinie en présence d'un champ magnétique externe. **Shankar et al. [87]** ont présenté l'effet de transfert de mass sur un écoulement MHD le long d'une plaque vertical infini soumise à des températures variables et un flux de chaleur constant. Le problème a été résolu par une méthode de différences finis explicite. Il a été trouvé qu'en augmentant le nombre de Schmidt, le frottement augment.

II.7. Transfert de chaleur et de masse

Gebhart et Pera [88] ont étudié le problème des flux de convection naturelle laminaire en régime stationnaire résultant des effets combinés de la flottabilité de la diffusion thermique et de la masse sur les surfaces verticales avec conditions de surface $T'_w - T'_\infty = ax^n$ et $C'_w - C'_\infty = bx^m$. Ils ont indiqué que la solution de similarité n'existait que lorsque les exposants n et m étaient égaux. Des solutions de similarité ont été obtenues avec température et concentration uniformes pour les écoulements de plume qui augmentent librement. Les résultats ont été présentés pour l'air et l'eau pour différentes valeurs du nombre de Schmidt et pour de multiples effets de flottabilité, avec des flux aidés et opposés. Ils comprenaient un excellent état de l'art, qui couvrait tout le travail effectué dans ce domaine jusqu'en 1971. **Bottemanne [89]** a présenté une solution expérimentale pour le transfert simultané de la chaleur et de la masse dans une couche limite laminaire, stationnaire, en convection naturel sur un cylindre vertical. Les résultats ont été donnés pour le cas de *Pr* = 0,71 et *Sc* = 0,63. Les résultats se sont avérés être en accord étroit avec la théorie de la couche limite convective classique sur une plaque verticale. **Chen et Yuh [90]** ont étudié les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse en convection naturel le long d'un cylindre vertical. La surface du cylindre a été maintenue à une température/concentration uniforme ou soumise à un flux de chaleur/masse uniforme. Leur étude couvre un large éventail de nombres Prandtl. Des résultats numériques ont été obtenus pour la diffusion des espèces dans l'air et l'eau. Ils ont conclu que la force combinée de la flottabilité de la diffusion thermique des espèces fournissait des valeurs plus importantes des nombres de Nusselt et Sherwood pour un flux de chaleur/masse uniforme en surface que pour une température/concentration uniforme. **Yucel [91]** a étudié le transfert combiné de chaleur et de masse en convection naturelle le long d'un cylindre vertical dans un milieu poreux saturé. Les caractéristiques du champ d'écoulement ont été analysées en détail pour les deux cas où les gradients de concentration pourraient aider ou s'opposer aux forces de flottabilité thermique. L'effet de la courbure, le paramètre de flottabilité et le nombre de Lewis sur la température, la concentration et les champs d'écoulement et sur les taux de transfert de chaleur et de masse ont également été discutés.

Le flux de convection mixte MHD autour d'un cylindre vertical immergé dans un milieu poreux a été considéré par **Aldoss [92]**, en utilisant un modèle non-Darcien. On a constaté que le champ magnétique avait un comportement différent dans le régime dominé par la convection forcée que dans le régime dominé par la convection naturelle.

Le transfert de chaleur et de masse le long d'une plaque verticale sous les effets combinés de la force de flottabilité de la diffusion thermique et des espèces en présence d'un champ magnétique ont été étudiés par **Elbashbeshy [93]**. On a noté que la contrainte locale de cisaillement à la paroi diminue avec l'augmentation du paramètre magnétique et augmente avec un nombre croissant de Prandtl.

II.8. Etudes expérimentales

Bien que beaucoup de travaux classiques sur le transfert thermique par convection naturelle le long des cylindres verticaux isothermes aient été signalés, il y a eu un intérêt récent sur le sujet décrit un article de critique contemporain en 2008 **Popiel [94]**. En 2003, **Muñoz-Cobo et al. [29]** ont étudié les répartitions de température par la loi de puissance suivie par le travail de **Lee et al. [40]**. En outre, plusieurs chercheurs ont récemment utilisé soit des moyens expérimentaux **[95, 90]**, soit des techniques analytiques et numériques **[32]** pour étudier le transfert convectif à partir d'un cylindre vertical.

Popiel et al. [96] ont mené une étude expérimentale sur la convection naturelle à partir d'un cylindre vertical isotherme. Les auteurs **[30]**, en utilisant les données rapportées dans **[26]**, proposent une nouvelle limite pour laquelle la solution à plaque plate peut être utilisée pour approximation des nombres de Nusselt avec une erreur de 3% **[97] :**

$$Gr_L^{0.25}\frac{D}{L} \leq a + \frac{b}{Pr^{0.5}} + \frac{C}{Pr^2} \qquad \text{(II.6)}$$

Où : a= 11.474, b=48.92, et c =-0.0006085. En outre, des expériences ont été menées sur un cylindre vertical isotherme avec une surface supérieur isolé situé sur une surface isolée pour Pr = 0,71, 1,5x10^8 < Ra_L <1,1x10^9 et 0 <L/D <60. Les résultats de cette étude ont été corrélés dans l'équation suivante **[97]** :

$$Nu_L \leq ARa_L^n \qquad \text{(II.7)}$$

Où **[97]** :

$$A = 0.519 + 0.03454\frac{L}{D} + 0.0008772\left(\frac{L}{D}\right)^2 + 8.855\,.\,10^{-6}\left(\frac{L}{D}\right)^3 \qquad \text{(II.8)}$$

Et **[97]** :

$$n = 0.25 - 0.00253\frac{L}{D} + 1.152\,.\,10^{-5}\left(\frac{L}{D}\right)^2 \qquad \text{(II.9)}$$

Leurs résultats concordent assez bien avec **Cebeci [26]** pour les valeurs supérieures du nombre de Rayleigh qui ont été étudiés.

Oosthuizen et Barnes [98] ont réalisé une étude expérimentale des taux moyens de transfert de chaleur par convection combinés des cylindres oblongs à l'air. **Fand et Keswani [99]** ont expérimentalement étudié le taux de transfert de chaleur dans le transfert combiné de chaleur à convection naturelle et forcée d'un cylindre horizontal à l'eau dans la configuration à écoulement transversal. Selon la valeur du nombre de

Richardson (*Ri*), ils ont identifié quatre régimes de transfert de chaleur. Ils ont conclu que lorsque ($Ri \leq 1$), l'effet de flottabilité était insignifiant dans le flux tandis que, pour ($Ri \geq 1$), il est devenu plus important. **Oosthuizen et Bishop [100]** ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur par convection mixte à partir de cylindres carrés. **Oosthuizen et Henderson [101]** ont effectué une étude expérimentale du transfert de chaleur par convection mixte à partir de cylindres en tandem dans un flux d'air horizontal. **Hu et al. [102]** ont étudié expérimentalement le comportement de réveil derrière un cylindre circulaire chauffé dans des régimes de convection forcée et mixte. L'expérience a été menée dans un canal d'eau avec la température et le nombre de Reynolds du flux d'approche était considéré comme constant. En augmentant le nombre de Richardson, des modifications importantes de l'instabilité du sillage ont été révélées à la fois à partir d'images de visualisation de flux qualitatif et de champs de vitesse et de température simultanés quantitatifs. L'effet de flottabilité sur l'instabilité du sillage du cylindre chauffé a été discuté en termes de diagramme et de fréquence de déversement du vortex, de la distribution de flux de chaleur turbulente, de la longueur de fermeture du réveil et du nombre de Nusselt moyen du cylindre chauffé. **Champigny et al. [103]** ont étudié expérimentalement les flux de convection mixte et les transferts de chaleur associés, autour d'un grand cylindre vertical. L'expérience comprenait un cylindre chauffé fini refroidi par un flux d'air transversal, à l'intérieur d'un tunnel isolé où le nombre de Reynolds était de 43000. Les profils et températures de l'air et les températures des parois des cylindres émis à partir des calculs numériques ont été analysés et les résultats moyens ont été comparés aux expérimentaux ceux. **Mohammed et Salman [104]** ont effectué des expériences pour étudier le transfert de chaleur local et moyen par convection mixte pour un flux d'air laminaire entièrement développé, hydrodynamique et thermiquement développé dans un cylindre circulaire incliné. L'enquête couvrait le nombre de Reynolds de 400 à 1600, le flux de chaleur variait de 70 W/m^2 à 400 W/m^2 et les angles d'inclinaison du cylindre incluent 30°, 45° et 60°. Les résultats ont présenté la répartition de la température de surface le long de la longueur du cylindre, distribution locale et moyenne du nombre de Nusselt avec la distance axiale sans dimension. Pour toutes les sections d'entrée, les résultats ont montré une augmentation des valeurs de nombre de Nusselt à mesure que le flux de chaleur augmentait et que l'angle de l'inclinaison du cylindre est passé de ($\theta = 60°$) cylindre incliné au cylindre horizontal ($\theta = 0°$). En outre, les nombres moyens de Nusselt ont été corrélés avec les nombres de Rayleigh / Reynolds dans les corrélations empiriques. **Mohammed et Salman [105]** ont expérimentalement étudié le transfert combiné de chaleur par convection dans un cylindre circulaire vertical pour l'assistance, le développement thermique et l'écoulement d'air laminaire thermiquement entièrement développé dans des conditions aux limites de flux de chaleur à paroi constante. Ils ont examiné l'effet d'angle d'inclinaison du cylindre sur le processus de transfert de chaleur par convection mixte. La configuration expérimentale consistait en un cylindre en aluminium avec un diamètre intérieur (30 mm) et une longueur chauffée de 900 mm (L/D=30). Ils ont conclu que pour le même flux de chaleur et le faible nombre de Reynolds, le nombre local de Nusselt augmentait comme cylindre angle d'inclinaison déplacé vers le cylindre horizontal. On a également constaté

que la valeur inférieure du nombre local de Nusselt se produisait à un cylindre vertical (θ =90°) et la valeur supérieure se produisait à un cylindre horizontal (θ=0°) lorsque la convection libre était le facteur dominant du processus de transfert de chaleur **[106]**.

II.9. Les Nanofluides en transfert thermique

Depuis la découverte initiale des augmentations anormales de la conductivité thermique des suspensions de particules fluides (nanofluides), elles sont devenues le sujet de nombreuses recherches **[107]**.

Afin d'apprécier les concepts impliqués, une bonne compréhension des fondements du mécanisme de base qui régit le comportement de la conductivité thermique efficace des suspensions de nanoparticules est nécessaire. L'amélioration efficace de la conductivité thermique réalisable par les suspensions de nanoparticules est due à deux mécanismes différents. La première est la contribution résultant de la conductivité thermique de la nanoparticule, qui peut être plus grande ou dans certaines situations, inférieure à celle du fluide de base, et la deuxième contribution est due au mouvement des nanoparticules elles-mêmes, ce qui produit un transport thermique amélioré **[107]**.

D'autres propriétés potentiellement utiles des nanofluides ont également été étudiées de manière approfondie, mais notre compréhension fondamentale des mécanismes qui créent ces propriétés passionnantes et prometteuses est limitée. Ce manque de compréhension limite les possibilités d'utilisation des nanofluides et notre capacité à les modéliser avec précision. En conséquence, d'autres recherches expérimentales et numériques sont nécessaires qui aideront à mieux comprendre les flux de nanofluides et leurs propriétés de transfert de chaleur. L'une des premières recherches théoriques concernant la conductivité thermique efficace des suspensions de particules fluides a été menée par **Maxwell en 1873 [107]**.

Maxwell [108] aurait été le premier à expliquer que l'addition de particules à un fluide de base créait un mélange en suspension qui pourrait entraîner une conductivité thermique efficace améliorée en raison de la modification de la propriété en vrac combinée de la base liquide et les particules. À l'aide de cette approche, Maxwell a développé une expression analytique qui a servi de base à de nombreuses études théoriques sur la conductivité thermique efficace. Son modèle, lorsqu'il est combiné avec des travaux d'autres auteurs nombreux, a été observé pour prédire avec précision la conductivité thermique efficace des suspensions de particules lorsque les particules sont relativement grandes, mais semblent ne pas être aussi précises pour les suspensions où les particules sont très petites, tout comme les cas pour les suspensions de nanoparticules. L'expression empirique résultante est **[108]** :

$$\frac{k_{eff}}{k_l} = \frac{2k_L + k_s + 2\varphi_s(k_s - k_L)}{2k_L + k_s - \varphi_s(k_s - k_L)} \qquad \text{(II.10)}$$

Où k_{eff}, k_S et k_L sont les conductivités thermiques total, de suspension et de liquides respectivement, et φ_s donne la fraction volumique des nanoparticules ;

Malheureusement, cette expression empirique a une capacité prédictive limitée, mais depuis lors, plusieurs autres recherches se sont développées sur ce travail original avec un certain succès **[109, 110, 111, 112]**. Alors que l'expérimentation initiale **[113, 114, 115, 116, 117]** sur la conductivité thermique efficace de la suspension de nanoparticules n'a été réalisée que jusqu'à la fin du siècle dernier, d'autres équations empiriques approximatives ont été développées **[118]**. En 2004, les enquêtes systématiques sur des tests expérimentaux et de modélisation **[119]** ont révélé que la plupart des modèles étaient de nature phénoménologique et qu'ils abordaient en partie les problèmes.

En 2008, **Emily Pfautsch [120]** a étudié la convection forcée dans les nanofluides sur une plaque plate. Son travail a analysé les caractéristiques, le développement du flux et le coefficient de transfert de chaleur des nanofluides en convection forcée laminaire sur une plaque plate. Dans ses études, un système d'équations d'impulsion, d'énergie et de continuité a été développé et résolu en utilisant les techniques disponibles dans Mathematica. Elle a conclu que la variation de la distribution de la fraction de volume des nanoparticules a montré qu'il est important que les nanoparticules restent uniformément suspendues tout au long du flux pour qu'il y ait des améliorations appréciables dans le coefficient de transfert de chaleur. Ce travail a en outre révélé que, à mesure que la taille des nanoparticules diminuait au-dessous d'un seuil, une augmentation appréciable (c. 16%) a été observée dans le coefficient de transfert de chaleur pour le nanofluide à base d'eau et une augmentation significative (c. 100%) observé pour le nanofluide à base d'éthylène glycol. On peut conclure que son travail a montré que la diminution de la taille des nanoparticules produit une dispersion appréciable de la fraction de volume de nanoparticules plus loin des limites solides, ce qui réduit la température dans la région de la couche limite **[119]**.

La densité effective du nanofluide est également donnée comme suit **[120]** :

$$\rho = (1 - \varphi_s)\rho_L + \varphi_s\rho_s \tag{II.11}$$

La diffusivité thermique du nanofluide est donnée comme suit **[120]** :

$$\alpha_{eff} = \frac{k_{eff}}{(\rho C_p)_{eff}} \tag{II.12}$$

Où la capacité thermique du nanofluide est donnée par **[120]** :

$$(\rho C_p)_{eff} = (1 - \varphi_s)(\rho C_p)_L + \varphi_s(\rho C_p)_s \tag{II.13}$$

Où le coefficient de dilatation thermique du nanofluide peut être déterminé à partir de **[120]** :

$$(\rho\beta')_{eff} = (1-\varphi_s)(\rho\beta')_L + \varphi_s(\rho\beta')_s \quad \text{(II.14)}$$

La viscosité dynamique efficace des nanofluides donné par **Brinkman [121]** est :

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_L}{(1-\varphi_s)^{2.5}} \quad \text{(II.15)}$$

Ce travail a également démontré que l'efficacité des nanofluides dépendait non seulement de la conductivité thermique améliorée, mais aussi d'autres propriétés telles que la viscosité et la chaleur spécifique. La pensée actuelle est que nous devrons peut-être appliquer les équations de Navier Stokes, d'énergie et de continuité afin d'aider à expliquer les variations de la propriété des flux dans le flux de microfluides, avec le transfert de chaleur.

D'autres études sur les suspensions de particules solides (millimètres et micromètres) dans des liquides pour le transfert de chaleur et d'autres applications ont été rapportées. **Lee et al. [122]** ont produit des nanofluides d'oxyde de cuivre et d'oxyde d'aluminium et ont mesuré leurs conductivités thermiques à l'aide de la méthode transitoire de fil chaud. Les résultats ont montré que les nanofluides contenant une petite quantité de nanoparticules ont démontré des conductivités thermiques plus élevées que les mêmes liquides sans nanoparticules. Les études menées par **Eastman et al. [123]** utilisant des particules de cuivre et des particules d'oxyde dans l'éthylène glycol indiquent que les nanofluides présentent des propriétés de transfert de chaleur supérieures par rapport aux fluides de transfert de chaleur classiques. D'autres études expérimentales, qui ont montré que les nanofluides présentent une meilleure chaleur, les caractéristiques de transfert que les fluides de transfert de chaleur traditionnels incluent **[115, et 124-130]**.

Des études ont été réalisées pour expliquer les raisons de la performance thermique améliorée des nanofluides. Ces raisons incluent le transport thermique dans les nanoparticules, l'agrégation des nanoparticules, la dynamique brownienne et la thermophorèse. Les premières tentatives de prédiction des valeurs mesurées expérimentalement de la conductivité thermique des nanofluides ont été faites avec des théories existantes telles que **Maxwell [108]** et **Hamilton-Crosser [118]**. Cependant, ces théories prédisent des valeurs inférieures par rapport aux mesures expérimentales. Des théories telles que la théorie du nano layer, **Yu et Choi [129]**, la théorie de polarisation moyenne, **Xue [131]** et la nano-convection induite par le mouvement Brownien **[132-134]** ont également été rapportées. L'étude de **Yu et Choi [129]** a déterminé que la couche interfaciale solide-liquide dans le nanofluide joue un rôle important dans la conductivité thermique améliorée. **Yu et Choi [129]** ont modifié le modèle par **Maxwell [108]** pour inclure l'effet du nano layer. L'étude a proposé que le nano-couche de type solide se comporte comme un pont thermique entre une particule solide et un liquide en vrac. En utilisant une théorie moyenne efficace, la conductivité thermique équivalente de la particule équivalente a été calculée et utilisée pour modifier l'équation de Maxwell.

Timofeeva et al. [135] ont indiqué que l'état d'agglomération, la géométrie et la résistance de surface des nanoparticules sont les principales variables qui contrôlent l'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides. D'autres études sur le comportement sous-jacent du transfert d'énergie thermique dans les nanofluides comprennent **[173 et 136-143]**.

II.10. Objective de cette thèse

Cette partie de thèse est dédié à la compréhension et connaissance d'une importante quantité de travaux et publications sur les phénomènes de transport convectives. Après avoir parcouru les documents publiés lié à cette bibliographie, on a constaté que les études thermiques sur les aiguilles fines font très peu d'apparition dans la littérature, donc nous pensons que d'autres recherches analytiques, numériques et expérimentales sont nécessaires pour étudier le flux et les caractéristiques thermiques convectifs le long des aiguilles fines afin d'observer le comportement de différents paramètres intervenant dans les phénomènes.

Chapitre III

Formulation Mathématique

III.1. Introduction

D'une manière générale, la formulation mathématique d'un tel problème s'obtient en écrivant les théorèmes généraux de la mécanique des fluides et de la thermodynamique. Ces théorèmes traduisent la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et la conservation des espèces au sein du fluide. Dans ce chapitre, nous allons établir les équations qui nous permettrons de modéliser le problème, en se servant de la formulation intégrale des lois de conservations et en introduisant des hypothèses simplificatrices qui seront justifiées. Tout d'abord, nous allons introduire quelques notations et rappeler brièvement les outils nécessaires à l'établissement des équations.

III.1.1. Hypothèse de Prandtl (1904)

Dans un écoulement suffisamment rapide ou suffisamment étendu, les forces de viscosité ne jouent que dans un très petit domaine au voisinage des surfaces fixes qui limitent l'écoulement. Sur ces surfaces fixes, la vitesse du fluide est nulle. A l'extérieur du domaine appelé couche limite, les vitesses du fluide sont celles de l'écoulement en fluide parfait qui ne tient pas compte des forces de viscosité.

III.2. Le concept de couche limite laminaire

La définition même de la couche limite réside dans le fait qu'elle représente la région de l'écoulement où les effets visqueux sont au moins aussi importants que les effets inertiels (en termes d'ordre de grandeur). Ce n'est en effet pas le cas loin de la paroi, où l'écoulement est alors dit « d'Euler », et où les effets visqueux ne se font pratiquement pas ressentir **[1]**.

De façon classique, on distingue dans les fluides en mouvement des écoulements libres, des écoulements internes et des écoulements externes. Dans ce manuscrit, on va exclusivement considérer les écoulements externes. Cette classification structurelle est dictée par la géométrie des domaines fluides. Les écoulements externes occupent une position intermédiaire, à l'opposé des écoulements libre et interne, avec à la fois des conditions à l'infini et des conditions de paroi[1].

L'exemple le plus simple d'écoulement externe est celui d'un fluide qui arrive à une vitesse uniforme U_∞ parallèlement à la paroi de l'aiguille. Au voisinage de la surface, il s'établit un gradient de vitesse, dû au phénomène de viscosité : plus on se rapproche de la paroi, plus le fluide est freiné, la vitesse étant nulle à la surface (condition d'adhérence à la paroi). Ceci conduit à une structure de "couche limite", où une redistribution dans le champ de vitesse s'accompagne d'une diffusion de quantité de mouvement, soit par un mécanisme visqueux (couche limite laminaire), soit par un mécanisme tourbillonnaire (couche limite turbulente). Par commodité on définit de façon conventionnelle une "épaisseur de couche limite dynamique δ" correspondant en gros à la zone dans laquelle la variation de vitesse est la plus marquée[2].

On considère que l'écoulement incident soit à une température uniforme T_∞, et que la surface soit maintenue à une température T_w également uniforme mais différente de T_∞. En explorant le champ de température T perpendiculairement à la surface de l'aiguille, selon l'ordonnée r, on observera une variation progressive de T_w à T_∞, d'abord rapide puis de plus en plus lente à mesure qu'on pénètre dans l'écoulement. La figure. IV.1 illustre le cas où T_w est supérieure à T_∞. **[2]** La région dans laquelle T varie de façon significative est appelée "couche limite thermique".

Il saute aux yeux que la définition précédente a un caractère bien vague. Le problème était d'ailleurs le même avec la couche limite dynamique, et il sera abordé dans le même esprit, à savoir une définition conventionnelle de "l'épaisseur de couche limite δ". La définition de cette grandeur est très importante dans notre cas, rappelant que par définition, une aiguille fine est un corps de révolution dont le diamètre est du même ordre que la couche limite qui se développe.

Tout d'abord, pour situer la température T relativement aux conditions aux limites T_w et T_∞, on introduit la grandeur adimensionnée θ^* **[2, 145]** :

$$\theta^* = \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} \qquad \text{(III.1)}$$

[1] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références : **[1], [144] et [145].**
[2] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références : **[2], [144] et [145].**

Qui est positive et inférieure à 1 ; Nous déciderons alors que, à l'abscisse L (selon la coordonnée parallèle à l'écoulement), la couche limite thermique possède une épaisseur $\delta_T(L)$ telle que **[2, 145]** :

$$\frac{T(\delta_T) - T_w}{T_\infty - T_w} = \theta^*(\delta_T) = 0.99 \qquad \text{(III.2)}$$

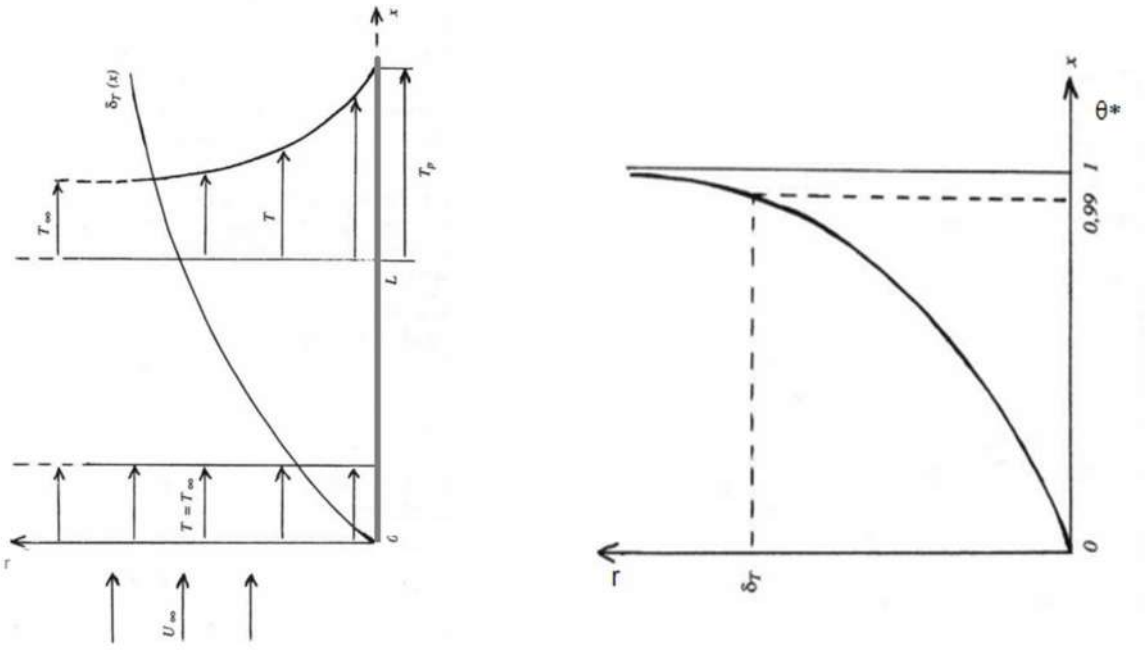


Figure III.1. Couche limite thermique. (a) : répartition transversale de température T-Tw à une distance L de l'origine (Tw>T∞) et évolution de l'épaisseur de couche limite thermique δT. (b) : caractérisation de δT ***[2]***

Autrement dit, à l'ordonnée δ_T, l'écart de température par rapport à la surface est égal à 99% de l'écart total $T_\infty - T_w$ (fig. III.1.b). Cette condition normative est tout à fait générale, et ne fait pas forcément référence aux caractéristiques de la couche limite de notre étude[3].

L'expérience montre que δ_T évolue le long de la paroi, et que la couche limite thermique s'épaissit quand on s'éloigne du bord d'attaque (fig. III.1.a). En cela, son comportement est parallèle à celui de la couche limite dynamique, du moins dans ce cas particulier. A l'origine, le profil de température est uniforme ; puis l'influence de T_w se fait sentir progressivement dans le fluide, ce qui se traduit par l'apparition d'un gradient de température, accompagné d'un flux de chaleur dirigé de la paroi vers le fluide. Ainsi, de même que la couche limite dynamique est l'expression d'une diffusion de quantité de

[3] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références **: [1], [2] et [106]**.

mouvement, la couche limite thermique résulte de la diffusion thermique dans le fluide en mouvement[4].

Les épaisseurs de couche limite δ et δ_T dépendront donc des propriétés thermo-physiques du fluide : viscosité cinématique ν pour δ, diffusivité thermique α pour δ_T, et, sauf cas particulier, δ_T sera différente de δ. Enfin, bien évidemment, si fluide et paroi sont à la même température, il n'y a plus de couche limite thermique[5].

Sur la base de cette interprétation physique, on se doute a priori que dans la couche limite laminaire la condition $\alpha << \nu$ se traduira par une couche limite thermique moins épaisse que la couche limite dynamique, et vice-versa. C'est donc en fait le rapport ν/α, c'est-à-dire le nombre de Prandtl *Pr*, qui va gouverner le rapport δ/δ_T. Les calculs qui vont suivre, ainsi que l'expérience, confirmeront la validité de ce raisonnement **[2, 145]**.

Des théories spéciales pour ces régions (couches limites) ont été développées. En résolvant la plupart des problèmes convectifs de transfert de chaleur et de masse, le problème dynamique de fluide correspondant doit d'abord être résolu, à condition qu'il ne soit pas complètement couplé aux problèmes de transfert de chaleur et de masse. Pour nous aider dans ce travail, trois paramètres sans dimension sont définis. Ceux-ci ont des interprétations physiques qui se rapportent aux conditions dans l'écoulement **[1]**.

Le premier d'entre eux est le nombre de Reynolds, *Re*, qui peut être interprété comme le rapport des forces d'inertie aux forces visqueuses **[4]** ;

$$Re = \frac{UL}{\nu} \tag{III.3}$$

Où : U est la vitesse *(m.s^{-1})*, ν est la viscosité cinématique du fluide (m^2.s^{-1}), et L la longueur caractéristique dépendante de la géométrie de l'écoulement *(m)*.

Deuxièmement, le nombre de Prandtl, *Pr*, qui fournit une mesure de l'efficacité relative du mouvement et de l'énergie par diffusion dans la vitesse et la couche limite thermique, respectivement **[2] :**

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \tag{III.4}$$

Où : α est la diffusivité thermique du fluide. *Pr* peut varier de 10^{-3} pour les métaux liquides à 4 000 pour les huiles très visqueuses. La valeur de *Pr* influence fortement la croissance relative de la vitesse et des couches limites thermiques. Si $Pr << 1$, le taux de diffusion d'énergie dépasse grandement le taux de diffusion de mouvement, c'est-à-dire que la couche limite thermique se développe beaucoup plus rapidement que la couche limite dynamique. Dans de tels problèmes, une petite erreur est introduite si la vitesse dans la couche limite thermique est supposée être la vitesse globale U_∞. D'autre part, lorsque le nombre de Prandtl est très élevé, la couche de limite dynamique se développe plus rapidement et sera beaucoup plus épaisse que son homologue thermique. Dans de

[4] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références **: [1], [2], [4] et [145].**
[5] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références **: [2], [4] et [145].**

tels cas, des solutions simples peuvent être obtenues en supposant un profil de vitesse approximativement linéaire à l'intérieur de la couche limite thermique. Pour les gaz, *Pr* est proche de l'unité, indiquant que le transfert d'énergie et de mouvement par diffusion est de proportions comparables[6].

Enfin, il existe le nombre de Schmidt, *Sc*, qui est une mesure de l'efficacité relative du transfert de mouvement et de masse par diffusion dans les couches limites dynamique et de concentration, respectivement **[146]**.

$$Sc = \frac{\nu}{D} \tag{III.5}$$

Où : *D* est le coefficient de diffusivité moléculaire *($m^2.s^{-1}$)*.

III.3. Equations gouvernantes

La solution numérique du transfert de chaleur, d'écoulement de fluides et d'autres processus connexes repose sur la résolution de certaines équations de conservation, qui régissent les processus. Ces les équations de masse, de mouvement, de l'énergie et d'espèces contenu dans un volume de contrôle lorsqu'on le suit dans son mouvement. Cette approche qui consiste à faire un bilan des quantités transportées et produites au cours du temps, dans un volume élémentaire de contrôle sont dérivées et expliquées dans une variété de manuels scolaires. Dans la suite de ce chapitre, ils sont exprimés en coordonnées cylindriques (r, θ, x) avec les composants de vitesse u, v et w. Notre système est supposé axisymétrique, donc il n'y a pas de variations ou de gradients dans la direction azimutale (θ)[7].

III.3.1. Equation de continuité

Cette équation est l'équation locale de bilan de masse, dite équation de continuité, qui traduit la conservation de la masse au cours du temps dans le volume de contrôle en l'absence de source ou de puits de matière. En partant du principe que **[1, 149]** :

$$\frac{d}{dt}m = \frac{d}{dt}\iiint \rho dv \tag{III.6}$$

On peut encore développer et ensuite simplifier cette équation en considère que le volume ne varie pas au cours du temps, ce qui signifie que la variation de matière dans un volume donné est uniquement produite par la matière qui entre ou qui sort de ce volume

[6] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références **: [2], [144] et [145].**

[7] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références **: [2], [144], [145] et [148].**

de contrôle. Et par conséquent, l'équation de continuité s'écrit de la façon suivante **[1, 149]** :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\,(\rho\,\vec{V}) = 0 \tag{III.7}$$

L'équation de conservation de masse (ou de continuité) en régime permanant s'exprime donc par **[149]** :

$$div\,\rho\,\vec{V} = 0 \tag{III.8}$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial(r\rho v)}{\partial r} = 0 \tag{III.9}$$

Pour un fluide incompressible **[149]** :

$$div\ \vec{V} = 0 \tag{III.10}$$

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \tag{III.11}$$

Et enfin :

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{III.12}$$

III.3.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de quantités de mouvement stipule que la somme algébrique de toutes les forces agissant sur un petit volume de fluide est égale à zéro. C'est une équation vectorielle et, dans un cadre de référence inertiel, la forme différentielle de l'équation du mouvement est donnée comme suit **[149]** :

$$\frac{\partial(\overrightarrow{\rho V})}{\partial t} + \nabla.(\rho VV) = \rho F_p - \nabla P + \nabla.(\tau) + \rho F \tag{III.13}$$

Où : P, τ, F_p et F, sont la pression statique, tenseur de contraintes, la force gravitationnelle et les forces externes, respectivement.

Le tenseur de contraintes τ est donné par **[149]** :

$$\tau = \mu\left[(\nabla V + \nabla V^T) - \frac{2}{3}\nabla.(VI)\right] \tag{III.14}$$

Où : μ est la viscosité dynamique, I est le tenseur unitaire. Le second terme dans la partie droite de l'Eq. (III.11) représente l'effet de la dilatation volumique.

Dans le bilan de quantité de mouvement, nous allons a priori partir par l'hypothèse d'un écoulement laminaire bidimensionnel (x, r), (u, v) en régime permanent et en négligeant les contraintes externes de dilatations et la variation de pression dans la direction radiale, ce qui nous conduit à **[2, 149]** :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial x}(r\rho uu) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho vu) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\mu\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] + F_p + F \qquad \text{(III.15)}$$

Et

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \qquad \text{(III.16)}$$

On sait que F_p représente ici le champ de pesanteur, F, les forces externes ; Le premier terme de l'équation représente le taux d'augmentation de quantité de mouvement par unité de volume dans le volume de contrôle. Le deuxième terme correspond au taux de quantité de mouvement perdu par convection (par unité de volume) à travers la surface de contrôle. Pour le cas d'un écoulement incompressible : $\nabla.\vec{V} = 0$, on obtient ainsi l'équation[8] :

$$u\frac{\partial}{\partial x}(u) + v\frac{\partial}{\partial r}(u) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + F_p + F \qquad \text{(III.17)}$$

Où : ν est la viscosité cinématique *($m^2.s^{-1}$)*.

L'approximation de Boussinesq

Cette approximation est essentielle lorsqu'on parle de convection naturelle ou mixte, où on considère des fluctuations de densité exclusivement dues à des variations de température, et suffisamment faibles pour ne pas remettre en question l'hypothèse d'incompressibilité et modifier la conservation de l'énergie. La température est donc considérée comme un scalaire dans l'équation de l'énergie.

L'approximation de Boussinesq consiste donc à introduire l'hypothèse d'incompressibilité pour les écoulements à faible variation de masse volumique. Le postulat fondamental est que les variations de masse volumique par rapport à une masse volumique de référence ne sont importantes que dans le terme d'Archimède de l'équation du mouvement. Ce postulat implique d'autres conséquences tell que les différentes propriétés thermodynamiques et de transport du fluide sont indépendantes de la température et de la pression. Et considère que la masse volumique dépond linéairement de la température et de la concentration lorsqu'il s'agira du transfert de chaleur et de masse **[147, 148]**.

[8] Pour la rédaction de cette partie, nous nous sommes inspiré des références **: [1], [2] et [149].**

On considère maintenant un fluide newtonien et on admet donc selon le contexte :

$$\rho_\infty = cte \tag{III.18}$$

Où : $\rho = \rho\ (T)$ Indépendant de p.

En raison des variations de température et de concentration, la variation de densité peut être exprimées par l'équation :

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial T'} dT' + \frac{\partial \rho}{\partial C'} dC' \tag{III.19}$$

Ici les effets de forces de flottabilités vont être exprimé en therme de coefficient volumétrique d'expansion thermique β, et d'expansion due à la concentration β^*.

Le coefficient volumétrique d'expansion thermique pour un fluide est défini par **[149]** :

$$\beta = \frac{1}{S}\left(\frac{\partial S}{\partial T'}\right)_{p,C'} \tag{III.20}$$

Où : S est le volume spécifique du fluide, il est représenté ici par ρ tel que **[149]** :

$$\beta = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T'}\right)_{p,C'} \tag{III.21}$$

De même, le coefficient de dilatation volumétrique due à la concentration peut être défini par l'équation **[149]** :

$$\beta^* = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial C'}\right)_{p,T'} \tag{III.22}$$

Au final, compte tenu des Eq. (III.19, III.21 et III.22), on peut écrire cette équation **[2, 149]** :

$$\rho_\infty - \rho = \rho_\infty g\beta(T - T_\infty) + \rho_\infty g\beta^*(C - C_\infty) \tag{III.23}$$

Plaçons-nous à présent dans un cadre un peu moins général : on considère toujours une aiguille verticale, et un fluide immobile et isotherme au loin ; mais nous n'imposerons pas de restrictions particulières à la température de paroi T_w, qui pourra donc dépendre de x. Voyons alors ce que deviennent les équations générales (III.14), en nous limitant ici à la zone d'écoulement laminaire. Les caractéristiques observées de l'écoulement à

proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique à savoir selon l'hypothèse de Prandtl :

$$v \ll u \quad et \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) \tag{III.24}$$

En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement on admettra toujours que les gradients de pression induits par le champ de vitesse dans la direction *r* sont faibles. Autrement dit,

$$\frac{dP}{dr} \approx 0 \quad (2^{\text{ème}} \text{ hypothèse de Prandtl}) \tag{III.25}$$

L'équation de quantité de mouvement (III.17) devient alors[9] :

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = g\beta(T - T\infty) + g\beta^*(C - C_\infty) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + F \tag{III.26}$$

III.3.3. Equation de conservation de l'énergie

Afin d'incorporer l'effet de différents modes de transfert de chaleur, l'équation d'énergie dans le processus de transfert de chaleur doit être modifiée. La forme différentielle générale de l'équation de conservation d'énergie est donnée comme suit **[2]**:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u h) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v h) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k_{eff}}{C_p}\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{k_{eff}}{C_p}\frac{\partial h}{\partial r}\right) + S_h \tag{III.27}$$

Il est maintenant possible de simplifier cette équation. On peut notamment utiliser les hypothèses générales dans notre étude. Avec h est l'enthalpie spécifique du fluide et k_{eff} est la conductivité thermique effective défini de manière analogue à la viscosité, C_p est la capacité calorifique spécifique du fluide, et S_h est le terme source, Qui peut contenir le transfert de chaleur par rayonnement et génération de chaleur par effets de la dissipation visqueuse (frottement interne dans le fluide). On va considérer dans notre étude le cas de la dissipation thermique due au champ magnétique. En utilisant la relation $C_p = \frac{dh}{dT}$, on obtient alors, l'équation de conservation de l'énergie sous la forme Cartésienne :

$$\rho\frac{\partial(V_i T)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i}\left(\alpha\frac{\partial T}{\partial X_i}\right) + S \tag{III.28}$$

[9] Cette équation a été rédiger en appuient sur les formulations mathématiques des références : **[1], [2], [148] et [149].**

III.3.4. Equation de conservation des espèces

Par analogie avec L'équation de l'énergie, tout en considérant les hypothèses primaires, l'équation de conservation des espèces (concentration) peut être écrite sous la forme cartésienne comme suit **[2]** :

$$\rho \frac{\partial (V_i C)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i}\left(D \frac{\partial C}{\partial X_i}\right) \qquad \text{(III.29)}$$

Cette loi traduit la conservation de la masse de l'espèce en l'absence de réaction chimique.

III.4. Effets de flottabilité vs effets d'inertie

Le nombre de Richardson *Ri* représente le rapport des forces d'Archimède aux forces d'inertie et est donc une expression de l'intensité de la convection mixte. Cette représentation n'est toutefois pas universelle, comme le sont respectivement les nombres de Reynolds et de Grashof pour les convections forcée et naturelle, dans la mesure où le nombre de Richardson n'intègre pas les effets de viscosité. Pour corréler les résultats expérimentaux, des nombres sans dimension caractérisant la convection mixte ont été définis. Ils s'écrivent de façon générale sous la forme **[150]** :

$$\frac{Gr}{Re^{1/n} Pr^{m}} \qquad \text{(III.30)}$$

Et traduisent l'influence relative des écoulements de convection naturelle et de convection forcée dans les régimes de convection mixte. Les exposants m et n dépendent de nombreux paramètres dont la géométrie, les conditions aux limites de paroi (Flux de paroi uniforme ou température de paroi uniforme), le régime d'écoulements, par exemple si l'écoulement est laminaire, m=0 si non m≠0…etc. Ces types de convection mixte (aidée ou opposée) n'interviennent pas dans cette définition **[150]**.

Lorsqu'un objet est partiellement ou totalement immergé dans un fluide, la force vers le haut exercée sur l'objet est appelée force de flottabilité. La valeur de cette force de flottabilité est égale au poids du fluide déplacé par l'objet[10].

La densité d'un fluide varie avec la température en ajoutant de la chaleur à ce fluide et le flux est induit par la force gravitationnelle agissant sur les variations de densité appelées flux de convection naturelle. Il s'agit simplement du thermo-siphonnement qui fait circuler le liquide sans pompe mécanique soit dans un circuit en boucle ouverte, soit en circuit fermé. En chauffant le fluide dans la boucle, il se dilate et devient moins dense et plus flottant que le fluide refroidisseur au bas de la boucle. En raison de la convection,

[10] Principe de la poussée d'Archimède.

le fluide chaud se déplace vers le haut dans le système remplacé par le fluide refroidisseur par la force gravitationnelle. Dans les flux de convection mixtes, les forces de flottabilité peuvent être désignées par le rapport des nombres de Grashof et Reynolds comme indiqué ci-dessous **[150]** ;

$$\lambda = \frac{Gr}{Re^{1/n}} \tag{III.31}$$

III.5. Hydromagnétique

Les équations générales de la magnétohydrodynamique sont des équations ordinaires d'hydrodynamique et d'électromagnétique, modifiées pour tenir compte de l'interaction entre la notion de fluide et le champ magnétique. En supposant que le fluide est électriquement conducteur.

III.5.1. Equations de Maxwell

Les équations classiques de Maxwell avec quelques approximations caractéristiques fournissent la partie électromagnétique des équations, c'est à dire que ses équations permettent de décrire les évolutions spatio-temporelles du champ électrique et du champ magnétique **[151, 152]**,

a. $div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow div\,\vec{D} = \rho$

b. $div\,\vec{B} = 0$

c. $\overrightarrow{rot}\vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t}$ (III.32)

d. $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\left(\vec{J} + \varepsilon\frac{-\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$

Soit l_0, t_0 et $V_0 = l_0/t_0$, la longueur, le temp, et la vitesse caractéristique du plasma. L'analyse dimensionnelle de l'équation (c) de Maxwell montre que **[151, 152]** :

$$\frac{E}{l_0} \sim \frac{b}{t_0} \tag{III.33}$$

Compte tenu de cette dernière relation et du fait que $V_0 << c$ (c'est à dire que les vitesses des électrons et ions sont non relativistes, où la force de Lorentz est plus petite que la force électrique), le second terme de l'équation (d) $\varepsilon\frac{-\partial \vec{E}}{\partial t}$ de Maxwell est négligeable devant le terme $\overrightarrow{rot}\vec{B}$ et devant la distribution de courant c'est-à-dire **[151, 152]** :

$$\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{J} \tag{III.34}$$

III.5.2. Forces de Lorentz

La force de Lorentz s'écrit **[152]** :

$$\vec{F} = -q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) \tag{III.35}$$

Et puisque

$$\vec{J} = nq\vec{v} \tag{III.36}$$

Alors la force de Lorentz pour les électrons, par unité de volume est **[152]** :

$$\vec{F}_{Lorentz} = \rho_e \vec{E} + \vec{J} \wedge \vec{B} \tag{III.37}$$

III.5.3. Equation de la magnétohydrodynamique

Les équations de la MHD que nous utiliserons par la suite sont constituées des équations de Maxwell et des équations de conservation de quantité de mouvement pour un fluide Newtonien. Compte tenu des équations (III.31-III36), et les hypothèses énoncées précédemment, l'expression de l'équation de la magnétohydrodynamique est :

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = F_p - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \vec{J} \wedge \vec{B} \tag{III.38}$$

III.5.4. Nombre de Reynolds magnétique

Le nombre de Reynolds magnétique est un paramètre important qui détermine si le champ magnétique évolue dans le temps par convection ou par diffusion, ou bien par concurrence relative des deux. Il est nécessaire de noter que dans notre cas, le nombre de Reynolds magnétique est supposé être très petit, et donc, le champ magnétique induit sera négligeable tout au long de cette étude.

III.6. Dissipation thermique

Ici, la dissipation en question utilisé dans ce manuscrit est la dissipation thermique par effet Joule, que l'on peut déterminer son expression à partir de l'équation de conservation d'énergie :

$$\rho C_p \underbrace{\left[\frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{v\nabla T}_{\text{Convection}}\right]}_{\text{Diffusion}} = \overbrace{\nabla.(\lambda\nabla T)}^{\text{Diffusion}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma}J^2}_{\substack{\text{Dissipation} \\ \text{par effet} \\ \text{Joule}}} + \overbrace{\phi}^{\substack{\text{Dissipation} \\ \text{visqueuse}}} + \underbrace{Q}_{\substack{\text{Source} \\ \text{thermique}}} \tag{III.39}$$

Lorsqu'il s'agit d'un champ magnétique, l'expression du terme Joule devient :

$$J = \sigma B_0 u \qquad \text{(III.40)}$$

III.7. Model physique

Le modèle physique schématisé sur la figure III.2 est considéré comme stationnaire, bidimensionnel et axisymétrique. Il s'agit d'une aiguille fine de longueur L disposé verticalement (parallèle au vecteur du champ gravitationnel) dans un milieu fluide visqueux, incompressible. Aussi, on considère deux cas de figures, aiguille isotherme et flux de chaleur uniforme à la paroi. L'aiguille commence à (x, r) = (0, 0), la couche limite donc commençant aussi par ces coordonnées est supposée laminaire les propriétés physiques du fluide sont supposées être constantes appart la variation de la densité qui est régit par l'approximation de Boussinesq (cas fluide newtonien) et l'approximation d'Oberbeck-Boussinesq (cas des nanofluides).

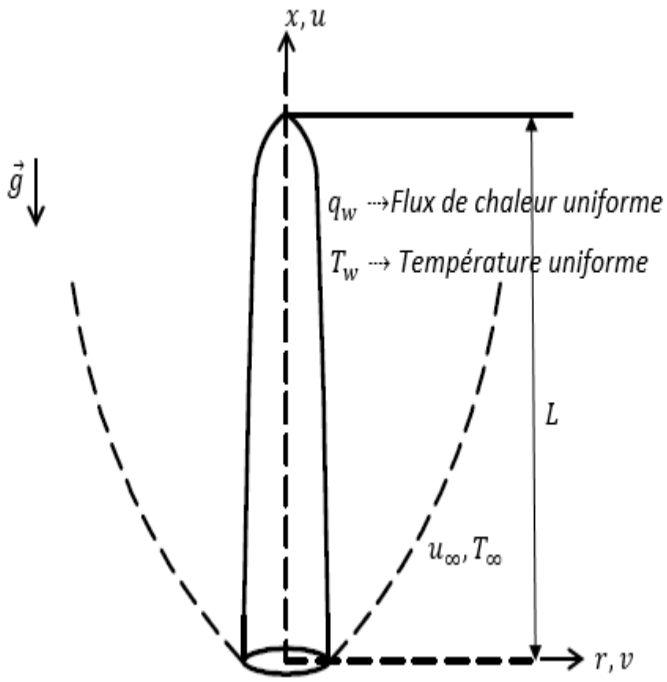


Figure III.2. Modèle physique

III.8. Adimensionnement

Rappelons simplement son essence, qui est de mettre en évidence des classes de phénomènes semblables, c'est-à-dire décrits par la même équation ou par le même système d'équations. Ceci peut être réalisé en adimensionnant les équations de bilans et en faisant apparaître des groupements sans dimension qui sont des critères de similitude associés à chaque terme de source (source de masse, de quantité de mouvement, d'énergie…). De la sorte, les solutions adimensionnées sont invariantes dans toute transformation du système physique qui garde constants les critères de similitude.

Plus modestement, un avantage majeur des formulations adimensionnelles est de diminuer le nombre de paramètres à manipuler, en les groupant au sein de "nombres sans dimension" **[2]**. Mais nous aurons l'occasion de rappeler plus loin qu'un nombre sans dimension n'est pas forcément un critère de similitude.

Au point de vue opérationnel, on procède ainsi **[2]** :

a. Choix de grandeurs de référence, conventionnelles mais significatives du problème physique examiné : L_0, U_0, ΔT, …etc.
b. Définition de variables adimensionnées : $x = \frac{\bar{x}}{L_0}, r = \frac{\bar{r}}{L_0}, u = \frac{\bar{u}}{U_0}$, …etc.
c. Introduction de ces variables dans les équations de bilans et réarrangement des facteurs pour que le terme de transport lié au mouvement du fluide soit affecté du coefficient 1 (ce qui signifie que la similitude est automatiquement réalisée à l'échelle 1 pour ce transport). Les coefficients sans dimension qui se trouvent alors devant les termes de sources sont les critères de similitude relatifs à chacune d'elles, que nous notons d'une manière générique.

Dans ce manuscrit, l'adimensionnement des équations de conservation sera en même temp que la transformation de similarité, en choisissant les variables de transformations adéquates. Cela sera minutieusement détaillé par la suite.

III.9. Solution de similarité des équations de transports

III.9.1. Existence d'une similitude des profils de vitesse et de température

Les données expérimentales montrent qu'à des abscisses différentes, les profils de vitesse u manifestent un certain air de famille, ainsi que les courbes de température.

Considérons deux points de coordonnées ($x_1, y_1 = \eta x_1$) et ($x_2, y_2 = \eta x_2$). Ils sont donc tels que [11] :

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \eta \qquad \text{(III.41)}$$

Il y aurait similitude au sens classique du terme si l'on avait, par exemple pour la vitesse :

$$u(x_1, \eta x_1) = u(x_2, \eta x_2) \qquad \text{(III.42)}$$

Ce qui revient à dire que :

[11] Cette partie ainsi que les équations qui s'en suivent ont été rédigés en suivant les démarches existantes dans la référence **[2].**

$$u = u(\eta = \frac{y}{x}) \tag{III.43}$$

Mais l'expérience montre que ceci n'est pas vrai, et le calcul confirme l'absence de solutions de cette forme **[2]**.

Bien que les équations de couche limite aboutissent à des simplifications considérables de l'ensemble complet des équations de conservation, des solutions analytiques exactes n'ont malheureusement été trouvées que pour quelques cas simples, et pour les obtenir, cela requière souvent beaucoup de travail. On distingue par exemple le cas d'un écoulement sur une plaque plate avec un flux libre uniforme, qui a été étudiée par Prandtl, Blasius et Pohlhausen **[2]**.

Une extension de la démarche initiale de Blasius, la technique des solutions affines possède une certaine élégance, en plus de quelques avantages spécifiques, et nous allons la détailler maintenant. A cette occasion, il n'est pas sans intérêt de revenir sur sa logique interne, pour mieux la dégager et l'approfondir.

III.9.2. Solution de Blasius

Considérons une couche limite laminaire, incompressible et bidimensionnel en régime permanant le long d'une **plaque plane** avec un flux libre à vitesse constante, U_∞ et une température de flux libre, T_∞. La génération d'énergie thermique due à une dissipation visqueuse est considérée comme négligeable. Les propriétés sont supposées être constantes, excepté la variation de la masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq **[153]**.

Nous sommes alors conduits à conjecturer l'existence d'une similitude moins rudimentaire, qui serait vérifiée non pas dans l'espace physique $\{x, y\}$, mais dans un espace affiné $\{g(x), \eta\}$. Blasius a introduit la variable de similarité suivante **[153]** :

La fonction de courant Ψ est telle que :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad ; \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{III.44}$$

Avec : $\vec{v} = u\vec{e}_r + v\vec{e}_x$ (III.45)

Dans ce sens, l'équation de continuité est satisfaite et l'équation de quantité de mouvement est réduite à **[153]** :

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \tag{III.46}$$

La fonction de courant est simplement un moyen de remplacer les composante u et v ou x et y par une seule fonction **[153]** :

$$\eta = y\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \tag{III.47}$$

Et ça été montré que la solution à l'équation (III.43) nous mène à **[153]** :

$$\psi = g(\eta)\sqrt{U_\infty \nu x} \tag{III.48}$$

Où : $g(\eta)$ est une fonction à déterminer. Après manipulation, l'équation (III.43) peut être transformé en **[153]** :

$$\frac{\partial^3 g}{\partial \eta^3} + \frac{1}{2} g \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} = 0 \tag{III.49}$$

Il s'agit d'une équation sans dimension linéaire et peut être résolu de manière générique une fois pour toutes. Cependant, aucune solution analytique ne peut être obtenue, mais le problème peut être résolu numériquement sur un ordinateur ou sous la forme d'une extension de série de puissance. Des tableaux présentant des valeurs pour η, g, g' et g'' peuvent être trouvés dans la plupart des manuels de mécanique des fluides. Les vitesses peuvent maintenant être exprimées comme **[153]** :

$$\begin{aligned} u &= U_\infty g'(\eta) \\ v &= \sqrt{\frac{U_\infty \nu}{4x}}\left[\eta\, g'(\eta) - g(\eta)\right] \end{aligned} \tag{III.50}$$

III.9.3. Adaptation

Pour la résolution du problème nous avons adapté la méthode de Blasius pour résoudre le système d'équations obtenu en coordonnées cylindrique afin d'obtenir à la fin un système d'équations différentiels ordinaire (ODE) qu'on peut par la suite le résoudre à l'aide d'un programme nommé BVP-4C qui est sur MATLAB (voir chapitre _ Modélisation numérique).

