ètre du gap4.125 énergie4.227 é calorifique4.2.128

N^0 d'ordre : 2017-M/SM

RÈPUBLIQUE ALGÈRIENNE DÈMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÈ YAHIA FARES MÈDÈA

FACULTÈ DES SCIENCES



MÉMOIRE

présenté pour l'obtention du diplôme de Master

EN PHYSIQUE

Spécialité : Physique Théorique à haute énergie

Par

BELMILIANI Amina

RABAHI Hanane

Thème:

Etude de quelques propriétés thermodynamiques des noyaux chauds par la thèorie BCS

Soutenue publiquement le 11/06 / 2017, devant le jury composè de:

Dr DEKAR L.	MCA	UYFM	Président
Dr MEKHTICHE A.	MCB	UYFM	Examinateur
m^{me} *HATTOUS.*	MAA	UYFM	Examinatrice
m Haddouche A.	MAA	UYFM	Encadreur

Dédicace

A ma mère et ma mère et ma mère

RABAHI Hanane

A ma chère maman

A la mémoire de mon père

A mes soeurs et mes frères

A Hanane,Manel et Anfel

BELMILIANI Amina

REMERCIEMENTS

À travers cette page, nous tenons à remercier vivement tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin à élaborer cet ouvrage.

Tout d'abord , nous tenons en particulier à exprimer notre reconnaissance à notre encadreur de mémoire Mr. HADDOUCHE Abdeslam maitre assistant à l'université de Médéa, nous le remercions de nous avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Egalement, nous adressons nos sincères remerciements à nos enseignants membres du jury qui ont acceptée vivement d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Nous présentons aussi nos remerciements, toute nos reconnaissances et nos grand respects et amours à nos chers parents, pour leurs soutiens permanent et leurs patiences durant notre vie.

Comme nous adressons nos plus sincères remerciements à nos frères et soeurs et nos proches qui nous ont toujours soutenue et encouragé au cours de la réalisation de ce mémoire.

Nous remercions très spécialement notre chère amie ainsi que notre Soeur BEN AISSTI Ilhem, qui n'a jamais hésité à répondre en cas de besoin.

Nous tenons aussi à remercier vivement nos collègues MEGDACHE Zoheyr et LAZZAZI Larbi qui nous a aidé concernant le programme LATEX afin d'écrire notre mémoire.

RÉSUMÉ

Ce travail a pour but d'étudier quelques propriétés thermodynamiques (le gap d'énergie, la capacité calorifique et l'énergie) des noyaux chauds.

Au départ, nous avons étudié les effets de l'appariement de façon théorique afin d'établir les formules relatives par deux méthodes : la méthode BCS(Bardeen, Cooper et Schrieffer) qui souffre d'un défaut majeur d 'inexactitude causé par les fluctuations du nombre de particule ,donc pour minimiser cette fluctuation l'approche BCS est améliorée par une méthode qui s'appelle la méthode LN(Lipkin-Nogami) ; qui est largement utilisée en raison de sa simplicité.

Dans ce mémoire on a établi les équations du gap qui constituent une généralisation de celle de la théorie BCS à température finie FTBCS, et aussi on a établie les expressions de l'énergie, la capacité calorifique du système également généralisés par celle de FTBCS.

Le formalisme a été testé numériquement dans le cadre du modèle schématique : modèle de Richardson.

Ainsi, cette étude a souligné l'importance des effets de l'appariement et la nécessité d'éliminer les fluctuations du nombre de particules.

Mots clé : Correlation d'appariement, BCS, LN, Noyaux chauds.

ABSTRACT

This work aims to studying some thermodynamic properties (the energy gap, the heat capacity and the energy) of the heat nuclei.

Initially, we studied the effects of pairing theoretically in order to establish the formulas for two methods, the method of BCS(Bardeen, Cooper and Schrieffer) , as long as this approach suffers from a major default of inaccuracy caused by the fluctuations of number of particles. So to minimize this fluctuation the BCS approach is improved by a method called Lipkin-Nogami(LN), which is widely used because of its simplicity.

In this work, the equations of the gap which constitute a generalization of that of the BCS theory with finite temperature FTBCS have been established, and also the energy , the calorific capacity expressions of the system are also generalized by FTBCS. The formalism was tested numerically in the framework of the schematic model : Richardson model.

Thus, this study emphasized the importance of the effects of paring and the need to eliminate fluctuations in the number of particles.

Key words : Pairing correlation, BCS, LN, Hot nuclei.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . . **iii**

REMERCIEMENTS . . . . . **ii**

RÉSUMÉ . . . . . **i**

TABLE DES MATIÈRES . . . . . **iii**

LISTE DES TABLEAUX . . . . . **v**

LISTE DES FIGURES . . . . . **vi**

LISTE DES SIGLES . . . . . **vii**

CHAPITRE 1 : TRAITEMENT DES CORRÉLATIONS D'APPARIEMENT PAR LA THÉORIE BCS **1**

1.1 Introduction 1

1.2 Théorie BCS à température nulle 1

1.2.1 Hamiltonien du système 1

1.2.2 Représentation Quasi-particules : Transformation de Bogoliubov-Valatin 4

1.2.3 Etat fondamental 5

1.2.4 Hamiltonien du système en représentation quasi-particules 5

1.2.5 Principe variationnel - Equations du gap 6

CHAPITRE 2 : AMÉLIORATION DE LA THÉORIE BCS À TEMPÉRATURE NULLE : LA MÉTHODE DE LIPKIN-NOGAMI **9**

2.1 Introduction 9

2.2 Principe de la méthode 9

2.3 Hamiltonien du système 10

2.4 Equations du gap à température nulle 11

CHAPITRE 3 : LA THÉORIE BCS ET LN À TEMPÉRATURE FINIE . 12
3.1 la théorie BCS à température finie 12
3.1.1 Rappel de quelques notions sur la thermodynamique et la statistique quantique 12
3.1.2 Opérateur densité et fonction de partition dans l'approximation des quasi-particules indépendantes 14
3.1.3 Equations du gap à température finie 15
3.2 méthode Lipkin-Nogami à température finie 16
3.2.1 Hamiltonien H_{LN} dans la représentation quasi-particules 17
3.2.2 Équations du gap à température finie avec la méthode de Lipkin-Nogami 18

CHAPITRE 4 : RÉSULTATS NUMÉRIQUES ET DISCUSSION 20
4.1 Application 20
4.1.1 Energie du système 20
4.1.2 Capacité calorifique 21
4.2 Cas schématique : Modèle de Richardson 22
4.2.1 Résultats numériques 24

CONCLUSION 30

BIBLIOGRAPHIE 31
.1 Annexe i
.1.1 Transformation Bogoliubov-Valatin i
.1.2 Détail de calcul x

LISTE DES TABLEAUX

4.1 Quelques valeurs de nombres de particules N et les intensités de l'appariement G correspondantes 23

LISTE DES FIGURES

4.1 Variation du paramètre du gap Δen fonction de la température T 25
4.2 Variation du l'énergie E en fonction de la température T 27
4.3 Variation de la capacité calorifique C en fonction de la température T 29

LISTE DES SIGLES

Abréviation	
BCS	la théorie de **B**ardeen-**C**ooper-**S**chriefer
FTBCS	la théorie BCS à **T**empérature **F**inie
LN	la méthode de **L**ipkin **N**ogami
FTLN	la méhode de **L**ipkin **N**ogami à **T**empérature **F**inie
PNP	**P**rojection **N**ombre **P**articules
QP	**Q**ausi-**P**article
QF	**Q**uantum **F**luctuation
SF	**S**tatistical **F**luctuation

Notation

H_0 :Hamiltonien des particules libres

H_{int} :Hamiltonien d'interactions résiduelles

ε_ν : les énergies individuelles

a_ν^+ et a_ν : les opérateurs de création et d'annihilation des particules

$\delta_{\nu\mu}$:symbole de Kronecker

V_p :potentiel moyen

G :l'intensité de la force d'appariement

$\hat{N}$:opérateurs de nombre de particules

λ :le paramétre de Lagrange qui correspond au potentiel chimique

n : le nombre réel de particules

$\alpha_\nu^+ \text{et} \alpha_\nu$: opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules

v_ν et u_ν : les amplitudes de probabilité d'occupation et d'inoccupation de particules

E_0 :l'énergie de l'état fondamental

Δ :la demi largeur du gap

ΔE : la variation de l'énergie interne

ΔQ :la variation de la quantité de chaleur

ΔW :la variation du travail

ΔN :la variation du nombre de particules

ΔS :l'entropie du système

Ω :le grand potentiel

D : l'opérateur densité

k :la constante de Boltzman

Z :la grande fonction de partition

E_ν :l'énergie d'une quasi$-$particule

η_ν :le nombre d'occupation de quasi-particules donné par la distribution de Fermi$-$Dirac

INTRODUCTION GÈNÈRALE

Les progrès récents en physique nucléaire et, en particulier, le développement des techniques de production des faisceaux radioactifs ont permis d'étudier les systèmes nucléaires à la limite de la vallée de stabilité [1] [2] [3] [4] [5] [6] [7]. En effet, à partir des années 60 les scientifiques utilisent des faisceaux d'ions lourds pour produire et étudier les noyaux, mais ce n'est qu'à partir des années 80 que les faisceaux d'ions radioactifs sont utilisés. La production de faisceaux d'ions radioactifs peut être réalisée par deux méthodes : la fragmentation en vol du projectile et la séparation en ligne d'isotope ISOL (ISOTOPIC SEPARATION ON LINE). En ce qui concerne l'étude de la structure du noyau, les faisceaux d'ions radioactifs permettront de poursuivre efficacement l'exploration de la « terra incognita » de la charte des noyaux. De surcroit, ceci a permis de noter l'importance des corrélations d'appariement et la nécessité de les inclure d'une manière rigoureuse pour une meilleure description de ce type de systèmes [8] [9] [10]. L'interaction d'appariement existe dans les noyaux entre les nucléons de la même façon que dans le solide entre les électrons. Ces derniers étant, comme les nucléons, des fermions. Cette interaction reste encore mal déterminée dans le cas des systèmes à température nulle et encore moins celui des noyaux chauds, produits par les collisions. Or, dans la structure nucléaire, l'effet de la température dans les noyaux est d'une importance capitale. On pourra, à première vue, imaginer que l'appariement soit brisé donc atténué par la température . La température induit ainsi une transition de phase : de la phase superfluide vers la phase normale (disparition de l'appariement), et ce, au fur et à mesure qu'on augmente la température. Il existe alors une température critique (typiquement 1MeV) [11]- [12] [13] [14] [15] [16] [17] [18] [19] en dessous de laquelle la superfluidité s'enclenche au sein du noyau, et au dessus de laquelle elle s'annule. Différentes hypothèses concernant cette transition sont énoncées. Pour certains, cette transition est abrupte [20] [21] alors que pour d'autres elle est lisse et progressive [19]. Le traitement de tels systèmes nécessite la prise en compte rigoureuse des corrélations d'appariement. La théorie BCS (Bardeen-Cooper-Schriefer) [22] [23] reste encore la méthode classique pour inclure les effets d'appariement dans le noyau. Elle est cependant perfectible : il est bien connu que cette approche présente un défaut majeur consistant en la

non-conservation du nombre de particules par les états BCS [24]. Ceci peut éventuellement induire des erreurs considérables dans l'évaluation de certaines observables physiques telles que le moment d'inertie [25] [26], les transitions électromagnétiques [27] ou les moments multipolaires électriques [28] [29] [30] [31]. L'élimination des fluctuations du nombre de particules introduites dans les états BCS peut se faire au moyen de techniques de projection dans l'espace nombre d'occupation. Elle permet, à l'aide d'un opérateur de projection, d'extraire de la fonction d'onde BCS l'état propre de l'opérateur nombre de particules. Cette approche est généralement associée au principe variationnel , la variation pouvant être effectuée avant ou après projection. Pour cela, pendant, la généralisation de ces méthodes aux cas des noyaux chauds engendre des calculs assez complexes aussi bien sur le plan numérique que sur le plan analytique. D'autres méthodes approximatives ont été développées [32] [33] [34] [35], parmi ces méthodes, celle de Lipkin-Nogami (LN) [35] [36] [37] [38] apparait comme la plus simple à utiliser et est devenue de ce fait la méthode standard pour restaurer le bon nombre de particules [39] [40] [41].

