REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE YAHIA FARÈS DE MEDEA
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE
LABORATOIRE DE BIOMATERIAUX ET PHENOMENES DE TRANSPORT
(LBMPT)

THESE DE DOCTORAT

Présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat troisième cycle LMD

En Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Thème

Contribution à la modélisation fractionnelle du séchage solaire

Présentée par **:**
Mr. MAHDAD Abdelkader

2020/2021

Soutenue publiquement le : 03/02/2021, devant les jurys composés de :

Président	**BOUMAHDI Mouloud**	**MCA**	**UYF de Médéa**
Examinateur	**ALI AGHA Hamza**	**MCA**	**UAM de Bejaia**
Examinateur	**RAHAL Soufiane**	**MCA**	**UYF de Médéa**
Directeur de thèse	**HANINI Salah**	**Prof.**	**UYF de Médéa**
Co-directeur	**LAIDI Maamar**	**MCA**	**UYF de Médéa**

*Le plus grand merci revient à **ALLAH** qui nous a guidés dans le bon sens durant notre vie qui nous aide à réaliser ce travail.*

*Je présente mes sincères remerciements avec mes profonds respects à mon Directeur de thèse, Monsieur **Salah HANINI**, Professeur à l'Université Yahia Farés de Médéa, qui a assuré la gestion quotidienne de ma recherche. Son immense expérience, ses fructueux conseils et critiques scientifiques ainsi que sa disponibilité régulière qui ont fortement facilité l'avancement de ce travail de recherche.*

*J'exprime aussi mes plus vifs remerciements à mon Co-directeur de thèse, Monsieur **Maamar LAIDI**, Maître de Conférences à l'Université Yahia Farés de Médéa, d'abord pour m'avoir fait confiance, donné l'honneur de travailler à ces côtés et pour m'avoir accompagné pour mes premiers pas dans le monde de la recherche, pour son soutien moral, ces remarques, ces encouragements et sa disponibilité permanente.*

*Je remercie Monsieur **Mouloud BOUMAHDI**, Maître de Conférences à l'Université Yahia Farés de Médéa, pour l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury.*

*Je profite de l'occasion de la présentation de ce travail pour exprimer mes vifs remerciements à Monsieur **Hamza ALI AGHA**, Maître de Conférences à l'Université Abderrahmane Mira de Bejaia, d'avoir accepté de faire partie de ce jury.*

*Je tiens également à présenter ma profonde gratitude à Monsieur **Soufiane RAHAL**, Maître de Conférences à l'Université Yahia Farés de Médéa, d'avoir accepté de juger ce travail.*
En fin nous remercions tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.

Je dédie cette thèse à :

Mes parents

Ma petite fille Alae

Ma femme (Oum Alae)

Ma famille

Tous mes amis et collègues

Tous ceux qui m'ont soutenu et m'ont encouragé

Résumé : Contribution à la modélisation fractionnaire du séchage solaire

L'objectif principal de ce travail est d'étudier les modèles fractionnaires de séchage solaire, ces recherches peuvent nous aider à améliorer le calcul des modèles de séchage. Cette étude est répartie en deux contributions. Notre première est basée sur une étude comparative entre la solution analytique et fractionnaire de la première et la deuxième loi de diffusion de Fick pour modéliser le processus de séchage solaire de différents produits et séchoirs sous différents paramètres opératoires. Nous avons utilisé la transformée de Laplace et la transformée inverse de Laplace pour obtenir la solution en fonction des deux paramètres : l'indice d'ordre n et l'indice de temps fractionnaire α de la loi de Fick. Ces paramètres ont été optimisés de manière non linéaire à l'aide d'un algorithme d'optimisation du loup gris (GWO). Les résultats ont montré que le phénomène de diffusion anormale pendant le processus de séchage est mieux décrit par le modèle d'ordre fractionnaire. La deuxième contribution introduit une étude d'un nouveau modèle basé sur le calcul fractionnaire incorporant des dérivées temporelles non entières dans la première loi de diffusion anormale de Fick, les données expérimentales ont été collectées à partir de la littérature .Les résultats sont comparés entre l'ensemble de soixante-quatre modèles de séchage en couche mince publiés dans la littérature et un modèle semi-empirique développé dans cette contribution. La capacité d'ajustement des modèles est comparée en utilisant les paramètres statiques MRMSE (%) et R^2. Les constantes et les coefficients des modèles ont été optimisés par l'algorithme Dragonfly. Les résultats montrent que le modèle fractionnaire est très capable de décrire la courbe de séchage des tranches de pomme avec R^2 de 0,99981 et MRMSE de 0,43% par rapport aux meilleurs modèles empiriques R^2 de 0,99968 et MRMSE de 0,61%.

Mots clés : Séchage solaire ; Calcul fractionnaire ; Modélisation semi-empirique ; Produits agro-alimentaires ; Modélisation ; Humidité ; Cinétique de séchage.

Abstract: Contribution to fractional modelling of solar drying

The main objective of this work is to study the fractional calculus in solar drying; these studies can help us to improve the calculation of the drying models. Our first contribution based on a comparative study has been conducted between analytical and fractional solution of the Fick's first and second-order of diffusion to model the solar drying process of different products and dryers under different operational parameters. Laplace and Laplace's inverse transform have been used to obtain the solution in function with two parameters: the order index n and the fractional time index α of the Fick's law and theirs parameters have been non-linearly optimised using a grey wolf optimisation (GWO) algorithm. The results showed that the anomalous diffusion phenomenon during the drying process is best described by the fractional-order model. Values obtained using the model MR12 were in better agreement with the experimental data than the values obtained using the other selected models with very acceptable statistical parameters. The second contribution introduces a study of a novel model based on fractional calculus incorporating non-integer time derivatives in the Fick's first law of anomalous diffusion, the experimental data has been collected from literature of fifteen kinetic investigated in a convective dryer under the effect of temperature ranging from 40 to 80 °C at 10°C interval and the thickens of the slices of 2 to 6 mm at 2 mm interval. Results from this study is compared with set of sixty-four thin-layer drying models previously published in literature and one semi-empirical model developed in this work. The fitting capability of the models is compared using the mean of root mean square error MRMSE (%) of all kinetics and the global determination coefficient R^2. All model constants and coefficients were optimized by Dragonfly algorithm. Results show that the fractional model is highly capable to describe the drying curve of apple slices with a determination coefficient (R^2) of 0,99981and MRMSE of 0.43% in comparison to the best empirical models with $R^2$of 0.99968 and MRMSE of 0.61%.

Key words: Solar drying; Fractional calculus; Semi-empirical modeling; Argo food products; Modelling; Moisture; Drying kinetics.

ملخص: المساهمة في النمذجة الكسرية للتجفيف الشمسي

الهدف الرئيسي من هذا العمل هو دراسة الحسابات الكسرية في التجفيف الشمسي، ويمكن أن تساعدنا هذه الدراسات في تحسين حساب نماذج التجفيف .تم إجراء مساهمتنا الأولى بناء على دراسة مقارنة بين الحل التحليلي والكسر لقانون النشر Fick الأول والثاني لنمذجة عملية التجفيف الشمسي لمنتجات ومجففات مختلفة وفقًا لمعايير تشغيلية مختلفة. استخدمنا تحويل لابلاس وتحويل لابلاس العكسي للحصول على الحل كدالة بعاملين: رمز الترتيب n ومؤشر الزمن الكسري α لقانون Fick أعلاه ومعاملاتها تم تحسينها بطريقة غير خطية باستخدام خوارزمية تحسين الذئب الرمادي (GWO). أظهرت النتائج أن ظاهرة الانتشار غير طبيعية أثناء عملية التجفيف وأفضل وصف في النموذج الكسري. كانت القيم التي تم الحصول عليها مع MR12 متوافقة بشكل أفضل مع البيانات التجريبية من القيم التي تم الحصول عليها باستخدام النماذج الأخرى المختارة بمعلمات إحصائية مقبولة للغاية.

يقدم هذا الإسهام الثاني دراسة لنموذج جديد يعتمد على الحساب الكسري الذي يتضمن المشتقات الزمنية غير الصحيحة في قانون Fick الأول للانتشار غير الطبيعي، تم جمع البيانات التجريبية من مؤلفات خمسة عشر حركية تمت دراستها في مجفف الحمل تحت تأثير نطاق درجة الحرارة من 40 إلى 80 درجة مئوية عند فاصل 10 درجات مئوية وتكثيف شرائح 2 عند 6 مم بفاصل 2 مم.

تمت مقارنة نتائج هذه الدراسة بمجموعة من أربعة وستين نموذجًا لتجفيف الأغشية الرقيقة تم نشرها مسبقًا في الأدبيات ونموذج شبه تجريبي تم تطويره في هذا العمل. تتم مقارنة ملاءمة النماذج باستخدام متوسط جذر متوسط الخطأ التربيعي MRMSE لجميع الخواص الحركية والمعامل الكلي للتحديد R^2. تم تحسين جميع نماذج الثوابت والمعاملات بواسطة خوارزمية اليعسوب المبرمج في برنامج Matlab, أظهرت النتائج أن النموذج الكسري قادر جدًا على وصف منحنى التجفيف لشرائح التفاح بمعامل التحديد R^2 يبلغ 0.99981 و R^2 بنسبة 0.43 % مقارنة بأفضل النماذج التجريبية مع R^2 بقيمة 0.99968 و MRMSE بنسبة 0.61٪.

الكلمات المفتاحية: التجفيف الشمسي; الحساب الكسري; النمذجة شبه التجريبية; منتجات الأغذية الزراعية; تصميم ; الرطوبة ; حركية التجفيف.

Symbole	***Signification***	***Unité***
A	Surface de séchage	m^2
a	Constante	-
Ar	Nombre d'Archimède.	-
a_w	Activité de l'eau	-
b	Constante	-
bj	Biais	-
C	Facteur de compressibilité	-
C_1, C_2 et C_3	Constantes empiriques	-
C_e	Concentration en vapeur d'eau dans le gaz	mol/m^3
C_h	Chaleur massique de l'air	J/kg°C
C_p	Chaleur massique du gaz	J/kg°K
D_e	Coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air	m^2/s
D_{eff}	Coefficient de diffusion effectif	m^2/s
d_p	Taille des particules	µm
Gr	Nombre de Gukhman.	-
H	Enthalpie de l'air humide	J/kg
Le	Nombre de Lewis.	-
M_R	Teneur en eau réduite.	-
m	Masse	kg ou g
Nu	Nombre de Nusselt.	-
P	Pression du gaz	Bar
Pr	Nombre de Prandtl.	-
R	Coefficient de régression (-).	-
r	Rayon	Cm
Re	Nombre de Reynolds.	-
Sc	Nombre de Schmidt.	-
Sh	Nombre de Sherwood.	-
T	Température du bulbe humide	°C
t	Temps	s ou min
T_{air}	Température de l'air	°C
T_{calo}	Température du caloporteur	°C
U_{air}	Vitesse de l'air	m/s
U_{mf}	Vitesse minimale de fluidisation	m/s
W_{ij}	Poids synaptique	-
X	Teneur en eau	$kg_{eau}/kg_{matière\ sèche}$
X_0	Teneur en eau initiale	$kg_{eau}/kg_{matière\ sèche}$

Remerciements	i
Dédicaces	ii
Résumé	iii
Nomenclatures	vi
Table des matières	vii
Liste des tableaux	xii
Liste des figures	xiii
Introduction générale	1
Chapitre I : Généralités sur le séchage	
I . Introduction	3
I.1 Séchage	3
I.1.1 Définition	3
I.1.2 Domaine d'applications	4
I.1.3 Objectif de séchage d'un produit	4
I.1.4 Principe et processus de Séchage	5
I.1.4.1 Principe de séchage	5
I.1.4.2 Voie mécanique	5
I.1.4.3 Voie chimique	5
I.1.4.4 Voie thermique	5
I.1.5 Mécanismes intervenant au cours du séchage	5
I.1.5.1 Séchage par ébullition	6
I.1.5.2 Séchage par entrainement	6
I.1.5.3 Phénomènes limitant	7
I.1.6 Les caractéristiques de l'eau et de solide humide	7
I.1.6.1 L'eau dans un matériau	8
I.1.6.2 Description du solide humide	8
I.1.6.3 Activité en eau d'un produit	9
I.1.7 La cinétique de séchage	10
I.1.7.1 Teneur en eau du produit à sécher (MR)	11
I.1.7.2 Vitesse de séchage (Vs)	12
I.1.7.3 Durée de séchage	13
I.1.8 Paramètres influents sur la cinétique de séchage	14
I.1.8.1 Influence de la vitesse de l'air de séchage (Vs)	14
I.1.8.2 Influence de l'humidité de l'air de séchage (Hr)	14
I.1.8.2.1 Humidité	15
I.1.8.2.2 Taux d'humidité	15
I.1.8.2.3 Taux d'humidité à l'équilibre	15
I.1.8.2.4 États de siccité	15
I.1.8.2.5 Humidité absolue	15
I.1.8.2.6 Humidité relative	15
I.1.8.2.7 Degré de saturation	15

I.1.8.2.8 Hygroscopicité - teneur en humidité hygroscopique	16
I.1.8.3 Influence de la température de l'air de séchage (Ts)	17
I.1.8.3.1 Température caractéristique de l'air humide	17
I.1.8.3.2 Température du bulbe sec TS	17
I.1.8.3.3 Température humide Th	17
I.1.8.3.4 Température de rosée Tr	17
I.1.8.3.5 Température de saturation adiabatique (TGs)	18
I.1.8.3.6 Isothermes de sorption	18
I.1.8.4 Influence de taux de recyclage de l'air de séchage	19
I.1.8.5 Calibre du produit à sécher	19
I.1.8.6 Influence de l'épaisseur du produit à sécher (Ep)	19
I.1.9 Modes de séchage	19
I.1.9.1 Transferts de chaleur	19
I.1.9.1.1 Séchage direct ou par convection	20
I.1.9.1.2 Séchage par contact indirect ou par conduction	22
I.1.9.1.3 Séchage par rayonnement	23
I.1.9.1.4 Séchage par pertes diélectriques	24
I.1.9.1.5 Séchage par lyophilisation	24
I.1.9.1.6 Séchage par atomisation ou pulvérisation	25
I.1.9.2 Séchage et qualité	25
I.1.9.2.1 Types de modification de la qualité	25
I.1.9.2.1.1 Modifications biochimiques dues à la température	25
I.1.9.2.1.2 Pertes d'arômes	25
I.1.9.2.1.3 Modifications physiques et mécaniques	26
I.1.9.2.2 Problème du stockage	26
I.1.9.3 Transferts de matière	26
I.1.9.3.1 Transferts d'eau des produits à sécher	27
I.1.9.4 Choix du procédé de séchage et types des séchoirs	27
I.2 Généralités sur la modélisation du séchage	28
I.2.1 Le rôle et l'importance de modèles de séchage	28
I.2.2 Théories descriptives du phénomène de séchage	28
I.2.2.1 Théorie capillaire	28
I.2.2.2 Théorie Whitaker (1977)	28
I.2.2.3 Théorie de Luikov (1934)	29
I.2.2.4 Théorie de Krischer-Berger et Pei (1938)	29
I.2.2.5 Théorie de Philip et De Vries (1957)	29
I.2.2.6 Théorie de Crank (1975)	29
I.3 Types de séchage	29
I.3.1 Séchage naturel	29
I.3.2 Séchage forcé	30
I.3.2.1 Sécheur à tambour	30

I.3.2.2 Sécheur à compartiments	30
I.3.2.3 Sécheurs à cylindres	31
I.3.2.4 Sécheur hélicoïdal	31
I.3.2.5 Sécheur rotatif sous vide partiel	32
I.3.2.6 Sécheur à air chaud	32
I.3.2.7 Sécheur à bande	33
I.3.3 Séchage solaire	33
I.3.3.1 Classification des systèmes de séchage solaire	34
I.3.3.2 Séchoirs solaires directs (séchoirs-serre)	34
I.3.3.3 Séchoirs solaires indirects	36
I.3.3.4 Séchoirs solaire-Tunnel (séchoirs hybride)	36
I.3.3.5 Séchage solaire des plantes aromatiques et médicinales	37
I.4 Conclusion.	38
Chapitre II : Revue critique de la littérature	
II.1 Introduction	40
II.2 Modèles de régression non linéaire	40
II.2.1 Modèles de régression	40
II.2.1.1 Modèle de régression linéaire	41
II.2.1.2 Modèle de régression polynomiale	41
II.2.1.3 Modèle de régression fractionnaire	41
II.2.1.4 Modèle de régression log-linéaire	42
II.2.1.5 Modèle de régression logistique	43
II.2.2 Modèle non linéaire	43
II.2.3 Formulation non linéaire	43
II.2.4 Résolution du modèle de régression non linéaire	44
II.2.5 Paramètres d'estimation	44
II.2.5.1 Estimation du maximum de vraisemblance (MLE)	44
II.2.6 Moindres carrés non linéaires (non-OLS)	46
II.2.7 Tests d'hypothèse	46
II.2.8 Evaluation de la performance du modèle	47
II.2.9 Techniques d'échantillonnage	48
II.3 Revue de la littérature sur les méthodes de modélisation	49
II.3.1 Modélisation Ordinaire	49
II.3.2 Modélisation fractionnaire	56
II.4 Conclusion	61
Chapitre III : Technique de modélisation fractionnaire	
III.1 Introduction	62
III.2 Aperçu historique	62
III.3 Fonction spéciales de calcule fractionnaire	66
III.3.1 Fonction Gamma	66
III.3.2 Fonction Bêta	67

III.3.3 Fonction Mittag-Leffler	68
III.3.4 Fonction d'erreur	69
III.4 Transformation de Laplace	69
III.4.1 Propriétés de la transformation de Laplace	70
III.4.2 Transformation de Laplace de l'intégrale fractionnelle	70
III.4.3 Transformée de la dérivée fractionnaire	71
III.5 Dérivées fractionnaire	71
III.5.1 Dérivées fractionnaires de Caputo	71
III.5.2 Dérivée fractionnaire au sens de Riemann-Liouville	72
III.5.3 Conclusion	72
Chapitre IV : Contribution à la modélisation fractionnaire du séchage solaire	
IV.I. Contribution 1 : Modélisation du séchage solaire de quelques produits agro-alimentaires par le calcul fractionnaire couplé avec la méthode d'optimisation de Loups Gris (GWO).	73
IV.I.1. Introduction	74
IV.I.2. Matériels et méthodes	75
IV.I.2.1. Procédure expérimentale	75
IV.I.2.2. Première et la deuxième loi de Fick	75
IV.I.2.3. Deuxième loi de Fick	78
IV.I.2.4. Optimisation par l'algorithme du loup gris (GWO)	80
IV.I.2.4.1 Principe de la méthode	80
IV.I.2.4.2 Opérateurs	81
IV.I.2.4.3 Etapes générales de l'algorithme GWO	84
IV.I.2.4.4 Etapes pour écrire l'algorithme GWO (organigramme)	84
IV.I.2.5. Diffusivité efficace de l'humidité et calcul de l'énergie d'activation	85
IV.I.3. Conclusion	89
IV.II. Contribution 2 : Calcul fractionnaire et modèles semi-empiriques basé sur l'algorithme de libellule appliqué à l'estimation des paramètres de la cinétique de séchage solaire des tranches	90
IV.II.1. Introduction	91
IV.II.2. Cinétique de séchage des couches minces d'un produit agroalimentaire	92
IV.II.3. Modélisation du phénomène de séchage solaire	92
IV.II.3.1 Algorithme de Libellule (DA)	96
IV.II.4. Résultats et discussion	96
IV.II.4.1. Résultats de modélisation semi-empirique	96
IV.II.4.2. Tableau comparatif de l'erreur relative absolue moyenne	98
IV.II.4.3. Comparaison de la performance des deux modèles sélectionnés	99
IV.II.5. Résultats de modélisation fractionnaire	111
IV.II.6. Conclusion	114
Conclusion générale	115
Références bibliographique	117

N° Tableau	Description	Page
	Chapitre I : Séchage solaire	
I.1	Mécanisme d'absorption de l'eau dans les pores	16
I.2	Avantages et inconvénients pour séchoirs solaires de type direct	37
I.3	Avantages et inconvénients pour séchoirs solaires de type indirect	38
I.4	Avantages et inconvénients pour séchoirs solaires de type hybride	39
	Chapitre III : Techniques de modélisation fractionnaire	
III.1	Les transformées de Laplace	72
	Chapitre IV : Contribution à la modélisation fractionnaire du séchage solaire	
IV.1	Base de données collectée et conditions de séchage solaire pour chaque expérience avec références	76
IV.2	Solution ordinaire et fractionnaire de la première loi de Fick	79
IV.3	Solution ordinaire et fractionnaire de la deuxième loi de Fick	80
IV.4	Paramètres du modèle ordinaire et fractionnaire	88
IV.5	Diffusivités efficaces de l'humidité de la cinétique de séchage des tomates et valeurs de l'énergie d'activation	89
IV.6	Modèles mathématiques de la littérature, proposés et fractionnaire de séchage Résultats de calcul des moyennes des paramètres statiques	94-96
IV.7	Tableau comparative des 16 modèles considérés.	98-99
IV.8	Erreurs et vecteurs de régression linéaire obtenues pour les deux modèles.	99
IV.9	Paramètres statistiques optimisé par modèle fractionnaire Comparaison entre les trois modèles	100
IV.10	Paramètres statistiques optimisé par modèle fractionnaire	113
IV.11	Comparaison entre les trois modèles	113

N° Figure	Description	N° Page
	Chapitre I : Séchage solaire	
I.1	Procédés de traitement des solides	4
I.2	Transfert entre l'air et la surface du produit	7
I.3	L'état de l'eau dans le matériau	8
I.4	Représentation schématique d'un solide humide	8
I.5	L'activité de l'eau dans un produit	9
I.6	L'équilibre d'un produit dans l'air	9
I.7	Teneur en humidité du produit (MR) en fonction du temps	11
I.8	Vitesse de séchage en fonction du temps	13
I.9	Allure générale des isothermes d'adsorption	18
I.10	Combinaison des modes de transfert de chaleur	20
I.11	Séchage par convection	22
I.12	Séchage par contact (conduction)	22
I.13	Séchage par rayonnement	24
I.14	Sécheur à Tambour	31
I.15	Sécheur à compartiments	31
I.16	Sécheur à cylindrique	32
I.17	Sécheur hélicoïdal	32
I.18	Sécheur rotatif sous vide	33
I.19	Sécheur à air chaud	33
I.20	Sécheur à bande	34
I.21	Les principaux types de séchoirs à énergie solaire	35
I.22	Séchoir solaire direct portatif	36
I.23	Séchoir solaire serre réalisé au CDER	36
I.24	Séchoir solaire indirect	37
I.25	Le séchoir tunnel	38
I.26	Séchoir solaire indirect destiné au séchage des PAM, réalisé au CDER	39
	Chapitre II : Revue critique de la littérature	
II.1	Nombre de publications traitant le calcule fractionnaire	61
	Chapitre IV : Contribution à la modélisation fractionnaire du séchage solaire	
IV.1	Mécanisme de positionnement de l'agent de recherche et de l'effet de ce qui le présent.	84
IV.2	Organigramme de la méthode GWO	85
IV.3	Performance de 14 modèles pour la modélisation de 05 cinétiques	86
IV.4	Performance de la modélisation de 14 modèles en termes de paramètres statistiques	87
IV.5	Classement des 16 modèles considérés de séchage solaire de couche mince de la pomme.	100

IV.6	Performance de chaque modèle MR57 et MR64 pour prédire les cinétiques de séchage (A, B, C, D, E et F)	101-103
IV.7	Comparaison entre les deux modèles pour prédire les cinétiques de séchage en fonction de l'épaisseur (A, B et C)	104-105
IV.8	Comparaison entre les deux modèles pour prédire les cinétiques de séchage en fonction de la température (A, B, C, D et E)	105-107
IV.9	Régression linéaire du taux d'humidité calculé par le modèle MR64 et MR57 et celui expérimental des 15 cinétiques de séchage (A, B)	108
IV.10	Régression linéaire du taux d'humidité calculé par le modèle MR64 et celui expérimental des 15 cinétiques de séchage solaire d'une couche mince de pomme en fonction de l'épaisseur (A, B, C).	109-110
IV.11	Régression linéaire du taux d'humidité calculé par le modèle MR57 et celui expérimental des 15 cinétiques de séchage solaire d'une couche mince de pomme en fonction de l'épaisseur (A, B et C).	111
IV.12	Comparaison en termes de MRMSE (%) et R^2 entre le modèle fractionnaire et les deux modèles semi-empiriques MR57 et MR64 en modélisant les 15 cinétiques de séchage solaire en couche mince de la pomme.	114

Introduction Générale

Les ressources pétrolières et gazières sont appelées à s'épuiser, même si, actuellement, elles représentent une véritable aubaine pour notre pays. Mais à long terme, l'Algérie devra faire appel à des sources d'énergie renouvelable ; d'autant plus qu'elle possède le gisement solaire le plus important de tout le bassin méditerrané avec 169440 TWh/an, soit 5000 fois la consommation algérienne en électricité et 60 fois la consommation de l'Europe. La moyenne de l'éclairement solaire est de : 1700 kWh /m^2/an pour les régions côtières, 1900 kWh /m^2 /an pour les hauts plateaux et 2650 kWh /m^2/an pour le Sahara, [1]. Les applications techniques de l'énergie solaire sont vastes, certaines peuvent être rudimentaires et d'autres très sophistiquées, puisque cela va de l'amélioration du séchage traditionnel des aliments à la production de plusieurs mégawatts électriques par le biais des concentrateurs solaires (projet hybride gaz-solaire de 130MW électrique Hassi-Rmel) ou bien par les aérogénérateurs (projet hybride diesel-éolien de 10 MW électrique d'Adrar) ou par des générateurs photovoltaïques, [2]. Dans le sud algérien, l'humidité relative de l'air est inférieure à 30% durant la plus grande partie de l'année, où la durée de l'ensoleillement est de 3600 heures/an et où le rayonnement solaire global annuel est en moyenne de 650W/m^2, [3]. L'exploitation de l'énergie solaire semble être l'un des meilleurs moyens pour relever le défi de l'énergie. Compte tenu de son abondance, sa source gratuite, sa distribution plus uniforme dans le monde et notamment sa préservation de l'environnement. Parmi les applications de cette énergie, c'est le séchage solaire. Le séchage est l'une des techniques les plus anciennes permettant de conserver des aliments tels que les céréales, les fruits, les légumes et les fruits de mer. Il prolonge la durée de vie du produit en réduisant sa teneur en humidité pour arrêter l'activité bactérienne, élimine les micro-organismes responsables de la détérioration ou de la fermentation et réduit le poids du produit pour faciliter son transport et son stockage. Le séchage est l'opération qui consiste à éliminer d'un corps la totalité ou une partie d'un solvant y étant contenu, ce solvant étant bien généralement de l'eau.

Les fruits sont traditionnellement séchés en les exposants directement au soleil. Ce mode de séchage présente des inconvénients du fait que le produit obtenu est de qualité médiocre, et généralement contaminé par des poussières et insectes et parfois endommagé par des intempéries. Pour éviter ces inconvénients, il est souhaitable et bien avantageux d'utiliser des systèmes de séchoirs solaires pour sauvegarder la qualité organoleptique du produit tout en profitant de cette source énergétique gratuite, [4].

Il existe plusieurs types de séchage selon la nature du produit à sécher. Le séchage à basse température comme le séchage solaire se présente comme une solution adéquate, économe en énergie et respectueuse de l'environnement. Elle ne détériore pas le produit et elle conserve les arômes et les huiles essentielles.

Notre travail comprenant une introduction générale, quatre chapitres et une conclusion générale. Le premier est une étude bibliographique détaillée sur les recherches effectuées dans le domaine du séchage, en particulier le séchage solaire. Nous y donnons quelques généralités sur le séchage, mettant en évidence les différentes phases qui se succèdent au cours de la déshydratation des produits. Le second chapitre est consacré à la présentation de la revue critique de la littérature sur la modélisation de séchage. Nous présentons dans le troisième chapitre des définitions élémentaires et notions de base relative au calcul fractionnaire telles que : la dérivation fractionnaire, l'intégration fractionnaire, définitions relatives aux opérateurs d'ordre fractionnaire, l'exponentielle de Mittag-Leffler et d'autre notions dont on aura besoin dans la suite de notre travail. Le dernier chapitre comporte deux contributions, la première c'est pour la présentation d'une étude comparative entre la solution analytique et fractionnaire de la première et la deuxième loi de diffusion de Fick pour modéliser le processus de séchage solaire de différents produits et séchoirs sous différents paramètres opératoires. La deuxième contribution introduit une étude d'un nouveau modèle basé sur le calcul fractionnaire. Les résultats de cette étude seront comparés à un ensemble de soixante-quatre modèles de séchage en couche mince précédemment publiés dans la littérature et à un modèle semi-empirique développé dans ce travail. Tous les modèles ont été optimisés par l'algorithme Dragonfly de logiciel Matlab.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale qui rassemble les principaux résultats obtenus, dégage les points forts de notre étude du séchage fractionnaire et énonce des perspectives de recherche.

Chapitre I
Généralités sur le séchage

I . Introduction

Le séchage a été pratiqué partout dans le monde pendant des siècles en plein air. Il a été le premier système de conservation utilisé ainsi employé pour sécher des grains, fruits, viandes, poissons et d'autres produits alimentaires destinés à la consommation, [5].

C'est l'une des plus anciennes méthodes de conservation des aliments connues par l'homme, car il a un grand effet sur la qualité des produits secs. Dans les pays en voie de développement, les marchés locaux des fruits et légumes sont souvent saturés en période de pleine production. Cette situation engendre des pertes importantes pour les producteurs ; cependant, leur conservation par procédé de séchage permet de la continuité dans leur disponibilité, [6].

Dans ce chapitre, vous trouverez des généralités sur une diversité de procédés concernant le traitement des solides, dont l'opération de séchage qui a une grande importance, relativement à toutes les opérations unitaires mises en jeu. Bien que le séchage soit généralement la dernière étape du processus industriel, il est souvent appliqué à un grand nombre de matériaux, [7].

L'opération unitaire de séchage est une opération de formulation plus que de fabrication, et elle intervient à titre d'accessoire au cours de nombreuses opérations (cuisson, torréfaction, congélation, etc.), [8] ; dont il existe une très grande diversité de séchoir, aussi grande que la diversité des produits à sécher. Ils peuvent être choisis selon le principe de séchage, le mode d'apport de la chaleur, le temps de séjour du produit, le mode de manipulation du produit (solide, liquide, pâteux), [9].

I.1 Séchage

I.1.1 Définition

Le séchage est une opération unitaire qui vient en aval des opérations unitaire de traitement d'un solide (Figure I.1). Cette opération a pour but d'éliminer par vaporisation l'eau qui imprègne un produit (liquide ou solide) afin de le transformer en produit solide sec dont l'humidité résiduelle est très faible, [10]. Il est aussi défini comme séparation thermique consistant à retirer tout ou une partie d'un liquide imprégnant (eau dans la plupart des cas) un corps dit "humide" par vaporisation de ce solvant. Le produit final est un solide, qualifié de "sec" même s'il contient une humidité résiduelle, [11].

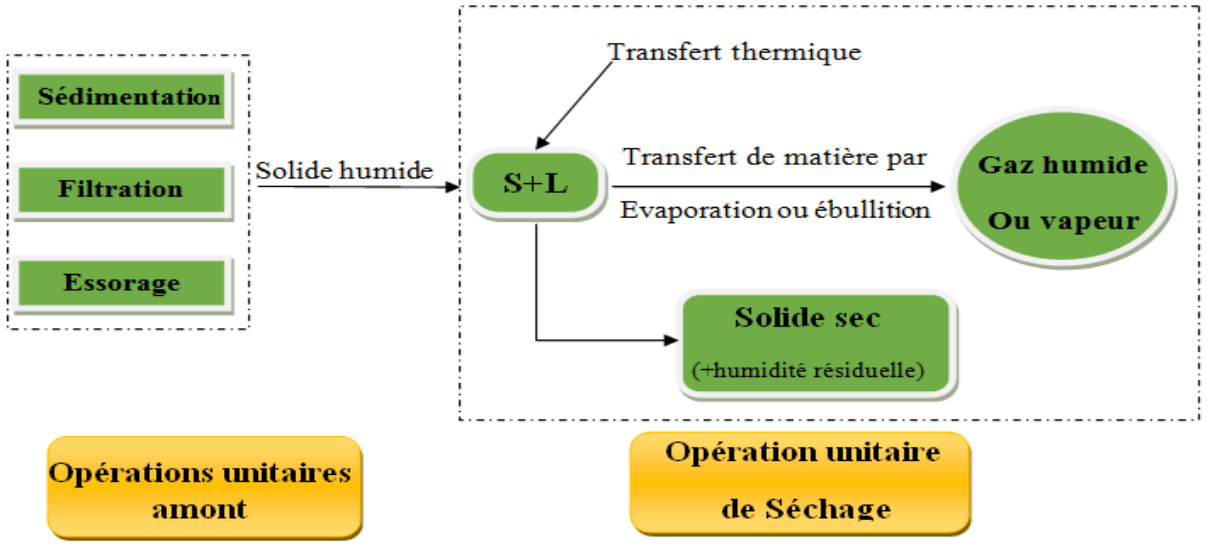


Figure I.1 : procédés de traitement des solides, [7, 11].

Le matériau à traiter est supposé fait de deux constituants :

- La matière sèche : c'est le produit sec (final) à conserver, soit parce qu'elle a de la valeur, soit pour le traiter séparément du liquide.
- La matière humide : c'est un gaz humide qui quitte le produit sous forme de vapeur, [7].

I.1.2 Domaine d'applications

- Industrie des produits agro-alimentaires (les céréales, fruits, etc.).
- Industrie papetière.
- Industrie des produits chimiques.
- Industrie des matières plastiques.
- Industrie du bois.
- Matériaux de construction par exemple (briques, carrelages, etc.).
- L'industrie céramique par exemple (assiettes, bols, plats, etc.).
- La biotechnologie et l'industrie pharmaceutique.

I.1.3 Objectif de séchage d'un produit

L'objectif principal de séchage ce que le produit final obtenu étant toujours un solide ; il est largement utilisé pour diverses raisons :

- Pour allonger la durée de vie du produit ; en effet, en même temps qu'on diminue l'humidité résiduelle du produit, on diminue l'eau libre disponible pour les réactions d'altération, c'est-à-dire l'activité de l'eau (a_w) qui diminue en dessous de l'activité minimale de développement des micro-organismes (c'est-à-dire $a_w < 0.6$, [12]) ; il faut néanmoins souvent descendre à des a_w beaucoup plus faibles afin d'inhiber les réactions d'altération d'origine chimique et enzymatique (oxydation des lipides, réactions de Maillard), [13].

- Pour des raisons d'incompatibilité chimiques ou physiques à l'utilisation ultérieure du produit (conflit du liquide résiduel).
- Pour diminuer la masse et le volume des aliments et réduire leur encombrement pour faciliter leur transport. Le coût du transport est plus élevé en présence d'eau, [14].
- Le produit humide se conserve mal (hydrolyse possible, modification de l'aspect physique par agglomération des grains), [15].
- Le séchage permet outre l'élimination d'eau, la création de modifications de la structure interne du solide comme par exemple l'apparition d'une structure poreuse, [16].
- De conserver le produit et amortir le caractère saisonnier de certaines activités agricoles ou industrielles, [17].
- Donner une présentation, une structure ou une fonctionnalité particulière au produit (flocons de purée de pomme de terre, café lyophilisé, etc.), [11].

I.1.4 Principe et processus de Séchage

I.1.4.1 Principe de séchage

Le séchage implique deux types de transferts ; le transfert d'énergie thermique, de l'environnement vers le liquide à évaporer, et le transfert de masse, de l'intérieur du solide vers sa surface et ensuite le passage en phase gazeuse. La vitesse du séchage est directement liée à ces deux modes de transfert, [18]. L'élimination de l'eau peut être effectuée par trois voies principales

I.1.4.2 Voie mécanique

Se réalise par un simple transfert de quantité de mouvement mais pas avec un transfert thermique exemple : Centrifugation, filtration, égouttage, essorage, pressage, [19].

I.1.4.3 Voie chimique

Méthodes extractives basées sur des interactions chimiques, physiques ou physico-chimiques, telle que la déshydratation imprégnée par immersion, [20].

I.1.4.4 Voie thermique

Cette voie basée sur un transfert de masse nécessitant au préalable, une activation de l'eau par une certaine quantité d'énergie apportée par un transfert de chaleur, [20].

I.1.5 Mécanismes intervenant au cours du séchage

Parmi les techniques d'élimination d'eau par voie thermique, deux mécanismes peuvent être mis en œuvre pour extraire l'eau d'un produit solide ; c'est par les procédés d'ébullition et les procédés par entraînement. Ces deux mécanismes peuvent se succéder au cours d'une opération de séchage ou coexister dans un produit à un moment donné, [21].

I.1.5.1 Séchage par ébullition

$$C = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}\sigma$$

L'idée la plus simple consiste à porter le produit à la température d'ébullition de l'eau, qui alors se vaporise. L'ébullition a lieu lorsque la température du matériau est à une valeur telle que la pression de vapeur d'eau en équilibre avec ce matériau P_v, est égale à la pression totale ambiante P_t

$$P_v = P_t \qquad (I.1)$$

P_v la pression de vapeur d'eau en équilibre avec ce matériau et P_t la pression totale ambiante.
Il découle de cette définition que, la température d'ébullition T_{eb} dépend à la fois de la pression totale et de l'activité de l'eau, elle est donnée comme suivante :

$$P_v = a_w P_e(T) = P_s(T) \qquad (I.2)$$

P_s (T) la pression de vapeur saturante de l'eau pure à la température T du matériau, P_e (T) la pression de l'eau à la température T du matériau, a_w l'activité de l'eau.

Le gaz en contact avec la surface du produit est de la vapeur d'eau pure, cette propriété permet de sécher des produits oxydables en l'absence d'oxygène de l'air ou d'éliminer un solvant volatil, combustible en présence d'air, par ébullition dans une enceinte fermée, [19].

I.1.5.2 Séchage par entrainement

Le séchage par entraînement est le moyen de séchage le plus universel, tous produits et secteurs alimentaires confondus (lait, œuf, charcuterie, céréales et produits végétaux, fruits, etc.). Ce type de séchage consiste à placer un produit humide dans un courant de gaz (air le plus souvent) suffisamment chaud et sec, dont il s'établit entre le corps et le gaz un écart de température et de pression partielle d'eau tel que le gaz apporte au produit une partie au moins de l'énergie nécessaire à l'élimination de l'eau.

- Sous l'effet de la température s'effectue un transfert de chaleur de l'air vers le produit.
- En sens inverse du fait de la pression partielle d'eau entre l'air et la surface du produit, un transfert d'eau s'effectue (Figure I.2), [7].

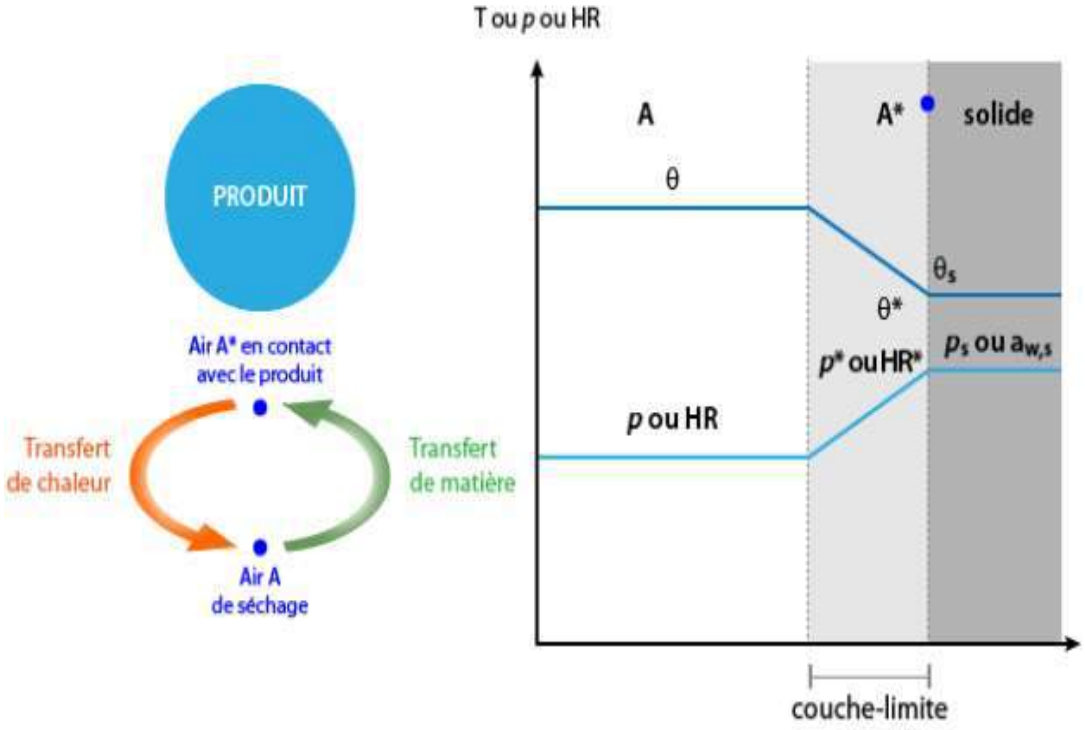


Figure I.2 : Transfert entre l'air et la surface du produit, [7]

Avec A l'air de séchage, A* l'air en contact avec le produit, P la pression de l'air, P* la pression de vapeur d'eau à la surface du produit, P_s la pression de vapeur d'eau pure, HR l'humidité relative de l'air de séchage, HR* l'humidité relative de l'air en contact avec le produit, θ l'état du produit avant le séchage, θ^* la phase de séchage du produit et θ_s l'état solide du produit.

I.1.5.3 Phénomènes limitants

La vitesse à laquelle s'effectue le séchage est liée à l'allure des transferts internes et externes de matière et de chaleur. Ces transferts correspondent à des mécanismes que l'on peut considérer comme disposés en parallèle ou en série. Dans ce dernier cas, c'est le mécanisme le plus lent qui constitue l'étape limitant, et qui détermine la vitesse du procédé.

I.1.6 Les caractéristiques de l'eau et de solide humide

I.1.6.1 L'eau dans un matériau

L'eau dans un matériau existe sous trois états comme le représente la figure I.3.

- L'eau libre elle se trouve-dans les espaces libres existent à l'intérieur de la structure elle est piégée sous forme liquide par des forces d'origine capillaire et la quantité maximale d'eau libre est directement liée à la porosité du milieu. (La plus grande partie de l'eau contenue dans un matériau se présente sous l'état libre) (zone I Figure I.3).
- L'eau liée elle est adsorbée sur la surface interne et dans les parois des structures grâce aux propriétés hydrophiles de leurs constituants.
- La vapeur d'eau elle occupe en mélange avec de l'air sec les espaces vides non saturés par l'eau liquide, [22].

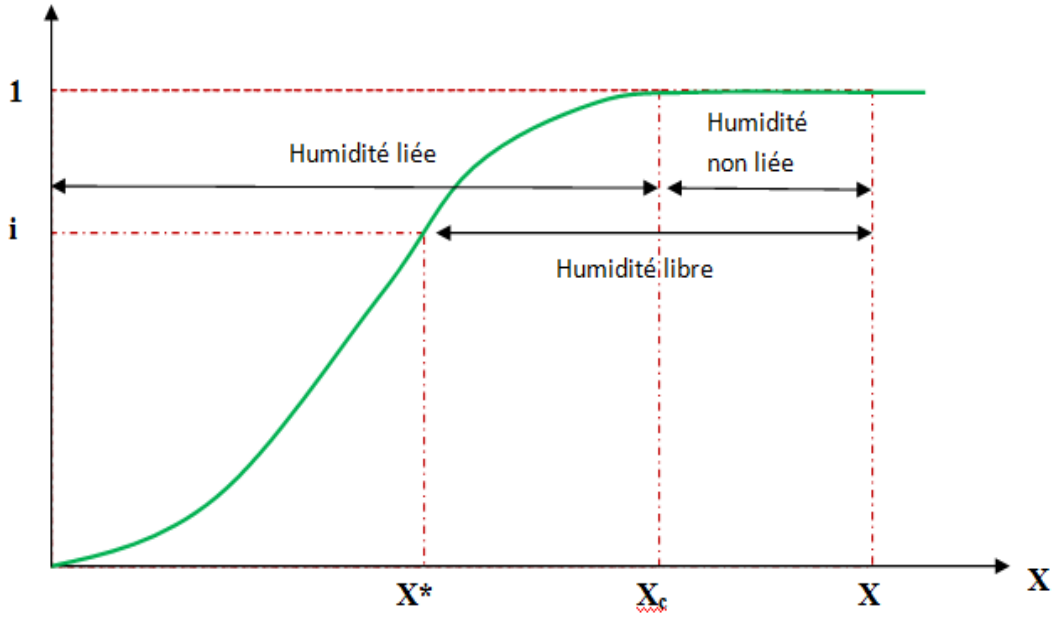


Figure I.3 : L'état de l'eau dans le matériau, [22]

Si un solide d'humidité X > X* est soumis à un courant gazeux constant d'humidité relative i, il perd de l'eau jusqu'à ce que son humidité devienne égale à X* (humidité du solide correspondant à l'équilibre avec l'air). Même en prolongeant le passage du courant gazeux on ne peut sécher plus et descendre en dessous de X*. L'intervalle X - X* correspond à l'humidité libre c'est à dire à l'humidité susceptible d'être enlevée au solide placé dans de l'air d'humidité relative i. On distingue l'humidité liée ($X < X_c$) et l'humidité non liée ($X > X_c$) : l'humidité liée correspond au domaine hygroscopique du solide.

I.1.6.2 Description du solide humide

Un solide humide avant le séchage et schématisé comme le représente la Figure I.4. Dont ce dernier a un film d'eau adhérant à sa surface externe par des forces superficielles.

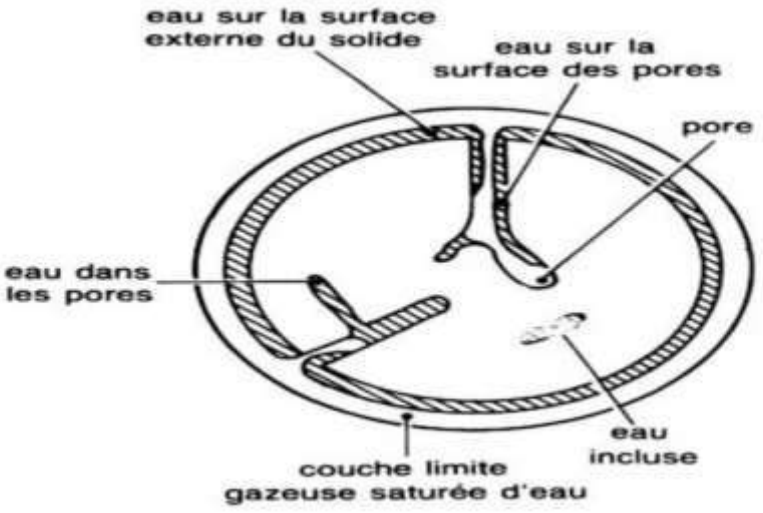


Figure I.4 :Représentation schématique d'un solide humide, [23].

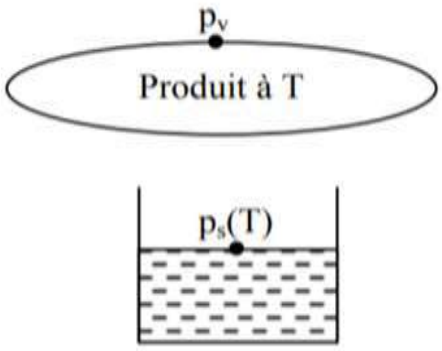
- Une couche limite à la périphérie du solide est constituée par de l'air saturé en eau, c'est à dire de l'air contenant de la vapeur d'eau à une pression partielle égale à la tension de vapeur d'une eau qui serait seule présente dans une enceinte, à la même température.

