REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Mécatronique

Etude d'un Bras Manipulateur PUMA 560 sous Matlab

Présenté par

MOUMENE MOKHTAR ELbachir

Proposé et Dirigé par

Dr : Berrahal Khoukha

Président	Dr : BOUMEHDI-MOULOUD	MCA : univ Medea
Encadreur	Dr : BERRHAL-KHOUKHA	MCB : univ Medea
Examinateur	Prof : ABUDURA -SALAM	Prof : univ Medea

Promotion 2019-2020

Etude d’un bras manipulateur PUMA 560 sous Matlab

Remerciements

Tout d'abord, je Remercie le bon Dieu le tout puissant pour la bonne santé, la volonté et la patience qu'il m'a donné pour accomplir ce travail.

Je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué de leur temps à m'aider à mener à bien ce projet, en particulier Madame BERRAHAL Khoukha *mon encadreur, MCB au département de mécanique de l'université de Yahia Fares de Médéa, pour ses qualités humaines en premier lieu, son attention et ses précieux conseils qui m'ont été très utiles pour mener à bout de ce projet.*

Je remercie très vivement les membres de jury pour avoir accepté de juger ce travail.

Je termine par une pensée à l'ensemble de mes enseignants de toutes les phases scolaires qui sont à l'origine de tout mon savoir et qui m'appris à lire et à écrire.

Remerciements

Je dédie ce travail à :

Ma mère,

Mon père,

Mes frères

À Toute la famille

Et à Tous mes amis

Table des matières

Introduction Générale 1
Chapitre 1 : Généralité 2
1.1 Introduction 3
1.2 Définition d'un robot 3
1.3 Structure mécanique d'un robot manipulateur: 3
1.4 Volume de travail d'un robot manipulateur : 3
1.5 Description de la position et de l'orientation 4
1.5.1 Position d'un manipulateur 4
1.5.2 changement de repère 4
1.5.2.1 rotation autour d'un axe 4
1.5.3 Rotation et translation 6
1.5.3.1 Exemple 8
1.6 RoboticsToolbox 9
1.6.1 Etapes de l'installation 9
1.6.2 Commandes RoboticsToolbox pour la translation et la rotation 10
1.7 La méthode de simulation Monte Carlo 10
1.8 Conclusion 10
Chapitre 2 : Modélisation géométrique. 11
2.1 Introduction 12
2.2 Modèle géométrique 12
2.2.1 Modèle géométrique direct 12
2.2.2 Modèle géométrique inverse 12
2.3 La convention de Denavit-Hartenberg et le modèle géométrie direct 13
2.3.1 Les différents types des jonctions 13
2.3.2 Les paramètres de la convention de Denavit-Hartenberg 14
2.3.2.1 positionnements des axes $\hat{Z}_i$ et $\hat{Z}_{i+1}$ 14
2.3.2.2 Configuaration des repéres 16
2.3.2.3 Paramétres de passage du repère $\{i\}$ à $\{i+1\}$ 16
2.4 Modélisation géométrique du bras manipulateur puma 560 17
2.4.1 Présentation du bras manipulateur puma 560 17
2.4.2 Identification des repères pour puma 560 17
2.4.3 Le Modèle Géométrique Direct pour puma 560 19
2.4.3.1 Le Tableau de Denavit-Hartenberg 19
2.4.3.2 Les six transformations homogéne pour puma 560 19
2.4.4 Le modèle géométrique inverse 21

Table des matières

2.4.5 Définition du modèle géométrique inverse de PUMA 560....21
2.4.6 Nombre de solution possible pour puma 560....24
2.5 Conclusion 27
Chapitre 3 : Planification de trajectoire 28
3.1 Introduction 29
3.2 Création les liens de puma 560 sous RoboticsToolbox 29
3.3 Animation entre deux poses sous RTB 29
3.4 Génération de l'espace de travail par la méthode de simulation de Monte Carlo sous RTB...30
3.5 Planification de trajectoire 31
3.5.1 Dessin du chemin *x, y* de l'effecteur à partir de la planification de l'espace angulaire ...31
3.5.1.1 Essai 1 32
3.5.1.2 Essai 2 34
3.5.1.3 Essai 3 36
3.5.2 Dessin du chemin x, y du poignet à partir de la planification de trajectoire dans l'espace cartésien 37
3.5.2.1 Essai 1 37
3.5.2.2 Resultats de simulation 37
3.6 Comparaison entre les deux méthodes de génération de mouvement 38
3.7 Notions générales sur la méthode utilisé dans le RTB pour générer la planification de trajectoire 39
3.8 conclusion 41
Chapitre 4 : Modélisation cinématique. 43
4.1 Introduction 44
4.2 Définition Jacobien 44
4.3 Le Jacobien inverse....44
4.4 Jacobien direct d'un robot....46
4.5 Jacobien inverse d'un robot 45
4.6 Modélisation cinématique robot....45
4.7 Modèle cinématique inverse (MCI): 46
4.8 La matrice Jacobien pour le puma560 46
4.9 Le Jacobien inverse et singularité 47
4.10 Calcul des éléments du Jacobien manuellement sous Matlab....47
4.10.1 Les éléments du Jacobien pour la translation....47
4.10.2 Les éléments de Jacobien pour l'orientation....49
4.11 La Manipulabilité....51
4.12 La singularité....51
4.12.1 Essai 1 51

4.13 Expression des vitesses articulaires en fonction de la vitesse de l'effecteur et matrice inverse du Jacobien 53
4.14 Dessin de l'ellipse 53
4.15 Conclusion 54
Chapitre 5 : Modélisation dynamique 55
5.1 Introduction 56
5.2 Equations d'Euler-Lagrange 56
5.2.1 Cas général 56
5.2.2 Application à la robotique 56
5.2.3 Expression de l'énergie potentielle 57
5.3 Equation du mouvement 57
5.3.1 Application des équations d'Euler-Lagrange 57
5.4 Distribution de la masse pour un system à un seul dégrée de liberté 58
5.4.1 Mouvement de rotation autour d'un seul axe 58
5.5 Matrice d'inertie : Moments et produits d'inertie d'un solide 60
5.5.1 Solides présentant un plan de symétrie 60
5.5.2 matrice d'inertie pour des solides de formes reconnus 60
5.5.3 Translation du repère du centre *C* vers un centre *G* 62
5.6 Modèle dynamique d'un bras manipulateur 63
5.7 Modèle dynamique inverse 63
5.8 La dynamique du manipulateur puma 560 sous RTB 63
5.8.1 Choix du moteur 64
5.8.2 Essai 65
5.8.2.1 Fonctionnement sans charge 65
5.8.2.2 Choix du moteur 66
5.8.2.3 Fonctionnement en charge 67
5.9 Conclusion 67
Chapitre 6 : projets 68
6.1 Introduction 69
6.2 Projet 1: dessin de la lettre A 69
6.3 Projet 2: Dessin de la lettre k 69
6.4 Projet 3: Dessin de deux cercle par le puma 560 73
6.5 Conclusion 76
Conclusion générale 75
Références bibliographiques 78
Annexe 79

Liste des figures :

Fig.1.1 : Rotation du repère {A} d'un angle δ autour l'axe $\hat{X}$ 5
Fig.1.2 : {A} tourne d'un angle β autour l'axe $\hat{Y}$. 5
Fig.1.3 : Rotation de {A} autour l'axe $\hat{Z}$ d'un angle β 6
Fig.1.4 : Rotation pure (aucun translation). 7
Fig.1.5 : Translation pure (aucune rotation).. 7
Fig.1.6 : Combinaison de la translation et de la rotation des repères 8
Fig.1.7 : Un vecteur $\vec{P}$ situé dans {D}, et trois repère {B}, {C} et {D}. 9
Fig.2.1 : Différent types d'articulations 13
Fig.2.2 : Les paramètres de la convention de D-H entre {i} et {i + 1} 14
Fig.2.3 : axes parallèles 15
Fig.2.4 : asymétrie d'axes 15
Fig.2.5 : $3^{\text{éme}}$cas (intersection). 15
Fig.2.6 : les quatre paramètre pour le passage de {i} à {i + 1} 16
Fig.2.7 : le bras manipulateur puma560 17
Fig.2.8 : paramètres cinématiques et repères pour le PUMA 560 18
Fig.2.9 : paramètres cinématiques et repères pour le quatrième repère pour puma560 18
Fig.2.10 : 4 solution pour puma 560 25
Fig.2.11: les huit solutions pour puma 560 25
Fig.2.12 : pose q1 relative à la 1^{ere} solution 26
Fig.2.13 : pose q2 relative à la $2^{éme}$ solution 26
Fig.2.14 : pose q3 relative à la $3^{éme}$ solution 26
Fig.2.15 : pose q4 relative à la $3^{éme}$solution. 26
Fig.2.16 : pose q5 relative à la $5^{éme}$solution. 27
Fig.2.17 : pose q6 relative à la $6^{éme}$solution 27
Fig.2.18 : pose q7 relative à la $7^{éme}$solution 27
Fig.2.19 : pose q8 relative à la $8^{éme}$solution 27
Fig.3.1 : puma560 dans la pose qi 30
Fig.3.2 : puma560 dans la pose q_f. 30
Fig.3.3 : nuage représente l'espace de travail de puma560 31
Fig.3.4 : l'espace de travail de puma 560 (vu dessus) 31
Fig.3.5 : l'espace de travail de puma560 31
Fig.3.6 : l'espace de travail de puma560 (vu dessus) 31
Fig.3.7 : puma 560 dans la pose initial Ti dans le plan (y,z). 33
Fig.3.8 : puma560 sous la pose initial T_i dans le plan (x,z) 33

Liste des figures

Fig.3.9 : position initiale T_i 34
Fig.3.10 : position finale T_f 34
Fig.3.11 : la variation des angles articulaires le long de la trajectoire 34
Fig.3.12 : Les vitesses angulaires des articulation le long de la trajectoire 35
Fig.3.13 : accélération des articulation le long de la trajectoire. 35
Fig.3.14 : Variation de la position angulaire, vitesse, et l'accélération pour pour l'articulation 1 36
Fig.3.15 : le chemin du poignet dans le plan (x, y)le long du trajectoire 36
Fig.3.16 : le chemin du poignet sur le plan(x,y) le long de trajectoire 38
Fig.3.17 : variation des angles articulaire le long de la trajectoire. 38
Fig.3.18 : Comparaison entre les deux méthodes de génération de trajectoires 39
Fig.3.19 : Génération de la vélocité et l'accélération pour le déplacement entre la pose initial et la pose finale 41
Fig.4.1 : puma 560 dans la position q_n 47
Fig.4.2 : Variation des angles articulaires dans l'espace cartésien lorsque on parcoure le chemin entre T_i et T_f 52
Fig.4.3 : Variation des angles articulaires dans l'espace cartésien lorsque on parcoure le chemin entre T_i et T_f 52
Fig.4.4 : Ellipse représente $\dot{x}, \dot{y}$ et $\dot{z}$ 54
Fig.4.5 : Ellipse pour ω_x, ω_yet ω_z. 54
Fig.4.6 : Ellipse pour $\dot{x}, \dot{y}$ et $\dot{z}$.. 54
Fig.4.7 : Ellipse pour ω_x, ω_yet ω_z 54
Fig.5.1 : un cube tourne autour l'axe xx 58
Fig.5.2 : un cylindre tourne autour l'axe xx 58
Fig.5.3 : un Corps aléatoire corps tourne autour d'un axe xx ou yy ou zz 59
Fig.5.4 : Solide libre non symétrique par autour lorigine. 59
Fig 5.5 : une sphère symétrique parfaite autour de l'origine et les axes principaux 59
Fig.5.6 : Solide de forme parallélépipédique. 61
Fig.5.7 : Centre d'inertie indépendant du centre de masse d'un corps. 62
Fig.6.1 : les cordonnées de la lettre A 69
Fig.6.2 : la lettre A dessinée dans le plan (x,y) par le puma 560 70
Fig.6.3 : la lettre A dessinée dans l'espace 70
Fig.6.4 : la lettre A dessinée dans le plan (x,y). 70
Fig.6.5 : la lettre A dessinée dans l'espace. 71
Fig.6.6 :les cordonnées de la lettrek 72
Fig.6.7 : la lettre K dessinée par le puma 560 dans l'espace 72
Fig.6.8 : la lettre k dessinée par le puma560 dans le plan (x,y).. 72

Liste des figures

Fig.6.9 : la lettre K dessinée par le puma560 dans le plan (x,y,z).....73
Fig.6.10 : les cordonnées pour deux cercles. 73
Fig.6.11 : les deux cercle dessinée par le puma560 dans l'espace.....74
Fig.6.12 : les deux cercles dessinés par le puma560 dans le plan (x, y).....74

Liste des tableaux :

Tableau 2.1 : La convention de D-H pour puma 560.....19
Tableau 3.1 : les paramètres des liens pour le puma 560.....29
Tableau 6.1 : coordonnées des points appartenant à la trajectoire « A ».....69
Tableau 6.2 : coordonnées des points appartenant à la trajectoire « K ».....71

Liste des abréviations

MGI : Modèle Géométrique Inverse.

MGD : Modèle Géométrique direct.

MCD:Modèle Cinématique direct.

MCI: Modèle cinématique inverse.

MDD : Modèle dynamique direct.

MDI: Modèle dynamique inverse.

D-H : DENAVIT HARTENBERG.

StdDH: standard D-H DENAVIT HARTENBERG.

M-D-H : Modified DENAVIT HARTENBERG.

RTB : RoboticsToolbox.

6R :Six articulations rotoïdes.

6s: Bras manipulateur *6ddl* avec un poignet sphérique.

6ddl: Six dégrée de liberté.

Index

{i} : repère i .

${}^{i}_{i+1}R$: Matrice de rotation de comment Transférer de $\{i+1\}$ a $\{i\}$.

$\hat{Y}$: L'axe Y.

$\hat{X}$: L'axe X.

$\hat{\mathrm{Z}}$: L'axe Z.

${}^{A}P_{A\,org}$: Vecteur qui représente la translation entre l'origine de $\{A\}$ et l'origine de $\{B\}$.

${}^{i}_{i+1}T$: Matrice de transformation homogène.

a_i:Distance de$\hat{Z}_i$ a $\hat{Z}_{i+1}$mesurée le long de $\widehat{X}_i$.

α_i: L'angle entre les axes$\hat{Z}_i$ a $\hat{Z}_{i+1}$mesurée autour de$\hat{X}_i$.

d_i: Distance de$\hat{X}_{i-1}$ a $\hat{X}_i$mesurée le long de$\hat{Z}_i$.

θ_i: Distance de$\hat{X}_{i-1}$ a $\hat{X}_i$mesurée le long de$\hat{Z}_i$.

θ_i=q_i: L'angle pour articulation i.

θ'_i=q_{di}= ω: La vitesse angulaire pour l'articulation i.

θ''_i= q_{ddi}=α : L'accélération angulaire pour l'articulation i.

n: Nombre de degré de liberté.

V: Vitesse de l'effecteur terminal dans l'espace cartésien.

J: matrice jacobien.

J^{-1}: Matrice jacobien inverse.

q_n: Pose nominale pour le puma560.

ω_x : Vitesse de rotation autour de $\hat{X}$.

ω_y:Vitesse de rotation autour de $\hat{Y}$.

ω_z: Vitesse de rotation autour de $\hat{Z}$.

M: Manipulabilité.

τ: Le couple $[Nm]$.

I:Le tenseur d'inertie.

I_{xx} , I_{yy} et I_{zz}: les moments d'inertie.

I_{xy} , I_{xz} et I_{zy} : les produits d'inertie.

$\tau_{\max}$: Le couple maximum $[Nm]$.

J_m:L'inertie de moteur.

B_m:Frottement visqueux de moteur.

r: Le centre de masse.

Introduction générale

Introduction Générale :

Un robot est un système mécanique poly articulé mû par des actionneurs et commandé par un calculateur qui est destiné à effectuer des tâches diverses.

Le robot articulateur est composé d'une base, des actionneurs (moteurs), des articulations (axes), des corps (segments), et le point final qui s'appelle l'effecteur.

Dans un robot articulateur il existe deux types d'articulations : prismatique dont les mouvements sont effectués par des forces linéaires, et rotoïdes dont les mouvements sont effectués par des couples moteurs.

Dans ce projet, le robot articulateur étudié est le Puma 560, à six articulations rotoïdes permettant six degrés de liberté.

Ce mémoire est organisé en six chapitres,

Le chapitre1, résume les notions de base nécessaires à la compréhension du domaine de la robotique, aussi on a présenté les différents modèles utilisés pour décrire le mouvement des articulations d'un bras manipulateur qui sont le modèles géométrique, le modèle, le model cinématique et le modèle dynamiques.

Dans le chapitre 2 on a calculé les modèles géométriques direct et inverse pour le bars manipulateur puma 560.

Le chapitre 3, fait l'objet une étude de l'espace de travail de puma 560 dans l'espace cartésien et angulaire, on a fait l'étude de quelques trajectoires.

Le chapitre 4, fait l'objet d'une étude cinématique pour exprimer les relations entre les vitesses articulaires de chaque joint et celle de l'organe terminal.

Le chapitre 5, concerne l'étude dynamique du manipulateur on a calculé les couples des moteurs pour chaque joint pour atteindre les vitesses adéquates pour chaque jonction.

Le chapitre 6, fait l'objet d'une étude de quelque trajectoire pour le puma560 sur la base du chapitre 3.

Chapitre 1 : Généralité

1.1 Introduction

Les robots manipulateurs sont des systèmes mécaniques poly articulé [1], fortement non linéaires, d'une dynamique qui peut être mal définis, ils ont des paramètres variables et sont soumis à des perturbations externes. Pour pouvoir faire exécuter une action où une tâche a un robot manipulateur, il est nécessaire de modéliser ce système multi variable pour positionner les différents axes. La modélisation de ces systèmes relève très souvent d'une approximation des phénomènes physiques mis en jeu de la localisation des objets dans l'espace tridimensionnel. Ces objets représentent par ses liens du manipulateur, les pièces et les outils et d'autres objets dans l'environnement du manipulateur, ces objets sont décrits par seulement deux attributs : position et orientation dans lequel nous représentons ces quantités et les manipulons mathématiquement.

1.2 Définition d'un robot

C'est un dispositif mécanique accomplissant automatiquement des tâches généralement considérées comme dangereuses, pénibles, répétitives ou impossibles pour les humains ou dans un but d'efficacité supérieure ; deux grandes familles de robots existantes : les bras manipulateurs. Et les robots mobiles.

Les robots sont munis de capteurs, actionneurs et commander par des calculateurs. Les robots sont les robots mobiles sont destinés à remplacer ou à soulager l'homme des taches fatigantes dangereuses inaccessibles ou encore vitales.

Les robots articulateurs sont choisies on deux types :

- Série : le chaînage des articulations est réalisé de telle façon que la fin de l'articulation actuelle sera le début de l'articulation suivante et ainsi de suite jusqu'à l'effecteur.
- Parallèle : deux chaînes ou plus sortent du même point de la base du robot, et chaque chaîne peut être considérée comme un robot articulateur série.

1.3 Structure mécanique d'un robot manipulateur

La partie mécanique d'un robot industriel est constituée de deux sous-ensembles distincts [2] :

Un (ou plusieurs) organe terminal : considéré comme une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement (poignet, préhenseur, effecteur, …).

Une structure mécanique articulée : qui sert à ramener l'organe terminal dans une position et orientation données, selon certaines caractéristiques de vitesse et d'accélération.

1.4 Volume de travail d'un robot manipulateur

Le volume de travail d'un robot manipulateur est défini comme l'espace engendré par un point de l'organe terminal lorsque la configuration du robot évolue. Le choix du point précédemment évoqué est arbitraire, certains industriels considèrent le centre du poignet s'il existe et obtiennent donc un

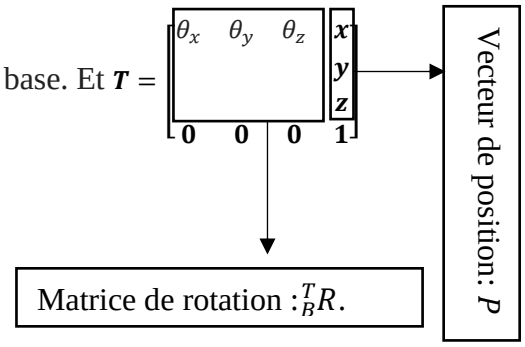
volume de travail minimal, d'autres prennent le point situé à l'extrémité de l'organe terminal ou encore le centre de la platine de fixation de celui-ci qui existe sur tous les modèles. Ceci démontre la relative imprécision qui affecte la définition de cette caractéristique, de plus, les orientations de l'organe terminal qu'il est possibles à obtenir en un point du volume de travail, fonction de configuration, n'apparaissent pas dans la définition de ce volume de travail. Ce dernier, bien qu'étant une caractéristique approximative de la performance d'un robot manipulateur permet cependant de comparer les différentes structures existantes [3].

1.5 Description de la position et de l'orientation

1.5.1 Position d'un manipulateur

La position de tous les liens d'un manipulateur défini en deux manières :

1. L'espace angulaire : c'est la description de la position du manipulateur en fonction des angles, exemple dans le cas d'un manipulateur $6R$, alors la position de ce manipulateur dans l'espace angulaire est :$q = [\theta_1\theta_2\theta_3\theta_4\theta_5\theta_6\ ]$.
2. L'espace cartésien : Cela signifie que nous décrivons la position du manipulateur en fonction de T, et la matrice La matrice T exprime la position et l'orientation de l'effecteur par rapport à la base. Et $\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \theta_x & \theta_y & \theta_z & x \\ & & & y \\ & & & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$



P: (3×1) représente la position de l'effecteur terminal par rapport la base.

${}^{T}_{B}R$:(3×3) représente l'orientation de l'effecteur terminal par rapport la base.

1.5.2 Changement de repère

1.5.2.1 Rotation autour d'un axe

1. Rotation autour l'axe $\hat{X}$ par δ

$$\begin{aligned} \hat{X}_A &= 1\hat{X}_B + 0\,\hat{Y}_B + 0\hat{Z}_B \\ \hat{Y}_A &= 0\hat{X}_B + cos(\delta)\hat{Y}_B - sin(\delta)\hat{Z}_B \\ \hat{Z}_A &= 0\hat{X}_B + sin(\delta)\hat{Y}_B + \cos(\delta)\hat{Z}_B \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_A \\ \hat{Y}_A \\ \hat{Z}_A \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\delta) & -sin(\delta) \\ 0 & sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix}}_{{}^{B}_{A}R} \begin{bmatrix} \hat{X}_B \\ \hat{Y}_B \\ \hat{Z}_B \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

${}^{B}_{A}R$: représente la matrice de rotation de {A} à {B}.

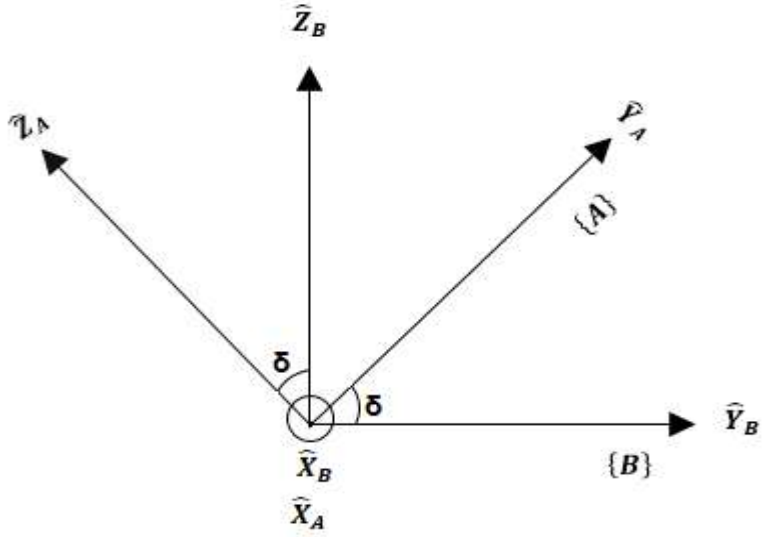


Fig.1.1 : Rotation du repère $\{A\}$ d'un angle δ autour l'axe $\hat{X}$.

2. Rotation autour l'axe $\hat{Y}$ par β

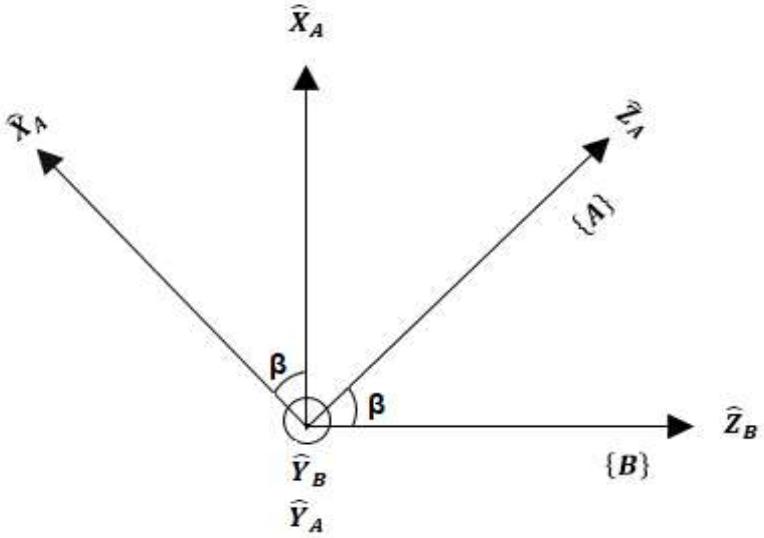


Fig.1.2 : $\{A\}$ tourne d'un angle β autour l'axe $\hat{Y}$.

$$\begin{aligned} \hat{X}_A &= cos(\beta)\hat{X}_B + 0\,\hat{Y}_B + \sin(\beta)\,\hat{Z}_B \\ \hat{Y}_A &= 0\hat{X}_B + 1\hat{Y}_B + 0\hat{Z}_B \\ \hat{Z}_A &= -\sin(\beta)\,\hat{X}_B + 0\hat{Y}_B + cos(\beta)\hat{Z}_B \end{aligned} \tag{1.3}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_A \\ \hat{Y}_A \\ \hat{Z}_A \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & cos(\beta) \end{bmatrix}}_{\boxed{{}^{B}_{A}R}} \begin{bmatrix} \hat{X}_B \\ \hat{Y}_B \\ \hat{Z}_B \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

${}^{B}_{A}R$: Matrice de rotation de {A} à {B}.

3. Rotation autour l'axe $\hat{Z}$ par α

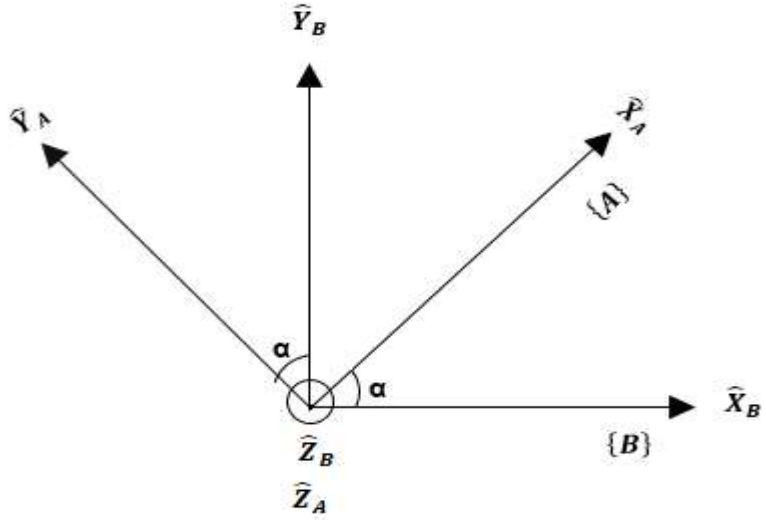


Fig.1.3 **:** Rotation de {A} autour l'axe $\hat{Z}$ d'un angle β.

$$\begin{aligned} \hat{X}_A &= cos(\alpha)\hat{X}_B - \sin(\alpha)\,\hat{Y}_B + 0\hat{Z}_B \\ \hat{Y}_A &= \sin(\alpha)\,\hat{X}_B + cos(\alpha)\hat{Y}_B + 0\hat{Z}_B \\ \hat{Z}_A &= 0\hat{X}_B + 0\hat{Y}_B + 1\hat{Z}_B \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_A \\ \hat{Y}_A \\ \hat{Z}_A \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{{}^{B}_{A}R} \begin{bmatrix} \hat{X}_B \\ \hat{Y}_B \\ \hat{Z}_B \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

${}^{B}_{A}R$: La matrice de rotation de transférer de $\{A\}$ à $\{B\}$.

1.5.3 Rotation et translation

1er Cas: Dans ce cas il n'y a pas de translation entre $\{B\}$ et $\{A\}$ alors : ${}^{A}P_{A\,org} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (Voir Fig.1.4).

Remarque : La rotation de $\{B\}$ par rapport $\{A\} \neq$ la rotation de $\{A\}$ par rapport $\{B\}$.