L'objet du présent travail est d'étudier les propriétés thermodynamiques en utilisant l'approche BCS mais aussi la méthode de Lipkin-Nogami. Aussi, les chapitre 1 et 2 seront consacrés au rappel de la théorie BCS et de la méthode de Lipkin-Nogami, ce qui nous permettra d'expliciter les équations du gap à température nulle. Dans le chapitre 3 , ces équations seront généralisées au cas d'un système à température finie, suivies des expressions respectives de l'énergie , de la capacité calorifique et aussi les résultats numériques seront présentés et discutés aux chapitres 4.

CHAPITRE 1

TRAITEMENT DES CORRÉLATIONS D'APPARIEMENT PAR LA THÉORIE BCS

1.1 Introduction

Les corrélations d'appariement sont essentielles pour les systèmes de plusieurs fermions tels que des électrons dans le supraconducteur métalique , les nucléons dans le noyau et les quarks dans la supraconductivité de couleur. [42]
Les évidences expérimentales montrant leurs importances sont nombreuses et connues depuis longtemps surtout en physique nucléaire [43] . Le plus souvent, l'appariement est traité dans l'approximation dite BCS qui a été introduite dans le document original de Bardeen, Cooper et Schrieffer [44] en raison de sa simplicité. [45]

1.2 Théorie BCS à température nulle

1.2.1 Hamiltonien du système

On considère un système constitué de n nucléons se mouvant dans un potentiel moyen et soumis à la force d'appariement. L'hamiltonien de ce système est constitué de deux termes H_0 et H_{int} où H_0 est l'hamiltonien à particules indépendantes dont les valeurs propres sont les énergies individuelles ϵ_ν, et H_{int} le terme d'interactions résiduelles entre nucléons.

En utilisant le formalisme de la seconde quantification, l'hamiltonien du système aura la forme suivante [24] :

$$H = H_0 + H_{int} \tag{1.1}$$

avec :

$$H_0 = \sum_{\nu} \varepsilon_\nu a_\nu^+ a_\nu \tag{1.2}$$

$$H_{int} = \frac{1}{4} \sum_{\nu\mu\nu'\mu'} \langle \nu\mu | V_p | \nu'\mu' \rangle a_\nu^+ a_\mu^+ a_{\nu'} a_{\mu'} \tag{1.3}$$

où a_ν^+ et a_ν sont les opérateurs de création et d'annihilation d'un nucléon dans l'état $|\nu\rangle$ et qui vérifient les règles d'anticommutations des fermions :

$$\{a_\nu^+, a_\mu^+\} = \{a_\nu, a_\mu\} = 0 \tag{1.4}$$

et

$$\{a_\nu^+, a_\mu\} = \delta_{\nu\mu} \tag{1.5}$$

De plus, le terme $\langle \nu\mu | V_p | \nu'\mu' \rangle$ représente l'élément de matrice antisymétrisé de l'interaction résiduelle telle que :

$$\langle \nu\mu | V_p | \nu'\mu' \rangle = -\langle \nu\mu | V_p | \mu'\nu' \rangle = -\langle \mu\nu | V_p | \nu'\mu' \rangle = \langle \mu\nu | V_p | \mu'\nu' \rangle$$

On note par $|\tilde{\nu}\rangle$ l'état renversé par rapport au sens du temps de l'état$|\nu\rangle$. En supposant le système invariant par renversement du sens du temps, il s'en suit :

$$\epsilon_\nu = \epsilon_{\tilde{\nu}} \tag{1.6}$$

et

$$\langle \nu\mu | V_p | \nu'\mu' \rangle = \langle \tilde{\nu'}\tilde{\mu\prime} | V_p | \tilde{\nu}\tilde{\mu} \rangle \tag{1.7}$$

Par analogie avec le phénomène de la supraconductivité dans le solide, on considère que l'interaction la plus forte n'existe qu'entre les nucléons dans des états conjugués l'un de l'autre par rapport au sens du temps, ce qui conduit à :

$$\langle \nu\mu | V_p | \nu'\mu' \rangle = -4G\delta_{\nu\tilde{\mu}}\delta_{\nu'\tilde{\mu'}} \tag{1.8}$$

où G est la constante qui caractérise l'intensité de la force d'appariement . Ainsi l'expression de l'hamiltonien devient :

$$H = \sum_{\nu\succ 0} \varepsilon_\nu \left(a_\nu^+ a_\nu + a_{\tilde{\nu}}^+ a_{\tilde{\nu}} \right) - G \sum_{\nu\mu\succ 0} a_\nu^+ a_{\tilde{\nu}}^+ a_{\tilde{\mu}} a_\mu \tag{1.9}$$

Le problème consiste à trouver les valeurs propres et les états propres associés à l'hamiltonien H. Or, la résolution de celui-ci n'est pas simple, car les opérateurs H et le nombre de particules $\hat{N}$ ne commutent pas. Ceci a entraîné une résolution approximative du problème, en introduisant un hamiltonien auxiliaire H' tel que :

$$H' = H - \lambda N \tag{1.10}$$

où λ est un paramètre de Lagrange qui correspond au potentiel chimique. Il est déterminé par la condition de conservation du nombre de particules en moyenne :

$$\langle \Psi | \hat{N} | \Psi \rangle = n \tag{1.11}$$

où $|\Psi\rangle$ est l'état propre de H' et n le nombre réel de particules du système. L'opérateur nombre de particules $\hat{N}$ est donné par l'expression :

$$\hat{N} = \sum_{\nu \succ 0} \varepsilon_\nu \left(a_\nu^+ a_\nu + a_{\tilde{\nu}}^+ a_{\tilde{\nu}} \right) \tag{1.12}$$

Ainsi, on obtient l'expression de $H\prime$ suivante :

$$H' = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left(a_\nu^+ a_\nu + a_{\tilde{\nu}}^+ a_{\tilde{\nu}} \right) - G \sum_{\nu\mu \succ 0} a_\nu^+ a_{\tilde{\nu}}^+ a_{\tilde{\mu}} a_\mu \tag{1.13}$$

L'obtention des états propres de cet hamiltonien nécessite l'introduction d'une transformation, la transformation Bogoliubov-Valatin [46] [47].

1.2.2 Représentation Quasi-particules : Transformation de Bogoliubov-Valatin

C'est une transformation unitaire permettant le passage de la représentation particules vers la représentation quasi-particules, où on introduit de nouveaux opérateurs$\{\alpha_\nu^+, \alpha_\nu\}$, opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules. Ces derniers s'expriment en fonction de $\{a_\nu^+, a_\nu\}$

$$\begin{aligned} \alpha_\nu &= u_\nu a_\nu - v_\nu a_{\tilde{\nu}}^+ \\ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ &= u_\nu a_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu a_\nu \end{aligned} \tag{1.14}$$

où u_ν,v_ν représentent les amplitudes de probabilité d'occupation et d'inoccupation des particules .Ces deux paramètres sont reliés par la condition suivante :

$$u_\nu^2 + v_\nu^2 = 1 \tag{1.15}$$

Ainsi, la matrice de passage est donnée par :

$$T = \begin{pmatrix} u_\nu & -v_\nu \\ v_\nu & u_\nu \end{pmatrix} \tag{1.16}$$

avec $TT^+ = I$ et $T^+ = {}^t\,T = T^{-1}$

En effet

$$\begin{pmatrix} u_\nu & -v_\nu \\ v_\nu & u_\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_\nu & v_\nu \\ -v_\nu & u_\nu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_\nu^2 + v_\nu^2 & 0 \\ 0 & u_\nu^2 + v_\nu^2 \end{pmatrix} = I_2 \tag{1.17}$$

1.2.3 Etat fondamental

La fonction d'onde qui représente le vide dans la théorie BCS est notée $|BCS\rangle$.Elle est obtenue en éliminant toutes les quasi-particules du vide de particules

$$|BCS\rangle = \prod_{\nu>0} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} |0\rangle \tag{1.18}$$

soit alors :

$$|BCS\rangle = \prod_{\nu>0} (u_\nu + v_\nu a_\nu^+ a_{\tilde{\nu}}^+) |0\rangle \tag{1.19}$$

Dans cet état, le nombre de particules n'est conservé qu'en moyenne et on a :

$$\langle BCS|N|BCS\rangle = n = 2\sum_{\nu\succ 0} v_\nu^2 \tag{1.20}$$

1.2.4 Hamiltonien du système en représentation quasi-particules

A partir du système précédent et en appliquant le théorème de Wick [49], l'hamiltonien auxiliaire prend alors la forme :

$$H' = E_0 + H_{11} + H_{20} + H_{22} + H_{31} + H_{40} \tag{1.21}$$

avec

$$E_0 = 2\sum_{\nu\succ 0}\left(\varepsilon_\nu - \lambda - \frac{Gv_\nu^2}{2}\right)v_\nu^2 - G\left(\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu\right)^2 \tag{1.22}$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[\left(\varepsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2\right)\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right) + Gu_\nu v_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0} u_\mu v_\mu\right)\right]\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu + \alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right) \tag{1.23}$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0}\left[2\left(\varepsilon_\nu - \lambda - Gv_\nu^2\right)u_\nu v_\nu - G\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right)\left(\sum_{\mu\succ 0} u_\mu v_\mu\right)\right]\left(\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right) \tag{1.24}$$

$$H_{22} = -G\sum_{\nu,\mu\succ 0}\left(u_\nu^2 u_\mu^2 + v_\nu^2 v_\mu^2\right)\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\mu}}\alpha_\mu \tag{1.25}$$

$$H_{31} = -G\sum_{\nu,\mu\succ 0}\left(u_\mu^2 - v_\mu^2\right)u_\nu v_\nu\left(\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\mu}}^+\alpha_\mu\right) \tag{1.26}$$

$$H_{40} = -G\sum_{\nu,\mu\succ 0}\left(u_\nu^2 v_\mu^2 + v_\nu^2 u_\mu^2\right)\left(\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_\mu^+\alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\mu}}\alpha_\mu\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right) \tag{1.27}$$

1.2.5 Principe variationnel - Equations du gap

La détermination des paramètres u_ν et v_ν de la transformation de Bogoliunbov- Valatin s'effectue en utilisant le principe variationnel, c'est à dire en minimisant l'énergie de l'état

fondamental du système. La valeur moyenne de l'hamiltonien auxiliaire H' calculée sur le vide de quasi-particules $|BCS\rangle$ est alors donnée par :

$$\langle BCS|H'|BCS\rangle = 2\sum_{\nu\succ 0}\left(\varepsilon_\nu - \lambda - \frac{Gv_\nu^2}{2}\right)v_\nu^2 - G\left(\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu\right)^2 \tag{1.28}$$

$$= E_0 \tag{1.29}$$

La minimisation de cette expression par rapport aux paramètre u_ν et v_ν s'écrit :

$$\frac{\partial E_0}{\partial u_\nu} = \frac{\partial E_0}{\partial v_\nu} = 0 \tag{1.30}$$

Compte tenu de la condition $u_\nu^2 + v_\nu^2 = 1$:

$$\frac{\partial E_0}{\partial v_\nu} = 0 \Rightarrow 2u_\nu\frac{\partial u_\nu}{\partial v_\nu} + 2v_\nu = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_\nu}{\partial v_\nu} = -\frac{v_\nu}{u_\nu} \tag{1.31}$$

En négligeant les termes v_ν^4 on obtient :

$$\frac{\partial E_0}{\partial v_\nu} = 2\bar{\varepsilon}_\nu u_\nu v_\nu - \Delta\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right) \tag{1.32}$$

où $\bar{\varepsilon}_\nu = \varepsilon_\nu - \lambda$ et :

$$\Delta = G\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu \tag{1.33}$$

Δ représente la demi largeur du gap.