- C'est la valeur maximale que peut prendre la tension de vapeur de l'eau à cette température. L'eau peut aussi se retrouver localisée à la surface ou au fond des pores.
- Les forces qui la retiennent sont alors beaucoup plus fortes et entraînent à des phénomènes complexes de capillarité. Plus les pores sont de petite taille, plus ses forces sont intenses, [24]. L'humidité contenue dans les pores doit monter à la surface par : Capillarité, diffusion, vaporisation.
- Renouvellement de l'humidité en surface est souvent l'étape limitante du transfert.

I.1.6.3 Activité en eau d'un produit

L'eau contenue dans le matériau n'est ni "pure" au sens qu'elle contient souvent des solutés, ni "libre" au sens qu'elle est plus au moins liée à la matière sèche (forces capillaires, liaisons hydrogènes, forces de Van Der Waals, liaisons polaires, solvatations des ions, etc.).

Tous ces phénomènes créent une liaison entre l'eau et la matière sèche dite aussi "sorption". Cette liaison peut être évaluée par l'activité de l'eau, notée a_e ou a_w. L'activité de l'eau dans un produit est le rapport entre la pression de vapeur d'eau P_v à la surface du produit et la pression de vapeur d'eau pure $P_s(T)$ à la température T du produit, [12].



$$a_w = \frac{p_v}{p_s(T)} \qquad \text{(I.3)}$$

Figure I.5 : l'activité de l'eau dans un produit, [12].

Avec a_w l'activité de l'eau, P_v la pression de vapeur d'eau à la surface du produit et $P_s(T)$ la pression de vapeur d'eau pure à la température (T).

Considérons maintenant un produit et un air en équilibre l'un avec l'autre, P_V, T, P_{va} et T_a étant respectivement les pressions de vapeur d'eau et les températures du produit et de l'air :

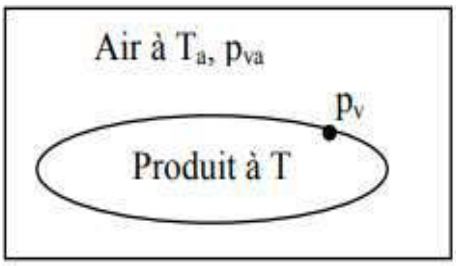


Figure I.6 : L'équilibre d'un produit dans l'air, [12].

L'équilibre impose $T=T_a$ (pas de transfert de chaleur) et $p_v=p_{va}$ (pas de transfert de masse). Or l'humidité relative HR_a de l'air s'écrit

$$HR_a = \frac{p_{va}}{p_s(T_a)} \quad (I.4)$$

D'où l'on déduit

$$Hr_a = a_w \quad (I.5)$$

L'activité de l'eau dans un produit est donc aussi l'humidité relative d'un air en équilibre avec le produit. L'intérêt de cette grandeur est qu'elle varie faiblement avec la température alors que la pression de vapeur d'eau p_v varie fortement. Par ailleurs, pour qu'un produit alimentaire puisse se conserver, son activité doit en général être abaissée en dessous de 0.6 , seuil en dessous duquel les moisissures ne peuvent plus se développer, [12].

- **Lorsque $a_w = 1$**
    - L'énergie de liaison de l'eau avec le solide est faible.
    - L'eau peut migrer librement sous forme liquide.
    - L'eau dans le produit est dite "eau libre".
    - C'est cette eau qui est éliminée en premier pendant le séchage.
- **Lorsque $a_w < 1$**
    - L'eau est dite liée.
    - L'énergie de liaison est élevée comparée à celle de l'eau libre.
    - Demande une énergie plus élevée pour passer à l'état vapeur.

Au cours du séchage l'eau libre part en premier, puis l'eau est de plus en plus liée, Il ne reste à la fin qu'une eau résiduelle très liée, [19, 25].

I.1.7 La cinétique de séchage

Les cinétiques présentent généralement une allure qui peut être décomposée en trois périodes quelle que soit la diversité des matériaux séchés (Figure I.7) dont la nature du solide et sa structure interne (pores, interstices) n'interviennent pas, [26].

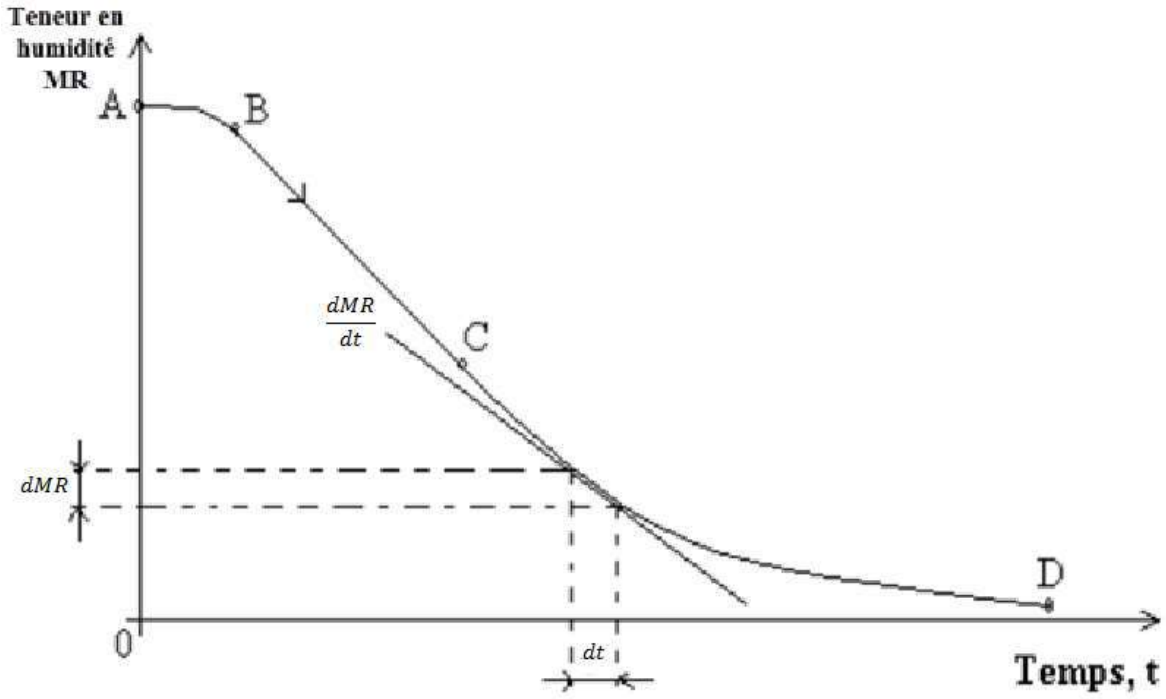


Figure I.7: Teneur en humidité du produit (MR) en fonction du temps, [27].

- La période de mise en température (AB) ;
- La période à vitesse de séchage constante (à allure constante) (BC) ;
- La période à vitesse de séchage décroissante (de ralentissement) (CD) ;
- C : est le point critique du séchage.

Pour la majorité des produits alimentaires s'est notée la présence unique de la phase à allure décroissante dont la vitesse de séchage met à décroître. Le point critique du séchage représente la pente après à la transition entre les deux périodes BC et CD, correspondant à la teneur en humidité (MR=dM/dt), appelée teneur en humidité critique.

I.1.7.1 La Teneur en eau du produit à sécher (MR)

La teneur en humidité MR est définie comme le rapport entre la masse d'humidité M_e et la masse de solide sec M_s à laquelle elle est associée, [28].

$$M_e = M_h - M_s \qquad (I.6)$$

Avec M_e la masse de solide sec, M_h la masse humide (la masse avant l'élimination de l'eau) et M_s la masse sèche (la masse après l'élimination de l'eau).

La teneur en humidité MR est donnée comme suite :

$$MR_s = \frac{M_e}{M_s} \qquad (I.7)$$

$$MR_h = \frac{M_e}{M_h} \qquad (I.8)$$

Avec MR_s la teneur en humidité à base sèche (humidité absolue), $MR_{h:}$ la teneur en humidité à base humide (humidité relative), [29].

Les deux grandeurs sont liées par les relations :

$$X_s = \frac{X_h}{1 - X_h} \tag{I.9}$$

$$X_h = \frac{X_s}{1 - X_s} \tag{I.10}$$

I.1.7.2 La vitesse de séchage (Vs)

Le processus de séchage comporte deux étapes fondamentales. L'échange thermique gouverné par la transmission de la chaleur pour l'évaporation du liquide et le transfert de masse ou le transfert de liquide dans le solide et sous forme vapeur à partir de la surface du solide. La vitesse de séchage spécifique est définie comme le rapport entre la quantité d'humidité enlevée du produit à sécher par unité de temps et de surface de séchage

$$Vs = \frac{-dM_v}{S_s.dt} = \frac{M_s.dx}{S_s.dt} \tag{I.11}$$

$$M_v = M_s.dX \tag{I.12}$$

$$dX = X_e - X_s \tag{I.13}$$

Avec M_v la masse d'eau évaporée, M_s la masse de produit sec, dX la variation de la teneur en eau de produit à sécher, S_s la surface de séchage, X_e la teneur en eau de produit à l'entrée et X_s la teneur en eau de produit à la sortie.

Sur la courbe (Figure I.8) est schématisée la variation de la vitesse de séchage en fonction du temps, comme on observe l'opération de séchage se fait en trois périodes

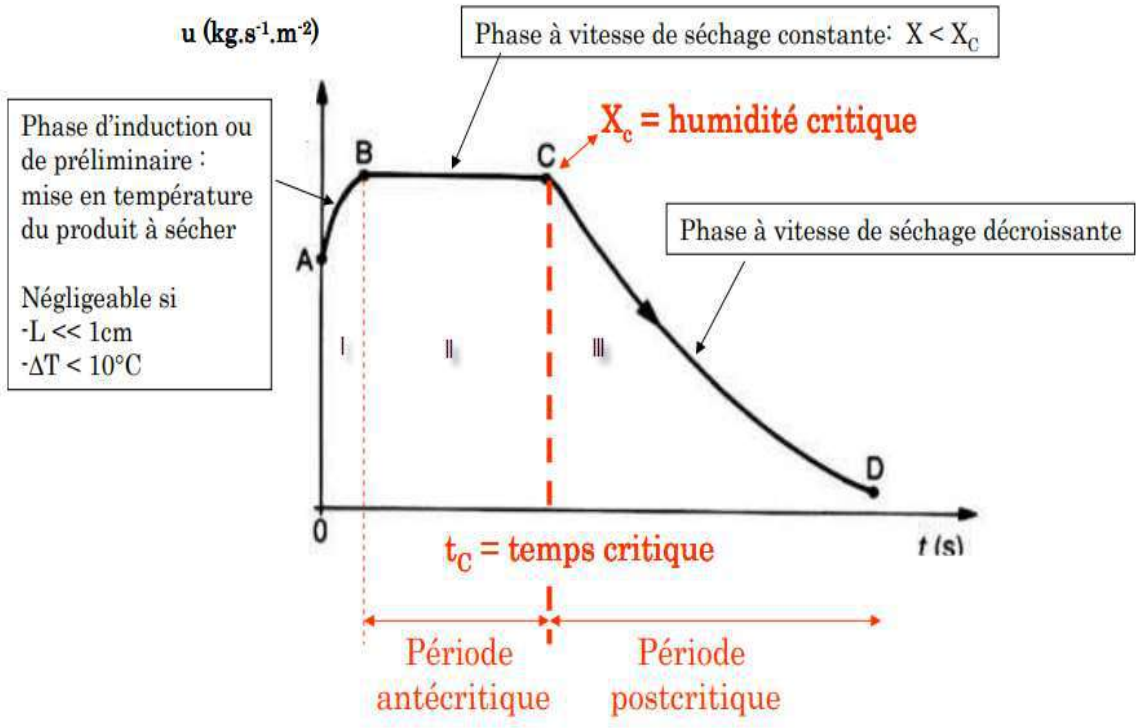


Figure I.8 : Vitesse de séchage en fonction du temps, [30].

- Période de mise en température (région I) : la période de mise en température correspond à la montée en température du matériau humide, jusqu'à atteindre la température de bulbe humide caractéristique de l'environnement séchant. Cette période est généralement très courte au regard du temps de séchage global, [31].
- Période à allure constante (région II) : le flux de chaleur entrant est égal aux flux nécessaires à l'évaporation de l'eau sortant du produit. L'évaporation s'effectue à la température de bulbe humide ; l'activité de l'eau ($\mathbf{a_w}$) à la surface du produit est alors égale à **1** et le séchage est dit isenthalpique. Cette période n'existe que si l'eau libre s'évapore en surface, [31].
- Période de ralentissement (région III) : cette période est caractérisée par une diminution de la vitesse de séchage, [31].

I.1.7.3 Durée de séchage

Étant donné la forme de la courbe de séchage, le temps de séchage doit être déterminé séparément pour les deux phases de séchage. La durée de séchage pendant la phase à vitesse constante (première période) peut être calculée, pour un sécheur fonctionnant en continu, en effectuant un bilan sur un élément de l'appareil

$$t_1 = \frac{m_s}{Sk_{ev}}\left(x_i - x_{cf}\right) \qquad (I.14)$$

Avec m_s la masse du produit à sécher, k_{ev} la vitesse d'évaporation (kg /m²·s) et S la surface soumise au séchage.

$$S = am_s / \rho_{app} \quad (I.15)$$

La vitesse d'évaporation ou le coefficient d'évaporation de l'eau sur la surface humide du produit (dans la première période de séchage), (k_{ev} en kg /m²·s) peut se calculer avec la formule :

$$k_{ev} = 0.0016\, w_a^{0.8}\, \Delta P \quad (I.16)$$

Avec w_a la vitesse de l'air à la surface du produit à sécher et ΔP la différence entre la pression des vapeurs saturées dans la couche d'air à la surface du produit humide et la pression partielle des vapeurs dans l'air en circulation (en mbar).

L'équation permettant le calcul de la durée de séchage pendant la phase à vitesse décroissante fait appel à la diffusivité effective D_{eff} (déterminée expérimentalement), [32].

$$t_2 = \left(\frac{d_p^2}{4\pi^2 D_{ef}} \right) \ln M_R \quad (I.17)$$

La durée de séchage totale est évidemment égale à la somme des temps de séchage t_1 et t_2 (quand la phase à vitesse constante existe), [32].

I.1.8 Les paramètres influents sur la cinétique de séchage

- La vitesse de l'air de séchage (V_s)
- Humidité relative de l'air de séchage (H_r)
- Température de l'air de séchage (T_s)
- Le taux de recyclage de l'air de séchage
- Le calibre du produit à sécher
- L'épaisseur du produit à sécher (E_p)

I.1.8.1 Influence de la vitesse de l'air de séchage (Vs)

La vitesse de l'air agit positivement sur la cinétique de séchage surtout au début de l'opération. Cependant, pour des produits dont la cinétique de séchage est contrôlée par la migration interne de l'eau, l'influence de la vitesse de séchage de l'air devient très faible, [33].

I.1.8.2 Influence de l'humidité de l'air de séchage (Hr)

I.1.8.2.1 Humidité

Ce terme désigne le liquide contenu dans le corps solide, liquide ou pâteux, et devant être éliminé au cours du séchage, [34]. Elle est caractérisée sur un plan quantitatif global par la teneur en eau (X), cette quantification ne permet cependant pas d'évaluer les différentes

formes que peut prendre l'eau dans un solide. Dans cet ordre d'idées, l'activité de l'eau affine un peu la description, [35].

I.1.8.2.2 Taux d'humidité

C'est la masse de liquide contenu par unité de masse de matière à sécher. Bien qu'il soit fait très souvent référence à la matière humide, il est préférable d'exprimer le taux d'humidité par rapport à la matière anhydre. La norme expérimentale E 33-060 définit les différentes méthodes permettant d'évaluer le taux d'humidité (elle permet également de caractériser les performances des sécheurs), [23].

I.1.8.2.3 Taux d'humidité à l'équilibre

Le taux d'humidité à l'équilibre désigne l'humidité d'un produit en équilibre avec la vapeur contenue par l'opération de séchage. C'est le taux minimum d'humidité auquel un matériau peut théoriquement être séché à des conditions données, [33].

I.1.8.2.4 États de siccité

- Un corps anhydre est un corps dont le taux d'humidité est nul.
- Un corps sec ou séché correspond plus généralement au produit tel qu'il est obtenu à la sortie du séchoir. Dans ce dernier cas, le taux d'humidité n'est pas forcément nul, [23].

I.1.8.2.5 Humidité absolue

On appelle l'humidité absolue ou spécifique, ou teneur en humidité, ou plus simplement humidité d'un gaz, la masse d'humidité mélangée à un kilogramme de gaz sec, cette humidité que nous désignerons par H_a est donnée par la relation suivante, [29].

$$H_a = \frac{M_a}{M_e} \tag{I.18}$$

H_a l'humidité absolue, M_a la masse de l'eau et M_e la masse de l'air sèche.

Si on considère P la pression totale du mélange de gaz et de vapeur, on peut écrire dans le cas de l'air humide

$$H_a = 0.622\left[\frac{P}{P - P_v}\right] \tag{I.19}$$

I.1.8.2.6 Humidité relative

La vapeur d'eau se présente dans l'air sous forme de vapeur si $P_v \leq P_s(T)$, on définit alors l'humidité relative ou degré hygrométrique H_r de l'air par la relation, [26].

$$H_r = \frac{P_v}{P_s(T)}.100 \tag{I.20}$$

Avec P_v la pression partielle de la vapeur dans le mélange et Ps(T) la pression de saturation dans le même mélange, pris à la même température (T).

I.1.8.2.7 Degré de saturation

Le degré de saturation est le rapport de l'humidité spécifique de l'air à l'humidité spécifique de l'air saturé à la même température, [30].

$$\Psi = \frac{H_a}{H_{as}} \qquad (I.21)$$

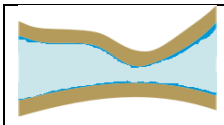
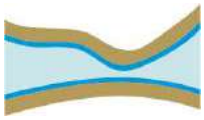
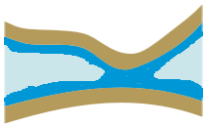
Dans le cas où P_v et P_s sont petits devant P (cas de l'air humide sous la pression atmosphérique et pour des températures peu élevées), on peut écrire, [29].

$$\Psi = \frac{P_v}{P_s} \qquad (I.22)$$

I.1.8.2.8 Hygroscopicité - teneur en humidité hygroscopique

Un matériau donné, poreux et à pores ouverts placés dans un air humide va absorber une certaine quantité d'humidité qui dépend uniquement de l'humidité relative (H_r) de l'air et qui lui est proportionnelle. Ainsi, un matériau tout à fait sec placé dans l'air humide voit sa masse augmenter (Tableau I.1). Un état d'équilibre s'établit après un certain temps, [36].

Tableau I.1 :Mécanisme d'absorption de l'eau dans les pores, [37].

	Pour une faible humidité relative, de l'eau est absorbée par le matériau et forme une fine couche d'eau sur les parois des pores.
	Lorsque l'humidité relative augmente, l'épaisseur de la couche absorbée augmente. Dans les canaux les plus étroits, les couches se touchent.
	Lorsque l'humidité relative augmente encore, de la condensation se forme dans les pores les plus étroits du matériau ; on dit qu'il y a condensation capillaire.

Après égouttage, la présence d'humidité dans un solide, se manifeste par une certaine tension de vapeur Pm, qui est en fonction de la nature du liquide, de celle du solide et de la température. La valeur de cette tension de vapeur permet de distinguer deux grandes catégories de solides.

A- Lorsque le liquide adhère à la surface externe d'un solide, il est retenu par des forces superficielles peu intenses : la tension de vapeur P_m du liquide n'est alors en fonction que de la température et elle est égale à la tension maximale de la vapeur du liquide à température considérée. La rétention du liquide par adsorption à l'intérieur des pores, met en jeu des forces capillaires d'autant plus intenses que les interstices sont plus finis. Dans le cas de gros

capillaires, l'humidité n'est retenue que faiblement. Au cours du séchage, qui s'effectue par évaporation du liquide superficiel, ce dernier est peu à peu remplacé par du liquide provenant des interstices du solide ; il en résulte que la tension de vapeur Pm du liquide est égale à la tension maximale du liquide pour la température où l'on se trouve. Un solide se comportant de cette manière n'est pas hygroscopique, [38].

B- Lorsque les pores présentés par le solide sont extrêmement fins, les forces capillaires sont intenses et peuvent retenir en profondeur de notables quantités d'humidité. Dans un tel cas, la tension de vapeur Pm du liquide est inférieure à sa tension maximale à la même température, et le solide est dit hygroscopique (charbon actif par exemple), [38].

I.1.8.3 Influence de la température de l'air de séchage (T_s)

La température de l'air asséchant influe considérablement sur la vitesse de séchage. Cette influence est due à l'apport de chaleur au produit qui croit avec la température de l'air. Elle est aussi due à la température du produit qui est d'autant plus importante que la température de l'air élevée. Par conséquent, les vitesses de diffusion de l'eau dans le produit deviennent importantes, [33].

I.1.8.3.1 Température caractéristique de l'air humide

La chaleur à transférer au milieu à sécher est apportée par un gaz vecteur chaud qui assure aussi le transport des vapeurs hors de l'enceinte de séchage. On distingue classiquement quatre températures remarquables, [38].

I.1.8.3.2 Température du bulbe sec T_S

La température du bulbe sec T_S ou plus exactement température "sèche", est celle qui est indiquée par un thermomètre dont l'élément sensible, le bulbe, est parfaitement sec, [39].

I.1.8.3.3 La température humide T_h

C'est la température d'équilibre d'une masse d'eau s'évaporant dans l'air dans le cas où la chaleur nécessaire à l'évaporation n'est prélevée que sur l'air.

La différence ($T-T_h$) est représentative de l'humidité relative H_r de l'air car :

- Elle est nulle si l'air est saturé en vapeur d'eau soit, si $H_r = 100\%$, pas d'évaporation possible.
- Elle augmente avec la différence ($P_s(T) - P_v$) qui est le terme moteur du transfert de masse donc elle diminue quand H_r augmente, [38, 40].

I.1.8.3.4 La température de rosée T_r

Il s'agit de la température pour laquelle l'air devient saturé pour la pression de vapeur d'eau P_v considérée ; or P_v intervient dans l'expression de l'humidité spécifique, si bien que la température de rosée représente encore la température de saturation à humidité spécifique constante, [38, 41].

I.1.8.3.5 Température de saturation adiabatique (TG_s)

La température de saturation adiabatique correspond à la température atteinte par le gaz vecteur sortant (TG_s), saturé en vapeur du liquide, d'une enceinte adiabatique contenant le liquide à la température T_s , [42].

I.1.8.3.6 Isothermes de sorption

Une isotherme de sorption (adsorption ou désorption) représente à l'équilibre, et pour une température déterminée, la relation entre la teneur en eau du produit et l'humidité relative de l'atmosphère qui l'entoure. Elle est habituellement décrite par une courbe rapportant la quantité d'eau adsorbée en fonction de l'activité. Les courbes de sorption ont le plus souvent des allures de sigmoïdes (Figure I.9) particulièrement pour des produits biologiques. Pour une même valeur de l'activité de l'eau, elles peuvent différer selon qu'elles correspondent à une adsorption ou à une désorption exprimant alors un phénomène d'hystérésis, [35].

L'activité a_w de l'eau dans un produit dépend principalement de sa teneur en eau X et de sa température T, la courbe représente pour une température T donnée et de teneur en eau X en fonction de la valeur de l'activité de l'eau a_w ou de l'humidité relative de l'air en équilibre H_r est appelé : Isotherme d'adsorption ; si les valeurs du produit solide sont déterminé expérimentalement, et isotherme de désorption si elle a été déterminer expérimentalement en portant d'un produit saturé en eau, [43].

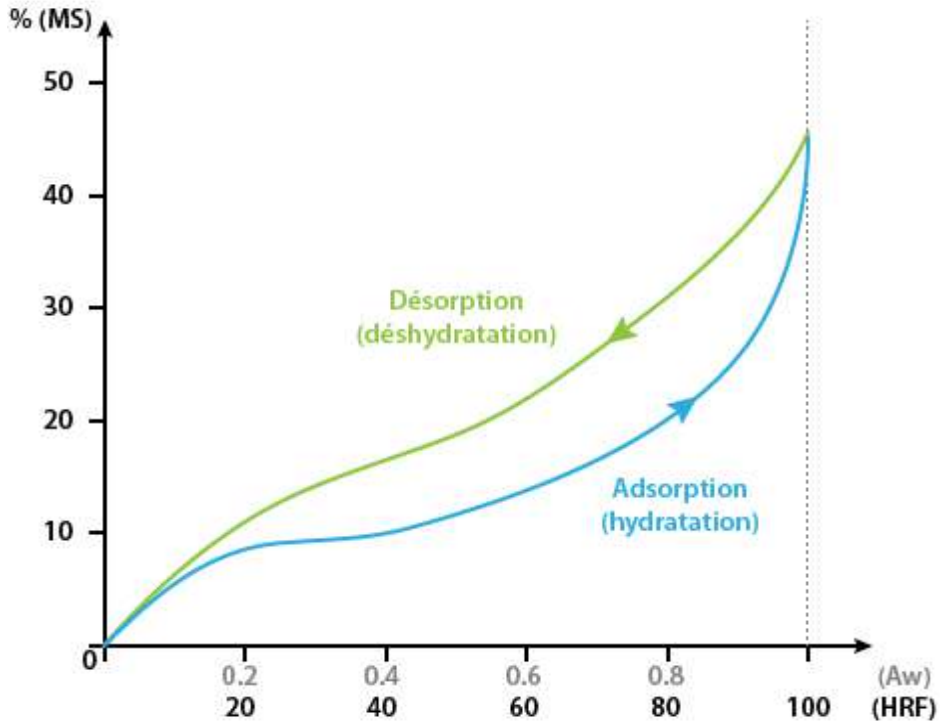


Figure I.9 : Allure générale des isothermes d'adsorption, [28].

I.1.8.4 Influence de taux de recyclage de l'air de séchage

Le recyclage est d'une grande importance dans les opérations de séchage, car quoique l'air sortant du séchoir soit plus humide, sa température est élevée, [44].

I.1.8.5 Le calibre du produit à sécher

La vitesse de déshydratation dépend en outre de la vitesse de diffusion intracellulaires de l'eau de dilution du suc cellulaire ; fonction elle-même de l'épaisseur du fruit. Le comportement de la datte au séchage dépend de leurs caractéristiques morphologiques. De ce fait, la datte est utilisée entièrement pour se rapprocher des conditions réelles des dattes dans l'industrie, [45].

I.1.8.6 Influence de l'épaisseur du produit à sécher (E_p)

Si cette épaisseur est de plus en plus croissante, cela signifie que la vapeur d'eau doit traverser un parcours plus long expliquant ainsi et en grande partie ce ralentissement de l'allure de séchage, [33].

I.1.9 Modes de séchage

Le principe de vaporisation de l'humidité contenue dans le solide par ; abaissement de la pression dans l'enceinte contenant le produit et l'apport d'une source d'énergie extérieure au produit.

I.1.9.1 Transferts de chaleur

Cette opération fait appel aux trois modes de transfert de chaleur : convection - conduction et rayonnement. Ceux-ci sont utilisés seuls ou combinés entre eux, [46].

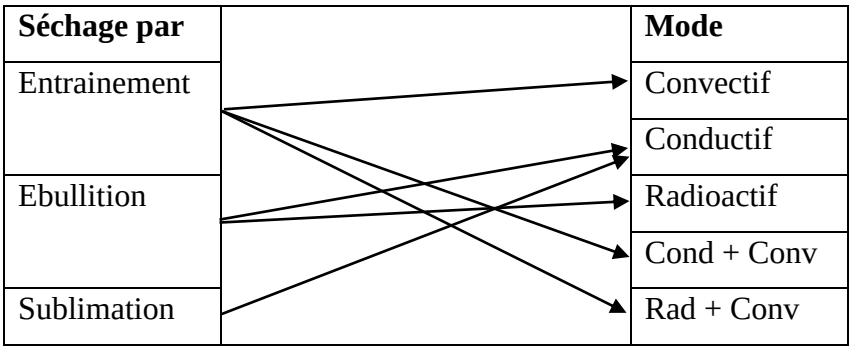


Figure I.10 : Combinaison des modes de transfert de chaleur, [28].

Le bilan thermique se rapportant à un produit soumis au séchage (conditions constantes), pour la première période de séchage sera, [28].

$$Q_{conv} + Q_{cond} + Q_r = w_{pv} \qquad (I.23)$$

Avec Q_{conv} le transfert de chaleur par conduction, Q_{cond} le transfert de chaleur par conduction,

Q_r le transfert de chaleur par rayonnement et W_{pv} l'énergie mécanique totale fournie durant le transfert de chaleur.

I.1.9.1.1 Séchage direct ou par convection

C'est le mode de transfert rapide, utilisé par la très grande majorité des installations de l'industrie chimique. L'échange thermique est obtenu par contact direct entre le solide humide et des gaz (air) chauds qui agissent comme moyen de transport pour le fluide évaporé.

La circulation de l'agent séchant peut-être naturelle ou forcée, lorsque la matière à sécher et le gaz circulent dans le même sens, l'opération est appelée anti-méthodique, [36].

Le mode de séchage méthodique (produit et agent sont de sens contraires) s'applique aux produits peu sensibles aux chocs thermiques, [32]. En régime convectif, la chaleur est directement transportée par un fluide caloporteur, qui emmagasine la chaleur (air chaud, vapeur, eau, etc.), [47].

- Si le mouvement de fluide est renforcé par un travail mécanique "artificiel" (ventilation, agitation, pompage d'un fluide), on parle de "convection forcée".
- Si au contraire, le mouvement du fluide, n'est dû qu'à des courants thermiques ou des mouvements ascensionnels d'ébullition, la convection est dite "naturelle", [47].

Ce type de transfert utilise l'équation suivante :

$$Q_{conv} = \alpha S\left(T_a - T_p\right) \qquad (I.24)$$

Avec α le coefficient global d'échange thermique par convection, S la surface d'échange thermique entre produit et l'agent séchant et $(T_a - T_p)$ l'écart entre la température de l'air (ou gaz de séchage) et la température superficielle du produit à sécher, [28].

La surface d'échange S n'est pas toujours très bien définie. Pour les produits granulaires dont la granulométrie n'est pas homogène, on choisit un diamètre moyen des particules. En divisant la répartition granulométrique en tranches, à chaque tranche correspond un diamètre moyen d_{pi} mais aussi un pourcentage x_i de la masse totale de l'échantillon sur laquelle l'analyse a été effectuée. De cette manière, le diamètre moyen des particules sera égal à :

$$d_{pm} = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{d_{pi}}} \qquad (I.25)$$

En supposant que les particules sont sphériques, la surface spécifique de la couche est alors :

$$a = \frac{6}{d_{pm}} \left(m^2 / m^3\right) \qquad (I.26)$$

Dans le cas de particules dont le diamètre est inférieur à dix millimètres (d_{pm}< 10 mm), le coefficient d'échange par convection α peut être calculé à partir du nombre de NUSSELT :

$$Nu = \frac{\alpha\, d_p}{\lambda_a} \tag{I.27}$$

Avec λ_a la conductivité thermique de l'air, grâce à la relation.

$$Nu = CRe^{0.8} Pr^{0.5} \tag{I.28}$$

Où Re le nombre de Reynolds, Pr le nombre de Prandtl, égal à 0,7 dans le cas de l'air et C une constante ajustée expérimentalement (valeur proche de 2).

Pour exprimer le coefficient d'échange par convection dans les sécheurs rotatifs,[48], ont proposé la formule empirique suivante :

$$U_a = 20\left(\eta_f - 1\right)\frac{G^{2/3}}{D} \tag{I.29}$$

Avec U_a ($W \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$) le coefficient moyen volumique d'échange par convection (Exprimé par rapport au volume interne du sécheur rotatif), η_f le nombre de Pelles, G ($kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$) le Débit spécifique d'air de séchage à travers le sécheur et D (m) le diamètre du sécheur dans les sécheurs rotatifs industriels, U_a est voisin de 150 $W \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$, [49].

Le séchage par convection nécessite un apport énergétique important et demande pour être efficace une température relativement élevée quand on élimine de l'eau (60-80 °C), ce qui peut poser des problèmes avec les produits thermosensibles dégradables à ces niveaux de température, [50]. La Figure I.11 représente que le séchage nécessite une période a une température relativement élevée. Pendant cette période la nature du solide et sa structure interne (pores, interstices) n'interviennent pas, [26].

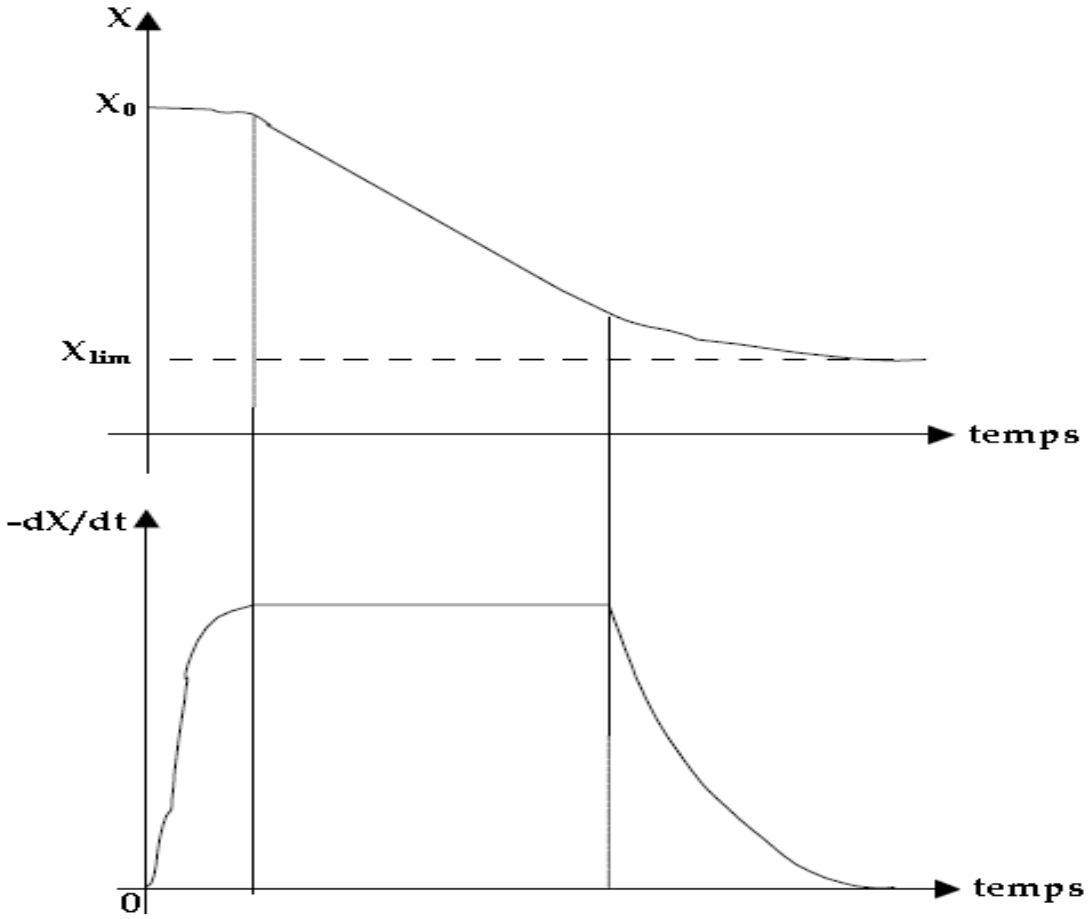


Figure I.11 :Séchage par convection, [26].

I.1.9.1.2 Séchage par contact indirect ou par conduction

L'échange thermique est obtenu par contact entre le solide humide et une paroi métallique (Figure. I.12) réchauffée par un fluide (eau, vapeur, etc.).

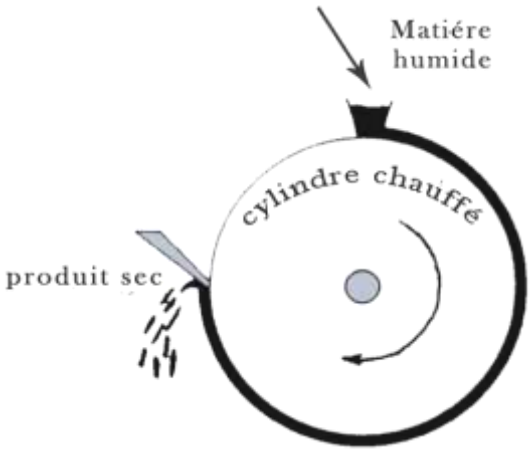


Figure I.12 : Séchage par contact (conduction), [32].

La température de la matière est supérieure à la température du bulbe humide correspondant à l'humidité du gaz porteur. La surface d'échange thermique est fonction de la température de la paroi et de la capacité évaporatoire du produit. Plus le gradient de température entre la paroi et le produit sera faible, plus la surface d'échange devra être importante, à même capacité évaporat.

En séchage conductrice, la diminution de la température de séchage s'obtient sous pression réduite

Le séchage sous vide est particulièrement intéressant si l'on traite des produits sensibles à l'oxydation lorsqu'ils sont chauffés, [32]. Le liquide évaporé est éliminé par aspiration sous vide ou bien par émission de gaz de transport. Pour disposer d'un bon transfert de chaleur entre la matière et la paroi chauffante, il faut appliquer cette méthode aux produits liquides, solides pâteux, pulvérulents ou en suspension, ainsi qu'aux matières en ruban : papier, tissu.

L'énergie thermique nécessaire au séchage est apportée non pas un gaz en mouvement autour du produit à sécher, mais par contact direct entre le produit et une paroi chauffée. Le flux thermique dans ce mode de transfert est donné par la relation (I.30), [51] :

$$\frac{Q}{A} = -\lambda \frac{dT}{dx} \qquad \text{(I.30)}$$

Avec λ la conductivité thermique de la pellicule de produit (W/km) et $\frac{dT}{dx}$ le gradient de la température entre la paroi chaude et le produit.

I.1.9.1.3 Séchage par rayonnement

Ce mode est destiné aux produits en plaque (carton, viande), ou en fibre (tissu, papier), mais aussi aux produits granulaires de faibles épaisseurs (cigarettes). L'énergie est apportée aux produits à sécher par des ondes électromagnétiques (rayonnement), soit par élévation de la température d'un émetteur infrarouge. La quantité de chaleur Q transmise au produit par unité du temps par ce mode de transfert est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann, [28]:

$$Q = A_1 \, C \left[\left(\frac{T1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T2}{100} \right)^4 \right] \varphi \qquad \text{(I.31)}$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \sigma \qquad \text{(I.32)}$$

Avec T1 (K) la température de la source émettrice, T2(K) la température du produit, A_1 (m²) la surface du corps recevant le rayonnement, A_2 (m²) la surface de l'émetteur d'infrarouge et φ le facteur complexe tenant compte de la position relative de l'émetteur et du produit.

(Lorsque l'émetteur entoure le produit, On a $\varphi = 1$).

ε_1 : Émissivité du produit à traiter (grandeurs sans dimensions), ε_2 : Émissivité de l'émetteur.

σ : Constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5{,}673 \times 10^{-8}\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$), [28].

Ce mode de séchage est basé sur le rayonnement de chaleur à partir d'une source infrarouge (IR) ou une paroi chaude vers la surface du produit à sécher, [52].

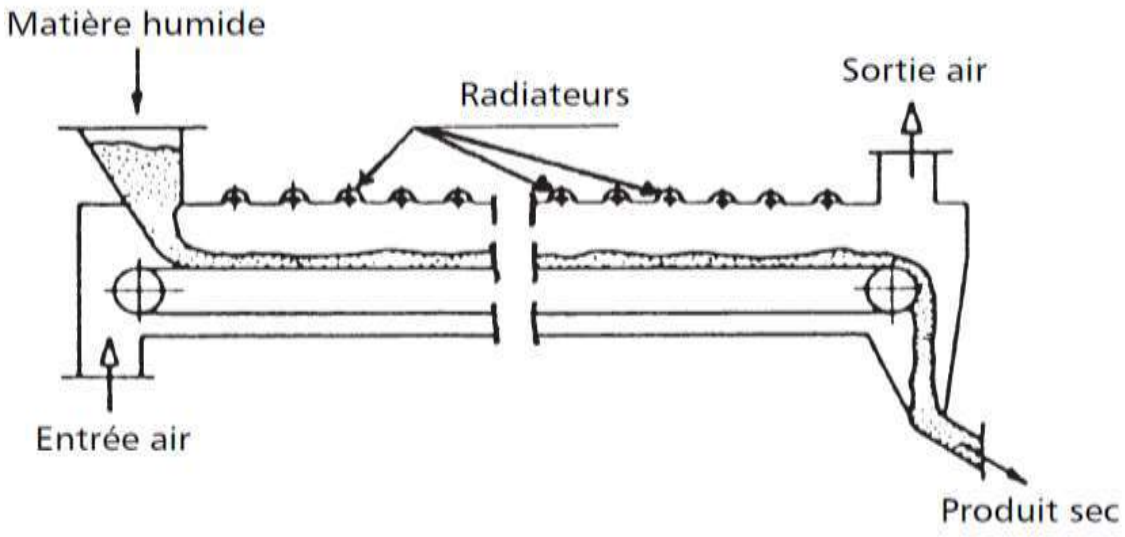


Figure I.13 : Séchage par rayonnement, [32].

I.1.9.1.4 Séchage par pertes diélectriques

Un diélectrique est un matériau ayant la particularité d'être un isolant électrique. Placé dans un champ électrique, les atomes ou les molécules constituant ce matériau se polarisent. Lorsque la polarité des électrodes est inversée, l'attraction des charges électriques change de direction, ce qui a comme conséquence une déformation de la matière qui, si elle est entretenue, provoque son échauffement, [32].

On emploie les hautes fréquences en séchage des produits textiles en masse, biscuits après cuisson, produits pharmaceutiques et céramiques, etc.

Le chauffage des micro-ondes est utilisé pour :

- Le séchage des colles sur papier et des films photographiques.
- Le séchage, la cuisson et le frittage des céramiques.

I.1.9.1.5 Séchage par lyophilisation

La lyophilisation est une opération de déshydratation à basse température qui consiste à éliminer par sublimation, la majeure partie de l'eau contenue dans un produit. Elle autorise une conservation à long terme grâce à l'abaissement de l'eau du produit, [53].

La teneur en eau de l'air, joue un rôle important sur le comportement des cinétiques de séchage de certains produits, il semble que cette influence est plus importante au début de séchage et diminue lorsque la température de l'air augmente, [33].

I.1.9.1.6 Le séchage par atomisation ou pulvérisation

Depuis plus de quarante ans, le séchage par atomisation (pulvérisation) est la technique de séchage la plus employée dans plusieurs industries, [54].

Le principe de séchage par pulvérisation souvent appelé séchage par atomisation, est une technique de séchage particulaire. Il consiste à pulvériser le produit à sécher (qui se présente sous forme liquide ou en suspension) dans un courant d'air (ou un autre gaz) suffisamment chaud et sec de manière à obtenir une poudre, il s'établit spontanément entre ce corps et l'air un écart de température et de pression partielle d'eau, [54] telle que :

- Un transfert de chaleur s'effectue de l'air vers le produit sous l'effet de l'écart de température.
- Un transfert d'eau s'effectue en sens inverse du fait de l'écart de pression partielle d'eau entre l'air et la surface du produit.
- Transferts couplés de chaleur et d'eau entre une gouttelette et l'air de séchage.

I.1.9.2 Séchage et qualité

La destination alimentaire su produit rend nécessaire une attention particulière à la qualité du produit fabriqué.

I.1.9.2.1 Types de modification de la qualité

I.1.9.2.1.1 Modifications biochimiques dues à la température

Une température élevée pendant un certain temps provoque sur les produits biologiques des modifications, généralement considérées comme défavorables, dont les principales sont les suivantes, [55]:

- Réactions de Maillard (petit, 1964), c'est-à-dire brunissement non enzymatique résultant de combinaisons entre protéines et glucides. Outre le brunissement, ces réactions entraînent une perte nutritionnelle, notamment de lysine.
- Oxydations de matières grasses (rancissement).
- Destruction de vitamines.
- Dénaturation des protéines, diminuant leur aptitude à se réhydrater lors de l'utilisation du produit et altérant leur pouvoir liant ou moussant (cas de l'utilisation d'additifs protéiques en charcuterie ou pâtisserie).
- Réactions enzymatiques : si les enzymes n'ont pas été inactivées par un traitement préalable ou par la température au cours du séchage, elle produit leurs effets : brunissement des poly phénols, hydrolyse des liquides, etc.

I.1.9.2.1.2 Pertes d'arômes

Le séchage étant un procédé de séparation fondé sur la volatilité, il est normal que non seulement l'eau, mais tous les autres produits volatils soient également éliminés du produit.

C'est le cas des arômes que contiennent naturellement les produits biologiques destinés à l'alimentation. En réalité toutefois, la perte d'arômes est moindre que celle à laquelle on pourrait s'attendre sur la base de leurs volatilités, [56].

I.1.9.2.1.3 Modifications physiques et mécaniques

Outre cette évaporation d'arômes, le séchage provoque diverses altérations physiques et mécaniques notamment, [57]:

- Fusion et migration de matières grasses.
- Modifications de forme : les produits se recroquevillent et ces déformations généralement pas annulées lors de la réhydratation. C'est l'avantage principal de la lyophilisation de conserver intégralement la forme et la dimension du produit, rendant en même temps sa réhydratation très facile.

I.1.9.2.2 Le problème du stockage

Beaucoup des idées précédentes sont valables pour la période de stockage : modifications biochimiques et pertes d'arômes. Un facteur supplémentaire est le risque de reprise d'humidité, dont les effets sont désastreux : collage, moisissure, etc.

Mise à part la température de conservation, importante mais sur laquelle on a peu de prise (l'intérêt du séchage étant de ne pas nécessiter de stockage réfrigéré), c'est donc sur l'emballage que repose la conservation de la qualité lors du stockage, [58]:

- Étanche à l'eau, il évite la reprise d'humidité.
- Étanche à l'oxygène, quand nécessaire, il réduit les oxydations, on peut aller jusqu'à la conservation en atmosphère inerte (azote, CO_2 ou vide).
- Étanche aux arômes, il empêche leur départ.
- Opaque, il réduit l'allure d'éventuelles réactions catalysées par la lumière (oxydations, décolorations).
- Sa résistance mécanique empêche les brisures ou cassures du produit lorsqu'il est fragile.

I.1.9.3 Transferts de matière

Le transfert de masse joue un rôle très important dans les opérations unitaires de base, telles que le séchage. Dans ces opérations physiques, la résistance au transfert de masse constitue le facteur limitant, quoique le transfert de chaleur et le flux du fluide soient impliqués dans le conditionnement et la conservation où le transfert d'humidité, vapeurs, gaz et composés aromatique, influent sur la qualité de l'aliment, [59].

Les difficultés d'application des théories de transfert de masse, dans les processus de transformation des aliments, résultent des structures physiques complexes et de la

composition chimique des denrées alimentaires qui varient pour une même denrée et change pendant la transformation, [59].

Il est à noter que la migration de l'eau (liquide ou vapeur) peut également s'effectuer par filtration à travers le produit poreux sous l'action d'une différence de pression entre l'intérieur et la surface, [21].

L'agitation du solide est un facteur important en permettant le transfert du liquide vers la phase vapeur par évaporation, mais également le transfert thermique entre le moyen de chauffage et le solide humide. Cette agitation peut être réalisée par :

- Agitation externe du sécheur (mouvement de rotation, mouvement alternatif, vibration de basse fréquence).
- Agitation interne (racloir, vis sans fin assurant également le déplacement du solide, agitateur à palettes).
- Fluidisation à l'aide d'un gaz tiers (séchage par entraînement).
- Atomisation (mélange intime du solide et du gaz de séchage dans une turbine d'atomisation), [7].

I.1.9.3.1 Transferts d'eau des produits à sécher

Le séchage peut être décrit comme un transfert d'eau couplé à un transfert de chaleur, dans un matériau poreux non saturé. Dans les produits biologiques le transfert interne d'eau est souvent le phénomène limitant. La taille des pores et la distribution des rayons des pores dans le produit, influent sur le caractère hygroscopique du produit (plus les pores sont petits, plus le caractère hygroscopique est important), [21].