Dans le cas d'une matrice orthonormée la matrice inverse= la matrice transposée.

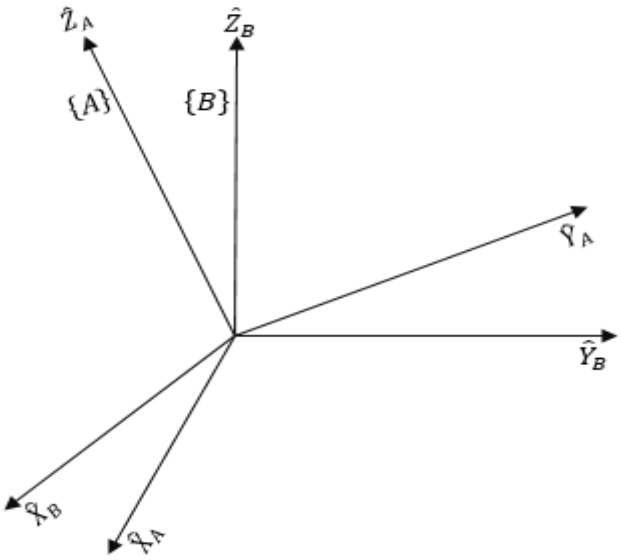


Fig.1.4 : Rotation pure (aucun translation).

2eme Cas : Translation pure

Soi le repère {A}, qui n'est pas rotative par rapport {B}. (Voir Fig.1.5).

La matrice de rotation est: ${}^{B}_{A}R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ puisque: $\hat{X}_B // \hat{X}_A$,$\hat{Y}_B // \hat{Y}_A$ et $\hat{Z}_B // \hat{Z}_A$ (Voir Fig.1.5).

Le vecteur qui représente la translation entre l'origine de {A} et l'origine de {B} par rapport à{B} est : ${}^{A}P_{A\,org}$ et ${}^{B}P_{A\,org} = \begin{bmatrix} {}^{A}X_B \\ {}^{A}Y_B \\ {}^{A}Z_B \end{bmatrix}$.

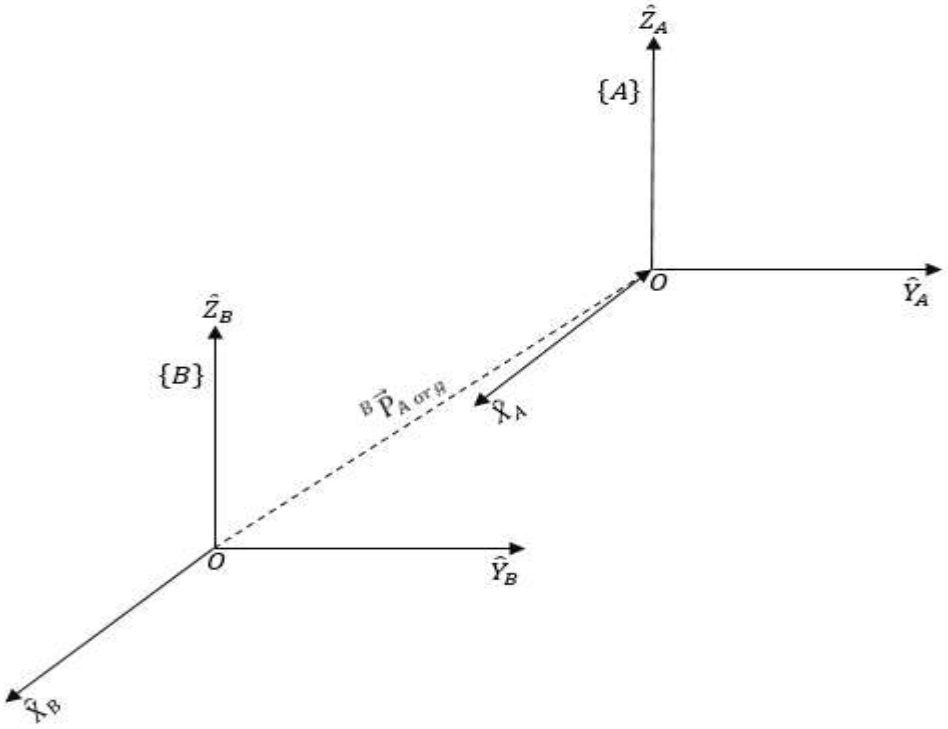


Fig.1.5 : Translation pure (aucune rotation).

3emecas : Combinaison de la translation et de la rotation des repères

Un vecteur P dans $\{A\}$, ses coordonnées dans $\{B\}$ sont :

$$^{B}P = {}^{B}_{A}R\ {}^{A}P + {}^{B}P_{A\,org} \tag{1.7}$$

L'équation (1.9) peut-être convertie sous la forme $^{B}P = {}^{B}_{A}T\ {}^{A}P$:

$$\begin{bmatrix} {}^{B}P \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^{B}_{A}R & & {}^{B}P_{A\,org} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} {}^{A}P \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{cases} {}^{B}P = {}^{B}_{A}R\ {}^{A}P + {}^{B}P_{A\,org} \\ 1 = [0\ 0\ 0]\ {}^{A}P + (1)(1) \end{cases}$$

$$ {}^{B}_{A}T = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^{B}_{A}R & & {}^{B}P_{A\,org} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{1.8}$$

${}^{B}_{A}T$: matrice de transformation homogène.

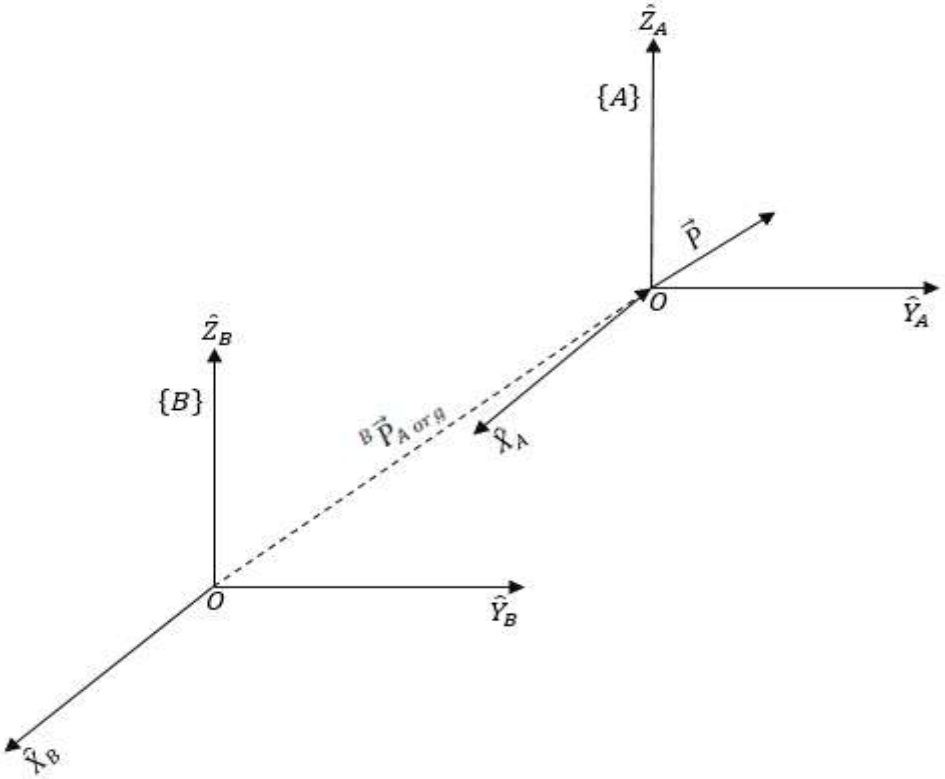


Fig.1.6 : Combinaison de la translation et de la rotation des repères.

1.5.3.1 Exemple

Soit un vecteur $\vec{P}$ situé dans $\{D\}$, quelles sont ses coordonnées en fonction de $\{B\}$. Chaque repère $\{B\}$, $\{C\}$ et $\{D\}$ a une (translation et une rotation) par rapport à l'autre.

$$^{B}P = {}^{B}_{C}T\,{}^{C}_{D}T\ {}^{D}P \tag{1.9}$$

$$ {}^{B}_{D}T = {}^{B}_{C}T\,{}^{C}_{D}T = \begin{bmatrix} & {}^{B}_{C}R & & {}^{B}P_{C\,org} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & {}^{C}_{D}R & & {}^{C}P_{D\,org} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.10}$$

Enfin :

$$ {}^{B}_{D}T = \begin{bmatrix} & & & {}^{B}_{C}R\ {}^{C}P_{D\,org} + {}^{B}P_{C\,org} \\ & {}^{B}_{C}R\,{}^{C}_{D}R & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.11} $$

${}^{B}_{D}T$: Cette transformation représente la (translation + rotation) de $\{D\}$ par rapport au référencié $\{B\}$, on l'utilisé pour convertir les coordonnées de tout vecteur du repère $\{D\}$ vers le repère $\{B\}$.

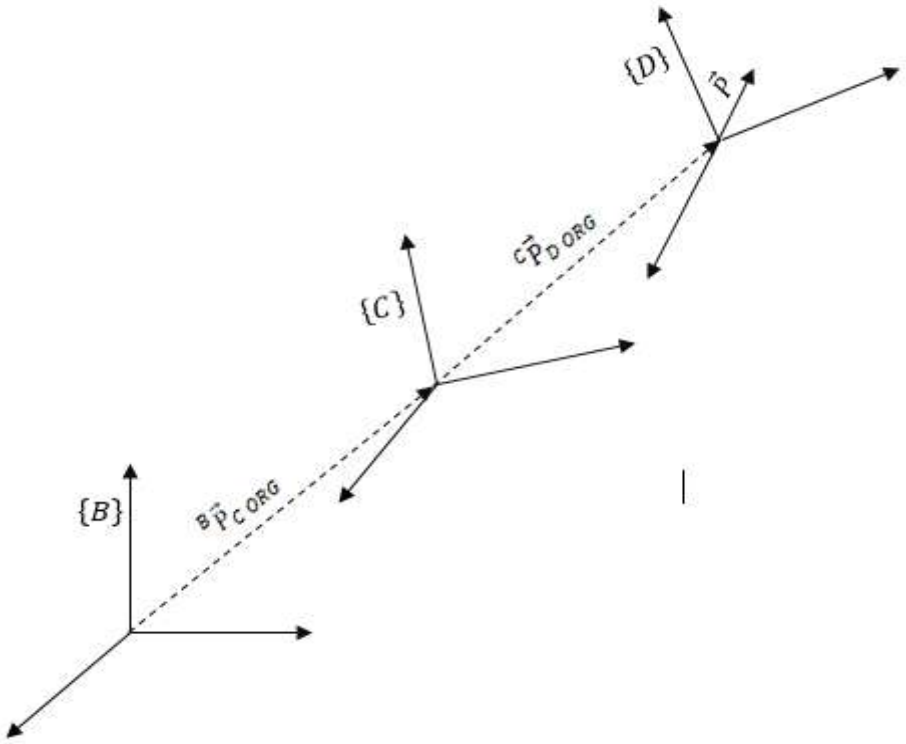


Fig.1.7 : Un vecteur $\vec{P}$ situé dans $\{D\}$, et trois repère $\{B\}$, $\{C\}$ et $\{D\}$.

1.6 RoboticsToolbox

Le RoboticsToolbox est une boîte à outils MATLAB qui fournit de nombreuses fonctions utiles pour l'étude et la simulation des robots industriels (cinématique, dynamique, génération de trajectoires ….etc) [4]. La boîte à outils supporte aussi les robots mobiles avec des algorithmes de planification de chemin, localisation, création de cartes (EKF), localisation et cartographie simultanée ou SLAM (EKF), et avec plusieurs modèles Simulink de véhicules, pour utiliser la boîte à outils, on doit la télécharger, puis copier le répertoire « rvctools » dans l'espace de travail et lancer le fichier de démarrage « startup_rvc.m » qui placera les bons répertoires dans le chemin MATLAB [4].

1.6.1 Etapes de l'installation [4]

1. Se rendre sur le site de https://petercorke.com/
2. Ensuite, on choisit ***TOOLBOXES*** et on appuye sur l'option ROBOTICTOOLBOXES.
3. Ensuite, on termine le téléchargement de la boîte à outils.

1.6.2 Commandes RoboticsToolbox pour la translation et la rotation

La matrice homogène représente la translation et l'orientation et donc dans la boîte à outils robotique nous avons représenté cette matrice avec deux instructions sa qui sont :

La matrice de translation par: x, y, z.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.12}$$

La matrice de rotation autour l'axe $\hat{X}$ par un angle θ_x est :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_x) & -\sin(\theta_x) & 0 \\ 0 & \sin(\theta_x) & \cos(\theta_x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.13}$$

1.7 La méthode de simulation Monte Carlo

C'est une méthode basée sur un échantillonnage répété, pour un processus a variables aléatoires, ces variables peuvent prendre des valeurs choisis d'une façon probabiliste. Le but principal de cette méthode est de prédire les chemins.

Cette méthode tire son nom du fameux casino à Monaco et il est apparue en 1940 [5], elle a été développée par les trois scientifiques (John Von Neumann, StanislawUlam et Nicholas Metropolis dans la ville Los Alamos National Laboratory).

Dans le troisième chapitre, on va utiliser cette méthode pour calculer l'espace de travail du bras manipulateur **puma560**, qui est un bras à (6ddl), en faisant bouger ce bras manipulateur dans différents scénarios, et dans chaque scénario, on trace le point de la position de l'effecteur terminal au moment de la fin de chaque scénario. Et de là on obtient l'espace de travail pour le puma560.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons résumé toutes les notions de base nécessaires à la compréhension du domaine de la robotique, ainsi que les méthodes de modélisation des bras manipulateurs.

Nous avons aussi abordé dans ce chapitre l'architecture d'un robot manipulateur et le logiciel de simulation.

Chapitre 2 : Modélisation géométrique.

2.1 Introduction

La cinématique est la science du mouvement, indépendamment des causes qui les produisent, Au sein de la science de la cinématique, on étudie la position, la vitesse, l'accélération et toutes les dérivées d'ordre supérieur des variables de position, par conséquent, l'étude de la cinématique des manipulateurs fait référence à toutes les propriétés géométriques et temporelles du mouvement.

Dans ce chapitre, on va développer les modèles géométriques directe et inverse, du robot manipulateur multi-corps puma 560.

Ici on attribue des repères sur les différentes parties du mécanisme et déduit les relations entre ces repères, la chose la plus importante dans la l'étude cinématique du manipulateur est le module géométrique inverse.

2.2 Modèle géométrique

Il permet de déterminer la configuration (position, orientation) de l'effecteur d'un robot en fonction de la configuration de ses liaisons, l'effecteur peut être une pince, une caméra. La modélisation des robots de façon systématique et automatique exige une méthode adéquate pour la description de leur morphologie. Plusieurs méthodes et stations ont été proposées [6], [7], [8], [9], [10], [11].

2.2.1 Modèle géométrique direct

C'est l'ensemble des équations mathématiques qui permettent le passage de l'espace articulaire vers l'espace opérationnel, c'est à dire, les équations permettant d'obtenir les coordonnées cartésiennes de l'organe terminal en fonction de ses coordonnées généralisées et les paramètres géométriques intrinsèques. Il existe plusieurs approches pour définir le MGD [2].

D'une manière générale, le MGD d'un manipulateur à n degré de liberté s'écrit sous la forme [8] :

$$X=f(q) \tag{2.1}$$

q : étant le vecteur des variables articulaires tel que :

$$q= [q_1\ q_2\ \dots\ q_n]^T \tag{2.2}$$

Les coordonnées opérationnelles sont définies par :

$$X = [x_1\ x_2\ \dots\ x_m]^T \tag{2.3}$$

2.2.2 Modèle géométrique inverse

Ce modèle est appelé modèle géométrique pour la commande, il permet de calculer les coordonnées articulaires en fonction des coordonnées opérationnelles de l'organe terminal définies dans le repère de référence. Il est défini par l'équation suivante :

$$q = f^{-1}(X) \tag{2.4}$$

Plusieurs approches et contributions ont été proposées dans la littérature pour résoudre MGI. On présente trois méthodes :

1. La méthode de Paul [12] traite séparément chaque cas particulier elle convient pour la plupart des robots industriels.

2. La méthode de Pieper [13] permet de résoudre le problème pour les robots à six ddl possédant trois articulations rotoïde d'axes concourants ou trois articulations prismatiques.
3. La méthode générale de Raghavan et Roth [14], donne la solution générale des robots à six articulations à partir d'un polynôme a un degré au plus.

2.3 La convention de Denavit-Hartenberg et le modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct est l'ensemble des équations mathématiques qui permettent le passage de l'espace articulaire vers l'espace opérationnel, ces équations permettent de connaitre les coordonnées cartésiennes de l'organe terminal en fonction des variables articulaires. Parmi techniques utilisés au calcul du MGD celle de 'DENAVIT HARTENBERG'.

2.3.1 Les différents types des jonctions

- La jonction glissière : un seul paramètre détermine le mouvement de ce joint, qui est la translation le long de l'axe des $\hat{Z}$ Fig.2.1.
- La jonction pivot : un seul paramètre déterminé le mouvement de cette joint, cette jonction permet un seul degré de liberté la rotation autour l'axe des $\hat{Z}$ (Aucune translation) Fig.2.1.
- La jonction pivot glissant : elle a deux degrés de liberté, c'est la combinaison de deux jonction (jonction prismatique et pivot) Fig.2.1.
- La jonction appui plane : elle a trois degrés de liberté par exemple vous pouvez déplacer selon x et y et il peut faire une rotation autour du point où il se trouve. Voir Fig.2.1.
- La jonction rotule : elle a trois degrés de liberté, tous des rotations Fig.2.1.
- La jonction hélicoïdale : elle a deux degrés de liberté (une translation + une rotation), la particularité de cette liaison est que la rotation conduit à la translation Fig.2.1.

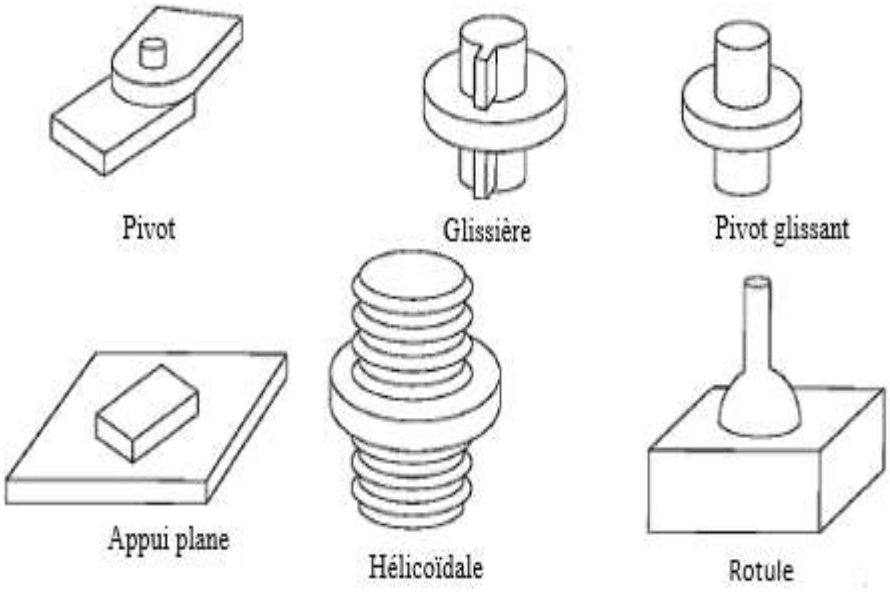


Fig.2.1 : Différent types d'articulations.

2.3.2 Les paramètres de la convention de Denavit-Hartenberg

C'est la méthodologie à suivre pour décrire les robots à structure ouverte simple, cette méthode est basée sur les principes suivants :

1- Fixer des repères à chaque corps du robot.

2- Calculer les matrices homogènes entre chaque corps.

3- Calculer la matrice homogène entre base et l'organe terminal.

Le passage du repère R_{i+1} au repère R_i s'exprime en fonction des quatre paramètres géométriques suivants :

- ✓ $\mathbf{a_i}$: c'est la distance de $\hat{Z}_i$ à $\hat{Z}_{i+1}$ mesurée le long de $\widehat{X}_i$.
- ✓ $\boldsymbol{\alpha_i}$: c'est l'angle entre les axes $\hat{Z}_i$ à $\hat{Z}_{i+1}$ mesurée autour de$\widehat{X}_i$.
- ✓ $\mathbf{d_i}$: c'est la distance de $\hat{X}_{i-1}$ à $\hat{X}_i$ mesurée le long de$\hat{Z}_i$.
- ✓ $\boldsymbol{\theta_i}$: c'est la distance de $\hat{X}_{i-1}$ à $\hat{X}_i$ mesurée le long de$\hat{Z}_i$.

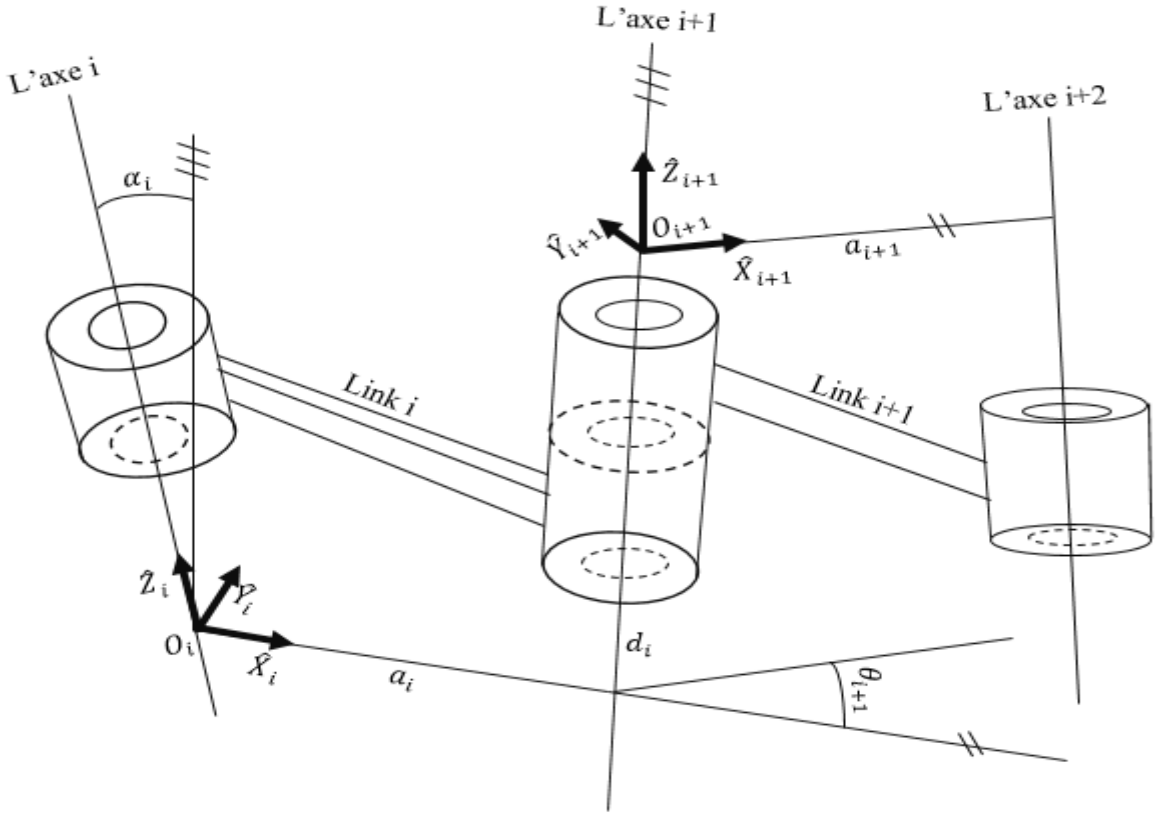


Fig.2.2 : Les paramètres de la convention de D-H entre {i} et {i + 1}.

2.3.2.1 positionnements des axes $\widehat{Z}_i$ et $\widehat{Z}_{i+1}$

Le 1er cas : $\hat{Z}_i$ et $\hat{Z}_{i+1}$ sont parallèle, dans ce cas :

- a_i : la distance entre $\hat{Z}_i$ et $\hat{Z}_{i+1}$ le long de $\hat{X}_i$.
- $\hat{Z}_i \parallel \hat{Z}_{i+1}$ les deux axes sont situés sur le même plan.

La distance entre les deux axes c'est la line vertical sur ces deux ligne –voir la Fig.2.3.

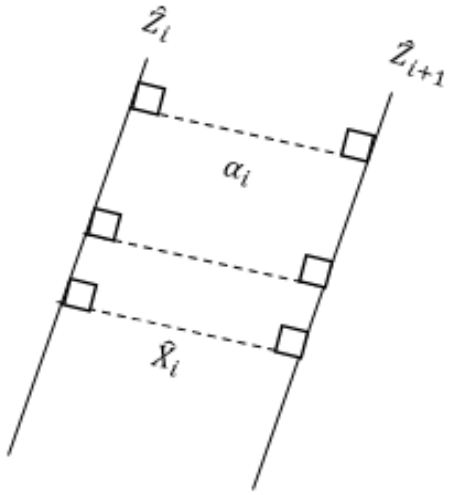


Fig.2.3 : axes parallèles.

Le 2éme cas: axes asymétriques.

On a deux lignes parallèles, situées dans deux plans parallèles. Il y a une seule possibilité pour tracer la ligne (a_i) nous avons :

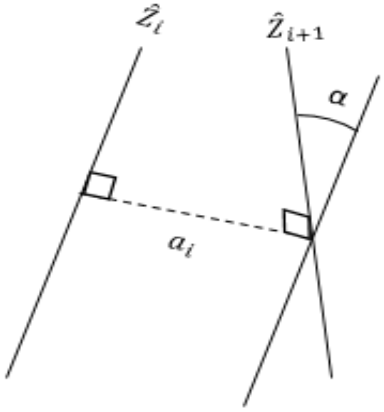


Fig.2.4 : axes asymétriques.

Le 3eme cas : intersection d'axes.

$\hat{X}_i$ perpendiculaire au plan contenant les deux axes ($\hat{Z}_i$, $\hat{Z}_{i+1}$).

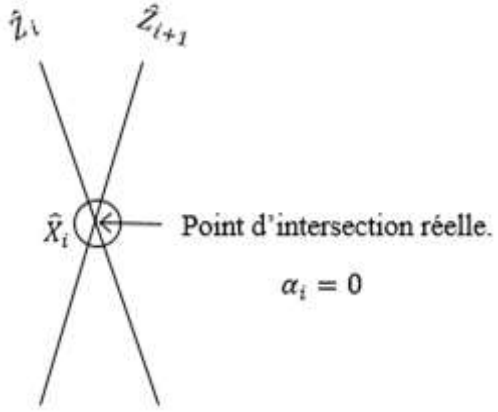


Fig.2.5 : $3^{éme}$cas (intersection).

2.3.2.2 Configuration des repères

1- Déterminer les axes du joint et dessiner ligne infinie le long de ce joint, et nous numérotons tout le monde ($\hat{Z}_0$, $\hat{Z}_1$, $\hat{Z}_2$,….$\hat{Z}_n$).

2- Déterminer la perpendiculaire ligne entre les $\hat{Z}$ axes, ou bien déterminer le point d'intersection (voir paragraphe 2.3.2.1).

3- Dessiner l'axe $\hat{Z}_i$ le long de chaque liaison.

4- Dessiner l'axe $\hat{Z}_i$.

5- Dessiner l'axe$\hat{Y}_i$ *(utilisons la règle de la main droite).*

6- Pour la facilité le calcul, le repère {0} est déplacer vers {1}, et le repère de l'effecteur terminal est mis près de la dernière liaison.

2.3.2.3 paramètres de passage du repère $\{i\}$ à $\{i+1\}$

Pour le passage entre $\{i\}$ à $\{i+1\}$ Fig.2.2, on doit suivre 4 processus, en passant sur trois repères intermédiaires : {R}, {Q} et {P} comme le montre la Fig.2.6.