En faisant le changement de variable :

$$u_\nu = \cos\theta$$

$$v_\nu = \sin\theta \tag{1.34}$$

on aboutit à :

$$\left\{ \begin{array}{c} u_\nu^2 \\ v_\nu^2 \end{array} \right\} = \frac{1}{2}\left\{ 1 \pm \frac{\bar{\varepsilon_\nu}}{\sqrt{\bar{\varepsilon_\nu}^2 + \Delta^2}} \right\} \tag{1.35}$$

Ainsi, la condition de conservation du nombre de particules devient :

$$n = \sum_{\nu\succ 0} \left\{ 1 - \frac{\bar{\varepsilon}_\nu}{\sqrt{\bar{\varepsilon}_\nu^2 + \Delta^2}} \right\} \tag{1.36}$$

soit :

$$n = 2\sum_{\nu\succ 0} v_\nu^2 \tag{1.37}$$

Les équations (1.33) et (1.35) constituent les équations du gap pour un système ayant un nombre pair de particules . On remarque que les paramètres variationnels u_ν et v_ν dépendent de deux quantités physiques : le potentiel chimique λ et la demi largeur du gap Δ. Ces deux derniers paramètres sont déterminés par résolution numérique des équations du gap.

CHAPITRE 2

AMÉLIORATION DE LA THÉORIE BCS À TEMPÉRATURE NULLE : LA MÉTHODE DE LIPKIN-NOGAMI

2.1 Introduction

Le principal inconvénient de la BCS est que sa fonction d'onde n'est pas un état propre de l' opérateur nombre de particules $\hat{N}$. La BCS souffre donc d'une inexactitude causée par les fluctuations du nombre de particules, d'une autre manière la fonction d'onde ne correspond pas à un système ayant un nombre défini de protons et de neutrons . Ce défaut est habituellement résolu de la manière la plus simple au moyen d'une projection approximative de nombre de particules (PNP) avant variation appelée méthode Lipkin-Nogami (LN), qui s'est révélée simple et efficace dans de nombreux calculs réalistes .

2.2 Principe de la méthode

Soit $|\Psi\rangle$ la fonction d'onde BCS, cet état est une superposition d'états ayant un nombre pair de particules :$|\Psi\rangle = \sum_n C_n |\phi_n\rangle$ où $|\phi_n\rangle$ représente l'état projeté, vérifiant les relations :

$$N |\phi_n\rangle = n |\phi_n\rangle$$

$$H |\phi_n\rangle = E_n |\phi_n\rangle$$

On a donc :
$\langle N\rangle = \langle\Psi| N |\Psi\rangle = \sum_n |C_n|^2 n$ On suppose que l'énergie projetée E_n peut être exprimée sous une forme polynômiale :

$$E_n = \langle\phi_n| H |\phi_n\rangle = \lambda_0 + \lambda_1 n + \lambda_2 n^2 + ... + \lambda_M n^M \tag{2.1}$$

dont les coefficients $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2 ... \lambda_M$ sont à déterminer.

2.3 Hamiltonien du système

A partir de l'expression de l'équation (2.1)on déduit que l'opérateur :
$H = H - \lambda_1 N - \lambda_2 N^2 - ... - \lambda_M N^M$
admet la valeur moyenne :

$$\langle \Psi | H | \Psi \rangle = \sum_n |C_n|^2 \langle \phi_n | H | \phi_n \rangle = \lambda_0 \tag{2.2}$$

Ainsi, en remplaçant l'équation (2.2) dans l'équation (2.1), il en résulte :

$$\langle \phi_n | H | \phi_n \rangle = \langle \Psi | H | \Psi \rangle - \lambda_1 \langle \Psi | N - n | \Psi \rangle - \lambda_2 \langle \Psi | N^2 - n^2 | \Psi \rangle - .... - \lambda_M \langle \Psi | N^M - n^M | \Psi \rangle$$

$$= \lambda_0 + \lambda_1 \Delta N + \lambda_2 \Delta N^2 + ... + \lambda_M \Delta N^M$$

Cette expression montre bien que la minimisation de la valeur moyenne de l'Hamiltonien par rapport à la fonction d'onde projetée est équivalente à la minimisation du second membre de l'équation. On remarquera que les valeurs moyennes intervenant dans le second membre dépendent uniquement de la fonction d'onde BCS. La méthode de Lipkin-Nogami consiste à limiter le développement jusqu'à l'ordre 2, l'Hamiltonien est donc défini par :
$H_{LN} = H - \lambda_1 N - \lambda_2 N^2$

$$H_{LN} = \sum_{\nu \rangle 0} (\varepsilon_\nu - \lambda_1) \left(a_\nu^+ a_\nu + a_{\widetilde{\nu}}^+ a_{\widetilde{\nu}} \right) - G \sum_{\nu \mu \rangle 0} a_\nu^+ a_{\widetilde{\nu}}^+ a_{\widetilde{\mu}} a_\mu - \lambda_2 \left[\sum_{\nu \succ 0} \left(a_\nu^+ a_\nu + a_{\widetilde{\nu}}^+ a_{\widetilde{\nu}} \right) \right]^2 \tag{2.3}$$

Les paramètres λ_0, λ_1 et λ_2 définis dans l'expression (2.1) sont déterminées au moyen de la méthode des approximations successives :

$$\langle \Psi \mid \left[H - \sum_{m \succ 0}^{M} \lambda_m \langle \Delta N^m \rangle \right] \left\langle \Delta N^k \right\rangle \mid \Psi \rangle = 0 \qquad k = 0, 1et2$$

soit, alors :

$$\langle H \rangle = \lambda_0 + 0 + \lambda_2 \left\langle \Delta N^2 \right\rangle \tag{2.4}$$

$$\langle H \Delta N \rangle = 0 + \lambda_1 \left\langle \Delta N^2 \right\rangle + \lambda_2 \left\langle \Delta N^3 \right\rangle \tag{2.5}$$

$$\left\langle H\Delta N^2\right\rangle = \lambda_0 \left\langle \Delta N^2\right\rangle + \lambda_1 \left\langle \Delta N^3\right\rangle + \lambda_2 \left\langle \Delta N^4\right\rangle \tag{2.6}$$

La résolution de ce système donne :

$$\lambda_0 = \langle H\rangle - \lambda_2 \left\langle \Delta N^2\right\rangle \tag{2.7}$$

$\lambda_1 = \frac{\langle H\Delta N\rangle + \lambda_2 \left\langle \Delta N^3\right\rangle}{\langle \Delta N^2\rangle}$

$\lambda_2 = \frac{\left\langle (H-\langle H\rangle)\Delta N^2\right\rangle \left\langle \Delta N^2\right\rangle - \langle H\Delta N\rangle \left\langle \Delta N^3\right\rangle}{\left(\langle \Delta N^2\rangle^2 - \langle \Delta N^4\rangle\right)\langle \Delta N^2\rangle + \langle \Delta N^3\rangle^2} \langle \Delta N^2\rangle$

Il apparait de l'expression (2.7) que l'énergie projetée au second ordre est donnée par :

$$E_{LN} = \lambda_0 = \langle H\rangle - \lambda_2 \left\langle \Delta N^2\right\rangle \tag{2.8}$$

2.4 Equations du gap à température nulle

La minimisation de la valeur moyenne de l'hamiltonien par rapport à v_ν, conduit au système :

$$2u_\nu v_\nu \left(\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}\right) = \Delta\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right) \tag{2.9}$$

On note que l'equation (2.9) équivaut à $H_{20} = 0$ (l'equation (1.24)) . Par ailleurs, on remarquera que cette équation est formellement analogue à celle trouvée avec la méthode BCS. On en déduit alors :

$$\left\{ \begin{array}{c} u_\nu^2 \\ v_\nu^2 \end{array} \right\} = \frac{1}{2}\left\{ 1 \pm \frac{\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}}{\sqrt{\left(\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}\right)^2 + \Delta^2}} \right\} \tag{2.10}$$

$$\Delta = G\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu \tag{2.11}$$

avec :

$$\lambda_{LN} = \lambda_1 + 2\lambda_2\left(n+1\right) \tag{2.12}$$

CHAPITRE 3

LA THÉORIE BCS ET LN À TEMPÉRATURE FINIE

3.1 la théorie BCS à température finie

3.1.1 Rappel de quelques notions sur la thermodynamique et la statistique quantique

Dans la présente section, on rappellera brièvement quelques notions sur la thermodynamique et de la statistique quantique, qui sont des éléments essentiels dans la théorie BCS à température finie ($FTBCS$). Dans une transformation d'un système dont le potentiel chimique λ reste constant, le premier principe de la thermodynamique stipule :

$$\Delta E = \Delta Q - \Delta W + \Delta N \tag{3.1}$$

où ΔE représente la variation de l'énergie interne E, ΔQ est la quantité de chaleur absorbée par le système, ΔW le travail effectué par le système et ΔN la variation du nombre de particules. Si la transformation d'un système se fait sous une température constante, le second principe de la thermodynamique stipule :

$$T\Delta S \geq \Delta Q \tag{3.2}$$

où S est l'entropie du système.

On définit le grand potentiel par :

$$\Omega = E - TS - \mu N \tag{3.3}$$

En combinant les deux principales equations (3.1) et (3.2), on trouve :

$$\Delta\Omega \leq \Delta E - \Delta Q - \mu\Delta N = -\Delta W \tag{3.4}$$

Soit encore :

$$\Delta\Omega \leq -\Delta W \tag{3.5}$$

Dans le cas particulier d'un système mécaniquement isolé (i.e : $\Delta W = 0$), on a :

$$\Delta\Omega \leq 0 \tag{3.6}$$

Par conséquent, pour un système isolé, soumis a une température T constante et un potentiel chimique constant, l'état d'équilibre du système est alors obtenu en minimisant le grand potentiel thermodynamique :

$$\delta\Omega = 0 \tag{3.7}$$

La variation de Ω est utilisée pour définir l'opérateur densité D. En effet, pour des valeurs données de Tet λ, l'opérateur densité est déterminé par l'équation fonctionnelle :

$$\frac{\delta\Omega}{\delta D} = 0 \tag{3.8}$$

où la trace de D est égale à l'unité :

$$TrD = 1$$

L'équation (3.8) admet la solution formelle :

$$D = Z^{-1} \exp\left(-\beta\left(H - \lambda N\right)\right) \tag{3.9}$$

où $\beta = \frac{1}{kT}$ (k est la constante de Boltzmann.) et Z est la grande fonction de partition définie par :

$$Z = Tr\left[(exp - \beta\left(H - \lambda N\right))\right]$$

La valeur moyenne de tout opérateur O est déterminée par :

$$\langle D \rangle = Tr\,(D.O) \tag{3.10}$$

On a alors [48] :

$$E = \langle H \rangle = Tr\,(O.H) \tag{3.11}$$

$$n = \langle N \rangle = Tr\,(O.N) \tag{3.12}$$

où H et N sont respectivement l'hamiltonien du système et l'opérateur nombre de particules. L'expression (3.9) montre bien que la détermination de l'opérateur densité dépend de la structure de l'hamiltonien H, ce qui induit des calculs assez complexes pour la détermination des valeurs moyennes. Pour pallier à cette difficulté, il est nécessaire de construire une forme approchée simple de l'opérateur D. Cette dernière est généralement conçue sur la base de l'approximation de particules indépendantes.