La vaporisation de l'eau nécessite un apport énergétique de source extérieure au produit à sécher, qui provoque la migration de l'eau vers le milieu ambiant. La vitesse de ce transfert de matière varie au cours du temps. Elle dépend des conditions ambiantes (température, humidité relative, vitesse des gaz en contact avec le produit), mais aussi de la nature même du solide et de l'eau, L'humidité peut se localiser aussi bien à la surface externe du produit que dans les pores ou au sein même de la matière, [28].

I.1.9.4 Le choix du procédé de séchage et types des séchoirs

Le choix du procédé de séchage d'un produit ainsi Le choix de l'appareil adéquat sont basé sur la collecte des facteurs nécessaire à utilisés pour sécher un produit donné :

- La nature du produit (liquide, solide, pâte).
- Le taux d'humidité final et initial.
- Débit de produit exigé.
- Sensibilité de produit vis-à-vis de la chaleur.
- Sécurité de l'opération (toxicité, inflammabilité, etc.), [60].

Et suite à une étude de modélisation, ce qui est souhaité par les chercheurs est un modèle qui peut prédire la teneur en humidité du produit agricole.

I.2 Généralités sur la modélisation du séchage

Dans le développement des modèles de couches minces de produits agricoles, les chercheurs mesurent généralement la teneur en humidité du produit à un moment connu après avoir été soumis aux conditions de l'air de séchage données et aussi la durée d'exposition du produit à ces conditions de séchage connues et constantes.

I.2.1 Le rôle et l'importance de modèles de séchage

Le modèle de la cinétique est généralement intéressant, pour estimer la valeur de la teneur en eau du produit à n'importe quel moment durant le processus de séchage, et ce, après l'affectation de certains paramètres, comme la température de l'air chaud, l'humidité relative, la vitesse de l'air et les dimensions du produit, [61, 62].

I.2.2 Théories descriptives du phénomène de séchage

Pour étudier le transfert de masse et de chaleur dans un produit à séché, plusieurs théories ont été proposées. Ces approches théories peuvent être classifiées comme suit

I.2.2.1 Théorie capillaire

Cette théorie repose sur le fait que le mouvement de l'eau dans les pores résulte d'un potentiel d'absorption, dont le mécanisme a notamment été étudié par Jurin. Lorsqu'on place un capillaire dans une cuve remplie d'eau, on observe une élévation du liquide dans le tube par rapport au niveau de la cuve. Cette théorie est appliquée à des produits poreux ou à des produits granulaires. Krisher a démontré que la première période du séchage est contrôlée par la capillarité, ce qui est confirmé expérimentalement par Gorling sur la pomme de terre, [63].

I.2.2.2 Théorie Whitaker (1977)

Etude de Whitaker peut être considérée comme le point de départ de nouvelles et modernes théories, puisqu'elle donne une très bonne concordance avec les résultats expérimentaux, [61]. Il propose une nouvelle façon d'écrire les équations de transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux. Il applique un système d'équations de conservation de chaleur et de masse, pour les trois phases contenues dans le milieu (solides, liquide et gaz) et les lois de la thermodynamique, [64]. Pour aboutit à un système d'équations permettant de calculer les différents paramètres décrivant le séchage ; il a considéré le milieu poreux comme un milieu continu équivalent dont à appliquer la prise de moyenne avec certaines simplifications, en prenant un volume élémentaire représentatif à l'échelle des pores pour chacune de phases, [64].

I.2.2.3 Théorie de Luikov (1934)

Luikov propose que le gradient de température soit l'un des facteurs causant le transfert de l'humidité (phénomène de la diffusion thermique de l'humidité). Il s'est basé sur l'utilisation des équations fondamentales de la thermodynamique, et le processus de l'irréversibilité pour vérifier que le transfert de la vapeur et du liquide est divisé en deux parties: Un gradient de concentration et un gradient de température, [65, 66].

I.2.2.4 Théorie de Krischer-Berger et Pei (1938)

Krischer, suppose que pendant le séchage, l'humidité dans l'état liquide est due aux forces capillaires, et dans l'état vapeur au gradient de concentration de la vapeur.

Berger et Pei proposent que le transfert du liquide soit dû aux forces capillaires et au gradient de concentration, et la diffusion de vapeur est due au gradient de pression de la vapeur, [67].

I.2.2.5 Théorie de Philip et De Vries (1957)

Cette théorie est basée sur le développement d'un système d'équations décrivant l'humidité et le transfert de chaleur dans les matériaux poreux. Philip et De Vries, proposent que le mouvement de l'eau soit dû à la capillarité et à la diffusion de la vapeur, [65,67].

I.2.2.6 Théorie de Crank (1975)

Crank a calculé un grand nombre de solutions de l'équation de diffusion pour des conditions initiales et limites variées. Ces solutions s'appliquent à des solides de formes géométriques simples (sphère, plaque par exemple) et dans des cas où la diffusivité est constante ou varie linéairement ou exponentiellement avec la concentration en eau, [68].

I.3 Types de séchage

I.3.1 Séchage naturel

Le séchage naturel effectué en plein air représente le moyen le plus ancien et le plus simple. Il est encore utilisé pour des matériaux dont le séchage est aisé comme les briques, mais présente des insuffisances et des inconvénients :

- L'exposition des produits à des conditions climatiques défavorables et irrégulières.
- Une longue durée de séchage.
- L'impossibilité d'obtenir un degré d'humidité précis.
- L'attaque par les champignons et les insectes (cas du bois).

Toutes ces raisons ont conduit les professionnels à s'orienter vers le séchage artificiel, [36].

I.3.2 Séchage forcé

I.3.2.1 Sécheur à tambour

Sécheur tambour convient surtout pour le séchage des solides en grains et le séchage de certaines suspensions.

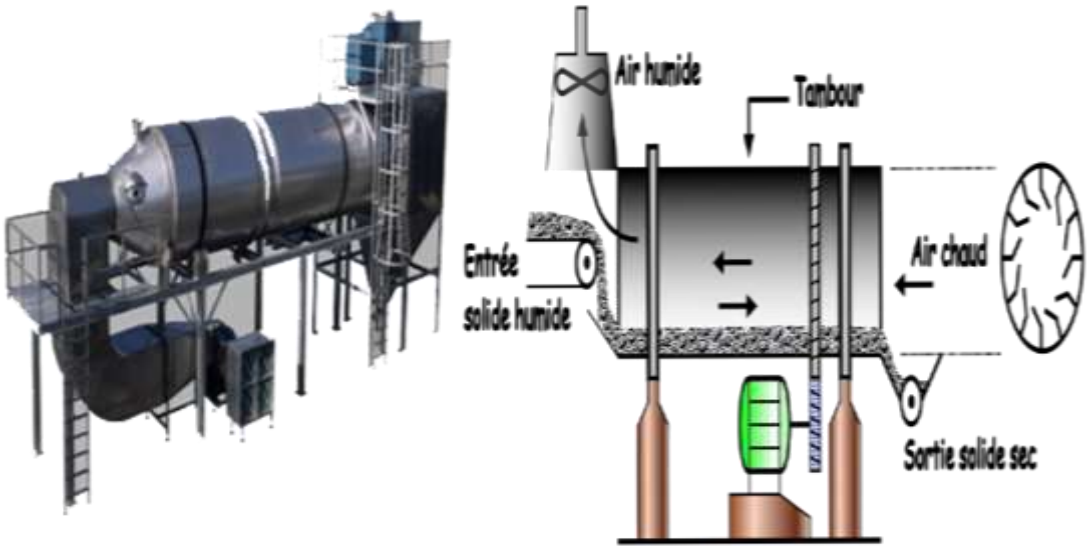


Figure I.14 :Sécheur à Tambour, [69].

I.3.2.2 Sécheur à compartiments

Le sécheur à compartiments est utilisé particulièrement pour les produits pâteux, granuleux ou encore les gâteaux de filtration.



Figure I.15 :Sécheur à compartiments, [70].

I.3.2.3 Sécheurs à cylindres

Sécheur à cylindrique servant au séchage de matières peuvent être disposées en une couche mince, d'épaisseur régulière (fine pellicule ou matières en ruban).

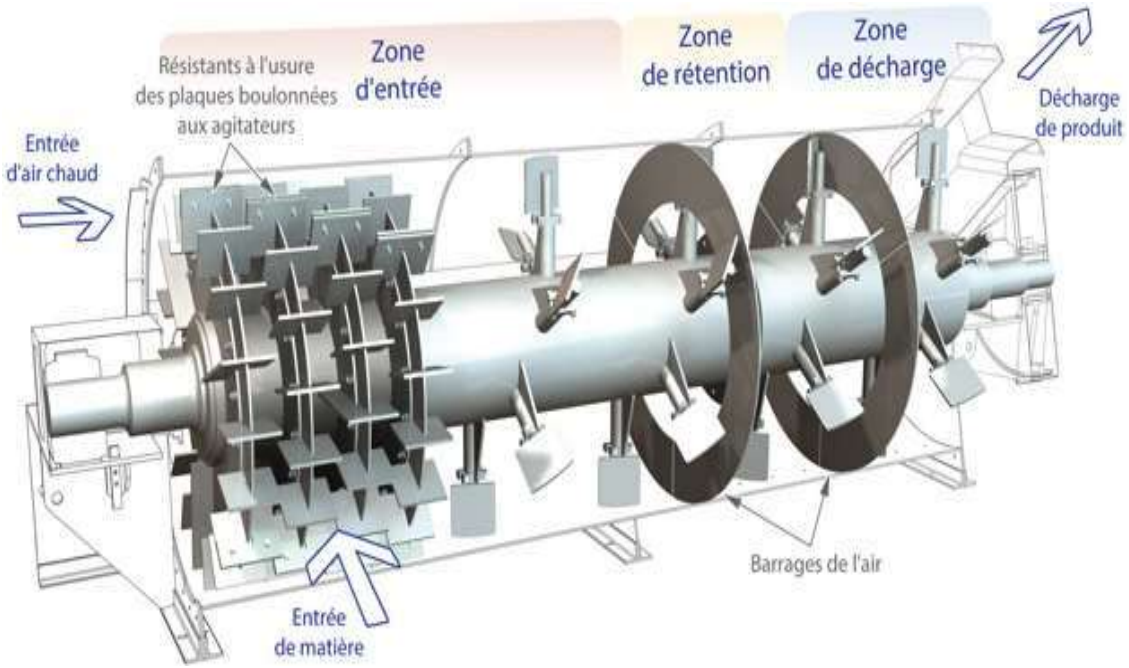


Figure I.16 : Sécheur à cylindrique, [71]**.**

I.3.2.4 Sécheur hélicoïdal

Sécheur hélicoïdal particulièrement bien à la déshydratation, au réchauffement et au refroidissement en continu de produits pulvérulents ou granulés, susceptibles d'être convoyés pneumatiquement, tels que : farines, amidons, dextrine, poudre de coffrage.



Figure I.17 : Sécheur hélicoïdal, [72].

I.3.2.5 Sécheur rotatif sous vide partiel

Un procédé de séchage sous vide pour le séchage de produits pharmaceutiques, chimiques et pour certains types de boues.

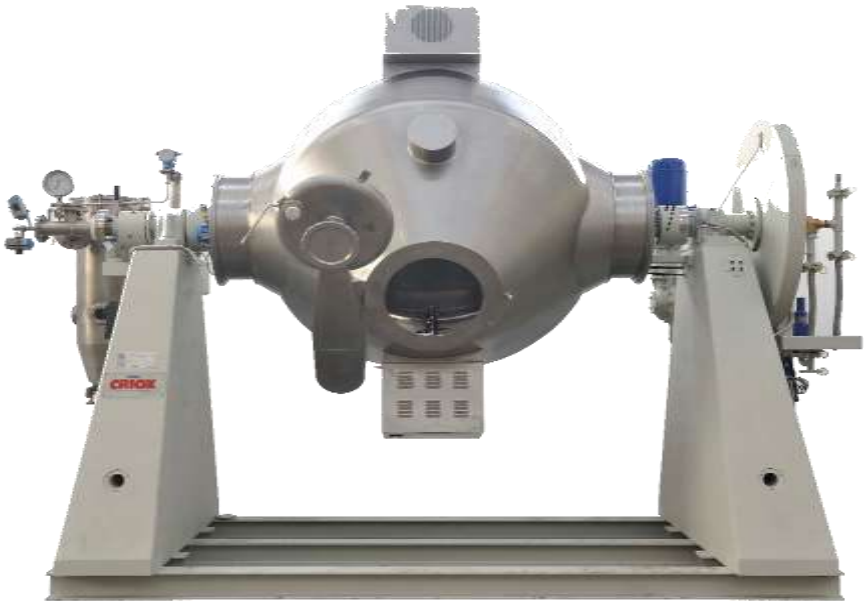


Figure I.18 : Sécheur rotatif sous vide, [73].

I.3.2.6 Sécheur à air chaud

Le sécheur à air chaud est adapté pour le séchage de déshydratation des matières premières dans les domaines (pharmaceutiques, chimiques, alimentaires et agricoles subsidiaires, etc.), [74].

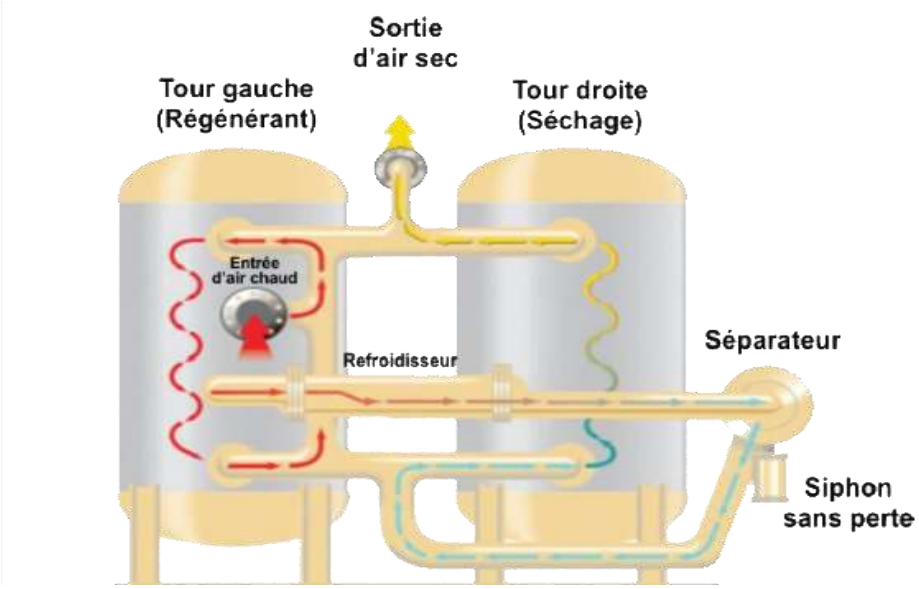


Figure I.19 : Sécheur à air chaud, [74]**.**

I.3.2.7 Sécheur à bande

Le sécheur à bande est très populaire pour le séchage en continu. Il est largement utilisé dans l'industrie (chimique, alimentaire, pharmaceutique, des matériaux de construction, électronique, etc.).

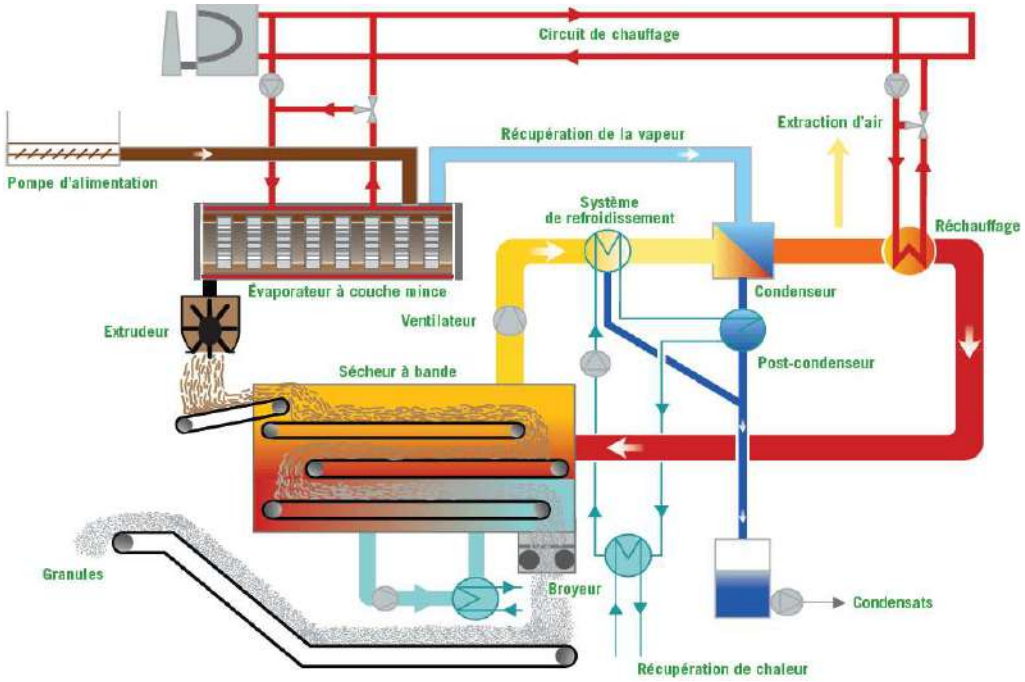


Figure I.20 : Sécheur à bande, [75]**.**

I.3.3 Le séchage solaire

Le séchage naturel connu et pratiqué par nos ancêtres consiste à exposer le produit à sécher directement au soleil à basses températures de l'énergie solaire en énergie thermique. Il est largement développé dans les zones arides ou semi-arides qui présentent des conditions climatiques optimales ; l'Algérie avec son emplacement et son énergie solaire élevée potentiel (le rayonnement solaire annuel moyen est d'environ 2000 kWh /m² par an), [76]. Présente une saison sèche avec un fort ensoleillement, une faible pluviométrie, une hygrométrie peu élevée. Mais très souvent les résultats obtenus sont médiocres car les produits sont chargés de sable et de poussière. Ils subissent les attaques des animaux, des insectes, des micro-organismes. Les pertes sont importantes. De plus, les produits s'abîment, sèchent trop ou pas assez, ce qui dégrade fortement la qualité et risque de pourrissement et de moisissures qui peuvent atteindre jusqu'à 50% des récoltes, [77].

Ce n'est qu'au 20^{ieme} siècle avec l'apparition du concept de l'activité de l'eau (water activity a_w) et la connaissance des mécanismes de transfert de l'humidité dans les produits que furent développés les premiers séchoirs artificiels conçus selon des règles scientifiques. L'objectif majeur dans le séchage des produits agricoles est la réduction de la teneur en

humidité à un niveau qui permet le stockage en toute sécurité sur une période prolongée. Plusieurs types de séchoirs et de méthodes de séchage solaire, ont été adaptés à différentes situations ; ces les plus couramment utilisés pour les fruits et légumes, [57].

I.3.3.1 Classification des systèmes de séchage solaire

D'une manière générale les systèmes de séchage solaire sont classés d'après leurs modes de chauffage et la manière dans laquelle l'énergie solaire est utilisée. Sont classés dans deux groupes majeurs, à savoir, [78]: Les systèmes de séchage d'énergie solaire actifs (souvent appelés les séchoirs solaires hybrides) et les systèmes de séchage d'énergie solaire passifs (conventionnellement appelés les séchoirs solaires a circulation naturelle de l'air de séchage).

Trois sous classes distinctes peuvent être identifiées pour ces deux systèmes de séchage ; les séchoirs solaires de type direct, les séchoirs solaires de type indirect et les séchoirs solaires de mode mixte. Comme sont illustrés dans la Figure I.21 :

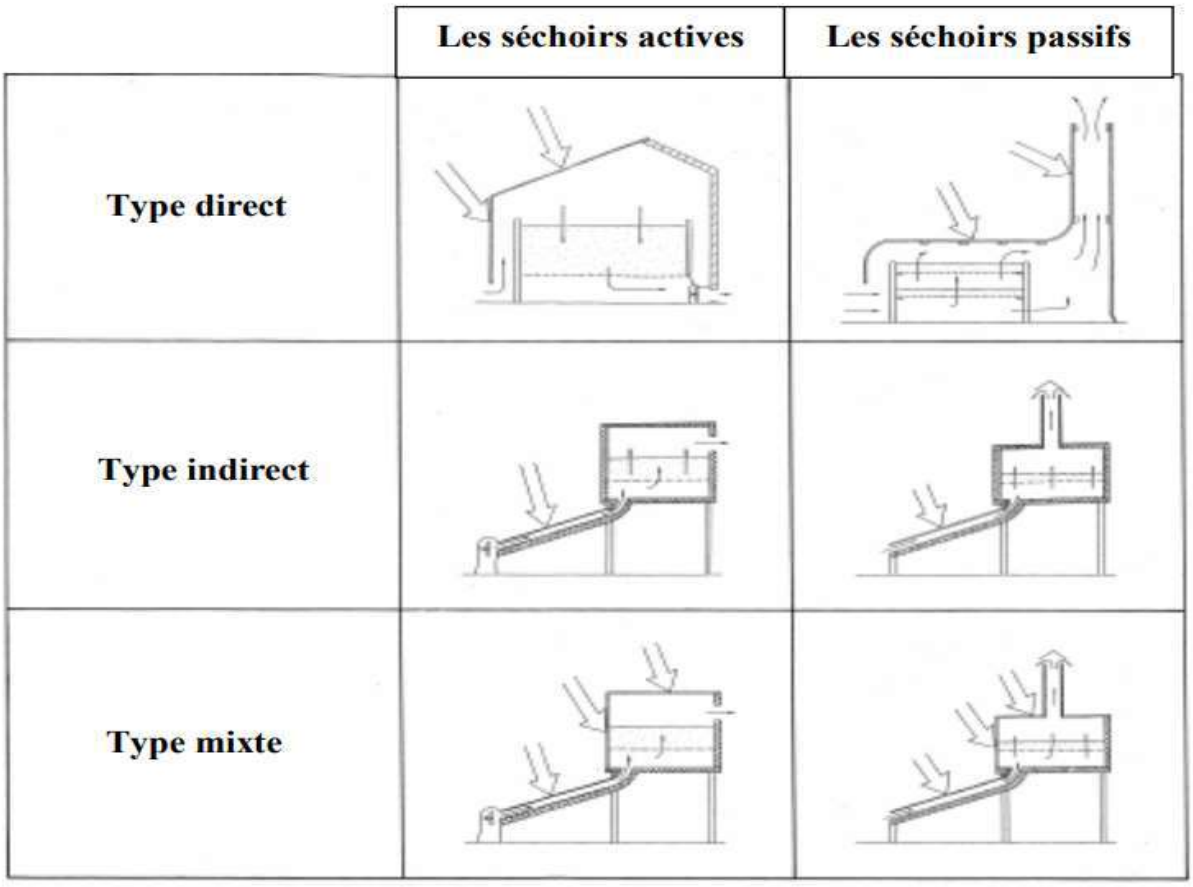


Figure I.21 : Les principaux types de séchoirs à énergie solaire, [78].

I.3.3.2 Les séchoirs solaires directs (séchoirs-serre)

Dans ce type de séchoirs, le capteur solaire et le stock (chambre de séchage) forment un seul bloc. Le séchoir est constitué d'un caisson isolé à sa base et recouvert d'une vitre ou

d'un plastique clair. Les aliments à sécher reçoivent directement les rayons du soleil à travers la couverture transparente (Figure I.22), [79].



Figure I.22 : Séchoir solaire direct portatif, [79].

Ce type de séchoir est adapté au séchage des fruits et légumes dont la teneur en eau initiale est importante et qui nécessitent de longues durées de séchage (Figure I.23)



Figure I.23 : Séchoir solaire serre réalisé au CDER

Tableau I.2: Avantages et inconvénients pour séchoirs solaires de type direct

Les avantages	- Meilleure protection contre les poussières, les insectes, les animaux et la pluie par rapport au séchage traditionnel. - Pas besoin de main-d'œuvre qualifiée.
Les inconvénients	- Température élevée en fin de séchage. - Oxydation des vitamines A et C par les rayons UV du soleil. - Jaunissement des légumes verts. - Faible circulation de l'air qui limite la vitesse du séchage et augmente les risque de moisissure.

I.3.3.3 Les séchoirs solaires indirects

Ils sont composés d'un capteur solaire couplés à une chambre de séchage. Le capteur sert à chauffer l'air et à l'envoyer dans cette dernière (Figure I.24).

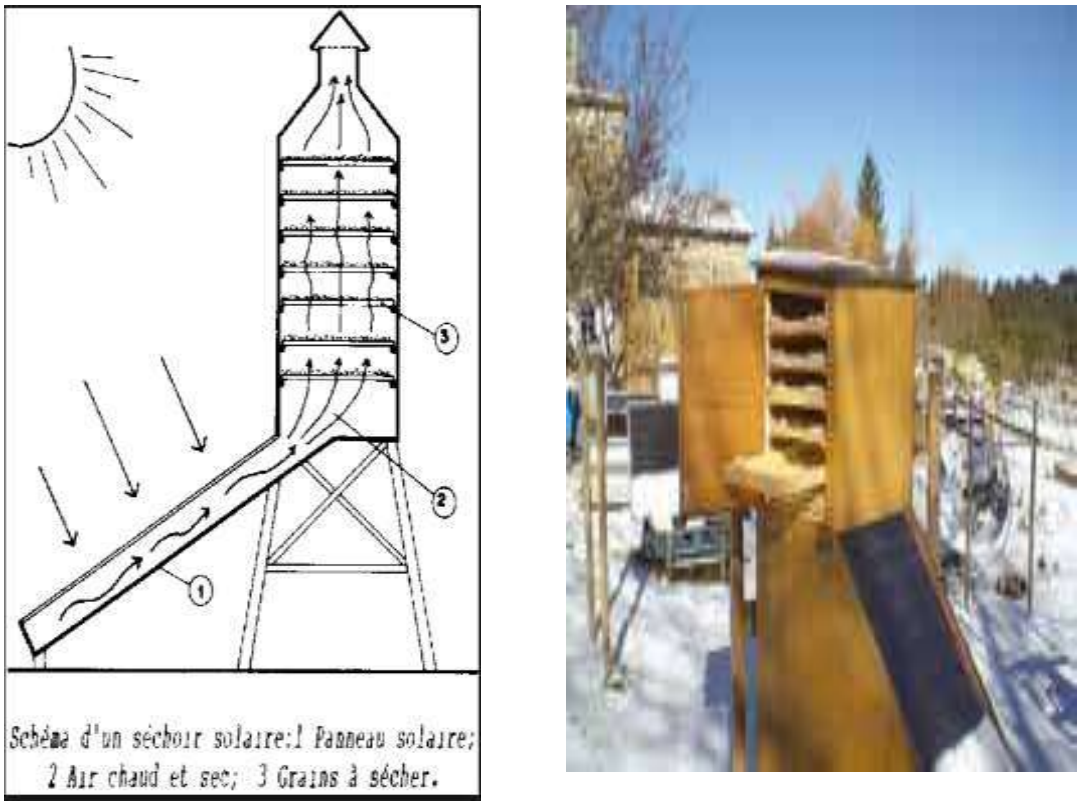


Figure I.24 : Séchoir solaire indirect, [80].

En convection naturelle, ceci ne suffit pas à réchauffer l'air à la température désirée, ce qui explique l'ajout d'une cheminée. L'énergie supplémentaire qui se trouve à la base de la cheminée améliore considérablement le fonctionnement du séchoir en augmentant le débit de l'air dans la masse du produit à sécher.

Tableau I.3 : Avantages et inconvénients pour séchoirs solaires de type indirect

Les avantages	- Le produit n'est pas exposé directement au soleil. - Le produit conserve mieux sa couleur et sa valeur nutritionnelle (notamment les vitamines A et C) Température limitée (55°C).
Les inconvénients	- Coût important. - Rapidité du séchage très variable suivant les conditions climatiques et la conception du séchoir.

I.3.3.4 Les séchoirs solaire-Tunnel (séchoirs hybride)

Ce sont des séchoirs industriels destinés au séchage des grandes récoltes et dans les processus de conservation de certains aliments. Ils se composent d'un champ de capteurs solaires et d'un circuit aéraulique, le tout constituant le générateur d'air chaud. Le produit à sécher est disposé dans des chariots montés sur des rails, qui traversent un tunnel de quelques

mètres de façon longitudinalement d'une extrémité à l'autre de l'enceinte, [81]. (Figure I.25).

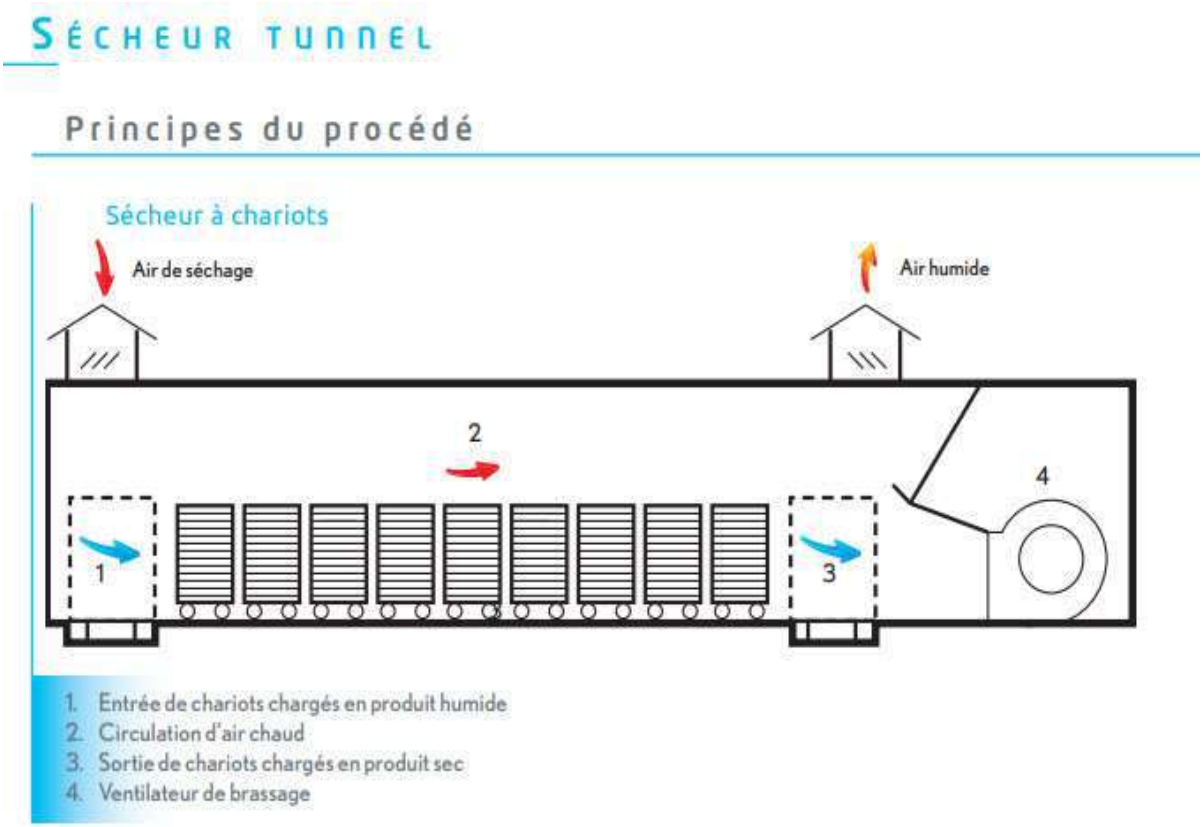


Figure I.25 : le séchoir tunnel, [81].

Tableau I.4 : Avantages et inconvénients pour séchoirs solaires de type hybride

Les avantages	- Affranchissement par rapport aux conditions climatiques. - Meilleur contrôle du séchage. - Forte augmentation de la productivité par rapport au séchoir solaire car le matériel peut fonctionner la nuit ou en saison des pluies si besoin.
Les inconvénients	- Coût de production et d'investissement élevé. - Nécessité d'approvisionnement local en carburant, électricité, gaz. - Personnel qualifié pour la maintenance.

I.3.3.5 Le séchage solaire des plantes aromatiques et médicinales

Le séchage des plantes aromatiques et médicinales (PAM) est une étape essentielle dans l'industrie agro-alimentaire et pharmaceutique, car tout en facilitant les prochaines étapes de transformation, elle permet aux plantes de garder toutes leurs qualités et permet de les conserver plus longtemps (Figure I.26), [82].





Figure I.26 : Séchoir solaire indirect destiné au séchage des PAM, réalisé au CDER, [82].

I.4 Conclusion

Le séchage provoque diverses altérations physiques et mécaniques du produit dû à l'intensité de ces phénomènes qui dépend fortement de la mobilité de l'humidité dans le solide et de la vitesse de séchage. Cela se traduit par des modifications de la taille et de la forme des produits. La plupart des produits biologiques sont profondément modifiés par le séchage à une température élevée. Ce qui peut détruire certaines vitamines, dénaturer les protéines, favoriser ou inhiber des réactions enzymatiques induisant des pertes de la qualité nutritionnelle du produit et/ou des changements de la couleur et le goût, etc.

On conclut donc que le non-respect des conditions de séchage et leurs variations peuvent ainsi altérer le produit, ou lui conférer des propriétés nouvelles (formulation, texturation).

Alors pour avoir un produit sec souhaité, il est très important que l'utilisateur puisse définir les propriétés attendues du produit et que l'on sache, ensuite, lier les altérations, ou les modifications, aux paramètres pertinents du séchage.

Dans la littérature, le séchage solaire est beaucoup abordé car il ne chauffe que légèrement le produit et que la température d'attaque de l'air est généralement limitée. Aussi, les séchoirs solaires sont économiques par rapport aux séchoirs qui fonctionnent par les énergies fossiles, ainsi la disponibilité des accessoires, etc. en plus un séchoir solaire

correctement conçu peut alléger les inconvénients liés au séchage ouvert du soleil, et les qualités du produit sec peuvent être améliorées.

Beaucoup de scientifiques ont étudié la modélisation de séchage solaire des produits agricoles en se basant sur la réduction de taux de la teneur en humidité des produits caractérisés par la cinétique de séchage. Dans la plupart de ces études la modélisation de séchage solaire limitée par des modèles théoriques ou semi-théoriques seulement soit des modèles empiriques à un nombre qui ne dépasse pas la vingtaine. Notre but dans le chapitre IV est de tester soixante-cinq (65) modèles en choisissant des littératures de séchages solaires qui engloberont les modèles théoriques, semi-théoriques, empiriques et un modèle proposé pour trier un modèle approprié au séchage solaire de fruit de la pomme et faire une contribution par modélisation fractionnaire.

Chapitre II
Revue critique de la littérature

II.1 Introduction

Ce chapitre présente une revue critique sur la littérature des recherches scientifiques dans le domaine du séchage solaire. Il permet aux chercheurs de conclure des connaissances dans le passé pour être un point de départ dans sa recherche afin d'obtenir des résultats intéressants. Ce chapitre fournit une preuve de la connaissance du chercheur dans le champ d'investigation et l'évolution de nouveaux objectifs.

II.2 Modèles de régression non linéaire

La régression non linéaire se compose des modèles qui ont une formulation non linéaire et ne peuvent pas être linéarisés via des transformations. L'un des modèles de régression non linéaire est le modèle I-Star Market Impact Model introduit par Kissell et Malamut (1999). Ce modèle est largement utilisé pour le trading électronique, algorithmique et haute fréquence.

La formule de I-Star est :

$$\hat{Y} = {}_{a_0} . X_1^{a_1} . X_2^{a_2} . X_3^{a_3} + \left(b_1 X_4^{a_4} + \left(1 - b_1\right)\right) + \varepsilon \qquad (II.1)$$

Où,

$\hat{Y}$ = coût d'impact sur le marché d'une commande. C'est le mouvement des prix dans le stock en raison de la pression d'achat et de vente de l'ordre ou de l'échange. Il est composé d'un élément temporaire et permanent.

X_1 = la taille de la commande en pourcentage du volume quotidien moyen à négocier

X_2 = volatilité annualisée

X_3 = prix de l'actif

X_4 = de pourcentage du volume et utilisé pour désigner le trading sous-jacent

Les paramètres du modèle sont : $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 \, et \, b_1$

Le terme d'erreur du modèle ε a une distribution normale avec une moyenne nulle. Il est important de souligner ici que ce modèle est purement non linéaire et qu'il n'est pas possible de transformer le modèle en une formulation linéaire.

Les modèles de régression non linéaire présentent certaines difficultés pour les analystes. Premièrement, ils ne peuvent pas être résolus par les méthodes traditionnelles des moindres carrés ordinaires et les analystes doivent utiliser une approche mathématique plus sophistiquée pour estimer les paramètres de ces modèles. Deuxièmement, les modèles non linéaires sont également plus difficiles à interpréter et à évaluer. Il n'est pas aussi direct et simple de tester si la variable est statistiquement significative dans un modèle non linéaire et pour un modèle de régression linéaire.

II.2.1 Les modèles de régression : Un modèle linéaire est un modèle linéaire dans les paramètres. Dans des nombreux cas, un modèle non linéaire peut être transformé en modèle linéarisé. Un modèle linéaire est souvent préféré à un modèle non linéaire car il peut être résolu et évalué à l'aide de techniques mathématiques standard. Par exemple, un modèle linéaire peut être résolu et analysé via des techniques de régression OLS. Un modèle linéarisé est un modèle qui peut être transformé en modèle sous la forme :

$$f_y(y) = b_1 + b_1.f_1(x_1) + b_2.f_2(x_2) + \ldots + b_k.f_k(x_k) + \varepsilon \qquad (II.2)$$

II.2.1.1 Modèle de régression linéaire

$$y = b_0 + b_1.x_1 + b_2.x_2 + \ldots + b_k.x_k + \varepsilon \qquad (II.3)$$

Ce modèle est sous la forme linéaire est un modèle de régression linéaire traditionnel

II.2.1.2 Modèle de régression polynomiale

$$y = b_0 + b_1.x + b_2.x^2 + \ldots + b_k.x^k + \varepsilon \qquad (II.4)$$

Une régression polynomiale est un modèle linéaire dans les paramètres mais les variables x indépendantes auront des puissances entières. La variable x pour un modèle polynomial peut être n'importe quelle valeur (à la fois positive et négative) mais les exposants doivent être des valeurs entières positives. Un modèle polynomial peut être transformé en un modèle linéaire traditionnel avec la transformation suivante :

Soit $z_k = x^k$, alors nous avons,

$$y = b_0 + b_1.z_1 + b_2.z_2 + \ldots + b_k.z_k + \varepsilon \qquad (II.5)$$

z_k Représente la variable transformée. Notez que ce modèle est maintenant linéaire dans les paramètres et les variables, et peut être résolu. Il convient de noter que, puisque les variables sont corrélées, nous ne serons pas en mesure de déterminer une relation de cause à effet directe entre y et x. Ce modèle est cependant utilisé pour l'estimation et la prévision des besoins.

II.2.1.3 Modèle de régression fractionnaire

$$y = b_0 + b_1x^{p1} + b_2x^{p2} + \ldots + b_k.x^{pk} + \varepsilon \qquad (II.6)$$

Une régression polynomiale fractionnaire (ou simplement un modèle polynomial fractionnaire en abrégé) est un modèle linéaire dans les paramètres. L'exposant de la variable x, pk qui peut être n'importe quelle valeur (entier ou fractionnaire). Le modèle de régression fractionnaire exige que toutes les variables d'entrée soient positives car nous ne pouvons pas calculer la valeur d'un nombre négatif à un exposant négatif. C'est, $x_i > 0$ pour toutes les valeurs de i.

Le modèle polynomial fractionnaire peut être transformé en un modèle linéaire traditionnel simplement en définissant une nouvelle variable z pour chaque variable x. C'est comme suit :

$$y = b_0 + b_1.z_1 + b_2.z_2 + \ldots + b_k.z_k + \varepsilon \qquad (II.7)$$

Encore une fois, z_k représente la variable transformée et comme ce modèle est linéaire à la fois en paramètres et en variables, il peut être résolu. Semblable au modèle polynomial, parce que les variables ne sont pas indépendantes et qu'il existe une corrélation entre les variables, il sera difficile de déterminer un changement de cause à effet direct dans la valeur y à partir des variables d'entrée. Les paramètres estimés et le modèle de meilleur ajustement seront cependant statistiquement corrects et pourront être utilisés pour l'estimation et la prévision des besoins.

II.2.1.4 Modèle de régression log-linéaire

$$Y = b_0 X_1^{b1} X_2^{b2} X_3^{b3} \varepsilon \qquad (II.8)$$

Un modèle de régression log-linéaire est un modèle multiplicatif où les paramètres du modèle sont les exposants des variables d'entrée. Il existe de nombreux modèles économiques et financiers célèbres qui suivent une formation de fonction de pouvoir. Par exemple, la fonction de production Cobbe-Douglas suit à une formulation de loi de puissance.

Un cas particulier du modèle log-linéaire est lorsque toutes les variables sont positives, par exemple,

$X_i > 0$ et $Y_i > 0$. Dans cette situation, nous pouvons transformer le modèle en utilisant des logs. C'est comme suit :

$$\ln(Y) = \ln(b_0) + b_1 \ln(X_1) + b_2 \ln(X_2) + b_3 \ln(X_3) + \ln(\varepsilon)$$

Maintenant, si on laisse y =ln (Y) et $x_k = \ln(X_k)$, ce modèle s'écrit :

$$y = a_0 + a_1.x_1 + a_2.x_2 + b_3.z_3 + \varepsilon \qquad (II.9)$$

Notez que par souci de simplicité ou de notation, nous utilisons les minuscules y et x pour désigner le journal de la valeur de la variable et e pour désigner le journal du terme d'erreur. De plus, nous utilisons $a's$ la place des $b's$ dans cette régression. Ce changement de notation des paramètres est intentionnel car nous devons faire un ajustement pour les paramètres b_0.

Ce modèle est résolu via les méthodes OLS. Tout d'abord, nous résolvons les paramètres a_i en utilisant OLS et les données transformées en log. Ensuite, nous utilisons les paramètres a_i pour calculer les paramètres b_i d'origine ou comme suit :

$$b_0 = e^{a_0 + 0.5.\sigma_e^2} \qquad (II.10)$$

$b_1 = a_1$

$b_2 = a_2$

$b_3 = a_3$

Notez que le paramètre b_0 est plus complexe et nécessite le terme d'erreur de régression σ_e^2. Les autres paramètres b_1,b_2, b_3 sont déterminés directement à partir de a_1, a_2, a_3.

II.2.1.5 Modèle de régression logistique

$$y = \frac{1}{1+ e^{-(b_0+ b_1.x_1+\ldots+ b_k.x_k)}} \quad (II.11)$$

Un modèle de régression logistique est principalement utilisé dans les modèles de probabilité. Lorsque la variable y indique une valeur de probabilité avec 0 <y <1, ce modèle peut être transformé en une forme linéaire via le rapport de gains. Ce modèle transformé est :

$$b_0 + b_1.x_1 +\ldots+ b_k.x_k = \ln\left(\frac{1}{1-p}\right) \quad (II.12)$$

Les paramètres du modèle de régression logistique peuvent être résolus via des techniques de régression OLS.

II.2.2 Modèle non linéaire

$$y = b_0.x_1^{b1} + (1-b_0).x_2^{b2} + \varepsilon \quad (II.13)$$

Tous les modèles précédents présentés ci-dessus pourraient être transformés en modèle linéaire traditionnel qui peut être résolu via les techniques OLS. Le modèle ne peut pas être transformé en modèle linéaire en utilisant l'une des techniques ci-dessus. Par exemple, une transformation logarithmique du modèle ne donne pas un modèle linéaire et il n'y a aucun moyen d'effectuer un autre type de transformation via la division comme cela a été fait avec le modèle logistique. Par conséquent, ce modèle doit être résolu via de nouvelles solutions de régression techniques.

II.2.3 Formulation non linéaire

Considérer le modèle de régression suivant

$$y = b_0.x_1^{b1} + (1-b_0).x_2^{b2} + \varepsilon \quad (II.14)$$

Où,

$y =$ Variable dépendante

$x_1, x_2 =$ Facteurs explicatifs

$b_0, b_1, b_2 =$ Paramètres du modèle

$\varepsilon =$ Aléatoire et indique la valeur de la variable dépendante non expliqué par le modèle.

Un modèle de ce type et de cette formulation est extrêmement important pour trading algorithmique et haute fréquence. Ces modèles sont utilisés pour aider à déterminer l'algorithme et les paramètres de négociation les plus appropriés, tels que le taux de pourcentage du volume (POV) ou le temps de transaction, et ces modèles sont utilisés pour estimer le coût attendu de l'impact sur le marché d'une transaction. En outre, ces modèles donnent un aperçu de la manière dont le coût de l'impact sur le marché évoluera en fonction de la taille des commandes, de la

volatilité, du prix, et taux de négociation. Par exemple, une stratégie de trading plus urgente (trading agressif) entraîne un coût d'impact sur le marché plus élevé, mais un risque de timing plus faible et une stratégie de trading moins urgente (trading passif) entraîne moins de coûts d'impact sur le marché et plus de risque de timing. Ces modèles sont utilisés pour aider à déterminer le taux de négociation optimal et ont récemment été intégrés dans des modèles de construction de portefeuille.

Il n'est pas possible de transformer le modèle en une forme linéarisée pouvant être résolue via des techniques de régression OLS. Par conséquent, nous devons utiliser de nouvelles approches mathématiques pour estimer les paramètres du modèle et pour tester la signification statistique de chaque facteur explicatif, et pour mesurer la performance du modèle (par exemple, la qualité de l'ajustement R^2 et l'erreur de régression).

II.2.4 Résolution du modèle de régression non linéaire

La résolution d'un modèle de régression non linéaire nécessite une alternative mathématique technique aux moindres carrés ordinaires OLS. Cette analyse comprend trois parties :

1. Estimation des paramètres
2. Test d'hypothèse
3. Mesure des performances du modèle

II.2.5 Paramètres d'estimation

Nous décrivons le processus d'estimation des paramètres pour un modèle non linéaire général utilisant MLE et les moindres carrés non linéaires (non-OLS).

II.2.5.1 Estimation du maximum de vraisemblance (MLE)

Étape I : définir le modèle

$$y = f(x, b) + \varepsilon \qquad (II.15)$$

Cette formulation de modèle non linéaire, les données sont normalement distribuées.

Étape II : définir la fonction de vraisemblance

$$L(b, \sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y_i - f_i(x,b))^2}{2\sigma^2}} \qquad (II.16)$$

Calculer la fonction log-vraisemblance

$$L(b, \sigma^2) = \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y_i - f_i(x,b))^2}{2\sigma^2}} \right)$$

Cela se réduit à :

$$L^*\left(b,\sigma^2\right)= \sum_{i=1}^{n} -\frac{1}{2}\ln\left(2\pi\right)-\frac{1}{2}\ln\left(\sigma^2\right)-\frac{1}{2\sigma^2}\left(y_i - f_i\left(x,b\right)\right)^2$$

Enfin, nous avons la fonction log-vraisemblance :

$$L^*\left(b,\sigma^2\right)= -\frac{n}{2}\ln\left(2\pi\right)-\frac{n}{2}\ln\left(\sigma^2\right)-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=n}^{n}\left(y_i - f_i\left(x,b\right)\right)^2 \qquad \left(\text{II.17}\right)$$

Étape III : Maximiser la fonction log-vraisemblance

Différencier $L^*(b,\sigma^2)$ pour chaque paramètre b et σ^2. C'est comme suit :

$$\frac{\partial \mathrm{L}^*\left(\mathrm{b},\sigma^2\right)}{\partial \mathrm{b_k}} = \frac{-2}{\sigma^2}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\left(\mathrm{y_i}-\mathrm{f_i}\left(\mathrm{x},\mathrm{b}\right)\right).\frac{\partial \mathrm{f}\left(\mathrm{b_k}\right)}{\partial \mathrm{b_k}}$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}^*\left(\mathrm{b},\sigma^2\right)}{\partial \mathrm{b_k}} = \frac{-\mathrm{n}}{2\sigma^2}+\frac{2}{2\sigma^4}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\left(\mathrm{y_i}-\mathrm{f_i}\left(\mathrm{x},\mathrm{b}\right)\right)^2 \qquad \left(\text{II.18}\right)$$

Les paramètres sont calculés en définissant chaque dérivée partielle égale à zéro comme suit :

$$\frac{\partial L^*\left(b,\sigma^2\right)}{\partial b_1} = 0$$

$$\frac{\partial L^*\left(b,\sigma^2\right)}{\partial b_2} = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial L^*\left(b,\sigma^2\right)}{\partial b_k} = 0$$

$$\frac{\partial L^*\left(b,\sigma^2\right)}{\partial \sigma^2} = 0$$

Nous avons maintenant un système de k-équations et k-inconnues. Mais résoudre ce système d'équations peut être assez complexe et prendre du temps. Nous pouvons nous tourner vers des algorithmes de calcul mathématique pour résoudre ces paramètres. Dans les calculs ci-dessus, il est important de noter que nous cherchons à maximiser une fonction.