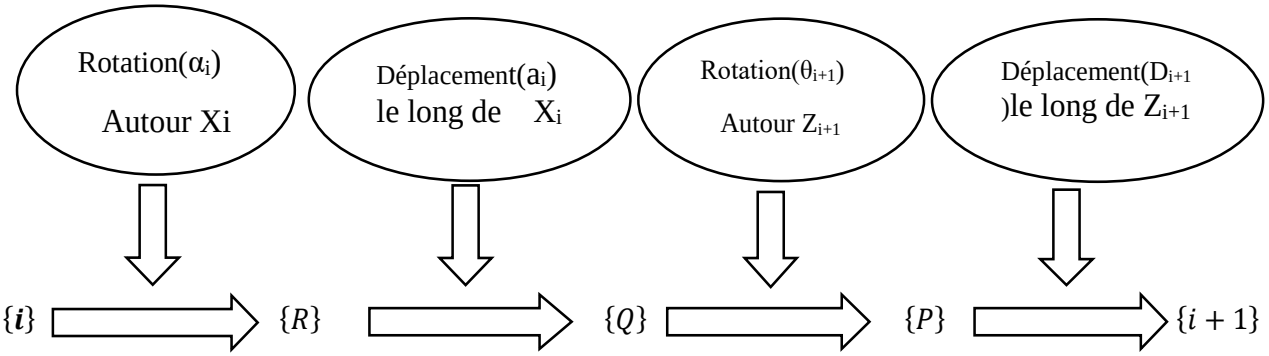


Fig.2.6 : les quatre paramètres pour le passage de $\{i\}$ à $\{i+1\}$ **.**

On a quatre matrices de transfert :

$$R_{\hat{X}_i}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(\alpha) & -S(\alpha) & 0 \\ 0 & S(\alpha) & C(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$D_{\hat{X}_i}(a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$R_{\hat{Z}_{i+1}}(\alpha) = \begin{bmatrix} C(\theta) & -S(\theta) & 0 & 0 \\ S(\theta) & C(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$D_{\hat{Z}_{i+1}}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

De (2.1), (2.2), (2.3) et (2.4) la transformation homogène finale pour ce lien est :

$$ {}^{i}_{i+1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & C(\alpha) & -S(\alpha) & 0 \\ 0 & S(\alpha) & C(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C(\theta) & -S(\theta) & 0 & 0 \\ \mathrm{S}(\theta) & \mathrm{C}(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9) $$

${}^{i}_{i+1}T$: Transformation homogène qui représente l'orientation et la position de l'effecteur terminal (le dernier repère) par rapport la base.

Les opérations précédentes pour une seule liaison du robot, par exemple pour un bras manipulateur a 6*ddl* alors il est y a six transformations homogènes directes.

2.4 Modélisation géométrique du bras manipulateur puma 560

Dans cette partie, nous allons résoudre les équations cinématiques en fonction des angles des joints (articulations) pour le bras manipulateur Puma560.

2.4.1 Présentation du bras manipulateur puma 560

Le Puma560 (**P**rogrammable **U**niversal **M**anipulation **A**rm), est un bras manipulateur à *6ddl* très utilisé dans l'industrie. C'est un bras possédant six articulations rotoïdes permettant six degrés de liberté. Sa représentation est la suivante Fig.2.7:

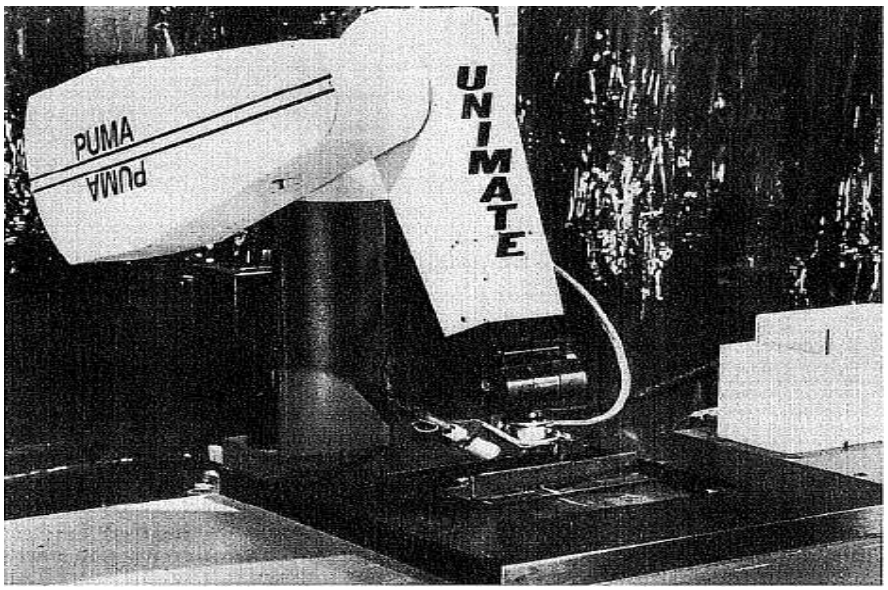


Fig.2.7 : Le bras manipulateur puma560.

2.4.2 Identification des repères pour puma 560

Sur la Fig.2.8 on voit :

1. Entre {0} et {1} il y a une rotation autour l'axe$\hat{Z}_1$.
2. Le repère {1} et le repère {2} on a le même origine et$\hat{X}_1 \perp \hat{Z}_1$.

   $\hat{X}_1 \perp \hat{Z}_2$

   $\hat{X}_1 \equiv \hat{X}_2$
3. Les axes $\hat{Z}_2 // \hat{Z}_3$ et entre $\hat{Z}_2$ et $\hat{Z}_3$ il y a 2 translations :

La première le long de $\hat{Z}_3$ et c'est le déplacement de $\hat{X}_2$ $\grave{a}$ $\hat{X}_3$: d_2 .

Et la deuxième c'est le déplacement de $\hat{Z}_2$ *à* $\hat{Z}_3$ le long $\hat{X}_2$: a_2 .

Sur la Fig.2.9 on voit :

1. Entre {2} {3} {4} {5} et {6} :

$\hat{Z}_3 \cap \hat{Z}_4$ donc $\hat{X}_3$ perpendiculaire au plan qui les contient les deux.

2. Entre {4} et {5} :

$$\hat{X}_4 \equiv \hat{X}_5 \tag{2.10}$$

$\hat{X}_6$Perpendiculaire sur le plan qui contient $\hat{Z}_4$ et $\hat{Z}_5$donc :

$$\hat{X}_6 \equiv \hat{X}_5 \tag{2.11}$$

A partir de (2.10) et (2.11) on déduit : $\hat{X}_6 \equiv \hat{X}_5 \equiv \hat{X}_4$.

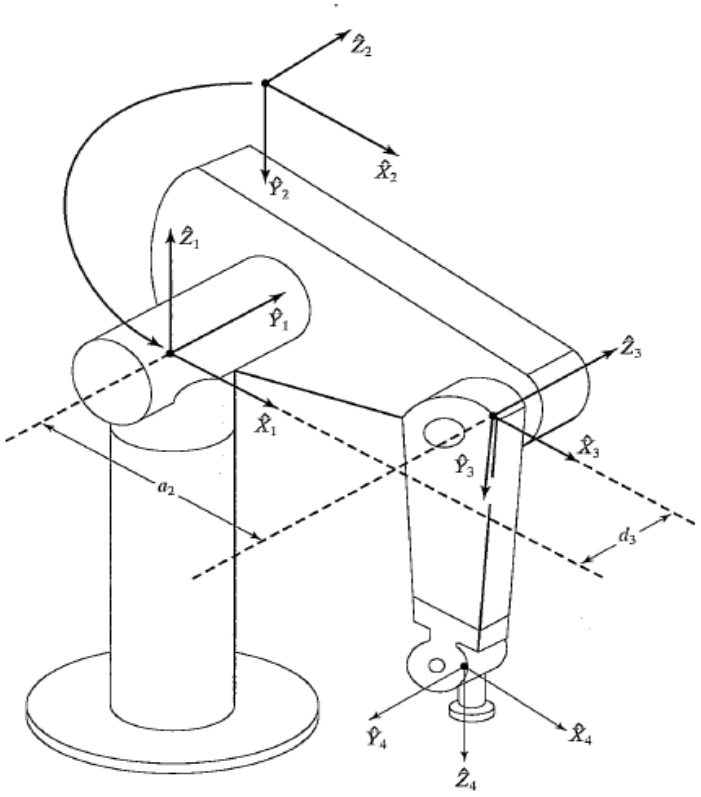


Fig.2.8 : paramètres cinématiques et repères pour le PUMA 560.

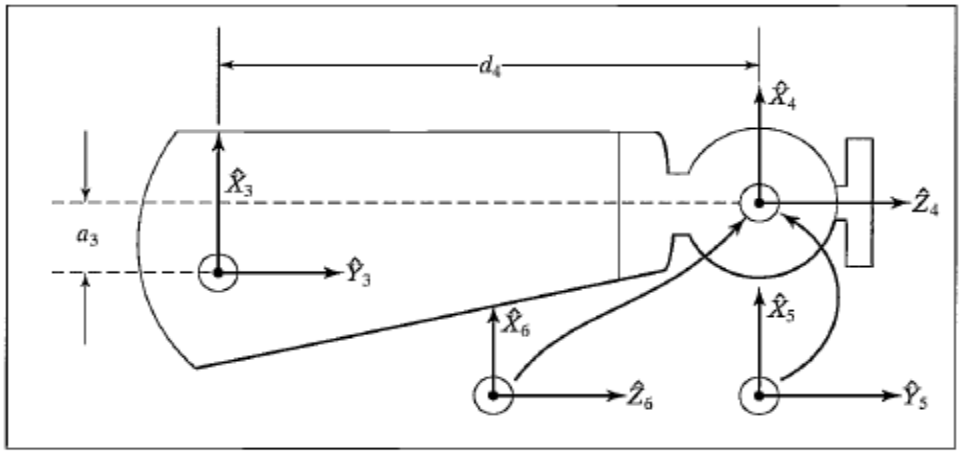


Fig.2.9 : paramètres cinématiques et repères pour le quatrième repère de puma560.

2.4.3 Le modèle géométrique direct pour puma 560

Dans cette étape on a essayé de résoudre le problème direct qui exprime par le calcul de la configuration correspondant à un jeu de paramètres articulaires donnés pour le bras manipulateur puma 560, pour cela, on a utilisé la techniques 'DENAVIT HARTENBERG.

2.4.3.1 Le tableau de Denavit-Hartenberg

Les paramètres géométriques du puma 560 sont donnés dans le tableau 2.1, **i** étant le numéro de l'articulation, α l'angle entre les axes z_{i-1} et z_i correspondant à une rotation autours de x_{i-1}, d la distance entre z_{i-1} et z_i suivant x_{i-1}, θ l'angle entre x_{i-1} et x_i correspondant à une rotation autour de z_i et à la distance entre x_{i-1} et xi le long de z_i.

Ces paramètres géométriques sont utilisé pour le calcul du modèle géométrique direct.

${}^{0}_{1}T: 0 \rightarrow 1$	$\boldsymbol{\alpha_0}=0$	$\boldsymbol{a_0}=0$	$\boldsymbol{\theta_1}=\theta_1$	$\boldsymbol{d_1}=0$
${}^{1}_{2}T: 1 \rightarrow 2$	$\boldsymbol{\alpha_1}=-90$	$\boldsymbol{a_1}=0$	$\boldsymbol{\theta_2}=\theta_2$	$\boldsymbol{d_2}=0$
${}^{2}_{3}T: 2 \rightarrow 3$	$\boldsymbol{\alpha_2}=0$	$\boldsymbol{a_2}=a_2$	$\boldsymbol{\theta_3}=\theta_3$	$\boldsymbol{d_3}=d_3$
${}^{3}_{4}T: 3 \rightarrow 4$	$\boldsymbol{\alpha_3}=-90$	$\boldsymbol{a_3}=a_3$	$\boldsymbol{\theta_4}=\theta_4$	$\boldsymbol{d_4}=d_4$
${}^{4}_{5}T: 4 \rightarrow 5$	$\boldsymbol{\alpha_4}=90$	$\boldsymbol{a_4}=0$	$\boldsymbol{\theta_5}=\theta_5$	$\boldsymbol{d_5}=0$
${}^{5}_{6}T: 5 \rightarrow 6$	$\boldsymbol{\alpha_5}=-90$	$\boldsymbol{a_5}=0$	$\boldsymbol{\theta_6}=\theta_6$	$\boldsymbol{d_6}=0$

Tableau 2.1: Paramètre D-H pour puma 560.

2.4.3.2 Les six transformations homogènes pour puma560

Le modèle géométrique direct est construit par multiplication successive des matrices de transformation de repère.

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} C(\theta_1) & -S(\theta_1) & 0 & 0 \\ S(\theta_1) & C(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.12} $$

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(-90°) & -S(-90°) & 0 \\ 0 & S(-90°) & C(-90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C(\theta_2) & -S(\theta_2) & 0 & 0 \\ S(\theta_2) & C(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.13} $$

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} C(\theta_2) & -S(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S(\theta_2) & -C(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.14} $$

$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C(\theta_3) & -S(\theta_3) & 0 & 0 \\ S(\theta_3) & C(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.15} $$

$$ {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & C(-90°) & -S(-90°) & 0 \\ 0 & S(-90°) & C(-90°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C(\theta_4) & -S(\theta_4) & 0 & 0 \\ S(\theta_4) & C(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16) $$

$$ {}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(-90°) & -S(-90°) & 0 \\ 0 & S(-90°) & C(-90°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C(\theta_5) & -S(\theta_5) & 0 & 0 \\ S(\theta_5) & C(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17) $$

$$ {}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(-90°) & -S(-90°) & 0 \\ 0 & S(-90°) & C(-90°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C(\theta_6) & -S(\theta_6) & 0 & 0 \\ S(\theta_6) & C(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18) $$

La composition de ces matrices nous fournies le modèle géométrique direct.

$$ {}^{0}_{6}\mathbf{T} = {}^{0}_{1}\mathbf{T} * {}^{1}_{2}\mathbf{T} * {}^{2}_{3}\mathbf{T} * {}^{3}_{4}\mathbf{T} * {}^{4}_{5}\mathbf{T} * {}^{5}_{6}\mathbf{T} \quad (2.19) $$

Il est à noter que :$(a_2\,, a_3\,, d_3\,, d_4)$ sont des constantes dépendantes de la construction du bras manipulateur puma 560.

Les résultats de programme seront les suivants :

$$ T1 = {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} C(\theta_1) & -S(\theta_1) & 0 & 0 \\ S(\theta_1) & C(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20) $$

$$ T2 = {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} C(\theta_2) & -S(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S(\theta_2) & -C(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.21) $$

$$ T3 = {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} C(\theta_3) & -S(\theta_3) & 0 & 0 \\ S(\theta_3) & C(\theta_3) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.22) $$

$$ T4 = {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} C(\theta_4) & -S(\theta_4) & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ -S(\theta_4) & -C(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.23) $$

$$ T5 = {}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} C(\theta_5) & -S(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S(\theta_5) & C(\theta_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24) $$

$$ T6 = {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} C(\theta_6) & -S(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S(\theta_6) & -C(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25) $$

$$ \boldsymbol{T16} = \boldsymbol{T1} * \boldsymbol{T2} * \boldsymbol{T3} * \boldsymbol{T4} * \boldsymbol{T5} * \boldsymbol{T6} = {}^{0}_{6}\boldsymbol{T} = {}^{0}_{1}\boldsymbol{T} * {}^{1}_{2}\boldsymbol{T} * {}^{2}_{3}\boldsymbol{T} * {}^{3}_{4}\boldsymbol{T} * {}^{4}_{5}\boldsymbol{T} * {}^{5}_{6}\boldsymbol{T} \quad (2.26) $$

2.4.4 Le modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse permet de déterminer la configuration des liaisons $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_3 \ldots \theta_n)$, en fonction de la configuration (position et orientation) de l'effecteur d'un bras manipulateur.

Il y a plusieurs méthodes pour déterminer la configuration des liaisons :

1- La méthode analytique utilisée dans le cas d'un robot avec *6ddl* (n=6).

2- La méthode numérique utilisée dans le cas d'un robot avec degrés des libertés moins de *6ddl* (n>6).

La plupart des bras manipulateurs à 6ddl dans le monde possèdent un poignet sphérique comme dans le cas de puma 560. Le poignet sphérique signifie qu'on a trois pivot joint avec intersection des axes $\hat{Z}$. Dans le model puma 560 on a :

$Z_4 \perp \hat{Z}_5$ et $\hat{Z}_6$ a la même direction que $\widehat{Z}_4$ mais l'origine de $\{4\}$ et $\{5\}$ ne change pas en fonction des valeurs de $\theta_4, \theta_5, \theta_6$.

La résolution du problème se fait par la méthode de Peiper car le puma 560 : a 6ddl et un Poignet sphérique.

La méthode de Peiper est basée sur la division du problème en deux :

1. $[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$ déterminent la position du poignet.
2. $[\theta_4, \theta_5, \theta_6]$ déterminent l'orientation du poignet.

Dans ce cas :

$$\text{T16} = {}^0_6T = {}^0_1T * {}^1_2T * {}^2_3T * {}^3_4T * {}^4_5T * {}^5_6T = \begin{bmatrix} r11 & r12 & r13 & px \\ r21 & r22 & r23 & py \\ r31 & r32 & r33 & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

2.4.5 Définition du modèle géométrique inverse de PUMA 560

Nous allons résoudre les équations cinématiques du PUMA 560, qu'on a développés précédemment.

$${}^0_6T = {}^0_1T(\theta_1){}^1_2T(\theta_2){}^2_3T(\theta_3){}^3_4T(\theta_4){}^4_5T(\theta_5){}^5_6T(\theta_6) = {}^0_6T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \mathrm{p_x} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \mathrm{p_y} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & \mathrm{p_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

On a:

$${}^4_6T = {}^4_5T{}^5_6T = \begin{bmatrix} C_5C_6 & -C_5S_6 & -S_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ S_5C_6 & -S_5S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Un retraitement de (2.28) qui met la dépendance θ_1 sur du côté gauche de l'équation est :

$${}^0_6T[{}^0_1T(\theta_1)]^{-1} = {}^1_2T(\theta_2){}^2_3T(\theta_3){}^3_4T(\theta_4){}^4_5T(\theta_5){}^5_6T(\theta_6) \quad (2.30)$$

Inversant ${}^0_1T$, (2.28) s'écrit comme suit :

$$\begin{matrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \mathrm{p_x} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \mathrm{p_y} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & \mathrm{p_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^1_6T \quad (2.31)$$

Avec :

$$-S_1 P_X + C_1 P_Y = d_3 \quad (2.32)$$

Pour résoudre une équation de cette forme, on utilise les substitutions trigonométriques :

$$P_X = p\cos\emptyset$$
$$P_y = p\sin\emptyset \quad (2.33)$$

Avec :

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$
$$\emptyset = Atan2(P_X, P_y) \quad (2.34)$$

En substituant (2.33) dans (2.32), on obtient :

$$C_1 S_\emptyset - S_1 C_\emptyset = \frac{d_3}{p} \quad (2.35)$$

De la formule de différence d'angles

$$\sin(\emptyset - \theta_1) = \frac{d_3}{p} \quad (2.36)$$

Par conséquent :

$$\cos(\emptyset - \theta_1) = \pm\sqrt{1 - \frac{d_3^2}{p^2}} \quad (2.37)$$

D'ou :

$$\emptyset - \theta_1 = Atan2\left(\frac{d_3}{p} \pm \sqrt{1 - \frac{d_3^2}{p^2}}\right) \quad (2.38)$$

Enfin, l'expression de θ_1 peut s'écrit:

$$\theta_1 = Atan2(p_x, p_y) - Atan2\left(d_3 \pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_3^2}\right) \quad (2.39)$$

L'équation (2.39) admet deux solutions possibles relatives au signe + ou –, d'ici la partie gauche de (2.31) est connue.

$$C_1 p + S_1 p_y = a_2 C_{23} - d_4 S_{23} + a_2 C_2 \quad (2.40)$$

$$-p_x = a_3 S_{23} + d_4 C_{23} + a_2 S_2 \quad (2.41)$$

En égalisant les équations (2.41) et (2.32) et additionnons les équations résultantes, nous obtenons :

$$a_3 C_3 - d_4 S_3 = K \quad (2.42)$$

Avec :

$$K = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - a_2^2 + a_3^2 + d_3^2 + d_4^2}{2a_2} \quad (2.43)$$

L'équation (2.42) a la même forme que (2.32) et indépendante de θ_1. En suivants les mêmes étapes que θ_1 on arrive à :

$$\theta_3 = \text{Atan2}(a_3, d_4) - Atan2\left(K \pm \sqrt{a_3^2 + d_4^2 + K^2}\right) \quad (2.44)$$

Le signe + ou - (2.44) conduit à deux solutions différentes pour θ_3.

Et de là l'équation (2.28) peut être exprimé en fonction de θ_2 comme suit :

$$[{}^0_3T(\theta_2)]{}^0_6T = {}^3_4T(\theta_4){}^4_5T(\theta_5){}^5_6T(\theta_6) \tag{2.45}$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \mathrm{p_x} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \mathrm{p_y} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & \mathrm{p_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1C_{23} & S_1C_{23} & -S_{23} & -a_2C_3 \\ -C_1S_{23} & -S_1S_{23} & -C_{23} & a_2S_3 \\ -S_1 & C_1 & 0 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^3_6T \tag{2.46}$$

$${}^4_6T = {}^4_5T{}^5_6T = \begin{bmatrix} C_5C_6 & -C_5S_6 & -S_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ S_5C_6 & -S_5S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned} C_1C_{23}p_x + S_1C_{23}p_Y - C_{23}p_z - a_2C_3 = a_3 \\ -C_1S_{23}p_x + S_1S_{23}p_Y - C_{23}p_z + a_2S_3 = d_4 \end{aligned} \tag{2.48}$$

A partir de (2.48) les expressions de S_{23} et C_{23} sont données par :

$$\begin{aligned} S_{23} &= \frac{(-a_3-a_2C_3)p_z+(C_1p_x+S_1p_y)(a_2S_3-d_4)}{p_z^2+(C_1p_x+S_1p_y)^2} \\ C_{23} &= \frac{(a_2S_3-d_4)p_z-(a_3+a_2C_3)(C_1p_x+S_1p_y)}{p_z^2+(C_1p_x+S_1p_y)^2} \end{aligned} \tag{2.49}$$

Les dénominateurs sont égaux et positifs, nous résolvons pour la somme de θ_2 et θ_3 comme suit :

$$\begin{aligned} \theta_{23} = Atan2\big[&(-a_3 - a_2C_3)p_z - \big(C_1p_x + S_1p_y\big)(d_4 - a_2S_3), (a_2S_3 - d_4)p_z - \\ &(a_3 + a_2c_3)(C_1p_X + S_1p_Y)\big]. \end{aligned} \tag{2.50}$$

L'équation (2.50) résulte quatre valeurs de θ_{23}, selon les quatre combinaisons possibles des solutions pour $\theta_1$et θ_3, ce qui donne quatre solutions possibles pour θ_2 calculées comme :

$$\theta_2 = \theta_{23} - \theta_3 \tag{2.51}$$

Égaliser les deux (1,3) éléments et les éléments (3,3) des deux côtés de (2.40), on obtient :

$$\begin{aligned} r_{31}C_1C_{23} + r_{23}S_1C_{23} - r_{33}S_{23} = -C_4S_5 \\ -r_{11}S_1 + r_{23}C_1 = S_4S_5 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Tant que $S_5 \neq 0$, nous pouvons résoudre θ_4 comme :

$$\theta_4 = Atan2(-r_{13}S_1 + r_{23}C_1, -r_{13}C_1C_{23} - r_{23}S_1C_{23} + r_{33}S_{23}) \tag{2.53}$$

Lorsque $\theta_5 = 0$, le manipulateur est dans une configuration singulière dans laquelle les axes communs 4 et 6 s'alignent et provoquent le même mouvement du dernier maillon du robot. Dans ce cas, tout ce qui compte est la somme ou la différence de θ_4 et θ_6, cette situation est détectée en vérifiant si les deux arguments de l'Atan2 dans (2.53) sont proches de zéro.

Considérons à nouveau (2.28), on peut maintenant la réécrire afin que tout le côté gauche soit une fonction des seuls connus et θ_4:

$$({}^0_4T(\theta_4))^{-1}{}^0_6T = {}^4_5T(\theta_5){}^5_6T(\theta_6) \tag{2.54}$$

Avec : $({}^0_4T(\theta_4))^{-1}$ est donné par :

$$\begin{bmatrix} C_1C_{23}C_4 + S_1S_4 & S_1C_{23}C_4 - C_1S_4 & -S_{23}C_4 & -a_2C_3C_4 + d_3S_4 - a_3C_4 \\ -C_1C_{23}S_4 + S_1C_4 & -S_1C_{23}S_4 - C_1C_4 & S_{23}S_4 & a_2C_3S_4 + d_3C_4 + a_3S_4 \\ -C_1S_{23} & -S_1S_{23} & -C_{23} & a_2S_3 - d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Et ${}^4_6T$est donnée par l'équation (2.47) développée précédemment. En égalant les éléments (1,3) et les éléments (3,3) des deux côtés de (2.54), nous obtenons :

$$\begin{aligned} -S_5 &= r_{13}(C_1C_{23}C_4 + S_1S_4) + r_{23}(S_1C_{23}C_4 - C_1S_4) - r_{33}(S_{23}C_4) \\ C_5 &= r_{13}(-C_1S_{23}) + r_{23}(-S_1S_{23}) + r_{33}(-C_{23}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Par conséquent :

$$\theta_5 = Atan2(S_5, C_5) \quad (2.57)$$

Avec S_5 et C_5 sont donnés par (2.48).

En appliquant la même méthode pour l'équation (2.56), on la réécrit sous la forme :

$$({}^0_4T)^{-1}\,{}^0_6T = {}^5_6T(\theta_6) \quad (2.58)$$

Assimiler à la fois les éléments (3,1) et les éléments (1,1) des deux côtés de (2.54) on obtient :

$$\theta_6 = Atan2(S_6, C_6) \quad (2.59)$$

En raison des signes + ou - apparaissant dans (2.39) et (2.44), ces équations résultent quatre solutions. En plus des quatre autres solutions obtenues par le poignet du manipulateur. Pour chacune des quatre solutions calculées ci-dessus, on obtient la solution « flipped » par :

$$\theta_4' = \theta_4 + 180° \quad (2.60)$$

$$\theta_4' = \theta_4 \quad (2.61)$$

$$\theta_6' = \theta_6 + 180° \quad (2.62)$$

Une fois que les huit solutions ont étés calculées, certaines d'entre elles (voire toutes) pourraient être rejetées en raison de violations des limites communes. Parmi toutes les solutions valides restantes, généralement celle la plus proche de la configuration actuelle du manipulateur est choisie [11].

2.4.6 Nombre de solution possible pour puma560

Le nombre de solutions dépend du nombre des joints dans le model puma560, donc il y a $\mathbf{2^3}$ solutions possibles pour certaines poses.

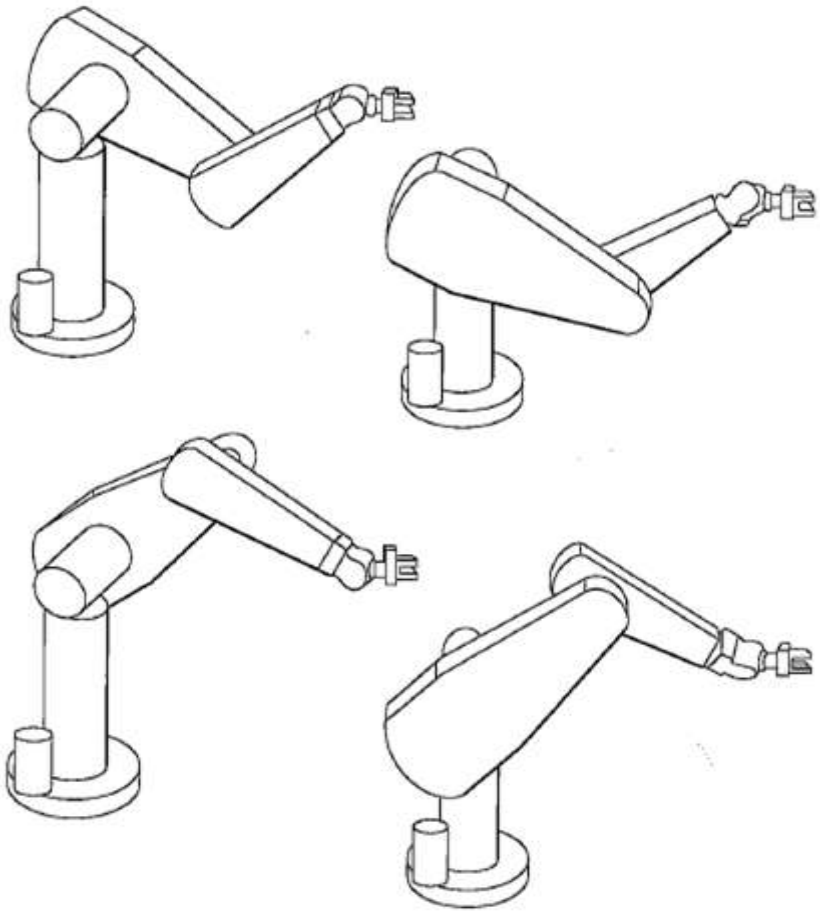


Fig.2.10 : les 4 solutions pour puma 560.