3.1.2 Opérateur densité et fonction de partition dans l'approximation des quasi-particules indépendantes

Sur la base de la transformation de Bogoliubov-Valatin, l'hamiltonien du système a été exprimé dans la représentation des quasi-particules. L'approximation des quasi- particules indépendantes consiste à négliger toutes les interactions entre les quasi-particules, H' s'écrit alors :

$$H' = E_0 + \sum_{\nu \succ 0} \left[\left(\varepsilon_\nu - \lambda - G v_\nu^2 \right) \left(u_\nu^2 - v_\nu^2 \right) + G u_\nu v_\nu \left(\sum_{\mu \succ 0} u_\mu v_\mu \right) \right] \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu + \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \right) \tag{3.13}$$

En tenant compte des équations(2.10)et(2.11) , on a :

$$H' = E_0 + \sum_{\nu \succ 0} E_\nu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu + \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \right) \tag{3.14}$$

où $E_\nu = \sqrt{\epsilon_\nu + \Delta^2}$, E_ν représente l'énergie d'une quasi-particule. Dans ce cas, l'opérateur densité est donné par :

$$D = Z^{-1} \exp\left(-\beta \sum_\nu E_\nu \hat{n_\nu}\right) \tag{3.15}$$

où $Z = Tr\left[exp\left(-\beta \sum_\nu E_\nu \hat{n_\nu}\right)\right]$ avec $\hat{n_\nu} = \alpha_\nu^+ \alpha_\nu$ L'évaluation de la trace s'effectue suivant l'espace de représentation $|n_\nu\rangle$; où $|n_\nu\rangle$ désignent les états à 0 quasi-particules, 1 quasi-particule, 2 quasi-paticules ...etc.

$$Z = \sum_{\{n_\nu\}} \left\langle n_\nu \right| \exp\left(-\beta \sum_\nu E_\nu \hat{n_\nu}\right) \left| n_\nu \right\rangle \tag{3.16}$$

$$Z = \sum_{n_\nu=0,1} \left(\prod_\nu \exp\left(-\beta E_\nu \hat{n_\nu}\right)\right) \tag{3.17}$$

En procédant au développement limité de l'exponentiel et sachant que $\hat{n_\nu^m} = \hat{n_\nu}$ on a :

$$\prod_\nu \sum_{n_\nu=0,1} \exp\left(-\beta E_\nu n_\nu\right) = \prod_\nu \left(1 + \exp\left(-\beta E_\nu\right)\right) \tag{3.18}$$

De même, l'expression (3.15) s'écrit alors :

$$D = Z^{-1} \prod_\nu \left[\exp\left(-\beta E_\nu\right) \hat{n}_\nu \left(1 - \hat{n}_\nu\right)\right] \tag{3.19}$$

soit alors :

$$D = \prod_\nu \left[\eta_\nu \hat{n_\nu} + \left(1 - \hat{n_\nu}\right)\left(1 - \eta_\nu\right)\right] \tag{3.20}$$

avec $\eta_\nu = \langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \rangle = \frac{1}{1+\exp(\beta E_\nu)}$

3.1.3 Equations du gap à température finie

Afin de déterminer les équations du gap à température finie, on considère l'hamiltonien H_0 sous la forme, où seuls les termes diagonaux sont pris en compte :

$$H_0 = E_0 + H_{11} + H_{22} \tag{3.21}$$

Soit encore :

$$H' = 2\sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\, v_\nu^2 + \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right)\left(\eta_\nu^+ + \eta_\nu^-\right) - G\left[\sum_\nu u_\nu v_\nu\left(1 - \eta_\nu^+ - \eta_\nu^-\right)\right]^2$$

En négligeant les termes en v_ν^4, sa valeur moyenne devient :

$$\langle H'\rangle = 2\sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\, v_\nu^2 + \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right)\left(\eta_\nu^+ + \eta_\nu^-\right) - \frac{\Delta^2}{G}$$

avec $\Delta = G\left[\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu\left(1 - \eta_\nu^+ - \eta_\nu^-\right)\right]$ La minimisation de $\langle H'\rangle$conduit à :

$$2\left(\varepsilon_\nu - \lambda - v_\nu^2\right) u_\nu v_\nu = \Delta\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right) \tag{3.22}$$

On note que cette expression est formellement analogue à celle obtenue dans la théorie BCS habituelle ($T = 0MeV$), la minimisation de cette valeur moyenne $\langle H'\rangle$par rapport aux paramètres variationnels u_ν et v_ν, conduit donc à la solution

$$\left\{\begin{array}{c} u_\nu^2 \\ v_\nu^2 \end{array}\right\} = \frac{1}{2}\left\{1 \pm \frac{\bar{\varepsilon}_\nu}{\sqrt{\bar{\varepsilon}_\nu - \Delta^2}}\right\} \tag{3.23}$$

avec $\bar{\varepsilon}_\nu = \varepsilon_\nu - \lambda$ La condition de conservation du nombre de particules est alors donnée par :

$$n = \langle\hat{N}\rangle = \sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu\left(1 - 2\eta_\nu\right)$$

qu'on peut écrire :

$$n = \sum_{\nu\succ 0}\left[1 - \frac{(\varepsilon_\nu - \lambda)}{E_\nu}\tanh\left(\tfrac{1}{2}\beta E_\nu\right)\right]$$

3.2 méthode Lipkin-Nogami à température finie

De même qu'en BCS classique,on peut généraliser l' approche LN au cas de température finie.En éffecuant des calculs analogues au précédents,on a :

3.2.1 Hamiltonien H_{LN} dans la représentation quasi-particules

A l'aide du théorème de Wick, H_{LN} prend la forme :

$$H_{LN} = H_{00} + H_{11} + H_{20} + H_{22} + H_{31} + H_{40} \tag{3.24}$$

Avec :

$$H_{00} = 2\sum_{\nu\succ 0} \varepsilon_\nu v_\nu^2 - G^{-1}\Delta^2 - G\sum_{\nu\succ 0} v_\nu^4 - \lambda_1 n - \lambda_2 n^2 - 4\lambda_2 \sum_{\nu\succ 0} u_\nu^2 v_\nu^2 \tag{3.25}$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0} \left\{ \left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right)\left(\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}\right) + 2\Delta u_\nu v_\nu \right\} \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu + \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \tag{3.26}$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0} \left\{ 2u_\nu v_\nu \left(\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}\right) - \Delta\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right) \right\} \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu\right) \tag{3.27}$$

$$\begin{aligned} H_{22} = &- \sum_{\nu\mu\succ 0} \left\{ G u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu - \lambda_2 (u_\nu^2 - v_\nu^2)\left(u_\mu^2 - v_\mu^2\right) \right\} \\ &\left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} + \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}\right) \\ &- \sum_{\nu\mu\succ 0} \left\{ G\left(u_\nu^2 u_\mu^2 + v_\nu^2 v_\mu^2\right) - 8\lambda_2 u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \right\} \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \end{aligned} \tag{3.28}$$

$$H_{31} = \sum_{\nu\mu\succ 0} \left\{ G u_\nu v_\nu \left(u_\mu^2 - v_\mu^2 \right) - 4\lambda_2 \left(u_\nu^2 - v_\nu^2 \right) u_\mu v_\mu \right\}$$

$$\left\{ \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \left(\alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} + \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right) + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \left(\alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\mu \alpha_\mu^+ \right) \right\} \tag{3.29}$$

$$H_{40} = \sum_{\nu\mu\succ 0} \left\{ \frac{1}{2} G \left(u_\nu^2 v_\mu^2 + v_\nu^2 u_\mu^2 \right) - 4\lambda_2 u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \right\} \left\{ \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\} \tag{3.30}$$

on a adopté les notations suivantes :

$$\lambda_{LN} = \lambda_1 + 2\lambda_2 (n+1) \tag{3.31}$$

$$\tilde{\varepsilon}_\nu = \varepsilon_\nu + (4\lambda_2 - G) v_\nu^2 \tag{3.32}$$

3.2.2 Équations du gap à température finie avec la méthode de Lipkin-Nogami

Afin de déterminer une généralisation des équations du gap Lipkin-Nogami à température finie, on reprendra donc les mêmes étapes que celles suivies dans le cas de l'approche BCS. On ne tiendra alors compte que des termes diagonaux de l'hamiltonien. Dans ce cas la minimisation de la valeur moyenne de cet hamiltonien donne :

$2 (\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}) v_\nu u_\nu - (u_\nu^2 - v_\nu^2) \Delta_T - 4 v_\nu u_\nu (\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}) \eta_\nu + 2\eta_\nu (u_\nu^2 - v_\nu^2) \Delta_T = 0$

avec :

$\Delta_T = G \sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu (1 - 2\eta_\nu) = G \sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu (1 - \eta_\nu^+ - \eta_\nu^-)$

Soit :

$$(1 - 2\eta_\nu) \left[(\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}) v_\nu u_\nu - \Delta_T \left(u_\nu^2 - v_\nu^2 \right) \right] = 0 \tag{3.33}$$

On en déduit :

$$\left\{ \begin{array}{c} u_\nu^2 \\ v_\nu^2 \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \frac{\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}}{\sqrt{\left(\tilde{\varepsilon}_\nu - \lambda_{LN}\right)^2 + \left(\Delta_T + 2\Delta_0 \eta_\nu\right)^2}} \right\} \tag{3.34}$$

$\eta_\nu = \frac{1}{1+e^{\beta \breve{E}_\nu}}$

Il apparait clairement que la méthode de Lipkin-Nogami induit une renormalisation de l'énergie à particules indépendantes d'un terme supplémentaire $-4\lambda_2 v_\nu^2$.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS NUMÉRIQUES ET DISCUSSION

4.1 Application

4.1.1 Energie du système

On détermine l'énergie à partir de l'hamiltonien auxiliaire :

$$\langle H' \rangle = 2\sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\, v_\nu^2 + \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right)\left(\eta_\nu^+ + \eta_\nu^-\right) - G\left[\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu \left(1 - \eta_\nu^+ - \eta_\nu^-\right)\right]^2 \tag{4.1}$$

$$\langle H' \rangle = 2\sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\, v_\nu^2 + \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right)\left(\eta_\nu^+ + \eta_\nu^-\right) - \frac{\Delta^2}{G} \tag{4.2}$$

$$\langle H' \rangle = 2\sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\, v_\nu^2 + \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda))\left[1 - \frac{(\varepsilon_\nu - \lambda)}{E_\nu}\tanh\left(\frac{1}{2}\beta E_\nu\right)\right] - \frac{\Delta^2}{G} \tag{4.3}$$

ou :$E_{BCS} = \langle H \rangle - \langle H' \rangle + \lambda n$ avec $n = \left[1 - \frac{(\varepsilon_\nu - \lambda)}{E_\nu}\tanh\left(\frac{1}{2}\beta E_\nu\right)\right]$. L'énergie correspondant Ã l'état fondamental du système est alors donnée par :

$$E_{BCS} = 2\sum_{\nu\succ 0}\varepsilon_\nu\left[1 - \frac{(\varepsilon_\nu - \lambda)}{E_\nu}\tanh\left(\frac{1}{2}\beta E_\nu\right)\right] - \frac{\Delta^2}{G} \tag{4.4}$$

on note à $T = 0MeV$, l'énergie du système est définie par :

$$E = 2\sum_{\nu\succ 0}\varepsilon_\nu\left[1 - \frac{(\varepsilon_\nu - \lambda)}{E_\nu}\right] - \frac{\Delta^2}{G}$$

$$= 2\sum_{\nu\succ 0}\varepsilon_\nu v_\nu^2 - \frac{\Delta^2}{G}$$

L'énergie du système LN est définie par :

$$E_{LN} = E_{BCS} - \lambda_2\left\langle \Delta N^2 \right\rangle \tag{4.5}$$

On a :

$$\langle N \rangle = 2\sum_{\nu\succ 0} v_\nu^2 \tag{4.6}$$

et

$$\left\langle N^2 \right\rangle = 4 \sum_{\nu\mu\succ 0 \nu\neq\mu} v_\nu^2 v_\mu^2 + 4 \sum_{\nu\succ 0} v_\nu^2 \tag{4.7}$$

On a donc :

$$\left\langle \Delta N^2 \right\rangle = 4 \sum_{\nu\succ 0} u_\nu^2 v_\nu^2 \tag{4.8}$$

On déduit alors :

$$\begin{aligned} E_{LN} &= E_{BCS} - 4\lambda_2 \sum_{\nu\succ 0} u_\nu^2 v_\nu^2 & (4.9) \\ &= 2 \sum_{\nu\succ 0} \left(\varepsilon_\nu - \frac{G v_\nu^2}{2} \right) v_\nu^2 - G \left(\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu \right)^2 - 4\lambda_2 \sum_{\nu\succ 0} u_\nu^2 v_\nu^2 & (4.10) \end{aligned}$$

où l'expression de $\langle \Delta N^2 \rangle$ est :

$$\left\langle \Delta N^2 \right\rangle = \Delta N_{QF}^2 + \Delta N_{SF}^2 \tag{4.11}$$

avec

$$\Delta N_{QF}^2 = 4 \sum_{\nu\succ 0} u_\nu^2 v_\nu^2 \left(1 - 2\eta_\nu\right) \tag{4.12}$$

$$\Delta N_{SF}^2 = 2 \sum_{\nu\succ 0} \left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right)^2 \eta_\nu \left(1 - \eta_\nu\right) + 8 \sum_{\nu\succ 0} u_\nu^2 v_\nu^2 \eta_\nu^2 \tag{4.13}$$

où ΔN_{QF}^2 représente les fluctuations quantiques, qui dominent à basse température et ΔN_{SF}^2 les fluctuations statistiques qui dominent à haute température.
La prise en compte des fluctuations du nombre de particules introduit donc un terme correctif par rapport à l'approche BCS.

