REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA
FACULTE DE TECHNOLOGIE

2021-UYFM-LBMPT

Doctorat en Sciences

T H ÈS E

Pour obtenir le diplôme de docteur en sciences délivré par

L'Université Yahia Farès de Médéa
Spécialité : Génie des Procédés

Présentée et soutenue publiquement par

KHEMISSAT Boualem

le .....

Simulation numérique des transferts thermiques en régime MHD avec thermophorèse

Directeur de thèse : **Mohamed Najib BOUAZIZ**

Devant le jury composé de :

TRIKI Zakaria	Maitre de Conférences, Université Y.F Médéa	Président
BOUAZIZ Mohamed Najib	Professeur, Université Y.F Médéa	Directeur de Thèse
BENAROUS Abdallah	Professeur, Université S. D de Blida 1	Examinateur
KHELIL Ali	Professeur, Université H.B Chlef	Examinateur

Laboratoire de Biomatériaux
et Phénomènes de Transport

THÈSE

الخلاصة:

فحصت في هذه الرسالة تأثير الانتقال بالترموفوراز وعملية الشفط / الحقن على ديناميكية الممغنطة (MHD) غير متعلق بلزمن في صفيحة مسامية مائلة شبه منتهية. يتم أخذ بالاعتبار كل من التفاعل الكيميائي وتوليد الحرارة والإشعاع الحراري. لأجل إيجاد حلول يتم تحويل المعادلات التفاضلية الجزئية الحاكمة عبر تقنية التشابه إلى نظام مبسط من معادلات تفاضلية عادية غير خطية، والتي يتم حلها عدديًا عن طريق تطبيق طريقة الفروق المحدودة Lobbato III-a.يتم إجراء مقارنات مواتية مع الأعمال المنشورة مسبقًا. تم الحصول على النتائج العددية ذات الصلة للسرعة ودرجة الحرارة والتركيز وكذلك لمعامل احتكاك السطحي ونقل حرارة الجداري ومعدلات نقل الكتلة وتمثيلها بيانياً نأخذ بارامترات مختلفة لإظهار جوانب مثيرة للاهتمام من الحل. النتائج الرئيسية هي التأثير المهيمن لعملية الشفط/ الحقن للتحكم في الطبقات الحدودية الرئيسية والدور الذي يلعبه التفاعل الكيميائي المشترك وتوليد الحرارة والإشعاع الحراري على التغيرات في الكميات ذات الأهمية.

كلمات مفتاحية: التبادل الحراري، الإشعاعية الحرارية، مص،وديناميكية الممغنطة،لوحة مائلة، الترموفوراز.

Résumé :

Dans cette thèse nous ferons L'étude sous magnétohydrodynamique (**MHD**) des effets de thermophorèse avec le transfert radiatif sur une plaque inclinée perméable en convection mixte a été analysée numériquement. Les équations différentielles partielles gouvernantes sont rapportées à un système d'équations différentielles ordinaires non linéaires qui sont résolues numériquement en appliquant la méthode Lobbato IIIa des différences finies. La comparaison est favorable avec les travaux précédemment publiés.

Les résultats numériques pour les profils adimensionnels de vitesse, de température et de concentration aussi bien que pour le coefficient de frottement superficiel, le coefficient de transfert de chaleur avec le mur et le taux de déposition des particules sont obtenus. Les figures établies suivant les paramètres convenablement choisis montrent des aspects intéressants. Les principaux résultats mettent en évidence le rôle dominant et l'influence du procédé d'aspiration/injection pour le contrôle de la couche limite hydrodynamique. Les quantités classiques et importantes de quantification sont largement sous la dépendance des valeurs concrètes du rayonnement incident, de réaction chimique et de la source de génération de chaleur.

Mots-clés : Convection mixte ; Rayonnement thermique ; Magnétohydrodynamique ; Aspiration ; Thermophorèse ; Plaque inclinée

Abstract:

This thesis examined the thermophoresis effect and suction/injection process on steady **MHD** in a semi-infinite inclined porous plate. Chemical reaction, heat generation and thermal radiation are taking into account. The governing partial differential equations are transformed via similarity technique into a system of nonlinear ordinary differential similarity equations, which are solved numerically by applying the Lobbato IIIa-finite-difference method. Favorable comparisons with previously published works are performed. Numerical pertinent results for the velocity, temperature and concentration profiles as well as for the skin-friction coefficient, wall heat transfer and mass transfer rates are obtained and reported graphically for various parametric conditions to show interesting aspects of the solution. The main results are the dominant influence of suction/injection process to control the principal boundary layers and the role played by the combined chemical reaction, heat generation and thermal radiation on the changes in the quantities of interest.

Keywords: Mixed convection; Thermal radiation; **MHD**; Suction; Thermophoresis; Inclined plate.

Dédicaces

A

Mes parents,

Mes filles et mon garçon

Ma femme

Mes frères,

Toute Ma famille

Tous mes proches,

Tous mes amis,

Tous ceux qui m'ont aidé

et encouragé.

Remerciements

Je remercie avant tout ***ALLAH*** *le tout puissant de m'avoir donné la volonté et le courage de mener à bien ce modeste travail.*

Ce travail a été réalisé sous la direction de **Mr M.N. BOUAZIZ,** *Professeur à l'université Y.F. Médéa, pour son encadrement. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour sa confiance, ses précieux conseils, son enthousiasme et son soutien sans faille.*

J'exprime toute ma gratitude à **Mr Z. TRIKI**, *Maitre de Conférences à l'université Y.F. Médéa, qui m'a honoré en acceptant de présider le jury de cette thèse.*

Je tiens à adresser mes remerciements à **Mr A. BENAROUS**, Professeur *à l'université S. D* de Blida 1 et **Mr A. KHELIL**, *Professeurs à l'université H.B Chlef, pour avoir accepté de faire partie du jury en tant qu'examinateurs.*

SOMMAIRE

الخلاصة, Résumé, Abstract……..….. *i*
Dédicace…… *iii*
Remerciements……..…… *iv*
Sommaire……..…… *v*
Liste des figures……...…… *viii*
Liste des tableaux…… *xi*
Liste des abréviations…… *xii*

Introduction générale…… 1

Chapitre I : L'électromagnétisme ; convection mixte et milieux poreux

I.1 Introduction…… 6
I.2 Définition des grandeurs fondamentales……. 6
I.3 Équations de l'électromagnétisme……... 10
I.4. Milieux magnétiques……...…….. 11
I.5 Convection mixte……... 12
I.6 Hydrodynamique et transport en milieux poreux…… 16
I.6.1 Définition du milieu poreux……. 16
I.6.2 Paramètres du milieu poreux……... 17
I.6.3 Diffusion en milieu poreux…….. 22
I.7 Conclusion…….. 26

Chapitre II : Magnétohydrodynamique (MHD)

II.1 Introduction…… 28
Force de Lorentz……. 28
II.2 Problème magnétodynamique……. 29
Loi d'Ohm…… 30
Équations de Maxwell …….. 30
Équations régissant le fluide……. 32
II.3 Paramètres caractéristiques de la **MHD**…… 35
II.4 Applications industriellede la **MHD**…… 36
II.5 Recherche fondamentale en **MHD**…… 45
II.6 Conclusion…….. 45

Chapitre III : Thermo-diffusion

III.1 Introduction…… 47
III.2 Transport sous l'influence d'un gradient de la température…… 50
Diffusion thermique…… 51
III.3 Vue d'ensemble des mécanismes de déposition…… 51
III.3.1 Mécanismes de Déposition ……. 51
III.3.2 Force totale agissant sur les particules …… 61
III.4 Exemples des applications techniques de thermophorèse…….. 63
III.5 Conclusion…….. 63

Chapitre IV : Revue de la littérature et problématique

IV.1. Introduction et revue de la littérature……. 66
IV.2. Problématique……. 71
IV.3 Equations gouvernantes ……... 72
IV.4 Hypothèses simplificatrices……. 73
IV.5 Stratégie de résolution et organigramme……... 73
IV.6 Conclusion…….. 74

Chapitre V : Procédure de résolution et validation du code de calcul

V.1 Introduction…… 76
V.2 Méthodes numériques……... 76
V.3 BVP pour les équations différentielles ordinaires ODEs …… 78
V.4 Méthodes de Lobatto……. 78
V.5 Méthode Keller Box…… 80
V.6 Travaux de comparaisons……. 80
V.6.1 Solution numérique……. 80
V.6.2 Modèle de White…….. 80
V.6.3 Modèle de Mills …….. 81
V.6.4 Modèle de Tsai……. 81
V.6.5 Modèle de Selim……. 82
V.6.6 Modèle d'Alam et al…… 83
V.7 Validation numérique et erreurs…….. 83
V.7.1 Comparaison avec résultats de White…….. 83
V.7.2 Comparaison des nombres de Stanton ……... 84
V.7 Conclusion…… 86

Chapitre VI : Modèle I résultats et discussions

VI.1 Introduction…… 88
VI.2 Equations gouvernantes……..... 88
VI.3 Transformations de similarités ……... 90
VI.4 Quantités d'intérêt …… 91
VI.5 Résultats…… 91
VI.6 Conclusion…….. 103

Chapitre VII : Modèle II résultats et discussions

VII.1 Introduction…… 105
VII.2 Equations gouvernantes……..... 105
VII.3 Transformations de similarité……..... 105
VII.4 Résultats ……. 106
VII.4.1 Vitesses, températures et concentrations…… 106
VII.4.2 Quantités d'intérêt……. 112
VII.5 Conclusion…….. 116

Conclusion générale……... 117

Références……..... 120

LISTE DES FIGURES

Fig. I.1. Représentation de direction pour la force de Lorentz à partir du champ magnétique et du courant…… 8
Fig. I.2 : Profils des vitesses pour les couches limites laminaire et turbulente lors d'un écoulement sur une plaque plane……... 14
Fig. I.3 : Répartition des températures dans une couche limite turbulente pour un fluide s'écoulant sur une plaque chauffée [2] ……. 14
Fig. I.4. La figure illustrant la taille intermédiaire du Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique et à l'échelle des pores …… 15
Fig. I.5. Modèle géométrique par empilement régulier de sphères de même diamètre…….. 16
Fig. I.6 : Schéma hydro-dispersif d'un traceur, convection et dispersion (Bear)…….. 17
Fig. I.7 : Distribution des vitesses entre les pores (Bear, 1979) …… 20
Fig. I.8: Analogie électrique pour la combinaison des différents modes de transport diffusif dans un milieu poreux……. 22

Fig. II.1 : Principes du pompage électromagnétique [10] …….. 38
Fig. II.2 : Principes de production d'électricité ***MHD****[10]*……..... 38
Fig. II.3 : Principes de propulsion ***MHD*** *[10]*……..... 39
Fig. II.4 : Principes de l'agitation électromagnétique (De Berton [11])……..... 41
Fig. II.5 : Cellule typique de réduction [10]…….. 42
Fig. II.6 : Accommodement de la valve magnétohydrodynamique de plasma …..……... 42
Fig. II.7 – Trajectoires de particules autour d'une ligne de champ magnétique…… 43
Fig. II.8 – Schéma d'un réacteur…… 44

Fig. III.1. Établissement d'un gradient de fraction molaire dans un mélange ternaire sous l'action d'une différence de température : la thermo-diffusion……... 48
Fig.III.2. Différence entre le phénomène de la thermophorèse et la convection……. 48
Fig. III.3 : Cadre et objectifs de ce travail……... 50
Fig. III.4. Force électrostatique influente sur une particule dans un fluide…….. 52
Fig. III.5. Vitesses de migration de nanoparticules chargées obtenus sous champ électrique (*E*) *à différentes forces*……. 53
Fig. III.6 Force de Traînée influente sur une particule dans un fluide…….. 54
Fig. III.7.Diagramme schématique d'une particule (avec une grande sphère centrale) immergée dans un gaz……. 56
Fig. III.8. La vitesse thermophoretique sans dimensions……... 60
Fig. III.9 Densité normalisée de la poussière en fonction de la Position (cm)…….. 60
Fig.III.10 Comparaison de l'effet de différente forme de force sur les particules suivant leur taille. 62
Fig.III. 11. Schéma de la déposition des particules dans la fabrication de fibre optiques (Simpkins) 63

Fig. IV.1 : Représentation graphique du modèle physique et du système d'axes……... 72

Figure. V.1. Procédure de la formule Lobatto IIIa avec l'analyse de la stabilité…… 79
Fig. V.2. Comparaison Les résultats des profils de f, f' et f'' avec la solution de l'équation de Blasius par White [91]…… 82

Fig. VI.1. Profils adimensionnels de vitesse pour différentes valeurs fw …… 92

Fig. VI.2. Profils adimensionnels de température pour différentes valeurs fw …… 92
Fig. VI.3. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs fw ……... 93
Fig. VI.4. Profils adimensionnels de vitesse pour différentes valeurs de R …….. 94
Fig. VI.5. Profils adimensionnels de température pour différentes valeurs de R …… 94
Fig. VI.6. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs de R …….. 95
Fig. VI.7. Profils adimensionnels de température pour différentes valeurs de Sc . ……... 96
Fig. VI.8. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs de Sc …… 96
Fig. VI.9. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs de τ ……... 97
Fig. VI.10. Effets de τ et de γ sur le flux de dépôt de mur…….. 97
Fig. VI.11. Effets de fw et de γ sur coefficient de frottement superficiel…… 98
Fig. VI.12. Effets de fw et de γ sur coefficient de transfert thermique……. 98
Fig. VI.13. Effets de fw et de γ sur coefficient de flux de déposition de mur…… 99
Fig. VI.14. Effets de Pr et de R sur coefficient de frottement superficiel…….. 100
Fig.VI. 15. Effets de Pr et de R sur coefficient de transfert thermique…… 100
Fig. VI.16. Effets de Pr et de Rsur coefficient de flux de déposition de mur…… 101
Fig. VI.17. Effets de a et de M sur le coefficient de frottement superficiel……... 101
Fig. VI.18. Effets dea et de M sur coefficient de transfert thermique…… 102
Fig. VI.19. Effets dea et de M sur coefficient de flux de déposition de mur……..... 102

Fig. VII.1. L'effet de fw et de Q, R, Λ sur les profils de vitesse……. 107
Fig. VII.2. Influence de τ et Q, R, Λ sur les profils de vitesse. M=1 ; fw= - 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3(3 ligne confondue)) ……..... 107
Fig. VII.3. L'effet du champ magnétique, Q, R, Λ sur les profils de vitesse fw= - 0.5; τ = 0.5; [Discontinue : Q=R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3]…… 108
Fig. VII.4. Influence de fw et Q, R, Λ. M=1 ; τ = 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0 ; (3 ligne confondue), Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3) …… 109
Fig. VII .5. Influence de τ and Q, R, Λ. M=1 ; fw= - 0.5; ((Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3] (3 ligne confondue)) …… 109
Fig. VII.6. L'effet de M and Q, R, Λ. fw= - 0.5; τ = 0.5 ;(Discontinue: Q=R=Λ=0 (3 ligne confondue); Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)…….. 110
Fig. VII.7. Influence de fw et Q, R, Λ sur la concentration. M=1 ; τ =0.5 ; (Discontinue : =R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3) …….. 110
Fig. VII.8. L'effet de τ et Q, R, Λ sur la concentration de M=1 ; fw= - 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3) …….. 111
Fig. VII.9. L'effet de M et Q, R, Λ sur la concentration. fw=- 0.5; τ= 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0; Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)……. 111
Fig. VII. 10. Influence de M sur le Coeff de frottement superficiel pour différentes valeurs de fw and Q, R, Λ. τ = 0.5; (des traits : Q=R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3) …… 113
Fig. VII.11. Influence de M sur le Coeff de frottement superficiel pour différentes valeurs de τ and Q, R, Λ. fw= - 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3 (3 ligne confondue)) ……..... 113
Fig. VII.12. L'effet de M sur le nombre de Nusselt pour différentes valeurs de fw et Q, R, Λ. τ = 0.5; (Discontinue: Q=R=Λ=0(3 ligne confondue); Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)……... 114
Fig. VII.13. Influence de M sur le Nombre de Nusselt pour différentes valeur τ et Q, R, Λfw= - 0.5; [Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3(3 ligne confondue)] …… 114

Fig. VII.14. L'effet de M sur le nombre de Stanton pour différentes valeurs de fw et Q, R, Λ.τ = 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0; Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)……..... 115
Fig. VII.15. L'effet de M sur le nombre de Stanton pour différentes valeurs de τ et Q, R, Λ. fw= - 0.5; (Discontinue: Q=R=Λ=0; Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)……. 115

LISTE DES TABLEAUX

Tableau. I.1. Le nombre de Prandtl pour quelque matériau 16

Tableau. III.1. Couplages flux-forces entre chaleur et matière 47

Tableau. V.1. Comparaison de nos résultats numériques avec ceux de Blasius pour plaque plane, on prend $M = 0, fw = 0, \gamma = 0, R = 0, \alpha = 90°$ 83

Tableau. V.2. Comparaison de $St_p * Re_x^{0.5}$ avec ceux de Mills. [92], Tsai [93], Selim et al.[94] et Alam et al. [95].$\tau = 0.01,\ 0.1,\ 1;\ fw = 0.0,\ 0.5,\ 1.0\ ;\ Sc = 1{,}000;\ Pr = 0.7$ 85

Tableau. V.3. Comparaisons des erreurs relatives $St_p * Re_x^{0.5}$ entre Tsai [93], Selim et al. [94], and Alam et al. [95]. Pour $\tau = 0.01,\ 0.1,\ 1;\ fw = 0.0,\ 0.5,\ 1.0\ ; Sc = 1000;\ Pr = 0.7$ 86

NOMENCLATURE

Symboles

$\vec{E}$: Le champ électrique……[Vm^{-1}]

$\vec{H}$: Le champ magnétique…… [A/m]

$\vec{B}$: L'induction magnétique…… [Wbm^{-2}]

B_0: Induction magnétique appliquée sur la surface……[Wbm^{-2}]

C : Concentration d'espèce dans la couche limite …….. [kgm^{-2}]

Cf_x : Coefficient local de frottement superficiel……[$N.m^{-2}$]

c_p : Chaleur spécifique à pression constante…… [$Jkg^{-1}K^{-1}$]

C_m, C_s, C_t : Constantes …….. ……[−]

C_1, C_2, C_3 : Constantes ……..……[−]

C_∞ : Concentration de l'espèce du fluide ambiant……[mol/l]

D : Diffusivité moléculaire chimique……[m^2s^{-1}]

$\vec{D}$: Le déplacement électrique ou l'induction électrique…… [ASm^{-2}]

f Fonction sans dimensions de jet ……[−]

f_w : Aspiration sans dimensions de mur ……[−]

g : Accélération de pesanteur…… [ms^{-2}]

Gr_x: Nombre local de Grashof ……[−]

J_s : Taux de transfert de concentration d'espèce……[$Kgm^{-2}s^{-1}$]

$\vec{J}$: densités de charges…… [Am^{-2}]

k : Coefficient thermophorétique …….. ……[−]

K_1: Coefficient d'absorption moyen ……..[−]

Kn : Nombre de Knudsen ……[−]

M : Paramètre de champ magnétique……[−]

Nu_x : Nombre local de Nusselt……[−]

Pr : Nombre de Prandtl……[−]

q_r : Flux de chaleur rayonnante……[W]

q_w : Taux de transfert thermique……[W]

Re_x : Nombre de Reynolds local……[−]

Sc : Nombre de Schmidt……[−]

St_x : Nombre local de Stanton……[−]

T : Température du fluide dans la couche limite…… [K]

T_∞ : Température du fluide ambiant…… [K]

T_w : Température sur la surface…… [K]

U_∞ : vitesse au loin de la plaque……[ms^{-1}]

$v_w(x)$: vitesse de transpiration……[ms^{-1}]

V_T : vitesse thermophorétique……[ms^{-1}]

u, v : Composants de vitesse sur les directions x et y respectivement……[ms^{-1}]

x , y : Les coordonnées Cartésiennes plan et normale …….. [m]

Symboles Grecs

η : Variable de similitude ……..……$[-]$
α : Angle d'inclination avec la verticale .....…….....……$[rad]$
β : Coefficient de dilatation thermique…… $[K^{-1}]$
γ : Paramètre local de flottabilité ……$[-]$
δ : Longueur entre deux seules périodes…….…… $[m]$
δ : Longueur caractéristique de la géométrie …..…….…….. $[m]$
λ_g: Conductivité thermique de fluide…….……$[Wm^{-1}K^{-1}]$
λ_p : Conductivité thermique des particules diffuses.……...$[Wm^{-1}K^{-1}]$
τ : Paramètre thermophorétique…….…..…$[-]$
σ : Conductivité électrique……. $[\Omega m^{-1}]$
σ_1 : Constante –de Stefan Boltzmann……..…$[Wm^{-2}K^{-4}]$
ρ : Densité du fluide…….…….. $[kgm^{-3}]$
ρ : La densité volumique de charge électrique…….……$[C/m^3]$
μ: viscosités dynamique…….……. $[Pa.s]$
υ: viscosités cinématique…….…….. $[m^2s^{-1}]$
θ : Température adimensionnel……$[-]$
ϕ : Concentration adimensionnel …….....$[-]$
ψ : Fonction de jet…….....$[m^2s^{-1}]$
τ_w : Contrainte de cisaillement de mur…….…..….$[N.m^{-2}]$

Indices i :

w : relatif au mur ……...
∞: relatif au loin de C.L ……..

Exposants :

' Dérivation en rapport à η

INTRODUCTION GÉNÉRALE

I. Introduction

Ces dernières années, des études ont été menées sur la transmission de chaleur par convection mixte en présence d'un champ magnétique, C'est le domaine de la Magnétohydrodynamique (MHD) qui est une branche de la physique qui étudie le comportement des fluides conducteurs de l'électricité a la présence d'un champ magnétique. Elle s'applique aux métaux liquides (mercure, métaux alcalins fondus), aux gaz faiblement ionisés, aux plasmas et aux solutions aqueuses.

Lorsqu'un fluide conducteur se déplace dans un champ magnétique, il est le siège d'un champ électrique qui y produit des courants électriques ; ceux-ci modifient le champ magnétique initial ; d'autre part ; les forces de Lorentz appliquées à la matière le long des lignes de courant modifient le mouvement du fluide. Ainsi apparaît une interaction des effets électromagnétiques et hydrodynamiques qui constituent le domaine d'étude de la MHD.

L'étude de la convection mixte sous l'action de force thermophorétique, a aussi fait l'objet de plusieurs travaux.

La thermophorèse décrit le phénomène où les particules de petite taille, comme les particules de suie, les aérosols … etc., une fois suspendu dans un gaz dans lequel il existe un gradient de température, éprouve une force dans la direction vis-à-vis de celle du gradient de température. La vitesse acquise par les particules s'appelle la vitesse thermophorétique et la force éprouvée par les particules suspendues dues au gradient de température est connu sous le nom de force thermophorétique. La thermophorèse a une grande importance dans des applications industrielles, telles que la précipitation ou déposition thermiques. Il est parfois plus efficace que les précipitations à base d'électrostatique enlèvement ou classement des particules submicronique dans les jets de gaz.

Quelques travaux limités peuvent être cités dans ce domaine. Epstein et d'autres ont analysé la déposition thermophorétique dans la couche limite des particules dans le cas de convection libre d'une plaque verticale. Le transport thermophorétique des petites particules dans le cas d'une plaque inclinée à convection forcé a été étudié par Garg et Jayaraj. L'effet de la thermophorèse sur la déposition submicronique des particules dans la couche limite d'un écoulement laminaire forcée sur une plaque mobile isotherme est analysé sur la base des solutions de similitude par Chiou.

Chamkha, plus récemment, a présenté dans une de ses publications la formation de la couche limite par thermophorèse dans la convection libre d'une plaque verticale incorporée dans un milieu poreux. Les effets combinés de l'inertie, de la diffusion et du thermophorèse sur la déposition des particules dans un écoulement sur un empilement onduleux axisymétrique au point de stagnation a étudié par Wang.

Cependant, dans beaucoup de processus industriels impliquant le transfert de la chaleur et de la masse sur une surface mobile, le type de diffusion peut être produit ou absorbé par la réaction chimique dans le fluide ambiant. Pour cela , certains ont étudié l'effet d'une réaction chimique d'ordre un , homogène sur l'écoulement autour d'une plaque verticale infinie mise en mouvement avec le flux de la chaleur et le

transfert de masse uniformes. Une solution de similitude pour une convection mixte avec la diffusion et la réaction chimique au-dessus d'une plaque mobile horizontale a été étudiée récemment par Fan et autres, Seddeek a étudié la réaction chimique et l'effet de thermophorèse sur l'écoulement magnétohydrodynamique régulié avec la viscosité variable et le transfert de chaleur et de masse sur une plaque en présence de la chaleur d'ordre générative/absorptive.

Pour compléter cet 'overview ', on mentionne que Muthucumaraswamy et al. Ont étudié la réaction chimique du premier ordre sur l'écoulement de chaleur avec rayonnement et le transfert de masse auprès d'une plaque verticale isotherme infinie mise en mouvement.

Il en résulte que plusieurs phénomènes qui s'impliquent dans des configurations complexes et particulièrement dans des applications complexes également sont simultanément présents. Pour un objectif du contrôle, une quantification précise est nécessaire afin d'élucider les interactions possibles entre les phénomènes indiqués plus haut et de mettre en évidence le caractère dominant ou non des couches limites. A ce stade, dans le but d'avoir un système performant ,un choix judicieux des phénomènes est dispensable.

La présente thèse consiste d'abord à modéliser mathématiquement le problème dans la configuration traitée en incorporant plusieurs phénomènes, ensuite à transformer le système d'équations différentielles dans la forme la plus aisée en termes de résolution pour passer à la modélisation numérique en ayant recours aux méthodes les plus précises telle la proposition de LobattoIIa en différences finies. une simulation adéquate en élaborant un code de calcul pertinent est établis. Des figures et des tableaux de résultats relatifs aux profils des couches limites et aux grandeurs quantitatives reflétant les phénomènes d'intérêt ont été présentés. Les paramètres d'étude sont choisis sur large gamme d'après la littérature pour mettre en lumière la physique des divers effets et l'influences de la thermophorèse, de la MHD, et du transfert radiatif sur une plaque inclinée perméable en convection mixte en présence d'une réaction chimique combinée à la source d'énergie sous forme générative/absorptive avec aspiration / injection du fluide.

Pour ce faire, la thèse est divisée en deux parties, la première s'étale sur quatre chapitres présentent la partie théorique. Le premier chapitre consiste en une description du phénomène de l'électromagnétisme, suivi des lois du transfert thermique notamment dans les couches limites en convection mixte et enfin les lois du milieu poreux, Les équations de la MHD sont exposé dans le deuxième chapitre. Vu l'importance de ce sujet d'actualité, quelques applications illustratives sont cités. pour comprendre le déplacement des particules sur l'influence du champ magnétique. Le chapitre trois est dédié au phénomène de thermophorèse et les forces résultantes qui influent sur les particules suivi , d'un rappel sur la thermo-diffusion, le quatrième chapitre présente une recherche bibliographique pour permettre une revue de la littérature afin de dessiner les contours de l'état de l'art. Pour préciser la problématique de l'introduction. La problématique sera exposée plus précisément,

les hypothèses simplificatrices seront aussi posées après description brève des équations gouvernantes. Alors que la deuxième partie (Partie II), contient trois chapitre, Dans le cinquième chapitre ,la stratégie de résolution est indiqué en exposant brièvement les grandes classes numériques en passant par les méthodes de réduction des EDP aux EDO et le choix d'une technique précise adaptée. A l'issue de ce chapitre, la validation du code. Plusieurs modèles seront donc candidats à cette validation et un report des précisions sera présenté. Chapitre six Sera consacré à la mise en équations du problème par une modélisation appropriée, à la quantification et l'évaluation les plus précises de la vitesse de thermophorèse et du flux de rayonnement. La technique de similarités est ensuite appliquée pour aboutir au système mathématique réduit. Les grandeurs d'intérêt sont explicitées et définies. Une première présentation des résultats est exposée notamment les paramètres d'étude du phénomène et les facteurs dominants. Le dernier chapitre expose le système d'équations gouvernantes étendu à la présence d'une source de chaleur, d'une possible réaction chimique et de l'effet d'un rayonnement. Une attention particulière sera accordée à ces effets combinés sous contrôle des couches limites par aspiration/injection de fluide ou sous MHD.
Une conclusion générale constituera une brève synthèse de la thèse et où les principaux points d'apport seront mis en évidence.

CHAPITRE I

L'ÉLECTROMAGNÉTISME, CONVECTION MIXTE ET MILIEUX POREUX

I.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre il est exposé les thèmes spécifiques à l'étude et pour lesquelles des rappels de définitions, grandeurs caractéristiques, description et physique de compréhension et parfois les applications notables.

L'électromagnétisme en est une des connaissances nécessaires intervenant par la suite est détaillée, ensuite, les notions des écoulements des fluides associée aux transferts thermiques sont rappelées notamment en convection mixte et dans les aspects les plus déterminantes. Enfin, le transfert de particules en milieu poreux, substrat original de l'étude est présenté en axant sur la détermination des propriétés du milieu que sont la porosité, la perméabilité et de considérations spécifiques telles la dispersion, phénomène à bien comprendre car pouvant définir les couches limites de diffusion massique.

I.2. DÉFINITION DES GRANDEURS FONDAMENTALES

❖ NOTION DE CHAMP

Chaque particule de l'univers est soumise à l'influence combinée de toutes les autres, qui se manifeste par des forces d'origine gravitationnelle (mécanique), électromagnétique ou encore nucléaire. Pour déterminer le mouvement d'une particule, il faudrait en principe connaître les forces produites par toutes les autres.

Il est nécessaire de limiter l'étude à la détermination de l'effet global, en un point de l'espace, pour chaque type d'interaction. En plaçant une particule de propriétés connues en un point de l'espace et en mesurant les forces qui s'exercent sur elle, on peut déterminer les propriétés locales de l'espace en ce point, que l'on appelle champs, [1].

❖ CHAMP ÉLECTRIQUE

L'ensemble des charges électriques exerce sur une charge immobile q(en Coulomb) une force $\vec{F}_e$ (Newton). Cette force étant proportionnelle à la charge, il en résulte que le rapport $\vec{F}_e/q$ e est un invariant, qui représente une propriété locale de l'espace : on l'appelle le champ électrique défini par :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \qquad \text{(I. 1)}$$

❖ DENSITÉ DE CHARGE

L'étude des phénomènes électriques ne considère pas seulement des charges ponctuelles, mais également des distributions continues de charge sur 1, 2 ou 3 dimensions.

Ces distributions sont définies par les trois types suivants de densités

- ρ densité de charge volumique, (C/m^3)
- $\rho_s$densité de charge surfacique, (C/m^2)
- $\rho_l$densité de charge linéique, (C/m)

Les densités de charge sont définies par la valeur limite que prend le rapport entre la charge contenue dans un volume (sur une surface, sur une ligne) et ce volume (surface, longueur de ligne) et lorsque ces éléments deviennent très petits (mais restent néanmoins suffisamment grands par rapport aux dimensions atomiques pour que l'électromagnétisme classique soit encore valable, [1].

❖ DENSITÉ DE COURANT$\vec{J}$

Dans tous les milieux contenant des charges libres, l'application d'un champ électrique produit une force sur chacune des charges. Par conséquent, celles-ci se déplacent dans la direction du champ, ce qui produit un courant électrique circulant dans le volume du milieu considéré.

La densité de courant est définie par

$$\vec{J} = \sum_i \rho_i \vec{v}_i \qquad \text{(I. 2)}$$

La sommation porte sur tous les types de charges libres présents dans le milieu, la charge de type i étant caractérisée par une densité volumique ρ_i et une vitesse moyenne$\vec{v}_i$.

Comme cette dernière est proportionnelle au champ électrique et que les densités de charges ont une propriété du milieu considéré, nous pouvons alors écrire :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \qquad \text{(I. 3)}$$

Cette relation est connue sous le nom de « loi d'Ohm ». Le facteur de proportionnalité est la conductivité électrique σ $((\Omega m)^{-1})$.

Les milieux qui contiennent des charges libres sont :

Les métaux, dans lesquels la conduction est due à la présence d'électrons libres.

L'échauffement d'un conducteur est lié au carré de la densité de courant $\vec{J}$(effet Joule),

- Les semi-conducteurs,
- Les sels en solution,
- Les gaz à haute température ou plasmas dans lesquels les atomes sont partiellement ou entièrement dissociés en ions positifs et négatifs,
- Quand l'amplitude du champ électrique atteint une valeur critique, appelée champ disruptif, la force produite sur chaque atome du milieu est alors suffisante pour lui arracher des électrons, provoquant l'apparition d'un plasma (décharge, arc électrique, étincelle [1].

❖ INDUCTION MAGNÉTIQUE $\overrightarrow{B}$

Une particule chargée en mouvement subit, en plus des forces d'origine électrique, gravitationnelle et nucléaire, une force d'origine magnétique $\vec{F}_m$ qui est proportionnelle à la charge q, au module de la vitesse $\vec{v}$de la particule et qui s'exerce perpendiculairement à cette dernière. Cette force est proportionnelle et perpendiculaire à l'induction $\vec{B}$existant en ce point de l'espace, satisfaisant à la relation :

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})(N) \qquad (I.4)$$

L'unité du champ d'induction est le Tesla (T) ou (Vs/m^2).

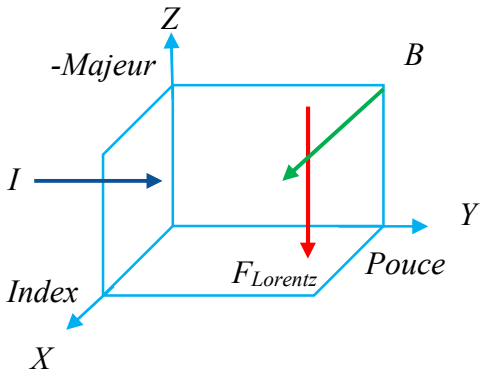


Fig.I.1. Représentation de direction pour la force de Lorentz à partir du champ magnétique et du courant

Le pouce est placé suivant le déplacement des charges + (soit l'inverse de celui des électrons) L'index est placé suivant $\overrightarrow{B}$(induction du champ magnétique) On constate que le majeur est placé suivant la force magnétique.

❖ AIMANTATION $\overrightarrow{M}$

Dans la plupart des matériaux, les atomes possèdent le même nombre d'électrons à moment magnétique positif et d'électrons à moment magnétique négatif : il y a compensation des deux effets et ces atomes ne possèdent pas de propriétés magnétiques notoires dues aux électrons.

Certains matériaux de transition, que l'on appelle ferromagnétiques ou ferrimagnétiques, font exception à cette règle. Il s'agit principalement du fer, du Cobalt, du Nickel, de certaines terres rares, ainsi que de leurs alliages, composés et oxydes. Les atomes de ces éléments possèdent des nombres différents d'électrons à moment magnétique positif et à moment magnétique négatif ; ce déséquilibre provoque l'apparition d'une aimantation, définie par la densité volumique de moments magnétiques résultants et mesurée en Ampèremètre [1].

❖ CHAMP MAGNETIQUE $\overrightarrow{H}$, PERMEABILITE μ

Le champ magnétique est défini à partir de l'induction $\vec{B}$ et de l'aimantation $\vec{M}$par la relation :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad \text{(I. 5)}$$

Où μ_0 est la constante magnétique ou perméabilité absolue du vide, qui vaut

$$\mu_0 = 4\,\pi 10^{-7} \quad (Vs/Am)$$

Dans un matériau linéaire, il existe une relation de proportionnalité entre $\overrightarrow{B}$ et $\vec{M}$,on peut alors écrire :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\mu H} \qquad \text{(I. 6)}$$

Le coefficient constant μ est appelé la perméabilité du matériau, [2].

❖ ***DÉPLACEMENTÉLECTRIQUE$\vec{D}$, CHAMP DE POLARISATION$\vec{P}$, PERMITTIVITÉε***

Les milieux matériels sont formés de charges, positives et négatives, liées à l'intérieur d'atomes et de molécules. Lorsque le centre de gravité des charges positives d'une molécule et celui de ses charges négatives coïncident, l'ensemble est électriquement neutre. Si ces centres ne coïncident pas dans l'espace, la molécule se comporte comme deux charges de même amplitude mais de signe opposé, séparées par une distance déterminée par la géométrie de la molécule. Cet assemblage de deux charges de signe opposé est appelé un dipôle permanent.

Lorsqu'on applique un champ électrique $\vec{E}$ à un milieu matériel, les dipôles permanents qu'il contient s'alignent dans la direction du champ. D'autre part, les charges liées positives et négatives des molécules neutres se déplacent légèrement et en sens opposé le long du champ, par suite des forces électriques appliquées ; le champ provoque l'apparition de dipôles induits. Tous ces dipôles sont caractérisés par un moment dipolaire dont l'amplitude est le produit de la charge par la distance séparant les charges. Le champ de polarisation $\overrightarrow{P}$ est défini par la densité volumique de moments dipolaires lorsque l'élément de volume devient très petit.

L'effet du champ électrique est représenté par le déplacement électrique $\vec{D}$qui est défini par :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad \text{(I. 7)}$$

Où ε_0 est la constante électrique, ou permittivité absolue du vide qui vaut :

$$\varepsilon_0 = 8.854\ 10^{-12} \quad (As/Vm)$$

Dans un milieu linéaire, la polarisation $\vec{P}$reste proportionnelle au champ électrique $\vec{E}$et on a dans ce cas :

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad (I.8)$$

Le coefficient constant ε est appelé permittivité du matériau.
Dans le vide, et approximativement dans l'air, la polarisation $\vec{P}$e st nulle, il en résulte donc, [1]:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} \quad (I.9)$$

I.3 ÉQUATIONS DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME

- **Potentiel vecteur magnétique**

Sachant que la divergence de l'induction $\vec{B}$ est nulle, et que d'autre part la divergenced'un rotationnel est toujours identiquement nulle, on peut en tout point de l'espace identifier l'induction avec le rotationnel d'une grandeur vectorielle $\vec{A}$ (Vs/m).

$$\vec{B} = rot\vec{A} \quad (I.10)$$

Nous disons que l'induction $\vec{B}$dérive de$\vec{A}$, que nous appelons le potentiel vecteur magnétique. Il faut noter ici que la relation précédente ne définit $\vec{A}$ qu'à un vecteur irrotationnel près. L'emploi du potentiel vecteur permet de simplifier la résolution de problèmes électromagnétiques, notamment ceux de magnétostatiques, [1].

- **Potentiel scalaire (en régime statique)**

Dans un système électrique dont les grandeurs ne varient pas dans le temps, que l'on appelle par conséquent statique, toutes les dérivées par rapport au temps sont nulles. Il en résulte que le rotationnel du champ $\vec{E}$est égal à zéro. Comme le rotationnel d'un gradient est toujours identiquement nul, il est possible ici d'identifier le champ $\vec{E}$au gradient d'unefonction scalaire V que l'on appelle potentiel [1].

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \quad (I.11)$$

I.4. MILIEUX MAGNÉTIQUES

Dans le vide, les grandeurs vectorielles induction magnétique $(\vec{B})$ et champmagnétique (H) sont liées dans une relation linéaire par la perméabilité

magnétique du vide μ_0. Dans un milieu magnétique isotrope, une nouvelle grandeur se superpose au champ pourtraduire l'influence du milieu : l'aimantation(J). Elle est liée au champ magnétique par la susceptibilité magnétique χ(sans unite) du matériau [2].
Dans le vide :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (I.12)$$

Donc$\vec{B}$et $\vec{H}$sont colinéaires
Dans un milieu magnétique.

$$\vec{J} = \chi \vec{H} \quad (I.13)$$

Soit :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} \quad (I.14)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi)\, \vec{H} \quad (I.15)$$

μ_rEst la perméabilité relative du matériau, elle traduit le comportement magnétique de celui-ci [2]. Cette valeur permet de classer les matériaux magnétiques en trois catégories :

- **Matériaux paramagnétiques**

Pour ce type de matériaux, χ est faible $\mu_r \approx 1$et supérieure à zéro. Les vecteurs $\vec{H}$et $\vec{J}$ sont de même sens et l'aimantation disparaît avec l'excitation. Les momentsmagnétiques permanents s'alignent sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, mais cetteorientation ne compense pas l'agitation thermique qui reste prépondérante. L'aimantationglobale reste faible. La plupart des gaz et certains métaux font partie de cette catégorie.

- **Matériaux diamagnétiques**

χEst toujours faible mais négative. Par conséquent $\vec{H}$et $\vec{J}$sont de sens contraire etl'aimantation disparaît avec l'excitation. Dans ce cas, le champ magnétique provoque un mouvement orbital des électrons. Le comportement est alors similaire à une spire créant un courant qui s'oppose au champ [1].

- **Matériaux ferromagnétiques, rémanence et hystérésis**

La microstructure du matériau conditionne la facilité ou la difficulté qu'il peut y avoir à le polariser et à maintenir cette polarisation lorsque le champ extérieur est supprimé.

Les domaines s'opposant au retour à l'état désorganisé antérieur, il reste une polarisation résiduelle appelée rémanence. Pour annuler cette rémanence, il faut appliquer un champ extérieur opposé au champ initial, l'intensité de ce champ est appelée champ coercitif d'induction$\vec{H}$. Il s'agit d'une caractéristique importante du matériau magnétique, car cettevaleur indique sa résistance à la désaimantation. Les matériaux magnétiques doux ont deschamps coercitifs de quelques ampères par mètre. Pour ce qui est des aimants permanents le champ coercitif est supérieur à $1KA/m$.

Pour ces matériaux χest très grande et dépend fortement de l'excitation J et de la température. On remarque qu'au-delà d'une certaine température (température de Curie), le matériau ferromagnétique se comporte comme un matériau amagnétique, c'est-à-dire que toute aimantation initiale est perdue.

L'induction magnétique dépend aussi du sens de variation de$\vec{H}$, ce qui introduit lanotion de rémanence et de cycle d'hystérésis.