La stratégie suivie repose sur deux conjectures, la première consiste à considérer le cas d'une aiguille isotherme et la deuxième, un flux de chaleur uniforme sera imposé à la paroi de l'aiguille.

Pour les écoulements bidimensionnels cylindrique, il s'avère commode de remplacer les variables primitives pression et vitesse par la composante Ψ de la fonction de courant et la fonction Ω du vecteur rotationnel de la vitesse. Cette dernière est n'est pas prise en considération en raison de l'aspect axisymétrique du problème.

Ce qui a pour effet de nous débarrasser de l'équation de continuité qui se trouve identiquement vérifiée, et de remplacer les deux fonctions inconnues u et v par une seule.

Ce qui nous mène à notre cas particulier en l'occurrence, en coordonnées cylindrique :

$$u = \frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad ; \quad v = -\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{III.51}$$

Et :

$$\eta = \frac{r}{g(x)} \tag{III.52}$$

Afin de déterminer l'expression de *g(x)*, nous allons adopter pour notre étude la formulation utilisée par **Narain et al [4]** on a donc l'expression de ψ et η :

$$\begin{gathered} \psi = x\,\nu f(\eta)\,, U(x) = u_\infty . x^{-n+1} \\ u = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \text{et} \quad \mathrm{v} = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \mathrm{x}}, \eta = (\frac{u_\infty}{\nu})\frac{r^2}{x^n} \end{gathered} \tag{III.53}$$

Les vitesses sont donc :

$$\begin{aligned} u &= 2x^{-n+1}\, u_\infty f'(\eta) \\ v &= n.x^{-n}\, u_\infty f'(\eta) r - \frac{1}{r}\nu f(\eta) \end{aligned} \tag{III.54}$$

En considérant l'équation de conservation de quantité de mouvement suivante :

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + g\beta(T - T\infty) \tag{III.55}$$

Et en remplaçant (III.52) dans (III.53) :

$$\begin{aligned} &4u_\infty^2 x^{-2n+1} f f'' - 4(-n+1)x^{-2n+1}u_\infty^2 f'^2 \\ &\qquad = (-n+1)u_\infty^2 x^{-2n+1} + 8\nu x^{-2n+1}\left(\frac{u_\infty^2}{\nu}\right)[\eta f''' + f''] \\ &\qquad + g\beta(T - T_\infty) \end{aligned} \tag{III.56}$$

Admettant maintenant que : n=1/2 pour une aiguille isotherme et n=2/5 pour une aiguille soumise à un flux de chaleur uniforme.

En divisant (III.54) par le terme $\{x^{-2n+1}u_\infty^2\}$, on aboutit à l'équation ordinaire différentielle suivante :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 4(-n+1)f'^2 + (-n+1) + \frac{g\beta(T - T_\infty)}{x^{-2n+1}u_\infty^2} = 0 \tag{III.57}$$

En partant du principe que l'expression générale du nombre de Richardson est donnée par l'expression (III.30) comme suit :

$$\lambda = \frac{Gr_x}{Re_x^{1/n}}$$

1. *Cas d'une aiguille isotherme (n=1/2)*

Dans ce cas, on définit la fonction de température adimensionnelle, tout en considérant que la direction du flux thermique d'être à partir de l'aiguille vers le fluide environnant c.à.d. $T_w > T_\infty$, on définit θ comme suit :

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} \tag{III.58}$$

De la même manière, on définit la fonction de concentration adimensionnelle ϕ, comme suit :

$$\emptyset = \frac{C - C_w}{C_\infty - C_w} \tag{III.59}$$

Etant donné les équations (III.55) et (III.56), l'expression du nombre de Richardson sera donc donnée par :

$$\lambda = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)}{u_\infty^2} = \frac{Gr_x}{Re_x^2} \tag{III.60}$$

Le paramètre λ est une mesure importante du rapport de la convection naturelle sur la convection forcée appelé aussi nombre de Richardson, qui correspond au paramètre de convection mixte définit par le rapport entre le nombre de Grashof local Gr_x, qui représente la convection naturelle, et le nombre de Reynolds local Re_x qui représente la convection forcée.

On définit l'expression du nombre de Reynolds par :

$$Re = \frac{U(x)x}{\nu} \tag{III.61}$$

Avec : $U(x) = u_\infty . x^{1/2}$ (III.62)

Le nombre de Grashof sera donc :

$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)x^3}{\nu^2} \tag{III.63}$$

Ce qui mène à l'expression de l'équation de conservation de quantité de mouvement suivante :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \frac{1}{2} + \lambda\theta = 0 \quad \text{(III.64)}$$

En partant du fait que l'équation différentielle de conservation d'énergie a la forme suivante :

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad \text{(III.65)}$$

En introduisant les composantes de vitesses obtenues dans la section précédente, et la variable de température adimensionnelle θ dans l'équation de l'énergie (III. 65), on obtient l'expression de l'équation ordinaire différentielle de l'énergie :

$$\eta\theta'' + \frac{1}{2}Pr(f\theta') + \theta' = 0 \quad \text{(III.66)}$$

En remplaçant les mêmes démarches, en aboutit à l'expression suivante :

$$\eta\theta'' + \theta' + \frac{1}{2}Prf\theta' = 0 \quad \text{(III.67)}$$

1. Cas d'un flux thermique uniforme (n=2/5)

Dans ce cas, on définit la fonction de température adimensionnelle, θ comme suit :

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{\frac{q_w}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}x^{\frac{1}{5}}} \quad \text{(III.68)}$$

Etant donné les équations (III.68) et (III.60), l'expression du nombre de Richardson sera donc donnée par :

$$\lambda = \frac{Gr_x}{Re_x^{5/2}} = \frac{g\beta q_w}{\alpha . u_\infty^2}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}} \quad \text{(III.69)}$$

On a l'expression du nombre de Reynolds donnée par (III.61), mais la vitesse du flux externe est :

$$U(x) = u_\infty . x^{3/5} \quad \text{(III.70)}$$

Le nombre de Grashof sera donc :

$$Gr = \frac{g\beta q_w x^4}{\alpha.\nu^2} \tag{III.71}$$

Ce qui mène à l'expression de l'équation de conservation de quantité de mouvement suivante :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - \frac{12}{5}f'^2 + \frac{3}{5} + \lambda\theta = 0 \tag{III.72}$$

En partant du fait que l'équation différentielle de conservation d'énergie a la même forme que (III.65). En introduisant les composantes de vitesses obtenues dans la section précédente, et la variable de température adimensionnelle θ dans l'équation de l'énergie (III. 65), on obtient l'expression de l'équation ordinaire différentielle de l'énergie :

$$\eta\theta'' + \theta' + \frac{1}{2}Prf\theta' - \frac{1}{10}Prf'\theta = 0 \tag{III.73}$$

III.10. Paramètres gouvernants

Afin de bien étudier les caractéristiques du transfert thermique le long des aiguilles fine, il est primordial de connaître les acteurs intervenant dans ces phénomènes, et ainsi, cela nous permet de faire des interprétations logiques et concrètes.

III.10.1. Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt caractérise le transport de chaleur au niveau des parois, il est défini en un point *M* pris sur un élément de surface *ds* comme suit **[1]** :

$$Nu_l = \frac{Q_t}{Q_{cond}} \tag{III.74}$$

Or **[152]** :

$$Q_t = \rho_0 C_p (T - T_0)\vec{v}\vec{n}ds - k\frac{\partial T}{\partial x}ds = \rho_0 C_p (T - T_0)vds - k\frac{\partial T}{\partial x}ds \tag{III.75}$$

Et **[152] :**

$$Q_t = -k\frac{\partial T}{\partial x}ds \tag{III.76}$$

Pour une aiguille isotherme **[4]** :

$$Nu_x = -\frac{\left[x\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right]_{r=a}}{\Delta T} = -2\sqrt{a}.\theta'(a)Re_x^{1/2} \quad \text{(III.77)}$$

Pour un flux de chaleur uniforme à la paroi **[4]** :

$$Nu_x = -\frac{q_w}{\propto \Delta T} = \frac{Re_x^{1/2}}{\theta(a)} \quad \text{(III.78)}$$

III.10.2. Nombre de Sherwood

Le nombre de Sherwood est considéré comme le pendant du nombre de Nusselt pour le taux de transfert de masse, on peut le déterminer de la même façon que le nombre de Nusselt :

Pour une aiguille isotherme **[59]** :

$$Sh_x = -\frac{\left[x\left(\frac{\partial C}{\partial r}\right)\right]_{r=a}}{\Delta C} = -2\sqrt{a}.\emptyset'(a)Re_x^{1/2} \quad \text{(III.79)}$$

Pour un flux de chaleur uniforme **[59]** :

$$Sh_x = -\frac{m_w}{\propto \Delta C} = \frac{Re_x^{1/2}}{\phi(a)} \quad \text{(III.80)}$$

III.10.3. Coefficient de frottement local

D'après ce qu'on a vu précédemment dans la formulation de l'équation de conservation de quantité de mouvement, la contrainte pariétale a deux composantes : une composante normale égale à la pression et une composante tangentielle appelée force ou contrainte de frottement et noté classiquement :

$$\tau_w = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=a} \quad \text{(III.81)}$$

Cette contrainte peut être normalisée par la pression dynamique $\frac{1}{2}\rho u_\infty^2$, on obtient ainsi un coefficient sans dimension dit coefficient de frottement local :

$$C_{fL} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} \quad \text{(III.82)}$$

III.10.3. Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl *Pr* est un nombre sans dimension, ainsi nommé en hommage au physicien allemand Ludwig Prandtl. C'est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement (viscosité cinématique) et celle de la chaleur (diffusivité thermique) **[2]** :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{\mu}{\frac{\lambda}{C_p}} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\lambda}{\rho C_p}} = \frac{\nu}{\alpha} \tag{III.83}$$

III.10.4. Nombre de Schmidt

Le nombre de Schmidt est considéré comme le pendant du nombre de Prandtl pour diffusion massique, il est défini comme suit **[59]** :

$$Sc = \frac{\nu}{\rho D} \tag{III.84}$$

Où : D est la diffusivité massique $[m^2/s]$.

III.10.5. Paramètre de sustentation

C'est la mesure des effets relative entre les forces de flottabilités émanant de la diffusion massique Gr_C avec celles émanant de la diffusion thermique Gr_T **[64]** :

$$N = \frac{Gr_C}{Gr_T} \tag{III.85}$$

III.10.6. Nombre de Lewis

Le nombre de Lewis *Le* est un nombre sans dimension comparant la diffusivité de masse avec la diffusivité thermique **[64]** :

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha}{D} \tag{III.86}$$

III.11. Conditions aux limites

III.11.1. Surface de l'aiguille

Afin de lier l'expression de conservation de mouvement à la surface du l'aiguille, on utilise une condition de vitesse. Cette condition limite spécifique de Dirichlet, qui spécifie que la vitesse du fluide à la surface du cylindre solide doit être nulle dans toutes les directions, peut être exprimée symboliquement par :

$$v_x = v_r = 0 \tag{III.87}$$

Pour le traitement de l'équation de conservation d'énergie à la surface de l'aiguille, la condition limite appliquée au modèle numérique dépend du type de problème analysé. Dans les modèles de aiguilles isothermes, une condition aux limites de Dirichlet est fournie pour imposer une température constante le long de la surface du cylindre :

$$T = T_w \tag{III.88}$$

Dans la formulation alternative, dans laquelle le flux de chaleur est supposé constant, une condition de limite de Neumann est imposée à tous les nœuds de calcul le long de l'aiguille :

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{q''}{k_{réf}} \tag{III.89}$$

Où n se réfère à la direction normale à la surface et q'' est le flux de chaleur uniforme.

III.11.2. Fluide à l'infini

Conformément aux simulations numériques conventionnelles de transferts thermiques convectifs où la vitesse du fluide est explicitement définie à l'entrée, la nature des problèmes de convection naturelle empêche la définition de la vitesse aux limites ouvertes a priori. Nous allons donc imposer une condition qui régit le mouvement du fluide le long d'une aiguille vertical. Cette condition aux limites, qui spécifient un différentiel de pression normal à la surface de l'aiguille, peut être exprimée symboliquement par **[4]** :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = U(x)\frac{dU(x)}{dx} \tag{III.90}$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \tag{III.91}$$

On peut aussi, définir une vitesse du fluide u_∞ très loin de la paroi qui sera ensuite considérer comme vitesse de référence valable pour les trois modes de convection considérer dans ce manuscrit. Et encore la température du fluide très loin de la paroi T_∞, tel que :

$$r \to \infty; \quad u = u_\infty, T = T_\infty \tag{III.92}$$

III.11.3. Axisymétrie

Dans le but de réduire les ressources informatiques requises pour évaluer chaque modèle numérique créé tout au long de cette étude, une condition de symétrie est appliquée à l'axe vertical de la géométrie du problème comme le montre la figure III.2. En spécifiant un plan de symétrie sur la longueur de l'aiguille suivant l'axe des *x*, la quantité des cellules de calcul nécessaires pour évaluer chaque problème est efficacement réduit en deux. Mathématiquement, les équations de conservations peuvent être délimitées le long du plan de symétrie en supposant que la couche limite est similaire sur tous les plans (x_i, r_i). Ce qui nous ramène à considérer un plan unique (x, r), selon lequel le domaine d'étude sera délimité.

III.12. Formulation des équations de transport pour un nanofluide

Considérons maintenant le cas d'un écoulement de couche limite en convection mixte bidimensionnelle, stationnaire, laminaire et incompressible d'un nanofluide le long d'une aiguille fine verticale de longueur L et du rayon r, avec une température de paroi uniforme $T_w > T_\infty$ et un flux externe variable $U(x)$ dans la direction axiale. L'écoulement est considéré comme axisymétrique. L'accélération gravitationnelle g agit vers le bas. La température, la vitesse et la concentration à une distance éloignée de l'aiguille sont données par T_∞, u_∞, C_∞, respectivement. De plus, en supposant que toutes les propriétés de fluide sont des constantes, à l'exception de la variation de densité qui à la fois de la température et de la nanoparticule.

III.12.1. Equations gouvernantes

a. Equation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{III.93}$$

b. Equation de quantité de mouvement

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_{f\infty}}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \left[(1 - C_\infty)g\beta(T - T_\infty) - (\rho_p - \rho_{f\infty})\frac{1}{\rho_{f\infty}}g(C - C_\infty)\right] \tag{III.94}$$

c. Equation de conservation d'énergie

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \tau\left[D_B\left(\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial C}{\partial r}\right) + \frac{D_T}{T_\infty}\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)^2\right] \tag{III.95}$$

d. Equation de conservation des espèces

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial r}=D_B\left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial C}{\partial r}\right)+\frac{D_T}{T_\infty}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad \text{(III.96)}$$

Où u et v sont les composantes de vitesses le long des axes x et r, respectivement, T est la température locale du fluide, C est la fraction solide locale du nanofluide, ν est la viscosité cinématique, $\rho_{f\infty}$ est la masse volumique du fluide de base, $\rho_p$est la masse volumique des particules solides, β est le coefficient d'expansion thermique.

τ est le ratio de la capacité calorifique des nanoparticules sur la capacité calorifique de la base fluide, il a l'expression suivante **[59]** :

$$\tau=\frac{(\rho C)_p}{(\rho C)_f} \quad \text{(III.97)}$$

D_B est le coefficient de diffusion Brownien, D_T est le coefficient de diffusion thermophoretique, $\alpha = k/(\rho C)_f$ est la diffusivité thermique de la base fluide.

On considère que la variation de densité dans l'équation (III.94) est prise en compte par l'approximation d'Oberbeck-Boussinesq.

Chapitre IV

Cas d'études

IV. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter quelques études relatives au sujet de cette thèse dont la formulation mathématique des équations de transport a été établie dans les chapitres précédents. Mais dans un premier lieu, nous allons présenter des comparaisons avec des résultats publiées en utilisant un code de calcule bien connue pour la résolution des problèmes de ce genre. Ensuite, à l'aide des hypothèses et des suggestions, nous allons formuler des équations gouvernantes spécifiques à chaque problème, les résoudre numériquement et enfin présenté les résultats sous forme graphique et tabulaire pour ensuite découvrir le comportement et les caractéristiques du transfert thermique sous les effets de diverses conditions et phénomènes.

Validation du code de calcule

Article de référence : [4] "convection mixte par des aiguilles fines"

IV.0.1 Introduction

Le problème du transfert de chaleur par convection mixte en régime laminaire par une aiguille fine vertical dans un écoulement externe variable a été considéré. Ce modèle a été pris comme référence pour cette thèse. Il a été proposé par **Narain et Uberoi [4]** dans un article publié en 1973. Les solutions de similarité pour les aiguilles isothermes et aiguilles avec flux de chaleur uniforme à la paroi ont été obtenues. Pour des valeurs données de l'épaisseur de l'aiguille, les procédés d'écoulement ainsi que le transfert thermique sont similaires à ceux rencontré avec une plaque plane. Le nombre de Nusselt et le coefficient du frottement local sont inversement proportionnels à l'épaisseur de l'aiguille pour une valeur donnée du nombre de Prandtl, le nombre de Reynolds local et enfin le nombre de Grashof local.

Le transfert thermique par une plaque plane dans un écoulement variable et sous la force gravitationnelle a été étudié numériquement par **Sparrow et al. [171]** et par **Brindley [172]** en utilisant la méthode analytique ''Meskyn''. Le problème du transfert thermique par convection forcée le long d'une aiguille fine horizontal dans un écoulement uniforme a été considéré par **Mark [173]**, **Tam [174]** et par **Narain [23]**. La convection naturelle par une aiguille isothermique verticale avec flux de chaleur uniforme à la paroi et sous l'influence de la gravité a été analysée par **Cebeci et Na [20]** et par **Narain [23]** respectivement. Ces problèmes sont très liés à ceux du transfert thermique par des cylindres verticaux. **Sparrow et Gregg [17]**, **Nagendra et al. [24]** et **Fujii et Uehara [31]** ont considéré le transfert thermique par des cylindres verticaux sous différents conditions. Dans cet article, on a étudié le transfert thermique par une aiguille fine verticale quand un écoulement variable est imposé sur la convection naturelle sous deux conditions aux limites distinctes en l'occurrence : (a) aiguille isothermique et (b) aiguille sous flux de chaleur uniforme. Les solutions de similarités ont été obtenues sous différents restrictions sur la forme de l'aiguille et sur la variation axiale de l'écoulement libre dans les deux cas considérés. Les approximations de couches limites sont supposées être valides **[17, 20, 21, 23 et 24]** pour l'écoulement le long de ces aiguilles pourvu que l'épaisseur de l'aiguille n'excède pas celle de la couche limite qui se développe. Cette approximation ne s'applique pas à la région près du bord d'attaque de l'aiguille par conséquent elle est valide dans la région loin du bord d'attaque. L'écoulement autour de ces aiguilles à une importance considérable comme elles peuvent être définit comme étant des cylindres avec des très petits diamètres par exemples des fils ou bien capteurs tell qu'un anémomètre à fil chaud.

IV.0.2. Analyse mathématique

Il a été montré **[17, 20, 21, 23, et 24]** que l'effet de courbure transversale ne peut pas être négligé dans ce genre d'écoulement. Due à l'écoulement libre axial variable, un gradient de pression axial est imposé à l'intérieur de la couche limite. En retenant ces effets, les équations régissant l'écoulement permanant laminaire en approximation de Boussinesq sont :

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{IV.1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) + g_a\beta(T - T_\infty) \tag{IV.2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \tag{IV.3}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{IV.4}$$

(i) Aiguille à paroi isotherme

En introduisant la définition de la fonction de courant axisymétrique, les équations (IV.1) - (IV.4) peuvent être transformées en utilisant les transformations suivantes :

$$\psi = x\,\nu f(\eta)\,,\ T - T_\infty = (T_w - T_\infty)\theta(\eta)\,,\ U(x) = u_\infty x^{\frac{1}{2}}\,,\ \eta = \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)\frac{r^2}{x^{\frac{1}{2}}} \tag{IV.5}$$

La surface de constante $\eta=a$ correspond à la surface de révolution et on peut désormais la mentionné comme paroi de l'aiguille. A l'aide des transformations (IV.5), on peut transformer les équations (IV.1) - (IV.4) :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \lambda\theta + \frac{1}{2} = 0 \tag{IV.6}$$

$$\eta\theta'' + \left(1 + \frac{1}{2}Prf\right)\theta' = 0 \tag{IV.7}$$

Le paramètre λ est une mesure importante du rapport de la convection naturelle sur la convection forcée. Il est exprimé par **[4]** :

$$\lambda = \frac{g_a\beta(t_w - t_\infty)}{u_\infty^2} = \frac{Gr_x}{Re_x^2} \tag{IV.8}$$

Les conditions aux limites appropriées sont **[4]** :

$$\begin{aligned} &f(a) = f'(a) = 0\,;\ \ f'(\infty) = \frac{1}{2} \\ &\theta(a) = 1\,;\ \theta(\infty) = 0 \end{aligned} \tag{IV.9}$$

Quand la valeur de λ est grande, la convection naturelle devient dominante sur la convection forcée. Dans ce cas, on utilise les transformations suivantes **[4]** :

$$\psi_1 = x\,\nu f_1(\eta_1)\,,\quad t - t_\infty = (t_w - t_\infty)\theta_1(\eta_1)$$
$$\eta_1 = c\frac{r^2}{x^{\frac{1}{2}}}\,,\ c = \left[\frac{g_a\beta(t_w - t_\infty)}{\nu^2}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(IV.10)}$$

Les transformations de similarité correspondantes **[4]** :

$$8\eta_1 f_1{}''' + 8f_1{}'' + 4f_1 f_1{}'' - 2f_1{}'^2 + \theta_1 + \frac{1}{2\lambda} = 0 \qquad \text{(IV.11)}$$

$$\eta\theta_1{}'' + (1 + \frac{1}{2}Prf_1)\theta_1{}' = 0 \qquad \text{(IV.12)}$$

Les conditions aux limites de ces transformations sont **[4]** :

$$f_1(a_1) = f'_1(a_1) = 0\,;\ f'_1(\infty) = \frac{1}{2\lambda}$$
$$\theta_1(a_1) = 1\,;\ \theta_1(\infty) = 0 \qquad \text{(IV.13)}$$

Quand $\lambda \rightarrow \infty$, les équations (IV.11) et (IV.12) sont similaire à celles obtenues par **Cebeci et Na [20]**.

(ii) Flux de chaleur uniforme à la paroi

Considérons q_w le flux de chaleur uniforme émis par les parois d'une aiguille chauffée, et φ la fonction de courant axisymétrique dans le cas présent. En utilisant les transformations de similarités suivantes **[4]** :

$$\phi = x\,\nu g(z)\,,\quad t - t_\infty = \frac{q_w}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}x^{\frac{1}{5}}h(z)$$
$$U(x) = u_\infty x^{\frac{3}{5}}\,,\ z = (\frac{u_\infty}{\nu})\frac{r^2}{x^{\frac{2}{5}}} \qquad \text{(IV.14)}$$

Les équations de similarité sont **[4]** :

$$8zg''' + 8g'' + 4gg'' - \frac{12}{5}g'^2 + \Gamma h + \frac{3}{5} = 0 \qquad \text{(IV.15)}$$

$$zh'' + \left(1 + \frac{1}{2}Prg\right)h' - \frac{1}{10}Prhg' = 0 \qquad \text{(IV.16)}$$

Le paramètre ***Γ*** mesure le rapport entre la convection naturelle et la convection forcée et son expression **[4]** :

$$\Gamma = \frac{q_w}{\propto}\frac{g_a\beta}{u_\infty^2}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}} = \frac{Gr_{xF}}{Re_x^{\frac{5}{2}}} \tag{IV.17}$$

Les conditions aux limites **[4]** :

$$\begin{aligned} &g(b) = g'(b) = 0\,;\;\; g'(\infty) = \frac{1}{2} \\ &h'(b) = -\frac{1}{2\sqrt{b}}\,; h(\infty) = 0 \end{aligned} \tag{IV.18}$$

Pour un écoulement dominé par la convection naturelle à de grandes valeurs de ***Γ***, suivant l'approximation donnée par **Brindley [172]**, on utilise les transformations **[4]** :

$$\begin{aligned} &\phi_1 = x\,\nu g_1(z_1)\,,\;\; t - t_\infty = \frac{q_w}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}\,x^{\frac{1}{5}}\,h_1(z_1) \\ &z_1 = \partial\frac{r^2}{x^{\frac{2}{5}}}\,,\;\partial = \left[\frac{q_w}{\propto}\frac{g_a\beta}{\nu^2}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}\right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{IV.19}$$

Les équations de similarité correspondantes **[4]** :

$$8z_1 g_1''' + 8g_1'' + 4g_1 g_1'' - \frac{12}{5}g_1'^2 + h_1 + \frac{3}{5\Gamma} = 0 \tag{IV.20}$$

$$zh_1'' + \left(1 + \frac{1}{2}Prg_1\right)h_1' - \frac{1}{10}Prh_1 g_1' = 0 \tag{IV.21}$$

Les conditions aux limites correspondantes **[4]** :

$$\begin{aligned} &g_1(b_1) = g'_1(b_1) = 0\,;\;\; g'_1(\infty) = \frac{1}{2\sqrt{\Gamma}} \\ &h'_1(b_1) = -\frac{1}{2\sqrt{b_1}}\,; h_1(\infty) = 0 \end{aligned} \tag{IV.22}$$

Quand ***Γ***→∞, les équations (IV.20) et (IV.21) et les conditions aux limites (IV.22) sont similaires à ceux obtenues par **Nagendra et al. [24]**. La forme différente des équations (5a) - (5c) dans l'article de **Nagendra et al. [24]** est due à l'utilisation des variables de transformations légèrement différentes.

(iii) Coefficients de transfert thermique et de frottement

Pour une aiguille à parois isotherme, on définit le nombre de Nusselt local Nu_x et le coefficient de frottement local Cf_x par **[4]** :

a. Nombre de Nusselt local

$$Nu_x = -\frac{\left[x\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right]_{r=a}}{\Delta T} = -2\sqrt{a}.\theta'(a)Re_x^{1/2} \qquad \text{(IV.23)}$$

b. Coefficient de frottement local

$$C_{fx} = \frac{2\left[\rho\nu\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)\right]_{\eta=a}}{\frac{1}{2}\rho U(x)^2} = 8\sqrt{a}.f''(a)Re_x^{-\frac{1}{2}} \qquad \text{(IV.24)}$$

Pour un flux de chaleur uniforme à la paroi de l'aiguille **[4]** :

a. Nombre de Nusselt local

$$Nu_x = -\frac{q_w}{\propto \Delta T} = \frac{Re_x^{1/2}}{h(b)} \qquad \text{(IV.25)}$$

b. Coefficient de frottement local

$$C_{fx} = 8\sqrt{b}.g''(a)Re_x^{-\frac{1}{2}} \qquad \text{(IV.26)}$$

IV.0.3. Résultats et discussion

(i) Aiguille à paroi isotherme

Les profils de vitesses adimensionnels axiales *f'=u/2U(x)* sont montré en fig.IV. 1 pour un nombre de Prandtl *Pr=0.733*, l'épaisseur de l'aiguille, $a=10^{-1}$, et pour différentes valeurs de λ. Pour λ=0 la convection naturelle est absente et l'écoulement sur l'aiguille est donc convection forcée dans un courant libre axial. La convection induite augmente avec l'augmentation de λ comme on peut l'observer dans l'augmentation rapide du profile de vitesse. Pour $\lambda=20$, la convection naturelle devient dominante sur la convection forcée. Cependant, une limite a été imposée pour le régime d'écoulement quand **[4]** :

$$Gr_x \geq 20(Re_x)^2$$

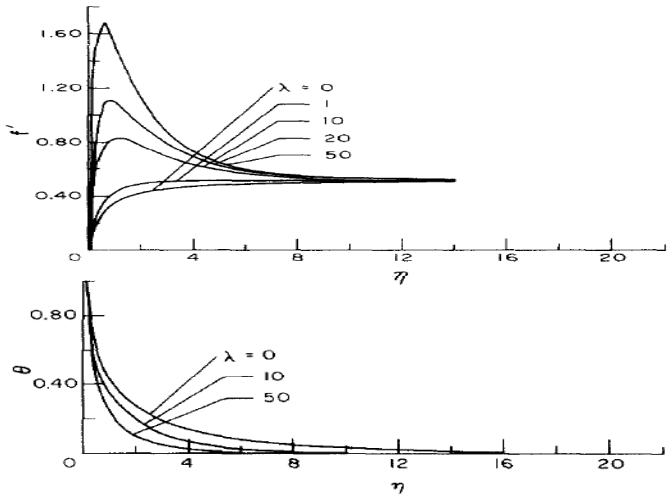


Figure IV.1. Vitesses axiale et températures adimensionnelles, f'(η) et θ(η) pour différentes valeurs de λ, Pr=0.733, a=0.1 [4]

La partie inférieure de la fig.IV.1 montre la variation de la température *θ(η)*. En augmentant la valeur de *λ*, le taux de transfert par l'aiguille augmente, et donc l'épaisseur de la couche limite thermique diminue rapidement.

Pour une valeur donnée de *λ* et a, la courbe en discontinue dans la fig.IV.2 montre que les effets convectifs disparaissent tandis que le taux de transfert thermique augmente rapidement en augmentant la valeur du nombre de Prandtl. Cela est dû à l'augmentation de la diffusion visqueuse sur la diffusion thermique avec la croissance du nombre de Prandtl. La fig.IV.2 montre la variation de *f'(η)* et *θ(η)* (courbe solide) pour des valeurs données de *Pr=0.733* et *λ=1* pour deux épaisseurs de l'aiguille. En diminuant progressivement la taille de l'aiguille, la croissance convective dans le mouvement sera légèrement lente, et donc l'épaisseur de la couche limite diminue très lentement.

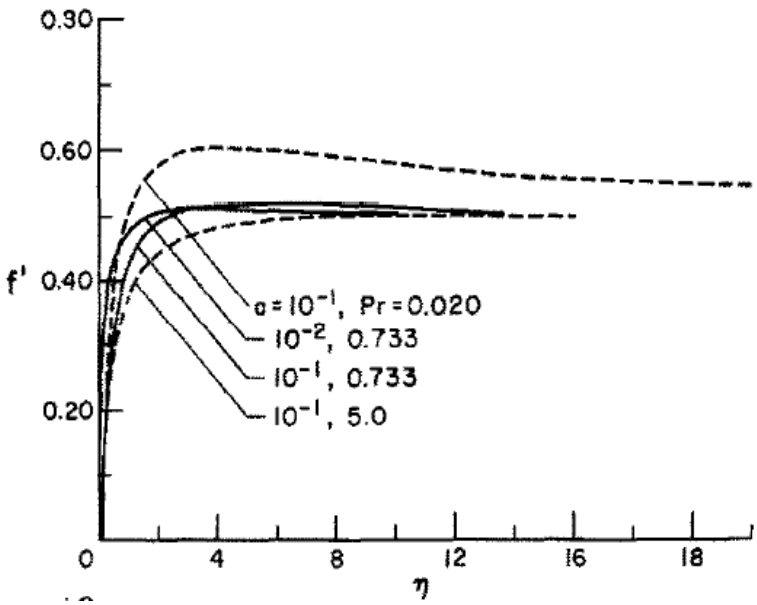


Figure IV. 1. Vitesse axial adimensionnelle f'(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, a=0.1, λ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, λ=10 (courbes en continues) [4]

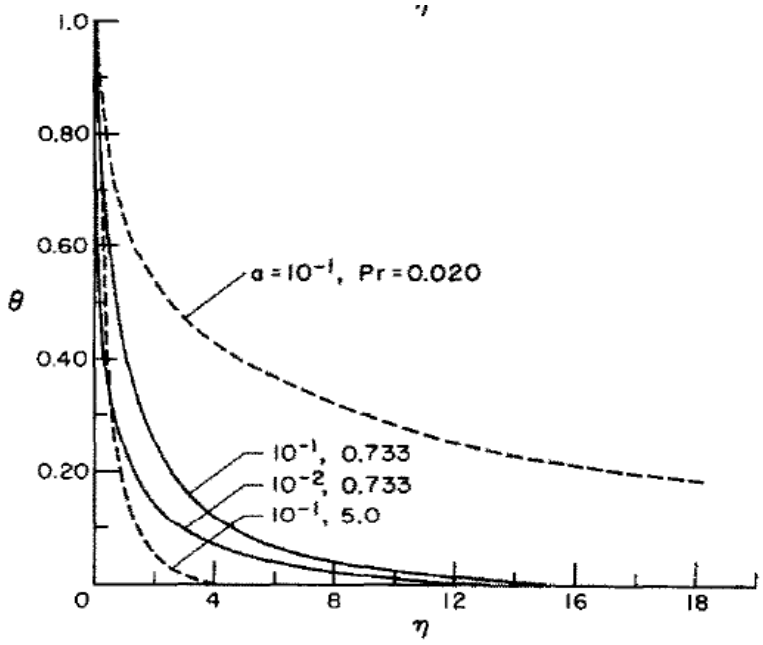


Figure IV.2. Température axial adimensionnelle θ(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, a=0.1, λ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, λ=10 (courbes en continues) [4]

Epaisseur de l'aiguille	***a=0.1***		***a=0.01***	
λ	***F_1***	***F_2***	***F_1***	***F_2***
1	1	1	0.5	0.687
10	1.18	1.02	0.695	0.710
20	1.08	0.970	0.628	0.675
50	0.905	0.905	0.533	0.615
100	0.754	0.862	0.450	0.578

Tableau IV.1. Valeurs de F1 et F2 pour Pr=0.733 [4]

Le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement pariétale peuvent être exprimés ainsi **[4]** :

$$\frac{Nu_x}{(Nu_x)_{\lambda=0}} = 1 + 0.30(\lambda)^{0.682} F_1(a, Pr, \lambda) \qquad \text{(IV.27)}$$

$$\frac{C_{fx}}{(C_{fx})_{\lambda=0}} = 1 + 0.335(\lambda)^{0.874} F_2(a, Pr, \lambda) \qquad \text{(IV.28)}$$

On a tabulé la fonction $F_1(a, Pr, \lambda)$ et $\log_{10}(1/a)\, F_2(a, Pr, \lambda)$ pour Pr=0.733, épaisseur de l'aiguille, a=0.1, 0.01et pour différentes valeurs de λ dans Table IV.1. Il a été trouvé que le nombre de Nusselt augmente avec :

1. L'augmentation des valeurs de λ pour une valeur donnée de Prandtl et épaisseur de l'aiguille.

2. En augmentant les valeurs de *Pr*, pour une valeur donnée de λ et *a*.
3. En diminuant la taille de l'aiguille pour une valeur donnée de λ et *Pr*.

Le coefficient de frottement pariétal à une valeur donnée du nombre de Reynolds local augmente :

1. En augmentant les valeurs de λ à une épaisseur donnée de l'aiguille et une valeur donnée de *Pr*.
2. Avec une diminution des valeurs de Prandtl pour des valeurs données de λ et *a*.
3. En réduisant la taille de l'aiguille à des valeurs données de λ et *Pr*.

(i) Flux de chaleur uniforme à la paroi

Les caractéristiques d'écoulement et de transfert thermique sont similaires à celle d'une aiguille isotherme. La seule différence majeure est dans la valeur de la température pariétale qui varie en fonction de l'intensité de la convection afin de préserver la constance du flux. La fig.IV.3 montre la vitesse axiale $g'=u/2U(x)$ et la température $h(z)$ pour un nombre de Prandtl $Pr=0.733$, taille d'aiguille $b=0.1$, et pour différentes valeurs de $\boldsymbol{\Gamma}$.

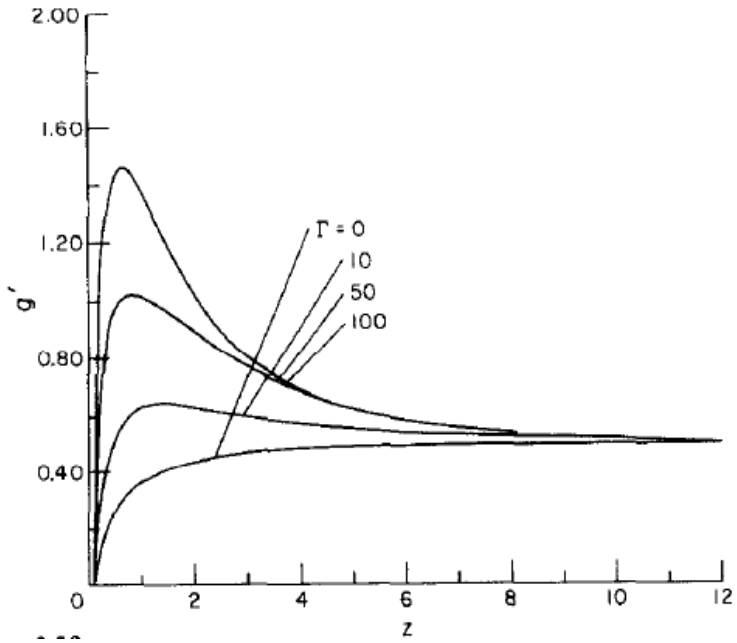


Figure IV.3. Vitesse axiale adimensionnelle, g'(η) pour différentes valeurs de Γ, Pr=0.733, b=0.1 [4]

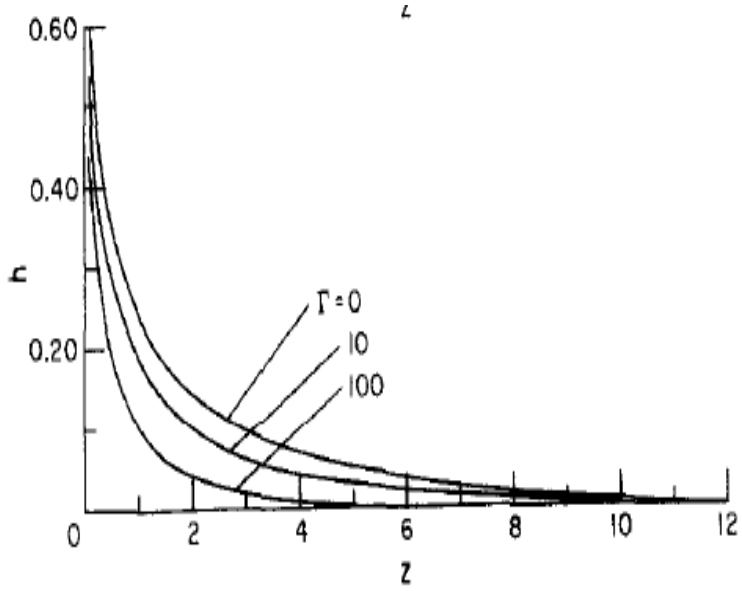


Figure IV.4. Température adimensionnelle, g'(η) pour différentes valeurs de Γ, Pr=0.733, b=0.1 [4]

La température pariétale est inversement proportionnelle au taux de transfert convectif alors que la condition de flux thermique uniforme est maintenue. La courbe en discontinue sur la fig.IV.4 montre que l'influence du nombre de Prandtl sur la convection et le transfert thermique est similaire à celle obtenue dans le cas d'une aiguille isothermique. La courbe en continue dans la fig.IV.4 montre l'influence de la variation de la taille de l'aiguille sur la vitesse et la température, à des valeurs fixées du nombre de Prandtl *Pr=0.733* et du paramètre convectif $\boldsymbol{\Gamma}$=1, sur la fonction de vitesse *g'(z)* et de température h(z).

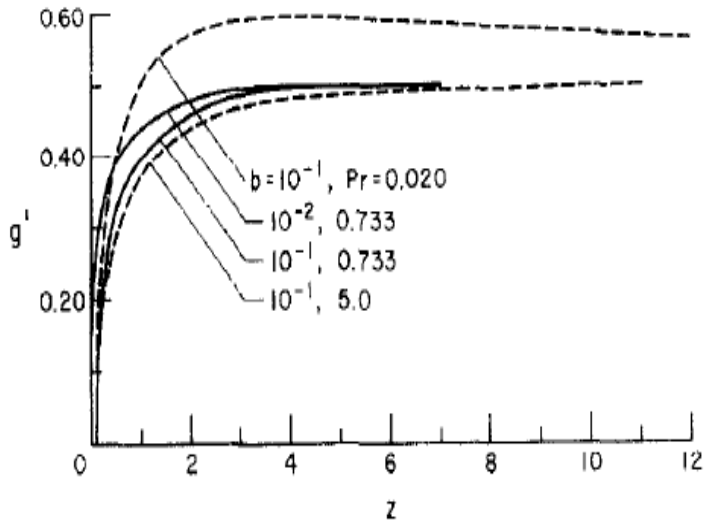


Figure IV.5. Vitesse axial adimensionnelle g'(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, b=0.1, Γ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, Γ=10 (courbes en continues) [4]

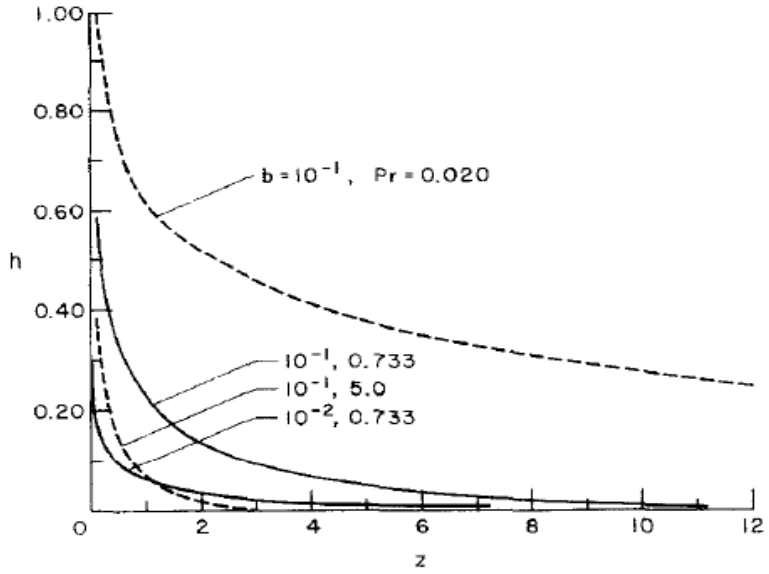


Figure IV.6. Température axial adimensionnelle h(η), pour (i) différentes valeurs de Pr, b=0.1, Γ=10 (courbes discontinues) et (ii) pour différentes épaisseurs de l'aiguille, Pr=0.733, Γ=10 (courbes en continues) [4]

A l'exception du changement dans la température pariétale, la nature basique de l'écoulement ainsi que le transfert thermique sont similaires à ceux d'une aiguille isotherme. Les relations approximatives pour le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement peuvent être obtenu comme suite **[4]** :

$$\frac{Nu_x}{(Nu_x)_{\Gamma=0}} = 1 + 0.02(\Gamma)^{0.682} F_3(b, Pr, \Gamma) \qquad \text{(IV.29)}$$

$$\frac{C_{fx}}{(C_{fx})_{\Gamma=0}} = 1 + 0.17(\Gamma)^{0.874} F_4(b, Pr, \Gamma) \qquad \text{(IV.30)}$$

Epaisseur de l'aiguille	***b=0.1***		***b=0.01***	
Γ	***F_3***	***F_4***	***F_3***	***F_4***
1	1	1	0.17	0.353
10	1.145	1.065	0.364	0.412
20	1.10	1.005	0.390	0.406
50	0.940	0.892	0.382	0.319
100	0.795	0.825	0.348	0.370

Tableau IV.2. Valeurs de F3 et F4 pour Pr=0.733 [4]

Avec : F_3 et F_4 sont montrés dans le tableau IV.2. Les équations IV.28 et IV.30 ont montré que le ratio du nombre de Nusselt diminue dans le cas d'un flux de chaleur uniforme. Le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement ont une variation similaire avec différents paramètre impliquées, comme a été décrit pour une aiguille isotherme.

IV. Validation du code de calcule

Afin de poursuivre notre investigation, on doit valider le code de calcule et s'assurer que notre démarche est bien fondée, et afin de vérifier la validité et l'exactitude de l'analyse numérique actuelle, nous avons fait une comparaison dans les figures IV.8 à IV.11 des profils de vitesses et température avec les résultats de **Narain et Uberoi [4]** à différent valeurs de λ et en prenant Pr=0.733, en utilisant des équations différentielles ordinaire modélisées et résolue numériquement à l'aide d'un programme basé sur la résolution de problèmes utilisant des valeurs aux limites, nommé BVP-4C dans Matlab (voir Chapitre [**III**] modélisations numérique). Les valeurs des profils de vitesses et de températures propre à **Nairain et Uberoi [4]**, ont été prélevé manuellement à l'aide d'un logiciel libre d'utilisation nommé Windig. Il ressort de ces figures qu'il existe un excellent accord entre les résultats. Cette comparaison favorable donne confiance aux résultats graphiques à rapporter dans la section suivante

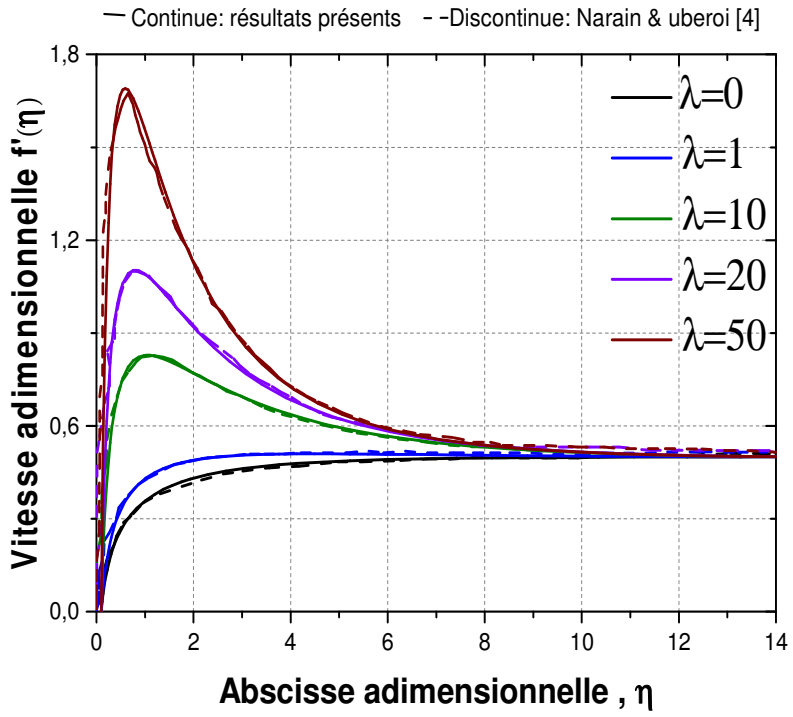


Figure IV.7. Comparatifs des résultats _ profils de vitesses_ aiguille isotherme

Les figures de IV.8 à IV.11 représentent une comparaison des résultats obtenues en utilisant le code de calcule propre de cette étude avec les résultats obtenues par **Narain et Uberoi [4]**. Ces figures montrent clairement que nos résultats sont identiques à ceux dans **[4]**, en utilisant les mêmes valeurs des paramètres gouvernantes et des conditions aux limites identiques.

Les figures IV.8 et IV.9 illustrent la comparaison des résultats obtenus avec celle dans **[4]** dans le cas d'une aiguille isotherme, en prenant λ=0, 1, 10, 50 pour le profil de vitesse et λ=0, 10, 50 pour la température, avec *Pr*=0.733.

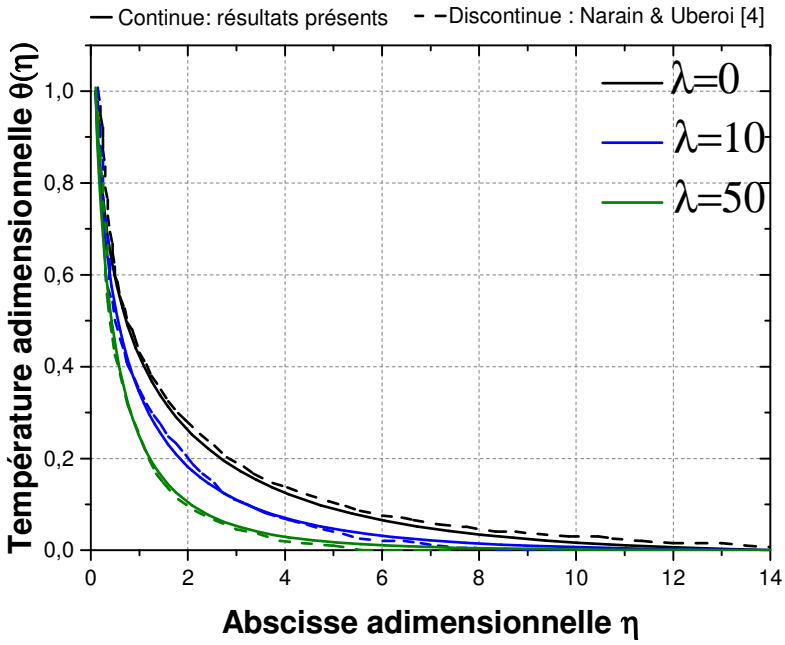


Figure IV.8. Comparatifs des résultats _ Profils de températures _ aiguille isotherme

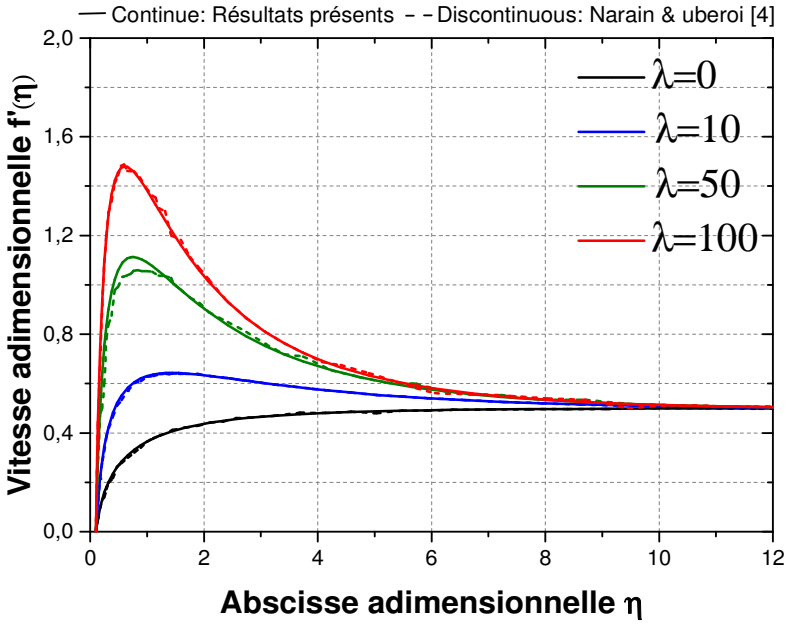


Figure IV.9. Comparatifs des résultats _ profils de vitesses_ flux thermique uniforme à la paroi

Les figures IV.10 et IV.11 illustrent la comparaison des résultats obtenus avec celle de **Narain et Uberoi [4]** dans le cas d'un flux de chaleur uniforme à la paroi de l'aiguille, en prenant λ=0, 10, 50, 100 pour le profil de vitesse et λ=0, 10, 100 pour la température, avec *Pr*=0.733.

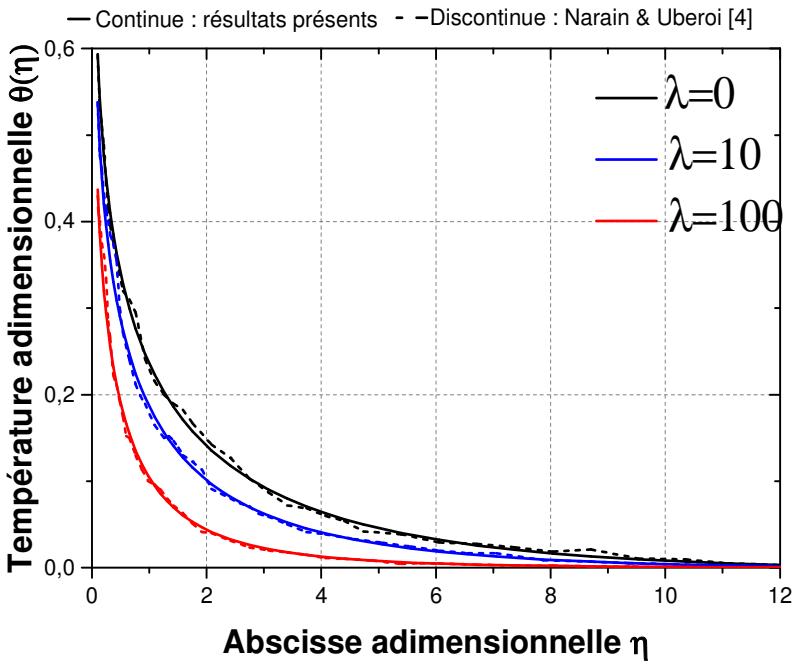


Figure IV.10. Comparatifs des résultats _ profils de température_ flux thermique uniforme à la paroi

Cas n° 01

Effets du nombre de Richardson "λ" sur le transfert thermique convectif le long d'une aiguille fine.