4.1.2 Capacité calorifique

La capacité calorifique de la théorie BCS est définie par :

$$C_{BCS} = \frac{dE_{BCS}}{dT} = \frac{d}{dt} \left(2 \sum_{\nu\succ 0} \varepsilon_\nu \left[1 - \frac{(\varepsilon_\nu - \lambda)}{E_\nu} \tanh\left(\frac{1}{2} \beta E_\nu \right) \right] - \frac{\Delta^2}{G} \right) \tag{4.14}$$

sachant que $\frac{d}{dt}\tanh\left(u\left(T\right)\right)=\frac{\frac{d}{dt}(u(T))}{\cosh^2(u(T))}$et que $sech(x)=\frac{1}{\cosh(x)}$ on obtiendra [12] :

$$C_{BCS}=\frac{1}{2}\sum_{\nu}sech^2\left(\frac{1}{2}\beta E_\nu\right)\left[\beta^2E_\nu-\beta\Delta\frac{d\Delta}{dT}\right] \tag{4.15}$$

avec :

$$\frac{d\Delta}{dT}=\frac{1}{2}\frac{\beta^2\sum_{\nu}sech^2\left(\frac{1}{2}\beta E_\nu\right)}{\Delta\left[\frac{1}{2}\beta\sum_{\nu}E_\nu^{-2}sech^2\left(\frac{1}{2}\beta E_\nu\right)\right]-\sum_{\nu}E_\nu^{-3}\tanh^2\left(\frac{1}{2}\beta E_\nu\right)} \tag{4.16}$$

La capacité calorifique C_{LN} de la méthode de Lipkin-Nogami est obtenue en ajoutant des termes à la capacité BCS l'équation (4.15) :

$$C_{LN}=\frac{dE_{LN}}{dT}=C_{BCS}-\lambda_2\frac{d\Delta N^2}{dT}-\Delta N^2\frac{d\lambda_2}{dT} \tag{4.17}$$

où :

$$\frac{d\Delta N^2}{dT}=\Delta_T\frac{d\Delta_T}{dT}\sum_{\nu\succ0}\tanh\left(\frac{\beta E_\nu}{2}\right)[\beta E_\nu^{-1}sech^2\left(\frac{\beta E_\nu}{2}\right)\left(E_\nu^{-2}\Delta_T^2-\frac{1}{2}\right)+$$

$$2E_\nu^{-4}\left(\varepsilon_\nu-\lambda\right)^2\tanh\left(\tfrac{\beta E_\nu}{2}\right)]-\beta^2\sum_{\nu\succ0}E_\nu\left(E_\nu^{-2}\Delta_T^2-\tfrac{1}{2}\right)\tanh\left(\tfrac{\beta E_\nu}{2}\right)sech^2\left(\tfrac{\beta E_\nu}{2}\right) \tag{4.18}$$

et en tenant compte de l'équation (3.31)

$\lambda_2=\frac{1}{2}\frac{d\lambda}{dN}$

$=\frac{1}{2}\left[\sum_{\nu\succ0}E_\nu^{-3}f\left(\beta,E_\nu\right)\right]\times\left[\Delta_T^2\left[\sum_{\nu\succ0}E_\nu^{-3}f\left(\beta,E_\nu\right)\right]^2+\left[\sum_{\nu\succ0}\left(\varepsilon_\nu-\lambda\right)E_\nu^{-3}f\left(\beta E_\nu\right)\right]^2\right.$

$\left.+\frac{1}{2}\beta\left[\sum_{\nu\succ0}sech^2\left(\frac{\beta E_\nu}{2}\right)\right]\left[\sum_{\nu\succ0}E_\nu^{-3}f\left(\beta,E_\nu\right)\right]^{-1}\right.$

avec : $\quad f\left(\beta,E_\nu\right)\equiv\tanh\left(\frac{\beta E_\nu}{2}\right)-\frac{1}{2}\beta E_\nu sech^2\left(\frac{\beta E_\nu}{2}\right)$

4.2 Cas schématique : Modèle de Richardson

Nous avons appliqué les méthodes BCS et Lipkin-Nogami à température finie dans le cas du modèle schématique : modèle de Richardson [16]. C'est un modèle qui considère que les

niveaux dénergie sont doublement dégénérés et équidistants, tels que $\epsilon_\nu = \nu$. L'écart entre les niveaux est égal à $1MeV$. La dégénérescence totale du nombre de paires de particules Ω', est telle que $\Omega' = N$, où N désigne le nombre de particules constituant le système. Nous avons donc considère les 4 cas suivants :

N	G
8	0.48
10	0.435
12	0.403
16	0.361

TABLE 4.1 – Quelques valeurs de nombres de particules N et les intensités de l'appariement G correspondantes

4.2.1 Résultats numériques

Le paramètre du gap

Dans un premier temps nous avons étudié l'évolution du paramètre du gap Δ en fonction de la température (voire figure(4.1))

A la première vue, on observe que les graphes sont similaires pour différentes valeurs de n ($n = 8, 10, 12 et 16$).

On remarque pour chaque valeur de n une chute assez abrupte de Δ ,et ce ,à partir d'une valeur de T qu'on l'appelle température critique(T_c) qui est pratiquement la meme quelque soit N .

Cette température ,marque le passage de la phase superfluide à la phase normale .

Dans l'approche BCS $T_c \approx 0.5$ (MeV)

Dans l'approche LN $T_c \approx 0.65$ (MeV)

De mÃªme il existe un décalage à partir de la température nulle qui est due à la correction apportée par la méthode LN .

On voit aussi que,pour les deux approches , le gap reste constant jusqu'à ce qu'il commence à décroitre pour s'annuler à T_c, et ainsi au delà de cette température il n'y a plus de gap ,donc brisure de l'appariement.D'autre part ,les valeurs de Δ_{BCS} sont inférieurs aux valeurs de Δ_{LN} à cause de l'élimination de fluctuation quantique (QF) .

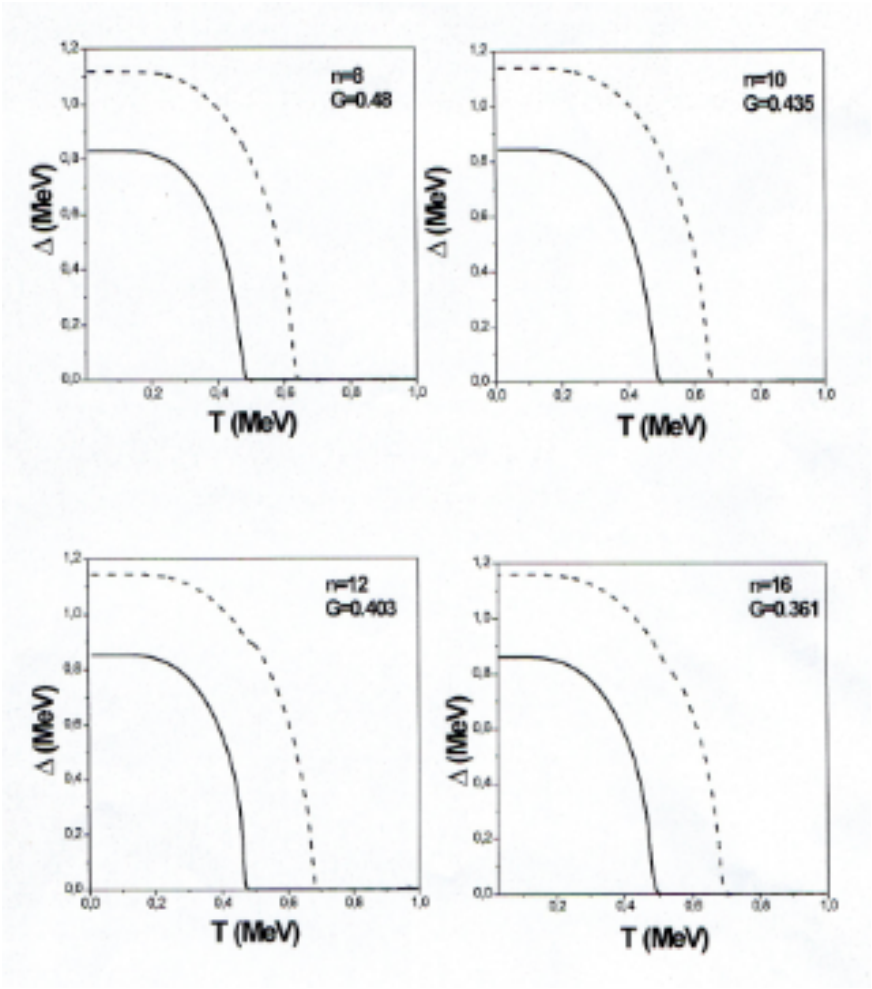


FIGURE 4.1 –
variation du paramètre du gap Δen fonction de la température T .En traits continus correspondent aux résultats de la méthode BCS,en tirets à ceux de la méthode de Lipkin Nogami

L'énergie

Nous avons également rapporté le comportement de l'énergie en fonction de la température ce qui nous a permis de tracer les graphes correspondant (voir figure (4.2))
On voit tout d'abord l'existence d'un décalage égal ($3à4MeV$ de l'énergie qui est du aux fluctuations quantiques
Au voisinage de $T = 0$ l'énergie reste pratiquement constante (plateau) .Vers la température critique T_c on observe une bosse pour les deux méthodes.
Au delà de T_c l'énergie est quasiment linéaire .
Les mÃªmes remarques s'applique pour les différentes valeurs de N .L'écart relatif est de 10%.

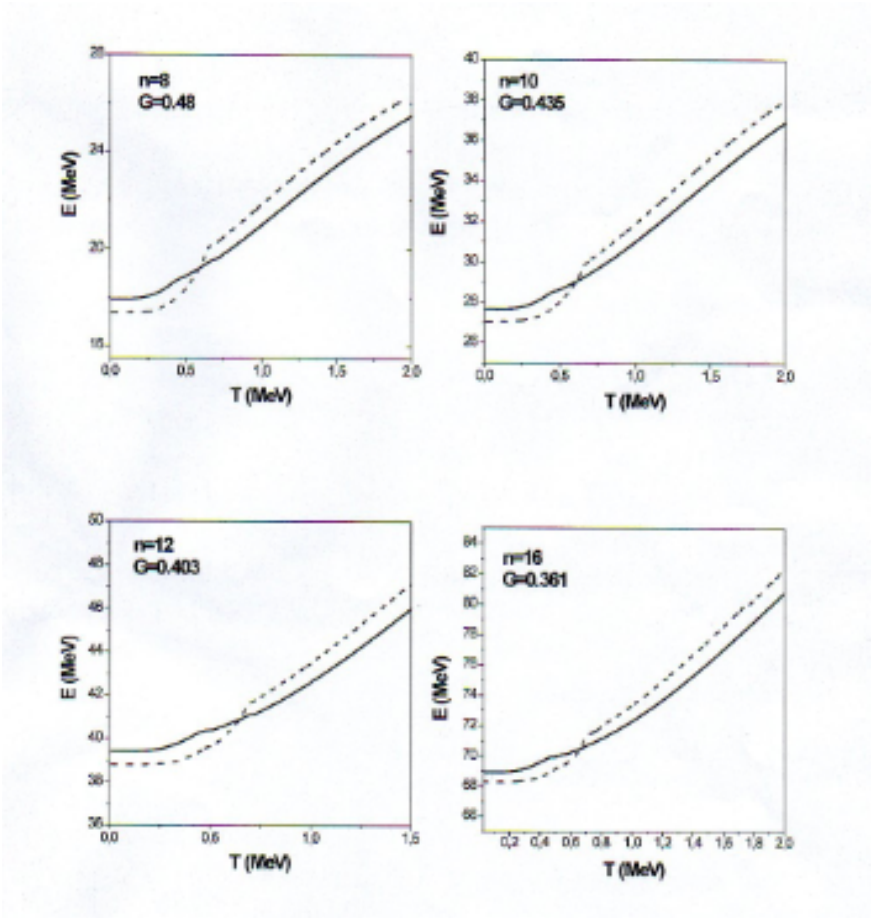


FIGURE 4.2 –
variation du l'énergie E en fonction de la température T .En traits continus correspondent aux résultats de la méthode BCS,en tirets à ceux de la méthode de Lipkin Nogami

Capacité calorifique

Enfin, nous avons relevé la variation de la capacité calorifique C en fonction de la température T pour les différentes valeurs de N comme on le voit dans la figure (4.3)
Comme dans le cas de l'énergie et du gap on remarque cette fois aussi l'existence d'un décalage à partir de la T_c qui tend à s'annuler.par contre pour les basses températures les courbes sont confondus . Au voisinages de la T_c l'évolution de la capacité calorifique marque un pic et ce à cause de faite que la capacité est proportionnelle à la dérivée de l'énergie , or comme on l'a vu dans l'énergie figure (4.2) il existe une bosse à cette meme température.
Ce pic plus flagrant dans le cas méthode LN.
A partir d'une certaine température il y a décroissance de la capacité calorifique dans les deux approches .
La capacité calorifique est généralement d'indicateur pour les transitions de phase.