Matériaux ferromagnétiques : Fer, Cobalt, Nickel et leurs alliages.

Cycle d'hystérésis : à partir d'un point (H, B) de la courbe de première aimantation, on diminue le champ$H$. L'induction B ne repasse pas sur la même courbe, pour$H = 0$, ilsubsiste une aimantation rémanente Br qui peut être annulée en appliquant un champ $\vec{H}$[1].

I.5. CONVECTION MIXTE

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, et du mouvement du milieu et parfois de l'accumulation de l'énergie. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules du fluide adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules du fluide. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué

par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée, et si les deux sont de même ordre on a la convection mixte.
On peut exprimer la quantité de chaleur transmise par convection entre une paroi solide et un fluide au moyen de l'équation dite de Newton :

$$Q = hS(T_w - T_\infty) \qquad (I.16)$$

Sous cette forme, l'équation de la convection semble être tout à fait simple. En réalité, il n'en est rien, car l'Éq. (I. 16) est une définition de l'unité de conductance thermique moyenne par convection plutôt qu'une loi de transmission de la chaleur par convection.
Le coefficient d'échange de chaleur par convection est, en effet, une fonction de l'écoulement du fluide, des propriétés thermiques du milieu fluide et de la géométrie du système. Sa valeur numérique n'est généralement pas uniforme sur une surface et elle dépend également du lieu où on mesure la température.
Comme le transfert d'énergie par convection est très intimement lié au mouvement du fluide, il est nécessaire de connaître le mécanisme de l'écoulement du fluide avant d'examiner celui de l'écoulement de la chaleur. Un des plus importants aspects de l'étude hydrodynamique est d'établir si le mouvement du fluide est laminaire ou turbulent. Lorsqu'un fluide s'écoule en mouvement laminaire le long d'une surface dont la température est différente de celle du fluide, la chaleur est transmise seulement par conduction aussi bien à l'intérieur du fluide qu'à l'interface entre le fluide et la surface. Par contre dans un écoulement turbulent, le mécanisme de conduction est modifié et favorisé par d'innombrables tourbillons. Les petits volumes de fluide en se mélangeant avec d'autres jouent le rôle de porteur d'énergie. Par conséquent un accroissement de turbulence amène une augmentation de la quantité de chaleur s'écoulant par convection.
Lorsqu'un fluide s'écoule le long d'une surface, indépendamment de la nature de l'écoulement « laminaire ou turbulent » les molécules à proximité de la surface sont ralenties à cause des forces visqueuses. Les molécules du fluide adjacentes à la surface y adhèrent et ont une vitesse nulle par rapport à la paroi. Les autres molécules du fluide s'efforçant de glisser sur les premières sont ralenties, phénomène qui donne naissance aux forces de cisaillement. Dans un écoulement laminaire l'interaction, appelée cisaillement visqueux, s'effectue entre les molécules à une échelle microscopique. Dans l'écoulement turbulent une interaction entre les masses du fluide à une échelle macroscopique, appelée cisaillement turbulent, se superpose au cisaillement visqueux. Les effets des forces visqueuses qui prennent naissance à la paroi s'étendent dans la masse du fluide, mais à une faible distance de la paroi la vitesse des particules fluides atteint celle de l'écoulement libre non perturbé. La région dans laquelle sont localisées les variations notables de la vitesse est appelée couche limite hydrodynamique. L'épaisseur de cette couche est définie comme étant la distance comptée à partir de la paroi où la vitesse locale atteint 99 % de la vitesse

(u_∞) du fluide loin de la paroi. Le profil des vitesses à l'intérieur de la couche limite dépend de la nature de l'écoulement. Comme le fluide poursuit son écoulement le long de la plaque, les forces de cisaillement ralentissent de plus en plus son mouvement et l'épaisseur de la couche limite augmente. La figure I.2 montre l'accroissement de la couche limite et les profils des vitesses en différents points de la plaque.

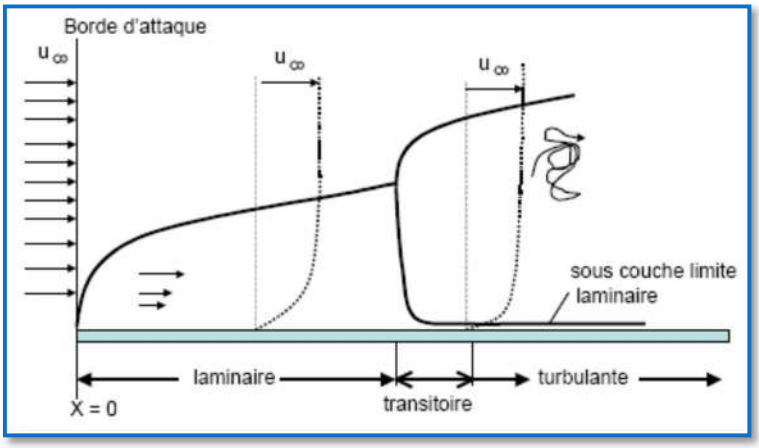


Fig. I.2 : Profils des vitesses pour les couches limites laminaire et turbulente dans un écoulement sur une plaque plane.

Les profils des vitesses près du bord d'attaque sont représentatifs des couches limites laminaires. Cependant l'écoulement à l'intérieur de la couche limite reste laminaire seulement sur une certaine distance à partir du bord d'attaque et devient ensuite turbulent. A l'intérieur de la couche limite turbulente, il subsiste, tout contre la paroi, une très mince couche en écoulement presque laminaire appelée sous couche limite laminaire ou film laminaire. La distance entre le bord d'attaque et le point de transition où la couche limite devient turbulente est appelée longueur critique [3,4,8].

- ***Nombre de Nusselt***

Lorsque la vitesse du fluide et la turbulence sont faibles, le transport d'énergie n'est que faiblement aidé par les courants de mélange à une échelle macroscopique. Par contre, si la vitesse est grande et si le mélange entre le fluide chaud et le fluide froid contribue notablement au transfert d'énergie, le mécanisme de conduction devient moins important. En conséquence, pour transporter par convection à travers un fluide une quantité de chaleur donnée, il est nécessaire que le gradient de température soit plus grand dans la région à faible vitesse que dans celle où la vitesse est élevée. Au voisinage immédiat de la paroi la chaleur se meut par conduction pure, les molécules du fluide étant stationnaires par rapport à la frontière de la couche limite. On compte naturellement sur un grand gradient de la température dans cette couche. A mesure que l'on s'éloigne de la paroi, le mouvement du fluide favorise le transport d'énergie et le gradient de température diminue de moins en moins vite pour atteindre finalement celui du courant principal. La répartition des

températures pour l'écoulement turbulent de l'air le long d'une plaque plane, représentée sur la fig. I.3, illustre qualitativement ce comportement [3,4].

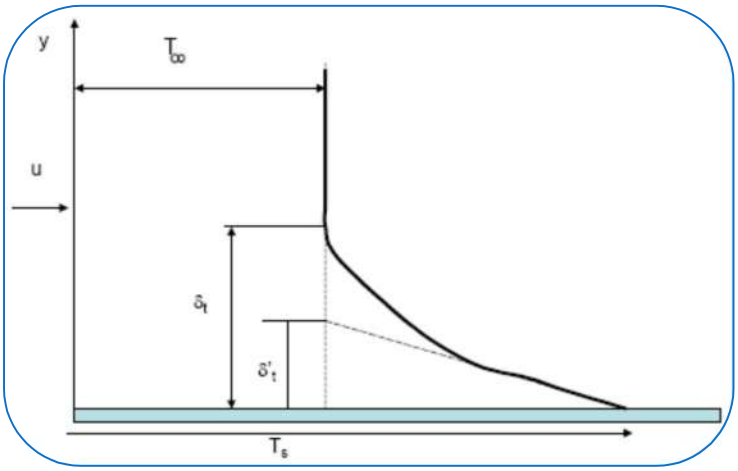


Fig. I.3 : Répartition des températures dans une couche limite turbulente pour un fluide s'écoulant sur une plaque chauffée [3].

Le taux de transfert de chaleur à travers la couche poreuse est exprimé par le nombre de Nusselt notéNu,et défini par la relation suivante :

$$Nu = \frac{TransfertparConvection}{TransfertparConduction} = \frac{h\Delta T}{k\Delta T/\delta} = \frac{h\delta}{k} \qquad (I.17)$$

δ : Longueur caractéristique
Ce nombre est liée aux nombres adimensionnels suivants :

- ***Nombre de Schmidt***

Le taux de transfert de diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité massique quand les parois actives de celle-ci sont exposées à des flux de masses constants, s'exprime par le nombre de ***Schmidt***Scdéfinie par

$$Sc = \frac{Diffusivité\ dequantité\ de\ mouvement}{Diffusivité\ massique} = \frac{\upsilon}{D} \qquad (I.18)$$

- ***Nombre de Prandtl***

Ce nombre est entièrement caractéristique du fluide considéré. Dans le cas des gaz, Pr est sensiblement constant avec la pression et la température et ne varie qu'avec les changements thermiques de $Cp(T)$.

$$Pr = \frac{Diffusivité\ dequantité\ de\ mouvement}{Diffusivité\ thermique} = \frac{\upsilon}{a} = \frac{\mu c}{k} \qquad (I.19)$$

PrNe dépend que du fluide

Tableau. I.1. Le nombre de Prandtl pour quelque matériau

Fluide	Pr
Métaux liquides	0.004 … 0.03
Eau	1.7 … 13.7
Gaz	0.7 … 1
Huiles	50 … 100000

- ***Nombre de Grashof***

$$Gr = \frac{Forcedepesanteur}{Forcedeviscosité} = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)\delta}{v^2} \qquad (I.20)$$

- ***Nombre de Richardson***

Permet de montrer la dominance de la convection naturelle, forcée ou mixte

$$\frac{Gr}{\mathrm{Re}^2} = \frac{forcesd'Archimède}{forcesdinerties} \qquad (I.21)$$

I.6. Hydrodynamique et transport en milieux poreux

I.6.1Définition du milieu poreux

Le milieu poreux est composé d'une matrice solide, à l'intérieur de laquelle se trouvent des pores reliées entre eux ou éventuellement isolées. On peut distinguer :

- Les matrices solides non consolidées où la phase solide est formée de grains (par exemple le sable, le gravier, billes de verre, d'acier, les lits de particules pas encore fluidisés . . .), pratique pour l'expérimentation.
- Les matrices solides consolidées (par exemple les roches calcaires, le grès, l'argile, le bois, tissu biologique . . .).

Dans le cadre de cette étude nous nous limiterons au cas de la matrice solide non consolidée [5].

Les pores reliés entre eux, permettent l'écoulement d'un ou plusieurs fluides. Onpeut alors classer les problèmes rencontrés, suivant les phases en présence à l'intérieur des pores :

1) le milieu est saturée d'un seul fluide ou encore un ensemble des fluides miscibles (par exemple un sol imbibée d'eau).

2) le milieu est composé de plusieurs fluides non miscibles. Un ensemble de ménisques séparé alors les déférentes phases (par exemple un mélange eau-huile-gaz

dans les roches pétrolières, ou un sol partiellement saturée d'eau, la deuxième phase étant l'air).

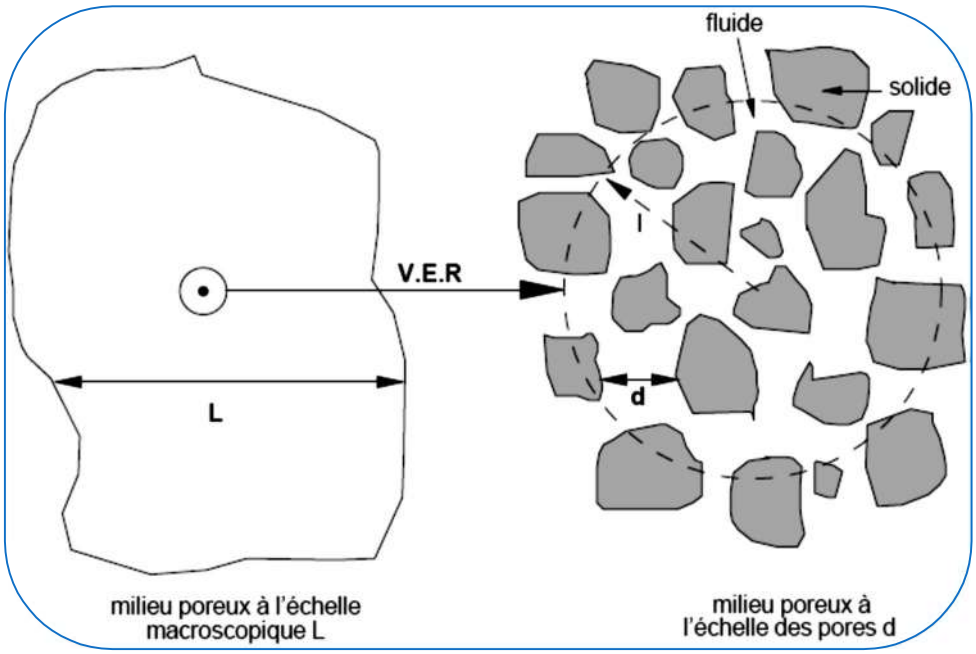


Fig. I.4.La figure illustre la taille intermédiaire l du Volume Elémentaire Représentatif (V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique L et à l'échelle des pores d

3) le milieu est le siège d'un transport de fluide et de particules solides. Il agit en général comme un filtre, mais ses propriétés hydrodynamiques se modifient au cours du temps (de pollution des eaux contenant de grosses particules par percolation à travers le sol) [5].

I.6.2 PARAMÈTRES DU MILIEU POREUX

La distribution des pores et des grains est généralement très irrégulière, la pression, la vitesse, la température varient donc très irrégulièrement d'un point à l'autre du domaine. On est donc amenée à effectuer une moyenne spatiale de ces grandeurs.

Cette moyenne s'effectue donc sur des nombreux pores par l'intermédiaire d'un Volume Elémentaire Représentatif V.E.R (voir figI.4) du milieu. De plus, l'échellel du V.E.R doit donc vérifier :

$$d \ll l \ll L$$

On obtient donc les grandeurs caractéristiques de la vitesse, la pression et la température, en les moyennant sur le V.E.R.

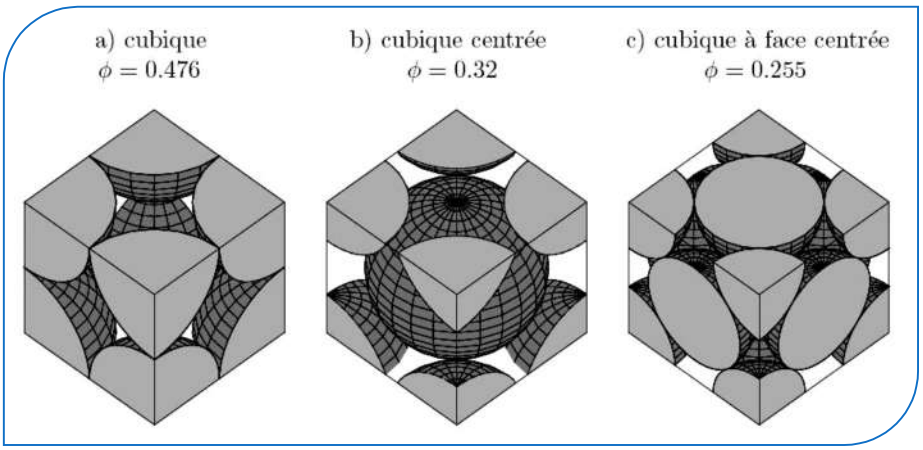


Fig. I.5. Modèle géométrique par empilement régulier de sphères de même diamètre

Lorsque les propriétés locales, définies sur le V.E.R, sont indépendantes de la position de celui-ci, le milieu est dit homogène, à l'échelle macroscopique. Dans la suite, sauf cas particulier, toutes les grandeurs (pression, vitesse, température) apparaissant dans les déférents modèles seront définies sur le V.E.R [5].

- **La porosité**

La porosité totale,ω $[-]$ est le rapport entre le volume des vides et le volume total du milieu poreux :

$$\omega = \frac{Volumedesvides}{Volumetotal} \qquad (I.22)$$

Une partie de l'eau contenue dans le milieu poreux est liée à celui-ci. Elle ne peut pas circuler. D'un point de vue hydrodynamique, elle peut être considérée comme une partie du solide. Cela nous conduit à définir une porosité cinématique ou porosité efficace, ω_c, liée à la circulation des fluides :

$$\omega_c = \frac{Volume\ des\ vides\ occupés\ par\ un\ fluide\ mobile}{Volume\ total} \qquad (I.23)$$

ω_cVarie en général entre 0,25 et 0,45 en fonction du milieu poreux [6, 9].

- **La perméabilité**

La perméabilité intrinsèque k $[L^2]$ est une propriété intrinsèque du milieu poreux, indépendamment des caractéristiques du fluide.
La perméabilité K $[L/T]$ est le paramètre reliant la vitesse d'écoulement au gradient hydraulique dans la loi de Darcy. Elle dépend de la perméabilité intrinsèque$k$ mais aussi de la viscosité dynamique μ $[M.L^{-1}.T^{-1}]$ et de la masse volumique du fluide ρ $[M.L^{-3}]$ qui y circule :

$$K = \frac{k\rho g}{\mu} \qquad (I.24)$$

Les deux grandeurs ainsi définies ont des propriétés tensorielles :

$$\overline{\overline{K}} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \qquad (I.25)$$

Dans le cas d'un milieu anisotrope avec les axes principaux d'anisotropie parallèles aux axes du système de coordonnées, le tenseur est diagonal. Les valeurs de K varient avec le milieu poreux et sont en général comprises entre 10^{-9} et 10^{-2} m/s.

- **La dispersion**

La dispersion se traduit par l'apparition d'une zone de mélange entre deux fluides miscibles se déplaçant dans un milieu poreux. Dans cette zone de transition, la concentration passe progressivement de 100 à 0 %. La taille de cette zone augmente avec le temps ou la distance parcourue par le polluant (FigI.6).

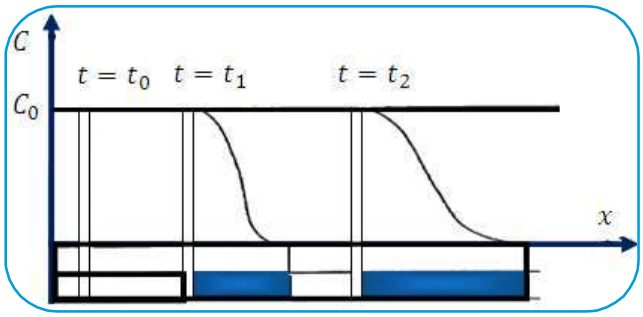


Fig.I.6 : Schéma hydrodispersif d'un traceur, convection et dispersion [6].

La dispersion est le résultat de deux phénomènes :

- ✓ Un phénomène physico-chimique, la diffusion moléculaire,
- ✓ Un phénomène mécanique, la dispersion cinématique [6].

- **La diffusion moléculaire**

La diffusion moléculaire est un phénomène lié à l'agitation moléculaire. En effet, s'il existe entre deux points du fluide une différence de concentration, le déplacement aléatoire dû à l'agitation Brownienne aura tendance à uniformiser la concentration dans le milieu. Le transfert de matière qui en résulte est appelé diffusion moléculaire et est modélisé par la loi de Fick :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \cdot (D_0 \nabla C) \qquad (I.26)$$

AvecD_0 le coefficient de diffusion moléculaire [$L^2 \cdot T^{-1}$] :

$$D_0 = \frac{RT}{3\pi N \mu d_m} \qquad (I.27)$$

R est la constante des gaz parfaits, $R = 8{,}32\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$; N est le nombre d'Avogadro, $N = 6{,}023 \cdot 10^{23}$; T est la température absolue $[K]$; μest la viscosité dynamique du fluide $[M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}]$; d_m est le diamètre moyen des agrégats moléculaires qui diffusent $[L]$.
Dans un milieu poreux, la phase solide constitue un obstacle au mouvement Brownien. Le coefficient de diffusion moléculaire dans le milieu poreux, D_{mp}, est ainsi inférieur à D_0. Le rapport $\frac{D_{mp}}{D_0}$est appelé tortuosité et varie entre 0,1 et 0,7[6].

- **La dispersion cinématique**

La dispersion cinématique est un phénomène de mélange essentiellement lié à l'hétérogénéité du champ des vitesses au sein du milieu poreux et ceci, quelle que soit l'échelle d'observation.
Dans un milieu homogène, trois faits sont à l'origine de ce phénomène (Fig.I.7) :
a) le profil des vitesses à l'intérieur d'un pore est parabolique ;
b) il existe des fluctuations des lignes de courant par rapport à la direction principale de l'écoulement ;
c) les dimensions des pores et de leurs ouvertures étant variables, les vitesses d'écoulement le sont aussi.
Si le milieu est hétérogène, il faut ajouter, à une échelle supérieure, la dispersion due aux fluctuations d'une structure géologique à l'autre.

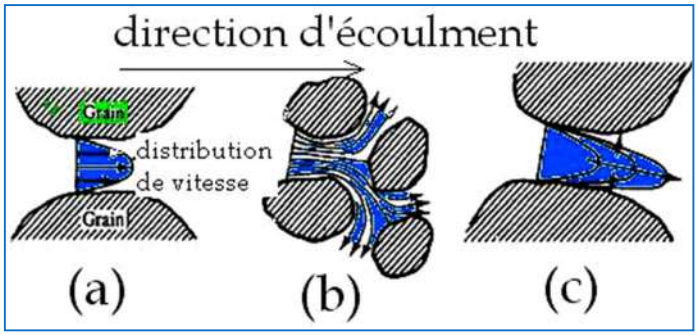


Fig. I.7 : Distribution des vitesses entre les pores[5].

La formule proposée pour décrire la dispersion est une loi de transfert analogue à la loi de Fick, où la diffusion moléculaire est remplacée par un tenseur de dispersion $\overline{\overline{D}}$défini par :

$$\overline{\overline{D}} = [D_{ij}] avec D_{ij} = \delta_{ij}\alpha_T|U| + (\alpha_L - \alpha_T)\frac{U_i U_j}{|U|} \qquad (I.28)$$

Avecδ_{ij}le symbole de Kronecker, $\alpha_L et \alpha_T [L]$ les coefficients de dispersion intrinsèque, ou dispersivités, longitudinale et transversale. Uest la norme de la vitesse de pore avec $U_{i,j}$ la composante de la vitesse dans les directions $i, j [L \cdot T^{-1}]$

Pour un milieu isotrope, le tenseur de dispersion est diagonal dans les directions principales de l'écoulement

$$\overline{\overline{D}} = \begin{bmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_T \end{bmatrix} \quad (\text{I.29})$$

D_L Est le coefficient de dispersion longitudinal $[L^2 \cdot T^{-1}]$, DT le coefficient de dispersion transversal$[L^2 \cdot T^{-1}]$. Dans le domaine des vitesses usuelles, les relations suivantes sont généralement admises :

$$D_{L,T} = \alpha_{L,T}|U| \quad (\text{I.30})$$

Avec$5 \leq \frac{\alpha_L}{\alpha_T} \leq 100$(de Marsily).
La diffusion moléculaire peut aussi être incluse dans le tenseur de dispersion (en particulier quand la vitesse de Darcy est faible). L'équation (I.9) devient :

$$D_{L,T} = D_{mp} + \alpha_{L,T}|U| \quad (I.31)$$

- **Transfert de masse**

L'écoulement décrit ci-dessus entraîne des éléments en solution dans le mouvement moyen du fluide qui se déplace : c'est l'advection. L'équation qui régit ce phénomène est obtenue en appliquant le principe de conservation de la masse :

$$-\overrightarrow{\nabla}.(C\vec{q}) = \frac{\partial C}{\partial t}\omega_c \quad (I.32)$$

Avec$C$ la concentration de soluté $[M.L^{-3}]$.
En ajoutant le phénomène de dispersion, il est admis que toute la phase liquide est concernée par les variations de concentration. La porosité totale remplace donc la porosité cinématique et l'équation d'advection – dispersion est obtenue pour un soluté conservatif :

$$\vec{\nabla}.\left(\overline{\overline{D}}\vec{\nabla}C - C\vec{U}\right) = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (I.33)$$

Les conditions aux limites sont du même type que pour l'écoulement.
L'intégration de ces équations implique souvent d'avoir une valeur unique pour les paramètres tels que la porosité, la perméabilité et la dispersivité et ce soit à l'échelle du domaine dans le cas d'une solution analytique, soit à l'échelle d'une maille dans le cas d'une modélisation numérique. L'échelle considérée et la notion de paramètres équivalents prennent alors toute leur importance [6].

I.6.3. Diffusion en milieu poreux

L'introduction d'un milieu poreux modifie fortement le comportement diffusif et convectif d'un fluide. Il existe maintenant de nombreuses approches macroscopiques théoriques des écoulements en milieu poreux essayant d'intégrer au mieux la structure même de la phase solide : changement d'échelle, de volume représentatif élémentaire, etc.

Néanmoins il reste qu'une étude microscopique des effets du milieu poreux peut s'avérer utile pour évaluer l'influence de l'adsorption, les déviations par rapport au comportement hydrodynamique classique, les aspects de court-circuit thermique induits par la phase solide. Il existe quelques développements théoriques qui permettent d'obtenir des résultats satisfaisants parmi lesquelles ceux basés sur des méthodes qui sont des extensions des théories cinétiques des gaz. Il y a également l'approche dite du Dusty-Gas, qui traite le milieu poreux comme une espèce supplémentaire mais immobile dans le référentiel associé au laboratoire, les méthodes dérivées concernant le transport au travers de membranes.

D'un point de vue macroscopique, pour ce qui concerne le régime purement diffusif, plusieurs cas de figures peuvent être envisagés en fonction de la masse volumique du fluide et de la taille des pores considérés [7].

Il est possible de définir quatre modes de transport diffusif différents (en fait trois plus un lié aux interfaces fluide-solide) en phase gazeuse, outre la thermodiffusion et les autres effets induits par des champs externes. Ces différents flux diffusifs deviennent plus ou moins prépondérant en fonction du nombre de Knudsen Kn, définit comme :

$$K_n = \frac{l_m}{d_m} \qquad (I.34)$$

Où $l_m$est le libre parcours moyen des molécules au sein du pore et $d_m$est le diamètre moyen des pores.

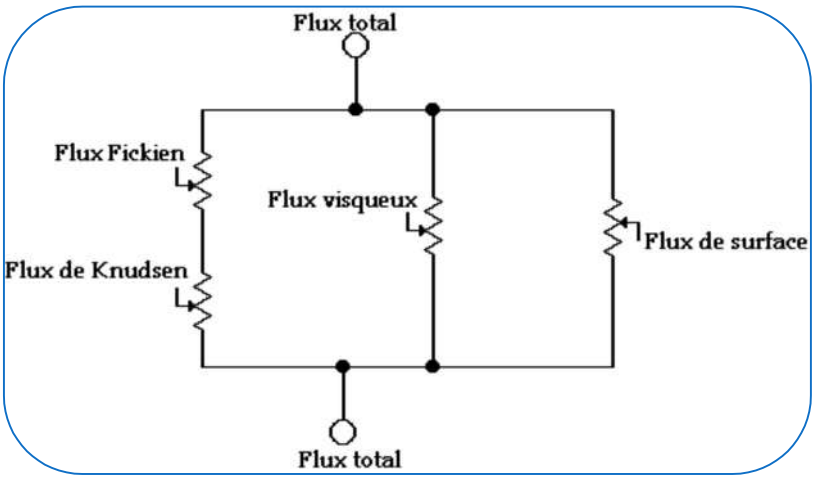


Fig. I.8: Analogie électrique pour la combinaison des différents modes de transport diffusif dans un milieu poreux.

Il y a lieu de définir ces quatre modes principaux de transport diffusif qui peuvent intervenir :

- La diffusion de Knudsen, pour laquelle la densité du gaz est tellement faible que les collisions intermoléculaires peuvent être négligées par rapport aux collisions des molécules avec les parois poreuses.
- La diffusion visqueuse, dans laquelle le fluide se comporte comme un continuum guidé par la perte de charge (gradient de pression). Les collisions intermoléculaires sont prédominantes par rapport aux collisions molécules-murs poreux.
- La diffusion Fickienne, où les espèces migrent les unes par rapport aux autres en fonction des gradients de concentrations. Elle a lieu dans le régime continu, comme la diffusion visqueuse.
- Enfin la diffusion de surface, qui, bien que souvent négligée, peut parfois être importante. Elles correspondent à un mouvement moléculaire le long des parois solides dans la couche adsorbée.

Dans cette approche, la principale supposition, qui parfois peut prêter à caution, est de considérer l'indépendance des différents modes de transport entre eux, excepté entre la diffusion de Knudsen et la diffusion moléculaire. Une analogie avec un système électrique représenté sur la figure (I.8) peut fixer les idées quant à la manière avec laquelle ces différents modes de transport se couplent.

A) Diffusion de Knudsen

Dans le cas ou Kn>>1, le libre parcours moyen des particules devient très grand devant le diamètre moyen des pores. Les interactions entre molécules n'existent plus et le phénomène de viscosité disparaît. Dès lors, chaque constituant du mélange gazeux diffuse indépendamment des autres espèces et est fonction uniquement de son gradient de masse volumique. Cette diffusion moléculaire ou de Knudsen est donc uniquement gouvernée par les chocs avec la paroi solide et le flux associé $\boldsymbol{J}_{iK}$peut s'écrire

$$\vec{J}_{iK} = -D_{iK}\nabla\rho_i \qquad (1.35)$$

oùD_{iK}est le coefficient de diffusion de Knudsen et $\rho_i est$ la masse volumique partielle du composé *i.* Ce coefficient ne dépend que de paramètres géométriques et de la vitesse moléculaire moyenne$\bar{v}_i$. Il est souvent utile de définir un coefficient de perméabilité K_0qui est relié au coefficient de diffusion de Knudsen par :

$$D_{iK} = \left(\frac{4}{3}\right) K_0 \bar{v}_i \qquad (I.36)$$

La valeur de K_0ne dépend que de la géométrie du pore, de la nature de la surface et des interactions du gaz avec celle ci. Pour le cas d'un long tube circulaire droit de rayon r avec des rebonds diffusifs (cette notion sera définie plus loin), K_0est égal à $r/2$. Ainsi on obtient dans ce cas particulier $D_{iK} = \left(\frac{2}{3}\right) r\bar{v}_i$

B) Diffusion visqueuse

Ce mode de transport intervient quand l'écoulement est induit par un gradient de pression et que Knest proche ou inférieur à 1, ce qui correspond à un régime continu contrairement au cas précédent. La description d'un tel transport diffusif peut être assimilé à la loi de Darcy. La loi qui définit cette diffusion visqueuse permet de retrouver la loi de Poiseuille pour un liquide dans un capillaire. L'expression de ce flux qui est basée sur un équilibre entre les forces de type dissipation visqueuse et celles induites par le gradient de pression peut s'écrire pour un fluide pur comme :

$$\vec{J}_{visc} = -\frac{\rho B_0}{\eta}\nabla p \qquad (\text{I.37})$$

Oùh est la viscosité cinématique et B_0le paramètre de flux visqueux. Cette expression du flux visqueux impose, afin de retrouver les résultats de la mécanique des fluides qu'il y ait condition d'adhérence aux parois [6].

Tous les effets induisant une vitesse non nulle aux parois, de type slip flow ou encore thermal creep, sont contenus dans les termes de diffusion de Knudsen ou de diffusion de surface que nous décrirons par la suite.

Quant au paramètre de diffusion visqueuse b_0, qui est le correspondant de la perméabilité pour la diffusion de Knudsen, il est caractéristique de la nature géométrique du pore. Ainsi dans le cas d'un pore circulaire, infiniment long, droit, de rayon *r*, il est possible déduire de la loi de Poiseuille que :

$$b_0 = \frac{r^2}{8} \qquad (I.38)$$

Par ailleurs, dans le cas d'un mélange, le flux visqueux d'une espèce *i*est proportionnel à sa fraction molaire *xi* et peut s'écrire :

$$\vec{J}_{ivisc} = -x_i\vec{J}_{visc} \qquad (I.39)$$

C) Diffusion ordinaire ou Fickienne

De la même manière que pour le flux de diffusion visqueuse, la diffusion Fickienne induite par une différence de concentration des espèces au sein du pore devient importante dans le cas ouKnest proche ou inférieur à 1. L'expression du flux de diffusion ordinaire peut s'écrire de la même manière que celle décrite par l'équation (I.37) sans gradient de température, soit, dans un mélange binaire concernant le composé 1,

$$\vec{J}_{1D} = -D_{12}^{p}\nabla\rho_1 \qquad (I.40)$$

Où $-D_{12}^{p}$ est l'équivalent du coefficient de diffusion mutuelle en fluide libre D_{12}mais pondéré par la présence du milieu poreux qui induit une résistance au transfert diffusif. Il est possible de relier ce coefficient à celui utilisé en fluide libre en utilisant :

$$D_{12}^{p} = \frac{\varepsilon}{q} D_{12} \qquad (I.41)$$

Où le rapport ε/qest appelé le facteur de porosité-tortuosité. Ce terme de frein peut être modélisé par d'autres approches plus complexes. Dans la majorité des cas il est très difficile d'en obtenir des valeurs, excepté sur des modèles simples [7].

D) Diffusion de surface

Du fait de la nature même de la structure des surfaces solides en contact avec le fluide il existe parfois des effets de type diffusif aux interfaces fluide-solide qui doivent être traités indépendamment. Ainsi les effets de mouillabilité, d'adsorption différentielle, liés à la nature même de l'adsorption du fluide sur les surfaces des pores induisent parfois un transport diffusif qui n'est pas pris en compte par les trois modes de transports cités précédemment. En supposant que la couche d'adsorption n'interagit pas avec le fluide « libre » du pore, excepté pour maintenir un équilibre local d'adsorption pour chaque espèce, le flux de surface peut s'écrire comme, par analogie avec la loi de Fick :

$$\vec{J}_{is} = D_{is} \nabla \rho_i \qquad (1.42)$$

Où D_{is} est le coefficient de diffusion de surface, qui prend en compte tous les effets liés à la géométrie du milieu poreux, à la structure de la surface ou encore à l'équilibre d'adsorption.

Il est à noter également que lorsque la diffusion de surface est couplée à un autre mode de transport diffusif, elle modifie alors fortement les conditions aux limites des écoulements étudiés et engendre différents types de glissement près des parois : diffusive slip, viscous slip ou encore thermal creep. Ce dernier qui nous intéresse plus particulièrement correspond au fait que sous l'action d'un gradient de température parallèle aux parois du milieu poreux, un glissement thermique, le thermal creep, va s'établir et ainsi modifiera fondamentalement le comportement global du fluide confiné.

Le problème principal d'une telle approche décomposant les différentes contributions pouvant intervenir lors du transport diffusif de matière au travers d'un milieu poreux, est que, excepté pour quelques géométries et conditions bien particulières, il est très difficile d'évaluer séparément les différents coefficients de transport.

Par ailleurs, il existe ce que l'on pourrait appeler une généralisation du formalisme qui a été présenté précédemment, qui sépare le transport diffusif en milieu poreux en seulement deux contributions : la diffusion en phase gazeuse et la diffusion de surface. En fait cette approche regroupe au sein d'un seul mode de transport, la diffusion de Knudsen, la diffusion ordinaire et la diffusion visqueuse. Pour ce faire il suffit d'exprimer la diffusion en phase gazeuse comme une fonction du gradient de potentiel chimique, qui « intègre » les différentes contributions. Il est néanmoins nécessaire de définir également un coefficient de diffusion effectif qui peut être très différent de celui en fluide libre. Dans ce modèle la grandeur décisive qui détermine lequel des deux processus de transport est prédominante, est le rapport de la surface sur le volume total des pores considérés [7].

I.7. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons fait une introduction pour la compréhension des phénomènes fondamentaux qui vont intervenir avec leurs lois gouvernantes et les paramètres les caractérisant.
Nous avons en particulier présenté les relations de l'électromagnétisme et les nombres adimensionnelles pour le transfert thermique.
Le milieu poreux a été présenté comme un milieu perméable défini principalement par sa porosité et sa perméabilité, les diffusions peuvent avoir le ci au siens des milieux sont également exposées. Nous avons délibérément ignoré les types d'écoulement tels les plus connus de Darcy pour les milieux de porosité faible, de Darcy-Forshheimeir pour ceux de porosité forte ou encore de Darcy-Brinkman-Forshheimeir qui tient en compte le glissement à la paroi.

CHAPITRE II

MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE

II.1 INTRODUCTION

La Magnétohydrodynamique (**MHD**) est une branche de Physique consacrée à l'étude des mouvements des fluides conducteurs de l'électricité en présence de champs magnétiques. Elle s'applique aux métaux liquides (mercure, métaux alcalins fondus), aux gaz faiblement ionisés, aux plasmas et aux solutions aqueuses. Lorsqu'un fluide conducteur se déplace dans un champ magnétique, il est le siège d'un champ électrique qui y produit des courants électriques ; ceux-ci modifient le champ magnétique initial ; d'autre part ; la force de Lorentz appliquées à la matière le long des lignes de courant modifient le mouvement du fluide. Ainsi apparaît une interaction des effets électromagnétiques et hydrodynamiques qui constituent le domaine d'étude de la **MHD**.

Des développements industriels importants concernent les métaux liquides (pompage électromagnétique du sodium utilisé comme réfrigérant dans certains réacteurs nucléaires, brassage et lévitation dans certains traitements métallurgiques). Les applications aux gaz ionisés et aux plasmas ont fait l'objet de recherches : confinement magnétique des plasmas dans les recherches sur la fusion contrôlée, conversion de l'énergie (générateurs **MHD**. Pour améliorer le rendement des centrales thermiques, moteur **MHD** pour la propulsion des fusées, souffleries hypersoniques) et propulsion navale [10].

La modélisation du problème magnétodynamique dans un système repose sur la résolution des équations de Maxwell.

Les courants électriques s'ensuivent, avec deux conséquences :

1. le champ magnétique induit lié à ces courants électrique, perturbe le champ magnétique original ;
2. les forces électromagnétiques dues à l'interaction des courants électriques et du champ magnétique modifié le mouvement original des particules du fluide conducteur.

La situation est essentiellement une interaction couplée entre une quantité d'écoulement (le champ de vitesse) et une quantité magnétique (le champ magnétique), exprimée par le nom **MHD**.

L'intérêt pour les phénomènes de **MHD** a existé depuis la fin du dix-neuvième siècle, particulièrement dans la communauté d'astrophysique où le travail des capotages et Ferraro peut être vu comme ouvrant un chemin de travail établissant la théorie formelle de la **MHD** sur une échelle astrophysique. On doit, cependant, attendre jusqu'aux les années du XIX siècle pour l'intérêt métallurgique de la **MHD** avec le travail de Hartmann et d'Alfven [10].

Comme beaucoup d'autres sciences appliquées, au moment de guerre des effets positifs sur la recherche de technologie **MHD** ont eu lieu, ayant pour résultat l'apparition de la nouvelle industrie et des applications scientifiques [11].

La **MHD** aux niveaux industriels peut être divisée dans deux sous-catégories :

- **MHD** des fluides compressibles, principalement l'utilisation du plasma ionisé froid ou chaud.
- **MHD** des médias incompressibles, métaux liquides essentiellement.

D'ailleurs, on peut subdiviser la **MHD** au niveau industriel en deux autres sous catégories :

- **MHD** idéale (ou non visqueuse), généralement liée aux médias compressibles, et
- **MHD** visqueuse, généralement liée aux métaux liquides.

L'expression des forces électromagnétiques joue un rôle en **MHD** à travers la force de Lorentz:

- **Force de Lorentz(Laplace)**

La force de Lorentz est relative à la coexistence d'un courant électrique $\vec{j}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$ ambiant, elle influe sur le mouvement des particules du fluide conducteur et s'écrit :

$$\vec{f_L} = \vec{j} \wedge \vec{B} \qquad \text{(II. 1)}$$

Le couplage exige l'étude des problèmes du fluide et l'électromagnétisme, faisant à la **MHD** un problème couplé, complexe et interdisciplinaire.

Où $\vec{E}, \vec{H} = \vec{B}/\mu$ sont les champs électrique et magnétique, $\vec{D} = \epsilon\vec{E}, \vec{B}$ sont les champs d'induction électrique et magnétique. Les quantités μ et ϵ sont la perméabilité magnétique et la constante diélectrique (permittivité électrique) [10].

II.2. PROBLÈME MAGNÉTODYNAMIQUE

L'étude des phénomènes **MHD** implique l'interaction de deux disciplines des sciences appliquées, à savoir : mécanique des fluides et électromagnétisme, avec le couplage physique entre les deux champs mathématique exprimés par la loi d'Ohm

II.2.1. ÉQUATIONS DE LA MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE

On considère un ensemble de particules chargées, c'est à dire un plasma, en interaction avec son propre champ électromagnétique, et soumis éventuellement à une force de gravitation. Le comportement d'un tel plasma, vu comme un fluide chargé en mouvement, peut être décrit par des équations macroscopiques. Bien qu'un tel fluide contienne en général au moins deux espèces de particules chargées, les équations réagissant le mouvement de chacune de ces espèces peuvent être combinées sous certaines hypothèses (neutralité électrique du fluide par exemple) et ramenées à des équations régissant le mouvement d'une seule espèce fictive. Si de plus on suppose que le fluide se comporte comme un milieu conducteur, et qu'il est régi, d'un point de vue thermodynamique, par une équation d'état, alors on obtient un système fermé d'équations régissant à la fois le mouvement du fluide et l'´evolution du champ électromagnétique. Ce sont les équations de la magnétohydrodynamique.

Les domaines que nous allons étudier sont régis par les équations électromagnétiques de Maxwell, les équations de continuité et la loi d'ohm. Les hypothèses permettant de simplifier ces équations définissent la magnétohydrodynamique (**MHD**) [13].