Rai semblance basée sur la distribution normale :

$$\mathrm{L}\left(\mathrm{b},\sigma^2\right)= \prod_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\mathrm{e}^{-\frac{\left(\mathrm{y_i}-\mathrm{f_i}\left(\mathrm{x},\mathrm{b}\right)\right)^2}{2\sigma^2}} \qquad \left(\text{II.19}\right)$$

Notez que cette fonction atteindra une valeur maximale lorsque l'exposant de e est minimise, nous pouvons minimiser l'expression. $(Y_i - f_i(x,b))^2$

Cela se réduit à minimiser la fonction suivante :

$$\mathrm{g_l}\left(\mathrm{b},\sigma^2\right)= \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\left(\mathrm{y_i}-\mathrm{f_i}\left(\mathrm{x},\mathrm{b}\right)\right)^2 \qquad \left(\text{II.20}\right)$$

Il est important de noter ici que si l'hypothèse sous-jacente pour les données de la valeur y provenait d'une distribution différente, nous pourrions résoudre les paramètres du modèle de même manière.

II.2.6 Moindres carrés non linéaires (non-OLS)

Une autre méthode pour résoudre les paramètres du modèle consiste à utiliser les moindres carrés non linéaires. Les données sont normalement distribuées, les valeurs de paramètre calculées à partir des techniques MLE et non-OLS seront les mêmes. Le terme d'erreur de régression sera légèrement différent de ces deux méthodes. La technique non-OLS n'est appropriée si les valeurs y sont normalement distribuées.

La technique pour calculer les valeurs de paramètres à l'aide de non-OLS est la suivante :

Étape I : définir le modèle

$$y = f(x,b) + \varepsilon \qquad (II.21)$$

Étape II : définir le terme d'erreur

$$e = \left(y - (x,b)\right) \qquad (II.22)$$

Étape III : définir une fonction de la somme des erreurs carré

$$L = \sum \left(y - (x,b)\right)^2 \qquad (II.23)$$

Cette fonction de perte minimise la somme des erreurs carrées. C'est la même chose que la régression linéaire mais dans ce cas, notre fonction est non-linéaire.

Étape IV : minimiser la somme des erreurs carrées

Nous calculons la dérivée partielle pour chaque paramètre b_k comme suit :

$$\frac{\partial L}{\partial b_k} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - f_i(x,b)\right).\ \frac{\partial f(x,b)}{\partial b_k} \qquad (II.24)$$

L'erreur de régression est calculée de la même manière que pour les modèles de régression linéaire et se présente comme suit :

$$s^2 = \frac{1}{n-k}\sum (y - \hat{y})^2 \qquad (II.25)$$

II.2.7 Tests d'hypothèse

La prochaine étape pour résoudre un modèle de régression non-linéaire consiste à effectuer un test d'hypothèse pour déterminer si les variables x sont statistiquement significatives à l'aide de T-test. La statistique de test est calculée pour chaque paramètre b_k comme suit :

$$TStat(b_k) = \frac{b_k^*}{Se(b_k)} \qquad (II.26)$$

Dans cette représentation, b_k^* et $Se(b_k)$ sont respectivement la valeur estimée et l'erreur standard du paramètre b_k. En OLS non-linéaire, le calcul de l'erreur d'estimation de paramètre $Se(b)$ n'est pas aussi direct. Mais les paramètres peuvent être estimées à partir d'une forme linéarisée du modèle en utilisant la matrice jacobienne J.

$$J_{ij} = \frac{\partial}{\partial b_j}\left(y - f\left(x_i, b\right)\right) = -\frac{\partial f\left(x_i, b_j\right)}{\partial b_j} \qquad (II.27)$$

Dans cette notation, i représente la i[ème] ligne et j représente le paramètre b_j. Ainsi, J est une matrice i x j. L'erreur standard du paramètre est calculée en utilisant jacobienne et en réglant chaque

$b_k^* = b_k$

Où b_k^* est la valeur estimée de b_k à partir de l'étape I ci-dessus.

Ensuite nous avons,

$$\mathrm{cov}(b) = s^2\left(J'J\right)^{-1} \qquad (II.28)$$

Enfin, l'erreur standard de b_k est la racine carrée de l'entrée k, k dans cov (b), soit :

$$Se\left(b_k\right) = \sqrt{\mathrm{cov}_{k,k}\left(b\right)} \qquad (II.29)$$

II.2.8 Evaluation de la performance du modèle

La dernière étape consiste à évaluer les performances du modèle. Cette étape doit être effectuée qu'après l'estimation des paramètres et après avoir conclu que toutes les variables sont des variables prédictives statistiquement significatives. Comme indiqué ci-dessus, s'il est déterminé qu'une variable n'est pas statistiquement significative au niveau de signification souhaité, alors la variable doit être retirée du modèle et les analystes doivent répéter tout le processus d'estimation par échantillonnage.

Il existe de nombreuses façons d'évaluer et de mesurer les performances d'un modèle pour un modèle de régression non-linéaire. Pour nos besoins, nous nous appuyons sur deux mesures similaires aux techniques OLS. Ce sont R^2 non-linéaire et Syx. Sont calculés comme suit :

- Calculé par valeur à l'aide du modèle non-linéaire.

$$\hat{y} = f\left(x, b\right) \qquad (II.30)$$

- Comparez $\hat{y}$ avec y actuel. Le graphe x y avec la valeur y estimée sur l'axe des x et la valeur y réelle sur l'axe des y.
- Execute une regression du formulaire

$$y = a_0 + a_1.\hat{y} \qquad (II.31)$$

- Le R^2 non-linéaire et l'erreur de régression S_{yx} sont déterminés à partir de la sortie de cette régression.

- Le test final de performance non-linéaire consiste à effectuer un test d'hypothèse sur les paramètres a_0, a_1 pour déterminer qu'ils sont statistiquement égaux à $a_0 = 0$ et $a = 1$

II.2.9 Techniques d'échantillonnage

Qu'est-ce que l'échantillonnage des données ? L'échantillonnage des données est une technique statistique utilisée pour obtenir des informations sur un événement final. Par exemple, les techniques d'échantillonnage nous aident parfois à mettre en œuvre un meilleur modèle de prédiction ou de prévision, à estimer la probabilité de succès ou à tester la signification des facteurs explicatifs et des paramètres proposés pour un modèle. Les techniques d'échantillonnage nous permettent également d'évaluer la distribution de probabilité sous-jacente d'un modèle en utilisant un sous-ensemble de données plutôt que l'ensemble de l'univers de données.

L'échantillonnage des données est nécessaire lorsque :

- Nous ne sommes pas en mesure d'observer et de collecter toutes les données sur tous les résultats.
- Il peut être trop coûteux, trop long en ressources de collecter des données sur tous les résultats possibles.
- La collecte de tous les résultats des données n'est pas facilement gérable.
- Nous devons comprendre l'exactitude du modèle, y compris l'importance des paramètres et la distribution des données.
- Nous ne disposons pas suffisamment de points de données pour une analyse complète et approfondie.

L'échantillonnage des données aide les analystes à résoudre les problèmes de limitation des données et à générer des prévisions de résultats. Il permet aux modélisateurs d'utiliser des ensembles de données plus petits et / ou des ensembles de données incomplets et de créer et tester efficacement des modèles. L'échantillonnage des données, cependant, est associé à l'incertitude et à l'erreur d'échantillonnage. Il est nécessaire que l'analyste comprenne l'erreur statistique et l'incertitude lorsqu'il fait des prédictions sur un match à venir. Le terme d'erreur est l'une des fonctions les plus importantes du processus de modélisation des données. Dans de nombreuses situations, un échantillonnage des données est nécessaire pour générer ces termes d'erreur et pour comprendre la distribution de ces termes d'erreur. Plusieurs fonctions de distribution de probabilité les plus importantes pour les problèmes de modélisation sportive sont décrites ci-dessus.

Le reste de ce chapitre abordera différents types de techniques d'échantillonnage de données et leur utilisation dans les problèmes de modélisation sportive. Ces techniques comprennent :

- Échantillonnage aléatoire
- Échantillonnage avec remplacement

- Échantillonnage sans remplacement
- Techniques de Monte Carlo
- Techniques d'amorçage
- Techniques d'échantillonnage Jackknife

II.3 Revue de la littérature sur les méthodes de modélisation

Dans cette partie, on a résumé quelques travails importants de modélisation de séchage solaire soit par les méthodes ordinaires ou fractionnaires.

II.3.1 Modélisation Ordinaire

I. Doymaz et al. 2003, ont étudié les caractéristiques les plus importantes et nécessaires à la simulation et à l'optimisation de la cinétique de séchage des échantillons de la carotte de géométrie carré (1 et 2cm), ont utilisé le modèle de diffusion du Fick. Les valeurs de diffusivité effective sont calculées dans le séchage à 50, 60, 65 et 70 C de température avec un débit d'air de 0.5 à 1 m/s, les résultats obtenus entre $0{,}776\times10^{-9}$ à $9{,}335\times10^{-9}$ m^2 / s. La diffusivité effective augmente proportionnellement avec le débit d'air et la température, la relation entre la température et le coefficient de diffusivité est décrite par l'équation d'Arrhenius. L'énergie d'activation pour la diffusion d'humidité était de 28,36 kJ / mol. Le modèle de page est donné un meilleur résultat en comparant avec le modèle Henderson and Pabis.

A.O. Dissa et al. 2008, Ont étudié la modélisation de la cinétique de séchage solaire indirect de la mangue en couche mince de 8mm d'épaisseur. Un prototype de séchoir solaire indirect utilisé pour la validation expérimentale du modèle de séchage construit au laboratoire. Cette étude devrait contribuer à la mise en place d'un séchoir solaire en couche mince de mangue et le processus de conservation de ce fruit. Le modèle de couche mince utilisé pour la simulation du séchage a adapté de manière appropriée avec la cinétique de séchage solaire des tranches de mangue avec un coefficient de corrélation r^2=0.9979 et SE=0,007249. Cette étude a établi un modèle de séchage en couche mince de la mangue. Le taux de séchage avec correction de rétrécissement et la teneur critique en eau sont déterminés expérimentalement. La teneur critique de l'eau est dégagée en 70% de la teneur en eau initiale. Le modèle de séchage en couche mince proposé est possible de simuler convenablement la cinétique de séchage solaire de tranches de mangue avec un coefficient de corrélation r^2=0.990. Cette étude a assuré le réglage du temps de séchage solaire de la mangue et à l'établissement des courbes de taux de séchage solaire de ce fruit.

G. Gökhan et al. 2008, Ont présenté une étude des caractéristiques de séchage de la tomate dans d'un nouveau séchoir solaire de tunnel conçu, utilisé pour le séchage de divers produits agricoles

ainsi que la tomate de type Rio Grande dans les conditions climatiques d'Izmir. La teneur en humidité a été réduite en quatre jours. Les échantillons de la tomate du séchoir tunnel solaire sont complètement protégés contre des oiseaux, des insectes, de la pluie et des poussières. Afin d'expliquer le comportement du séchage de la tomate. Douze modèles mathématiques ont été comparés en fonction de leurs valeurs de coefficient de détermination (R^2) et les autres paramètres statistiques (X^2, MBE, EF, RMSE) et pour adapter les données expérimentales avec les modèles mathématiques disponibles dans la littérature. Selon les résultats, le modèle two-term pourrait décrire de manière adéquate le comportement de séchage solaire de la tomate dans le nouveau séchoir solaire à tunnel. Les résultats des modèles prédits ont montré que celui utilisé pour la conception des séchoirs à tunnel pour différentes capacités.

J. S. Roberts et al. 2008, Ont présenté une étude de la cinétique de séchage à grand volume de pépins de raisin pour faciliter la production d'huile à partir des déchets. Ont montré que le séchage des pépins de raisin en couche mince peut être prédit avec précision en utilisant les modèles de Page, Lewis, ou modèles Henderson – Pabis. Les températures de séchage utilisé sont (40°C ,50°C et 60°C) et la vitesse de l'air 1.5m/s. Le modèle de Lewis est le meilleur modèle de prévision global pour le séchage de chaque variété de pépins de raisin. Cette étude aussi a montré l'importance de la teneur de l'humidité équilibre sur la pente et la linéarité de la courbe de l'humidité normalisée pour déterminer les constantes de séchage. Le séchage des pépins de raisin est essentiel pour stabiliser et conserver les pépins et empêcher la dégradation et produire les graines sous une forme appropriée pour l'extraction d'huile.

K. Blaise Koua et al. 2009, Ont étudié le comportement de séchage des produits agroalimentaires en couche mince (Banane, mangue et manioc), la première partie, ont présenté une expérience par un séchoir solaire direct et la deuxième partie par la modélisation mathématique de la littérature. La variation de la teneur en humidité des produits étudiés et les principaux paramètres de séchage sont analysés. Sept modèles statistiques, empiriques et semi-empiriques, sont testés pour valider les données expérimentales. Une analyse de régression non linéaire pour évaluer les constantes des modèles. La comparaison des modèles est basée sur les paramètres statistiques (MBE, X^2 et RMSE) et le coefficient de corrélation (r). Le modèle de The Henderson and Pabis a donné des meilleurs résultats avec les valeurs expérimentales.

A. Taheri-Garavand et al. 2011, Ont présenté une expérience de séchage des couches minces de la tomate à plusieurs températures (40°C, 50°C, 60°C, 70°C et 80°C), deux vitesses d'air 1.5 et 2

m/s et trois niveaux d'humidité relatif (20%,40% et 60%). La meilleure valeur de coefficient de diffusion effectif est trouvée à 80°C de la température, humidité relatif 20% et 2m/s de la vitesse d'air. L'énergie d'activation est calculée à partir de l'équation d'Arrhenius, les valeurs trouvées entre 33.32 kJ/mol et 44 kJ/mol. Le coefficient de diffusion effectif est calculé à partir de deuxième loi de Fick et les valeurs trouvées entre 9.9119×10^{-10} et 6.4037×10^{-9} m^2/s entre les températures 40 et 80°C. Ont montré que l'effet de la température, de la vitesse de l'air et de l'humidité relative sur la diffusivité.

N. Kumar et al. 2011, Ont basé sur les caractéristiques de séchage du carotte en couche mines dans un laboratoire avec un séchoir à convection forcée de l'air chaud, les températures de séchage des échantillons été réalisé à 60, 65, 70 et 75 °C, la vélocité de l'air est 0.7±0.1 m/s, l'épaisseur des échantillons est 0.01 m. les modèles mathématiques de la littérature testés pour adapter les données de séchage du carotte. La qualité de l'ajustement des modèles mathématiques sélectionnés aux données expérimentales a été évaluée par les paramètres statistiques (R^2, X^2 et RMSE).La moyenne des valeurs de diffusion effective variée entre 2.74×10^{-9} et 4.64×10^{-9} m^2/s La valeur de l'énergie d'activation était de 23.05KJ/mol pour toute la période de baisse des taux.

S. Ben Mariem et al. 2014, Ont étudié les caractéristiques de séchage et l'effet de différent températures (38°C, 44°C, 50°C, 57°C et 64°C) avec plusieurs vitesses de débit d'air (1 m/s, 2 m/s et 3 m/s) sur les cinétiques des tomates pour évaluer la capacité de certains modèles mathématiques, ils ont présenté le comportement de séchage dans les séchoirs industriels. La température de séchage joue un rôle essentiel dans la caractérisation du comportement de séchage des échantillons de tomates. L'augmentation de la température et du débit de l'air augmente le potentiel de séchage et diminue par conséquent le temps. Pour expliquer le comportement de séchage des tomates, différents modèles mathématiques ont été utilisés. Ont comparé les modèles de la littérature, ils ont trouvé que le modèle logarithmique et le modèle à deux termes présentent des meilleurs résultats de la cinétique de séchage de tomate. Cette étude basée sur trois paramètres statistiques utilisées pour évaluer la qualité de l'ajustement de chaque modèle, le coefficient de corrélation, le chi carré réduit et l'erreur quadratique moyenne (R^2, X^2 et RMSE). Ont été utilisées la deuxième loi de Fick et l'équation d'Arrhenius pour calculer le coefficient de diffusion effective et l'énergie d'activation.

C. Ertekin et al. 2015, Ont présenté une synthèse complète des modèles de séchage en couche mince des produits agricoles utilisés dans la littérature, l'importance du séchage est de réduire la

teneur en humidité et ainsi d'augmenter la durée de vie des produits en limitant la dégradation enzymatique et oxydante. De plus, en réduisant la quantité d'eau, le séchage réduit les pertes de récolte, améliore la qualité des produits séchés et facilite ses besoins de transport, de manutention et de stockage. Le séchage est un processus comprenant un transfert simultané de chaleur et de masse à l'intérieur du matériau et entre la surface du matériau. De nombreux modèles ont été utilisés pour décrire le processus de séchage de différents produits agricoles, ces modèles sont utilisés pour estimer le temps de séchage de plusieurs produits dans différentes conditions de séchage, et comment augmenter l'efficacité du processus de séchage et aussi pour généraliser les courbes de séchage, pour la conception et le fonctionnement des séchoirs. Plusieurs chercheurs ont proposé de nombreux modèles mathématiques pour le séchage en couche mince de nombreux produits agricoles. Cette étude donne un examen complet de plus de 100 modèles de séchage en couche mince semi-théoriques et empiriques utilisés dans les produits agricoles et évalue les critères statistiques (R^2, r, X^2, P, RMSD, EF, RMSE, MAE, MBE, MSE, SE, t-stat, MAPE, AIC, BIC**,** σ) pour la détermination du modèle approprié.

M.R. Avhad et al. 2016, Ont présenté une étude de développement d'un modèle mathématique pour prédire la cinétique de séchage des pépins d'avocat à cinq températures d'air de séchage entre (313,323,333,343 et 353K) et trois types de pépins d'avocat (non-prétraité, tranches et écrasé). Les résultats simulés ont été comparés aux données expérimentales ; tandis que la sélection du meilleur modèle basée sur les paramètres statistiques calculés. Les résultats expérimentaux suggèrent que l'élévation de la température de fonctionnement a entraîné une accélération de la vitesse d'évaporation de l'humidité et que le séchage a été effectué en période de vitesse court. Ont utilisé les quatre modèles (Lewis, Henderson and Pabis, Page et Avhad and Marchett), Cette étude basée sur les paramètres statistiques pour évaluer la qualité de l'ajustement de chaque modèle (R^2, X^2, E_{RMS}, MBE et MAE). Le modèle de Avhad and Marchett a donné des meilleurs agréments avec les valeurs expérimentales.

H. Isleroglu et al. 2018, Ont étudié le comportement du séchage de mahaleb qui a une utilisation vaste dans la production des fruits sains. La cinétique de séchage infrarouge et le changement des propriétés anti-oxydantes du mahaleb pur. Ont utilisé différents modèles d'intelligence artificielle (PLN, ANN et LS-SVM), ont été conçus et comparés en termes de critères RMSE et MDL. Les modèles sont utilisés pour modéliser la cinétique de séchage à différents température (50-90°C), l'automatisation de séchage infrarouge et les propriétés anti-oxydantes sont obtenues par les modèles artificiels développés. Le modèle ANN présente un meilleur niveau de performances.

Les résultats de la modélisation peuvent être utilisés de deux manières. Un équipement de séchage infrarouge conventionnel peut être contrôlé manuellement par l'opérateur en utilisant les résultats de modélisation de ces modèles intelligents. Un nouvel équipement de séchage infrarouge automatique peut être conçu et produit en incorporant des modèles de régression non linéaires de sorte que n'importe quel niveau de ces propriétés anti-oxydantes puisse être spécifiquement sélectionné au début du processus de séchage. Cette amélioration technologique pourrait rendre le processus de séchage réglable et fiable.

A. Djebli et al. 2019, Ont présenté une étude expérimentale et théorique réalisée sur le séchage solaire des pommes de terre. Utilisant un séchoir solaire indirect (ISD) et un nouveau séchoir solaire mixte (MSD). Pour caractériser et mesurer la précision de la cinétique de séchage de différents modèles théoriques. Le taux de séchage des tranches de pommes de terre dans le MSD était plus faible que dans le ISD. Les résultats ont montré une bonne conservation de la couleur des tranches de pomme de terre de ISD. Le MSD a une meilleure efficacité thermique par rapport à l'ISD. En termes de temps de séchage l'ISD fonctionne mieux que le MSD grâce à une vitesse d'air de 0,45 m / s pour l'ISD contre 0,15 m/ s pour le MSD. La texture poreuse de la pomme de terre facilite le transfert de chaleur qui favorise l'évaporation de l'eau En conséquence, le taux de séchage est élevé. Le coefficient de diffusion effective est calculé par deux méthodes, série de Fourier et transformé de Laplace, la valeur de D_{eff} pour l'ISD est supérieure à celle du MSD. Sept modèles ont été utilisés pour ajuster les données expérimentales (deux modèles proposés et cinq modèles de la littérature). Cette étude basée sur les paramètres statistiques pour évaluer la qualité de l'ajustement de chaque modèle (R^2, X^2, MAE, RMSE). La comparaison montre que les modèles sans dimension suggérés sont les modèles les plus appropriés pour décrire le comportement du séchage de la pomme de terre pour les deux séchoirs considérés. Les deux nouveaux modèles proposés sont indépendants des unités de mesure, de la conception, des conditions de fonctionnement et prennent en compte les conditions aux limites, ce qui est un avantage significatif par rapport aux modèles existants de la littérature.
Cette étude a été menée dans le nord de l'Algérie où l'humidité de l'air est élevée. Le fonctionnement des séchoirs est plus efficace dans les régions arides ou semi-arides comme le désert du Sahara ou les hautes terres où l'air est sec.

A. Ghimire et al. 2020, Ont étudié le séchage du poisson Jaya à quatre niveaux de puissance de séchage micro-ondes (100 W, 180 W, 300 W, et 450 W). Les niveaux de puissance qui croissent de manière significative affectent le taux de séchage du poisson, et déterminent un modèle

mathématique de couche mince approprié qui décrit le comportement du séchage. Ont utilisé les modèles (Approximate diffusion, Modified Henderson and Pabis, Two-Term, Logarithmic et Midilli et al). Ce mécanisme de séchage n'a pas été étudié. L'augmentation de la valeur de puissance influe sur le taux de séchage. Les constantes et les coefficients sont calculés par la technique de régression non linéaire. Cette étude basée sur trois paramètres statistiques utilisés pour évaluer la qualité de l'ajustement de chaque modèle (R^2, RMSE, X^2 et SSE). Le coefficient de diffusion effectif entre 1.40×10^{-9} et 1.40×10^{-8} m^2/s avec une puissance entre 100W et 450W.l'énergie d'activation est calculée par l'équation d'Arrhenius, la valeur trouvée est 4.656 W/g, la valeur du coefficient de diffusion est 1.22×10^{-8} m^2/s, le modèle ajouté peut utiliser dans le domaine de construction et conception des micro-ondes. L'optimisation du processus de séchage et illustration du comportement de séchage du poisson Jaya, y compris le transfert de puissance et de masse, ce qui nous rapproche de la production industrielle de poisson Jaya séché aux micro-ondes.

D. Mehmet et al. 2020, Ont présenté une analyse numérique et expérimentale du transfert de chaleur et de masse dans le processus du système de séchage solaire, Pendant la période de séchage, les valeurs de base d'humidité (base sèche) du produit a diminué de 4.91(g_{eau} /$g_{matière\ sèche}$) à 0.273 (g_{eau} /$g_{matière\ sèche}$). La valeur moyenne de D_{eff} du produit pendant le système du séchage est 0.035×10^{-8} m^2/s. La valeur moyenne d'énergie d'activation calculée avec les données expérimentales diminue en proportion directe avec les valeurs d'efficacité de séchage est 58,4 KJ/ mol. L'énergie d'activation et l'efficacité de séchage ont également diminué en fonction des valeurs d'humidité. Le transfert de masse augmente pendant la période de séchage du produit et la valeur moyenne de transfert de masse est de 0,007 m / s. le transfert de masse et le coefficient de diffusion changent en proportion directe. Les valeurs de transfert de chaleur par convection du produit lors de processus du séchage ont changé en fonction de la température du l'air de séchage chauffé par le collecteur. La valeur de transfert de chaleur moyenne calculée avec des données expérimentales est de 18,55 W / m^2K. La valeur de transfert de chaleur correspondant à la valeur de rendement du capteur la plus élevée (83,2%) est de 20,9 W / m^2K. Les modèles numériques d'armoire de séchage et de séchage des produits ont été dépendants du temps. La température d'entrée de la cabine de séchage et la vitesse de l'air, qui changent en fonction de la position du soleil, ont été définies comme variables. La compatibilité de ce modèle avec les expériences a été démontrée. La valeur de température ambiante de séchage, valeur de teneur en humidité et valeurs de vitesse ont été modélisées avec un taux d'erreur de 5,34%, 3,74% et 6,30%, respectivement.

L'effet des paramètres de température et de vitesse sur le produit pendant le processus de séchage peut être mieux examiné. Les méthodes et les modèles utilisés peuvent permettre à de nombreux chercheurs qui mènent des études expérimentales sur le séchage des produits de mener des expériences de séchage plus détaillées en examinant le changement des paramètres en fonction du temps. Les méthodes et les modèles utilisés peuvent permettre à de nombreux chercheurs qui mènent des études expérimentales sur le séchage des produits de mener des expériences de séchage plus détaillées en examinant le changement des paramètres en fonction du temps.

P.K. Devan et al. 2020, ont présenté une étude de développement d'un séchoir solaire efficace et économique pour le séchage continu des produits alimentaires agricoles. Le séchage est un processus d'élimination de la teneur en humidité des produits agricoles les plus importants comme les fruits et légumes**.** L'efficacité du séchoir solaire dans le processus de séchage par convection forcée est plus élevée que le séchoir solaire à convection naturelle. Cela peut être attribué au fait que la circulation d'air forcée augmente le taux d'échange de chaleur entre l'air et les marchandises. Certains facteurs peuvent affecter les performances du séchage à savoir la température atmosphérique, la quantité de rayonnement obtenue à partir du capteur solaire. L'humidité relative de l'air chaud et la vitesse de l'air. Le séchoir à tunnel solaire alimenté par un réseau photovoltaïque a l'avantage de pouvoir fonctionner indépendamment du réseau électrique. Le ventilateur peut être utilisé pour contrôler le débit d'air. Le séchoir solaire construit était capable de produire une température de séchage moyenne de 48 °C à 54°C. Les performances des séchoirs tunnel ont été augmentées. Les orientations technologiques pour la conception des systèmes de séchage solaire des produits agricoles sont la configuration compacte des collecteurs, haute efficacité, stockage flexible et système de séchage longue durée. Le séchage solaire dans la plage de vitesse d'air élevée déduit une baisse du temps de séchage par rapport aux périodes équivalentes à faible vitesse d'air. L'analyse de la qualité a été faite en termes de couleur et de texture.

N. Hidar et al. 2020, Ont étudié l'effet de séchage solaire par convection des cinétiques de la plante stévia d'épaisseur 0.0005 m en Maroc, les températures de séchage évaluées étaient (50, 60,70 et 80°C) avec un débit d'air de 300 et 150 m^3/ h. La diffusivité effective de l'humidité entre 1.32×10^{-10} et 8.11×10^{-11} m^2/s, l'énergie d'activation est 37.81 KJ/mol, la diffusivité effective de l'humidité augmente avec l'augmentation de la température de l'air de séchage et du débit d'air. Les résultats expérimentaux ont démontré la faisabilité technique du séchage solaire de la stévia. Les paramètres de qualité des feuilles de stévia dépendent principalement par la température utilisée et le débit d'air pendant le processus de séchage, à partir des résultats obtenus, il a été

vérifié que les conditions de séchage en particulier la température et le débit d'air, conduisent à des modifications de la stévia pouvant entraîner une dégradation de la qualité, La teneur en chlorophylle ainsi que la teneur totale en phénoliques et en flavonoïdes diminuent à mesure que la température de séchage à l'air et le débit d'air augmentent, avec l'augmentation de la perte de nutriments à 80°C. De plus, à haute température et débit d'air, la déformation microstructurale se produit lorsqu'elle est principalement due aux taux élevés de diffusion et d'évaporation de l'eau.
Les résultats obtenus dans cette étude sont essentiels pour la valorisation de stévia afin d'obtenir les avantages optimaux de bioactif présents dans cette plante alimentaire lors du séchage. Ainsi, le séchage solaire est une méthode très efficace pour les feuilles de stévia et peut être utilisé à la fois pour l'industrie et des fins commerciales.

II.3.2 Modélisation fractionnaire

R. Simpson et al. 2012, Ont présenté une étude de calcul fractionnaire comme outil mathématique pour améliorer la modélisation des phénomènes de transfert de masse en agro-alimentaire, l'hypothèse proposée est que le processus de diffusion au sein de matières alimentaires non fickienne, peut être caractérisé à l'aide d'une formulation de calcul fractionnaire. Il existe actuellement plusieurs preuves expérimentales et théoriques que le processus de diffusion dans les matériaux alimentaires basé généralement sur le modèle de diffusion de Fick. L'application du calcul fractionnaire au domaine de génie alimentaire est principalement dans les procédés de transfert de chaleur et de masse est nécessaire. Le calcul fractionnaire c'est un outil mathématique qui n'a pas encore été appliqué aux problèmes d'ingénierie alimentaire.

D. Sierociuk et al. 2013, Ont étudié la modélisation de transfert de chaleur dans un milieu hétérogène à l'aide de calcul fractionnaire, ils ont présenté une définition de l'ordre fractionnaire, la définition de Caputo et la transformé de Laplace de dérivé fractionnaire de Caputo. Présentation de l'équation différentielle de la chaleur avec les conditions aux limites et déduire la relation entre le flux de la chaleur et la température dans la diffusion anormale. La démonstration de l'équation de transfert de chaleur pour le cas de perte de flux thermique dans un milieu non homogène et diffusion anormale à partir de l'équation différentielle partiel d'ordre fractionnaire en utilisant la transformé de Laplace. Ils ont présenté la vérification expérimentale du modèle de processus de transfert de chaleur. La comparaison montre une bonne concordance entre le modèle mathématique et l'expérience.

L. Qinghua et al. 2015, Ont étudié un modèle cinétique fractionnaire (FK) pour caractériser les phénomènes de séchage des matériaux poreux à base de ciment, ce modèle fractionnaire utilisé

avec deux paramètres (indice d'ordre global n et indice de temps fractionnaire), Le mode FK est caractérisé par un comportement exponentiel et comprend les modèles de séchage classiques (les modèles de Lewis et Page) et les pseudos modèles de sorption du premier et du second ordre avec les valeurs de n et α correctement sélectionnés. Les résultats obtenus ont montré que les courbes générées par le FK et les modèles de page sont beaucoup plus proches des données expérimentales et le fait que le coefficient de vitesse de séchage varie avec le degré de saturation d'humidité relative, suggère que l'élimination de l'eau des solides poreux à base de ciment est un processus complexe**.** Les échantillons de tailles différentes et exposés à différents niveaux d'humidité relative ont montré des valeurs différentes des paramètres caractéristiques (n et α). Les graphiques du modèle FK sont linéaires pour presque tous les échantillons.

L. Vinnett et al. 2015, Ont présenté une nouvelle approche pour décrire le taux de la flottation basé sur le calcul fractionnaire, le modèle proposé a été appliqué à plusieurs essais de flottation par lots de minerais de porphyre de cuivre et comparés aux modèles cinétiques classiques du premier ordre. Le calcul fractionnaire est proposé comme méthodologie alternative pour représenter les taux de flottation, le processus global est caractérisé par un ordre de dérivé avec une constante de taux. Tous les cas présentent un ordre dérivé inférieur à 1 avec des valeurs de 0,60 à 0,95. Ce qui est liée à une réponse de flottation retardée au début du processus. L'approche proposée a montré des avantages significatifs par rapport aux modèles à deux paramètres (k unique et la distribution rectangulaire) en raison du plus grand nombre des paramètres. Cependant, le calcul fractionnaire n'a pas montré l'amélioration par rapport au modèle Gamma distribué pour la constante de taux, avec une forte corrélation entre le paramètre de la forme Gamma et l'ordre de dérivé du calcul fractionnaire. Cette corrélation est causée par la capacité des deux structures de modèle à représentent des processus de flottation lente. Le calcul fractionnaire est proposé comme un nouveau point de vue pour décrire les taux de flottation, où le processus est décrit par un paramètre d'ordre de dérivé avec un taux de flottation fractionnaire.

D. Nicolin et al. 2017, Ont présenté une modélisation mathématique de séchage du soja par modèle cinétique d'ordre fractionnaire et l'utilisation du calcul fractionnaire comme outil potentiel pour généraliser des modèles mathématiques basés sur des équations différentielles. Le modèle mathématique basé sur la généralisation du modèle cinétique du premier ordre, pour modéliser la cinétique de séchage du soja, est le taux de variation d'humidité est donné par une dérivée d'ordre arbitraire. La technique de Bootstrap a été utilisée pour étudier le nombre minimum requis de termes de la solution analytique pour ajuster les paramètres avec une variabilité stable. Cette étude

présente une approche statistique pour évaluer le nombre correct de termes à utiliser dans une équation basée sur une série infinie afin d'obtenir le moins de variabilité possible. Une telle approche fournit des résultats plus fiables lorsque le modèle est appliqué à des données expérimentales. Les résultats ont été très satisfaisants pour les courbes d'humidité estimées. Ces résultats ont été comparés au modèle cinétique du premier ordre et modèle de Page classique. Le nombre minimum de termes de la solution en série variait à la fois en ce qui concerne les paramètres du modèle et la température. Le modèle proposé est adapté à la modélisation des processus cinétiques en général et peut être utilisé pour projeter des équipements de séchage.

R. Simpson et al. 2017, Ont étudié le calcul fractionnaire du modèle de page et les équations empiriques associées dans l'ajustement des données expérimentales des phénomènes de diffusion dans les matrices alimentaires, la démonstration de la qualité de l'ajustement de l'équation de Page, Ont présenté un examen complet de la thèse de Page a été effectué en analysant son développement théorique et ses données expérimentales. De plus, les données rapportées dans la littérature ont été analysées pour tester l'application de l'équation de Page, de la deuxième loi de Fick et du modèle de diffusion anormale. Cette étude démontre que l'équation de Page est issue d'une mauvaise interprétation de la deuxième loi de Fick. De plus, la solution de diffusion anormale présente des similitudes remarquables avec l'équation de Page, principalement en raison de l'inclusion du paramètre exponentiel de temps (n). La solution mathématique du modèle de diffusion anormale par l'approche du calcul fractionnaire peut expliquer la qualité de l'ajustement de l'équation de Page aux données de séchage.

C. Ramírez et al. 2017, Ont proposé une étude de l'effet de la température et l'humidité de la diffusion anormale basée sur une approche de calcul fractionnaire appliquée à l'analyse de séchage des tranches de pomme, l'évaluation du mécanisme de diffusion basé sur la deuxième loi de Fick et la diffusion anormale modifiant les conditions d'opération de séchage (température et humidité relative). Le séchage a été effectué à 30°C, 40°C et 50°C de température, 30%, 50% et 70% d'humidité relative. Les courbes de séchage ont été analysées pour déterminer la diffusion effective (D_{eff}) en utilisant deux méthodes : la deuxième loi de Fick et le modèle de la diffusion anormale basé sur une approche de calcul fractionnaire. Les valeurs D_{eff} ont été estimées en utilisant le modèle de diffusion anormale avec α=1,735, la solution basée sur le calcul fractionnaire à différentes conditions d'opération permet d'obtenir un meilleur ajustement des données de séchage que le deuxième modèle de loi de Fick, tout en conservant le comportement d'Arrhenius de D_{eff} avec la température. L'utilisation du calcul fractionnaire comme

représentation des processus de diffusion anormaux produit une qualité d'ajustement élevée, cette représentation donne un aperçu de la nature du processus de diffusion, Le paramètre α indique si le processus est Fickenne (α=1), super-diffusif (α> 1) ou sous-diffusif (α <1). L'utilisation d'une solution de modèle de diffusion anormale basée sur le calcul fractionnaire à différentes conditions de fonctionnement (T et RH) a permis un meilleur ajustement des données de séchage que le deuxième modèle de loi de Fick.

G. Matias et al. 2018, ont présenté une étude de calcul fractionnaire sur le séchage avec une nouvelle cinétique modèle semi-empirique. Le modèle a été développé par généralisation d'ordre arbitraire de l'équation cinétique de Lewis obtenue à l'aide de la transformée de Laplace, la transformation inverse de Laplace et la fonction Mittag-Leffler. Des données cinétiques sur le séchage du soja à 50, 60, 70 et 80 C ont été récupérées de la littérature pour tester le modèle qui a été comparé au modèle de Lewis de premier ordre et au modèle de Page par des critères quantitatifs. Les résultats montrent que le processus est mieux décrit par le modèle d'ordre fractionnaire et l'équation d'ordre arbitraire peut être utilisée pour ajuster les données expérimentales sur le séchage, avec des meilleurs résultats parmi les autres modèles analysés. Les résultats indiquent que le processus est mieux décrit par Le modèle d'ordre fractionnaire de Lewis pour les données cinétiques de séchage du soja. Le modèle d'ordre fractionnaire de Lewis a fourni des meilleurs résultats que le modèle de Page, largement représenté dans la littérature. En réalité, modèle d'ordre fractionnaire proposé le modèle d'ordre fractionnaire proposé dans la présente étude a décrit avec succès la cinétique de séchage des matériaux agro-industriels. Les taux pour l'ordre du modèle (α) sont proches de 0,5 à toutes les températures. La valeur fractionnaire de α dans le modèle de Lewis indique que la diffusion est anormale puisque le modèle de Lewis avec un α non entier avait un comportement non exponentiel. Comme la diffusion est anormale et que les données ne sont pas exponentielles, il a été recommandé d'utiliser des modèles non exponentiels ou des modèles d'ordre fractionnaire pour représenter la cinétique de séchage du soja.

M. El Amin et al. 2018, Ont proposé la solution analytique pour l'équation de dérivée fractionnaire de débit gaz en milieu poreux, le modèle de dérivée fractionnaire représente les phénomènes de transport dans les réservoirs naturels qui ne sont généralement pas linéaires en raison de la forte hétérogénéité des milieux poreux. Ont obtenu une transformée universelle de Boltzmann généralisée pour transférer l'équation différentielle partielle à une équation différentielle ordinaire. De plus, la convergence des solutions des deux cas considérés est étudiée, ont constaté que les solutions en série sont inconditionnellement convergentes. Les solutions sont

discutées pour diverses valeurs des paramètres donnés et des informations physiques importantes sont fournies.

A. Asemu et al. 2019, Ont étudié les caractéristiques de séchage de grain de maïs dans un séchoir à bulles solaire. Un nouveau séchoir à bulles solaire utilisé pour étudier le comportement de séchage du grain de maïs fraîchement récolté. Les performances du séchoir ont été testées avec plusieurs échantillons à différent couches (fine, moyenne, épaisse) et deux conditions de mélange. Une élévation de la température d'environ 30°C a été enregistrée dans le séchoir par rapport à l'air ambiant. Les données expérimentales sur la couche mince ont été ajustées aux modèles de séchage et l'ajustement de qualité de chaque modèle a été évalué à l'aide des critères statistique (RMSE et R^2). Les modèles d'approche de diffusion ont donné une meilleure prédiction pour les variétés et les conditions de mélange. La deuxième loi de Fick et les modèles de diffusion anormale ont été considérés pour le calcul de la diffusion effective (D_{eff}). Le mécanisme de diffusion anormale mieux adapté avec les données expérimentales que la deuxième loi de Fick et a montré un comportement subdiffusive ($\alpha < 1$). Cette étude sera utile non seulement pour les petits exploitants agricoles, mais aussi pour toutes les coopératives agricoles en offrant une technologie de séchage des céréales durable et peu coûteuse en donnant une technologie de séchage des grains durable et économique, il peut être utile dans la conception, la modélisation et l'évaluation des performances des séchoirs solaires et peut être utilisé comme référence pour les applications de séchage.

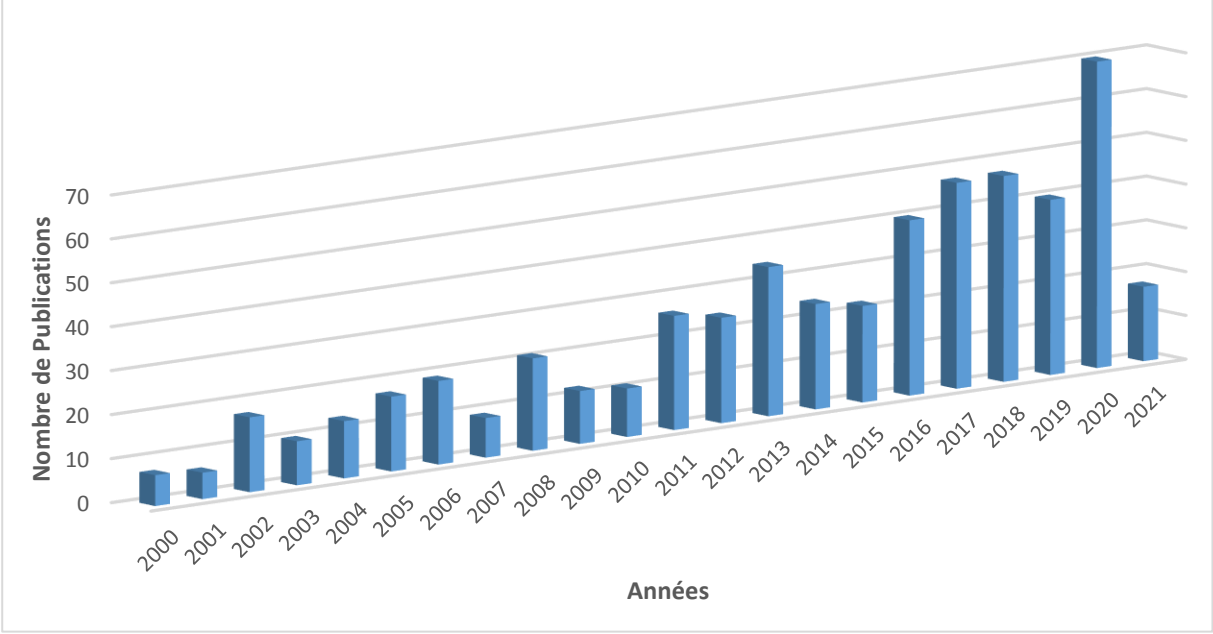


Figure II.1 : Nombre de publications traitant le calcule fractionnaire.

II.4 Conclusion

La revue de littérature que nous avons faite, nous a permis de mettre en évidence que la modélisation peut permettre de valider les hypothèses simplificatrices émises lors de la formulation mathématique des phénomènes de séchage. Une analyse détaillée des articles publiés sur la modélisation de séchage. L'objectif principal de ce chapitre était de fournir une évaluation des différents modèles de séchage solaire, ce qui pourrait être utile dans le choix du modèle le plus approprié et précise basée sur les données disponibles. Cette revue bibliographique nous a servi à fixer l'objectif de notre travail qui consiste en la prédiction des phénomènes de séchage.

Chapitre III
Techniques de modélisation fractionnaire

III.1 Introduction

Ce chapitre sera consacré aux définitions élémentaires et notions de base relative au calcul fractionnaire telles que : la dérivation fractionnaire, l'intégration fractionnaire, définitions relatives aux opérateurs d'ordre fractionnaire, l'exponentielle de Mittag-Leffler et d'autre notions dont on aura besoin dans la suite de notre travail.

Nous commencerons par donner un aperçu historique sur le développement de la théorie de dérivation fractionnaire.

III.2 Aperçu historique

Notre but dans cette partie n'est pas de dresser un état de l'art complet sur le calcul fractionnaire car :

- **a.** Les domaines de recherche sont actuellement variés qu'il semble difficile d'avoir un aperçu complet, même si plusieurs ouvrages tels que, [83, 84]. offrent une vision très large sur ce domaine.
- **b.** Des historiques très détaillés sont donnés dans les ouvrages de références tels que, [85, 86]. Nous présentons ici les principales étapes historiques de l'élaboration du calcul fractionnaire,

Jusqu'à son essor dans le développement d'applications dans les années 1970. Nous nous appuyons sur les ouvrages, [85–87]. pour couvrir la période de 1695 à 1974.

1695 : L'origine du calcul fractionnaire semble remonter à Leibniz. Dans une lettre au Marquis de L'Hôpital, il propose de généraliser sa formule pour la dérivée $n^{\text{ième}}$ d'un produit de deux Fonctions à $n>0$ et introduit la notation $d^{1/2}$h. Il écrit notamment que $"d^{1/2}x"$ Dans une autre lettre à Bernoulli, il mentionne des dérivées "d'ordres généraux".

1730 : Euler est le second grand mathématicien à aborder la question. Dans son article, [84] ; où il introduit sa célèbre fonction Gamma Γ qui $\frac{\partial}{\partial t}T(x,t)=a^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}T(x,t)$ généralise la factorielle ($\Gamma(n+1)=n!$), il conclut en proposant une définition pour la dérivée d'ordre $\alpha>0$ de x^{β}, avec $\beta>0$. Son cheminement est le suivant : pour $m, n\in\mathbb{N}$ avec $m\geq n$, on a tout d'abord

$$\frac{d^n}{dx^n}x^m = \frac{m!}{(m-n)!}x^{m-n} \qquad (III.1)$$

Grâce à sa fonction Gamma cette formule s'étend directement à une puissance $m > 0$:

$$\frac{d^n}{dx^n}x^m = \frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(m-n+1)}x^{m-n} \qquad (III.2)$$

Le terme de droite de l'équation (1) conservant un sens pour un réel $n > 0$ (tel que $n < m + 1$), on peut donc le considérer comme une définition pour la dérivée d'ordre réel $\alpha > 0$ de la puissance réelle $\beta > 0$:

$$\frac{d^\alpha}{dx^\alpha}x^\beta = \frac{(\beta+1)}{(\beta-\alpha+1)}x^{\beta-\alpha} \qquad (III.3)$$

Notons ici qu'Euler ne considère en fait que des nombres rationnels (appelés aussi fractionnaires) et non des nombres réels. La dénomination actuelle de dérivée "fractionnaire" pour exprimer en fait une dérivée d'ordre réel pourrait donc trouver son origine historique dans ce travail.

1822 : Mentionnons ensuite le travail de Fourier qui, grâce à sa célèbre transformée, obtient une autre définition de la dérivée d'ordre réel. En composant la transformée de Fourier (réelle) d'une fonction *f* avec sa transformée inverse, Fourier retrouve l'identité :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha)\cos\left(p(x-\alpha)\right)d\alpha dp \qquad (III.4)$$

Il remarque ensuite que la dérivée $n^{\text{ième}}$ ($n \in \mathbb{N}$) du terme en cos peut s'écrire comme :

$$\frac{d^n}{dx^n} = \cos\left(p(x-\alpha)\right) = p^n \cos\left[p(x-\alpha) + \frac{n\pi}{2}\right] \qquad (III.5)$$

Le membre de droite garde un sens si on remplace *n* par $u > 0$, ce qui permet de définir la dérivée d'ordre *u* de cos ($p(x - \alpha)$). En utilisant cette définition dans l'équation (4), Fourier obtient ainsi la dérivée d'ordre $u > 0$ de f :

$$\frac{d^u}{dx^u} f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha)\, p^u \cos\left[p(x-\alpha) + \frac{up}{2}\right]d\alpha dp \qquad (III.6)$$

1823 : Abel utilise le calcul fractionnaire pour résoudre le problème du tautochrone généralisé.