Les solutions du MCI pour puma 560 sont déduites comme suit :

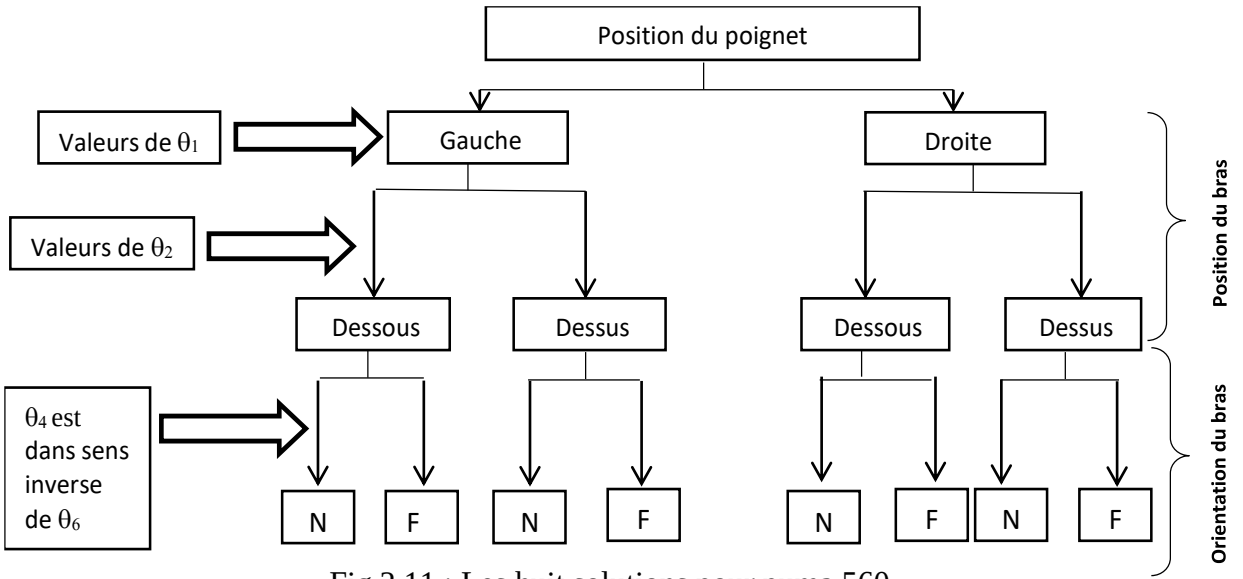


Fig.2.11 : Les huit solutions pour puma 560.

On prend la pose $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.5963 \\ 0 & 1 & 0 & -0.1501 \\ -1 & 0 & 0 & -0.01435 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, les huit solutions possibles pour atteindre cette pose par le PUMA 560 sont :

- ✓ $q_1 = [\theta_1 = 2.6486, \theta_2 = -3.927, \theta_3 = 0.094\ , \theta_4 = -0.609, \theta_5 = -0.9743\ , \theta_6 = -2.7682]$

- ✓ $q_2 = [\theta_1 = 2.6486, \theta_2 = -2.3081, \theta_3 = 3.1416\ , \theta_4 = -2.4673\ , \theta_5 = -0.8604\ , \theta_6 = -0.4805]$.
- ✓ $q_3 = [\theta_1 = 2.6486, \theta_2 = -3.927\ , \theta_3 = 0.094\ , \theta_4 = 2.5326\ , \theta_5 = 0.9743\ , \theta_6 = 0.3734]$
- ✓ $q_4 = [\theta_1 = 2.6486, \theta_2 = -2.3081, \theta_3 = 3.1416\ , \theta_4 = 0.6743\ , \theta_5 = 0.8604\ , \theta_6 = 2.6611]$
- ✓ $q_5 = [\theta_1 = -0.00, \theta_2 = 0.7854, \theta_3 = 3.1416\ , \theta_4 = 3.1416\ , \theta_5 = -0.7854\ , \theta_6 = -3.1416]$
- ✓ $q_6 = [\theta_1 = -0.00, \theta_2 = -0.8335, \theta_3 = 0.094\ , \theta_4 = 0.00\ , \theta_5 = -0.8312\ , \theta_6 = -0.00]$
- ✓ $q_7 = [\theta_1 = -0.00, \theta_2 = 0.7854\ , \theta_3 = 3.1416, \theta_4 = -0.00\ , \theta_5 = 0.7854\ , \theta_6 = 0.00]$
- ✓ $q_8 = [\theta_1 = -0.00, \theta_2 = -0.8335\ , \theta_3 = 0.094\ , \theta_4 = -3.1416\ , \theta_5 = 0.8312\ , \theta_6 = 3.1416]$.

$\theta_1 \ldots\ldots\ldots \theta_6$ sont en radian.

Les Huit solutions présentent la position et l'orientation de l'effecteur terminal par rapport à la base dans la pose T. La différence entre q1 et q2 réside dans la position du coude (Une fois la position du coude est vers le haut et l'autre vers le bas) Fig.2.14 et Fig.2.15. θ_1 a la même valeur pour $q_1 et$ le reste des angles prend des déférents valeurs.

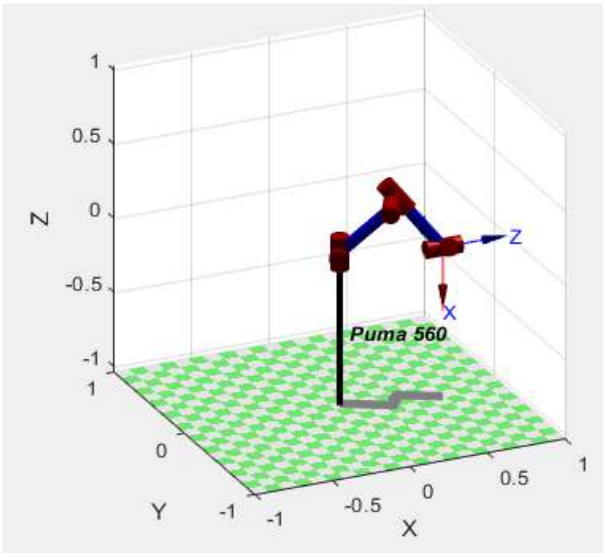


Fig.2.12 : pose q1 relative à la 1ere solution.

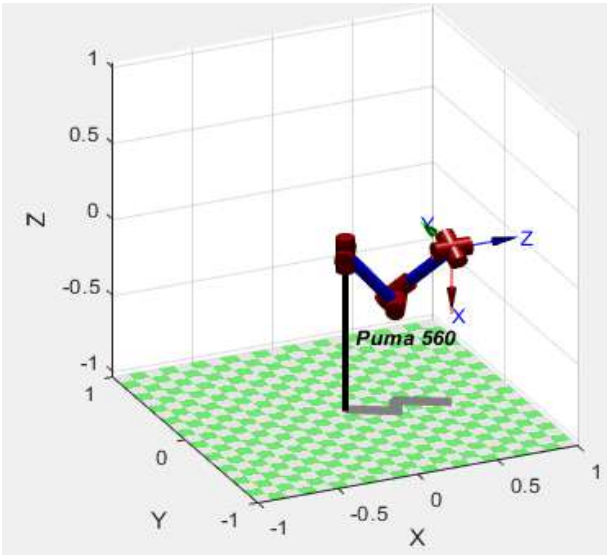


Fig.2.13 : pose q2 relative à la 2éme solution.

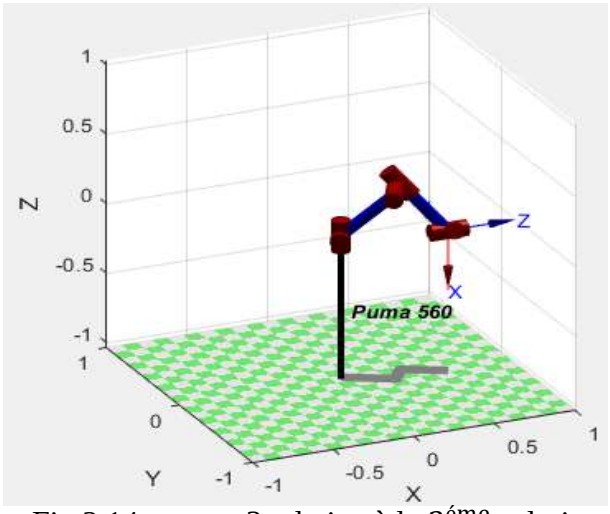


Fig.2.14 : pose q3 relative à la 3éme solution.

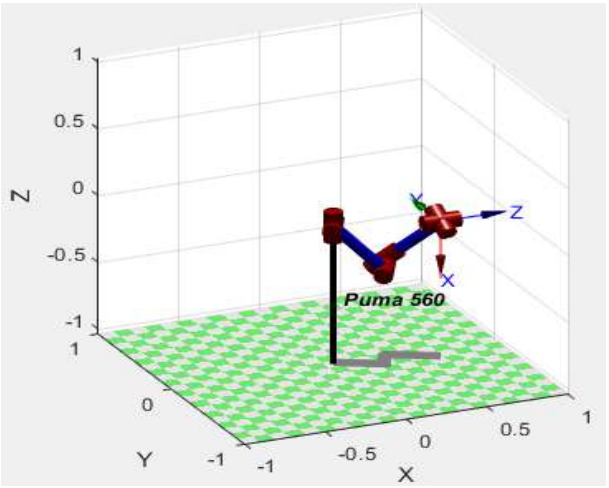


Fig.2.15 : pose q4 relative à la 3éme solution.

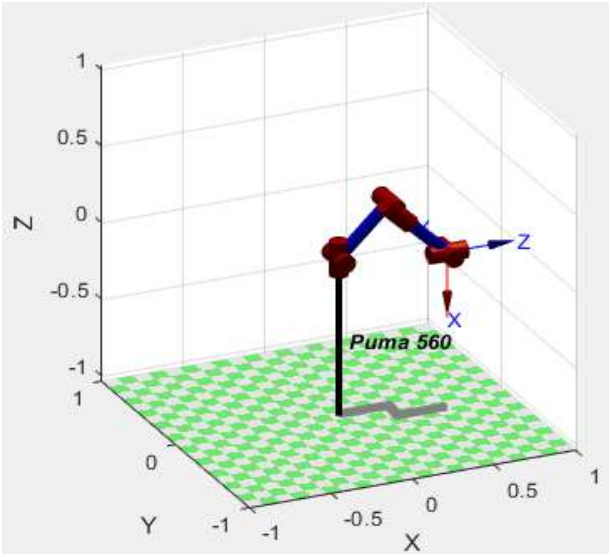


Fig.2.16 : pose q5 relative à la $5^{éme}$ *solution*.

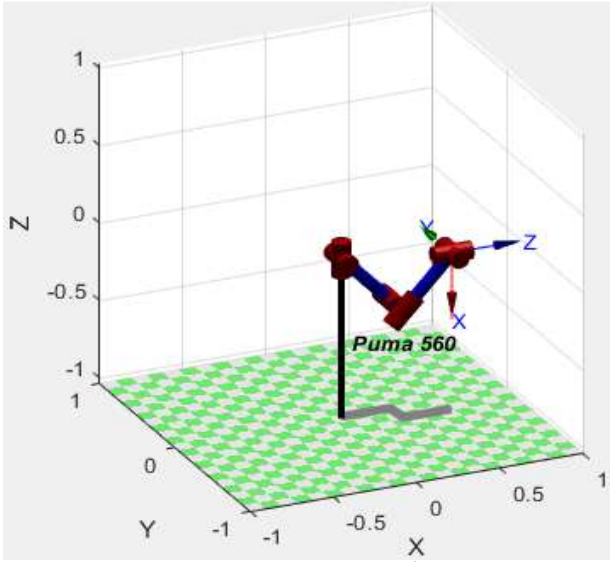


Fig.2.17 : pose q6 relative à la $6^{éme}$ *solution*.

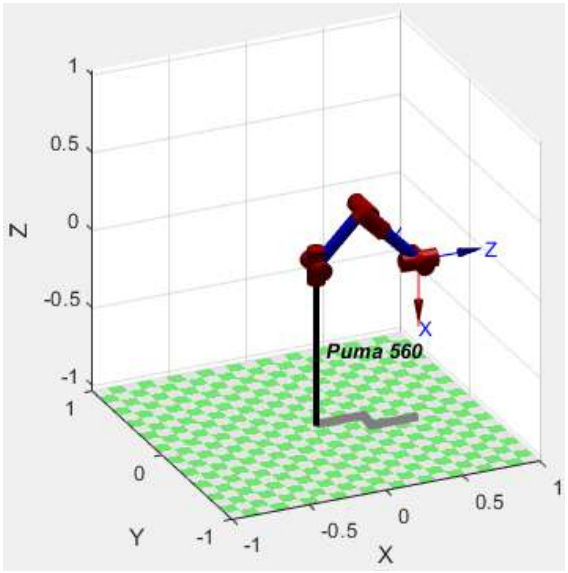


Fig.2.18 : pose q7 relative à la $7^{éme}$ *solution*.

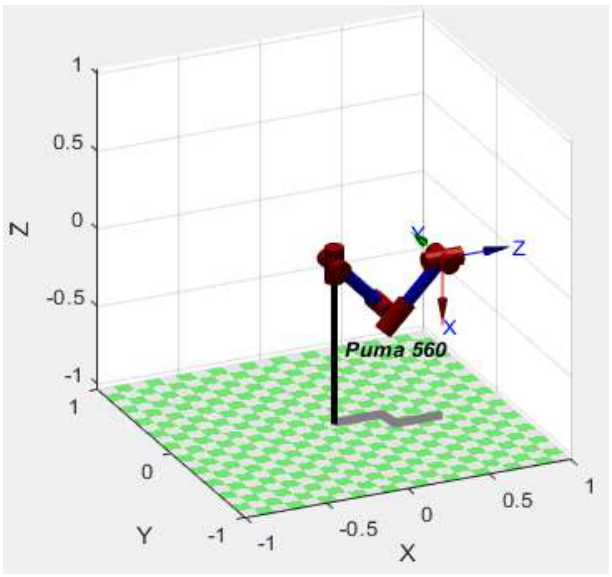


Fig.2.19 : pose q8 relative à la $8^{éme}$ *solution* .

Le modèle géométrique inverse peut avoir des solutions multiples, comme il peut avoir zéro solution. Le nombre de solutions dépend du nombre de non zéro pour le paramètre a.

2.5 Conclusion :

La modélisation des robots de façon systématique et automatique exige une méthode adéquate pour la description de leur morphologie.

Le modèle géométrique direct d'un robot permet de calculer les coordonnées opérationnelles donnant la situation de l'organe terminal en fonction des paramètres articulaires. Le problème inverse consiste à calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminal Lorsqu'elle existe, la forme explicite qui donne toutes les solutions possibles constitue le modèle géométrique inverse.

Chapitre 3 : Planification de trajectoire

3.1 Introduction

Sur un poste de travail, un robot est amené à réaliser trois grandes classes de tâches : des déplacements purs, des efforts purs et des tâches combinant des déplacements et des efforts, Ce chapitre est consacré aux méthodes de génération de mouvement dans l'espace articulaire opérationnel de puma 560 sous roboticstoolbox.

3.2 Création les liens de puma 560 sous RoboticsToolbox

Le placement des repères du bras manipulateur en utilisant la notion standard de de Denavit-Hartenberg est donnés par les Fig.2.5 et Fig.2.6. Les paramètres géométriques utilisés pour crier le modèle puma 560 dans le roboticstoolbox sont résumés dans le tableau 3.1.

Liens	α_i	a_i	θ_i	d_i
1	-90	0	θ_1	0
2	0	a_2	θ_2	0
3	-90	a_3	θ_3	d_3
4	90	0	θ_4	d_4
5	-90	0	θ_5	0
6	0	0	θ_6	0

Tableau 3.1 : les paramètres des liens pour le puma 560.

Avec :

d3	a3	d4	a2
0.149 m	0.0203 m	0.433 m	0.432 m

3.3 Animation entre deux poses sous RTB

La génération de mouvements construit la trajectoire de l'organe terminal du robot à partir des données de contraintes spatiales, ou sous la forme de points intermédiaires qui peuvent être de véritables points de passage, des points précisant les directions successives du mouvement.

Soit deux poses q_i et q_f on veut un passage entre les deux avec :

$$q_i = [\theta_1 = 0° \quad \theta_2 = 0° \quad \theta_3 = 0° \quad \theta_4 = 0° \quad \theta_5 = 0° \quad \theta_6 = 0°] \tag{3.1}$$

$$q_f = [\theta_1 = pi/2 \quad \theta_2 = 0° \quad \theta_3 = 0° \quad \theta_4 = 0° \quad \theta_5 = 0° \quad \theta_6 = 0°] \tag{3.2}$$

$$\text{Avec : } T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.4521 \\ 0 & -1 & 0 & 0.149 \\ 0 & 0 & -1 & -0.433 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.3}$$

Les résultats de simulations obtenus sont représentés par les deux figures 3.1 et 3.2 .

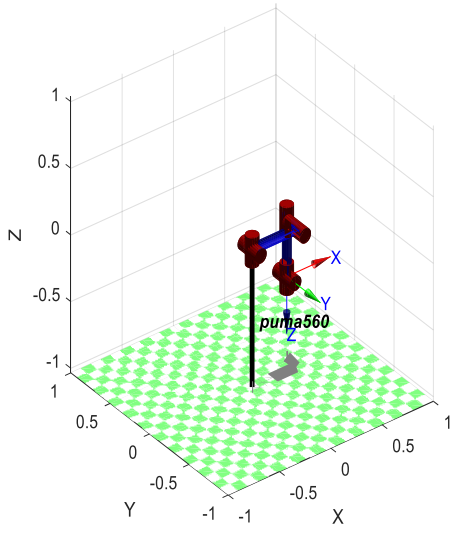


Fig.3.1 : puma560 dans la pose q*i*.

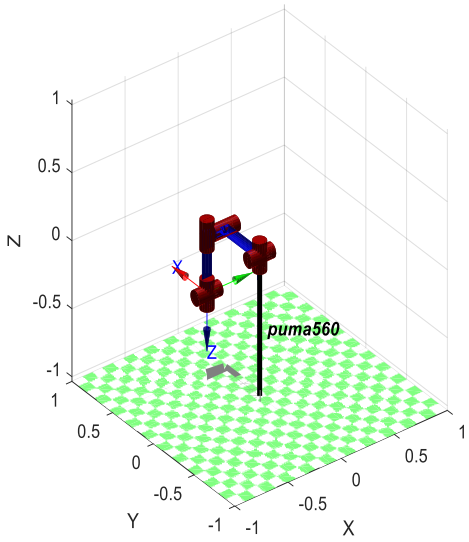


Fig.3.2 : puma560 dans la pose q_f.

Pour la pose q_i Fig.3.1 on voit que le référentiel lié à l'effecteur terminal est orienté vers le sens positive des X, par contre les Y et Z sont orientes le sens négative du repère de la base.

3.4 Génération de l'espace de travail par la méthode de simulation de Monte Carlo sous RTB :

Par définition l'espace de travail est l'ensemble des configurations accessibles par l'organe terminal du robot. Il se caractérise par l'ensemble des positions et orientations par un repère lié à son extrémité libre [16]. La détermination de l'espace de travail a un aspect très important afin de préciser ses marges de manouvre et définir l'ensemble des points atteignables pendant son fonctionnement.

Les figures 3.3, 3.4 et 3.5 représentent l'espace de travail pour Puma560 tracé par la méthode RTB dans les limites des angles :

$$-160° < \theta_1 < 160° \quad (3.4)$$

$$-45° < \theta_2 < 225° \quad (3.5)$$

$$-225° < \theta_3 < 45° \quad (3.6)$$

$$-110° < \theta_4 < 170° \quad (3.7)$$

$$-100° < \theta_5 < 100° \quad (3.8)$$

$$-260° < \theta_6 < 260° \quad (3.9)$$

Chaque point est appelé essai, nous avons forcé le robot à se rendre arbitrairement à des différentes poses, le processus a été refait plusieurs fois. Les différentes poses sont apparues sous forme de nuage, qui représentent l'espace de travail pour Puma560.

- La zone de points vide signifie que le robot ne peut pas atteindre ces points.
- La zone avec des points denses signifie que le robot peut atteindre de nombreuses positions et des orientations différents.

Les résultats de simulation sont représentés par les figures suivantes :

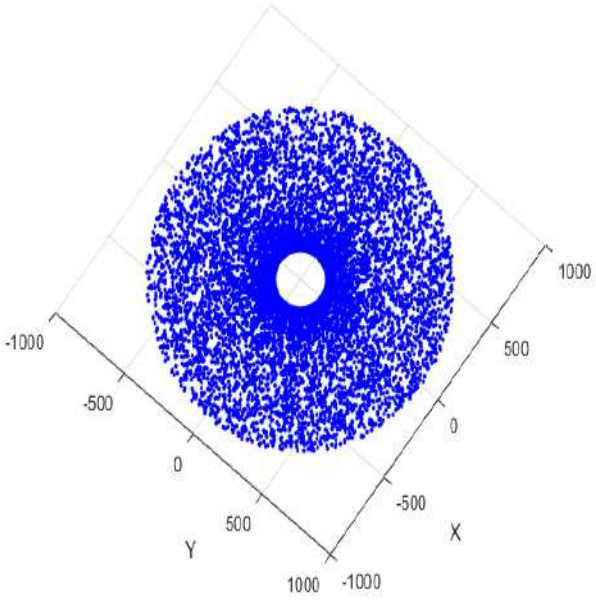


Fig.3.3 : nuage représentant l'espace de travail de puma560.

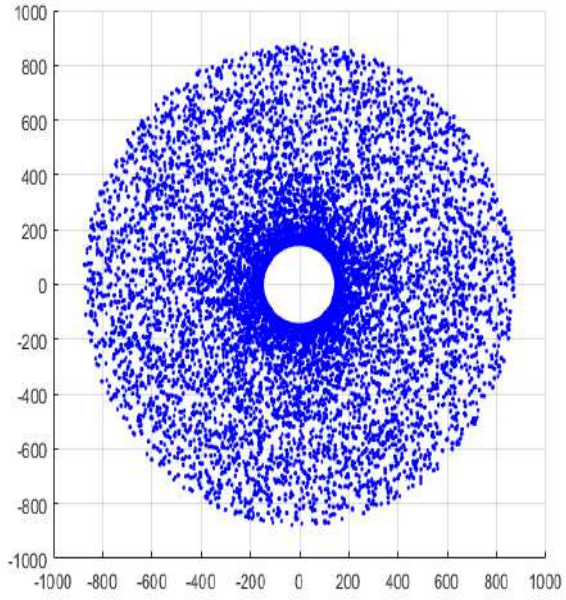


Fig.3.4: l'espace de travail de puma560 (vue dessus).

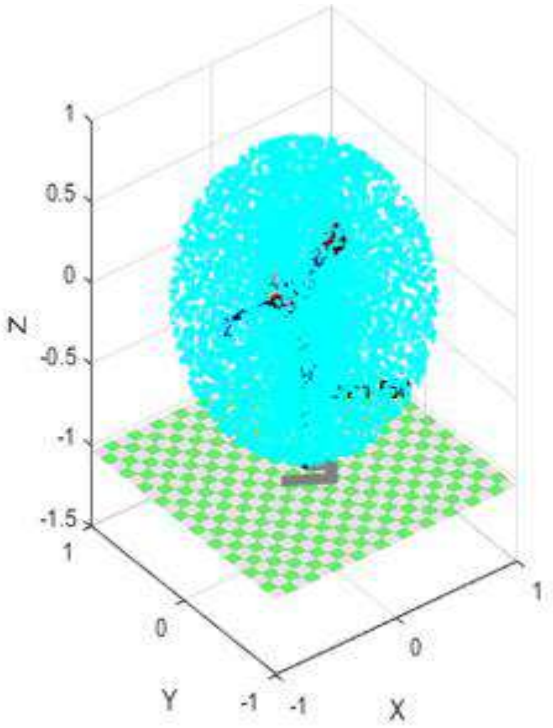


Fig.3.5 : l'espace de travail de puma560.
.

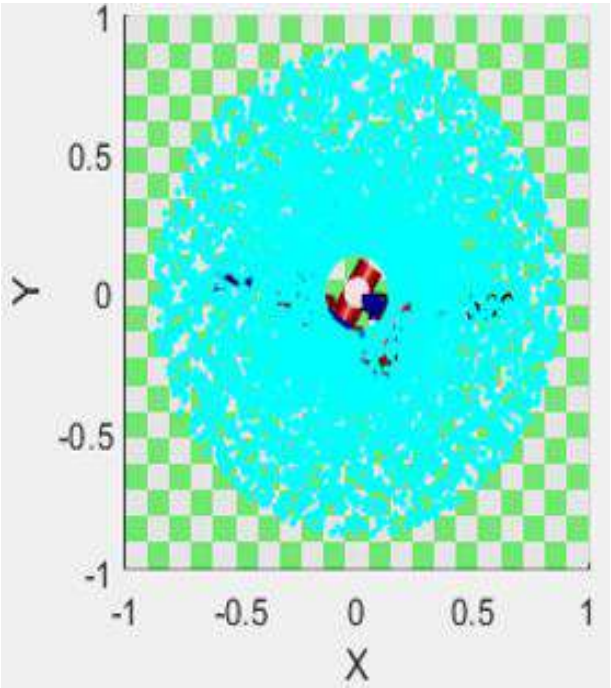


Fig.3.6 : l'espace de travail de puma560. (vue . dessus).

3.5 Planification de trajectoire

3.5.1 Dessin du chemin *x, y* de l'effecteur à partir de la planification de l'espace angulaire

Une séquence de variations des positions articulaires est générée directement dans l'espace articulaire (angulaire), elle présente plusieurs avantages :

- Le mouvement est minimal sur chaque articulation.
- Elle nécessite moins de calcul en ligne, puisqu'il n'y a pas d'appel au changeur de coordonnées.
- Le mouvement n'est pas affecté par le passage sur les configurations singulières.
- Les contraintes de vitesses et de couples maximaux sont connues avec précision puisqu'elles correspondent aux limites physiques des actionneurs.

En contrepartie, la géométrie de la trajectoire dans l'espace opérationnel ne peut pas être imposée. Entre deux points donnés, l'organe terminal se déplace de façon imprévisible mais répétitive ; il y a donc risque de collision lorsque le robot évolue dans un environnement encombré. Ce type de mouvement est par conséquent approprié a pour la réalisation des déplacements rapides dans un espace dégagé [17].

3.5.1.1 Essai 1 :

On veut tracer la trajectoire entre deux poses initiale et finale dans le plans x, y, tel que :

Pose initial $q_i = [\theta_{1i} \quad \theta_{2i} \quad \theta_{3i} \quad \theta_{4i} \quad \theta_{5i} \quad \theta_{6i}]$ (3.10)

Pose final $q_f = [\theta_{1f} \quad \theta_{2f} \quad \theta_{3f} \quad \theta_{4f} \quad \theta_{5f} \quad \theta_{6f}]$ (3.11)

Le vecteur de temps $t = [1 : 0.01 : 4]$, avec Δt pas du temps=0.01 sec. On a subdivisé le vecteur de temps en 300 pas.

On a suivi les mêmes étapes pour toutes les variables (θ_1, ...θ_6), entre les positions initiales et finales. Et à la fin, on obtient un nouveau q (3.12):

$$q = \begin{pmatrix} \theta_{1i} & \theta_{2i} & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{6i} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \theta_{2f} & \theta_{2f} & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{6f} \end{pmatrix}_{300}^{0} \tag{3.12}$$

Analyse des résultats :

La position initiale est définie par les valeurs des angles suivantes :

$$q_i = [\theta_{1i}\theta_{2i}\theta_{3i}\theta_{4i}\theta_{5i}\theta_{6i}] = [3.3004 \;\; 1.9586 \;\; 0.8934 \;\; -2.9782 \;\; 2.8025 \;\; -0.0047] \tag{3.13}$$

D'ou: $Ti = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.9985 & -0.0548 & 0.2 \\ 0 & 0.0548 & 0.9985 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (3.14)

Les translations réalisées sont :

$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{Z}$
0.3	0.2	0

Il est clair que la rotation autour de l'axe $\hat{X}$ est d'un angle π.

Pour la position finale :

$$\text{Si} q_f = \left[\theta_{1f}\theta_{2f}\theta_{3f}\theta_{4f}\theta_{5f}\theta_{6f}\right] = [2.1244\ \ 1.9586\ \ 0.8394\ \ -3.1014\ \ 2.7745\ \ 1.0549] \quad (3.15)$$

$$\text{Alor : } Tf = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.9996 & -0.0274 & -0.2 \\ 0 & 0.0274 & 0.9996 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$\hat{X}$	$\hat{Y}$	$\hat{Z}$
0.3	-0.2	0

Il est clair que la rotation autour de l'axe $\hat{X}$ est d'un angle π/2.

Sur les figures 3.6 et 3.7 on voit que l'axe $\hat{Y}$ du référentiel lié à l'effecteur terminal est orienté dans le sens inverse de l'axe $\hat{Y}$ du repére de référence donc il ya un rotation de π autour de $\hat{X}$.