- **Loi d'Ohm**

Pour compléter le système des équations de Maxwell (II.5)–(II.8) on doit ajouter une équation supplémentaire : la loi d'Ohm. De manière générale, elle s'écrit ainsi :

$$\vec{j} = \sigma(\overrightarrow{E} + \vec{u} \wedge \vec{B}) \qquad \text{(II. 2)}$$

Où u est la vitesse du milieu conducteur (ici du fluide) et σ est sa conductivité électrique. Par ailleurs, on note $\vartheta = \sigma^{-1}$ l'inverse de la conductivité que l'on appelle résistivité.

Dans des modèles très simplifiés, le second terme du membre de droite peut être négligé et la loi d'Ohm se réduit alors à $\vec{j} = \sigma\overrightarrow{E}$ mais cette interprétation ne s'avère réaliste que dans le cas des solides. Pour les fluides, le terme $\vec{u} \wedge \vec{B}$ à beaucoup d'importance, il rend compte de la déviation des lignes du courant électrique par le déplacement de fluide et ne peut donc pas être négligé. Lorsque la résistivité ϑ est faible ou négligeable par rapport à d'autres effets, on peut modéliser le mouvement d'un fluide sous l'influence d'un champ magnétique par un modèle **MHD** "idéale" pour lequel on réécrit la loi d'Ohm pour une conductivité parfaite :

$$(\overrightarrow{E} + \vec{u} \wedge \vec{B}) = 0 \qquad \text{(II. 3)}$$

Au contraire, la **MHD** "résistive" tient compte des effets de diffusion ce qui se traduit habituellement par une équation de champ magnétique que l'on obtient en prenant le rotationnel de la loi d'Ohm [12]:

$$\overrightarrow{rot}(\vartheta\, \vec{j}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \overrightarrow{rot}(\vec{u} \wedge \vec{B}) \qquad \text{(II. 4)}$$

- **ÉQUATIONS DE MAXWELL**

Les phénomènes électromagnétiques variables dans le temps et dans l'espace sont régis par les quatre équations locales de Maxwell qui s'écrivent quel que soit le milieu considéré sous la formule intégral:

$$\oint \vec{H}.dl = \int_A \vec{j}.dA + \int_A \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.dA \qquad \text{(II. 5)}$$

$$\oint \vec{E}.dl = -\int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.dA \qquad \text{(II. 6)}$$

$$\int_A \vec{B}.dA = 0 \qquad \text{(II. 7)}$$

$$\int_V q.dV = \int_A \vec{D}.dA \qquad \text{(II. 8)}$$

La formule différentielle pour les équations de Maxwell peut alors être obtenue à partir des équations :

- Loi de Maxwell-Gauss :

$$div\vec{D} = \rho \qquad \text{(II. 9)}$$

- Loi de Biot et Savart :

$$div\vec{B} = 0 \qquad \text{(II. 10)}$$

- Loi de Maxwell-Faraday (loi de l'induction) :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{(II. 11)}$$

- Loi de Maxwell-Ampère:

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \text{(II. 12)}$$

Les trois dernières équations de Maxwell suffisent à l'écriture mathématique du problème relatif à l'étude des champs magnétiques variables dans le temps et l'espace. Ces équations mettent en relief le couplage dans le temps des champs électriques $\vec{E}$ et magnétiques $\vec{H}$. L'équation (II.12) représente la conservation du flux magnétique.

L'équation (II.13) exprime, sous une forme locale, qu'une variation du flux magnétique à l'intérieur d'un circuit fermé engendre une force contre électromotrice et des courants induits dont la direction est donnée par la loi de Lenz. En accord avec cette loi, la direction des courants induits est telle que le flux magnétique qu'ils produit s'oppose aux variations du flux magnétique qui induisent les courants. Si la dérivée du flux magnétique par rapport au temps ($\partial\emptyset/\partial t$) est calculée, nous obtenons en appliquant le théorème de Stokes la relation suivante :

$$e_{fcem} = \oint_c \vec{E}.dl = -\frac{\partial \emptyset}{\partial t} \qquad \text{(II. 13)}$$

La force contre-électromotrice e_{fcem} est égale à l'intégrale curviligne du champ électrique le long d'un circuit conducteur supportant une surface S traversée par le champ magnétique [13].

Dans l'équation (II.12), le terme $(\partial\vec{D}/\partial t)$ est appelé terme des courants de déplacement et correspond au phénomène de propagation des ondes électromagnétiques. Dans le domaine du chauffage par induction ce terme peut être négligé. En effet, compte tenu des matériaux utilisés dans les applications du chauffage (Et plus généralement de l'électrotechnique) et de l'utilisation de courants dits de "basse fréquence" (de l'ordre de $10kHz$), le terme des courants de déplacement est négligeable par rapport au terme des courants de conduction $\vec{J}$. D'une autre façon, cette approximation est vérifiée si les dimensions du système sont très inférieures à la longueur d'onde. L'équation (II.12) peut ainsi se simplifier pour donner le théorème d'Ampère :

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J} \qquad \text{(II. 14)}$$

On parle alors de régime quasi-statique des équations de Maxwell ou d'approximation des régimes quasi-stationnaires. L'équation (II.14) n'exprime que la circulation du champ magnétique sur un contour fermé sur lequel s'appuie une surface est égale à la somme des courants qui traversent cette même surface.
On déduit de l'équation (II.14) que la densité de courant $\vec{J}$ est à flux conservatif :

$$div\,\vec{J} = 0 \qquad \text{(II. 15)}$$

ÉQUATIONS RÉGISSANT LE FLUIDE

Dans cette section nous allons établir les équations de base régissant notre problème. La résolution d'un problème de convection mixte consiste en la détermination des champs de vitesse et température et de concentration en chaque point du domaine occupé par le fluide.

- **HYPOTHÈSE DE BOUSSINESQ**

Cette hypothèse consiste à la simplification de l'équation d'état du fluide. Les variations de la masse volumique au sein du fluide sont faibles. Ainsi, il est possible de considérer le fluide comme quasi incompressible. Les variations de ρ sont négligées partout, exceptées dans le terme de poussé à l'origine du mouvement.
L'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme des forces de volume, varie linéairement avec la température et la concentration, ceci nous amène à la relation suivante :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta_T(T - T_w) - \beta_C(C - C_w)] \qquad \text{(II. 16)}$$

Où T représente la température de la solution en un point donné du système.

C est la concentration du soluté et ρ_0 est la masse volumique de référence de la solution.
B_T Et β_C représentent respectivement les coefficients d'expansion volumique thermique et solutale du fluide étudié et sont données par les équations suivantes :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{p'C} ; \beta_C = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial C}\right)_{pT}$$

Cette approximation de Boussinesq est valable si la condition $\Delta\rho / \rho \leq 0.1$ est vérifiée [14].

- **LES ÉQUATIONS DE NAVIER-STOKES**

La forme générale des équations de N.S. (Équation de transport)

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + div\left(\rho\vec{V}\varphi\right) = div\left[\Gamma_\varphi\left(\overrightarrow{grad}\ \varphi\right)\right] + S_\varphi \qquad (II.17)$$

- ✓ Équation de continuité : $\varphi = 1$
- ✓ Équations de quantité de mouvement : $\varphi = u, v\ ou\ w$
- ✓ Équation pour la température : $\varphi = T$
- ✓ $\varphi = k, \varepsilon, \omega, \mu_t$: Équations de turbulence
- ✓ $\left(\rho\vec{V}\varphi\right)$: Terme de convection
- ✓ $\left[\Gamma_\varphi\left(\overrightarrow{grad}\ \varphi\right)\right]$: Terme de diffusion
- ✓ S_φ: Terme source

- **Termes sources**

- ➢ Gradient de pression pour les équations de quantité de mouvement
- ➢ Forces centrifuges et de Coriolis pour les équations de quantité de mouvement en coordonnées cylindriques
- ➢ Dérivée substantielle de la pression pour l'équation de l'énergie
- ➢ Fonction de dissipation de l'énergie mécanique en chaleur pour l'équation de l'énergie, forces de gravité

Les équations de Navier-Stokes régissant l'évolution d'un fluide incompressible sont

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla\vec{p} + \frac{1}{\rho}\overrightarrow{f} + \nu\Delta\vec{u} \qquad \text{avec } \nabla.\vec{u} = 0 \qquad (II.18)$$

Où $\boldsymbol{u}$ est la vitesse du fluide, p est la pression et où $\overrightarrow{f}$ représente les forces externes [15].

- ❖ Les quantités ρ et ν sont la densité du fluide et sa viscosité cinématique.

Le mouvement de fluide est décrit par les équations suivantes.

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u}.\nabla \vec{u} = \vec{j} \times \vec{B} - \nabla \vec{p} + \rho \nabla \vec{\Phi} + v\rho \Delta \vec{u} \qquad (II.19)$$

Où $\nabla\Phi$ désigné ici le champ de gravitation, tandis que $v \geq 0$ est la viscosité cinématique du fluide. On note la présence du terme $\vec{j} \times \vec{B}$ qui est dù à la force de Lorentz exercée par le champ magnétique sur les particules. Ce dernier terme va être à l'origine du couplage avec les équations de Maxwell présentées par la suite [15].

- **Équation d'énergie**

$$\rho \frac{\partial \vec{\varepsilon}}{\partial t} + \rho \vec{u}.\nabla \vec{\varepsilon} = -\vec{p}\, div\, \vec{u} + \overrightarrow{H} \qquad (II.20)$$

Où $H = Q_r - Q_\mu + div\,(K\nabla T)$ avec
K : Tenseur de conductivité thermique,
Q_μ : L'´echauffement par dissipation par viscosité,
Q_r : La perte d'énergie radiative. Dans de nombreuses applications, ce dernier terme est de la forme $Q_r = \rho^2 Q(T)$.

- **Équation de continuité**

En considérant le milieu poreux comme un milieu continu, le principe de la conservation de la masse permet d'établir l'équation de continuité suivante pour un fluide incompressible :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{V}) = 0 \Longrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho div(\vec{V}) = 0 \qquad (II.21)$$
$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Longrightarrow \rho = cst$: Fluide incompressible

La relation de continuité dans la **MHD** devienne :
A partir des relations précédentes, nous pouvons exprimer la relation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\vec{J} = 0 \qquad (II.22)$$

Cette relation lie la variation temporelle de la densité de charge à la divergence de la densité de courant causée par le déplacement de charges. Elle exprime la conservation des charges électriques et est encore appelée équation de continuité.

- **Équation du mouvement**

La théorie de l'écoulement de fluides homogènes, soumis à l'effet d'un champ magnétique, est régie par la loi de Darcy généralisée qui, en présence du champ gravitationnel terrestre s'écrit comme ci-dessous [18].
Le bilan généralisé de quantité de mouvement s'écrit :

Résultante de forces extérieure sur le volume de fluide = Bilan net de quantité de mouvement

Soit :
L'Équation du mouvement de fluide.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \nabla p + \rho g - \nabla \tau \qquad (2.23)$$

Débit net de quantité de mouvement — force de pression — force de gravité — visqueuse

II.3. PARAMÈTRES CARACTÉRISTIQUE DE LA MHD

❖ **Nombre de Reynolds**

Le paramètre caractéristique de l'écoulement est

$$Re = \frac{vL}{\nu} = \frac{forces\ d'inertie}{Forces\ visqueux} = \frac{Vitesse\ de\ Convection}{Vitesse\ de\ diffusion} \qquad (II.24)$$

❖ **Nombre de Reynolds magnétique**

Le nombre de Reynolds magnétique (compare l'induction et la diffusion du champ magnétique):
Nous avons adopté comme convention pour le nombre de Reynolds magnétique pour une plaque conducteur de longueur L et de diffusivité magnétique λ

$$R_m = \frac{U_{max} L}{\lambda} \qquad (II.25)$$

U_{max} est la vitesse maximale de l'écoulement, En prenant U_{max} comme dimension du champ de vitesse, L comme dimension de longueur et le temps de diffusion magnétique comme unité de temps on écrit l'équation d'induction comme suite :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = R_m \overrightarrow{rot}\left(\vec{u} \wedge \vec{B}\right) + \Delta \vec{B} \qquad (II.26)$$

La physique étudiée le nombre de Reynolds magnétique R_m

$$Re_m = \frac{vL}{\vartheta} = \frac{Convection\ de\ champ\ magnétique}{diffusion\ de\ champ\ magnétique} = \frac{forces\ d'inertie}{forces\ Résistive} \qquad (II.27)$$

$R_m \ll 1$ Si on augmente le champ magnétique la vitesse diminue
$R_m \gg 1$ Si on augmente le champ magnétique la vitesse augmente aussi
Ici σ est la conductivité électrique du fluide ; on le lie à la résistivité ϑ [16, 17, 18]:

$$\vartheta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$$

- **Nombre de Prandtl magnétique**

Le nombre de Prandtl magnétique P_m mesure le rapport entre viscosité cinématique et diffusivité magnétique [16,18].

$$Pr_m = \frac{Re_m}{Re} = \frac{\nu}{\lambda} \qquad (II.28)$$

- **Rapport de l'énergie cinétique sur l'énergie magnétique :**

$$\beta = \frac{2\mu_0 \rho v^2}{B_0^2} = \frac{énergie\ cinétique}{énergie\ magnétique} \qquad (II.29)$$

$\beta \gg 1$ L'énergie cinétique est dominante pour le mouvement
$\beta \ll 1$ L'énergie magnétique est dominante pour le mouvement

- **Paramètre d'interaction**

$$M = \frac{\sigma B^2 l}{\rho u} = \frac{Forces\ de\ Lorentz\ (magnétique)}{forces\ d'inertie} \qquad (II.30)$$

$M \ll 1$ Les forces d'inertie dominent la formation des structures
$M \gg 1$ La force de Lorentz domine la formation des structures

- **Nombre de Hartmann**

$$Ha = \frac{BL}{\sqrt{4\pi\rho\eta\nu}} = \left(\frac{Forces\ électromagnétique}{Forces\ visqueuses}\right)^{1/2} \qquad (II.31)$$

$Ha \ll 1$Les forces visqueuses dominent la couche limite augmente
$Ha \gg 1$ La force de Lorentz domine la couche limite diminue [17, 19].

II.4. APPLICATIONS INDUSTRIELLES DE MHD

Historiquement, la **MHD** a souffert d'un recul dû à l'échec d'une importante application datant des années '70. Pendant ces années, la conversion d'énergie a ouvert le cycle en utilisant le plasma chaud $(3000 - 5000K)$ avec beaucoup d'attention. Quand cette technique a échoué pour raison techniques (aucun matériel

résiste assez longtemps à ces températures), l'intérêt dans la **MHD** a baissé évidemment et l'impression générale qui a duré pendant un moment était que '" **MHD** ne fonctionne pas". Depuis lors, l'intérêt a été dû graduellement rétabli suite à l'apparition des applications industrielles possibles de **MHD**.

❖ **POMPAGE ÉLECTROMAGNÉTIQUE**

L'utilisation des pompes centrifuge dans le transport des métaux liquides pose le problème de la résistance matérielle aux liquides chauds. Les pompes électromagnétiques, en raison de l'absence des pièces mobiles, sont idéales dans telles situations. Un courant électrique transversal, J_y , agit l'un sur l'autre avec un champ magnétique imposé $\vec{B}$ (voir la fig. II.1) pour créer une force $J_y B_x$ de Lorentz, égale à [20] :

$$\frac{\partial \vec{p}}{\partial z} = \vec{J}_y \vec{B}_x \qquad (II.32)$$

Selon l'équation d'impulsion (si on néglige la viscosité et la convection). Et afin d'obtenir la pression le long du conduit, on intègre l'expression ci-dessus et obtient :

$$P = \int_L \vec{J}_y \vec{B}_x dz \qquad (II.33)$$

Des inefficacités dans une pompe **MHD** sont attribuées aux pertes hydrauliques dues à la viscosité, et des pertes électriques dues à l'effet thermique électrique de Joule. Les pertes hydrauliques λ, peuvent être écrites, dans l'écoulement de **MHD** laminaire, comme suit :

$$\lambda = \frac{32Ha}{Re} \qquad (II.34)$$

Et dans l'écoulement turbulent comme suit :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0\ log_{10}\left(Re\sqrt{\lambda}\right) - 0.8 + F\left(\frac{Ha^2}{Re^*}\right) \qquad (II.35)$$

Avec Re et Ha étant les nombres habituels de Reynolds et de Hartmann, au sujet de Re^* étant le nombre de Reynolds de frottement défini comme suit :

$$Re^* = \left(\sqrt{\frac{\lambda}{8}}\frac{Re}{4}\right) \qquad (II.36)$$

Où F est une fonction expérimentale obtenue par Berton [9].

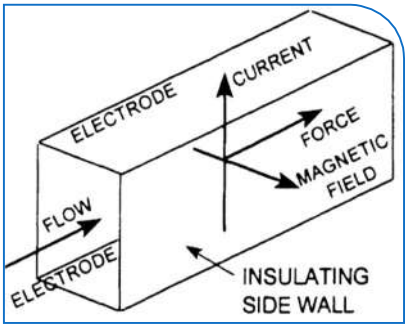


Fig. II.1 : Principes du pompage électromagnétique [10].

❖ **PRODUCTION D'ÉLECTRICITÉ**

Dans ce processus, l'énergie cinétique d'un fluide mobile, comme un métal liquide ou un plasma pollué par les vapeurs métalliques, est transformée en énergie électrique. Quand un fluide conducteur entre dans une conduite avec une vitesse u, au-dessous de deux pôles d'un aimant, un courant induit est produit, selon la loi d'Ohm, et est rassemblé aux électrodes (voir la Fig. II.2). Le fluide joue le rôle d'un rotor et le conduit le rôle d'un stator. Un avantage de ce type de production de l'électricité est souligné avec l'absence de toutes les pièces de rotation mécaniques.

L'électricité peut être produite avec un système de cycle ouvert ou fermé. Le dernier processus est adopté pour des systèmes de véhicule spatial puisqu'il y a un besoin de réutiliser le fluide de rotor. L'énergie primaire pour les dispositifs de cycle ouverts est fournie par un générateur de la chaleur. Pour les dispositifs de cycle fermés, la chaleur est fournie d'un réacteur nucléaire ou des panneaux solaires. En conclusion, des générateurs **MHD** peuvent être classifiés dans quatre catégories principales selon leur forme ou leur fluide conducteur utilisé :

- ✓ Générateurs linéaires (plasma)
- ✓ Générateurs circulaires (plasma)
- ✓ Générateurs en métal liquide
- ✓ Générateurs d'induction

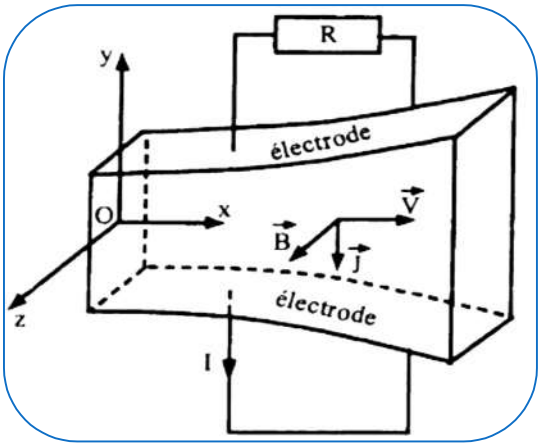


Fig. II.2 : Principes de production d'électricité MHD [10].

❖ **PROPULSION MHD**

L'idée fondamentale de la propulsion **MHD** émerge du fait que des forces électromagnétiques sont développées toutes les fois qu'il y a une circulation de courant électrique en présence d'un champ magnétique (voir la Fig. II.3).
Le moteur linéaire électrique de D.C est vu un dispositif de propulsion **MHD**. L'agent de propulsion est injecté entre deux électrodes circulant un courant électrique. Dans des dispositifs typiques de propulsion **MHD**, ce courant électrique est radial.

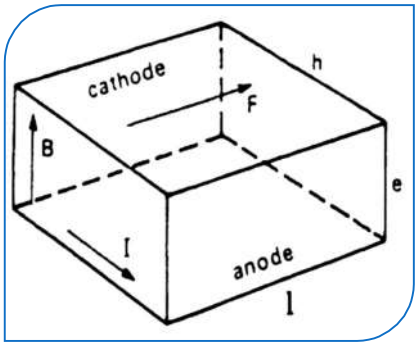


Fig. II.3 : Principes de propulsion MHD [10].

De ce fait en induisant un champ magnétique tangentiel B_θ :

$$\mu_0 \vec{J}_r = -\frac{\partial \vec{B}_\theta}{\partial z} \qquad (II.37)$$

Le couplage entre le champ magnétique soit$\vec{B}_\theta$ et$\vec{J}_r$, produit la force axiale de Lorentz :

$$F_a = \vec{J}_r \,.\, \vec{B}_\theta \qquad (II.38)$$

Cette force accélère l'agent de propulsion en dehors du dispositif de propulsion. Les dispositifs de propulsion **MHD** peuvent utiliser avec des niveaux de puissance élevée s'étendant de 4 à 10 MW. Dans ces conditions, la densité de courant électrique est de l'ordre 20 à 30 kA, vitesses finales jusqu'à 30 km/s et des taux d'écoulement de la masse peuvent être atteints 5 g/s. La poussée développée est autour de 150N. Les coefficients de production d'un éjecteur Magnéto-Plasma-Dynamiques typique sont autour 0.3 à 0.4, voir 0.5.
La propulsion de **MHD** peut être divisée en trois catégories principales selon le propulsant utilisé. Magnéto+Plasma-Dynamics (**MPD**) emploie les gaz chauds de plasma (3000K) comme propulseurs. Les gaz typiques sont l'Argon (Ar) ou l'Azote (N). Le grand avantage de tels dispositifs est leur basse consommation de propulseur. Pour la même efficacité, un éjecteur **MHD** aura besoin du propulseur de 3 à 10 périodes qu'un éjecteur chimique. L'inconvénient principal de tels dispositifs

est l'érosion des électrodes et des surfaces d'isolement dues à la haute température du plasma.
La deuxième catégorie des dispositifs de propulsion **MHD** emploie les métaux liquides comme propulseur.
Les dispositifs fonctionnent aux basses températures (400K), ainsi l'érosion d'électrodes n'est pas aussi importante que dans des éjecteurs **MPD**. La plupart des métaux utilisés sont le mercure (Hg), le potassium (K), le calcium (Ca), l'étain (Sn) et le Zinc (Zn), Les caractéristiques typiques sont 500 kW, 8 kA et 10 N en termes de puissance, le courant et poussée.

- **PROPULSION MHD NAVALE**

L'opération principale de fonctionnement de la propulsion **MHD** se tient pour la propulsion navale, où les forces de Lorentz sont employées pour propulser des bateaux et des sous-marins.
Une manière évidente de faire ainsi est d'utiliser des électrodes fournissant une densité de courant continue $\vec{j}$, qui agit l'un sur l'autre avec un champ magnétique, de ce fait créant des forces selon la technique nommé "la propulsion navale **MHD** de conduction» $\vec{j} \wedge \vec{B}$. Une autre manière de produire des forces de propulsion nécessaires est par la "technique d'induction". Dans ce cas-ci, il n'y a aucun besoin d'électrodes et on évite le procédé d'électrolyse de l'eau de mer qu'elles causent. Un courant électrique alternatif produit d'un champ alternatif d'aimant qui induit des courants formant leurs lignes dans l'écoulement.
Déjà, le prototype Yamato-1 japonais est une preuve de la praticabilité d'une viable propulsion **MHD**. Le défi principal pour la propulsion navale **MHD** est à la conductivité électrique faible de l'eau de mer. Les aimants de supraconducteur sont certainement "la manière au futur" pour la propulsion de mer de **MHD**.

- **APPLICATIONS DE LA MHD EN MÉTALLURGIE**

Quel que soit les métaux solide ou liquide ont des conductivités électriques très élevées (σ dont d'ordre O $(10^6)\Omega^{-1}\,m^{-1}$) et des forces électromagnétiques très importants, peuvent être produites. Ces forces peuvent mener le liquide en mouvement, comme dans l'agitation électromagnétique. La prétention de base commune aux applications de la **MHD** dans la métallurgie est que le nombre de Reynolds magnétique est très petit (Re_mau sujet de, d'ordre O(10^{-1})).Cette prétention implique que le champ électromoteur $\vec{u} \wedge \vec{B}$ est négligeable une fois comparé au champ électrique $\vec{E}$, et la loi d'Ohm se réduit à la forme:

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad \text{(II. 39)}$$

On peut alors parler du faible couplage électromagnétique-fluide.

Électromagnétique Stirling : le mécanisme fondamental sous lequel n'importe quel dispositif d'agitation électromagnétique est basé (fig. II.4) est le suivant :

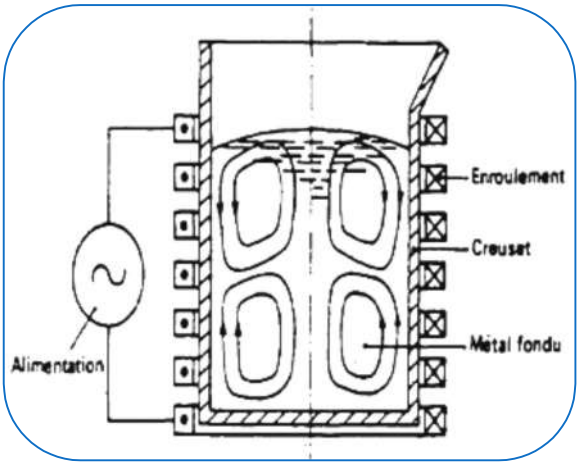


Fig. II.4 : Principes de l'agitation électromagnétique [10].

Un courant électrique alternatif crée un vecteur potentiel A qui en soi produit un champ magnétique $\vec{B}$.
Les courants électriques $\vec{j}$ sont induits selon la loi d'Ohm.
La force de Lorentz est produite dans le métal liquide.
Ces forces sont responsables du mouvement liquide dans le creuset. De ceux-ci des mouvements sont employés pour l'agitation des alliages pendant leur processus de fusion.

- **ALUMINIUM ÉLECTROLYSE**

Dans une cellule en Aluminium à réduction typique, un courant continu pénètre la cellule par l'intermédiaire de l'anode, dont les intrados sont immergés dans un sel électrolyte.
Ce sel fondu, connu sous le nom de cryolithe, est un mélange des fluorures de sodium et d'aluminium, ainsi que les constituants mineurs. La cryolithe agit en tant que dissolvant pour l'oxyde d'aluminium alimenté à la cellule, et sous la cryolithe est une piscine d'aluminium fondu.
La réduction d'ions en aluminium au métal se produit à l'interface entre les deux liquides augmentant de ce fait la piscine en aluminium. La piscine est partiellement siphonnée à intervalles réguliers. Le courant traverse l'aluminium à la cathode [21].

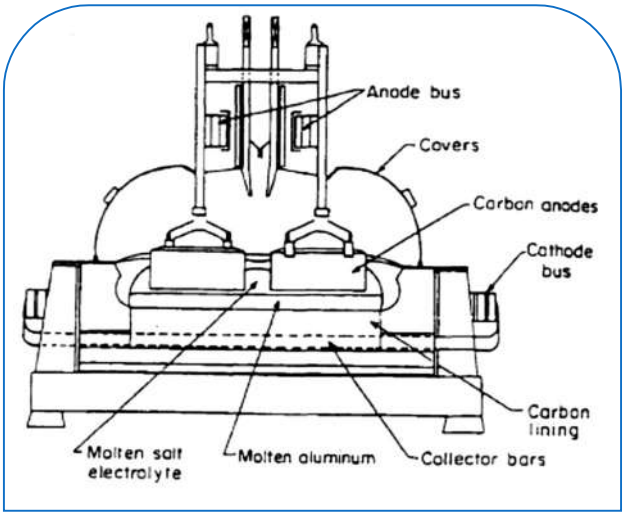


Fig. II.5 : cellule typique de réduction [10].

❖ **VALVE MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE**

La valve **MHD** est utilisée pour la régulation des faisceaux d'écoulement et de particules de gaz de plasma

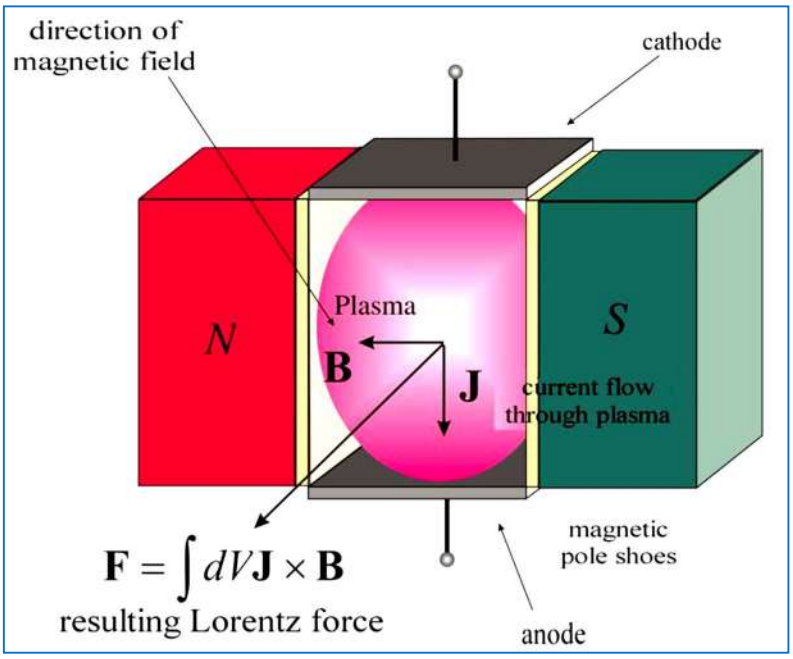


Fig. II.6 : Accommodement de la valve magnétohydrodynamique de plasma [22]

La nouvelle valve magnétohydrodynamique de plasma a été développée pour la régulation d'écoulement et la séparation des gaz avec différentes pressions. Le système n'a aucun composant ou collision mécanique. Par conséquent, des faisceaux de particules peuvent être transférés sans obstruction.

La sortie de gaz est commandée sur un éventail et la valve elle-même peut être actionnée dans des délais de microsecondes.

Des systèmes conventionnels de valve sont souvent construits pour la régulation du débit de gaz. La technologie la plus sophistiquée pour régler des écoulements de gaz est l'ouverture de plasma qui commande l'écoulement de gaz par régulation thermique. Les avantages de ce procédé sont :

- Régulation de débit de gaz et séparation des éléments de gaz sans composant mécaniques intermédiaire.
- La commutation de la valve de plasma dans des millisecondes convient au lancement des faisceaux de particules.
- Le système perméable pour le milieu à la particule d'énergie de niveau élevé rayonne
- Construction facile et rentable
- Application mobile

La fonction de la nouvelle valve de plasma est basée sur un ensemble spécifique du système qui est montré dans fig. II.6 [22].

❖ LA MHD D'UN PLASMA DE TOKAMAK

Le tokamak est une machine conçue pour réaliser la fusion thermonucléaire contrôlée, cette réaction exige un bon confinement, autrement dit il faut que les lignes du champ se referment sur elles-mêmes, pour cela on utilise la **MHD** qui permet de donner une idée sur la géométrie du plasma.

➢ CONFINEMENT MAGNÉTIQUE

Afin de contrôler le mouvement des particules, le plasma est confiné par un champ magnétique. Les ions et les électrons constituant le plasma suivent alors des trajectoires en forme d'hélices (hélicoïdales) autour des lignes de champ magnétique. Elles sont soumises à la force de Lorentz (Fig. II.7).

Dans un premier temps, des topologies cylindriques ont été étudiées ayant comme principal inconvénient la perte de particules aux extrémités du cylindre. En refermant le cylindre sur lui-même (géométrie toroïdale), les lignes de champ magnétique deviennent circulaires (Fig. II.8). Il n'y a plus de pertes de particules. Le champ magnétique est toroïdal. Sa courbure (force centrifuge) et son inhomogénéité (apparition d'un gradient magnétique) qui plus élevé sur l'intérieur du tore que sur l'extérieur engendre une légère dérive des particules.

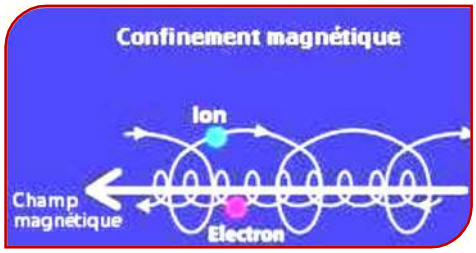


Fig. II.7 – Trajectoires de particules autour d'une ligne de champ magnétique.

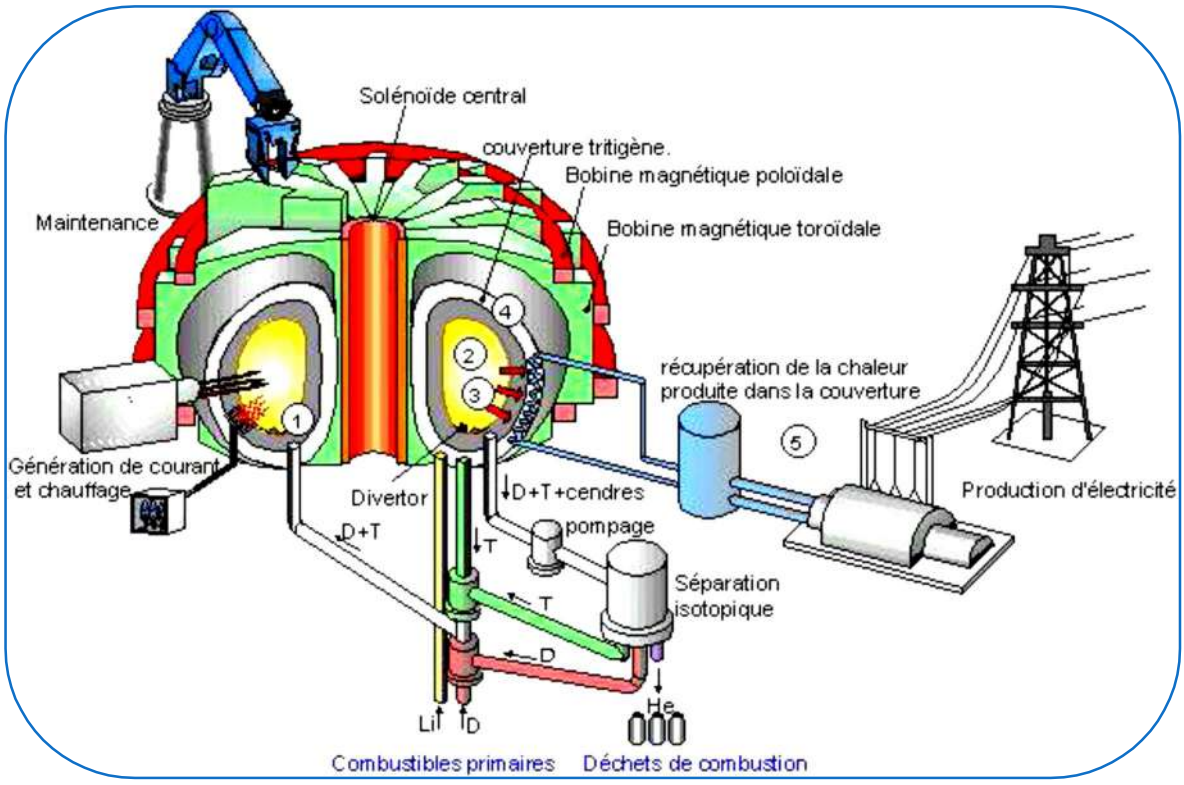


Fig. II.8 – Schéma d'un réacteur.

- **FONCTIONNEMENT D'UN RÉACTEUR**

La figure II.8 présente un schéma de ce que pourrait être un réacteur de fusion. Le confinement magnétique est réalisé comme ce qui a été décrit précédemment. Les bobines sont construites dans des matériaux supraconducteurs afin de limiter la consommation d'énergie. Les moyens de chauffage restent également les mêmes.
En 1, on injecte le mélange Deutérium-Tritium au cœur du Tokamak où le mélange est chauffé et amené à l'état de plasma dans une chambre à vide (en 2). Les produits du plasma (particules alpha et rayonnement) ainsi que des particules chargées cèdent leur énergie à la première paroi suite a des collisions (en 3). L'énergie des neutrons est convertie en chaleur dans la couverture tritigène. Cette couverture, située elle aussi dans la chambre à vide, joue un rôle très important (en 4). C'est tout d'abord elle qui récupère l'énergie à l'aide d'un fluide caloporteur. Ce fluide emmène la chaleur vers un générateur de vapeur destiné à faire tourner une turbine pour fournir de l'électricité à l'aide d'un alternateur (en 5). Le second rôle de la couverture est de protéger tous les composants extérieurs (chambre à vide, bobines magnétiques...) des flux neutroniques en réduisant leur énergie cinétique. Enfin, le tritium, rare sur terre, est produit dans la couverture contenant du lithium à l'aide des bombardements neutroniques. En effet, en faisant réagir du lithium avec un neutron on obtient du tritium, de l'hélium et dans certains cas de l'énergie qui pourrait fournir 20% du rendement du réacteur.

Un système de pompage permet d'évacuer les déchets (particules alpha). Ce système de pompage ne pouvant sélectionner uniquement les particules alpha, le Deutérium et Tritium pompés sont réinjectés dans le plasma [23,24].

II.5. RECHERCHE FONDAMENTALE DE MHD

La recherche de **MHD** est présente dans beaucoup de domaines tandis que certainement non approfondie, la liste suivante représente quatre domaines avec de bonnes perspectives pendant les prochaines années :

- Procédés de solidification sous un champ magnétique : Ici, l'objectif est de commander la convection naturelle par champ magnétique dans n'importe quel procédé de solidification afin d'obtenir la croissance en cristal homogène.
- Refroidissement des réacteurs à fusion thermonucléaires.
- Études de la commande magnétique de la turbulence.
- Étude de l'effet de dynamo pour les balances astrophysiques de la **MHD**.

II.6. CONCLUSION

A partir de ce chapitre, on conclut que la **MHD** est un outil très puissant lorsqu'il s'agit de traiter les problèmes d'équilibre, tel que la déposition, pour cela il faut appliquer un fort champ magnétique.

L'utilisation d'un champ électromagnétique pour contrôler des écoulements et le transfert thermique se manifeste d'une façon générale, en plus du contrôle de l'hydrodynamique (les vitesses), par une décélération du taux de transfert de chaleur dans plusieurs domaines industriels, est devenue un moyen privilégié pour la précision et minimisation de la consommation de l'énergie.

En effet, avec un champ électromagnétique, il est possible d'agir sur les écoulements sans aucun contact physique. Le brassage est assuré par la force de Lorentz induite par le champ magnétique. L'application d'un champ magnétique uniforme sur ces mouvements convectifs et thermophorétique, a montré une diminution sur celle-ci. Le champ de température devient à conduction dominante lorsqu'on applique nombre important de Hartmann suivant différente orientations avec la notation suivante : un champ appliqué horizontalement cause des amortissements de l'écoulement. Mais, c'est le champ, appliqué verticalement qui modifie considérablement la structure de l'écoulement.

CHAPITRE III

THERMODIFFUSION

III.1. INTRODUCTION

Le comportement des fluides multi-constituants est caractérisé par des nombreux phénomènes n'ayant pas cours dans les corps purs. En particulier, lorsqu'un mélange de plusieurs espèces au départ homogène, fluide ou solide, est soumis à un différentiel de température, on observe une migration relative des constituants les uns par rapport aux autres. Selon les espèces et les conditions thermodynamiques, cette migration partielle s'effectue vers les zones chaudes ou froides. Cette séparation relative des composés est appelée effet thermodiffusif, diffusion thermique ou encore thermodiffusion. En phase condensée, ce processus est aussi appelé effet Soret ou Ludwig-Soret. On parle également de thermophorèse lorsque l'on s'intéresse à des molécules/particules de grandes tailles par exemple de types colloïdales ou polymères. Par ailleurs ce phénomène possède son correspondant :

L'effet Dufour qui caractérise le gradient de température induit par un gradient de fraction molaire dans un mélange.

La séparation des constituants produite par ce gradient de température n'est que partielle car la diffusion de masse ordinaire (de Fick) tend à s'opposer au gradient de concentration. La figure (III.1) représente l'effet de ce processus sur un mélange ternaire : sous l'action d'une différence de température, une espèce, la noire, a tendance à s'accumuler dans la zone chaude tandis qu'une autre, la verte, se concentre préférentiellement au niveau de la zone froide, enfin la troisième, la rouge, reste répartie de manière homogène. Après une phase transitoire, le mélange atteint un état stationnaire, où diffusion de masse ordinaire et thermo-diffusion se compensent.

On visualise dans le tableau suivant la classification des effets couplages Flux/ force entre chaleur et matière :

Tableau. III.1. Couplages flux-forces entre chaleur et matière

Flux/ force	$\vec{\nabla}\theta$	$\vec{\nabla}N$
Chaleur	Loi de Fourier	Effet Dufour
Matière	Effet Soret	Loi de Fick

C'est habituellement un phénomène de second ordre qui peut être parfois négligé. À titre indicatif, son amplitude peut atteindre des valeurs de l'ordre de celui de la diffusion de masse ordinaire, mais en fluide simple dans des conditions standard elle est typiquement de 10^{2}à 10^{3}fois plus petite.

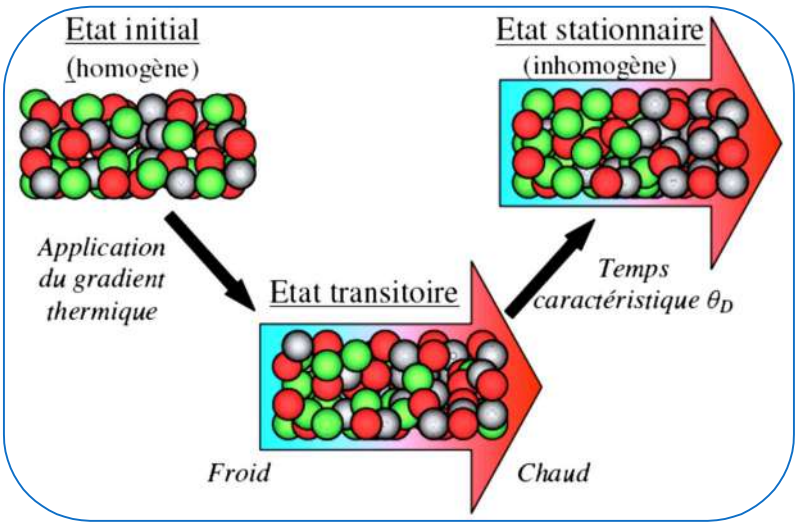


Fig.III.1. Établissement d'un gradient de fraction molaire dans un mélange ternaire sous l'action d'une différence de température : la thermodiffusion.

