République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université YAHIA FARES DE MEDEA

Faculté des Sciences et de la Technologie



Département de Génie de la matière

Mémoire de fin d'études pour l'obtention du diplôme de Master en

Génie climatique

Option : **Energie et froid Industriel**

THEME :

Le comportement énergétique de l'écoulement des fluides dans un échangeur de chaleur triple tubes concentrique

Dirigé par :

- ***Dr. ZIRARI Mounir***
- ***Mr YOUSFI Mohamed***

Etudié par :

- M^elle^ CHETOUANE Hanane
- Mr. BELLAL Aissa

Promotion 2014 /2015.

Remerciement

*Avant tout, l'ouvrage dédier à **ALLAH**, notre créateur et maitre de l'univers de toutes ses bontés, d'avoir envoyer à nous le prophète **MOHAMED** qui est notre premier éducateur puis de nous avoir donné tout, du courage pour finir ce travail de recherche.*

*Nous tenons à remercie particulièrement notre Promoteur **Dr. ZIRARI Mounir**, pour ces conseils, son assistance, son suivi et son soutient. Pour nous avoir longuement soutenu et aidé sans relâche nonobstant son tache journalière sans répit.*

Nos remerciements fidèles et reconnaissants rejoignent à tous ceux qui de prêt ou de loin, en répondant volontiers à nos questions, voir nos tracasseries nous ont aidés à l'élaboration de ce document.

Nos vives remerciement à nos chers parents qui rêvaient de nous voire le pied à l'étrier sans oublier nos collègues qui par leur suggestions et leur attitude à la fois pleine d'humour et de sérieux ont énormément facilite notre travail.

Espérant à la fin que notre travail va satisfaire les membres du jury tout en acceptant leur évaluation qui nous fait plaisir.

A toute et tous nous disons « MERCI »

Dédicace

A tous qui témoignent qu'il a de dieu qu'**ALLAH** et que **Mohamed** est le prophète de dieu.

A celui qui m'appris le sense de devoir et de l'ambition

A celui qui m'as appris a être fière tout en restant modeste

A ce qui m'ont appris à vivre sans masque

A celui qui m'as elevé et m'as appris le sense de la patience

A mes chers parents pour leurs conseils et leur amour

A ma grand mère que dieu le garde

A mes chèrs frères **Mostapha, hamza, Ismail**

Sans oublier mes chères sœur maya**, wassila, ikrame**

A tous les membres de ma famille

A tous mes amies fidèles surtout **rime, naima, karima, salima, Khadidja, Souad, Monira, fathia**.

A mon binôme aissa

A tous les professeurs et enseignants qui ont pour ma bonne formation

Enfin à toutes ma promotion de génie climatique **2014-2015**

Hanane

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A ma mère qui a fait de sa vie le chemin de ma réussite et de

Sa jeunesse une bougie qui brule pour m'éclairer pendant ma traversée.

A mon père, école de mon enfance, qui a été mon ombre durant

Toutes les années des études, et qui a veillé tout au long de ma vie

à m'encourager, à me donner l'aide et à me protéger. Que dieu les gardes et les protège.

A mes frères surtout **Ahmed, Nasser, Mohamed**

A mes sœurs surtout **Khadija, Zolikha, Djamila**

A toutes ma famille

A tous mes amies fidèles **hamza, Mustapha, moussa, Ismail, Samir. Saadi**

A tous les professeurs et enseignants qui ont pour ma bonne formation

depuis mes début jusqu'à la fin de mon cursus universitaire.

A ma binôme **Hanane**

A mes amies de la promotion **2014-2015**

A tous ceux qui me sont chères.

A tous ceux qui m'aiment et à tous ceux que j'aime.

Aissa

Résumé

L’échangeur de chaleur à triple tube concentrique est plus performent qu’un échangeur de chaleur à double tube concentrique d’environ de **70%** suivant la littérature, dans cette étude on s’intéresse à la simulation numérique de problème conjugué de l’écoulement turbulent dans un échangeur triple tube à l’aide d’un logiciel CFD ou on à réalisé une étude de performance des configurations proposé et obtenu les données de base qui permet de faire une optimisation dans le sens propose de mot .

Mots clés :

- Echangeur, concentrique, simulation numérique, éléments finis, Ecoulement ,turbulent ; conjugué, *tri tube concentrique.*

summary

The heat exchanger triple concentric tube is a heat exchanger perform double concentric pipe of about 70 % according to the literature, in this study we are interested in numerical simulation of flow conjugate problem turbulent in a triple tube heat exchanger using a CFD software or on to a performance of proposed study of configurations and obtained the database that allows for an optimization in the sense of the word offers.

Keywords:

• Exchanger , concentric, numerical simulation, finite elements, flow , turbulent ; joint, *tri concentric tube* .

ملخص

المبادل الحراري أنبوب متحدة المركز الثلاثي هو مبادل حراري الأكثر دقة من أنابيب مركزية مزدوجة بنسبة 70 ٪ وفقا لأدبيات،

في هذه الدراسة ونحن مهتمون في المحاكاة العددية لمشكلة تدفق الاضطراب المترافق في الثلاثي مبادل الحرارة باستخدام البرمجيات CFD أو الدخول إلى أداء الدراسة المقترحة من تكوينات و الحصول على قاعدة البيانات التي تسمح لنا بالاختيار الأمثل لهدا النوع من المبدلات الحرارية.

الكلمات المفتاحية :

• المبدل ، متحدة المركز ، والمحاكاة العددية ، العناصر المحدودة ، تدفق ، الاضطراب المترافق ، أنبوب ثلاثي متحدة المركز .

Liste des figures

Chapitre I. Etudes bibliographique.		
Figure I.1.	Coupe de l'échangeur de chaleur.	**04**
Figure I.2.	Échangeur tubulaire.	**05**
Figure I.3.	Échangeur monotube.	**05**
Figure I.4.	Échangeur de chaleur tubulaire à double tube.	**06**
Figure I.5.	Échangeur de chaleur en serpentin.	**06**
Figure I.6.	Échangeur à tube séparé.	**07**
Figure I.7.	Échangeur à tube rapproché.	**07**
Figure I.8.	Différentes géométries de plaques d'échangeurs à surface primaire.	**08**
Figure I.9.	Échangeur à plaques et joints.	**09**
Figure I.10.	plaques à cannelures droites.	**09**
Figure I.11.	plaques à cannelures en chevrons.	**10**
Figure I.12.	Échangeur patellaire.	**11**
Figure I.13.	Échangeur Packinox.	**11**
Figure I.14.	Échangeur de chaleur à lamelle (a), Section coupée de lamelles (b), Lamelles (c).	**12**
Figure I.15.	Échangeur brasé.	**12**
Figure I.16.	Composantes de base d'un échangeur de chaleur à plaques avec ailettes.	**13**
Figure I.17.	Échangeur coaxial.	**13**
Figure I.18.	Coupe longitudinale d'un échangeur de chaleur à double enveloppe.	**14**
Figure I.19.	Echangeur de chaleur à double enveloppe.	**14**
Figure I.20.	Coupe longitudinale d'un échangeur de chaleur à triple enveloppe.	**15**
Figure I.21.	Echangeur de chaleur à triple enveloppe.	**16**
Chapitre II. modélisation mathématique de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique.		
Figure II.1.	Echangeur de chaleur à triple tube concentrique.	**19**
Figure II.2.	Echangeur à tube à courant Parallèle.	**19**
Figure II.3.	Echangeur à tube à contre courant.	**19**
Figure II.4.	Distribution des températures dans des échangeurs	**20**

	un seul Passage (Type double tube).	
Chapitre III. Etude numérique d'un échangeur de chaleur		
Figure III.	Démarche éléments finis	**37**
Figure III.1.	a) éléments tétraédrique ; b) éléments hexaédrique.	**40**
Figure III.2.	L'approche de ligne de courant d'upwind.	**42**
Figure III.3.	Bilan thermique.	**44**
Figure III.4.	domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds.	**45**
Chapitre VI. interprétation et discussion des résultats		
Figure IV.1.	Représentation spatiale de l'interface d'Ansys	**49**
Figure IV.2.		
Figure IV.3.	Représentation spatial des géométries étudiées	**51**
Figure IV.4.	Les positions de l'échangeur triple tube	**52**
Figure IV.5.	Représentation spatiale de champ de vitesse (triple tube)	**53**
Figure IV.6.	Profils de vitesse pour les trois diamètres dans la position 1	**54**
Figure IV.7.	Profils de vitesse pour les trois diamètres dans la position 2	**55**
Figure IV.8.	Profils de vitesse pour les trois diamètres dans la position 3	**56**
Figure IV.9.	Représentation spatiale de Champ de pression (triple tube)	**58**
Figure IV.10.	Représentation spatial de Champ de température (triple tube)	**59**
Figure IV.11.	Profils de température pour les trois diamètres dans la position 1	**60**
Figure IV.12.	Profils de température pour les trois diamètres dans la position 2	**61**
Figure IV.13.	Profils de température pour les trois diamètres dans la position 3	**62**

Liste de tableaux

Liste de tableaux

Chapitre II. modélisation mathématique de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique.		
Tableau II.1.	la décomposition de Reynolds dans les équations de Navier Stokes	
Tableau II.2.	constantes du modèle k-ε-	
Tableau II.3.	Les constantes du modèle RNG ont pour valeur	
Tableau II.4	les constantes du modèle ASM	
Chapitre III. méthode numérique.		
Tableau III.1.	Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables	
Chapitre IV. Résultats et discussion.		
Tableau IV.1.	Les propriétés thermique et dynamique de l'air, l'eau et de l'acier.	
Tableau IV.2.	Les dimensions des géométrie.	
Tableau IV.3.	Les conditions aux limites.	
Tableau IV.4.	Position des points dans la configuration étudiée.	

SOMMAIRE

Remerciements	***I***
Dédicace	***II***
Résumés	***III***
Sommaire	***IV***
Liste Des Figures	***V***
Liste Des Tableaux	***VI***
Nomenclature	***VII***
Introduction générale	**1**
Chapitre I. Etudes bibliographiques sur les échangeurs de chaleur.	
I.1. Les échangeurs de chaleur.	**3**
I.1.1. Définition	**3**
I.1.2. Principe de fonctionnement.	**4**
I.2. Type des échangeurs.	**4**
I.2.1. Les échangeurs tubulaires.	**4**
I.2.1.1. Échangeur monotube.	**5**
I.2.1.2. Échangeurs à doubles tubes.	**5**
I.2.1.3. Échangeurs à serpentin et tubes.	**6**
I.2.2. Échangeur multitubulaire.	**6**
I.2.2.1. Échangeur à tubes séparés.	**6**
I.2.2.2. Échangeur à tubes rapprochés.	**7**
I.2.3. Échangeurs de chaleur à plaques.	**7**
I.2.3.1. Échangeurs à surface primaire.	**7**
I.2.3.2. Échangeurs à plaques et joints.	**8**

I.2.3.3. Plaques à cannelures droites.	**9**
I.2.3.4. Plaques à cannelures en chevrons.	**10**
I.2.3.5. Échangeurs à plaques soudées ou brasées.	**10**
I.2.3.6. Échangeur patellaire.	**10**
I.2.3.7. Échangeur Packinox.	**11**
I.2.3.8. Échangeur lamellaire.	**12**
I.2.3.9. Échangeur brasé.	**12**
I.2.3.10. Échangeurs à plaques avec ailettes.	**13**
I.2.4. Échangeur coaxial.	**13**
I.2.4.1. Échangeurs de chaleur à double tube concentrique.	**13**
I.2.4.2. Échangeurs de chaleur à triple tube concentrique.	**15**
I .3. Conclusion.	**17**
Chapitre II. Modélisation mathématique de l'échangeur de chaleur à triple type.	**18**
II.1. Introduction	***18***
II.2. Echangeur de chaleur à triple tube concentrique.	**18**
II.3. Calcul d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique.	**19**
II.3.1. Distribution des températures.	**19**
II.4. Modélisation de L'écoulement des Fluides.	**20**
II.4.1. Equation de Navier-Stokes.	**20**
II.4.2. Equation de continuité.	**21**
II.4.3. Décomposition de Reynolds.	**21**
II.4.4. Nombre de Prandtl.	**21**
II.5. Les équation des mouvements moyennes.	**21**

II.5.1. Équation de continuité de mouvement moyen.	**21**
II.5.2. Équation de Navier-stocks moyenne.	**22**
II.5.3. Equation de transport des tensions de RENOLDS.	**22**
II.5.4. Équation de l'énergie cinétique fluctuante.	**24**
II.5.5.Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante .	**24**
II.6. Problème de fermeture des équations.	**24**
II.6.1. Bilan des équations et des inconnues	**24**
II.6.2. Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence.	**26**
II.6.2.1. Hypothèse de viscosité turbulente de bousines.	**26**
II.6.2.2. Hypothèse de longueur de mélange de Prandtl.	**26**
II.6.2.3. Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov.	**26**
II.7. Les modèles de turbulence et leurs classifications.	**26**
II.7.1. Les modèles à viscosité turbulence algébrique.	**26**
II.7.2. Les modèles à une équation de transport.	**27**
II.7.3.le modèle k-ε et RNG (modèle à deux équations de transport).	**27**
II.7.4. Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM).	**29**
II.8. Modélisation du transfert de chaleur.	**31**
II.8.1. Equation d'énergie.	**31**

II.8.2. Transferts de chaleur en écoulements incompressibles.	**31**
II.9. Conclusion	**32**
Chapitre III. Etude numérique d'un échangeur de chaleur	
III.1. Introduction.	**35**
III.2. Les méthodes numérique.	**35**
III.2.1. méthode des différences finies.	**35**
III.2.2. méthode des volumes finis	**35**
III.2.3. méthode des éléments finis	**36**
III.3. Résolution des équations par éléments finis.	**36**
III.3.1 Présentation de la méthode	**36**
III. 3.2. Mise en œuvre de la méthode des éléments finis.	**37**
III. 3.2.1. Formulation variationelle forte.	**37**
III. 3.2.2. Formulation variationelle faible.	**37**
III.3.3. forme générale des équations du système.	**38**
III.4. Choix d'un maillage.	**39**
III.4.1. Discrétisation.	**40**
III.4.1.1. Terme temporelle.	**40**
III.4.1.2. Terme d'advection.	**41**
III.4.1.2.1.Monotone Streamline Upwind Approach	**41**
III.4.1.2.2. La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-	**43**

Galerkin).	
III.4.1.2.3. Approche Colloquée De Galerkin (COLG).	**43**
III.4.1.3. Terme de Diffusion.	**44**
III.4.1.4. Termes source.	**44**
III.5. Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini.	**44**
III.5.1. Bilan Thermique : Equation De Chaleur.	**44**
III.5.2. Forme discrétisée : éléments finis.	**45**
III.5.2.1. Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures.	**45**
III.5.2.2. Représentation globale du champ de températures.	**46**
III.5.3. Discrétisation de la forme intégrale faible.	**46**
III.6. Conclusion.	**47**
Chapitre IV. interprétation et discussions des Résultats	
IV.1. Introduction.	**48**
IV.2.Description de la structure étudiée.	**49**
IV.3.Les dimensions des différentes géométries.	**50**
IV.4. Les conditions aux limites.	**52**
IV.5.Résultats et interprétation.	**52**
IV.5.1.Configuration étudiée.	**52**
IV.5.2. L'échangeur triple tube	**53**
IV.5.2.1. Champs de vitesse	**53**
IV.5.2.2. Les profils de vitesse	**54**
IV.5.2.3. Champs de pression	**58**
IV.5.2.4.Champs de température	**59**
IV.5.2.5. Les profils de températures	**61**

IV.6. Conclusion	**65**
Conclusion générale	**66**
Références bibliographiques	

NOMENCLATURE

Notation	Signification	Unité
$a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}, b_i$	Coefficient dans le système d'équation algébrique	
$C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	Coefficient du mode k-ε	
C_s, C_1, C_2	Constantes du modèle RSM	
$\overline{C_1'}, \overline{C_2'}$	Constantes du modèle ASM	
F_e, F_n, F_s, F_w	Flux diffusif à travers les faces e, n, s et w	
J_X, J_Y	La densité de flux par convection et par diffusion	
D_{ij}	Diffusion visqueuse.	
F	Distances équivalentes représente la proximité de surface solide	
K	énergie cinétique turbulente	J/kg
L_m	Longueur de mélange	m
T	Température	$°K$
P	Pression instantanée	N/m^2
p	Fluctuation de pression	N/m^2
$\overline{P}$	Pression moyenne	N/m^2
P_k	Production de l`énergie turbulente	
$S_\square$	Terme source	
t	temps	s
$\overline{R_{ij}}$	Tenseur de Reynolds	
u, v	Fluctuation de vitesse	
U	Composante de la vitesse moyenne dans la direction X	
V	Composante de la vitesse moyenne dans la direction Y	
$\overline{u_i u_j}$	Tension de Reynolds	
$\overline{U_i U_j U_k}$	Terme de diffusion	m/s
h	Coefficient d`échange de convection	

Symboles grecs		
$\boldsymbol{a}$	La diffusivité thermique	
$\boldsymbol{\delta_{ij}}$	Symboles de Kronecker	
ε	Taux de dissipation de l`énergie cinétique turbulente	m^2/s^2
λ	La conductivité thermique	$W/\mathrm{m}.K$
μ	La viscosité dynamique	$\mathrm{kg}/\mathrm{m}.\mathrm{s}$
μ_t	La viscosité dynamique turbulente	$\mathrm{kg}/\mathrm{m}.\mathrm{s}$
μ_{eff}	La viscosité dynamique effective	$\mathrm{kg}/\mathrm{m}.\mathrm{s}$
v	La viscosité cinématique	$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$
v_t	La viscosité cinématique turbulente	$\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Constante thermique dans le modèle $k-\varepsilon$	
ρ	La masse volumique	kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement	N/m^2
τ_{ij}	Tenseur des contraintes de cisaillement	N/m^2
τ_p	Frottement pariétal	$\mathrm{N}/\mathrm{m}.\mathrm{s}^2$
□	Variable générale par unité de masse	
□′	Composition de fluctuation	
$\overline{\emptyset}$	Grandeur moyenne	
Γ	Coefficient d'échange dans les termes de transport	
Γ□	Coefficient de diffusion	
L_s	Echelle de longueur des grandes structures	
Q′	Flux de chaleur par unité de volume	
C_p	Chaleur massique	

Abréviation

Abréviation	Signification
2D	**D**eux **D**imensions
PNC	**P**lug And **C**ool
ASM	**A**lgebric **S**tress **M**odel
EDP	**E**quation aux **D**érivées **P**artielles
RSM	**R**eynolds **S**tress **M**odel
LES	**l**arge **E**ddy **S**imulation
COLG	**Col**loquées de **G**alerkin
MSU	**M**onotone **S**treamupwind.
SUPG	**S**tream line **U**pwind/**P**etro-**G**alerkin
COLG	**Col**loquée De **G**alerkin
CFD	**C**omputational **F**luid **D**ynamics

Introduction Général

.

Chapitre 1

Etudes Bibliographique sur les Echangeurs de Chaleur

Introduction :

L'échangeur de chaleur est un appareil thermique, on doit le trouver dans plusieurs applications énergétiques, récupération de l'énergie, industrie agroalimentaire, industrie chimique et pharmaceutique, etc. Il existe plusieurs types d'échangeurs de chaleur dans l'utilisation pratique. Les principes des transferts de chaleur, de l'écoulement et de la performance de plusieurs échangeurs de chaleurs ou de l'évaluation de la performance de chaleur ont été établis dans littérature.

Une énergie thermique fluide surface d'échange échangeur de chaleur est un dispositif permettant de transférer de d'un vers un autre, sans les mélanger. Le flux thermique traverse la qui sépare les fluides. La plupart du temps, on utilise cette méthode pour refroidir ou réchauffer un liquide gaz centrale nucléaire. Ou un qu'il est impossible ou difficile de refroidir ou chauffer directement, par exemple l'eau d'un circuit primaire de refroidissement, d'une centrale nucléaire.

Un échangeur de chaleur - dispositif dans lequel se réalise un transfert thermique entre deux milieux dû à une différence de température entre les milieux. Dans les maisons à très basse consommation énergétique ou à énergie positive, un système de ventilation à double flux peut intégrer un échangeur réchauffant l'air entrant avec l'énergie prélevée dans l'air sortant [2].

I.1 Les échangeurs de chaleur :

I.1.1 Définition :

Un échangeur de chaleur est un système qui permet d'échanger la chaleur entre deux fluides sans se mélanger. Dans un échangeur thermique, le fluide chaud et le fluide froid sont séparés par une paroi (plane ou tubulaire). La transmission de la chaleur se fait du fluide chaud vers le fluide froid. Les fluides, chauffant et chauffé sont des fluides caloporteurs [3].

Le fluide caloporteur est un fluide à l'état liquide qui est utilisé sans changement de phase pour le transfert d'un lieu à un autre une certaine quantité de chaleur générée par des moyens étranges. Il est caractérisé par sa chaleur massique Cp. Étant donné que la puissance d'échange thermique Q est proportionnelle à la chaleur massique. Ce qui implique le choix de l'eau:

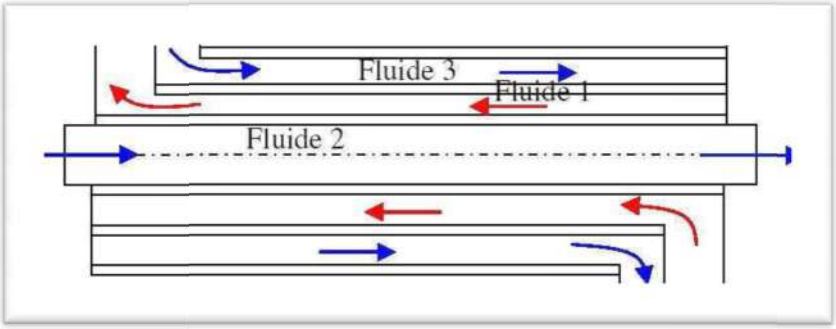


Figure I.1: Coupe de l'échangeur de chaleur

C_{peau}= 1Kcal.kg−1.k−1.