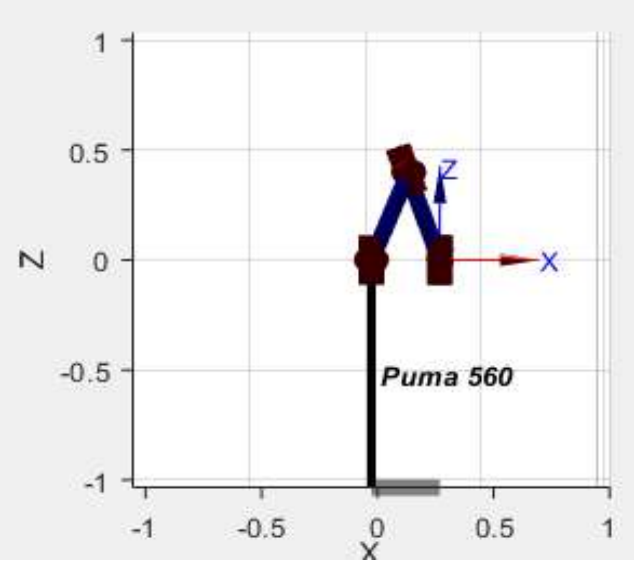


Fig.3.7: puma560 dans la pose initiale T_i dans le plan (x,z).

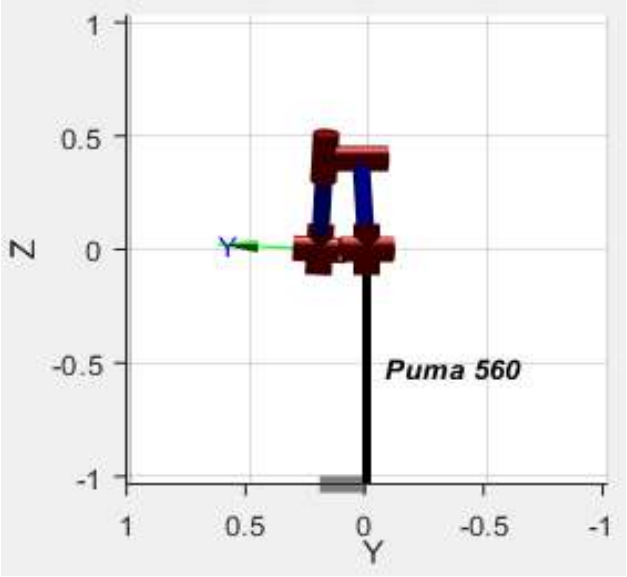


Fig.3.8: puma560 dans la pose initiale T_f dans le plan (y,z).

L'ensemble des poses q parcourus par l'effecteur sont résumés par (3.17).

$$q = \begin{pmatrix} 3.3004 & 1.9586 & 0.8934 & 0.0000 & 0.3453 & -0.0047 \\ 3.1755 & 1.9586 & 0.8394 & -2.9912 & 2.7996 & 0.1078 \\ 3.1724 & 1.9586 & 0.8394 & -2.9916 & 2.7995 & 0.1106 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2.1244 & 1.9586 & 0.8394 & -3.1014 & 2.7745 & 1.0549 \\ 2.1244 & 1.9586 & 0.8394 & -3.1014 & 2.7745 & 1.0549 \end{pmatrix}_{300}^{0} \quad (3.17)$$

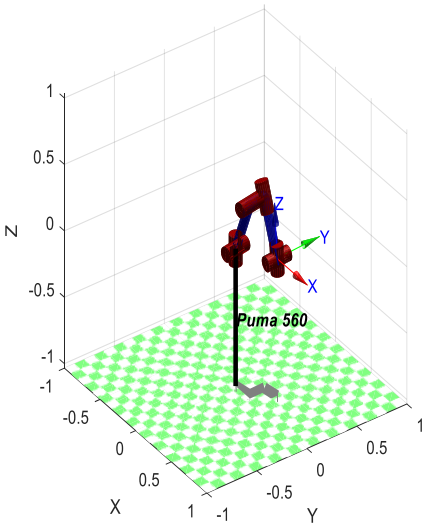


Fig.3.9 : position initiale T_i.

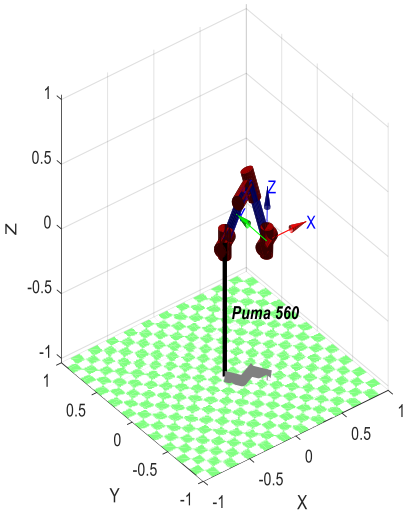


Fig.3.10 : position finale T_f.

3.5.1.2 Essai 2

Dans cet essai on utilise les mêmes données du paragraphe **3.5.1.1** pour déterminer et tracer les courbes de la vitesse angulaire et l'accélération pour les 6 joints sous RTB.

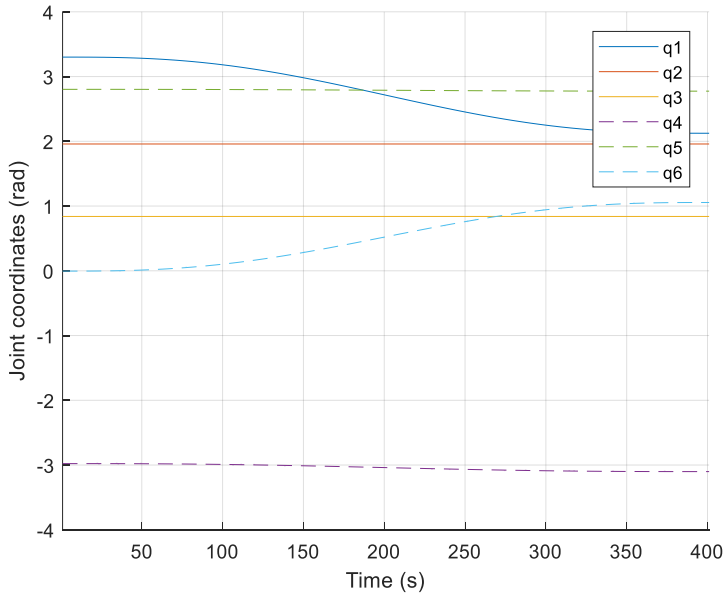


Fig.3.11 : la variation des angles articulaires le long de la trajectoire.

La Fig.3.10 représente la variation des angles, on remarque que le changement principal s'est produit par θ_1 et θ_2 alors que θ_3 reste constante.

θ_4, θ_5 et θ_6 sont des angles d'orientation. Ces angles varient avec le temps pour déterminer l'orientation du poignet pour chaque pose jusqu'à la position finale.

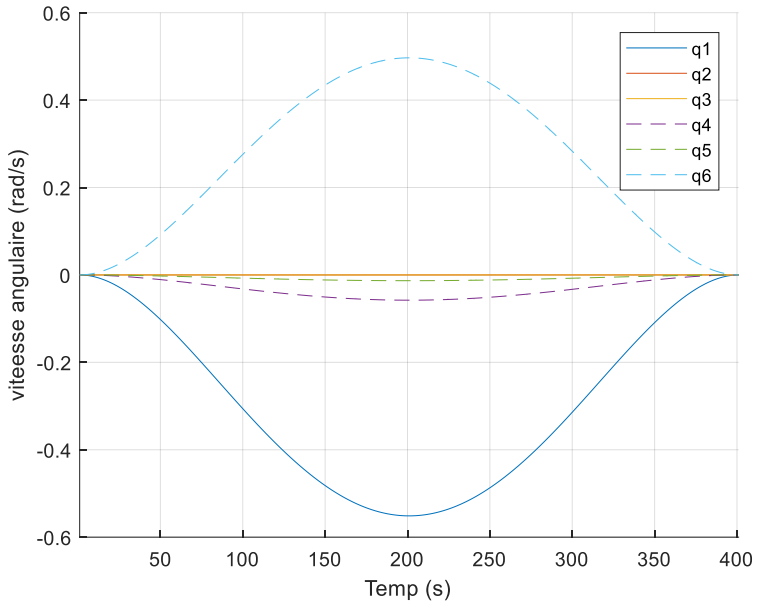


Fig.3.12 : Les vitesses angulaires des articulations le long de la trajectoire.

La Fig.3.12 représente la variation des vitesses angulaires des six joints. La vitesse de départ est égale à 0 rad/s et la vitesse finale est nulle pour chaque joint. Les vitesses q_{d2} =q_{d4}= cst=0 rad/s, puisque q_2 et q_3 sont constantes, et q_{d1}, q_{d4}, q_{d5} et q_{d6} varient de 0rad/s à t=0s à 0rad/s à t=400ms respectivement à la variation de q_1 q_4 q_5 et q_6.

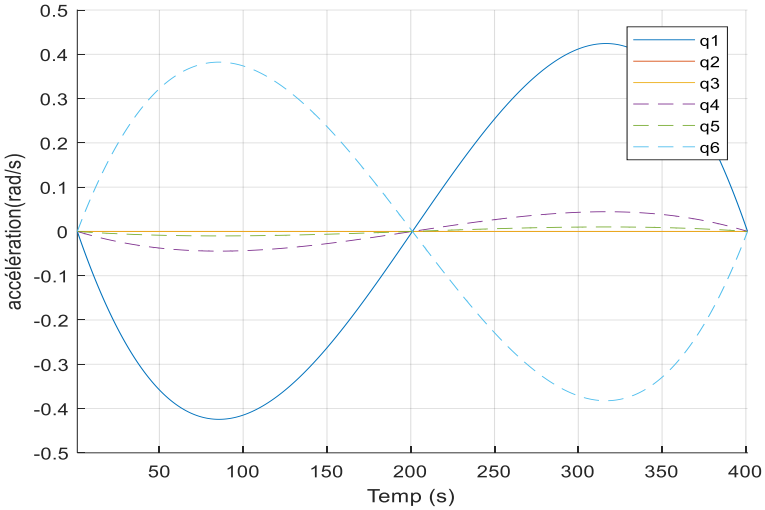


Fig.3.13 : accélération des articulations le long de la trajectoire.

La Fig.3.13 représente la variation des accélérations des six joints. L'accélération de départ est 0 rad/s^2, et l'accélération terminale est nulle pour chaque joint.

La Fig.3.14 représente les variations de la position, vitesse angulaire et l'accélération pour θ_1.

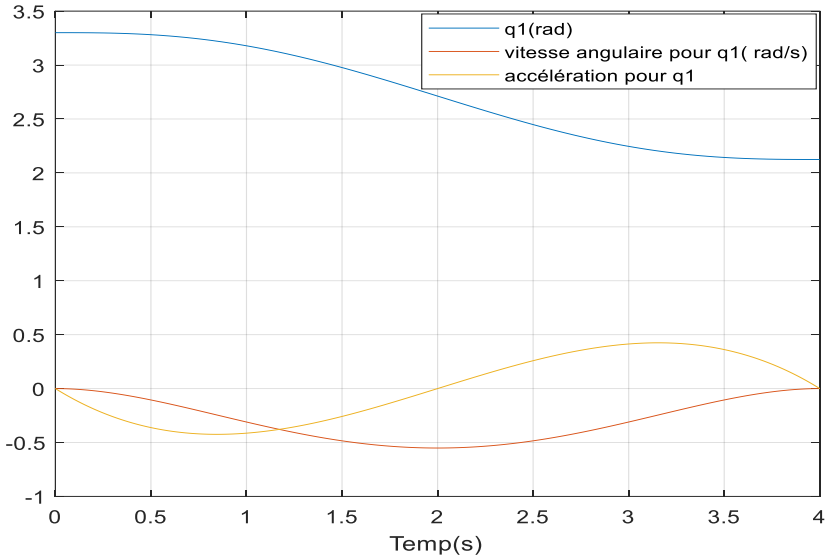


Fig.3.14 : Variation de la position angulaire, vitesse, et l'accélération angulaire pour l'articulation 1.

3.5.1.3 Essai 3

Dans cet essai la position initiale ou bien de départ du poignet est :

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.9985 & -0.0548 & 0.2 \\ 0 & 0.0548 & 0.9985 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

Et celle de la position finale est :

$$T_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.9996 & -0.0274 & -0.2 \\ 0 & 0.0274 & 0.9996 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

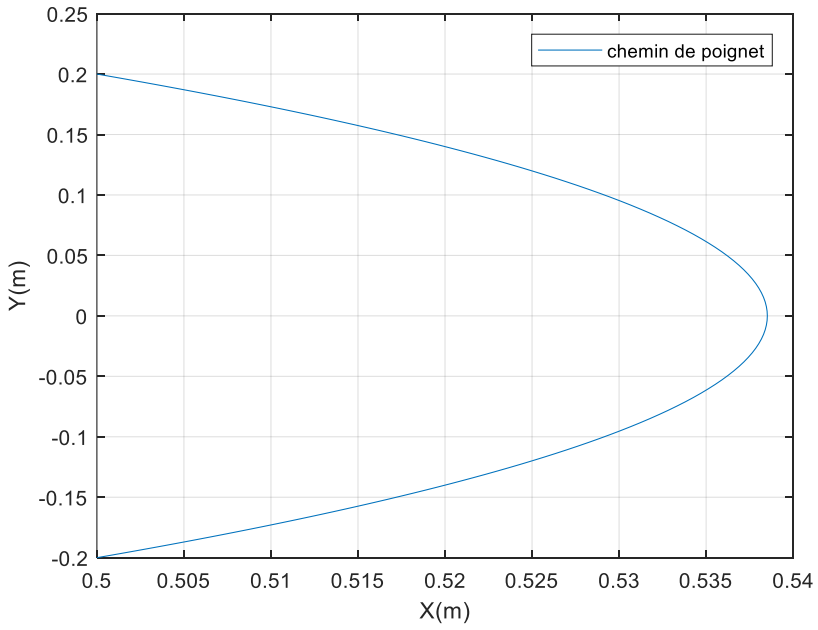


Fig.3.15 : le chemin du poignet dans le plan (x, y) le long du trajectoire.

La ligne représentée dans la courbe est un cercle, il est claire ici que l'effecteur ne se déplace pas en ligne droite, s'il y a un obstacle en face, il entrera en collision avec lui.

3.5.2 Dessin du chemin x, y du poignet à partir de la planification de trajectoire dans l'espace cartésien

La planification du mouvement dans l'espace opérationnel permet de contrôler la géométrie de la trajectoire par contre :

- Elle implique la transformation en coordonnées articulaires de chaque point de la trajectoire,
- Elle peut être mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une position singulière,
- Elle est mise en échec à chaque fois que les points de la trajectoire engendrés ne sont pas dans le volume accessible du robot,
- Les limites en vitesse et en couple des articulations étant définies dans l'espace articulaire, ces contraintes ne sont pas directement utilisables dans l'espace de la tâche, on les exprime alors par des valeurs traduisant les performances moyennes satisfaisantes quelle que soit la configuration du robot, on impose donc à ce dernier de travailler au-dessous de ses moyens réels [17].

3.5.2.1 Essai 1

Dans cette essai la position initiale est :

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.9985 & -0.0548 & 0.2 \\ 0 & 0.0548 & 0.9985 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

Et la position finale est :

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.9996 & -0.0274 & -0.2 \\ 0 & 0.0274 & 0.9996 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

3.5.2.1 Résultats de simulation

Les résultats de simulation sont représentés par les figures 3.16 et 3.17 .

On remarque que θ_2, θ_3 ont changé puisque le poignet a été forcé à suivre un chemin linéaire (une droite).

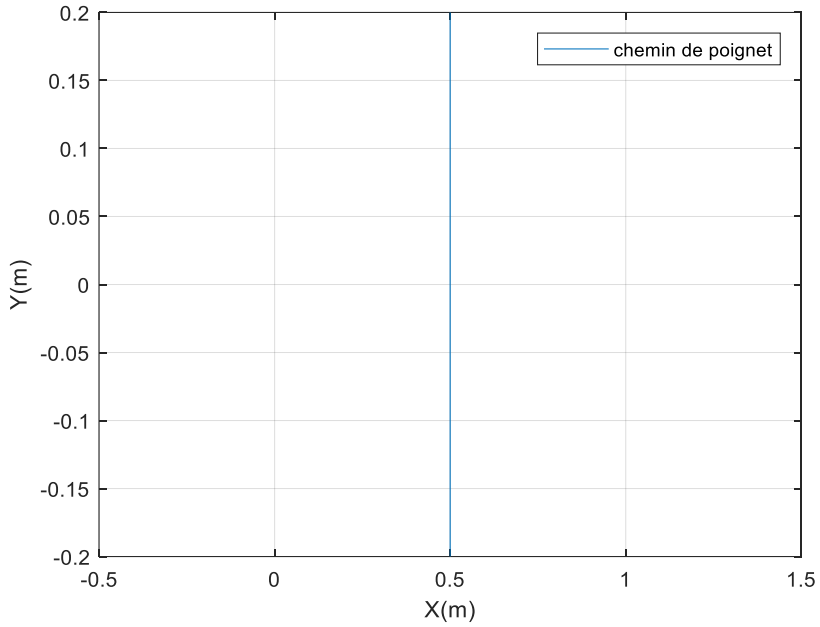


Fig.3.16: le chemin du poignet dans le plan (x,y) le long de trajectoire.

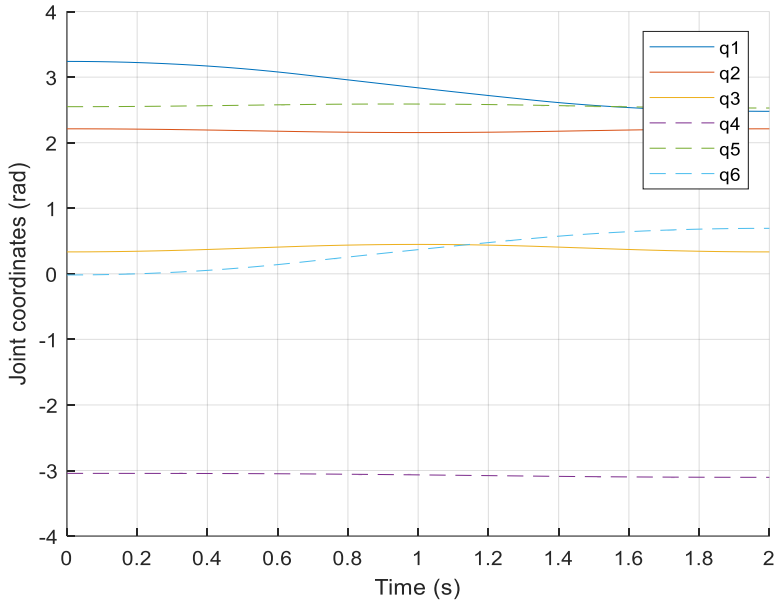


Fig.3.17 : variation des angles articulaires le long de la trajectoire.

3.6 Comparaison entre les deux méthodes de génération de mouvement :

On a utilisé les mêmes conditions pour les deux méthodes de génération de trajectoire, la Fig.3.17 montre les deux courbes de variation des angle pour chaque méthode.

La différence entre la variation d'angle de chaque articulation pour chaque méthode de planification du mouvement, est la raison pour laquelle le mouvement du poignet est devenu soit une ligne droite soit un cercle Fig.3.18.

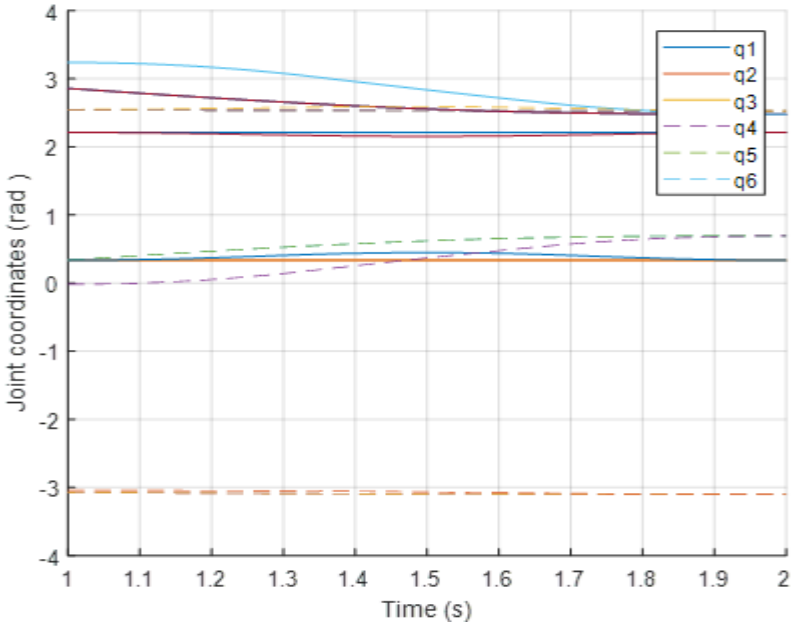


Fig.3.18 : Comparaison entre les deux méthodes de génération de trajectoires.

3.7 Notions générales de la méthode utilisé dans RTB pour générer la planification de trajectoire :

La méthode RTB emploi un polynôme quintique (quintique :polynôme de l'ordre 5), et comme on a 6ddl ce polynôme est de la forme :

$$\theta(t) = At^5 + Bt^4 + Ct^3 + Dt^2 + Et + F \tag{3.22}$$

C'est un polynôme qui décrit le déplacement en fonction du temps.

Avec :

$\theta(t)$: Est le déplacement entre la première pose et la pose finale : $\theta(0) = \theta_{initial}$; $\theta(T) = \theta_{final}$

$\dot{\theta}$: Vélocité entre la première pose et la pose finale : $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}(T) = 0$.

$\ddot{\theta}(t)$: Accélération entre la première pose et la pose finale : $\ddot{\theta}(0) = \ddot{\theta}(T) = 0$.

En dérivant l'équation (3.13) :

$$\dot{\theta}(t) = 5At^4 + 4Bt^3 + 3Ct^2 + 2Dt^1 + E \tag{3.23}$$

$$\ddot{\theta}(t) = 20At^3 + 12Bt^2 + 6Ct^1 + 2D \tag{3.24}$$

Mettant les équations (3.22), (3.23), et (3.24) sous forme matricielle d'ordre 6 on aura :

$$\begin{bmatrix} \theta_{initial} \\ \theta_{final} \\ \dot{\theta}(0) \\ \dot{\theta}(T) \\ \ddot{\theta}(0) \\ \ddot{\theta}(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ T^5 & T^4 & T^3 & T^2 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5T^4 & 4T^3 & 3T^2 & 2T^1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20T^3 & 12T^2 & 6T^1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

θ=A x, avec :

$$\theta(0) = \theta_{initial} = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + F = F \tag{3.26}$$

$$\theta(T) = \theta_{final} = AT^5 + BT^4 + CT^3 + DT^2 + ET + F \quad (3.27)$$

$$\dot{\theta}(0) = 0 = E \quad (3.28)$$

$$\dot{\theta}(T) = 0 = 5AT^4 + 4BT^3 + 3CT^2 + 2DT^1 + E \quad (3.29)$$

$$\ddot{\theta}(0) = 0 = 2D \quad (3.30)$$

$$\ddot{\theta}(T) = 0 = 20AT^3 + 12BT^2 + 6CT^1 + 2D \quad (3.31)$$

Identification des paramètres : A, B, C, E, D, F.

De l'équation (3.25) on a $\theta = A\,X$,en multipliant cette relation par A^{-1} on aura : $A^{-1}\theta = A^{-1}A\,X$ donc :

$$X = A^{-1}\theta \quad (3.32)$$

Essai :

On a : $\theta = [\theta_i, \theta_f, \dot{\theta}(0), \ddot{\theta}(T), \ddot{\theta}(0), \ddot{\theta}(T) = [\frac{\Pi}{3}, \Pi, 0,0,0,0]$ (3.33)

$$\begin{bmatrix} \frac{\Pi}{3} \\ \Pi \\ \dot{\theta}(0) \\ \dot{\theta}(T) \\ \ddot{\theta}(0) \\ \ddot{\theta}(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ T^5 & T^4 & T^3 & T^2 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5T^4 & 4T^3 & 3T^2 & 2T^1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20T^3 & 12T^2 & 6T^1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Premièrement nous avons défini le domaine du temps `t=[0:dt:3]`.Les valeurs du vecteur X obtenons sont :

- $A = 0.0776$ (3.35)
- $B =$ -0.5818 (3.36)
- $C = 1.1636$ (3.37)
- $D =0$ (3.38)
- $E =0$ (3.39)
- $F = 1.5708$ (3.40)

La valeur de *F* est constante car à $t = 0s \rightarrow \theta_i = \frac{\Pi}{2}$; $F =$1.5708.

La figure 3.19 représente la variation de θ(t), $\theta(t)$, et $\ddot{\theta}(t)$.

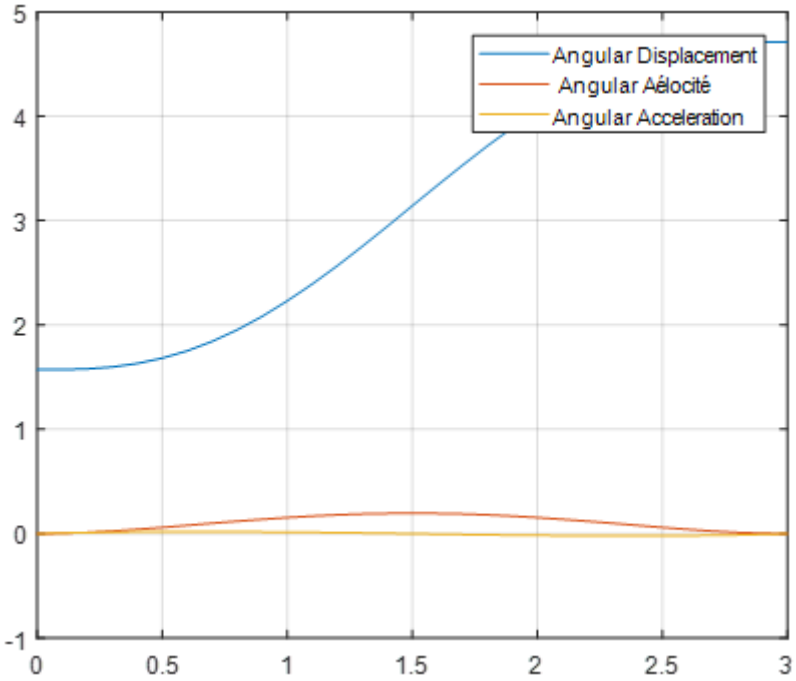


Fig.3.19 : Génération de la vélocité et l'accélération pour le déplacement entre la pose l'initiale et la pose finale.

La Fig.3.19 montre que :

- Le déplacement effectué est de $\theta_i = \frac{\Pi}{2}$ à $\theta_f = \Pi$.
- la vélocité $\dot{\theta}(0)_i = 0$ à $\dot{\theta}(0)_f = 0$
- l'accélération de : $\ddot{\theta}(0)_i = 0$ à $\ddot{\theta}(0)_f = 0$.

3.8 Conclusions :

La planification de trajectoire est très importante, elle permet de préciser le chemin par lequel le bras manipulateur se déplace du moment de son départ jusqu'à sa position finale, ce qui rend le robot capable d'éviter une collision avec l'environnement circonvoisin et permet également de contrôler le temps de déplacement.

La planification de mouvement suivie à l'aide de RoboticsToolbox emploi deux méthodes principales qui sont :

A . La planification de mouvement dans l'espace cartésien : le mouvement entre position initiale et la position finale est une ligne droite, Elle implique la transformation en coordonnées articulaires de chaque point de la trajectoire, Elle peut être mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une position singulière.

B . La planification de mouvement dans l'espace angulaire : le mouvement entre la position initial et la position finale est un mouvement aléatoire et inattendu de type circulaire ; la séquence de variations des positions articulaires est générée directement dans l'espace articulaire, cette méthode présente plusieurs avantages, à titre d'exemple :

Le mouvement n'est pas affecté par le passage sur les configurations singulières et Les contraintes de vitesses et de couples maximaux sont connues avec précision puisqu'elles correspondent aux limites physiques des actionneurs. En contrepartie, il y a risque de collision lorsque le robot évolue dans un environnement encombré. Ce type de mouvement est par conséquent approprié pour réaliser des déplacements rapides dans un espace dégagé.

Le choix d'une méthode de génération de mouvement dépend de l'application considérée. Chaque approche à ses propres limites inhérentes au fait que les contraintes sont exprimées soit dans l'espace articulaire (vitesses, couples, butées, …), soit dans l'espace opérationnel (précision, obstacles, …).

Chapitre 4 : Modélisation cinématique

4.1 Introduction

Le modèle cinématique exprime les relations entre les vitesses articulaires de chaque joint et les vitesses articulaires d'un point de la chaine cinématique, généralement de l'organe terminal.

La cinématique directe permet de realiser des mouvements d'arcs précis et bien définis, puisqu'on contrôle directement les rotations des articulations. Par contre dans la modélisation cinématique inverse à partir d'un point de l'espace à atteindre, la configuration géométrique (dépendant des angles articulaires) doit être déduite.