IV.1.1. Introduction

Le paramètre λ est une mesure importante du rapport de la convection naturelle sur la convection forcée. Il représente le nombre de Richardson, un nombre sans dimension utilisé en thermodynamique. Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une parcelle du fluide et son énergie cinétique.

IV.1.2. Formulation mathématique

L'équation du mouvement

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)+g\beta(T-T\infty) \qquad \text{(IV.31)}$$

Approximation de Boussinesq

$$\rho_\infty-\rho=\rho_\infty g\beta(T-T\infty) \qquad \text{(IV.32)}$$

Le gradient de pression axial dû à l'écoulement variable externe induit par le mouvement du fluide est exprimé comme suit :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=U(x)\frac{dU(x)}{dx} \qquad \text{(IV.33)}$$

La fonction de courant est exprimée comme suit :

$$\psi=x\,\nu f(\eta)\,,\qquad u=\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\quad\text{et}\quad \mathrm{v}=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial \mathrm{x}}\,,\eta=(\frac{u_\infty}{\nu})\frac{r^2}{x^n} \qquad \text{(IV.34)}$$

Les vitesses sont donc :

$$u=2x^{-n+1}\,u_\infty f'(\eta)\quad et\quad v=n.x^{-n}\,u_\infty f'(\eta)r-\frac{1}{r}\nu f(\eta) \qquad \text{(IV.35)}$$

En remplaçant (IV.35) dans (IV.31) :

$$\begin{aligned}4u_\infty^2x^{-2n+1}ff''-4(-n+1)x^{-2n+1}u_\infty^2f'^2\\ =(-n+1)u_\infty^2x^{-2n+1}+8\nu x^{-2n+1}\left(\frac{u_\infty^2}{\nu}\right)[\eta f'''+f'']\\ +g\beta(T-T_\infty)\end{aligned} \qquad \text{(IV.36)}$$

Avec : $U(x) = u_\infty . x^{-n+1}$, on pose n=1/2 pour une aiguille isotherme et n=2/5 pour une aiguille soumise à un flux de chaleur uniforme.

En divisant (IV.36) par le terme $\{x^{-2n+1}u_\infty^2\}$, on aboutit à l'équation ordinaire différentielle suivante :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 4(-n+1)f'^2 + (-n+1) + \frac{C}{x^{-2n+1}u_\infty^2} = 0 \qquad \text{(IV.37)}$$

De même pour l'équation de l'énergie, en suivant les mêmes démarches, en aboutit à l'expression suivante :

$$\eta\theta'' + \theta' + \frac{1}{2}Prf\theta' - \left(\frac{1}{2} - n\right)\Pr\theta f' = 0 \qquad \text{(IV.38)}$$

On définit l'expression générale du nombre de Richardson comme suit :

$$\lambda = \frac{Gr_x}{Re_x^{1/n}} \qquad \text{(IV.39)}$$

On a considéré deux cas pour la formule de λ :

1. Cas d'une aiguille isotherme (n=1/2) : dans ce cas, la fonction de température adimensionnelle est $\theta(\eta) = \frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}$, donc le nombre de Grashof est : $Gr = \frac{g\beta(T_w-T_\infty)x^3}{\nu^2}$, et $C = g\beta(T_w - T_\infty)$, ce qui mène à l'expression suivante :

$$\lambda = \frac{Gr_x}{Re_x^2} = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)}{u_\infty^2} \qquad \text{(IV.40)}$$

2. Cas d'un flux thermique uniforme à la paroi (n=2/5): dans ce cas, la fonction de température adimensionnelle est $T - T_\infty = \frac{q_w}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}x^{\frac{1}{5}}\theta(\eta)$, donc le nombre de Grashof est : $Gr = \frac{g\beta q_w x^4}{\alpha.\nu^2}$, et $C = \frac{g\beta q_w x^{1/5}}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}$ ce qui mène à l'expression suivante :

$$\lambda = \frac{Gr_x}{Re_x^{5/2}} = \frac{g\beta q_w}{\alpha . u_\infty^2}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}} \qquad \text{(IV.41)}$$

Avec les conditions aux limites :

1. **Aiguille isotherme**

$$\begin{aligned} r = a \ : \quad & u = 0 \ ; \quad v = 0 \ et \ T = T_w \\ r \to \infty : \quad & u = u_\infty \ ; \ v = 0 \ et \ T = T_\infty \end{aligned} \tag{IV.42}$$

2. **Flux de chaleur uniforme**

$$\begin{aligned} r = a \ : \quad & u = 0 \ ; \quad v = 0 \ et \ \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{q_w}{\alpha}\sqrt{\frac{u_\infty a}{\nu}} \\ r \to \infty : \quad & u = u_\infty \ ; \ v = 0 \ et \ T = T_\infty \end{aligned} \tag{IV.43}$$

Où u et v sont les composantes de vitesses le long de l'axe des x et de r. Respectivement, T est le scalaire de température, β est le coefficient d'expansion thermique, ν est la viscosité cinématique, α diffusivité thermique du fluide, ρ la masse volumique du fluide, q_w est la source de chaleur à la paroi.

Les conditions aux limites similaires :

1. **Aiguille isotherme**

$$\begin{aligned} & f(a) = f'(a) = 0 \ ; \ f'(\infty) = \frac{1}{2} \\ & \theta(a) = 1 \ ; \ \theta(\infty) = 0 \end{aligned} \tag{IV.44}$$

2. **Flux de chaleur uniforme**

$$\begin{aligned} & f(b) = f'(b) = 0 \ ; \ f'(\infty) = \frac{1}{2} \\ & \theta'(b) = -\frac{1}{2\sqrt{b}} \ ; \theta(\infty) = 0 \end{aligned} \tag{IV.45}$$

IV.1.3. Résultats et discussions

Dans ce manuscrit, on considère que quand il s'agit de la convection mixte, le nombre de Richardson $|\lambda| \gg 1$, ce qui signifie que l'atmosphère est stable, autrement dit que l'écoulement considéré est laminaire. On admettra aussi que Pour $\lambda \geq 20$, la convection naturelle devient dominante sur la convection forcée, cependant, une limite similaire à celle qui a été imposée par **Narain et Uberoi [4]** pour le régime d'écoulement quand : $Gr_x \geq 20(Re_x)^2$ dans le cas d'une aiguille isotherme et $Gr_x \geq 20(Re_x)^{5/2}$pour le cas d'un flux thermique uniforme. Donc pour résumé, $\lambda < 20$, correspond à la limite supérieure de la

dominance de la convection forcée, et $\lambda>20$, correspond à la limite inférieure de la dominance des forces de flottabilité (convection naturelle)

Les figures IV.12 à IV.15 représentent la variation des vitesses et températures adimensionnelles en fonction de l'abscise adimensionnelle η.

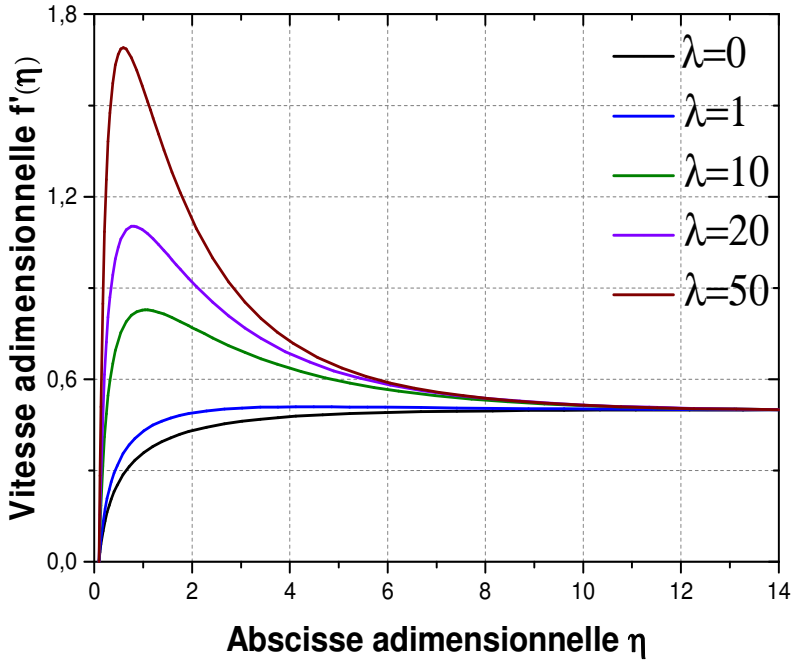


Figure IV.11. Effets du nombre de Richardson sur la distribution de vitesse avec : Pr=0.733_aiguille isotherme

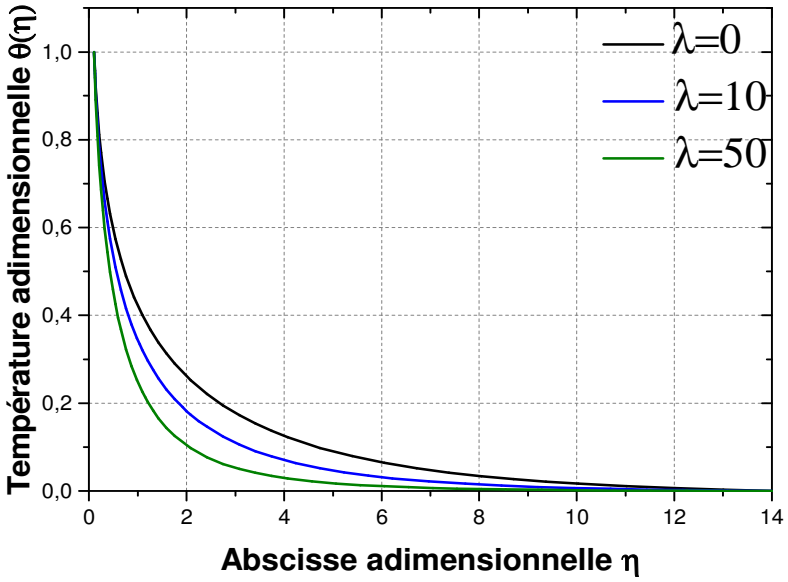


Figure IV.12. Effets du nombre de Richardson sur la distribution de température avec : Pr=0.733_aiguille isotherme

La figure IV.12 montre clairement que lorsqu'il s'agit d'une aiguille isotherme, la vitesse est fortement affecté par λ, et on notera le point maximum atteint à $f'(0.5964)=1.69$, avec $\lambda=50$.

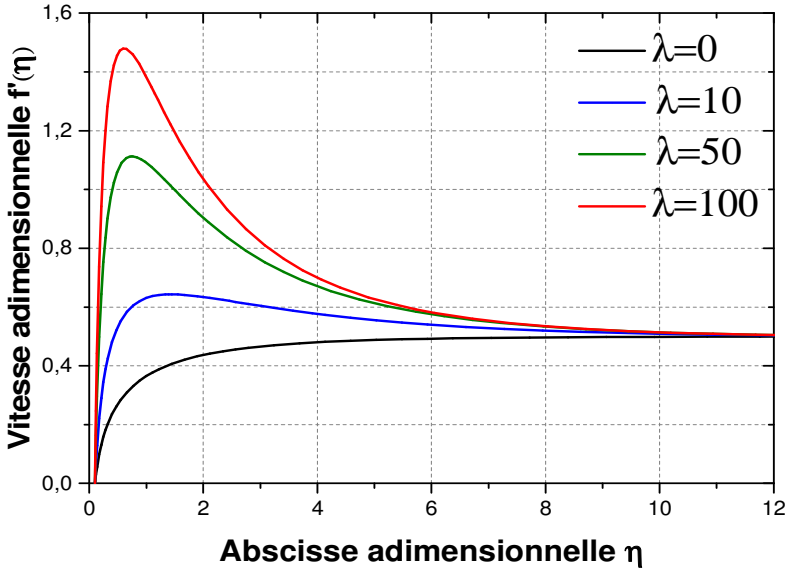


Figure IV.13. Effets du nombre de Richardson sur la distribution de vitesse avec : Pr=0.733_flux de chaleur uniforme

On remarque d'après les figure IV.14 et IV.15, que les profils de vitesses et de températures ont un comportement similaire à celui du cas d'une aiguille isotherme. Par contre, quelques détails de divergences doivent être mentionnés.

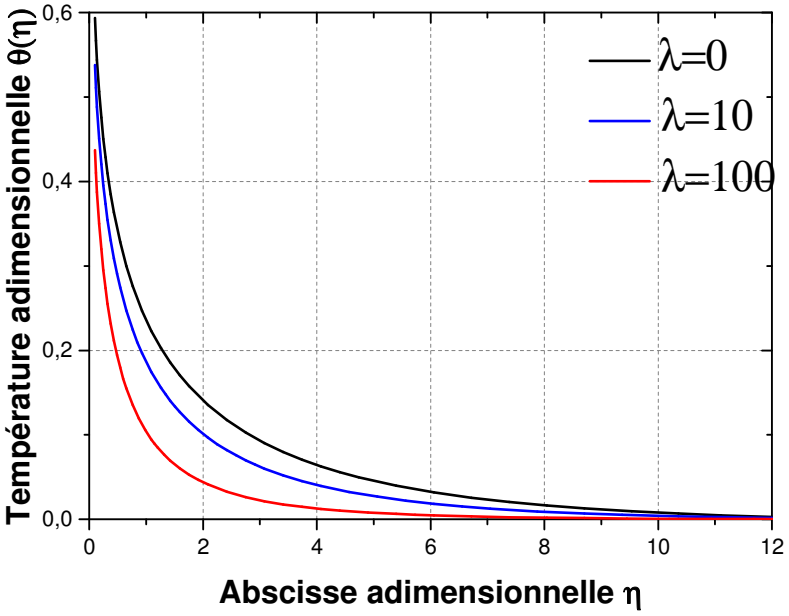


Figure IV.14. Effets du nombre de Richardson sur la distribution de température avec : Pr=0.733_flux de chaleur uniforme

La figure IV.14 nous montre que quand il s'agit du cas d'un flux de chaleur uniforme à la paroi, la vitesse atteint le point max à $f'(0.5964)=1.48$, avec $\lambda=100$. De façon générale, on remarque que les vitesses dans le cas d'un flux de chaleur uniforme sont nettement plus faibles en comparaison avec celles d'une aiguille isotherme.

Quant à la température, on notera bien que dans le cas d'une aiguille isotherme, la température pariétale est la même et ça quelques soit λ. Par contre, dans le cas d'un flux thermique uniforme, plus λ est grand et plus la température pariétale est réduite (voir figure IV.15).

On voie clairement que lorsqu'en augmente la valeur de λ, la vitesse augmente, ce qui signifie que l'écoulement axiale libre est assisté par les forces de flottabilités. Aussi plus la valeur de λ est grande et plus la température autour de l'aiguille diminue, ce qui peut être traduit par un fort échange thermique entre le fluide et la paroi de l'aiguille, et cela dans les deux cas considérés.

Cas n° 02

Hypothèse d'un écoulement à courant aidant et à courant opposant en convection mixte le long d'une aiguille fine verticale.

IV.2.1. Introduction

Une première investigation dans ce sens a été menée par **Chen [53]**, qui a étudié l'écoulement de couches limites en convection mixte le long d'une aiguille fine seulement pour le cas courant aidant. **S. Ahmed et al. [73]** ont considéré le cas de couches limite en convection mixte le long d'une aiguille fine verticale pour les deux cas en l'occurrence courant aidant et courant opposant. Ce dernier, et d'après **[73]**, n'a pas été considéré auparavant. Les équations différentielles partielles ont été tranformées en équations différentielles ordinaire et résolues à l'aide d'une méthode nomée Keller-Box. Nous allons maintenant étudier ce cas en utilisant le système d'équations considérés dans ce manuscrit et les résoudre à l'aide du schéma itératif basé sur la fonction *BVP-4c* de Matlab.

IV.2.2. Analyse mathématique

On considère une aiguille fine vertical isotherme d'épaisseur a et de longueur L posé dans un fluide visqueux, newtonien, en mouvement. L'écoulement est considéré comme laminaire, incompressible, permanant. Un courant axial variable est appliqué le long de l'aiguille.

Supposant maintenant deux cas de figures, $T>T_\infty$ correspond au cas courant aidant et $T<T_\infty$ correnspond au cas courant opposant. Compte tenue des approximations de couche limite et de Boussinsq, l'équation de quantité de mouvement correspondante sera :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \lambda\theta + \frac{1}{2} = 0 \qquad \text{(IV.46)}$$

Avec : $\lambda>0$ correspond à un écoulement aidé par les forces de flottabilité et $\lambda<0$ correspond à l'écoulement opposé par les effets de flottabilité.

IV.2.3. Résultats et discussion

Le système d'équations différentielles ordinaires Eq (IV.46) et (IV.38) sous les conditions aux limites (IV.44) ont été résolues numériquement pour différentes valeurs de λ et a, les résultats ont été obtenus à l'aide du programme *BVP-4c* dans MATLAB. Afin de réaliser le critère de convergence, η, ainsi que $\Delta\eta$ seront ajusté.

La figure IV.16 représente la variation de la vitesse adimensionnelle en fonction de η pour différentes valeurs de λ. Les courbes en rouge représentent le cas courant aidant quand $\lambda>0$, et les figure en noire représente le cas courant opposant quand $\lambda<0$.

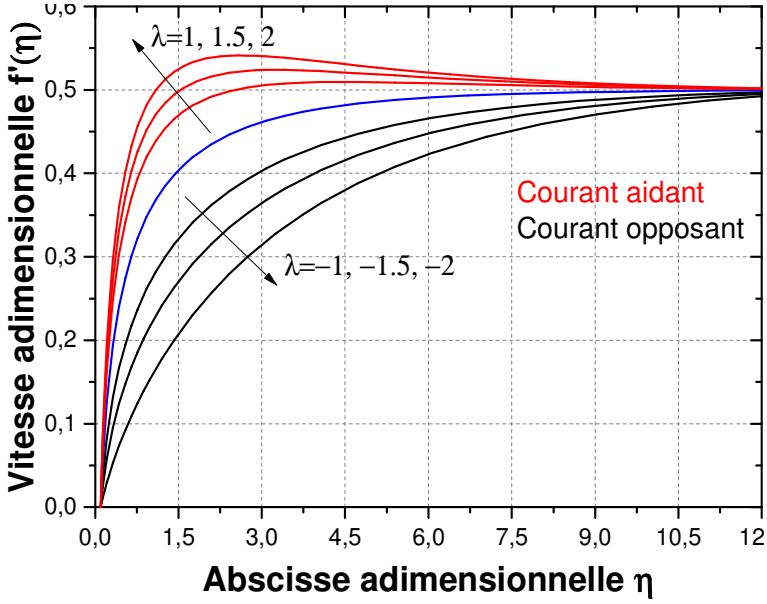


Figure IV.15. Comparaison des effets de λ (i)courant aidant et (ii) courant opposant sur la distribution de vitesse avec : Pr=0.733_aiguille isotherme

D'après la figure IV.16, on remarque que dans le cas où $\lambda>0$, les profils de vitesses sont nettement supérieurs à celles du cas où $\lambda<0$. Aussi, on voie bien que dans le cas courant aidant, plus la valeur de λ est grande et plus la vitesse devient grande. Par contre dans le cas courant opposant $(\lambda<0)$, en augmentant λ, la vitesse diminue.

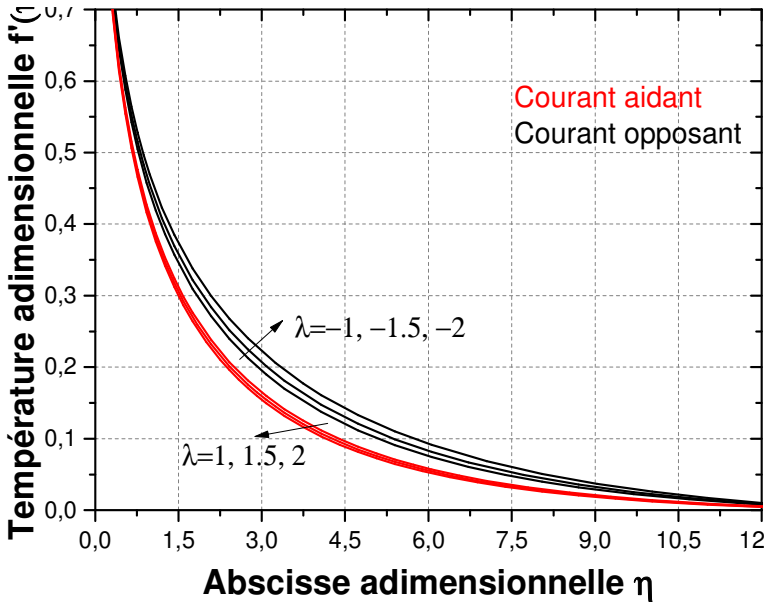


Figure IV.16. Comparaison des effets de λ (i)courant aidant et (ii) courant opposant sur la distribution de température avec : Pr=0.733_aiguille isotherme

La figure IV.17 représente la variation de la température adimensionnelle en fonction de η, avec différentes valeurs de λ. En remarque que le profil de température diminue avec

des valeur positive de λ, et donc le transfert thermique est favorable dans ces conditions. Par contre, en voie bien que la température augmente avec des valeurs négatives de λ, cela est un résultat direct du ralentissement de l'écoulement quand les forces de flottabilités oppose au courant axiale ce qui diminue le transfert thermique et augmente l'épaisseur de la couche limite thermique.

Cas n° 03

Effets de la MHD sur la convection forcée le long d'une aiguille fine isotherme.

IV.3.1. Introduction

L'influence du champ magnétique sur le transfert de chaleur convectif est d'une importance primordiale pour l'ingénierie. Plusieurs méthodes numériques et expérimentales ont été développées pour étudier les caractéristiques d'écoulement le long des cylindres verticaux et des aiguilles, car ces géométries ont des applications industrielles pratiques, telles que la conception de collecteurs solaires, la climatisation, le refroidissement des appareils électroniques, Les fours, les technologies de lubrification, les équipements de traitement chimique, les technologies de séchage, etc.

Plusieurs chercheurs ont exploré les effets du champ magnétique sur les écoulements convectifs en couche limite le long d'aiguilles minces et/ou de cylindres, **Aydin et Kaya [175]** ont étudié la convection mixte MHD à partir d'un cylindre mince vertical utilisant le des équations de couche limites non similaires et résolues avec la méthode de Keller-Box, ils ont constaté que le transfert de chaleur et le frottement pariétal augmentaient tout en augmentant l'intensité magnétique. Plus récemment, **Uddin et al. [176]** ont étudié l'effet de rayonnement et de transpiration sur le flux de couche de frontière laminaire convective forcée MHD à partir d'une plaque verticale mobile, ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur s'élève avec : la vitesse de transfert de masse, transfert thermique convectif, le nombre de Prandtl, taux de vitesse et paramètres du champ magnétique.

Dans le problème présent, une étude théorique du transfert de chaleur en convection forcée laminaire bidimensionnel en régime permanant d'un fluide incompressible visqueux avec magnétohydrodynamique le long d'une aiguille fine verticale a été étudié. Les équations différentielles ordinaires de similarité ont été obtenues et résolues en utilisant le programme BVP-4C de Matlab, basé sur la méthode des différences finies. Les profils de vitesse et de température sont représentés graphiquement et les résultats sont discutés en termes de paramètre de champ magnétique M et de la taille d'aiguille a.

IV.3.2. Analyse mathématique

Considérons le cas de couches limites bidimensionnelle, laminaire, en convection forcée, en régime permanant, d'un fluide incompressible et conducteur d'électricité avec présence de MHD le long d'une aiguille fine verticale de longueur L avec une température de paroi uniforme $T_w > T_\infty$ dans un courant externe variable $U(x)$ dans la direction axiale. L'épaisseur de l'aiguille est du même ordre que l'épaisseur de la couche limite qui se développe. Par conséquent, le flux est considéré comme axisymétrique. Un champ magnétique de force variable $B(x)$ est appliqué dans la direction radiale, perpendiculaire à l'écoulement et dans la direction opposée de l'axe des r. Le nombre de Reynolds magnétique est supposé être très petit, et donc, le champ magnétique induit est négligeable. On suppose aussi qu'il n'y a pas existence de champ électrique et la dissipation magnétique est négligeable, ainsi que l'effet Hall, la dissipation visqueuse et l'effet Joule sont négligeables.

Les équations de continuité, de conservation de quantité de mouvement et d'énergie sont comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{IV.47}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{\overrightarrow{F_m}}{\rho} \tag{IV.48}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \tag{IV.49}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{IV.50}$$

Dans l'équation (IV.48) : F_m est la force magnétohydrodynamique, elle est calculée comme suit :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{F_m} &= \overrightarrow{J_c} \times \overrightarrow{B(x)} = \sigma\left(\vec{V} \times \overrightarrow{B(x)}\right) \times \overrightarrow{B(x)} \\ &= \sigma\left((u\,\vec{\imath} + v\,\vec{\jmath}) \times (B(x)\,\vec{\jmath}) \times \overrightarrow{B(x)}\right) = -\sigma u B_0 x^{1/4}\end{aligned} \tag{IV.51}$$

Ici on a introduit le terme déduit des équations de Maxwell pour l'hydromagnétique à l'équation de conservation de quantité de mouvement ce terme peut s'écrire dans notre cas $\frac{\sigma B^2(x)}{\rho}u$ qui représente l'application d'un champ magnétique variable transversal à la direction de l'écoulement. Avec $B(x) = B_0 x^{1/4}$.

En introduisant la propriété sur le gradient de pression axial P dû à l'écoulement variable externe induit par le mouvement du fluide. Et donc, ce gradient de pression peut être exprimé comme suit :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = U(x)\frac{dU(x)}{dx} = u_\infty . x^{1/2} \tag{IV.52}$$

En utilisant les mêmes conditions aux limites que (IV.42), le système d'Eq. (IV.47-IV50), va être transformé du système de coordonnées *(x,r)* vers le système de coordonnées adimensionnels $\eta(x, r)$, en introduisant les transformations :

$$f(\eta) = \frac{\psi(x,r)}{x.v}\ ,\ \theta(\eta) = \frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}\ ,\ U(x) = u_\infty x^{\frac{1}{2}}\ ,\ \eta = \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)\frac{r^2}{x^{\frac{1}{2}}} \tag{IV.53}$$

Où : Ψ est la fonction de courant qui satisfait l'équation de continuité et reliée aux composants de vitesse par : $u = 1/r\ \partial\psi/\partial r$ et $v = -1/r\ \partial\psi/\partial x$. la surface de constante $\eta = a$, correspond à la surface de révolution. Alors, les équations suivantes sont obtenues :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \frac{1}{2} - Mf' = 0 \quad \text{(IV.54)}$$

$$\eta\theta'' + \frac{1}{2}Pr(f\theta') + \theta' = 0 \quad \text{(IV.55)}$$

Les nombres adimensionnels apparaissant dans les équations (IV.54) et (IV.55) sont exprimés comme suit :

$$M = \frac{2\,\sigma B_0^2\,x}{\rho.u_\infty} \quad \text{(IV.56)}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\propto} \quad \text{(IV.57)}$$

Avec : M correspond au paramètre magnétique, Pr le nombre de Prandtl.

Le nombre de Nusselt local et le coefficient de frottement local dans la direction des x sont données par :

a. Nombre de Nusselt local

$$Nu_x = -\frac{\left[x\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right]_{r=a}}{\Delta T}$$
$$\frac{Nu_x}{Re_x^{1/2}} = -2\sqrt{a}.\theta'(a) \quad \text{(IV.58)}$$

b. Coefficient de frottement local

$$C_{fx} = \frac{2\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)\right]_{r=a}}{\rho u_\infty^2}$$
$$C_{fx}.Re_x^{1/2} = 8\sqrt{a}.f''(a) \quad \text{(IV.59)}$$

IV.3.3. Résultats et discussions

L'étude menée ici nous permettra de découvrir l'aspect des couches limites en convection forcée le long d'une aiguille fine vertical isotherme, en présence d'un champ magnétique perpendiculaire d'intensité variable, illustrée dans les profils de vitesse, de température, ainsi que sur le frottement pariétal et le taux de transfert thermique. Pour cela, on a utilisé le modèle d'équation de couche limite bidimensionnel Eq (IV.47) à (IV.50)

avec conditions aux limites Eq (IV.42), réduit à un système d'équations différentielles de premier ordre Eq (IV.54 et IV.55). Lesquels vont être exprimées sous une forme de différences finis ensuite résolues avec leurs conditions aux limites par un schéma itératif. En supposant que l'écoulement est stationnaire, laminaire et les conditions à l'infini sont supposées être constantes.

Les effets du champ magnétique sont examinés. Le système d'équations différentielles ordinaires, (IV.54) et (IV.55) sous Les conditions aux limites (IV.44) ont été résolues en utilisant la fonction *BVP-4C* **[177]** dans Matlab. Des calculs ont été effectués pour différentes gammes des paramètres principaux, à savoir : le paramètre magnétique M=0, 0.5, 1, 2 ; le nombre de Prandtl Pr=0.733, 5, 10 et l'épaisseur de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1.

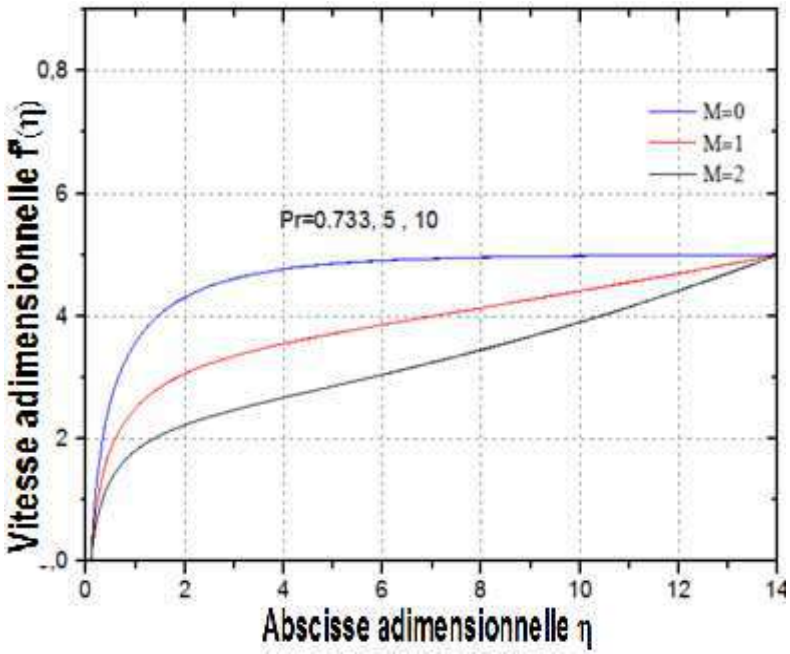


Figure IV.17. Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection forcée, pour a=0.1, et différentes valeurs du nombre de Prandtl

Les figures IV.18 et IV.19, représentent la variation des profils de vitesse et de température respectivement, tous, avec le nombre de Prandtl et le paramètre magnétique. On remarque d'après ces figures qu'il n'y a pas de changement dans le profil de vitesse avec des valeurs différentes du nombre de Prandtl. Par contre, en augmentant les valeurs de ce dernier, cela réduira significativement la température du fluide. Le champs magnétique M réduit la vitesse de l'écoulement comme on le voit clairement sur la figure IV.18. En revange, son application mène à une augmentation de température (voir figure IV.19).

La figure IV.20 représente la variation du profil de vitesse adimensionnelle avec le champs magnétique M ainsi que l'épaisseur de l'aiguille a. on constate à partir de la figure que la vitesse diminue avec l'augmentation de M et/ou a.

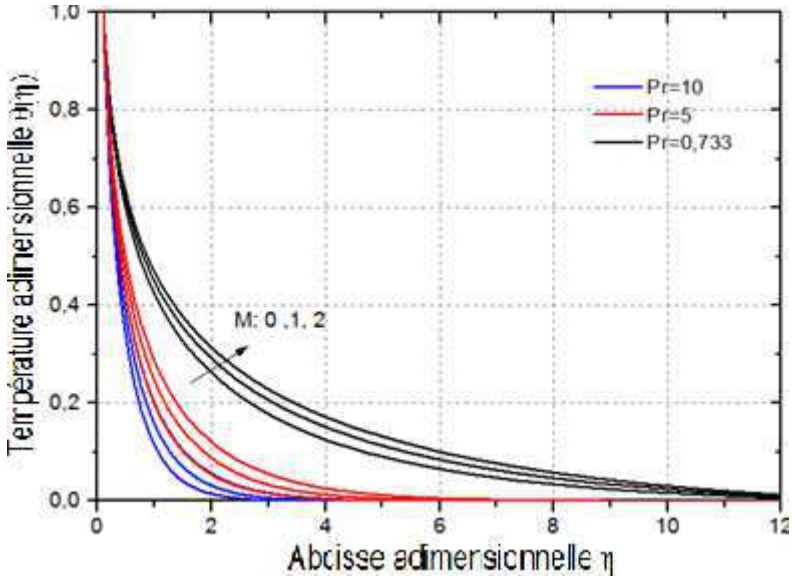


Figure IV.18. Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection forcée, pour a=0.1, et différentes valeurs du nombre de Prandtl

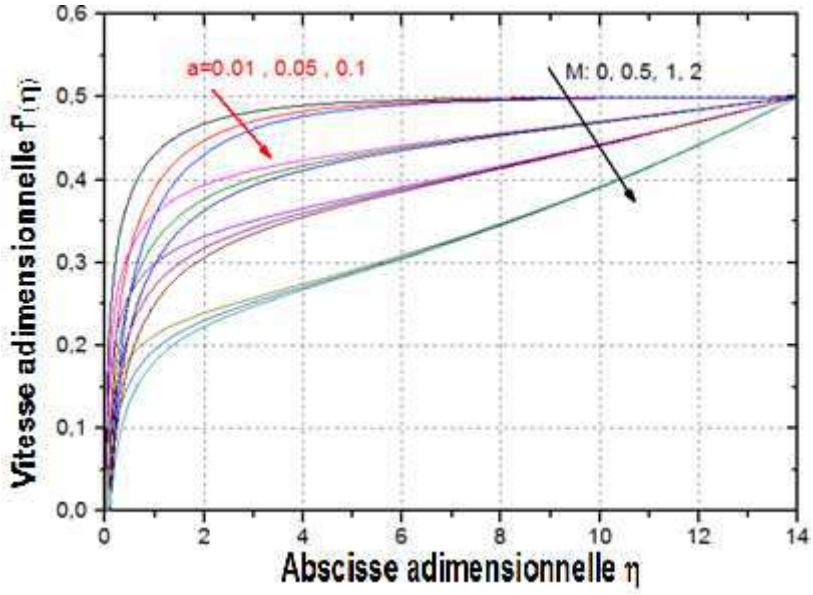


Figure IV.19. Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection forcée, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1.

La figure IV.21 représente la variation du profil de température adimensionnel avec le champ magnétique ainsi que la taille de l'aiguille. Il a été montré que la température s'élève avec l'augmentation des valeurs de *M* et *a*.

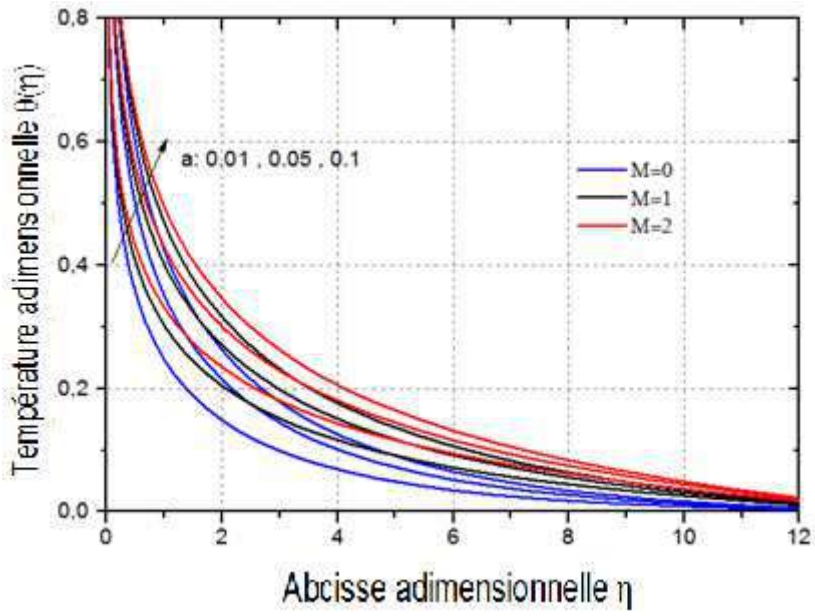


Figure IV.20. Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection forcée pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1

Le tableau IV.3, ci-dessous montre la variation du coefficient de frottement local et le nombre de Nusselt, tous avec le paramètre du champ magnétique et l'épaisseur de l'aiguille.

a	$Cfx/Re_x^{1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$
	M=0	
0.01	*8.28208*	*3.32026*
0.05	*5.18964*	*1.96335*
0.1	*4.35711*	*1.60042*
	M=1	
0.01	*5.71232*	*3.18966*
0.05	*3.63244*	*1.87480*
0.1	*3.07879*	*1.52491*
	M=2	
0.01	*4.10056*	*3.09130*
0.05	*2.65215*	*1.80906*
0.1	*2.27026*	*1.46925*

Tableau IV.3. Effets de M sur le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement locaux en convection forcée, pour des épaisseurs données de l'aiguille

D'une façon générale, augmenter l'intensité du champ magnétique réduira le frottement ainsi que le taux de transfert thermique. De même pour l'épaisseur de l'aiguille a, plus la taille de l'aiguille est grande et plus le frottement diminue. Un comportement similaire est aperçu avec le taux de transfert thermique.

IV.3.4. Conclusion

L'étude a révélé les effets de l'application d'un champ magnétique non uniforme sur le transfert thermique en convection forcée d'un fluide visqueux incompressible le long d'une aiguille fine verticale isotherme. À partir de cette étude, on peut tirer les conclusions suivantes :

D'après les figures, nous avons vu qu'en augmentant les valeurs du paramètre magnétique ainsi que la taille de l'aiguille, la vitesse diminue et ainsi, l'épaisseur de la couche limite dynamique diminue. En revanche, on a observé que la température augmente avec l'augmentation du paramètre magnétique ainsi que la taille de l'aiguille. Ceci est dû au fait que le champ de magnétisme appliqué agit comme une force de traînée qui réduit la vitesse et augmente la température du fluide, car les forces de Lorentz s'oppose à l'écoulement ce qui augmente le frottement entre les couches de fluide et donc diminue le transfert de chaleur (voir Tableau IV.3). Cependant, le nombre de Prandtl n'a montré aucun effet sur le profil de vitesse. En revanche, pour une taille d'aiguille donnée, en diminuant les valeurs de Prandtl, la température baisse et donc le transfert thermique est favorable.

De façon plus généralisée, la vitesse diminue avec l'augmentation de l'intensité magnétique. Cependant, l'application de ce champ magnétique semble réduire le taux d'échange de chaleur.

Cas n° 04

Effets de la MHD sur le transfert thermique en convection mixte le long d'une aiguille fine isotherme.

IV.4.1. Introduction

Dans cette partie d'étude, le problème du transfert thermique par convection mixte en régime laminaire par une aiguille fine vertical isotherme dans un écoulement externe variable et en présence d'un champ magnétique non uniforme a été considéré. Les solutions de similarité pour les aiguilles isothermes ont été obtenues. Le système d'équations transformées composée d'équations différentielles ordinaires couplées de second degré ont été résolues numériquement utilisant la fonction *BVP 4-C* dans Matlab. Les profils de vitesse et température ainsi que le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement local ont été illustrées pour différents valeurs des paramètres gouvernants.

Quelques études ont été menées sur la convection mixte le long des aiguilles fines, **Narain et Uberoi [4]** ont été les premiers à considérer ce genre de problème en élaborant un système d'équations menant à une solution de similarité. Depuis, différents chercheurs ont montré un grand intérêt pour ce genre de problème tel que **Heckel et al. [34], Khouaja et al. [178], Kafoussias [179]**. Récemment, de nombreux chercheurs ont conduit des études de recherches sur les effets de l'application d'un champ magnétique sur la convection mixte le long des aiguilles fines et cylindres. **Aydin et Kaya [175]** ont étudié la convection mixte avec MHD le long d'un cylindre vertical mince en utilisant des équations de couche limite avec effets de courbure, le système d'équations a été résolue avec une méthode nommé ''Keller-Box'', ils ont trouvé que l'application du champ magnétique favorise le transfert thermique et que l'augmentation de l'intensité du champ magnétique augmente le frottement local. Plus récemment, **Uddin et al. [176]**, ont étudié les effets de transpiration et radiation sur la convection forcée avec MHD par une plaque plane verticale en mouvement, ils ont trouvé que le taux de transfert thermique augmente parallèlement avec la vitesse, le nombre de Prandtl et le champ magnétique. L'intérêt de cette étude est de démontrer les effets d'un champ magnétique variable sur la convection mixte le long d'une aiguille fine verticale.

IV.4.2. Analyse mathématique

On considère le cas de la convection mixte bidimensionnel, en régime laminaire incompressible sur une aiguille fine vertical de longueur nominale L disposé dans un écoulement externe $U(x)$ dans la direction axiale. L'aiguille est maintenue à une température uniforme T_w tel que : $T_w > T_\infty$. Le diamètre de l'aiguille est du même ordre que l'épaisseur de la couche limite qu'elle développe. L'écoulement est considéré comme axisymétrique. Mis à part la masse volumique du fluide, Les autres propriétés sont supposées constantes. Le modèle physique est présenté sur la fig. IV.22.

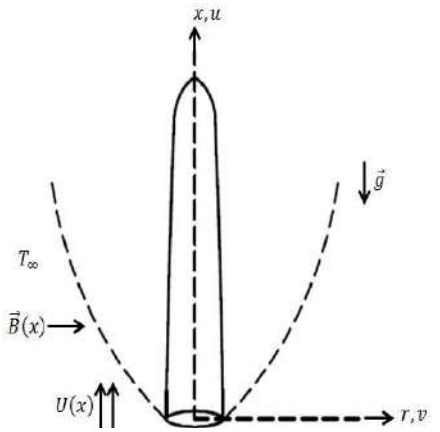


Figure IV.21 Model physique des transferts convectifs avec MHD le long d'une aiguille fine (cas d'un fluide magnétique).

La température et la vitesse à une distance de l'aiguille sont représentés par : T_∞ et U_∞ respectivement. Un champ magnétique variable $B(x)=(0, -B_0.x^{1/4}, 0)$, est appliqué dans la direction r négative (**Ahmet Kaya [180]**), cette force est appelé ''la force de Lorentz''. Cependant, le nombre de Reynolds magnétique est supposé très petit de tel façon à négliger le champ magnétique induit. Le champ électrique est supposé négligeable.

Les équations gouvernantes

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{IV.60}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + g\beta(T - T\infty) \pm \frac{\sigma\, B^2(x)}{\rho}u \tag{IV.61}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \tag{IV.62}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{IV.63}$$

La propriété sur le gradient de pression axial P dû à l'écoulement variable externe induit par le mouvement du fluide reste la même que dans (IV.33).

Dans l'équation de conservation de quantité de mouvement (IV.61), on voit apparaitre le terme $g\beta(T - T_\infty)$ qui représente les forces de flottabilité due à la variation de la masse volumique et qui obéi à l'approximation de Boussinesq (voir chapitre III. Formulation mathématique).

Les conditions aux limites sont identiques à celle dans (IV.42). Le système d'Eq. (IV.60-IV.63) et (IV.42) va être transformé du système de coordonnées (x, r) vers le système de coordonnées adimensionnels $\eta(x, r)$, en introduisant les même transformations que (IV.53), on obtiendra les équations suivantes :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \lambda\theta + \frac{1}{2} - Mf' = 0 \tag{IV.64}$$

$$\eta\theta'' + \frac{1}{2}Pr(f\theta') + \theta' = 0 \tag{IV.65}$$

Les conditions aux limites correspondantes sont identiques à (IV.44). Les nombres adimensionnels apparaissant dans les équations (IV.64) et (IV.65) sont le paramètre

magnétique *M*, le paramètre de convection mixte λ et le nombre de Prandtl *Pr*, qu'on a vu précédemment leurs expressions respectives.

Le nombre de Nusselt local et le coefficient de frottement local dans la direction des *x* sont données par les expressions (IV.58) et (IV.59) respectivement.

IV.4.3. Résultats et discussions

Dans cette partie, on a étudié les effets de l'application d'un champ magnétique perpendiculaire d'intensité variable sur un écoulement convectif le long d'une aiguille fine vertical. Pour cela, on a utilisé le modèle d'équation de couche limite bidimensionnel Eq (IV.60) à (IV.63) avec conditions aux limites Eq (IV.42). On a réduit ces équations à un système d'équations différentielles de premier ordre Eq (IV.64) et (IV.65) lesquels vont être exprimées sous une forme de différences finis ensuite résolues avec leurs conditions aux limites par un schéma itératif. En supposant que l'écoulement est stationnaire, laminaire et les conditions à l'infini sont supposées être constantes. Après compilations, on a abouti à des résultats pour différents gammes des paramètres gouvernantes, en l'occurrence le paramètre de la convection mixte λ, avec : $\lambda=0$ correspond à un écoulement purement régit par la convection forcée, et $\lambda=50$, correspond à un écoulement régit par les forces de flottabilité (convection naturelle). Le paramètre magnétique *M* et l'épaisseur de l'aiguille *a*. le nombre de Prandtl sera fixé à 0.733.

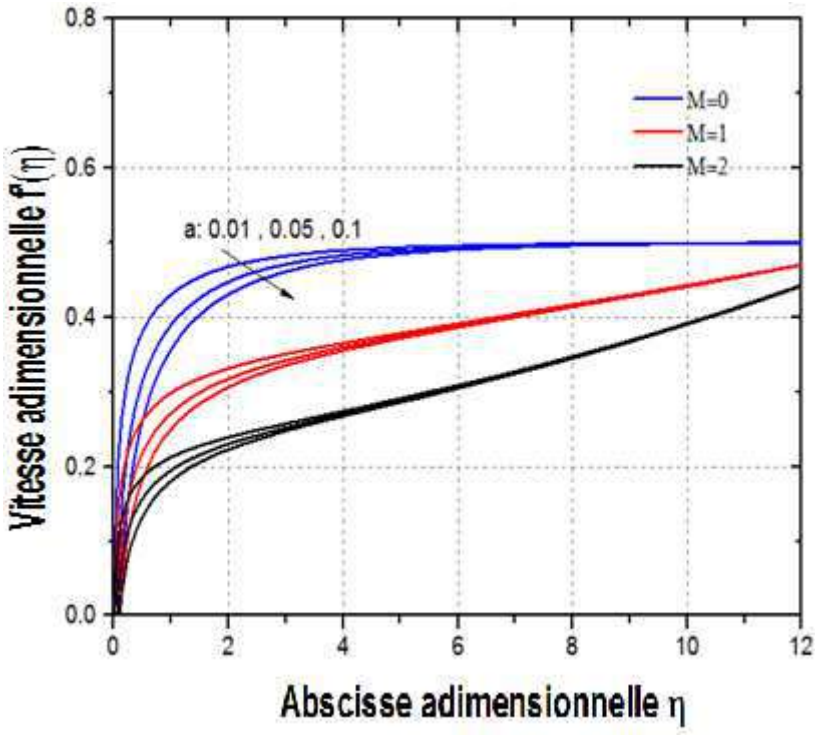


Figure IV.22. Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1, λ=0, Pr=0.733

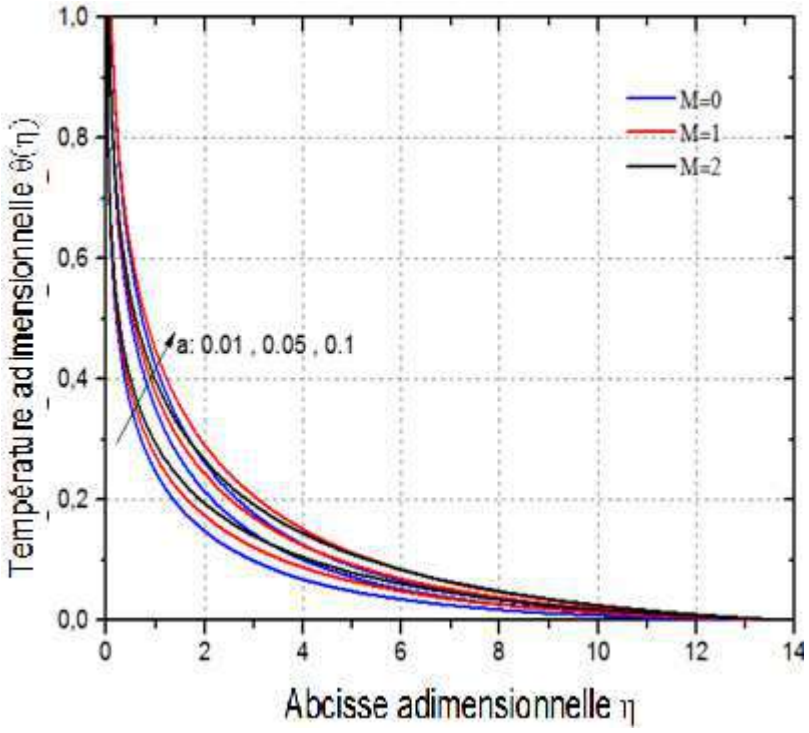


Figure IV.23. Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=0, Pr=0.733.

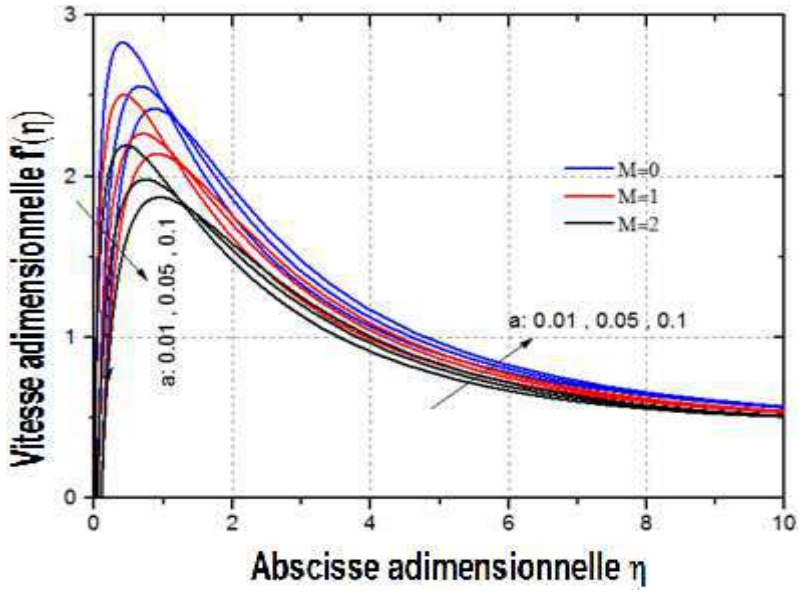


Figure IV.24. Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05 et 0.1, λ=10, Pr=0.733

Les figures IV.23 et IV.24 représentent la variation de la vitesse et de la température en présence d'un champ magnétique non uniforme M, dans le cas où λ=0, ce cas a été largement discuté précedement, qui entre outre, représente le cas déjà considéré de la convection forcée.

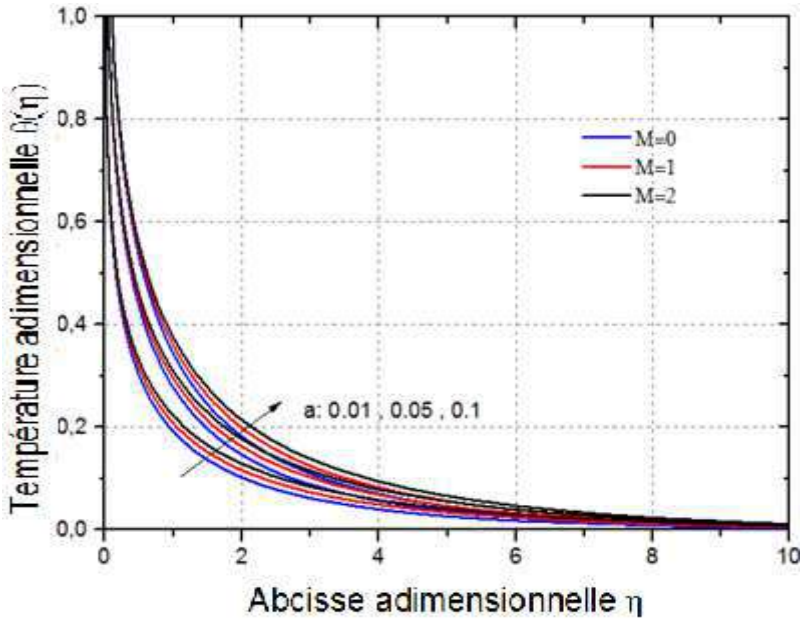


Figure IV.25. Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=10, Pr=0.733

Les figures IV.25 et IV.26 montrent les effets du champ magnétique sur la vitesse et la température poue λ=10, et pour différents épaisseurs de l'aiguille, le nombre de prandtl est pris ici pour représenté l'air, Pr=0.733. d'après la figure IV.25, on s'aperçoi qu'il y a deux région bien distincte, la première région η=[0, 1.2], là où la vitesse diminu en augmentant la taille de l'aiguille et η=[1.2, ∞], la vitesse s'améliore avec des tailles plus grande de l'aiguille.