Comme son nom l'indique, cet effet est purement diffusif et est donc induit par l'anisotropie des forces intermoléculaires soumises au gradient de température. Cet effet est donc systématiquement présent dès qu'un mélange est soumis à un gradient de température et ceci que la gravité soit présente ou non, contrairement à la convection thermique.

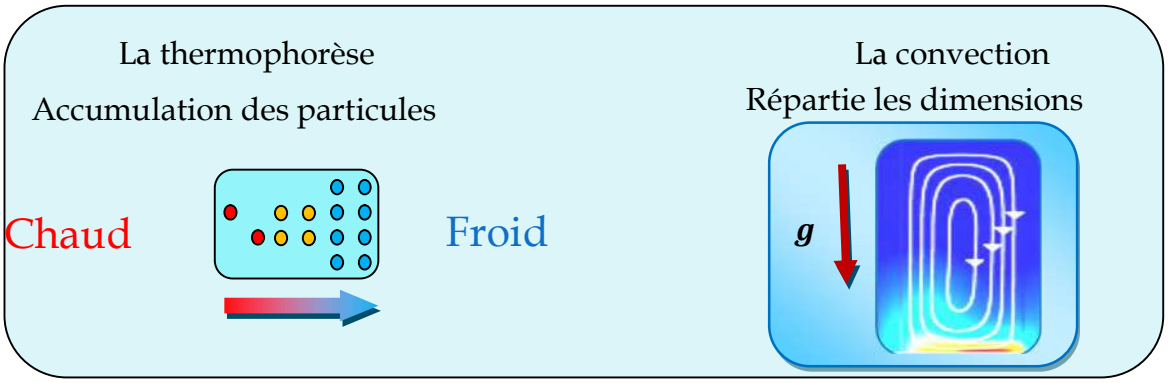


Fig.III.2. Différence entre le phénomène de la thermophorèse et la convection

• Le processus de thermodiffusion intervient dans de très nombreux cas naturels. Dès qu'un mélange est soumis à un gradient de température et que son temps caractéristique de thermodiffusion n'est pas trop grand par rapport à celui lié à la convection thermique, on peut estimer que cette diffusion thermique pourra influer de manière non négligeable sur le système. Ainsi en géologie, la thermodiffusion est utilisée pour expliquer l'évolution du cœur de la terre. Elle semble modifier la différenciation magmatique et est utilisée pour comprendre certains mécanismes de cristallisation des magmas. On la cite aussi en ce qui concerne les zones concomitantes où eau douce et océan se rencontrent. Elle semble également jouer un rôle dans l'érosion accrue de containers de produits hautement radioactifs.
Elle modifie la répartition de certains isotopes dans la glace et permet ainsi de mieux appréhender les brusques changements climatiques. Elle est par ailleurs impliquée

dans des phénomènes aussi divers que la météorologie ou l'astrophysique. De plus, son influence sur le comportement de la combustion semble être relativement importante. Certains lui attribuent également une influence dans le transport biologique à l'intérieur du corps humain. Elle est même évoquée comme un possible mécanisme pour l'évolution pré biotique. Elle intervient, la répartition des hydrocarbures dans les réservoirs pétroliers.

• La thermodiffusion peut également avoir un intérêt économique et servir dans différents procédés industriels. La plus importante des applications de ce processus croisé en phase gazeuse est la séparation des isotopes (Dupuis). Par une méthode de colonne thermogravitationnelle, qui couple convection et thermodiffusion, proposée par Clusius et Dickel, il est ainsi possible par exemple d'enrichir le méthane en $^{13}CH_4$ jusqu'à une pureté de 99,998 % en partant d'un mélange de teneur comprise entre 55 et 70 % (Dupuis). De la même manière elle a servit à l'enrichissement isotopique de l'Uranium pendant la seconde guerre mondiale. Une autre utilisation intéressante est l'enrichissement en composé radioactif, tel le ^{14}C, permettant d'améliorer la datation de certains échantillons dont la teneur initiale peut être trop faible. Par ailleurs, de par son rendement assez faible, elle n'est utilisée que pour la séparation de produits à haute valeur ajoutée, comme certains produits pharmaceutiques ou pétroliers. Enfin on peut citer également son utilité dans l'analyse des propriétés thermoélectriques des solides ioniques et des sels fondus.

• La thermodiffusion peut avoir aussi d'autres influences qui peuvent être parfois perturbatrices. En effet tout appareillage qui met en jeu un chauffage quelconque doit prendre en compte un possible effet de la thermodiffusion. Ainsi ce processus de transport intervient dans certains problèmes liés à la physique des plasmas ou encore dans le raffinement de l'aluminium par un processus thermoélectrique. Son influence peut mener à des comportements particuliers en optique, notamment dans les cristaux liquides dopés soumis à un laser. En électrolyse l'effet Dufour peut modifier la production de chaleur locale au niveau des électrodes.

• Enfin, la thermodiffusion peut s'avérer être une très bonne sonde de potentiel d'interactions entre molécules d'espèces différentes. En effet elle dépend très fortement de la forme des forces intermoléculaires. Ainsi on peut imaginer profiter de cette forte sensibilité pour remonter aux valeurs des paramètres d'interactions croisées si importants en thermodynamique. On peut également envisager de tester l'expression même du potentiel d'interaction par rapport aux résultats obtenus sur la thermodiffusion en phase gazeuse, voire d'en développer de nouveaux.

Pourtant malgré la relative ancienneté de la découverte de ce phénomène et ses multiples implications, c'est le seul processus hydrodynamique simple pour lequel aucune explication physique, au sens moléculaire, n'existe à l'heure actuelle. Cette lacune implique qu'à notre connaissance il n'existe pas de modèle capable de prédire de manière fiable les coefficients de transport associés à la thermodiffusion pour

l'ensemble des états thermodynamiques. Ceci même si depuis le début des années soixante, avec les travaux de Onsager, Prigogine ou encore de Chanu, la phénoménologie de ce processus croisé est parfaitement décrite.
Néanmoins certains de ces modèles permettent d'appréhender correctement la thermodiffusion, mais dans des conditions bien particulières ou sur des mélanges donnés de constituants. Ainsi la théorie de Chapman-Enskog, basée sur l'équation de Boltzmann, fonctionne bien pour les gaz peu denses. Les approches basées sur des lois d'échelles permettent d'appréhender la divergence de la thermodiffusion près du point critique. Certains modèles thermodynamiques permettent d'estimer correctement l'effet Soret sur des mélanges simples.
La cause de la gravité, quand on applique un gradient de température à un fluide, sans que celui-ci soit colinéaire à la gravité, des courants de convection vont apparaître et dès lors brasser et mélanger le fluide, « la chaleur monte ». La distribution des espèces est alors fortement modifiée et il devient difficile d'en extraire la contribution thermodiffusive, qui, très souvent, possède un temps caractéristique bien supérieur à celui lié à la convection. Afin d'éviter ces difficultés, il existe plusieurs possibilités qui vont de l'expérimentation en microgravité, dans l'espace, au couplage convection thermodiffusion ou encore à l'utilisation de gradients très faibles et très localisés.

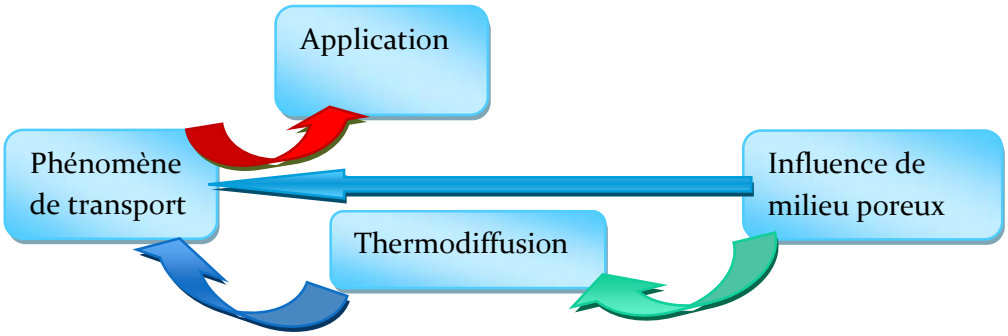


Fig.III.3 : Cadre et objectifs de ce travail.

L'idée générale de ce travail est donc d'obtenir des résultats par simulation sur les propriétés de transport et plus particulièrement sur la thermophorèse, tout en ne restant pas uniquement focalisé sur des concepts microscopiques. Ainsi, ce travail de recherche se trouve aux confins de différentes spécialités, thermodynamique, mécanique des fluides, physico-chimie ou encore physique statistique [25,26].

III.2.TRANSPORT SOUS L'INFLUENCE DE GRADIENT DE LA TEMPÉRATURE

Les gradients de la température peuvent mener au transport des molécules et des nanoparticules. Tandis que le premier mécanisme s'appelle la diffusion thermique, la seconde s'appelle le thermophorèse. Après une courte introduction à la diffusion thermique, le thermophorèse est discuté en détail.

❖ **Diffusion thermique**

Dans un système stationnaire contenant un mélange de gaz un gradient de température et de concentration peut transporter des particules dans le gaz. Ce transport de particule s'appelle la diffusion thermique. Vers la fin des années 30 un processus combinant la convection et la diffusion thermique a été décrit, par lesquelles les mélanges des gaz, en particulier des isotopes, peuvent être séparés. L'invention a permis l'enrichissement des matériaux radioactifs. La diffusion thermique est caractérisée par le rapport de diffusion thermique k_T . C'est une mesure actuellement relative à l'importance thermique(D^T)et de la diffusivité (D)de masse :

$$k_T = \frac{\rho}{n^2 m_1 m_2} \frac{D_A^T}{D_{AB}} \qquad \text{(III. 1)}$$

Oùn est la densité de toutes les molécules et m_1, m_2sont les masses des molécules de gaz. Le gradient de concentration constitué par un gradient de température à l'état d'équilibre est donné par :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{C_1}{C}\right) = -k_T \frac{\partial}{\partial r} lnT \qquad \text{(III. 2)}$$

Le rapport de diffusion thermique k_T dans un gaz composé, est une fonction complexe de la température, concentration et de poids moléculaires. Il devient efficace pour de grandes différences des poids moléculaires des molécules de gaz et réduit à zéro pour les poids moléculaires égaux. Le rapport de diffusion thermique peut être positif ou négatif selon la température moyenne dans le gradient de température et sur la concentration. Les valeurs de $k_T$sont de l'ordre de 10^{-2}[27].

III.3. VUE D'ENSEMBLE DES MÉCANISMES DE DÉPOSITION

III.3.1. MÉCANISMES DE DÉPOSITION :

La connaissance détaillée des différentes forces agissant sur les particules est nécessaire pour déterminer les différents paramètres externes de plasma. Dans les prochains paragraphes les diverses forces qui peuvent avoir un effet sur le transport de particules sont récapitulées et dans le dernier paragraphe l'expression résultante du flux des particules est décrites.

Les processus qui régissent sur la déposition des particules sont divisés en plusieurs catégories, on va donner les formules pour une particule sphérique :

- **Pesanteur**

La pesanteur est le mécanisme principal pour le déplacement des particules non chargéou légèrement chargées. Les particules précipitées sous l'effet de la pesanteur. Ce mécanisme est beaucoup influencer par rapport aux autres mécanismes non électrostatiques de déposition.

La pesanteur agit effectivement sur la déposition de grandes particules .il oblige ces particules de ralentir et orientés vers le bas.

$$F_g = m_p g \qquad \text{(III. 3)}$$

$$m = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

Où$m_p$est la masse de particule, $\rho_p$est la densité volumique de la particule, $r_p$est le rayon de particule, et $g$la constante de la gravité. Cependant, parce que la pesanteur departicule peut être négligée, devant l'influence d'autres forces, comme la force électrostatique, sont beaucoup plus forts pour des particules de taille de quelques micromètres[28,29].

- **Transport des particules dans un champ électrique :**

C'est très important pour les particules fortement chargées. Il peut également être important pour de petites particules légèrement chargées. Une exception pour les produits à températures élevées, elles ont perdu des électrons par l'émission thermoïonique, leur donnant une charge positive substantielle.

La force électrostatique exercée par le champ électrique $\vec{E}$est :

$$\vec{F}_{el} = Q_p \vec{E} \qquad \text{(III. 4)}$$

$$Q_p = ie$$

Oùe est la charge élémentaire. Quand la force électrique est équilibrée par la force de traînée (Eq. 10).

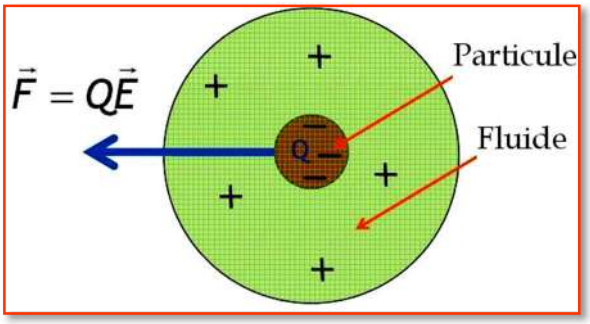


Fig. III.4.la force électrostatique influe sur une particule dans un fluide

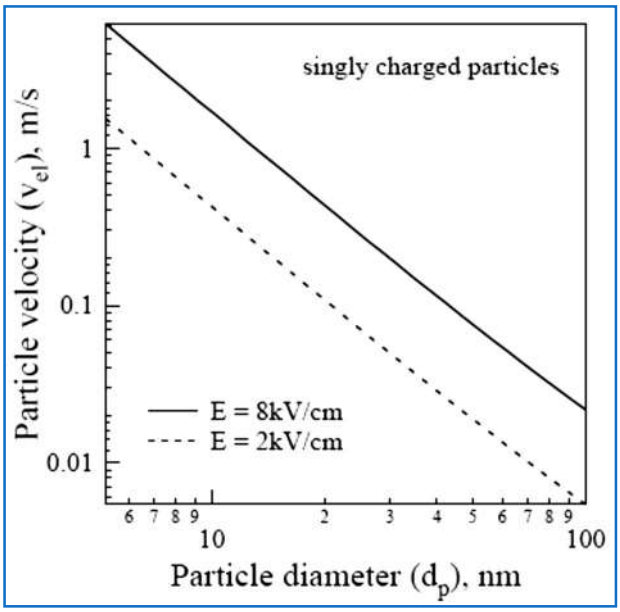


Fig. III.5. Vitesses de migration de nanoparticules chargées obtenus sous champ électrique (E)à différente force[28].

La ***Fig. III.5*** montre la vitesse d'équilibre desparticules chargéesen forme sphériques. Une particule de 10 nm dans un champ électrique de $2kV/cm$ et $8\,kV/cm$a une vitesse de migration de $0.41\,m/s$et$1.64\,m/s$, respectivement. Ces forces de champ rapprochent ceux utilisés dans des dépoussiéreurs électrostatiques.
La vitesse thermophoretique équivalente de la même grandeur exige un grand gradient de température du $1.5 \cdot 10^6\,K/m$. La vitesse élevée de particules chargées est avantageuse dans des systèmes de collection de particule tels que des filtres à air. Le filtre possède une polarité électrique permanente (sans champ électrique externe), analogue à un aimant permanent. Des particules chargées sont attirées par la force de champ électrique. Ceci augmente l'efficacité de collection et donc on peut réduire la densité d'emballage des fibres de collection qui diminue la résistance de ventilation du filtre [28,30].

- **La force de traînée neutre**

La force de traînée neutre résulte des collisions avec les molécules neutres de gaz et cause un transfert d'impulsion à partir du gaz neutre aux particules. En utilisant la théorie cinétique des gaz, la force de Traînée neutre peut être rapprochée par (III. 5)

$$F_n = \frac{4}{3}\,\pi r_p^2 n_n m_n v_{th}\left(v_p - v_n\right) \qquad \text{(III. 5)}$$

Où n_n, m_n , et $v_{th} = \sqrt{8kB_T/\pi m_n}$sont la densité de gaz neutre, la masse, et la vitesse thermique moyenne de gaz, respectivement. La force de traînée neutre sera seulement présente quand il existe une différence entre la vitesse de dérive de la particulev_p, et la vitesse des molécules neutrev_n. Puisqu'aucune convection n'est

incluse dans le modèle actuel $v_n = 0$, la force de traînée neutre agira simplement en tant que force d'atténuation sur la vitesse des particules, et par conséquent aura comme conséquence une décélération des particules [17].

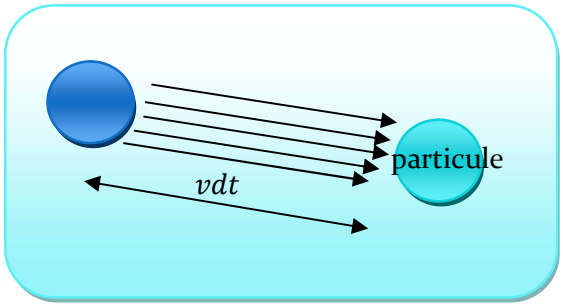


Fig. III.6 la force de Traînée influe sur une particule dans un fluide

- **La force de traînée des ions**

Semblable au transfert d'impulsion à partir des molécules neutres de gaz, les ions positifs conduits par le champ électrique vers l'enveloppe de plasma peuvent transférer leur impulsion aux particules.
Cette force induite est connue comme la force de traînée des ions et se compose en deux composants : la force de collection et la force d'orbite. La force de collection représente le transfert d'impulsion de tous les ions qui sont rassemblés par la particule. Chaque ion d'empiétement transfère son impulsion original,$m_i v_i$ rendant la force de collection égale à$(III.6)$.

$$F_i^c = pb_c^2 n_i v_s m_i v_i \qquad \text{(III. 6)}$$

Où$v_s$est la vitesse moyenne des ions positifs et $b_c$le paramètre de collection.
Le deuxième composant, la force d'orbite, est donné par$(III.7)$.

$$F_i^0 = 4\pi b_{\pi/2}^2 \Gamma n_i v_s m_i v_i \qquad \text{(III. 7)}$$

Où$b_{\pi/2}$ est le paramètre d'impact qui correspond à l'angle $\pi/2$ de débattement et le logarithme de coulomb :

$$\Gamma = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\lambda_L^2 + b_{\pi/2}^2}{b_c^2 + b_{\pi/2}^2}\right) \qquad \text{(III. 8)}$$

λ_LReprésente la longueur linéarisé par Debye et est une combinaison des longueurs de Debye d'électron et d'ion. La force d'orbite est provoquée par les ions positifs qui n'atteignent pas la surface des particules, mais transfère leur impulsion par les interactions de Coulomb[28,30, 32].

- **Forces Thermophorétique**

  - **La thermophorèse**

En présence d'un gradient de température dans le fluide, les particules se déplacent vers la région de plus basse température.
L'activité du mouvement Brownien dépend de la température et des particules sont repoussées par des régions de haute température et attirées vers des régions de basse température. Ceci est connu sous le nom de thermophorèse.
Ceci cause une force nette dans la direction du$-\nabla T_{gas}$. La force thermophorétique est donnée par $(III.9)$

$$F_{th} = -\frac{32}{15}\frac{r_d^2}{v_{th}}\left(1+\frac{5\pi}{32}(1-\alpha)\right)\kappa_T \nabla T_{gas} \qquad \text{(III. 9)}$$

Où∇T_{gas}est le gradient de la température de gaz, et $\kappa_T$est la partie de translation de la conductivité thermique. Le coefficient de dilatation thermique de gaz sur la surface des particules, α dépend principalement du rapport de masse des molécules d'incident et des atomes extérieurs, des températures de surface de gaz et, de l'énergie d'adsorption. Une approximation raisonnable pour le coefficient de dilatation est $\alpha < 1$ pour les températures de surface et de gaz entre 300 et 500 K.

Cet effet a été rapporté la première fois par Tyndall. Il a noté une région libre de particules autour d'un fil en métal chauffé qui était évident car un espace foncé dans le fond lumineux de la lumière dispersée des particules ("quand le fil est chaud,il porte la couleur blanche, il envoie vers le haut une bande d'obscurité intense"). Aujourd'hui, la thermophorèse est employé pour enlever les petites particules de jets de gaz dans des précipitateurs, comme méthode de prélèvement d'aérosol, et comme méthode de déposition pour la fabrication de film de particule. L'industrie de semi-conducteur emploie la thermophorèse pour éviter "le point léger " sur des gaufrettes et des masques lithographiques par la déposition des particules.
La thermophorèse cause également des effets peu désirés tels que la perte de particules dans des réacteurs de four d'aérosol. La déposition des particules par force thermophorétique dans les chaudières et les échangeurs de chaleur a comme conséquence l'entartrage et la réduction du transfert thermique.

  - **Thermophorèse dans le régime moléculaire libre**

En régime moléculaire libre $(Kn \gg 1)$le transport des particules vers la zone de plus basse température résulte du bombardement des molécules avec l'énergie plus élevée dans la zone plus chaude fig. III.10.

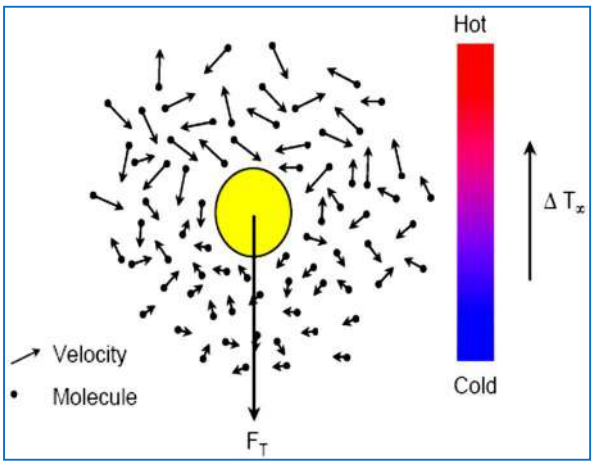


Fig. III.7.Diagramme schématique d'une particule (avec une grande sphère centrale) immergée dans un gaz[28]

Dans la figure III.7. Les petits points noirs représentent les molécules de gaz qui flottent aléatoirement. Leur vitesse est une fonction de la température de gaz, indiquée comme flèches de vecteur. Dans un gradient de température la vitesse moyenne des molécules de gaz a également un gradient. L'impulsion est transférée sur la collision des molécules de gaz avec la particule. Le transfert d'impulsion est une fonction de la vitesse de molécule de gaz. Le gradient dans les vitesses moléculaires moyennes produit une force sur la particule et un mouvement de particules contre le gradient de la température vers la région plus froide.

Waldmann a calculé la force thermophorétique des particules a partir de la théorie cinétique des gaz. Leur formule originale peut être réarrangée avec la vitesse moyenne des molécules de gaz :

$$F_{th} = -\frac{4\sqrt{\pi}}{15} d_p^2 \frac{k_g \nabla T}{\sqrt{\frac{2\kappa T}{m_B}}} \qquad \text{(III. 10)}$$

Le facteur k_g représente la conductivité thermique du gaz selon lequel peut être exprimé par la relation suivante :

$$k_g = \frac{15\kappa\mu_B}{4m_B} \qquad \text{(III. 11)}$$

La vitesse thermophoretique dans le régime moléculaire libre est calculée en égalisant la force thermophorétique (EqsIII.9, III.10) à la force de traînée :

$$V_T = -\frac{3\mu_B}{4\rho_B\left(1+\frac{\pi\alpha}{8}\right)}\frac{\nabla T}{T} \qquad \text{(III. 12)}$$

Selon l'Eq. (III.12) la vitesse thermophorétique des particules dans le régime moléculaire libre ne dépend pas de la dimension particulaire et de la composition.

Cependant, du fait des petits particules (5 nm et moins) le coefficient de dilatationαpeut dépendre de ces paramètres de particules.

Récemment, la force thermophorétique sur les particules sphériques dans le régime moléculaire libre a été prévue en utilisant la méthode de transfert d'impulsion couplé aux fonctions de distribution moléculaires de vitesse calculées par la méthode de simulation directe de Monte Carlo. Ces méthodes ont montré que le modèle de Waldmann peut être employé avec l'exactitude acceptable pour calculer la force thermophorétique sur des particules dans les gaz monoatomique et polyatomiques et leurs mélanges.

- **Thermophorèse dans le régime transitoire et continu**

Pour les particules de gaz qui sont plus grandes que le chemin libre moyen, il est théoriquement difficile de décrire le mouvement dans un gradient de température. L'explication est basée sur une vitesse de fluage orientée sur le côté de hautes températures, propulsant la particule vers le côté de basse température. Brock a dérivé la vitesse thermophorétique dans le régime continu en utilisant une approche par la mécanique des fluides avec les conditions aux limites. La force thermophorétique donnée par Brock est une fonction des coefficients d'échange thermique (C_t) et quantité de mouvement C_m qui peuvent être exprimés par le coefficient de dilatation (α) :

$$F_{th} = -\frac{9}{2}\pi\frac{\mu_B^2}{\rho_B}d_p\left(\frac{1}{1+3C_mKn}\right)\left(\frac{(k_g/k_p)+C_tKn}{1+2(k_g/k_p)+2C_tKn}\right)\frac{\nabla T}{T} \qquad \text{(III. 13)}$$

Un meilleur accord avec des données expérimentales a été obtenu avec $C_t = 2.48$ et $C_m = 1.00$pour une pure diffusion des molécules rayonnante. L'égalisation de la force thermophorétique avec la force de traîne donne la vitesse thermophorétique:

$$V_T = -\frac{3}{2}\frac{\mu_B}{\rho_B}C_c\left(\frac{1}{1+3C_mKn}\right)\left(\frac{(k_g/k_p)+C_tKn}{1+2(k_g/k_p)+2C_tKn}\right)\frac{\nabla T}{T} \qquad \text{(III. 14)}$$

On peut montrer que dans la limite $Kn \to \infty$, la vitesse thermophorétique donnée par l'eq (III.14) ; est 57% de la vitesse thermophorétique dans le régime moléculaire libre dérivé, Waldmann (Eq.III.12) en rapprochant le facteur de correction de Cunningham par $C_c = (1 + 1.257\,Kn)$(Eq. III.13). Ceci a permis l'interpolation de l'équation originale par Brock du régime continu au régime moléculaire libre (fig. 11). Talbot a suggéré la relation suivante :

$$F_{th} = -6\pi\frac{\mu_B}{\rho_B}d_pC_s\left(\frac{1}{1+3C_mKn}\right)\left(\frac{(k_g/k_p)+C_tKn}{1+2(k_g/k_p)+2C_tKn}\right)\frac{\nabla T}{T} \qquad \text{(III. 15)}$$

Les coefficients sans dimensions $C_m$et $C_t$sont des expressions hydrodynamiques discontinue isothermique "la chute de vitesse" et "saut thermiques". Tandis que $C_s$est

le coefficient de Maxwell, le coefficient non-isotherme de la chute de vitesse (fluage thermique) qui peut également être exprimé en fonction du coefficient de dilatation α. La vitesse thermophoretique est dérivée en égalisant la force de traînée avec la force thermophorétique :

$$V_T = -\frac{2\mu_B C_s \left(\left(k_g/k_p\right) + C_t Kn\right) C_c}{\rho_B (1 + 3C_m Kn)\left(1 + 2\left(k_g/k_p\right) + 2C_t Kn\right)} \frac{\nabla T}{T} \qquad \text{(III. 16)}$$

Une compilation est disponible des valeurs expérimentales mieux adaptées pour ces trois coefficients semi-empiriques, correspondant aux valeurs $C_s = 1.17, C_m = 1.14\ et\ C_t = 2.18$.

- **Thermophorèse dans le régime continu (une approche alternative**)

D'après la loi de viscosité de Newton on accepte la vitesse comme la vitesse moyenne de masse :

$$v = v_m$$

Brenner a proposé la vitesse moyenne de volume : v_v

$$v = v_v$$

Dans un système compressible isobare, les gradients de température dans un élément liquide ont également comme conséquence un gradient de densité (par exemple loi de gaz parfait). Le gradient de densité mène au mouvement le volume du fluide en ce qui concerne le liquide. Les particules qui sont transportées et assemblées a cause du gradient de densité et de température dans le milieu liquide compressible mobile. Cette analyse est particulièrement utile dans le régime continu où la discussion basée sur la dynamique moléculaire de gaz ne peut pas être appliquée aisément. Dans ce qui suit nous présenterons l'analyse de Brenner et la comparaison aux résultats expérimentalement basés de Talbot (Eq. III.14).

Les vitesses de volume et de masse sont connexes par la vitesse de diffusion du volume (appelé flux diffusif par Brenner)

$$v_v = v_m + j_v \qquad \text{(III. 17)}$$

La dérivation de la vitesse de diffusion a été donnée en détail par Brenner :

$$j_v = \alpha_v \nabla ln \rho_B \qquad \text{(III. 18)}$$

Où α_v est la diffusivité de volume définie par Brenner. Pour les gaz parfaits la température est inversement liée à la densité et donc la vitesse de diffusion devient positive en ce qui concerne le gradient de densité (Eq. III.18). La chaleur respective ou le transfert de masse les cas auxquels Eq. (III.17) peut être appliquée en correspondant à $\rho_B = \rho_B(T)$pour une pression fixe. En cas de fluide incompressible la densité liquideρ_B, est uniforme dans tout le fluide et les vitesses de la masse et de volume sont égales.

Dans ce cas la vitesse de la particule pleine u, à un point se trouvant sur sa surface ∂V_sest :
$v_v - u = 0$ Sur ∂V_s pour une sphère non conductible.
Puisque $v_m = 0$dans un fluide au repos, il résulte de l'Eq. (III.16) que :

$$v_v = j_v = u \tag{III.19}$$

La vitesse de particules (u) est égale à la vitesse de volume parce qu'il est couplé avec le gradient de la densité. Ceci associe le mouvement thermophorétique des particules à la dilatation thermique du fluide.
Plus spécifiquement en utilisant le coefficient de dilatation thermique, β_{th}à une pression constante :

$$\beta_{th} = -\left(\frac{\partial ln\rho_B}{\partial T}\right)_p \tag{III.20}$$

La vitesse de particules peut être exprimée pour les sphères non conductrices en utilisant les équations (III.17, III.18, III.19) :

$$U = V_T = -\alpha_v \, \beta_{th} \nabla T \tag{III.21}$$

Un calcul plus détaillé pour le cas $k_p \neq 0$ rapporté par Brenner donne :

$$u = V_T = \frac{-\alpha_v \, \beta_{th}}{1 + \left(k_p / 2k_g\right)} \nabla T \tag{III.22}$$

La diffusivité de volume pour les gaz est liée au nombre de PrandtlPr, par la relation suivante :

$$\alpha_v = \frac{1}{Pr} \frac{\mu}{\rho} \tag{III.23}$$

Où$Pr = c_p \mu \, / \, k_g$en utilisant $\beta_{th} = 1/T$pour les gaz parfaits, on obtient :

$$u = V_T = -\frac{1}{Pr} \frac{1}{1 + \left(k_p / 2k_g\right)} \frac{\mu}{\rho} \frac{\nabla T}{T} \tag{III.24}$$

Dans le régime continu $(Kn = 0)$avec $Pr = 0.73$ pour un gaz diatomique ; cette relation prévoit une vitesse thermophorétique qui est seulement 17% plus haut de la corrélation empirique de Talbot (Eq. III.5). L'équation (III.23) est basée sur les arguments purement mécaniques de milieux continue (sans glissement), qui supposent que$v = v_v$. En résumé, Brenner a identifié le gradient de densité pour être la source fondamentale de différence de vitesse et pour le mouvement thermophorétique de particules dans le régime continu.

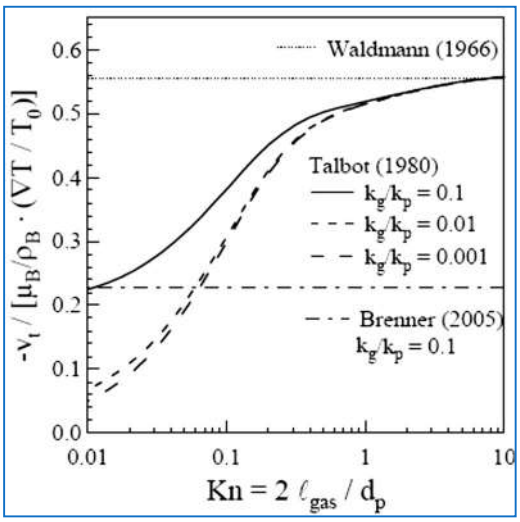


Fig.III.8. La vitesse thermophorétique sans dimensions [28]

La Fig. III.8représente la vitesse thermophorétique adimensionnelles basé sur les relations de Waldmann et de Schmitt, Eq. (III.13) ; Talbot Eq. (III.15) ; et Brenner, Eq. (III.20).

Pour $Kn > 1$(les particules sont plus petites que le chemin libre moyen) la vitesse devient indépendante de la composition et la taille de particules. Dans cette limite l'équation dérivée par Waldmann pour la limite moléculaire libre peut être employée. Pour un nombre de Knudsen plus petit (les particules sont plus grandes que le chemin libre moyen) le rapport de conductivité thermique avec la particule du gaz(k_g/k_p)devient un facteur important. La conductivité élevée des particules a un effetde diminution du gradient de température autour de la particule par la conduction thermique. Pour des particules en régime continu $Kn << 1$la vitesse thermophorétique est indépendante de la dimension particulaire comme montrée par Brenner et Talbot (fig. adaptée de Friedlander).

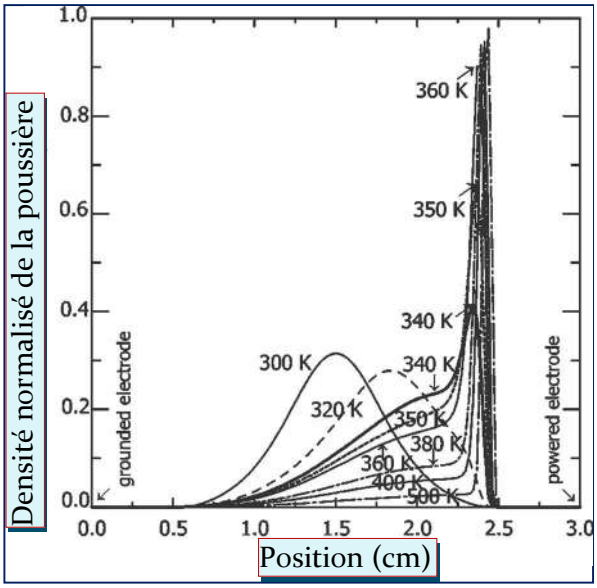


Fig. III.9Densité normalisé de la poussière en fonction de la Position (cm)[28]

De la Fig. III.9 nous pouvons clairement voir que le changement de température a un effet significatif sur le profil de densité des particules, car il réagit à un décalage de l'équilibre des différentes forces agissant sur les particules [28, 30, 31, 32, 33, 34, 35].

- **Transport de particule dans les écoulements convecteurs**

Parmi les mécanismes les plus dominants dans le transport des particules par le mouvement du gaz (porteur) est l'écoulement convectif. Le transport par diffusion des particules est toujours présent et superposé à l'écoulement convecteur. Ce transport par diffusion en fluides débordants s'appelle la diffusion convective. En plus les champs externes de force ont des effets principaux sur le mouvement des particules. Chacun des trois mécanismes (convection, diffusion, champs de force) affectera la concentration spatiale particulaire d'une dimension spécifique $C(x, y, z, t, d_p)$,le changement de la concentration de particules est décrit par l'équation suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla C = D\nabla^2 C - \nabla \cdot \boldsymbol{c}C \qquad \text{(III. 25)}$$

Le coefficient de diffusion particulaire (D) et de vitesse **c** (par exemple vitesse thermophorétique) [27].

- **Réaction chimique**

Les réactions chimiques entre le solide et les phases gazeuses change également le tauxde déposition net. Ces réactions peuvent également affecter les propriétés de larépartitionposée par le gradient de température [35].

- **D'autres mécanismes**

Plusieurs autres mécanismes existent qui peuvent jouer un rôle dans la formation de précipitation [35].

III.3.2.LA FORCE TOTALE AGISSANT SUR LES PARTICULES

L'équation du mouvement d'une particule sphérique suspendu dans un gaz écrit comme suit [36,37] :

$$m\frac{dv_p}{dt} = F_g + F_{th} + F_e + F_D + F_m \qquad \text{(III. 26)}$$

Forces considérées :
F_{th}Force Termophoretique
F_e Force électrostatique
F_GForce de gravité

F_DForce de traînée (force de Drag)
F_mForce magnétique

- ✓ Équilibre de force :

$$m_p \frac{\partial \vec{v}_p(t)}{\partial t} = \sum_i \vec{F}_i \quad \text{(III. 27)}$$

- ✓ Vitesse de particules :

$$\vec{v}_p(t) = \frac{1}{m_p} \int \sum_i \vec{F}_i dt \quad \text{(III. 28)}$$

- ✓ Condition pendant le temps d'arrêt :

$$\vec{v}_p(t_y) = 0 \quad \text{(III. 29)}$$

- ✓ Mouvement de particules :

$$x_p(t) = \int v_p(t)\, dt \quad \text{(III. 30)}$$

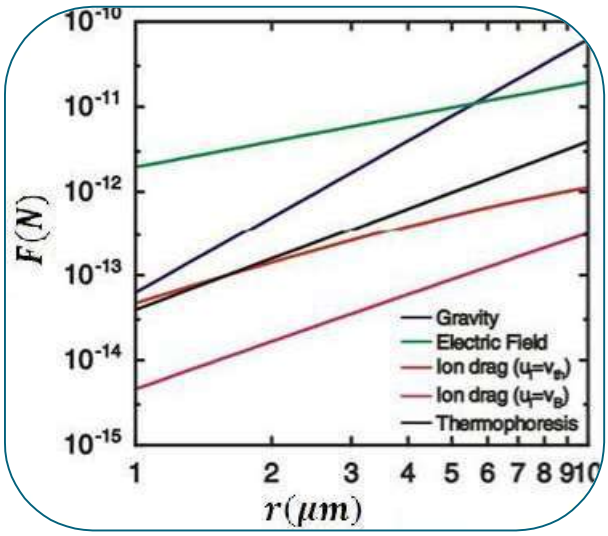


Fig.III.10comparaison de l'effet de différente forme de force sur les particules suivant leur taille [38].

Dans cette figure on compare l'influence de différentes formes de forces(N) sur les particules (rayon (μm)), nous remarquons que la pente de la force de gravité /rayon grand par rapport aux autres, donc l'influence de la force de gravité augmente rapidement si le rayon de la particule augmente, on remarque aussi que la force électrostatique est plus influente sur les particules de petite taille, et la force de trainer a le minimum influence sur les particules.

III.4.EXEMPLES DES APPLICATIONS DE LA THERMOPHORÈSE

❖ FABRICATION D'UNE FIBRE OPTIQUE

La fabrication d'une fibre optique ayant les qualités requises pour les télécommunications a nécessité la mise au point de procédés techniques très complexes. La technique générale de fabrication comporte d'abord la fabrication d'une préforme, que l'on étire ensuite en fibre.
La préforme est un barreau cylindrique qui représente fidèlement la géométrie de la fibre. Ce barreau peut être imaginé comme une grosse fibre de courte longueur. Une fois étirée, la fibre préserve le même profil d'indice et le même rapport entre le diamètre du cœur et celui de la gaine que ceux présents dans la préforme du départ. La répartition de la matière est également la même dans la fibre optique.
Nous utilisons la technique MCVD (Modified Chemical Vapour Deposition)(dans lequel une déposition portant des particules de silice-germanium de jet à hautes températures (environ 10 *nm* ou plus grand) sur le mur intérieur du tube de préforme de fibre optique (fig. III.11). En ce processus le thermophorèse est l'effet dominant par lequel les particules de silice et de germanium déposent sur le mur dans le processus de MCVD tandis que l'écoulement de gaz est parallèle au mur de tube (à gauche vers la droite dans fig. III.11). La compréhension des principes thermophorétique a mené à améliorer la conception du processus et des taux plus élevés de précipitation en établissant un gradient radial de température autour de la préforme de la fibre. Après que le procédé de précipitation soit complété, la préforme est calcinée pour la fabrication des fibres optique (voir ci-dessous) [39,40].

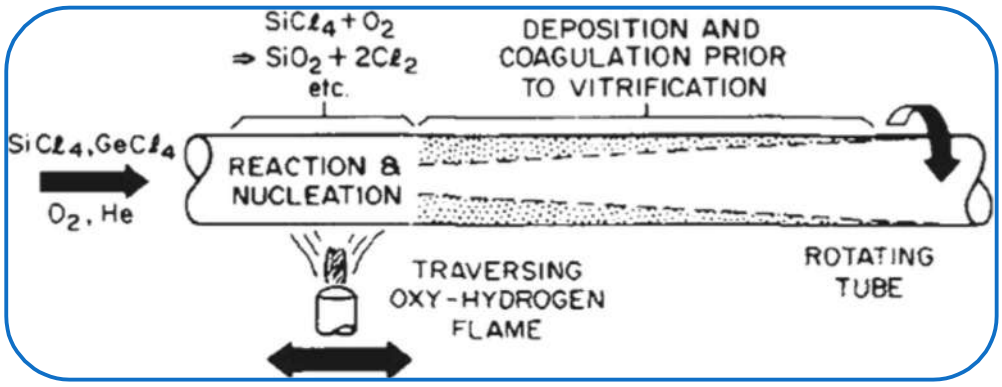


Fig.III. 11. Schéma de la déposition des particules dans la fabrication de fibre optiques [39].