C_{pair}= 0.25Kcal.kg−1.k−1.

Dans le domaine des échangeurs de chaleur les résistances thermiques par conduction et par rayonnement sont souvent négligées devant la résistance convective globale des deux fluides. La majorité des échangeurs existant fonctionnent à une température à 600 °C [4].

I.1.2 Principe de fonctionnement :

Dans un échangeur, la chaleur est transmise d'un fluide à un autre. Le même fluide peut être conservé son état physique (liquide ou gazeux) ou se présenter successivement sous les deux phases (cas des condenseurs et des vaporiseurs) [5].

I.2. Type des échangeurs :

I.2.1. Les échangeurs tubulaires :

Les échangeurs tubulaires sont constitués de tubes dont la paroi forme la surface d'échange. Ils comportent soit un tube unique (serpentin), soit deux tubes coaxiaux (échangeurs bitubes ou concentrique), soit un faisceau de tubes (échangeur multitubulaire).
En ce qui concerne les échangeurs à faisceau de tubes et calendre, on peut citer parmi la disposition les plus courantes le faisceau rectiligne, et le faisceau en U, ce dernier mieux adapté aux forts gradients de température puisqu'il permet une libre dilatation des tubes.
Il n'y a pas de règles générales pour fixer la disposition relative des circuits chauds et froids.

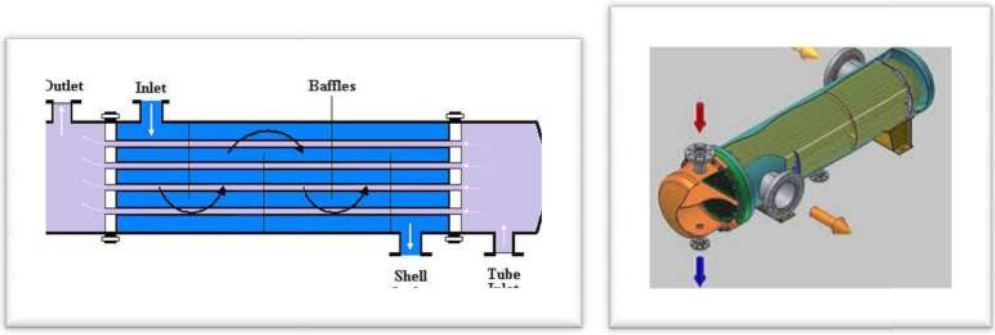


Figure I.2:Échangeur tubulaire

I.2.1.1. Échangeur monotube :

Dans lequel le tube est placé à l'intérieur d'un réservoir et a généralement la forme d'un serpentin comme montré à la figure au dessous.

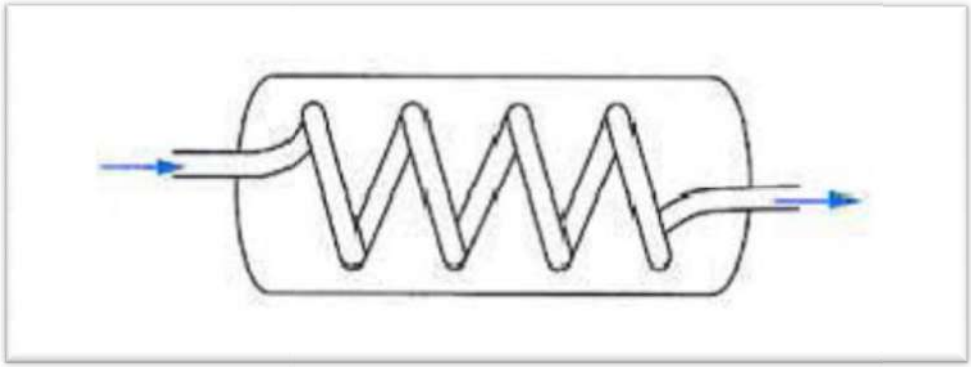


Figure I.3:Échangeur monotube

I.2.1.2Échangeurs à doubles tubes

Les échangeurs de chaleur tubulaires à doubles tubes consistent généralement en deux tuyaux concentriques dont le tuyau interne peut être sans ou avec ailettes. La figure montre un schéma de cet échangeur.

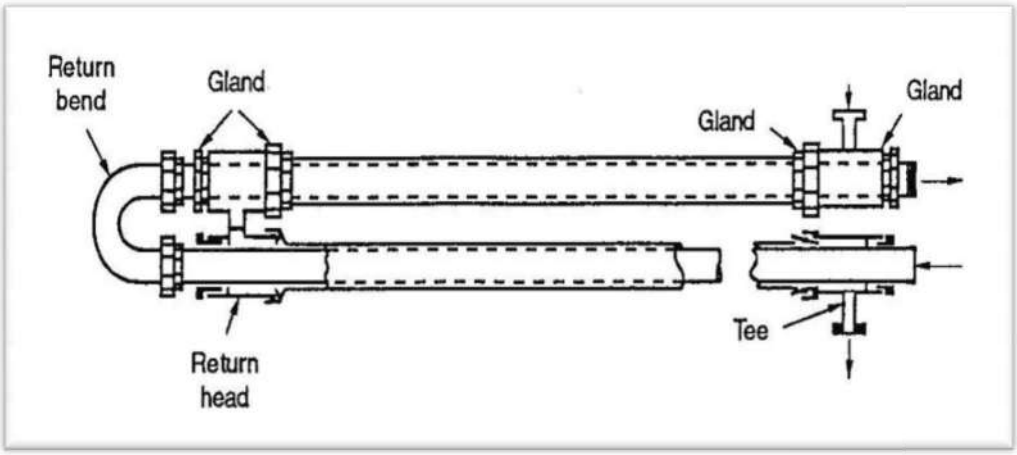


Figure I.4: Échangeur de chaleur tubulaire à double tube.

I.2.1.3. Échangeurs à serpentin et tubes

Les échangeurs tubulaires de type serpentin en tube consistent en un enroulement de tuyau dans un réservoir. Le taux de transfert de chaleur est ainsi augmenté relativement à un tube droit. De plus, on retrouve une surface de contact considérable pour un volume donné. Le principal problème de ces échangeurs est la difficulté du nettoyage dû à la géométrie restreinte et les petits espaces entre chaque pièce. La figure I.5 montre un type d'échangeur en serpentin.

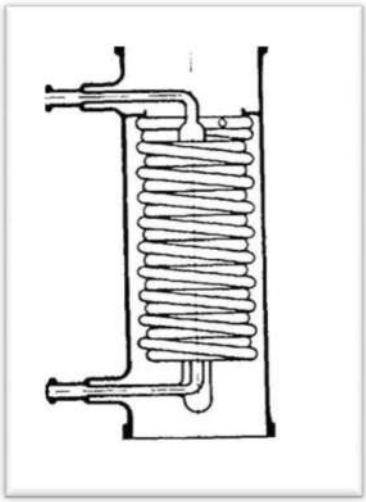


Figure I.5 : Échangeur de chaleur en serpentin

I.2.2. Échangeur multitubulaire :

Existant sous quatre formes :

I.2.2.1. Échangeur à tubes séparés

À l'intérieur d'un tube de diamètre suffisant (de l'ordre de 100 mm) se trouvent placés plusieurs tubes de petit diamètre (8 à 20 mm) maintenus écartés par des entretoises. L'échangeur peut être soit rectiligne, soit enroulé.

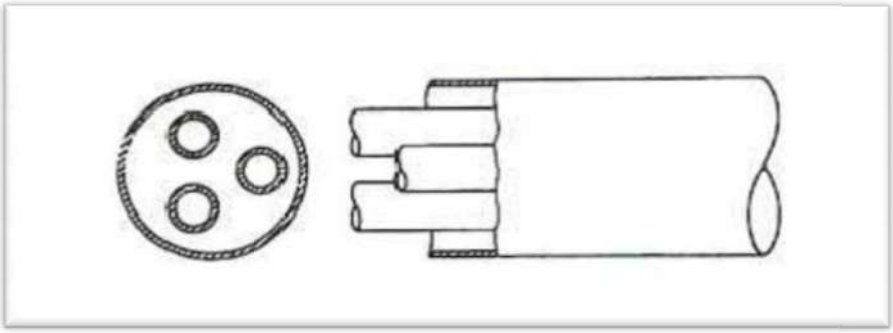


Figure I.6:Échangeur à tube séparé

I.2.2.2 Échangeur à tubes rapprochés

Pour maintenir les tubes et obtenir un passage suffisant pour le fluide extérieur au tube, on place un ruban enroulé en spirale autour de certains d'entre eux. Les tubes s'appuient les uns sur les autres par l'intermédiaire des rubans.

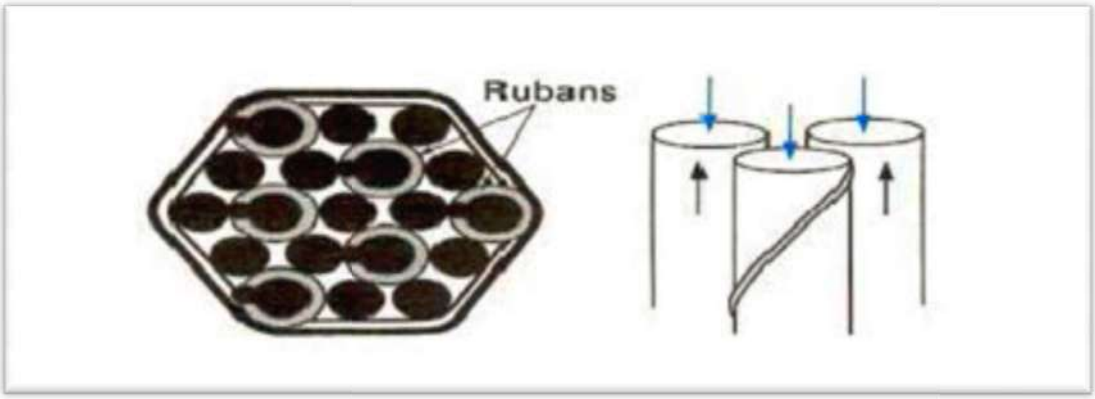


Figure I.7:Échangeur à tube rapproché

I.2.3. Échangeurs de chaleur à plaques :

Les échangeurs à plaques sont généralement conçus de nombreuses plaques minces. Généralement, ces échangeurs de chaleur ne peuvent pas résister à de hautes pressions ou températures ni à de hautes différences de pression et température.

I.2.3.1. Échangeurs à surface primaire :

Les échangeurs à surface primaire sont constitués de plaques corruguées, nervurées ou picotées. Le dessin du profil de plaques peut être assez varié mais il a toujours un double rôle

d'intensification du transfert de chaleur et de tenue à la pression par multiplication des points de contact. Les différentes géométries de plaques les plus couramment rencontrées sont présentées sur la figure (I.8) suivant

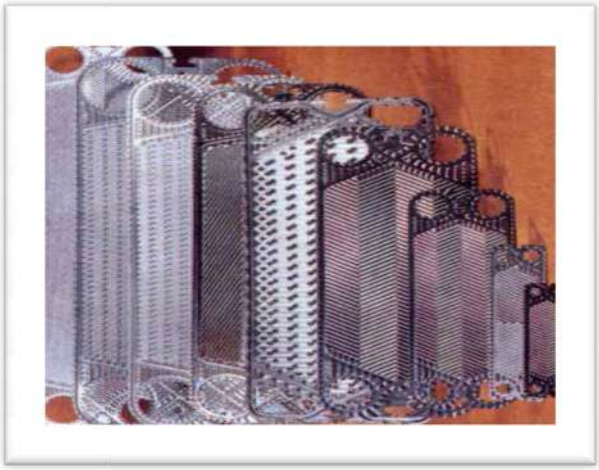


Figure I.8 : Différentes géométries de plaques d'échangeurs à surface primaire.

I.2.3.2. Échangeurs à plaques et joints :

La surface d'échange est alors composée de plaques métalliques, équipées de joints, serrées les unes contre les autres à l'aide détirant entre deux flasques, l'un fixe, l'autre mobile (figure **I.9**).

Unrail fixé sur le flasque fixe et sur un pied supporte l'ensemble des plaques et permet le déplacement de celles-ci pour les manutentions (montage, nettoyage, etc.).

Les plaques définissent un ensemble de canaux dans lesquels circulent respectivement chacun des fluides. Les échangeurs à plaques et joints sont surtout utilisés pour les transferts de chaleur entre fluides monophasiques, mais de plus en plus d'applications existent en double phase, condensation ou évaporation.

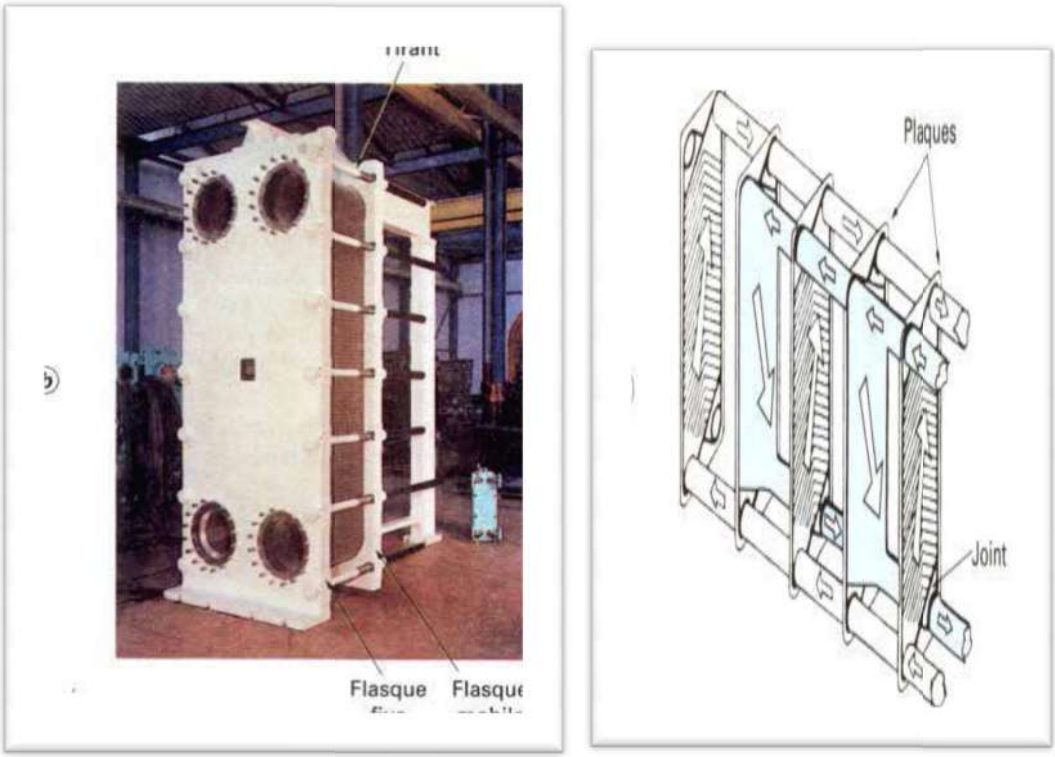


Figure I.9 : Échangeur à plaques et joints.

I.2.3.3. Plaques à cannelures droites :

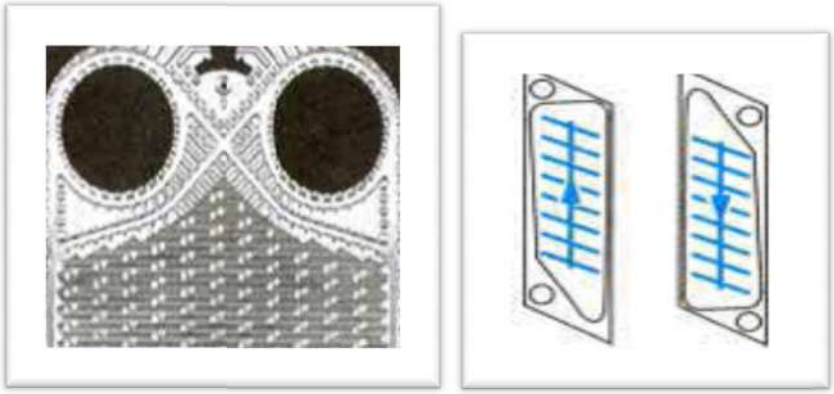


Figure I.10 : plaques à cannelures droites.

I.2.3.4. Plaques à cannelures en chevrons :

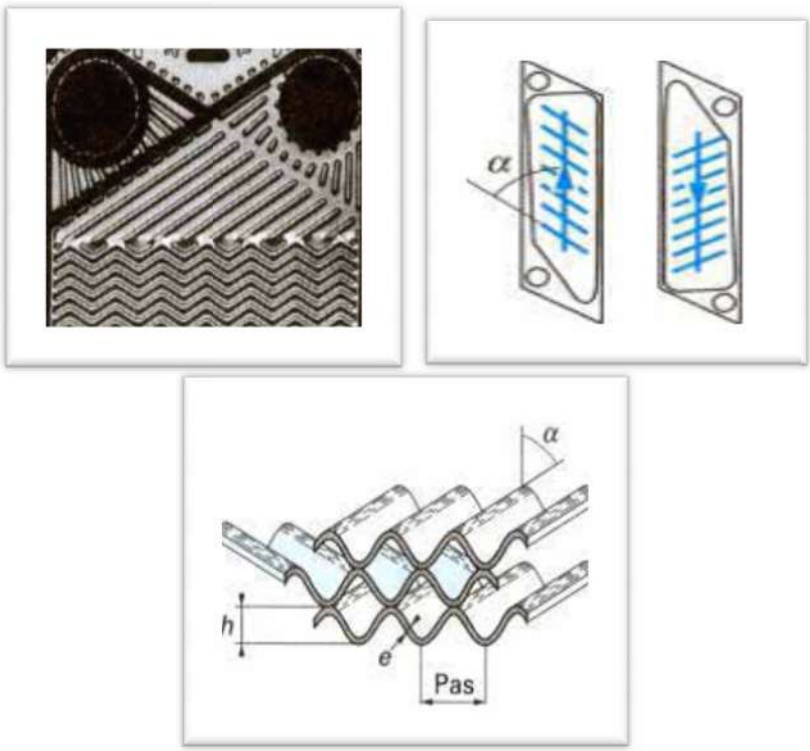


Figure I.11 : plaques à cannelures en chevrons.

I.2.3.5. Échangeurs à plaques soudées ou brasées :

Ils sont utilisés en récupération de chaleur, dans les domaines de la chimie, de la pétrochimie, de l'agro-alimentaire, etc. Différentes technologies de fabrication de plaques sont présentées ici.

I.2.3.6. Échangeur platulaire :

Il est constitué d'un assemblage de tôles planes embouties. Il existe différents types d'appareils : les uns sont composés des chambres planes munies de turbulateur, les autres constitués de picots emboutis et soudés.

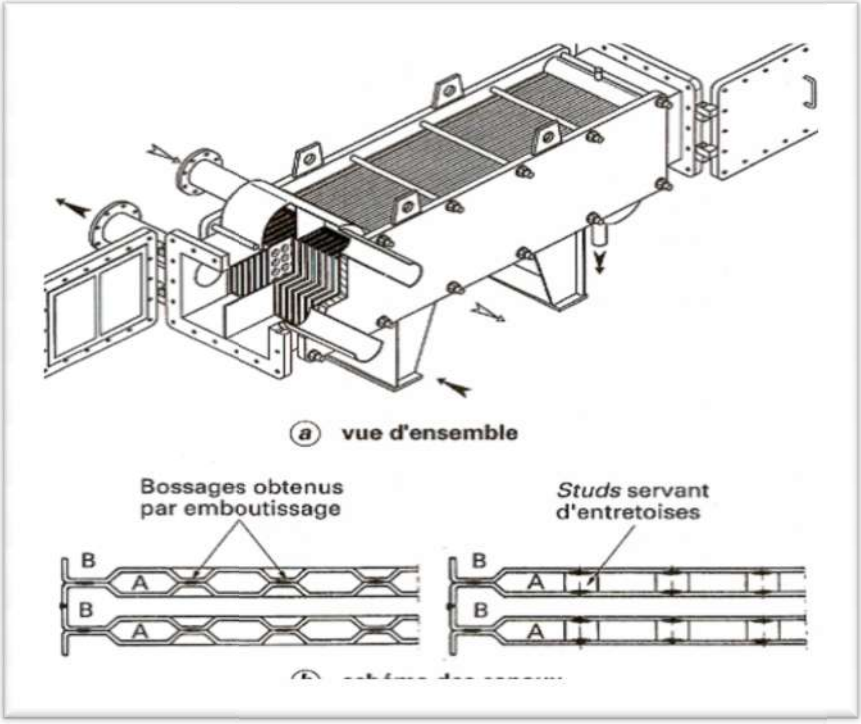


Figure I.12 : Échangeur platulaire.

I.2.3.7. Échangeur Packinox :

C'est un échangeur à plaques soudées de grandes dimensions(surface d'échange comprise entre 1 000 et 8 000m^2) et ayant unNombre d'Unités de Transfert élevé (jusqu'à 15). Le faisceau est constitué d'un empilement de plaques formées par explosion et insérées dans une calandre pouvant atteindre une longueur de plus de 10 m. Cet échangeur peut fonctionner jusqu'à des températures de l'ordre de 600°C et des pressions de 50 bar.