4.2 Définition Jacobien

Supposons qu'on a n fonctions $f_{i...n}$ de m variables $X_{1...m}$.

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots\dots, x_m) \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots\dots, x_m) \\ &\vdots \\ y_n &= f_n(x_1, x_2, \dots\dots, x_m) \end{aligned} \tag{4.1}$$

Ce qui peut être mis sous forme matricielle : *Y =F (X)*.

Exprimons les différentielles des y_i :

$$\begin{aligned} dy_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2}dx_2 + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial x_m}dx_m \\ dy_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}dx_2 + \cdots + \frac{\partial f_2}{\partial x_m}dx_m \\ &\vdots \\ dy_n &= \frac{\partial f_n}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f_n}{\partial x_2}dx_2 + \cdots + \frac{\partial f_n}{\partial x_m}dx_m \end{aligned} \tag{4.2}$$

Ce qui peut être mis sous forme matricielle : $\boldsymbol{dy = \frac{\partial f}{\partial x} dx}$

La matrice $\boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}}$ est appelée *Jacobien* de F.

Le Jacobien est souvent noté J. En robotique, il dépend de X car F est non-linéaire :

$$J(X) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\frac{\partial f_1}{\partial x_1}} & \cdots & \boldsymbol{\frac{\partial f_1}{\partial x_m}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\frac{\partial f_n}{\partial x_1}} & \cdots & \boldsymbol{\frac{\partial f_n}{\partial x_m}} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

4.3 Le Jacobien inverse

Comme on a : *dY= JdX*, en divisant tout par *dt*, on obtient :

$$\frac{dY}{dt} = J(X)\frac{dY}{dt} \Leftrightarrow \dot{Y} = J(X)\dot{X} \tag{4.4}$$

Le Jacobien donne donc la vitesse de Y en fonction de la vitesse de X pour une position X. Si X change, il faut recalculer J(X).

La vitesse de X en fonction de la vitesse de Y s'obtient naturellement à l'aide de la relation :

$$\dot{X} = J^{-1}(X)\dot{Y} \tag{4.5}$$

Où J^{-1} est le Jacobien inverse de F en X (s'il existe).

4.4 Jacobien direct d'un robot

Soit un robot série possédant n articulations et dont les variables articulaires sont notées q_1 à q_n et $q = [q_1 q_2 \cdots q_n]^T$, le vecteur des coordonnées articulaires. Soit V_{0n} la vitesse de l'origine du repère lié à l'organe terminal exprimé dans le repère de base et ω_{0n} les coordonnées du vecteur vitesse de rotation de l'organe terminal dans le repère de base.

On a:

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{0n} \\ {}^0\omega_{0n} \end{bmatrix} = {}^0\hat{C}_{0n} = J\dot{q} \tag{4.6}$$

${}^0\hat{C}_{0n}$: Torseur cinématique de R_n.

J est appelé *Jacobien direct* du robot.

4.5 Jacobien inverse d'un robot

Soit J le Jacobien direct d'un robot à n axes liant la vitesse de l'organe terminal aux n vitesses articulaires :

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{0n} \\ {}^0\omega_{0n} \end{bmatrix} = J\dot{q} \tag{4.7}$$

Le *Jacobien inverse* du robot permet d'obtenir, si elles existent, les vitesses articulaires en fonction de la vitesse de l'organe terminal :

$$\dot{q} = J^+ \begin{bmatrix} {}^0V_{0n} \\ {}^0\omega_{0n} \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

Avec J^+ le pseudo-inverse de J : $J^+ = (J^T J)^{-1} J^T$

4.6 Modélisation cinématique robot

Le modèle cinématique direct (MCD) d'un robot manipulateur décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires [16]. Il s'écrit :

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = J(q)\dot{q} \tag{4.9}$$

Le vecteur $\mathcal{V}$ est le vecteur de vitesse de l'effecteur terminal, il définit sa position et son orientation. On définit aussi le vecteur de vitesse :

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

Il est composé de la vitesse linéaire en fonction des coordonnées cartésiennes$(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$, et la vitesse de l'orientation de l'effecteur $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ avec :

ω_x : représente la rotation autour de $\hat{X}$.

ω_y: représente la rotation autour de $\hat{Y}$.

ω_z: représente la rotation autour de $\hat{Z}$.

Remarques

- Le nombre de colonne dans $\dot{q}$ dépend du nombre de dégrée de liberté du bras manipulateur étudié.
- Le nombre de ligne dans $\dot{q}$ dépend du nombre de dégrée de liberté de l'espace

L'équation (4.9) décrivant l'équation du MCD représentant la vitesse de l'organe terminal dans l'espace opérationnel en fonction des vitesses articulaires.

$$V = \begin{bmatrix} \frac{\delta x'}{\delta q_1'} & \frac{\delta x'}{\delta q_2'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta x'}{\delta q_n'} \\ \frac{\delta y'}{\delta q_1'} & \frac{\delta y'}{\delta q_2'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta y'}{\delta q_n'} \\ \frac{\delta z'}{\delta q_1'} & \frac{\delta z'}{\delta q_2'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta z'}{\delta q_n'} \\ \frac{\delta \omega_X}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_2'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_n'} \\ \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_2'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_n'} \\ \frac{\delta \omega_z}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_2'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_n'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Avec : J(q) est matrice Jacobien.

4.7 Modèle cinématique inverse (MCI)

Le modèle cinématique inverse (MCI) donne les vitesses articulaires correspondantes à une vitesse désirée de l'organe terminal. Le modèle est décrit par l'équation :

$$V\,\boldsymbol{J^{-1}}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{I}\dot{q} \quad (4.12)$$

Le modèle cinématique inverse s'obtient par la résolution d'un système d'équations linéaires soit analytiquement, ou numériquement. Les solutions analytiques diminuent le nombre d'opérations de façon remarquable en comparaison avec les solutions numériques, mais il faut traiter les cas singuliers séparément. Les solutions numériques sont plus générales et traitent tous les cas de la même façon.
L'intérêt de la matrice Jacobien est multiple [12], [16] :

- Elle est la base du modèle différentiel inverse, permettant de calculer une solution locale des variables articulaires q en connaissant les coordonnées opérationnelles *X*.
- En statique, on utilise le Jacobien pour établir la relation qui lie les efforts exercés par l'organe terminal sur l'environnement aux forces et couples des actionneurs.
- Elle facilite le calcul des singularités et la dimension de l'espace opérationnel accessible du robot [17], [18].

4.8 La matrice Jacobien pour le puma560

Dans le cas de puma560 qui est un robot à 6 *DDL*, le Jacobien est une matrice carré de l'ordre de 6*6 et $\dot{q}$ est de rang 6.

$$V = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x'}{\delta q_1'} & \frac{\delta x'}{\delta q_2'} & \frac{\delta x'}{\delta q_3'} & \frac{\delta x'}{\delta q_4'} & \frac{\delta x'}{\delta q_5'} & \frac{\delta x'}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta y'}{\delta q_1'} & \frac{\delta y'}{\delta q_2'} & \frac{\delta y'}{\delta q_3'} & \frac{\delta y'}{\delta q_4'} & \frac{\delta y'}{\delta q_5'} & \frac{\delta y'}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta z'}{\delta q_1'} & \frac{\delta z'}{\delta q_2'} & \frac{\delta z'}{\delta q_3'} & \frac{\delta z'}{\delta q_4'} & \frac{\delta z'}{\delta q_5'} & \frac{\delta z'}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_X}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_z}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_6'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

4.9 Le Jacobien inverse et singularité

Le Jacobien décrit la relation entre la vitesse de l'effecteur et les vitesses articulaires. Dans l'étude des robots on s'intéresse plus au model cinématique inverse, puisque à partir d'un point de l'espace à atteindre, on doit définir la configuration géométriques (angles et vitesse articulaires).

Dans le cas des matrices singulières, det(J=0), il existe au moins une direction dont on peut faire déplacer l'organe terminal, quelles que soit les vitesses articulaires. Cela signifie que le rang (J(q))<6, par exemple si $\theta_5 = 0$ (cas d'un puma560), alors $\hat{Z}_4$ et $\hat{Z}_6$ on la même direction, donc le nombre de dégrée de liberté devient 5 dans cette position (on perd un degré de liberté), si on varie θ_4 ou θ_6 le nombre de degrés de liberté reste 5, mais pour $\theta_5 \neq 0$ on garde les *6 ddl*.

4.10 Calcul des éléments du Jacobien manuellement sous Matlab

4.10.1 Les éléments du Jacobien pour la translation

Pour calculer les éléments de la Jacobienne, on construit le Puma560 sous RTB, et on définit les poses initiale q_n et pose finale par exemple: $q_n = [0 \quad 0.7854 \; 3.1416 \;\; 0 \;\; 0.7854 \;\; 0\;] rad$). (4.14)

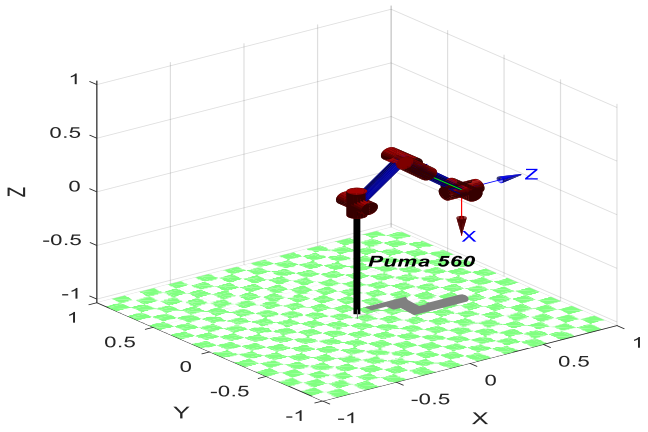


Fig.4.1: puma 560 dans la position q_n.

A partir de cette pose l'organe terminal bouge aves un pas de $dq1 = 1e-9$ rad, jusqu'à ce qu'il atteint la pose finale, (le mouvement est relative à q_1 seulement).

Donc la nouvelle pose est: $q1 = q_n + [dq \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$. (4.15)

Remarque : Quand θ_1 change ceci affecte l'effecteur terminal précisément les cordonnées (x,y).

Ensuite on calcule la dérivée.

$$T' = \lim_{\Delta q1 \to 0}\left(\frac{\Delta T}{\Delta q1}\right) = \frac{dT}{dq1} = \frac{TP1 - T_0}{dq1} = \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta x'}{\delta q_1'} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta y'}{\delta q_1'} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\delta z'}{\delta q_1'} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Avec :

T_0 : la pose initiale.

Tp1 : la nouvelle pose.

$$TP1 = \begin{bmatrix} 0 & -0 & 1 & 0.5963 \\ 0 & 1 & 0 & -0.15 \\ -1 & 0 & 0 & -0.01435 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\text{et } T_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.5963 \\ 0 & 1 & 0 & -0.1501 \\ -1 & 0 & 0 & -0.01435 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\text{Alors : } T' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -0 & 0.1500 \\ -0 & -0 & 1 & 0.5963 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Et de là : $\left[\frac{\delta x'}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta y'}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta z'}{\delta q_1'}\right] = [0.1500 \quad 0.5963 \quad 0]\frac{m/_s}{rad/_s}$ si $q_1' = 1\, rad/_s$

$\left[\frac{\delta x'}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta y'}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta z'}{\delta q_1'}\right]$ représentent les coefficients de q_1 par rapport à x', y', z'.

Remarque: $\frac{\delta z'}{\delta q_1'} = 0$ car seulement θ_1 a changé.

De la même méthode on a calculé les autres éléments du Jacobien présentant la translation.

Les résultats du programme :

$$\left[\frac{\delta x'}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta y'}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta z'}{\delta q_1'}\right] = [0.1500 \quad 0.5963 \quad 0] \quad (4.19)$$

$$\left[\frac{\delta x'}{\delta q_2'} \quad \frac{\delta y'}{\delta q_2'} \quad \frac{\delta z'}{\delta q_2'}\right] = [0.0144 \quad 0 \quad 0.5963] \quad (4.20)$$

$$\left[\frac{\delta x'}{\delta q_3'} \quad \frac{\delta y'}{\delta q_3'} \quad \frac{\delta z'}{\delta q_3'}\right] = [0.3197 \quad 0 \quad 0.2910] \quad (4.21)$$

$$\left[\frac{\delta x'}{\delta q_4'} \quad \frac{\delta y'}{\delta q_4'} \quad \frac{\delta z'}{\delta q_3'}\right] = [0 \quad 0 \quad 0] \quad (4.22)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta x'}{\delta q_5'} & \frac{\delta y'}{\delta q_5'} & \frac{\delta z'}{\delta q_5'} \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0] \tag{4.23}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta x'}{\delta q_6'} & \frac{\delta y'}{\delta q_6'} & \frac{\delta z'}{\delta q_6'} \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 0] \tag{4.24}$$

Donc :

$$J(q_1) = \begin{bmatrix} 0.1500 & 0.0144 & 0.3179 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5963 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5963 & 0.02910 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\delta \omega_X}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_6'} \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

Remarques :

Pour q_2 (épaule), seuls (x et z) varient, et la variation de x est moins que celle de z, en raison du mouvement de l'épaule.

4.10.2 Les éléments de Jacobien pour l'orientation

Après avoir déterminer les valeurs des vitesses de translation, on s'intéresse dans cette partie à déterminer les vitesses de rotation ω à partir de T.

La détermination de ω à partir de T' se fait selon le processus suivant :

Pour q_1 :

On a la matrice de rotation pour T_0 (équation 4.17) est égale à :

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

La matrice de rotation pour T' -Voir l'équation (4.18) – est égale à :

$$R' = drdq1 = \begin{bmatrix} 1 & -0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

Finalement par multiplication de (4.26) et (4.27) nous obtenons :

$$S1 = R^{-1} * R' = R^T * drdq1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\delta \omega_z}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_y}{\delta q_1'} \\ \frac{\delta \omega_z}{\delta q_1'} & 0 & -\frac{\delta \omega_x}{\delta q_1'} \\ -\frac{\delta \omega_y}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_x}{\delta q_1'} & 0 \end{bmatrix} \tag{4.28}$$

Avec : $S1$ c'est une matrice antisymétrique qui représente la vélocité angulaire.

Alors on arrive à :

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta \omega_x}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_y}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_z}{\delta q_1'} \end{bmatrix} = [-0 \quad -0 \quad 1] \tag{4.29}$$

De la même méthode on a calculé les autres éléments du Jacobien pour la rotation

Les résultats de calcul sont :

$$\left[\frac{\delta\omega_x}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta\omega_y}{\delta q_1'} \quad \frac{\delta\omega_z}{\delta q_1'}\right] = [-0 \quad -0 \quad 1] \tag{4.30}$$

$$\left[\frac{\delta\omega_x}{\delta q_2'} \quad \frac{\delta\omega_y}{\delta q_2'} \quad \frac{\delta\omega_z}{\delta q_2'}\right] = [0 \quad -1 \quad 0] \tag{4.31}$$

$$\left[\frac{\delta\omega_x}{\delta q_3'} \quad \frac{\delta\omega_y}{\delta q_3'} \quad \frac{\delta\omega_z}{\delta q_3'}\right] = [0 \quad -1 \quad 0] \tag{4.32}$$

$$\left[\frac{\delta\omega_x}{\delta q_4'} \quad \frac{\delta\omega_y}{\delta q_4'} \quad \frac{\delta\omega_z}{\delta q_4'}\right] = [0.7071 \quad -0 \quad -0.7071] \tag{4.33}$$

$$\left[\frac{\delta\omega_x}{\delta q_5'} \quad \frac{\delta\omega_y}{\delta q_5'} \quad \frac{\delta\omega_z}{\delta q_5'}\right] = [0 \quad -1 \quad 0] \tag{4.34}$$

$$\left[\frac{\delta\omega_x}{\delta q_6'} \quad \frac{\delta\omega_y}{\delta q_6'} \quad \frac{\delta\omega_z}{\delta q_6'}\right] = [1 \quad -0 \quad -0] \tag{4.35}$$

la matrice de Jacobéen pour cette pose ($q1 = q_n + [dq \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$) est égale à:

$$\boldsymbol{J(q)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.1500} & \mathbf{0.0144} & \mathbf{0.3179} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0.5963} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0.5963} & \mathbf{0.02910} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0.7071} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-0} & \mathbf{-1} & \mathbf{-1} & \mathbf{-0} & \mathbf{-1} & \mathbf{-0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{-0.7071} & \mathbf{0} & \mathbf{-0} \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

On voit que les éléments de la matrice J relatives aux vitesses angulaires ($\theta_4, \theta_5 et\ \theta_6$) sont nuls, (les éléments encadrés dans (4.36), ceci est expliqué par le fait que puma 560 est un bras manipulateur à poignet sphérique. Donc la vitesse angulaire n'affecte pas la position du poignet, et par conséquent $[x', y', z']$.

Finalement on résume les étapes de calcul du Jacobien en 8 étapes comme suit :

- Etape 1 : définir le vecteur de position présentant toutes les joint de bras manipulateur étudie, et déterminer T_0 (pose q_0).
- Etape 2 : établir un déplacement élémentaire selon q_1 (dq_1) dans le but de voir l'effet du changement de $q_1$sur le reste des variables articulaires ($q_1, q_2, q_4, q_3, q_5, q_6$).
- Etape 3 : calcul du nouveau vecteur de joint : $q1 = q_0 + [dq_1 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$. (4.37)
- Etape 4 : déterminer $TP1$ et cella représente $q_0 + dq$: signifie que le bras manipulateur déplacer de T_0 à $TP1$, nous avons donc un changement sur la translation (w, y, z)et sur l'orientation sous un angle.
- Etape 5 : calcul de $T' = \lim_{\Delta q1 \to 0} \left(\frac{\Delta T}{\Delta q1}\right) = \frac{dT}{dq} = \frac{TP1-T0}{dq} = dTdq_1$ numériquement. (4.38)
- ETAPE 6 : calculer les coefficients de q_1 par rapport à q.
- Etape 7 : identifier les éléments du Jacobien relative à la translation.
- Etape 8 : Déterminer matrice de la vitesse angulaire $S = R' * R^{-} = dRdq_1 * R^T$.

$$S = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & \omega_y \\ -\omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$

4.11 La Manipulabilité

C'est un concept fondé par le scientifique japonais Yoshikawa [19], il permet de connait si une pose dont laquelle un robot se trouve est confortable et loin de la singularité.

La manipulabilité est définis par l'expression suivante :

$$M = \det(J(q) * J(q)') \quad (4.39)$$

Remarque : dans le cas de singularité la valeur de *M* est proche de zéro.

4.12 La singularité

La singularité signifie le cas où un robot (bras manipulateur) doit avoir des vitesses de joints très élevés (infinies), pour terminer son chemin [16].

Dans le model puma560 en considérant les trois repères {4}, {5} et {6}, dans le cas on ($\theta_5 = 0$), $\hat{Z}_4$ et $\hat{Z}_6$ sont dans le même sens. Alors pour $\theta_5 = 0 \longrightarrow \hat{Z}_4 \equiv \hat{Z}_6$.

4.12.1 Essai 1

On a réalisé les 2 essais qui viennent pour l'étude des cas de singularité pour puma 560.

1- Dans l'essai 1 on passe de T_i à T_f en ligne droite par la méthode de la planification de trajectoire dans l'espace cartésien.

2- Dans l'essai 2 passer de q_i à q_f par la méthode de planification de trajectoire dans l'espace angulaire.

Avec :

$$T_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.55 \\ 0 & 1 & 0 & 0.2 \\ -1 & 0 & 0 & 0.44 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, q_i = [3.2311 \quad 1.8873 \quad -0.3382 \quad -1.3338 \quad 0.0921 \quad -1.8088]$$

$$T_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.55 \\ 0 & 1 & 0 & -0.2 \\ -1 & 0 & 0 & 0.44 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, q_f = [2.5335 \quad 1.8873 \quad -0.3382 \quad -1.5397 \quad 0.6084 \quad 1.6087]$$

La Fig.4.2 représente la variation des coordonnées de chaque joint dans l'espace cartésien entre T_i et T_f, on sait que lorsque $\theta_5 = 0$, il y a une singularité, on voit sur la Figure 4.2 que lorsque $\theta_5 = 0$ θ_6 et θ_4 changent leurs vitesses pour s'assurer que le mouvement est linéaire, par contre sur la Figure 4.3 on voit que le mouvement n'est pas affecté par le passage sur les configurations singulières.

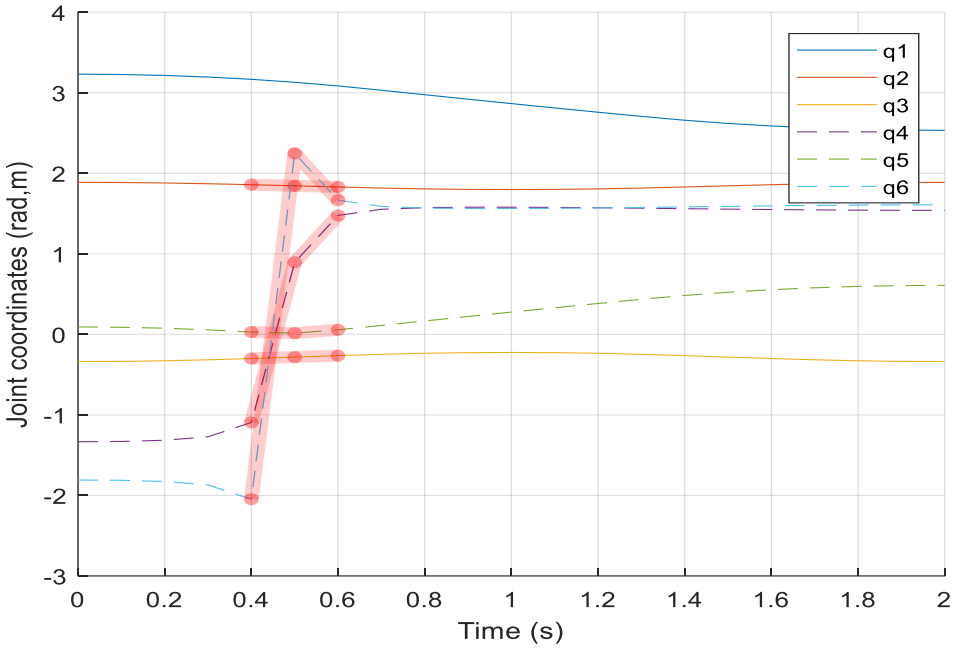


Fig.4.2 : Variation des angles articulaires dans l'espace cartésien lorsque on parcoure le chemin entre T_i et T_f .

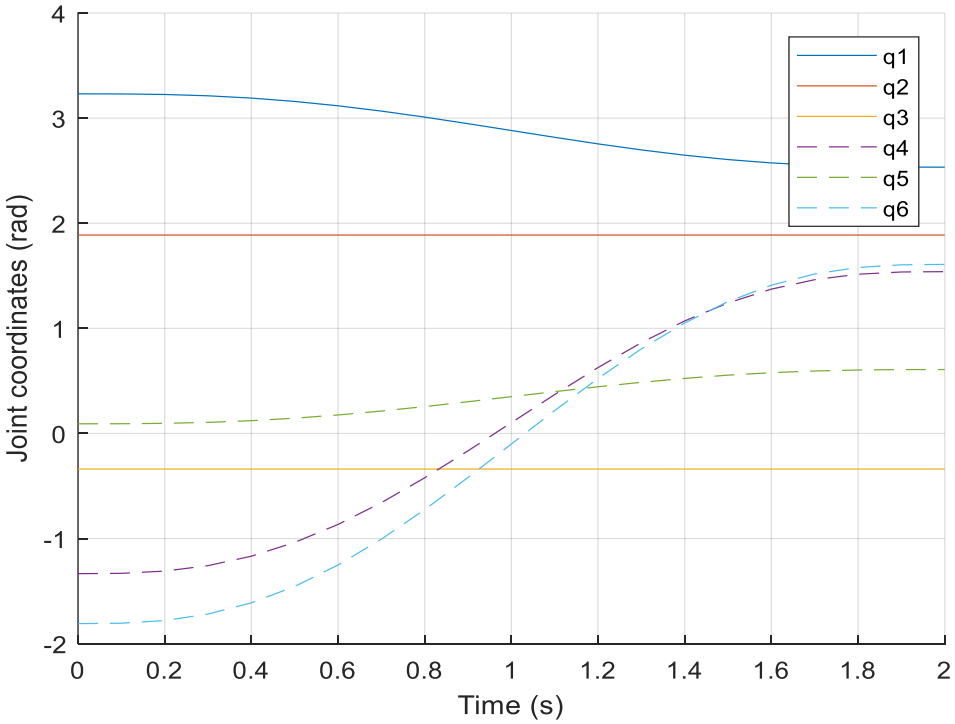


Fig.4.3 : Variation des angles articulaires dans l'espace cartésien lorsque on parcoure le chemin entre T_i et T_f .

Remarque

- ✓ La singularité n'affecte pas tous les types de mouvement.
- ✓ La pacification de l'espace (ou la planification de trajectoire plus précisément) doit garantir que la trajectoire empruntée par le bras manipulateur soit loin de toute singularité probable.

4.13 Expression des vitesses articulaires en fonction de la vitesse de l'effecteur et matrice inverse du Jacobien

Le Jacobien permet de connaitre les vitesses des jonctions pour une vitesse spécifique du bras manipulateur dans certaine direction.

Prenons comme exemples d'études les 2 cas suivants :

1. La vitesse de l'effecteur terminal dans une pose q_r est :

- $\mathrm{V}_b = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, la vitesse de Z est 0.2 $rad/_S$. (4.40)

Avec : $q_r = [0 \quad 1.5708 \quad -1.5708 \quad 0 \quad 0 \quad 0]\, rad.$ (4.41)

La vitesse pour chaque articulation dans ce cas est :

- $qd = \dot{q} = \mathrm{V}.J(\mathrm{q})^{-1} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0000 \\ -4.9261 \\ 9.8522 \\ 0.0000 \\ -4.9261 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$ (4.42)

La vitesse $\dot{q}$ est très élevée par rapport à la vitesse linéaire (0.1 rad/s) car on est proche de la singularité.

2. La vitesse de l'effecteur terminale est :

- $\mathrm{V}_b = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3 \\ 0 \end{bmatrix}$ (4.43)

Il y a une rotation autour de y par 0.3rad/s. La vitesse pour chaque articulation dans ce cas est :

$$qd = \dot{q}\mathrm{V}\ J(\mathrm{q})^{-1} = I \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0000 \\ 0.0000 \\ -0.0000 \\ 0.0000 \\ -0.300 \\ -0.0000 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

On a un seul déplacement selon θ_5 avec $\theta_5' = -0.3\ rad/_S$ qui est une vitesse acceptable.

4.14 Dessin de l'ellipse

L'idée générale de l'ellipse est de tester la facilité de réaliser un mouvement dans toutes les directions.

A partir de la Fig.4.4 on voit que le mouvement est plus rapide et plus facile dans la direction de l'axe z, et plus difficile dans le sens de $x\ et\ y$.

A partir de la Fig.4.7 on voit que la rotation autour l'axe z est très difficile.

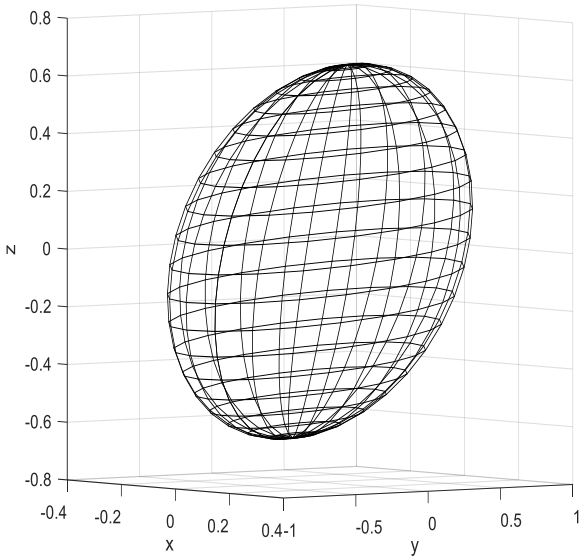


Fig.4.4 : Ellipse représente $\dot{x}, \dot{y}$ et ż.

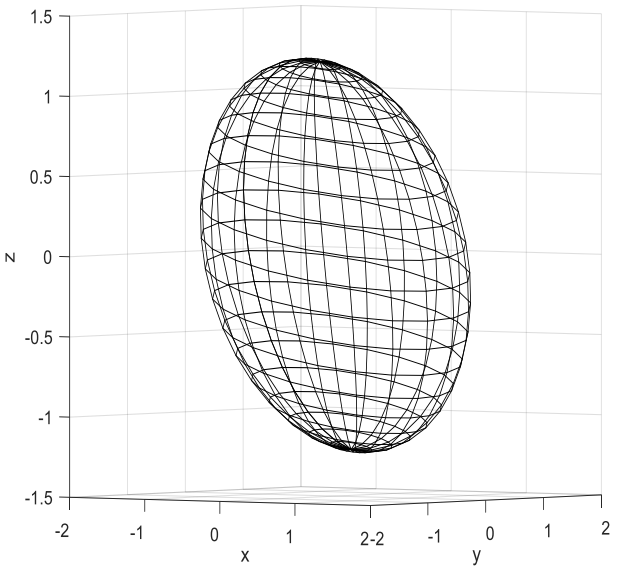


Fig.4.5 *:* Ellipse pour ω_x, ω_y et ω_z.