III.5. CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, nous avons cherché à comprendre l'effet des forces induites par le gradient de température sur les particules.

Les molécules de gaz agissent l'un sur l'autre avec la superficie menant à l'impulsion et au transfert thermique qui se traduisent en force de traînée, le mouvement

brownien, la force thermophorétique et la force électrostatique. La surface des particules est assez grande pour porter un ou plusieurs charges qui influencent considérablement sur leur transport dans les champs électriques. La masse plus grande des particules mène aux effets d'inertie tels que la persistance de la vitesse brownienne. Par conséquent, le chemin libre moyen des particules est plus grand que le chemin libre moyen de gaz. Pour les petites particules (1 nm) leur transport a des similitudes au transport moléculaire. Cependant, à mesure que la taille de la particule augmente, l'échange d'impulsion des molécules avec l'inertie des particules de gaz sont avance différent au régime où des corrections au modèle de gaz continu peuvent être employées. Par conséquent, la structure de particule et la morphologie doit être prise en considération en plus de leur taille. Un paramètre principal pour le transport des particules est le coefficient de frottement qui a été également présenté pour les particules. Le transport de Nanoparticule est important dans beaucoup d'applications s'étendant de la fabrication de fibre optique, de la protection de semi-conducteurs.... etc.

CHAPITRE IV

REVUE DE LA LITTERATURE ET PROBLEMATIQUE

IV.1. INTRODUCTION ET REVUE DE LA LITTERATURE

Pour atteindre les objectifs assignés, il est fondamental de parcourir la littérature principalement celle ayant une relation avec le thème, de sélectionner les plus importants, de reporter les résultats et conclusions quand c'est nécessaire. Ce report est sectionné suivant les phénomènes présents seuls ou combinés. Dans ce qui suit, ce travail est établi pour que l'affinement de la problématique en soit plus précisé, relativement à la physique, les écoulements et les transferts ainsi que les conditions aux frontières. La stratégie de résolution est enfin exprimée.

- **Rayonnement**

L'écoulement, le rayonnement, le transfert de chaleur et de masse sont très importants dans l'industrie pour la conception d'équipement fiable des centrales nucléaires, des turbines à gaz et des divers dispositifs de propulsion pour l'avion, les missiles, les satellites et les véhicules spatiaux. Les effets du rayonnement thermique sur la convection mixte, les écoulements sont également importants dans le contexte de la technologie et des processus de l'espace impliquant les températures élevées. À la lumière de ces diverses applications, England et l'Émeris [41] ont étudié l'effet thermique de rayonnement d'un gaz gris circulant sur une plaque verticale stationnaire. Raptis [42] a étudié l'effet de rayonnement sur l'écoulement d'un fluide micropolaire sur une plaque en mouvement continue.
Hossain et Takhar [43] ont analysé l'effet du rayonnement en utilisant l'approximation de Rosseland, sur la convection mixte le long d'une plaque verticale avec la vitesse de jet et la température de surface uniforme. Duwairi et Damseh [44.45], Duwairi [46], Damseh et autres [47] ont étudié l'effet du rayonnement et du transfert thermique dans des géométries différentes pour différents régimes d'écoulement. Récemment Muthucumaraswamy et autres [48] ont étudié l'effet du rayonnement thermique sur la convection libre instable d'une plaque verticale mobile avec le transfert de masse en présence de la réaction chimique. Les équations gouvernantes adimensionnelles ont été résolues en utilisant la technique de transformation de Laplace. Très récemment Mbeledogu et d'Ogulu [49] ont étudié le transfert de chaleur et de masse sur l'écoulement magnétohydrodynamique instable avec convection libre d'un écoulement turbulent auprès d'une plaque poreuse verticale en présence du transfert de chaleur par rayonnement.
Badruddin et autres [50] ont étudié l'effet de la dissipation visqueuse, rayonnement et la convection libre dans un milieu poreux inclus dans un anneau vertical.

- **Thermophorèse**

Cependant, le phénomène du thermophorèse joue un rôle essentiel dans le mécanisme de transfert de masse dans plusieurs dispositifs impliquant les petites particules classées par les grands gradients de température. Le principe de

thermophorèse est utilisé pour fabriquer le bioxyde de silicium et de germanium augmentant la performance de fibre optique utilisée dans le domaine des communications. La déposition thermophorétique des particules radioactives est considérée comme l'un des facteurs importants dans des accidents des réacteurs nucléaires.

Une particule de petite taille micronique en suspension dans un gaz soumis à un gradient de température, qui génère une force, acquiert une vitesse par rapport au gaz dans le sens de la température décroissante. Ce phénomène, connu sous le nom thermophorèse, a été la première fois observé par Tyndall en 1870. L'effet thermophorétique peut être expliqué par la théorie cinétique des gaz [51]. Les molécules d'énergie plus élevée dans les régions chaudes du gaz heurtent la particule avec des impulsions plus importantes que les molécules provenant des régions froides, entraînant ainsi la migration de la particule dans le sens de la température décroissante. Par conséquent, on observe un dépôt sur un mur et si toutes les particules en suspension se déplacent des régions chaudes au froid er régions, les effets indésirables et les dommages peuvent se produire dans les processus d'ingénierie.

Bien que de nombreux facteurs tels que la convection, la diffusion Brownienne, la turbulence, la sédimentation, l'effet inertiel, l'électrophorèse , la géométrie de surface et la thermophorèse influencent le dépôt des particules, ce dernier effet est dominant dans certaines conditions d'intérêt technique. On constate que l' importance relative de la thermophorèse dépend à la fois de la vitesse de soufflage et de la taille des particules de dépôt qui ont lieu dans de nombreuses applications industrielles comme dans les surfaces froides des échangeurs de chaleur avec la réduction correspondante du coefficient de transfert de chaleur , le dépôt de fumée lors de la combustion de carburants contenant des composés inorganiques. Un autre exemple important est l'encrassement des aubes de turbine à gaz et le dépôt thermophorétique de particules radioactives qui est considéré comme l'un des facteurs importants provoquant des accidents dans les réacteurs nucléaires. De plus, le dépôt de particules contaminées sur la surface des produits dans l'industrie électronique joue un rôle critique dans la qualité du produit résultant. Comme astuce d'illustration, la thermophorèse se trouve être le mécanisme de transfert de masse dominant dans le processus de dépôt chimique en phase vapeur modifié tel qu'il est actuellement utilisé dans la fabrication de fibre optique à gradient d'indice de dioxyde de silicium et de dioxyde de germanium dans le domaine des communications.

La vitesse thermophorétique étant relativement indépendante de la taille des particules, l'effet inverse, c'est-à - dire la répulsion des particules d'une paroi chaude et la formation de la couche sans poussière autour des objets chauds, a également été très recherchée. Un exemple typique en sont les précipitateurs thermiques qui sont utilisés pour éliminer les particules submicroniques des flux de gaz. Le phénomène

est donc utilisé dans les appareils d'épuration d'air et d'échantillonnage d'aérosols. Il est probable que la thermophorèse soit importante dans la coagulation des aérosols en condensation ou en évaporation.

O.Aydin, et A. Kaya [52] ont étudié la première fois le transport thermophorétique impliqué dans un écoulement unidimensionnel simple pour la mesure de la vitesse thermophorétique. Le phénomène de thermophorèse dans l'écoulement laminaire au-dessus d'une plaque horizontale a été étudié théoriquement par Goren [53]. Shen [54] a analysé le problème de la déposition thermophorétique des petites particules sur les surfaces froides dans des cas bidimensionnels et axi-symétriques. La thermophorèse dans la convection libre avec les propriétés variables pour un écoulement laminaire au-dessus d'une plaque verticale froide a été étudié par Jayaraj et autres. [55]. Récemment Selim et autres [56] ont étudié l'effet du flux de masse extérieur sur l'écoulement avec la convection mixte auprès une plaque verticale perméable chauffée avec la thermophorèse.

Par conséquent, l'un des objectifs de la thèse est l'étude sous **MHD** des effets de thermophorèse et transfert radiatif sur une plaque semi infini inclinée perméable en convection mixte.
Il y a eu un grand intérêt pour l'étude de l'écoulement magnétohydrodynamique et du transfert de chaleur dans tout milieu en raison de l'effet du champ magnétique sur le contrôle de l'écoulement de la couche limite et sur les performances de nombreux systèmes utilisant des fluides électriquement conducteurs. L'effet de force magnétique dû à la force de Lorentz a un effet sur le profil de vitesse et le dépôt de particules par thermophorèse est affecté en retour.

- **Contrôle des couches limites par aspiration /injection**

Dans le même sens, pour le contrôle des couches limites, l'aspiration ou l'injection de fluide à travers les surfaces limites peut modifier considérablement le champ d'écoulement et l'épaisseur de la couche limite thermique, en conséquence, le taux de transfert de chaleur varie largement.
Hooper et al. [57] ont constaté que l'aspiration augmente, tandis que l'injection diminue, le taux de transfert de chaleur au niveau de la paroi. Bansod [58] a donné le même résultat, mais pour le flux opposé, les taux de transfert de chaleur et de masse diminuent dans un milieu poreux quelle que soit l'aspiration ou l'injection, comme expliqué ci-dessus. En raison d'un transfert de surface plus faible, Chamkha [59] a observé que le Nusselt pour la convection mixte en milieu poreux diminue à mesure que le paramètre d'injection augmente. Un autre résultat intéressant est l'influence du champ magnétique imposé sur les nombres de Nusselt et de Sherwood, qui diminuent dans la convection mixte et restent constants pour la convection forcée, attribuée aux variations des pentes des profils de

température et de concentration. Récemment, Muthukumaran et Bathrinathan [60] ont découvert qu'une structure de couches limites inversées peut se produire pendant l'aspiration / l'injection. Ceci est compléter en relation avec le rapport des vitesses au flux libre et à la paroi de la nappe d'étirement. Enfin, ces deux mécanismes ont un fort effet sur le taux de transfert de chaleur et de masse et peuvent les modifier fortement.

- **Combinaison de classe 1**

Le phénomène des phénomènes comme le rayonnement, la réaction chimique et la génération de chaleur a été étudié uniquement sous le dépôt de particules de thermophorèse, appelé ici de première classe. Les effets du dépôt de particules par thermophorèse sont également importants dans le contexte de processus impliquant des températures élevées. Le rayonnement thermique joue un rôle important à des températures élevées et peut affecter de manière significative le transfert de chaleur et la distribution de température dans l'écoulement de la couche limite de fluide participant. Un échauffement excessif des couches de fluide par rayonnement conduit à une vitesse de thermophorèse lente, est mis en évidence par Duwairi et Damseh [61]. Il est évident que la particule se dépose moins rapidement dans ce cas, ce qui s'explique par le faible gradient de température près de la paroi. C'est également la raison pour laquelle des effets concurrentiels sont présents. Le rayonnement fonctionne dans le sens opposé de la thermophorèse et du champ magnétique pour donner un transfert thermique de vitesse résultant, Das [62].

La réaction chimique peut être classée comme processus hétérogène ou homogène qui est analogue à la source interne de génération de chaleur. De nombreuses opérations de diffusion pratiques impliquent la diffusion moléculaire d'une espèce en présence d'une réaction chimique à l'intérieur ou à la frontière. Représentatifs des champs d'intérêt dans lequel la chaleur combinée et le transfert de masse peut se produire avec une réaction chimique avec un effet de thermophorèse. Par exemple, Muhaimin et al. [63] ont conclu que le frottement cutané augmente et que le taux de transfert de chaleur et de masse diminue avec l'augmentation de la réaction magnétique et chimique alors que toutes les quantités citées diminuent tandis que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation des paramètres thermophorétiques. De plus, il est intéressant de noter que le taux de changement du frottement cutané et le transfert de masse du flux de convection forcée sont plus importants à comparer avec les flux de convection libre et mixte. On peut observer que les effets de la réaction chimique et du dépôt de particules par thermophorèse sont strictement couplés.

Les effets de génération ou d'absorption de la chaleur sont considérés comme une conséquence de réactions chimiques exothermiques ou endothermiques. Ils sont présents dans de nombreux processus physiques, bien que la modélisation exacte de

la génération de chaleur interne ou de l'absorption soit assez difficile. On a supposé que la génération ou l'absorption de chaleur était constante, dépendante de l'espace ou de la température augmentent la non-linéarité.

Dans le présent contexte de thermophorèse et flux MHD, Chamkha et Issa [64] Les travaux actuels peuvent être utilisés comme véhicule pour comprendre le phénomène de dépôt de particules en présence d'un champ magnétique et d'une source de chaleur. Les principaux résultats dans leur étude, réalisée dans le contexte de la convection forcée, est que les paramètres thermophorétiques altèrent la couche limite de concentration de manière significative uniquement lorsque le nombre de Schmidt est trop grand. Ils ont conclu que le transfert de chaleur de paroi diminue avec la génération de chaleur alors qu'il augmente avec l'absorption de chaleur et que le flux de dépôt de paroi augmente à mesure que le paramètre correspondant augmente. Une inspection approfondie des résultats complets montre dans la première partie que le taux de transfert de chaleur est continuellement modifié par le nombre Hartmann et le paramètre d'aspiration / d'injection. Ceci est moins vrai pour le taux de transfert de masse et le frottement dans une seconde partie. Bien que la thermophorèse et la génération de chaleur s'influencent mutuellement, les résultats ne sont pas rapportés. Des travaux similaires ont été présentés par Alam et al. [65]. Des résultats numériques sont donnés pour la convection libre dominante.

- **Combinaison de classe 2**

Khisan et Jaghada [66] analysent la MHD combinée avec le rayonnement et la source de chaleur tandis qu'avec la réaction chimique par Mondal et al. [67]. Travaillant avec un nanofluide, Kundu et al. [68] et Muhaimen et al. [69] ont étudié à nouveau et en présence de la thermophorèse, le flux MHD avec réaction chimique dans différents systèmes géométriques. Une grande aspiration variable, la MHD et le rayonnement thermique sont les paramètres de focalisation dans l'article de Singh et al. [70]. Ces travaux cités constituent à titre d'exemple pour la deuxième classe associée à la thermophorèse. Dans tous les cas, les phénomènes de couplage sont visualisés dans des tableaux appropriés.

- **Combinaison de classe 3**

Dans la troisième classe, les effets de thermophorèse, le mouvement Brownien, un rayonnement thermique non-linéaire, la réaction chimique sont présentés par Patel et Singh [71] dans la plaque verticale imperméable. Certains tableaux peuvent être considérés comme le couplage fort intrinsèque de ces mécanismes. Plus récemment, Mittal et Patel [85] donnent la même étude pour un écoulement de nanofluide de Casson alors que Pal et Mondal [72] présentent des travaux dans le contexte décrit avec la réaction chimique. Leur étude s'est concentrée sur les effets Dufour et Soret et le type de génération de chaleur.

Il est à noter qu'avec la croissance des études sur les nanofluides, mélange de fluide de base et de nanoparticules, le phénomène de thermophorèse, en plus du mouvement Brownien, sont physiquement essentiels pour expliquer l'amélioration de la conductivité thermique de tels fluides non classiques. Ils ont été trouvés importants comme mécanismes de glissement dans les nanofluides par Buongiorno [73]et un modèle mathématique non homogène développé se base sur ces hypothèses. Les caractéristiques de dissipation visqueuse, de chauffage à partir de l'effet Joule et de conditions aux limites convectives sont analysées avec un flux de nanofluide. Par exemple, les travaux de Prasad et al. [74 - 76], Vaidya et al. [77], pour Casson nanofluid, Agha et al. [78 - 69] et AM Bouaziz et al. [80] en milieu dispersif poreux, Tayeb et Bouaziz [81] pour Couple stress nanofluid, prennent en compte le mécanisme de thermophorèse. D'une autre direction, les péristaltiques liquides deviennent un axe émergent en médecine, Vaidya et al. [82-83]. L'application cruciale dans le domaine des sciences de la santé constitue un domaine prometteur.

IV.2. PROBLÉMATIQUE

En conséquent de ce qui a précédé, les fluides traitant régulièrement de l'effet de la thermophorèse ont été largement étudiés au vu de nombreuses applications citées ci-dessus au cours des dernières décennies. À la lumière de la littérature mentionnée ci-dessus, il apparaît qu'aucun travail n'a rendu compte d'effets combinés dans le cas de la thermophorèse accompagnée d'une aspiration / soufflage technique, telle que MHD, réaction chimique, génération de chaleur et rayonnement ensemble sur une plaque inclinée, dans le contexte de convection mixte. Ainsi, il nous a motivé à explorer de tels phénomènes et la nouveauté du problème est de mettre en évidence les effets forts du couplage de ces différents mécanismes que peuvent rencontrer les usines chimiques complexes. On s'attend à ce que la présence de ces effets simultanés et multiples interagissant avec les champs de vitesse, de température et de concentration de couplage complets puisse fournir des résultats différents de ceux conduits pour un ou des aspects restreints pour capturer les valeurs finales des principaux taux de transfert de chaleur et de masse.

La présente thèse traite des effets de la thermophorèse sur un flux de convection mixte stable soumis à une aspiration / injection, un champ magnétique en présence de rayonnement dans une première étape, puis en plus de la présence d'une source de chaleur et d'une réaction chimique dans une seconde étape, autour d'une plaque inclinée semi-infinie. Ces effets multiples et fortement couplés à travers les profils de vitesse, de température et de concentration peuvent affecter substantiellement les quantités d'intérêt et le rôle concurrentiel attendu et pour contrôler ensuite les différentes couches limites, qui seront précisément exploitées. Pour ce faire, on exposera les modèles mathématiques pour les PDE gouvernants, formulés

et convertis en ODE à l'aide d'une transformation de similarité appropriée , puis les ODE résultants sont traités numériquement à travers des schémas de différences finies appropriés et précis.

La configuration géométrique bidimensionnelle de notre écoulement est montrée dans la fig.4.1. Nous considérons le cas d'une plaque rectangulaire semi infini inclinée contenant un milieu poreux saturé par un fluide ionisé. Les axes de coordonnées $x$et $y$sont respectivement orientés suivant les directions verticale et horizontale de la plaque.

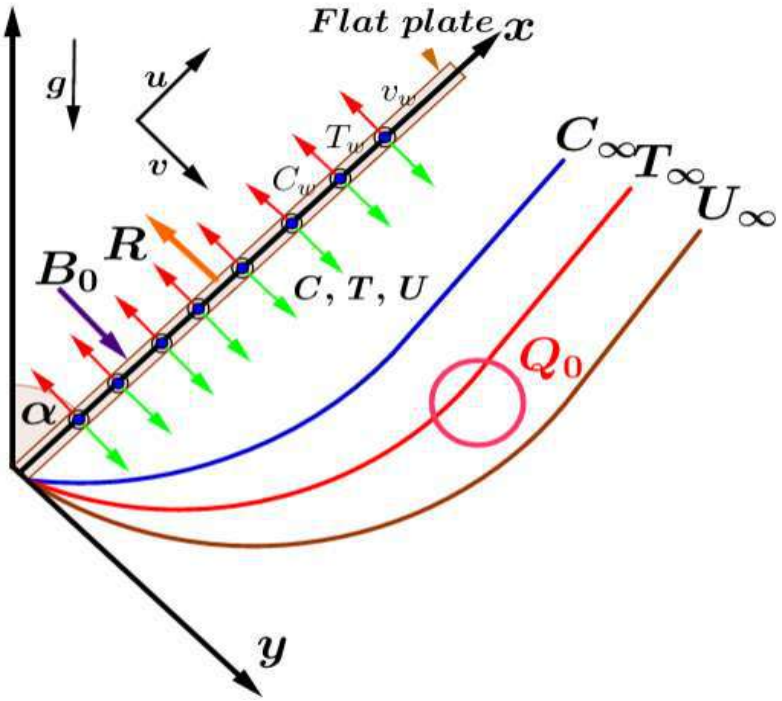


Fig.IV.1 : Représentation graphique du modèle physique et du système d'axes

IV.3. ÉQUATIONS GOUVERNANTES

L'étude que nous devons mener est non classique puisqu'elle se situe sous **MHD** d'une part et sous la dépendance des effets de thermophorèse et transfert radiatif d'autre part sur une plaque inclinée perméable en convection mixte bidimensionnelle d'un écoulement laminaire incompressible visqueux avec un angle d'inclinaison α à partir de la verticale. Avec l'axe x, un champ magnétique uniforme B_0 est appliqué dans la direction y qui est parallèle au sens d'écoulement. L'aspiration de liquide est imposée sur la surface de la plaque. L'écoulement externe dans la direction parallèle de la plaque inclinée et à la vitesse uniformeU_∞, la température de la surface $T_w$est considérée uniforme est plus grande que la température ambiante T_∞ . La concentration d'espèce à la surface est uniforme et maintenue à C_w, qui est considérée nulle, et pour la concentration de fluide ambiante C_∞ qui est maximale. Les effets du thermophorèse sont pris en considération pour aider dans la compréhension de la

variation de déposition des particules sur la surface. La configuration d'écoulement est montrée dans la fig. IV.1.

IV.4 HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

Afin de simplifier la formulation du modèle mathématique, nous allons considérer les approximations suivantes:

(i) Le flux de masse des particules est suffisamment petit de sorte que les champs principaux de vitesse et de température de jet ne soient pas affectés par les processus thermo physiques et par le nombre relativement petit des particules,

(ii) En raison du comportement de couche limite, le gradient de la température dans la direction y est beaucoup plus grand que dans la direction x et par conséquent seulement la composante de vitesse thermophorétique qui est normale sur la surface est d'importance.

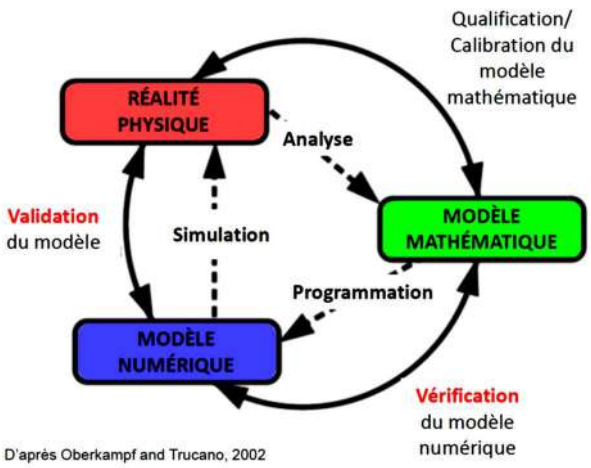
(iii) Le fluide a la viscosité cinématique et la diffusivité thermique constante, et l'approximation de Boussinesq est admise pour l'écoulement laminaire régulier.

(iv) On suppose que la diffusivité de particules est constante, et la concentration des particules est suffisamment diluée pour considérer la solidification de particules dans la couche limite négligeable, le nombre de Reynolds magnétique est supposé être petit de sorte que le champ magnétique induit soit négligeable par rapport au champ magnétique appliqué.

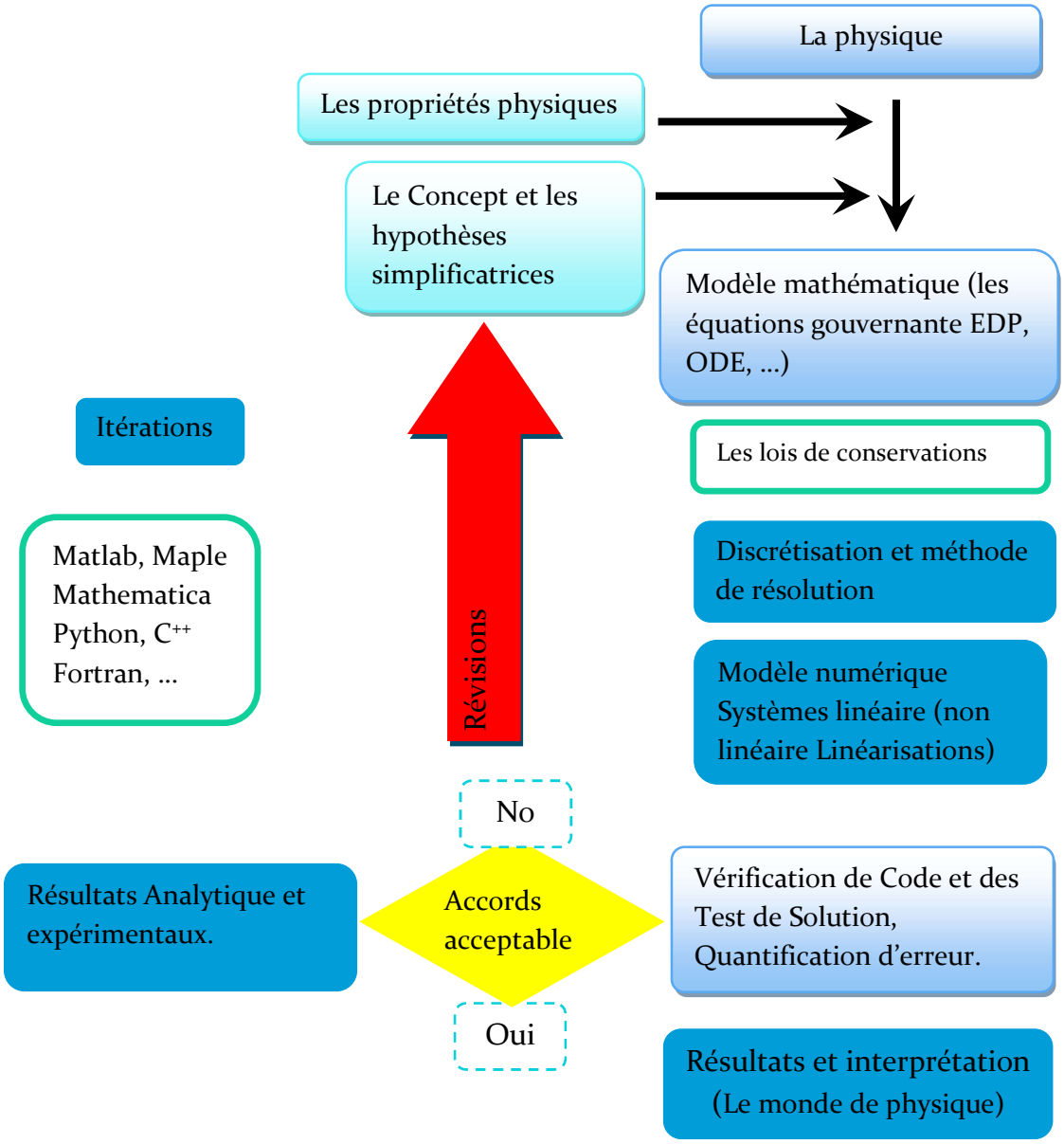
(v) Le fluide est considéré comme un corps gris ; l'absorption-émission du rayonnement est prise en compte mais le milieu est non dispersif et l'approximation de Rosseland est employée pour décrire le flux de chaleur rayonnante dans la direction x est considéré négligeable par rapport à la direction y.

IV.5 STRATEGIE DE RESOLUTION ET ORGANIGRAMME

La stratégie de résolution est visualisée sur le schéma ci-dessous afin de montrer les différentes étapes jusqu'aux résultats.



On donne par suite un organigramme sur lequel se base le code de résolution :



IV.6 CONCLUSION

La démarche essentielle dans notre étude est de modéliser les phénomènes physiques sous forme des équations aux dérivés partielles les plus conformes aux phénomènes de transferts considérés dans cette thèse et écrites sur la base des lois de mouvement, des quantités de chaleur et de masse. Partant de la problématique citée, de la configuration physique, une première difficulté de résolution se pose quant au choix de la méthode numérique en liaison à la simplicité relative, la précision et surtout la présence continuelle de la physique sous-jacente

CHAPITRE V

PROCEDURE DE RESOLUTION ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL

V.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre on va citer brièvement les grandes classes des méthodes numériques classiques, outils de résolution d'EDP issus d'une modélisation mathématique se basant sur une écriture des lois de la conservation de la masse du fluide, de bilans de quantité de mouvement du fluide et des transferts thermique et massique sur des éléments élémentaires lesquels sont approchés par les dérivées de plusieurs ordres pour une précision infinitésimale. A partir d'une possible transformation en EDO, la classe des BVP (« Boundary Value Problems ») apparait et la technique de leurs résolutions, en particulier celles de LOBATTO III-a des RK d'ordre implicite 4. Pour les codes développés, on exposera la validation en comparaison avec les résultats d'autres chercheurs en mettant en évidence la supériorité en termes de précisions la technique choisie.

V.2. MÉTHODES NUMÉRIQUES

A partir d'une modélisation mathématique, les équations EDP sont discrétisées dans l'espace, le temps pour des problèmes d'évolution sur un domaine découpé en mailles et nœuds. Ainsi, la recherche d'une solution analytique rarement possible pour des problèmes complexes devient une recherche en des points spécifiques. En définitive, le raffinement du maillage permet de préciser de plus en plus la solution.

MÉTHODE DES VOLUMES FINIS

La méthode des volumes finis intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservatives et est donc particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides : équation de conservation de la masse, équation de conservation de la quantité de mouvement, équation de conservation de l'´Energie.
Sa mise en œuvre est simple si les volumes élémentaires sont des rectangles (ou des parallélépipèdes rectangles en dimension 3). Cependant la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes élémentaires de forme quelconque, donc de traiter des géométries complexes, ce qui est un avantage sur les différences finies.
Il existe une grande variété de méthodes selon le choix de la géométrie des volumes élémentaires et des formules de calcul des flux. Par contre, on dispose de peu de résultats théoriques de convergence. Pour cette raison, la formulation fait apparaître des intégrales triples de volume.
L'avantage déterminant des volumes finis par rapport aux autres méthodes est qu'ils sont conservatifs ; en bref, tous ce qui sort d'un volume de contrôle entre dans un autre [84].

MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DE FRONTIÈRE [MEIF]

Comme son nom le suggère, dans cette méthode les équations différentielles régissantes sont transformées en intégrales applicables sur la surface ou la frontière du domaine étudié. Ces intégrales sont numériquement intégrées sur la frontière qui est divisée en petits segments (éléments de frontière). Comme dans les autres méthodes numériques, pourvu que les conditions de frontière soient satisfaites, une solution unique est obtenue par résolution d'un système d'équations algébriques linéaire.

La MEIF peut être facilement adaptée à des frontières de géométrie complexe. En outre, puisque toutes les approximations sont portées par la frontière, elle peut modéliser des régions avec des variables à changement rapide avec une approximation meilleure comparée à la méthode des éléments finis. Pour des problèmes non linéaires, le maillage de l'intérieur du domaine est inévitable ce qui nous fait perdre l'avantage de la dimension réduite [85], [86].

MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS (MEF)

Dans cette méthode, le domaine entier de solution est divisé en petits éléments nommés « éléments finis ». Sur chaque élément, le comportement est décrit par les équations différentielles régissantes. Tous ces petits éléments sont assemblés ensemble et les conditions de la continuité et de l'équilibre sont satisfaites entre les éléments adjacents. Pourvu que les conditions sur la frontière du problème réel soient satisfaites, une solution unique peut être obtenue au système global des équations algébriques linéaires.

La MEF est très appropriée aux problèmes pratiques de technologie à géométrie complexe. Pour obtenir une bonne précision dans les régions où les variables changent rapidement, un grand nombre d'éléments finis doivent être employés. Si le traitement est possible pour les géométries complexes, la mise en œuvre, coût en temps de calcul et mémoire utilisée sont autant de facteurs limitants.

MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES (MDF)

Dans cette méthode, les dérivées partielles dans les équations gouvernantes sont écrites en termes d'équations différentielles. Par conséquent, pour un domaine de deux dimensions, une grille de « cellules » est placée à l'intérieur du domaine et l'approximation différenciée est appliquée à chaque point intérieur. Ce qui nous donne un système linéaire ou non d'équations algébriques dont la solution est unique pour les conditions sur la frontière du problème réel données. La méthode des différences finies est la plus simple des trois approches et est relativement facile à programmer. Son inconvénient majeur dans des problèmes pratiques est qu'elle n'est pas appropriée aux géométries fortement irrégulières. En outre, parce qu'il est difficile de changer la taille des cellules en particulier, elle n'est pas appropriée aux

problèmes dont les variables changent rapidement. De nos jours les méthodes des différences finies sont souvent utilisées pour des problèmes de transfert thermique et d'écoulement de fluides.

La méthode des différences finies consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini en calculant chaque dérivée partielle à l'aide des séries de Taylor tronquées pour obtenir des équations linéaires reliant la valeur des inconnues en un nœud aux valeurs de ces mêmes inconnues aux nœuds voisins.

V.3. BVP POUR LES EQUATIONS DIFFERENTIELLES ORDINAIRES ODES

Si par une transformation quelconque (Transformées de Laplace, de Fourier, de Mellin,…ou de similarités…) le système d'EDP linéaire ou non est ramené à un système d'EDO linéaire ou non, on aboutit alors à une classe de problèmes de valeurs limites nommée BVP (« Boundary Value Problems ») se présentant dans la forme des équations différentielles ordinaires ou en anglais ODEs.

L'avantage de ces systèmes est qu'elles se prêtent à la résolution plus simple que les moyens de discrétisation citées plus haut. La procédure consiste à nommer les dérivées de chaque équation séquentiellement, et de traiter les autres équations de la même manière. Il est appliqué les désignations établies pour les conditions aux limites.
Ce procédé peut être ensuite résolu suivant une discrétisation en différences finies pour toutes les dérivées. Au final, et à la suite d'une solution initiale choisie, le système complet des équations équivalentes ainsi que les conditions aux limites, un calcul numérique est réalisé. Le calcul numérique dépend de la forme de discrétisation choisie méthodes de Runge-Kutta d'ordre I à IV, …). Il est important que toutes les variantes ne conduisent pas aux mêmes solutions, étant donné la précision en rapport de la solution exacte, du volume d'opérations de calcul et ainsi de la rapidité d'exécution. A ce stade, les RK méthodes les plus appréciées sont celles dites implicites, dont celle de LobattoIIa adoptée par @Matlab dans son BVP4c, BVP5c variante de la première.

V.4.METHODES DE LOBATTO

Les méthodes de Lobatto pour l'intégration numérique des équations différentielles sont nommées après Rehuel Lobatto (1796-1866) qui était un mathématicien Néerlandais travaillant la majeure partie de sa vie en tant que conseiller.
Lobatto III-a est trouvé la plus adéquate et il s'agit d'une méthode numérique bien connue. Tous les types d'équations déférentielles linéaires et non linéaires sont résolus facilement par cette méthode. La formule de Lobatto III-a en trois étapes est créée dans bvp4c à l'aide d'un code en différences finies, expliqué plus haut. Ensuite, une analyse de stabilité est effectuée à l'aide de la fonction de résolution bvp4c.

Une formule de collocation et le polynôme de collocation fournissent une solution continue qui est du quatrième ordre de précision de manière uniforme dans l'intervalle d'intégration$[a, b]$, suite à une sélection de maillage. Les contrôles sont basés sur le résidu de la solution continue. En outre, la tolérance de l'erreur relative est fixée à 10^{-5}, qui peut être choisie autrement pour plus de précision. La détermination du maillage approprié est créée. Le bvp4c renvoie la solution comme une construction. La procédure générale de cette méthode, est présentée et visualisée dans la figure 1.

La quadrature de Lobatto III-a est caractérisée par les valeurs suivantes :

$$Lo_4 = \frac{1+\sqrt{\frac{3}{7}}}{2}; \quad Lo_2 = \frac{1-\sqrt{\frac{3}{7}}}{2}; \quad Lo_{w24} = \frac{49}{90}; \quad Lo_{w3} = \frac{32}{45}; \qquad (V.1)$$

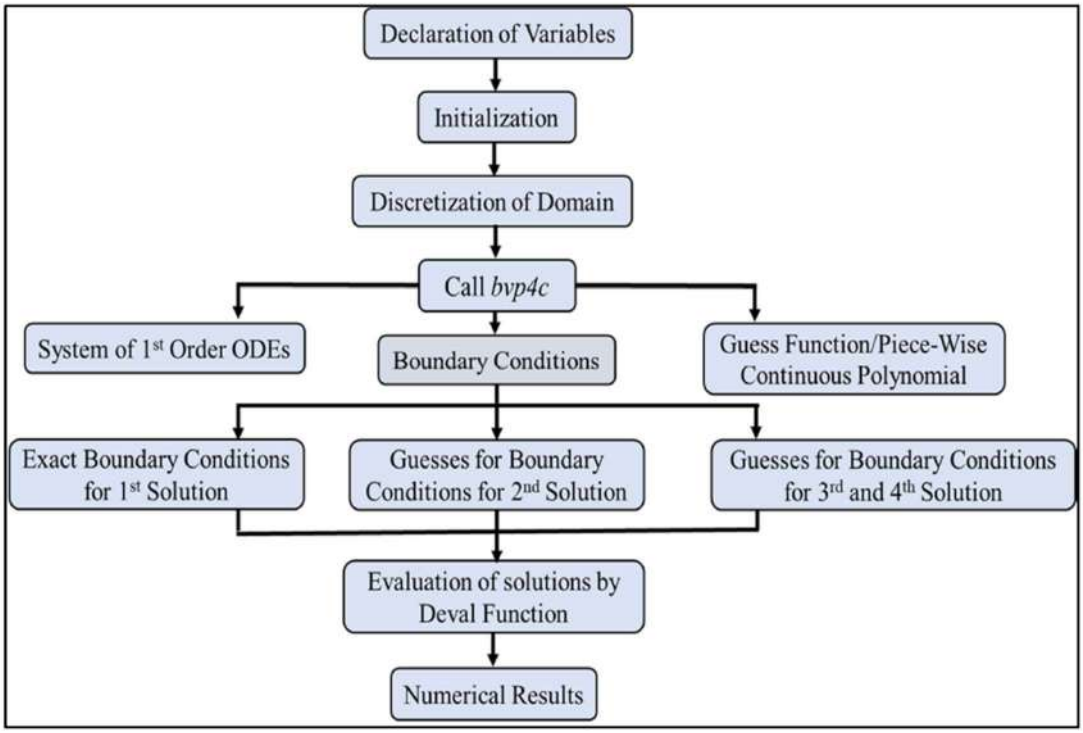


Fig. 1. Procédure de la formule Lobatto III-a avec l'analyse de la stabilité.

V.5 METHODE KELLER BOX

Une méthode concurrente est la méthode dite Keller-box où l'idée de base est d'écrire le système d'équations régissant sous la forme d'un système de premier ordre [3]. Pour obtenir des équations différentes finies avec une erreur de troncature du second ordre, une simple différence centrée des dérivées est utilisée et la moyenne des milieux des rectangles sont les points de calcul. Les équations aux différences finies résultantes sont des équations algébriques non linéaires. L'étape suivante consiste à linéariser les équations algébriques non linéaires résultantes par la méthode de Newton. Enfin, une factorisation bloc-tridiagonale sur le schéma est appliquée sur la

matrice de coefficients des équations aux différences finies et une résolution est alors entreprise.

V.6. TRAVAUX DE COMPARAISONS

V.6.1 Solution numérique

L'ensemble des équations ordinaires non linéaires et localement similaires avec des conditions aux limites ont été résolus numériquement en employant le code de calcul développé par implémentation sur le BVP4c spécifique basé sur la méthode de différence finies. Des comparaisons ont été faites avec plusieurs modèles restrictifs et pour ce faire, le calcul a été conduit avec les valeurs spécifiques pour tester l'exactitude du code,$M = 0; = f_w = \gamma = R = 0$ et $\alpha = 90^{\circ}$

V.6.2. Modèle de White

Solution de l'équation de couche limite de Blasius, cas d'une plaque plane, et régissant le mouvement du fluide :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = U\dfrac{dU}{dx} + \nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u(x,0) = v(x,0) = 0;\ u(x,\infty) = U(x) \end{cases} \qquad (V.2)$$

Les équations gouvernantes, réduites aux équations locales de la couche limite de similitude en utilisant des transformations appropriées sont :

$$\begin{cases} f''' + ff'' = 0 \\ f'(0) = f(0) = 0\,;f'(\infty) = 1 \end{cases} \qquad (V.3)$$

Les éléments de solution numérique pionnière sont :

Le coefficient de frottement est :$f''(0) = 0.469600$ ...
L'épaisseur de couche limite hydrodynamique est :

$$\delta_{99\%} \approx 3.5\sqrt{\frac{2\nu x}{U}}\ ;\frac{\delta_{99\%}}{x} \approx \frac{5.0}{\sqrt{Re_x}} \qquad (V.4)$$

La quantité de mouvement et le déplacement sont :

$$\delta\sqrt{\frac{U}{2\nu x}} = \int_0^{\infty}\left(1 - f'\right)d\eta = \lim_{\eta\to\infty}(\eta - f) = 1.21678;\frac{\delta^*}{x} = \frac{1.7208}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \qquad (V.5)$$

V. 6.3. Modèle de Mills

L'étude est faite par Mills sur la convection mixte avec thermophorèse et où l'écoulement est laminaire autour d'une plaque plane poreuse avec injection ou aspiration de fluide La plaque n'est pas isotherme et la température de l'air ambiante T. sont supposées constantes.
Les particules sont suffisamment petites pour que les effets d'inertie soient ignorés, et leur concentration est trop faible pour que la coagulation se produise à un taux appréciable.

Les équations différentielles au dérivées partielles gouvernantes admettent une solution de similitude et des méthodes pour obtention l'adimensionnelle fonction de flux $f\ (\eta)$ et les températures sans dimension $\theta\ (\eta)$ sont simples.