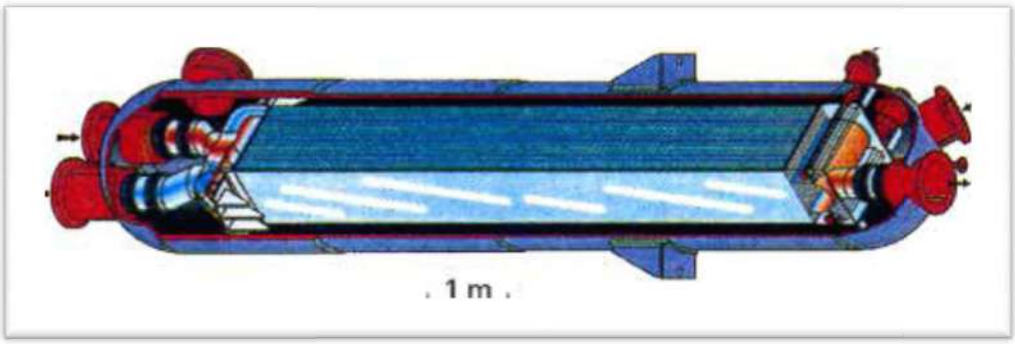


Figure I.13 : Échangeur Packinox.

I.2.3.8.Échangeur lamellaire :

Les échangeurs de chaleur à lamelles consistent en une enveloppe extérieure tubulaire dans laquelle un grand nombre d'éléments, appelés lamelles, sont introduits. Ces lamelles sont généralement des tubes aplatis selon différents ratios. La figure I.14 montre un exemple de ce type d'échangeur et de lamelles.

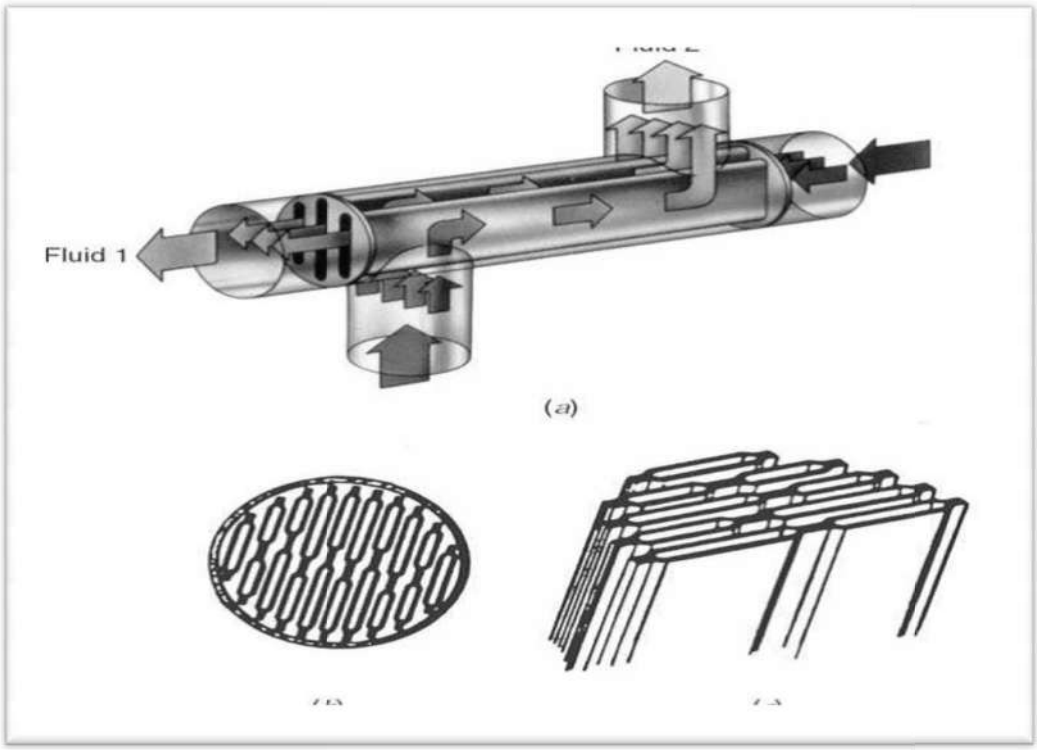


Figure I.14 : Échangeur de chaleur à lamelle (a), Section coupée de lamelles (b), Lamelles (c)

I.2.3.9. Échangeur brasé :

C'est une variante de l'échangeur plaques et joints conventionnels, car sa surface d'échange est constituée d'une série de plaques métalliques à cannelures inclinées.

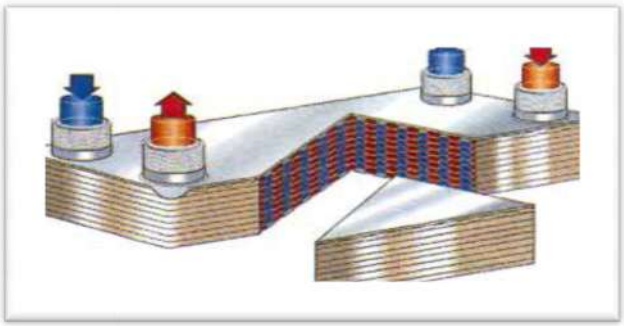


Figure I.15 : Échangeur brasé.

I.2.3.10. Échangeurs à plaques avec ailettes :

Ce type d'échangeur de chaleur consiste à ajouter des ailettes ondulées entre des plaques parallèles .Les ailettes sont généralement de forme triangulaire ou rectangulaire .La figure I.16 montre un exemple.

Dans des applications gaz-liquide, les ailettes sont généralement utilisées seulement du côté gaz de l'échangeur [6].

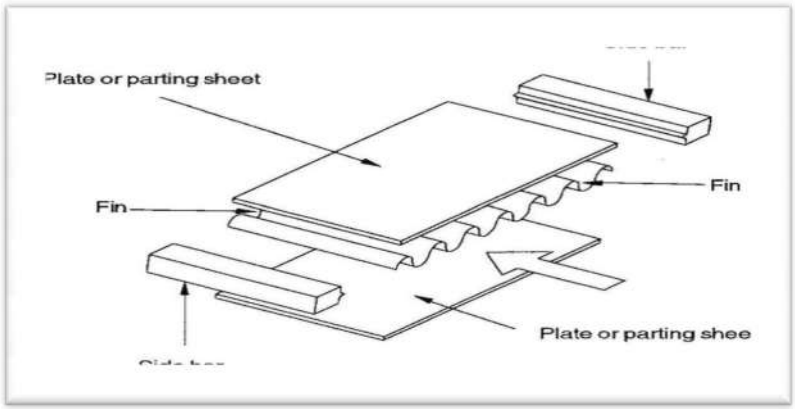


Figure I.16 : Composantes de base d'un échangeur de chaleur à plaques avec ailettes [1].

I.2.4. Échangeur coaxial

Dans lequel les tubes sont le plus souvent cintrés ; en général, le fluide chaud ou le fluide à haute pression s'écoule dans le tube intérieur comme montré à la figure au dessous.

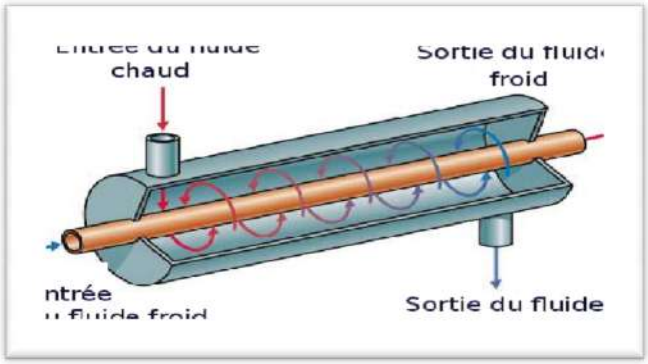


Figure I.17: Échangeur coaxial.

I.2.4.1. Échangeurs de chaleur à double tube concentrique

Cet échangeur de chaleur est un type d'échangeurs de chaleur continus où l'un des fluides s'écoule dans le tube central et l'autre dans l'espace annulaire, les deux fluides pouvant circuler dans le même sens (parallèle, anti-méthodique ou Co-courant) ou en sens contraire (méthodique ou contre-courant), voir figure.

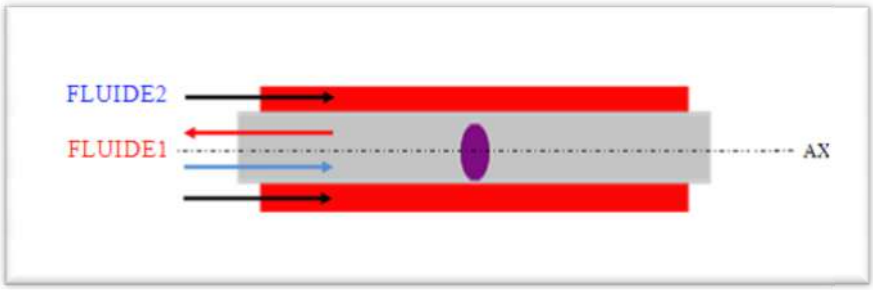


Figure I.18 : Coupe longitudinale d'un échangeur de chaleur à double enveloppe



Figure I.19 : Echangeur de chaleur à double enveloppe

- **Les inconvénients d'échangeur de chaleur bitube :**

Est fréquent dans la littérature de modéliser la réponse instationnaire d'un échangeur bitube à un échelon de température ou de débit en entrée par des modèles à une ou à deux exponentielles retardées. Ainsi si l'un des deux fluides subit une sollicitation en entrée (par exemple un échelon de température), l'autre fluide, le fluide non perturbé, voit sa température en sortie de l'échangeur modélisée par :

Pour $t<tr$ $\quad T(t) = T_o$

$t>tr$ $\quad T(t) = T_o + (T_o - T\infty)\exp(-t/\tau)$

Cette modélisation suppose que le processus étudié corresponde à deux zones temporelles totalement distinctes. Une zone avec $t< tr$ où aucune incidence de la sollicitation en entrée n'est ressentie par l'autre fluide, et une autre où la réponse est une exponentielle. Dans la pratique, on constate que ce modèle analytique s'écarte des mesures expérimentales [8] et des

résultats de notre simulation numérique de plusieurs degrés (5 degrés dans l'exemple ci dessus)

Dans la zone $t<tr$ et au démarrage de la courbe exponentielle. Afin de pallier cet inconvénient, nous proposons de modéliser analytiquement la réponse instationnaire d'un échangeur bitube à des échelons de température ou de débit en entrée par une équation analytique qui utilise la fonction erreur et sa complémentaire dont la forme est :

$$T(t) = T_{inf} * erf\left(\frac{t^B}{A_1}\right) + T_0 * erfc\left(\frac{t^B}{A_2}\right)$$

Ce modèle est un modèle à trois paramètres B, A1 et A2 alors que les modèles à deux exponentielles et à deux temps de retardement sont des modèles à quatre paramètres (deux temps de retard et deux constantes de temps). Avec ce type de modèle nous arrivons à simuler la réponse des échangeurs bitubes avec une excellente fidélité. Ainsi, dans l'exemple précédent, la valeur absolue des différences entre le modèle numérique et ce modèle analytique pour la température de sortie du fluide chaud ne dépasse pas.

Cependant, malgré le fait qu'il reproduise fidèlement la réponse de l'échangeur prévue numériquement, ce modèle présente l'inconvénient d'avoir des coefficients qui sont dépendant des températures d'entrée. Avoir un modèle avec des paramètres intrinsèques à l'échangeur aurait été plus convenable.

I.2.4.2 Échangeurs de chaleur à triple tube concentrique :

C'est un type nouveau d'échangeurs de chaleur continus où l'un des fluides s'écoule dans le tube annulaire intermédiaire et les deux autres dans l'espace annulaire et central, les trois fluides pouvant circuler dans le même sens (anti-méthodique) ou en sens contraire (méthodique), voir figures I-20 et I-21.

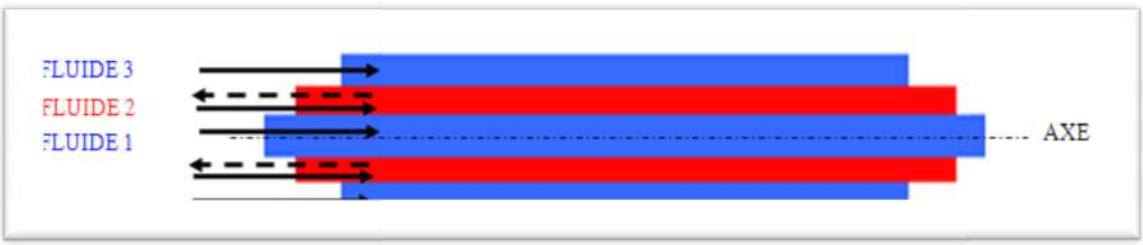


Figure I.20 : Coupe longitudinale d'un échangeur de chaleur à triple enveloppe

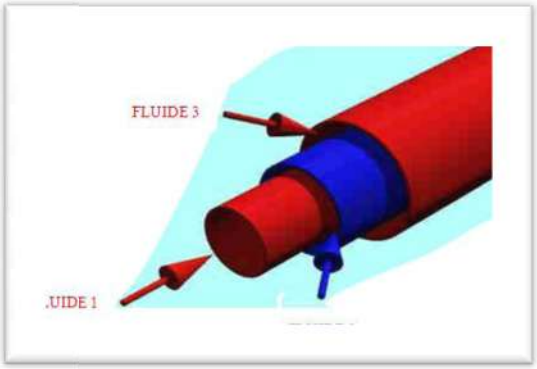


Figure I.21 : Echangeur de chaleur à triple enveloppe

Les échangeurs de chaleurs à triple tube concentrique sont utilisés pour différents produits et se trouvent dans les industries agro-alimentaires, pharmaceutiques, nucléaires, etc. Tous les produits liquides peuvent être pasteurisés, à travers l'un des ces échangeurs de chaleur. Parmi ces liquides, on peut citer à titre d'exemple ; le lait, la crème, le jus de pulpe d'orange, jus de pomme, le liquide des œufs, les sauces, etc.

Les échangeurs de chaleur à triple tube concentrique intensifient l'échange de chaleur à travers un passage d'écoulement additionnel et une grande surface d'échange de chaleur par unité de longueur comparé à un échangeur de chaleur à double tube concentrique.

Dans le but d'optimiser l'efficacité des échangeurs de chaleur et par conséquent la consommation d'énergie et le coût, plusieurs méthodes générales et performantes déperdition du comportement ont été développées.

La complicité d'écoulement des fluides (méthodique et anti-méthodique) et de la Géométrie de ces échangeurs de chaleur, signifie que les possibilités d'avoir des solutions analytiques sont très limitées avec des hypothèses simplificatrices (approches analytiques tel que les facteurs ; E, NUT, etc.). Les méthodes numériques permettent de résoudre les équations locales régissantes avec un peu de dégâts ou restrictions. Des importantes variétés des situations techniques peuvent être traitées en supposant un écoulement unidimensionnel régime permanent ou transitoire (régime instationnaire). Les échangeurs de chaleur à triple tube concentrique ont été étudiés par un nombre limité de chercheurs à cause de sa courante existence.

Zuritz a développé des équations analytiques pour les températures des fluides et a étudié le cas des échangeurs de chaleur à triple tube concentrique à contre-courant.

Ünal a obtenu des expressions analytiques complètes pour la variation des températures des écoulements des trois fluides le long de l'échangeur de chaleur, basées sur un modèle physique simplifie. Il a présenté plusieurs cas étudiés pour un arrangement à contre

courant et il a démontré que la performance et la taille de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique dépendent fortement des rayons des trois tubes concentriques. Il a dérivées expressions analytiques pour le calcul de l'efficacité des échangeurs de chaleur à triple tube concentrique pour les deux arrangements à co-courant et à contre-courant basées sur les expressions de distribution de température obtenue précédemment [7].

O. Garcia-Valladaresa développé un code numérique pour simuler, en régime permanent et transitoire (in stationnaire) le comportement thermique et dynamique des fluides dans un échangeur de chaleur à triple tube concentrique et O. Garcia-Valladaresa et N.Velazquezont donné les résultats des simulations numériques détaillées avec des données expérimentales obtenues par le laboratoire de Sandia National.

La solution numérique dans les zones d'écoulement du fluide a été faites par la discrétisation des équations régissantes unidimensionnelles, basées sur la méthode implicite 'pas par pas' efficacement couplée sur des volumes de contrôle.

I.3.Conclusion :

Vu l'importance industrielles des échangeurs de chaleur, il existe une diversité des différents types des échangeurs de chaleur qui ont de nombreuse applications dans les différentes domaines.

On s'intéresse dans cette étude aux échangeurs triple tube. L'avantage principal de ce type d'échangeur est la compacité. En effet, on voit bien que ce dispositif permet une grande surface d'échange dans un volume limité, ce qui est particulièrement utile lorsque les puissances sont importantes. Les échangeurs tubulaires sont très utilisés dans l'industrie agroalimentaire (pasteurisation du lait) ou l'industrie nucléaire et dans le domaine géothermique. Le tube est généralement en acier inoxydable en particulier dans l'agroalimentaire pour des raisons évidentes d'hygiène et de santé publique [8].

Chapitre II

Modélisation mathématique de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique

ll.1. Introduction :

Un échangeur de chaleur est un appareil destiné à transmettre la chaleur d'un fluide chaud à un autre relativement plus froid.

Le but d'un échangeur de chaleur est de transférer de la chaleur entre un fluide de service (eau, vapeur d'eau, fluide thermique) à un fluide de procédé qui constitue le produit intéressant de la fabrication (jus, sang, confiture, GPL, etc.).

Dans les sociétés industrielles, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute politique de maîtrise de l'énergie. Il représente 90% de l'énergie thermique utilisée dans les procédés aussi bien que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ces procédés. On l'utilise principalement dans les secteurs de l'industrie (nucléaire, chimie, pétrochimie, agroalimentaire, production d'énergie, etc.), du transport (automobile, aéronautique), mais aussi dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, etc.).

Le choix d'un échangeur de chaleur, pour une application donnée dépend de nombreux paramètres : domaine de température et de pression des fluides, maintenance et encombrement. Il est évident que le fait de disposer d'un échangeur bien adapté, bien dimensionné, bien réalisé et bien utilisé permet un gain de rendement et d'énergie des procédés[8].

ll.2.Echangeur de chaleur à triple tube concentrique

Cet échangeur est constitué par des éléments rectilignes de trois tubes concentriques raccordés à leurs extrémités par des coudes. Les divers éléments sont tous assemblés par des raccords à démontage rapide, et un remplacement des tubes est possible. Les problèmes de dilatation thermique et d'étanchéité entre les trois tubes sont résolus par l'utilisation de presse étoupe ou de joint torique.

Les tubes sont généralement en acier et on utilise également quelquefois des tubes en verre, en graphite, en cuivre, etc.

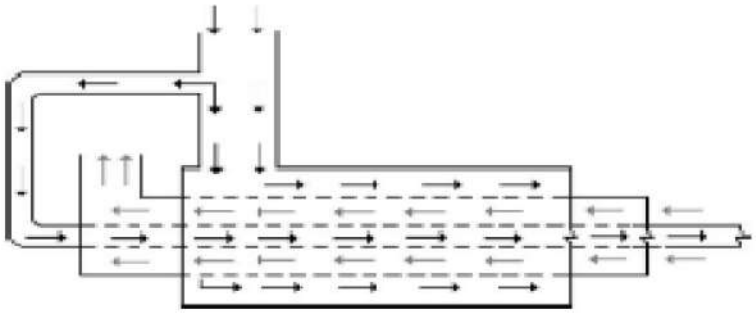


Figure II-1 : Echangeur de chaleur à triple tube concentrique.

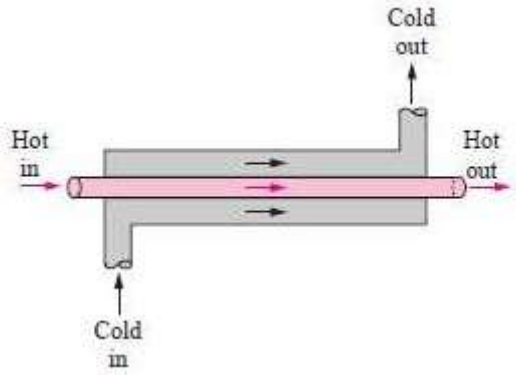


Figure II-2 : Echangeur à tube à courant Parallèle

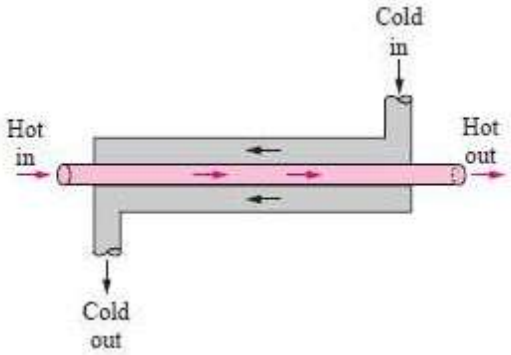


Figure II-3 : Echangeur à tube à contre courant

II.3. Calcul d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique :

Dans cette partie, on cite les températures et les performances caractéristiques d'un échangeur à triple tube concentrique**.** La performance d'un échangeur est évaluée à partir des trois nombres adimensionnels suivants : le rapport des capacités calorifiques, le nombre d'unité de transfert et l'efficacité de l'échangeur.