1832-1837 : Liouville est le premier à étudier en détail le calcul fractionnaire, il a publié huit articles entre 1832 et 1837.Il a proposé la relation suivante

$$\frac{d^n}{dx^n}e^{ax} = a^n e^{ax} \qquad \text{(III.7)}$$

Pour $n \in \mathbb{N}$, il propose de l'étendre pour $\alpha > 0$, définissant ainsi la dérivée d'ordre α de $e^{\alpha x}$. Par conséquent toute fonction pouvant s'écrire sous la forme :

$$f(x) = \sum_{K=0}^{\infty} C_k e^{\alpha} k^x \qquad (III.8)$$

Admet une dérivée d'ordre $\alpha > 0$ donnée par :

$$\frac{d^\alpha}{dx^\alpha} f(x) = \sum_{K=0}^{\infty} C_k a_K^\alpha e^{\alpha} k^x \qquad (III.9)$$

Afin d'étendre cette définition à d'autres types de fonctions que (8), Liouville remarque que :

$$\forall \beta > 0, \forall x > 0, x^{-\beta} = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^{\infty} u^{\beta-1} e^{-xu} du$$

À l'aide de l'équation (7), il trouve :

$$\frac{d^\alpha}{dx^\alpha} x^{-\beta} = \frac{(-1)^\alpha}{\Gamma(\beta)} \int_0^{\infty} u^{\alpha+\beta-1} e^{-xu} du$$

Soit :
$$\frac{d^\alpha}{dx^\alpha} x^{-\beta} = \frac{(-1)^\alpha \Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\beta)} x^{-\alpha-\beta} \qquad \text{(III.10)}$$

Même si (2) et (10) concernent des exposants β différents, la limite β=0 est problématique.

Par exemple, pour α= 1/2,

- Avec la définition d'Euler :

$$\frac{d^{1/2}}{dx^{1/2}} x^0 = \frac{1}{\sqrt{\pi x}}$$

- Alors qu'avec celle de Liouville :

$$\frac{d^{1/2}}{dx^{1/2}} x^0 = 0$$

Ce paradoxe est en fait résolu si on utilise les définitions modernes des dérivées fractionnaires. On peut vérifier que la définition d'Euler correspond à la dérivée de Riemann-Liouville et celle de Liouville à sa propre version moderne.

Par exemple, pour $0 < \alpha < 1$ et $\beta > 0$,

$$\left(\frac{d^\alpha}{dx^\alpha}\right)_{Euler} x^\beta = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_0^{\infty} (x-y)^{-\alpha} y^\beta dy \qquad (III.11)$$

$$\left(\frac{d^{\alpha}}{dx^{\alpha}}\right)_{Liouville} x^{-\beta} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{d}{dx}\int_{-\infty}^{x}(x-y)^{-\alpha}\, y^{-\beta}dy \qquad (III.12)$$

Comme il est signalé dans ces définitions diffèrent en fait par les bornes de leurs intégrales, [87].

Remarque : L'expression est définie ici comme suite :

$$\frac{d}{dx}\int_{-\infty}^{x}(x-y)^{-\alpha}y^{-\beta}dy$$

$$\lim_{x\to-\infty}\int_{s}^{x}(x-y)^{-\alpha}y^{-\beta}dy$$

1847 : À partir d'une généralisation de la formule de Taylor, Riemann propose une définition d'intégrale fractionnaire :

$$\frac{d^{-\alpha}}{dx^{-\alpha}} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{\alpha}^{x}(x-y)^{\alpha-1} f(y)dy + \psi(x) \qquad (III.13)$$

Où $\psi(x)$ est une "fonction complémentaire" qui le gênera en fait dans ses travaux ultérieurs. Elle sera finalement abandonnée pour donner la définition moderne de l'intégrale fractionnaire.

1867-1868 : [88]. Grünwald puis Letnikov proposent de définir une dérivée fractionnaire comme limite de différences finies, par analogie avec la dérivée usuelle qui est la limite de la différence finie (opposée à infinitésimale) entre $f(x + h)$ et $f(x)$ divisée par h.

1869 : L'expression définitive de ce qui est maintenant appelé intégrale fractionnaire de Riemann apparaît pour la première fois dans le travail de Sonin. Pour une fonction complexe, en dérivant n fois la formule de Cauchy ($n \in \mathbb{N}$), on obtient :

$$f^{(n)}(z) = \frac{n!}{2\pi i}\int\frac{f(y)}{(y-z)^{n+1}}dz \qquad (III.14)$$

Sonin, en choisissant un chemin approprié d'intégration, généralise cette formule à n <0. Il Obtient finalement une définition de l'intégrale d'ordre α>0, que l'on notera par la suite$a^{\mathfrak{T}^{\alpha}}$

$$a^{\mathfrak{T}_x^{\alpha}} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{\alpha}^{x}(x-y)^{\alpha-1} f(y)dy \qquad (III.15)$$

1892 : Heaviside fournit cette année- là la première application concrète du calcul fractionnaire (le Tautochrone d'Abel relevant davantage du cas d'école) pour la résolution de l'équation de la chaleur unidimensionnelle :

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{T}(\mathrm{x},\mathrm{t}) = \mathrm{a}^2 \frac{\partial^2}{\partial \mathrm{x}^2}\mathrm{T}(\mathrm{x},\mathrm{t}) \qquad (\mathrm{III.16})$$

La démarche d'Heaviside est loin d'être rigoureuse (elle ne sera justifiée qu'en 1919), mais fournit toutefois la bonne solution, il trouve que

$$T(x,t) = T_0 exp\left(-axp^{1/2}\right)$$

Il suppose ensuite que $p^{1/2}T_0 = T_0/\sqrt{\pi t}$ ce qui correspond en fait à la dérivée d'ordre 1/2 de T_0

En développant la solution en série entière, il obtient finalement la solution exacte de (1.16).

$p^{1/2}T_0 = T_0/\sqrt{\pi t}$

1917 : Weyl définit une intégrale fractionnaire adaptée aux fonctions périodiques.

1927 : Marchaud introduit une nouvelle définition de la dérivée fractionnaire :

$$D_+^{\alpha} f(x) = c\int_0^{\infty} \frac{\Delta_t^l}{t^{1+\alpha}} dt \qquad (\mathrm{III.17})$$

Où α>0, $l \in \mathbb{N}$ avec $l > \alpha$ et c est une constante de renormalisation. L'opérateur Δ_t^lest une différence finie d'ordre l (par exemple, $\Delta_t^l f(x) = f(x) - f(x-t)$). L'avantage d'une telle définition par rapport aux autres est qu'elle est moins restrictive quant à la régularité de f.

1928 : Hardy et Little wood étudient comment agit l'intégrale fractionnaire $a^{\mathfrak{T}_x^{\alpha}}$sur certaines classes de fonctions. En particulier, leur théorème majeur stipule que pour 0<α<1et 1<p< 1/α, $a^{\mathfrak{T}_x^{\alpha}}$est un opérateur borné de L^p dansL^q, où 1/q = 1/p-α.

1937 : Riesz cherche à donner un sens à l'intégrale fractionnaire pour des fonctions à plusieurs variables.

1970 : [89] O. ldhamet Spanier traitent le problème du flux de chaleur à la surface d'un conducteur thermique. Ils montrent que lors d'un phénomène de diffusion, le flux de diffusion est proportionnel à la dérivée 1/2 du paramètre physique (température, concentration d'espèces chimique, potentiel électrique, etc.). D'après l'historique de Ross reproduit dans [85], ce problème semble être à l'origine de l'extension du calcul fractionnaire hors du champ des mathématiques.

1974 : Cette année- là se tient à l'Université de New Haven (Connecticut) la première conférence sur le calcul fractionnaire organisée par Ros.

III.3 Fonction spéciales de calcule fractionnaire

Il y a quelques bases des fonctions mathématiques qui sont importantes dans l'étude de la théorie de fraction de calcules.

Dans le prochain paragraphe nous allons concentrer sur la fonction Gamma, et Nous énumérerons certains biens connus des propriétés de cette fonction.

III.3.1 La fonction Gamma

L'une des bases fonctions fractionnaires est Euler de Gamma fonction. Cette fonction est liée par définition au calcul fractionnaire comme nous le verrons plus loin dans la définition intégrante fractionnaire.

La plupart de base interprétation de la Gamma fonction est tout simplement une extension de la fonction factorielle de valeurs non intégré. La fonction Gamma est définit par la partie intégrante qu'on :

$$\Gamma(\mathrm{x}) = \int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{t}} \mathrm{t}^{\mathrm{x}-1} \mathrm{dt} \qquad \mathrm{x} \in \mathbb{R}^{+} \qquad (\mathrm{III.18})$$

Sa relation avec les factoriels est que pour tout nombre naturel n, nous avons :

$$\Gamma(n) = (n-1)! \qquad (\mathrm{III.19})$$

La fonction Gamma satisfait l'équation fonctionnelle suivante :

$$\Gamma(x+1) = x\,\Gamma(x)\,; \quad x \in \mathbb{R}^{+} \qquad (\mathrm{III.20})$$

Cela peut être montré à travers une simple intégrante par parties :

$$\Gamma(\mathrm{x}+1) = \lim_{b\to\infty} \int_0^{b} e^{-t} t^{x} dt = \lim_{b\to\infty} \left[-e^{-t} x \right] + \lim_{b\to\infty} \left[x \int_0^{b} t^{x-1} e^{-t} dt \right] = x\Gamma(\mathrm{x}) \qquad (\mathrm{III.21})$$

En 1730, Euler généralise la formule :

$$\frac{d^n}{dx^n} x^m = \frac{m!}{(m-n)!} \qquad (\mathrm{III.22})$$

En utilisant la formule suivante :

$$\Gamma(m+1) = (m)! \qquad (\mathrm{III.23})$$

Nous obtenons

$$\frac{d^n}{dx^n} x^m = \frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(m-n+1)} x^{m-n} \qquad (\mathrm{III.24})$$

La fonction Gamma est incomplète et la forme la plus généralisée de la fonction Gamma ; est donnée par :

$$\Gamma^{*}(\upsilon, t) = \frac{1}{\Gamma(\upsilon) t^{\upsilon}} e^{-x} x^{\upsilon-1} dx, \qquad Re\ \ \upsilon > 0 \qquad (\mathrm{III.25})$$

III.3.2 La fonction Bêta

L'un des utiles mathématiques dans la fraction est la fonction Bêta. Sa solution est définie par l'utilisation de plusieurs Gamma fonction ; aussi il actionne une forme qui est caractéristique similaire à la partie intégrante dérivée de nombreuses fonctions.

En particulier des polynômes de la forme t^{α}, la fonction Beta est définie par une certaine partie intégrante, l'équation suivante est la solution en termes de la Gamma fonction.

$$B(p,q)=\int_0^1 (1-u)^{p-1}u^{q-1}du=\frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}, \qquad ou \quad p,q\in\mathbb{R}^+ \qquad (III.26)$$

(Development of Fractional Trigonometry and an Application of Fractional Calculus to Pharmacokinetic Model).

III.3.3 La fonction Mittag-Lefller

Une autre fonction importante de la fraction est le Mittag-Leflller qui joue un rôle très important dans la solution de non entier afin d'une équation différentielle, ce paramètre représentatif de la fonction Mittag-Leflller est définie sur toute la complexe par :

$$E_{\alpha}(x)=\sum_{K=0}^{\infty}\frac{x^k}{\Gamma(\alpha k+1)} \qquad \alpha>0 \quad x\in\mathbb{C} \qquad (III.27)$$

Il est nommé après Mittag-Leflller qui introduit dans 1903, [90]. Par conséquent, il est savoir que la fonction Mittag-Leflller, en particulier, quand α= 1/n, (n ∈ N\ {1}), la fonction

$E_{1/n}(x)$Est comme suite :

$$E_{1/n}(x)=e^{x^n}\left\{1+n\int_0^x e^{-z^n}\left[\sum_{k=1}^{n-1}\frac{z^{k-1}}{\Gamma(k/n)}\right]dz\right\} \qquad (III.28)$$

$E_{1/n}$Les deux paramètres généralisée la fonction Mittag-leflller, qui a été introduit plus tard, est également définie sur l'ensemble du plan complexe, et est donné par :

$$E_{\alpha,\beta}(x)=\sum_{K=1}^{\infty}\frac{x^k}{\Gamma(\alpha K+\beta)} \qquad \alpha>0\ ,\beta>0\ ,x\in\mathbb{C} \qquad (III.29)$$

Il peut être noté que quand β=1 ;$E_{\alpha,1}=E_{\alpha}(x)$ on obtient :

$$E_{1,1}(x)=\sum_{K=0}^{\infty}\frac{x^K}{\Gamma(K+1)}=\sum_{K=0}^{\infty}\frac{x^K}{K!}e^x \qquad (III.30)$$

Et ce même, peut être écrit en termes d'un paramètre fonction Mittag-Leflller.

$$E_1(x) = E_{1,1}(x) = e^x \qquad (III.31)$$

Si on laisse $x = 0$ dans (1.16) ; nous avons :

$$E_{\alpha,\beta}(0) = 1$$

La fonction Mittag-Leffler est un prolongement naturel de la fonction exponentielle. Les solutions de la fraction de l'ordre des équations différentielles sont souvent exprimées en termes de la fonction Mittag-Leffler dans une grande partie de la même façon que les solutions de nombre entier à fin différentielle. L'équation différentielle peut être exprimée en termes de fonction exponentielle, [90].

III.3.4 La fonction d'erreur

La fonction Erreur est définie par l'intégrale suivante :

$$E_r f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \qquad z \in \mathbb{R} \qquad (III.32)$$

La fonction Erreur Complémentaire notée $E_r fc$ est définie par :

$$\mathrm{E_r fc}(\mathrm{x}) = 1 - \mathrm{E_r f}(\mathrm{x}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\mathrm{x}} \mathrm{e}^{-\mathrm{t}^2} \mathrm{dt} \qquad (III.33)$$

Comme conséquences on a :

$$E_r f(0) = 0, et \quad E_r f(1) = 1$$

III.4 Transformation de Laplace

Les principales idées derrière la transformation de Laplace sont que nous pouvons résoudre une équation (ou système d'équations) contenant des termes différentiels et intégraux en transformant l'équation en "*t*-espace" à un dans "*s*-espace". La transformation de Laplace rend le problème beaucoup plus facile à résoudre en convertissant l'équation différentielle en équation algébrique et il convient particulièrement d'adapter pour les équations différentielles avec les conditions initiales.

Dans ce chapitre, nous présentons la définition de la transformée de Laplace et de ses propriétés. Alors nous calculons la transformée de Laplace de l'intégrale fractionnaire et de la dérivée fractionnaire.

La transformée de Laplace d'une fonction f (t) d'une variable réelle t ∈ $\mathbb{R}^+$= (0 ; ∞) est définie Par:

$$\pounds\{\mathrm{f}(\mathrm{t})\} = \int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{st}} \mathrm{f}(\mathrm{t}) \mathrm{dt} = \mathrm{F}(\mathrm{s}) (\mathrm{s} \in \mathbb{C}) \qquad (III.34)$$

On dit que la transformée de Laplace de la fonction f (t) existe si (3.1) est une intégrale convergente.

La condition pour cela est que f (t) ne croisse pas à un taux plus élevé que le taux au quel terme exponentiel est e^{-st}diminue Nous utilisons la notation $£^{-1}$ {F(s)} pour désigner les inverses transformés de Laplace de F(s). En utilisant le calcul élémentaire de base, nous obtenons un tableau court de transformations de Laplace de certaines fonctions :

$$£(t^u) = \frac{\Gamma(u+1)}{s^{u+1}} \qquad u \geq -1$$

$$£(e^{\alpha t}) = \frac{1}{s-\alpha} \qquad \alpha \in \mathbb{R}, s \neq \alpha$$

$$£(\cos \alpha t) = \frac{s}{s^2+\alpha^2} \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$£(\sin \alpha t) = \frac{\alpha}{s^2+\alpha^2} \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

III.4.1 Propriétés de la transformation de Laplace

Si la transformation de Laplace de f(t) et g(t) existe, alors :

(i) £ {f(t)+g(t)}= £ {f(t)} + £ {g(t)}

(ii) £ {cf (t)}= c£ {f(t)}, où (c) est une constante.

(iii) Si F(s) et G(s) sont la transformée de Laplace de f (t) et g (t) respectivement, puis £ {f(t) * g(t)}= F(s)G(s),

Où l'opérateur est un produit de convolution est défini par :

$$f(t)*g(t)=\int_0^t f(t-z)\,g(z)\,dz \qquad (III.35)$$

(iv) La transformée de Laplace du n la dérivée de la fonction f (t) est donnée par :

$$£\ f^{(n)}(t) = s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-k-1} f^{(k)}(t)\,|\,t=0 \qquad (III.36)$$

Où n est un ordre entier. Dans les deux sections suivantes, nous présentons la transformée de Laplace de l'intégrateur fractionnaire et sa dérivée

III.4.2 La transformation de Laplace de l'intégrale fractionnelle

L'intégrale fractionnaire de f (t) d'ordre α est :

$$D^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-z)^{\alpha-1} f(z)\,dz, \qquad 0 < \alpha \leq 1 \qquad (III.37)$$

Cette équation est en fait un produit de convolution. Donc, en prenant la transformée de Laplace

$$£\{D^{-\alpha} f(t)\} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\left\{\int_0^t (t-z)^{\alpha-1} f(z)dz\right\} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\frac{\Gamma(\alpha)}{s^\alpha} £\{f(t)\} = s^{-\alpha} £\{f(t)\}$$

En utilisant la transformée de Laplace de l'intégrale fractionnaire, on peut simplement calculer comme suite :

$$£\{D^{-\alpha}t^{u}\} = \frac{\Gamma(\mu+1)}{s^{\mu+\alpha+1}}$$

$$£\{D^{-\alpha}e^{\alpha t}\} = \frac{1}{s^{\alpha}(s-\alpha)}$$

$$£\{D^{-\alpha}\cos\alpha t\} = \frac{1}{s^{\alpha-1}(s^2+\alpha^2)}$$

$$£\{D^{-\alpha}\sin\alpha t\} = \frac{\alpha}{s^{\alpha}(s^2+\alpha^2)}$$

III.4.3 La transformée de la dérivée fractionnaire

Nous rappelons que la dérivée fractionnaire de f (t) est :

$$D^{\alpha} f(t) = D^{n}[D^{-(n-\alpha)} f(t)] \qquad \text{(III.38)}$$

Où n est le plus petit entier supérieur à α : Maintenant, calculons la transformée de Laplace de $D^{\alpha}f(t)$.

$$£\left\{D^{\alpha} f(t)\right\} = £\left\{D^{n}\left[D^{-(n-\alpha)} f(t)\right]\right\}$$

$$= s^{\alpha}£\{f(t)\} - \sum_{(k=0)}^{(n-1)} s^{(n-k-1)} D^{(k-n+\alpha)f} f(t)\,|\,t=0$$

Le tableau (1.1) donne un bref résumé de quelques paires de transformées de Laplace utiles. Nous allons se référer fréquemment à ce tableau lorsque nous résolvons des équations aux relations fractionnaires dans les chapitres suivants :

Tableau II.1. Les transformées de Laplace (a et b sont des constantes réelles et un a≠b, α, β>0 sont arbitraires).

$\boldsymbol{F(s)}$	$\boldsymbol{F(t)}$
$\frac{1}{s}$	1
$\frac{1}{s^2}$	T
$\frac{1}{s^{\alpha}}$	$\frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$
$\frac{1}{s-\alpha}$	$e^{\alpha t}$
$\frac{1}{(s-\alpha)(s-b)}$	$\frac{1}{b-\alpha}(e^{\alpha t}-e^{bt})$

III.5 Dérivées fractionnaire

Il existe plusieurs définitions de dérivées fractionnaires, malheureusement elles ne sont pas toutes équivalentes. Nous présentons dans cette partie les définitions de Caputo, Riemann-Liouville, qui sont les plus utilisées. (Development of Fractional Trigonometry and an Application of Fractional Calculus to Pharmaco kinetic Model).

III.5.1 Dérivées fractionnaires de Caputo.

Dans la modélisation mathématique l'utilisation des dérivées fractionnaires au sens de Riemann-Liouville menée des conditions initiales contenant les valeurs limite des dérivées fractionnaires en la borne inférieure t = a. Une certaine solution de ce problème a été proposée par M. Caputo. Soit p ≥ 0 (avec n - 1 ≤ p <n et n ∈ ℕ⁺) f est une fonction telle que $\frac{dn}{dt^n} f \in L_1[a,b]$.

La dérivée fractionnaire d'ordre p de f au sens de Caputo est définie par :

$$ {}_a^c D_t^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-p)} \int_a^t (t-\tau)^{n-p-1} f(\tau) d\tau = I^{n-p}\left(\frac{dn}{dn^n} f(t)\right) \qquad (\text{III.39}) $$

Propriétés :

1. Relation avec la dérivée de Riemann-Liouville soit p≥ 0 (avec n - 1 ≤ p <n et n ∈ ℕ⁺). Supposons que f est une fonction telle que :

${}_a^c D_t^p f(t)$ et ${}_a^R D_t^p f(t)$ existe, alors :

$$ {}_a^c D_t^p f(t) = {}_a^c D_t^p f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^k(a)(t-a)^{k-p}}{\Gamma(k-p+1)} \qquad (\text{III.40}) $$

On déduite que, si $f^k(a) = 0$ pour $k = 0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ldots;\ n-1$

On aura $ {}_a^c D_t^p f(t) = {}_a^c D_t^p f(t)$

III.5.2 Dérivée fractionnaire au sens de Riemann-Liouville

La dérivée fractionnaire au sens de Riemann-Liouville est la plus connue et la plus répandue. Cette définition est basée sur la primitive ou intégrale $k^{\text{ème}}$ d'une fonction, qui peut naturellement s'étendre au réel β et lorsque ce réel est piégé entre (n-1) <α<n, on l'appelle dans ce cas la dérivée fractionnaire au sens de Riemann-Liouville [OS74a], [Pod99]. Une primitive k$^{\text{ième}}$ (k∈ ℕ*) de f(t) donnée par :

$$ aD_t^{-k} f(t) = \frac{1}{(k-1)!} \int_a^t (t-\mathcal{T})^{k-1} f(\mathcal{T}) d\mathcal{T} \qquad (\text{III.41}) $$

S'étend naturellement aux réels β> 0, comme suit

$$ aD_t^{-\beta} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_a^t (t-\mathcal{T})^{\beta-1} f(\mathcal{T}) d\mathcal{T} \qquad (\text{III.42}) $$

et la dérivation fractionnaire au sens de Riemann-Liouville d'ordre α> 0 s'obtient en Remplaçant n-α = -β

$$aD_t^{\alpha} = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\mathcal{T})}{(t-\mathcal{T})^{\alpha-n+1}} d\mathcal{T} \qquad (\text{III.43})$$

III.5.3 Conclusion

Après qu'on a donné l'origine des équations différentielles fractionnaire, nous avons résumées des fonctions mathématiques usuelles (spéciales) qui sont en relation étroites avec les équations différentielles fractionnaires.

Chapitre IV Contribution à la modélisation fractionnaire du séchage solaire

Contribution 1 :

Modélisation du séchage solaire de quelques produits agro-alimentaire par le calcul fractionnaire couplé avec la méthode d'optimisation de Loups Gris (GWO).

IV.I.1. Introduction

Le processus de séchage de tous les produits agricoles humides est le plus important et le plus ancien pour la préservation de leurs caractéristiques d'origine à stocker pendant une période plus longue en réduisant leur teneur en humidité, [91, 92]. Lorsque la teneur en humidité augmente dans les produits alimentaires, l'activité des micro-organismes et les réactions biochimiques augmentent et causent des dommages irréversibles du produit, [93].

Pendant le processus de séchage, deux phénomènes se produisent simultanément ; le transfert d'énergie thermique vers le produit par conduction, convection et transfert de rayonnement, et le mouvement de l'humidité interne vers la surface du produit où il est évaporé par un air chaud approprié, [94].

Plusieurs limitations des modèles mathématiques pour décrire le processus de séchage des aliments car elles requièrent une connaissance approfondie du mécanisme du processus et de nombreux paramètres expérimentaux qui le gouvernent, comparé avec la modélisation par intelligence computationnelle. Récemment, la modélisation par calcul fractionnaire dans le séchage a été présentée comme un outil potentiel pour généraliser des modèles mathématiques fournissant une description du processus par des équations différentielles d'ordre arbitraire, [95]. La prédiction des caractéristiques et des comportements de séchage à l'aide des modèles mathématiques, régression linéaire multiple (MLR) ou des méthodes intelligentes artificielles telles que le réseau neuronal artificiel (ANN), [96-98]. La machine d'apprentissage extrême bayésienne (BELM), machine d'apprentissage extrême (ELM), machine à vecteurs supports (SVM), système d'inférence adaptif neuro-flou (ANFIS), système d'inférence flou (FIS), dans de nombreux articles de recherche tels que, [99-105]. Les résultats de ces articles montrent que l'ANFIS est l'approche la plus pratique pour modéliser la cinétique de séchage des produits agricoles.

Cependant, d'après nos connaissances, seules quelques recherches font état de l'utilisation de la modélisation par calcul fractionnaire du processus de séchage des matières alimentaires, telles que, [106-111]. En plus de l'application des méthodes d'optimisation classiques, récemment, un optimiseur de loup gris (GWO), en tant que l'un des algorithmes évolutifs puissants, a été utilisé avec succès pour résoudre divers problèmes d'optimisation, [112,113].

L'intention de ce travail est d'étudier l'applicabilité du calcul fractionnaire d'ordre non entier comme nombres fractionnaires par rapport aux dérivées temporelles dans la première et la deuxième loi de diffusion anormale de Fick. Les paramètres du modèle de calcul fractionnaire ont été optimisés à l'aide d'un GWO. La performance du meilleur modèle est approuvée sur la base des paramètres statistiques par rapport aux données expérimentales collectées à partir des articles précédemment publiés dans la littérature.

IV.I.2. Matériels et méthodes

IV.I.2.1. Procédure expérimentale

La base de données a été collectée à partir d'articles scientifiques couvrant différents produits agricoles sous différents types de séchage et de séchoir dans différents pays, comme elle est présentée dans le tableau IV.1**,** La base de données a été extraite de ces articles à l'aide du logiciel Digitizer. Les données expérimentales ont été extraites à partir des graphes de taux d'humidité en fonction du temps, ensuite les données doivent être utilisées pour ajuster les paramètres des modèles proposés

Tableau IV.1 : Base de données collectées et conditions de séchage solaire pour chaque expérience avec références

Ref.	Produit	Type de séchage	épaisseur (m)	T (°C)	Pays
Akpinar et al., [114]	Feuilles de menthe	séchoir solaire Soleil ouvert	---	35-60	Turquie
Badaoui et al., [115]	Tomate	Sechage solaire	0.007	36	Algerie
Boughali et al., [116]	Tomate	séchoir hybride solaire-électrique à activité indirecte	0.01	50 65 75	Algeria
Kumar et al., [117]	Marc de carotte	séchage à l'air	0.01	60 65 70 75	Inde
Ismail et al., [118]	Pourpier-purslane	Séchage au soleil en plein air	---	28–52	Turquie
Sana Ben Mariem et al. [119]	Tranches de tomate	Soufflage d'air chaud (Séchage à l'air)	0.01	38 44 50 57 64	Tunisie

Les cinétiques du taux d'humidité des échantillons uniformes de tomates fraîches de couleur rouge sous forme de couches minces, d'une taille d'environ 10 cm de longueur et 1 cm d'épaisseur, ont été exploitées directement de l'article publié par [119] sous l'effet de différentes températures : 38, 44, 50, 57, et 64 ° C et d'une vitesse d'air de séchage de 1 ms^{-1}.

IV.I.2.2. La première et la deuxième loi de Fick

Ce travail est basé sur la résolution normale et fractionnaire de la première et deuxième loi de Fick, les paramètres des modèles ont été déterminés à l'aide d'un algorithme d'optimisation du loup gris implémenté dans le logiciel Matlab en minimisant la fonction objective. Ce modèle considère que la variation du taux d'humidité des produits agricoles est directement proportionnelle à sa propre humidité.

Le signe négatif dans l'Eq. (IV.1) indique que l'humidité diminuera avec le temps, [106].

$$\frac{d^{\alpha}X(t)}{d^{\alpha}t} = D_t^{\alpha}X(t) = -k_n\left(X(t) - X_e\right)^n \qquad (IV.1)$$

où *X(0)=f(0) = X_0*, *k* est la constante cinétique du modèle, X_0 est la teneur en humidité initiale, X_e est la teneur en humidité d'équilibre, *X (t)* est la teneur en humidité au temps t et α l'indice de temps fractionnaire où 0 <α <1 avec αϵR, [120]. Et peut être représenté par la dérivée Caputo comme $D_t^{\alpha}X(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha - m)}\int_0^t \frac{X^m(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}}d\tau$ for $m-1< \alpha < m$, [95].

La solution de l'Eq. (IV.1) a été discutée selon l'ordre cinétique et l'ordre des dérivées

Le tableau IV.1 récapitule les modèles proposés qui sont basés sur la première loi de Fick, [121]. L'humidité peut être exprimée dans l'Eq. (IV.2).

$$\mathrm{MR(t)} = \frac{X(t) - X_e}{X_0 - X_e} \qquad (IV.2)$$

Le rapport d'humidité peut être simplifié dans la formule suivante et après avoir considéré que X_e est trop petit par rapport à $X_{(t)}$ et X_0.

$$\mathrm{MR(t)} = \frac{X(t) - X_e}{X_0 - X_e} \approx \frac{X_t}{X_0} \qquad (IV.3)$$

La solution de l'équation différentielle ordinaire et fractionnaire donnée par l'Eq. (IV.1) représentant le comportement de transfert de masse pendant le processus de séchage est résolue en utilisant la transformée directe et inverse de Laplace. L'équation (IV.6) montre la corrélation pour obtenir la transformation de Laplace d'une équation d'ordre arbitraire pour α en tant que nombre non réel, pour m-1 <α <m, [106].

$$\mathcal{L}\left[f^{(\alpha)}\right](s) = s^{\alpha}\mathcal{L}\left[f(t)\right](s) - \sum_{k=0}^{m-1}\left[s^{\alpha-1-k}f^k(0)\right] \qquad (IV.4)$$

Si *0 <α <1*, cette équation peut être simplifiée en l'équation (IV.5) où *f* (0) = X_0 :

$$\mathcal{L}\left[f^{(\alpha)}\right](s) = s^{\alpha}\mathcal{L}\left[f(t)\right](s) - s^{\alpha-1}f(0) \qquad (IV.5)$$

Une démonstration de l'équation ordinaire de Fick d'ordre n et fractionnaire d'ordre n respectivement est présentée dans les sections suivantes. L'équation (IV.2) peut être écrite comme l'équation (IV.6).

$$X(t) - X_e = \left(X_0 - X_e\right)MR(t) \qquad (IV.6)$$

La dérivation de l'équation ci-dessus donne :

$$\frac{\mathrm{dX(t)}}{\mathrm{dt}} = \left(\mathrm{X_0 - X_e}\right)\frac{\mathrm{dMR(t)}}{\mathrm{dt}} \qquad (IV.7)$$

Par l'égalité des équations (IV.7) et (IV.1) lorsque α = 1, on obtient l'équation (IV.8) :

$$\left(X_0 - X_e\right)\frac{dMR(t)}{dt} = -k_n\left(X(t) - X_e\right)^n = -k_n\left(X_0 - X_e\right)^n MR^n \qquad (IV.8)$$

Cette équation peut s'écrire comme suit :

$$\frac{dMR(t)}{dt} = -K_n MR^n \qquad \text{Avec} \quad K_n = k_n\left(X_0 - X_e\right)^{n-1} \qquad (IV.9)$$

Où K_n est la constante de vitesse de séchage effective et k_n est la constante de vitesse de séchage. La solution de cette équation peut être exprimée comme dans MR6 :

$$MR = \left[\frac{1}{1+(n-1)K_n t}\right]^{\frac{1}{n-1}} \qquad (\mathbf{IV}.10)$$

La même démonstration a été faite pour l'ordre fractionnaire. La forme fractionnaire de l'équation (IV.9) peut s'écrire comme suit :

$$\frac{d^\alpha X}{d^\alpha t} = D_\alpha^t MR = -k_n\left(X_0 - X_e\right)^{n-1} MR^n \qquad (IV.11)$$

Et peut-être simplifiée en effectuant une transformation de changement de variable

$M(t) = MR(t)^{1-n}$ Où $M(t) = MR(t)^{1-n}$

$$D_\alpha^t M(t) = k_n(n-1)\left(X_0 - X_e\right)^{n-1} \qquad (IV.12)$$

La transformée de Laplace a été appliquée à l'équation (IV.12) en utilisant la relation donnée par l'équation (IV.5).

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^\alpha M(t)}{dt^\alpha}\right](S) = S^\alpha M(S) - S^{\alpha-1}M(0) = k_n(n-1)\left(X_0 - X_e\right)^{n-1}\frac{1}{S^{\alpha+1}} \qquad (\mathbf{IV}.13)$$

$$M(S) = \frac{1}{S} + k_n(n-1)\left(X_0 - X_e\right)^{n-1}.\frac{1}{S^{\alpha+1}} \quad \text{Où} \quad M(0) = 1 \qquad (IV.14)$$

L'équation (IV.15) montre la transformée inverse de Laplace pour généraliser l'équation du modèle.

$$\mathcal{L}^{-1}\left[M(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S}\right] + \mathcal{L}^{-1}\left[k_n(n-1)\left(X_0 - X_e\right)^{n-1}.\frac{1}{S^{\alpha+1}}\right] \qquad (IV.15)$$

En utilisant la transformée inverse de Laplace de $\mathcal{L}^{-1}[\frac{1}{s^{\alpha+1}}] = \frac{t^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}$, la fonction Gamma est définie par l'intégrale suivante $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t}t^x dt, \quad x \in R^+$ et peut être lié aux factorielles, pour tout *n* $\Gamma(n) = (n-1)!$ et satisfait également l'équation fonctionnelle suivante :

$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$, où $x \in R^+$, [122]. Cette fonction est déjà implémentée dans le logiciel

Matlab et peut être utilisée directement comme gamma (x). La solution finale de l'équation (IV.15) est présentée dans l'équation (IV.16).

$$M(t) = 1 + k_n (n-1)(X_0 - X_e)^{n-1} \cdot \frac{t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} \qquad (IV.16)$$

Et enfin en remplaçant M(t) par MR(t) nous aurons la solution finale exprimée dans l'équation (IV.17) et MR12 dans le tableau IV.2.

$$MR = \left[\frac{1}{\frac{k_n (n-1)(X_0 - X_e)^{n-1}{}_n \, t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} + 1} \right]^{\frac{1}{n-1}} \qquad (IV.17)$$

Les équations (IV.10) et (IV.17) peuvent être utilisées pour toutes les cinétiques sauf pour n = 1 qui peut être fait séparément de manière simple.

Tableau IV.2 : Solution ordinaire et fractionnaire de la première loi de Fick

Ordre et code		**Model ordinaire**		**Model fractionnaire**
Ordre 0	MR1	$MR = 1 - K_0 t$ Avec $K_0 = \frac{k_0}{(X_0 - X_e)}$	MR7	$MR = 1 - K_0 \frac{t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}$ avec $K_0 = \frac{k_0}{(X_0 - X_e)}$
Ordre 1	MR2	$MR = e^{-K_1 t}$ avec $K_1 = k_1$	MR8	$MR = E_{\alpha}(-K_1 t^{\alpha})$ Avec $MR = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-K_1 t^{\alpha})^k}{\Gamma(\alpha K_1 + 1)}$ avec $K_1 = k_1$
Ordre 2	MR3	$MR = \frac{1}{1 + K_2 t}$ avec $K_2 = k_2 (X_0 - X_e)$	MR9	$MR = \frac{1}{\frac{K_2 t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} + 1}$ avec $K_2 = k_2 (X_0 - X_e)$
Ordre 3	MR4	$MR = \left[\frac{1}{1 + 2K_3 t} \right]^{\frac{1}{2}}$ avec $K_3 = k_3 (X_0 - X_e)^2$	MR10	$MR = \left[\frac{1}{\frac{2K_3 t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} + 1} \right]^{\frac{1}{2}}$ avec $K_3 = k_3 (X_0 - X_e)^2$
Ordre 4	MR5	$MR = \left[\frac{1}{1 + 3K_4 t} \right]^{\frac{1}{3}}$ avec $K_4 = k_4 (X_0 - X_e)^3$	MR11	$MR = \left[\frac{1}{\frac{3K_4 t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} + 1} \right]^{\frac{1}{3}}$ avec $K_4 = k_4 (X_0 - X_e)^3$
Ordre *n*	MR6	$MR = \left[\frac{1}{1 + (n-1)K_n t} \right]^{\frac{1}{n-1}}$ avec $K_n = k_n (X_0 - X_e)^{n-1}$	MR12	$MR = \left[\frac{1}{\frac{(n-1)K_n t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} + 1} \right]^{\frac{1}{n-1}}$ avec $K_n = k_n (X_0 - X_e)^{n-1}$

IV.I.2.3. La deuxième loi de Fick

Le but de cette partie était de modéliser mathématiquement la cinétique de séchage des tranches d'aliments en utilisant la solution en série analytique de la deuxième loi de diffusion de Fick donnée par l'équation suivante, où D_{eff} est considéré comme une constante de diffusion :

$$\frac{\partial^{\alpha} C(x,t)}{\partial t^{\alpha}} - D_{eff} \frac{\partial^{\beta} C(x,t)}{\partial x^{\beta}} = 0 \qquad (IV.18)$$

Compte tenu des conditions initiales et des limites :

$$\begin{cases} X(t=0,x) = X_0 \\ \dfrac{\partial X}{\partial t}(t, x=0) = 0 \\ X\left(t, x = \pm\dfrac{e}{2}\right) = 0 \end{cases} \qquad (IV.19)$$

Tableau IV.3 : Solution ordinaire et fractionnaire de la deuxième loi de Fick, [109].

Code	**Model ordinaire**
MR13	$\alpha = 1, \quad \beta = 2$ $\mathrm{MR} = \frac{X(t) - X_e}{X_0 - X_e} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(2n+1)} \exp\left(-D_{\mathrm{eff}} \left(\frac{(2n+1)\pi}{l} \right)^2 t \right) \right) = \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-D_{\mathrm{eff}} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 t \right)$
	Model fractionnaire
MR14	$\alpha =$ fractionaire, $\beta = 2$ $\mathrm{MR} = \frac{X(t) - X_e}{X_0 - X_e} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(2n+1)} E_{\alpha} \left(-D_{\mathrm{eff}} \left(\frac{(2n+1)\pi}{l} \right)^2 t^{\alpha} \right) \right) = \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-D_{\mathrm{eff}} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 t^{\alpha} \right)$ Où $D_{\mathrm{eff}} \left(\frac{m^2}{s^{\alpha}} \right)$

L'utilisation de dérivées de temps fractionnaire a été corroborée par des études indiquant que les matériaux poreux sont bien caractérisés en ce qui concerne les comportements à la fois super-diffusifs et sous-diffusifs en utilisant uniquement des ordres fractionnaires temporels. La valeur de α permet de distinguer certains domaines de transport anormal [123].

$$\begin{cases} 0 < \alpha < 1 \rightarrow \text{sub} - \text{diffusion} \\ \alpha > 1 \rightarrow \text{super} - \text{diffusion} \\ \text{Seuil entre les deux domaines de transport anormaux} \rightarrow \text{ diffusion brownienne normale} \end{cases}$$

En calcul fractionnaire, la fonction de Mittag-Leffler $E_{\alpha}(x)$ a la même signification que la fonction exponentielle de base, [106]. Cette fonction a la forme présentée dans l'équation suivante :

$E_\alpha(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{\Gamma(1+\alpha k)}$. Si α = 1 et pour des temps de séchage longs, l'équation de Mittag–Leffler converge vers une fonction exponentielle basée sur la série de Taylor et exprimée par la relation suivante $E_1(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{\Gamma(1+k)} = e^x$. Cette simplification fait que l'équation fondamentale de diffusion anormale (Eq.4) devient l'équation fondamentale de Fick's avec la solution analytique qui est faite par Crank pour l'hypothèse de temps de séchage longs (MR13) et la solution de la diffusion anormale fractionnaire pour l'hypothèse de temps de séchage longs est donnée par MR14, [110]. Cette solution analytique a été obtenue en considérant les hypothèses suivantes, à l'instar de l'aliment qui était considéré comme une couche mince, la teneur en humidité initiale (X_0) était répartie uniformément, le transfert d'humidité est symétrique par rapport au centre dans une direction unidimensionnelle et par diffusion uniquement, D_{eff} est constant et le retrait est négligeable. De plus, la résistance externe en surface au transfert d'humidité était négligeable par rapport à la résistance interne de l'échantillon et la teneur en humidité à la surface de l'échantillon atteint instantanément la phase d'équilibre par rapport aux conditions de l'air ambiant, [124].

IV.I.2.4. Optimisation par l'algorithme du loup gris (GWO)

Les problèmes d'optimisation se réfèrent à la recherche d'un maximum ou d'un minimum pour une fonction donnée dans un intervalle disponible. La plupart des techniques d'optimisation usuelles sont basées sur les informations dérivées des fonctions concernées, ce qui n'est pas toujours possible. Parmi les algorithmes inspirés de la nature, les méthodes d'intelligence en essaim sont populaires et ont une excellente capacité d'optimisation en raison de leurs nombreux avantages pour échapper aux optima locaux et au mécanisme sans dérivé. L'optimiseur de loup gris (GWO) considéré comme un algorithme d'optimisation récent basé sur les essaims simule la hiérarchie sociale et le comportement de chasse des loups gris dans la nature où le comportement de chasse et de chasse des loups pour attraper la proie représente le chemin de recherche vers la solution optimale. Cette technique a été proposée par Mirjalili et al, [125]. A été appliqué avec succès pour résoudre divers problèmes d'optimisation, [126]. Dans cette étude, GWO est programmé dans MATLAB pour optimiser les paramètres de la loi de Fick afin de faire correspondre la sortie prévue avec la sortie réelle produite. Une description complète de cette méthode est présentée dans l'article suivant, [126]. Cet algorithme imite le leadership social comportement de chasse des loups gris dans la nature. Dans cet algorithme la population est divisée en quatre groupes : alpha (α), bêta (β), delta (δ) et oméga (ω). Les trois premiers plus forts loups sont considérés comme α, β et δ qui guident les autres loups (ω) vers des zones prometteuses de l'espace de recherche.

IV.I.2.4.1 Principe de la méthode

Les loups gris sont considérés comme des prédateurs, ce qui signifie qu'ils sont au sommet de la chaîne alimentaire. Les loups gris préfèrent généralement vivre dans un groupe. La taille du groupe est de 5-12 en moyenne. D'un intérêt particulier est qu'ils avoir une hiérarchie sociale dominante très stricte.

Les dirigeants sont un mal et une femelle, appelés alphas. L'alpha est principalement responsable de prendre des décisions sur la chasse, le lieu de sommeil, le temps de se réveiller, et ainsi de suite. Les décisions de l'alpha sont dictées au groupe. Cependant, une sorte de comportement démocratique a également été observé, dans lequel un alpha suit les autres loups dans le groupe. Dans les rassemblements, l'ensemble du paquet reconnaît l'alpha par tenant leurs queues vers le bas. Le loup alpha est aussi appelé le loup dominant puisque ses ordres devraient être suivis par le paquet. Les loups alpha sont seulement autorisés à s'accoupler dans le pack. Fait intéressant, l'alpha n'est pas nécessairement le membre le plus fort de la meute mais le meilleur en termes de gestion du pack. Cela montre que l'organisation et la discipline d'un pack est beaucoup plus important que sa force.

Le deuxième niveau dans la hiérarchie des loups gris est la version bêta. Les bêtas sont des loups subordonnés qui aident l'alpha dans la prise de décision ou d'autres activités de pack. Le loup bêta peut être mâle ou femelle, et il / elle est probablement le meilleur candidat pour être l'alpha en cas l'un des loups alpha décède ou devient très vieux. Le loup bêta devrait respecter l'alpha, mais commande l'autre niveau inférieur des loups aussi. Il joue le rôle de conseiller de l'alpha et de la discipline pour le pack. La version bêta renforce les commandes de l'alpha tout au long du pack et donne des commentaires à l'alpha.

Le loup gris le plus bas est l'oméga. L'oméga joue le rôle de bouc émissaire. Les loups oméga doivent toujours se soumettre à tous les autres loups dominants. Ce sont les derniers loups autorisés à manger. Il peut sembler que l'oméga n'est pas un individu important dans le paquet, mais il a été observé que l'ensemble du pack rencontre des problèmes en cas de perte de l'oméga. Cela est dû au dégagement de la violence et de la frustration de tous les loups par l'oméga. Cela aide à satisfaire l'ensemble du paquet et à maintenir la structure de dominance.

Si un loup n'est pas un alpha, bêta ou oméga, il est appelé subordonné (ou delta dans certaines références). Les loups Delta doivent soumettre aux alphas et aux bêtas, mais ils dominent l'oméga. Scouts, sentinelles, les anciens, les chasseurs et les gardiens appartiennent à cette catégorie. Scouts sont responsables de regarder les limites du territoire et avertir le pack en cas de danger. Les sentinelles protègent et garantissent la sécurité du pack. Les anciens sont les loups expérimentés qui utilisé pour être alpha ou bêta. Les chasseurs aident les alphas et les betas quand chasse la proie et fournir de la nourriture pour le pack. Enfin, les gardiens sont

responsables de prendre soin des loups faibles, malades et blessés dans le pack. En plus de la hiérarchie sociale des loups, la chasse de groupe est un autre comportement social intéressant des loups gris. Les principales phases de la chasse au loup gris sont les suivantes :

- Suivre, chasser et approcher la proie.
- Poursuivre, encercler et harceler la proie jusqu'à ce qu'elle arrête de bouger.
- Attaque vers la proie, [127].

IV.I.2.4.2

Opérateurs

1- Hiérarchie sociale

Afin de modéliser mathématiquement la hiérarchie sociale des loups lors de la conception de GWO, nous considérons la solution la plus apte comme l'alpha (*a*). Par conséquent, les deuxièmes et troisièmes meilleures solutions sont nommées bêta (*b*) et delta (*d*) respectivement. Le reste des solutions candidates sont supposés être des omégas (*x*). Dans l'algorithme GWO, la chasse (optimisation) est guidée par *a, b* et *d.* Les *(x)* loups suivent ces trois loups, [127].

2- Encercler les proies

Afin de modéliser mathématiquement le comportement d'encerclement les équations sont proposées :

$$\vec{D} = \left|\vec{C} * \vec{X}_P(t) - \vec{X}(t)\right| \quad \text{(IV.20)}$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_P(t) - \vec{A} * \vec{D} \quad \text{(IV.21)}$$

Où *t* indique l'itération en cours, $\vec{A}$ et $\vec{C}$ sont des vecteurs de coefficients, $\vec{X}_P$ est le vecteur de position de la proie, X est le vecteur de position. Les vecteurs, $\vec{A}$ et $\vec{C}$ sont calculés comme suit :

$$\vec{A} = 2a * \vec{r}_1 \quad \text{(IV.22)}$$

$$\vec{A} = 2 * \vec{r}_2 \quad , \quad \vec{X}_p \quad \text{(IV.23)}$$

$\vec{a}$ est diminué linéairement de 2 à 0, et $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ sont des vecteurs aléatoires dans.

3- Chasse

Les loups gris ont la capacité de reconnaître l'emplacement des proies et les encerclées. La chasse est généralement guidée par l'alpha, la bêta et le delta pourraient également participer à la chasse de temps en temps. Cependant, dans un espace de recherche abstraite, nous n'avons aucune idée de l'emplacement de l'optimum (proie). Afin de simuler mathématiquement le comportement de chasse des loups gris, nous supposons que l'alpha (meilleure solution candidate) beta, et delta ont une meilleure connaissance à propos de l'emplacement potentiel

de la proie. Par conséquent, nous sauvons les premières trois meilleures solutions obtenues jusqu'à présent et on oblige les autres agents (y compris les omégas) pour mettre à jour leurs positions selon la position des meilleurs agents de recherche.