L'équation de conservation des particules n'est pas habituelle, et peut s'écrire

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}+\frac{\partial}{\partial y}(V_T C) \qquad (V.6)$$

Les équations ordinaires suivantes obtenues qui sont localement similaires :

$$\varepsilon\phi^{''}+\left(f-\kappa\theta^{'}\right)\phi^{'}+\left(-\kappa\theta^{''}\right)\phi=0 \qquad (V.7)$$

Les conditions aux limites appropriées pour le modèle ci-dessus sont :

$$\eta=0,\phi=0;\eta\to 1,\phi=1 \qquad (V.8)$$

Alors le nombre Local de Stanton est trouvé

$$St_{\mathrm{p}}Re_x^{1/2}=2^{-\frac{1}{2}}\phi_0(0)\left[f(0)-\kappa\theta^{'}(0)\right] \qquad (V.9)$$

$$St_{\mathrm{p}}Re_x^{1/2}=0.707f(0)+0.332\left[\mathrm{Sc}_{\mathrm{p}}^{-\frac{2}{3}}+\kappa\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}\right]\left[\theta^{'}(0)/\theta^{'}(0)^{*}\right] \qquad (V.10)$$

V. 6.4. Modèle de Tsai

Tsai a suivi une approche simple pour évaluer l'effet de l'aspiration murale tenant compte de la thermophorèse et sur la disposition des particules à partir d'un flux laminaire sur une plaque froide. Sa procédure est basée sur le concept de transfert de masse dominante avec un paramètre de soufflage. La thermophorèse est traitée en incorporant la convection (cas d'aspiration) et une réaction de premier ordre. Le système transformé est :

$$\begin{cases} f'''+ff''=0; f'(0)=0, f'(\infty)=1, \text{et}\ \ f(0)=-v_s(2x/u_c v)^{1/2} \\ \theta''+f\,\mathrm{Pr}\,\theta'=0: \theta(0)=1\ \text{et}\ \theta(\infty)=0 \end{cases} \qquad (V.11)$$

Le nombre local de Stanton peut être alors calculé par :

$$St_m Re_x^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}\phi_o(0)\left[f(0) - \tau\theta'(0)\right] \qquad (V.12)$$

V. 6.5. Modèle de Selim

Selim traite l'effet du flux massique de paroi sur l'écoulement convectif mixte au-delà d'une plaque plane perméable verticale chauffée avec thermophorèse. Un flux massique non uniforme à travers la surface perméable a été considéré en utilisant la méthode de différence finie implicite avec la technique de la Keller-box. Des techniques de perturbation sont employées pour obtenir les solutions aussi bien près du bord d'attaque que loin du bord.

En tenant compte des hypothèses admises, les équations régissantes pour ce problème sont écrites comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = v\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta_T(T - T_\infty) \\ u\dfrac{\partial T}{\partial x} + v\dfrac{\partial T}{\partial y} = \dfrac{v}{Pr}\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ u\dfrac{\partial C}{\partial x} + v\dfrac{\partial C}{\partial y} = \dfrac{v}{Sc}\dfrac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \dfrac{\partial}{\partial y}(V_T C) \end{cases} \qquad (V.13)$$

Usant de la technique de similarité, les équations ordinaires non localement similaires suivantes sont déduites :

$$\begin{cases} f''' + p_1 f f'' - p_2 f'^2 + p_3\theta = \eta\left(f'\dfrac{\partial f'}{\partial \eta} - f''\dfrac{\partial f}{\partial \eta}\right) \\ \dfrac{1}{Pr}\theta'' + p_1 f - \theta' = \eta\left(f'\dfrac{\partial \theta}{\partial \eta} - \theta'\dfrac{\partial f}{\partial \eta}\right) \\ \dfrac{1}{Sc}\phi'' + p_1 f\phi' - \tau(\theta'\phi' + \theta''\phi) = \eta\left(f'\dfrac{\partial \phi}{\partial \eta} - \phi'\dfrac{\partial f}{\partial \eta}\right) \end{cases} \qquad (V.14)$$

Les conditions aux limites pour le modèle ci-dessus deviennent :

$$\begin{cases} f(\eta, 0) = 2f_w\dfrac{(1+\eta)^{3/4}}{(2+3\eta)}, f'(\eta, 0) = 0 \\ f'(\eta, \infty) = (1+\eta)^{-1/2}, \theta(\eta, 0) = 1 \\ \theta(\eta, \infty) = 0, \phi(\eta, 0) = 0, \phi(\eta, \infty) = 1 \end{cases} \qquad (V.15)$$

V. 6.6 Modèle d'Alam et al.

Les équations régissantes [55] pour ce problème peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0 \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+g\beta(T-T_\infty)\cos\alpha-\dfrac{\sigma B_0^2}{\rho}u \\ u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y}=\dfrac{\lambda_g}{\rho c_p}\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\dfrac{Q_0}{\rho c_p}(T-T_\infty) \\ u\dfrac{\partial C}{\partial x}+v\dfrac{\partial C}{\partial y}=D\dfrac{\partial^2 C}{\partial y^2}-\dfrac{\partial}{\partial y}(V_T C) \end{cases} \qquad (V.16)$$

Les équations ordinaires suivantes obtenues et qui sont localement similaires :

$$\begin{cases} f'''+ff''+Gr\theta\cos\alpha-Mf'=0 \\ \theta''+\Pr f\theta'+\Pr Q\theta=0 \\ \phi''+Sc(f-\tau\theta')\phi'-Sc\tau\phi\theta''=0 \end{cases} \qquad (V.17)$$

Les conditions aux limites pour le modèle ci-dessus sont :

$$\begin{cases} f=f_w, f'=1, \theta=1, \phi=0 \text{ a } \eta=0 \\ f'=0, \theta=0, \phi=1 \text{ a } \eta\to\infty \end{cases} \qquad (V.18)$$

V.7. VALIDATION NUMERIQUE ET ERREURS

V.7.1 COMPARAISON AVEC RESULTATS DE WHITE

Dans le tableau 1, les résultats suivant notre code sont reportés avec les solutions de Blasius, indiqués par White.

Tableau. V.1. Comparaison de nos résultats numériques avec ceux de Blasius pour plaque plane, on prend $M=0, fw=0, \gamma=0, R=0, \alpha=90°$

η	$f(\eta)$		$f'(\eta)$		$f''(\eta)$	
	Présent travail	White [91]	Présent travail	White [91]	Présent travail	White [91]
0	0	0	0	0	0.469601	0.4696
0.5	0.058643	0.05864	0.234228	0.23423	0.465031	0.46503
1	0.232990	0.23299	0.460633	0.46063	0.434380	0.43438
1.5	0.515032	0.51503	0.661475	0.66147	0.361805	0.3618
2	0.886798	0.8868	0.816696	0.81669	0.255669	0.25567
3	1.795570	1.79557	0.969056	0.96905	0.067710	0.06771
4	2.783890	2.78388	0.997771	0.99777	0.006874	0.00687
5	3.783239	3.78323	0.999937	0.99994	0.000258	0.00026
6	4.783225	4.78322	1.000000	0.999999	0.000003	0.000003

Les résultats des fonctions$f, f^{'}, f^{''}$sont aussi représentés graphiquement avec ceux de White, dans la figure V.1.

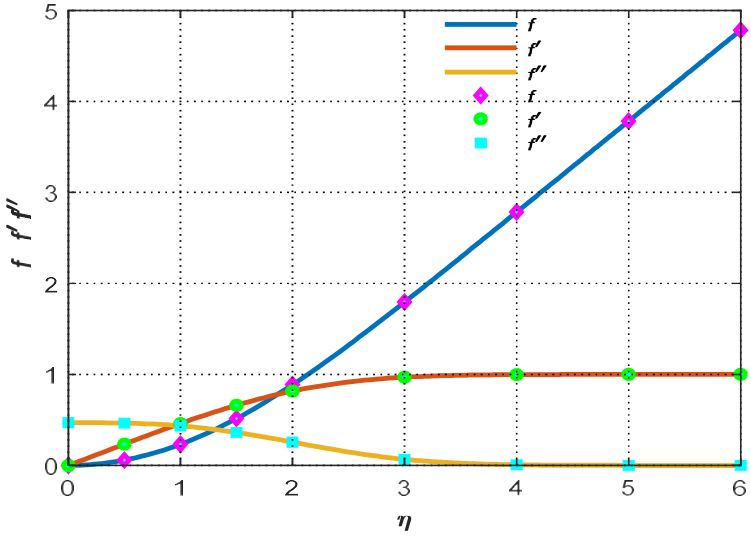


Fig. V.2. ***Comparaison Les résultats des profils de f, f' et f'' avec la solution de l'équation de Blasius par White [91].***

On peut conclure que notre code est bien validé par ce modèle.

V.7.2 COMPARAISON DES NOMBRES DE STANTON

Le nombre local de Stanton, est présentée sous forme de tableau pour différentes valeurs du paramètre thermophorétique $\boldsymbol{\tau}$ et pour différentes valeurs du paramètre d'aspiration/refoulement($\boldsymbol{f_w}$), avec des valeurs constantes de nombre de Schmidt Sc et Pr, $Sc = 1{,}000;\ Pr = 0.7$.

Le Tableau. V.1. présente une comparaison du Nombre local de Stanton $St_p * Re_x^{0.5}$obtenu dans notre étude et de ceux obtenus par Mills et al. [35] obtenus de façon semi-analytique et considérés ici comme une solution exacte au problème énoncé dans leur article, mais valable uniquement pour Sc≥ 10^3. Tsai [36] avec une approche simple, Selim et Al. [37] utilisant la technique connue de keller-box et Alam et autres [10] en appliquant la technique d'itération de tir de Nachtsheim-Swigert avec le schéma d'intégration Runge-Kutta de sixième ordre.
La méthode de perturbation est utilisée par Singh et Al. [15], mais les résultats diffèrent à un niveau de 1 p. 100 avec Selim et al. [37].

Il est clairement observé qu'il existe un bon accord entre les résultats. La norme 2 utilisée dans ce tableau est la norme euclidienne connue, appliquée pour chaque donnée présentée par chaque auteur. Cette tendance se confirme à l'aide d'erreurs relatives qui sont signalées pour tous les résultats calculés à partir des valeurs correspondantes de Mills, tableau 2b. Dans le dernier tableau, la distance euclidienne

entre les données est calculée par rapport à Mills et al. Ainsi, les meilleurs résultats numériques précis sont clairs et remarquables avec notre code.

En comparant les résultats avec la méthode implicite de LobattoIII-a utilisée avec d'autres méthodes rapportées ici, qui sont meilleurs, on peut d'abord expliquer la méthode spécifique appliquée.

La méthode Keller-box est un schéma implicite de différence finie qui se fait en quatre étapes majeures. Premièrement, l'équation différentielle régissant est réduite à un système d'équations de premier ordre. Les équations de premier ordre qui en résultent sont discrètes à l'aide de différences finie centrales. Les équations algébriques qui en résultent sont linéarisées par la méthode de Newton et écrites sous forme de vecteur matricielle. Le système linéaire obtenu est alors résolu par la technique d'élimination tridiagonale de bloc, Vajravelu et Prasad [38]. Elle peut perdre la stabilité inconditionnelle en résolvant des équations non linéaires entièrement couplées.
Salahuddin [39] dans une expérience numérique a conclu que la méthode de Tir (autre méthode similaire à la nôtre) offre de meilleurs résultats approximatifs que la méthode de Keller-Box parce que la méthode de tir a une erreur de troncature de l'ordre 5, mais keller-box a une erreur de troncation de l'ordre 2. Pour cette raison, Nawaz [40] utilise des méthodes itératives de Jacobi et Gauss-Seidel modifiées que la méthode keller-box standard utilisant la procédure itérative de Newton. Ses résultats calculés révèlent que les résultats calculés par la méthode proposée étaient plus proches de ceux obtenus par le solveur Matlab bvp4c. En outre, les méthodes implicites de classe RK sont plus précises que la classe explicite RK.
Pour s'en convaincre, nos résultats ont été comparés à ceux de Mills. [35] qui sont validés par la communauté scientifique. Le Tableau. V.3. récapitule les résultats du Nombrelocal de Stanton$St_p * Re_x^{0.5}$obtenue dans ce travail et ceux de [35, 36, 37, 10]. L'erreur relative 2-norm-d a été calculée afin de vérifier nos résultats aux autres. La différence de valeurs est due à différentes méthodes numériques appliquées.
Il est clairement observé que la marge d'erreur relative par rapport à Mills. [35] est très faible. Par conséquent, un bon accord est obtenu.

Tableau. V.2. Comparaisonde $St_p * Re_x^{0.5}$ avec ceux de Mills. [92], Tsai [93], Selim et al.[94] et Alam et al. [95].$\tau = 0.01,\ 0.1,\ 1;\ fw = 0.0,\ 0.5,\ 1.0\ ;\ Sc = 1{,}000;\ Pr = 0.7$

τ	f_w	Mills et al.	Tsai	Selim et al.	Alam et al.	Présent travail
0.01	1	0.709100	0.710000	0.696400	0.713400	0.708570
0.01	0.5	0.355900	0.356500	0.350000	0.351900	0.359770
0.01	0	0.002900	0.002900	0.003000	0.003000	0.002900
0.1	1	0.726500	0.734600	0.730700	0.727400	0.721880
0.1	0.5	0.376700	0.381000	0.373800	0.372600	0.381020

0.1	0	0.027700	0.027500	0.027900	0.027800	0.027460
1	1	0.861900	0.913400	0.934000	0.869000	0.863650
1	0.5	0.534600	0.559800	0.597900	0.554700	0.515270
1	0	0.209500	0.206300	0.209600	0.207500	0.206240
2-norm		1.540301	1.583348	1.598650	1.551582	1.533781

Tableau. V.3. Comparaisons des erreurs relatives $St_p * Re_x^{0.5}$entre Tsai [93], Selim et al. [94], and Alam et al. [95]. Pour $\tau = 0.01,\ 0.1,\ 1;\ fw = 0.0,\ 0.5,\ 1.0\ ; Sc = 1000;\ Pr = 0.7$

τ	f_w	$(E)_{Tsai}$	$(E)_{Selim}$	$(E)_{Alam}$	$(E)_{Present\ work}$
0.01	1	0.001269	0.017910	0.006064	0.000747
0.01	0.5	0.001686	0.016578	0.011239	0.010874
0.01	0	0.000000	0.034483	0.034483	0.000000
0.1	1	0.011149	0.005781	0.001239	0.006359
0.1	0.5	0.011415	0.007698	0.010884	0.011468
0.1	0	0.007220	0.007220	0.003610	0.008664
1	1	0.059752	0.083652	0.008238	0.002030
1	0.5	0.047138	0.118406	0.037598	0.036158
1	0	0.015274	0.000477	0.009547	0.015561
2-norm-d		0.079604	0.151484	0.055297	0.043812

Ceci valide de la bonne mise en œuvre du code et son implémentation. Les faibles différences sont probablement dues aux niveaux de précision adaptés par les deux procédés est à la nature intrinsèque de la méthodologie utilisé.

Enfin, les données produites par le présent code montrent un excellent accord et une meilleure précision entre quatre ensembles de données et justifient ainsi l'utilisation du notre code numérique pour le modèle actuel.

V.8. CONCLUSION

Dans ce chapitre, et d'une part nous avons mis notre code en adéquation avec la solution de Blasius bien connue, puis d'autre part avec d'autres modèles similaires impliquant les effets d'aspiration variable ainsi que la thermophorèse présente dans les modèles décrits précédemment. Il a été démontré de manière convaincante à la fois via la norme Euclidienne puis par la norme Euclidienne relative, la supériorité en précision de la méthode utilisée, basée sur la discrétisation de Lobatto III-a et utilisant l'approche de collocation polynomiale du 4éme ordre

CHAPITRE VI

MODELE I

RESULTATS ET DISCUSSIONS

VI.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre il est question de la modélisation du problème posé, de la transformation du système gouvernant, et des quantités d'intérêt synonyme d'objectifs. Les résultats obtenus et les interprétations de l'influence de chaque paramètre représentant tel ou tel grandeur caractéristique liée à un phénomène physique donné sont sous forme graphiques pour différents profils de vitesse de température ou de concentration visualisant l'aspect des couches limites hydrodynamique, thermique ou massique. De même et quantitativement le coefficient de frottement superficiel, le coefficient de transfert thermique, et le flux de déposition sont dépendants des variations des paramètres ouvrant la voie au choix ou au contrôle des couches limites et répondant aux objectifs de dimensionnement et aux inputs du procédé pour la réalisation de ces objectifs.

VI.2. ÉQUATIONS GOUVERNANTES

D'après les hypothèses signalées au chapitre IV, les équations régissantes [55] pour ce problème sans présence de réaction chimique et de source de chaleur peuvent être écrites comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{VI. 1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+g\beta(T-T_\infty)cos\alpha-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}(u-U_\infty) \tag{VI. 2}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\lambda_g}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial q_r}{\partial y} \tag{VI. 3}$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}-\frac{\partial}{\partial y}(V_T C) \tag{VI. 4}$$

u, $v$sont respectivement les composantes de vitesse dans les directions $x$et y, υest la viscosité cinématique, $g$est l'accélération due à la pesanteur, σest la conductivité électrique, ρest la densité du fluide, βest le coefficient de dilatation thermique, T, $T_w$et T_∞ sont respectivement la température du fluide à l'intérieur de la couche limite thermique, la température de la plaque et la température de fluide au loin de la plaque, alors que C, $C_w$et C_∞sont les concentrations correspondantes, B_0 est l'induction magnétique, $\lambda_g$est la conductivité thermique du fluide, $c_p$est la chaleur spécifique à la pression constante, q_r est le flux de chaleur rayonnante dans la direction y, Dest la diffusivité moléculaire de la concentration d'espèce et $V_T$est la vitesse thermophoretique.
Les conditions aux limites appropriées pour le modèle ci-dessus sont :

$$u = 0, \quad v = v_w(x), \quad T = T_w, \quad C = C_w = 0 \quad ay \ = \ 0 \qquad (\text{VI. } 5a)$$

$$u = U_\infty, \quad T = T_\infty, \quad C = C_\infty a \ \ y \to \infty \qquad (\text{VI. } 5b)$$

Où U_∞est la vitesse libre de jet et $v_w(x)$représente la vitesse d'aspiration/injection du fluide de la surface poreuse.

- Le flux de chaleur rayonnante q_r sous l'approximation de Rosseland a la forme suivante :

$$q_r = \frac{4\sigma_1}{3k_1}\frac{\partial T^4}{\partial y}$$

Où $\sigma_1$est la constante de Stefan –Boltzmann et k_1 est le coefficient d'absorption moyen.

Nous supposons que la différence de la température dans l'écoulement est suffisamment petite tels que T^4peut être exprimé comme une fonction linéaire.

$$T^4 \cong 4T_\infty^4 - 3T_\infty^4 \qquad (\text{VI. } 7)$$

Dans les travaux [44 –47] le rayonnement a été incorporé tandis que les travaux ([42,48–50] et beaucoup d'autres) ont utilisés la forme linéaire (Eq. (VI.7)) par le rayonnement thermique.

Nous employons ici aussi la forme linéaire de rayonnement thermique.

On remplace l'Eq (VI.6) et (VI.7) dans Eq. (VI.3) nous trouvons

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\ \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda_g}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{16\sigma_1 T_\infty^3}{3\rho c_p k_1}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (\text{VI. } 8)$$

- Maintenant la vitesse thermophorétique V_T, qui apparaît dans Eq. (VI.4), peut être écrit comme suit [56] :

$$V_T = -k\upsilon\frac{\nabla T}{T_r} = -\frac{k\upsilon}{T_r}\frac{\partial T}{\partial y} \qquad (\text{VI. } 9)$$

T_r Est la température de référence et $k$est le coefficient thermophorétique qui varie dans l'intervalle de 0.2 à 1.2

Comme indiqué par Batchelor et Shen [57] et est défini de la théorie de Talbot et autres [56] par :

$$k = \frac{2C_s\left(\frac{\lambda_g}{\lambda_p} + C_t Kn\right)\left[1 + Kn\left(C_1 + C_2 e^{-C_{\frac{3}{Kn}}}\right)\right]}{(1 + 3C_m Kn)\left(1 + \frac{2\lambda_g}{\lambda_p} + 2C_t Kn\right)} \qquad (\text{VI. } 10)$$

$C_1, C_2, C_3, C_m, C_s, C_t$Sont des constantes, $\lambda_g$et $\lambda_p$sont les conductivités thermiques du fluide et des particules diffuses, respectivement et Kn est le nombre de Knudsen.

VI.3. TRANSFORMATIONS DE SIMILARITE

Afin d'obtenir la solution de similitude du problème nous présentons les variables non-dimensionnelles suivantes :

$$\eta = y\sqrt{\frac{U_\infty}{2\upsilon x}}\ ; \quad \psi = \sqrt{2\upsilon x U_\infty} f(\eta)\ ; \qquad \theta(\eta) = \frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}\ ; \quad \phi(\eta) = \frac{C}{C_\infty} \qquad (\text{VI.}11a)$$

Oùψest la fonction de jet qui satisfait l'équation de continuité (1).
À partir de Eq. (VI.11a) nous avons $u = \frac{\partial \psi}{\partial y} and v = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$ ainsi,

$$u = U_\infty f' and v = -\sqrt{\frac{\upsilon U_\infty}{2x}}(f - \eta f') \qquad (\text{VI.}11b)$$

Ici " ′" montre la différentiation ordinaire en ce qui concerne la variable de similitude η.
Maintenant on remplace l'Eq. (VI.11) dans Eqs. (VI.2) – (VI.4) nous obtenons les équations ordinaires suivantes qui sont localement similaires :

$$f''' + ff'' + \gamma\theta cos\alpha - M(f' - 1) = 0 \qquad (\text{VI.}12)$$
$$(3R + 4)\theta'' + 3RPrf\theta' = 0 \qquad (\text{VI.}13)$$

$$\phi'' + Sc(f - \tau\theta')\phi' - Sc\tau\phi\theta'' = 0 \qquad (\text{VI.}14)$$

Les conditions aux limites deviennent :

$$f = f_w, f' = 0, \quad \theta = 1, \quad \phi = 0 \quad a\ \eta = 0 \qquad (\text{VI.}15a)$$

$$f' = 1, \quad \theta = 0, \quad \phi = 1 \quad a\ \eta \to \infty \qquad (\text{VI.}15b)$$

Où $f_w = -v_w(x)\sqrt{\frac{2x}{\upsilon U_\infty}}$ est la vitesse adimensionnelle d'aspiration de mur à la plaque perméable.
Les paramètres adimensionnels présentés dans les équations ci-dessus sont définis comme suit :

$\gamma = \frac{Gr_x}{Re_x^2}$	Paramètre local de flottabilité,
$M = \frac{\sigma B_0^2 2x}{\rho U_\infty}$	Paramètre local de champ magnétique
$Gr_x = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)(2x)^3}{\upsilon^2}$	Nombre de Grashof
$Re_x = \frac{U_\infty 2x}{\upsilon}$	Nombre de Reynolds local,
$Pr = \frac{\upsilon\rho Cp}{\lambda_g}$	Nombre de Prandtl,
$R = \frac{\lambda_g k_1}{4\sigma_1 T_\infty^3}$	Paramètre de rayonnement,

$Sc = \frac{\upsilon}{D}$ Nombre de Schmidt

$\tau = -\frac{k(T_w - T_\infty)}{T_r}$ Paramètre thermophorétique.

VI.4. QUANTITES D'INTERET

Le coefficient de frottement superficiel, le nombre de Nusselt local (ou le coefficient de transfert thermique de mur) et le flux de déposition au mur (ou le nombre local de Stanton). Ceux-ci peuvent être obtenus à partir des expressions suivantes :

$$Cf_x Re_x^{1/2} = \frac{\tau_w}{\rho U_\infty^2} = f''(0); \qquad \tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{VI. 16}$$

$$Nu_x Re_x^{-1/2} = \frac{x q_w}{(T_w - T_\infty)\lambda_g} = -\frac{1}{2}\left[1 + \frac{4}{3R}\right]\theta'(0);$$

$$q_w = -\lambda_g \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} - \frac{4\sigma_1}{3k_1}\left(\frac{\partial T^4}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{VI. 17}$$

$$St_x Re_x^{1/2} = -\frac{J_s}{ScU_\infty C_\infty} = \frac{\phi'(0)}{Sc};$$

$$J_s = -D\left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{VI. 18}$$

VI.5. RÉSULTATS

Des calculs numériques ont été effectués pour différentes valeurs de $\gamma, f_w, R, Sc, \tau, Pr, M$et α. Le cas $\gamma \gg 1$ correspond à la convection libre pure, $\gamma = 1$ correspond à la convection mixte (combiné libre et forcé) et $\gamma \ll 1$ correspond à la convection forcée pure. Dans toutes ces calculs nous avons donc considéré $\gamma = 1$.

L'effet de la vitesse d'aspiration/injection f_w

Les figures (VI. 1,2 et 3) illustrent l'influence du paramètre d'aspiration f_w sur les profils de vitesse, de température et de concentration, pour$M = 0.2, R = 0.40, \gamma = 1, Pr = 0.73, Sc = 0.6, \tau = 0.1$ *et* $\alpha = 45°$.

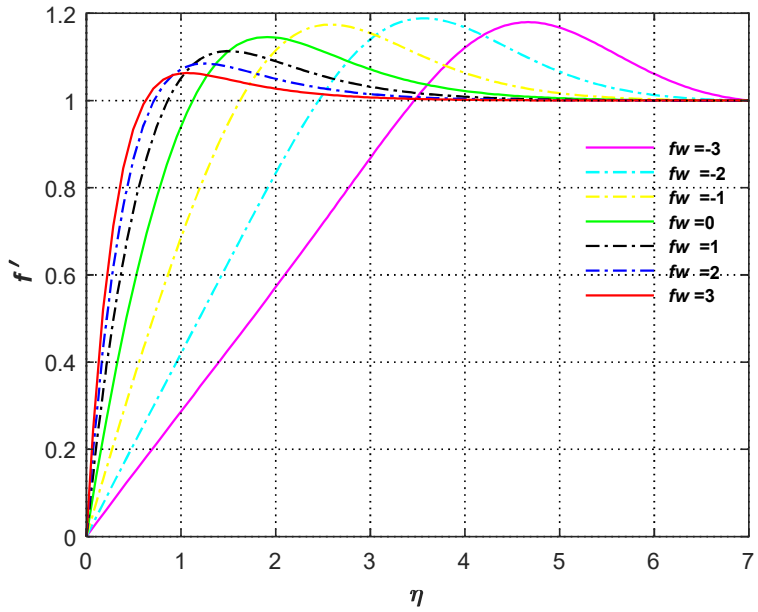


Fig. VI.1. Profils adimensionnels de vitesse pour différentes valeurs f_w .

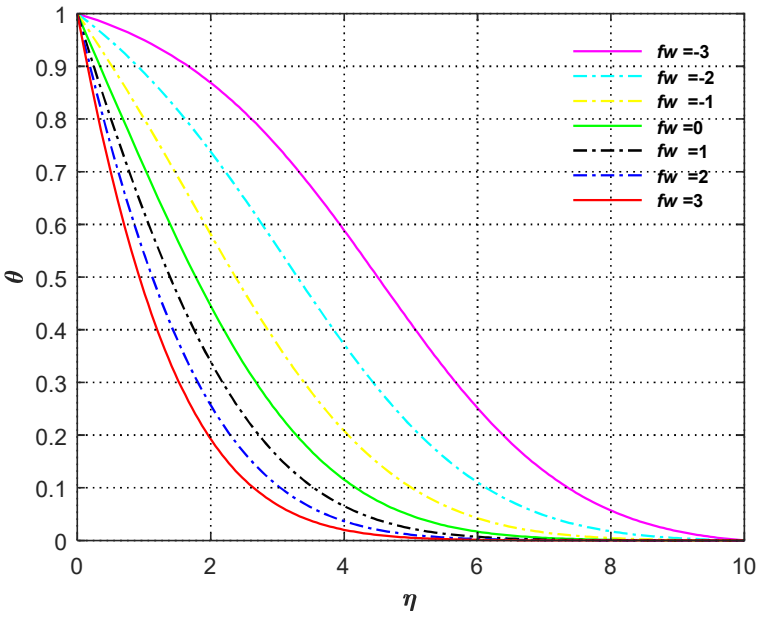


Fig. VI.2. Profils adimensionnels de température pour différentes valeurs f_w .

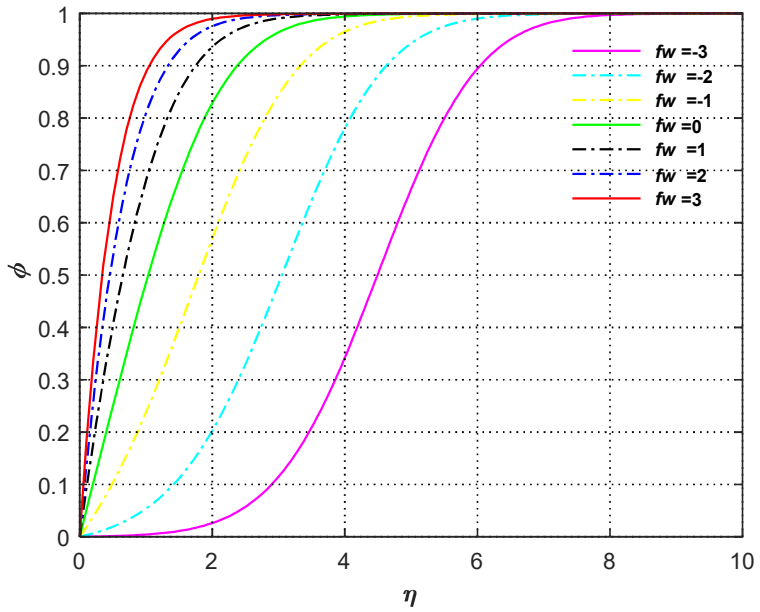


Fig. V.3. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs f_w .

L'imposition de vitesse d'aspiration de fluide de mur pour ce problème a un effet de réduction de toutes les couches hydrodynamiques, thermique et massique à mesure que cette aspiration devient de plus en plus élevée. L'aspiration ou son contraire l'injection étant un phénomène de masse, les trois profils s'en ressentent. Il est clair que par exemple la couche limite hydrodynamique devient petite la masse visqueuse est amoindrie.

L'épaisseur décroissante de la couche limite de concentration est provoquée par deux effets ;

(i) L'action directe de l'aspiration,

(ii) L'action indirecte de l'aspiration causant une couche limite thermique plus mince, qui correspond à un gradient plus élevé de température et de concentration, par conséquent une augmentation de la force thermophorétique.

L'effet de paramètre de rayonnement

Les figures (VI. 4,5 et 6) illustrent les profils adimensionnels de vitesse, température et de concentration, respectivement pour différentes valeurs de Ret pour$f_w = 0.5; M = 0.20; \gamma = 1.0;\ Pr = 0.70;\ Sc = 0.60;\ \tau = 0.1\ et\ \alpha = 45°$.

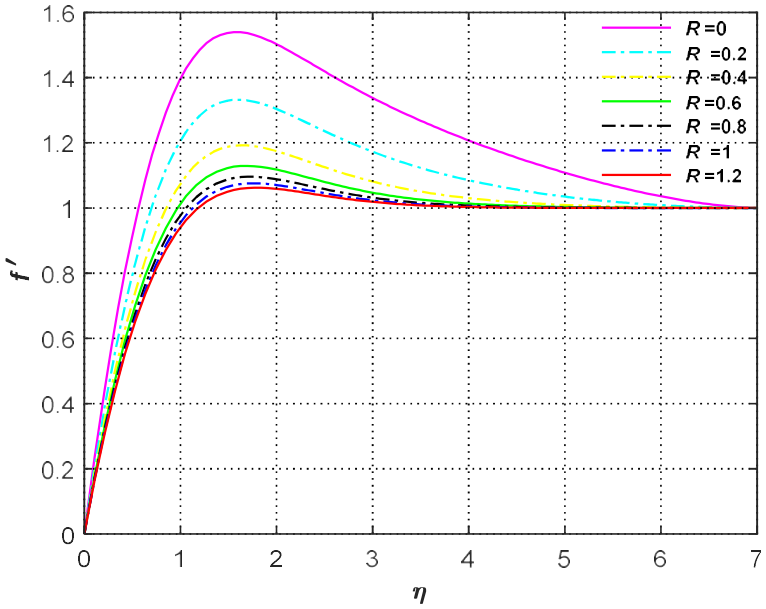


Fig. V.4. Profils adimensionnels de vitesse pour différentes valeurs de R .

Les figures (VI. 4,5 et 6) représentent les profils adimensionnels de vitesse, de température, et de concentration pour différentes valeurs du paramètre de rayonnement R. De ces figures nous constatons que la diminution de vitesse, de température et de concentration à mesure que le paramètre R de rayonnement augmente. Ou autrement dit si R diminue ce qui est équivalent à un coefficient d'absorption du flux radiatif d'apport incident faible a pour conséquence de « booster » de la chaleur en plus dans le fluide et la température va s'accroitre. Or on sait aussi que si cette température évolue, la vitesse en convection mixte dépendante s'élève. Par contre aucun effet sur la concentration qui est d'ordre massique n'est physiquement perceptible, corroborant la figure correspondante.

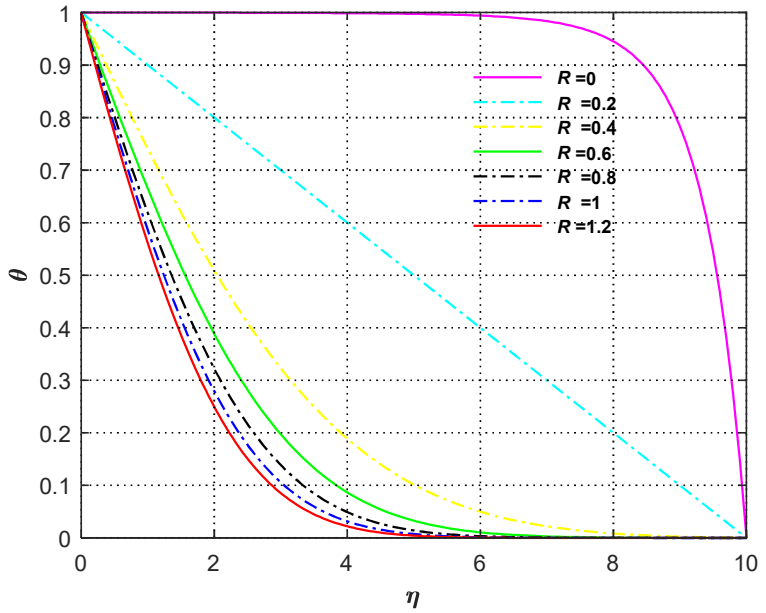


Fig. VI.5. Profils adimensionnels de température pour différentes valeurs de R .

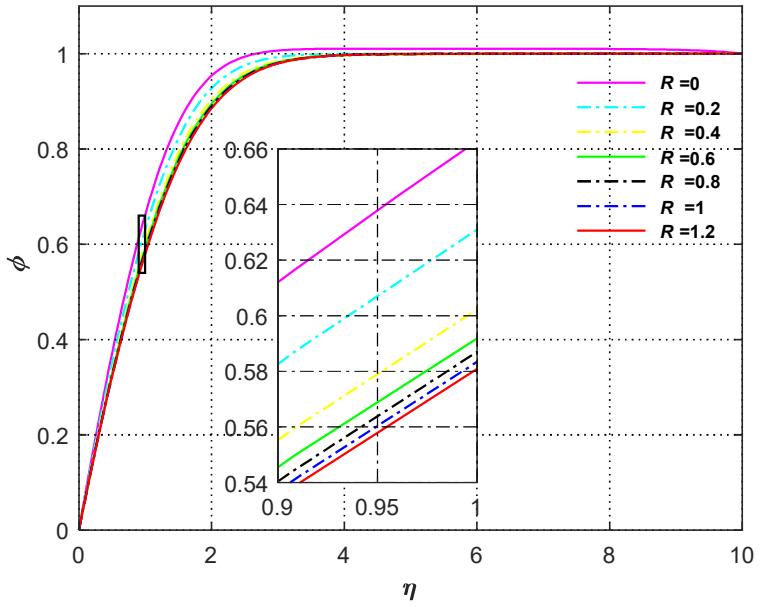


Fig. VI.6. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs de ***R*** *.*

L'effet du nombre de Schmidt

Les figures (VI. 7,8) illustrent les profils adimensionnelles de température, et de concentration, respectivement pour différentes valeurs de Sc etpour $\gamma = 1.0$, $Pr = 0.73$, $R = 0.4$, $f_w = 0.50, M = 0.20, \tau = 0.1$ et $\alpha = 40° \circ$.

Les figures (VI. 7,8) les profils typiques de température et de concentration sont montrés pour différentes valeurs de nombre de Schmidt Sc. Il est clair de ces figures que l'épaisseur de couche limite par exemple de concentration diminue à mesure que le nombre de Schmidt Sc augmente et c'est analogiquement par rapport au nombre de Prandtl sur l'épaisseur d'une couche limite thermique. Physiquement, un plus grand nombre Sc en laminaire, signifie une dominance du processus de diffusion massique en rapport à celui du mouvement conduisant donc à une couche limite massique de moins en moins épaisse. Aucun effet n'est constaté sur les profils de température, en accord à la physique essentiellement énergétique ici.

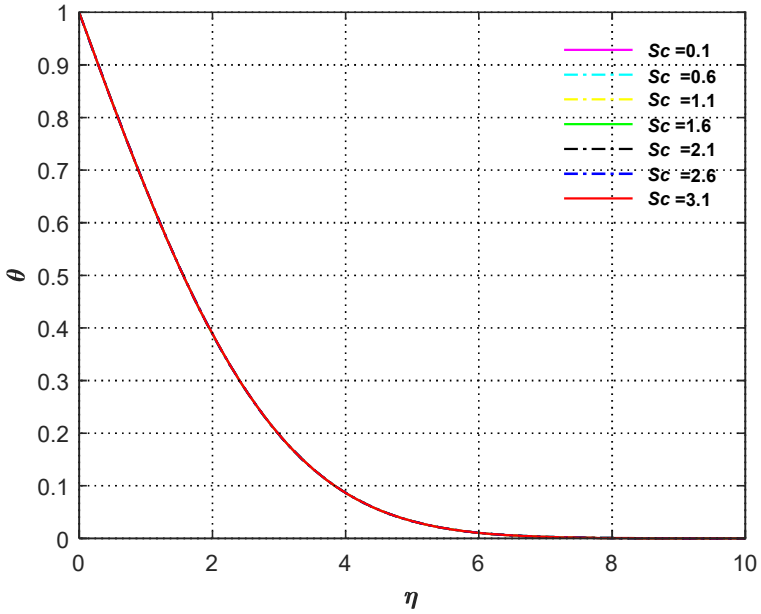


Fig. VI.7. Profils adimensionnels de température pour différentes valeurs de Sc .

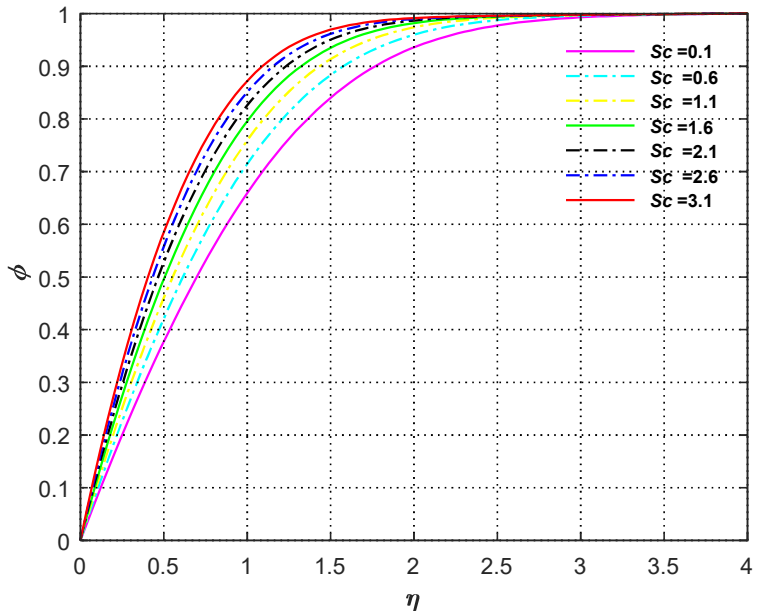


Fig. V I.8. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs de Sc .

L'effet de paramètre thermophorétique

La figure (VI. 9) Illustrent les profils adimensionnels de concentration, pour différentes valeurs de paramètre thermophorétique τ etpour $\gamma = 1.0$, $Pr = 0.73$, $R = 0.4$, $f_w = 0.50, M = 0.20, Sc = 0.6$ et $\alpha = 45$ ◦.

L'effet de paramètre thermophorétique τ sur le champ de concentration est montré dans La figure (VI. 9) . L'effet d'augmenter le paramètre thermophorétique τ fait augmenter légèrement l'inclinaison des profils de concentration de mur pour $\eta < 1.2$, et diminuer la concentration pour des valeurs de $\eta > 1.2$. Cela vaut seulement pour les petites valeurs duScpour lesquelles l'effet de diffusion Brownien est grand

comparé à l'effet de convection. Cependant, pour de grandes valeurs de ($Sc >$ 1000) l'effet de diffusion est minimal comparé à l'effet de convection et, en conséquence, le paramètre thermophorétique τ change la couche limite de concentration de manière significative.