II.3.1. Distribution des températures:

Les températures des fluides pendant leur traversée longitudinale de l'échangeur, à moins que l'un des fluides ne subisse un changement de phase, auquel cas sa température reste constante. Les figures donnent l'allure de quelques distributions de températures des échangeurs très simple. On a porté en abscisses l'aire de la surface d'échange, variant depuis zéro, à l'entrée de l'appareil

(Extrémité ou rentre le fluide chaud), jusqu'à sa valeur totale **S**, à la sortie du fluide chaud. Les températures sont repérées à l'aide d'indices **E** signifiant entrée et **S** sortie, **C** désignent le fluide chaud et **F** le fluide froid**.**

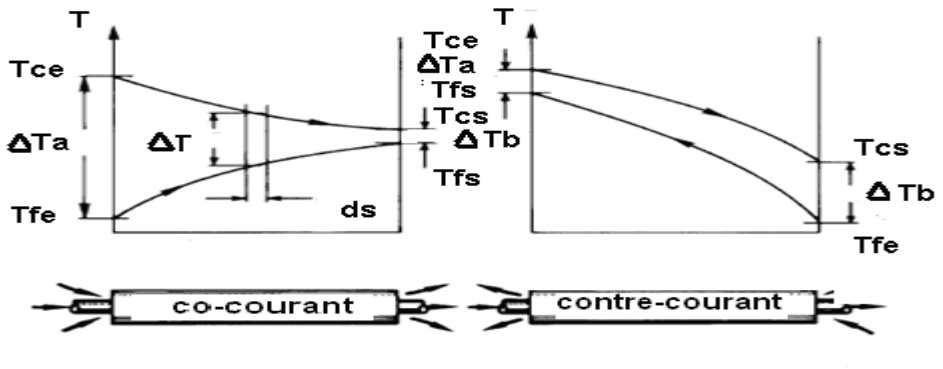


Figure II-4 -Distribution des températures dans des échangeurs à un seul Passage (Type double tube).

- ✓ On remarque on particulier sur ces figures que :
- ✓ Dans un échangeur à contre courant, la température de sortie du fluide « le plus froid » peut être supérieur à celle de sortie du fluide « le plus chaud », cette disposition étant l'une des plus favorables pour l'échange thermique[9].

II.4. Modélisation de L'écoulement des Fluides :

Dans son ensemble, la mécanique des fluides est gouvernée par trois équations fondamentales. Celles-ci sont l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie . Tous les problèmes de CFD sont bases sur les lois fondamentales de mécanique des fluides qui sont :

II.4.1. Equation de Navier-Stokes :

On considère l'écoulement de deux fluides incompressibles, newtoniens et non-miscibles.

La dynamique de chaque phase **k** est déterminée par les équations de Nervier- Stokes:

$$\frac{\partial \rho_{kV_k}}{\partial t} + (\rho_k V_k V_k) = \rho_k g - \square\rho_k \square(2\mu_K s_k) \qquad \textbf{(II.1).}$$

II.4.2. Equation de continuité :

Cette équation concerne le principe de conservation de la masse dans un élément. Elle exprime l'égalité de la variation de la masse d'élément et de la déférence entre la quantité de fluide qui entre la quantité de fluide pendant le même temps.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i}=0 \qquad \textbf{(II.2).}$$

II.4.3. Décomposition de Reynolds :

Le passage des équations déterministes aux équations statistiques repose sur la décomposition de **Reynolds** où tout champ φ **(**φ **=** u**,** T **ou** p**)** se décompose en un champ moyen $\overline{\varphi}$ et en un champ fluctuant $\dot{\varphi}$ de moyenne nulle :

$$\varphi(x,t) = \bar{\varphi}(x,t) + \dot{\varphi}(x,t) \qquad \textbf{(II.3).}$$

Avec la valeur moyenne de **φ** est exprimée par la relation suivante :

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{T}\int_1^T \varphi \, dt$$

Dans le cadre de la modélisation en un point de la turbulence, on ne s'intéresse qu'aux moyennes statiques de la vitesse et de la pression. On décomposé ainsi les grandeurs instantanées selon la règle de **Reynolds**

$$U_i = \bar{U}_i + u_i \qquad \textbf{(II.4).}$$

$$P = \bar{P} + p$$

II.4.4. Nombre de Prandtl :

Le nombre de **Prandtl** est le rapport de la viscosité cinématique à la diffusivité thermique. Plus la diffusivité thermique est grande plus le fluide extrait facilement la chaleur de la paroi. Le nombre de **Prandtl** met en évidence les constantes physiques de la matière.

II.5. Les équation des mouvements moyennes :

II.5.1. Équation de continuité de mouvement moyen :

L'équation de continuité du champ moyen est obtenue par moyenne de l'équation :

$$\frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_i}+\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \textbf{(II.5).}$$

II.5.2. Équation de Navier-stocks moyenne :

Toutes les opérations de l'équation (II-1) sont linéaires à l'exception de celui du terme d'advection donc on obtient immédiatement l'équation moyenne suivante [10]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \mathrm{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + U_j \frac{\partial U_l}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_l}{\partial x_j \partial x_j} \qquad \textbf{(II.6).}$$

Après avoir introduise la décomposition de **Reynolds** on écrit finalement :

$$\frac{\partial \bar{U}_l}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\tau_{lJ}} + R_{IJ}) \qquad \textbf{(II.7).}$$

L'effet de la moyenne engendre bien entendu une perte d'information, caractérisée ici par l'apparition d'une corrélation inconnue $\bar{U}_l \bar{U}_j$ appelé tenseur de **Reynolds**.

La condition d'incompressibilité implique :

$$U_i \frac{\overline{\partial U_l}}{\partial x_j} = \frac{\overline{\partial U_l U_J}}{\partial x_j} \qquad \textbf{(II.8).}$$

Avec $[\tau_{ij}]$ c'est le tenseur des contraintes visqueuses :

$$[\tau_{ij}]_{définition} = \mu\left[\frac{\partial \overline{U_l}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_J}}{\partial x_i}\right] \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j}$$

Les tensions de **Reynolds** ou les contraintes de **Reynolds** $U_i U_j$ peuvent être s'écrit sous la forme suivante :

$$[R_{ij}] = -\rho\begin{bmatrix} \overline{UU} & \overline{VU} & \overline{UW} \\ \overline{UV} & \overline{VV} & \overline{VW} \\ \overline{UW} & \overline{VW} & \overline{WW} \end{bmatrix}$$

II.5.3.Equation de transport des tensions de RENOLDS : $R_{ij} = \overline{u_i u_j}$

Les équations de départ son les équations (II.1) et (II.2) dans lesquelles on a introduit l'équation (II.4)

On part de l'équation (II.2) :

$$\frac{\partial(\bar{U}_i + u_i)}{\partial t} + (\overline{U_K} + u_k)\frac{\partial(\overline{U_i} + u_i)}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\bar{P} + p)}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (U_i + u_i)}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \textbf{(II.9).}$$

On fait la différence (II.7)-(II.9) en tendent compte de (II.8):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_k \frac{\overline{\partial U_i}}{\partial x_k} + \frac{\partial(u_k u_i - \overline{u_k u_i})}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_k} \qquad \textbf{(II.10).}$$

On peut écrire (II.12) pour l'indice **j** :

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + u_k \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial(u_k u_j - \overline{u_k u_j})}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \textbf{(II.11).}$$

- On multiple (II-10) par uj et (II-11) par ui et on somme les deux équations obtenus.

- En regroupant certains termes, il vient :

$$\frac{\partial u_i u_j}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} + u_k u_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} + u_k u_i \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_i u_j u_k}{\partial x_k} - u_j \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_k} - u_i \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} =$$
$$-\frac{1}{\rho}\left[u_j \frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}\right] + \nu\left[u_j \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial_k} + u_i \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k}\right]$$

Le passage à la moyenne dans cette équation fait disparaitre les termes de la forme :

$$u_i \overline{\frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_k}} = \overline{u_i} \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_k} = 0$$

On obtient alors une équation pour le moment d'ordre **2 ($\overline{u_i u_j}$)** qui peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial u_i u_j}{\partial t} + U_k \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} = P_{ij} + T_{ij} + \pi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} \qquad \textbf{(II.12).}$$

Cette équation est appelée équation de tension de **Reynolds** ou équation de transport des tensions de **REYNOLDS**.

Le membre de gauche de l'équation (II.12) représente la variation totale des contraintes de REYNOLDS $\overline{u_i u_j}$, le membre de droite se décompose en différentes termes :

$P_{ij} = -\left[\overline{u_i u_k}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}\right]$ Production.

$T_{ij} = -\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}$ Transport turbulent.

$\Pi_{ij} = -\frac{1}{\rho}\left[\overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} + \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}}\right]$ Gradient de pression-vitesse.

$D_{ij} = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k}$ Diffusion visqueuse.

$\varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial x_k \partial x_k}}$ Tenseur de dissipation.

II.5.4. Équation de l'énergie cinétique fluctuante :

K= $\frac{1}{2}R_{ij}$:

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\overline{U_k}\frac{\partial k}{\partial x_k}=\underbrace{-\overline{u_i u_k}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}}_{P_t}\underbrace{-\frac{1}{2}\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}}_{T}\underbrace{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{u_k p}}{\partial x_k}}_{\Pi}+\underbrace{\nu\frac{\partial^2 K}{\partial x_k \partial x_k}}_{D}\underbrace{-\nu\frac{\overline{\partial u_i \partial_i}}{\partial x_k \partial x_k}}_{\varepsilon}\underbrace{\qquad}\qquad \textbf{(II.13).}$$

Avec :

$\boldsymbol{P_t}$: Appelé terme de production turbulence, il caractérise les échanges d'énergie par interaction avec le mouvement moyen.

$\boldsymbol{T}$: Transport turbulent, il s'agit d'une diffusion par effet des fluctuations de la vitesse.

$\boldsymbol{\Pi}$: transport d'énergie cinétique par l'interaction pression-vitesse.

$\boldsymbol{D}$: diffusion visqueuse, transfert d'énergie cinétique par viscosité.

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Dissipation turbulente, l'énergie cinétique est dissipée sous forme de chaleur.

II.5.5. Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante :

Multipliant l'équation (II.11) par $\left(-2\nu\frac{\overline{u_k u_i}}{\partial x_j \partial x_j}\right)$ et prenant la moyenne, on obtient le résultat final après quelques regroupements simple :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+U_J\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}=-2\nu\left[\frac{\partial \overline{U_k}\partial^2\overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}+\frac{\overline{\partial U_k \partial U_i}\partial U_i}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}+\frac{\overline{U_J U_J}\partial \overline{U_k}}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}\right] \qquad \textbf{(II.14).}$$

L'équation du taux de dissipation de l'énergie turbulente est plus délicate à interpréter et à modéliser, elle est utilisée pour calculer l'échelle de longueur caractéristique de la turbulence. Cette équation est analogie à celle citée par Bissel [9] en 1972.

II6. Problème de fermeture des équations:

II6.1.Bilan des équations et des inconnues :

La décomposition de **Reynolds** dans les équations de **Navier-Stockes** à permis de trouver un certain nombre d'équations pour les inconnues du problème.

Cependant, à chaque étape on introduit des inconnues supplémentaires. Le nombre d'inconnues est toujours supérieur aux nombres d'équations disponibles. Il s'agit du problème de fermeture des équations [11].

On pourrait poursuivre la démarche, on trouve de nouvelles équations qui introduiraient à leur tour de nouvelles inconnues, ainsi que l'équation exacte d'un moment d'ordre *n* ($u_{i,1}$, $u_{i,2}$, $u_{i,3}$ … … $u_{i,n}$) implique nécessairement un moment d'ordre supérieur. Il est donc nécessaire de modéliser les inconnues supplémentaires à l'aide de lois complémentaire n'introduisant pas de nouvelle inconnue : modèle de fermeture.

Tableau II.1 : la décomposition de Reynolds dans les équations de Navier Stokes.

Inconnue à Calculer	Equation Disponible	Nombre des equation	Inconnues supplémentaires	Nombre total Des inconnues
-Champ de Vitesse Moyenne $\boldsymbol{u_i}$ (3) -Pression Moyenne (1)	(1) Continuité (3) N-S Moyenne	4	Tension de Reynolds $\overline{u_i u_j}$ (6)	10
-Champ de Vitesse Moyenne $\boldsymbol{u_i}$ (3) -Pression Moyenne (1) -Tension de Reynolds $\overline{\boldsymbol{u_i u_j}}$ (6)	(1) Continuité (3) N_ S Moyenne (6)Tension de Reynolds	10	-Corrélation triple $\overline{u_i u_j u_k}$ (10) -Corrélation Pression-Vitesse $u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}$ (9) -Corrélation gradient de Vitesse. $\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}$ (6)	35

Le problème donc est celui de la liaison entre les tensions de Reynolds et le champ moyen. Pour réaliser la fermeture, des hypothèses et des modèles supplémentaires seront nécessaires pour traduire le comportement du milieu turbulent, il permet alors d'obtenir un nombre d'équation égale à celui des inconnues et ces équations peuvent ensuite être résolues par voie numérique.

II.6.2. Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence :

$$v_t = c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad \textbf{(II.15).}$$

II.6.2.1. Hypothèse de viscosité turbulente de bousines :

$$-\overline{u_i u_j} = v\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad \textbf{(II.16).}$$

II.6.2.2. hypothèse de longueur de mélange de Prandtl :

$$v_t = L_m^2\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \quad \textbf{(II.17).}$$

Qui devient en écoulement de type couche limite :

$$v_t = L_m^2 \frac{\partial U_1}{\partial U_2} \quad \textbf{(II.18).}$$

L_m : Longueur de mélange.

La longueur de mélange se calcul suivant le type d'écoulement des expressions variées, obtenus en générale a partir de l'expérience, sont en effet disponibles pour les écoulements standard. Cependant, ces modèles ignorent complètement le caractère non local de la turbulence.

II.6.2.3. Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov :

$$v_t = c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad \textbf{(II.19).}$$

II.7. Les modèles de turbulence et leurs classifications

II.7.1.Les modèles à viscosité turbulence algébrique :

Aucune équation de transport n'est utilisée dans ce modèle, les tensions de Reynolds sont directement liées aux valeurs moyennes. En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz Prandtl, (La première génération de la modélisation de la turbulence 1925).

Suggéra que la viscosité turbulente soit mise sous la forme de produit d'une vitesse et d'une longueur caractéristique du mouvement turbulent.

La longueur utilisée est dite « longueur de mélange » et la vitesse caractéristique s'exprime par l'hypothèse suivante [12]:

$$V = L_m\sqrt{(2d_{ij})^2} \qquad \textbf{(II.20).}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$V_T = L_m V = L_m^2\sqrt{\left(\frac{\overline{oc_i}}{ox_j} + \frac{\overline{oc_i}}{ox_i}\right)^2} \qquad \textbf{(II.21).}$$

II.7.2. Les modèles à une équation de transport :

Ces modèles introduisent dans la définition de V_T au moins une grandeur turbulente décrire par une équation d'évolution si on utilise l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence K sous forme modélisé. On pourra déterminer V_T par l'expression du type kolmogrov-Prandtl [10].

$$V_T = C_\alpha L_s\sqrt{K} \qquad \textbf{(II.22).}$$

Où L_s est une échelle de longueur des grandes structures turbulentes donnée en chaque P_t de l'écoulement.

II.7.3. le modèle k-ε et RNG (modèle à deux équations de transport) :

Le modèle k-ε [Launder & Spalding, 1974] est certainement le modèle le plus répandu.

La viscosité turbulente est donnée par la relation :

$$\mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}(1 - R_f)^{1/4} \qquad \textbf{(II.23).}$$

Où $\bar{\varepsilon}$, taux de dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulente, est donné par :

$$\varepsilon = \mu\overline{\nabla u'/\nabla^t u'} \qquad \textbf{(II.23.a).}$$

Les deux équations de fermeture s'écrivent :

$$\rho\left(\frac{\partial k}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)k\right) = \nabla\left((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\nabla k\right) + P(1 - R_f) - \rho\varepsilon \qquad \textbf{(II.24).}$$

$$\rho\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)\varepsilon\right) = \nabla\left|\left((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\nabla\varepsilon\right) + C_{\varepsilon 1}\left(P(1 - C_{\varepsilon 3}R_f)\frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}\right]\right. \qquad \textbf{(II.25).}$$

Les constantes, déterminées empiriquement par les auteurs du modèle, sont données dans le tableau suivant :

Tableau II.2 : constantes du modèle k-ε

c_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}C_{\varepsilon 3}$
0.09	1.44	1.92	1	1.3	1	0.7

Le modèle de turbulence utilisé à notre travail est le modèle *k-ε*.

Ce modèle est très répandu de part sa simplicité, sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre. Bien que les aspects généraux des écoulements soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances dues notamment à la valeur des constantes et au fait que le modèle est trop diffusif. Les modifications apportées au modèle k-ε sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

Les modifications apportées au modèle ***k-ε*** sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

- le modèles ***k-ε*** deux couches [Chen & Patel, 1988] qui, à proximité des parois, utilise un modèle à une équation (pour k) et exprime **ε** à l'aide d'une longueur caractéristique déterminée par une formule algébrique fonction du nombre de Reynolds local ;
- le modèle ***k-ε*** bas Reynolds [Jones & Launder, 1972] qui élargit son domaine de validité aux zones d'écoulement laminaires ou de transition à proximité des parois. Les constantes sont rendues dépendantes du nombre de Reynolds et des termes complémentaires sont ajoutés aux deux équations pour tenir compte du caractère non-isotrope du processus de dissipation.
- le modèle ***k-ε*** étendu [Chen & Kim, 1987], qui ajoute un terme à l'équation du taux de dissipation pour que le transfert d'énergie réponde plus efficacement à la déformation moyenne de l'écoulement, rend le modèle moins diffusif ;
- Modèles RNG

Le modèle RNG, développé par le groupe de renormalisation [Yakhot & Smith, 1992] et que nous avons implanté dans le code. Il consiste en une estimation au cours du calcul de la constante $\mathbf{C_{\varepsilon 1}}$, remplacée dans l'équation de dissipation par $\mathbf{C_{\varepsilon 1}}$' donnée par l'expression (II. 25) Cette expression ajoute un terme fonction du taux de déformation **η** à l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$C'_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1}\frac{\eta\,(1-\eta_0)}{1+\beta\eta^3} \qquad \textbf{(II.26).}$$

Avec :

$$\eta = \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)\sqrt{\frac{p}{\mu_t}} \qquad \textbf{(II.26.a).}$$

Tableau II.3 : Les constantes du modèle RNG ont pour valeur :

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}C_{\varepsilon 3}$	η_0	β
0.005	1.42	1.68	0.7179	0.7179	1	0.7	4.377	0.012

II.7.4. Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM):

A partir des équations de Reynolds, Robin (1972) a proposé que le transport (convection plus diffusion) des contraintes de Reynolds est proportionnel a celui de l'énergie cinétique turbulente on a [13] :

$$\frac{\partial(\rho U_k \overline{U_i U_j})}{\partial x_k} - D_{ij} = \frac{\overline{U_i U_j}}{K} \qquad \textbf{(II.27).}$$

où $\frac{U_i U_j}{K}$ Est le coefficient de proportionnalité qui n'est pas une constante en générale. L'introduction de cette hypothèse (II. 19) Dans l'équation de transport est de la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho U_k U_i U_j}{\partial x_k} = D_{ij} + P_{ij} + R_{ij} = \frac{2}{3}\rho E \delta_{ij} \qquad \textbf{(II.28).}$$

$$\overline{U_i U_j} = K \left| \frac{\left(\frac{2}{3}\delta_{ij} + \left((1-C_2)\left(\frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2P_k}{3\varepsilon}\varepsilon_{ij}\right)\right)\right)}{\left(\rho C_1 + \frac{P_k}{\varepsilon} - \rho\right)} \right| \qquad \textbf{(II.29).}$$

Avec :

$$P_{ij} = -\rho U_i U_k \frac{\partial U}{\partial x_t} - \rho U_i U_k - \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \qquad \textbf{(II.30).}$$

La sommation donne la production d'énergie turbulente :

$$P_k = \frac{1}{2} P_{ij} \qquad \textbf{(II.31).}$$

Pour la redistribution d'énergie, différents modèles sont proposés dans le présent code (ansys), ils ont utilisés le modèle suivant :

$$R_{ij} = R_{ij,1} + R_{ij,2} + R_{ij,w} \qquad \textbf{(II.32).}$$

Avec :

$$R_{ij,1} = -C_1 \rho \varepsilon \left(\frac{U_i U_j}{K} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\right) \qquad \textbf{(II.33).}$$

$$R_{ij,2} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}\right) \qquad \textbf{(II.34).}$$

Et R_{ij}, w (les termes a la proximité de la paroi) :

$$\left.\begin{aligned} R_{11,w} &= \left[C'_1\frac{\varepsilon}{K}V'^2 - C_2C'_2\left(P_{22} - \frac{2}{3}P_k\right)\right]F \\ R_{11,w} &= \left|-2C'_1\frac{\varepsilon}{K}V'^2 - C_2C'_2\left(P_{22} - \frac{2}{3}P_k\right)\right|F \\ R_{11,w} &= \left[C'_1\frac{\varepsilon}{K}V'^2 - C_2C'_2\left(P_{22} - \frac{2}{3}P_k\right)\right]F \\ R_{11,w} &= \left|-1.5C'_1\frac{\varepsilon}{K}\overline{UV} + 1.5C_2C'_2P_{12}\right|F \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(II.35).}$$

Avec :

$$F = \frac{K^{3/2}}{2.\varepsilon X_n} \quad \textbf{(II.36).}$$

Est enfin achevée par l'équation suivante pour l'énergie turbulente K:

$$\frac{\partial(\rho U_1\varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_\varepsilon\frac{K}{\varepsilon}\overline{U_kU_J}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right) + \frac{\varepsilon}{K}(C_{\varepsilon1}P_k - C_{\varepsilon2}) - \rho\varepsilon \quad \textbf{(II.37).}$$

Et pour la fermeture de l`équation de dissipation s on a :

$$\frac{\partial(\rho U_1\varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_\varepsilon\frac{K}{\varepsilon}\overline{U_kU_J}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_i}\right) + \frac{\varepsilon}{K}(C_{\varepsilon1}P_k - C_{\varepsilon2}\rho\varepsilon) - \rho\varepsilon \quad \textbf{(II.38).}$$

Tableau II.4 : les constantes du modèle ASM.