Les formules suivantes sont proposées à cet égard :

$$\vec{D}_{\alpha} = \left| \vec{D}_1 * \vec{X}_{\alpha}(t) - \vec{X}(t) \right| \quad \text{(IV.24)}$$

$$\vec{D}_{\beta} = \left| \vec{C}_2 * \vec{X}_{\beta}(t) - \vec{X}(t) \right| \quad \text{(IV.25)}$$

$$\vec{D}_{\delta} = \left| \vec{C}_3 * \vec{X}_{\delta}(t) - \vec{X}(t) \right| \quad \text{(IV.26)}$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad \text{(IV.27)}$$

Où :

- $\vec{X}_{\alpha}(t)$ Représente la position de l'alpha.
- $\vec{X}_{\beta}(t)$ Indique le La position de la bêta.
- $\vec{X}_{\delta}(t)$ Est la position de delta.
- $\vec{C}_1 + \vec{C}_2 + \vec{C}_3$ Sont des vecteurs aléatoires et X indique la position de la solution actuelle.

On peut observer que la position finale serait dans un endroit aléatoire dans un cercle qui est défini par les positions d'alpha, bêta et delta dans la recherche espace. En d'autres termes, alpha, bêta et delta estiment la position de la proie, et d'autres loups mettent à jour leurs positions au hasard autour de la proie, [127].

4- Attaquer une proie

Comme mentionné ci-dessus les loups gris finissent la chasse en attaquant la proie quand elle arrête de bouger. Afin de modéliser mathématiquement l'approche de la proie, nous diminuons la valeur de $\vec{a}$. Notez que la plage de fluctuation de $\vec{a}$ est également diminuée. En d'autres termes $\vec{A}$ est valeur aléatoire dans l'intervalle [-2a, 2a], ou cours des itérations. Lorsque les valeurs aléatoires de A sont dans [-1, 1], la position suivante d'un agent de recherche peut être dans n'importe quelle position entre sa position actuelle et la position de la proie. Une valeur de |A| < 1 force les loups à attaquer vers la proie. Avec les opérateurs proposés jusqu'à présent, l'algorithme GWO permet ses agents de recherche pour mettre à jour leur position en fonction de l'emplacement de l'alpha, le bêta et le delta ; et attaque vers la proie. Cependant, l'algorithme GWO est sujet à la stagnation dans les solutions locales avec ces opérateurs. Il est vrai que le mécanisme d'encerclement proposé montre l'exploration dans une certaine mesure, mais GWO a besoin de plus d'opérateurs souligner l'exploration. Les concepts de mise à jour de position en utilisant (IV.20) et (IV.21) sont illustrés à la Figure

IV.1. On peut voir sur cette figure qu'un loup dans la position de (X, Y) est capable de se déplacer autour de la proie avec les équations proposées. Bien que les sept (7) des emplacements possibles ont été représentés sur la figure IV.1**.** Les paramètres aléatoires A et C permettent aux loups de se déplacer à n'importe quelle position dans l'espace continu autour de la proie, [127].

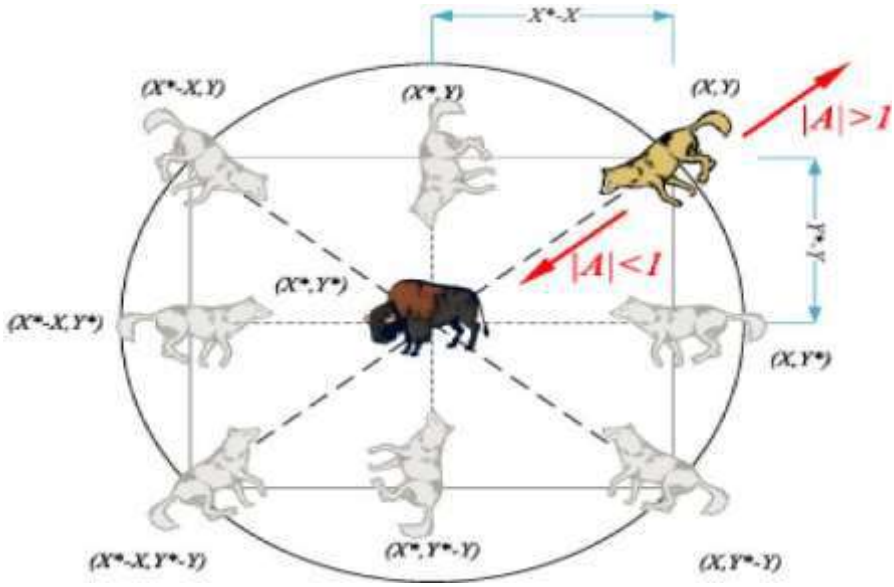


Figure IV.1 : Mécanisme de positionnement de l'agent de recherche et de l'effet de ce qui le présent, [127].

IV.I.2.4.3 Les étapes générales de l'algorithme GWO

Après tout, les étapes générales de l'algorithme GWO sont les suivantes :

- Initialiser une population de loups au hasard sur la base des limites supérieure et inférieure des variables.
- Calculer la valeur objective correspondante pour chaque Loup.
- Choisir les trois premiers meilleurs loups et sauvegarde-les sous α, β et δ.
- Actualiser la position du reste de la population (loups) en utilisant les équations (IV.24), (IV.25), (IV.26) et (IV.27).
- Mise à jour des paramètres a, A et C.
- Passez à la 2^{éme} étape si le critère final n'est pas satisfait.
- Renvoie la position de α comme optimum optimal approximé, [127].

IV.I.2.4.4 Les étapes pour écrire l'algorithme GWO (organigramme)

La figure IV.2 représente les étapes de l'algorithme de l'optimisation de loup gris GWO

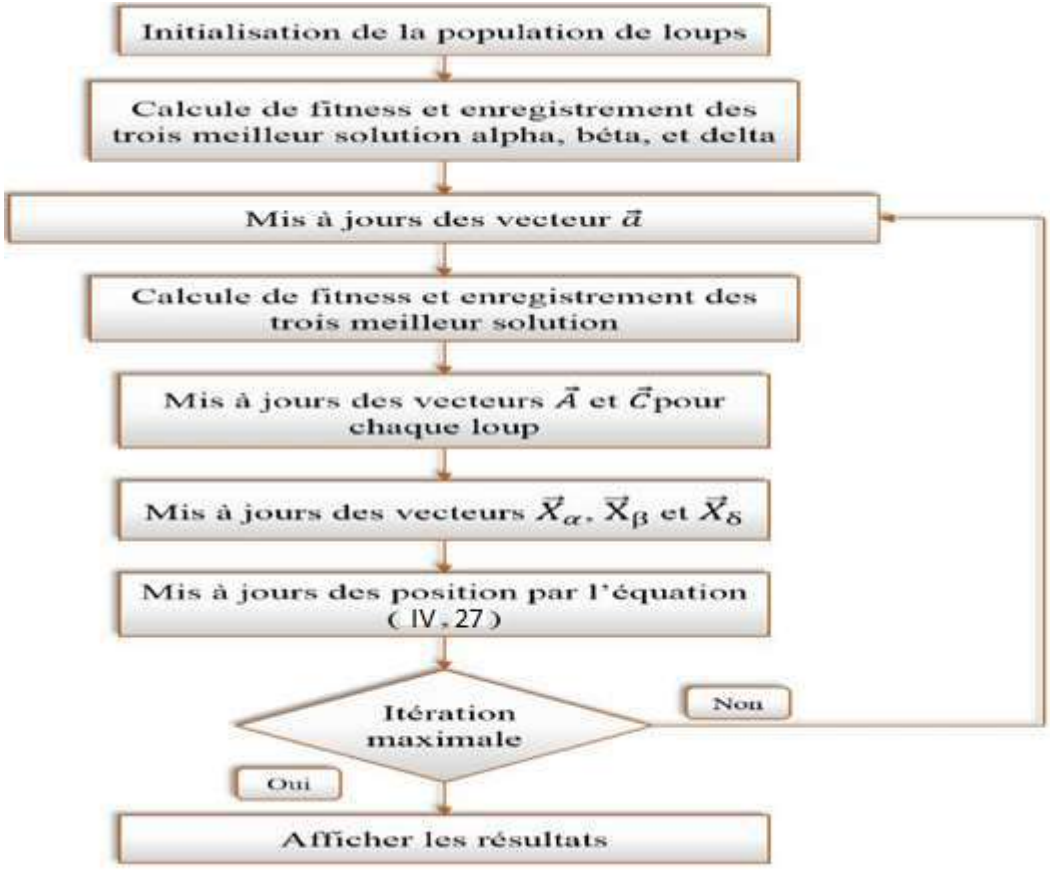


Figure IV.2 : Organigramme de la méthode GWO, [127].

Mirjalili et al. A montré que l'algorithme GWO est capable de fournissent des résultats très compétitifs par rapport à d'autres méta-heuristiques bien connues.

D'une part, l'exploration de cet algorithme est très élevée et nécessite d'éviter les optima locaux.

De plus, l'équilibre entre exploration et exploitation est très simple et efficace pour résoudre des problèmes difficiles selon les résultats dans des problèmes réels, [127].

IV.I.2.5. Diffusivité efficace de l'humidité et calcul de l'énergie d'activation

La performance des modèles testés a été réalisée sur cinq cinétiques de tranches de tomates de 0,01 m séchant à différentes températures. Une enquête a été menée pour déterminer quel modèle est capable de modéliser la cinétique sélectionnée. Les résultats montrent que MR12 a donné les meilleurs paramètres statistiques avec un ordre cinétique et un ordre fractionnaire optimisés. La figure IV.3 montre les performances du modèle MR12 qui est obtenu avec un R^2 très acceptable et un RMSE très faible. Ces résultats prouvent la supériorité du modèle MR12

pour modéliser la cinétique 05 sélectionnée de 0,01 m de tranches de tomates séchant à différentes températures.

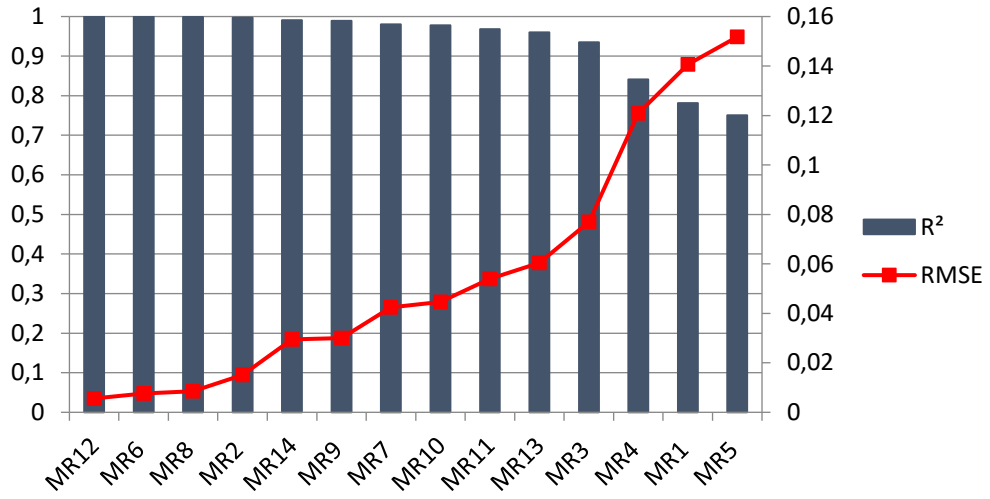


Figure IV.3 : Performance de 14 modèles pour la modélisation de 05 cinétiques

Les performances des modèles proposés ont été généralisées en utilisant d'autres produits et sous différents paramètres (tableau IV.1). Le MR12 a présenté ses meilleures performances d'ajustement et ses évaluations statistiques par rapport aux autres modèles lors de la modélisation de 11 cinétiques de divers produits, comme présenté dans la figure IV.4.

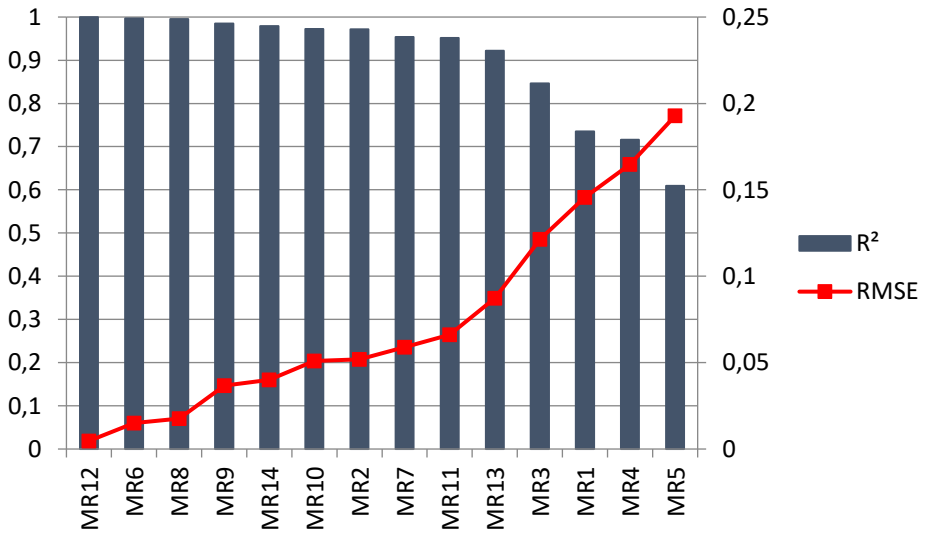


Figure IV.4 : Performance de la modélisation de 14 modèles en termes de paramètres statistiques

Il a été rapporté que la valeur de diffusivité effective de l'humidité (D_{eff}) pour les produits alimentaires est comprise entre 10^{-11} et 10^{-9}, [124]. La deuxième loi de Fick a été appliquée dans ce travail pour déterminer la valeur de D_{eff} et modéliser les aliments qui ont subi des processus de déshydratation. Lorsque D_{eff} augmentait avec l'augmentation de la température, le D_{eff} le plus bas de la température 38°C et le maximum de la température 64°C pour la solution fractionnaire et ordinaire.

Les performances des modèles sélectionnés ont été effectuées en utilisant le coefficient de détermination (R^2) et l'erreur quadratique moyenne (RMSE) donnés par les équations suivantes :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(MR_{pre,i} - MR_{exp,i}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\left(\overline{MR}_{pre} - MR_{exp,i}\right)^2} \qquad \text{(IV.28)}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(MR_{pre,i} - MR_{exp,i}\right)^2} \qquad \text{(IV.29)}$$

***Tableau* IV.4** : Paramètres du modèle ordinaire et fractionnaire

Modèles	38 °C			44 °C			50 °C			57 °C			64 °C		
	k	**Alpha**	***n***	***k***	**Alpha**	***n***	***k***	**Alpha**	***n***	***k***	**Alpha**	***n***	***k***	**Alpha**	***n***
MR1	0.0391	-	-	0.0496	-	-	0.0582	-	-	0.0689	-	-	0.0917	-	-
MR2	0.0839	-	-	0.1016	-	-	0.1343	-	-	0.1753	-	-	0.2043	-	-
MR3	0.1445	-	-	0.1726	-	-	0.2337	-	-	0.3040	-	-	0.3431	-	-
MR4	0.2426	-	-	0.2853	-	-	0.3943	-	-	0.5108	-	-	0.5560	-	-
MR5	0.4127	-	-	0.4753	-	-	0.6740	-	-	0.8592	-	-	0.9033	-	-
MR6	0.0722	-	0.7455	0.0902	-	0.7931	0.1359	-	1.0200	0.1831	-	1.0759	0.1876	-	0.8476
MR7	0.1152	0.6097	-	0.1306	0.6116	-	0.1767	0.5374	-	0.2147	0.5009	-	0.2057	0.5813	-
MR8	0.0686	1.0712	-	0.0887	1.0524	-	0.1359	0.9951	-	0.1822	0.9813	-	0.1881	1.0446	-
MR9	0.0462	1.6667	-	0.0741	1.5553	-	0.1274	1.4875	-	0.1923	1.4716	-	0.2160	1.6027	-
MR10	0.0375	2.2740	-	0.0706	2.0903	-	0.1397	2.0374	-	0.2430	2.0236	-	0.3011	2.1752	-
MR11	0.0351	2.9377	-	0.0769	2.6705	-	0.1789	2.6339	-	0.3639	2.6214	-	0.5015	2.8010	-
MR12	0.0773	0.9414	0.6480	0.1022	0.8612	0.5331	0.1364	0.9928	1.0064	0.1810	1.0653	1.1936	0.1863	1.0594	0.9513
-	$D_{\text{eff}}(m^2s^{-1})$	-	-	$D_{\text{eff}}(m^2s^{-1})$	-	-	$D_{\text{eff}}(m^2s^{-1})$	-	-	$D_{\text{eff}}(m^2s^{-1})$	-	-	$D_{\text{eff}}(m^2s^{-1})$	-	-
MR13	4.39826×10^{-8}	-	-	5.27667×10^{-8}	-	-	6.94083×10^{-8}	-	-	8.93392×10^{-8}	-	-	1.05×10^{-7}	-	-
MR14	6.63959×10^{-9}	1.2731	-	8.4435×10^{-9}	1.2761	-	2.30627×10^{-8}	1.1695	-	3.83308×10^{-8}	1.1354	-	2.55×10^{-8}	1.2364	-

L'écart observé entre l'équation expérimentale et analytique ou fractionnaire est dû au fait que toutes les cinétiques sélectionnées étaient hautement ajustées par le modèle d'ordre n-fractionnaire obtenu en utilisant la première loi de Fick (MR12), cela signifie que les résultats montrent que MR13 / 14 n'était pas le meilleur lorsqu'il a été adapté la cinétique de séchage sélectionnée. En outre, dans ce travail, le D_{eff} a été optimisé par GWO par rapport à d'autres travaux sélectionnés où ce paramètre a été déterminé par la solution analytique simple de Crank pour une longue durée de séchage. Le tableau IV.5 présente le RMSE entre les diffusivités d'humidité effectives des cinétiques de séchage des tomates à différentes températures.

Tableau IV.5 : Diffusivités efficaces de l'humidité de la cinétique de séchage des tomates et valeurs de l'énergie d'activation

T (°C)	D_{eff} Littérature (m^2/s)		D_{eff} Ordinaire (m^2/s)		D_{eff} Fractionnaire (m^2/s)	
	D_{eff}	RMSE	D_{eff}	RMSE	D_{eff}	RMSE
38	$3{,}0722\times10^{-9}$	0,573	$4{,}3983\times10^{-8}$	0,0697	$6{,}6396\times10^{-9}$	0,0262
44	$3{,}622\times10^{-9}$	0,5539	$5{,}2767\times10^{-8}$	0,0628	$8{,}4435\times10^{-9}$	0,0203
50	$4{,}048\times10^{-9}$	0,5774	$6{,}9408\times10^{-8}$	0,0510	$2{,}3063\times10^{-9}$	0,0292
57	$4{,}7995\times10^{-9}$	0,576	$8{,}9339\times10^{-8}$	0,0509	$3{,}8331\times10^{-9}$	0,0363
64	$6{,}7881\times10^{-9}$	0,551	$1{,}0468\times10^{-7}$	0,0675	$2{,}5467\times10^{-9}$	0,0354
Mean RMSE	0,5662		0,0604		0,0295	
E_a(kJ/ mol)	10,6700		30,2452		55,8922	

La relation entre la température et la Diffusivités effective présenté par le model type Arrhenius [128].

$$D_{eff} = D_0 e^{\left(\frac{-E_a}{RT}\right)} \qquad \text{(IV.30)}$$

Où D_0 est le facteur pré-exponentiel du modèle d'Arrhenius (m^2/s), E_a est l'énergie d'activation (kJ/mol), R est la constante de gaz universelle (8,3143 kJ / mol.K) et T est la température absolue (K). Le logarithme naturel de D_{eff} en fonction de la température absolue a été tracé. E_a pourrait être calculé par linéarisation de l'équation 20 et en utilisant la pente $\frac{-E_a}{R}$. E_a est présenté dans le tableau IV.5 et son suivant dans l'intervalle proposé dans la littérature, [114-119]. Allant de 10 à 120 kJ / mol.

IV.I.3. Conclusion

Une comparaison a été effectuée dans cette étude entre la solution analytique et fractionnaire de la première et la deuxième loi de diffusion de Fick pour modéliser le processus de séchage solaire de différents produits et sécheurs sous différents paramètres opératoires. Les résultats montrent que les performances de la première loi de Fick avec le modèle fractionnaire cinétique d'ordre n (MR12) étaient plus élevées que celles des autres modèles et aussi du modèle fractionnaire cinétique du second ordre. Le modèle MR12 est potentiellement capable d'ajuster l'ensemble des données expérimentales à partir du temps 0 à la fin de l'expérience et en fournissant des prévisions satisfaisantes pour divers processus de séchage agricole et sous différents paramètres opérationnels. L'optimisation des paramètres de chaque modèle a été réalisée à l'aide de l'algorithme GWO. Enfin, la détermination des diffusivités d'humidité effectives de certaines cinétiques de séchage a été calculée et s'est avérée être dans l'intervalle donné dans la littérature.

Contribution 2 :

Calcul fractionnaire et modèles semi-empiriques basé sur l'algorithme de libellule appliqué à l'estimation des paramètres de la cinétique de séchage solaire des tranches

IV.II.1. Introduction

Le séchage est une opération unitaire importante dont le rôle consiste à réduire la teneur en eau des produits traités. Ayant pour but de neutraliser les activités bactériennes et les champignons, le séchage permet la conservation des produits alimentaires pour une longue durée. C'est une technique très répandue à travers le monde, elle permet de stocker et de valoriser les excédents de productions agricoles afin de les commercialiser en période de pénurie. Devant la diversité des produits à sécher et des procédés industriels, chacun avec ses contraintes spécifiques, la multiplicité de techniques industrielles de séchage a été développée. Mais la hausse des prix et la pénurie de carburants ont conduit les chercheurs à mener des études approfondies sur l'utilisation de l'énergie solaire comme source énergétique alternative, particulièrement dans les pays en voie de développement, [129]. L'Algérie dispose d'un potentiel important d'ensoleillement durant la majeure partie de l'année. Elle jouit d'une durée annuelle moyenne d'ensoleillement de l'ordre de 2500 heures, et reçoit une énergie solaire moyenne quotidienne de 16.2 à 27 MJ/m² sur le plan horizontal, [130]. Cette énergie est suffisante particulièrement en été, pour répondre à toute la demande énergétique en séchage des produits agricoles, [131]. Le séchage solaire des récoltes, fruits et légumes, a été pratiqué partout dans le monde pendant des siècles en plein air sous le soleil. Une grande partie de l'offre mondiale en fruits et légumes secs continue à être séchée selon la manière traditionnelle au soleil à ciel ouvert sans assistance techniques. Cependant, la production à grande échelle limite l'utilisation de séchage normal en plein air sous le soleil. La méthode traditionnelle du séchage souffre de beaucoup des problèmes, dont le manque de capacité de gérer le processus de séchage correctement, l'incertitude de temps, le coût de main d'œuvre élevé, les zones vastes, et l'infection par des insectes et autres corps étrangers. Les solutions impliquant l'énergie solaire ont proposé des dispositifs de collection, ou les séchoirs solaires. Un séchoir solaire correctement conçu peut alléger les inconvénients liés au séchage au soleil en plein air, et les qualités du produit sec peuvent être améliorées, [132]. Plusieurs chercheurs ont développé des modèles de séchage solaire des produits agricoles en se basant sur leur comportement, ainsi que sur les lois qui régissent la conservation de l'énergie et de masse, les taux d'adsorption et de désorption de transfert de chaleur et d'humidité, [133, 134].

L'objectif de notre travail consiste à développer un nouveau modèle fractionnaire par rapport au temps en se basant sur la première loi de diffusion de Fick, on utilise 15 cinétiques expérimentales de séchage avec trois différentes couches mince de pomme (2,4 et 6 mm) et sous l'effet de 5 températures (40, 50, 60, 70 et 80°C) collectées de la littérature scientifique.

De plus, la performance de notre modèle fractionnaire a été comparée avec 64 modèles semi-empiriques obtenus de la littérature et un modèle semi- empirique proposé dans cette étude.

IV.II.2. Cinétique de séchage des couches minces d'un produit agroalimentaire

Pendant toute l'opération de séchage, l'évolution de la masse humide (Mh) du produit à sécher au fil du temps est suivie de pondérations successives jusqu'à ce qu'elle devienne stationnaire. Les couches minces séchées sont ensuite déshydratées dans un four à une température bien déterminée suivant les caractéristiques de séchage de produit à sécher, jusqu'à ce que le poids devienne constant dans le but de déterminer la masse sèche (MS) du produit. L'évolution du séchage d'un produit à sécher peut-être représentée par deux courbes : le taux d'humidité et la vitesse de séchage V en fonction du temps. Le taux d'humidité (Moisture ratio : MR) est calculé selon l'équation. (IV.31).

$$MR = \frac{M_t - M_{eq}}{M_0 - M_{eq}} \approx \frac{M_t}{M_0} \qquad (IV.31)$$

Où MR est le taux d'humidité ; M_t est la teneur en humidité ; M_{eq} est le contenu d'équilibre qui est trop petit comparé à M_t et M_0 ; M_0 est la teneur en humidité initiale, [135]. M_t est donnée par l'équation. (IV.32).

$$M_t = \frac{M_h - M_s}{M_s} \qquad (IV.32)$$

IV.II.3. Modélisation du phénomène de séchage solaire

Plusieurs modèles mathématiques sont proposés dans la littérature pour modéliser le séchage solaire de différents produits, notamment les modèles semi-empiriques qui sont issus de phénoménologie de séchage solaire, [136]. Le tableau IV.6 présente 64 modèles publiés dans la littérature et testés sur le séchage des produits agroalimentaires, de plus 01 modèle proposé dans ce travail.

Une nouvelle technique de modélisation des systèmes d'ordre fractionnaire par rapport au temps de l'équation de la première loi de diffusion de Fick en utilisant la transformée de Laplace direct et inverse et en basant sur l'expression de la dérivée fractionnaire de type Caputo (IV.33).

$$\frac{\partial^{\alpha} X(t)}{\partial^{\alpha} t} = -\mathbf{K}_{\alpha} X(t)^{\mathbf{n}} \qquad (IV.33)$$

En remplaçant $MR(t)=\frac{X(t)}{X_0}$ on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\partial^{\alpha} MR(t)}{\partial^{\alpha} t} = -\mathbf{K}_{\alpha} MR(t)^{n} \quad \text{(IV.34)}$$

Avec $K_\alpha = \frac{k_\alpha X_0^\alpha}{X_0^n}$, la solution de cette équation. (IV.34) donne le modèle fractionnaire voir Eq. (IV.35).

$$MR(t) = \left[\frac{1}{\frac{(n-1)K_\alpha t^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)} + \frac{1}{C_0^{\,n-1}}} \right]^{\frac{1}{n-1}} \quad \text{(IV.35)}$$

Avec α comme ordre entier compris entre 1<α<2, K_α comme constante de vitesse fractionnaire et n comme ordre de la réaction. Ces modèles seront testés sur 15 cinétiques de séchage solaire tirées de la littérature.

Les cinétiques de pomme en couche mince sous l'effet de 03 différentes épaisseurs {2, 4 et 6 mm} et 05 différentes températures {40, 50, 60, 70 et 80 °C}, [137].

Tableau IV.6: Modèles mathématiques de la littérature, proposés et fractionnaire de séchage

Modèle	Equations	Code	Réf.
Lewis	$MR = \exp(-kt)$	MR1	138
Page	$MR = \exp(-kt^n)$	MR2	138
Modifie Page I	$MR = \exp[(-kt)^n]$	MR3	138
Modifie Page II	$MR = \exp[-(kt)^n]$	MR4	138
Modifie Page III	$MR = \exp[-(-kt)^n]$	MR5	138
Modifie Page IV	$MR = a\exp[-(kt^n)]$	MR6	138
Modifie Page V	$MR = \exp[-(kt^n)]$	MR7	138
Modifie Page VI	$MR = \exp(kt^n)$	MR8	138
Modifie Page VII	$MR = \exp\left[-k\left(\frac{t}{L^2}\right)^n\right]$	MR9	138
Modifie Page IX	$MR = k\exp\left[\left(\frac{-t}{L^2}\right)^n\right]$	MR10	138
Otsura et al	$MR = 1 - \exp[-(kt^n)]$	MR11	138
Fick Simplifie	$MR = k\exp\left[-c\left(\frac{t}{L^2}\right)\right]$	MR12	138

Henderson and Pabis	$MR = a\exp(-kt)$	MR13	138
Modifie Henderson and Pabis - I	$MR = a\exp(-k_0 t) + b\exp(-k_1 t) + c\exp(-k_2 t)$	MR14	138
Modifie Henderson and Pabis II	$MR = a\exp(-kt^n) + b\exp(-gt) + c\exp(-ht)$	MR15	138
Logaritmic	$MR = a\exp(-kt) + c$	MR16	138
TwoTerm	$MR = a\exp(-k_0 t) + b\exp(-k_1 t)$	MR17	138
Modifie TwoTerm - I	$MR = a\exp(k_0 t) + (1-a)\exp(-k_1 t)$	MR18	138
Modifie TwoTerm - II	$MR = a\exp(k_0 t) + (1-a)\exp(k_1 t)$	MR19	138
Modifie TwoTerm- III	$MR = a\exp(-k_0 t) + a\exp(-k_1 t)$	MR20	138
Modifie TwoTerm - IV	$MR = a\exp(-k_0 t^n) + b\exp(-k_1 t)$	MR21	138
Modifie TwoTerm -V	$MR = a\exp(-k_0 t) + (1-a)\exp(-k_1 t)$	MR22	138
TwoTermExponential	$MR = a\exp(-kt) + (1-a)\exp(-kat)$	MR23	138
Verma et al	$MR = a\exp(-kt) + (1-a)\exp(-gt)$	MR24	138
Diffusion Approximation	$MR = a\exp(-kt) + (1-a)\exp(-kbt)$	MR25	138
Midilli et al	$MR = a\exp(-kt^n) + bt$	MR26	138
Modifie Midilli -I	$MR = \exp(-kt^n) + bt$	MR27	138
Modifie Midilli -II	$MR = \exp(-kt) + bt$	MR28	138
Modifie Midilli -III	$MR = a\exp(-kt) + bt$	MR29	138
Wang and Singh	$MR = 1 + at + bt^2$	MR30	138
Hii et al	$MR = a\exp(-kt^n) + c\exp(-gt^n)$	MR31	138
Weibull Distribution - I	$MR = a - b\exp[-(kt^n)]$	MR32	138
Weibull Distribution - II	$MR = a - b\exp[-kt^n]$	MR33	138
Weibull Distribution - III	$MR = \exp[-(t/a)^n]$	MR34	138
Vega-Galvez et al - I	$MR = n + k\sqrt{t^n}$	MR35	138
Vega-Galvez et al - II	$MR = \exp(n + kt)$	MR36	138
Vega-Galvez et al - III	$MR = (a + bt)^2$	MR37	138
Jena Das	$MR = a\exp\left(-kt + b\sqrt{t}\right) + c$	MR38	138
Wang et al one term	$MR = a\exp(bkt) + (1-a)$	MR39	138
Wang et al Two Term	$MR = (1-a)\exp(bkt) + a\exp(ckt)$	MR40	138
Wang et al Three Term	$MR = (1-a-b)\exp(ckt) + a\exp(dkt) + b\exp(fkt)$	MR41	138

Demir et al	$MR = aexp\,[(-kt)^n] + b$	MR42	138
Haghi and Angiz – I	$MR = aexp(-bt^c) + dt^2 + et + f$	MR43	138
Haghi and Angiz – II	$MR = a + bt + ct^2 + dt^3$	MR44	138
Haghi and Angiz – III	$MR = \frac{a + bt}{1 + ct + ct^2}$	MR45	138
Haghi and Angiz – IV	$MR = aexp\left[\frac{-(t-b)^2}{2c^2}\right]$	MR46	138
Sripinyowanich and Noomhorm	$MR = \exp(-kt^n) + bt + c$	MR47	138
Noomhorm and Verma	$MR = a\exp(-kt) + b\exp(-gt) + c$	MR48	138
Hasibuan and Daud	$MR = 1 - at^n\exp(-kt^m)$	MR49	138
SharefEldeen et al	$MR = a\exp(kt) + [1 - a\exp(-bkt)]$	MR50	138
Henderson and Henderson I	$MR = c[\exp(-kt) + \frac{1}{9}\exp(-9kt)]$	MR51	138
Henderson and Henderson II	$MR = c\exp(-kt) + \frac{1}{9}\exp(-9kt)$	MR52	138
Parabolic	$MR = a + bt + ct^2$	MR53	138
Geometric	$MR = at^{-n}$	MR54	138
Logistic	$MR = \frac{a_0}{[1 + aexp(kt)]}$	MR55	138
Power Law	$MR = at^b$	MR56	138
Regression – I	$MR = \exp[-(at^2 + bt)]$	MR57	138
Chavez-Mendez et al	$MR = a + b\ln(t)$	MR58	138
Aghbashlo	$MR = \exp\left[-\frac{k_1 t}{(1 + k_2 t)}\right]$	MR59	138
Modifie Henderson and Perry	$MR = a\exp(-kt^n)$	MR60	138
ThreeParameter	$MR = a\exp[-(kt)^n]$	MR61	138
Asymptotic	$MR = a_0 + a\exp(-kt)$	MR62	138
Khazaei and Daneshmandi	$MR = a + \exp(-bt) - ct$	MR63	138
Kaleemullah2006	$MR = \exp(-(at + b)t^{(ct+d)}$	MR65	139
Modèle proposé I	$MR = \exp[-(at^n + bt)]$	Ce travail MR64	

Modèle Fractionnaire proposé	$MR = \left[\frac{1}{\frac{(n-1)K_\alpha t^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)} + \frac{1}{{C_0}^{n-1}}}\right]^{\frac{1}{n-1}}$	Ce travail

IV.II.3.1 Algorithme de Libellule (DA)

Une autre stratégie d'optimisation moderne nommée algorithme de libellule, ou Dragonfly algorithm (DA) a été développée en 2015 par Seyedali Mirjalili pour résoudre les problèmes d'optimisation mono-objectifs, discrets, et à multi-objectifs, [140].

L'inspiration principale du DA a été venue du mécanisme statique et dynamique de grouillement des libellules dans la nature. Les deux phases du processus d'optimisation, l'exploration et l'exploitation sont conçues en modelant l'interaction sociale des libellules et la navigation, en recherchant la nourriture et en évitant les ennemis. Ce type d'insecte connu aussi sous le nom d'Odonata, présente un comportement social intéressant dans la nature, où le cycle de vie de ce type d'insectes inclut deux étapes importantes de base, qui sont le nymphe et l'adulte. Ces deux comportements caractérisent le même mécanisme d'optimisation que les phases de base (exploration et exploitation) des autres algorithmes méta-heuristiques. Les essaims statiques et dynamiques peuvent être modelés mathématiquement comme les phases d'exploitation et d'exploration. Cet algorithme est basé sur cinq facteurs qui sont : Séparation, Alignement, Cohésion, Attraction à la nourriture, et Distraction d'ennemi, [140].

IV.II.4. Résultats et discussion

IV.II.4.1. Résultats de modélisation semi-empirique

Les ajustements des paramètres des modèles de la littérature sélectionnés (64 modèles) ainsi que le modèle proposé ont été effectués à l'aide d'algorithmes d'essaim de libellule (Dragonfly) (fonction DA MATLAB).

Pour éviter la convergence vers les minima locaux, l'optimisation à l'aide d'algorithmes d'essaim de libellule est exécutée 20 fois.

Les résultats des estimations des paramètres pour les deux meilleurs modèles fourni la meilleure performance de corrélation, ces paramètres sont remplacés dans chaque modèle afin de calculer la teneur en humidité et la comparer avec celle expérimentale.

Les résultats de corrélation des données expérimentales de cette étude sont présentés en termes de tableau comparatif des erreurs {RMSE, X^2, EF} pour chaque cinétique et pour chaque modèle, et de courbes de régressions linéaires {R^2} entre la teneur en humidité expérimentale

et celle calculée par les modèles mathématiques pour l'ensemble des données (276 points expérimentaux).

Les résultats de calcul de ces paramètres statistiques moyens sont regroupés dans le tableau IV.7, Le modèle le plus performant a été sélectionné en se basant sur l'erreur moyenne la plus petite (≈0) et le coefficient de détermination le plus grand (≈1).

Les formules mathématiques de ces erreurs sont présentées dans les articles cités dans ces références, [141-147].

Tableau IV.7: Résultats de calcul des moyennes des paramètres statiques

Model code	MRMSE	MX²	MR²	MEF
MR1	0,02470	0,00439	0,995315	0,99192
MR2	0,00632	0,00038	0,993841	0,99949
MR3	0,70613	0,03676	0,989492	-3,94113
MR4	0,00632	0,03050	0,999572	0,99949
MR5	0,23524	0,00614	0,924816	-0,10991
MR6	0,03687	0,00392	0,98012	0,96187
MR7	0,00632	0,00138	0,999661	0,99949
MR8	0,00632	0,00140	0,988855	0,99949
MR9	0,37653	0,02497	0,24018	-0,53374
MR10	0,42449	0,15176	0,240178	-0,78284
MR11	0,05268	0,00178	0,987291	0,97250
MR12	0,34640	0,15171	0,377639	-0,27247
MR13	0,02058	0,00006	0,996043	0,99460
MR14	0,02001	0,00268	0,990786	0,99313
MR15	0,04604	0,00006	0,952705	0,95388
MR16	0,03987	0,00167	0,935228	0,94958
MR17	0,01830	0,00267	0,947923	0,99249
MR18	0,00809	0,01290	0,999281	0,99914
MR19	0,00678	0,00400	0,998558	0,99933
MR20	0,04672	0,00030	0,97757	0,96264
MR21	0,02446	0,00573	0,956404	0,98815
MR22	0,00809	0,00772	0,999225	0,99918
MR23	0,02016	0,00439	0,997007	0,99488
MR24	0,00824	0,00038	0,999091	0,99912
MR25	0,00681	0,03676	0,999158	0,99925
MR26	0,18126	0,03050	0,536473	0,51637
MR27	0,10073	0,00614	0,737014	0,79737
MR28	0,01949	0,00392	0,930226	0,99312
MR29	0,14617	0,00138	0,780538	0,58332
MR30	0,03535	0,00140	0,890798	0,97863
MR31	0,07696	0,02497	0,830475	0,89322
MR32	0,07730	0,15176	0,912332	0,91464
MR33	0,09243	0,00178	0,898699	0,85327
MR34	0,00632	0,15171	0,996306	0,99949
MR35	0,05906	0,00006	0,983223	0,96395
MR36	0,02058	0,00268	0,99675	0,99460
MR37	0,02667	0,00006	0,994811	0,99221
MR38	0,11913	0,00167	0,888276	0,76815
MR39	0,03493	0,00267	0,965836	0,95844
MR40	0,01623	0,01290	0,997865	0,99598
MR41	0,00957	0,00400	0,991579	0,99876
MR42	0,27060	0,00030	0,68628	0,17489
MR43	0,41069	0,00573	0,467703	-3,97645
MR44	1,33998	0,00772	0,771128	-43,16799
MR45	0,05469	0,00439	0,96633	0,96772
MR46	0,01647	0,00038	0,992901	0,99692
MR47	0,14314	0,03676	0,828988	0,72248
MR48	0,10609	0,03050	0,937033	0,78844
MR49	0,04610	0,00614	0,848811	0,95346

MR50	0,03360	0,00392	0,956268	0,97026
MR51	0,03334	0,00138	0,993357	0,98753
MR52	0,03373	0,00140	0,993219	0,98737
MR53	0,08623	0,02497	0,736838	0,80391
MR54	0,36640	0,15176	0,394482	-0,31502
MR55	0,03102	0,00178	0,994644	0,98602
MR56	0,36634	0,15171	0,434155	-0,31463
MR57	**0,00609**	**0,00062**	**0,999681**	**0,99949**
MR58	0,04635	0,00268	0,985938	0,97258
MR59	0,00701	0,00006	0,999353	0,99930
MR60	0,01387	0,00167	0,95625	0,98627
MR61	0,03375	0,00267	0,983897	0,97329
MR62	0,05857	0,01290	0,952211	0,87420
MR63	0,04689	0,00400	0,971614	0,96073
MR64	**0,00429**	**0,00030**	**0,999814**	**0,99967**
MR65	0,04619	0,00573	0,919098	0,95821

IV.II.4.2. Tableau comparatif de l'erreur relative absolue moyenne

Les résultats de corrélation des données expérimentales de cette étude sont présentés en termes de tableau comparatif des erreurs moyennes {MRMSE, MX^2, MR^2, et MEF} pour les 15 cinétiques, l'ensemble des données (276 points expérimentaux).

Les résultats de calcul des moyennes des paramètres statistiques sont regroupés dans le tableau IV.7.

Une étude de comparaison des 16 modèles considérés est illustrée sur le tableau IV.8 et la figure IV.3 après avoir classés la plus petite valeur à la plus grande valeur de MRMSE. La comparaison entre les performances des différents modèles indique que le modèle proposé dans ce travail MR64 fournit la meilleure performance de corrélation, où la valeur de MRMSE est de (≈ 0.43 %). La deuxième meilleure performance en corrélation est donnée par le modèle codé MR57, où le MRMSE à une valeur de (≈ 0.61%).

Tableau IV.8: Tableau comparative des 16 modèles considérés.

Model index	MRMSE (%)	MX^2	MR^2	MEF
MR64	**0,43**	**0,00030**	**0,999814**	**0,99967**
MR57	**0,61**	**0,00006**	**0,999681**	**0,99949**
MR7	0,63	0,00138	0,999661	0,99949
MR4	0,63	0,03050	0,999572	0,99949
MR8	0,63	0,00140	0,988855	0,99949
MR2	0,63	0,00038	0,993841	0,99949
MR34	0,63	0,15171	0,996306	0,99949
MR19	0,68	0,00400	0,998558	0,99933
MR25	0,68	0,03676	0,999158	0,99925
MR59	0,70	0,00006	0,999353	0,9993
MR22	0,81	0,00772	0,999225	0,99918
MR18	0,81	0,01290	0,999281	0,99914
MR24	0,82	0,00038	0,999091	0,99912
MR41	0,96	0,00400	0,991579	0,99876
MR60	1,39	0,00167	0,95625	0,98627
MR40	1,62	0,01290	0,997865	0,99598

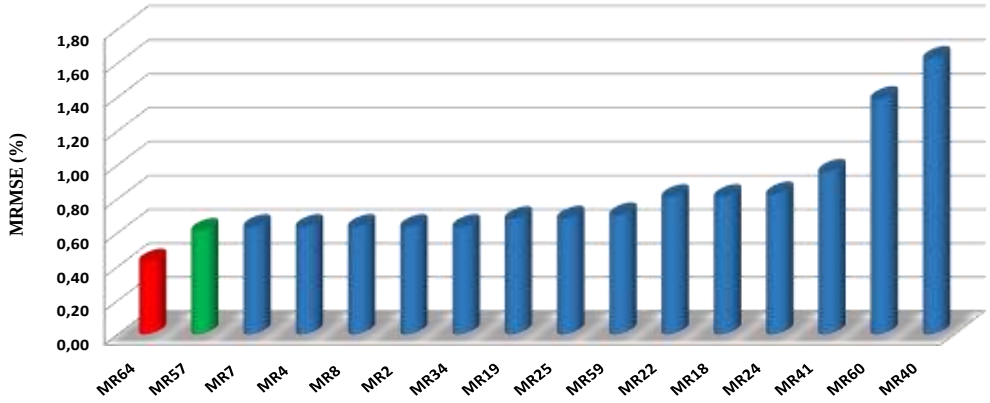


Figure IV.5 : Classement des 16 modèles considérés de séchage solaire de couche mince de la pomme.

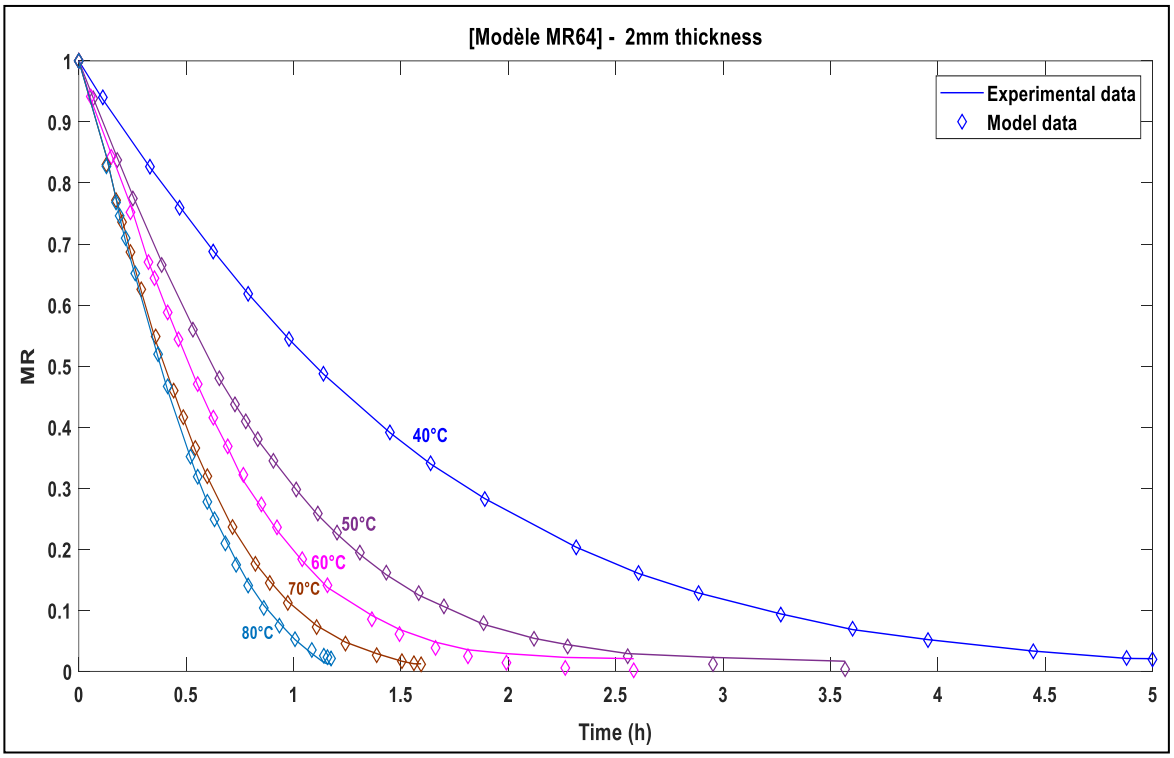
IV.II.4.3. Comparaison de la performance des deux modèles sélectionnés

La comparaison entre les deux modèles sélectionnées (MR64 et MR57) est présentée sous forme des courbes de cinétique dans laquelle la teneur en humidité (MR) est tracée en fonction du temps. Les figures IV.6- IV.9 représentent les résultats de modélisation par les deux modèles des cinq cinétiques de séchage d'une couche mince de pomme à différentes épaisseurs et différente température de séchage. Les résultats montrent une légère supériorité du modèle MR64 par rapport au modèle MR57 en modélisant les données expérimentales du séchage solaire de la pomme.