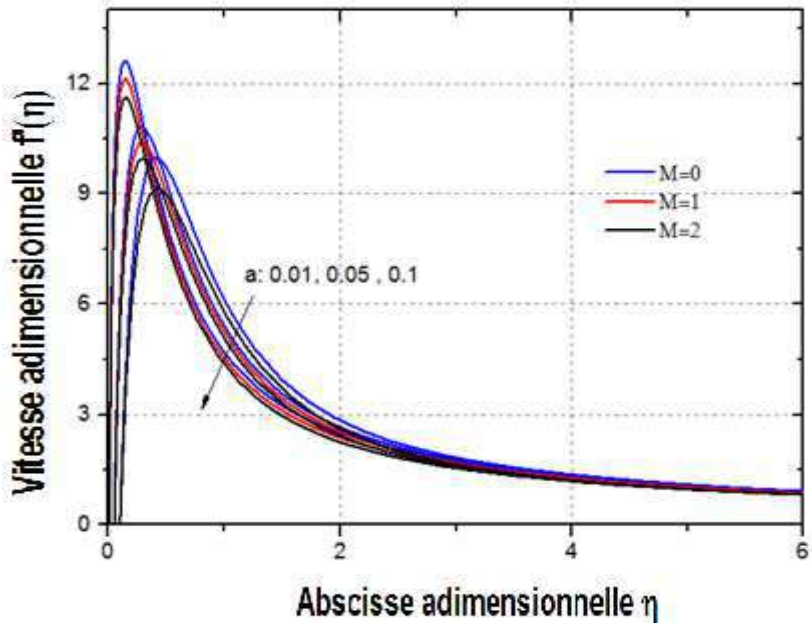


Figure IV.26. Effets du champ magnétique sur le profil de vitesse en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=50, Pr=0.733

L'influence du champ magnétique est similaire au cas précèdent à savoir λ=0, par contre les effets de ce champ sont nettement moins prononcés que dans le cas précèdant.

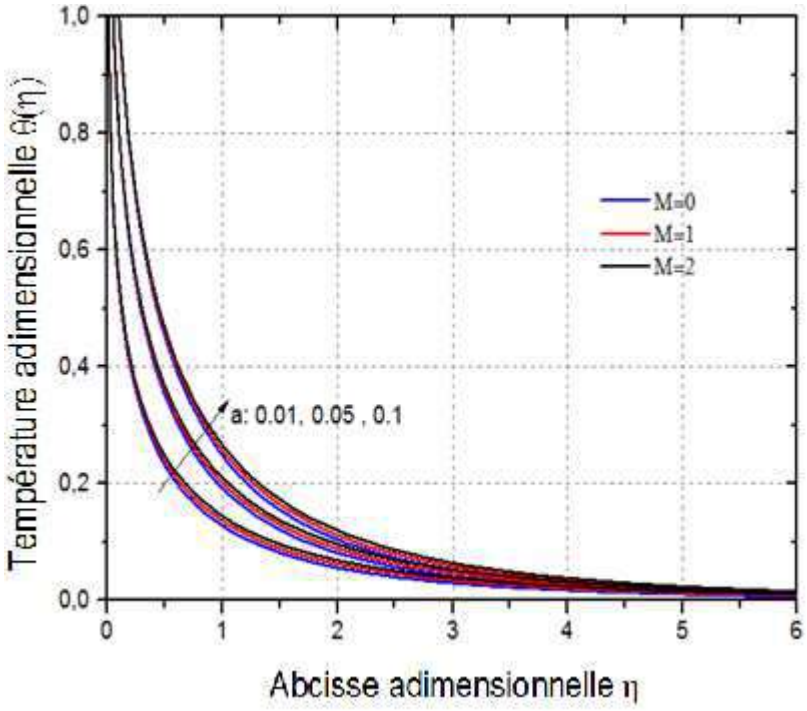


Figure IV.27. Effets du champ magnétique sur le profil de température en convection mixte, pour des épaisseurs données de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1, λ=50, Pr=0.733

Les figures IV.27 et IV.28 représente le comportement de la vitesse et de la température en présence d'un champ magnétique quand λ=50, Pr=0.733, et différentes valeurs de a. on remarque d'après ces figures que les effets du champ magnétique sur la vitesse et la température sont de plus en plus faibles avec des valeurs élevées de λ.

Cas n°05

Hypothèse d'un champ magnétique assistant l'écoulement.

IV.5.1. Enoncé du problème

Dans le cas précédant, on a supposé un champ magnétique transversal normal à l'écoulement du fluide et dans la direction opposée des axes des r, à présent, on va changer la polarité du champ magnétique et supposer qu'il est appliqué vers l'aiguille de façon à être dans la direction de l'axe des r, tel que $B(x)=(0, B_0.x^{1/4}, 0)$, est appliqué en inversant le sens des vecteurs des forces magnétiques, comme représenté sur la figure IV.29. En procédant de la même façon que (IV.51) afin de déterminé l'expression de $\overrightarrow{F_m}$ dans l'équation (IV.48), on trouve :

$$\overrightarrow{F_m} = \overrightarrow{J_c} \times \overrightarrow{B(x)} = \sigma u B_0 x^{1/4} \qquad \text{(IV.66)}$$

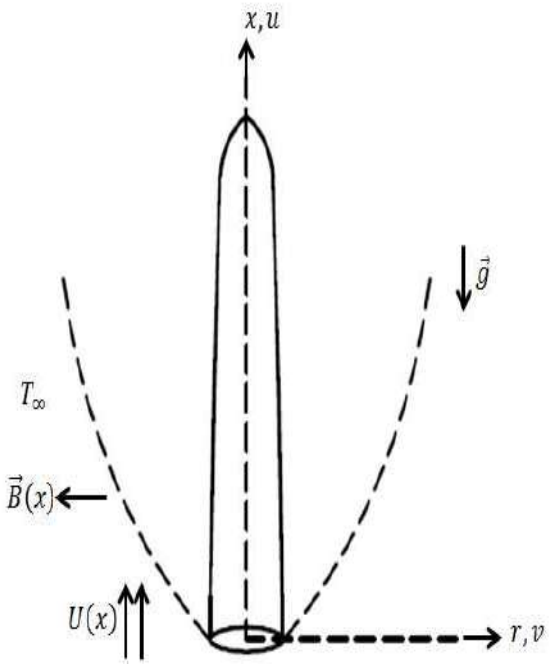


Figure IV.28. Model physique des transferts convectifs avec MHD le long d'une aiguille fine (MHD Co-courant).

IV.5.2. Résultats et discussion

Dans cette partie, on a fait une comparaison entre un champ magnétique co-courant et un champ magnétique contre-courant. Pour cela, on a étudié les effets de l'application d'un champ magnétique perpendiculaire d'intensité variable sur un écoulement convectif le long d'une aiguille fine vertical. On a donc considéré deux cas, le premier a été déjà étudié dans la partie précédente, à présent, on suppose que le vecteur champ magnétique est dans la direction de l'axe des *r*. Pour cela, on a utilisé le modèle d'équation de couche limite bidimensionnel Eq (IV.60) à (IV.63) avec leurs conditions aux limites Eq (IV.42). En supposant que l'écoulement est stationnaire, laminaire et les conditions à l'infini sont supposées être constantes.

Dans ce qui va suivre de cette partie, les effets du champ magnétique seront examinés. En prenant les équations (IV.64) et (IV.65), et en supposant que $M>0$ correspond à un

champ magnétique opposant et *M<0* correspond à un champ magnétique aidant. Les résultats sont représentés comme suit :

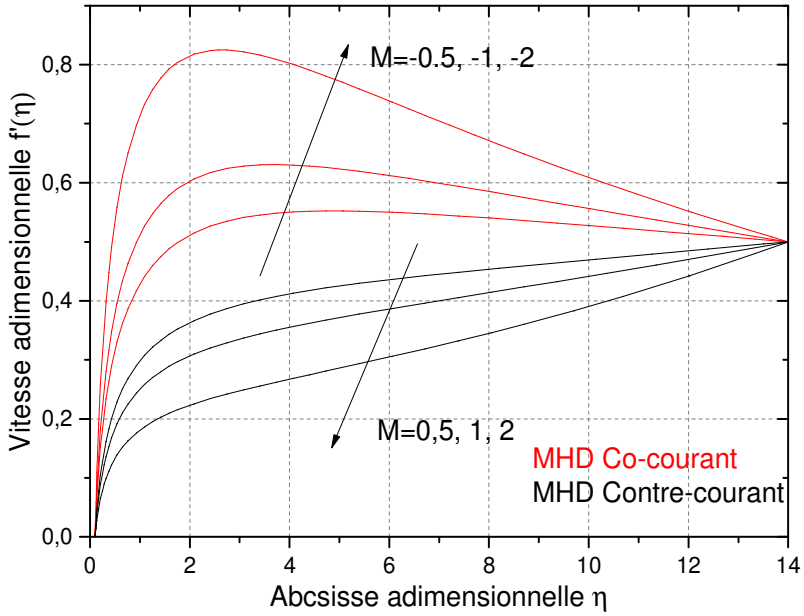


Figure IV.29. Profil de vitesse dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=0, Pr=0.733

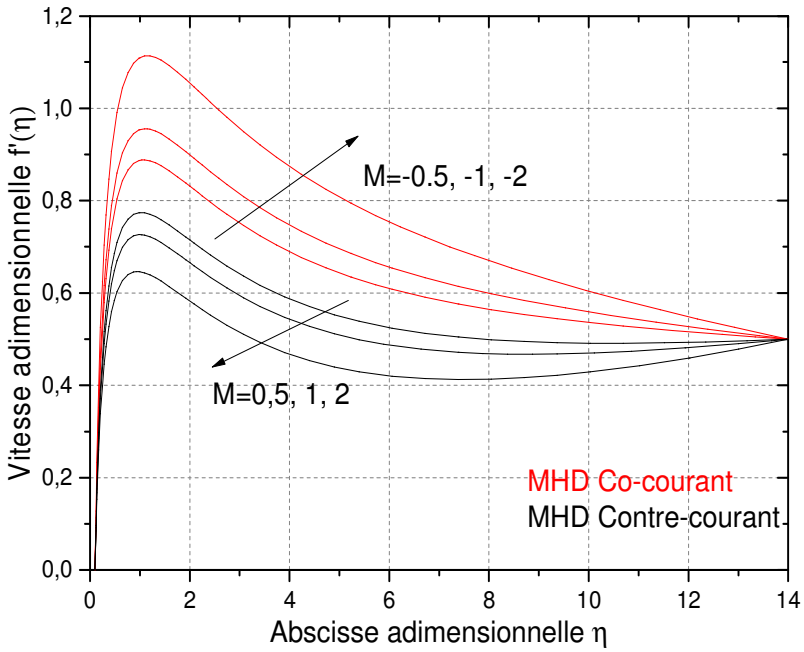


Figure IV.30. Profil de vitesse dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=10, Pr=0.733

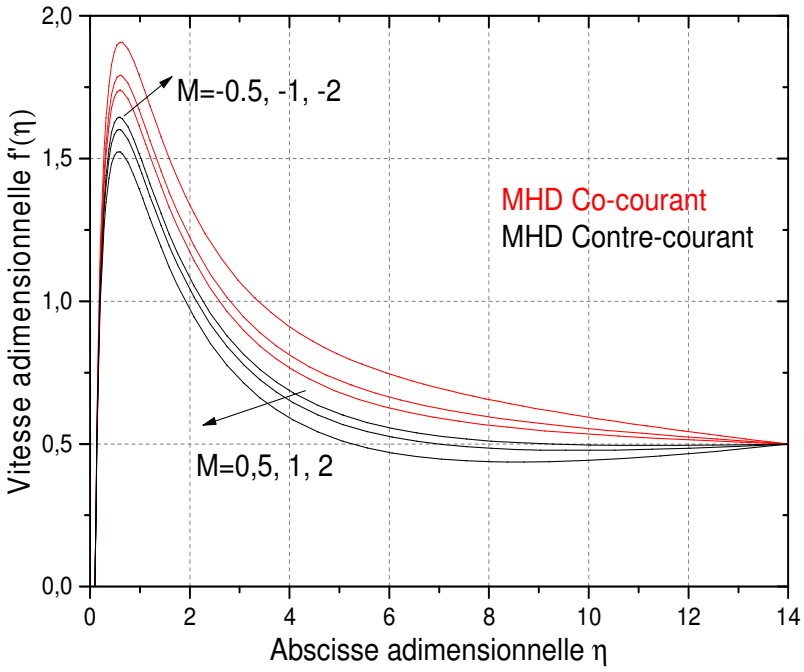


Figure IV.31. Profil de vitesse dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=50, Pr=0.733

Les figure de IV.30 à IV.32 montrent une comparaison entre les effets d'un champ magnétique co-courant et un champ magnétique contre-courant, avec différentes valeurs de λ. On remarque d'après ces figures qu'à l'opposé d'un champ magnétique contre-courant $M>0$, le champ magnétique co-courant $M<0$ est favorable à la vitesse de l'écoulement.

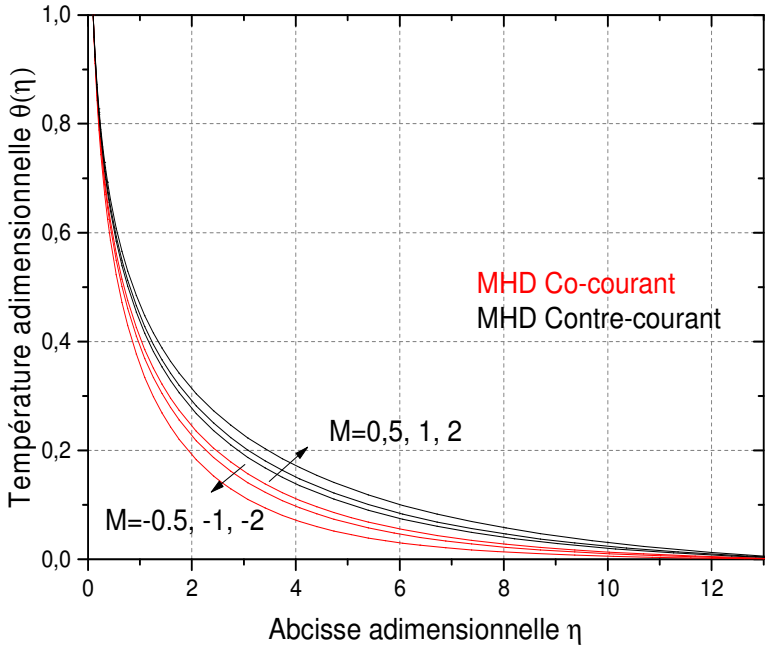


Figure IV.32. Profil de température dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=0, Pr=0.733

Cette constatation est très observée lorsque la convection forcée est dominante $\lambda=0$. Cependant, elle est nettement moins prononcée lorsqu'il s'agit de la dominance de la convection naturelle $\lambda=50$.

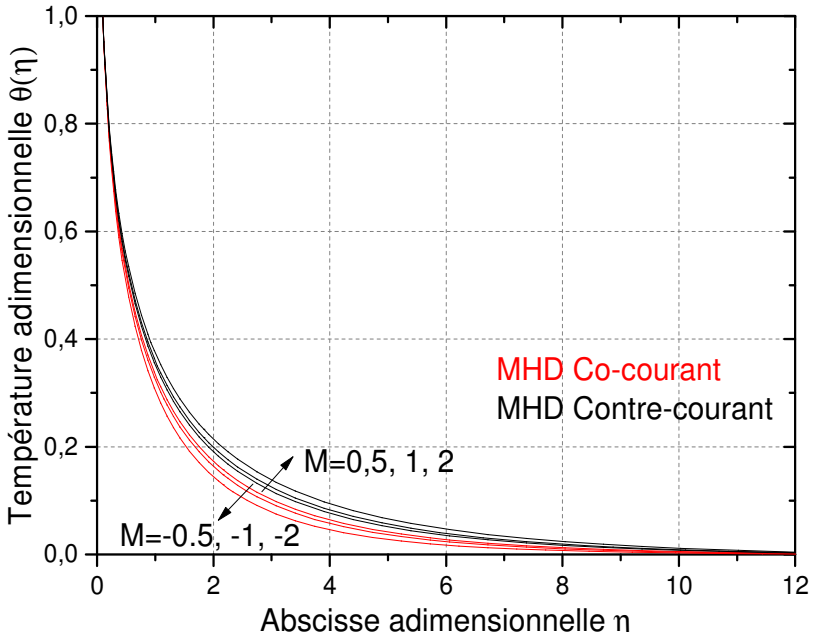


Figure IV.33. Profil de température dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=10, Pr=0.733

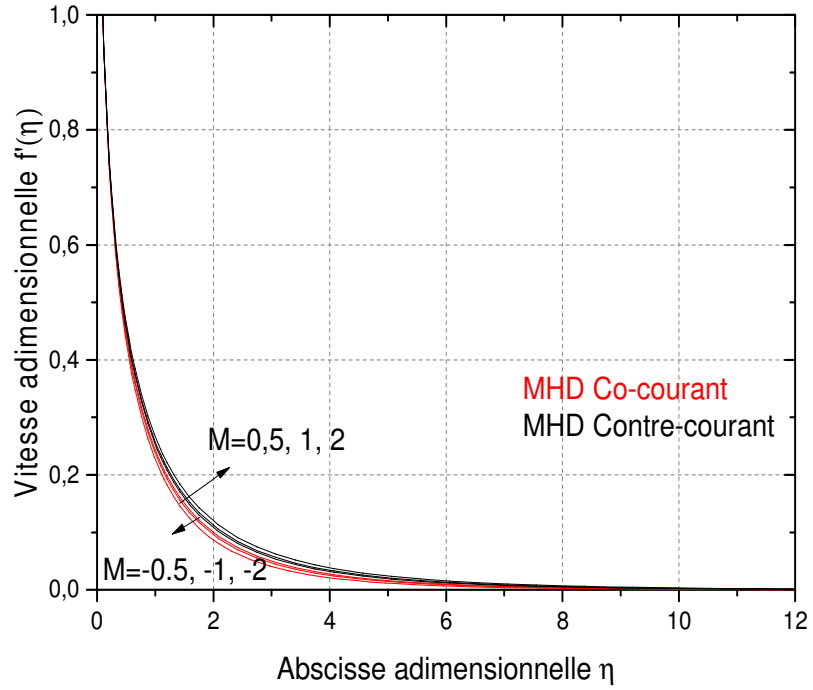


Figure IV.34. Profil de température dans un champ magnétique (i) co-courant et (ii) contre-courant, avec : a= 0.1, λ=50, Pr=0.733

Les profils de température en présence d'un champ magnétique co-courant et contre-courant sont représentés dans les figures IV.33 à IV.35, ces figures montrent une comparaison entre ces deux cas. En remarque que l'application d'un champ magnétique co-courant améliore le transfert thermique ce qui réduit la température autour de l'aiguille dans les trois cas considérés de λ. En remarque aussi, que la température du fluide est réduite de façon très significative dans le cas de la convection forcée. Par contre, en augmentant λ, cet effet s'estompe de plus en plus.

Cas n° 06

Dissipation thermique en convection naturelle avec MHD le long d'une aiguille fine vertical isotherme.

IV.6.1. Introduction

Le problème théorique des effets de la MHD et de la dissipation thermique sur le transfert de chaleur en convection naturelle d'un fluide visqueux incompressible le long d'une aiguille verticale isothermique a été étudié. Les profils de vitesse et de température sont représentés graphiquement et les résultats sont discutés en termes de paramètre de champ magnétique M, nombre d'Eckert Ec, nombre de Prandtl et l'épaisseur de l'aiguille a.

IV.6.2. Analyse mathématique

Considérons le cas bidimensionnel de la convection naturelle, en régime permanant, laminaire, d'un fluide incompressible et conducteur d'électricité avec MHD, le long d'une fine isotherme d'épaisseur a et de longueur verticale L. le fluide est initialement au repos. La température du fluide à une distance loin de l'aiguille est T_∞ et la paroi est maintenue à une température uniforme $T_w > T_\infty$. Le rayon de l'aiguille est du même ordre que l'épaisseur de la couche limite. Par conséquent, le flux est considéré comme axisymétrique. L'accélération gravitationnelle g est en dirigé vers le bas et un champ magnétique d'intensité variable $B(x)$ défini par : $B(x)=B_0.x^{1/4}$ est appliqué dans la direction radiale qui est normale à l'écoulement.

Les équations gouvernantes

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{IV.67}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + g\beta(T - T\infty) - \frac{\sigma B^2(x)}{\rho}u \tag{IV.68}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \tag{IV.69}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\sigma B^2(x)}{\rho C_p}u^2 \tag{IV.70}$$

Les conditions aux limites sont identiques à celle dans (IV.42). Le système d'Eq. (IV.67-IV.70) va être transformé du système de coordonnées (x,r) vers le système de coordonnées adimensionnels $\eta(x, r)$, en introduisant les transformations (IV.53), on obtiendra les équations suivantes :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \lambda\theta + \frac{1}{2} - Mf' = 0 \tag{IV.71}$$

$$\eta\theta'' + \frac{1}{2}Pr(f\theta' + M.Ecf'^2) + \theta' = 0 \qquad \text{(IV.72)}$$

On voie apparaitre dans l'équation de l'énergie (IV.72), le terme *Ec*, c'est le nombre sans dimension d'Eckert, et qui représente la dissipation thermique due à l'application du champ magnétique. Il est exprimé comme suit :

$$Ec = \frac{u_\infty^2 x}{C_p(T_w - T_\infty)} \qquad \text{(IV.73)}$$

Les conditions aux limites correspondantes sont identiques à (IV.44). Les nombres adimensionnels apparaissant dans les équations (IV.71) et (IV.72) sont le paramètre magnétique *M*, le paramètre de flottabilité λ et le nombre de Prandtl *Pr*, qu'on a vu précédemment leurs expressions respectives.

IV.6.3. Résultats et discussions

Le système d'équations ordinaire différentielles (IV.71) et (IV.72) sous les conditions aux limites (IV.44) ont été résolues numériquement en utilisant la fonction BVP-4C dans Matlab. Les résultats sont présentés graphiquement sous formes des courbes de fonctions de vitesses et de températures. En supposant que le nombre d'Eckert varie entre 0 et 0.2 avec 0.1 d'incrément. Le nombre de Prandtl *Pr*=0.733, 5, 10, le paramètre magnétique est considéré toujours positive, *M*=0, 1, 2, la taille de l'aiguille *a*=0.01, 0.05, 0.1, le paramètre des forces de flottabilité est maintenu à λ=50.

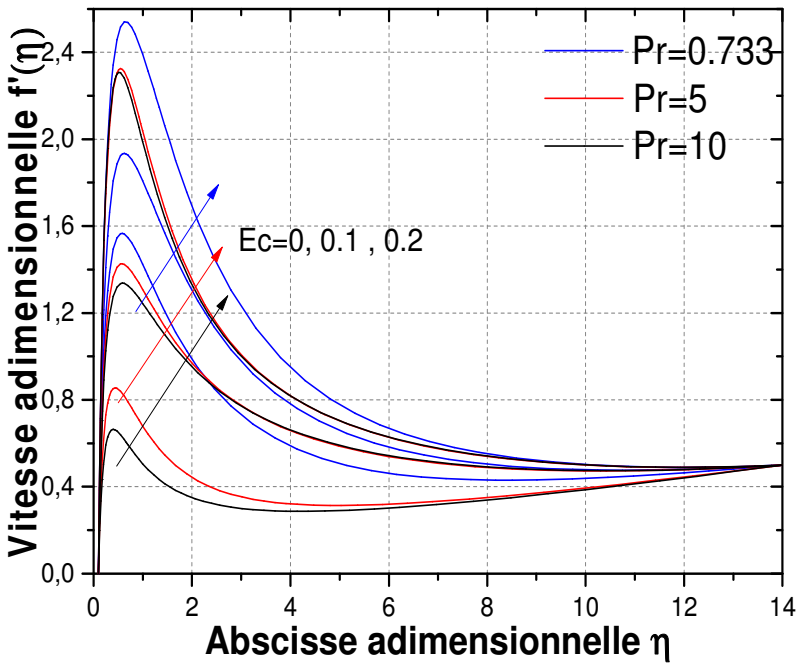


Figure IV.35. Effet de Ec et Pr sur le Profil de vitesse, avec : a= 0.1, λ=50

La figure IV.36 montre l'influence du nombre d'Eckert et du nombre de Prandtl, tous sur les profils de vitesse avec *M*=1 et *a*=0.1. Il a été observé que la vitesse diminue avec des valeurs grandes de *Pr*. Par contre, le nombre d'Eckert est favorable à la vitesse.

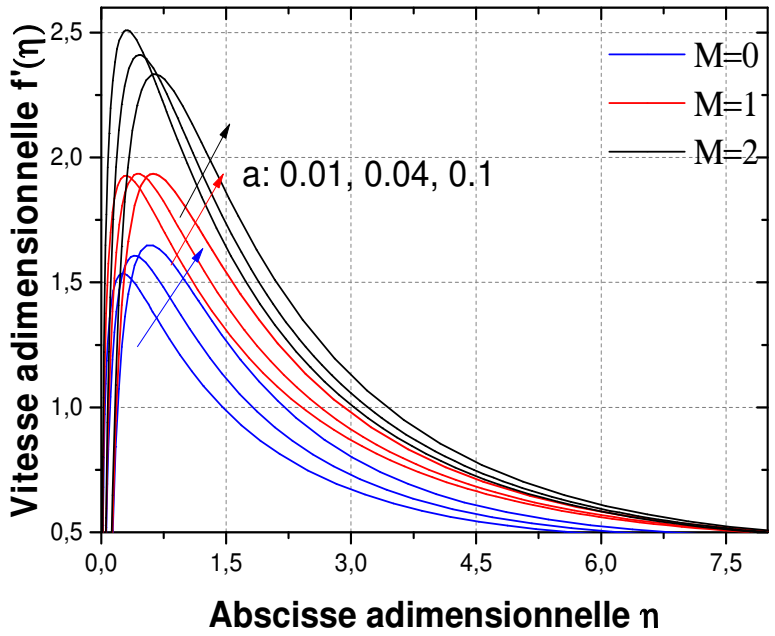


Figure IV.36. Effet de M et a sur le Profil de vitesse, avec : Pr=0.733, λ=50

Les figure IV.37 et IV.39 représentent la variation de la vitesse et la température adimensionnelles, tous avec *M* et *a*, en prenant une valeur fixe du nombre d'Eckert *Ec*=0.1. En augmentant *M*, cela améliorera la vitesse et diminuera la température autour de l'aiguille. Même constat observé concernant la taille de l'aiguille *a.*

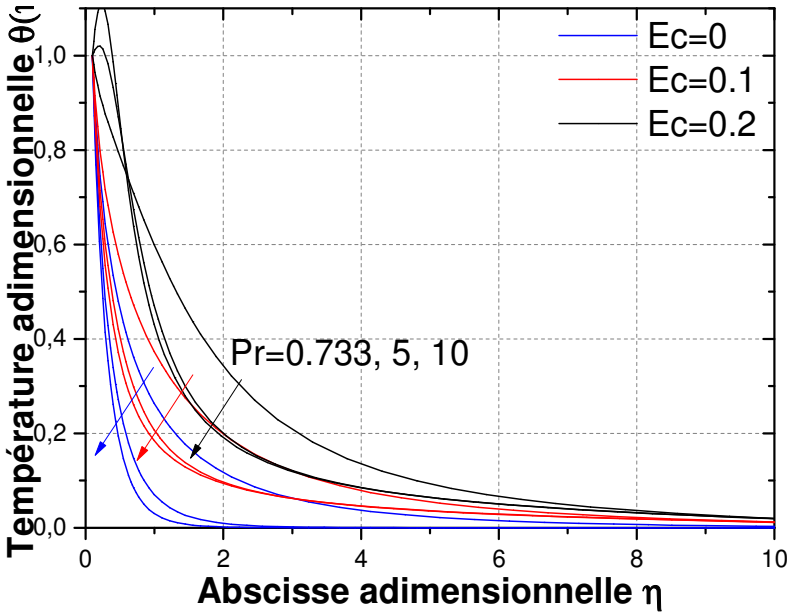


Figure IV.37. Effet de Ec et Pr sur le Profil de température, avec : a= 0.1, λ=50

La figure IV.38 montre l'influence du nombre d'Eckert et du nombre de Prandtl, tous sur le profil de température avec M=1 et a=0.1. Il a été observé que la température diminue avec des valeurs grandes de Pr. Par contre, en augmentant les valeurs du nombre d'Eckert, cela augmentera la température et diminuera considérablement le transfert thermique.

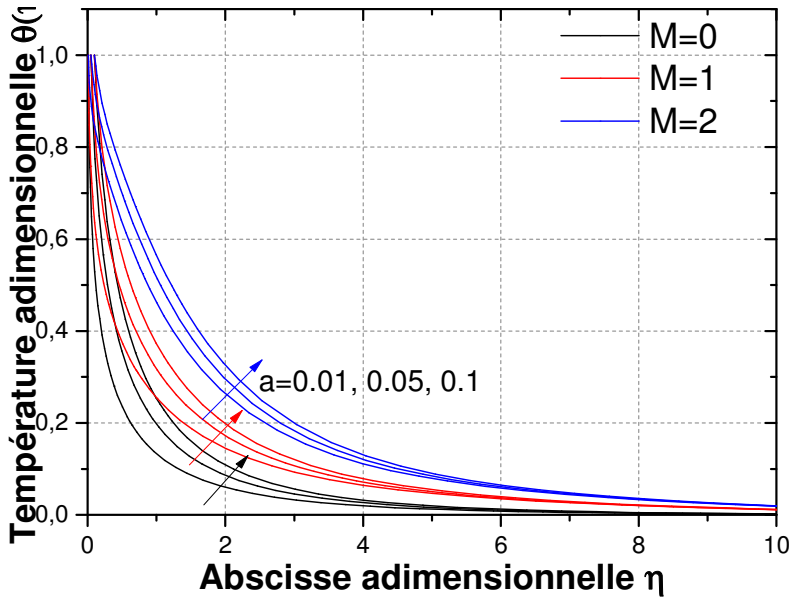


Figure IV.38. Effet de M et a sur le Profil de vitesse, avec : Pr=0.733, λ=50

Les figures IV.40 et IV.41 représentent les effets de la dissipation thermique *Ec* sur les profils de vitesses et températures, avec une valeur donnée du paramètre magnétique M=1, et différentes épaisseurs de l'aiguille.

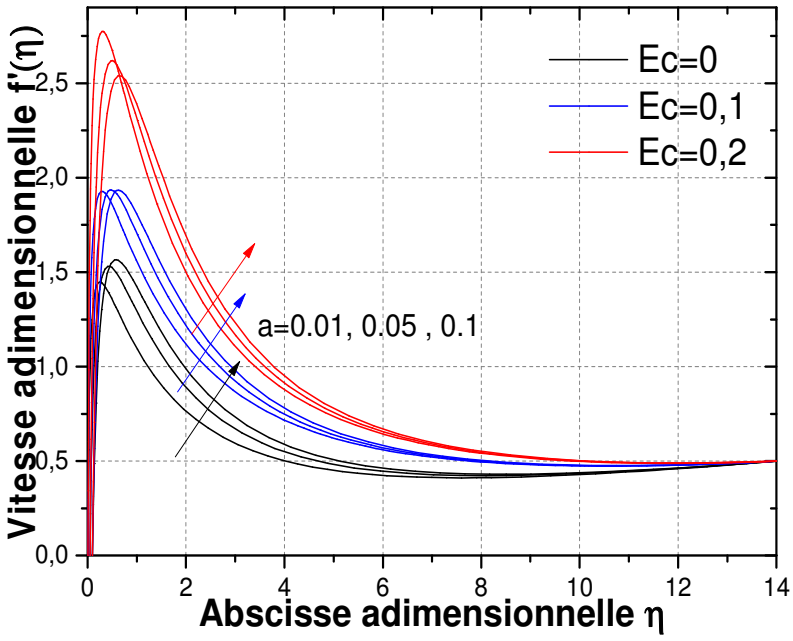


Figure IV.39. Effet de Ec et a sur le Profil de vitesse, avec : Pr= 0.733, λ=50

Il a été observé que la vitesse et la température augmente lorsqu'on augmente les valeurs de *Ec*.

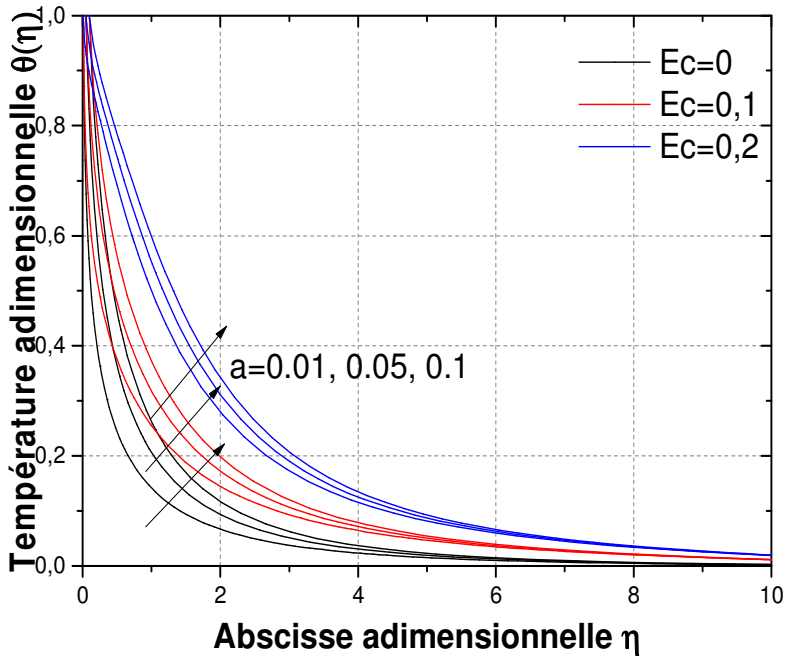


Figure IV.40. Effet de Ec et a sur le Profil de température, avec : Pr= 0.733, λ=50

IV.6.4. Conclusion

L'étude présente est portée sur une approche numérique afin de révéler l'influence de la dissipation thermique due au champ magnétique d'intensité variable sur la convection naturelle le long d'une aiguille mince verticale isotherme. Il a été démontré que l'application du champ magnétique prenant en compte la dissipation thermique résultante, réduisait le taux de transfert de chaleur de manière générale et donc augmentait la couche limite thermique. Cela peut être le résultat combiné de l'augmentation du frottement en raison de l'incrément de contrainte de cisaillement sur les couches fluides résultant de l'augmentation de la vitesse par les effets de flottabilité assistantes à l'écoulement et de la génération de chaleur par effet Joule. Comme dans le cas classique de la MHD en couches limites, physiquement, ceci est dû au fait que l'application du champ magnétique qui se déplace avec le flux libre dont les forces de flottabilités assiste l'écoulement a tendance à induire les forces motrices qui induit le mouvement du fluide et diminue l'épaisseur de la couche limite. Outre les valeurs croissantes du nombre d'Eckert, fait augmenter la vitesse, et plus encore, la vitesse atteignant la valeur maximale rapidement près de la paroi. Cependant, il a été démontré que le nombre croissant de Prandtl réduirait la température et la vitesse du fluide.

Cas n° 07

Effets combinés de la MHD et de la dissipation thermique sur le transfert thermique en convection mixte le long d'une aiguille fine vertical isotherme.

IV.7.1. Introduction

Le problème théorique des effets de la magnétohydrodynamique et de la dissipation thermique résultante, sur un écoulement convectif en couche limite d'un fluide incompressible, visqueux, le long d'une aiguille fine verticale, isotherme, dans un écoulement externe variable, a été étudié numériquement. Un champ magnétique d'une intensité variable est appliqué perpendiculairement aux parois de l'aiguille. Les solutions de similarité pour une aiguille isotherme ont été obtenues. Le système d'équations transformées composée d'équations différentielles ordinaires couplées de second degré ont été résolues numériquement en utilisant la fonction BVP 4-C dans Matlab. Les profils de vitesse et température ainsi que le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement local ont été illustrées pour différents valeurs des paramètres gouvernants. La discussion porte sur l'interprétation physique des résultats. Il a été montré que la combinaison d'un champ magnétique et les effets de la dissipation thermique affect fortement la vitesse et la température du fluide, le taux de l'échange thermique ainsi que le frottement local. En augmentant l'intensité du champ magnétique et la dissipation thermique, le taux de transfert thermique sera réduit et cela augmentera l'épaisseur de la couche limite thermique quand la convection est forcée ainsi que mixte. Cependant, dans le cas de la convection naturelle, on a observé que le champ magnétique améliore le mouvement du fluide, augmente ainsi le frottement pariétal et déminue considérablement le taux de transfert thermique. Les résultats sont présentés sous la forme graphique ainsi que tabulé et discuté en détails dans ce qui va suivre.

Il y a eu quelques travaux sur la convection mixte autour des aiguilles fines ; la première investigation a été réalisé par **Narain et Uberoi [4]**, et depuis, plusieurs chercheurs ont exprimé un grand intérêt pour ce sujet, comme **Heckel et al. [34], Khouaja et al. [178], Kafoussias [179]** et encore beaucoup d'autres. Récemment, **Ahmad et al. [73]** ont considéré l'aspect de flottabilité aidante et opposante à l'écoulement dans la convection mixte le long d'une aiguille verticale. Plus récemment, un nouveau genre d'investigations basé sur l'application d'un champ électrique ou magnétique sur les écoulements en couches limite a été considéré, Impliqué dans la combinaison des équations classiques de couches limites avec les équations de Maxwell, plus connues sous le nom de magnétohydrodynamique ou MHD. Ce dernier a suscité tant d'intérêt en raison de ses vastes champs d'application, par exemple, le refroidissement des réacteurs à fission nucléaire, la production d'énergie solaire par fusion qui nécessite une température élevée au travail, des applications astronautiques, etc. En ce qui concerne la combinaison du transfert de chaleur magnétohydrodynamique et convectif, des études ont été menées Par plusieurs auteurs, tels que **Aydin et Kaya [175]**, qui ont étudié la convection mixte avec MHD à partir d'un cylindre mince vertical utilisant des équations de couches limites non similaires et résolus en utilisant la méthode Keller-Box. Ils ont constaté que le transfert de chaleur et le frottement pariétal augmentent tout en augmentant l'intensité du champ magnétique. **Rani et Reddy [181]** ont analysé le transfert de chaleur conjugué avec MHD pour un flux transitoire dans un cylindre creux mince vertical. Ils ont observé que le temps nécessaire pour atteindre le régime

permanent et le maximum temporel augmentent à mesure que le paramètre magnétique ou le paramètre conjugué de transfert de chaleur augmente. **Kaya [180]** a étudié le problème de la convection forcée et du transfert de masse avec magnétohydrodynamique en régime laminaire permanant autour d'un cylindre mince horizontal. Il est déterminé que les coefficients de frottement local, transfert de chaleur local et transfert de masse augmentent avec l'augmentation du paramètre magnétique et du paramètre de courbure transversale. Plus récemment, **Uddin et al. [176]** ont étudié l'effet de rayonnement et de transpiration sur l'écoulement de la couche limite en convection forcée avec MHD à partir d'une plaque verticale mobile à chauffage convectif. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur s'élève avec la vitesse de transfert de masse, le transfert de chaleur par convection, le nombre de Prandtl, le taux de vitesse et le paramètre du champ magnétique. **Kumari et al. [36]** ont étudié la couche limite en convection mixte sur un cylindre vertical mince avec injection/aspiration et refroidissement/chauffage localisés.

Le but de cet article été de révéler l'impact de la dissipation thermique résultant du champ magnétique sur les transferts convectifs le long d'une aiguille mince. Dans cet article, l'aspect axisymétrique est considéré. Les résultats actuels sont comparés à ceux qui existent dans la littérature ouverte et il se révèle être en très bon accord.

IV.7.2. Analyse mathématique

On considère ici le cas de transferts convectifs bidimensionnel, en régime laminaire incompressible avec magnétohydrodynamique sur une aiguille fine vertical de longueur nominale L disposé dans un écoulement externe $U(x)$ dans la direction axiale. L'aiguille est maintenue à une température uniforme T_w tel que : $T_w > T_\infty$. Le diamètre de l'aiguille est du même ordre que l'épaisseur de la couche limite qu'elle développe. L'écoulement est considéré comme axisymétrique. Le vecteur gravitationnel g est dirigé vers le bas et un champ magnétique d'amplitude variable $B(x)$ définit par : $B(x)= B_0 x^{1/4}$ est appliqué dans la direction radiale autrement dit, normale à l'écoulement. Mis à part la masse volumique du fluide, Les autres propriétés sont supposées constantes. La température et la vitesse à une distance de l'aiguille sont représentés par : T_∞ et U_∞ respectivement. On suppose que le champ électrique est négligeable. Par contre, les effets de dissipations thermiques par effet Joule généré par le champ magnétique ne sera pas négligé.

Les équations gouvernantes

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{IV.74}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + g\beta(T - T\infty) - \frac{\sigma\, B^2(x)}{\rho}u \tag{IV.75}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \tag{IV.76}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\sigma\, B^2(x)}{\rho C_p}u^2 \qquad \text{(IV.77)}$$

Où u et v sont les composantes de vitesses le long de l'axe des x et de r, respectivement, T est le scalaire de température, β est le coefficient d'expansion thermique, σ est le conductivité électrique, ν est la viscosité cinématique, α diffusivité thermique du fluide, ρ la masse volumique du fluide et C_p est la capacité calorifique spécifique du fluide.

P est le gradient de pression axial dû à l'écoulement variable externe induit par le mouvement du fluide qui est exprimé dans (IV.52). On considère aussi que la variation de la masse volumique dans l'équation (IV.75) est régie par l'approximation de Boussinesq.

Le système d'Eq. (IV.75 - IV.77) avec leurs conditions aux limites vont être transformé du système de coordonnées (x, r) vers le système de coordonnées adimensionnels $\eta(x, r)$, en introduisant les transformations (IV.53), Aussi, on introduit la fonction de similarité réduite $f(\eta)$ et la température adimensionnelle $\theta(\eta)$. Alors, les équations suivantes sont obtenues :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \lambda\theta + \frac{1}{2} - Mf' = 0 \qquad \text{(IV.78)}$$

$$\eta\theta'' + \frac{1}{2}Pr(f\theta' + M.Ec.f'^2) + \theta' = 0 \qquad \text{(IV.79)}$$

Les conditions aux limites transformées correspondantes sont identiques à (IV.44). Les nombres adimensionnels apparaissant dans les équations (IV.78) et (IV.79) sont le paramètre de convection mixte λ, le paramètre magnétique M, le nombre de Prandtl Pr, et le nombre d'Eckert Ec.

IV.7.3. Résultats et discussion

L'objectif de cette parie de l'étude est de révéler l'influence de la dissipation thermique résultat de l'application d'un champ magnétique perpendiculaire d'intensité variable sur un écoulement convectif le long d'une aiguille fine vertical isotherme, illustrée sur les profils de vitesse et de température, ainsi que sur le frottement pariétal et le taux de transfert convectif. Pour cela, on a utilisé le modèle d'équation de couche limite bidimensionnel Eq (IV.74) à (IV.77) avec conditions aux limites Eq (IV.44), réduit à un système d'équations différentielles de premier ordre Eq (IV.78) et (IV.79). Lesquels vont être exprimées sous une forme de différences finis ensuite résolues avec leurs conditions aux limites par un schéma itératif. En supposant que l'écoulement est stationnaire, laminaire et les conditions à l'infini sont supposées être constantes.

Les effets du champ magnétique et la dissipation de chaleur résultante sont examinés. Le système des équations différentielles ordinaires, (IV.78) et (IV.79) sous Les conditions aux limites (IV.44) ont été résolues en utilisant la fonction BVP-4C de Matlab. Des calculs

ont été effectués pour différentes gammes des paramètres principaux, à savoir : le paramètre de convection mixte λ = 0, 10, 50 ; avec λ=0 correspond à un écoulement dominé par la convection forcée, et λ=50, correspond à un écoulement gouverné par les force de flottabilité (convection naturelle) ; le paramètre magnétique M=0, 0.5, 1, 2 ; la dissipation thermique Ec=0, 0.1, 0.2 ; et l'épaisseur de l'aiguille a=0.01, 0.05, 0.1. Dans le cas présent, on a fixé la valeur du nombre de Prandtl pour être égale à 0.733.

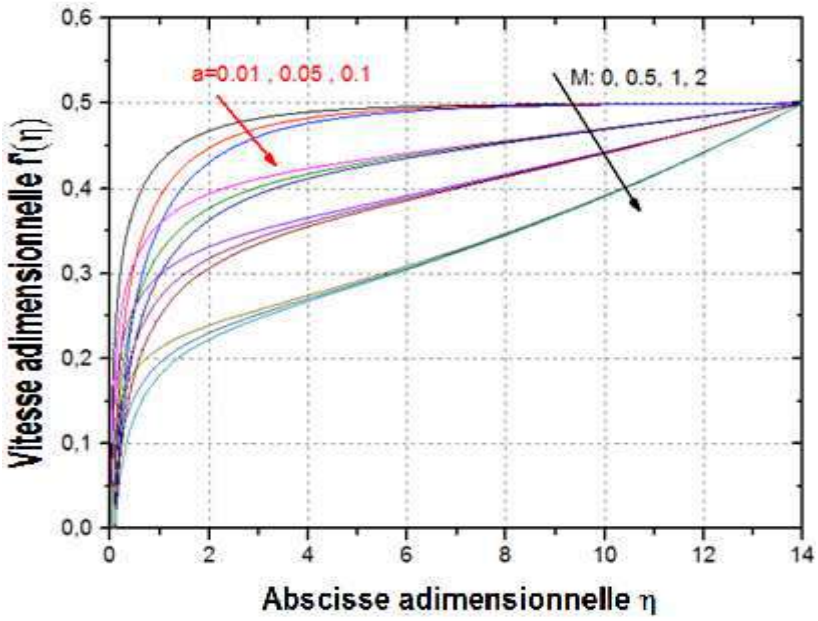


Figure IV.41. Effets du champ magnétique sur la distribution de vitesse avec : λ=0, Ec=0.1

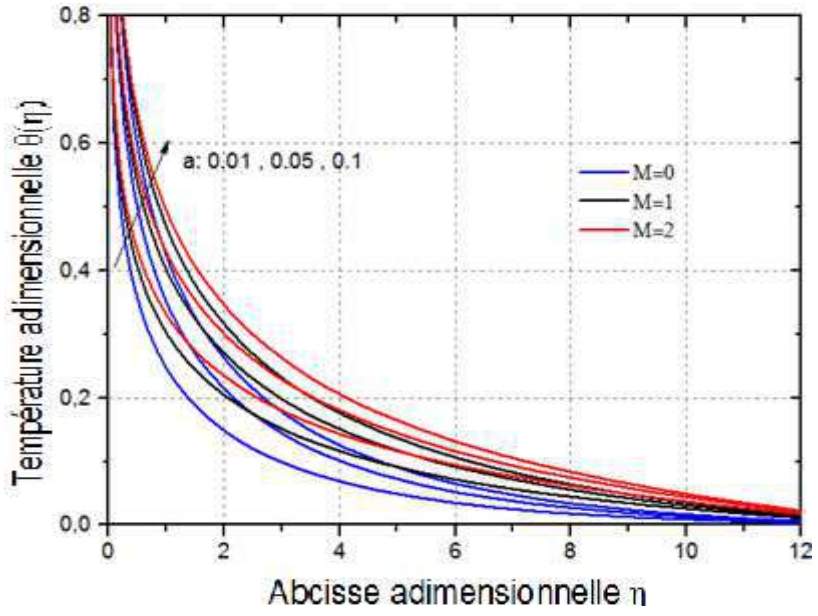


Figure IV.42. Effets du champ magnétique sur la distribution de température avec : λ=0, Ec=0.1

Les figures IV.42 et IV.43 montrent la variation des profils de vitesse et de température. Les figures montrent que pour un nombre d'Eckert donné Ec = 0.1, lorsque la convection

forcée régit le mouvement du fluide, c'est-à-dire $\lambda = 0$ et pour différentes tailles d'aiguille a = 0,01, 0,05, 0,1, l'augmentation du paramètre magnétique M, diminue la vitesse et augmente la température du fluide, en raison du fait que les forces magnétiques appliquées agissent comme une force de traînée qui réduit la vitesse du fluide et augmente la température, comme on l'a vu précédemment, en raison de la force de Lorentz qui s'oppose au flux qui augmente le frottement entre les couches fluides et donc diminue le transfert thermique [**176**]. En addition, augmenter l'épaisseur de l'aiguille a, diminuera encore la vitesse et augmentera la température.

Le profil de vitesse adimensionnel illustré sur la figure IV.44 montre que pour le cas de la convection mixte $\lambda = 10$, le champ magnétique conduit à augmenter la vitesse près de la paroi, η = [0, 0.6], cela devrait représenter la région de convection libre du flux. Par contre, pour la région gouvernée par la convection naturelle (η> 0.6), ainsi que pour le cas où la convection est purement naturelle (λ = 50), l'augmentation du paramètre magnétique M augmentera la vitesse (voir Figure IV.46). Comme dans le cas classique de la couche limite en MHD, physiquement, cela, car l'application du champ magnétique qui se déplace avec le flux libre et le flux assisté par flottabilité a tendance à induire la force motrice qui améliorera le mouvement du fluide et diminuera l'épaisseur de la couche limite dynamique.