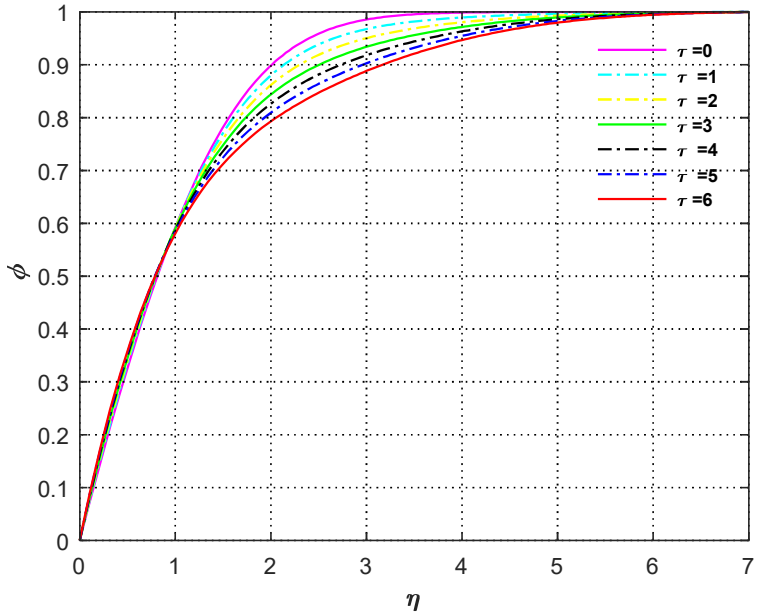


Fig. VI.9. Profils adimensionnels de concentration pour différentes valeurs de τ *.*

L'effet de paramètre thermophorétique avec le coefficient de flottabilité γ

La figure (VI. 10) ., représente l'effet combiné du paramètre thermophorétique τ et le paramètre de flottabilité γ sur le flux de déposition de mur $St_x Re_x^{1/2}$ pour les paramètres suivants $Pr = 0.70,\ Sc = 0.60, M = 0.20, R = 0.4, f_w = 0.50\ et\ \alpha = 30.$

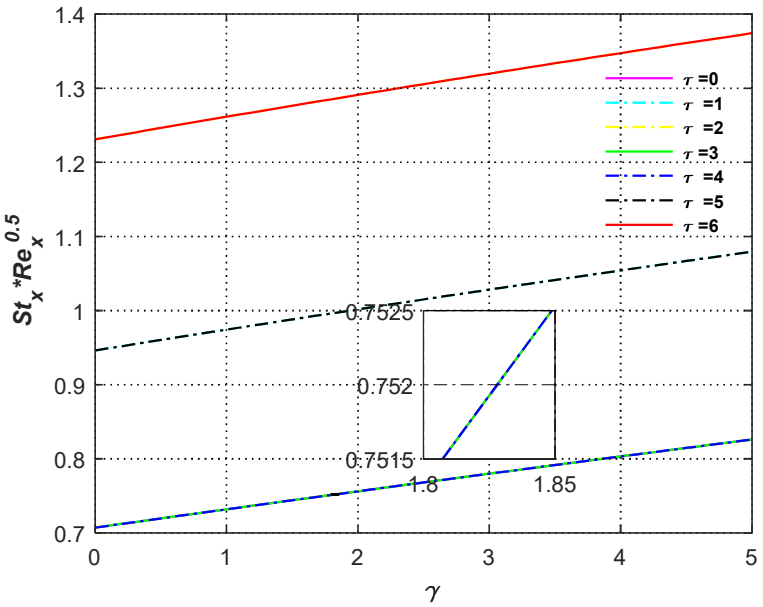


Fig. VI.10. Effets de τ *et de* γ *sur le flux de dépôt de mur.*

De cette figure nous observons que pour toutes les valeurs de γ, le flux de masse de déposition augmente à mesure que le paramètre thermophorétique τ augmente. Il est accentué avec la convection mixte importante.

L'effet de vitesse d'aspiration f_w avec le coefficient de flottabilité γ

Les figures (VI. 11,12 et13) représente l'effet des paramètres f_w et γ sur le coefficient de frottement superficielle, transfert thermique de mur et flux de déposition de mur, respectivement, pour $Pr = 0.73,\ Sc = 0.60,\ M = 0.20,\ R = 0.4, \tau = 0.10$ *et* $\alpha = 45^{\circ}$ ◦.

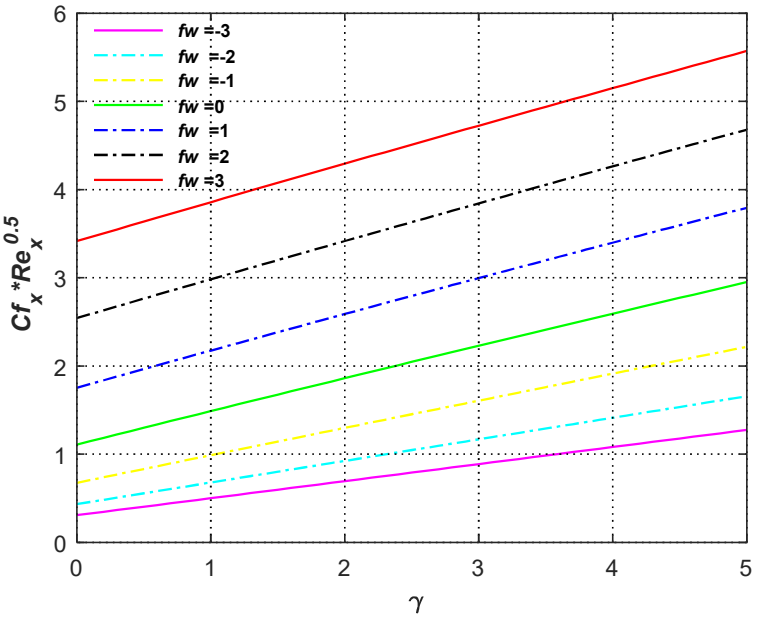


Fig. VI.11. Effets de f_w et de γ sur coefficient de frottement superficiel.

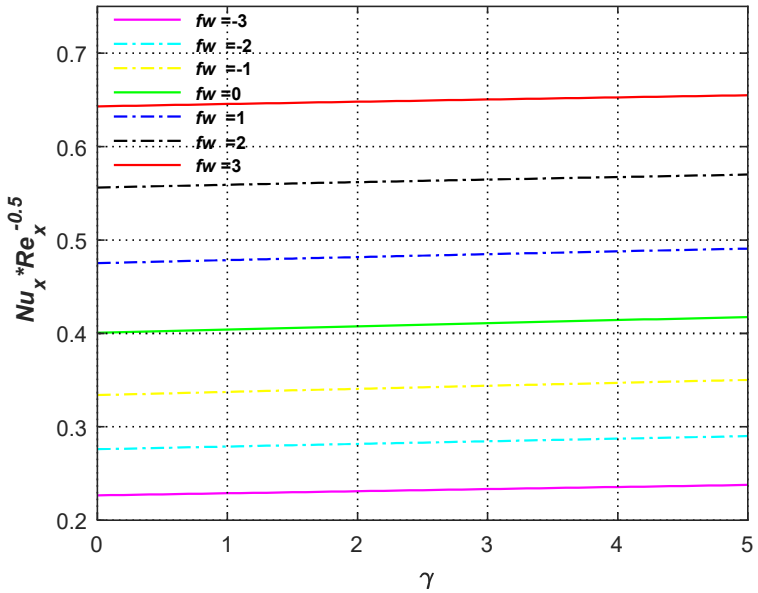


Fig. VI.12. Effets de f_w et de γ sur coefficient de transfert thermique.

Les figures (VI. 11,12 et13) indiquent les effets du paramètre d'aspiration f_w et le paramètre de flottabilité γ sur le coefficient local de frottements superficiels, le

coefficient de transfert thermique de mur et le flux de déposition de mur, respectivement. Ces figures confirment que tant que des augmentations d'en termes d'aspirationf_w, le coefficient local de frottement superficiel, le transfert thermique de mur et la déposition de mur augmentent de manière significative. Ceci montre que l'aspiration combinée à une flottabilité grande ou i.e. une convection mixte de plus en plus dominante en rapport de la convection forcée, constitue un moyen d'amélioration des transferts thermiques et massiques plus prononcé pour ce dernier mais s'accompagnant par plus de résistances à l'écoulement. Un compromis ou Trade-off doit être trouvé dans les applications concrètes.

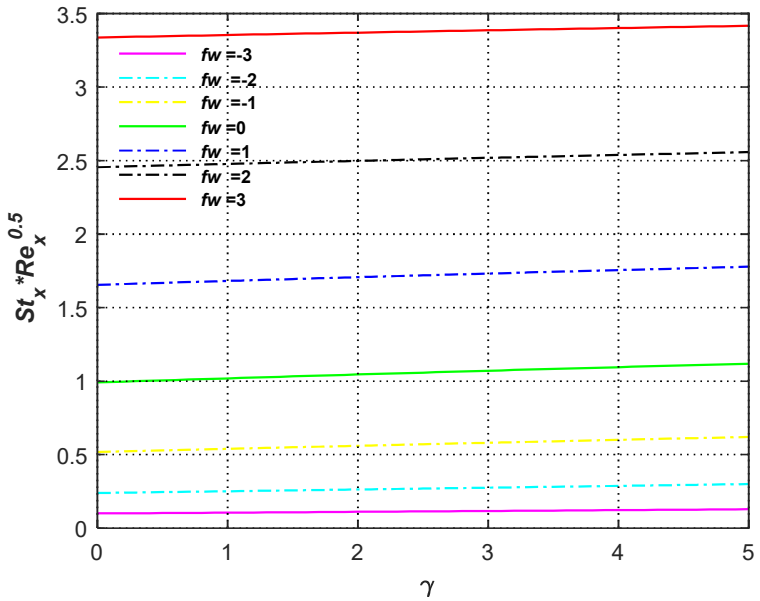


Fig. V.13. Effets de$f_w$et deγ sur coefficient de flux de déposition de mur.

L'effet de nombre de Prandtlα et le paramètre de rayonnement R

Les figures (VI. 14,15 et16) représentent les effets dePr et de$R$ sur le coefficient de frottement superficiel, le coefficient de transfert thermique de mur et flux de déposition de mur, respectivement, pour$\gamma = 1.0, Sc = 0.60, M = 0.20, f_w = 0.5, \tau = 0.10\ et\ \alpha = 45.$

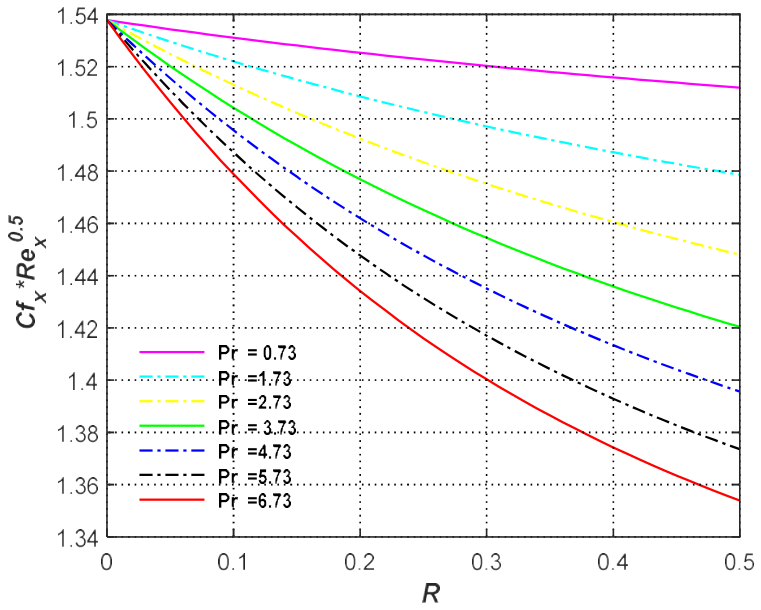


Fig. VI.14. Effets dePret de R sur coefficient de frottement superficiel.

Les figures (VI. 14,15 et16) , montrent respectivement, les effets du nombre de Prandtl *Pr* et du paramètre de rayonnement *R* sur le coefficient local de frottement superficiel, du taux de transfert thermique et du flux de déposition de mur. De ces figures nous observons que le coefficient local de frottement superficiel diminue avec l'augmentation du nombre de Prandtl *Pr* conforme à une dominance du transport via les quantités de mouvement, en soulageant l'effet de la viscosité à la paroi, tandis que le taux de transfert thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl *Pr* en accord à la proportionnalité entre eux. Dans tous les cas cette tendance s'accentue avec le paramètre de rayonnement *R*.

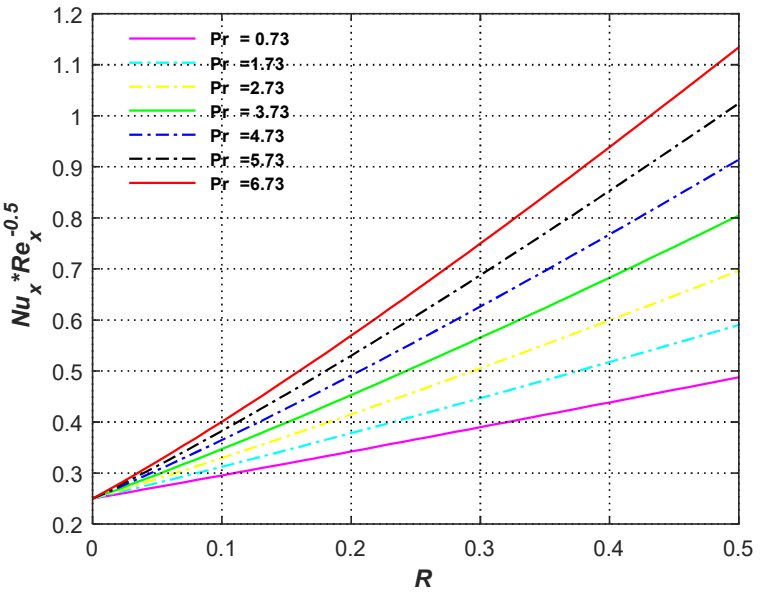


Fig.VI. 15. Effets dePret deRsur coefficient de transfert thermique.

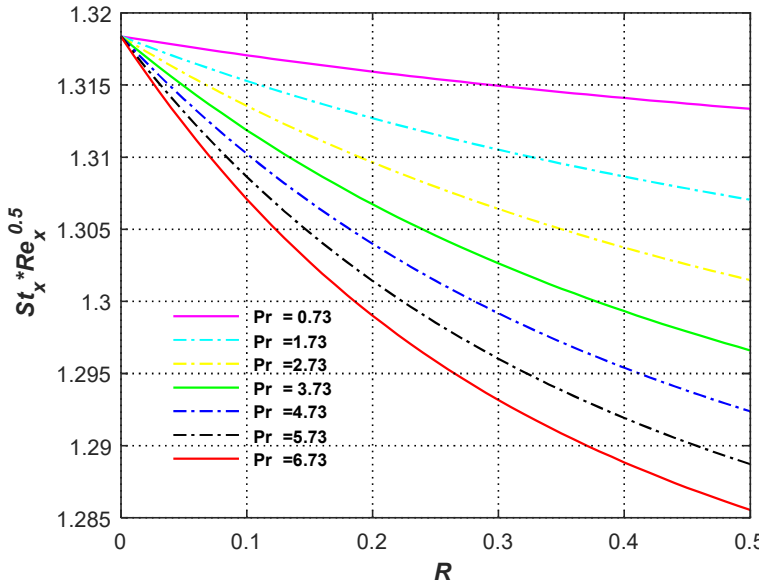


*Fig. VI.16. Effets dePr et de **R**sur coefficient de flux de déposition de mur.*

L'effet de l'angle d'inclinaison α et le paramètre magnétique M

Les figures (VI. 17,18 et19) représentent les effets de αet de$M$ sur le coefficient de frottement superficiel, le coefficient de transfert thermique de mur et le flux de déposition de mur, respectivement, pour $\gamma = 1.0, Pr = 0.73, Sc = 0.60, f_w = 0.5, \tau = 0.10$ $etR = 0.40$.

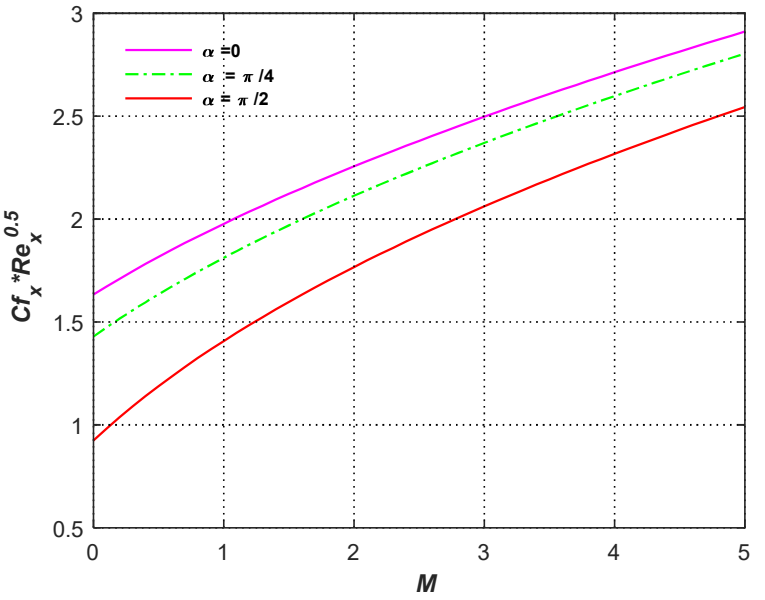


*Fig. V.17. Effets deα et de **M** sur le coefficient de frottement superficiel.*

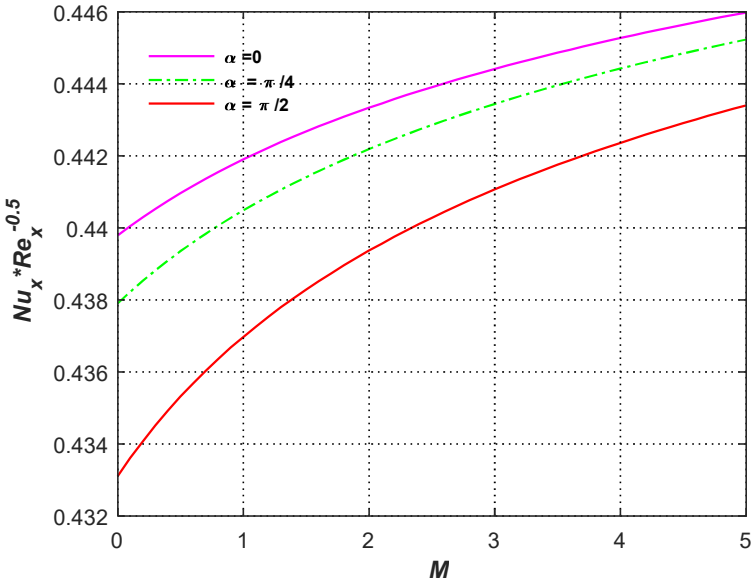


Fig. V.18. Effets deα et de M sur coefficient de transfert thermique.

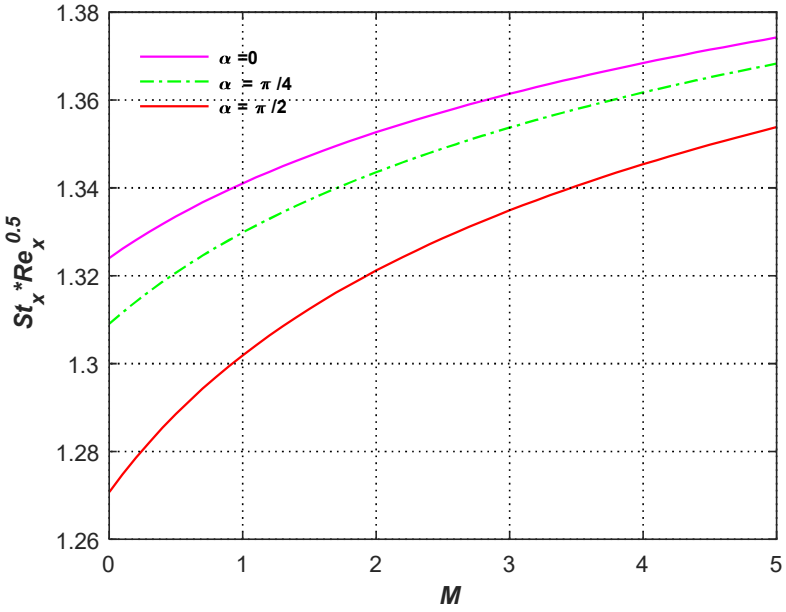


Fig. V.19. Effets deαet deM sur coefficient de flux de déposition de mur.

Les effets du paramètre *M* du champ magnétique et de l'angle d'inclination *α* sur le coefficient local de frottement superficiel, le transfert thermique de mur et le flux de déposition de mur sont montrés dans Les figures (VI. 17,18 et19) respectivement. De la figure (VI. 17) nous constatons que le coefficient local de frottement superficiel s'avère croissant en raison d'une augmentation de la force du champ magnétique quand l'angle d'inclination est fixe. Ceci est prévu, puisque l'application d'un champ magnétique se déplaçant avec le jet libre à la tendance d'induire une force motrice qui retarde le mouvement du fluide et par conséquent augmente la force de frottement à la paroi. De cette figure nous observons également qu'une augmentation de l'angle d'inclination produirait une diminution de la force de flottabilité et par conséquent du transport par convection mixte avec un allègement des frottements.

Dans Les figures (VI. 17,18 et19) nous voyons que le transfert thermique au mur comme le flux de déposition au mur diminuent avec les valeurs croissantes de l'angle

de l'inclination tandis que ces coefficients augmentent avec des valeurs croissantes du paramètre de champ magnétique. Il est évident que si le mouvement du fluide ralentit du fait de M, les transferts s'améliorent avec le champ magnétique fort mais comme discuté plus haut l'inclinaison passe par moins de convection.

VI.6 CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons étudié numériquement les effets d'aspiration variable et du rayonnement thermique sur les écoulements de convection mixte sous flux magnétohydrodynamique réguliers d'un fluide incompressible visqueux le long d'une plaque inclinée perméable semi-infini en présence de la thermophorèse.

Un ensemble d'équations de similarités régissant la vitesse de fluide, la température et la concentration ont été obtenu en employant la technique de similarité locale. Le système des équations ordinaires est résolu numériquement en appliquant la méthode des différences finies. On a déjà comparé nos résultats avec le travail publié par plusieurs auteurs. De la présente recherche numérique les conclusions suivantes peuvent être tirées :

i. Dans le régime de convection mixte toutes les couches hydrodynamiques, des vitesses montantes et la couche limite de concentration diminuent si le paramètre d'aspiration augmente.

ii. dans le cas de convection mixte l'augmentations du paramètre de rayonnement augmente la couche limite de vitesse et de concentration et diminue la couche limite thermique.

iii. si le nombre de Schmidt augmente, la couche limite de concentration diminue.

iv. Dans le régime de convection mixte le flux de masse extérieur augmente avec l'augmentation du paramètre thermophorétique.

v. L'Augmentation de l'angle d'inclination diminue le coefficient local de frottement superficiel, le nombre local de Nusselt et le nombre local de Stanton.

CHAPITRE VII

MODELE II

RESULTATS ET DISCUSSIONS

VII.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats obtenus et nous allons mettre en évidence l'influence des différents paramètres sur la déposition des particules, le coefficient de frottement superficiel, le coefficient de transfert thermique et le transfert de masse.

L'étude de la **MHD** bidimensionnelle des effets de thermophorèse et de transfert radiatif sur une plaque inclinée perméable en convection mixte avec aspiration/refoulement variable, avec la réaction chimique (constructive/destructive) et la génération/absorption d'énergie.

VII.2. ÉQUATIONS GOUVERNANTES

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad \text{(VII. 1)}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+g\beta(T-T_\infty)cos\alpha-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}(u-U_\infty) \qquad \text{(VII. 2)}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\lambda_g}{\rho c_p}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial q_r}{\partial y}+\frac{Q_0}{\rho c_p}(T-T_\infty) \qquad \text{(VII. 3)}$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}-\frac{\partial}{\partial y}(V_T C)-\varrho C \qquad \text{(VII. 4)}$$

Afin d'obtenir la solution de similitude du problème nous présentons les variables adimensionnelles suivantes :

$$\eta=y\sqrt{\frac{U_\infty}{2\upsilon x}}\,,\quad \psi=\sqrt{2\upsilon x U_\infty}f(\eta)\,,\qquad \theta(\eta)=\frac{T-T_\infty}{T_w-T_\infty}\,,\quad \phi(\eta)=\frac{C}{C_\infty} \qquad \text{(VII. 5}a\text{)}$$

Oùψest la fonction du jet qui satisfait l'équation de continuité(VII. 1).

De l'équation. (11a) on a : $u=\frac{\partial\psi}{\partial y} et\ \upsilon=-\frac{\partial\psi}{\partial y}$

$$u=U_\infty f' et v=-\sqrt{\frac{\upsilon U_\infty}{2x}}\left(f-\eta f'\right) \qquad \text{(VII. 5}b\text{)}$$

En remplaçant(VII. 5) dans les équations. (VII. 1) − (VII. 4), on obtient les équations ordinaires localement similaires suivantes :

$$f'''+ff''+\gamma\theta cos\alpha-M\left(f'-1\right)=0 \qquad \text{(VII. 6)}$$

$$(3R+4)\theta''+3RPrf\theta'+PrQ\theta=0 \qquad \text{(VII. 7)}$$

$$\phi''+Sc\left(f-\tau\theta'\right)\phi'-Sc\tau\phi\theta''-Sc\Lambda\phi=0 \qquad \text{(VII. 8)}$$

Les conditions aux limites deviennent :

$f = f_w, f^{'} = 0, \quad \theta = 1, \quad \phi = 0 \quad a \quad \eta = 0$ (VII. 9a)

$f^{'} = 1, \quad \theta = 0, \quad \phi = 1 \quad a \quad \eta \to \infty$ (VII. 9b)

$f_w = -v_w(x)\sqrt{\frac{2x}{vU_\infty}}$: Est la vitesse adimensionnelle d'aspiration du mur à la plaque perméable.

Avec l'apparition des paramètres suivants :

$Q = \frac{Q_0 2x}{U_\infty \rho c_p}$ Paramètre de génération d'énergie à savoir :

$Q > 0$ Génération d'énergie

$Q < 0$ Absorption d'énergie.

$\Lambda = \frac{\varrho 2x}{U_\infty}$ Paramètre de réaction chimique.

$\Lambda > 0$ Réaction chimique destructive

$\Lambda < 0$ Réaction chimique générative

V.3. Solution numérique :

L'ensemble des équations ordinaires non linéaires et localement similaires(VII. 6) - (VII. 8) associé aux conditions aux limites(VII. 9) ont été résolus numériquement en employant le code MatlabBVP4c.

Pour l'étude paramétrique, certains paramètres sont fixés : $Sc = 0.6$; $\gamma = 1$; $Pr = 0.73$; $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $fw = -0.5$; $M = 1$; $\tau = 0.5$; $Q = R = \Lambda = 0$, lorsque la ligne est des trait et $Q = 0.5$, $R = 1$, $\Lambda = 0.3$ lorsque la ligne est continue sauf indication contraire.

Pour faire apparaitre l'influence des paramètres sur le problème physique, les gammes des paramètres prisent des études précédentes : Vitesse au mur, angle d'inclinaison, paramètre magnétique, paramètre thermophorétique et le paramètre de flottabilité.

VII.4.1 PROFILS DE VITESSE, TEMPERATURE ET CONCENTRATION :

La figure (VII. 1) illustre l'influence de la vitesse d'injection ou d'aspiration de la paroi $f_w$sur les profils de vitesse. Il est bien connu que l'aspiration du fluide ou boîtier ($f_w > 0$) augmente la vitesse dans la couche limite, l'effet s'inverse avec l'injection [64]. En effet, au voisinage de la paroi, la diminution de l'aspiration du fluide implique la diminution de la vitesse cela assiste l'écoulement.

Ainsi, la couche limite hydrodynamique dans les profils de vitesse montrent deux parties.

Loin de la paroi la tendance s'inverse, vu que l'interaction est forte entre la plaque perméable et le fluide. En effet, l'annulation des paramètres de contrôle de la couche limite augmente le débit ce qui implique une plus grande vitesse.

En présence d'une source de chaleur issue d'un rayonnement et d'une réaction chimique simultanément, des changements significatifs sont notés. Leur impact se produit à une certaine distance du mur. Ceci peut être expliquer par les phénomènes de transport couplés de température et de la concentration. L'existence de la source de chaleur augmente la température en s'éloignant de la paroi. D'autre part, la présence d'une réaction chimique affecte le profil de concentration. Le comportement s'inverse en diminuant le débit.

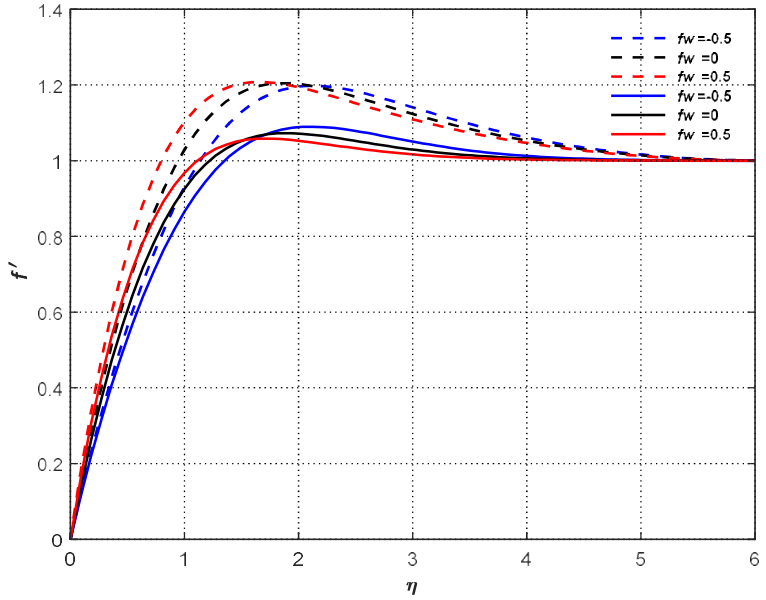


Fig.1. L'effet de fw et de Q, R, Λ sur les profils de vitesse

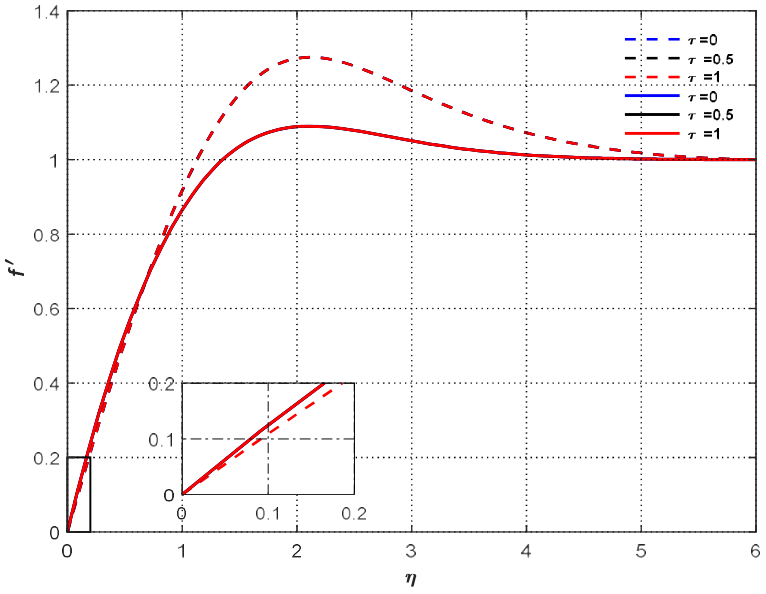


Fig.2. Influence de τ et Q, R, Λ sur les profils de vitesse. M=1 ; fw= - 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3(3 ligne confondue))

L'effet du paramètre thermophorétique τ sur le champ de vitesse est montré sur la figure (VII. 2) . On constate que l'augmentation de τ influe légèrement le profil de concentration et son effet est négligeable pour la vitesse et la température cela s'explique par le fait que l'effet de la convection est supérieur à l'effet de diffusion. Le phénomène de la thermophorèse dépend essentiellement du gradient de température. Comme le rapportent certains chercheurs [63], il n'est présent que lorsque > 1.0, l'influence sur le dépôt des grosses particules sera significative dans la couche limite de concentration en particulier pour les grandes valeurs du nombre de Schmidt (Sc > 100). Par contre, a l'existence des autres paramètres, une diminution significative sur le cœur de la vitesse. Ceci s'accorde avec les résultats précédents.

La figure(VII. 3) illustre l'effet magnétique sur les profils de vitesse. Il est connu que l'application d'un champ magnétique transversal à un fluide conducteur donne naissance à une force résistive appelée force de Lorentz qui a tendance à ralentir le mouvement du fluide. Le fait que la plaque est perméable avec l'injection/aspiration du fluide, les profils de vitesse, se distinguent en deux parties. Près des parois, M augmente la vitesse et loin de la parois le comportement s'inverse. Cela est dû à la domination de la convection forcée dans la première partie, ce résultat est en concordance avec [64]. Le résultat convient qualitativement aux attentes, puisque le champ magnétique et le flux d'injection à proximité de la plaque révèlent des effets compétitifs. Ici, les valeurs positives de Q, R et Λ ont une réduction perceptible surtout au cœur de la vitesse d'écoulement mixte.

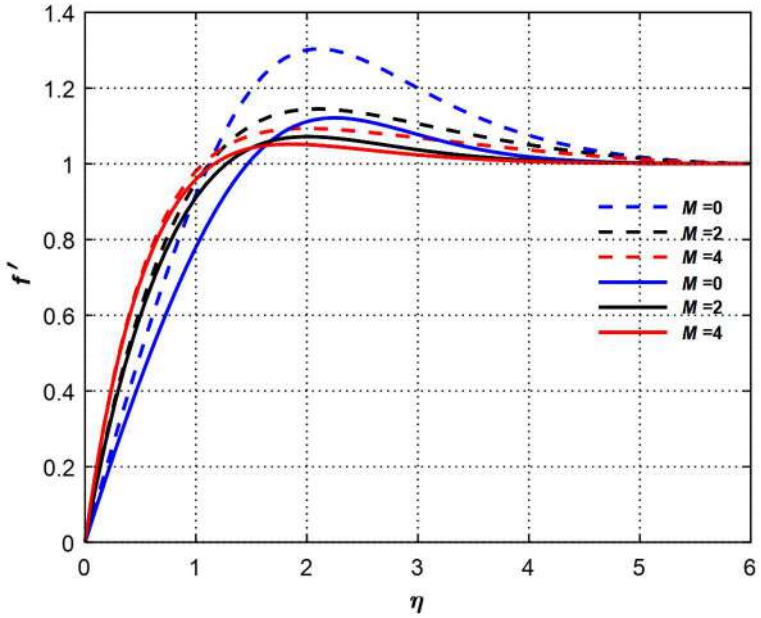


Fig.3. L'effet du champ magnétique, Q, R, Λ sur les profils de vitesse fw= - 0.5; τ = 0.5; [Discontinue : Q=R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3].

L'effet de l'injection / aspiration du fluide de la plaque fw sur le profil de température est montré dans la figure (VII. 4) ,les trois profils de température pour

les trois valeurs de fw, sont parfaitement superposés (l'injection / aspiration) le processus mécanique n'a aucun effet [52] et [64].

Dans le cas$\gamma = 1.0$ avecla présence des Q, R et Λ simultanément, cela diminue la température et les profils sont bien distingués. En effet, l'augmentation du paramètre de rayonnement R augmente l'épaisseur de la couche limite dynamique et diminue l'épaisseur de la couche limite thermique (augmentation du gradient de température au niveau de la paroi perméable) dans le cas d'injection, en fonction du débit.

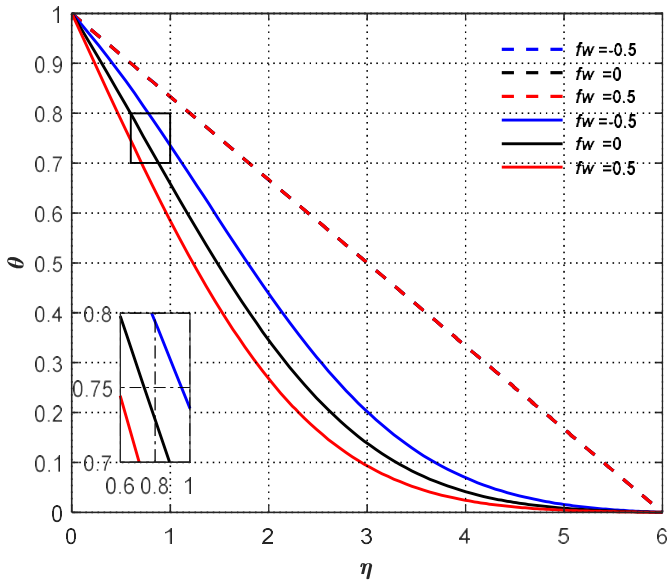


Fig.4. Influence de fw et Q, R, Λ. M=1 ; τ = 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0 ;(3 ligne confondue), Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3)

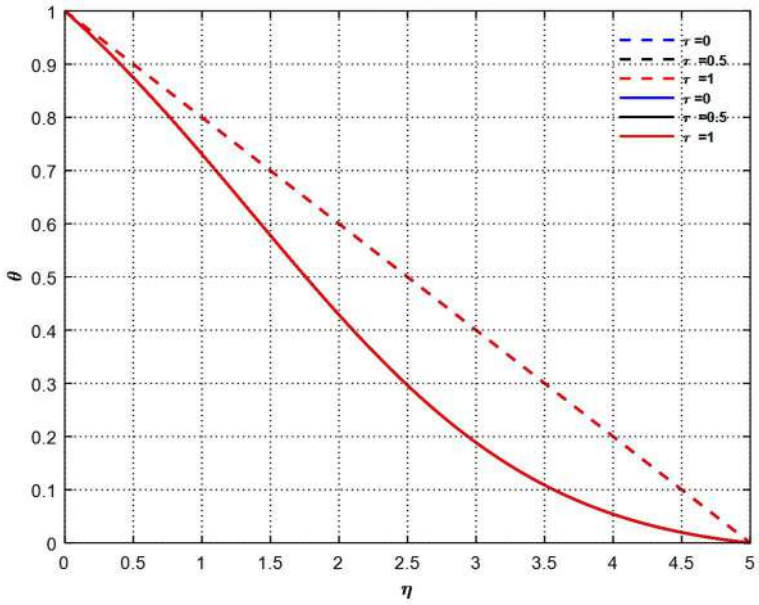


Fig5. Influence de τ and Q, R, Λ. M=1 ; fw= - 0.5; ((Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3] (3 ligne confondue)).

Sur la figure (VII. 6), l'effet de M sur le profil de température est en tendance inverse par rapport à la vitesse. L'influence de M imite les profils précédemment établis pour τ et fw, mais les combinés Q, R et Λ ont le même effet indépendamment de la valeur du champ magnétique.

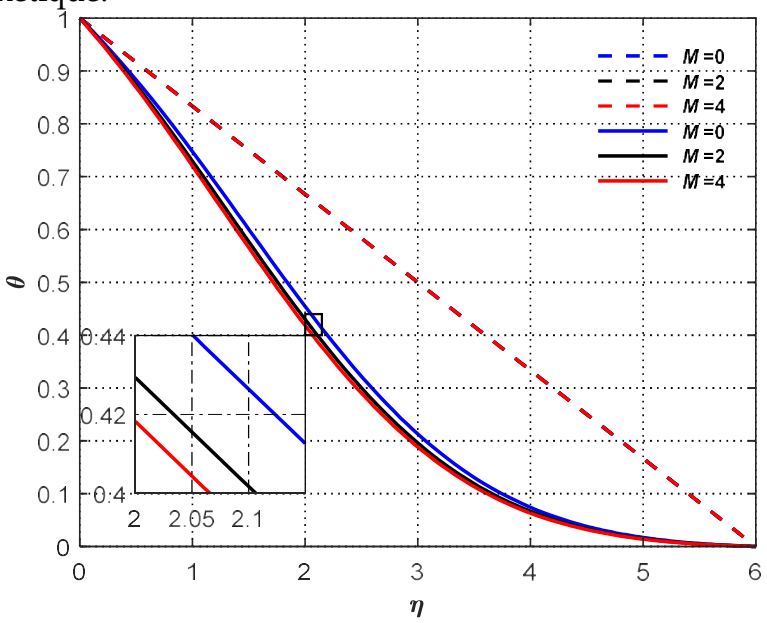


Fig6. L'effet de M and Q, R, Λ. fw= - 0.5; τ = 0.5 ;(Discontinue: Q=R=Λ=0 (3 ligne confondue); Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)

L'influence de fw sur le profil de concentration présenté dans la figure (VII. 7), est en accord avec [64]. Le profil de concentration dans le cas d'aspiration est toujours supérieur à l'injection. Pour un taux de transfert de masse important, la réduction de la couche limite par le processus d'aspiration est nécessaire.

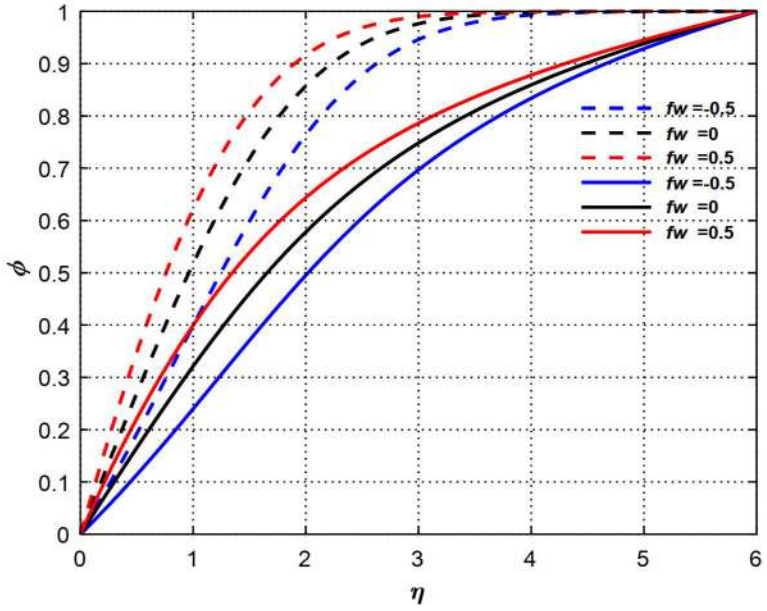


Fig.7. Influence de fw et Q, R, Λ sur la concentration. M=1 ; τ =0.5 ;(Discontinue : =R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3).