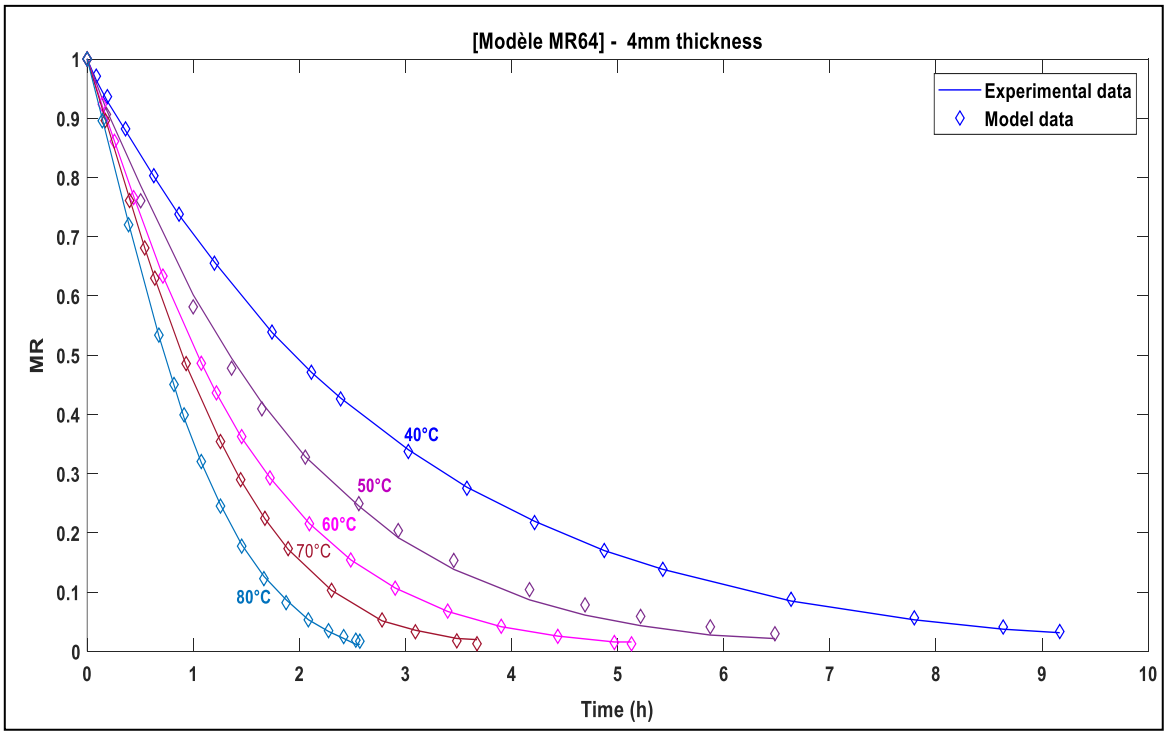
Une autre comparaison a été faite en termes de régression linéaire entre le taux prédit et expérimental de l'humidité (MR) pour évaluer la capacité des deux modèle MR64 et MR57 afin de modéliser les cinétiques de séchage solaire. Les figures IV.10 et IV.11 montrent la juxtaposition de la première bissectrice et de la droite du meilleur ajustement linéaire de la sortie avec la cible ainsi que la distribution des points expérimentaux confirmant l'excellent accord entre le taux d'humidité calculé par les deux modèles et celui de l'expérience sous différentes épaisseurs et différentes températures pour toute la base de données. Le tableau IV.9 récapitule les erreurs et les vecteurs de régression linéaire qui sont très proches de l'idéal pour toutes les cinétiques.

Tableau IV.9: Erreurs et vecteurs de régression linéaire obtenues pour les deux modèles.

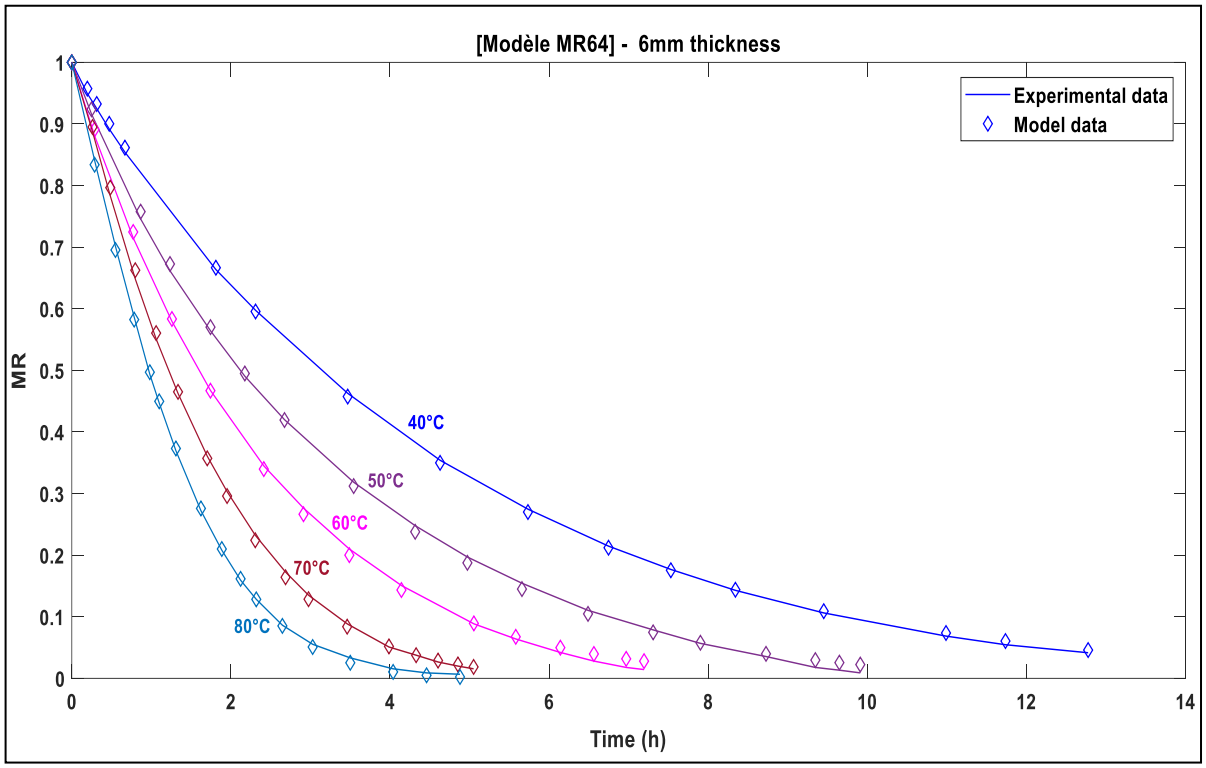
Model	**A**	**β**	**R**	**MRMSE**
MR64	1	$-4{,}3\times10^{-05}$	0.99981	0,00429
MR57	1	0.0014	0.99974	0,00609


[Modèle MR64] - 2mm thickness
Experimental data
Model data
MR
Time (h)
40°C
50°C
60°C
70°C
80°C

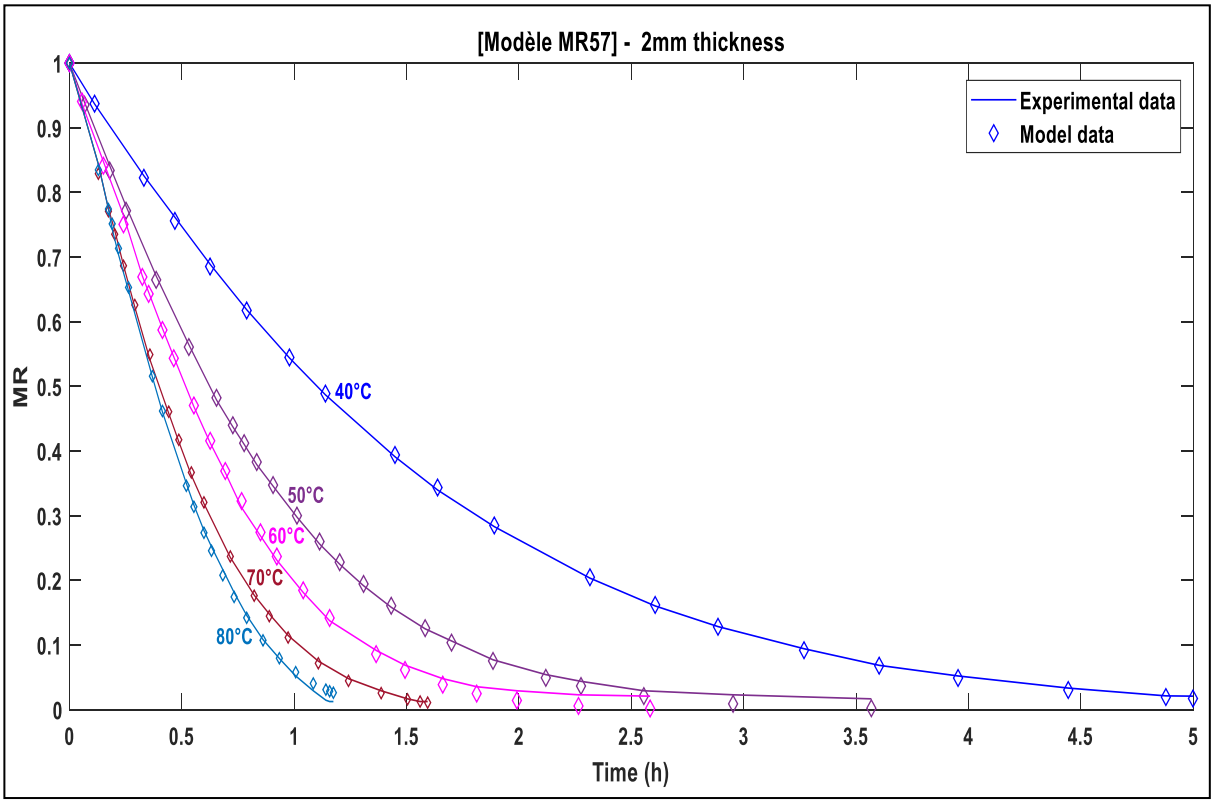
(A)


[Modèle MR64] - 4mm thickness
Experimental data
Model data
MR
Time (h)
40°C
50°C
60°C
70°C
80°C

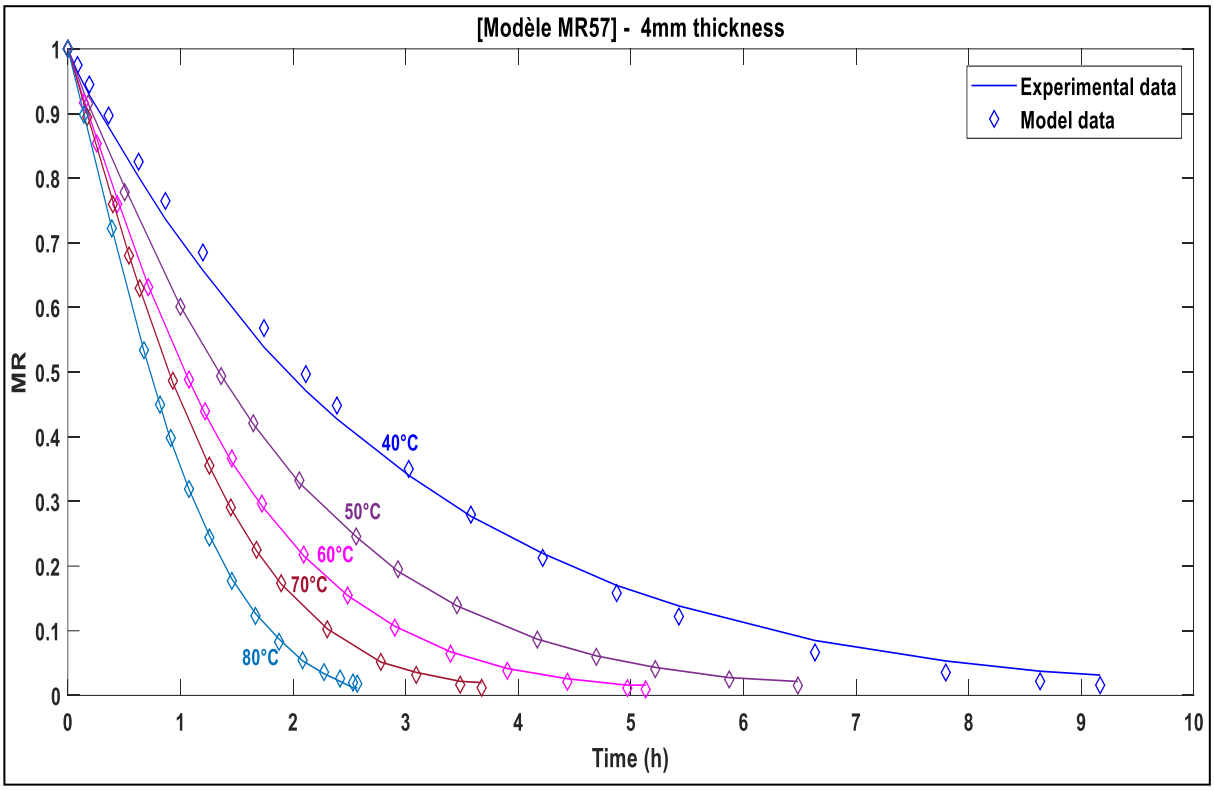
(B)


[Modèle MR64] - 6mm thickness
Experimental data
Model data
MR
Time (h)
40°C
50°C
60°C
70°C
80°C

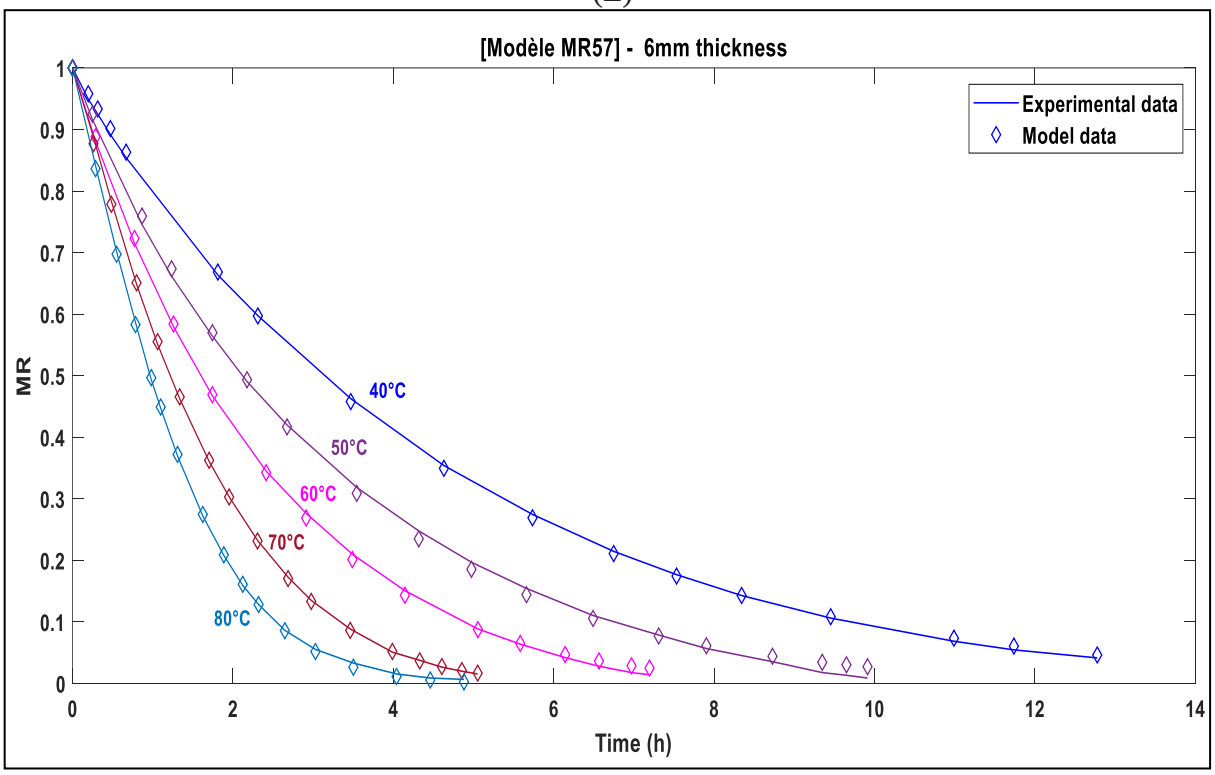
(C)


[Modèle MR57] - 2mm thickness
Experimental data
Model data
MR
Time (h)
40°C
50°C
60°C
70°C
80°C

(D)

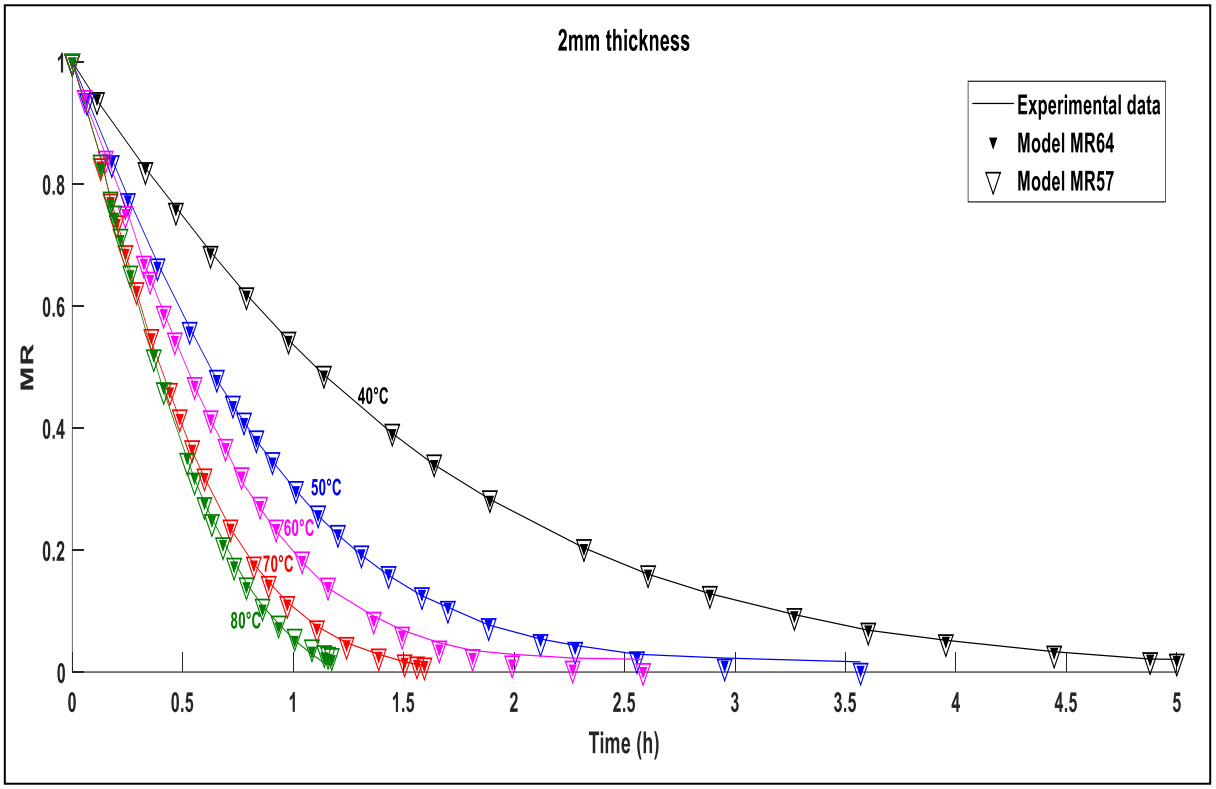


(E)

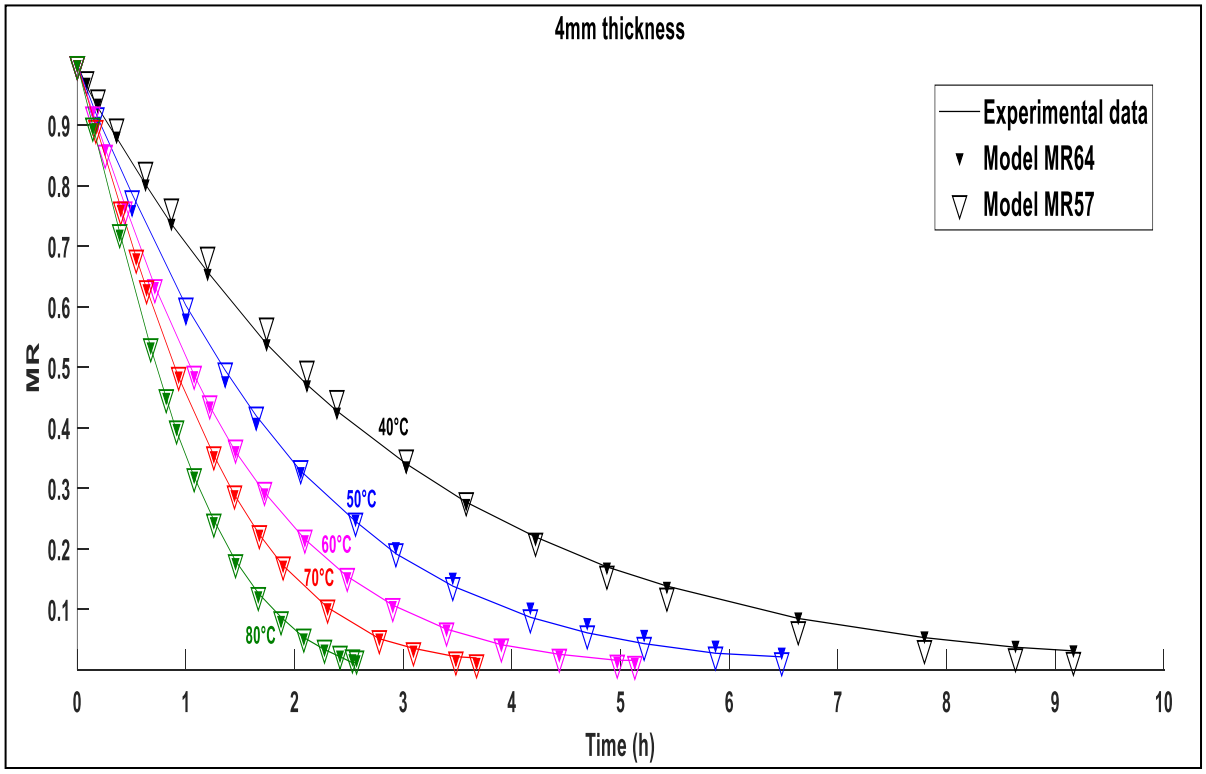


(F)

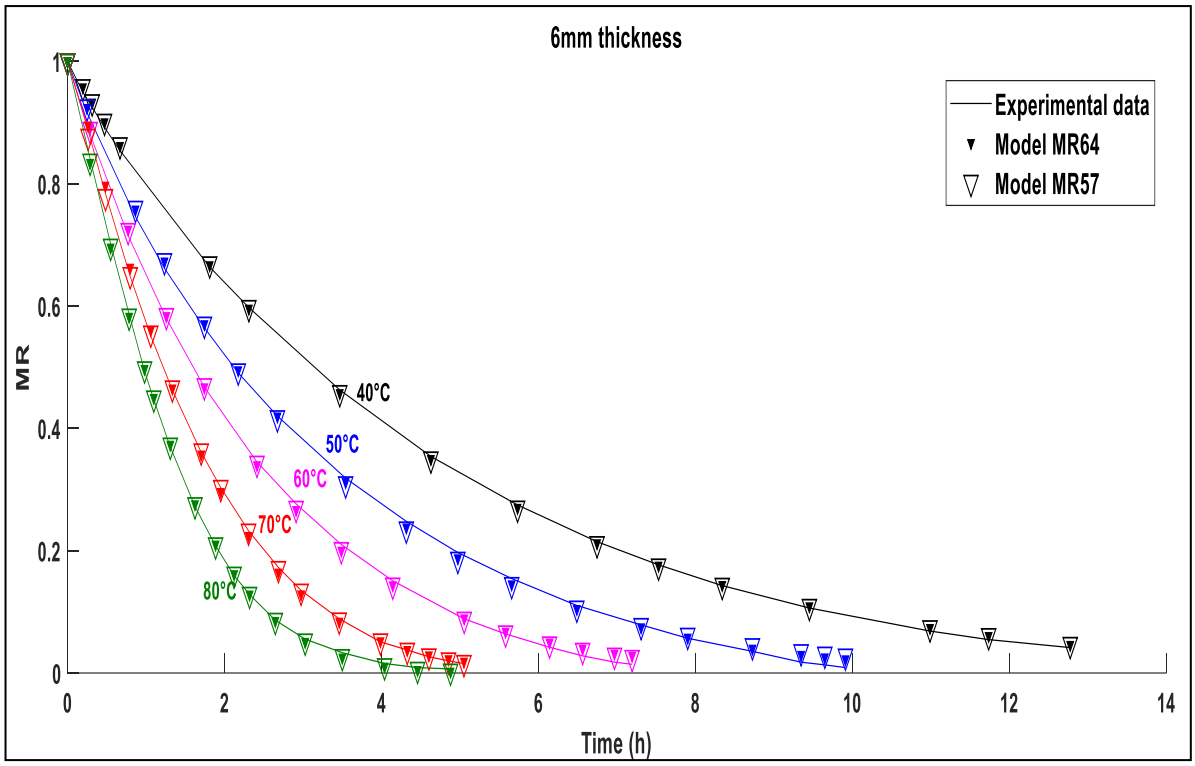
Figure IV.6 : Performance de chaque modèle MR57 et MR64 pour prédire les cinétiques de séchage (A, B, C, D, E et F)


2mm thickness
Experimental data
Model MR64
Model MR57
MR
Time (h)
40°C
50°C
60°C
70°C
80°C

(A)

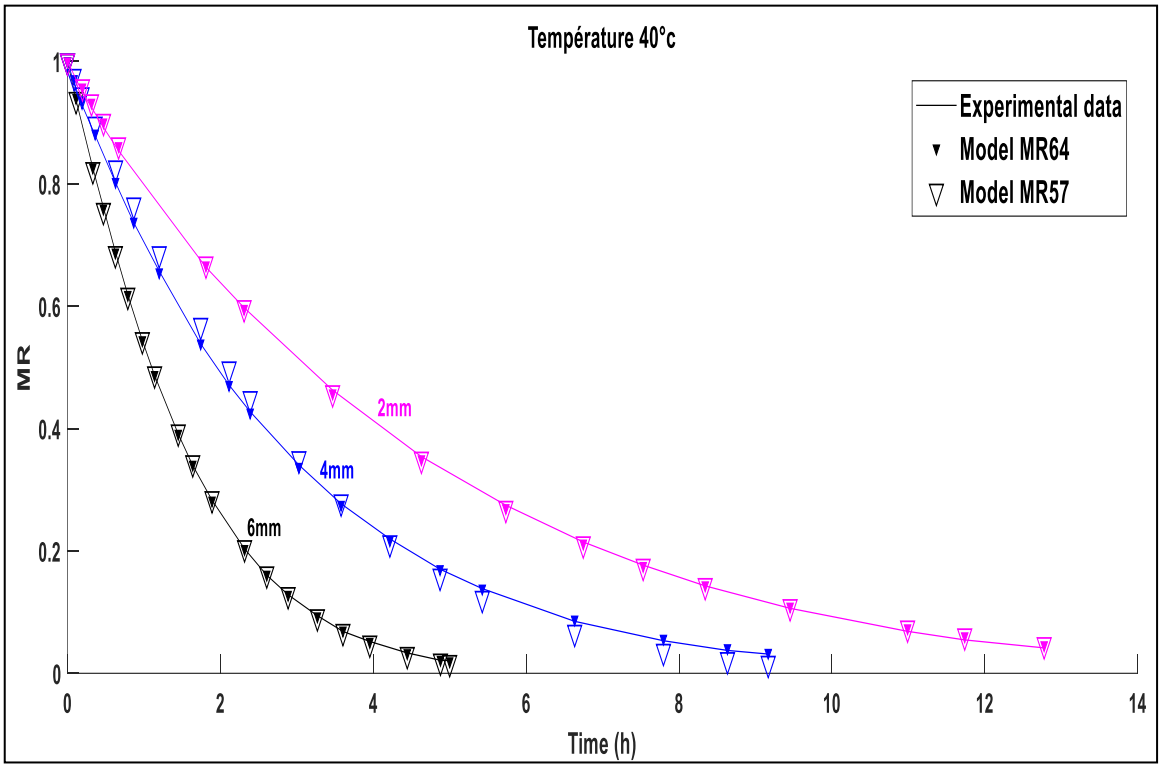

4mm thickness
Experimental data
Model MR64
Model MR57
MR
Time (h)
40°C
50°C
60°C
70°C
80°C

(B)

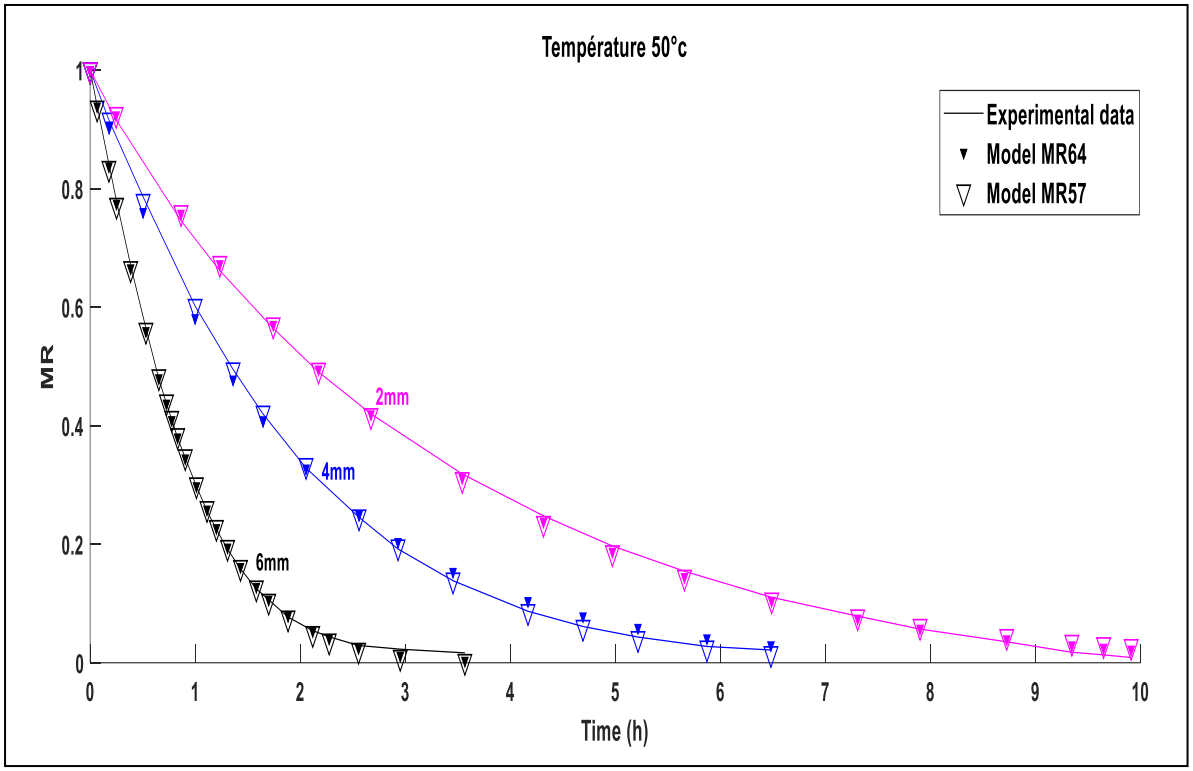


(C)

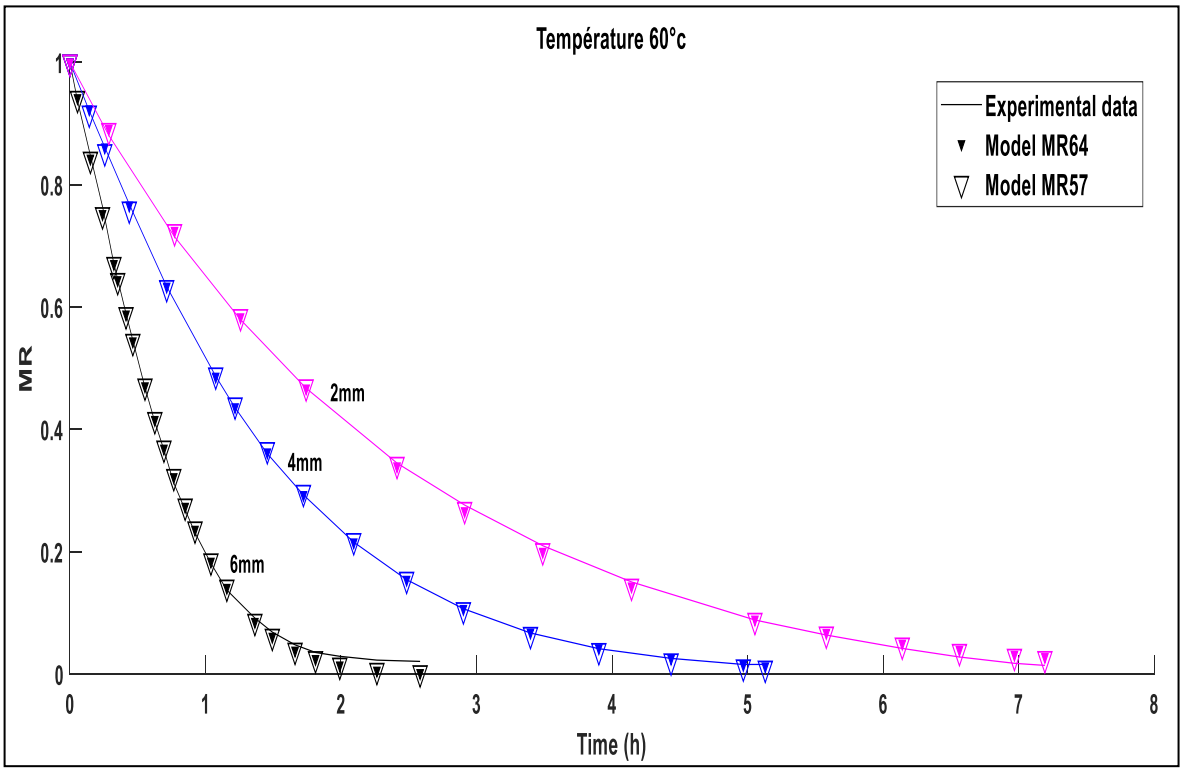
Figure IV.7 : Comparaison entre les deux modèles pour prédire les cinétiques de séchage en fonction de l'épaisseur (A, B et C)



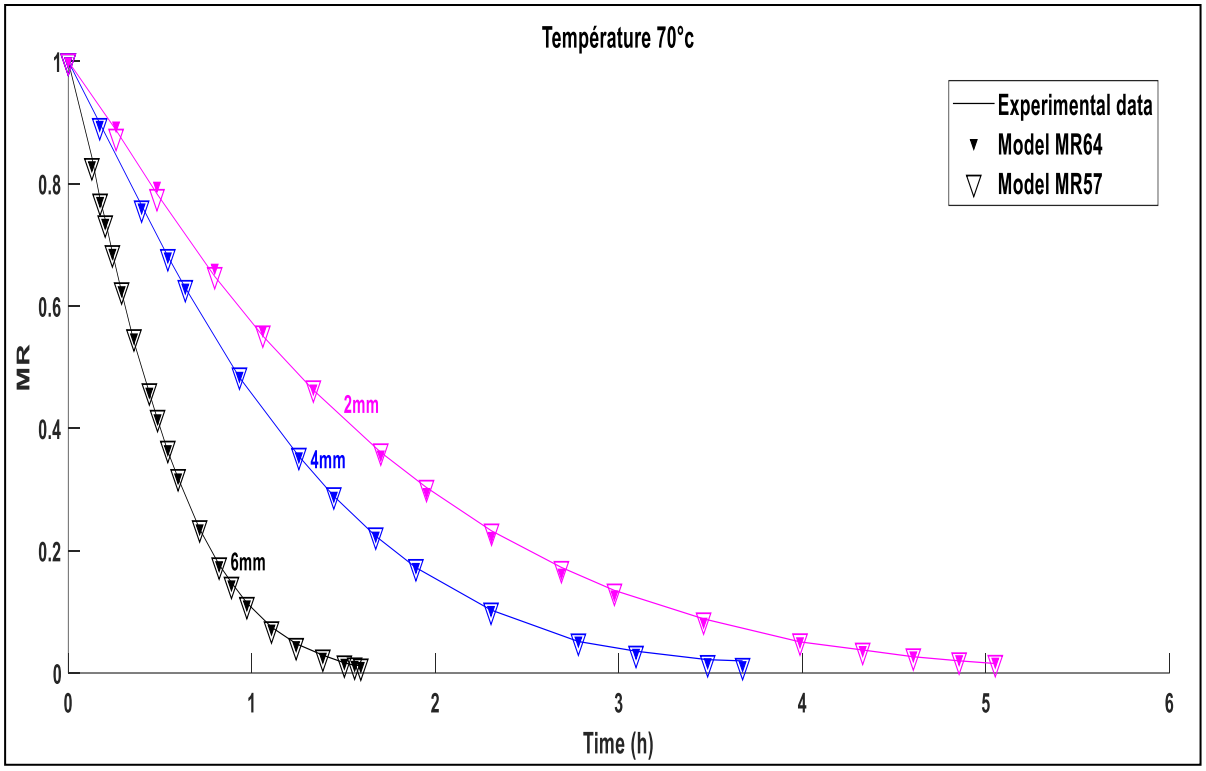
(A)


Température 50°c
Experimental data
Model MR64
Model MR57
MR
Time (h)
2mm
4mm
6mm
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

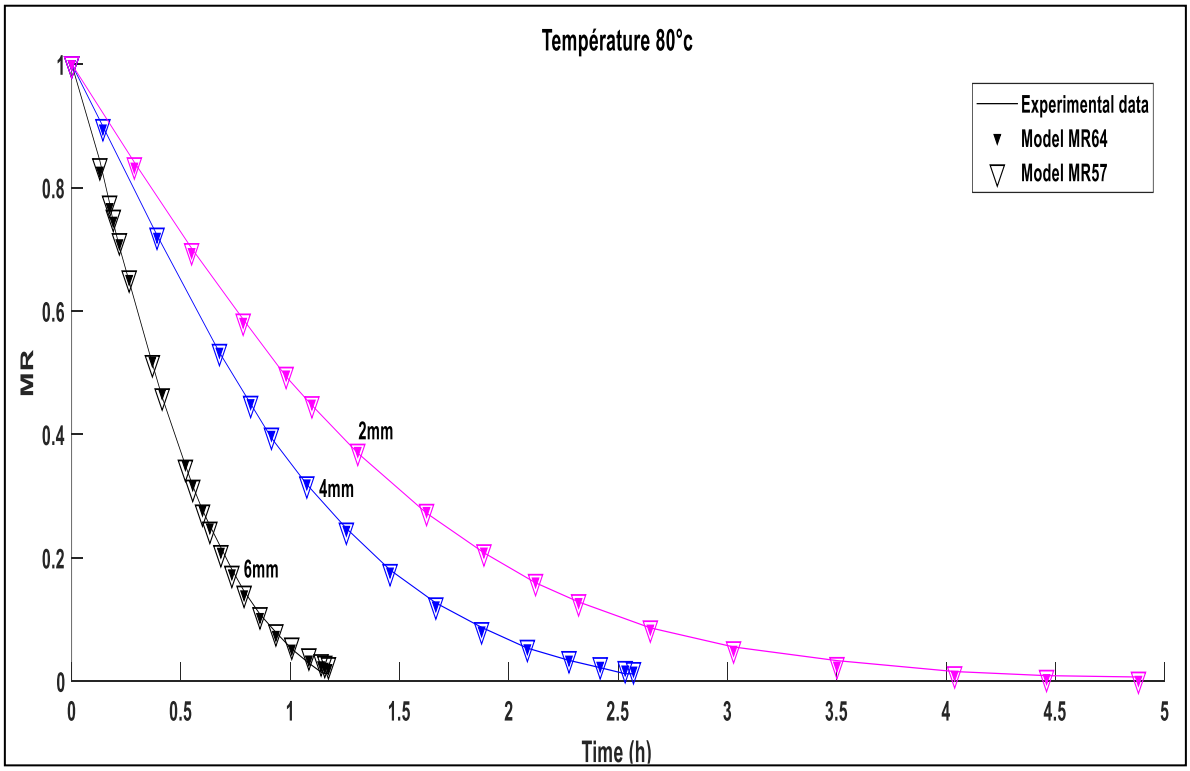
(B)


Température 60°c
Experimental data
Model MR64
Model MR57
MR
Time (h)
2mm
4mm
6mm
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0
1
2
3
4
5
6
7
8

(C)

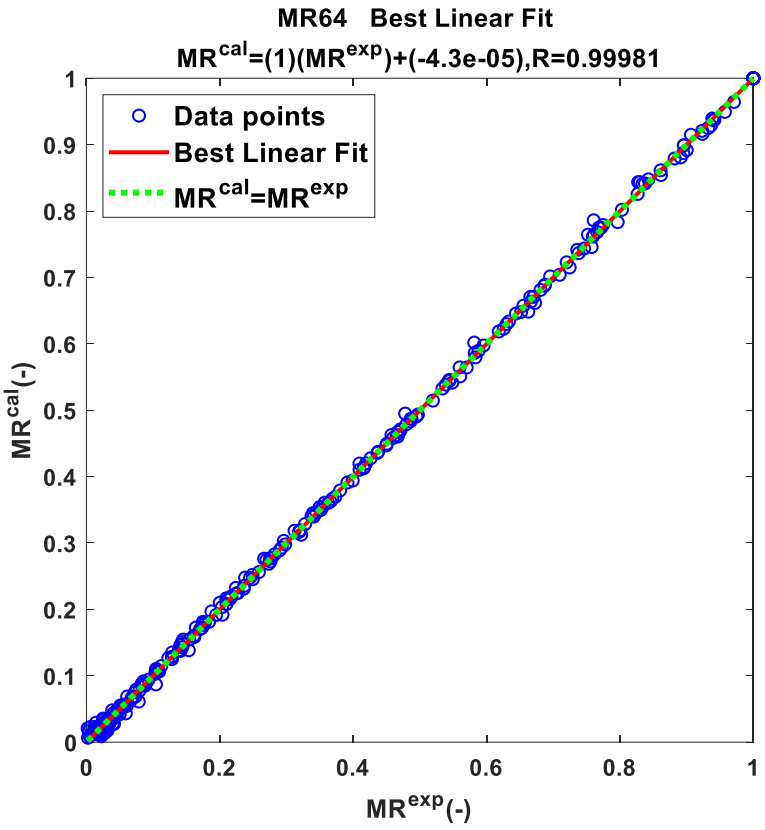


(D)

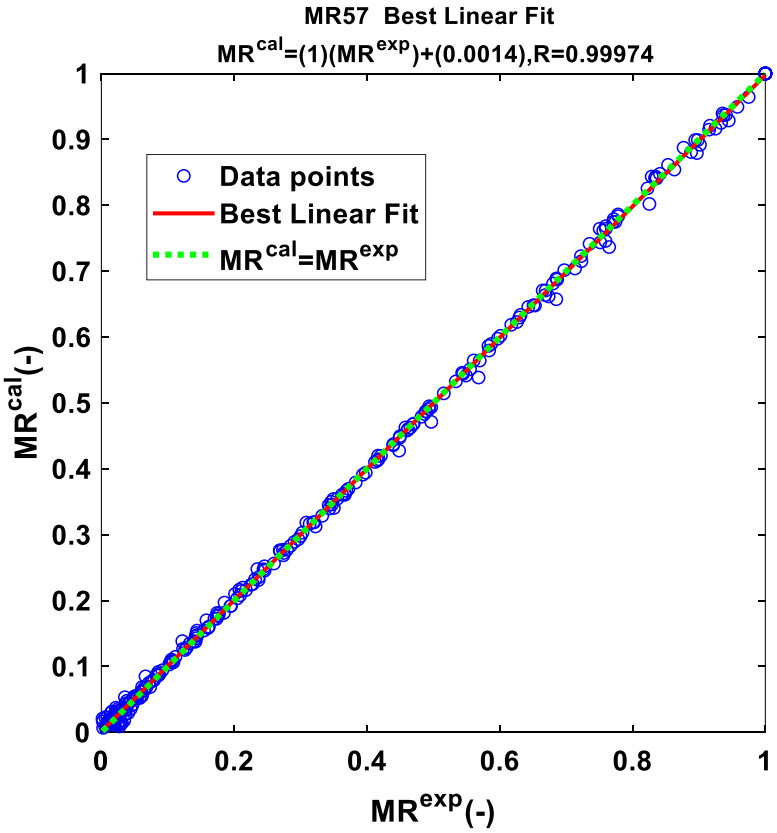


(E)

Figure IV.8 : Comparaison entre les deux modèles pour prédire les cinétiques de séchage en fonction de la température (A, B, C, D et E)

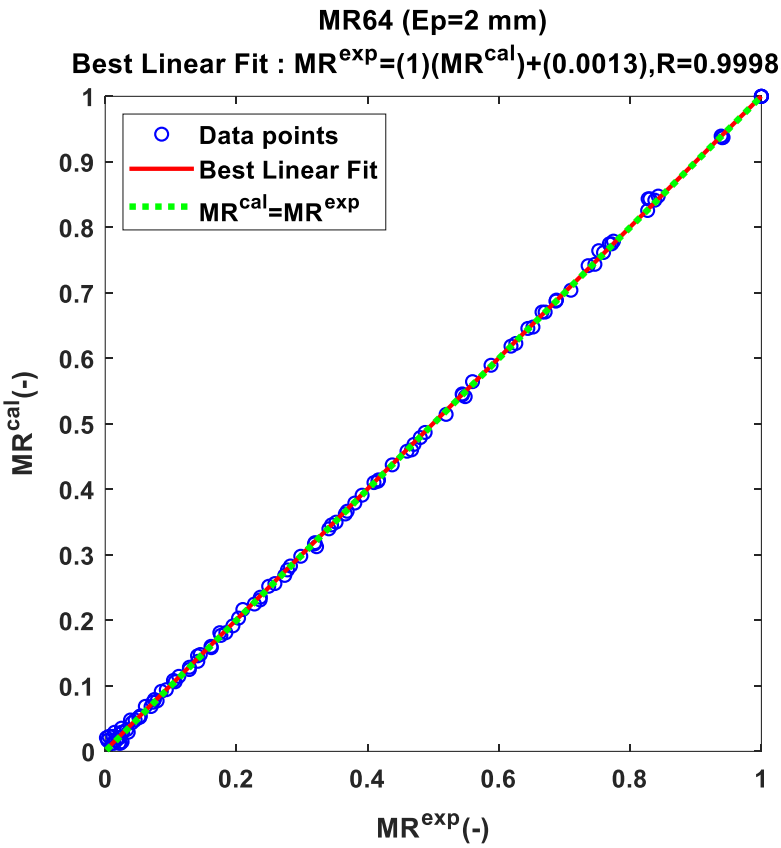


(A)

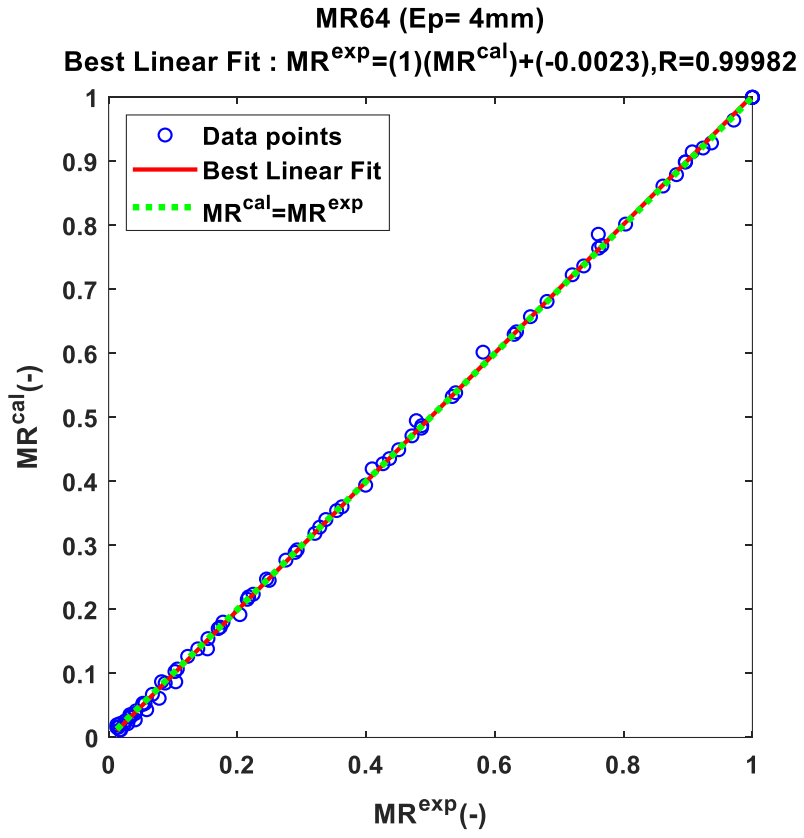


(B)