C_s	C_1	C_2	C_ε	$C_{\varepsilon1}$	$C_{\varepsilon2}$	C'_1	C'_2
0.22	1.8	0.6	0.15	1.44	1.92	0.5	0.3

- ✓ L'ensemble des équations (II.36), (II.37) et (II.29) constitue le modèle de contrainte algébrique.

La distribution des équations (II-37) à (II-36) dans l'équation (II-29) donne le système algébrique suivant :

$$\alpha_{i1}\overline{U'^2} + \alpha_{i2}\overline{U'^2} + \alpha_{i3}\overline{U'V'} + \alpha_{i4}\overline{W'^2} = b_i \quad \textbf{(II.39).}$$

La condition de contraintes normales inconditionnellement positives est assurée par la détermination simultanée de toutes les contraintes normales par la résolution du système algébrique suivant :

$$\begin{pmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23}\\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\rho\overline{U^2}\\ \rho\overline{V^2}\\ \rho\overline{W^2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b_1\\ b_2\\ b_3\end{pmatrix} \quad \textbf{(II.40).}$$

Où les coefficients sont définis tel que :

$$\alpha_{ij} \leq 0 \quad \text{Pour} \quad i \neq j$$

Soit : $\rho\overline{U^2} = \frac{\nabla_1}{\square}$, $\rho\overline{V^2} = \frac{\nabla_2}{\square}$, $\rho\overline{W^2} = \frac{\nabla_3}{\square}$

Une fois les contraintes normales déterminées, nous calculons la contrainte de cisaillement par :

$$U'U' = -\frac{\alpha_{31}}{\alpha_{33}}U'^2 - \frac{C_{33}}{C_{33}}V'^2 - \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{33}}W'^2 - \frac{b_3}{\alpha_{33}}$$

II.8. Modélisation du transfert de chaleur:

II.8.1. Equation d'énergie :

La modélisation des transferts de chaleur est basée sur une formulation en température des échanges thermiques, dans laquelle le changement de phase ou la dissipation visqueuse sont pris en compte grâce à des termes sources ou polynomiaux formulés en terme de température.

II.8.2.Transferts de chaleur en écoulements incompressibles :

La modélisation des transferts thermiques convectif et conductif en interaction avec un écoulement incompressible sont modélisés à partir d'une formulation conservative et d'une approche non-conservative [14].

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \square(VT)T\square V\right) + \alpha T = \square(\lambda\square T) + \phi + S$$

- ✓ Le terme $\boldsymbol{\alpha T}$est un terme linéaire laissé à la libre utilisation de l'utilisateur ainsi que le terme source $\boldsymbol{S}$.
- ✓ Le terme ϕ est le terme de dissipation visqueuse donnée par la relation suivante :

$$\phi = 2\mu D_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_i}$$

Avec : $D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j}\right)$

Conclusion :

Le présent chapitre a pour mission de qualifier et de quantifier les modes d'action de l'évacuation de chaleur par l'écoulement d'eau.

L'intérêt des modèles ASM et RSM par rapport aux modèles du premier ordre K-ε est qu'ils permettent de s'affranchir d'une relation locale entre les tensions de Reynolds et l'écoulement moyen. Ces modèles permettent donc de mieux prendre en compte les effets d'histoire ou encoure d'anisotropie de la turbulence.

Des modèles d'ordre supérieur, basés sur la fermeture d'équation de transport d'ordre égal ou supérieur à trois sont difficilement envisageables, d'une part par le manque de données expérimentales sur ce type de corrélation, et d'autre part par la lourdeur de la démarche engagée. Les modèles RSM constituent donc un bon intermédiaire entre les modèles à viscosité turbulent et les modèles du type LES(14).

La résolution analytique du problème générale est impossible d'où la nécessité des méthodes numérique qui sont le but du chapitre suivant.

Chapitre III

Etude numérique

III .1.Introduction

Pour résoudre un problème de la physique il faut distinguer le modèle physique du modèle mathématique. Des différentes méthodes numériques ont été utilisées pour la résolution analytique des équations différentielles partielles (E.D.P) qui régissent ce type d'écoulement. Parmi les méthodes on cite, la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis.

Le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques.

Dans ce chapitre, en se basant sur la méthode des éléments finis. Cette dernière sera appliquée à la résolution de notre problème thermique par notre simulateur ANSYS.

III.2. Les méthodes numérique

Il y'a trois méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles régissant les écoulements. Ces méthodes sont :

- la méthode des différences finis
- la méthode des volume finis
- la méthode des éléments finis

III.2.1. méthode des différences finies

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans Le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la Fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

- Leurs avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- Inconvénients : limitation de la géométrie des domaines de calculs, difficultés de prise en Compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue.

III.2.2. méthode des volumes finis

Cette méthode est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées Partielles comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis mais, Contrairement à la méthode de différence finies qui utilise des approximations de dérivées, la Méthode de volume fini utilise comme la méthode d'éléments finis, des approximations D'intégrales. Dans la méthode des volumes finis les lois de conservations (de la masse, de Quantité de mouvement et de l'énergie) sont exprimées localement sons une forme intégrale.

La clé de cette méthode réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface. L'un des principaux avantages de la méthode des volumes finis est d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage et c'est pour raison qu'elle est très largement utilisée pour la résolution des phénomènes gouvernés par des équations à dérivées partielles.

III.2.3. méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à rapprocher les équations différentielles régissant pour un système avec un ensemble d'équations algébriques concernant un nombre limité de variables. Ces méthodes sont populaires parce qu'ils peuvent facilement être programmés. Les techniques des éléments finis ont été initialement développées pour des Problèmes structurels, mais ils ont été étendus à de nombreux problèmes du terrain. Le solide est décomposé en éléments de forme géométrique simple ayant des côtés communs et dont les **s**ommets ou nœuds sont les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux. Ces nœuds seront les points d'application des forces intérieures ou extérieures. L'opération de décomposition est le maillage. Un bon maillage doit faciliter les opérations Prévues par

Un programme d'ordinateur. Il faut donc adopter une méthode systématique de numérotation Des éléments et des nœuds.

- Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle Des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence.
- Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul et en mémoire.

III.3. Résolution des équations par éléments finis :

III.3.1 Présentation de la méthode

Comme nous l'avons précédemment évoquée, La méthode des éléments finis a pour but de remplacer un problème mathématique défini dans un milieu continu et sous la forme d'équations différentielles ou d'intégrales, par un problème discret sous forme matricielle qu'il est possible de résoudre numériquement.

En résumé, cette méthode nécessite la discrétisation d'un continuum en un modèle composé d'un assemblage d'éléments finis qui possèdent des formes et des tailles variées. De plus, le calcul de la solution nécessite la prise en compte d'un certain nombre de paramètres, tels que :

- ✓ La géométrie discrétisée en éléments finis,
- ✓ Les contraintes imposées sur le dispositif,
- ✓ Les excitations présentes dans le dispositif,
- ✓ Les propriétés des matériaux composant le décomposition

Schématiquement Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis peuvent illustrer à la figure suivante **:**

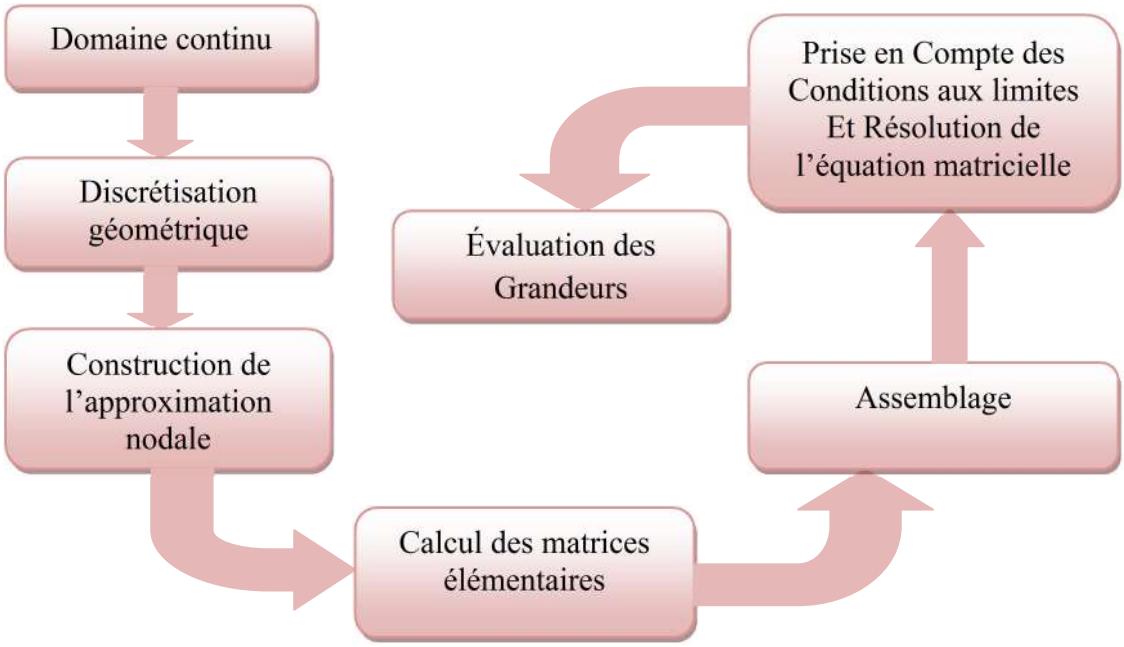


Figure (III) : Démarche éléments finis[2]

III.3.2. Mise en œuvre de la méthode des éléments finis :

III.3.2.1 Formulation variationnelle forte :

La formulation forte d'un problème aux conditions aux limites s'écrit alors comme suit:

Trouver u(x) u(x)□ espace des solutions Us tel que [10]

$\mathcal{L}(u) - F = 0 \square x \square \Omega\ B(u) = u_0 \square x \square \Gamma_{u0}$ **(III-2).**

On note que l'espace Us dans lequel nous recherchons la fonction u, doit être défini Judicieusement.

III.3.2.2. Formulation variationnelle faible:

La formulation variationnelle faible peut être obtenue par les étapes suivantes :

1. approcher la solution u, partout dans le domaine Ω, par u tel que [10]

$u=Niui\ ni=1$ **(III-3).**

Ou Ni =Ni (x, y) désignent les fonctions de forme u et des valeurs nodales indéterminées.

2. introduire (III-3) dans (III-2) il en résulte une erreur ou un résidu ε tel que

$$\varepsilon = \mathcal{L}(u) - F \neq 0 \qquad \textbf{(III-4).}$$

Ou ε = 0, $u = u$ c.à.d. lorsqu'une solution exacte existe.

3. obtenir une valeur nulle de ε en introduisant une fonction de point arbitraire W tel que

$$\int (\mathcal{L}(u) - F)\, d\,\Omega = 0,\ k = 1, 2.\ldots\ldots N \qquad \textbf{(III-5).}$$

Ou N Nombre d'inconnues indépendants du système (III-2).

En formulation de Galerkine les fonctions tests sont assimilées aux fonctions de forme.

On pose

$$w_k = N_k \Longrightarrow \int N_k \mathcal{L} \left(\sum_{i=1}^{n} N_i \tilde{u}_i\right) d\,\Omega = 0 \qquad \textbf{(III-6).}$$

On dit que u □ H_0

1(Ω) est une solution faible de (III5 ?) si :

$$\square\ v \square\ H_0^1(\Omega)\ a\ (\tilde{u}, v) \qquad \textbf{(III-7).}$$

a (, v) est la forme bilinéaire associée à ($\mathcal{L}$)Soit Ω un ouvert borné de Rd et $\partial\Omega$ est régulier.

On considère alors le problème :

Lu = f sur Ω et u = 0 sur $\partial\,\Omega = 0$ **(III-8).**

III.3.3. forme générale des équations du système [10]:

Les équations du système sont écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c\square) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V x\, c\square\square) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V y\, c\square\square) = \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma\square \partial \frac{\partial \square}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma\square \frac{\partial \square}{\partial y}) + S\square \qquad \textbf{(III-9).}$$

Ou :

□: Variable généralisée

c□ : Coefficient d'advection transitoire.

Γ□: Coefficient de diffusion.

S□: Termes source.

Le tableau (III-1) regroupe les expressions des différents termes dans les différentes équations du système.

Tableau III-1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables**.**

Variable Φ	**coefficient d'advection** c_Φ	**Diffusivité** Γ_Φ	**Termes source** S_Φ
V_X	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)-\sigma\nabla\left\lvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}\right\rvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}$
V_y	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\sigma\nabla\left\lvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}\right\rvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}$
T	1	$\frac{k}{\rho c^e}$	$\frac{\varphi}{\rho c^e}$
ρ	1	0	0

III.4. Choix d'un maillage :

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des Maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts (par exemple aux endroits où l'on Pense que la solution va beaucoup varier), cependant il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « Vraie » solution de l'équation aux dérivés partiels. Même si une structure géométriquement complexe peut être maillée avec des éléments tétraédriques, elles mai exigent de nombreux éléments et que mai conduire à l'échec parce que la simulation des ressources informatiques. Même un volume de forme régulière mais exigent de nombreux éléments tétraédriques si elle a un ratio très grand aspect. Ici, les éléments hexaèdres ou d'un coin serait un meilleur choix. (Figure III-1) "Objet avec un aspect Ratio Large", illustre cette différence. Il montre que le

nombre d'éléments tétraédrique (a) est beaucoup plus grand quelle nombre d'éléments hexaédrique (b), si une densité de maillage similaire est maintenue sur la section transversal

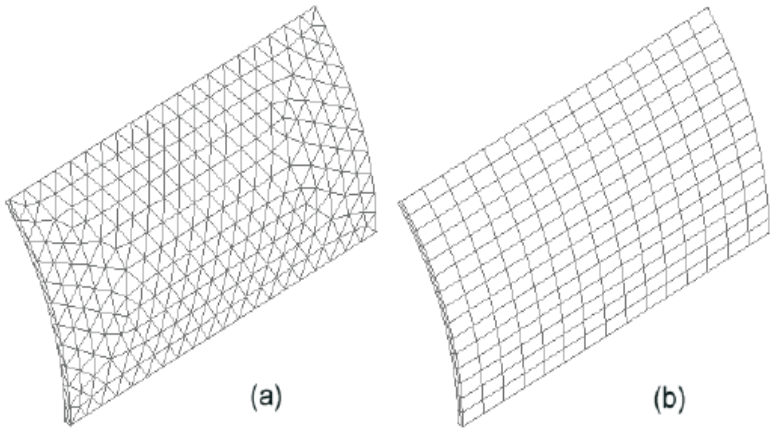


Figure III-1 a) éléments tétraédrique ; b) éléments hexaédrique

III.4.1. Discrétisation :

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles. Le procédé de discrétisation par élément fini consiste à écrire, après intégration, l'équation généralisée, sous forme matricielle élémentaire [10].

$$([A_e^{transient}]+[A_e^{advection}]+[A_e^{diffusion}])\{e\}=\{Se\} \quad \textbf{(III-10).}$$

Pour les intégrales élémentaire, La méthode Galerkin des résiduels pesés est employé.

III.4.1.1. Terme temporelle :

Le premier des contributions de la matrice élémentaire est le terme de transition. Sa forme générale est simplement [10]:

$$[A_e^{transient}] = \int w^e \frac{(\partial \rho c_p)^e}{\partial t} \, d\,(vol)$$

Avec :

w^e: La fonction pesante pour l'élément, qui est également la fonction de forme.

Pour le nœud i:

$$\int w^e \frac{(\partial \rho c_{\square})^e}{\partial t} d(vol) = \int w_i^e \rho c_{\square} w_j^e \, d(vol) \frac{\partial \square_i^e}{\partial t} w_j^e d(vol) \, \square_j^e \quad \textbf{(III.11).}$$

Les indices inférieurs i et j indiquent le nombre de nœud. Si la deuxième partie de l'équation (III-10) est négligée, la matrice de masse peut être exprimée comme:

$$M_{ij} = \int w_i^e \rho c_{\square} d(vol) \quad \textbf{(III.12).}$$

Si l'approximation localisée de masse est employée.

$$M_{ij} = \delta_{ij} \int w_i^e \rho c_{\square} d(vol) \quad \textbf{(III.13).}$$

Ou: δ_{ij} = delta de Kronecker (0 si i ≠ j, 1 si i = j)

Il y a deux méthodes d'intégration temporelles : Newmark et (backward différence) différence en arrière.

La méthode d'intégration de temps de Newmark ou, la formulation implicite de base nodale, exprime l'étape de temps courant comme la nième étape de fois et l'expression comporte les résultats précédents d'une étape de temps.

$$(\rho \square)_n = (\rho \square)_{n-1} + \Delta t \left[\delta \left(\frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} \right) + (1 - \delta) \left(\frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} \right)_{n-1} \right] \quad \textbf{(III.14).}$$

Ou:

δ = coefficient d'intégration en temps pour la méthode Newmarket

L'équation (III-14) est écrite comme suite:

$$\left(\frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} \right)_n = \frac{1}{\Delta t \delta} (\rho \square)_{n-1} + \left(1 - \frac{1}{\delta} \right) \quad \textbf{(III.15).}$$

III.4.1.2. Terme d'advection:

Il ya trois approches pour la discrétisation du terme d'advection. L'approche dite ligne de courant monotone upwind (MSU), La ligne profilée upwind/Petro-Galerkin (SUPG), et les approches colloquées de Galerkin (COLG).

III.4.1.2.1. Monotone Streamline Upwind Approach (MSU):

Le terme d'advection est manipulé par une approche de ligne de courant monotone basée sur l'idée que le transport pur d'advection est le long des lignes caractéristiques. Il est utile de penser à la formulation de transport d'advection en termes de quantité étant transportée dans un domaine connu de vitesse.

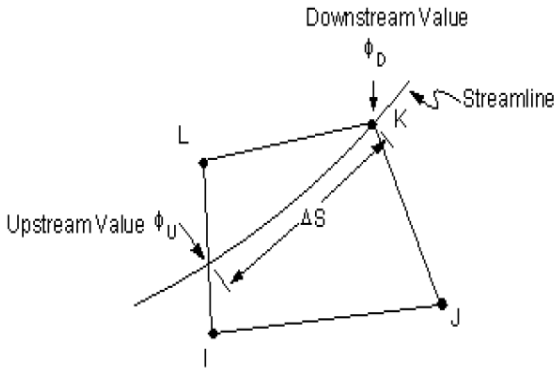


Figure III.2 :L'approche de ligne de courant d'upwind

Le champ de vitesse lui-même peut être envisagé partout comme ensemble de tangente de lignes profilées aux vecteurs de vitesse. Les limites d'advection peuvent donc être exprimées en termes de vitesses aérodynamiques.

Dans le transport pur d'advection, on suppose qu'aucun transfert ne se produit à travers les lignes caractéristiques, c.-à-d. tout le transfert se produit le long des lignes profilées.

Par conséquent on peut supposer que le terme d'advection, s'écrit [13]:

$$\frac{\partial(\rho V_x c_\square)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\square)}{\partial y} = \frac{\partial(\rho V_s c_\square)}{\partial s} \qquad \text{(III.16)}.$$

Une fois exprimé le long d'une ligne profilée, et donc constant dans tout l'élément, on peut écrire:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \frac{d(\rho V_s c_\square)}{ds} \int w^e \mathrm{d(vol)} \qquad \textbf{(III.17).}$$

Cette formulation est faite pour chaque élément, dont chacun aura seulement un nœud qui obtient des contributions de l'intérieur de l'élément. Le dérivé est calculé en utilisant une différence simple:

$$\frac{d(\rho V_s c_\square)}{ds} = \frac{(\rho V_s c_\square)_u - (\rho V_s c_\square)}{Ds} \qquad \textbf{(III.18).}$$

Ou :

D : l'indice de la valeur on niveau du nœud aval.

U : l'indice de la valeur prise à l'endroit où la rationalisation dans le nœud sous le vent pénètre dans l'élément.

Δs = La distance du point situé en amont à l'aval du nœud.

La valeur à l'endroit ascendant est inconnue mais peut être exprimée en termes de valeurs nodales inconnues qu'il est entre l'amont et l'aval.

Le processus consiste à cycler par tous pour l'élément et identifier les nœuds arrière. Le calcul effectué est basé sur les vitesses, pour voir d'où elle est venue la ligne profilée dans les

nœuds. Des facteurs pesants sont calculés, basé sur la proximité de l'endroit d'upwind aux nœuds voisins.