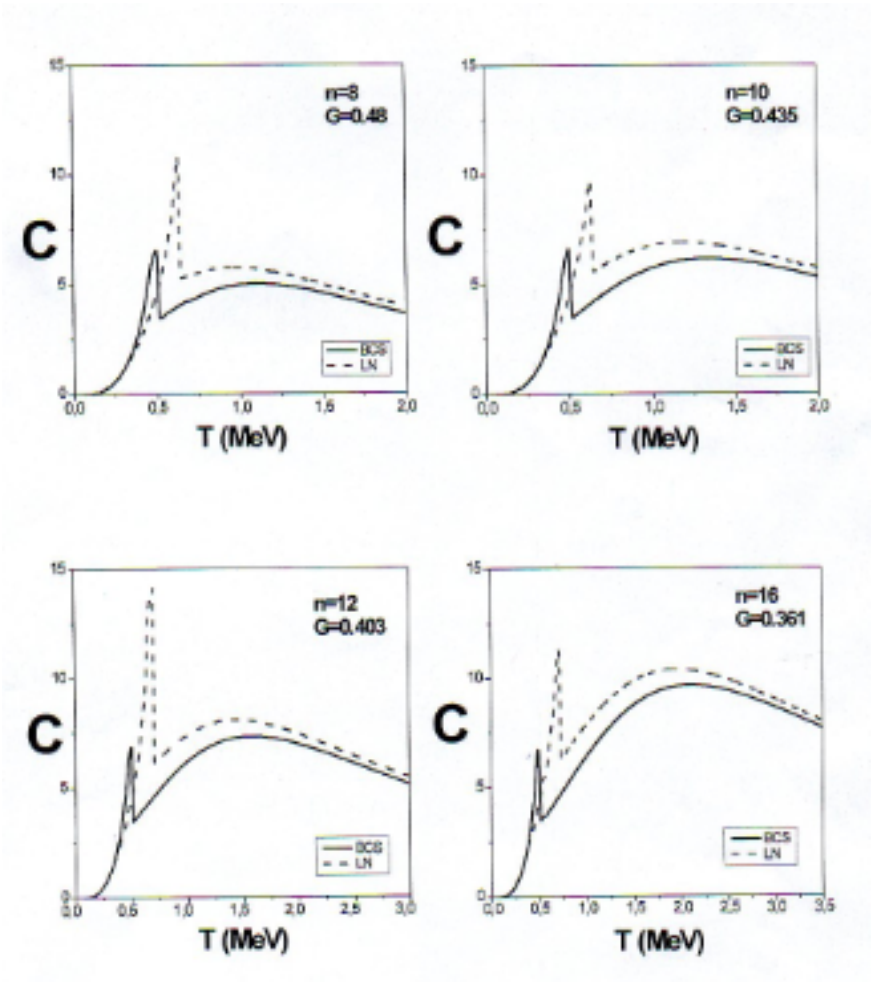


FIGURE 4.3 –
variation du capacité calorifique C en fonction de la température T .En traits continus correspondent aux résultats de la méthode BCS,en tirets à ceux de la méthode de Lipkin Nogami

CONCLUSION

Dans ce travail, on s'est intéressé à l'étude de quelques propriétés thermodynamiques comme le gap d'énergie, l'énergie et la capacité calorifique des noyaux chauds. Dans un souci d'une meilleure description de ces systèmes, il a été nécessaire de prendre en compte les corrélations d'appariement dans le cadre de l'approximation BCS, la plus basique. Afin de diagonaliser approximativement l'hamiltonien on a utilisé la méthode de linéarisation − la transformation de Bogoliubov-Valatin − à l'aide du théorème de Wick.

On peut conclure que la théorie BCS ne saurait que qualitativement reproduire les résultats expérimentaux et elle a donc besoin d'être améliorée. Pour cette raison, nous avons utilisé la méthode dite Lipkin-Nogami, qui a permis de corriger partiellement les fluctuations du nombre de particules.

Dans ce but, nous avons établi les équations du gap incluant l'appariement en les généralisant au cas de système à température finie (FTBCS) ainsi que celles de la méthode Lipkin-Nogami à température nulle et à température finie. Ceci nous a permis d'écrire les expressions théoriques de grandeurs thermodynamiques telles que l'énergie du système et sa capacité calorifique.

Sur le plan numérique, les équations du gap ont été résolues dans le cadre du modèle de Richardson, Nous avons utilisé des valeurs différentes de nombre de particule et l'intensité de la force d'appariement correspondant. On a constaté que la température critique pratiquement reste la même,en variant le nombre de particule.Par contre,en passant dune approche à l'autre on remarque un déplacement de T_c. Aussi, les grandeurs thermodynamiques ont été étudiées numériquement en fonction de la température.

En outre, les positions des températures critiques sont nettement mises en évidence dans les graphes de l'énergie, et surtout dans celui de la capacité calorifique. Le décalage, des graphes correspondant aux deux méthodes, de ces observables met nettement en évidence l'influence et de l'effet d'appariement.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J. Dobaczewski, W. Nazarewicz et P.G. Reinhard, Nucl. Phys. A693, 361 (2001).

[2] H. Grawe et M. Lewitowicz, Nucl. Phys. A693, 116 (2001).

[3] M. Rashdan, Phys. Rev. C63, 044303 (2001).

[4] B.K. Agrawal, Tapas Sil, S.K. Samaddar et J.N. De, nucl-th/0111066.

[5] J. Dobaczewski et W. Nazarewicz, Prog. Theo. Phys. Suppl. 146, 70 (2002).

[6] B.G. Todd et J. Piekarewicz, Phys. Rev. C67, 044317 (2003).

[7] Li-Gang Cao et Zhong-Yu Ma, Mod.Phys.Lett. A19, 2845 (2004).

[8] K. Kaneko et M. Hasegawa, Phys. Rev. C72, 031302(R) (2005).

[9] N. H. Allal, M. Fellah, M. R. Oudih et N. Benhamouda, Eur. Phys. J. A27, S01 (2006).

[10] S. Kerrouchi, D. Mokhtari, N. H. Allal et M. Fellah, Int. J. Mod. Phys. E18, 141 (2009).

[11] R. Rossignoli, P. Ring et N. D. Dang, Phys. Lett. B297, 9 (1992).

[12] N. D. Dang, P. Ring et R. Rossignoli, Phys. Rev. C47, 606 (1993).

[13] V. Zelevinsky, B. A. Brown, N. Frazier et M. Horoi, Phys.Rep. 276, 85 (1996).

[14] N. D. Dang et V. Zelevinsky, Phys. Rev. C64, 064319 (2001)

[15] N. D. Dang et A. Arima, Phys. Rev. C68, 014318 (2003).

[16] N. D. Dang, Nucl. Phys. A784, 147 (2007).

[17] N. D Dang et N. Quang Hung, Phys. Rev. C77, 064315(2008).

[18] N. Q. Hung et N. D. Dang, Phys. Rev. C78, 064315 (2008).

[19] N. Quang Hung et N. D. Dang,Phys. Rev. C79, 054328 (2009).

[20] K. Langankea, D.J. Deanb et W. Nazarewicz, Nucl. Phys. A757, 360 (2005).

[21] E. Khan, Nguyen Van Giai et N. Sandulescu, Nucl. Phys A789, 94 (2007).

[22] J. Bardeen, L.N. Cooper et J.R. Schrieffer, Phys. Rev. 108, 1175(1957).

[23] S.T. Belyaev et K. Dan, Vidensk. Selsk. Mat-Fys. Medd. 11, 31(1959).

[24] P. Ring et P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem (Springer, New York, 1980). Ring, Peter, and Peter Schuck. The nuclear many-body problem. Springer Science Business Media, 2004.â

[25] N.H. Allal et M. Fellah, Phys. Rev. C43, 2648 (1991).

[26] A.V. Afanasjev, J. Knig, P. Ring, L.M. Robledo et J.L. Egido, Phys. Rev. C62,054306 (2000).

[27] M. Fellah et T.F. Hamman, Phys. Rev C10, 284 (1974).

[28] M. Horoi, Phys. Rev. C50,2834 (1994).

[29] N. Benhamouda, M.R. Oudih, N.H. Allal et M. Fellah, Nucl. Phys. A690, 219 (2001).

[30] N. Benhamouda, M.R. Oudih, N.H. Allal et M. Fellah, Heavy Ion Physics 19, 191 (2004).

[31] N. Benhamouda, N.H. Allal, M. Fellah et M.R. Oudih, Int. J. Mod. Phys E14, 197 (2005).

[32] M. Kyotoku, Phys. Rev. C37, 2242 (1988).

[33] M. Kyotoku, K.W. Schmid, F. Grmmer et A. Faessler, Phys. Rev. C41, 284 (1990).

[34] A.G. Adornes et M. Kyotoku, Z. Phys. A341, 255 (1992).

[35] H.J. Lipkin, Ann. Phys. (N.Y.) 12, 425 (1960).

[36] Y. Nogami, Phys. Rev. 134, 313 (1964).

[37] Y. Nogami et I. J. Zucker, Nucl. Phys. 60, 203 (1964).

[38] H.C. Pradhan, Y. Nogami et J. Law, Nucl. Phys. A201, 357 (1973).

[39] M. Samyn, S. Goriely,M. Bender et J.M. Pearson, Phys. Rev. C70, 044309 (2004).

[40] M. Anguiano, J. L. Egido et L.M. Robledo, Phys. Lett. B545, 62 (2002).

[41] P.-H. Heenen, A. Valor, M. Bender, P. Bonche et H. Flocard, Eur. Phys. J. A 11, 393 (2001).

[42] Kaneko, K., and M. Hasegawa. "Quenching of pairing gap at finite temperature in W 184." Physical Review C 72.2 (2005).

[43] P.-H. Heenen. Corrélations d'appariement dans des conditions extrmes. école thématique. Ecole Joliot Curie "Structure nucléaire : un nouvel horizon", Maubuisson, (France), du 8-13septembre 1997 : 16ème session, 1997.

[44] Bender, M., et al. "Pairing gaps from nuclear mean-fieldmo dels." The European Physical Journal A 8.1 (2000) : 59-75.â

[45] J.P Ebran. Description relativiste de l'état fondamental des noyaux atomiques par l'approche du champ moyen auto-cohérent, incluant la déformation et la superfluidité. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Paris Sud - Paris XI, 2010.

[46] Elias WARDE , étude des états 0_1^+et de 2_1^+de^{42}Aret^{42â}Ca par réaction (t, p) dans le modèle pairing ,thèse doctorat, physique nucléaire , université de LOUIS PASTOUR de STARSPOURG ,14 mars 1975.

[47] Houda Naidja. Etude microscopique de systèmes fermioniques finis : corrélations dans les noyaux atomiques et gaz d'électrons confinées par un potentiel harmonique en présence d'un champ magnétique. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Sciences et Technologies −Bordeaux I, 2009.