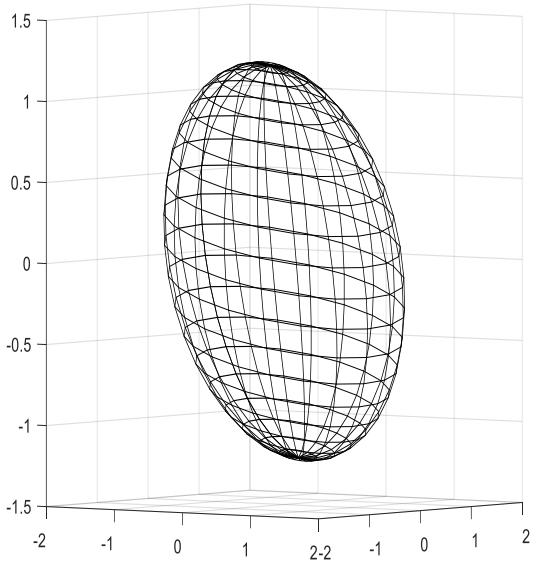


Fig.4.6 : Ellipse pour ẋ, ẏ et ż.

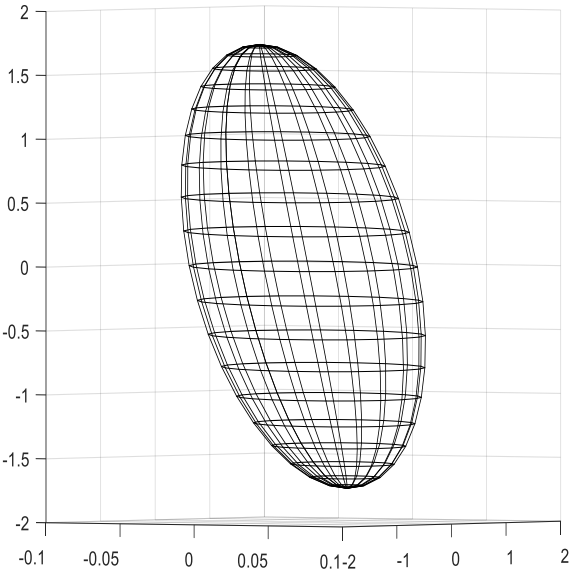


Fig.4.7 : Ellipse pour $\omega_x, \omega_y\ et\ \omega_z$.

4.15 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude des modèles cinématique direct et inverse du bras manipulateur puma 560.

Certain chemins parcourus par le bras manipulateur présentent des singularités, ce qui rend les vitesses de certaines articulations très élevées et conduit à la réduction du nombre de degrés de liberté du robot.

Chapitre 5 : Modélisation dynamique

5.1 Introduction :

Afin de pouvoir commander ou simuler les robots, il est nécessaire d'établir le modèle dynamique du robot, c'est à dire les équations liant les couples et les forces exercées par les actionneurs et ceux dues aux interactions avec l'environnement aux déplacements des axes.

On obtient ainsi un système d'équations différentielles non linéaires de la variable q.

5.2 Equations d'Euler-Lagrange

5.2.1 Cas général

Soit l'équation l'Euler-Lagrange :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \tag{5.1}$$

Avec :

L = K - V qui est appelé Lagrangien du système,

K est l'énergie cinétique du système,

V est l'énergie potentielle du système.

q_i : est la i[ème] coordonnée généralisée du système,

τ_i : est la force généralisée appliquée au i[ème] élément du système.

5.2.2 Application à la robotique

Les variables articulaires qi sont les coordonnées généralisées. La force généralisée τ_i est un couple, si l'articulation est rotoïde et une force si l'articulation est prismatique.

Expression de l'énergie cinétique :

$$k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^T v_i + \frac{1}{2} I_i \omega_i^T \omega_i \tag{5.2}$$

Avec : Ii matrice d'inertie du corps i,

mi masse du corps i,

vi vitesse linéaire du centre de gravité du corps i,

ωi vitesse angulaire du corps i.

La matrice d'inertie I_i tout comme la vitesse ν_i sont exprimées dans un repère lié au corps i et dont l'origine est au centre de gravité du corps i :

$$I_i = \begin{bmatrix} \int_{(s)}(y^2+z^2)dm & -\int_{(s)} xydm & -\int_{(s)} xzdm \\ -\int_{(s)} xydm & \int_{(s)}(x^2+z^2)dm & -\int_{(s)} yzdm \\ -\int_{(s)} xzdm & -\int_{(s)} xzdm & \int_{(s)}(x^2+y^2)dm \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

Soit J_{vi} et $J_{\omega i}$ deux Jacobiens tel que :

$v_i = J_{vi}(q)\dot{q}$ et $\omega_i = R_{Oi}^T J_{\omega i}(q)\dot{q}$

D'où l'énergie cinétique du système peut s'écrire sous la forme :

$$K = \frac{1}{2}\dot{q}^T \sum_{i=1}^{n}\left[m_i J_{vi}(q)^T J_{vi}(q) + J_{\omega i}(q)^T R_{Oi}(q) I_i R_{Oi}^T J_{\omega i} q\right]\dot{q} \quad (5.4)$$

Ce qu'on écrit sous forme condensée : $K = \frac{1}{2}\dot{q}^T D(q)\dot{q}$ (5.5)

La matrice D(q) est symétrique définie positive de dimension n*n, elle dépend de la configuration q du manipulateur. Cette matrice est appelée *matrice d'inertie du robot*.

5.2.3 Expression de l'énergie potentielle

La seule source d'énergie potentielle est la gravité. Soit **g**, le vecteur de gravité exprimé dans le repère de base. On a :

$$v = g^T \sum_{i=1}^{n} O_{gi}\, m_i \quad (5.6)$$

O_{gi} *:* Coordonnées du centre de gravité du corps i dans le repère de base ;

m_i *:* Masse du corps i

5.3 Equation du mouvement

5.3.1 Application des équations d'Euler-Lagrange

On peut remarquer que l'énergie cinétique K peut se mettre sous la forme :

$$K = \frac{1}{2}\dot{q}^T D(q)\dot{q} = \frac{1}{2}\sum_{i,j} d_{ij}(q)\dot{q}_i q_j \quad (5.7)$$

D'autre part, l'énergie potentielle V ne dépend que de la position q du robot : *V = V (q)*

Le Lagrangien s'écrit donc :

$$L = k - V = \frac{1}{2}\sum_{i,j} d_{ij}(q)\dot{q}_i q_j - V(q) \quad (5.8)$$

On a: $\frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} = \sum_{i,j} d_{kj}(q)\dot{q}_i\dot{q}_j$ (5.9)

Et donc :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} = \sum_j d_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_j \frac{d}{dt} d_{kj}(q)\dot{q}_j = \sum_j d_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_{i,j}\dot{q}_i\dot{q}_j \quad (5.10)$$

De même :

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = \frac{1}{2}\sum_{i,j}\frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\dot{q}_i q_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (5.11)$$

Ainsi, les équations d'Euler-Lagrange deviennent :

$$\sum_j d_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_{i,j}\left[\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\right]\dot{q}_i\dot{q}_j + \frac{\partial V}{\partial q_k} = \tau_k\ , k = 1, \dots\dots, n \quad (5.12)$$

En utilisant le fait que :

$$\sum_{i,j}\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i}\dot{q}_i\dot{q}_j = \frac{1}{2}\sum\left[\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j}\right]\dot{q}_i\dot{q}_j \quad (5.13)$$

On obtient :

$$\sum_{i,j}\left[\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\right]\dot{q}_i\dot{q}_j = \sum_{i,j}\left[\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\right]\dot{q}_i\dot{q}_j \quad (5.14)$$

On note : $C_{ijk} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\right]$ et $\phi_k = \frac{\partial V}{\partial q_k}$ (5.15)

NB : $C_{ijk} = C_{jik}$

Finalement, les équations d'Euler-Lagrange deviennent :

$\sum_j d_{kj}(q)\dot{q}_j + \sum_{i,j} C_{ijk}(q)\dot{q}_i\dot{q}_j + \phi_k = \tau_k \quad k = 1, \dots, n$ (5.16)

Ce qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$D(q)\ddot{q} + C(q, \ddot{q}) = \tau$ (5.17)

Où : x_{kj} , le (k, j)^{ème} élément de C, est défini par : $x_{kj=\sum_{i=1}^{n} C_{ijk}(q)\dot{q}_i}$ (5.18)

Dans $C(q, \dot{q})$ les termes impliquant un produit.

$\dot{q}_i^2$: sont appelés centrifuges, et ceux impliquant un produit $q_i\dot{q}_j$ avec $i \neq j$ sont les termes de Coriolis.

5.4 Distribution de la masse pour un system à un seul dégrée de liberté

5.4.1 Mouvement de rotation autour d'un seul axe

Cas 1 : Supposons que dans chaque figure le solide fait une rotation autour d'un axe fixe xx. Pour chaque solide présenté sur les figures 5.1 et 5.2, on peut calculer le moment d'inertie I_{xx} par rapport à l'axe de rotation xx [16].

Si on applique un couple sur l'axe xx (+ve ou –ve) cela générerait une accélération est éloigné de cet axe.

$\tau_{xx} = I_{xx}\, \alpha_{xx}[Nm]$ (5.18)

avec: $\alpha_{xx}\ en\ [{}^{rad}/_{m^2}]$

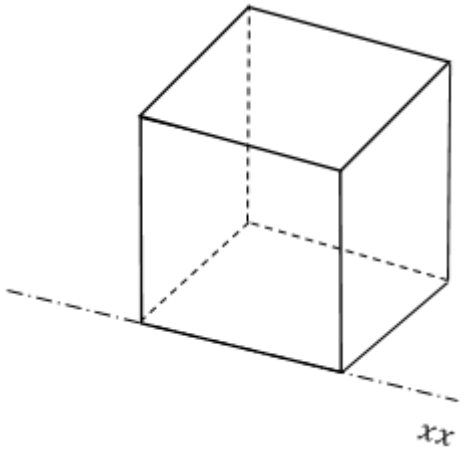


Fig.5.1 : un cube tourne autour de l'axe xx

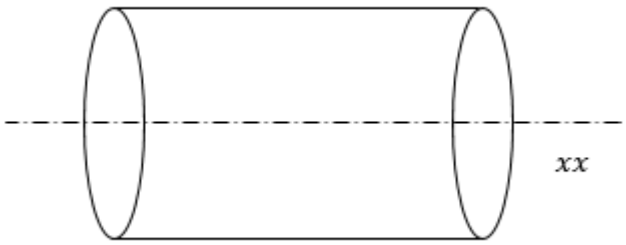


Fig.5.2: un cylindre tourne autour de l'axe

Cas 2 : Un corps tourne autour d'un axe.

Dans ce cas, si nous mettons un couple autour de l'un des axes suivants :

xx cela génère une accélération α_{xx} avec : $\tau_{xx} = I_{xx}\, \alpha_{xx}[Nm]$ (5.19)

yy : cela génère une accélération α_{yy} avec : $\tau_{yy} = I_{yy}\, \alpha_{yy}[Nm]$ (5.20)

zz : cela génèrera un accélération α_{zz} avec : $\tau_{zz} = I_{zz}\, \alpha_{zz}[Nm]$ (5.21)

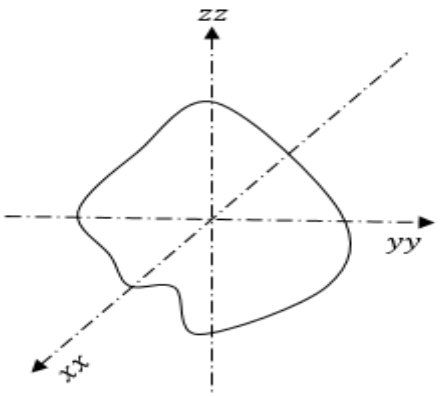


Fig.5.3 : un Corps aléatoire corps tourne autour d'un axe $xx\ ou\ yy\ ou\ zz$.

Cas 3 : Solide libre non symétrique autour l'origine :

Considérant un objet libre, qui peut tourner autour de n'importe quel axe (xx, yy ou zz), comme le cas de la balle de la Fig.5.4, elle peut tourner dans n'importe quelle direction. On considérer qu'elle tourne autour de l'axe xx, la présence d'un couple sur cet axe génère une accélération autour de l'axe $yy\ ou\ zz$ parce que l'objet n'est pas symétrique autour de l'origine dans ce cas.

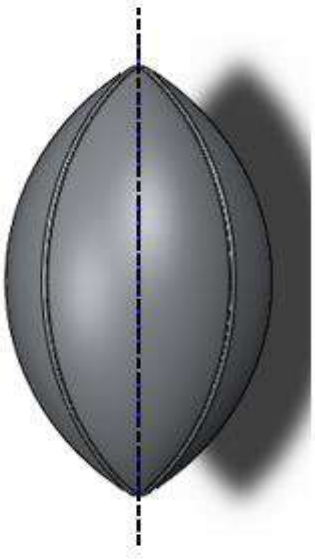


Fig.5.4 : Solide libre non symétrique autour de l'origine.

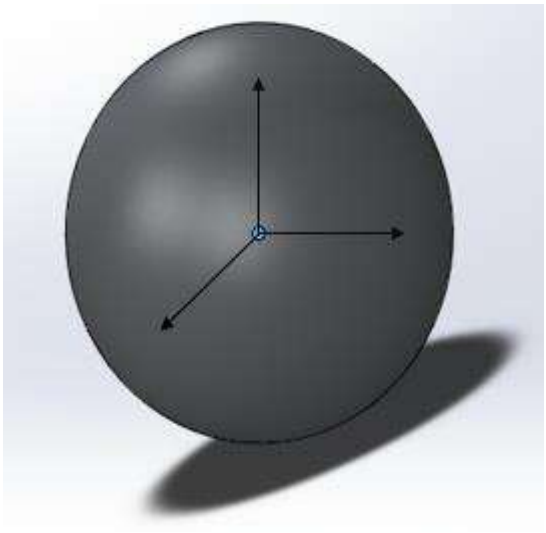


Fig.5.5 : une sphère symétrique parfaite autour de l'origine et les axes principaux.

Cas 4 : Solide libre et symétrique par rapport à l'origine :

Si le corps est symétrique autour de l'origine (sphère parfaite Fig.5.5), si on applique un couple sur l'axe xx, cela génère une accélération α_{xx} sur cet axe.

- $\tau_{xx}\alpha_{xx} \longrightarrow \alpha_{xx}$
- $\tau_{yy} \longrightarrow \alpha_{yy}$
- $\tau_{zz} \longrightarrow \alpha_{zz}$

Cas d'une sphère parfaite (symétrie parfaite par rapport à l'origine) + les axes principaux

5.5 Matrice d'inertie : Moments et produits d'inertie d'un solide

Soit un repère orthonormé $R(O,\vec{\imath},\vec{j},\vec{k})$ et un solide *(S)* tel que: $O \in (S)$. Le moment d'inertie de ce solide par rapport au point O est obtenu en intégrant la relation $r^2 dm$.

$$I_{o=} \int_{(s)} r^2 dm \tag{5.22}$$

Les intégrales sont calculées sur le solide. Celui-ci peut être linéaire, surfacique ou volumique. L'élément d'intégration *dm* est situé en un point *P* du solide.

$$I_m = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

•Les valeurs propres sont appelées moments principaux d'inertie ;

• Les directions propres sont appelées axes principaux d'inertie.

Moment d'inertie par rapport à l'axe *(xx')* : $I_{xx'} = \int_{(s)} (y^2 + z^2) dm.$ (5.24)

Moment d'inertie par rapport à l'axe *(yy')* $I_{yy'} = \int_{(s)} (x^2 + z^2) dm.$ (5.25)

Moment d'inertie par rapport à l'axe *(zz')* : $I_{zz'} = \int_{(s)} (x^2 + y^2) dm.$ (5.26)

$I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$, $I_{yz} = I_{zy}$. (5.27)

Moment d'inertie par rapport au plan *(Oxy)* ou produit d'inertie*:* $I_{xy} = \int_{(s)} xy dm.$ (5.28)

Moment d'inertie par rapport au plan *(Oxz)* ou produit d'inertie*:* $I_{xy} = \int_{(s)} xz dm.$ (5.29)

Moment d'inertie par rapport au plan *(Oyz)* ou produit d'inertie*:* $I_{xy} = \int_{(s)} yz dm.$ (5.30)

5.5.1 Solides présentant un plan de symétrie

Certains solides présentent des formes particulières admettant des plans de symétrie par rapport aux axes du repère.

- (*xOy)* plan de symétrie donc : $I_{xz} = I_{yz} = 0.$ (5.31)
- (*yOz)* plan de symétrie donc : $I_{xz} = I_{xy} = 0.$ (5.32)
- (*xOz)* plan de symétrie donc : $I_{xy} = I_{yz} = 0.$ (5.33)

5.5.2 matrice d'inertie pour des solides de formes reconnus

Soit un robot contenant un solide parallélépidique Fig.5.6, on définit la matrice d'inertie pour ce solide :

$$I_{xx'} = \int_{(s)} (y^2 + z^2) dm \tag{5.34}$$

Avec: $dm = \rho\, dv = \rho\, dx\, dy\, dz$ (5.35)

Donc : $I_{xx} = \rho \int_0^h \int_0^l \int_0^a (z^2 + y^2) dx\, dy\, dz$ (5.36)

$$I_{xx} = \rho \int_0^h \int_0^l (z^2 + y^2) a \, dy \, dz \tag{5.37}$$

$$I_{xx} = \rho a \int_0^h [z^2 y + \frac{y^3}{3}]_0^l \, dz \tag{5.38}$$

$$I_{xx} = \rho a \int_0^h [z^2 l + \frac{l^3}{3}] dz = \rho a [\frac{z^3 \, l}{3} + \frac{l^3 z}{3}]_0^h \tag{5.39}$$

$$I_{xx} = \rho a [\frac{h^3 \, l}{3} + \frac{l^3 h}{3}]_0^h = \rho \, alh \, \frac{1}{3} \, [h^2 + l^2] \tag{5.40}$$

Enfin : $I_{xx} = \frac{m}{3} \, [h^2 + l^2][kg.M^2]$ (5.41)

De même on trouve :

$$I_{yy} = \frac{m}{3} [a^2 + h^2][kg.M^2 \tag{5.42}$$

$$I_{zz} = \frac{m}{3} \, [a^2 + l^2][kg.M^2] \tag{5.43}$$

On procède de même pour les éléments non-diagonaux.

$$I_{xy} = \int_0^h \int_0^l \int_0^a \, x \, y \, \, dm = \int_0^h \int_0^l \int_0^a \, x \, y \, \rho \, dx \, dy \, dz \tag{5.44}$$

$$I_{xy} = \rho \int_0^h \int_0^l \left[\frac{x^2}{2} y\right]_0^a \, dy \, dz \tag{5.45}$$

$$I_{xy} = \rho \, \frac{1}{4} \int_0^h [a^2 y^2]_0^l \, dz = \rho \, \frac{1}{4} \int_0^h a^2 l^2 \, dz \tag{5.46}$$

$$I_{xy} = \rho \, \frac{1}{4} a^2 l^2 [z]_0^h = \rho \, \frac{a^2 l^2}{4} h \tag{5.47}$$

$$I_{xy} = \frac{m}{4} [a \, l] \, [kg.M^2] \tag{5.48}$$

De même on arrive à :

$$I_{xz} = \frac{m}{4} [a \, h][kg.M^2] \tag{5.49}$$

$$I_{yz} = \frac{m}{4} [h \, l][kg.M^2] \tag{5.50}$$

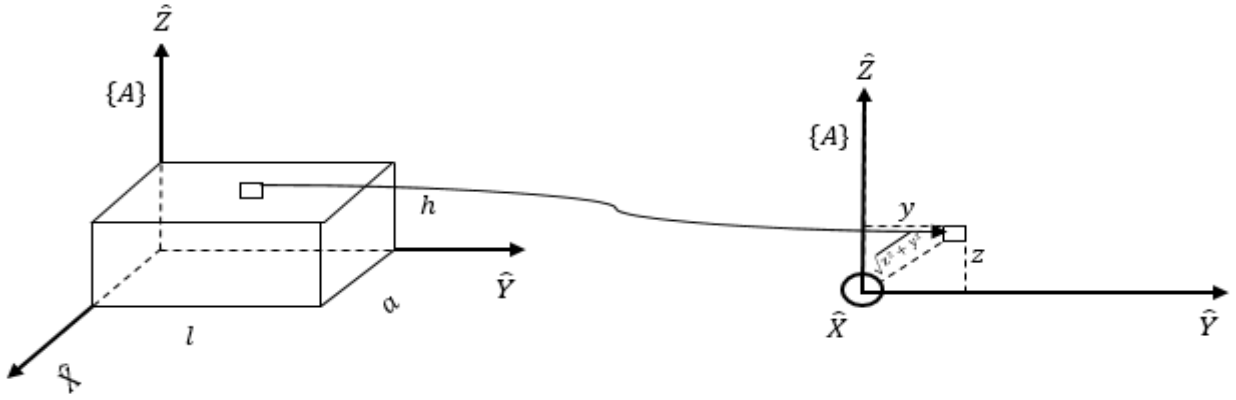


Fig.5.6 : Solide de forme parallélépipédique.

Par conséquent, le tenseur d'inertie de ce solide est :

$$I_m = \begin{bmatrix} \frac{m}{3} \, [h^2 + l^2] & -\frac{m}{4} [a \, l] & -\frac{m}{4} [a \, h] \\ -\frac{m}{4} [a \, l] & \frac{m}{3} [a^2 + h^2] & -\frac{m}{4} [a \, h] \\ -\frac{m}{4} [a \, h] & -\frac{m}{4} [a \, h] & \frac{m}{3} \, [a^2 + l^2] \end{bmatrix} \tag{5.51}$$

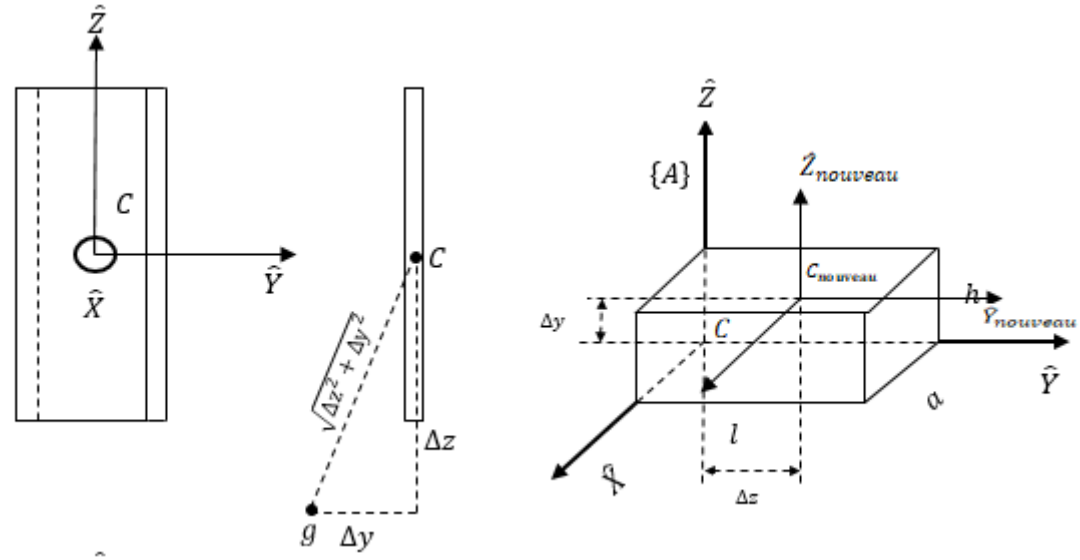
5.5.3 Translation du repère du centre *C* vers un centre *G*

Si le tenseur d'inertie est connu au centre d'inertie *G* du solide *(S)* dans la base $R(O,\vec{\imath},\vec{j},\vec{k})$, Fig.5.7 corps A, le tenseur d'inertie au point g dans la même base est donné par :

$$I_{xx_g} = I_{xx_C} + m(y_G^2 + z_G^2) \quad (5.52)$$

$$I_{yy_g} = I_{yyC} + m\,(x_G^2 + z_G^2) \quad (5.53)$$

$$I_{zz_g} = I_{zz_C} - m\,(x_G^2 + y_G^2) \quad (5.54)$$



Corps A **Corps B**

Fig.5.7 : Centre d'inertie indépendant du centre de masse d'un corps.

Considérant le corps B de la Fig.5.7, le tenseur d'inertie au point $C_{nouveau}$ est donné par les formules suivantes en considérant que le tenseur d'inertie au point C est connu :

$$I_{xx_{Cnouveau}} = I_{xx_C} - m\,(\Delta z^2 + \Delta y^2) \quad (5.55)$$

$$I_{xx_{Cnouveau}} = \frac{m}{3}[h^2 + l^2] - m\left[\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2\right] \quad (5.56)$$

$$I_{xx_{Cnouveau}} = \frac{m}{3}[h^2 + l^2] - \frac{m}{4}(h^2 + l^2) \quad (5.38) \quad (5.57)$$

$$I_{xx_{Cnouveau}} = \left(\frac{m}{3} - \frac{m}{4}\right)(h^2 + l^2) = \frac{m}{12}(h^2 + l^2) \quad (5.58)$$

Pour les produits d'inertie on a :

$$I_{xy_{Cnouveau}} = \left(\frac{m}{3} - \frac{m}{4}\right)(h^2 + l^2) = \frac{m}{12}(h^2 + l^2) = I_{xy} + m(\Delta x\ \ \Delta y) \quad (5.59)$$

$$I_{xy_{Cnouveau}} = -\frac{m}{4}a\,l + m\left(\frac{a}{2}\frac{l}{2}\right) \quad (5.60)$$

$$I_{xy_{Cnouveau}} = 0. \quad (5.61)$$

Par conséquent, le tenseur d'inertie de ce corps au centre de masse C est :

$$I_{m_{Cnouveau}} = \begin{bmatrix} \frac{m}{12}(h^2+l^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(h^2+l^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(h^2+l^2) \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

5.6 Modèle dynamique d'un bras manipulateur

Les modèles dynamiques d'un robot (bras manipulateur) définissent les équations de son mouvement, et permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercées par les actionneurs et les positions : vitesses et accélérations des articulations. On représente le modèle dynamique par une relation de la forme :

$$\tau = f(q, q', q'', f_e) \quad (5.63)$$

Avec :

τ: Vecteurs des couples/forces des actionnaires, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique.

q: Vecteur des positions articulaires.

q': Vecteur des vitesses articulaires.

q'': Vecteur des accélérations articulaires.

f_e: Vecteur représentant les efforts extérieur (fores et moment) qu'exerce le manipulateur sur l'environnement.

5.7 Modèle dynamique inverse

Le modèle dynamique inverse exprime les couples exercés par les actionneurs en fonction des positions, vitesses et accélérations des articulations. Le modèle dynamique inverse est représenté par la relation (5.63).

Plusieurs formalismes ont été utilisés pour obtenir le modèle dynamique des robots. Les formalismes les plus souvent utilisés sont:

- Le formalisme de Lagrange-Euler: cette méthode est mieux adaptée pour le calcul du modèle dynamique que l'on utilise en simulation.
- Le formalisme de Newton-Euler: cette méthode est mieux adaptée pour le calcul du modèle dynamique que l'on utilise en commande.

5.8 La dynamique du manipulateur puma 560 sous RTB

Sous RTB, on définit les paramètres de Puma 560 et d'autres paramètres de l'environnement extérieur comme la gravité, ici RTB définit par default la valeur de la gravité par :

$$grav = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.0100 \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

Cette valeur dépend de l'endroit où ce se trouve le robot (sa valeur sur la lune est 1/6 de celle sur terre).

Le programme réalisé sous RTB nous a permet de calculer les paramètres suivants pour chaque liaison et dans chaque position requise :

- La masse d'un lien.
- La position du centre de masse
- La tenseur d'inertie à un lien: $I_m = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$ (5.65)
- Le frottement visqueux du moteur.
- Coulomb frottement.
- q_{lim}.

Les résultats suivants sont calculés pour le premier lien (base),

- ✓ $m = 0$ *(la valeur de m est zéro car le déplacement* {0}{1} *vers le haut).*
- ✓ $I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.35 & 0 \\ 0 & -0 & 0 \end{bmatrix}$ *Représente l'inertie de ce lien.*
- ✓ $r = [0 \quad 0 \quad 0\ ]$ *: Représente le centre de masse.*
- ✓ $J_m = 0.0002$ *Représente l'inertie de moteur.*
- ✓ $B_m = 0.00148$ *Représente le Frottement visqueux de moteur.*
- ✓ T_c: $Q_c^+ = 0.395\ , Q_c^- = -0.435$
- ✓ q_{lim}: $-2.792527rad \leq q_1 \leq 2.792527rad = 160^{\circ}$.