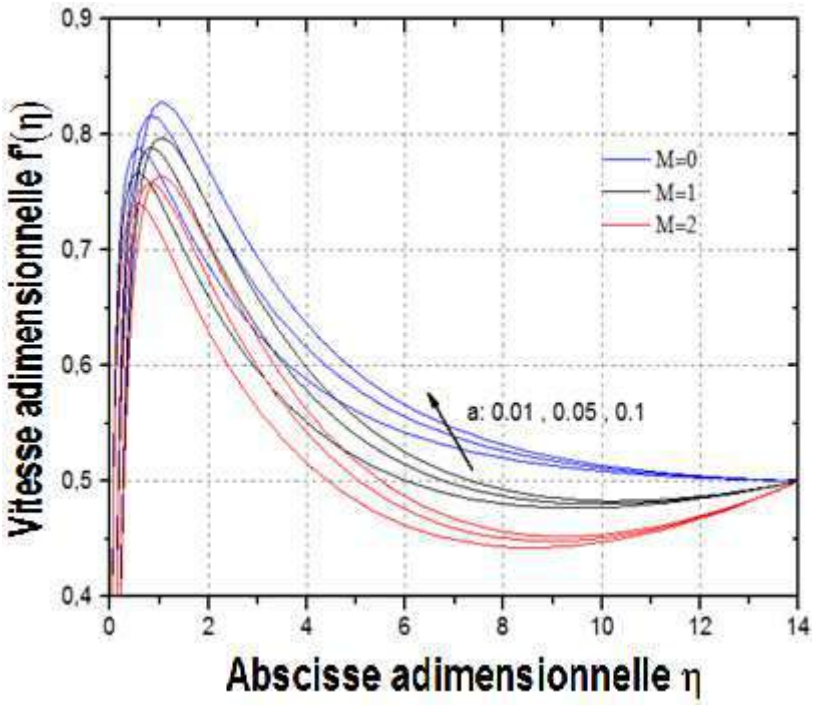


Figure IV.43. Effets du champ magnétique sur la distribution de vitesse avec : λ=10, Ec=0.1

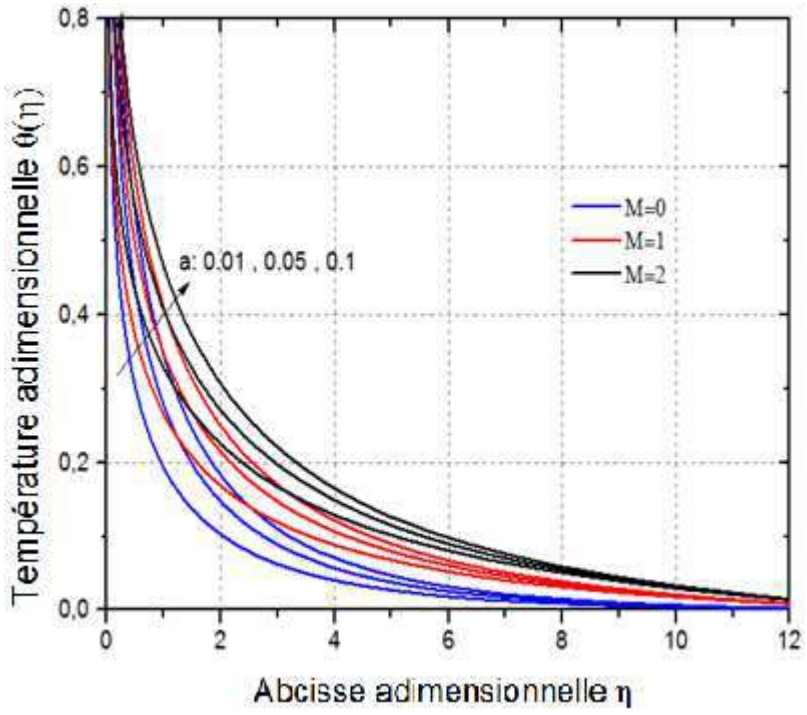


Figure IV.44. Effets du champ magnétique sur la distribution de température avec : λ=10, Ec=0.1

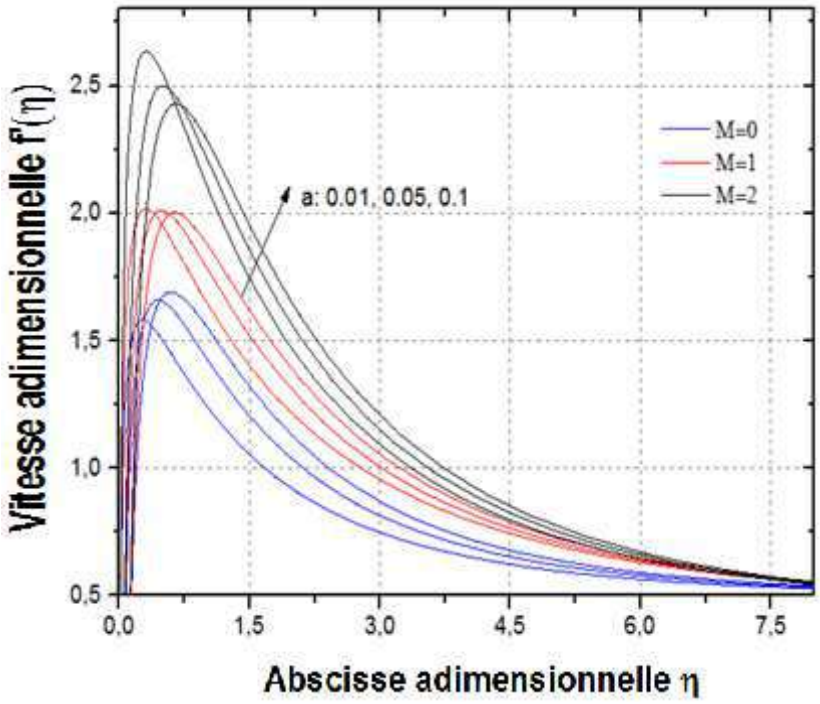


Figure IV.45. Effets du champ magnétique sur la distribution de vitesse avec : λ=50, Ec=0.1

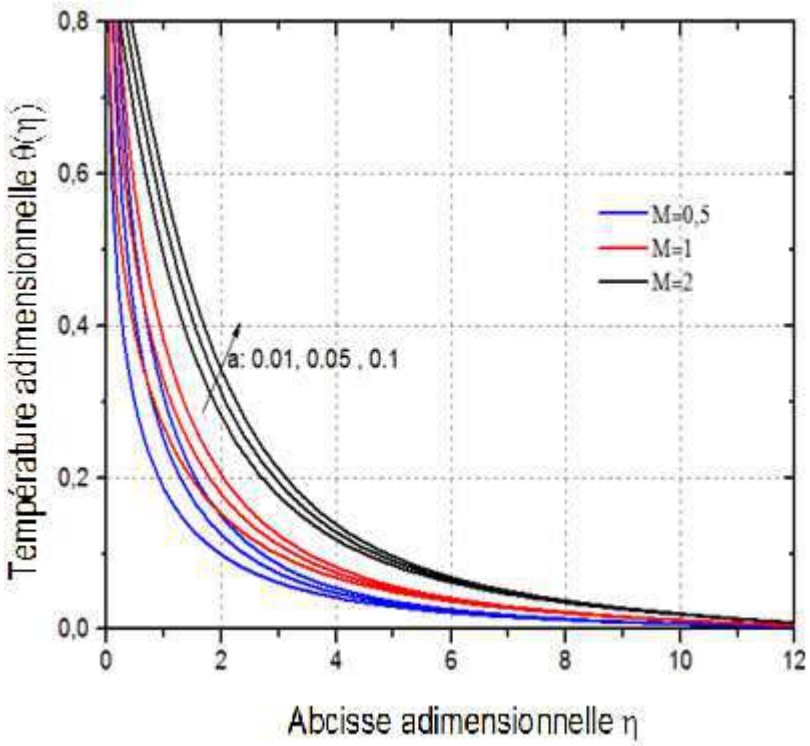


Figure IV.46. Effets du champ magnétique sur la distribution de température avec : λ=50, Ec=0.1

Nous avons constaté à partir de la figure IV.46 que la vitesse atteint plus rapidement la valeur max près de la paroi η = [0, 0.6] pour des valeurs élevées de champ magnétiques et aussi pour des épaisseurs réduites d'aiguille. Et plus encore, en augmentant le champ magnétique M, la température adimensionnelle augmente, ce qui réduira le taux de transfert de chaleur et augmentera l'épaisseur de la couche limite thermique.

Les figures IV.48 et IV.49 représentent la variation des profils de vitesse et de température adimensionnels avec le nombre Eckert dans le cas de convection forcée, pour un paramètre magnétique donné M = 1, nous constatons que la variation de la dissipation thermique, n'a aucune influence sur le profil de vitesse. Cependant, pour les cas de convection mixtes et libres selon les figures IV.50 et IV.51, respectivement, l'augmentation des valeurs du nombre Eckert conduit à augmenter fortement la vitesse, et encore plus, la vitesse atteignant la valeur maximale rapidement à proximité de la paroi. Un autre fait démontrable est que la température augment avec le nombre d'Eckert.

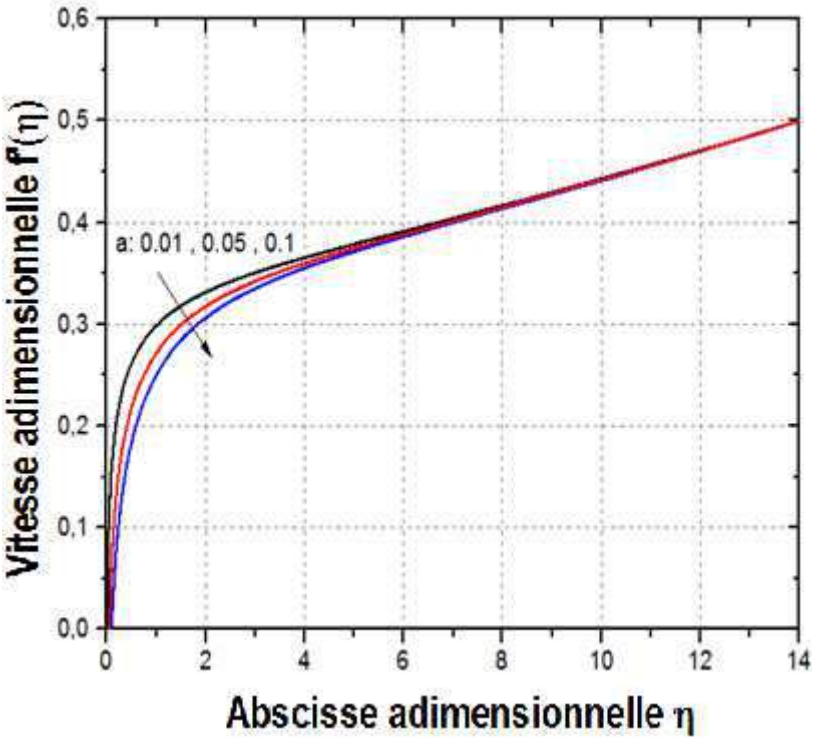


Figure IV.47. Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de vitesse avec : λ=0, M=1

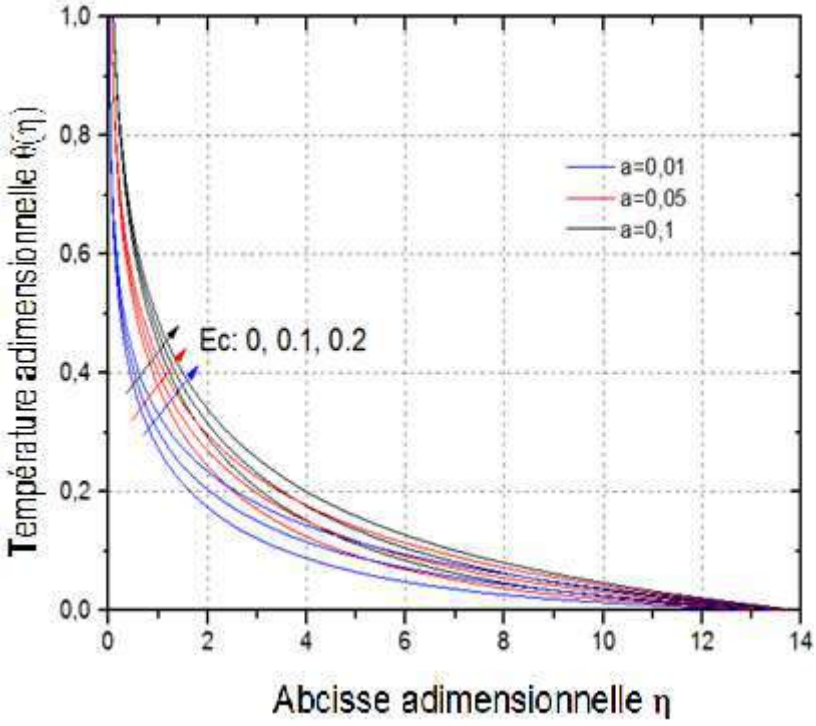


Figure IV.48. Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de température avec : λ=0, M=1

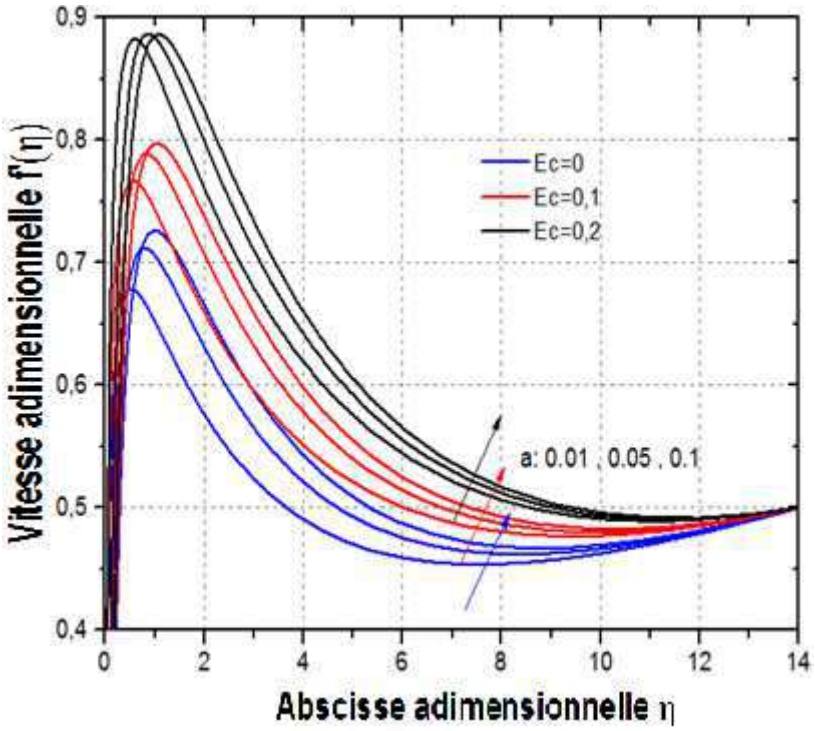


Figure IV.49. Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de vitesse avec : λ=20, M=1

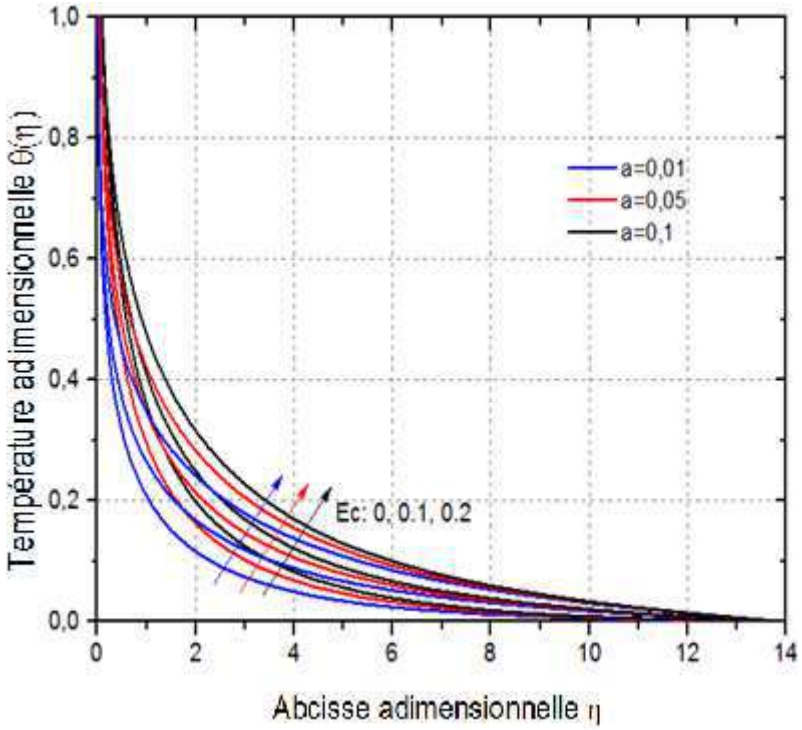


Figure IV.50. Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de température avec : λ=20, M=1

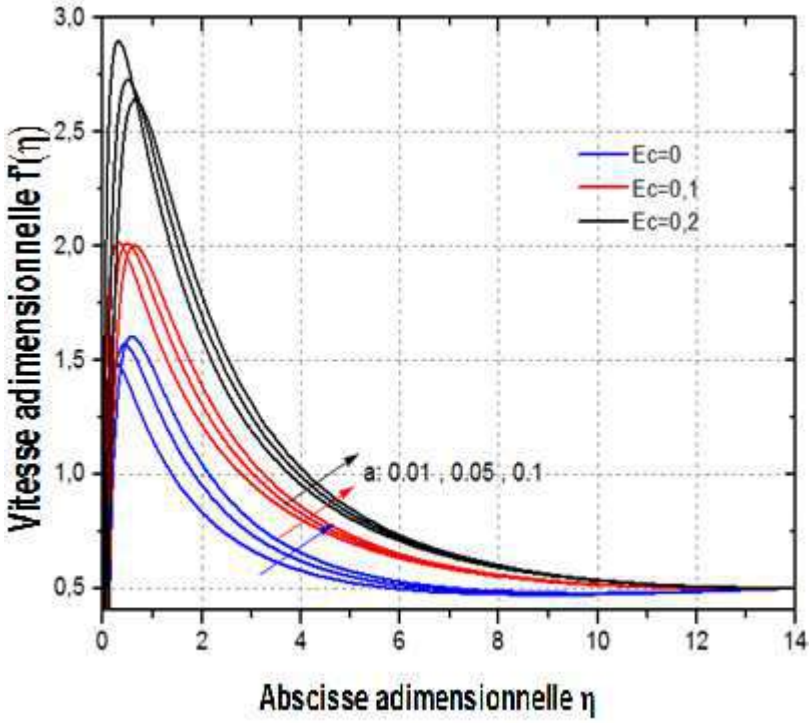


Figure IV.51. Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de vitesse avec : λ=50, M=1

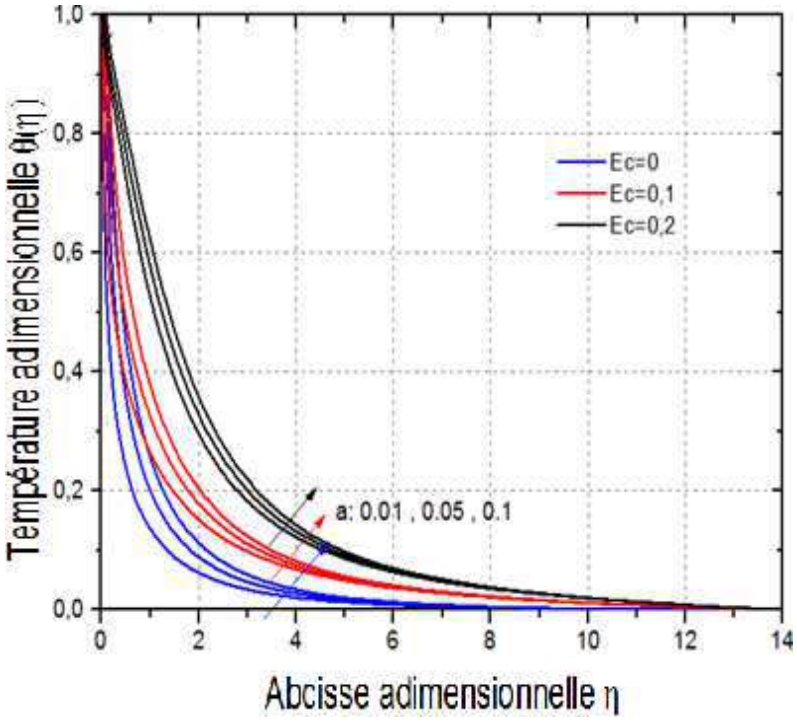


Figure IV.52. Effets du nombre d'Eckert sur la distribution de température avec : λ=50, M=1

Les tableaux ci-dessous montrent la variation du coefficient de frottement local et le taux de transfert thermique local représenté par le nombre de Nusselt, tous avec le nombre d'Eckert *Ec*, le paramètre magnétique *M* et la taille de l'aiguille *a*.

On peut observer à partir du tableau IV.4, pour λ = 10, a = 0,1 et M = 1. Accroitre les valeurs de *Ec*, augmentera le frottement pariétal et réduira significativement le taux de transfert de chaleur, et augmentera la température du fluide par rapport de causalité.

En plus, augmenter les valeurs de M, réduira à la fois le frottement et le transfert thermique (voir le tableau IV.5).

A partir du tableau IV.6, pour une valeur donnée du nombre Eckert Ec = 0.1, du paramètre magnétique M = 1 et du paramètre de convection mixte λ = 10, Accroitre la taille de l'aiguille entraînera une réduction du frottement pariétal ainsi que le taux de transfert thermique.

Ec	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$
0	14.0798	1.79990
0.1	15.01753	1.64527
0.2	16.21059	1.43087

Tableau IV.4. Effets de Ec sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=10, a=0.1, M=1

M	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$
0	15.47391	1.85145
1	15.01753	1.64527
2	14.51738	1.46989

Tableau IV.5. Effets de M sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=10, a=0.1, Ec=0.1

a	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$
0.01	22.45472	2.90348
0.05	16.06266	1.76962
0.1	*14.51738*	*1.46989*

Tableau IV.6. Effets de a sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=10, Ec=0.1, M=1

Le cas de la gouvernance de la convection naturelle, c'est-à-dire λ = 50 représenté dans les tableaux IV.7 et IV.8, nous voyons que, le frottement augmente avec l'augmentation de M et *Ec*. Cependant, le taux de transfert de chaleur diminue.

M	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$
0	43.88963	2.19936
1	49.16329	1.67486
2	56.86104	0.60134

Tableau IV.7. Effets de M sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=50, a=0.1, Ec=0.1

Ec	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$
0	*42.25890*	*2.16560*
0.1	*49.16329*	*1.67486*
0.2	*60.93051*	*0.60134*

Tableau IV.8. Effets de Ec sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement locaux en convection avec : λ=50, a=0.1, M=1

IV.7.3. Conclusion

L'étude présente implique une approche numérique pour démontrer les effets de la dissipation thermique résultant d'un champ magnétique d'intensité variable sur un écoulement en couche limite le long d'une aiguille fine verticale isotherme soumise à un courant externe variable. Il a été démontré que l'application du champ magnétique en prenant en compte la dissipation thermique résultante, réduisait le taux de transfert de chaleur de manière générale et donc augmentait la couche limite thermique. Ceci peut être le résultat de l'augmentation du frottement en raison de la croissance de contraintes de cisaillements sur les couches fluides résultantes de l'augmentation de la vitesse par des effets de flottabilité assistantes à l'écoulement quand la convection est purement naturelle. Cependant, lorsque la convection forcée régit le mouvement du fluide, le champ magnétique agira comme force de traînée. Plus explicitement, les forces de Lorentz s'opposent à l'écoulement, ce qui augmente le frottement entre les couches fluides, et donc augmente la température du fluide et, par conséquent, produit plus de résistance aux phénomènes de transport. Concernant la convection naturelle, nous avons observé que le champ magnétique favorise le mouvement du fluide. Près de la paroi, la vitesse en présence d'un champ magnétique augmente rapidement pour des valeurs magnétiques élevées et épaisseurs d'aiguille réduite. L'augmentation de l'intensité magnétique, ainsi que la dissipation thermique augmentent le frottement à la paroi et diminuent considérablement le taux de transfert de chaleur.

Cas n° 08

Transfert de chaleur et de masse avec MHD en convection mixte le long d'une aiguille fine vertical en présence d'un flux thermique uniforme.

IV.8.1. Introduction

Le transfert de chaleur et de masse dans la convection hydromagnétique mixte est largement utilisé dans les procédés industriels et chimiques. Ce type de problème est souvent rencontré dans le démarrage de réacteurs chimiques, production de polymères, sciences de la terre, réacteurs nucléaires ... etc.

En raison des progrès actuels dans les fluides et les substances telles que les électrolytes, les ferrofluides et les gaz ionisés, l'étude de la magnétohydrodynamique dans le transfert de chaleur et de masse est devenue primordiale. Plusieurs auteurs ont exprimé un grand intérêt pour ce domaine.

Il y a eu des travaux sur le transfert de chaleur et de masse tels que **Erickson et al. [182]**, qui ont étudié le transfert de chaleur et de masse sur une surface mobile continue plane avec aspiration et injection. **Kafoussias [179]**, a pris le modèle proposé par **Narain et al. [4]**, l'a développé pour étudier le transfert combiné de chaleur et de masse Le long d'une aiguille fine verticale avec une source de chaleur au bout de l'aiguille. Il a été constaté que le champ d'écoulement était fortement influencé par les intensités de la source de la chaleur et de la masse. **Takhar et al. [64]** ont étudié le flux de convection mixte sur un cylindre mince vertical continu en mouvement sous les effets de flottabilité combinés de la diffusion thermique et de masse à la fois avec une température uniforme de la paroi et flux de chaleur uniformes. Il a été constaté que les forces de flottabilité provoquent un dépassement considérable dans le profil de vitesse, également, le nombre de Prandtl et le nombre de Schmidt affectent fortement le transfert de chaleur en surface et le transfert de masse, respectivement. **Hamad et al. [183]** ont étudié le transfert de chaleur et de masse avec un glissement hydrodynamique via la méthode de quatrième et cinquième ordre de Runge-Kutta-Fehlberg sur une plaque mobile dans des milieux poreux. **Chen [146]** a étudié le transfert de chaleur et de masse dans un flux convectif libre de MHD avec chauffage ohmique et dissipation visqueuse. **Sivaiah et al. [184]** ont étudié les effets du transfert de chaleur et de masse sur l'écoulement convectif transitoire magnétohydrodynamique avec courant de Hall, source de chaleur et dissipation visqueuse. **Rashidi et al. [185]** ont utilisé la méthode d'analyse homotopie pour examiner le transfert thermique convective naturelle et le transfert de masse dans un flux de fluide MHD sur une surface verticale en mouvement en milieu poreux. Les effets de transfert de chaleur et de masse sur le flux convectif naturel MHD le long d'une plaque poreuse verticale infinie avec rayonnement thermique et courant Hall ont été étudiés par **Ramana et al. [186]**.

Récemment, une nouvelle tendance a été observée dans la littérature concernant l'utilisation de différents types de fluides, y compris les nanofluides, qui est actuellement un domaine très prometteur dans le transfert thermique. Plusieurs chercheurs ont exprimé un intérêt particulier pour ce domaine, tels que **Chandrasekar et al. [14]**, qui ont analysé le transfert de chaleur et de masse sur le flux MHD d'un nanofluide le long d'une feuille en mouvement. **Ziaul et al. [187]** ont étudié le comportement de fluide

micropolaire sur la convection naturelle et transfert de masse stationnaire MHD avec flux de chaleur et de masse constants, chauffage par effet joule et dissipation visqueuse. L'objectif de cette étude est d'analyser le comportement de la vitesse, de la température et de la concentration sur le transfert de chaleur et de masse avec présence d'un champ magnétique non uniforme et d'un flux de chaleur uniforme.

IV.8.2. Analyse mathématique

Le système d'équations de couche limite stationnaire et laminaire d'un fluide visqueux, incompressible et conducteur d'électricité le long d'une aiguille fine vertical soumise à un flux de chaleur uniforme à la paroi et un courant axial externe non uniforme loin de l'aiguille *U(x)*. L'axe des *x* est supposé être dans la direction vertical parallèle à l'aiguille et l'axe des *r* est dans la direction radiale normal à la surface verticale de l'aiguille. Un champ magnétique *B(x)* variable en fonction de *x* est appliqué dans la direction transversale de l'écoulement. Le nombre de Reynolds magnétique est supposé être très petit et donc, le champ magnétique induit est négligeable en comparaison avec le champ magnétique. Le diamètre de l'aiguille est du même ordre que l'épaisseur de la couche limite qu'elle développe. L'écoulement est considéré comme axisymétrique. Le vecteur gravitationnel *g* est dirigé vers le bas.

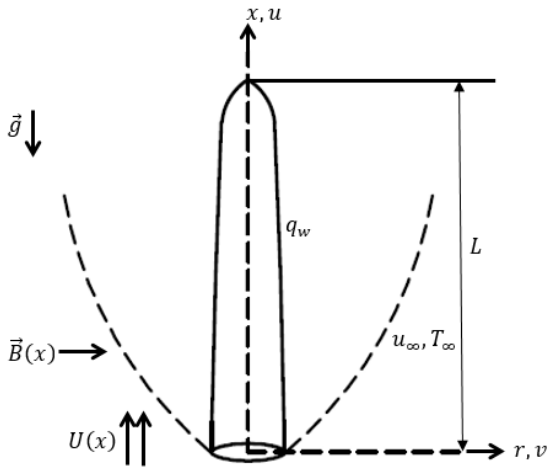


Figure IV.53. Modèle physique et systèmes de coordonnées

Mis à part la masse volumique du fluide qui varie en fonction de la température et la concentration, et qui, entre outre, obéit à l'approximation de Boussinesq, Les autres propriétés sont supposées constantes. Le modèle physique ainsi que le système de coordonnés sont présentés sur la figure IV.45. La température et la vitesse à une distance de l'aiguille sont représentés par : T_∞ et u_∞ respectivement. On suppose que le champ électrique est négligeable.

Les équations gouvernantes

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \tag{IV.80}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + g\beta(T - T\infty) + g\beta^*(C - C_\infty) - \frac{\sigma\, B^2(x)}{\rho}u \tag{IV.81}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \tag{IV.82}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{IV.83}$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial r} = \frac{D}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C}{\partial r}\right) \tag{IV.84}$$

Où u et v sont les composantes de vitesses le long de l'axe des x et de r. Respectivement, T et C sont les scalaires de température et de concentration, β et β^* sont le coefficient d'expansion thermique et de la concentration, σ est le conductivité électrique, ν est la viscosité cinématique, α diffusivité thermique du fluide, ρ la masse volumique du fluide et D est le coefficient de diffusivité chimique moléculaire.

Rappel

Rappelons que l'exposant n que l'on a utilisé dans les variables de transformations afin de définir les deux cas considérés, à savoir, le cas d'une aiguille isotherme avec n=1/2 et le cas d'un flux de chaleur uniforme avec n=2/5.

Il en sort de même pour l'expression du vecteur champ magnétique $B(x)$, qui a comme expression générale :

$$B(x) = B_0\sqrt{x^{-n+1}} \tag{IV.85}$$

Et donc :

Pour une aiguille isotherme : $$B(x) = B_0\sqrt{x^{1/2}} \tag{IV.86}$$

Pour un flux de chaleur uniforme : $B(x) = B_0\sqrt{x^{3/5}}$ (IV.87)

Approximation de Boussinesq

$$\rho_\infty - \rho = \rho_\infty g\beta(T - T\infty) + \rho_\infty g\beta^*(C - C_\infty) \quad \text{(IV.88)}$$

Le gradient de pression axial dû à l'écoulement variable externe induit par le mouvement du fluide est exprimé comme suit :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = U(x)\frac{dU(x)}{dx} \quad \text{(IV.89)}$$

Avec : $U(x) = u_\infty . x^{3/5}$

On considère aussi, que les effets de flottabilité sont aidante à l'écoulement, par contre, le champ magnétique appliqué ici est opposant à l'écoulement.

Le système d'Eq. (IV.80) à (IV.84) va être transformé du système de coordonnées *(x,r)* vers le système de coordonnées adimensionnels *η(x, r)*, en introduisant les transformations suivantes :

$$\psi = x\,\nu f(\eta)\,,\quad T - T_\infty = \frac{q_w}{\alpha}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}x^{\frac{1}{5}}\theta(\eta)$$
$$U(x) = u_\infty x^{\frac{3}{5}}\,,\ \eta = (\frac{u_\infty}{\nu})\frac{r^2}{x^{\frac{2}{5}}}\,,\ C - C_\infty = \frac{m_w}{\rho D}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}}x^{\frac{1}{5}}\phi(\eta),$$
$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \text{et} \quad \mathrm{v} = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \mathrm{x}} \quad \text{(IV.90)}$$

Aussi, on introduit la fonction de similarité réduite *f(η)*, la température adimensionnelle *θ(η)* et la concentration *φ(η)*. Alors, les équations suivantes sont obtenues :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - \frac{12}{5}f'^2 + \lambda(\theta + N\phi) + \frac{3}{5} - Mf' = 0 \quad \text{(IV.91)}$$

$$\eta\theta'' + \frac{1}{2}Pr\left(f\theta' + \frac{1}{5}f'\theta\right) + \theta' = 0 \quad \text{(IV.92)}$$

$$\eta\emptyset'' + \frac{1}{2}Sc\left(f\emptyset' + \frac{1}{5}f'\emptyset\right) + \emptyset' = 0 \tag{IV.93}$$

Les conditions aux limites correspondantes :

$$\begin{aligned} f(b) = f'(b) = 0\,;\;\; f'(\infty) &= \frac{1}{2} \\ \theta'(b) = -\frac{1}{2\sqrt{b}}\,;\theta(\infty) &= 0 \\ \phi'(b) = -\frac{1}{2\sqrt{b}}\;;\;\phi(\infty) &= 0 \end{aligned} \tag{IV.94}$$

Les nombres adimensionnels apparaissant dans les équations (IV.91) à (IV.93) sont exprimés comme suit :

$$\lambda = \frac{g\beta q_w}{\alpha.u_\infty^2}\sqrt{\frac{\nu}{u_\infty}} = \frac{Gr_{Tx}}{Re_x^{5/2}} \tag{IV.95}$$

$$M = \frac{2\,\sigma B_0^2\,x}{\rho.u_\infty} \tag{IV.96}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\propto} \tag{IV.97}$$

$$N = \frac{Gr_C}{Gr_T} \tag{IV.98}$$

$$Sc = \frac{\nu}{D} \tag{IV.99}$$

Avec : λ correspondent au nombre de Richardson qui exprime le rapport entre la convection naturelle représenté par le nombre de Grashof thermique $Gr_T = \frac{g\beta q_w x^4}{\alpha.\nu^2}$ et la convection forcée représenté par le nombre de Reynolds $Re_x = \frac{U(x).x}{\nu}$. M le champ magnétique. *Pr*, le nombre de Prandtl, *N* est le paramètre de sustentation, c'est la mesure des effets relative entre les forces de flottabilités émanant de la diffusion massique $Gr_C = \frac{g\beta^* m_w x^4}{\rho.D.\nu^2}$, avec celles émanant de la diffusion thermique. Cela veut dire que, quand *N*>0, les forces de flottabilités résultantes de la diffusion massique assiste celle résultantes de la diffusion thermique, et vis-versa. *Sc*, est le nombre de Schmidt.

IV.8.3. Résultats et discussion

Le système d'équations transformé Eq (IV.91) à (IV.93) sous les conditions aux limites Eq (IV.94), sont exprimées sous une forme de différences finis ensuite résolues numériquement avec leurs conditions aux limites par un schéma itératif en utilisant la fonction BVP-4C de Matlab. Des calculs ont été effectués pour différentes gammes des paramètres principaux, à savoir : le paramètre de convection mixte λ = 0, 20, 50 ; avec λ=0 correspond à un écoulement dominé par la convection forcée, et λ=50, correspond à un écoulement gouverné par les force de flottabilité (convection naturelle) ; les valeurs du nombre de Prandtl, paramètre magnétique et paramètre de sustentation sont prise arbitrairement pour des fins comparatifs comme suite : le paramètre magnétique M=0, 0.5, 1, 2 ; le paramètre de sustentation N=0.5, 1, 1.5, 2 ; le nombre de Pr=0.02, 0.733, 5, et afin de concrétisé cette étude, on a choisi des valeurs plus réalistes pour le nombre de Schmidt Sc=0.22, 0.6, 0.78, qui caractérisent en réalité l'hydrogène, l'eau et l'ammoniaque, respectivement. Dans cette étude, on admettra que le cas standard stipule qu'il y a présence d'hydrogène dans le fluide c.à.d. Sc=0.22. L'objective de cette étude est de faire une investigation sur les caractéristiques du transfert combiné de chaleur et de masse en convection mixte avec MHD le long d'une aiguille fine verticale soumise à un flux de chaleur uniforme à la paroi. En supposant que l'écoulement est stationnaire, laminaire et les conditions à l'infini sont supposées être constantes.

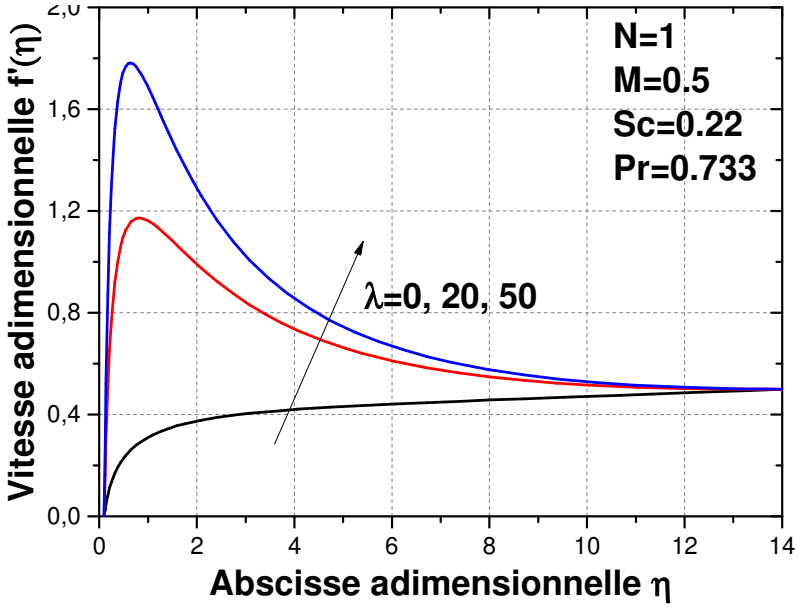


Figure IV.54. Effets du paramètre λ sur la distribution de vitesse

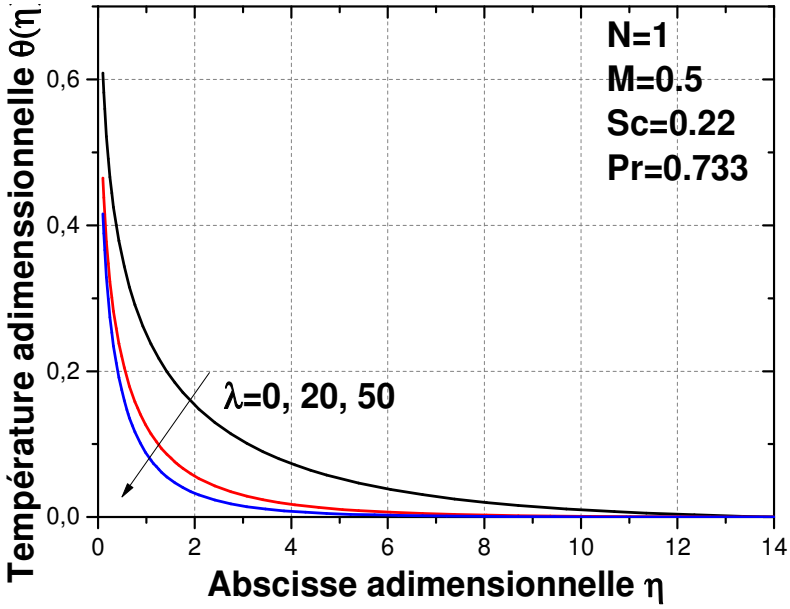


Figure IV.55. Effets du paramètre λ sur la distribution de température

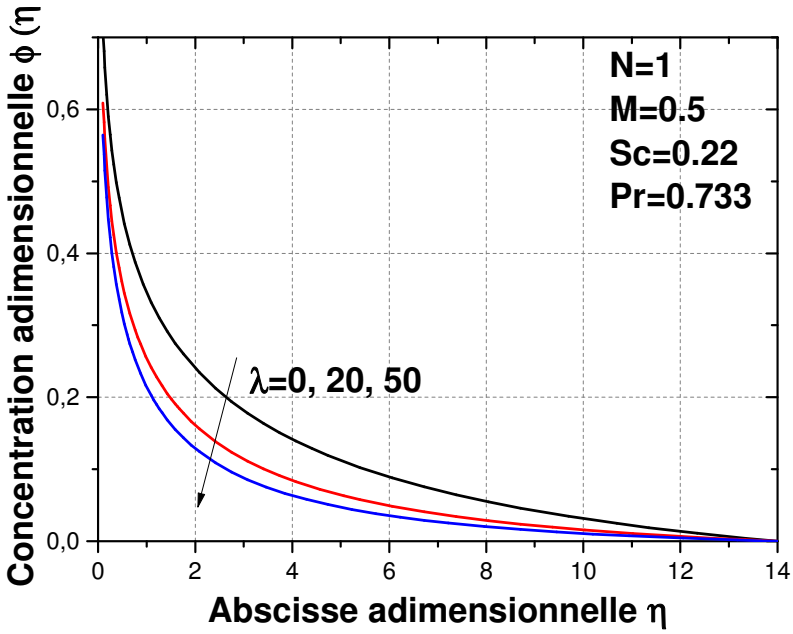


Figure IV.56. Effets du paramètre λ sur la distribution de concentration

Les figures IV.55, IV.56 et IV.57 montrent la variation des profils de vitesse, de température et de concentration, tous en fonction de η. La figure IV.55 montre que la vitesse augmente avec le paramètre de convection mixte λ. Par contre, l'augmentation de λ fait diminuer la température et la concentration.

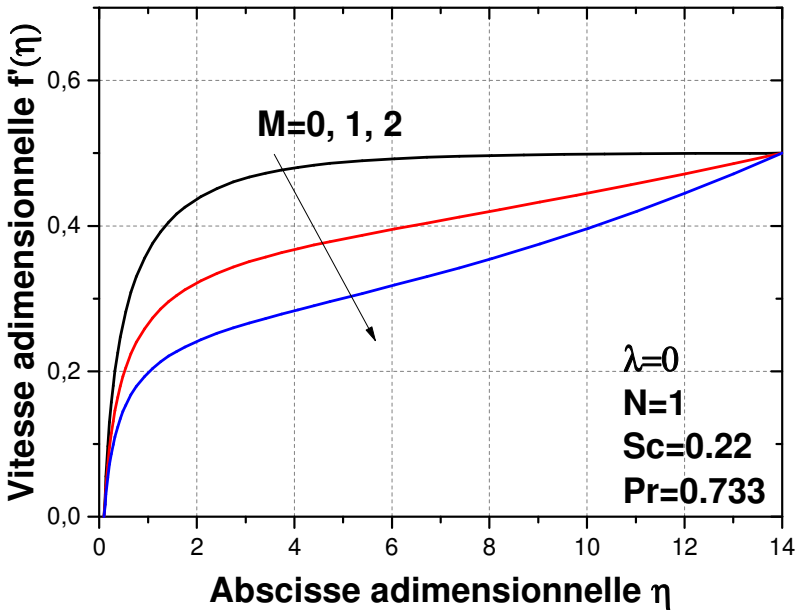


Figure IV.57. Effets du champ magnétique M sur la distribution de vitesse avec : λ=0

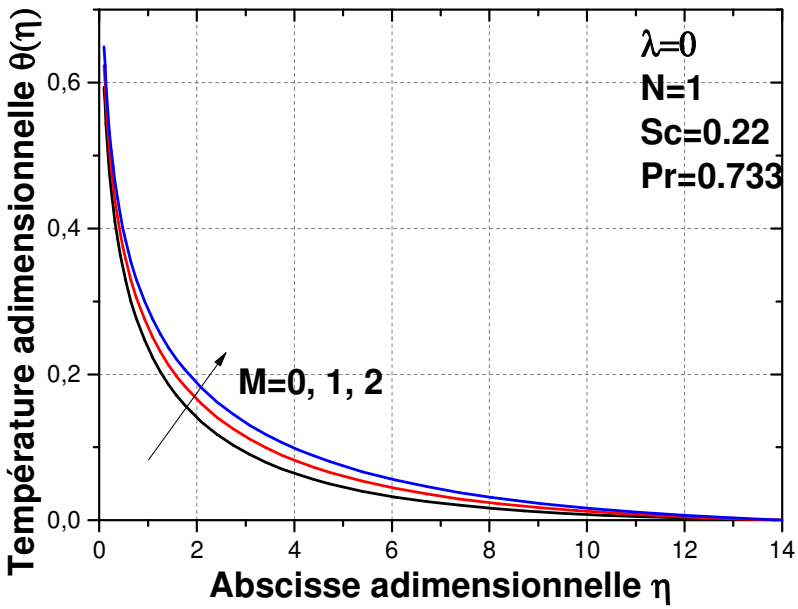


Figure IV.58. Effets du champ magnétique M sur la distribution de température avec : λ=0

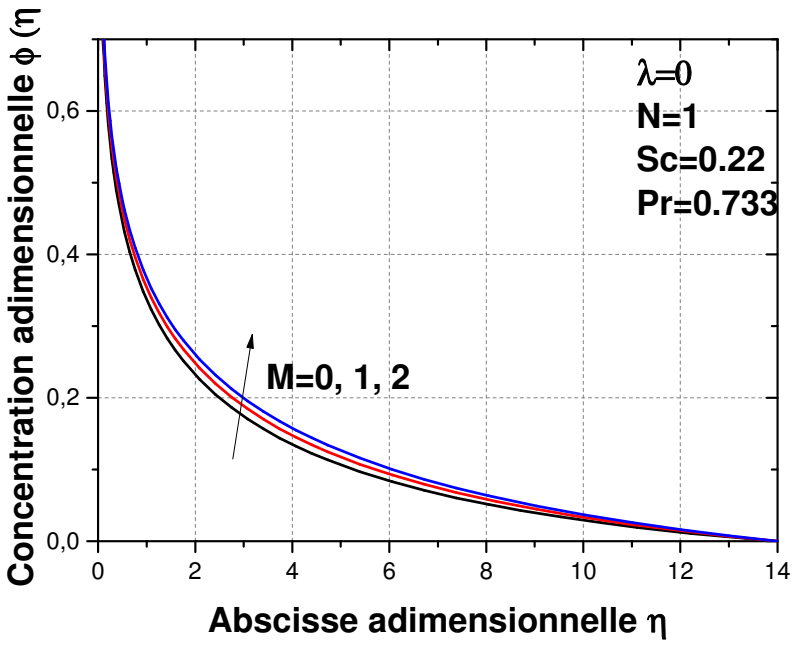


Figure IV.59. Effets du champ magnétique M sur la distribution de concentration avec : λ=0

Lorsque la convection forcée régit le mouvement du fluide, c'est-à-dire $\lambda = 0$, le champ magnétique *M*, diminue la vitesse et augmente la température du fluide ainsi que la concentration, en raison du fait que les forces magnétiques appliquées agissent comme une force de traînée qui réduit la vitesse du fluide et augmente la température, comme on l'a vu précédemment.

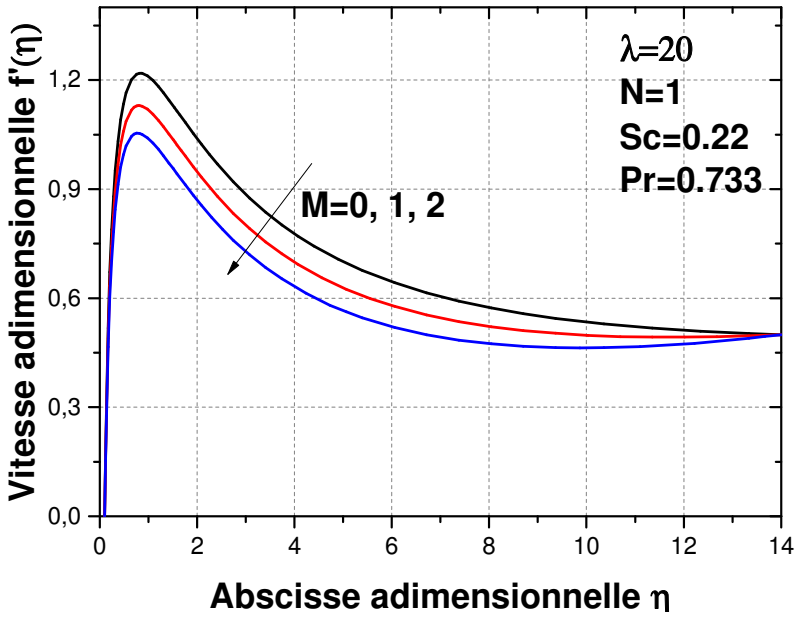


Figure IV.60. Effets du champ magnétique M sur la distribution de vitesse avec : λ=20

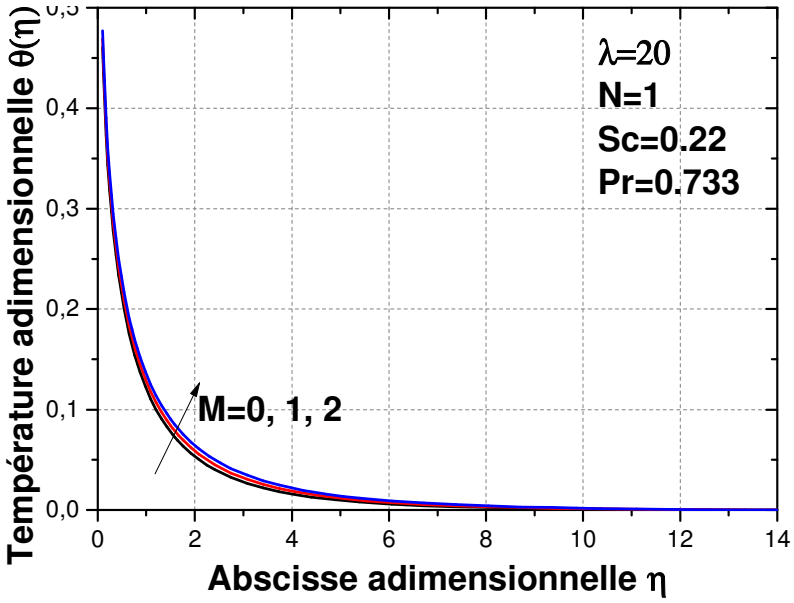


Figure IV.61. Effets du champ magnétique M sur la distribution de température avec : λ=20

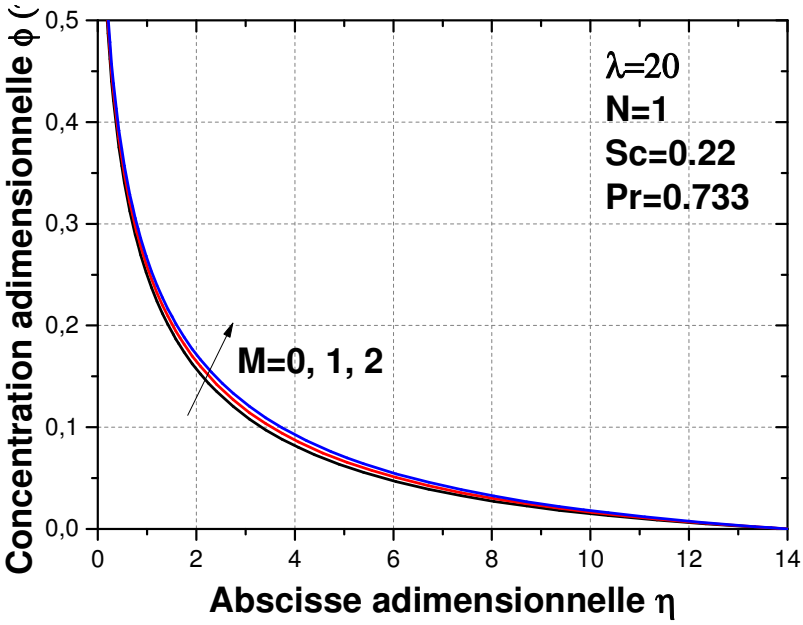


Figure IV.62. Effets du champ magnétique M sur la distribution de concentration avec : λ=20

Les figures IV.62, IV.63 et IV.65, IV.66 montrent que plus la valeur de λ est grande et plus les effets du champ magnétique sur la température et la concentration sont réduite, cela est due au caractère aidant des forces de flottabilité généré par la dilatation thermique qui assiste le courant libre externe.

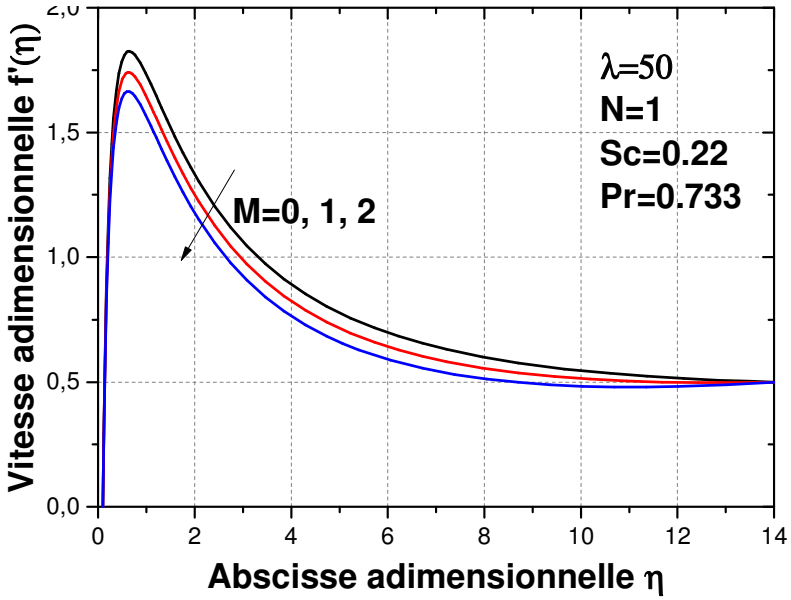


Figure IV.63. Effets du champ magnétique M sur la distribution de vitesse avec : λ=50

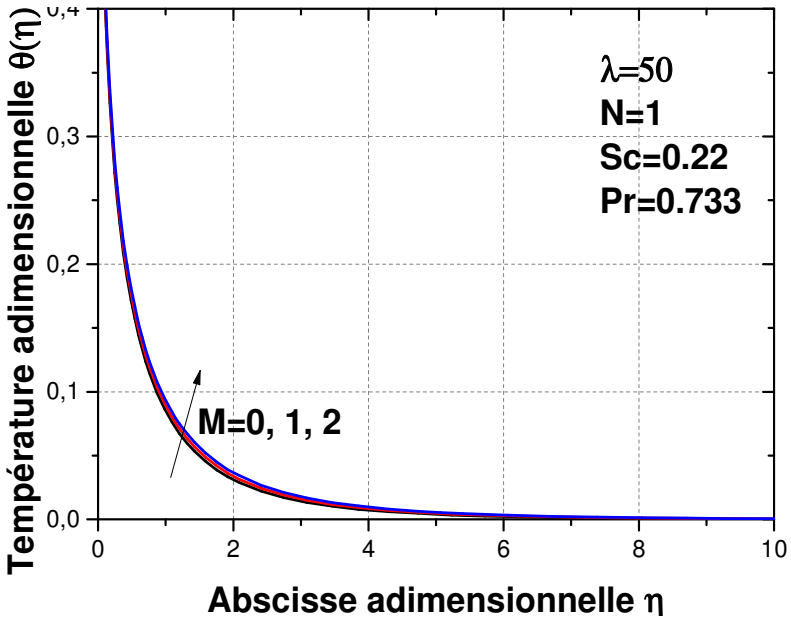


Figure IV.64. Effets du champ magnétique M sur la distribution de température avec : λ=50

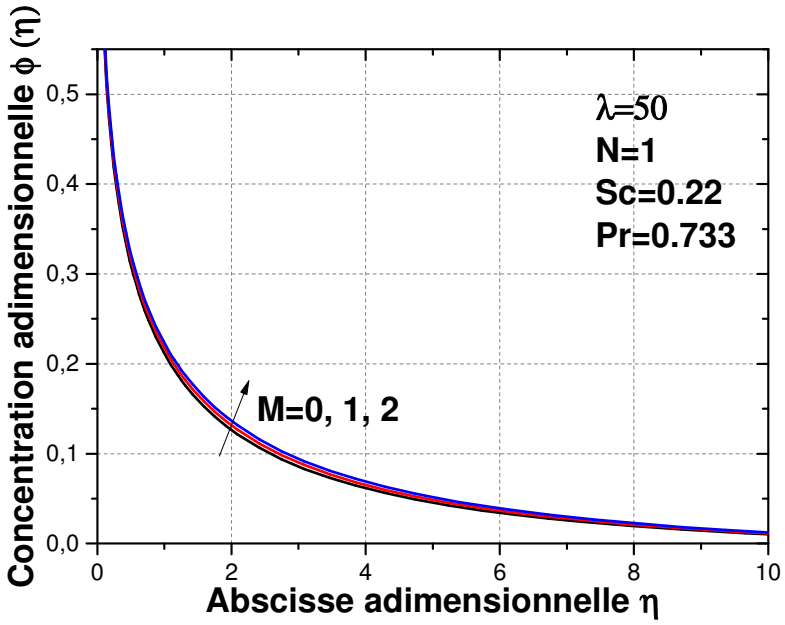


Figure IV.65. Effets du champ magnétique M sur la distribution de concentration avec : λ=50

Les figures IV.67 à IV.71 illustrent le comportement de la vitesse, la température ainsi que sur la concentration avec différents nombres de Schmidt, tout en considérant, λ=20 et λ=50, et en maintenant les paramètres suivants à des valeurs bien donnée : *Pr*=0.733, ce qui nous ramène à considérer trois type de mélanges, (air conducteur et hydrogène) pour *Sc*=0.22, (air conducteur et vapeur d'eau) pour *Sc*=0.6, (air conducteur et ammoniaque) quand *Sc*=0.78, on pose *N*=1, qui décrit un rapport équilibré entre les forces de flottabilités due à la dilatation thermique et les forces de flottabilités due à la diffusion massique, et enfin, on suppose un faible champ magnétique *M*=0.5.