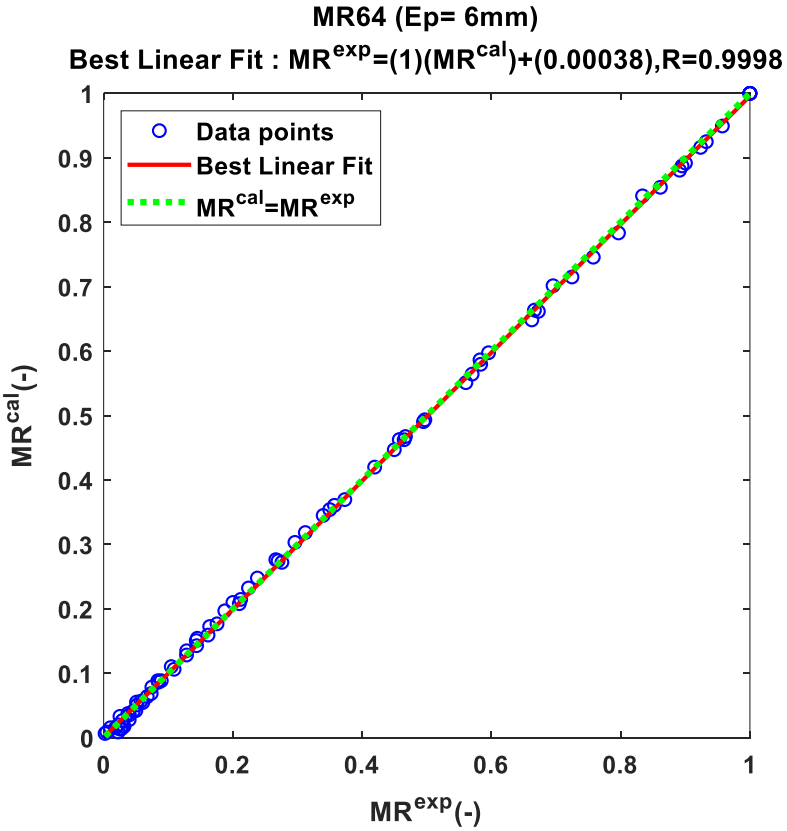
Figure IV.9 : Régression linéaire du taux d'humidité calculé par le modèle MR64 et MR57 et celui expérimental des 15 cinétiques de séchage (A, B)


MR64 (Ep=2 mm)
Best Linear Fit : MR^exp=(1)(MR^cal)+(0.0013),R=0.99985
Data points
Best Linear Fit
MR^cal=MR^exp
MR^cal(-)
MR^exp(-)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0.2
0.4
0.6
0.8

(A)

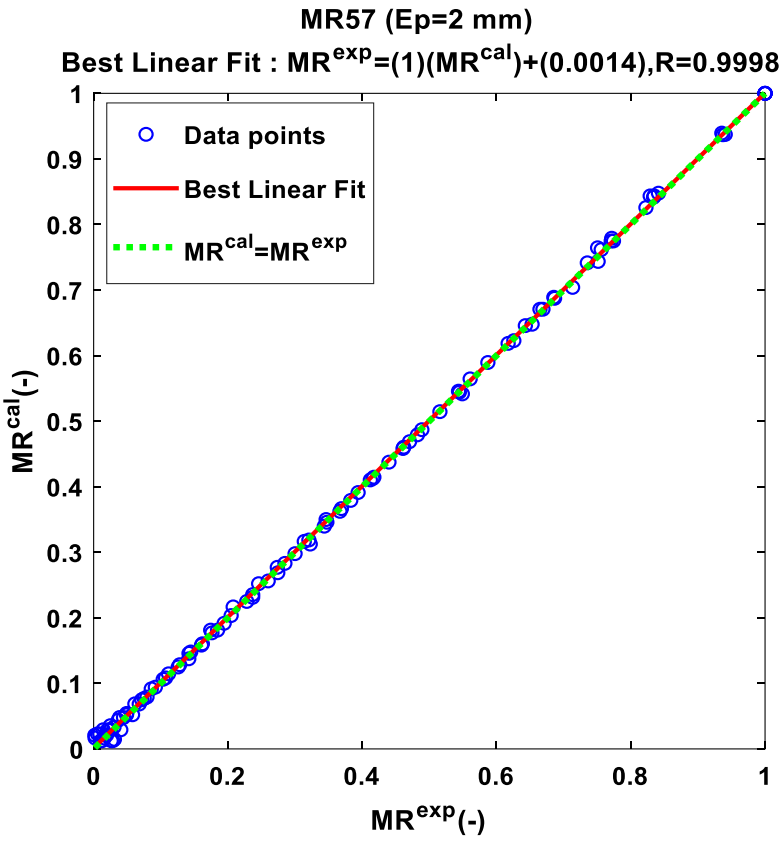

MR64 (Ep= 4mm)
Best Linear Fit : MR^exp=(1)(MR^cal)+(-0.0023),R=0.99982
Data points
Best Linear Fit
MR^cal=MR^exp
MR^cal(-)
MR^exp(-)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0.2
0.4
0.6
0.8

(B)

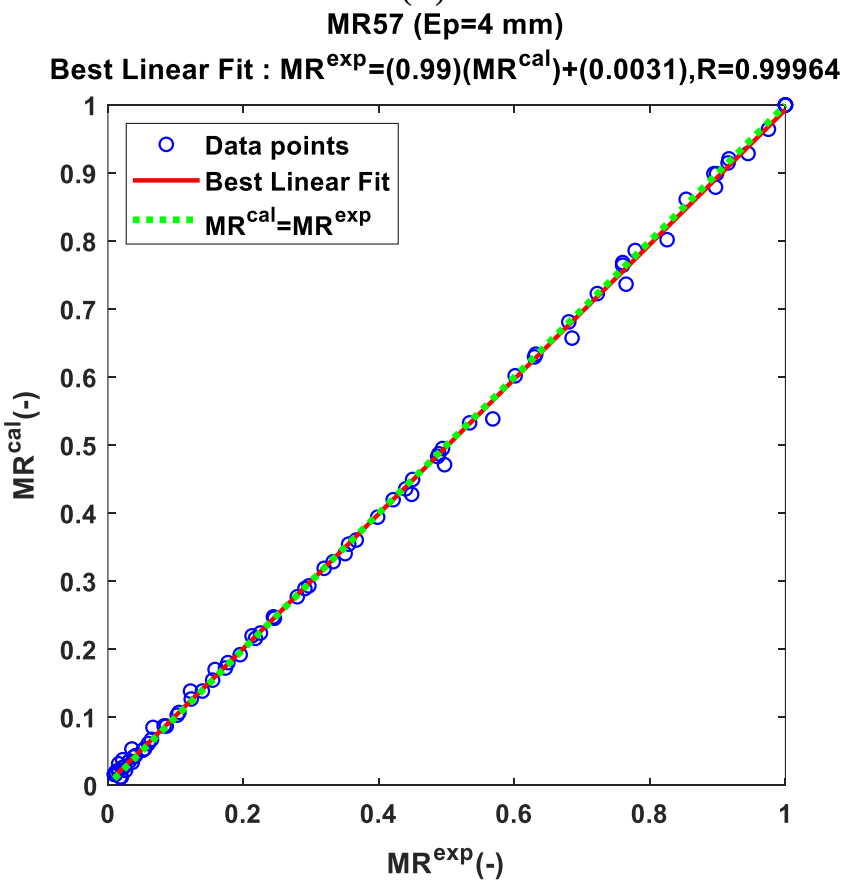


(C)

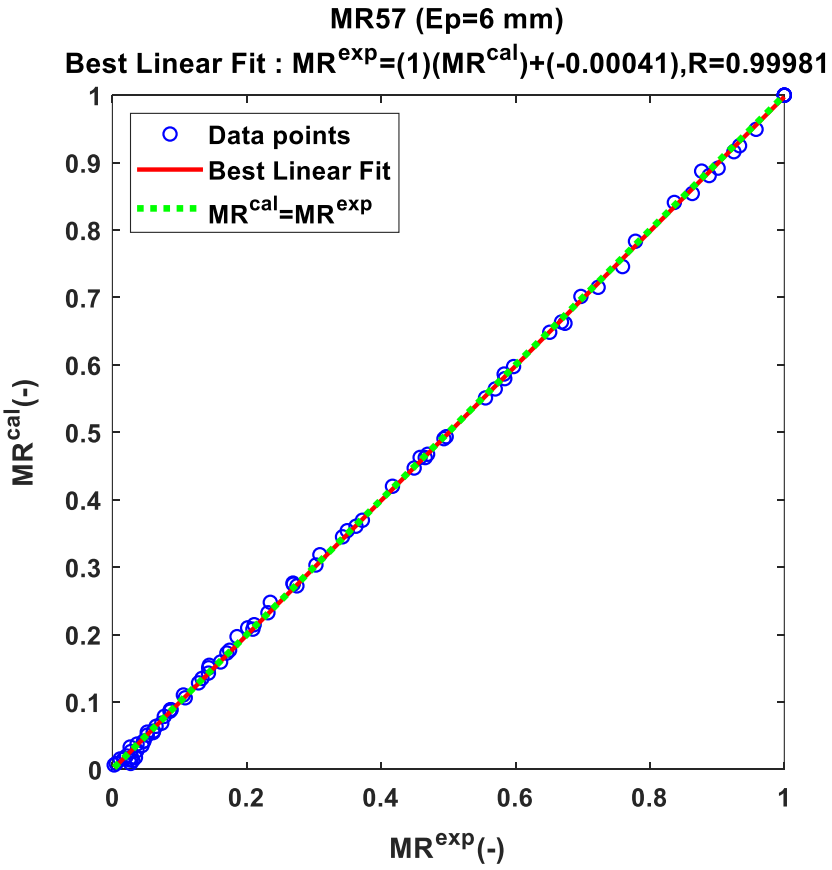
Figure IV.10 : Régression linéaire du taux d'humidité calculé par le modèle MR64 et celui expérimental des 15 cinétiques de séchage solaire d'une couche mince de pomme en fonction de l'épaisseur (A, B, C).


MR57 (Ep=2 mm)
Best Linear Fit : MR^exp=(1)(MR^cal)+(0.0014),R=0.9998
Data points
Best Linear Fit
MR^cal=MR^exp
MR^cal(-)
MR^exp(-)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0.2
0.4
0.6
0.8

(A)


MR57 (Ep=4 mm)
Best Linear Fit : MR^exp=(0.99)(MR^cal)+(0.0031),R=0.99964
Data points
Best Linear Fit
MR^cal=MR^exp
MR^cal(-)
MR^exp(-)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0.2
0.4
0.6
0.8

(B)



(C)

Figure IV.11 : Régression linéaire du taux d'humidité calculé par le modèle MR57 et celui expérimental des 15 cinétiques de séchage solaire d'une couche mince de pomme en fonction de l'épaisseur (A, B et C).

IV.II.5. Résultats de la modélisation fractionnaire

Cette méthodologie sera appliquée sur quinze cinétiques de séchage des morceaux de pomme en couche mince sous l'effet de différentes températures et épaisseurs. Ensuite, les résultats de la modélisation fractionnaire seront comparés à celui/ ceux des deux modèles les plus performants trouvés ci-dessus, la comparaison sera faite en employant les paramètres statistiques moyens et sous forme des graphiques et de tableaux.

Les paramètres du modèle fractionnaire ont été optimisés en utilisant la méthode d'optimisation "Dragonfly" programmée dans le logiciel MATLAB, les résultats d'optimisation sont mentionnés dans le tableau IV.10. Afin d'éviter les minimums locaux causés par la méthode d'optimisation, chaque opération d'optimisation est répétée 20 fois.

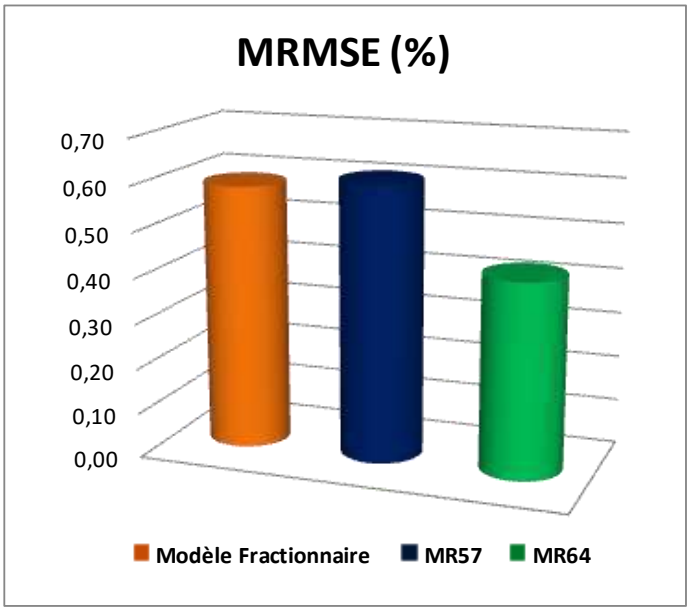
Tableau IV.10: Paramètres statistiques optimisé par modèle fractionnaire

T(C°)	Ep (mm)	Paramètres statiques			Coefficients		
		RMSE	X^2	R^2	k	α	n
40	2	0,00238	0,00001	1,0000	0,641	1,091	0,954
	4	0,00421	0,00002	0,9999	1,260	1,139	0,972
	6	0,02233	0,00057	0,9996	1,000	0,887	0,497
50	2	0,01428	0,00024	0,9998	1,000	0,769	0,286
	4	0,00651	0,00005	0,9988	1,000	0,772	0,127
	6	0,00192	0,00000	1,0000	0,346	0,979	0,918
60	2	0,00241	0,00001	1,0000	0,513	1,058	0,941
	4	0,00559	0,00004	1,0000	0,755	1,181	1,086
	6	0,00958	0,00011	0,9999	1,000	1,302	1,119
70	2	0,00413	0,00002	0,9998	0,896	1,068	0,672
	4	0,00120	0,00000	1,0000	0,220	0,937	0,828
	6	0,00461	0,00003	0,9999	0,306	0,865	0,695
80	2	0,00285	0,00001	1,0000	0,399	0,923	0,752
	4	0,00170	0,00000	0,9998	0,553	1,087	0,854
	6	0,00419	0,00002	0,9998	0,804	1,216	0,987
Moyenne		0,59 %	0,00008	0,99981	-	-	-

Une comparaison en termes d'histogrammes entre les trois meilleurs modèles est faite par le coefficient de détermination globale et la moyenne des erreurs relative absolue des quinze (15) cinétiques de séchage de la pomme en couche mince (voir tableau IV.11).

Tableau IV.11: Comparaison entre les trois modèles

Modèle	MRMSE (%)	XM^2	R^2	EFM
Fractionnaire	0,59	0,00008	0,99981	0,99934
MR57	0,61	0,00062	0,99968	0,99949
MR64	0,43	0,00030	0,99981	0,99967



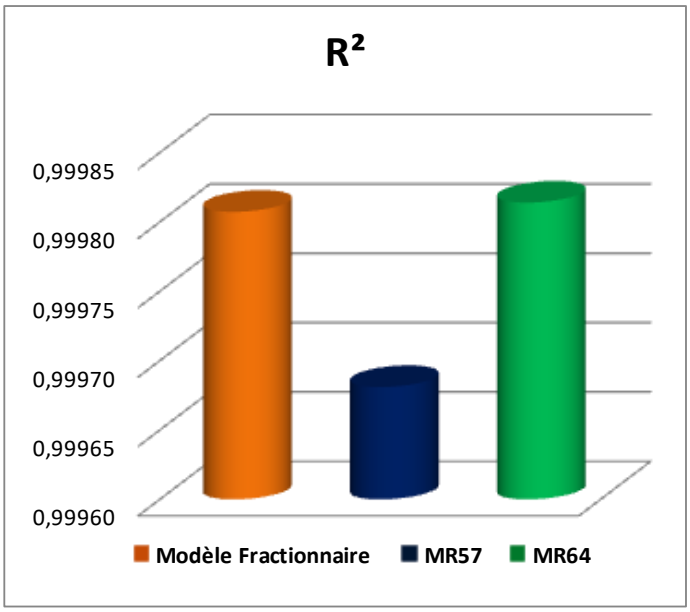


Figure IV.12 : Comparaison en termes de MRMSE (%) et R^2 entre le modèle fractionnaire et les deux modèles semi-empiriques MR57 et MR64 en modélisant les 15 cinétiques de séchage solaire en couche mince de la pomme.

D'après la figure IV.12, Le modèle empirique proposé MR64 s'avère le meilleur en termes de l'MRMSE et R^2 ; suivi par le modèle fractionnaire et le modèle MR57.

IV.II.6. Conclusion

Le but de cette contribution est de modéliser le phénomène de séchage de la pomme en couche mince sous l'effet de quelques paramètres opératoires en utilisant les méthodes empiriques et fractionnaire. Pour ce faire, une base de données de quinze cinétiques tirées de la littérature a été collectée en utilisant le logiciel Digitizer.

Tout d'abord, la capacité de modéliser ces quinze cinétiques a été testée en utilisant 64 modèles de la littérature. Après optimisation par la méthode de "Essaim de libellule", le modèle le plus performant {MR57} a été repéré avec : MRMSE et R^2 très acceptable.

Ensuite, sous la base du modèle MR57, un autre modèle a été proposé avec une puissance fractionnaire pour donner plus de souplesse au modèle MR57. Le modèle proposé MR64 s'avère le plus performant en modélisant les quinze cinétiques avec une MRMSE plus petite de 0.00609 (0.61 %) et un $R^2 = 0.999814$ proche de l'unité comparé au modèle MR57. Ces résultats confirment la robustesse du modèle proposé MR64 par rapport aux autres modèles de la littérature dans le but de prédire les paramètres de séchage de la pomme en couche mince. En outre, la capacité de modélisation et de description du phénomène de séchage en utilisant une nouvelle approche fractionnaire a été testée sur la base de la première loi de Fick d'ordre n. Suite à l'optimisation, le modèle le plus performant a été trouvé avec MRMSE= 0.00129 (0.43 %) et $R^2 = 0.999681$. Enfin, une comparaison entre les trois meilleurs modèles montre que le modèle MR64 et le modèle fractionnaire présentent une légère supériorité à corréler la cinétique de désorption au cours de séchage de la pomme en couche mince en comparaison avec celui du modèle de la littérature.

Conclusion Générale

Le séchage est une opération unitaire de la technologie des industries agroalimentaires, il existe plusieurs modes de séchage allant du plus lent au plus rapide. Plusieurs recherches scientifiques ont étudié la modélisation de séchage des produits agricoles et le comportement de divers légumes et fruits, caractérisés par la cinétique de séchage.

L'objectif de ce travail est de modéliser le phénomène de séchage solaire de quelques produits agro-alimentaires en utilisant le calcul fractionnaire. Pour ce faire ce travail est divisé sur deux contributions. Dans la première, nous avons développé une étude comparative entre la solution analytique et fractionnaire de la première et la deuxième loi de diffusion de Fick, nous avons trouvé la solution en fonction des deux paramètres α et n, après l'utilisation de la transformée de Laplace et la transformée inverse de Laplace, l'optimisation par l'algorithme du loup gris (GWO) trouve que le phénomène de diffusion anormale pendant le processus de séchage est mieux décrit par le modèle d'ordre fractionnaire et les valeurs obtenues à l'aide du modèle MR12 étaient en meilleur accord avec les données expérimentales. L'équation de diffusion de Fick a été utilisée pour calculer la diffusivité effective à partir des données expérimentales. Le modèle MR12 est potentiellement capable d'ajuster l'ensemble des données expérimentales à partir du temps 0 à la fin de l'expérience et en fournissant des prévisions satisfaisantes pour divers processus de séchage agricole et sous différents paramètres opérationnels. Les valeurs calculées de la diffusivité effective varient entre $2{,}3063\times10^{-9}$ et $1{,}0468\times10^{-7}$ m^2/s. Les deux différentes méthodes utilisées pour calculer le coefficient de diffusion effective à partir des données expérimentales de la littérature ont donné des résultats presque similaires. Les valeurs de l'énergie d'activation obtenue varient entre 10,67 et 55,89 KJ/mole.

Dans la deuxième contribution, nous avons développé un nouveau modèle fractionnaire par rapport au temps en se basant sur la première loi de diffusion de Fick, on utilise 15 cinétiques expérimentales de séchage avec trois différentes couches mince de pomme (2,4 et 6 mm) et sous l'effet de 5 températures collectées de la littérature scientifique, la performance de notre modèle fractionnaire a été comparée avec 64 modèles semi- empiriques obtenu de la littérature et un modèle semi- empirique proposé dans cette étude, le modèle MR64 et le modèle fractionnaire présentent une légère supériorité à corréler la cinétique de désorption au cours de séchage de la pomme en couche mince en comparaison avec celui du modèle de la littérature.

Dans l'ensemble, nous avons développé des méthodologies et des modèles qui ont fourni une amélioration, à la fois dans la précision, par rapport aux modèles ordinaires, et nous espérons que cela donne une valeur ajoutée dans le domaine de modélisation de séchage solaire.

En perspectives, tout en estimant avoir atteint notre objectif tracé pour cette étude, il serait souhaitable d'essayer de concevoir des modèles fractionnaires à partir de la deuxième loi de Fick pour les géométries cylindrique et sphérique. De plus on vise à utiliser d'autres méthodes récentes d'optimisation afin d'améliorer la performance des modèles développées que ce soit fractionnaire ou ordinaire.

Références Bibliographiques

[1] Michel, C., (1988). Atlas solaire de l'Algérie tome 1 –modèle théoriques et expérimentaux - volume2. Alger : OPU, 679 p.

[2] Ministère de l'énergie et des mines. www.mem.algeria.org. Consulté le mois d'octobre 2019.

[3] CDER Alger. www.cder.dz. Consulté le mois d'octobre 2019.

[4] Bensedik, A. (2011). Modélisation et simulation de séchage de la figue par des séchoirs solaires indirects fonctionnant en convection forcé. Mémoire de Magister, Université de Tlemcen, Algérie.

[5] Bonazzi, C. Dumoulin, E. Bimbenet, J, J. (2008). Le séchage des produits alimentaires. Industrie Alimentaire Agricole, 125:12–22.

[6] Gigon, F . (2012). Le gingembre, une épice contre la nausée. Dumeant de Phytothérapie, Paris-XIII, 10:87–91.

[7] Djerroud, D. (2010) Modélisation markovienne du séchage continu par contact avec agitation. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France.

[8] Ballogou, V,Y. Djidohokpin, M,E. Manful, J,T. Soumanou MM (2018) Formulation d'aliments de complément à partir du soja et de deux écotypes de fonio. Nature & Technology 19–25.

[9] Hocinat, A. Ali-Khodja, H. (2018). Biodégradation de quelques composés organiques volatils et certains pesticides par des actinomycètes provenant d'un sol agricole et de boues activées. Thèse de doctorat,Universite de constantine,Algerie.

[10] Anglaret, P. Filippi, J. Kazmierczak, S. & de Gennes, P. G. (1998). Technologie génie chimique. Centre régional de documentation pédagogique.

[11] Arlabosse, P. (2008). Séchage industriel : aspects pratiques. Tech l'ingénieur.

[12] Jannot, Y. (2008). Isothermes De Sorption : Modeles et determination ,Sommaire 1 Definitions 2. 1–16.

[13] Cuvelier, M-E. Maillard, M-N. (2012). Stabilité des huiles alimentaires au cours de leur stockage. Oléagineux, Corps gras, Lipides, 19(2), 125-132.

[14] Hampikian, S. (2012). Les baies-Actifs bio avec femininbio. com. Marabout.

[15] Remazeilles, C. (2018). Corrosion des aciers en milieux naturels: Etude des produits de corrosion ferreux formés en milieux pauvres en oxygène (Thèse de doctorat).

[16] Koller, D. Friedman, N. Bach, F.(2009). Probabilistic graphical models: principles and techniques. MIT press.

[17] Arab, K., & Demmouche, L. (2020). Séchage et infusion de quelques matrices végétales: étude de cas de l'orange Sanguine Citrus sinensis L. Osbeck.

[18] Bachir, S.(2015) Modélisation mathématique de séchage solaire indirect des dattes Deglet-Nour réhumidifiées, Thèse de doctorat,Université de Ouargla, Algérie.

[19] Bonazzi, C. Bimbenet, J-J. (2003). Séchage des produits alimentaires. Principes. Tech l'ingénieur 1–14.

[20] Jean-Jacques et al; (2003). Séchage des produits alimentaires Principes Techniques de l'ingénieur Opérations unitaires du génie industriel alimentaire, base Documentaire. TIB430DUO (ref Artic f3000).

[21] Bimbenet, J-J. (1984). Les échanges dans l'industrie agricole et alimentaire Cahiers du génie Industriel Alimentaire (GIA). p. pp34 Cité par H.

[22] Puiggali, J. Nadeau, J. (1995). Séchage : des processus physiques aux processus industriels,France, 306p.

[23] Cavaillé, R. Charreau, A. (1991). Séchage : I. Théorie et calculs. Techniques de l'ingénieur. Génie des procédés, 2, J24080-1.

[24] Hall, C. W. (1987). Handbook of industrial drying: Editor Marcel Dekker, Inc. New York and Basel, 948 p. Drying Technology, 6 (3), 571-573.

[25] Gevaudan, A. (1989). Etude du Séchage Par Contact de Milieux Granulaires Agites : Application a l'opération de Cuisson-Séchage du Manioc (Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon).

[26] Vix, J. C. (1993). Contribution à l'étude du séchage en discontinu d'acide adipique en lit fluidisé (Thèse de doctorat, Toulouse, INPT).

[27] Benlahmidi, S. (2013). Etude du séchage convectif par l'énergie solaire des produits rouges .Thèse de doctorat, Université de Biskra.

[28] Houhou, H. (2012). Etude théorique et expérimentale du séchage solaire de certains produits agro-alimentaires .Thèse de doctorat, Université de Biskra.

[29] Charreau, A. Cavaille, R. (1991). Séchage théorie et pratique. Technique d'ingénieur.

[30] Chouicha, S. (2010). Etude Expérimentale du séchage Solaire et Impact sur la Qualité. Mémoire de Magister, Université de Ouargla.

[31] Belachi, W. (2009). Application du séchage solaire pour la conservation des produits agro-alimentaires .Thèse de doctorat, Université de Ouargla, Algérie.

[32] Koller, E. (2009) .Aide-mémoire Génie chimique, 3rd ed. Paris.

[33] Mennouche, D. (2006) .Valorisation des produits agro-alimentaires et des plantes médicinales par les procédés de séchage solaire. Mémoire de Magister, Université de Ouargla, Algérie.

[34] Moreau-Valancogne, P. Coste, F. Vandewalle. (2007). Modelling the effects of microclimate on bean seed desiccation rate and seed storage ability. Ann. Appl. Biol. 150:41–51.

[35] Trichaiyaporn, S. (1991). Contribution à l'étude du séchage en discontinu de sucre cristalisé en lit fluidisé.

[36] Rostom, L. Caré, S. Courtier-Murias, D. Rodts, S. (2018). Etude de l'effet d'un traitement thermique modéré sur l'hygroscopicité du bois par relaxométrie RMN du proton.

[37] Keskes, S. (2020). Etude du séchage des poudres pharmaceutiques .Thèse de doctorat, Université de Médéa, Algérie.

[38] Benalia, E .(2014). Exploitation de la source thermique de l'eau Albien dans le séchage solaire des produits agro-alimentaires .Thèse de doctorat, Université de Ouargla, Algérie.

[39] Philippe, D. (2018). Autour des relations température-précipitations dans la région Euro-Méditerranéenne .Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay (Com UE)).

[40] Iribarren, J-B. (2018). Étude in vitro de l'effet de l'hygrométrie et de la température intra-buccales sur la résistance au cisaillement du collage de résines composites sur de l'émail humain. Sciences du Vivant [q-bio].

[41] Blanquart, B. (2001). Etude et réalisation d'un nouveau générateur d'air humide; vers la définition d'une référence en température de rosée.

[42] Maiwa, H .(2019). Thermal energy harvesting of PLZT and BaTiO3 ceramics using pyroelectric effects. In: Nanoscale ferroelectric-multiferroic materials for energy harvesting applications. Elsevier, pp 217–229.

[43] Ahouannou, C. Jannot, Y. Sanya, E. & Degan, G. (2010). Détermination expérimentale et modélisation des isothermes de désorption de produits agricoles tropicaux. Afrique Science, 6(3), 1-17.

[44] Kouhila, M. Kane, CSE. (2006). Etude expérimentale du séchage convectif de la sauge dans un séchoir solaire muni d'un appoint électrique. In: Proceedings 1er séminaire Magrébin sur les Sciences et Technologies de Séchage. pp 301–306.

[45] Amellal, C-H (2008). Aptitude technologique de quelques variétés communes de dattes : Formulation d'un yaourt naturellement sucré et aromatisé, Mémoire de Magister, Université de Boumerdes.

[46] Charpentier, JC .(1996). Techniques de l'Ingénieur, Génie des Procédés. J1-J2–J3–J4-J5–J6, édition Techniques de l'Ingénieur.

[47] Bennamoun, L. Belhamri, A .(2007). Contribution à l'étude de faisabilité de séchoirs solaires pour les produits agricoles.Revue des Energies Renouvelables. CER.

[48] Friedman, S.J, Marshall, WR. (1949). Studies in rotary drying. 2. heat and mass transfer. Chem Eng Prog 45:573–588.

[49] Busin, L. Montazavi, F. BIMBENET, J. J. (1995). Étude expérimentale du séchage par atomisation de solutions sucrées. Industries alimentaires et agricoles, 112(7-8), 485-489.

[50] Rankelli, A. Lieberman, H. Schiffman, R. (1996). Drying, the theory and practice of industrial pharmacy. Philadelphia.

[51] Salengke, S. Sastry, S-K. (2005). Effect of ohmic pretreatment on the drying rate of grapes and adsorption isotherm of raisins. Dry technol 23:551–564.

[52] Baillon, B. (1996). Séchage sous vide micro-ondes combinés de granulés pharmaceutiques .Thèse de doctorat, Pau.

[53] Schnell, D. (1983). Technique de séchage, traduit de l'allemand. GMBH.

[54] Jeantet, R. Croguennec, T. Schuck, P. Brulé, G. (2006) .Sciences des aliments. 1 Stabilisation biologique et physicochimique., 1st ed. Paris.

[55] Doymaz, I. (2011) Drying of thyme (Thymus vulgaris L.) and selection of a suitable thin-layer drying model. Journal of Food Processing and Preservation, 35(4), 458-465.

[56] Boughali, S. Bouchekima, B. Nadir, N .(2008). Expérience du séchage solaire dans le sahara septentrional est Algérien. In: Revue des energies renouvelables, SMSTS'08. pp 105–110.

[57] Allaf, K. Mounir, S. Allaf, T. (2012) .Swell-drying: séchage et texturation par DIC des végétaux.

[58] Bimbenet, J.J. (2002). Génie des procédés alimentaires: des bases aux applications. Dunod.

[59] Saravacos, GD. (1995). Mass transfer properties of foods. In Engineering properties of foods.

[60] McCabe, W-L. Smith, J-C. Harriott, P. (1967). Unit operations of chemical engineering (Vol. 5). New York, McGraw-hill.

[61] Boussalia, A. (2010). Contribution à l'étude de séchage solaire de produits agricoles locaux. Mémoire de Magister Université de Constantine, Alger.

[62] Ertekin, C. Firat, M.Z. (2017). A comprehensive review of thin-layer drying models used in agricultural products. Crit Rev Food Sci Nutr 57:701–717.

[63] Coussot, P. Gauthier, C. Nadji, D. (1999). Mouvements capillaires durant le séchage d'une pâte granulaire. Comptes rendus l'académie des Sci IIB-mechanics-physics-astronomy 327:1101–1106.

[64] Cáceres, G. (2006). Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : Prise en compte de la pression du liquide .Thèse de doctorat, Ecole Nationale de Bordeaux, France.

[65] Hyun, JM. Lee, JW. (1990). Double-diffusive convection in a rectangle with cooperating horizontal gradients of temperature and concentration. International Journal of Heat and Mass Transfer 33:1605–1617.

[66] White, RH. Schaffer, EL .(2007). Transient moisture gradient in fire-exposed wood slab. Wood and Fiber Science, 13(1), 17-38.

[67] Telli, S.M. (2013). Etude sur la valorisation par séchage solaire Des boues d'épuration des Eaux urbaines–cas de la station d'Office Nationale d'Assainissement (ONA)-Tlemcen. Thèse de doctorat, Université de Tlemcen, Algérie.

[68] Ertekin, C. Firat, M.Z. (2017). A comprehensive review of thin-layer drying models used in agricultural products. Critical Reviews in Food Science and Nutrition, 57(4), 701-717.

[69] Ramanathan, V. Ramana, M. V. Roberts, G. Kim, D. Corrigan, C. Chung, C. Winker, D. (2007). Warming trends in Asia amplified by brown cloud solar absorption. Nature, 448(7153), 575-578.

[70] Ogrodowska, D. Tańska, M. Brandt, W. (2017). The influence of drying process conditions on the physical properties, bioactive compounds and stability of encapsulated pumpkin seed oil. Food and Bioprocess Technology, 10(7), 1265-1280.

[71] Ekechukwu, O. V. Norton, B. (1999). Review of solar-energy drying systems II: an overview of solar drying technology. Energy conversion and management, 40(6), 615-655.

[72] Belessiotis, V. Delyannis, E. (2011). Solar drying. Solar energy, 85(8), 1665-1691.

[73] Medibalt, 2017. URL http://www.medibalt.info/en/products/details/15. Consulté le mois de juin 2020.

[74] Karaouani, I. (2013). Est-ce qu'un sécheur avec chaleur de compression est adéquat pour votre système.In: Mag. MCI.

[75] Iniyan, S. Goic, R. (2012). A review of solar drying technologies. Renewable and sustainable energy reviews, 16(5), 2652-2670.

[76] Laidi, M. Hanini, S .(2013). Optimal solar COP prediction of a solar-assisted adsorption refrigeration system working with activated carbon/methanol as working pairs using direct and inverse artificial neural network. Int J Refrig 36:247–257.

[77] Boulemtafes-Boukadoum, A. Absi, R. El Abbassi, I. (2019) Numerical investigation of absorber's roughness effect on heat transfer in upward solar air heaters. Energy Procedia 157:1089–1100.

[78] Labed, A. (2012). Contribution à l'étude des échanges convectifs en régime transitoire dans les Capteurs Solaires Plans à air; Application au Séchage des produits agro-alimentaires.

[79] Benkhelfellah, S. Miri, R, Belhamel, M. (2005). Séchoirs solaires. Etudes comparative de la cinétique de séchage des produits agroalimentaires dans des modèle de types direct et indirect.

[80] Dadda, B. Kherrour, S. Serir, L. (2008). Réalisation d'un séchoir solaire indirect. Rev des energies renouvelables 2008:127–134.

[81] Thu, H-N. (2015). Étude expérimentale et modélisation du procédé de séchage des végétaux, Thèse de doctorat, Université de Bretagne-Sud, France.

[82] Boulemtafes-Boukadoum, A. Benzaoui, A .(2011). Energy and exergy analysis of solar drying process of Mint. Energy Procedia 6:583–591.

[83] Rudolf, H. (Ed.). (2000). Applications of fractional calculus in physics. world scientific.

[84] Sabatier, J. Agrawal, O.P. (2007).Tenreiro Machado. Advances in fractional calculus. Springer.

[85] Oldham, K. B. Spanier, J. (1974). The Fractional Calculus. Academic Press, New York and London. In Barcelona Seminar on Stochastic Analysis David Nualart and Marta Sanz Solé, Editors.

[86] Samko, S. G . Kilbas, A-A .Marichev, O. I . Fractional integrals and derivatives :theory and applications. Gordon and Breach (1993).

[87] Hilfer,R. (2008). Threefold introduction to fractional derivatives. editors, Anomalous Transport: Foundations and Applications.Wiley-VCH.

[88] Euler, L. (1738). De progressionibus transcendentibus seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt. Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, 36-57.

[89] Oldham K.B. and J. Spanier. (1970).The replacement of fick's laws by a formulation involvingsemidifferentiation. J. Electroanal. Chem. 26, 331–341.

[90] Mittag- Leffler G. M., (1904). SopraIafunsione E_(x), rend. accad. Lincei, ser. 5, 13.

[91] Behroozi-khazaei, A.O.N, Drying kinetic and artificial neural network modeling of mushroom drying process in microwave-hot air dryer, Journal of Food Process

[92] Polytechnic, R. (2010) . Thin layer drying of millet and effect of temperature on drying characteristics, International Food Research Journal 1106, 1095–1105.

[93] Kaveh, M-A. Jahanbakhshi, E. Taghinezhad, Y. Abbaspour,G. The effect of ultrasound pre-treatment on quality , drying , and thermodynamic attributes of almond kernel under convective dryer using ANNs and ANFIS network, Journal of Food Process.

[94] Liu, Z. Bai, J-W. Wang, S-X. Meng, J-S. Wang, H. Yu, X-L. Xiao, H-W. (2019). Prediction of energy and exergy of mushroom slices drying in hot air impingement dryer by artificial neural network. Drying Technology, 1-12.

[95] Nicolin, D-J. Mario, L. Jorge, D-M. Oliveira, R. Diogo, D. Rossoni, F. (2017). Mathematical modeling of soybean drying by a fractional-order kinetic model, Journal of Food.

[96] Melzi, N. Khaouane, L. Ammi, Y. Hanini, S. Laidi, M. Zentou, H. (2018). Comparative Study of Predicting the Molecular Diffusion Coefficient for Polar and Non-polar Binary Gas Using Neural Networks and Multiple Linear Regressions, Kemija u Industriji/Journal of Chemistry.

[97] Maouz, H. Khaouane, L. Hanini, S. Ammi, Y. (2020) .QSPR Studies of Carbonyl , Hydroxyl , Polyene Indices , and Viscosity Average Molecular Weight of Polymers under Photostabilization Using ANN and MLR Approaches, Kemija u Industriji/Journal of Chemists and Chemical Engineers 69.

[98] Keskes, S. Hanini, S. Hentabli, M. Laidi, M. (2020). Artificial Intelligence and Mathematical Modelling of the Drying Kinetics of Pharmaceutical Powders, Kemija u Industriji, 69(3-4), 137-152.

[99] Pusat, S. Akkoyunlu, M-T. Pekel, E. Akkoyunlu, M-C. Özkan, C. Kara, S-S. (2016). Estimation of coal moisture content in convective drying process using ANFIS. Fuel processing technology, 147, 12-17.

[100] Yousefi, A-R. (2017) . Estimation of papaw (Carica papaw L.) moisture content using adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS) and genetic algorithm-artificial neural network (GA-ANN), Iranian Food Science and Technology Research Journal 12 ,767–779.

[101] Liu, Z . Bai, J. Yang, W. Wang, J. Deng, L. (2019). Effect of high-humidity hot air impingement blanching (HHAIB) and drying parameters on drying characteristics and quality of broccoli florets. Drying Technology, 37(10), 1251-1264.

[102] Liu, Z-L. Nan, F. Zheng, X. Zielinska, M. Duan, X. Deng, L.-Z. Wang, J. Wu, W. Gao, Z-J. Xiao, H-W. (2019) . Color prediction of mushroom slices during drying using Bayesian extreme learning machine, Drying Technology (2019) 1–13.

[103] Léonard, A. (2002). Étude de séchage convectif de boues de station d'épuration. Thèse de doctorat, Université de Liège, France.

[104] Basarir, H. Tutluoglu, L. Karpuz, C. Penetration rate prediction for diamond bit drilling by adaptive neuro-fuzzy inference system and multiple regressions, Engineering Geology 173 (2014) 1–9.

[105] Deng, M. Wen, S. Yanou, A. Oka, M. Matsumoto, H. Inoue, A. (2010), SVM-based moisture content modelling for Sugi drying process, in Proceedings of the 2010 International Conference on Modelling, Identification and Control ,pp. 354–358.

[106] Matias, G. Bissaro, C-A. Matos, J. Rossoni, D-F. (2019). The fractional calculus in studies on drying: A new kinetic semi-empirical model for drying. Journal of Food Process Engineering, 42(1), e12955.

[107] Asemu, A-M. Habtu, N-G. Delele, M-A. Subramanyam, B. Alavi, S. (2020) .Drying characteristics of maize grain in solar bubble dryer, Journal of Food Process Engineering 4–31–19.

[108] Simpson, R. Ramírez, C. Birchmeier, V. Almonacid, A. Moreno, J. Nuñez, H. Jaques, A. (2015) .Diffusion mechanisms during the osmotic dehydration of Granny Smith apples subjected to a moderate electric field, Journal of Food Engineering 166, 204–211.

[109] Simpson, R. Jaques, A. Nun, H. Ramirez, C. Almonacid, A. (2013) . Fractional calculus as a mathematical tool to improve the modeling of mass transfer phenomena in food processing, Food Engineering Reviews 45–55.

[110] Simpson, R. Ramírez, C. Nuñez, H. Jaques, A. Almonacid, S. (2017) . Understanding the success of Page's model and related empirical equations in fitting experimental data of diffusion phenomena in food matrices, Trends in Food Science and Technology 62–194–201.

[111] Ramírez, C. Astorga, V. Nuñez, H. Jaques, A. Simpson, R. (2017). Anomalous diffusion based on fractional calculus approach applied to drying analysis of apple slices: The effects of relative humidity and temperature, Journal of Food Process Engineering 1–10.

[112] Kumar, V. Bath, K-S. (2016) . Solution of non-convex economic load dispatch problem using Grey Wolf Optimizer, Neural Computing and Applications 1301–1316.

[113] Bian X. Q., Zhang L.,. Du Z. M, Chen J., Zhang J. Y., (2018) .Prediction of sulfur solubility in supercritical sour gases using grey wolf optimizer-based support vector machine, Journal of Molecular Liquids 431–438.

[114] Akpinar, E. K. (2010) .Drying of mint leaves in a solar dryer and under open sun : Modelling , performance analyses, Energy Conversion and Management 2407–2418.

[115] Badaoui, O. Hanini, S. Djebli, A. Brahim, H. Benhamou, A. (2018).Experimental and modeling study of tomato pomace waste drying in a new solar greenhouse : Evaluation of new drying, Renewable Energy.

[116] Boughali, S. Benmoussa, H. Bouchekima, B. Mennouche, D. Bouguettaia, H. Bechki, D. (2009) .Crop drying by indirect active hybrid solar - Electrical dryer in the eastern Algerian Septentrional Sahara, Solar Energy 2223–2232.

[117] Kumar, N. Sarkar, B-C. Sharma, H-K. Mathematical modelling of thin layer hot air drying of carrot pomace, Journal of Food Process Engineering 49 (2012) 33–41.

[118] Kantu, A. (2015) .Effects of open-air sun drying and pre-treatment on drying characteristics of purslane (Portulaca oleracea L .), Heat and Mass Transfer 807–813.

[119] Ben Mariem, S. Ben Mabrouk, S. (2014) .Drying characteristics of tomato slices and mathematical modeling, International Journal of Energy Engineering 17–24.

[120] Krokida, M-K. (2003) .Rehydration kinetics of dehydrated products, Journal of Food Engineering 57, 1–7.

[121] Isleroglu, H. Beyhan, S. (2018). Intelligent models based nonlinear modeling for infrared drying of mahaleb puree, Journal of Food Process Engineering 1–7.

[122] Goodman, A-W. Munkhammar, J. Chen, M-P. Srivastava, H-M. Development of Fractional Trigonometry and an Application of Fractional Calculus to Pharmacokinetic Model, Applied Mathematicals Sciencies 3 (1997) 455–462.

[123] Metzler, R. Klafter, J. (2000) .The random walk's guide to anomalous diffusion: A fractional dynamics approach, Physics Report 1–77.

[124] Sadin, R. Chegini, G-R. Sadin, H. (2014) .The effect of temperature and slice thickness on drying kinetics tomato in the infrared dryer, Heat and Mass Transfer/Waerme- Und Stoffuebertragung (50) 501–507.

[125] Mirjalili, S. Mirjalili, S-M. Lewis, A.(2014) . Grey wolf optimizer, Advances in Engineering Software 46–61.

[126] Gupta, S. Deep, K. (2020) .A memory-based Grey Wolf Optimizer for global optimization tasks, Applied Soft Computing Journal 106367.

[127] Kihal, M. (2019). Développement de Modèles CEM pour Le Diagnostic et La Caractérisation des Perturbations dans Les Systèmes de Puissance, Rapport scientifique université de Jijel.

[128] Akgun, N-A. Doymaz, I. (2005) .Modelling of olive cake thin-layer drying process, Journal of Food Engineering

455–461.

[129] Djebli, A. Hanini, S. Badaoui, O. Boumahdi, M .(2019) . A new approach to the thermodynamics study of drying tomatoes in mixed solar dryer, Sol. Energy 164–174.

[130] Gigon, H .(2012) .Ginger, a spice against nausea, Clin. Phyther. 87–91.

[131] Ameri, B. Hanini, S. Benhamou, A . Chibane, D. (2018) .Comparative approach to the performance of direct and indirect solar drying of sludge from sewage plants, experimental and theoretical evaluation, Sol. Energy 722–732.

[132] Djebli, A. Hanini, S. Badaoui, O. Haddad, B. (2020) .Modeling and comparative analysis of solar drying behavior of potatoes, Renew. Energy (145) 1494–1506.

[133] Keskes, S. Hanini, S. Hentabli, M. Laidi, M. (2020) .Artificial Intelligence and Mathematical Modelling of the Drying Kinetics of Pharmaceutical Powders, Chem. Ind. 137–152.

[134] Maouz, H. Khaouane, L. Hanini, S . Ammi, Y. (2020).QSPR Studies of Carbonyl , Hydroxyl , Polyene Indices , and Viscosity Average Molecular Weight of Polymers under Photostabilization Using ANN and MLR Approaches, Kem. u Ind. Chem. Chem. Eng. 69.

[135] Ameri, B. Hanini, S. Boumahdi, M. (2020) . Influence of drying methods on the thermodynamic parameters , effective moisture diffusion and drying rate of wastewater sewage sludge, Renew. Energy 147,1107–1119.

[136] Yaldýz, O. Ertekýn, C. (2007).Thin layer solar drying of some vegetables, Dry. Technol. 3937 .

[137] Rafiee, S. Meisami-asl, E. (2009).Mathematical Modeling of Kinetics of Thin-layer Drying of Apple (var. Golab), Agric. Eng. Int. CIGR J. 0.

[138] Ertekin, C. Firat, M-Z. (2017) .A comprehensive review of thin-layer drying models used in agricultural products, Crit. Rev. Food Sci. Nutr. 57 ,701–717.

[139] Kaleemullah, S. Kailappan, R. (2006) . Modelling of thin-layer drying kinetics of red chillies, Food Eng. 76(4) 531–541.

[140] Mirjalili, S. (2016). Dragonfly algorithm: A new meta-heuristic optimization technique for solving single-objective, discrete, and multi-objective problems. Neural Computing and Applications, 27(4), 1053-1073.

[141] Doymaz, I. Smail, O. (2011) .Drying characteristics of sweet cherry, Food Bioprod. Process. 89, 31–38.

[142]. Yang, W. (2006) .Thin-layer drying kinetics of sesame hulls under forced convection and open sun drying, 30 ,324–337.

[143] Antonio, V. Uribe, E. Lemus, R. Miranda, M. (2007) . Hot-air drying characteristics of Aloe vera (Aloe barbadensis Miller) and influence of temperature on kinetic parameters, LWT 40 ,1698–1707.

[144] Betoret, N. Lemus-Mondaca, R. Vega-Galvez, A. (2007) .Characteristics of papaya (Carica pubescens): determination of equilibrium moisture content and diffusion coefficient, J. Food Process Eng. 32 ,645–663.

[145] Benzaoui, A. Pina, A. Ferrão, P. Fournier, J. Lacarrière, B. Le Corre, O. (2019). Numerical investigation of absorber ' s roughness effect on heat transfer in upward solar air heaters The investigation, Energy Procedia 157 ,1089–1100.

[146] Falade, K-O. Solademi, O-J. Original article Modelling of air drying of fresh and blanched sweet potato slices, (2010) 278–288.

[147] Babalis, S-J. Papanicolaou, E. Kyriakis, N. Belessiotis, V-G. (2006). Evaluation of thin-layer drying models for describing drying kinetics of figs (Ficus carica). Journal of food engineering, 75(2), 205-214.