III.4.1.2.2. La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin) :

L'approche de SUPG se compose d'une discrétisation de Galerkin du terme d'advection et d'un additionnel de diffusion-un terme de perturbation qui agit seulement dans la direction d'advection [10]:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \int w^e \left(\frac{\partial(\rho V_x c_{\square\square})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y}\right) \mathrm{d(vol)} C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{max}} \left(\frac{V_x \partial \omega^e}{\partial_x} + \frac{V_y \partial \omega^e}{\partial_y}\right) \left(\frac{V_x \partial(\rho c_{\emptyset\emptyset})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y}\right) \mathrm{d(vol)} \quad \textbf{(III.19).}$$

Où :

$C_{2\tau}$= coefficient global réglé à 1,0.

h = longueur d'élément le long de la direction d'advection.

$$U_{mag} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad \begin{cases} 1 & si\ 0 \le p < 3 \\ \frac{p_e}{3} & si\ p_e \ge 0 \end{cases}$$

$$p_{e=\frac{\rho c_p u_{mag} h}{2\Gamma_\emptyset}}$$ Nombre de peclet

Il est clair que pour l'approche de SUPG la maille est raffinée, les termes de perturbation tend à zéro et la formulation de Galerkin approche à l'exactitude du second degré.et donc le terme de perturbation fournit la stabilité nécessaire qui est absente dans la discrétisation pure de Galerkin.

III.4.1.2.3. Approche Colloquée De Galerkin (COLG)[11]:

L'approche de COLG emploie le même arrangement de discrétisation avec l'approche de SUPG avec un concept colloqué. Dans cet arrangement, un deuxième ensemble de vitesses, (les vitesses nodales élément-élément-based) qui sont faites pour satisfaire l'équation de continuité, tandis que les vitesses traditionnelles sont faites pour satisfaire les équations de quantité de mouvement [13].

$$\left[A_e^{advection}\right] =$$

$$\int W^e \left(\frac{\partial(\rho V_x c_{\square\square})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_x c_{\square\square})}{\partial y}\right) d(vol) + C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{mag}^e} \left(\frac{V_x^e \partial W^e}{\partial_x} + \frac{V_y^e \partial W^e}{\partial_y}\right) \left(\frac{V_x^e \partial(\rho c_{\emptyset\emptyset})}{\partial x} + \frac{V_y^e \partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y}\right) \quad \textbf{(III.20)}.$$

Dans cette approche, l'équation de pression est dérivée à partir des vitesses nodales (élément-élément-basé), et elle est généralement asymétrique. La conservation exacte soit préservée même sur les mailles brutes.

III.4.1.3. Terme de Diffusion :

L'expression pour les termes de diffusion vient d'une intégration au-dessus du domaine de problème après la multiplication par la fonction pesante [10]

$$\text{Diffusion contribution} = \int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right) d(\text{vol}) + \int W^e \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial y}\right) d(\text{vol}) \quad \textbf{(III. 21)}.$$

Toutes les variables en x ou y sont traitées de mode semblable. Par conséquent, l'illustration est avec le terme dans la direction de x. Une intégration par partie est appliquée [13]:

$$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right) d(\text{vol}) = \int \frac{\partial W^e}{\partial x} \Gamma_\square \frac{\partial \square}{\partial x} d(\text{vol}) \quad \textbf{(III.22).}$$

Une fois que la dérivé du φ est remplacé par les valeurs nodales et les dérivés de peser fonctionnent, les valeurs nodales seront enlevées des intégrales

$$\frac{\partial \square}{\partial x} = W_x^e \square \quad \textbf{(III.23).}$$

$$W_x^e = \frac{\partial W^e}{\partial x} \quad \textbf{(III.24).}$$

La matrice de diffusion peut maintenant être exprimée comme:

$$\left[A_e^{diffusion}\right] = \int \left(W_x^e \Gamma_\square W_x^e + W_y^e \Gamma_\square\right) d(\text{vol}) \quad \textbf{(III.25).}$$

III.4.1.4. Termes source :

L'évaluation des termes de source se fait comme suite [13]:

$$S_\emptyset^e = \int W^e S_\square d(\text{vol}) \quad \textbf{(III.26).}$$

III.5. Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini :

III.5.1. Bilan Thermique : Equation De Chaleur

Soit v une partie quelconque de **V** limitée par la surface s

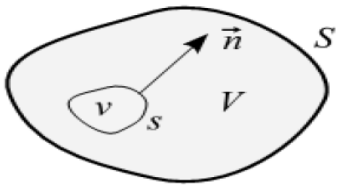


Figure III.3: bilan thermique

La puissance thermique stockée dans **v** est égale a la somme de la puissance thermique q générée par les sources volumiques contenues dans **V** et de la puissance thermique reçue sous forme de flux a travers la surface **S** [12]:

$$\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dv = \int q dv + \int -\vec{n}\left(-\bar{\bar{\lambda}}\overrightarrow{grad}\mathrm{T}\right) ds \qquad \textbf{(III.27).}$$

Le domaine v étant arbitraire, on en déduit : en tout point du solide :

$$\rho c_p \dot{T} - \mathrm{div}\left(\bar{\bar{\lambda}}\overrightarrow{grad}\mathrm{T}\right)\mathrm{q} = 0 \qquad \textbf{(III.28).}$$

Pour un matériau homogène et isotrope, l'équation (III-28) s'écrit dans le repère orthonormé {x, y} [12] :

$$\rho c_p \dot{T} = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mathrm{q} \qquad \textbf{(III.29).}$$

Où :

$$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

III.5.2. Forme discrétisée : éléments finis :

La solution analytique de l'équation (III- 30) est en général inaccessible. On est donc conduit à chercher une solution approchée par une méthode numérique : la méthode des éléments finis. Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures et les fonctions test appartiennent au même espace de dimension finie.

Le domaine V est décomposé en sous-domaines Ve de forme géométrique simple (les éléments) relies entre eux en des points appelés nœuds. Cette opération s'appelle maillage.

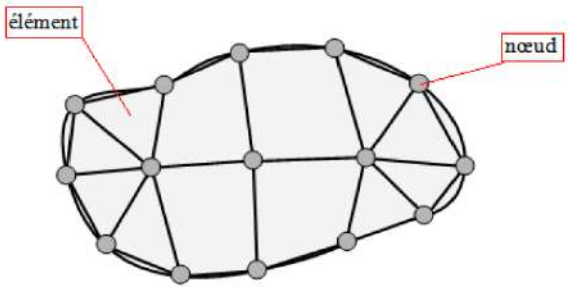


Figure III.4: domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds.

III.5.2.1. Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures :

Le champ de températures T (x, y, t) dans l'élément (e) à pour expression [14].

$$T^e(x, y, t) = [N_1^e(x, y) \dots N_i^e(x, y) \dots N_{n^e}^e(x, y)] \begin{cases} T_1^e(t) \\ T_i^e(t) \\ T_{n^e}^e(t) \end{cases} \qquad \textbf{(III.30).}$$

$$T^e(x,y,T) = [N^e(x,y)]\left(T^e_{(t)}\right)$$

Où :

- n^e est le nombre de nœuds de l'élément.
- les fonctions $N_i^e(x,y)$ sont les fonctions d'interpolation élémentaires
- la matrice N^e est la matrice d'interpolation élémentaire
- le vecteur $T^e_{(t)}$ regroupe les températures des nœuds de l'élément (e)

III.5.2.2. Représentation globale du champ de températures :

Le champ de températures T(x, y, t) a pour expression sur l'ensemble du domaine V

$$T(x,y,t) = [N_1(x,y) \dots N_i(x,y) \dots N_n(x,y)]\begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_i(t) \\ T_n(t) \end{Bmatrix} \quad \textbf{(III.31).}$$

$$T(x,y,t) = [N(x,y)]\left(T(t)\right)$$

Ou :

- n est le nombre de nœuds du maillage.
- les fonctions $N_i(X,Y)$ sont les fonctions d'interpolation (ou fonction de forme).
- la matrice $N[(X,Y)]$ est la matrice d'interpolation.
- $\{T\,(t)\}$ est le vecteur des températures nodales.

Les fonctions d'interpolation vérifient les relations :

$$N_i^e(x_i,y_j) = \delta_{ij} \qquad N_i(x_i,y_j) = \delta_{ij} \quad ; \forall\, i,j$$

$O(X_i,Y_j)$ sont les coordonnées du nœud j

III.5.3. Discrétisation de la forme intégrale faible :

De l'expression du champ de températures T sur le domaine: $T = [N](T)$

Et $(\text{grad}\, T) = [B](T)$ avec $[B] = [(B_1) \dots (B_i) \dots . B_n]$

Où : (B_i) dépend du problème traité (spatial, plan, axisymétrique…) pour un problème spatial, (B_i) s'écrit dans le repère orthonormé (x, y).

$$(B_i) = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

$$T^* = [N](T^*) = (T^*)^T[T]^T \; et \; (grad\, T^*) = [B](T^*), (grad\, T^*)^T = (T^*)^T[B]^T$$

En portant ces relations dans l'équation (III.27), il vient :

$$(T^{\square})\left\{[C]\left(\dot{T}\right)+[K](T)-(F)\right\}=0 \qquad \textbf{(III.32).}$$

$$[K]=\int_V[B]T\lambda[B]dv+\int_S h[N]^T[N]ds \qquad \textbf{(III.33)}.$$

Où :

[C]: est la matrice de capacité thermique[j/°C].

$[K]$: est la matrice de conductivité thermique [W/m°C].

(F) : est le vecteur des flux nodaux [W].

(T) : est le vecteur des températures nodales [°C].

III.6.Conclusion :

Les modèles physiques mis en place dans le chapitre précédent permettent de prendre en compte tout les couplages entre les principaux phénomènes physiques entrant en jeux, et le passage du domaine contenu au domaine discontinu pour la résolution du problème était nécessaire.

Dans ce chapitre on a présenté les trois grands méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles, et choisie la méthode des éléments finis pour discrétisé la forme générale des équations du system et l'équation de chaleur.

.

Chapitre IV

Interprétation et discussion des résultats

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre les résultats obtenus par le calcul numérique sont discutés et interprétés. Pour le calcul de problème conjugué d'écoulement turbulent \ transfert de chaleur, dans les échangeurs de chaleur tubulaires ; on à utilisé un logiciel de calcul basé sur la méthode des éléments finie .l'objectif de cette étude et d'analysé les performances dynamique et énergétique d'un échangeur trip tube par simulation numérique. Nous avons donc essayé d'appliquer le modèle mathématique couplé, et faire une analyse des résultats sous l'effet des conditions de fonctionnement standard.

Définition de l'ANSYS

ANSYS Inc., créé en 1970 aux Etats-Unis, est le numéro un mondial des logiciels de modélisation et simulation. Depuis, son objectif est de développer et de fournir des logiciels de simulation en mécanique des structures, mécanique des fluides, électromagnétique et explicite (très grande vitesse et très grandes déformations). Pour mener notre étude par modélisation numérique, on a utilisé le logicielle numérique ANSYS, qui est l'un des codes de calcul, basé sur la méthode d'éléments finis.

Le logicielle « ANSYS » comprend plusieurs composantes telles que: ANSYS/ Professionnel, ANSYS/ Multiphasiques, ANSYS/ Structural….etc. Chaque composante est destinée à l'un des domaines d'ingénierie, et son choix met automatiquement à la disposition de l'utilisateur les processus adéquats (type d'élément, conditions aux limites, tracés,…etc.). Dans notre analyse, on a utilisé les modules thermal dans ANSYS/ Multiphasique, qui permet de traiter la majorité des problèmes du mécanique des fluides et des transferts de chaleur.

- ✓ Les différentes étapes nécessaires à la simulation d'un problème physique :

- Type de calcul (2D ou 3D)
- Choix du maillage
- Équations résolues
- Conditions aux limites
- Conditions initiales
- Mise en place d'obstacles
- Méthodes et paramètres numériques (choix des schémas, résidus…)

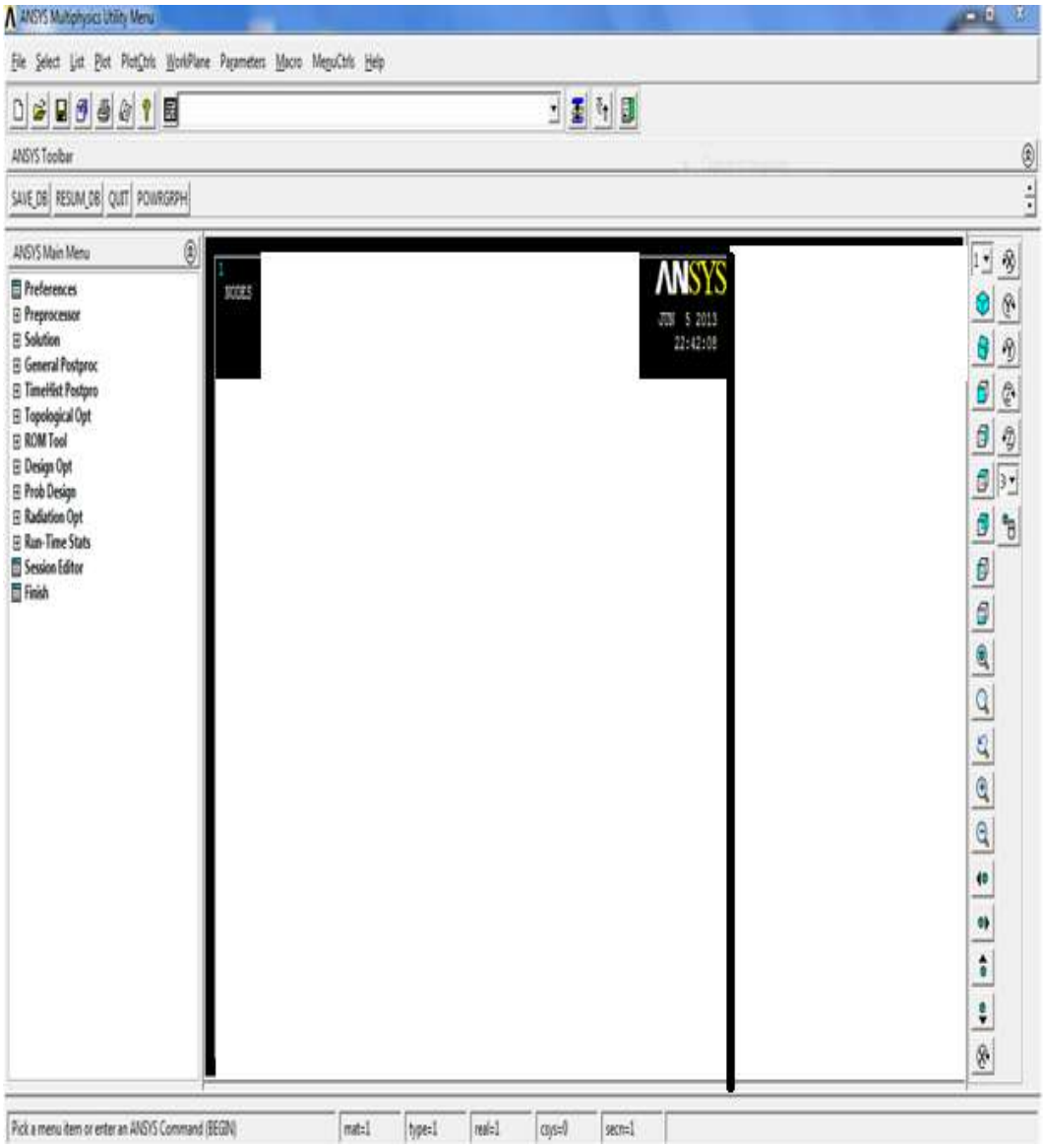


Figure IV.1: Représentation spatiale de l'interface d'Ansys

IV.2. Description de la structure étudiée :

Le matériau utilisé dans cette étude est l'acier inoxydable qui constitue les parois de l'échangeur ; ainsi que le fluide caloporteur qu'est l'air ; et l'autre fluide c'est l'eau ; dont les caractéristiques thermiques et dynamique sont données dans le tableau ci-dessous:

Tableau IV.1:Les propriétés thermiques et dynamiques de l'acier et de l'air et de l'eau.

	L'Air	**L'acier**	**L'eau**
Conductivité thermique [W/m°C]	0.0257	14.92	0.609
Chaleur spécifique [J/Kg°C]	1.009	456	4.21
Densité [Kg/m^3]	1.205	7780	1000
Viscosité [Kg/m s]	0.000182	__	0.000893

IV.3. Les dimensions des différentes géométries :

Les configurations sont simplifié dans le tableau (IV.2**)**, ainsi que la forme géométrique de tube sont indique sur la figure (IV.3).

Tableau IV.2: Les dimensions des géométries

		Géométrie(A)	Géométrie(B)	Géométrie(C)
Coté froid 1	**D1(m)**	0.8	0.6	0.4
	e(m)	0.01		
	L(m)	4		
	X(m)	0.02	0.03	0.04
Coté chaud	**D2(m)**	0.1		
	E(m)	0.01		
	L(m)	4		
Coté froid 2	**D3(m)**	0.2	0.3	0.4
	E(m)	0.1		
	L(m)	4		
	X(m)	0.02	0.03	0.04

❖ La géométrie étudiée :

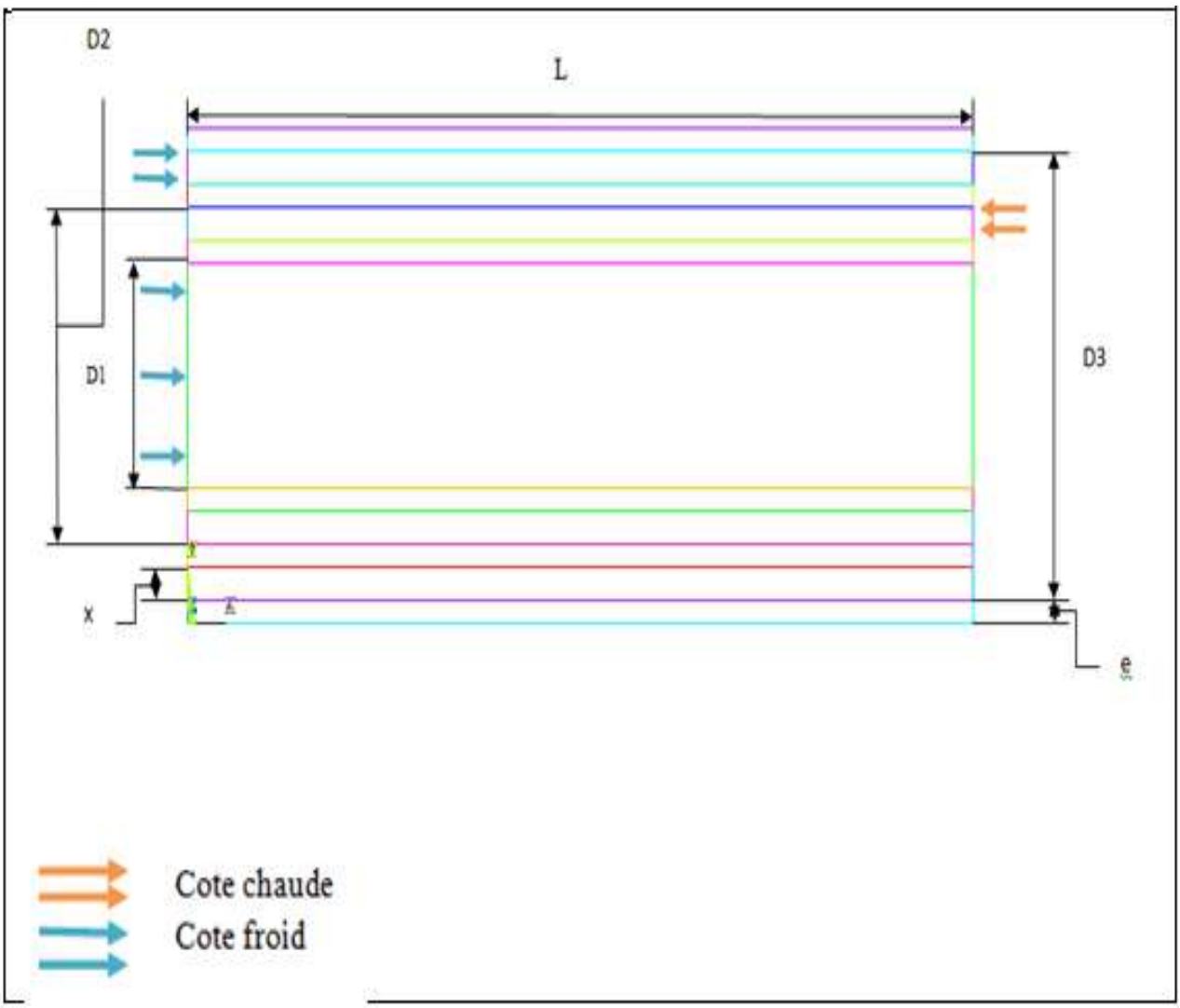


Figure IV.3: Représentation spatial de géométrie étudiée (échangeur triple tube)

IV.4. Les conditions aux limites :

La procédure de résolution de l'équation d'un écoulement turbulent confiné exige que les conditions aux limites doivent être spécifiées autour du domaine d'écoulement pour chaque propriété physique gouvernée par une équation différentielle.

Tableau IV.3: Les conditions aux limites

	Coté froid de l'eau D1		Coté froid de l'eau D3		Coté chaud de l'air D2	
	Entrée	sortie	Entrée	sortie	Entrée	Sortie
V(m/s)	0.5	__	0.5	__	-0.35	__
T (°C)	25	__	25	__	80	__

IV.5. Resultants et interpretations:

On à étudier la variation de vitesse et température et pression dans les trois positions.