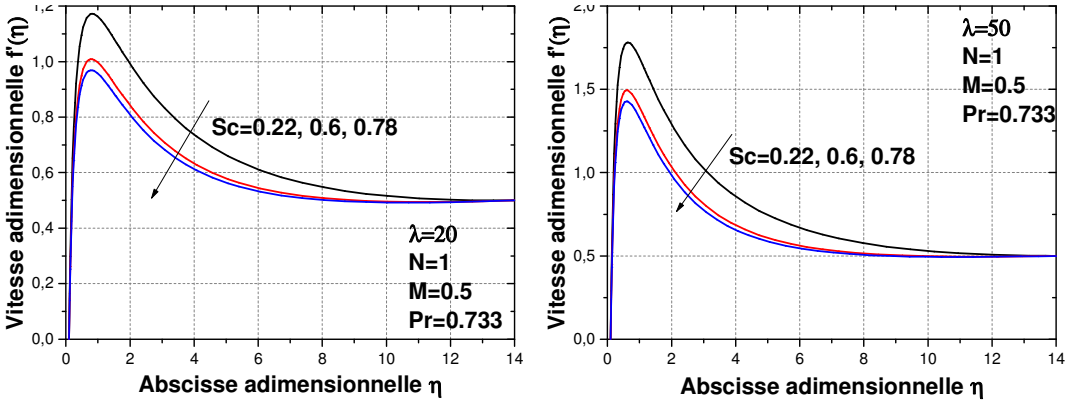


Figure IV.66. Effets du nombre de Sc sur la distribution de vitesse avec : λ=20 et λ=50

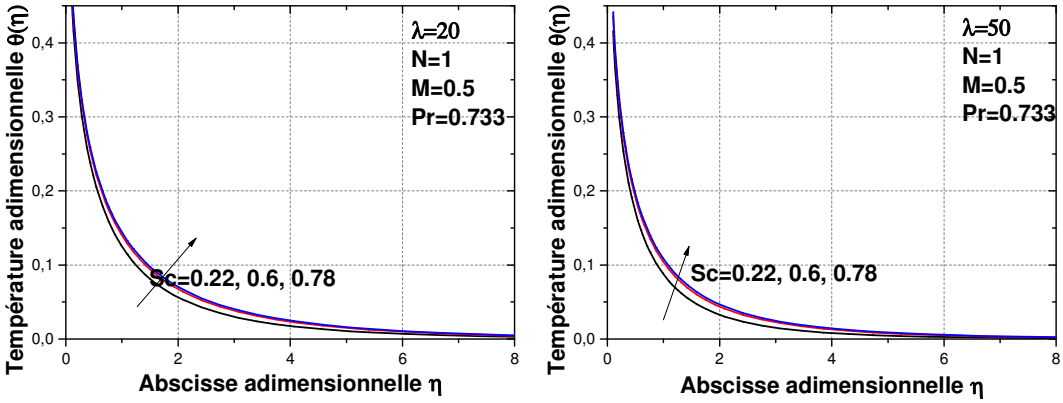


Figure IV.67. Effets du nombre de Sc sur la distribution de température avec : λ=20 et λ=50

D'après les figures, on voie bien que les profils de vitesse et de concentration sont réduits de façon uniforme avec des valeurs élevés du nombre de Schmidt dans les deux cas de convection mixte λ=20 et λ=50. Par contre la température augmente légèrement. Comme le nombre de Schmidt est la mesure relative des forces visqueuses sur diffusivité moléculaire du fluide, en augmentant ce dernier, *Sc* déminue et donc, la diffusion moléculaire tend à réduire le transfert de masse ce qui mènera à augmenter la température du fluide.

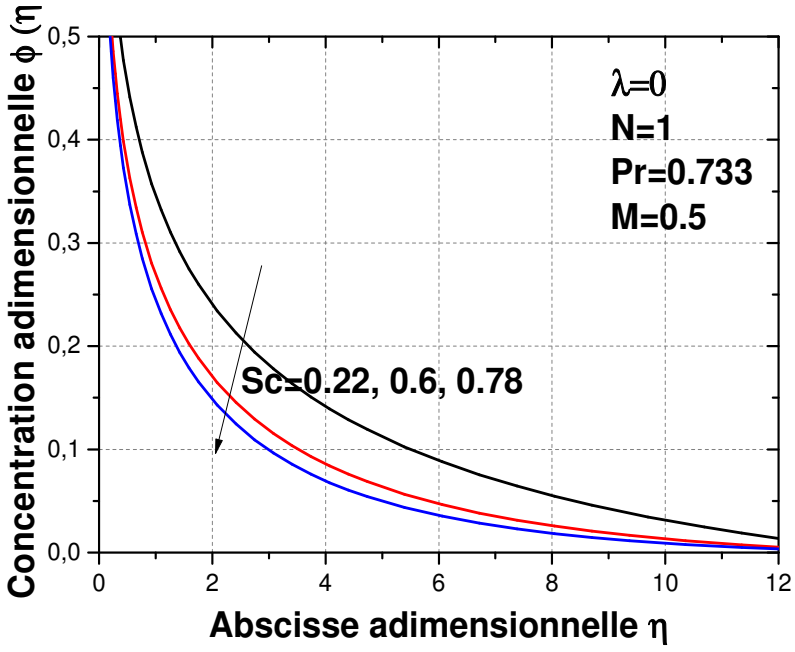


Figure IV.68. Effets du nombre de Sc sur la distribution de concentration avec : λ=0

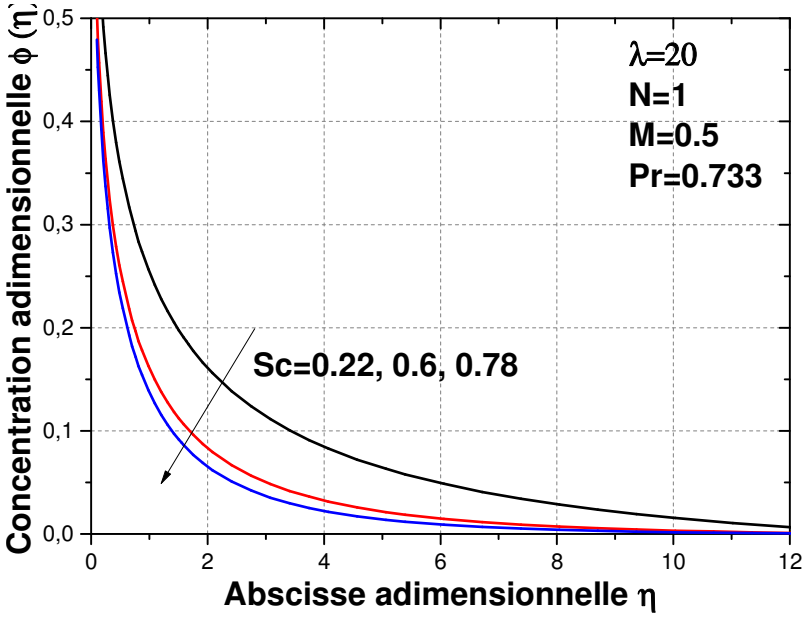


Figure IV.69. Effets du nombre de Sc sur la distribution de concentration avec : λ=20

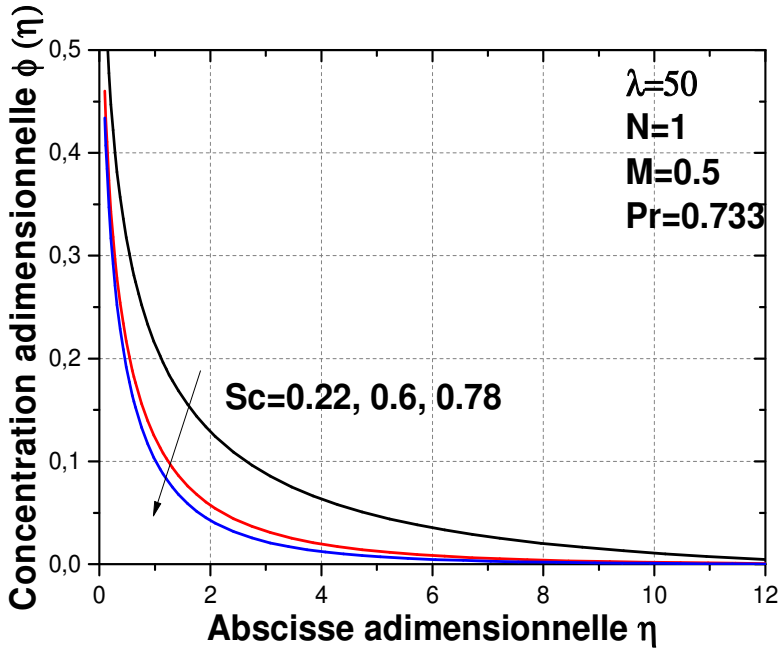


Figure IV.70. Effets du nombre de Sc sur la distribution de concentration avec : λ=50

Les figures IV.72, IV.73 et IV.74 montrent les effets du paramètre *N* sur les profiles adimensionnelles de vitesse, température et concentration, en prenant *M*=0.5, Sc=0.22, *Pr*=0.733, et *λ*=20, 50. On constate que la vitesse augmente avec *N*. Par contre la température et la concentration diminuent avec l'augmentation de *N*. Cela veut dire qu'on

augmentant la valeur de *N*, le transfert thermique sera amélioré et la couche limite thermique sera réduite.

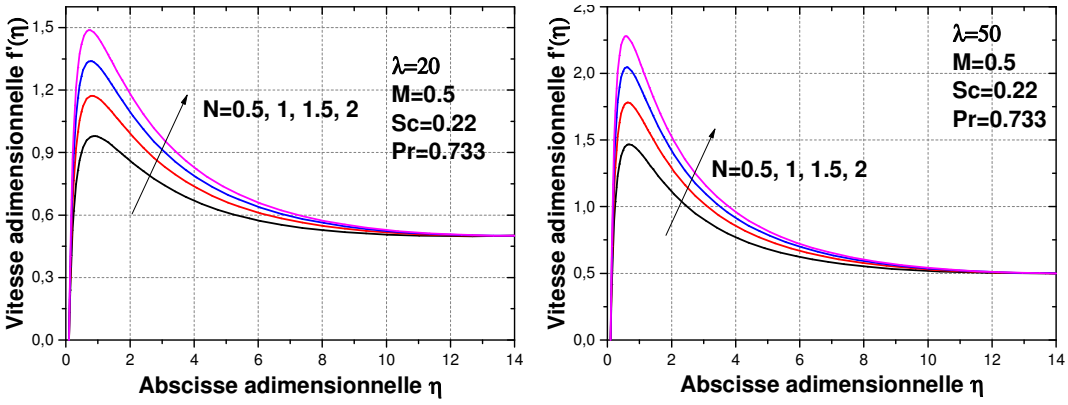


Figure IV.71. Effets du ratio N sur la distribution de vitesse avec : λ=20 et λ=50

Dans ce cas, on peut dire que la convection naturelle est induite par les forces de flottabilités thermique et de concentration.

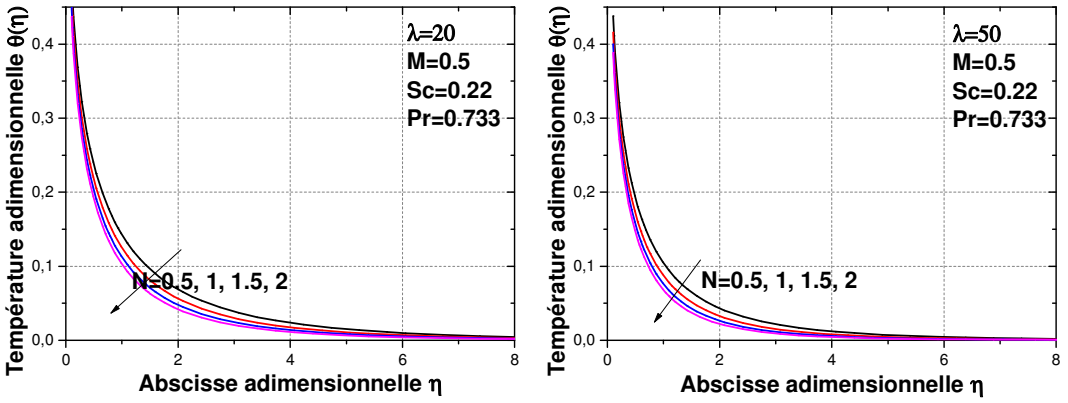


Figure IV.72. Effets du ratio N sur la distribution de température avec : λ=20 et λ=50

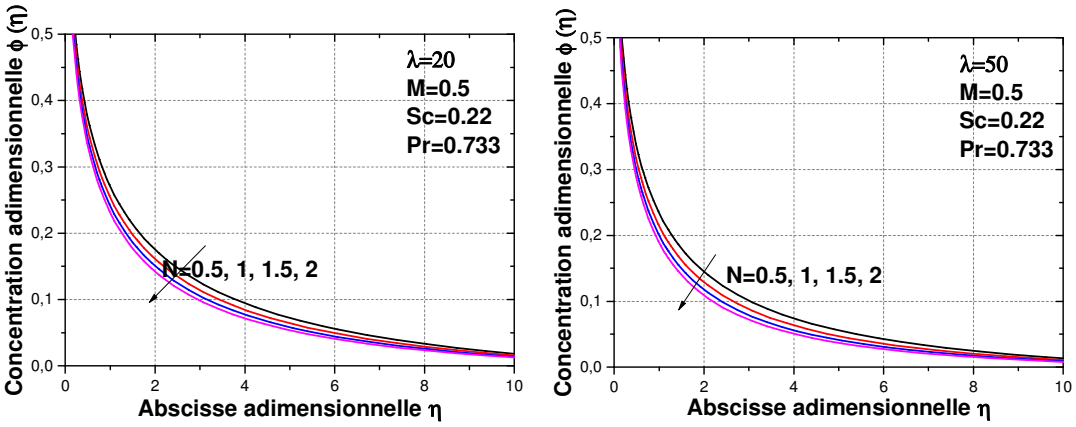


Figure IV.73. Effets du ratio N sur la distribution de concentration avec : λ=20 et λ=50

Les figures IV.75 à IV.79 représentent la variation en fonction de η, de la vitesse, la température et la concentration, tous, avec le nombre de Prandtl. En prenant N=1, Sc=0.22, M=0.5, λ=0, 20, 50.

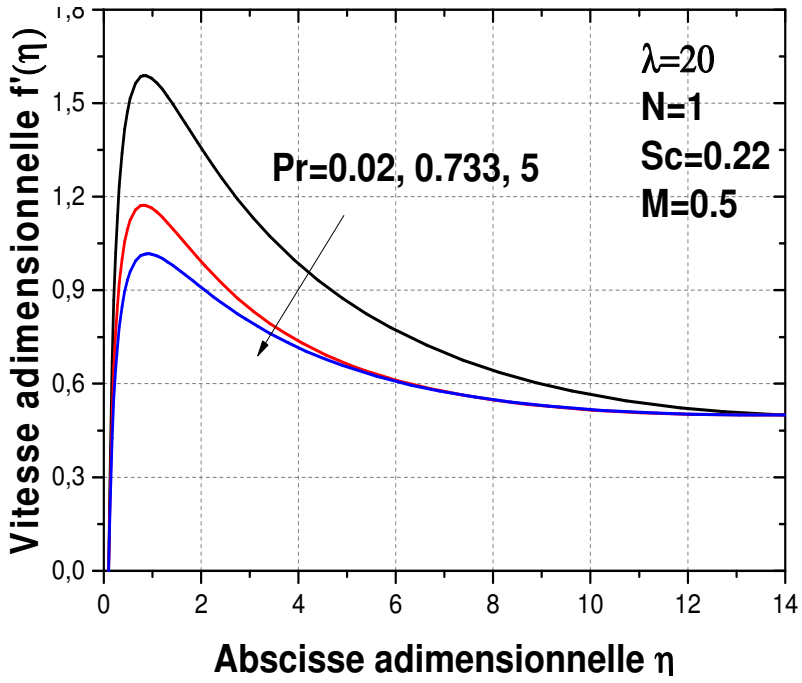


Figure IV.74. Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de vitesse avec : λ=20

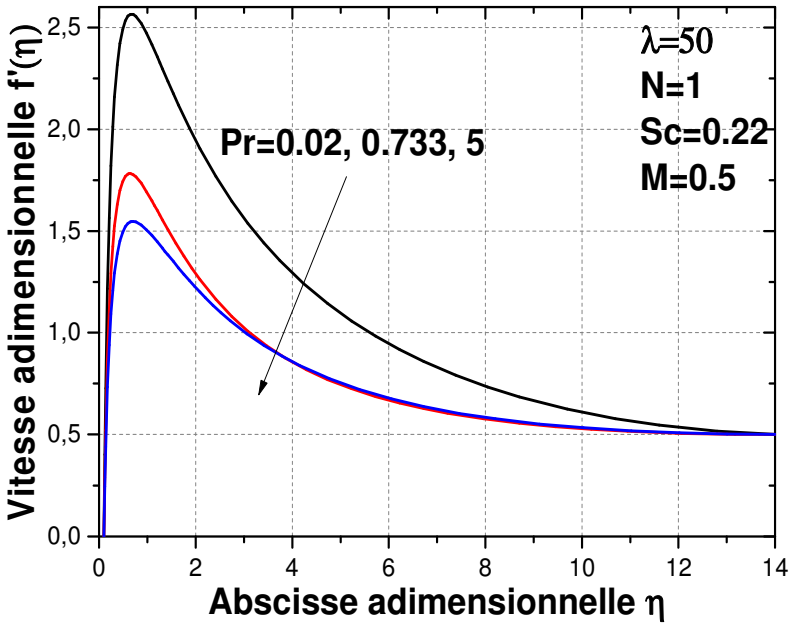


Figure IV.75. Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de vitesse avec : λ=50

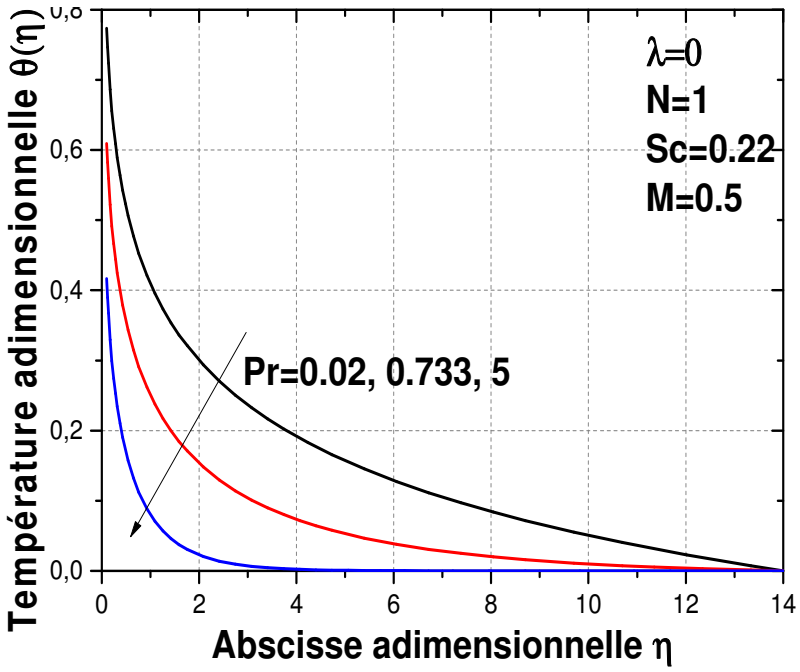


Figure IV.76. Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de température avec : λ=0

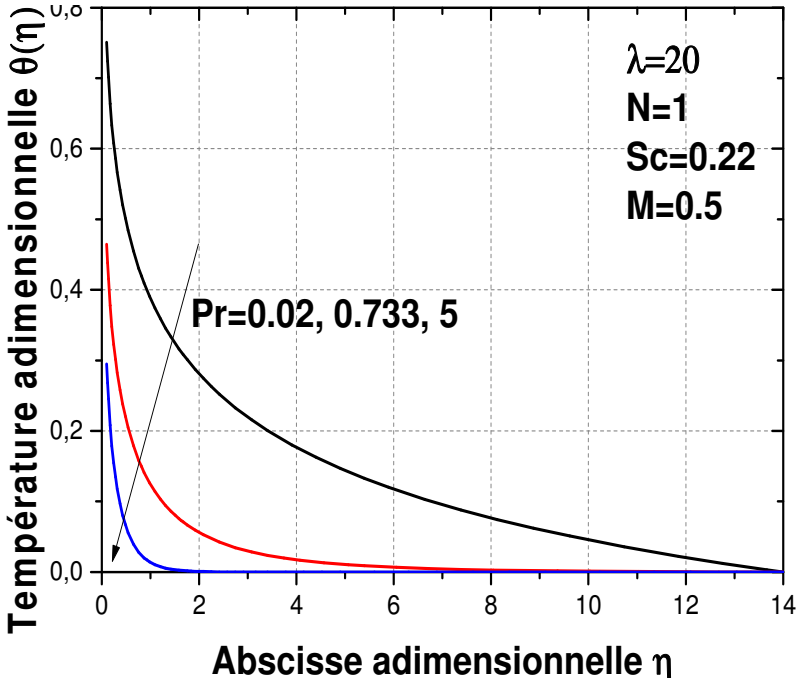


Figure IV.77. Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de température avec : λ=20

On constate que la vitesse et la température diminuent en augmentant la valeur du nombre de Prandtl. En revanche, la concentration augmente avec *Pr*. On sait que les nombre de Prandtl élevés ont une conductivité thermique plus faibles par conséquent le transfert thermique se fait de plus en plus difficilement avec des nombres de Prandtl élevés.

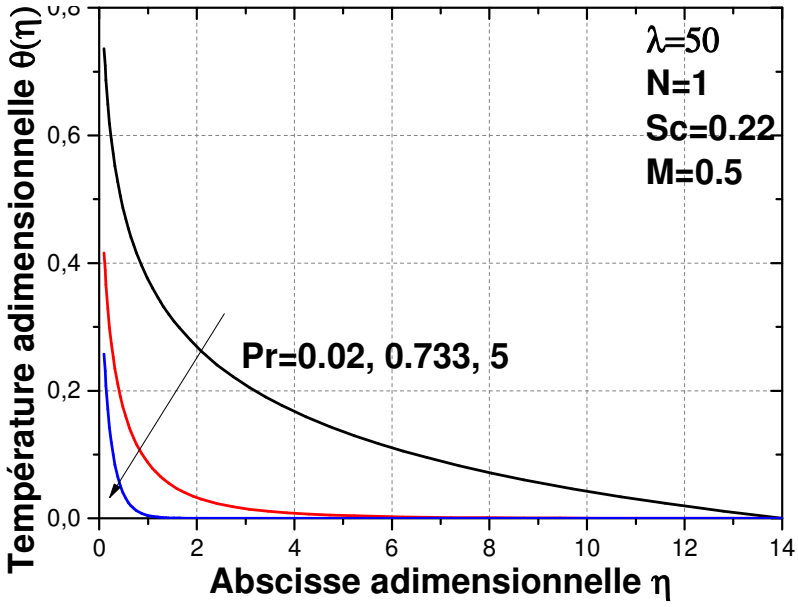


Figure IV.78. Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de température avec : λ=50

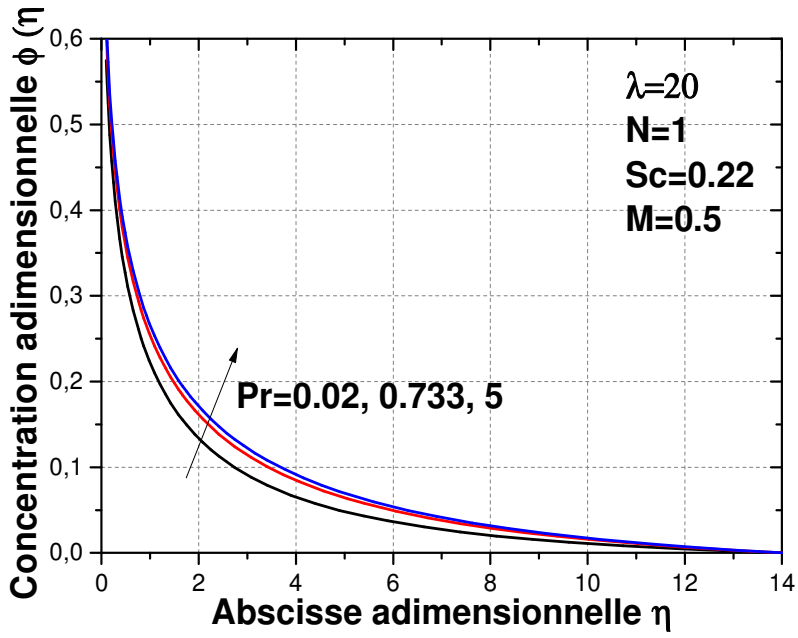


Figure IV.79. Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de concentration avec : λ=20

D'un autre point de vue, en se basant sur la définition du nombre de Prandtl, c'est le rapport entre la diffusion dynamique sur la diffusion thermique, et donc, en augmentant les valeurs de *Pr*, cela signifie qu'on déminue la diffusion thermique, autrement dit, qu'un fluide avec un nombre de Prandtl élevé, et encore une capacité calorifique élevée améliore le transfert thermique. Donc, ce qu'on voie ici confirme la seconde définition, car, d'après les figures V.75 à V.81, on voie clairement que la vitesse est diminuée et la concentration augmente et cela améliorera significativement le transfert thermique ce qui déminue la

température autour de l'aiguille et ainsi l'épaisseur de la couche limite thermique sera réduite.

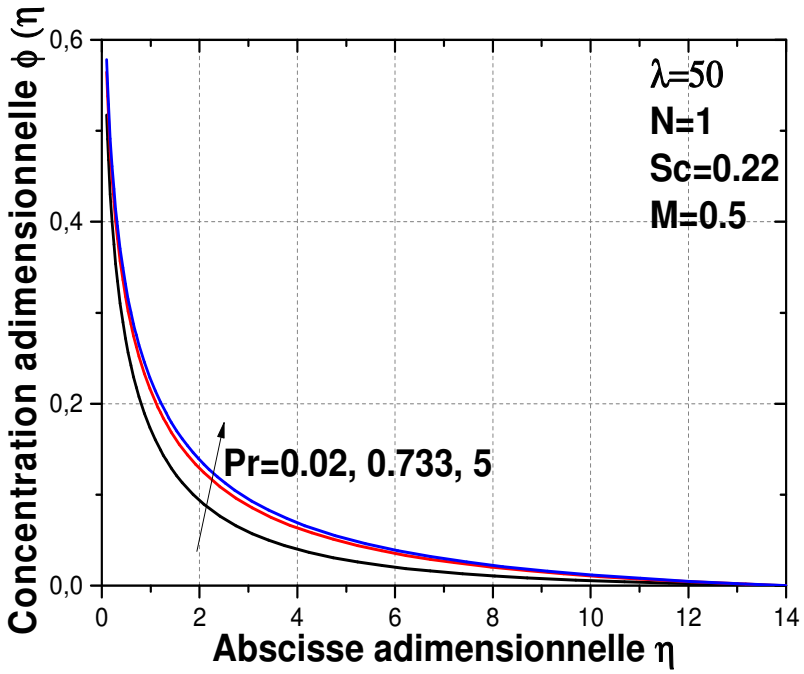


Figure IV.80. Effets du nombre de Prandtl sur la distribution de concentration avec : λ=50

IV.8.4. Conclusion

Les forces de flottabilité provoquent une amélioration considérable des profils de vitesse et du transfert de chaleur, indiqués par une diminution du profil de température.

L'étude a montré que l'application d'un champ magnétique était défavorable au transfert thermique et de masse, en raison de l'augmentation des profils de température et de concentration résultant d'une diminution de la vitesse du fluide.

Lorsque les forces visqueuses du fluide sont très importantes en comparaison avec sa diffusivité moléculaire, les profils de vitesse et de concentration sont uniformément réduits, mais la température augmente légèrement.

Lorsque les forces de flottabilité thermique sont supérieures aux forces de flottabilité de diffusion en masse, la vitesse augmente. D'autre part, la température et la concentration diminuent. Cela signifie que le transfert de chaleur sera amélioré et la couche limite thermique sera réduite. Dans ce cas, la convection naturelle est induite par les forces de la flottabilité thermique et de la concentration.

La vitesse augmente avec *N*. D'autre part, la température et la concentration diminuent avec l'augmentation de *N*. Cela signifie qu'en augmentant la valeur de *N*, le transfert de chaleur sera amélioré et la couche limite thermique sera réduite. Dans ce cas, la convection naturelle est induite par les forces de la flottabilité thermique et de la concentration.

Cas n° 09

Effets du nombre de Schmidt et du paramètre de sustentation sur le transfert de chaleur et de masse en convection mixte avec MHD le long d'une aiguille fine vertical isotherme.

IV.9.1. Introduction

Le transfert de chaleur et de masse en convection mixte d'un fluide visqueux, incompressible et conducteur d'électricité, le long d'une aiguille isotherme en présence d'un courant externe variable, et sous l'influence d'un champ magnétique non uniforme, est étudié. Les solutions de similarité pour un flux de chaleur uniforme ont été obtenues. Le système transformé d'équations couplées différentielles ordinaires de second ordre est résolu numériquement en utilisant la fonction *BVP-4C* de Matlab. Les profils de vitesse, de température et de concentration sont illustrés pour différentes valeurs des principaux paramètres. La discussion se concentre sur l'interprétation physique des résultats. Il a été constaté que la vitesse, le transfert thermique et le transfert de masse sont améliorés lors de l'augmentation des valeurs du paramètre de sustentation *N*. En augmentant les valeurs du nombre de Schmidt, on a constaté que la vitesse et le transfert de chaleur ont été réduits, mais le transfert de masse a été amélioré. Les résultats sont présentés sous forme graphique et sont discutés en détail.

IV.9.2. Analyse mathématique

Le système d'équations de couche limite stationnaire et laminaire d'un fluide visqueux, incompressible et conducteur d'électricité le long d'une aiguille fine vertical isotherme et un courant axial externe non uniforme loin de l'aiguille *U(x)*. L'axe des *x* est supposé être dans la direction vertical parallèle à l'aiguille et l'axe des *r* est dans la direction radiale normal à la surface verticale de l'aiguille. Un champ magnétique *B(x)* variable en fonction de *x* est appliqué dans la direction transversale de l'écoulement, et qui est exprimé dans (IV.86). Le nombre de Reynolds magnétique est supposé être très petit et donc, le champ magnétique induit est négligeable en comparaison avec le champ magnétique. Le diamètre de l'aiguille est du même ordre que l'épaisseur de la couche limite qu'elle développe. L'écoulement est considéré comme axisymétrique. Le vecteur gravitationnel g est dirigé vers le bas. Mis à part la masse volumique du fluide qui varie en fonction de la température et la concentration, et qui, entre outre, obéit à l'approximation de Boussinesq, Les autres propriétés sont supposées constantes. La température et la vitesse à une distance de l'aiguille sont représentés par : T_∞ et u_∞ respectivement. On suppose que le champ électrique est négligeable. Les équations de couche limite sont identique à celles qu'on a vu précédemment (IV.80) à (IV.84).

On considère aussi, que les effets de flottabilité sont aidante à l'écoulement, par contre, le champ magnétique appliqué ici est opposant à l'écoulement.

Le système d'Eq. (IV.80) à (IV.84) va être transformé du système de coordonnées *(x, r)* vers le système de coordonnées adimensionnels *η(x, r)*, en introduisant les transformations suivantes :

$$\psi = x\,\nu f(\eta)\,,\quad T - T_\infty = (T_w - T_\infty)\,\theta(\eta)$$
$$U(x) = u_\infty x^{\frac{1}{2}}\,,\ \eta = \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)\frac{r^2}{x^{\frac{1}{2}}}\,,\ C - C_\infty = (C_w - C_\infty)\,\phi(\eta) \qquad \text{(IV.100)}$$

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \text{et} \quad \mathrm{v} = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \mathrm{x}}$$

Aussi, on introduit la fonction de similarité réduite *f(η)*, la température adimensionnelle *θ(η)* et la concentration *φ(η)*. Alors, les équations suivantes sont obtenues :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \lambda(\theta + N\phi) + \frac{1}{2} - Mf' = 0 \qquad \text{(IV.101)}$$

$$\eta\theta'' + \theta' + \frac{1}{2}Prf\theta' = 0 \qquad \text{(IV.102)}$$

$$\eta\emptyset'' + \emptyset' + \frac{1}{2}f\emptyset' = 0 \qquad \text{(IV.103)}$$

Les conditions aux limites correspondantes :

$$\begin{aligned} f(c) = f'(c) = 0\,;\ \ f'(\infty) &= \frac{1}{2} \\ \theta(c) = 1\,;\ \ \theta(\infty) &= 0 \\ \phi(b) = 1\ ;\ \phi(\infty) &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(IV.104)}$$

Avec : λ correspondent au nombre de Richardson qui exprime le rapport entre la convection naturelle représenté par le nombre de Grashof thermique $Gr_T = \frac{g\beta(T_W - T_\infty)x^3}{\nu^2}$ et la convection forcée représenté par le nombre de Reynolds $Re_x = \frac{U(x).x}{\nu}$. *M* le champ magnétique. *Pr*, le nombre de Prandtl, *N* est le paramètre de sustentation, c'est le rapport entre $Gr_C = \frac{g\beta^*(C_W - C_\infty)x^3}{\nu^2}$ sur Gr_T. Et enfin le nombre de Schmidt *Sc*.

IV.9.3. Résultats et discussion

Le système d'équations transformé Eq (IV.101) à (IV.103) sous les conditions aux limites Eq (IV.104), sont exprimées sous une forme de différences finis ensuite résolues numériquement avec leurs conditions aux limites par un schéma itératif en utilisant la fonction BVP-4C de Matlab. Des calculs ont été effectués pour différentes gammes des paramètres principaux, à savoir : le paramètre de convection mixte λ = 0, 20, 50 ; la valeur du nombre de Prandtl est prise pour représenter l'air *Pr*=0.733, le paramètre magnétique *M*=0.5. Les valeurs du paramètre de sustentation sont prises arbitrairement comme suite : *N*=0.5, 1, 1.5, 2 ; et enfin le nombre de Schmidt *Sc*=0.22, 0.6, 0.78, qui caractérisent en réalité l'hydrogène, la vapeur d'eau et l'ammoniaque, respectivement. L'objective de cette étude est de faire une investigation sur les effets du nombre de Schmidt ainsi que le

rapport de sustentation sur le transfert combiné de chaleur et de masse en convection mixte avec MHD le long d'une aiguille fine verticale isotherme. En supposant que l'écoulement est stationnaire, laminaire et les conditions à l'infini sont supposées être constantes.

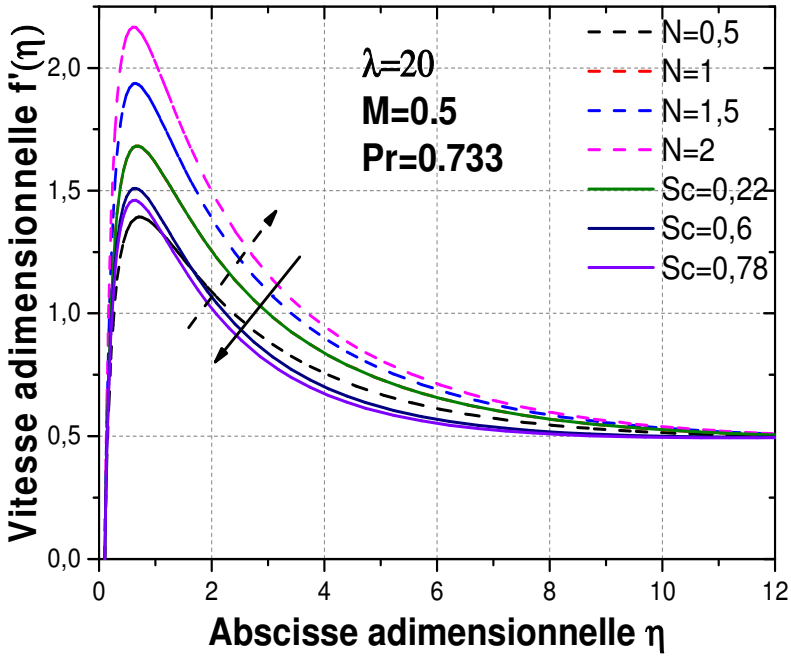


Figure IV.81. Effets de Sc et N sur la distribution de vitesse avec λ=20, M=0.5 et Pr=0.733

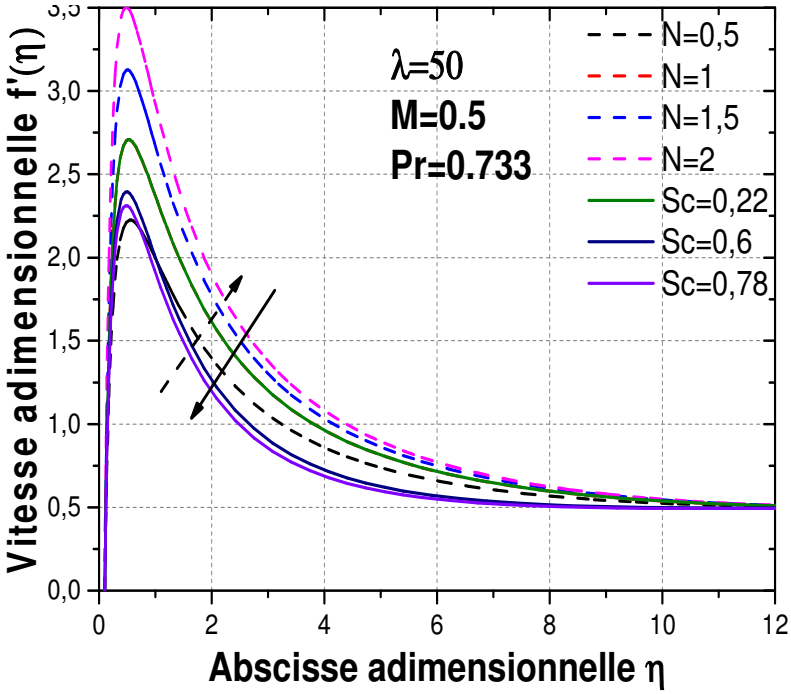


Figure IV.82. Effets de Sc et N sur la distribution de vitesse avec λ=50, M=0.5 et Pr=0.733

Les figures IV.82 et IV.83 montrent les effets du paramètre de sustentation *N* et le nombre de Schmidt *Sc* sur la distribution des profils de vitesse en fonction de η. Les figures

montrent que la vitesse augmente avec le paramètre de sustentation *N*. Mais, diminue avec le nombre de Schmidt *Sc*. Par contre, on remarque bien que la vitesse max est nettement plus supérieure à celle qu'on a vu dans le cas de flux de chaleur uniforme.

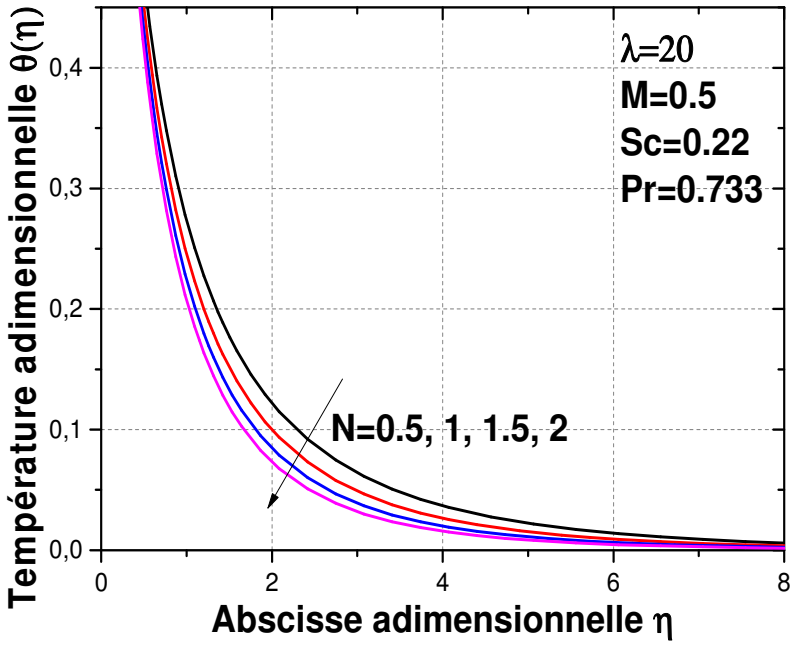


Figure IV.83. Effets de N sur la distribution de température avec λ=20, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733

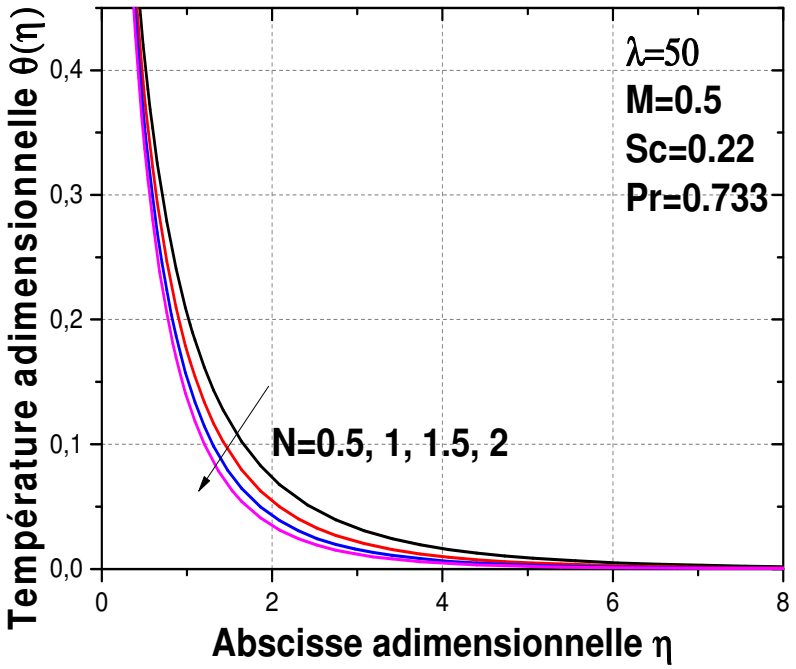


Figure IV.84. Effets de N sur la distribution de température avec λ=50, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733

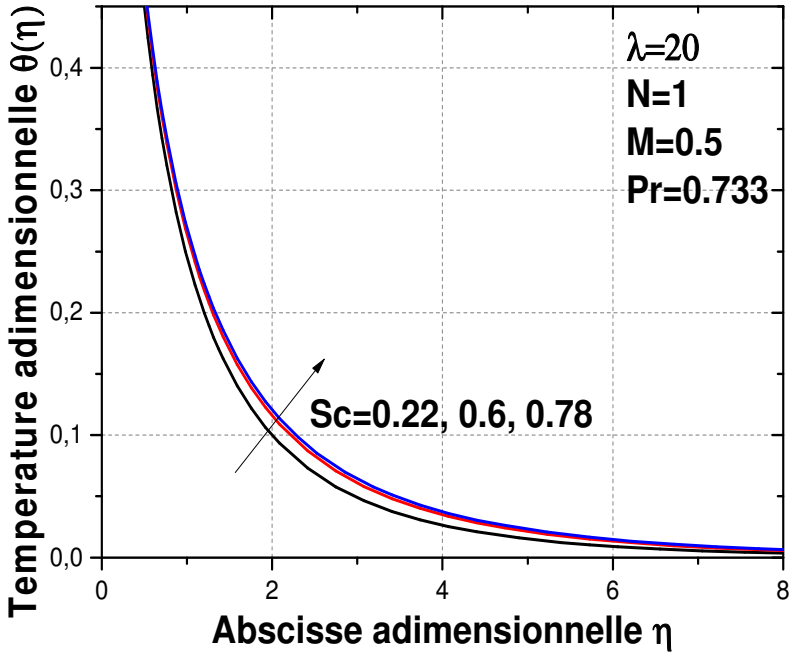


Figure IV.85. Effets de Sc sur la distribution de température avec λ=20, M=0.5, N=1 et Pr=0.733

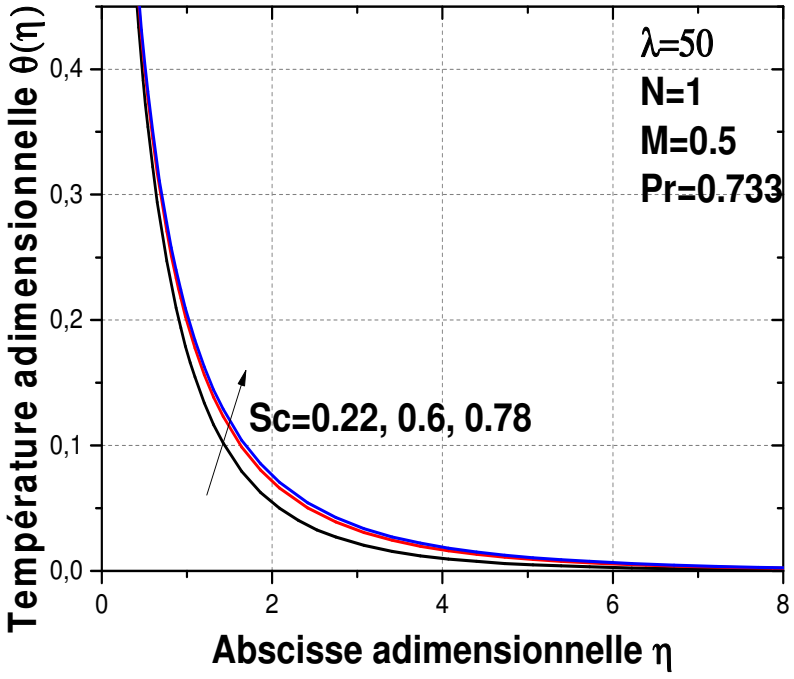


Figure IV.86. Effets de Sc sur la distribution de température avec λ=50, M=0.5, N=1 et Pr=0.733

La température augmente légèrement en augmentant les valeurs de Sc, comme le montre les figures IV.86 et IV.87. Aussi, on a remarqué que cette augmentation est uniforme dans les deux cas considérés, à savoir λ=20 et λ=50.

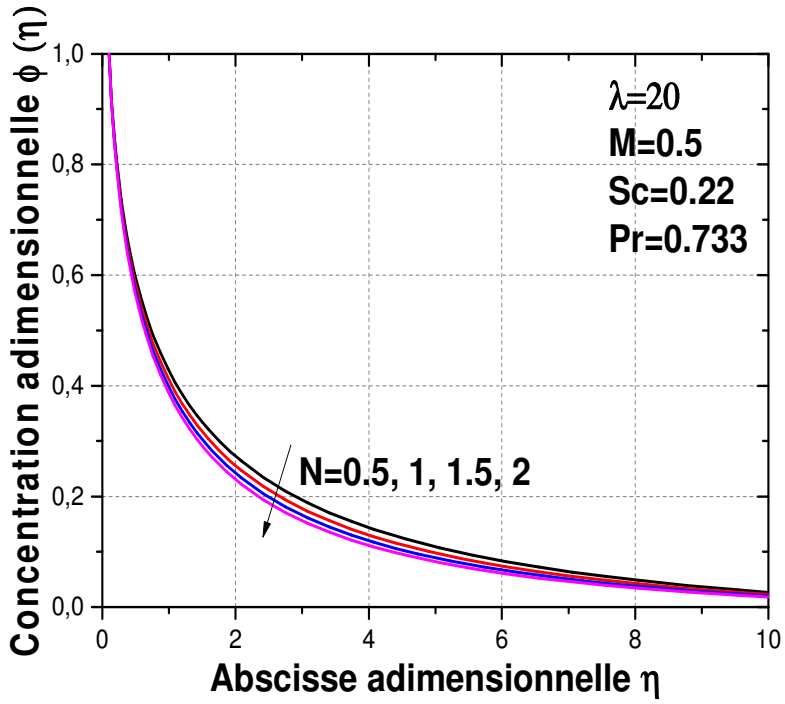


Figure IV.87. Effets de N sur la distribution de concentration avec λ=20, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733

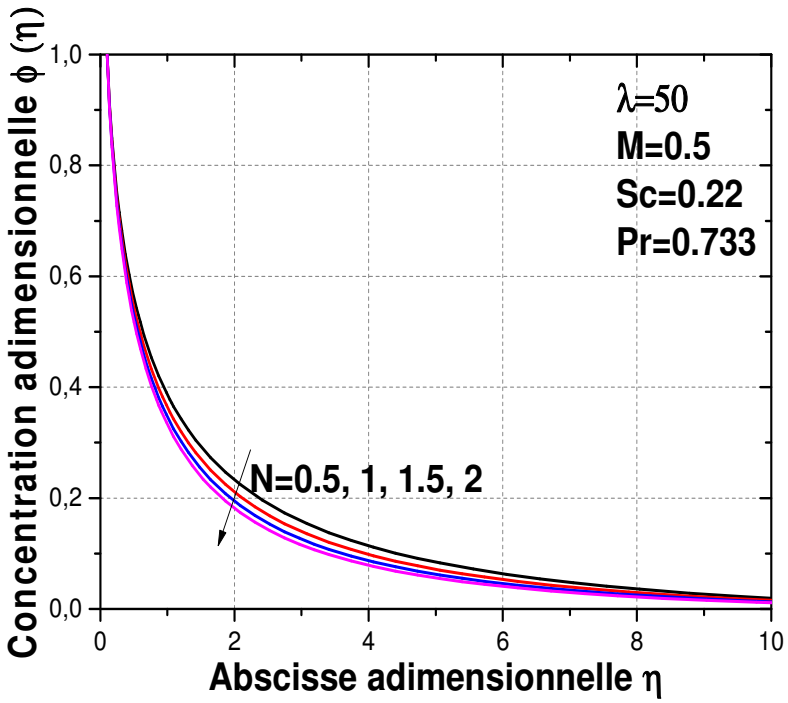


Figure IV.88. Effets de N sur la distribution de concentration avec λ=50, M=0.5, Sc=0.22 et Pr=0.733

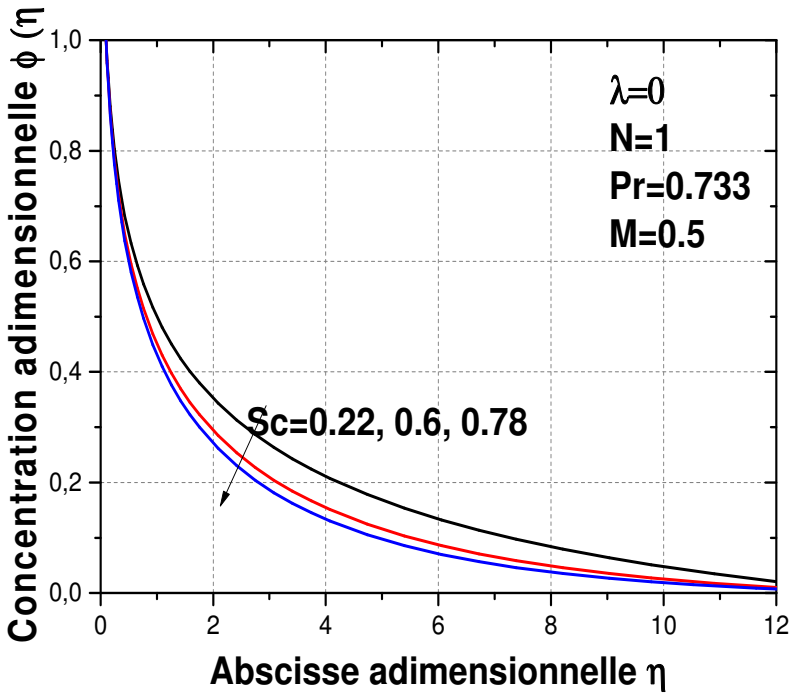


Figure IV.89. Effets de Sc sur la distribution de concentration avec λ=0, M=0.5, N=1 et Pr=0.733

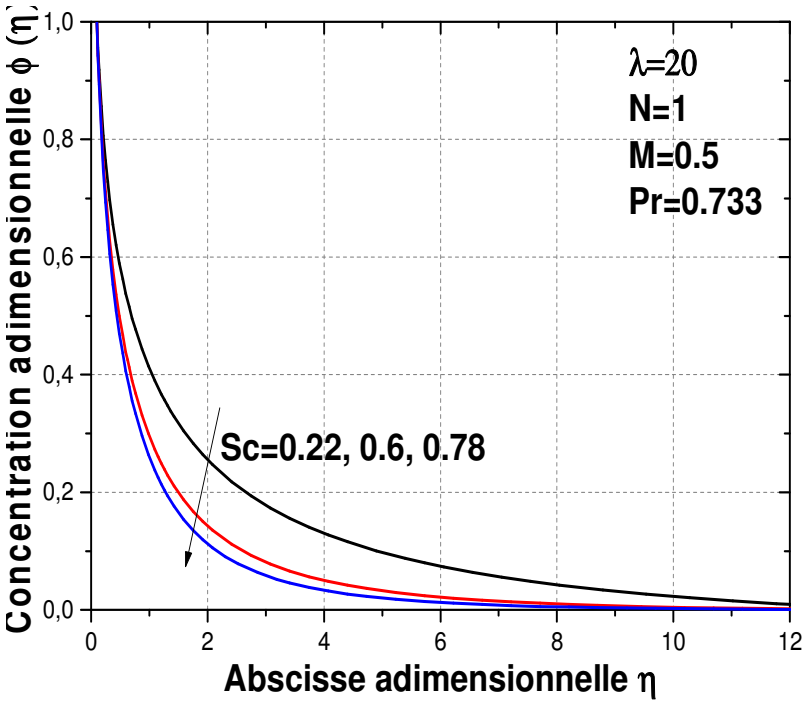


Figure IV.90. Effets de Sc sur la distribution de concentration avec λ=20, M=0.5, N=1 et Pr=0.733

D'après les figures, on voie bien que les profils de concentration sont réduits de façon uniforme avec des valeurs élevés du nombre de Schmidt dans les deux cas de convection mixte λ=20 et λ=50. Alors que dans le cas où les forces de flottabilités sont absents, la concentration diminue, mais très légèrement par rapport au cas précédent.