[48] Greiner, Walter, Ludwig Neise, and Horst Stocker. Thermodynamics and statistical mechanics. Springer Science Business Media, 2012.â

[49] E.Elbaz, quantique, Ellipses, paris, 1995

.1 Annexe

.1.1 Transformation Bogoliubov-Valatin

C'est une transformation unitaire permettant le passage de la représentation particules vers la représentation quasi-particules, où on introduit de nouveaux opérateurs$\{\alpha_\nu^+, \alpha_\nu\}$, opérateurs de création et d'annihilation de quasi-particules. Ces derniers s'expriment en fonction de $\{a_\nu^+, a_\nu\}$

$$\alpha_\nu = u_\nu a_\nu - v_\nu a_{\tilde{\nu}}^+ \tag{19}$$

$$\alpha_{\tilde{\nu}}^+ = u_\nu a_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu a_\nu \tag{20}$$

$$\alpha_\mu = u_\mu a_\mu - v_\mu a_{\tilde{\mu}}^+ \tag{21}$$

$$\alpha_{\tilde{\mu}}^+ = u_\mu a_{\tilde{\mu}}^+ + v_\mu a_\mu \tag{22}$$

A partir de l'hamiltonien auxiliaire

$$H' = H - \lambda N \tag{23}$$

$$H' = \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)(a_\nu^+ a_\nu + a_{\tilde{\nu}}^+ a_{\tilde{\nu}}) - G\sum_{\mu,\nu\succ 0} a_\nu^+ a_{\tilde{\nu}}^+ a_{\tilde{\mu}} a_\mu \tag{24}$$

On remplace les equations 19,20,21,22 dans 24 on trouve :

$$H' = \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\left(\left(u_\nu\alpha_\nu^+ + v_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\right)\left(u_\nu\alpha_\nu + v_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}^+\right) + \left(u_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}^+ - v_\nu\alpha_\nu\right)\left(u_\nu\alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu\alpha_\nu^+\right)\right)$$

$$-G\sum_{\mu,\nu\succ 0}\left(u_\nu\alpha_\nu^+ + v_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\right)\left(u_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}^+ - v_\nu\alpha_\nu\right)\left(u_\mu\alpha_\mu + v_\mu\alpha_{\tilde{\mu}}^+\right)\left(u_\mu\alpha_{\tilde{\mu}} - v_\mu\alpha_\mu^+\right) \tag{25}$$

En distribuant et arrangeant les différents termes on va trouver :

$$H' = \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu - \lambda)\left[u_\nu^2\alpha_\nu^+\alpha_\nu + u_\nu v_\nu\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu u_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu + v_\nu^2\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_{\tilde{\nu}}^+ + u_\nu^2\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right.$$

$$-u_\nu v_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\nu - v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v^2_\nu \alpha_\nu \alpha^+_\nu] - G \sum_{\nu\mu\succ 0} \left(u^2_\nu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha^+_\nu \alpha_\nu + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\nu}} - v^2_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \right)$$

$$\left(u^2_\mu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}} - v_\mu u_\mu \alpha^+_\mu \alpha_\mu - v^2_\mu \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \right) \tag{26}$$

$$H' = \sum_{\nu\succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left[u^2_\nu \alpha^+_\nu \alpha_\nu + u_\nu v_\nu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v^2_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\nu}} + u^2_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\nu \right.$$

$$\left. - v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v^2_\nu \alpha_\nu \alpha^+_\nu \right] - G \sum_{\nu\mu\succ 0} u^2_\nu u^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u^2_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}}$$

$$- u^2_\nu v_\mu u_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha_\mu - u^2_\nu v^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} - u_\nu v_\nu u^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}}$$

$$+ u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \alpha^+_\nu \alpha_\nu \alpha^+_\mu \alpha_\mu + u_\nu v_\nu v^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha_\nu \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} + v_\nu u_\nu u^2_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}}$$

$$- v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v^2_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} - v^2_\nu u^2_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v^2_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}}$$

$$+ v^2_\nu v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha^+_\mu \alpha_\mu + v^2_\nu v^2_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \tag{27}$$

En utilisant les relations d'anticommutation ci-dessous,

$$\{\alpha^+_\nu, \alpha_\mu\} = \{\alpha^+_{\tilde{\mu}}, \alpha_{\tilde{\nu}}\} = \delta_{\nu\mu} \tag{28}$$

$$\{\alpha^+_\mu, \alpha^+_\nu\} = \{\alpha_\mu, \alpha_\nu\} = 0 \tag{29}$$

$$\{\alpha_{\tilde{\mu}}^{+}, \alpha_{\nu}\} = \{\alpha_{\tilde{\mu}}^{+}, \alpha_{\tilde{\nu}}^{+}\} = \{\alpha_{\tilde{\mu}}, \alpha_{\tilde{\nu}}\} = 0 \tag{30}$$

L'hamiltonien auxiliaire devient :

$$H' = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left[u_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu + u_\nu v_\nu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v_\nu^2 \left(1 - \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) + u_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\nu^+\right.$$

$$\left. - v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v_\nu^2 \left(1 - \alpha_\nu^+ \alpha_\nu\right)\right] - G \sum_{\nu\mu \succ 0} u_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \left(1 - \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}\right)$$

$$- u_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - u_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - u_\nu v_\nu u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \left(1 - \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}\right)$$

$$+ u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \left(\delta_{\nu\mu} - \alpha_\mu^+ \alpha_\nu\right) \alpha_\mu + u_\nu v_\nu v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \left(\delta_{\nu\mu} - \alpha_\mu^+ \alpha_\nu\right) \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + v_\nu u_\nu u_\mu^2 \left(1 - \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu +$$

$$v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \left(1 - \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \left(1 - \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}\right) - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \left(1 - \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu^2 \left(1 - \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+$$

$$- v_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \left(1 - \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}\right) + v_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \left(\delta_{\nu\mu} - \alpha_\mu^+ \alpha_\nu\right) \alpha_\mu + v_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}} \left(\delta_{\nu\mu} - \alpha_\mu^+ \alpha_\nu\right) \alpha_{\tilde{\mu}}^+$$

(31)

$$H' = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left[u_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu + u_\nu v_\nu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} + u_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\nu^+\right.$$

$$\left. - v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu\right] - G \sum_{\nu\mu \succ 0} u_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ - u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}$$

$$-u_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - u_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - u_\nu v_\nu u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\nu$$

$$+u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} + u_\nu^2 v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu - u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu + u_\nu v_\nu^3 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + u_\nu v_\nu v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu$$

$$+v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$-v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu + v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+$$

$$+v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - v_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} + v_\nu^3 u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu$$

$$-v_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu + v_\nu^4 \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ - v_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \tag{32}$$

$$H' = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left[u_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu + u_\nu v_\nu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} + u_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\nu^+ \right.$$

$$\left. -v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \right] - G \sum_{\nu\mu \succ 0} u_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ - u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}$$

$$-u_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - u_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - u_\nu v_\nu u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\nu$$

$$-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} + u_\nu^2 v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu - u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu + u_\nu v_\nu^3 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + u_\nu v_\nu v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu$$

$$+v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$-v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+$$

$$-v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \left(\delta_{\nu\mu} - \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) - v_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v_\nu^2 u_\mu v_\mu \left(\delta_{\nu\mu} - \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}$$

$$+v_\nu^3 u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu + v_\nu^4 \left(1 - \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) - v_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\mu^+ \left(\delta_{\nu\mu} - \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \alpha_\nu \tag{33}$$

$$H' = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left[u_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu + u_\nu v_\nu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} + u_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\nu^+\right.$$
$$\left. -v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu\right] - G \sum_{\nu\mu \succ 0} u_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ - u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}$$

$$-u_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - u_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - u_\nu v_\nu u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\nu$$

$$-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} + u^2_\nu v^2_\nu \alpha^+_\nu \alpha_\nu - u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_\mu \alpha_\nu \alpha_\mu + u_\nu v^3_\nu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} + u_\nu v_\nu v^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu$$

$$+v_\nu u_\nu u^2_\mu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu u^2_\mu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$-v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha^+_\mu \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v^2_\mu \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}}$$

$$-v_\nu u_\nu v^2_\mu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu + v_\nu u_\nu v^2_\mu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}} - v^2_\nu u^2_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v^2_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v^3_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$+v^2_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} + v^3_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v^2_\nu v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu + v^4_\nu - v^4_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}} - v^4_\nu \alpha^+_\nu \alpha_\nu + v^2_\nu v^2_\mu \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu$$

(34)

$$H' = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left[u^2_\nu \alpha^+_\nu \alpha_\nu + u_\nu v_\nu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v^2_\nu - v^2_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}} + u^2_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\nu \right.$$

$$\left. -v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v^2_\nu - v^2_\nu \alpha^+_\nu \alpha_\nu \right] - G \sum_{\nu\mu \succ 0} u^2_\nu u^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u^2_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} - u^2_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}$$

$$-u^2_\nu v_\mu u_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha_\mu - u^2_\nu v^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} - u_\nu v_\nu u^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_\nu \alpha_\nu$$

$$-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} + u^2_\nu v^2_\nu \alpha^+_\nu \alpha_\nu - u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_\mu \alpha_\nu \alpha_\mu + u_\nu v^3_\nu \alpha^+_\nu \alpha^+_{\tilde{\nu}} + u_\nu v_\nu v^2_\mu \alpha^+_\nu \alpha^+_\mu \alpha^+_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu$$

$$+v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$-v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+$$

$$-v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ + v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v_\nu^3 u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$+v_\nu^2 u_\mu v_\mu \left(\delta_{\nu\mu} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}\right) \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} + v_\nu^3 u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu + v_\nu^4 - v_\nu^4 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu^4 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu$$

$$+v_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \tag{35}$$

$$H' = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda) \left[u_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu + u_\nu v_\nu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + v_\nu u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} + u_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - u_\nu v_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\nu^+ \right.$$

$$\left. -v_\nu u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} + v_\nu^2 - v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \right] - G \sum_{\nu\mu \succ 0} u_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ - u_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}$$

$$-u_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - u_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - u_\nu v_\nu u_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\nu$$

$$-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} + u_\nu^2 v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu - u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu + u_\nu v_\nu^3 \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + u_\nu v_\nu v_\mu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu$$

$$+v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu + v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$-v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu - v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+$$

$$-v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ + v_\nu u_\nu v_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu^2 u_\mu^2 \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - v_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v_\nu^3 u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$+v_\nu^3 u_\nu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu^2 u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} + v_\nu^3 u_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu - v_\nu^2 v_\mu u_\mu \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu + v_\nu^4 - v_\nu^4 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}$$

$$-v_\nu^4 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu + v_\nu^2 v_\mu^2 \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \tag{36}$$

comme on a

$H' = E_0 + H_{11} + H_{20} + H_{22} + H_{31} + H_{40}$

donc ;

$$E_0 = \sum_{\nu \succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda)(v_\nu^2 + v_\nu^2) - G \sum_{\nu\mu \succ 0} v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu - G \sum_{\nu\mu \succ 0} v_\nu^4$$

$$E_0 = 2 \sum_{\nu \succ 0} ((\varepsilon_\nu - \lambda) v_\nu^2 - G v_\nu^4) - G \left(\sum_{\nu \succ 0} v_\nu u_\nu \right)^2$$

$$E_0 = 2 \sum_{\nu \succ 0} \left(\varepsilon_\nu - \lambda - \tfrac{G v_\nu^2}{2} \right) v_\nu^2 - G \left(\sum_{\nu \succ 0} v_\nu u_\nu \right)^2$$

$$H_{11} = \sum_{\nu \succ 0} \left[(\varepsilon_\nu - \lambda) \left(u_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu - v_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} + u_\nu^2 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \right) \right] - G \sum_{\nu\mu \succ 0} (-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \alpha_\nu^+ \alpha_\nu$$
$$+u_\nu^2 v_\nu^2 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} - v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu$$

$$-v_\nu^4 \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} - v_\nu^4 \alpha_\nu^+ \alpha_\nu)$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[(\varepsilon_\nu-\lambda)\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)\left(\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)+\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu\right)\right]-G\sum_{\nu\mu\succ 0}(-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu\alpha_\nu^+\alpha_\nu$$
$$+u_\nu^2v_\nu^2\alpha_\nu^+\alpha_\nu-G\sum_{\nu\mu\succ 0}-v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu\alpha_{\tilde{\mu}}^+\alpha_{\tilde{\mu}}-G\sum_{\nu\mu\succ 0}-v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}-G\sum_{\nu\succ 0}-v_\nu^4\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}-G\sum_{\nu\succ 0}-v_\nu^4\alpha_\nu^+\alpha_\nu$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[(\varepsilon_\nu-\lambda)\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)\left(\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)+\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu\right)\right]+G\sum_{\nu\succ 0}u_\nu v_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)\alpha_\nu^+\alpha_\nu$$
$$-G\sum_{\nu\succ 0}u_\nu^2v_\nu^2\alpha_\nu^+\alpha_\nu+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^2u_\nu^2\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu u_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^4\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^4\alpha_\nu^+\alpha_\nu$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[(\varepsilon_\nu-\lambda)\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)\right]+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu u_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)+$$
$$G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^4\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)-G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^2u_\nu^2\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[(\varepsilon_\nu-\lambda)\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)\right]+G\sum_{\nu\succ 0}\left[v_\nu u_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^4-G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^2u_\nu^2\right]$$
$$\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[(\varepsilon_\nu-\lambda)\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)\right]+G\sum_{\nu\succ 0}\left[v_\nu u_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)+v_\nu^4-\left(v_\nu^2u_\nu^2\right)\right]\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)$$