IV.5.1. Configuration étudiée :

Tableau IV.4: Position des points dans la configuration étudiée

Position	**P**	**P**	**P3**
X (m)	0.775	2.2	3.25

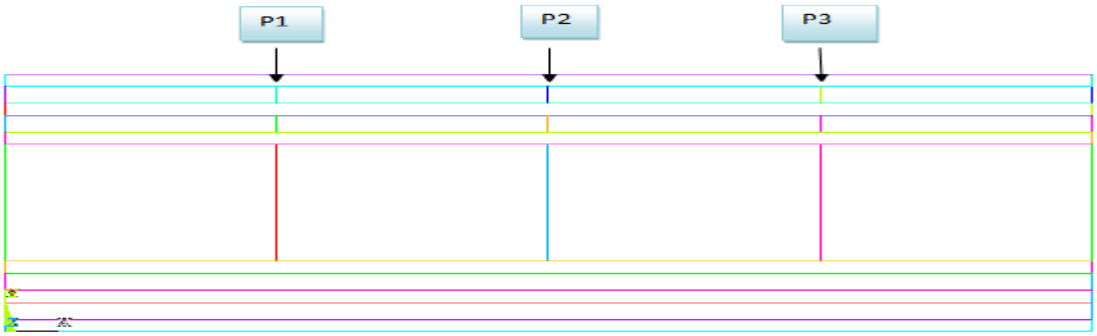


Figure IV.4: Les positions de l'échangeur triple tube

IV.5.2. L'échangeur triple tube :

IV.5.2.1. Champs de vitesse :

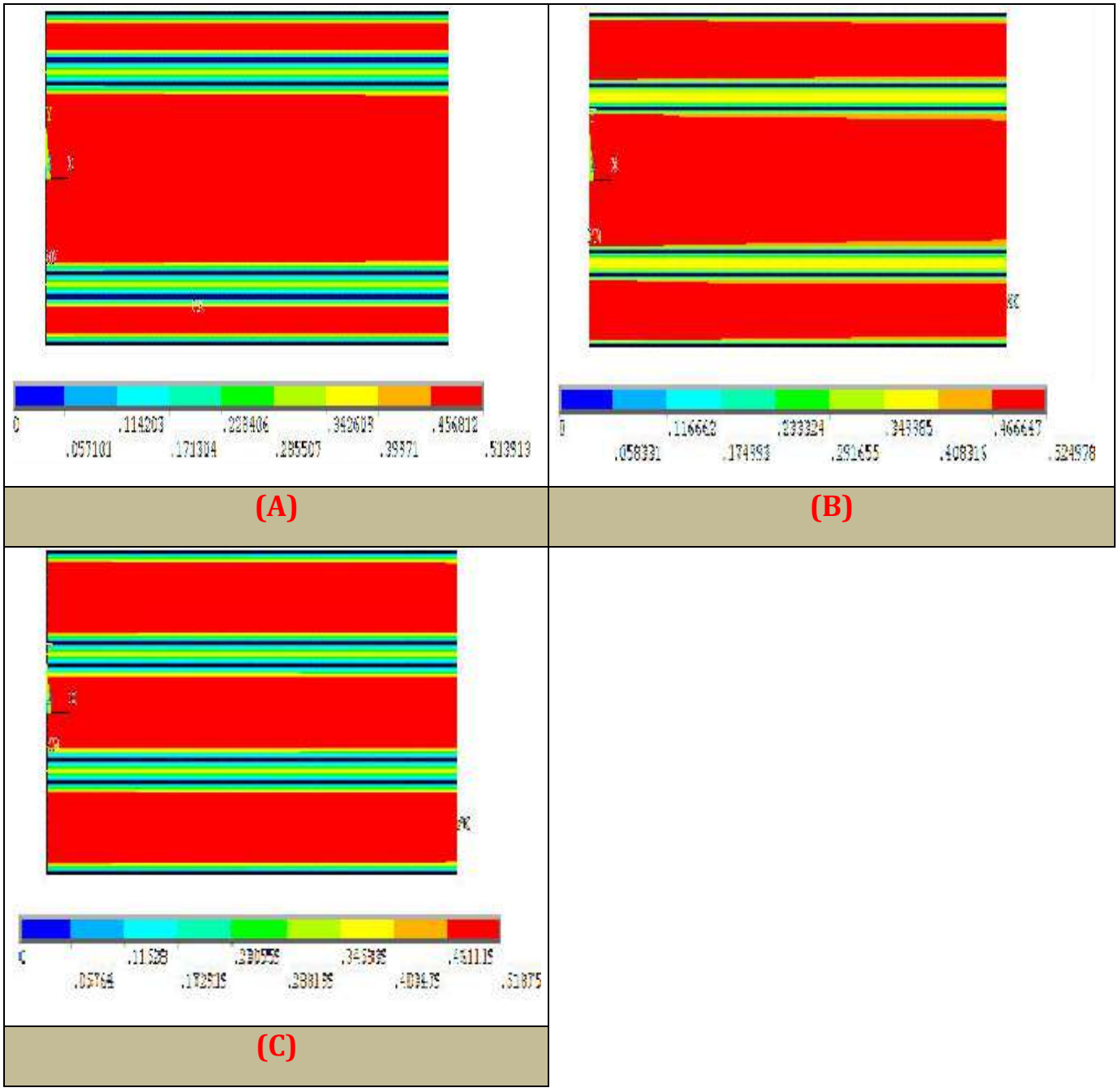
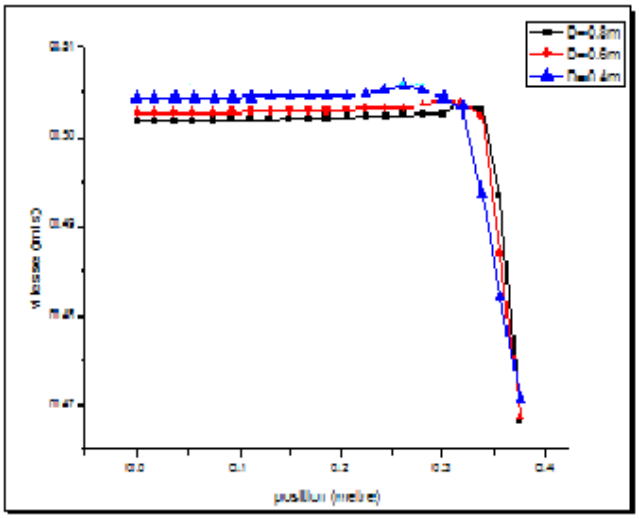


Figure IV.5: Représentation spatiale de Champ de vitesse (triple tube)

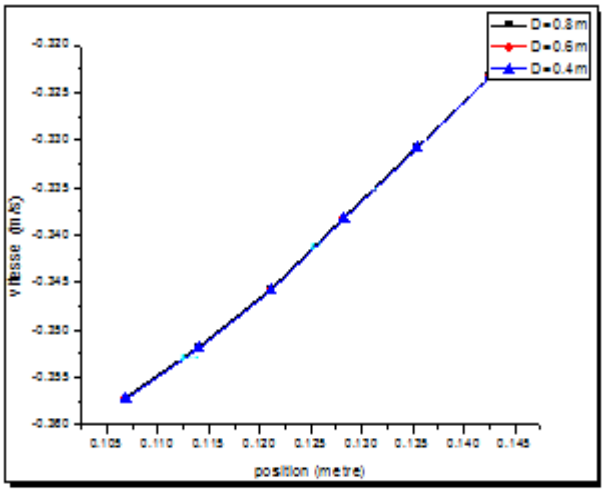
- La figure (IV.5) montre une représentation spatiale du champ de vitesse dans différents géométries étudiés pour l'échangeur (triple tube).
- On constate une diffusion axiale justifiée par l'homogénéité de la couche limité dynamique.

IV.5.2.2. Les profils des vitesses :

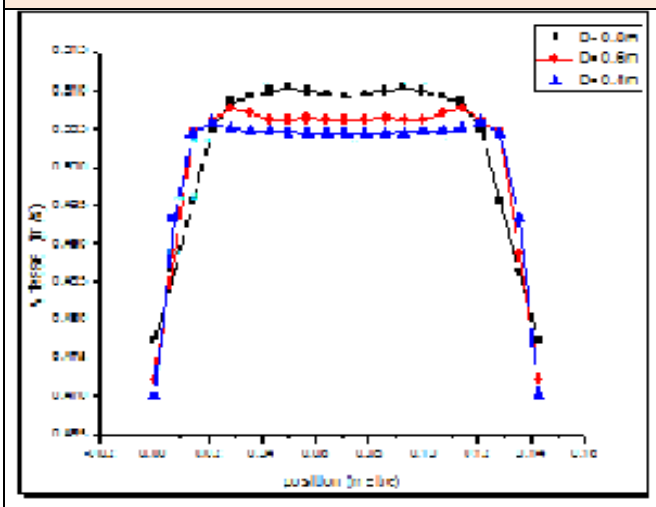
- **POSITION N°1(X=0.775M)**



COTÉ FROID1



COTE CHAUD



COTÉ FROID2

Figure VI.6:Profils de vitesse pour les trois diamètres dans la position 1

- POSITION N°2(X=2.2M)

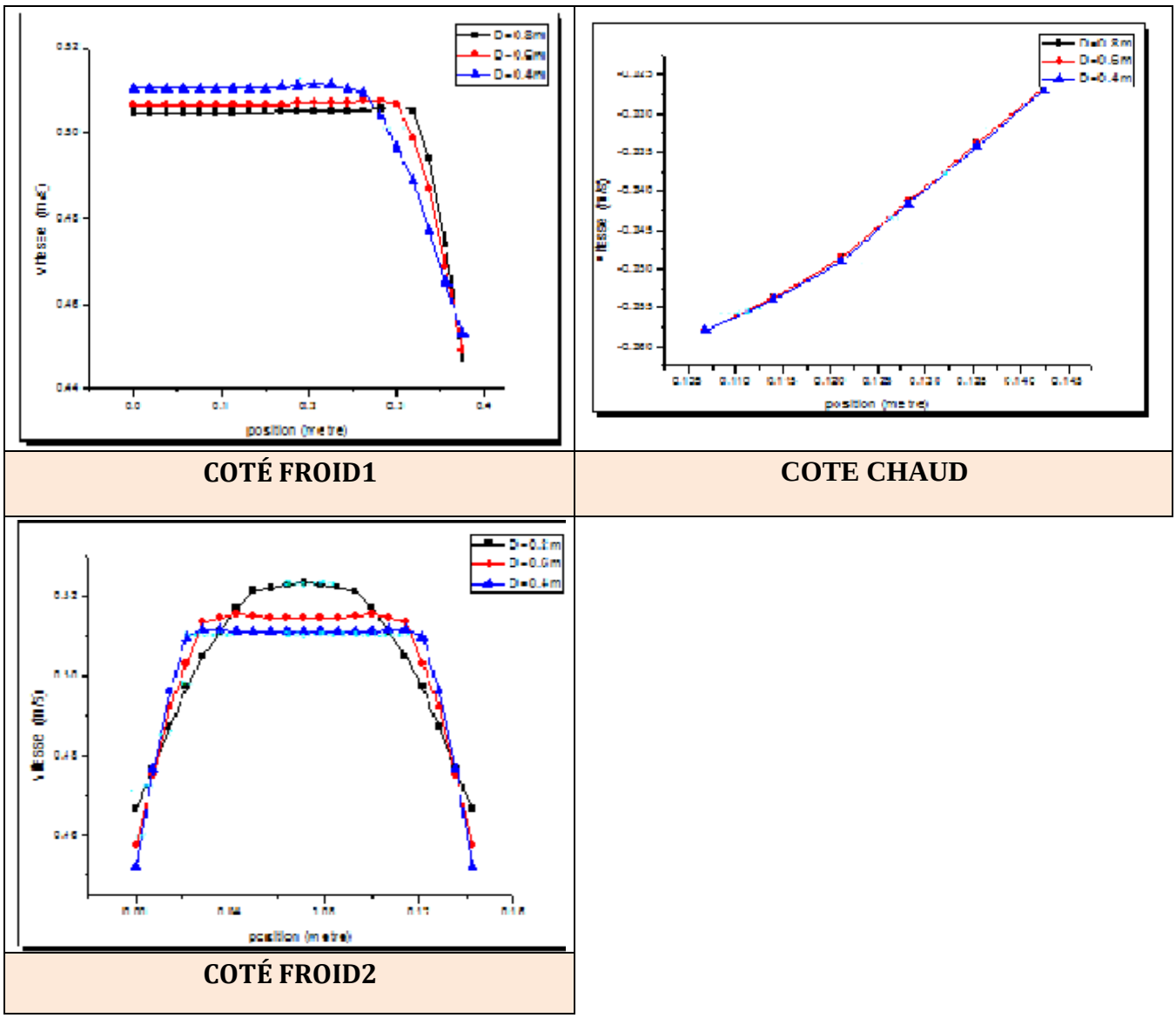


Figure VI.7: Profils de vitesse pour les trois diamètres dans la position 2

- POSITION N°3(X=3.25M)

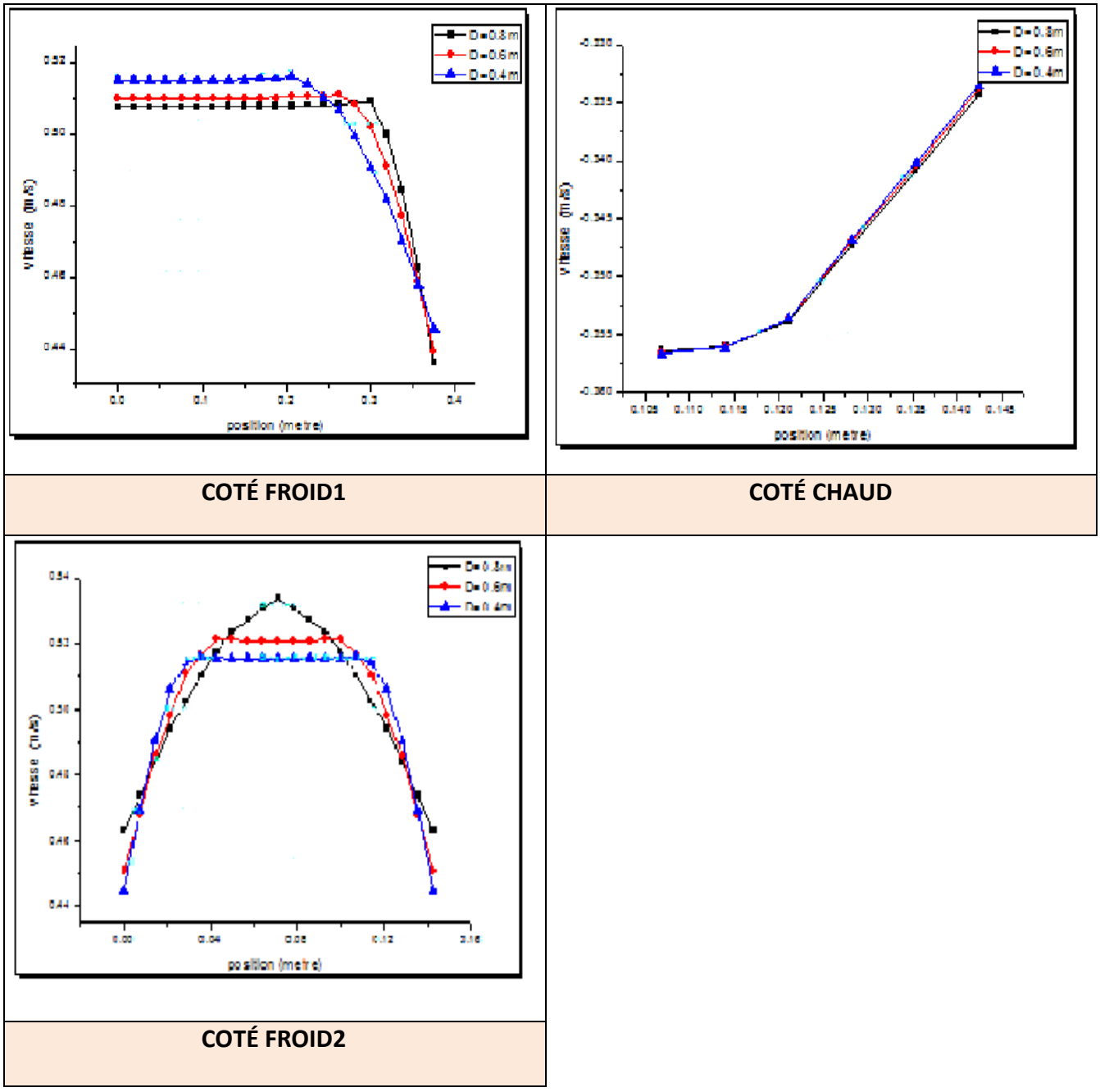


Figure VI.8: Profils de vitesse pour les trois diamètres dans la position 3

On note que la vitesse est constante avec la variation de position puis il y'a une dégradation

Pour le coté froid1:

- le diamètre D=0.8m, la vitesse reste constante dans [0 0.35] m Qui égale à V_{max}=0.505m/s après une dégradation de celle-ci. De V_{max}=0.505m/s à V_{min}=0.45m/s.
- le diamètre D=0.6m, la vitesse reste constante dans [0 0.3] m Qui égale à V_{max}=0.505m/s après une dégradation de celle-ci. De V_{max}=0.51m/s à V_{min}=0.45m/s.
- le diamètre D=0.4m, la vitesse reste constante dans [0 0.25] m Qui égale à V_{max}=0.505m/s après une dégradation de celle-ci. De V_{max}=0.512m/s à V_{min}=0.45m/s.

c'est identique pour les deux autres positions coté froid1

on comparent les trois positions en note que :

- plus le diamètre est minimale plus la vitesse est grande.
- La vitesse augmente dans le même diamètre en chaquant position

Coté chaud : et pour les trois positions on note que la vitesse est proportionnelle avec la position et pour les trois diamètres.

et on remarque les graphes de vitesse dans le coté chaud est presque adéquat.

Pour le coté froid2 :

En remarque que pour les trois diamètres on la même allure c'est-a-dire que la vitesse est proportionnelle avec la position dans l'intervalle [0 0.04] m atteint la V_{max} puis elle est quasi constante dans l'intervalle [0.04 0.12]

Finalement il y'a une diminution de la vitesse de V_{max} à V_{min} dans l'intervalle [0.12 0.16]m

dans le D=0.8m ⟶ V_{max}= 0.53m/s ; V_{min}=0.46m/s

D=0.6m ⟶ V_{max}= 0.52m/s ; V_{min}=0.45m/s

D=0.4m ⟶ V_{max}= 0.51m/s ; V_{min}=0.44m/s

Finalement on peut dire plus diamètre est minimale alors plus la vitesse est grande.

IV.5.2.3. Champs de pression :

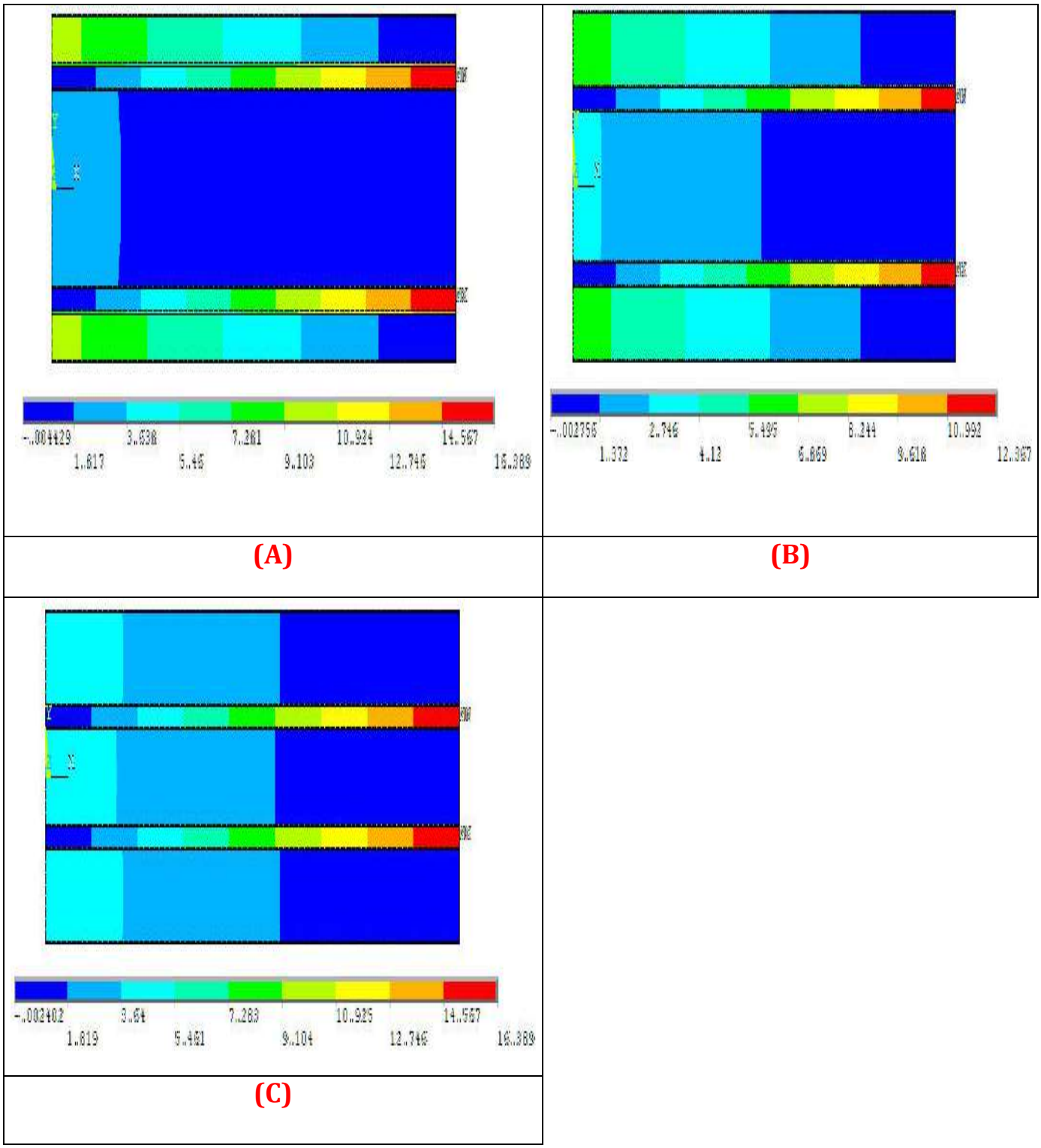


Figure IV.9: Représentation spatiale de Champ de pression (trip tube)

- La figure (IV.9) montre une représentation spatiale de Champ de pression pour des différentes géométries étudiées.
- On remarque une régularité de pression dans tout les géométries, le champ de pression débute par une valeur maximale à l'entré de fluide jusqu'à une valeur minimale à la sortie pour les deux cotés (froid et chaud). C'est-a-dire une chute de pression en avancement de l'écoulement.