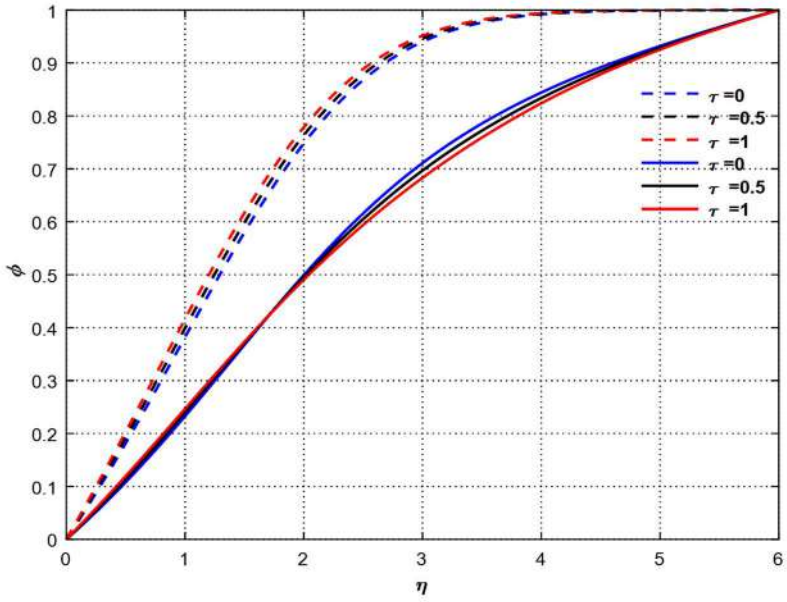


Fig.8. L'effet de τ et Q, R, Λ sur la concentration de M=1 ; fw= - 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3)

Les figures (VII. 8), (VII. 9) illustrent l'effet des paramètres thermophorétique et l'effet magnétique, respectivement, sur le même profil, loin de la plaque perméable ; l'influence de τ s'éclaire [64]. Cela peut s'expliquer par la petite valeur du nombre de Schmidt, Sc = 0.6. La présence du champ magnétique influe légèrement le profil de concentration.

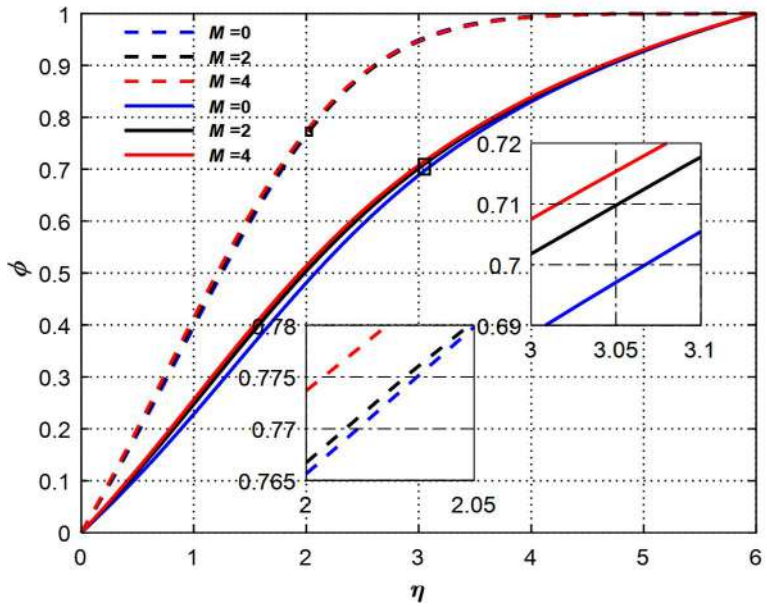


Fig.9. L'effet de M et Q, R, Λ sur la concentration. $fw = -0.5$; $\tau = 0.5$; *(Discontinue : Q=R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3).*

Cependant, dans ce profil, la présence des Q, R et Λ combinés conduit à des couches limites plus grandes est un effet opposé observées ici sur la figure (VII.8) avec le paramètre thermophorétique et également sur la figure (VII.9) avec le champ magnétique.

VII.4.2. QUANTITES D'INTERET :

La figure (VII. 10) représente la variation du coefficient de frottement superficiel en fonction de la vitesse d'aspiration et d'injection. D'après ces résultats, on constate que le processus d'aspiration entraîne plus de frottement que le processus d'injection, ce qui est conforme aux résultats trouvés dans les références [64] et [52]. Ce constat est dû au frottement indésirable induit par la viscosité et l'échange thermique souhaité. D'après cette figure, on peut constater aussi que la variation de Q, R et Λ n'a pas d'effet significatif sur ce coefficient. En effet, ces paramètres influent beaucoup plus sur le fluide, que sur la paroi du fluide.

La figure (VII. 11)représente la variation du coefficient de frottement superficiel en fonction du paramètre thermophorétique. D'après cette figure, on peut conclure que le coefficient de frottement superficiel est indépendant de la thermophorèse.

Les figures (VII. 12) et (VII. 13) représentent la variation du nombre de Nusselt en fonction du paramètres magnétiques M et cela dans deux cas différents. Un premier cas pour différentes valeurs de fw et un deuxième : pour différentes valeurs du paramètre thermophorétique. A partir de ces deux figures, on peut dire que la diminution de la température à l'intérieur de la couche limite correspond à une augmentation du gradient de température à la paroi et par conséquent le paramètre de transfert de chaleur local augmente. En effet, la chaleur en termes d'échange est amplifiée en présence de forts combinés Q, R et Λ dans le cas d'aspiration et pour toutes valeurs du paramètre thermophorétique. A partir de ces résultats, on peut conclure que comparé au champ magnétique imposé, le processus d'aspiration peut être un gros outil pour améliorer le taux de transfert de chaleur.

Les figures (VII. 14) et (VII. 15)présentent l'évolution des nombres de Stanton en fonction du taux de transfert de masse. Ces résultats permettent de démontrer que, de la même manière que pour le transfert de chaleur pour le processus d'aspiration, un transfert de masse favorable est rencontré avec le processus d'aspiration ou avec de grandes valeurs du phénomène de

thermophorèse. Et ce même constat est observé par [64] pour la convection forcée. Malgré ce gain en masse, la présence des paramètres Q, R et Λ combinés détériore le transfert de masse et diminue le transfert de chaleur en particulier lorsque le paramètre thermophorétique est faible.

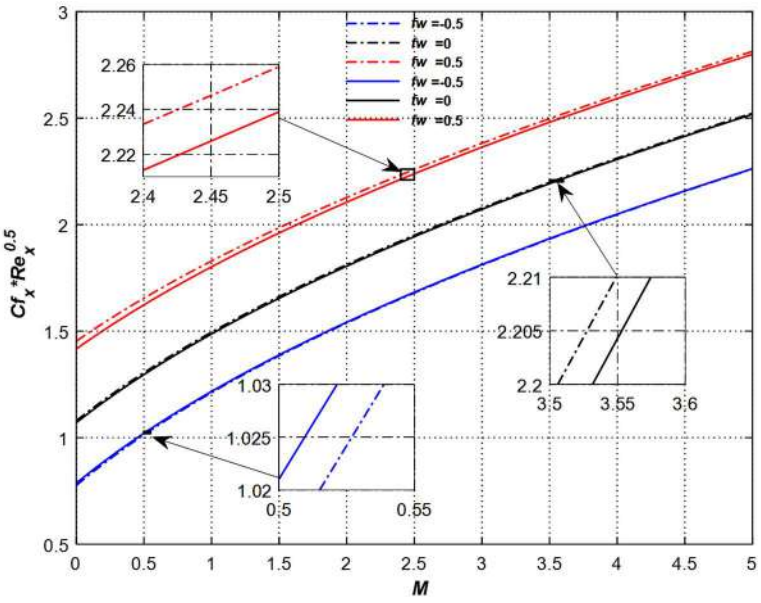


Fig 10. Influence de M sur le Coeff de frottement superficiel pour différentes valeurs de fw and Q, R, Λ. τ = 0.5; (des traits : Q=R=Λ=0 ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3)

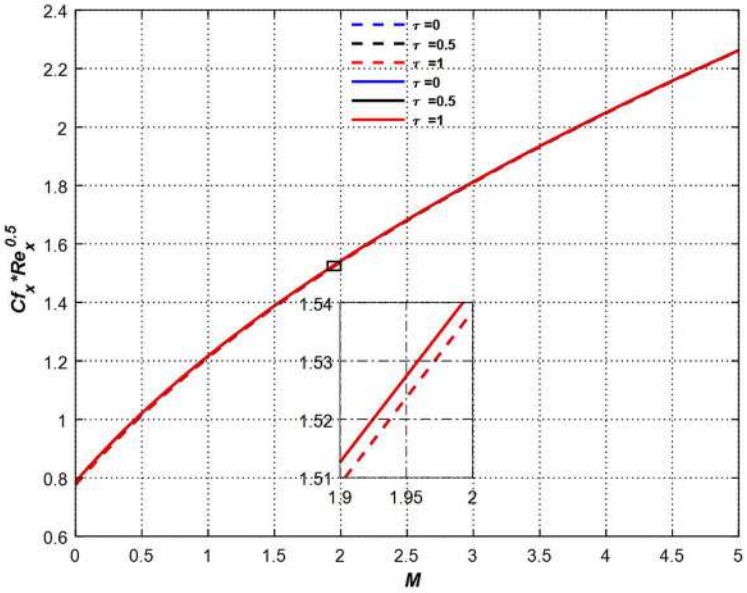


Fig11. Influence de M sur le Coeff de frottement superficiel pour différentes valeurs de τ and Q, R, Λ. fw= - 0.5; (Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3(3 ligne confondue))

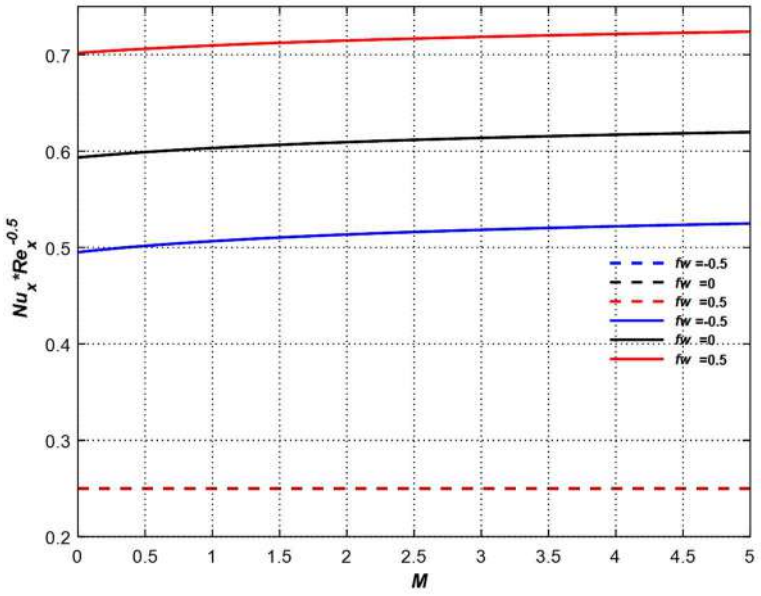


Fig12. L'effet de M sur le nombre de Nusselt pour différentes valeurs de fw et Q, R, Λ. τ = 0.5; (Discontinue: Q=R=Λ=0(3 ligne confondue); Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)

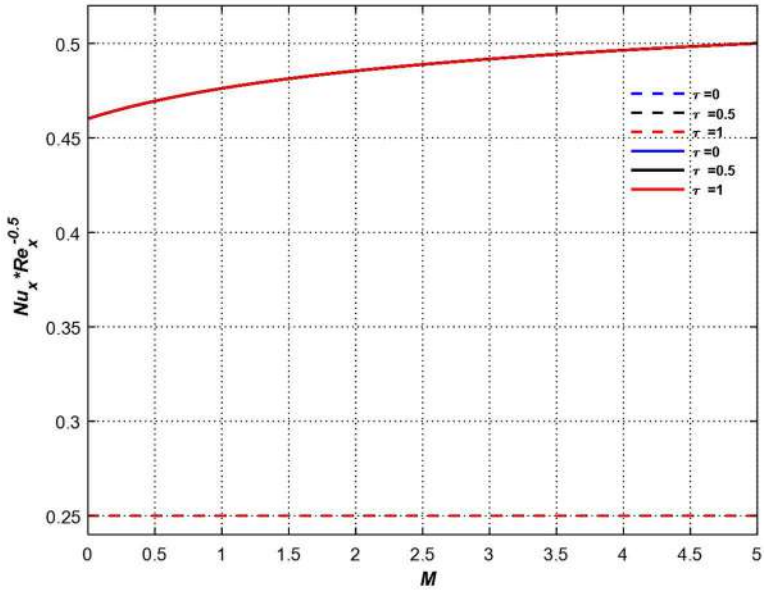


Fig13. Influence de M sur le Nombre de Nusselt pour différentes valeur τ et Q, R, Λ fw= - 0.5; [Discontinue : Q=R=Λ=0(3 ligne confondue) ; Continue : Q=0.5, R=1, Λ=0.3(3 ligne confondue)]

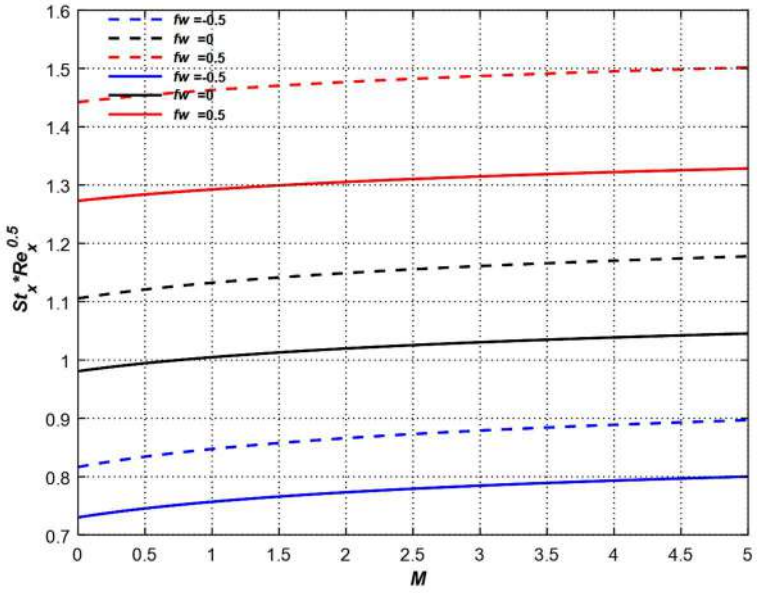


Fig14. L'effet de M sur le nombre de Stanton pour différentes valeurs de fwet Q, R, Λ. τ = 0.5;(Discontinue: Q=R=Λ=0; Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3)

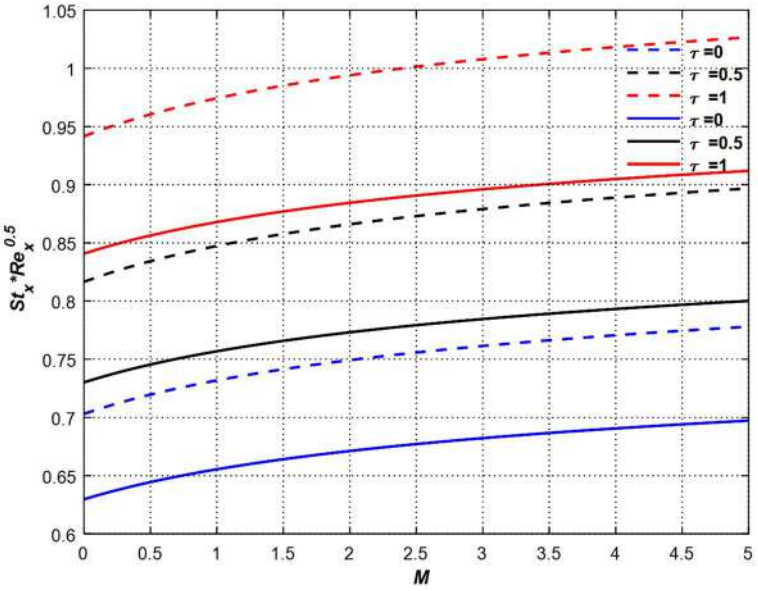


Fig15. L'effet de M sur le nombre de Stanton pour différentes valeurs de τ et Q, R, Λ. fw= - 0.5; (Discontinue: Q=R=Λ=0; Continue: Q=0.5, R=1, Λ=0.3).

VII.5. CONCLUSION

Dans cette thèse nous avons étudié numériquement les effets d'aspiration variable et du rayonnement thermique sur les écoulements de convection mixte sous flux magnétohydrodynamique régulier d'un fluide incompressible visqueux le long d'une plaque inclinée perméable semi-infini en présence de la thermophorèse, la réaction chimique et la génération (absorption) d'énergie.

Un système d'équations de similitude régissant la vitesse de fluide, la température et la concentration a été obtenu en employant la technique de similarité locale. Le système des équations ordinaires résolu numériquement par ((BVP4 c avec @ Matlab en utilisant Lobbatto III-a pour la discrétisation)

À partir de ces résultats obtenus, les conclusions suivantes doivent être connues avant de planifier un processus de convection mixte spécifique en présence de rayonnement, de génération de chaleur et de réaction chimique et notamment de manipuler les couches limites :

1. Une forte augmentation du taux de transfert de chaleur se produit en raison d'une forte présence du rayonnement combiné avec la génération de chaleur et de la réaction chimique.
2. Une diminution relative du transfert de masse se produit en raison d'une forte présence du rayonnement combiné avec la génération de chaleur et de la réaction chimique.
3. Ces changements ci-dessus sont considérablement réduits dans le processus d'injection.
4. Cependant, doit faire attention pour le Coeff de frottement superficiel lors du processus d'injection / aspiration et / ou de la présence d'un champ magnétique important imposé.
5. Dans la limite expérimentée des valeurs du paramètre thermophorétique, le taux de transfert de chaleur et le taux de transfert de masse sont affectés différemment lorsque le rayonnement combiné avec la génération de chaleur et de la réaction chimique.
6. Aucune influence trouvée sur le facteur de frottement superficiel par l'effet de thermophorèse.
7. Un compromis doit être fait pour chaque processus complexe actuel par rapport aux objectifs et aux résistances induites.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans cette thèse nous avons présenté une étude sur les transferts de chaleur et de masse pour une plaque semi infini rectangulaire inclinée perméable sous un champ magnétique avec les effets de **thermophorèse** et transfert radiatif en convection mixte, la configuration géométrique du modèle physique est soumise à des gradients de température et de concentration.

Une méthodologie de solution basée sur la technique de similarité a été appliquée pour résoudre le problème à partir du bout de la plaque. La difficulté principale du problème est due aux conditions initiales et aux limites.

Nous avons employé également la méthode de similarité pour réduire le nombre de variables indépendantes du problème, et par conséquent des équations au dérivé partielles régissantes avec les conditions aux limites deviennent des équations différentielles ordinaires avec les conditions de frontière correspondants appropriés.

Les équations obtenues ont été résolues numériquement par l'intermédiaire de la méthode de différence finies. Il est d'objectif les fonctions de vitesse, de température et de concentration. Les coefficients de transfert thermique suivant les augmentations d'inclinaison de plaque et l'augmentation du paramètre de rayonnement, du paramètre de convection mixte et du champ magnétique ont été montrés.

L'étude est nécessaire dans les cas où la réalisation n'est pas possible ou difficile expérimentalement, par exemple dans les accidents nucléaires dans ce cas l'analyse numérique est capable de donner des résultats satisfaisants utilisables pour l'amélioration de la sécurité des équipements et de personnel.

Cette thèse nous a permis de lever les réponses à un bon nombre de questions, en particulier :

- La compréhension des mécanismes de déposition qui nous a donné une idée sur son amélioration et leurs utilisations dans les différents domaines industriels.
- L'influence de la réaction chimique est plus importante pour la couche limite de concentration que pour celle la vitesse et de la température.
- L'influence de la génération d'énergie est plus importante pour la couche limite de la température que pour celle la vitesse et de concentration.

Nous avons, en addition avec ces résultats d'ordre qualitatif, constaté que :

1. Une forte présence du rayonnement combiné avec la génération de chaleur et de la réaction chimique conduit à une amélioration du taux de transfert de chaleur.

2. Si on cherche à augmenter le transfert de masse il faut qu'l y est une forte présence du rayonnement combiné avec la génération de chaleur et de la réaction chimique.

3. Cependant, une mise en place d'un système sous injection de fluide réduira considérablement les impacts cités au-dessus.

4. Dans tous les cas, il est recommandé de surveiller le coefficient de frottement superficiel notamment lors du processus d'injection / aspiration et / ou de la présence d'un important champ magnétique si son utilité est nécessaire pour le contrôle.

5. Quant au phénomène de thermophorèse et dans la limite expérimentée ici pour les valeurs du paramètre ciblé, le taux de transfert de chaleur et le taux de transfert de masse sont affectés différemment lorsque le rayonnement est combiné avec la génération de chaleur et la réaction chimique.

6. Il est à noter que le phénomène de thermophorèse est sans incidence pour le coefficient de frottement superficiel, ainsi aucune restriction n'est indiquée quant à son étendue de manière positive ou négative sur le contrôle du système dans cette direction.

7. Un trade-off ou bien un compromis doit être trouvé pour chaque procédé concret et complexe par rapport aux objectifs assignés et aux résistances induites.

8. Dans une optique de précision ou de divergence plus complexe, une optimisation complète, impliquant tous les paramètres est à implémenter.

Dans les futurs travaux, et en continuité de ce travail, et pour être en adéquation avec les recherches actuellement menées, deux axes seront intéressants à prospecter dans le présent cadre. Les recommandations suivantes sont à prendre en considération:

- L'importance des effets étudiés pour les fluides à rhéologie différente de celle classique Newtonienne. Plusieurs fluides utilisés en génie des procédés tels par exemple les hydrocarbures lourds ont un comportement plus complexe.
- L'observation théorique de ces aspects lors de l'usage d'un nanofluide à différentes concentrations et pour différents matériaux solides additifs sous forme unique ou en hybride.
- La mise en œuvre d'un montage expérimental permettant de valider les deux propositions précédentes.

REFERENCES

[1] N.Faure, «Modélisation électromagnétique en présence de charges d'espace, Application à l'étude de tubes électroniques de type magnétron», thèse de doctorat de l'université de Limoges. Thèse n° 39-2006.

[2] O. Chadebec, « Modélisation du champ magnétique induit par des tôles Identification de l'aimantation ''Application à l'immunisation en boucle fermée d'une coque ferromagnétique'' », thèse de doctorat d'institut national polytechnique de Grenoble. Le 13 juin 2001.

[3] H.Hofmann, «Phénomènes de transfert de chaleur et de masse», École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2008

[4] F.P.Iincorpera, D.PDeWitt, Bergman and Lavine, «fundamental of heat and mass transfer», sixth edition,2004

[5] A. Delache, « Étude analytique et numérique des instabilités Spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux : comparaison avec l'expérience », thèse de Doctorat, Université de Lille 1,12 décembre 2005

[6] C. Danquigny, « étude expérimentale du transfert de masse en milieu poreux hétérogène », thèse de Doctorat, Université de Strasbourg, 17 décembre 2003.

[7] G. Galliera,« Thermodiffusion dans les fluides de Lennard-Jones par dynamique moléculaire », thèse de Doctorat, Université de Bordeaux,26 juin 2003

[8] A. Mahidjiba, « Convection naturelle en milieu poreux anisotrope - effet du maximum de densité », École polytechnique de Montréal, thèse présentée en vue de l'obtention PHD, École polytechnique de Montréal, AOÛT 2001.

[9] R. Younsi, « simulation numérique du transfert de chaleur et de masse en milieux fluides et poreux », thèse pour obtenir le grade de docteur d'état en physique spécialité : mécanique des fluides, 2002

[10] N. Bensalah,«A Finite Element Method for the Fully Coupled Magntohydrodynamics», Vol. 107, pp. 272-216, 1985.

[11] R. Berton. «Magnétohydrodynamique», Masson 1991.

[12] E. R. G. Tapia, « Analysis, modeling and numerical simulation of complex plasmas under microgravity conditions», Dissertationan der Fakultat fur Physikder Ludwig–Maximilians–Universitat Munchen, 2006

[13] R. Pascal. Modélisation du traitement thermique superficiel par induction ».
2003-22

[14] R. R. Dina Sandrine,« effet d'un champ magnétique sur la convection Naturelle d'un fluide binaire en milieu poreux confiné », École polytechnique de Montréal, thèse présentée en vue de l'obtention PHD, AOÛT 2006

[15] P. Boronski. « Méthode des potentiels poloïdal-toroïdal appliquée à l'écoulement de Von karman en cylindre fini, docteur de l'École Polytechnique Orsay, France 23 septembre 2005.

[16] R. Volk, « Fluctuations d'induction en magnétohydrodynamique, contributions à l'induction à grande échelle, applicationà l'effet dynamo, 3 Novembre 2005

[17] I. V. Khalzov, «Equilibrium and stability of magnetohydrodynamic flows in annular channels», A Thesis Submitted to the College of Graduate Studies and Research in Partial of the Requirements for the degree of Doctor of Philosophy in the University of Saskatchewan Saskatoon, January 2008.

[18] D. Brito, P. Cardin, D Jault, H. C. Nataf,« Dynamo expérimentale à vocation géophysique », L.G.I.T. Observatoire de Grenoble Université Joseph Fourier CNRS UMR 5559, janvier 1999.

[19] C. Richard, Benjamin M. Riley, Sharath S. Girimaji and Kurnchul Lee, «Magnetic Field Effects on Axis-Switching and Instabilities in Rectangular Plasma Jets Jacques», Department of Aerospace Engineering, Texas A&M University, College Station, TX 77843-3141

[20] A. Homsy, «Microfabrication, and Characterization of MHD Pumps and their Applications in NMR Environments», Docteurès Sciences, University of Neuchâtel, 2006

[21] J.F. Gerbeau, « Analyse numérique d'une méthode ALE pour le suivi d'interface : Application à l'électrolyse de l'aluminium », projet BANG, INRIA, Claude Le Bris, CERMICS, École Nationale des Ponts & Chaussées, Tony Lelièvre, CERMICS et CRM, Université de Montréal,

[22] INNOVECTIS [En ligne]. GmbH, Altenhferallee 1, D-60438 Frankfurt am Main, INNOVECTIS ;2008. Disponible : https://www.innovectis.de

[23] C. Boulbe,« Contribution à la résolution des équations de la magnétohydrodynamique et de la magnétostatique », l'Université de PAU et des PAYS de l'ADOUR, le 2 octobre 2007

[24] G. Tresset,« caractérisation, modélisation et contrôle des scénarios avancés dans le tokamak européen jet », docteur de l'université de Provence, septembre 2002

[25] G. Galliéro.«Thermodiffusion dans les fluides de Lennard-Jones par dynamique moléculaire », thèse présentée à l'université de bordeaux école doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur

[26] P. Maugis,« transferts complexes en milieu poreux : quelque approche physique et numérique », thèse de doctorat de l'université Paris 6- Pierre et Marrie Curie, 2006

[27] L. Mädler and S. K. FriedlanderMädler and Friedlander, «Transport of nanoparticles in Gases: Overview and Recent Advances, Aerosol and Air Quality» Research, Vol. 7, No. 3, pp. 304-342, 2007

[28] K. Bleecker and A. Bogaerts, «Role of the thermophoretic force on the transport of nanoparticles in dusty silane plasmas»,PHYSICAL REVIEW E 71, 066405 s2005d

[29] E.D. Haberer,«Particle generation in a chemical vapor deposition /plasma-enhanced chemical vapor deposition interlayer dielectric tool», Master in the Massachusetts institute of technology, 1998

[30] C. Deschenaux,« Étude de l'origine et de la croissance de particule de submicromètre dans les plasmas radioactifs réactifs », docteur de l'École Polytechniquefédérale de Lausanne 2002.

[31] J. A. Siegel, « Particulate Fouling of HVAC Heat Exchangers», requirements for the degree of Doctor of Philosophyin the University of california, Berkeley, 2002.

[32] S.A. M¨akiharju, B. Sc, «aerosol dynamics in a turbulent jet», Requirements forthe Degree Master of Science in the Graduate School of The Ohio State UniversityThe Ohio State University, 2005

[33] Kristin A. Goerg, «a Study of Fume Particle Deposition, May, 1989

[34] M. M. Mkhosi, «Computational fluid dynamics analysis of aerosol deposition in pebble beds», Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the GraduateSchool of The Ohio State University, 2007.

[35] R. Blanchard, «Measurements and modeling of coal ash deposition in an entrained-flow reactor», A thesis submitted to the faculty of Brigham Young University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, August 2008,

[36] C. Asbach1, J. Hyeun Kim, Se-Jin Yook1, David Y.H. Pui1, Till van der Zwaag, Heinz Fissan, «Modeling of Thermophoretic and Electrophoretic Effects for Particle Transport and Deposition in EUVL Systems», 2004 EUVL Symposium.

[37] M.S. Hesham El-Batsh, «Modeling Particle Deposition on Compressor and Turbine Blade Surfaces», submitted to the Vienna University of Technology in partial fullment of the requirements for the degree of Doctor of Technical Sciences, 2001.

[38] A. Melzer, «Introduction to Dusty Plasmas, Institute of Physics, Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald Germany, 2008

[39] P. A. Bélanger. « Les fibres optiques : Supplément d'électromagnétisme appliqué », Edition de l'Université Laval, Canada, 1997

[40] F.Chenard,« Optical fiber telecommunications IIIB», 1997 by Lucent Technologies.

[41] W.G. England, A.F. Emery, «Thermal radiation effects on the laminar free convection boundary layer of an absorbing gas», J. Heat Transfer 31 (1969) 37–44.

[42] A. Raptis, «Flow of a micropolar fluid past a continuously moving plate by the presence of radiation», Int. J. Heat Mass Transfer 4 (1988) 2865–2866.

[43] M.A. Hossain, H.S. Takhar, «Radiation effects on mixed convection along a vertical plate with uniform surface temperature», Heat and Mass Transfer 31 (1996) 243–248.

[44] H.M. Duwairi, R.A. Damseh, «Magnetohydrodynamic natural convection heat transfer from radiate vertical porous surfaces», Heat Mass Transfer 40 (2004) 787–792.

[45] H.M. Duwairi, R.A. Damseh, «MHD-buoyancy aiding and opposing flows with viscous dissipation effects from radiate vertical surfaces», The Canadian J. Chem. Eng. 82 (2004) 1–6.

[46] H.M. Duwairi, «Viscous and joule heating effects on forced convection flow from radiate isothermal porous surfaces», Intl. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flow 15 (2005) 429–440.

[47] R.A. Damseh, H.M. Duwairi, M. Al-Odat, «Similarity analysis of magnetic field and thermal radiation effects on forced convection flow», Turkish J. Eng. Env. Sci. 30 (2006) 83–89.

[48] R. Muthucumaraswamy, P. Chandrakala, S.A. Raj, «Radiative heat and mass transfer effects on moving isothermal vertical plate in the presence of chemical reaction», *Int. J. Appl. Mech. Engrg.*11 (3) (2006) 639–646.

[49] I.U. Mbeledogu, A. Ogulu, «Heat and mass transfer on unsteady MHD natural convection flow of a rotating fluid past a vertical porous flat plate in the presence of radiative heat transfer», Intl. J. Heat Mass Transfer 50 (2007) 1902–1908.

[50] I.A. Badruddin, Z.A. Zainal, Z.A. Khan, Z. Mallick, «Effect of viscous dissipation and radiation on natural convection in a porous medium embedded within vertical annulus», *Int. J. Thermal Sci*. 46 (2007) 221–227.

[51] L. Talbot,R. K. Cheng, R. W. Schefer,D. R. Willis«Thermophoresis of particles in a heated boundary layer», J. Fluid Mech. (1980), 2101. 101, part 4, pp. 737-758

[52] O.Aydin, et A. Kaya, « Radiation effect on MHD mixed convection flow about a permeable vertical plate ». Heat and Mass Transfer, 2008, vol. 45, no 2, p. 239-246.

[53] S.L. Goren, «Thermophoresis of aerosol particles in laminar boundary layer on flat plate», J. Colloid Interface Sci. 61 (1977) 77–85.

[54] C. Shen, Thermophoretic deposition of particles on to cold surfaces in twodimensional and axisymmetric flows», *J. Colloid Interface Sci.* 127 (1989) 104–115.

[55] S. Jayaraj, K.K. Dinesh, K.L. Pallai, « Thermophoresis in natural convection with variable properties», Heat Mass Transfer 34 (1999) 469–475.

[56] A. Selim, M.A. Hossain, D.A.S. Rees, «The effect of surface mass transfer on mixed convection flow past a heated vertical flat permeable plate with thermophoresis», Int. J. Thermal Sci. 42 (2003) 973–982.

[57]W. B.Hooper, T. S.Chen, et Armaly, F.Bassem «Mixed convection from a vertical plate in porous media with surface injection or suction. Numerical Heat Transfer», 1994, vol. 25, no 3, p. 317-329.

[58] V. J. Bansod, «The effects of blowing and suction on double diffusion by mixed convection over inclined permeable surfaces. Transport in porous media», 2005, vol. 60, no 3, p. 301-317.

[59] A. J. Chamkha, «Non-similar solutions for heat and mass transfer by hydro-magnetic mixed convection flow over a plate in porous media with surface suction or injection». International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 2000, Vol. 10, no 2, p. 142-162.

[60] Muthukumaran, Chandrasekar et Bathrinathan, Kalidoss. «Mathematical Modeling of Mixed Convection Boundary Layer Flows over a Stretching Sheet with Viscous Dissipation in Presence of Suction and Injection». *Symmetry*, 2020, vol. 12, no 11, p. 1754.

[61] H. M. Duwairi, et Damseh, Rebhi A. «Thermophoresis particle deposition—thermal radiation interaction on mixed convection from vertical surfaces embedded in porous medium». *Canadian Journal of Physics*, 2009, vol. 87, no 2, p. 161-167.

[62] K.Das, «Effects of thermophoresis and thermal radiation on MHD mixed convective heat and mass transfer flow». Afrika Matematika, 2013, vol. 24, no 4, p. 511-524.

[63] Muhaimin, Ismoen, Kandasamy, Ramasamy, KHAMIS, B.Azme, « Effect of thermophoresis particle deposition and chemical reaction on unsteady MHD mixed convective flow over a porous wedge in the presence of temperature-dependent viscosity». Nuclear Engineering and Design, 2013, vol. 261, p. 95-106.

[64] Chamkha, Ali J. and Issa, « Camille. Effects of heat generation/absorption and thermophoresis on hydromagnetic flow with heat and mass transfer over a flat surface». International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 2000, Vol. 10, no 4, p. 432-448.

[65] Md. S. Alam, M. M.Rahman, et Md A. Sattar, «Similarity solutions for hydromagnetic free convective heat and mass transfer flow along a semi-infinite permeable inclined flat plate with heat generation and thermophoresis». Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 2007, vol. 12, no 4, p. 433-445.

[66] N. Kishan, et S.Jagadha, «Influence of thermophoresis on heat and mass transfer under non-Darcy MHD mixed convection along a vertical flat plate embedded in a porous medium in the presence of radiation». Thermophysics and Aeromechanics, 2016, vol. 23, no 1, p. 97-108.

[67] Mondal, Hiranmoy, Pal, Dulal, Chatterjee, Sewli, et al. « Thermophoresis and Soret-Dufour on MHD mixedconvection mass transfer over an inclined plate with non-uniform heat source/sink and chemical reaction». Ain Shams Engineering Journal, 2018, vol. 9, no 4, p. 2111-2121.

[68] P. K.Kundu, K.Das, et S.Jana, «Combined effects of thermophoresis and chemical reaction on magnetohydrodynamics mixed convection flow». Journal of thermophysics and heat transfer, 2013, vol. 27, no 4, p. 741-747.

[69] Muhaimin, Ismoen, Kandasamy, Ramasamy, et Hashim, Ishak. «Thermophoresis and chemical reaction effects on MHD mixed convective heat and mass transfer past a porous wedge with variable viscosity in the presence of viscous dissipation. International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics», 2009, vol. 10, no 3, p. 231-240.

[70] N. P.Singh, Singh, Ajay Kumar, SINGH, Atul Kumar, « Effects of thermophoresis on hydromagnetic mixed convection and mass transfer flow past a vertical permeable plate with variable suction and thermal radiation. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation», 2011, vol. 16, no 6, p. 2519-2534.

[71] Patel, Harshad R. et Singh, Raj «Thermophoresis, Brownian motion and non-linear thermal radiation effects on mixed convection MHD micropolar fluid flow due to nonlinear stretched sheet in porous medium with viscous dissipation, joule heating and convective boundary condition». International Communications in Heat and Mass Transfer,
2019, vol. 107, p. 68-92.

[72] Pal, Dulal et Mondal, Hiranmoy.«Influence of Soret-Dufour and thermophoresis on hydromagnetic mixed convection heat and mass transfer over an inclined flat plate with non-uniform heat source/sink and chemical reaction». International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics, 2018, vol. 19, no 2, p. 49-60.

[73] J. Buongiorno, «Convective transport in nanofluids», 2006, Vol. 128, p. 204-250.

[74] K. V. Prasad, K.Vajravelu, I. S. Shivakumara, «Flow and heat transfer of a Casson Nanofluid over a nonlinear stretching sheet. Journal of Nanofluids», 2016, vol. 5, no 5, p. 743-752.

[75] K.V. Prasad, K. Vajravelu, et H. VAIDYA,«MHD Casson nanofluid flow and heat transfer at a stretching sheet with variable thickness». Journal of Nanofluids, 2016, vol. 5, no 3, p. 423-435.

[76] K.V. Prasad, H. Vaidya, et K. Vajravelu, «MHD Mixed Convection Heat Transfer in a Vertical Channel with Temperature-Dependent Transport Properties». Journal of Applied Fluid Mechanics, 2015, vol. 8, no 4. P. 693-701.

[77] H. Vaidya, K.V. Prasad, K. Vajravelu, et al. «Buongiorno model for MHD nanofluid flow between rotating parallel plates in the presence of variable liquid properties». Journal of nanofluids, 2019, vol. 8, no 2, p. 399-406.

[78] H. A. Agha, M.N. Bouaziz, et S. Hanini, «Free convection boundary layer flow from a vertical flat plate embedded in a Darcy porous medium filled with a nanofluid: effects of magnetic field and thermal radiation». Arabian Journal for Science and Engineering, 2014, vol. 39, no 11, p. 8331-8340.

[79] H. A. Agha, M.N. Bouaziz, et S. Hanini, «Magnetohydrodynamic, thermal radiation and convective boundary effects of free convection flow past a vertical plate embedded in a porous medium saturated with a nanofluid». Journal of Mechanics, 2015, vol. 31, no 5, p. 607.

[80] A.M. Bouaziz and S. Hanini, «Double dispersion for double diffusive boundary layer in non-Darcy saturated porous medium filled by a nanofluid». Journal of Mechanics, 2016, vol. 32, no 4, p. 441-451.

[81] M. Tayeb and M.N. Bouaziz, «Deep Investigation on Natural Convection Flow of a Couple Stress Fluid with Nanoparticles in an MHD Vertical Porous Channel with Convective Boundary Conditions». International Journal of Heat and Technology, 2020, Vol. 38, no. 2, p. 487-498.

[82] Vaidya, Hanumesh, Rajashekhar, C., Manjunatha, G., et al. « Heat and mass transfer analysis of MHD peristaltic flow through a complaint porous channel with variable thermal conductivity». Physica Scripta, 2020, vol. 95, no 4, p. 045219.

[83] Vaidya, Hanumesh, Rajashekhar, Choudhari, Manjunatha, Gudekote, et al.« Effects of Heat Transfer on Peristaltic Transport of a Bingham Fluid through an Inclined Tube with Different Wave Forms». Defect and Diffusion Forum. Trans Tech Publications Ltd, 2019, Vol. 392, p. 158-177.

[84] A. A.Becker. «The Boundary Element Method in Engineering», A complete course, press Mc Graw-Hill 1992.

[85] C.A. Brebbia and J. Dominguez. «Boundary elements an introductory course », (second edition), WIT press Boston, 1998.

[86] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, «An introduction to computational fluid dynamics the finite volume method», Press Longman Group Ltd 1995.

[87] Butcher, John Charles. «Numerical methods for ordinary differential equations. John Wiley & Sons, 2016.

[88] Hairer, E., Nørsett, S. Paul, et Wanner, G. «Solving Ordinary Differential Equations I, Nonstiff Problems. 1993. Springer-Verlag, Berlin, DOI, vol. 10, p. 978-3.

[89] SUN, Geng. A simple way constructing symplectic Runge-Kutta methods». Journal of Computational Mathematics, 2000, p. 61-68.

[90] Kierzenka, Jacek et Shampine, Lawrence F. «A BVP solver based on residual control and the Maltab PSE. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)», 2001, vol. 27, no 3, p. 299-316.

[91] White, M. Frank et Corfield, Isla. «Viscous fluid flow». New York: McGraw-Hill, 2006, p. 233.

[92] A. F. Mills, XU, Hang, and F. Ayazi, «The effect of wall suction and thermophoresis on aerosol particle deposition from a laminar boundary layer on a flat plate». International Journal of Heat and Mass Transfer, 1984, vol. 27, no 7, p. 1110-1113.

[93] R.Tsai, «A simple approach for evaluating the effect of wall suction and thermophoresis on aerosol particle deposition from a laminar flow over a flat plate. International communications in heat and mass transfer», 1999, vol. 26, no 2, p. 249-257.

[94] A. Selim, M. A Hossain, et D. A. S.Rees, «The effect of surface mass transfer on mixed convection flow past a heated vertical flat permeable plate with thermophoresis». International Journal of Thermal Sciences, 2003, vol. 42, no 10, p. 973-982.

[95] M.S. Alam, M.M. Rahman, M.A. Sattar, «Effects of variable suction and thermophoresis on steady MHD combined free-forced convective heat and mass transfer flow over a semi-infinite permeable inclined plate in the presence of thermal radiation», I.J of Thermal Sciences (2008), pp 758–765.