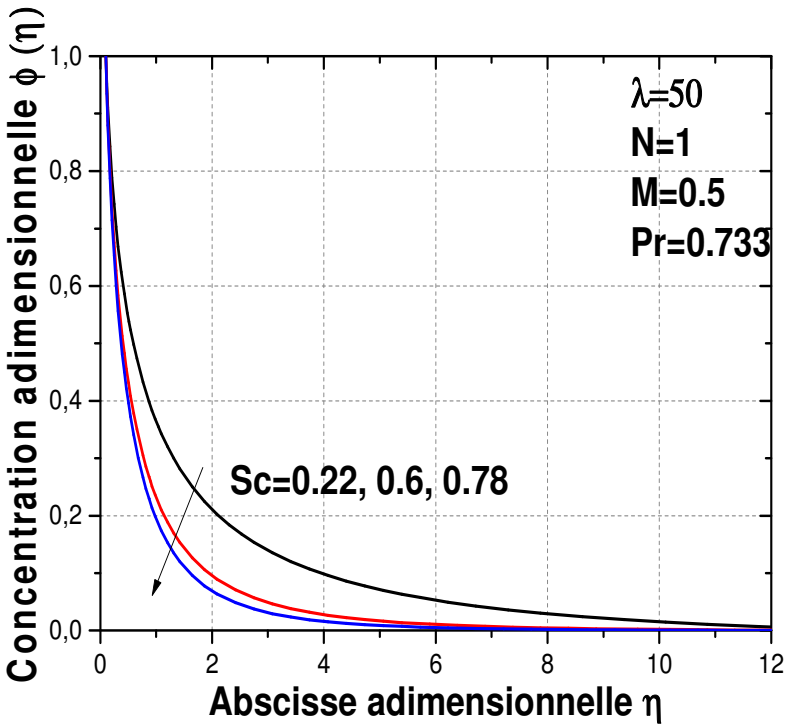


Figure IV.91. Effets de Sc sur la distribution de concentration avec λ=50, M=0.5, N=1 et Pr=0.733

Cas n° 10

Effets de la MHD sur le transfert thermique convectif d'un nanofluide le long d'une aiguille fine vertical isotherme

IV.10.1. Introduction

L'objectif est d'étudier le comportement des nanofluides dans l'écoulement de couche limite en convection mixte le long d'une aiguille fine verticale en présence d'un champ magnétique d'intensité variable, illustré sur les profils de température, de la vitesse et de concentration des nanoparticules, ainsi que le frottement pariétal et Le nombre de Nusselt local. Pour cela, nous avons utilisé les équations bidimensionnelles de couche limite soumises à des conditions aux limites et réduites à un système d'équations différentielles de premier ordre (voir chapitre formulations mathématiques). En utilisant des transformations de similarité bien définit qui sont ensuite résolues avec leurs conditions aux limites transformées par un schéma itératif à l'aide de la fonction BVP-4C de Matlab. En supposant que l'écoulement est stationnaire, laminaire et les conditions à l'infini sont censés être constants.

IV.10.2. Analyse mathématique

Afin de formuler les équations de transports qui interviennent dans cette partie d'étude, nous avons pris le modèle d'équations illustré dans le chapitre ''formulation mathématique'', en considérant les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} r = a \ : \quad & u = 0 \ ; \quad v = 0 \ et \ T = T_w \ \ et \ \ C = \ C_w \\ r \to \infty : \quad & u = u_\infty \ ; \ \ v = 0 \ et \ T = T_\infty \ et \ \ C = C_\infty \end{aligned} \qquad \text{(IV.105)}$$

En introduisant les transformations (IV.100), on obtiendra les équations ordinaires différentielles suivantes :

$$8\eta f''' + 8f'' + 4ff'' - 2f'^2 + \lambda(\theta + N_r\phi) + \frac{1}{2} - Mf' = 0 \qquad \text{(IV.106)}$$

$$\eta\theta'' + \theta' + \frac{1}{2}Prf\theta' + PrN_t\eta\theta'^2 + PrN_b\eta\theta'\emptyset' = 0 \qquad \text{(IV.107)}$$

$$\eta\emptyset'' + \emptyset' + \frac{N_t}{N_b}(\eta\theta'' + \theta') + \frac{1}{2}Lef\theta' = 0 \qquad \text{(IV.108)}$$

Les groupes adimensionnels correspondants apparaissant dans les équations de régulation sont : le paramètre de convection mixte λ, le paramètre du champ magnétique M, le nombre de Prandtl Pr, le paramètre du mouvement Brownien N_b, le paramètre thermophoretique N_t, le ratio de flottabilité du nanofluide N_r, et le nombre de Lewis Le.

IV.10.3. Résultats et discussion

Les effets de paramètres importants tels que le champ magnétique M, le paramètre de mouvement Brownien N_b, le paramètre thermophorèse N_t, le paramètre de rapport de flottabilité N_r, le nombre de Lewis Le, et le paramètre de convection mixte sont examinés.

Des calculs ont été effectués pour différentes gammes des paramètres principaux, à savoir: le paramètre de convection mixte λ = 0, 20, 50; Le paramètre magnétique M = 0, 1, 2; Le paramètre de mouvement brownien N_b = 0, 0.6, 1, le paramètre thermophoretique N_t = 0, 0.07, 0.12, le paramètre de rapport de flottabilité N_r = 0, 0.5, 1 et le nombre de Lewis Le = 0, 1, 2. Dans le problème actuel, La valeur du nombre de Prandtl et de la taille de l'aiguille sont fixées, Pr = 0.733 et a = 0.1, respectivement.

M	N_r	N_b	N_t	Le	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$	$Sh_x/Re_x^{1/2}$
1	1	0.1	0	0	3.0787935	1.47678366	1.2799002
				1	3.0787935	1.46780279	1.5951161
				2	3.0787935	1.46280640	1.7989565
1	1	0.1	0	1	3.0787935	1.46780279	**1.5951161**
			0.07		3.0787935	1.41625767	**3.0290192**
			0.12		3.0787935	1.38153586	**4.3017727**
1	1	0.1	0	1	3.0787935	**1.46780279**	1.5951161
		0.6			3.0787935	**1.20451156**	1.5951161
		1			3.0787935	**1.01983454**	1.5951161
1	0	0.1	0	1	3.0787935	1.46780279	1.5951161
	0.5				3.0787935	1.46780279	1.5951161
	1				3.0787935	1.46780279	1.5951161
0	1	0.1	0	1	**4.3571126**	1.54015571	1.6859999
1					**3.0787935**	1.46780279	1.5951161
2					**2.2700009**	1.41448679	1.5264314

Tableau IV.9. Effets des paramètres gouvernants sur le nombre de Nusselt local, le coefficient de frottement pariétal et le nombre de Sherwood. Avec : λ = 0; Pr=0.733

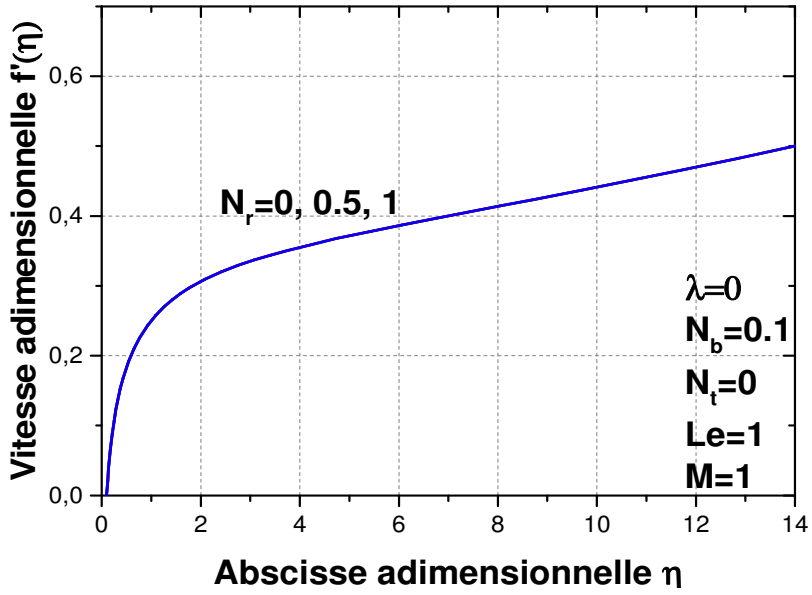


Figure IV.92.Effets de Nr sur le profil de vitesse, avec : λ=0

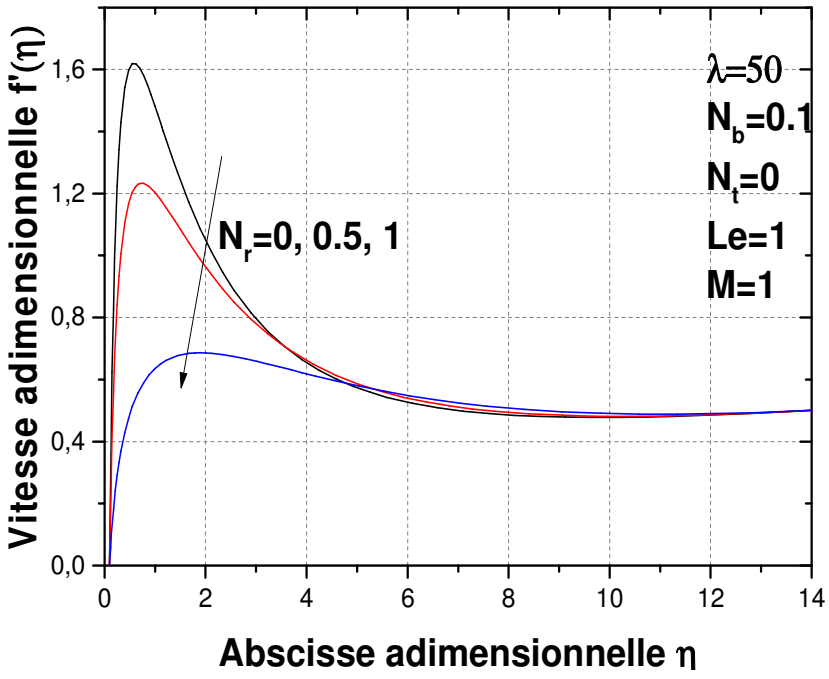


Figure IV.93. Effets de Nr sur le profil de vitesse, avec : λ=50

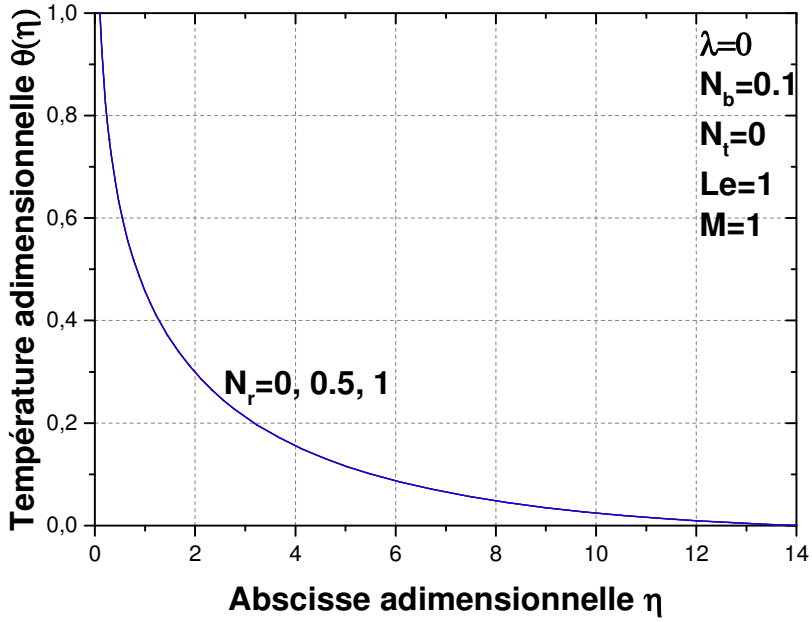


Figure IV.94. Effets de Nr sur le profil de température, avec : λ=0

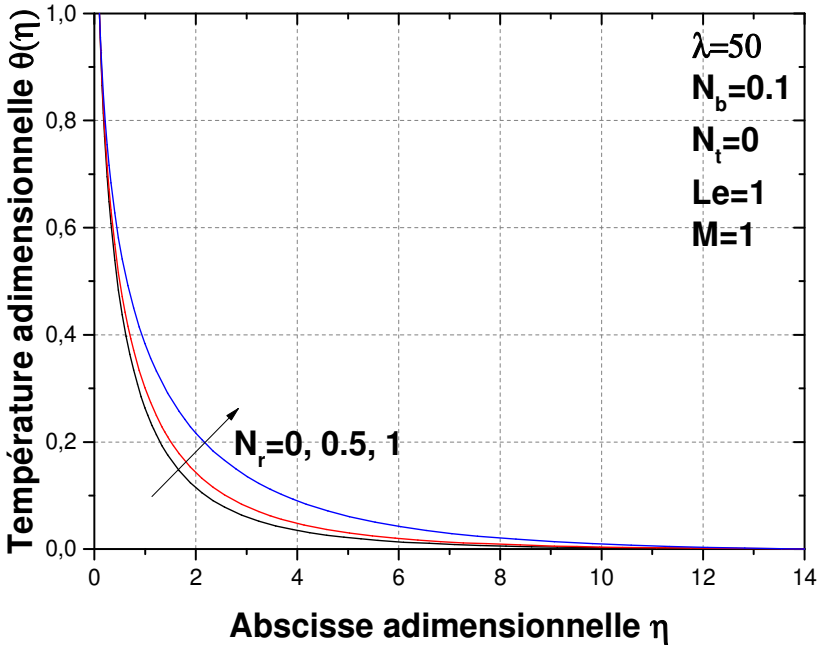


Figure IV.95. Effets de Nr sur le profil de température, avec : λ=50

Les figures IV.93 à IV.98 révèlent que le paramètre de rapport de flottabilité *Nr* n'a aucun effet sur les profils de vitesse, de température et de concentration lorsque la convection forcée régit le mouvement du fluide, c'est-à-dire $\lambda = 0$. Cependant, pour la convection naturelle, nous avons observé que la température et la concentration des nanoparticules augmentent avec N_r sauf pour le profil de vitesse qui diminue en augmentant N_r.

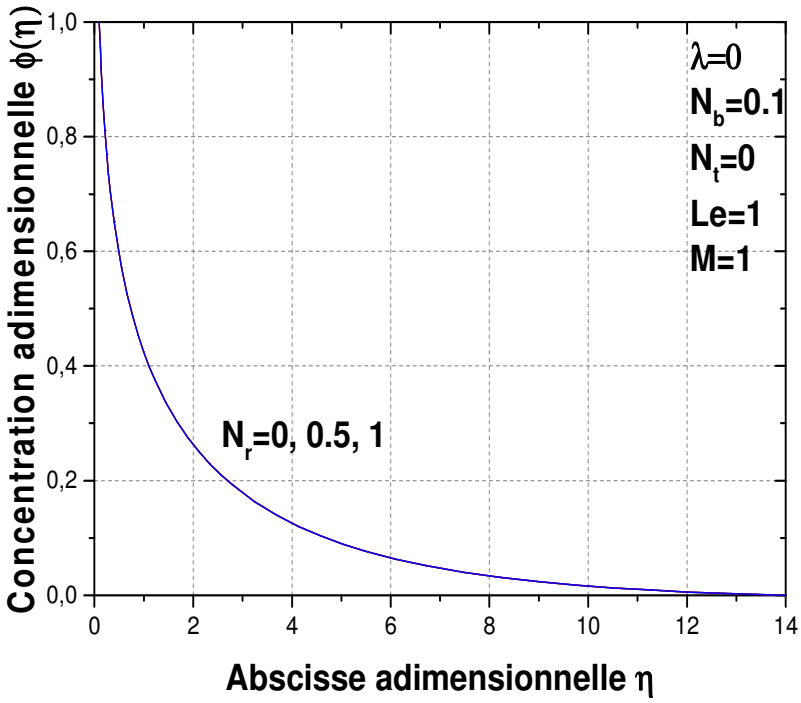


Figure IV.96. Effets de Nr sur le profil de concentration, avec : λ=0

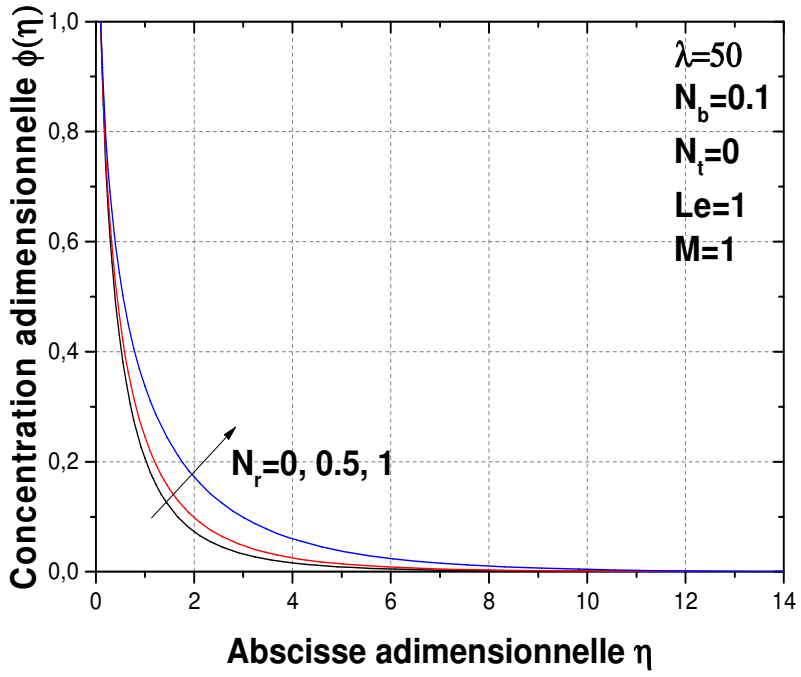


Figure IV.97. Effets de Nr sur le profil de concentration, avec : λ=50

Les figures IV.99 à IV.104 représentent les effets du champ magnétique sur la vitesse, la température et la concentration des nanoparticules. Le profil de vitesse montre un comportement décroissant en augmentant les valeurs de *M*. Inversement, l'épaisseur de la couche limite est réduite pour des valeurs supérieures de *M*. Physiquement cela arrive

parce que *M* est normal au fluide, donc pour des valeurs supérieures de *M*, la température et la fraction des nanoparticules augment, mais le mouvement du fluide ralentis. D'autre part, l'influence du champ magnétique devient très faible en négligeant l'effet du rapport de flottabilité, c'est-à-dire $N_r = 0$ (voir les figures IV.105 et IV.106).

Les tableaux IV.9, IV.10 et IV.11 présentent les effets des paramètres de régulation, N_b, N_r, N_t, *M* et *Le* sur le coefficient de frottement local, le nombre local de Nusselt et le nombre de Sherwood respectivement, avec $\lambda = 0$ (convection forcée), $\lambda = 20$ (convection mixte) et $\lambda = 50$ (gouvernance de la convection naturelle). Il est bien montré à partir du tableau IV.9 que le nombre de Nusselt local diminue de manière significative lors de l'augmentation de N_b, ce qui se produit également dans les cas de convection mixte et naturelle (tableaux IV.10 et IV.11), de sorte à diminuer le taux de transfert de chaleur et, par conséquent, augmenter la température près de la paroi (voir la figure IV.110).

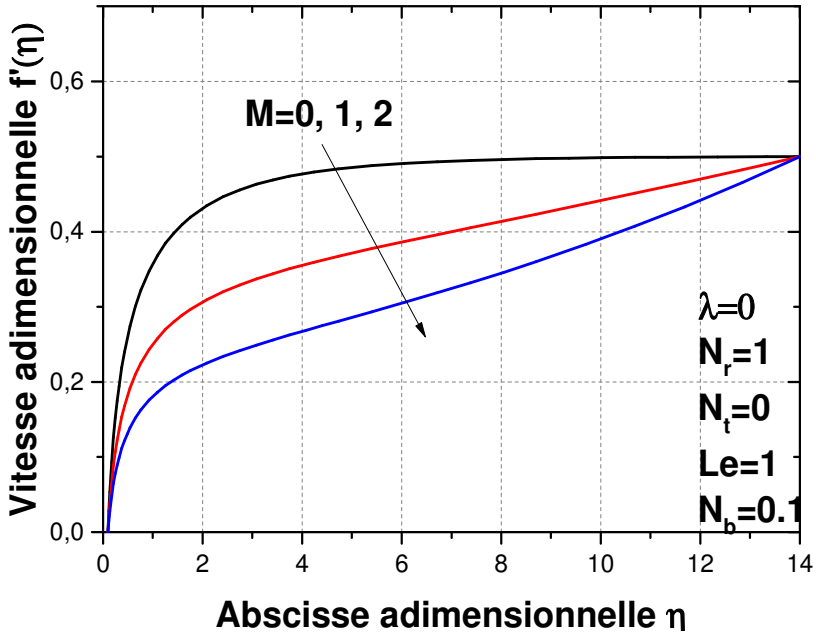


Figure IV.98. Effets de M sur le profil de vitesse, avec : λ=0

Par ailleurs, nous avons observé que le frottement local n'est affecté que par le champ magnétique dans le cas de flux convectif forcée. Cependant, le nombre de Sherwood est fortement affecté par le paramètre thermophoretique qui augmente avec l'augmentation de ce dernier, dans les trois cas considérés.

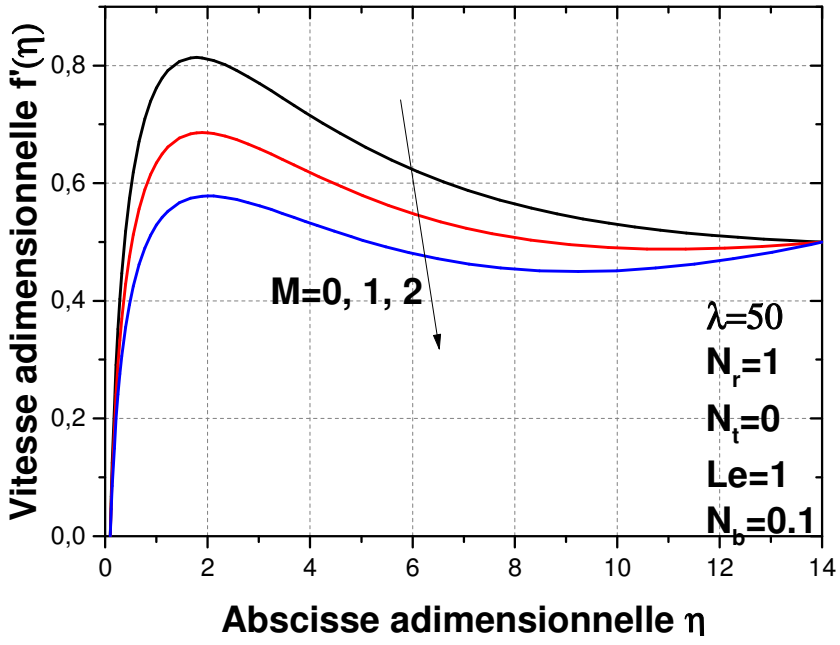


Figure IV.99. Effets de M sur le profil de vitesse, avec : λ=50

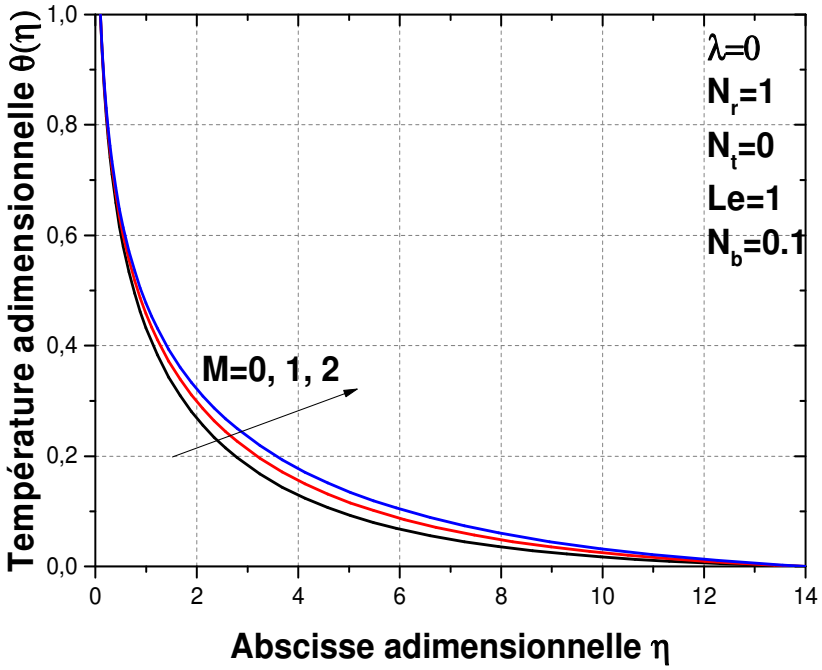


Figure IV.100. Effets de M sur le profil de température, avec : λ=0

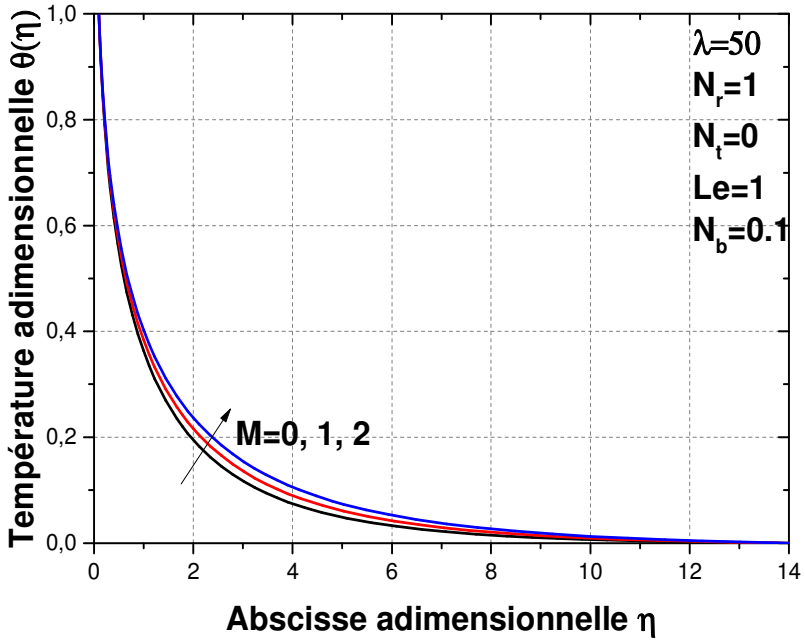


Figure IV.101. Effets de M sur le profil de température, avec : λ=50

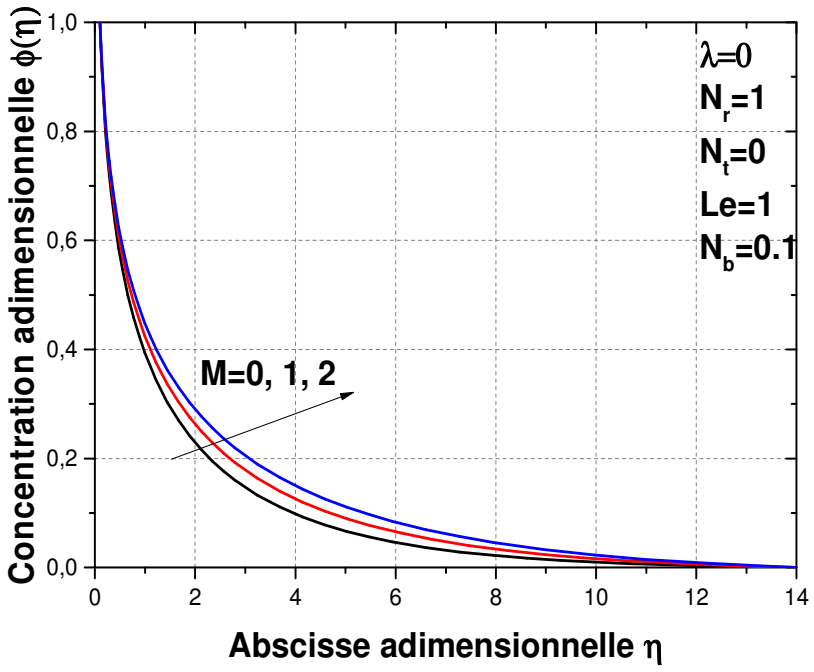


Figure IV.102. Effets de M sur le profil de concentration, avec : λ=0

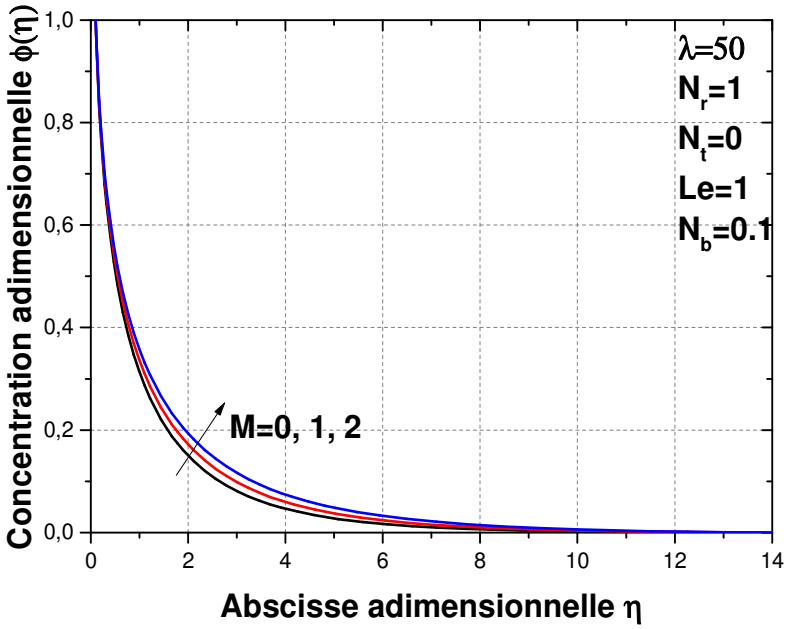


Figure IV.103. Effets de M sur le profil de concentration, avec : λ=50

A partir de la figure IV.107, le mouvement brownien n'a aucune influence sur les profils de vitesse et de concentration (figure IV.111) lorsque la convection forcée régit le mouvement du fluide, son influence sur la température est très faible dans le cas de la convection naturel. Cependant, selon la figure IV.108, il est très important de dire que le mouvement brownien augmente la vitesse dans le cas de la convection naturelle.

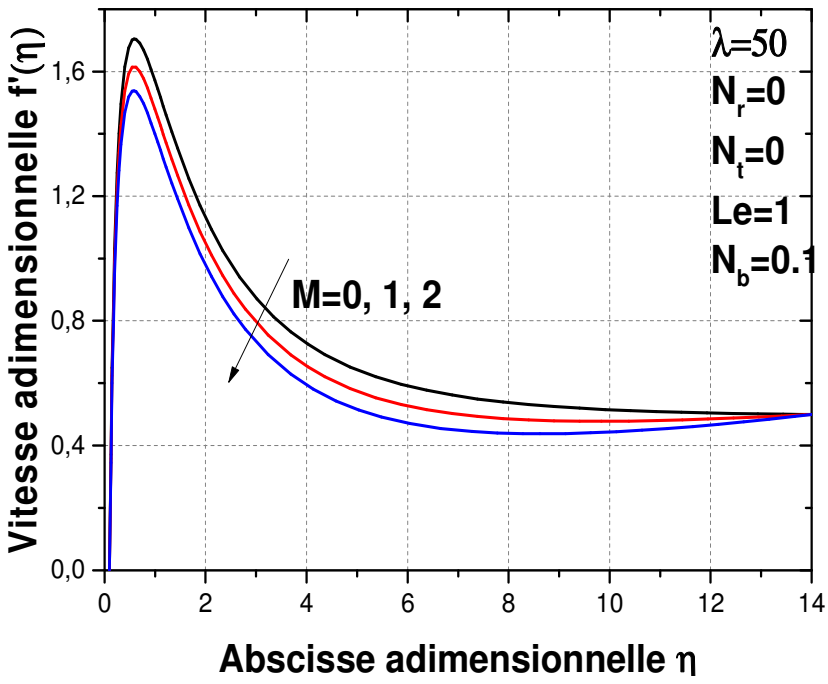


Figure IV.104. Effets de M sur le profil de vitesse, avec : λ=50, Nr=0

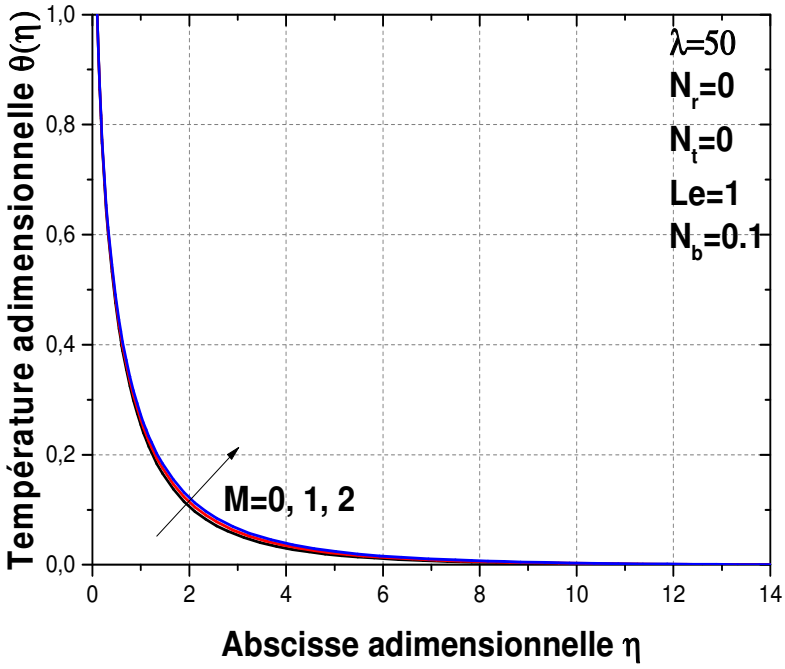


Figure IV.105. Effets de M sur le profil de température, avec : λ=50, Nr=0

L'augmentation des valeurs du mouvement brownien N_b augmentera encore la température dans le flux de convection forcée selon la Figure IV.109 et diminue la concentration des nanoparticules dans le flux de convection naturelle (voir Figure IV.112).

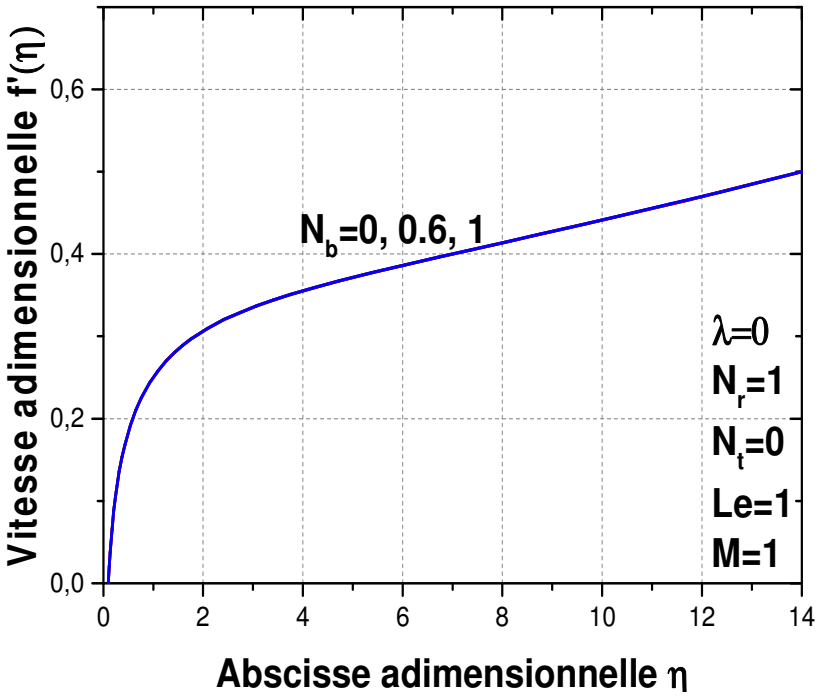


Figure IV.106. Effets de Nb sur le profil de vitesse, avec : λ=0

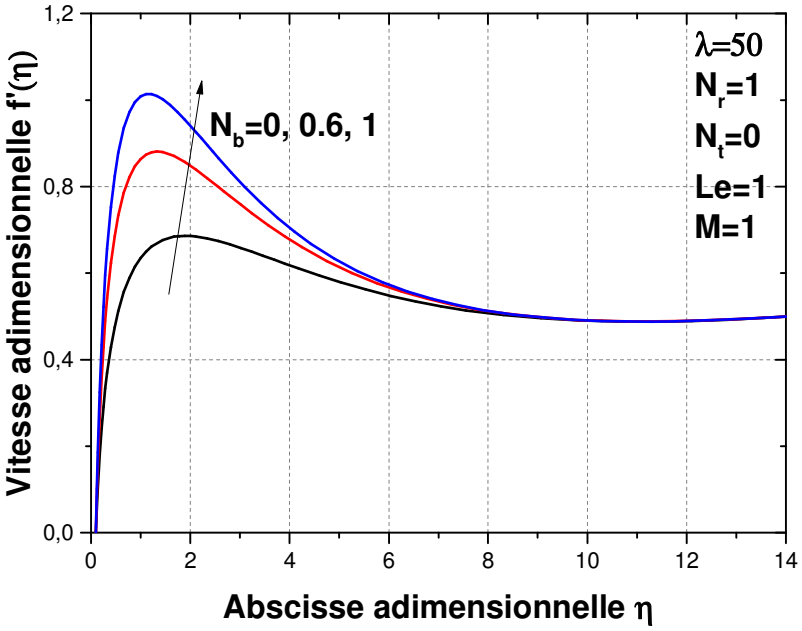


Figure IV.107. Effets de Nb sur le profil de vitesse, avec : λ=50

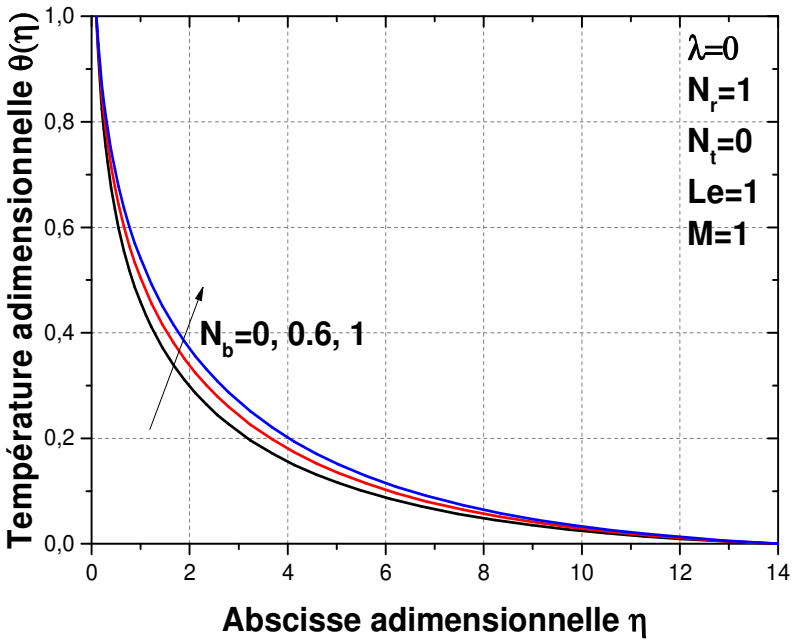


Figure IV.108. Effets de Nb sur le profil de température, avec : λ=0

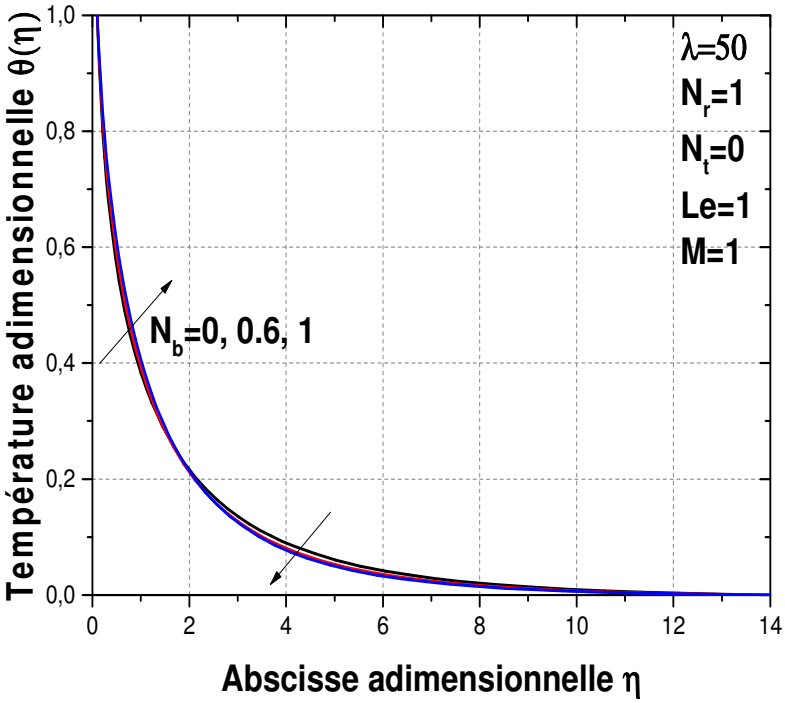


Figure IV.109. Effets de Nb sur le profil de température, avec : λ=50

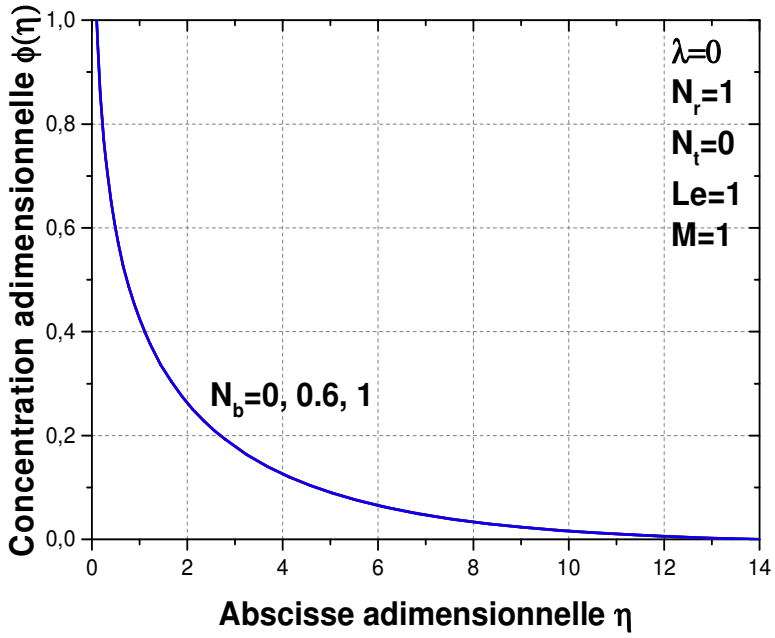


Figure IV.110. Effets de Nb sur le profil de concentration, avec : λ=0

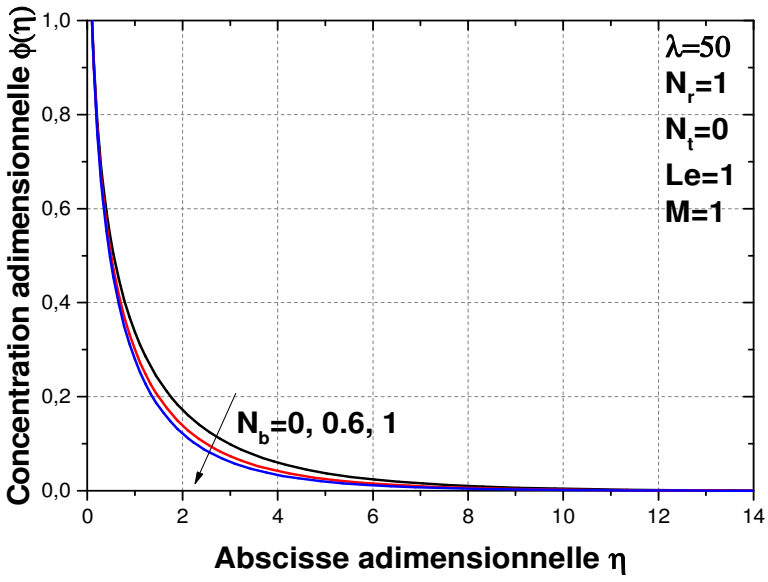


Figure IV.111. Effets de Nb sur le profil de concentration, avec : λ=50

M	N_r	N_b	N_t	Le	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$	$Sh_x/Re_x^{1/2}$
1	1	0.1	0	0	0.9608264	1.32455162	1.2799002
				1	5.1686795	1.56690858	1.7207217
				2	8.8488118	1.68947846	2.1918378
1	1	0.1	0	1	**5.1686795**	1.56690858	**1.7207217**
			0.07		**12.354639**	1.70427792	**3.6791835**
			0.12		**17.480817**	1.73476227	**5.4613167**
1	1	0.1	0	1	5.1686795	**1.56690858**	1.7207217
		0.6			7.1525661	**1.33827590**	1.8055973
		1			8.5414384	**1.15954397**	1.8567629
1	0	0.1	0	1	**22.557665**	1.86555408	**2.0958943**
	0.5				**14.960103**	1.75949129	**1.9639641**
	1				**5.1686795**	1.56690858	**1.7207217**
0	1	0.1	0	1	6.7328686	1.63698465	1.8061032
1					5.1686795	1.56690858	1.7207217
2					4.0052143	1.50701504	1.6462185

Tableau IV.10. Effets des paramètres gouvernants sur le nombre de Nusselt local, le coefficient de frottement pariétal, et le nombre de Sherwood, avec : λ=20, Pr=0.733

Les figures IV.113 à IV.116 illustrent l'influence du mouvement thermophoretique N_t sur les profils de vitesse et de température. Il montre que, pour λ = 50, N_t augmente la vitesse et réduit les profils de température. Cependant, aucun changement n'est prévu dans les cas de convection forcée.

Du tableau IV.10, Augmenter *Le* et N_t augmentera le taux de transfert de chaleur, mais plus significativement, à la fois le frottement et le nombre de Sherwood. En revanche, le frottement local et le nombre de Sherwood diminuent fortement avec des valeurs croissantes de N_r. Autrement dit, le nombre local de Sherwood diminue avec l'augmentation de *M*.