IV.5.2.4. Champs de temperature:

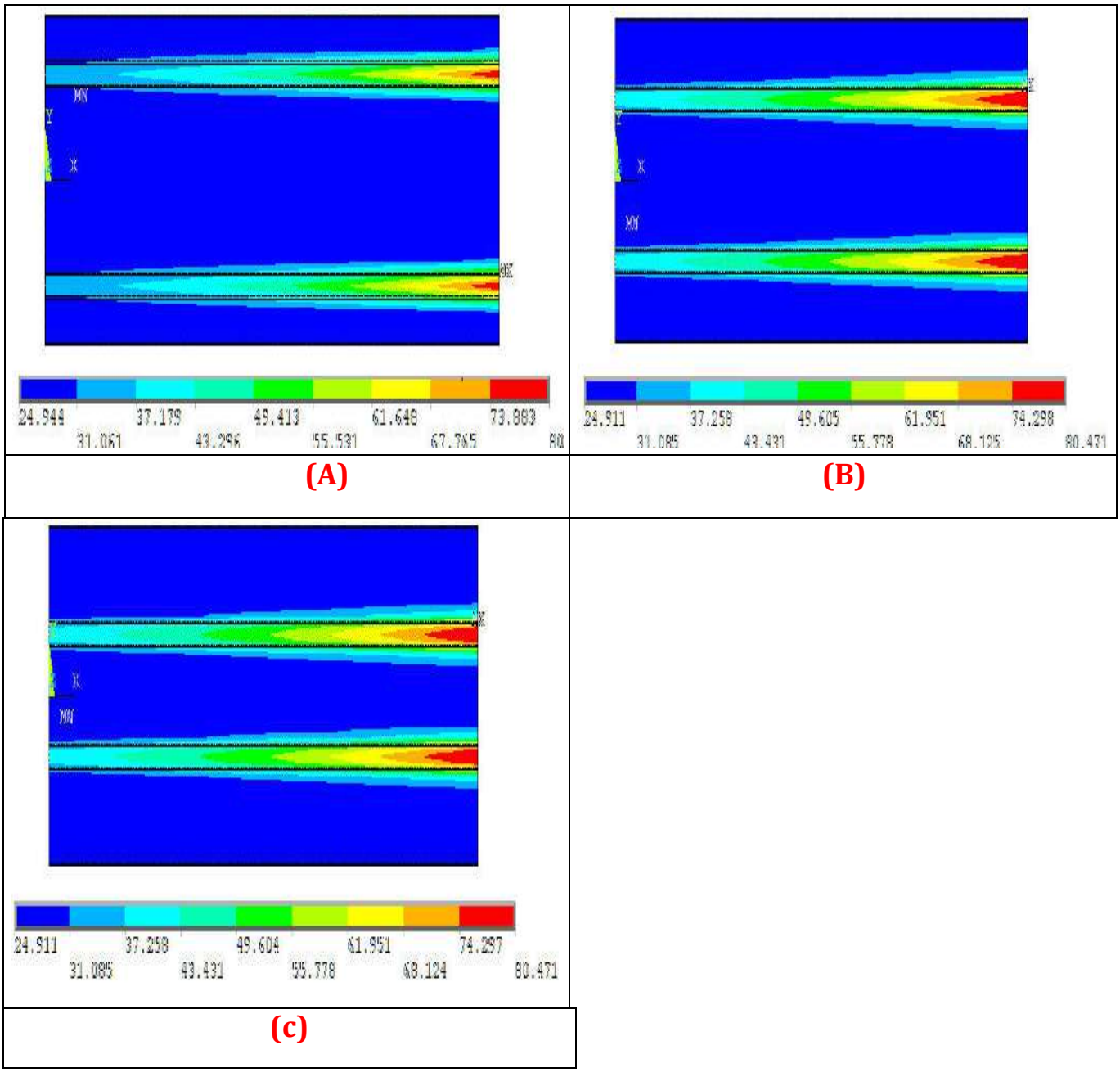


Figure IV.10: Représentation spatial de Champ de température (triple tube)

- La figure (IV.10) montre une représentation spatiale de la distribution de température. On remarque qu'on a une bonne interaction, qui favorise le transfert de chaleur.

D'après les résultats de la température et le calcul de $\Delta T=T_s-T_e$ pour les différents diamètres on note qu'il n y'a pas une grande différence entre eux. Par conséquent le diamètre minimal donne le bon transfert de chaleur « bonne dissipation de chaleur » (comme il est montré dans la figure IV.10 (c)).

IV.5.3.5. Les profils des températures :

- **POSITION N°1(X=0.775M)**

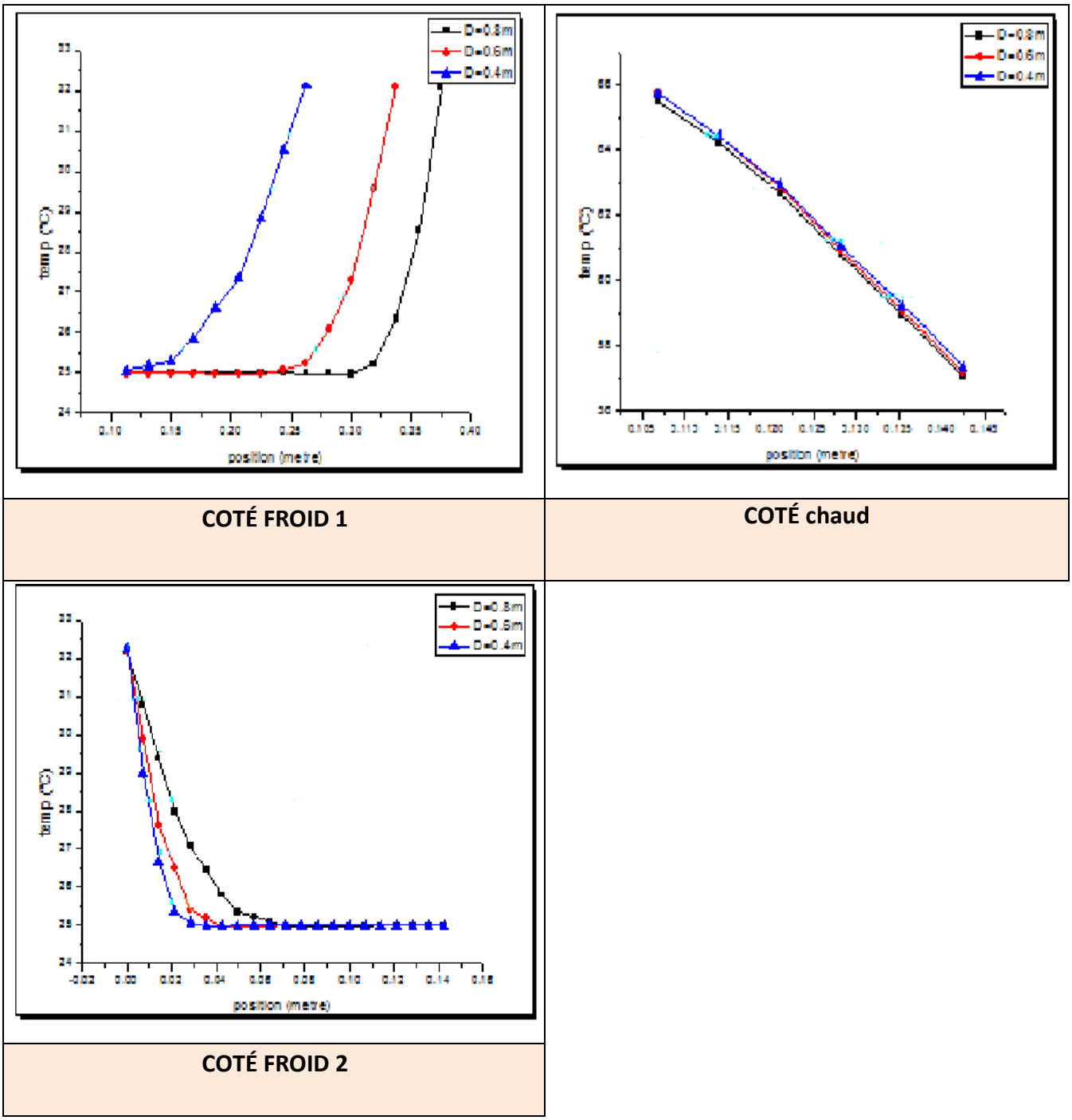
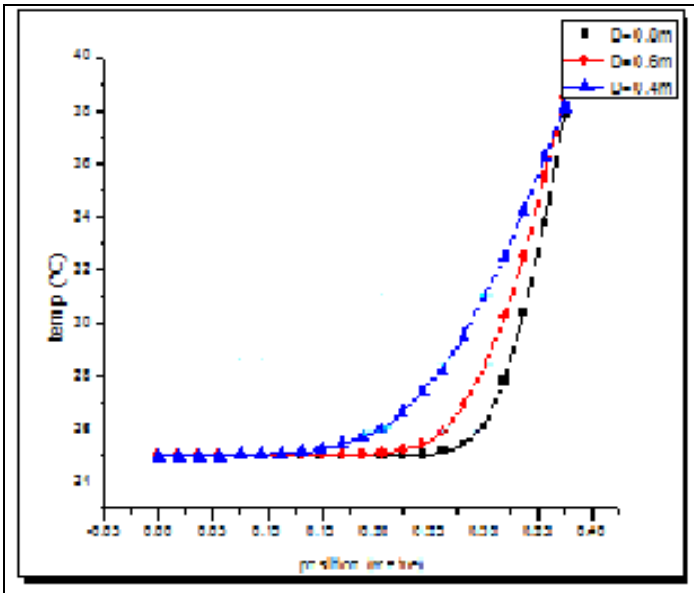
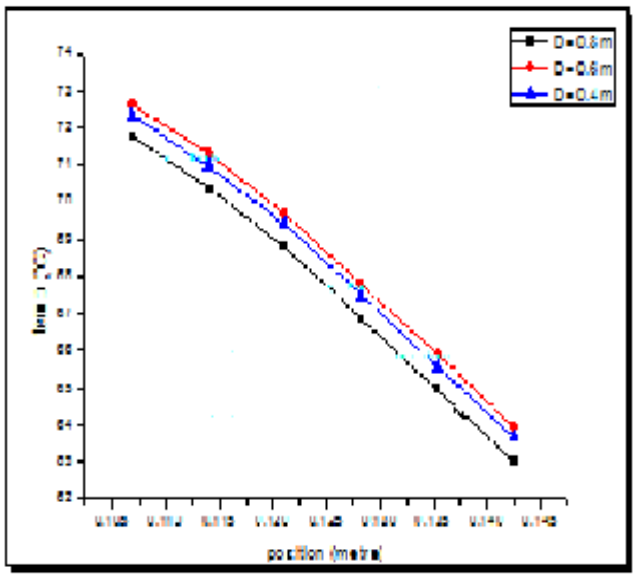


Figure VI.11:Profils de température pour les trois diamètres dans la position 1

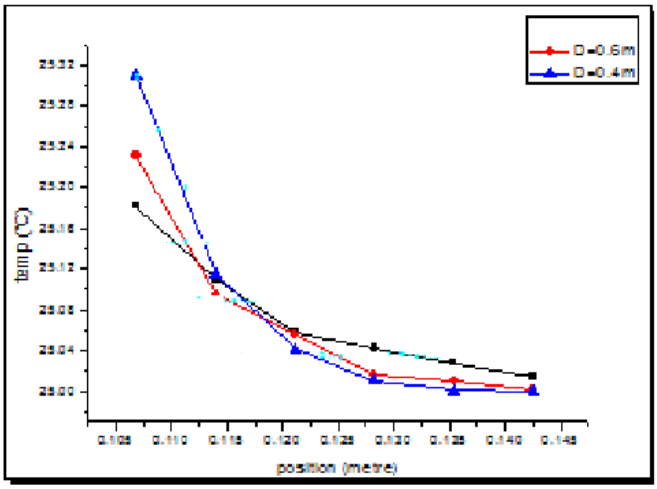
- POSITION N°2(X=2.2 M)



COTÉ FROID 1



COTÉ CHAUD



COTÉ FROID 2

Figure VI.12:Profils de température pour les trois diamètres dans la position 2

- POSITION N°3(X=3.25 M)

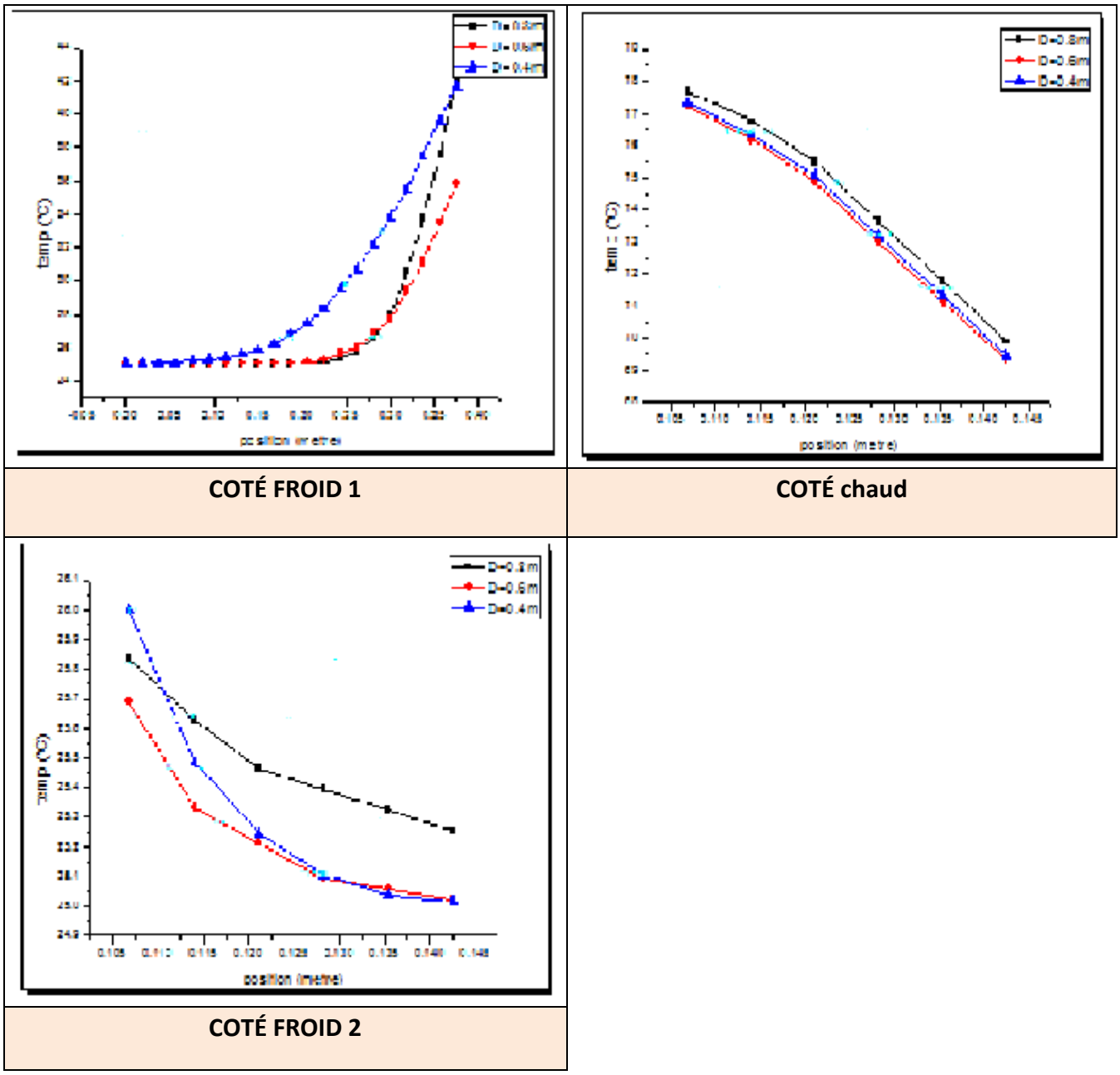


Figure VI.13:Profils de température pour les trois diamètres dans la position 3

Les figures (IV.11), (IV.12), (IV.13) montrent les profils de la température pour différents diamètres à chaque position dans les côtés chaud et froid de l'échangeur de chaleur à triple tube.

Du coté du fluide froid(1), la température est quasi constante dans l'intervalle[0.10 0.25]m

Puis elle devient proportionnelle avec la position dans l'intervalle [0.25 0.4]m

Du coté du fluide chaud pour tous les positions en remarque que la température est inversant proportionnelle à la position

Donc T_{max}=32°C et T_{min}=25°C

Du coté du fluide froid(2) pour tous les positions on remarque la température est inversement proportionnelle avec la position T_{max} ; T_{min}

On compare entre les diamètres on note toujours la température augmente rapidement dans le diamètre minimale.

IV.6.Conclusion

Ce chapitre était consacré à l'analyse des résultats numériques de problème d'écoulement et transfert d'énergie dans les échangeurs triple tube développé sur ANSYS.

D'après les résultats de simulation on peut montrer les constatations suivantes :

- Dans l'échangeur triple tube, la distribution de température et nettement visible (présence de la couche limite), et une bonne interaction entre les cotés chaud et froid, qui favorise le transfert de chaleur transversal.
- On constate une diffusion axiale justifiée par l'homogénéité de vitesse dans les géométries étudiées.
- On remarque une régularité de pression dans tout les géométries, le champ de pression débute par une valeur maximale à l'entré de fluide jusqu'à une valeur minimale à la sortie pour les deux cotés (froid et chaud).C'est-a-dire une chute de pression en avancement de l'écoulement.

CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire nous avons étudié l'influence de la diamètre interne pour l'échangeur de chaleur a triple tube concentrique avec les propriétés mécaniques à sommé la vitesse d'écoulement et la pression du fluide et au les propriétés thermique :

- La température de fluide chaude et froide.
- La configuration en écoulements à contre courant à été choisi dans cette étude.
- Les résultats de calcule effectués au moyen de l'outille informatique « code ANSYS ».

Ont montre que :

- ❖ Les résultats de simulation ont montré que le transfert thermique entre les fluides (chaud et froid) et très avantagé par les différentes géométries.
- ❖ Les résultats obtenus sont très conformes avec la théorie, il est bien connu que la variation des géométries augmente ou démuni les pertes de charges.
- ❖ Les turbulences améliorent l'effet de transferts en raison de la création d'une diffusion thermique bidimensionnelle.

En fin, ce travail nous a permis d'approfondie les connaissances théorique acquises dans notre formation et des mètres en application.la simulation a fait appel au logiciel « ANSYS » et ce ci nous a affait la chance d'apprendre à simuler au moyenne de ce logiciel.

[1] : Mr Touatit Achour**,** étude technico-économique des échangeurs de chaleur a Triple tube concentrique faculté de technologie université de batna 15.01. 2014.

[2] : M^{elle} ASSAM et LARBI, étude numérique comparative des échangeurs de chaleur à tri-tube et bitube concentrique université de medea, 2013.

[3] : A.BONTENPS. Échangeur de chaleur, description des échangeurs, -Technique de l'ingénieur traitée génie énergétique B2341, pp.1-7.

[4] : K. Baadache et all, étude numérique d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique en régime permanent (méthodique et anti-méthodique). LESEI, Département de Mécanique,Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université de Batna 02.07.2008.

[5] : M. MOUSSA, J. MARIE PERRIERCORNET. Échangeur de Chaleur: échangeur tubulaire et [Échangeur à surface raclée, JEAN CASTAING LASVINOTTES 2002.

[6] : *Amine ALI NEHARI* , Étude thermo-énergétique d'un échangeur de, chaleur à plaques et joints : Application aux fluides géothermiques, université de Tlemcen.2011.

[7] : J.PADET. Échangeurs thermiques. Masson, paris Milan Barcelone 1994.

[8] : J.F.SACCADURA. Initiation aux transferts thermiques, paris 4 éme Tirage 1993.

[9] : PATRICKCHASSING, turbulence en mécanique des fluides analyse analyse du phénomène vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur. I.N.P. de TOULOUSE, (2000).

[4] : A.mezmiz. Mini projet 1éré post graduation " différent type d'échangeur" de L'université Mentouri Constantine 2006.

[10] : F. BISEL, calculs numériques d’écoulements à nombre de Reynolds élevées avec simulation semi-empirique de la turbulence .A.I.R.H.page 17-18, (1972).

[11] : B. E. LAUNDER, D, B. SPALDING, the numerical computation of turbulent transportdv. Geophysics, vo118A, (1974).

[12] : http://thetis.enscpb.fr.Notice théorique. Janvier 2010.

[13] : Paul FERREY, Modèles aux tensions de REYNOLDS avec prise en compte de l’intermittence de frontière, thèse pour l’obtention du Grade de docteur de l’université de POITIERS.

[14] : Modèle D’Etalement Et Traitement Numérique, Discrétisation la forme