$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[(\varepsilon_\nu-\lambda)\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)-Gv_\nu^2\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu u_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)\right]\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)$$
$$H_{11} = \sum_{\nu\succ 0}\left[(\varepsilon_\nu-\lambda-Gv_\nu^2)\left(u_\nu^2-v_\nu^2\right)+G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu u_\nu\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)\right]\left(\alpha_\nu^+\alpha_\nu+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right)$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu-\lambda)\left[u_\nu v_\nu\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^++v_\nu u_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu-u_\nu v_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_\nu^+-v_\nu u_\nu\alpha_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\right]-G\sum_{\nu\mu\succ 0}(u_\nu^2u_\mu v_\mu\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^++$$
$$u_\nu v_\nu^3\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^++v_\nu u_\nu u_\mu^2\alpha_{\tilde{\mu}}\alpha_\mu-v_\nu u_\nu v_\mu^2\alpha_\mu^+\alpha_{\tilde{\mu}}^+-v_\nu u_\nu v_\mu^2\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_\mu^+-v_\nu^2u_\mu v_\mu\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu+v_\nu^3u_\nu\alpha_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}+v_\nu^3u_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0}(\varepsilon_\nu-\lambda)\left(2\left(u_\nu v_\nu\right)\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^++2\left(v_\nu u_\nu\right)\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)-G\sum_{\nu\succ 0}u_\nu^2\left(\sum_{\mu\succ 0}u_\mu v_\mu\right)\left(\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^++\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)-$$
$$2G\sum_{\nu\succ 0}u_\nu v_\nu^3\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^++G\sum_{\nu\succ 0}\left(\sum_{\mu\succ 0}v_\mu u_\mu\right)v_\nu^2\left(\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^++\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)-2G\sum_{\nu\succ 0}v_\nu^3u_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0} (\varepsilon_\nu - \lambda)\, 2\,(u_\nu v_\nu)\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right) - G\sum_{\nu\succ 0}(u_\nu^2 - v_\nu^2)\left(\sum_{\mu\succ 0} u_\mu v_\mu\right)\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right) - 2G\sum_{\nu\succ 0} u_\nu v_\nu^3\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0} [((\varepsilon_\nu - \lambda)\, 2\,(u_\nu v_\nu) - 2G u_\nu v_\nu^3) - G\,(u_\nu^2 - v_\nu^2)]\left(\sum_{\mu\succ 0} u_\mu v_\mu\right)\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0} [((\varepsilon_\nu - \lambda)\, 2\,(u_\nu v_\nu) - 2G u_\nu v_\nu v_\nu^2) - G\,(u_\nu^2 - v_\nu^2)]\left(\sum_{\mu\succ 0} u_\mu v_\mu\right)\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0} [((\varepsilon_\nu - \lambda) - G v_\nu^2)\, 2\,(u_\nu v_\nu) - G\,(u_\nu^2 - v_\nu^2)]\left(\sum_{\mu\succ 0} u_\mu v_\mu\right)\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)$$

$$H_{20} = \sum_{\nu\succ 0} [2\,(\varepsilon_\nu - \lambda - G v_\nu^2)\,(u_\nu v_\nu) - G\,(u_\nu^2 - v_\nu^2)]\left(\sum_{\mu\succ 0} u_\mu v_\mu\right)\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)$$

de mme on trouve

$$H_{22} = -G\sum_{\nu,\mu\succ 0}\left(u_\nu^2 u_\mu^2 + v_\nu^2 v_\mu^2\right)\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}\alpha_\mu$$

$$H_{31} = -G\sum_{\nu,\mu\succ 0}\left(u_\mu^2 - v_\mu^2\right) u_\nu v_\nu\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\mu\right)$$

$$H_{40} = -G\sum_{\nu,\mu\succ 0}\left(u_\nu^2 v_\mu^2 + v_\nu^2 u_\mu^2\right)\left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\mu}}\alpha_\mu\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right)$$

En tenant signaler que cette méthode remplace le théorème de Wick

.1.2 Détail de calcul

valeur moyenne à T=0 :

$$u_\nu^2\left\langle\alpha_\nu^+\alpha_\nu\right\rangle = u_\nu^2$$

$$u_\nu v_\nu\left\langle\alpha_\nu^+\alpha_{\tilde{\nu}}^+\right\rangle = 0$$

$$v_\nu u_\nu\left\langle\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_\nu\right\rangle = 0$$

$$v_\nu^2\left\langle\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_{\tilde{\nu}}^+\right\rangle = 0$$

$$v_\nu^2\left\langle\alpha_{\tilde{\nu}}\alpha_{\tilde{\nu}}^+\right\rangle = 0$$

$$u_\nu^2\left\langle\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_{\tilde{\nu}}\right\rangle = u_\nu^2$$

$$-u_\nu v_\nu\left\langle\alpha_{\tilde{\nu}}^+\alpha_\nu^+\right\rangle = 0$$

$$-v_\nu u_\nu\left\langle\alpha_\nu\alpha_{\tilde{\nu}}\right\rangle = 0$$

$$v_\nu^2\left\langle\alpha_\nu\alpha_\nu^+\right\rangle = 0$$

$$u_\nu^2 u_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = u_\nu^2 u_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right) = u_\nu^2 u_\mu^2$$

$$u_\nu^2 u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = u_\nu^2 u_\mu v_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$

$$= -u_\nu^2 v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle$$

$$= -u_\nu^2 v_\mu u_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$$

$$= 0$$

$$-u_\nu^2 v_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = -u_\nu^2 v_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$$

$$= 0$$

$$-u_\nu v_\nu u_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = -u_\nu v_\nu u_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$

$$= 0$$

$$-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = -u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$

$$= u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle$$

$$= u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \right)$$

$$= u_\nu v_\nu v_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle$$

$$= u_\nu v_\nu v_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \right)$$

$$= 0$$

$$v_\nu u_\nu u_\mu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = v_\nu u_\nu u_\mu^2 \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$

$$= 0$$

$$v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$

$$= -v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle = -v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$$

$$= -v_\nu u_\nu v_\mu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle$$

$$= -v_\nu u_\nu v_\mu^2 \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$$

$$= 0$$

$$-v_\nu^2 u_\mu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = -v_\nu^2 u_\mu^2 \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$

$$= 0$$

$$-v_\nu^2 u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = -v_\nu^2 u_\mu v_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$
$$= 0$$

$$v_\nu^2 v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle = v_\nu^2 v_\mu u_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \right)$$
$$= 0$$

la valeur moyenne à T finie :

$$u_\nu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \right\rangle = u_\nu^2 \eta_\nu^+$$

$$u_\nu v_\nu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \right\rangle = 0$$

$$v_\nu u_\nu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \right\rangle = 0$$

$$v_\nu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \right\rangle = v_\nu^2 \left(1 - \eta_\nu^- \right)$$

$$u_\nu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}} \right\rangle = u_\nu^2 \eta_\nu^-$$

$$-u_\nu v_\nu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\nu^+ \right\rangle = 0$$

$$-v_\nu u_\nu \left\langle \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\nu}} \right\rangle = 0$$

$$v_\nu^2 \left\langle \alpha_\nu \alpha_\nu^+ \right\rangle = v_\nu^2 \left(1 - \eta_\nu^+ \right)$$

$$u_\nu^2 u_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = u_\nu^2 u_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$
$$= u_\nu^2 u_\mu^2 \delta_{\nu\mu} \eta_\nu^+ \eta_\nu^-$$

$$u_\nu^2 u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = u_\nu^2 u_\mu v_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$$
$$= 0$$

$$-u_\nu^2 v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle = -u_\nu^2 v_\mu u_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$$

$= 0$

$-u_\nu^2 v_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = -u_\nu^2 v_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$
$= 0$

$-u_\nu v_\nu u_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = -u_\nu v_\nu u_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$
$= 0$

$-u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = -u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$
$= -u_\nu v_\nu u_\mu v_\mu \eta_\nu^+ \left(1 - \eta_\mu^- \right)$

$u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle = u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_\nu^+ \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \right)$
$= u_\nu v_\nu v_\mu u_\mu \left(\eta_\nu^+ \eta_\mu^+ - \delta_{\nu\mu} \eta_\nu^+ \left(1 - \eta_\nu^+ \right) \right)$

$u_\nu v_\nu v_\mu^2 \left\langle \alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = u_\nu v_\nu v_\mu^2 \left(\alpha_\nu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_\nu^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_\nu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \right)$
$= 0$

$v_\nu u_\nu u_\mu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = v_\nu u_\nu u_\mu^2 \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$
$= 0$

$v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$
$= v_\nu u_\nu u_\mu v_\mu \left(\left(1 - \eta_\nu^- \right) \left(1 - \eta_\mu^- \right) - \delta_{\nu\mu} \eta_\nu^- \left(1 - \eta_\nu^- \right) \right)$

$-v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle = -v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$
$= -v_\nu u_\nu v_\mu u_\mu \eta_\mu^+ \left(1 - \eta_\nu^- \right)$

$-v_\nu u_\nu v_\mu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = -v_\nu u_\nu v_\mu^2 \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_{\tilde{\nu}}^+ \alpha_\mu^+ \right)$
$= 0$

$-v_\nu^2 u_\mu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu \right\rangle = -v_\nu^2 u_\mu^2 \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$

$= 0$

$-v_\nu^2 u_\mu v_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = -v_\nu^2 u_\mu v_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}} \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}} \right)$
$= 0$

$v_\nu^2 v_\mu u_\mu \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu \right\rangle = v_\nu^2 v_\mu u_\mu \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_\mu - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_\mu + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \right)$
$= 0$

$v_\nu^2 v_\mu^2 \left\langle \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \right\rangle = v_\nu^2 v_\mu^2 \left(\alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \alpha_{\tilde{\mu}}^+ - \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_\mu^+ \alpha_\nu \alpha_{\tilde{\mu}}^+ + \alpha_{\tilde{\nu}} \alpha_{\tilde{\mu}}^+ \alpha_\nu \alpha_\mu^+ \right)$
$= v_\nu^2 v_\mu^2 \delta_{\nu\mu} \left(1 - \eta_\nu^-\right) \left(1 - \eta_\nu^+\right)$

Minimisation de l'hamiltonien T nulle :

$\langle H' \rangle = 2 \sum_{\nu \succ 0} \left(\varepsilon_\nu - \lambda\right) v_\nu^2 + 2 \sum_{\nu \succ 0} \left(\varepsilon_\nu - \lambda\right) \left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right) - G \left[\sum_{\nu \succ 0} u_\nu v_\nu \right]$

$\frac{d\langle H' \rangle}{dv_\nu} = -4 \left(\varepsilon_\nu - \lambda\right) v_\nu - 2G \left(v_\nu - \frac{v_\nu}{u_\nu} \right) \left[\sum_{\nu \succ 0} u_\nu v_\nu \right]$

Minimisation de l'hamiltonien T finie :

$H' = 2 \sum_{\nu \succ 0} \left(\varepsilon_\nu - \lambda\right) v_\nu^2 + \sum_{\nu \succ 0} \left(\varepsilon_\nu - \lambda\right) \left(u_\nu^2 - v_\nu^2\right) \left(\eta_\nu^+ + \eta_\nu^-\right) - G \left[\sum_{\nu \succ 0} u_\nu v_\nu \left(1 - \eta_\nu^+ - \eta_\nu^-\right) \right]^2$