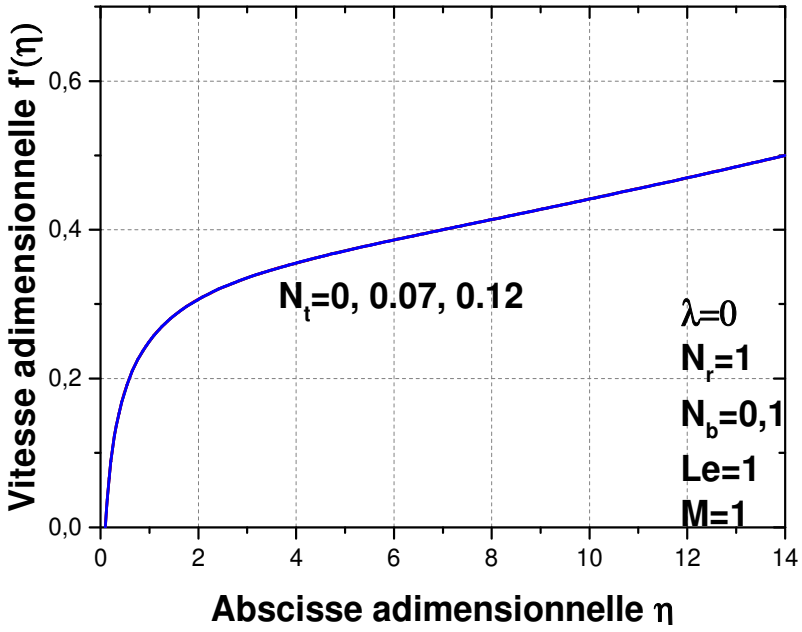


Figure IV.112. Effets de Nt sur le profil de vitesse, avec : λ=0

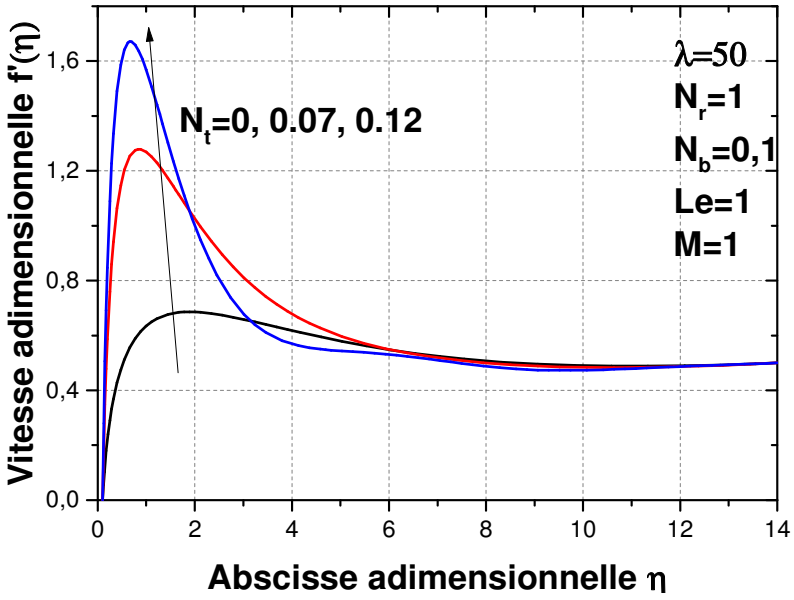


Figure IV.113. Effets de Nt sur le profil de vitesse, avec : λ=50

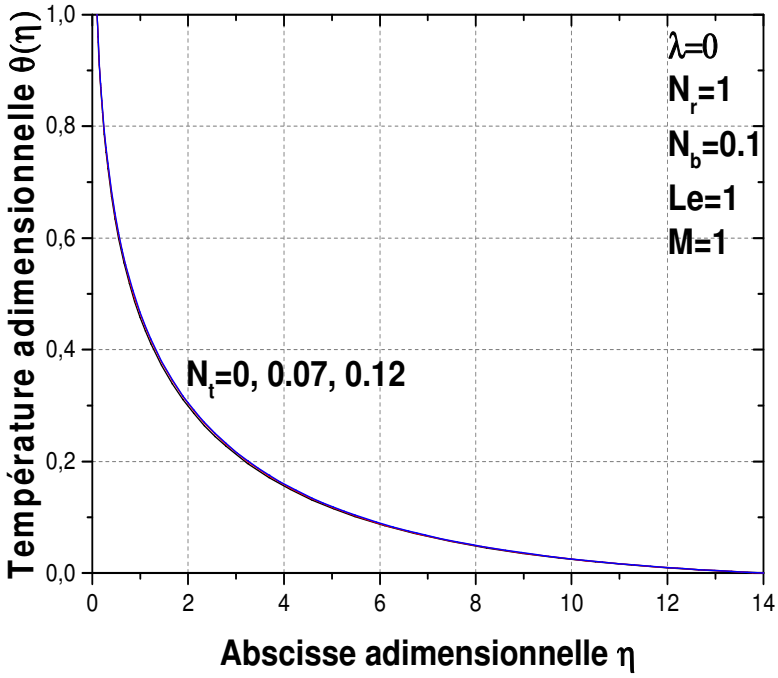


Figure IV.114. Effets de Nt sur le profil de température, avec : λ=0

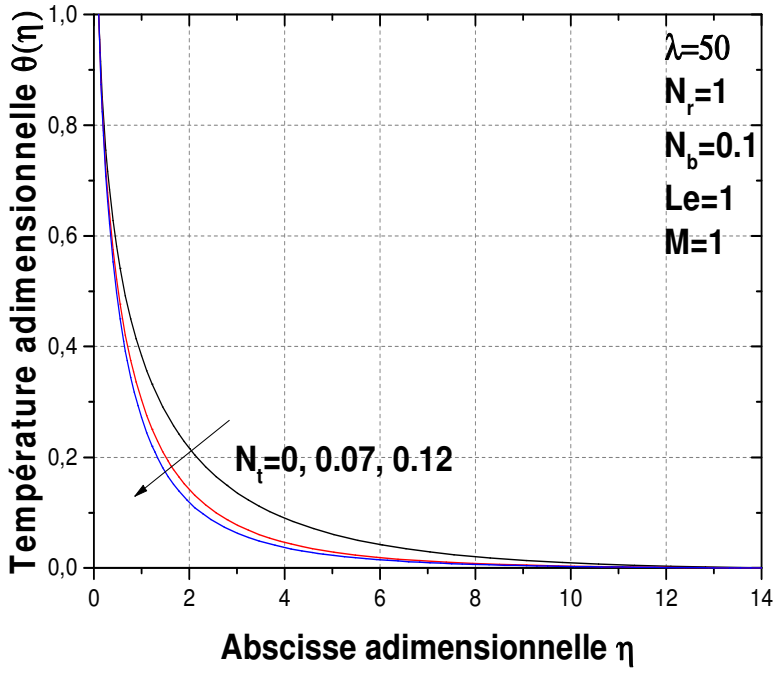


Figure IV.115. Effets de Nt sur le profil de température, avec : λ=50

M	N_r	N_b	N_t	Le	$Cfx/Re_x^{-1/2}$	$Nu_x/Re_x^{1/2}$	$Sh_x/Re_x^{1/2}$
1	1	0.1	0	0 1 2	0.6347323 8.2198980 12.548526	1.28363174 1.68119329 1.18073123	1.2799002 1.8615063 1.1215966
1	1	0.1	0 0.07 0.12	1	**8.2198980** **22.040063** **32.010345**	1.68119329 1.88206117 1.94404181	**1.8615063** **4.0177370** **5.8937266**
1	1	0.1 0.6 1	0	1	8.2198980 12.201079 14.898375	**1.68119329** **1.45724079** **1.27022369**	1.8615063 1.9854044 2.0573778
1	0 0.5 1	0.1	0	1	**42.665197** **27.811346** **8.2198980**	2.08824167 1.95099882 1.68119329	2.3669648 2.1979094 1.8615063
0 1 2	1	0.1	0	1	9.9404300 8.2198980 6.8176176	1.74171929 1.68119329 1.62591668	1.9334165 1.8615063 1.7949088

Tableau IV.11. Effets des paramètres gouvernants sur le nombre de Nusselt local, le coefficient de frottement pariétal, et le nombre de Sherwood, avec : λ=50, Pr=0.733

Le tableau IV.11 montre les effets des principaux paramètres sur le frottement local, le nombre de Nusselt et le nombre local de Sherwood dans le cas de convection naturelle. Il est montré que le frottement local augmente avec l'augmentation de *Le*, N_t et N_b, mais diminue avec *M* et N_r. Le taux de transfert de chaleur représenté par le nombre de Nusselt diminue en augmentant tous les paramètres de gouvernance, à l'exception de N_b. Le nombre local de Sherwood augmente avec l'augmentation de N_t et N_b et diminue avec les autres paramètres.

A partir des figures IV.117 et IV.118, nous voyons que le nombre croissant de Lewis Le réduira la concentration de nanoparticules dans les cas de convection forcée et libre. En outre, cette diminution est plus significative dans le cas de convection naturelle.

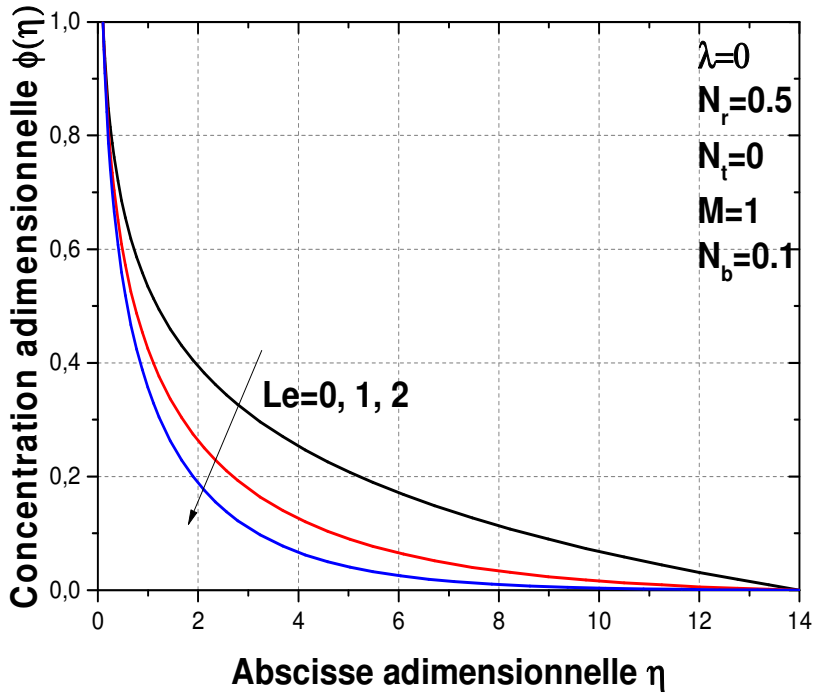


Figure IV.116. Effets de Le sur le profil de concentration, avec : λ=0

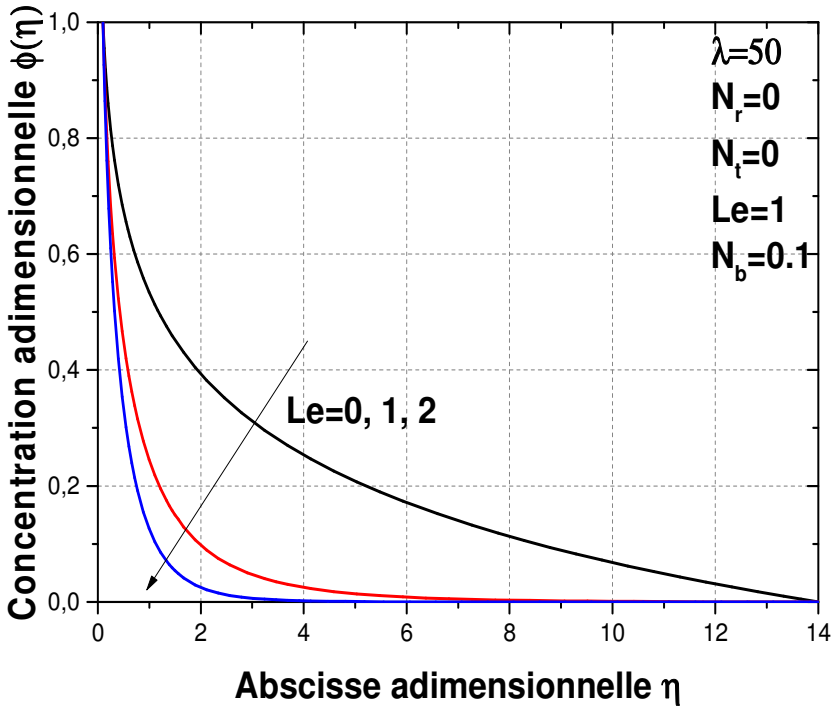


Figure IV.117. Effets de Le sur le profil de concentration, avec : λ=50

IV.10.3. Conclusion :

Dans cet partie, une analyse de la couche limite pour un écoulement en convection mixte d'un nanofluide sur une aiguille fine isotherme verticale, sous l'influence d'un

champ magnétique d'intensité variable, a été présentée. Le modèle considère les effets du mouvement brownien, du rapport de flottabilité, du paramètre thermophorèse, du nombre de Lewis, du paramètre de convection mixte et du paramètre de champ magnétique. Le système d'équations différentielles partielles transformé en équations différentielles ordinaires avec des transformations de similarité est résolu numériquement en utilisant le package BVP-4C de Matlab. On a constaté que l'application du champ magnétique réduirait la vitesse et augmenterait la température et la concentration. Cependant, le mouvement brownien et le rapport de flottabilité n'ont aucune influence sur les profils de vitesse et de concentration lorsque la convection forcée régit le mouvement du fluide. Autres constats, à l'exception de la vitesse, les profils de température et de concentration augmentent en augmentant le rapport de flottabilité lorsque la convection libre génère le mouvement du fluide. Dans le même cas de convection, il a été observé que le mouvement brownien augmente la température près de la paroi et vice-versa. À l'inverse, dans le flux de convection forcée, la température augmente avec l'augmentation du mouvement brownien, mais la concentration reste constante avec des valeurs variables du mouvement brownien et du rapport de flottabilité. Dans la convection mixte et naturelle, nous avons observé que le paramètre thermophorèse augmente fortement la vitesse et réduit la température. Pour les cas de convection forcée, naturelle et mixte, la concentration est réduite en augmentant le nombre de Lewis. Les résultats indiquent que le nombre local de Nusselt qui représente le taux de transfert de chaleur et le nombre de Sherwood augmente avec une augmentation du paramètre thermophoretique et du nombre de Lewis.

Chapitre V

Conclusions

V.1. Introduction

Dans ce chapitre, une vue d'ensemble de ce manuscrit a été exposé. Une synthèse des résultats obtenues avec différents cas étudiés. Et enfin, des perspectives de recherches future ont été énoncés.

V.2. Récapitulatif des Résultats obtenus

Cas d'études	Résultats
Cas n° 01 Effets du nombre de Richardson ''λ'' sur le transfert thermique convectif le long d'une aiguille fine	- Lorsqu'on augmente la valeur de λ, la vitesse augmente, et la température diminue, ce qui peut être traduit par un fort échange thermique entre le fluide et la paroi de l'aiguille, et cela dans les deux cas considérés. - Les vitesses dans le cas d'un flux de chaleur uniforme sont nettement plus faibles en comparaison avec celles d'une aiguille isotherme.
Cas n° 02 Hypothèse d'un écoulement à courant aidant et à courant opposant en convection mixte le long d'une aiguille fine verticale	- Dans le cas courant opposant (λ<0), en augmentant λ, la vitesse diminue. - La température augmente avec des valeurs négatives de λ, cela est un résultat direct du ralentissement de l'écoulement quand les forces de flottabilités oppose au courant axiale ce qui diminue le transfert thermique et augmente l'épaisseur de la couche limite thermique.

Cas n° 03 Effets de la MHD sur la convection forcée le long d'une aiguille fine isotherme	- Nous avons vu qu'en augmentant les valeurs du paramètre magnétique ainsi que la taille de l'aiguille, la vitesse diminue et ainsi, l'épaisseur de la couche limite dynamique diminue. - La température augmente avec l'augmentation du paramètre magnétique. Ceci est dû au fait que le champ de magnétisme appliqué agit comme une force de traînée qui réduit la vitesse et augmente la température du fluide, car les forces de Lorentz s'oppose à l'écoulement ce qui augmente le frottement entre les couches de fluide et donc diminue le transfert de chaleur.
Cas n° 04 Effets de la MHD sur le transfert thermique en convection mixte le long d'une aiguille fine isotherme	L'influence du champ magnétique est similaire au cas précèdent à savoir $\lambda=0$, par contre les effets de ce champ sont nettement moins prononcés que dans le cas précédant.
Cas n° 05 Hypothèse d'un champ magnétique assistant l'écoulement	- À l'opposé d'un champ magnétique contre-courant $M>0$, le champ magnétique co-courant $M<0$ est favorable à la vitesse de l'écoulement. Cette constatation est très observée lorsque la convection forcée est dominante $\lambda=0$. Cependant, elle est nettement moins prononcée lorsqu'il s'agit de la dominance de la convection naturelle $\lambda=50$. - L'application d'un champ magnétique co-courant améliore le transfert thermique ce qui est traduit par la réduction de la température autour de l'aiguille
Cas n° 06 Dissipation thermique en convection naturelle avec MHD le long d'une aiguille fine vertical isotherme	- Il a été observé que le nombre d'Eckert est favorable à la vitesse de l'écoulement. - En augmentant les valeurs du nombre d'Eckert, cela augmentera la température et diminuera considérablement le transfert thermique. Cela peut être le résultat combiné de l'augmentation du frottement en raison de l'incrément de contrainte de cisaillement sur les couches fluides résultant de l'augmentation de la vitesse par les effets de flottabilité assistantes à l'écoulement et de la génération de chaleur par effet Joule
Cas n° 07 Effets combinés de la MHD et de la dissipation thermique sur le transfert thermique en convection mixte le long d'une aiguille fine vertical isotherme	L'application du champ magnétique en prenant en compte la dissipation thermique résultante, réduisait le taux de transfert de chaleur et donc augmentait la couche limite thermique. Ceci peut être le résultat de l'augmentation du frottement en raison de la croissance de contraintes de cisaillements sur les couches fluides résultantes de l'augmentation de la vitesse par des effets de flottabilité assistantes à l'écoulement quand la convection est purement naturelle. Cependant, lorsque la convection forcée régit le mouvement du fluide, le champ magnétique agira comme force de traînée. Plus explicitement, les forces de Lorentz s'opposent à l'écoulement, ce qui augmente le frottement entre les couches fluides, et donc

	augmente la température du fluide et, par conséquent, produit plus de résistance aux phénomènes de transport. Concernant la convection naturelle, nous avons observé que le champ magnétique favorise le mouvement du fluide. Près de la paroi, la vitesse en présence d'un champ magnétique augmente rapidement pour des valeurs magnétiques élevées et épaisseurs d'aiguille réduite
Cas n° 08 et 09 Transfert de chaleur et de masse avec MHD en convection mixte le long d'une aiguille fine vertical en présence d'un flux thermique uniforme	- L'étude a montré que l'application d'un champ magnétique était défavorable au transfert thermique et de masse, en raison de l'augmentation des profils de température et de concentration résultant d'une diminution de la vitesse du fluide. - Lorsque les forces visqueuses du fluide sont très importantes en comparaison avec sa diffusivité moléculaire, les profils de vitesse et de concentration sont uniformément réduits, mais la température augmente légèrement. - Lorsque les forces de flottabilité thermique sont supérieures aux forces de flottabilité de diffusion en masse, la vitesse augmente. D'autre part, la température et la concentration diminuent. Cela signifie que le transfert de chaleur sera amélioré et la couche limite thermique sera réduite. Dans ce cas, la convection naturelle est induite par les forces de la flottabilité thermique et de la concentration. - La vitesse augmente avec N. D'autre part, la température et la concentration diminuent avec l'augmentation de N. Cela signifie qu'en augmentant la valeur de N, le transfert de chaleur sera amélioré et la couche limite thermique sera réduite. Dans ce cas, la convection naturelle est induite par les forces de la flottabilité thermique et de la concentration.
Cas n° 10 Effets de la MHD sur le transfert thermique convectif d'un nanofluide le long d'une aiguille fine vertical isotherme	On a constaté que l'application du champ magnétique réduirait la vitesse et augmenterait la température et la concentration. Cependant, le mouvement brownien et le rapport de flottabilité n'ont aucune influence sur les profils de vitesse et de concentration lorsque la convection forcée régit le mouvement du fluide. Autres constats, à l'exception de la vitesse, les profils de température et de concentration augmentent en augmentant le rapport de flottabilité lorsque la convection libre génère le mouvement du fluide. Dans le même cas de convection, il a été observé que le mouvement brownien augmente la température près de la paroi et vice-versa. À l'inverse, dans le flux de convection forcée, la température augmente avec l'augmentation du mouvement brownien, mais la concentration reste constante avec des valeurs variables du mouvement brownien et du rapport de flottabilité.

	Dans la convection mixte et naturelle, nous avons observé que le paramètre thermophoretique augmente fortement la vitesse et réduit la température. Pour les cas de convection forcée, naturelle et mixte, la concentration est réduite en augmentant le nombre de Lewis. Les résultats indiquent que le nombre local de Nusselt qui représente le taux de transfert de chaleur et le nombre de Sherwood augmente avec une augmentation du paramètre thermophoretique et du nombre de Lewis.

V.3. Synthèse et perspectives

Dans ce travail nous nous sommes intéressés au problème lié aux transferts convectives avec ou sans MHD le long des aiguilles fines en imposant différents conditions et hypothèses. Nous avons en premier lieu étudié le travail effectué par Narain et Uberoi [2] qui représente une référence solide pour ce genre de problème, on a donc pris cet article comme modèle de base afin de valider le code de calcule utiliser, ensuite nous avant élargit cette étude afin d'explorer d'autres perspectives de recherches. Nous avons étudié les effets du nombre de Richardson sur le transfert thermique convectif, On a vu que lorsqu'en augmente la valeur de λ, la vitesse augmente, ce qui signifie que l'écoulement axiale libre est assisté par les forces de flottabilités. Aussi, plus la valeur de λ est grande et plus la température autour de l'aiguille diminue, ce qui peut être traduit par un fort échange thermique entre le fluide et la paroi de l'aiguille. Aussi, on a considéré la question d'un écoulement aidant et un écoulement opposant. On a étudié ensuite, les effets de la MHD sur les différents modes de transferts convectives, et on a considéré l'hypothèse d'un champ magnétique aidant. Ensuite, on a analysé la dissipation thermique résultante de l'application du champ magnétique. Il a été démontré que l'application du champ magnétique en prenant en compte la dissipation thermique résultante, réduisait le taux de transfert de chaleur de manière générale et donc augmentait la couche limite thermique, ceci est du fait que l'augmentation de l'intensité magnétique, ainsi que la dissipation thermique augmentent le frottement à la paroi et diminuent considérablement le taux de transfert de chaleur. Le transfert de chaleur et de masse avec MHD en convection mixte le long d'une aiguille fine vertical a été étudié pour deux cas de figure : (i) une aiguille isotherme et (ii) un flux thermique uniforme appliqué à la paroi de l'aiguille. Et enfin, on a étudié les effets de la MHD sur le transfert convectif d'un nanofluide le long d'une aiguille fine verticale isotherme. Afin d'éviter les répétitions redondantes, les résultats sont expliqués en détails dans les chapitres précédents.

L'une des perspectives de ce travail consiste à étudier les transferts convectifs pour un champ magnétique induit, en utilisant la méthode Keller-box. En perspectives également, divers points intéressants :

- L'étude des effets du paramètre de courbure sur le transfert thermique convective le long des aiguilles fines en présence d'un champ magnétique.
- Explorer et élargir la recherche sur le comportement des nanofluides en utilisant divers modèles.

- L'étude de l'influence de la rotation de l'aiguille sur les caractéristiques du transfert thermique.

Bibliographie

1. Livre blanc : La recherche en thermique, enjeux et perspectives en 2005, *version 3, 12 avril 2005*

2. J. Padet, ‘’Principes des transferts convectifs’’, *Seconde édition révisée, 2010.*

3. X. Nicolas, ‘’ Simulation numérique et stabilité des écoulements de convection mixte en conduite rectangulaire chauffée par le bas’’, [A. Mojtabi], Toulouse, *Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1997.*

4. J. P Narain and M. S. Uberoi (1973). "Combined forced and free-convection over thin needles", *International Journal of heat transfer*, Vol. 16, pp. 1505–1512.

5. Acupuncture chinoise, WIKIPEDIA, *Consulté le 02/11/2017,* http://www.wikipedia.com.

6. Robotique chirurgical, J. Fournier, Le nouvel Economiste.fr, *Consulté le 05/11/2017*, https://www.lenouveleconomiste.fr

7. Piezo Motors Power MRI Robot, MICROMO, *Consulté le 05/11/2017*, https://www.micromo.com

8. J.E. Low, F.A. Loveridge, W. Powrie, (2000), “Measuring soil thermal properties for use in energy foundation design”, *Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering,* pp.3375-3378.

9. Well logging, WIKIPEDIA, *Consulté le 06/11/2017*, http://www.wikipedia.com

10. Drilling tools GOWELL, *Consulté le 06/11/2017*, http://www.gowellpetro.com

11. H. Bolt, (2012), “Wireline Depth Determination”, *available via Society of Professional Well Log Analysts web site, www.spwla.org*, Rev 3.3.

12. Electrodes, ENGINEERING.COM, *Consulté le 07/11/2017*, https://www.engineering.com

13. MHD, UNIVERSALIS, *Consulté le 07/11/2017*, https://www.universalis.fr/

14. M. Chandrasekar, M.S. Kasiviswanathan, (2015), ‘’Analysis of Heat and Mass Transfer on MHD Flow of a Nanofluid Past a Stretching Sheet’’. *International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, vol. 127, pp. 493-500

15. A. H. Malik, “Conjugate heat transfer analysis within a bottom heated non-conventional cylindrical enclosure”, [M. S. I. Alvi], Taxila, *University of Engineering & Technology Taxila Pakistan, 2012.*

16. Elenbaas (1948), “The dissipation of heat by free convection from vertical and horizontal cylinders”, *J. Appl. Phys*. Vol.19, pp. 1148-1154.

17. E. M. Sparrow and J. L. Greo, (1956), ‘’Laminar-free convection heat transfer from the outer surface of a vertical circular cylinder’’, *Trans. Am. Sot. Mech. Engrs*, Vol. 78, pp. 1823-1829.

18. K. Millsaps and K. Pohlhausen (1958), ‘Laminar free-convective heat transfer from the outer surface of a vertical circular cylinder’, *J. of Aeronautical Sci*, pp.357-360.

19. K.T Yang (1960), ‘Possible similarity solutions for laminar free convection on vertical plates and cylinders’, *Journal of Applied Mechanics*, Vol 27, n° 2, pp. 230-236.

20. T. Cebeci and Y.N. Tsung (1968). "Laminar free-convection heat transfer from a needle*" The physics of fluids*, Vol. 12, n° 2, pp. 463–465, Erratum 13, 536.

21. J. P. Narain and M. S. Uberoi (1972). "free convection from vertical thin needles", *Physics of fluids*, Vol. 15, pp. 928

22. J. P. Narain (1976), “Free and forced convective heat transfer from slender cylinder”, *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 3, pp. 21-30

23. J. P. Narain and M. S. Uberoi (1972), “Forced heat transfer over a thin needle”, *J. Heat Transfer*, Vol. 94, pp. 240-242.

24. H. R. Nagendra, M. A. Tirunarayanan and A. Ramachandran (1970),’’Laminar free convection from vertical cylinders with uniform heat flux”, *J. Heat Transfer,* Vol. 92, pp. 191-194.

25. W.J. Minkowycz and E. M. Sparrow (1974), “Local non-similarity solutions for natural convection on a vertical cylinder”, *J. Heat Transfer*, Vol. 96, pp. 178-183.

26. T. Cebeci (1974), “Laminar-free-convective-heat transfer from the outer surface of a vertical circular cylinder”, *In Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference*, pp. 1-64.

27. S.W. Churchill and H.H.S. Chu (1975), “Correlating equations for laminar and turbulent free convection from horizontal cylinder”, *Int. J. Heat and mass Transfer*. Vol. 18, pp. 1049-1053.

28. S.M. Yang (1987). "General correlating equations for free convection heat transfer from a vertical cylinder" *Proceedings of the international symposium on heat transfer*, pp. 153–159.

29. J. Munoz-Cobo, J.M. Corberan, S. Chiva (2003). "Explicit formulas for laminar natural convection heat transfer along vertical cylinders with power-law wall temperature distribution", *J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 3, pp. 215–222.

30. F. Gori, M. G. Serranò, Y. Wang (2006), “Natural Convection along a Vertical Thin Cylinder with Uniform and Constant Wall Heat Flux”, *International Journal of Thermophysics*, Vol. 27, n° 5, pp. 1527-1538.

31. T. Fujii and H. Uehara (1970), “Laminar natural convection heat transfer from the outer surface of a vertical cylinder”, *Int. J. Heat Mass Transfer,* Vol. 13, pp. 607-615.

32. J.L.S. Chen (1983), “Natural convection from needles with variable wall heat flux”, *J. Heat Transfer,* Vol. 105, pp. 403-405.

33. S. Lee, T. Ed and B. Armaly (1987), "Mixed convection along vertical cylinders and needles with uniform surface heat flux", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 711-716.

34. J.J. Heckel, T.S. Chen and B.F. Armaly (1989), "Mixed convection along slender vertical cylinders with variable surface temperature", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1431-1442.

35. M.A Hossain, M. A. Alim (1997)," Natural convection-radiation interaction on boundary layer flow along a thin vertical cylinder", *J. Heat Mass Transfer,* Vol. 32, pp. 515-520.

36. M. Kumari, and G. Nath (2004), "Mixed convection boundary layer flow over a thin vertical cylinder with localized injection/suction and cooling/heating", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 969-976.

37. G. Darioush, Barhaghi, L. Davidson, R. Karlsson (2006), "Large-eddy simulation of natural convection boundary layer on a vertical cylinder", *International Journal of Heat and fluid flow*, Vol. 27, n° 5, pp. 811-820

38. E.M. Sparrow, B.R. Baliga and S.V. Patankar, (1978), "Forced convection heat transfer from a shrouded fin array with and without tip clearance", *J. Heat Transfer*, Vol. 100, n° 4, pp. 572-579.

39. R. M. Mark, (1954), "Laminar boundary layers on slender body of revolution in axial flow'', *Guggenheim Aeron, Lab. Memo No. 21, Cal. Inst. of Tech.*

40. H. R. Lee, T. S. Chen and B.F. Armaly (1988), ''Natural convection along slender vertical cylinders with variable surface temperature", *J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 103-108.

41. W. S. Miller et al (1965), ''Forced convection heat transfer to liquid hydrogen at supercritical pressure", *Inter. Institute of Refrigeration Conference*, Grenoble.

42. N. A. Jaffe, T. T. Okamura (1968), '' The transverse curvature effect on the incompressible laminar boundary layer for longitudinal flow over a cylinder", *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, Grenoble.

43. T. Cebeci, G. Mosinskis, A. M. O. Smith (1970), "Calculation of compressible adiabatic turbulent boundary layers", *AIAA Journal*, Vol. 8, n°11, pp. 1974-1982

44. T. Aicher (1997), '' For superimposed free and forced convection in vertical tube bundle heat exchangers", *VDI-Verlag.*

45. S. Lee, T. Chen and B. Armaly (1986), "Mixed convection along vertical cylinders and needles", *Proceedings of 8th International Heat Transfer Conference*, Vol. 3, pp. 1425-1432.

46. R. Ahmad and Z. Qureshi (1992), "Laminar mixed convection from a uniform heat flux horizontal cylinder in a cross flow", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, pp. 277-287.

47. R. Nazar, N. Amin and I. Pop (2002), "Mixed convection boundary-layer flow from a horizontal circular cylinder with a constant surface heat flux", *International Journal of Applied Mechanical Engineering*, Vol. 7, n° 1, pp. 409-431.

48. R. Nazar, N. Amin and I. Pop (2004), "Mixed convection boundary-layer flow from a horizontal circular cylinder with a constant surface heat flux", *J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 219-227.

49. R. Nazar, N. Amin and I. Pop (2004), "Mixed convection boundary-layer flow from a horizontal circular cylinder in micropolar fluids: case of constant wall heat flux", *International Journal of Fluid Mechanics Research*, Vol. 31, pp. 143-159.

50. A. Ishak (2009), "Mixed convection boundary layer flow over a vertical cylinder with prescribed surface heat flux", *Journal of Physics A-mathematical and theoretical*, Vol. 42, n° 19.

51. T. Mahmoud and J. Merkin (1988), "Mixed convection on a vertical circular cylinder", *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, Vol. 39, n° 2, pp. 186-203.

52. A. Bassam and K. Abu-Hijleh (1999), "Laminar mixed convection correlations for an isothermal cylinder in cross flow at different angles of attack", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 8, n°42, pp. 1383-1388.

53. T. Chen and A. Mucoglu (1975), "Buoyancy effects on forced convection along a vertical cylinder", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 97, pp. 198-203

54. P. Oosthuizen and D. Taralis (1976), "Combined convective heat transfer from vertical cylinders in a horizontal fluid flow", *ASME-AIChE Heat Transfer Conference*, *St. Louis*.

55. R. Gorla (1993), "Mixed convection in an axisymmetric stagnation flow on a vertical cylinder", *Acta Mechanica*, Vol. 99, pp. 113-123.

56. R. Gorla (1989), "Combined forced and free convection in the boundary layer flow of a micropolar fluid on a continuous moving vertical cylinder", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 27, pp. 77-86.

57. R. Gorla (1976), "Heat transfer in an axisymmetric stagnation flow on a cylinder", *Applied Science Research*, Vol. 32, pp. 541-553.

58. Y. P. Semenov (1984), "Laminar mixed convection near a vertical cylinder with a constant surface temperature", *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, pp. 47-52.

59. S.V Patankar and D.B Spalding (1970), "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers", *2nd Edition. London, Intertext Books*.

60. M. Bui and T. Cebeci (1985), "Combined free and forced convection on vertical slender cylinders", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 476-478.

61. T. Wang and C. Kleinstrever (1989), "General analysis of steady laminar mixed convection heat transfer on vertical slender cylinders", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 393-398.

62. Z. Guo and C. Zhang (1992), "Mixed convection in a vertical rotating cylinder", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, n° 7, pp. 1635-1644.

63. J. Buchlin (1998), "Natural and forced convective heat transfer on slender cylinders", *Revue Generale de Thermique*, Vol. 37, n° 8, pp. 653-660.

64. H. Takhar, A. Chamkha and G. Nath (2000), "Combined heat and mass transfer along a vertical moving cylinder with a free stream", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 89-96.

65. A. Pantokratoras (2002), "Laminar assisting mixed convection heat transfer from a vertical isothermal cylinder to water with variable physical properties", *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*, Vol. 53, n° 4, pp. 569-583.

66. A. Pantokratoras (2002), “A. Opposing mixed convection along vertical isothermal moving bodies”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, pp. 692-696.

67. L. Kumar, R. Bhargava and H. Takhar (2006), “Finite element solution of mixed convection on a moving vertical cylinder with suction in a moving micropolar fluid medium”, *Meccanica*, Vol. 41, n° 1, pp. 63-78.

68. P. Singh and S. Roy (2008), “Mixed convection along a rotating vertical slender cylinder in an axial flow”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 717-723.

69. C. Revnic, T. Grosan, J. Merkin and I. Pop (2009), “Mixed convection flow near an axisymmetric stagnation point on a vertical cylinder”, *Journal of Engineering and Mathematics*, Vol. 64, pp. 1-13.

70. Y. Lok, J. Merkin and I. Pop (2012), “Mixed convection flow near the axisymmetric stagnation point on a stretching or shrinking cylinder”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 59, pp. 186-194.

71. C. Wang (2012), “Natural convection on a vertical stretching cylinder”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 17, pp. 1098-1103.

72. S.V Patankar and D.B Spalding (1972), “Heat and Mass Transfer in Boundary Layers”, *2nd Edition. London, Intertext Books*.

73. S. Ahmad, N. M. Arifin, R. Nazar, I.Pop. (2008). " Mixed convection boundary layer flow along vertical thin needles: Assisting and opposing flows ", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 157–162.

74. E.M. Sparrow (2008). "The effect of a magnetic field on free convection heat transfer", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 3, n° 4 pp. 267–274.

75. N. Riley (1964), “Magneto hydrodynamics free Convection”, *J.Fluid Mech*, Vol. 18, pp. 577-586.

76. H. K. Kuiken (1970), “Magneto-hydrodynamic free convection in a strong cross field”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 40, n° 1 pp. 21-38.

77. F. Emerly Ashly (1963), “The effect of Magnetic field upon the free convection of a conducting fluid”, *J. Heat Transfer*, pp. 119-124.

78. R. J. Goldstein and D. G. Briggs (1963), “Transient Free Convection About Vertical Plates and Circular Cylinders”, *J. Heat Transfer*, Vol. 86, n° 4, pp. 490-500.

79. K. L. Arora and P. R. Gupta (1972), “Magnetohydrodyanmics flows between two rotating coaxial cylinders under radial magnetic field”, *Physics of Fluids*, Vol. 15, n° 6 pp. 1146-1147.

80. V.M. Soundalgekar, Mohammed Abdulla-Ali (1986), “Free Convention effects on MHD flow past an impulsively started infinite vertical isothermal plate”, *Reg. J. Energy Heat and Mass Transfer*, Vol. 8, n° 2 pp. 119-125.

81. M.A. Hossain, M.U. Ahmed (1990), “MHD forced and free convection boundary layer flow near the leading edge”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, n° 3 pp. 571-575.

82. H. Sarac, O. Korkut (1999), "External and internal natural convection mass transfer at cylindrical tubular electrodes", *J Chem Eng Jpn*, Vol. 32, pp. 130-133.

83. T. V. Ramana Murty (1989), "Flow past a continuously moving flat plate in transverse magnetic field", *Czechoslovak J. Physics B*, Vol. 39, n° 3 pp. 991-997.

84. M. A. Hossain (1992), "The Viscous and Joule Heating Effects on MHD Free Convection Flow with Variable Plate Temperature", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 3485-3487,

85. J. Josserand, Ph. Marty A. Alemany. (1993), "Pressure and drag measurements on a cylinder in a liquid metal flow with an aligned magnetic field", *Fluid Dynamics Research*, Vol. 11, n° 3, pp. 107-117.

86. I. Pop, Cluj, Romania, M. Kumari and G. Nath, (1994), "Conjugate MHD flow past a flat plate", *Acta Mechanica*, Vol. 106, pp. 215-220.

87. B. Shanker, N. Kishan. (1992), "The effects of mass transfer on the MHD flow past an impulsively started infinite vertical plate with variable temperature or constant heat flux", *JOURNAL OF ENERGY HEAT AND MASS TRANSFER*, Vol. 19, pp. 273-278.

88. B. Gebhart and L. Pera (1971), "The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 2025-2050.

89. F. A. Bottemanne, (1972), "Experimental results of pure and simultaneous heat and mass transfer by free convection about a vertical cylinder for $Pr = 0.71$ and $Sc = 0.63$", *Appl. Sci. Res*, Vol. 25, pp. 372-382.

90. T. S. Chen and C. F. Yuh, (1980), "Combined heat and mass transfer in natural convection along a vertical cylinder", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 2265-2274.

91. A. Yucel (1990), "Natural Convection Heat and Mass Transfer along a Vertical Cylinder in a Porous Medium", *J. Basic. Appl. Sci. Res*, Vol. 3, n°10, pp. 328-338.

92. T. K. Aldoss (1996), "MHD mixed convection from a vertical cylinder embedded in a porous medium", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, pp. 517-530.

93. E. M. A. Elbashbeshy (1997), "Heat and mass transfer along a vertical plate with variable surface tension and concentration in the presence of the magnetic field", *Int. J. Eng. Sci*, Vol. 34, n° 5, pp. 515-522.

94. C. O. Popiel (2008), "Free convection heat transfer from vertical slender cylinders: A review", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 29, pp. 521-536.

95. F. Kimura, T. Tachibana, K. Kitamura, and T. Hosokawa (2004), "Fluid flow and heat transfer of natural convection around heated vertical cylinders (effect of cylinder diameter)", *JSME International Journal Series B*, Vol. 47, pp. 159-161.

96. C. O. Popiel, J. Wojtkowiak and K. Bober (2007), "Laminar free convective heat transfer from isothermal vertical slender cylinders", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 32, pp. 607-613.

97. D. Jerod, “laminar natural convection from isothermal vertical cylinders”, Texas, *University of north Texas, (2012)*

98. P. Oosthuizen and G. Barnes (1973), “An experimental study of mean combined convective heat transfer rates from oblong cylinders to air”, *Thermal and Fluid Sciences Group, Queen's University, Report 1/73*.

99. R. Fand and K. Keswani (1973), “Combined natural and forced convection heat transfer from horizontal cylinders to water”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 1175-1191.

100. P. Oosthuizen and M. Bishop (1987), “An experimental study of mixed convective heat transfer from square cylinders”, *AIAA 22nd Thermophysics Conference, Honolulu, USA*, Paper No. AIAA-87-1592.

101. P. Oosthuizen and C. Henderson (1989), “Experimental study of combined convective heat transfer from tandem cylinders in a horizontal air flow, Heat Transfer in Convective Flows”, *Proceedings of National Heat Transfer Conference, Philadelphia, USA*, Vol. 107, pp. 221-229.

102. H. Hu and M. Koochesfahani (2005), “The wake behavior behind a heated cylinder in forced and mixed convection regime”, *Proceedings of Summer Heat Transfer Conference*, Westin St. Francis, San Francisco, CA, USA.

103. J. Champigny, J. Simoneau and B. Duret (2007), “A LES-experiment comparison of mixed convection around a large vertical cylinder”, *The 12th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH- 12), 30 September – 4 October, 2007, Pittsburgh, Pennsylvania, U.S.A*, pp. 1-21.

104. H. Mohammed and Y. Salman (2007), “Combined convection heat transfer for thermally developing aiding flow in an inclined circular cylinder with constant heat flux”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 27, n° (8-9), pp. 1236-1247.

105. H. Mohammed and Y. Salman (2007), “Combined natural and forced convection heat transfer for assisting thermally developing flow in a uniformly heated vertical circular cylinder”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 474-491.

106. Ahmed Kadhim Hussein, (2013), “Mixed Convection in Cylinders – A Comprehensive Overview and Understanding”, *J. Basic. Appl. Sci. Res*, Vol. 3, n°10, pp. 328-338.

107. C. Okhio, D. Hodges, J. Black (2010), ‘’Review of literature on nanofluid flow and heat transfer properties’’, *Journal of Selected Areas in Nanotechnology (JSAN),* December Edition.

108. J. C. Maxwell, (1892), “A Treatise on Electricity and Magnetism”, *Oxford University Press*, Vol. 1, n°3.

109. D. J. Jeffrey (1973), “Conduction through a random suspension of spheres”, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A (Mathematical and Physical Sciences)*, Vol. 1602, pp. 335-355.

110. R. W. O'Brien (1979), “A method for calculating the effective transport properties of suspensions of interacting particles”, *J. Fluid Mech*, Vol. 91, pp. 17-39.

111. R. H. Davis, (1986), “The effective thermal conductivity of a composite material with spherical inclusions”, *International Journal of Thermo-physics*, Vol. 7, n° 3, pp. 609-620.

112. S. Y. Lu, H.C. Lin, (1996), "Effective conductivity of composites containing aligned spheroidal inclusions of finite conductivity", *Journal of Applied Physics*, Vol. 79, n° 9, pp. 6761-6769.

113. S. U. S. Choi (1995), "Developments and applications of non-Newtonian flows", *American Society of Mechanical Engineers*, New York, pp. 99-105.

114. J. A. Eastman, U. S. Choi, S. Li, L. J. Thompson, and S. Lee, (1997), "in Enhanced Thermal Conductivity through the Development of Nanofluids", *Proc. of the Symposium on Nanophase and Nanocomposite Materials II (Materials Research Society, Boston*, Vol. 457, pp. 3-11.

115. Yimin Xuan, Qiang Li, (2000), "Heat transfer enhancement of nanofluids", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, n° 1, pp. 58-64.

116. B. X. Wang, H. Li and X. F. Peng (2003), "Research on the Brown Motion Enhanced Effective Thermal Conductivity of Nano-particle Suspension", *The 6th ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, Hawaii, A1 Materials-II583.*

117. W. Yu and S. U. S. Choi, (2002), "Proceedings of IMECE*''ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition.*

118. R. L. Hamilton, O. K. Crosser, (1962), "Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component Systems", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, pp. 187-191.

119. Jacob Eapen, (2004), "Modeling Transport Mechanism in Nanofluids", *Nanoto-Macro Transport Processes Projects*, Report #2,57.

120. E. Pfautsch, "Forced Convection in Nanofluids Over a Flat Plate", Missouri, *M.Sc. Thesis, University of Missouri*, *(2008)*

121. H.C. Brinkman, (1952), "The viscosity of concentrated suspensions and solution", *J. Chem. Phys*, Vol. 20, pp. 571-581.

122. S. Lee, S. U. S. Choi, S. Li and J. A. Eastman (1999), "Measuring Thermal Conductivity of Fluids Containing Oxide Nanoparticles", *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 280-289.

123. J. A. Eastman, S. U. S. Choi, W. Yu (2001), "Anomalously Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles", *Applied Physics Letters*, Vol. 78, n° 6, pp. 718-720.

124. S. K. Das, S. N. Putra, P. Thiesen and W. Roetzel (2003), "Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 567-574.

125. Y. J. Hwang, Y. C. Ahn, H. S. Shin, C. G. Lee, G. T. Kim, H. S. Park and J. K. Lee (2006), "Investigation on Characteristics of thermal conductivity enhancement of nanofluids", *Current Applied Physics*, Vol. 6, n° 6, pp. 1068-1071.

126. X. Wang, X. Xu and U. S. Choi (1999), "Thermal Conductivity of Nanoparticle-Fluid Mixture", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 13, n° 4, pp. 474-480.

127. S. M. S. Murshed, K. C. Leong and C. Yang (2005), "Enhanced thermal conductivity of TiO_2-Water based nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 44, n° 4, pp. 367-373.

128. H. Xie, H. Lee, W. Youn and M. Choi (2003), "Nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes and their enhanced thermal conductivities", *Journal of Applied Physics*, Vol. 94, n° 8, pp. 4967-4971.

129. W. Yu and S. U. S. Choi (2003), "The Role of Interfacial Layers in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids: A renovated Maxwell Model", *Journal of Nanoparticle Research*, Vol. 5, pp. 167-171.

130. J. Garg, B. Poudel, M. Chiesa, J. B. Gordon, J. J. Ma, J. B. Wang, Z. F. Ren, Y. T. Kang, H. Ohtani, J. Nanda, G. H. McKinley and G. Chen (2008), "Enhanced thermal conductivity and viscosity of copper nanoparticles in ethylene glycol nanofluid", *Journal of Applied Physics*, Vol. 103, n° 7.

131. Q. Z. Xue (2003), "Model for effective thermal conductivity of nanofluids", *Physics Letters A*, Vol. 307, pp. 313-317.

132. P. Bhattacharya, S. K. Saha, A. Yadav, P. E. Phelan and R. S. Prasher (2003), "Determining the effective thermal conductivity of a nanofluid using Brownian dynamics simulation", *Proceedings of HT2003 ASME, Summer Heat Transfer Conference, Las Vegas, Nevada, USA. July 21-23.*

133. R. S. Prasher, P. Bhattacharya and P. E. Phelan (2006), "Brownian-motion-based convective model for the effective thermal conductivity of nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 21, n° 1, pp. 58-64.

134. S. P. Jang and S. U. S. Choi (2007), "Effects of various parameters on nanofluid thermal conductivity", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 129, n° 5, pp. 617-623.

135. E. V. Timofeeva, A. N. Gavrilov, J. M. McCloskey, Y. V. Tolmachev, S. Sprunt, L. M. Lopatina and J. V. Selinger (2000), "Thermal conductivity and particle agglomeration in alumina nanofluids", *Physical Review E-Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics*, Vol. 76, n° 6.

136. W. Evans, J. Fish and P. Keblinski (2006), "Role of Brownian motion hydrodynamics on nanofluid thermal conductivity", *Applied Physics Letters*, Vol. 88, n° 9, pp. 93-116.

137. B. Wang, L. Zhou and X. Peng (2006), "A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, n°14, pp. 2665-2672.

138. H. Xie, M. Fujii and X. Zhang (2005), "Effect of interfacial nanolayer on the effective thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, n°14, pp. 2926-2932.

139. Q. Xue and Xu Wen-Mei, (2005), "A model of thermal conductivity of nanofluids with interfacial shells", *Materials Chemistry and Physics*, Vol. 90, n°2-3, pp. 298-301

140. P. Keblinski, R. Prasher and J. Eapen (2008), "Thermal conductance of nanofluids: Is the controversy over?", *Journal of Nanoparticle Research Special Focus: Thermal Conductivity of Nanofluids*, Vol. 10, n° 7, pp. 1089-1097.

141. W. Evans, R. Prasher, J. Fish, P. Meakin, P. Phelan and P. Keblinski (2008), "Effect of aggregation and interfacial thermal resistance on thermal conductivity of nanocomposites and colloidal nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, n°5-6, pp. 1431-1438.

142. X. J. Wang, X. Li and S. Yang (2009), "Influence of pH and SDBS on the stability and thermal conductivity of Nanofluids", *Energy and Fuels*, Vol. 23, n°5, pp. 2684-2689.

143. D. Zhu, X. Li, N. Wang, X Wang, J. Gao and H. Li (2009), "Dispersion behavior and thermal conductivity characteristics of Al_2O_3-H_2O nanofluids", *Current Applied Physics*, Vol. 9, n°1, pp. 131-139.

144. M. Trad, ''Convection naturelle et forcée dans un cylindre vertical poreux. Analyse numérique du transfert de chaleur et influence de la matrice solide sur l'écoulement'', [H. Benmoussa], Batna, *Université de Batna, 2015.*

145. H. T. Haaland, ''Flow and heat transfer in a radially spreading liquid metal jet related to casting of ferroalloys'', [J. A. Bakken], Trondheim, *Norwegian university of sciences and technology, 2000.*

146. C. H. Chen (2004). ''Combined heat and mass transfer in MHD free convection from a vertical surface with Ohmic heating and viscous dissipation''. *Int J Eng Sci*, vol. 42, pp. 699-713.

147. J. Day, ''Laminar natural convection from isothermal vertical cylinder'', [S. Boetcher], Texas, *University of north Texas, 2012*.

148. M. Sammouda, '' Modélisation Théorique et Numérique du Phénomène de la Convection Naturelle et Thermosolutale dans les Milieux poreux à Porosité Variable, [K. Gueraoui], Rabat, *Université Mohammed V-AGDAL, 2012*.

149. M. Favre-Marinet, S. Tardu, ''Convective heat transfer'', *ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc, 2009.*

150. A. Bruch, ''Optimisation des composantes échangeurs dans les machines frigorifiques fonctionnant au dioxyde de carbone'', [A. Bontemps], Grenoble, *Université Joseph fourier-Grenoble 1, 2006.*

151. F. Pantellini,, ''La magnétohydrodynamique'', Jussieu, *Université de Jussieu, 2000.*

152. International Conference on Approximations and Numerical Methods for the Solution of Maxwell's Equations (3rd: 1995: St John's College, Oxford), F. El Dabaghi, and Institute for Mathematics and Its Applications, ''Approximations and numerical methods for the solution of Maxwell's equations''. *Clarendon Press; New York: Oxford University Press, Oxford, 1998.*

153. J. Padet, '' Fluides en Ecoulement. Méthodes et Modèles'', *Seconde édition révisée, 2011.*

154. Héraclite, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

155. Al Biruni, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

156. Al Baydawi, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

157. Francis Bacon, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

158. Robert Hooke, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

159. Joseph Black, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

160. Sir Benjamin Thompson, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

161. Lavoisier, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com

162. Sadi Carnot, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

163. Daniel Bernoulli, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com

164. James Prescott Joule, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

165. Mayer, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

166. Clausius, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

167. William Thomson, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

168. Newton, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

169. Fourier, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

170. Ludwig Boltzmann, WIKIPEDIA, *Consulté le 10/12/2017*, http://www.wikipedia.com.

171. E. M. Sparrow, R. Eichorn and J. L. Gregg (1959), "Combined forced and free convection in a boundary layer flow", *Physics fluids*, Vol. 2, pp. 319.

172. J. Brindley (1963), "An approximation technique for natural convection in a boundary layer", *Int J Heat Mass transfer*, Vol. 6, pp. 1035-1048.

173. R. M. Mark (1954), "Laminar boundary layers on slender bodies of revolution in axial flow", *Guggenheim Aeron. Lab., Memo No. 21, Cal. Inst. of Tech.*

174. K. K. Tam (1971), "On the asymptotic solutions of viscous incompressible flow past a heated paraboloid of revolution,", *SIAM J. Appl. Math.*, Vol. 20, pp. 714-721.

175. O. Aydin, A. Kaya (2011). ''MHD-Mixed convection from a vertical slender cylinder''. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, Vol. 16, n° 4, pp. 1863–1873.

176. M. J. Uddin, W. A. Khan, A. I. M. Ismail (2013). MHD-Forced convection laminar boundary layer flow from a convectively heated moving vertical plate with radiation and transpiration effect. *PLoS ONE, 8(5): e62664.*

177. L. F. Shampine, M. W. Reichelt, and J. Kierzenka (2000). ''Solving Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations in MATLAB with bvp4c''.

178. H. Khouaja, T. S. Chen and B. F. Armaly (1991). " Mixed convection along slender vertical cylinders with variable surface heat flux ", *Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, n°1, pp. 315–319.

179. N. G. Kafoussias (1992). " Mixed free convection and mass transfer flow along a vertical needle ", *International journal of energy research*, Vol. 16, pp. 43–49.

180. A. Kaya (2011). ''Heat and mass transfer from a horizontal slender cylinder with a magnetic field effect'', *J. of Thermal Science and Technology*, Vol. 31, n° 2, pp. 73–78.

181. H. P. Rani, G. J. Reddy (2012). ''MHD-Conjugate heat transfer analysis for transient free convection flow past a vertical slender hollow cylinder''. *American Journal of computational and applied mathematics*, Vol. 2, n° 2, pp. 33–41.

182. L. E. Erickson, L. T. Fan, V. G. Fox (1966). ''Heat and mass transfer on a moving continuous flat plate with suction or injection''. *Ind Eng Chem Fundam*, vol. 5, pp. 19-25.

183. M. A. A. Hamad, M. J. Uddin, A. I. M. Ismail (2012). ''Investigation of combined heat and mass transfer by Lie group analysis with variable diffusivity taking into account hydrodynamic slip and thermal convective boundary conditions''. *Int J Heat Mass Transf*, vol. 55, n°13, pp. 55-62.

184. S. Sivaiah, R. R. Srinivasa (2013). ''Finite element solution of heat and mass transfer flow with Hall current, heat source, and viscous dissipation''. *Appl Math Mech*, vol. 34, n°5, pp. 559-570.

185. M. M. Rashidi, B. Rostami, N. Freidoonimehr, S. Abbasbandy (2014). ''Free convective heat and mass transfer for MHD fluid flow over a permeable vertical stretching sheet in the presence of the radiation and buoyancy effects''. *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 5, pp. 901-912.

186. M. V. R. Murthy, R. R. Srinivasa, J. A. Rao (2015). ''Heat and mass transfer effects on MHD natural convective flow past an infinite vertical porous plate with thermal radiation and Hall current''. *International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, vol. 127, pp. 1330-1337.

187. M. Z. Haque, M. M. Alam, M. Ferdows and A. Postelnicu (2012). ''Micropolar fluid behaviors on steady MHD free convection and mass transfer flow with constant heat and mass fluxes, joule heating and viscous dissipation''. *Journal of King Saud University-Engineering and sciences*, vol. 24, pp. 71-84.

188. Jean-Marie Buchlin (1998), "Natural and forced convective heat transfer on slender cylinder", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 37, n° 8, pp. 653-660.

189. I. Pop, Cluj, Romania, M. Kumari and G. Nath, (1994), "Conjugate MHD flow past a flat plate", *Acta Mechanica*, Vol. 106, pp. 215-220.

190. Y. Ren, H. Xie and A. Cai (2005), "Effective thermal conductivity of nanofluids containing spherical nanoparticles", *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 38, pp. 3958-3961.

191. M. E. Franke and K. E. H. Elenbaas (1984), "Effects of Corona Discharge on Free-Convection Heat Transfer Inside a Vertical Hollow Cylinder", *J. Heat Transfer.* Vol.106, n°2, pp. 346-351.

192. E. M. Nagen and J. L. Greog (1956), Laminar-free convection heat transfer from the outer surface of a vertical circular cylinder, *Trans. Am. Sot. Mech. Engrs,* Vol. 78, pp. 1823-1829.

193. P. Keblinski, S. R. Philpot, S. U. S. Choi and J. A. Eastman, (2002), "Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids)", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 855-863.

194. Abderrahmane Bairi (2003), "Transient natural 2D convection in a cylindrical cavity with the upper face cooled by thermoelectric Peltier effect following an exponential law", Applied Thermal Engineering. Vol. 23, n° 4 pp. 431-447.

Annexe