Ces résultats peuvent être extraits pour chaque lien.

5.8.1 Choix du moteur

Avant de choisir le moteur pour n'importe quel bras manipulateur à n'importe quelle jonction, on doit connaitre :

- Le couple maximal T_{max}.
- Dans le cas d'un moteur pas à pas on doit connaitre la vitesse aussi.

Certaines instructions (sous RTB) exige l'utilisation des pas de calcul de 1s pour arriver à des résultats correctes, il faut veillez sur ce point lors de calcul des valeurs de la vitesse q_d et l'accélération q_{dd} en passant d'une position q_z à une autre position q_n.

5.8.2 Essai

5.8.2.1 Fonctionnement sans charge

Dans cet essai on mesure les vitesses et l'accélération pour que le puma560 fait un déplacement de q_z à q_n dans une période de 5 secondes divisé en 11 étapes élémentaires.

Les résultats obtenus sont présentés comme suit :

$$q = \begin{bmatrix} \theta_{1_n} & \theta_{2_n} & \theta_{3_n} & \theta_{4_n} & \theta_{5_n} & \theta_{6_n} \\ \theta_{1_1} & \theta_{21_n} & \theta_{31_n} & \theta_{41_n} & \theta_{51_n} & \theta_{61_n} \\ \theta_{1_2} & \theta_{22_n} & \theta_{32_n} & \theta_{42_n} & \theta_{52_n} & \theta_{62_n} \\ \theta_{1_3} & \theta_{23_n} & \theta_{33_n} & \theta_{43_n} & \theta_{53_n} & \theta_{63_n} \\ \theta_{14_n} & \theta_{24_n} & \theta_{34_n} & \theta_{44_n} & \theta_{54_n} & \theta_{64_n} \\ \theta_{15_n} & \theta_{25_n} & \theta_{35_n} & \theta_{45_n} & \theta_{55_n} & \theta_{65_n} \\ \theta_{16_n} & \theta_{26_n} & \theta_{36_n} & \theta_{46_n} & \theta_{56_n} & \theta_{66_n} \\ \theta_{17_n} & \theta_{27_n} & \theta_{37_n} & \theta_{47_n} & \theta_{57_n} & \theta_{67_n} \\ \theta_{18_n} & \theta_{28_n} & \theta_{38_n} & \theta_{48_n} & \theta_{58_n} & \theta_{68_n} \\ \theta_{19_n} & \theta_{29_n} & \theta_{39_n} & \theta_{49_n} & \theta_{59_n} & \theta_{69_n} \\ \theta_{1_z} & \theta_{2_z} & \theta_{3_z} & \theta_{4_z} & \theta_{5_z} & \theta_{6_z} \end{bmatrix}_{11}^{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0067 & 0.0269 & 0 & 0.0067 & 0 \\ 0 & 0.0455 & 0.1820 & 0 & 0.0455 & 0 \\ 0 & 0.1281 & 0.5123 & 0 & 0.1281 & 0 \\ 0 & 0.2493 & 0.9973 & 0 & 0.2493 & 0 \\ 0 & 0.3927 & 1.5708 & 0 & 0.3927 & 0 \\ 0 & 0.5361 & 2.1443 & 0 & 0.536 & 0 \\ 0 & 0.6573 & 2.6293 & 0 & 0.6573 & 0 \\ 0 & 0.7399 & 2.9596 & 0 & 0.7399 & 0 \\ 0 & 0.7787 & 3.1147 & 0 & 0.7787 & 0 \\ 0 & 0.7854 & 3.1416 & 0 & 0.7854 & 0 \end{bmatrix}_{11}^{1} \quad (5.66)$$

- Les vitesses correspondantes en $\left[\mathrm{rad}/_{\mathrm{s}}\right]$ sont données par la matrice (5.67) :

$$qd = \theta' = \begin{bmatrix} \acute{\theta}_{1_n} & \acute{\theta}_{2_n} & \acute{\theta}_{3_n} & \acute{\theta}_{4_n} & \acute{\theta}_{5_n} & \acute{\theta}_{6_n} \\ \acute{\theta}_{1_1} & \acute{\theta}_{2_1} & \acute{\theta}_{3_1} & \acute{\theta}_{4_1} & \acute{\theta}_{5_1} & \acute{\theta}_{6_1} \\ \acute{\theta}_{1_2} & \acute{\theta}_{2_2} & \acute{\theta}_{3_2} & \acute{\theta}_{4_2} & \acute{\theta}_{5_2} & \acute{\theta}_{6_2} \\ \acute{\theta}_{1_3} & \acute{\theta}_{2_3} & \acute{\theta}_{3_3} & \acute{\theta}_{4_3} & \acute{\theta}_{5_3} & \acute{\theta}_{6_3} \\ \acute{\theta}_{1_4} & \acute{\theta}_{2_3} & \acute{\theta}_{3_4} & \acute{\theta}_{4_4} & \acute{\theta}_{5_4} & \acute{\theta}_{6_4} \\ \acute{\theta}_{1_5} & \acute{\theta}_{2_4} & \acute{\theta}_{3_5} & \acute{\theta}_{4_5} & \acute{\theta}_{5_5} & \acute{\theta}_{6_5} \\ \acute{\theta}_{1_6} & \acute{\theta}_{2_5} & \acute{\theta}_{3_6} & \acute{\theta}_{4_6} & \acute{\theta}_{5_6} & \acute{\theta}_{6_6} \\ \acute{\theta}_{1_7} & \acute{\theta}_{2_6} & \acute{\theta}_{3_7} & \acute{\theta}_{4_7} & \acute{\theta}_{5_7} & \acute{\theta}_{6_7} \\ \acute{\theta}_{1_8} & \acute{\theta}_{2_7} & \acute{\theta}_{3_8} & \acute{\theta}_{4_8} & \acute{\theta}_{5_8} & \acute{\theta}_{6_8} \\ \acute{\theta}_{1_9} & \acute{\theta}_{2_8} & \acute{\theta}_{3_9} & \acute{\theta}_{4_9} & \acute{\theta}_{5_9} & \acute{\theta}_{6_9} \\ \acute{\theta}_{1_z} & \acute{\theta}_{2_z} & \acute{\theta}_{3_z} & \acute{\theta}_{4_z} & \acute{\theta}_{5_z} & \acute{\theta}_{6_z} \end{bmatrix}_{11}^{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0382 & 0.1527 & 0 & 0.0382 & 0 \\ 0 & 0.1206 & 0.4825 & 0 & 0.1206 & 0 \\ 0 & 0.2078 & 0.8313 & 0 & 0.2078 & 0 \\ 0 & 0.2714 & 1.0857 & 0 & 0.2714 & 0 \\ 0 & 0.2945 & 1.1781 & 0 & 0.2945 & 0 \\ 0 & 0.2714 & 1.0857 & 0 & 0.2714 & 0 \\ 0 & 0.2078 & 0.8313 & 0 & 0.2078 & 0 \\ 0 & 0.1206 & 0.4825 & 0 & 0.1206 & 0 \\ 0 & 0.0382 & 0.1527 & 0 & 0.0382 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{11}^{1} \quad (5.67)$$

- Les accélérations correspondantes en $\left[\mathrm{rad}/_{\mathrm{s}^2}\right]$ sont données par la matrice (5.68) :

- $$qdd = \begin{bmatrix} \theta''_{1_n} & \theta''_{2_n} & \theta''_{3_n} & \theta''_{4_0} & \theta''_{5_n} & \theta''_{6_n} \\ \theta''_{1_1} & \theta''_{2_1} & \theta''_{3_1} & \theta''_{4_1} & \theta''_{5_1} & \theta''_{6_1} \\ \theta''_{1_2} & \theta''_{2_2} & \theta''_{3_2} & \theta''_{4_2} & \theta''_{5_2} & \theta''_{6_2} \\ \theta''_{1_3} & \theta''_{2_3} & \theta''_{3_3} & \theta''_{4_3} & \theta''_{5_3} & \theta''_{6_3} \\ \theta''_{1_4} & \theta''_{2_4} & \theta''_{3_4} & \theta''_{4_4} & \theta''_{5_4} & \theta''_{6_4} \\ \theta''_{1_5} & \theta''_{2_5} & \theta''_{3_5} & \theta''_{4_5} & \theta''_{5_5} & \theta''_{6_5} \\ \theta''_{1_6} & \theta''_{2_6} & \theta''_{3_6} & \theta''_{4_6} & \theta''_{5_6} & \theta''_{6_6} \\ \theta''_{1_7} & \theta''_{2_7} & \theta''_{3_7} & \theta''_{4_7} & \theta''_{5_7} & \theta''_{6_7} \\ \theta''_{1_8} & \theta''_{2_8} & \theta''_{3_8} & \theta''_{4_8} & \theta''_{5_8} & \theta''_{6_8} \\ \theta''_{1_9} & \theta''_{2_9} & \theta''_{3_9} & \theta''_{4_9} & \theta''_{5_9} & \theta''_{6_9} \\ \theta''_{1_Z} & \theta''_{2_Z} & \acute{\theta}_{3_z}\theta''_{3_z} & \theta''_{4_z} & \theta''_{5_z} & \theta''_{6_z} \end{bmatrix}_{11}^{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6786 & 2.7143 & 0 & 0.6786 & 0 \\ 0 & 0.9048 & 3.6191 & 0 & 0.9048 & 0 \\ 0 & 0.7917 & 3.1667 & 0 & 0.7917 & 0 \\ 0 & 0.4524 & 1.8096 & 0 & 0.4524 & 0 \\ 0 & 0.0000 & 0.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.4524 & -1.8096 & 0 & -0.4524 & 0 \\ 0 & -0.7917 & -3.1667 & 0 & -0.7917 & 0 \\ 0 & -0.9048 & -3.6191 & 0 & -0.9048 & 0 \\ 0 & -0.6786 & -2.7143 & 0 & -0.6786 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{11}^{1} \quad (5.68)$$

- **Cas q_{dd}=0** (accélération nul) : Les couples approprié pour chaque lien pour surmonter la gravité (pour chaque étape).

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{1_n} & \tau_{2_n} & \tau_{3_n} & \tau_{4_n} & \tau_{5_n} & \tau_{6_n} \\ \tau_{1_1} & \tau_{2_1} & \tau_{3_1} & \tau_{4_1} & \tau_{5_1} & \tau_{6_1} \\ \tau_{1_2} & \tau_{2_2} & \tau_{3_2} & \tau_{4_2} & \tau_{5_2} & \tau_{6_2} \\ \tau_{1_3} & \tau_{2_3} & \tau_{3_3} & \tau_{4_3} & \tau_{5_3} & \tau_{6_3} \\ \tau_{1_4} & \tau_{2_4} & \tau_{3_4} & \tau_{4_4} & \tau_{5_4} & \tau_{6_4} \\ \tau_{1_5} & \tau_{2_5} & \tau_{3_5} & \tau_{4_5} & \tau_{5_5} & \tau_{6_5} \\ \tau_{1_6} & \tau_{2_6} & \tau_{3_6} & \tau_{4_6} & \tau_{5_6} & \tau_{6_6} \\ \tau_{1_7} & \tau_{2_7} & \tau_{3_7} & \tau_{4_7} & \tau_{5_7} & \tau_{6_7} \\ \tau_{1_8} & \tau_{2_8} & \tau_{3_8} & \tau_{4_8} & \tau_{5_8} & \tau_{6_8} \\ \tau_{1_9} & \tau_{2_9} & \tau_{3_9} & \tau_{4_9} & \tau_{5_9} & \tau_{6_9} \\ \tau_{1_z} & \tau_{2_z} & \tau_{3_z} & \tau_{4_z} & \tau_{5_z} & \tau_{6_z} \end{bmatrix}_{11}^{1} = \begin{bmatrix} 0 & 37.4837 & 0.2489 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 37.1808 & -0.0462 & 0 & -0.0011 & 0 \\ 0 & 35.4128 & -1.7368 & 0 & -0.0076 & 0 \\ 0 & 31.7541 & -5.0448 & 0 & -0.0196 & 0 \\ 0 & 27.5935 & -8.2373 & 0 & -0.0282 & 0 \\ 0 & 25.8149 & -8.1936 & 0 & -0.0200 & 0 \\ 0 & 27.3763 & -4.1120 & 0 & 0.0021 & 0 \\ 0 & 29.8879 & 1.0373 & 0 & 0.0203 & 0 \\ 0 & 31.2540 & 4.4455 & 0 & 0.0272 & 0 \\ 0 & 31.6040 & 5.8180 & 0 & 0.0282 & 0 \\ 0 & 31.6399 & 6.0351 & 0 & 0.0283 & 0 \end{bmatrix}_{11}^{1} \quad (5.69)$$

Ici, nous avons calculé uniquement les couples nécessaires pour chaque lien pour surmonter la gravité (il n'y a aucune masse sur l'effecteur terminale).

On voit que :

1. θ_1(ou q_1) : La gravité ne l'affecte pas.
2. Epaule : Il est le plus affecté par la gravité.
3. Coude : Il est le plus affecté par la gravité après l'épaule.
4. θ_5(ouq_5) : affecté par la gravité aussi.
5. $\theta_5$et q_6 : ne sont pas affectés par la gravité.
6. Le signe - qui apparaît devant les valeurs signifie que le couple est inversé selon la position de puma560 et l'axe $\hat{Z}$.

- **Cas de l'accélération ≠ 0 :**

Les Couples requis pendant la période du mouvement :

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{1_n} & \tau_{2_n} & \tau_{3_n} & \tau_{4_n} & \tau_{5_n} & \tau_{6_n} \\ \tau_{1_1} & \tau_{2_1} & \tau_{3_1} & \tau_{4_1} & \tau_{5_1} & \tau_{6_1} \\ \tau_{1_2} & \tau_{2_2} & \tau_{3_2} & \tau_{4_2} & \tau_{5_2} & \tau_{6_2} \\ \tau_{1_3} & \tau_{2_3} & \tau_{3_3} & \tau_{4_3} & \tau_{5_3} & \tau_{6_3} \\ \tau_{1_4} & \tau_{2_4} & \tau_{3_4} & \tau_{4_4} & \tau_{5_4} & \tau_{6_4} \\ \tau_{1_5} & \tau_{2_5} & \tau_{3_5} & \tau_{4_5} & \tau_{5_5} & \tau_{6_5} \\ \tau_{1_6} & \tau_{2_6} & \tau_{3_6} & \tau_{4_6} & \tau_{5_6} & \tau_{6_6} \\ \tau_{1_7} & \tau_{2_7} & \tau_{3_7} & \tau_{4_7} & \tau_{5_7} & \tau_{6_7} \\ \tau_{1_8} & \tau_{2_8} & \tau_{3_8} & \tau_{4_8} & \tau_{5_8} & \tau_{6_8} \\ \tau_{1_9} & \tau_{2_9} & \tau_{3_9} & \tau_{4_9} & \tau_{5_9} & \tau_{6_9} \\ \tau_{1_z} & \tau_{2_z} & \tau_{3_z} & \tau_{4_z} & \tau_{5_z} & \tau_{6_z} \end{bmatrix}_{11}^{1} = \begin{bmatrix} 0 & 37.4837 & 0.2489 & 0 & 0 & 0 \\ -0.4920 & 55.1093 & 10.4463 & 0 & 0.8038 & 0 \\ -0.6663 & 55.0117 & 10.9513 & 0 & 0.8733 & 0 \\ -0.4814 & 50.7605 & 8.4857 & 0 & 0.8779 & 0 \\ -0.0037 & 45.1654 & 4.9081 & 0 & 0.8356 & 0 \\ 0.2270 & 42.1748 & 3.5854 & 0 & 0.7730 & 0 \\ -0.0322 & 42.1287 & 5.5708 & 0 & 0.7042 & 0 \\ -0.2382 & 42.0749 & 8.3196 & 0 & 0.6338 & 0 \\ -0.1371 & 41.2288 & 9.7995 & 0 & 0.5826 & 0 \\ -0.0157 & 41.6578 & 10.7367 & 0 & 0.5887 & 0 \\ 0 & 31.6399 & 6.0351 & 0 & 0.0283 & 0 \end{bmatrix}_{11}^{1} \quad (5.70)$$

Remarque: les couples sont calculés dans le cas où le puma560 est sans charge utile pendant la période de transition de q_z à q_n

On voit que le couple pour θ_1n'est pas égal à zéro parce que le puma560 dans le cas de mouvement.

5.8.2.2 Choix du moteur

Pour θ_3 nous avons : $T_{max} = 10.9513\ \text{N.m}, \theta' = 0.4825\ \text{rad/s}.$ (5.71)

Conversion de rad/s a impulsion par tour :

$\Delta\theta = 1.8°$: est le pas angulaire le plus couramment utilisé pour le moteur pas à pas, dans ce cas le nombre d'impulsion /tour pour un seul tour (360°) est égal à :

$\frac{360}{1.8} = 200$ impulsions /tour (5.72)

D'ou:

$$\theta' = 0.4825\,\frac{rad}{s} = 0.4852\,\frac{rad}{s} * \left[\frac{1tour}{2\Pi rad}\right] * \left[\frac{200impulsion}{tour}\right] = \frac{48.25}{\Pi} \approx 48\ implsion/s \tag{5.73}$$

De la même méthode, on fait le choix du bon moteur pour chacun des liens restants.

5.8.2.3 Fonctionnement en charge

On applique une charge de 1.5 [kg] sur l'effecteur, avec une distance de 7 [cm] entre l'axe $\hat{Z}$ de l'effecteur et le centre de masse de la charge (solide), dans ce cas l'évolution des valeurs requises du couple sur chaque lien pour parcourir les 11 poses décrites dans la partie précédentes sont présentés sur la matrice (5.74).

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{1_n} & \tau_{2_n} & \tau_{3_n} & \tau_{4_n} & \tau_{5_n} & \tau_{6_n} \\ \tau_{1_1} & \tau_{2_1} & \tau_{3_1} & \tau_{4_1} & \tau_{5_1} & \tau_{6_1} \\ \tau_{1_2} & \tau_{2_2} & \tau_{3_2} & \tau_{4_2} & \tau_{5_2} & \tau_{6_2} \\ \tau_{1_3} & \tau_{2_3} & \tau_{3_3} & \tau_{4_3} & \tau_{5_3} & \tau_{6_3} \\ \tau_{1_4} & \tau_{2_4} & \tau_{3_4} & \tau_{4_4} & \tau_{5_4} & \tau_{6_4} \\ \tau_{1_5} & \tau_{2_5} & \tau_{3_5} & \tau_{4_5} & \tau_{5_5} & \tau_{6_5} \\ \tau_{1_6} & \tau_{2_6} & \tau_{3_6} & \tau_{4_6} & \tau_{5_6} & \tau_{6_6} \\ \tau_{1_7} & \tau_{2_7} & \tau_{3_7} & \tau_{4_7} & \tau_{5_7} & \tau_{6_7} \\ \tau_{1_8} & \tau_{2_8} & \tau_{3_8} & \tau_{4_8} & \tau_{5_8} & \tau_{6_8} \\ \tau_{1_9} & \tau_{2_9} & \tau_{3_9} & \tau_{4_9} & \tau_{5_9} & \tau_{6_9} \\ \tau_{1_z} & \tau_{2_z} & \tau_{3_z} & \tau_{4_z} & \tau_{5_z} & \tau_{6_z} \end{bmatrix}_{11}^{1} = \begin{bmatrix} -0 & 43.7372 & 0.5297 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8652 & 62.5553 & 11.7413 & 0 & 0.9417 & 0 \\ -1.1504 & 61.1727 & 11.2395 & 0 & 0.8346 & 0 \\ -0.7753 & 53.3005 & 5.7954 & 0 & 0.3771 & 0 \\ 0.0990 & 44.2963 & -0.9511 & 0 & -0.042 & 0 \\ 0.4401 & 41.3665 & -2.7668 & 0 & 0.1039 & 0 \\ -0.1602 & 44.5069 & 2.0168 & 0 & 0.7269 & 0 \\ -0.6348 & 47.4415 & 8.3350 & 0 & 1.2104 & 0 \\ -0.4897 & 48.0291 & 12.1703 & 0 & 1.3566 & 0 \\ -0.2141 & 49.4053 & 14.4564 & 0 & 1.4393 & 0 \\ 0 & 40.8898 & 11.0617 & 0 & 1.0301 & 0 \end{bmatrix}_{11}^{1} \tag{5.74}$$

On voit que l'application d'une charge de 1.5 [kg] au bras manipulateur augmente les valeurs des couples requis pour son mouvement. Lorsqu'on conçoit un bras manipulateur il faut le concevoir selon certain poids.

5.9 Conclusion

L'objectif principal de ce chapitre (modélisation dynamique) est de sélectionner les bons moteurs adaptés au bras manipulateur Puma 560.

Pour cela, nous avons utilisé le RoboticsToolbox pour calculer les couples de chaque articulation tout en se déplaçant entre deux positions spécifiques à un moment spécifique.

Chapitre 6 : projets

6.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous entamerons plusieurs projets avec PUMA 560, dans le but de tester son aptitude à suivre des chemins prédéfinis ; plusieurs résultats sont présentés.

6.2 Projet 1 : dessin de la lettre A

Dans ce premier projet on veut que le robot suit un chemin sous forme de la lettre A dans le plan (x, y) car on veut s'assurer que l'orientation de l'effecteur est toujours dans le plans (x,y); les coordonnées des points appartenant à ce chemin sont données par le tableau 6.1.la trajectoire réalisé est présenté par les figures 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, et 6.5.

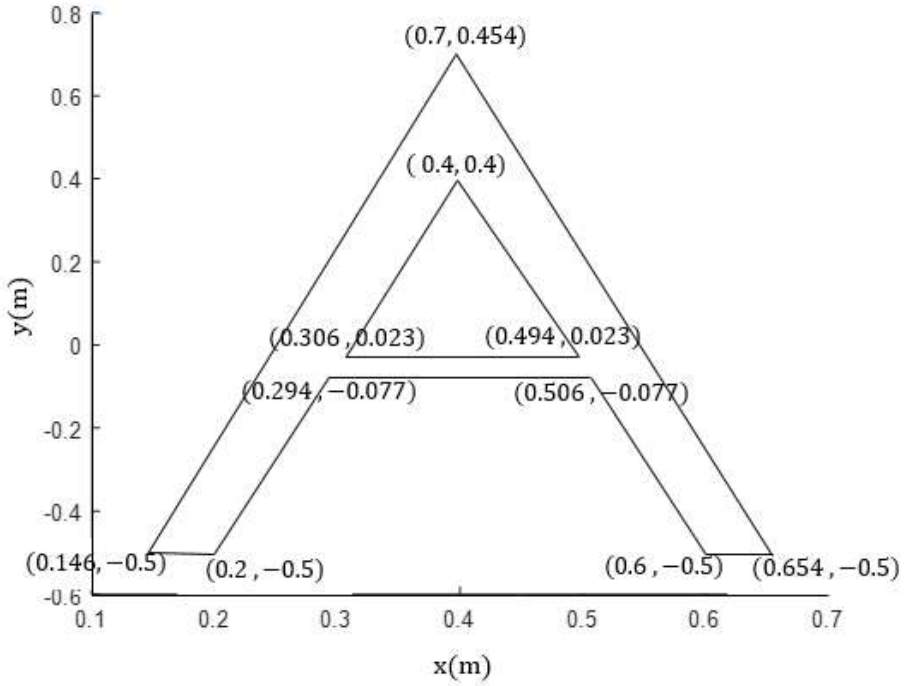


Fig.6.1: les cordonnées de la lettre A.

Tableau 6.1 : coordonnées des points appartenant à la trajectoire « A ».

Point	**1**	**2**	**3**	**4**
coordonnées	$(0.3060 , -0.0230 , 0)$	$(0.4940, -0.0230, 0)$	$(0.4,0.4,0)$	$(0.3060 , -0.0230,0)$
Point	**5**	**6**	**7**	**8**
coordonnées	$0.3060 , -0.0230, 0.1$	$(0.2940 , -0.0770, 0.1)$	$(0.2940 , -0.0770 , 0)$	$(0.5060 , -0.0770 , 0)$
Point	**9**	**10**	**11**	**12**
coordonnées	$(0.6 , -0.5 , 0)$	$(0.6540 , -0.5 , 0)$	$(0.7 , 0.4540 , 0)$	$(0.1460 , -0.5 , 0)$
Point	**13**	**14**		
coordonnées	$(0.2 , -0.5 , 0)$	$(0.2940 , -0.0770 , 0)$		

Quand on est arrivé au point numéro 14, on aura terminé de dessiner la lettre A , donc il vaut mieux garder l'effecteur terminale hors de l'espace de travail pour cela :

- On lève l'effecteur terminale du point $(0.2940 , -0.0770 , 0)$ au point $(0.2940 , -0.0770 , 0.1)$.

- Ensuite on passe du point $(0.2940\ , -0.0770\ , 0.1)$au point $(0.2940\ , -0.0770\ , 0.1)$.

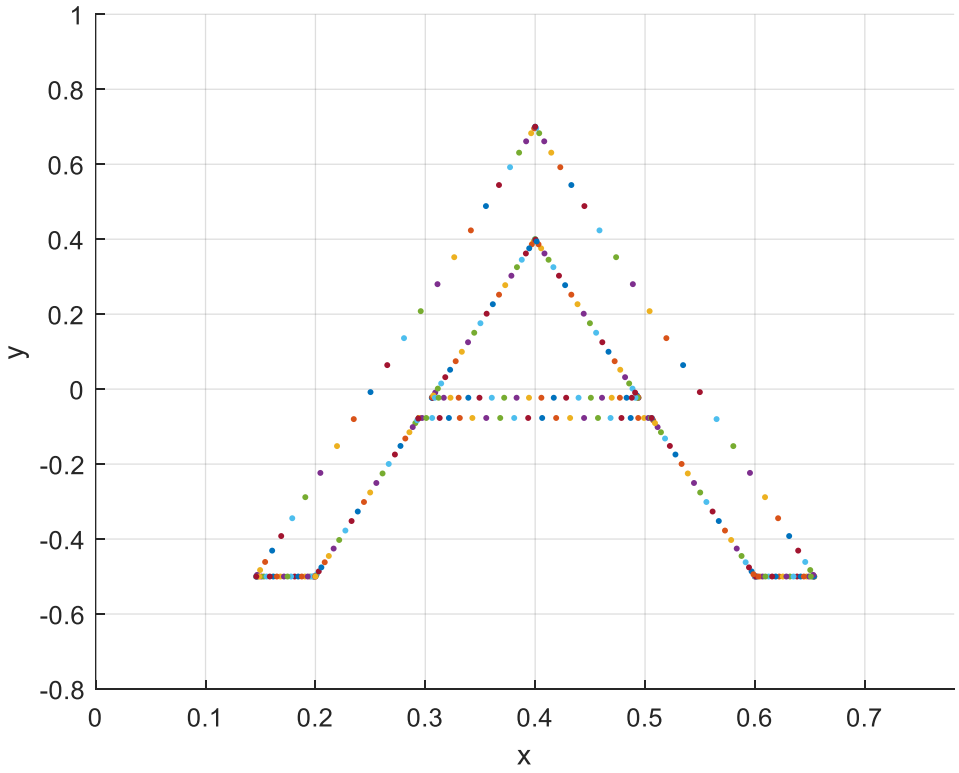


Fig.6.2**:** la lettre A dessinée dans le plan (x,y) par le puma 560.

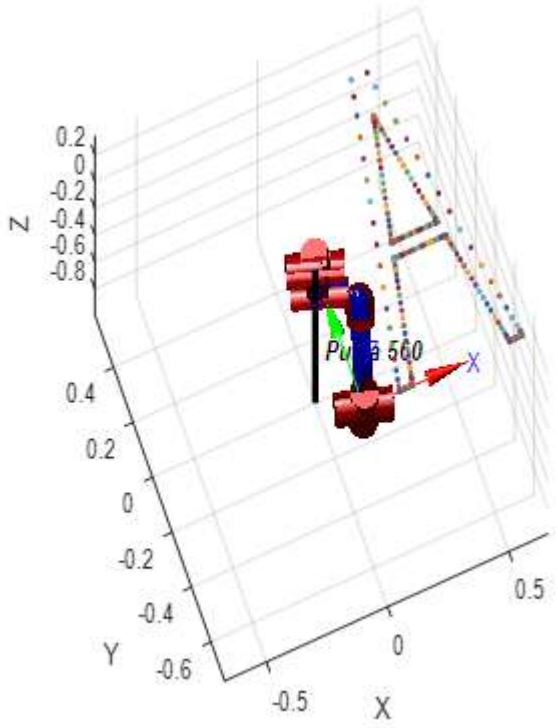


Fig.6.3**:**la lettre A dessinée dans l'espace.

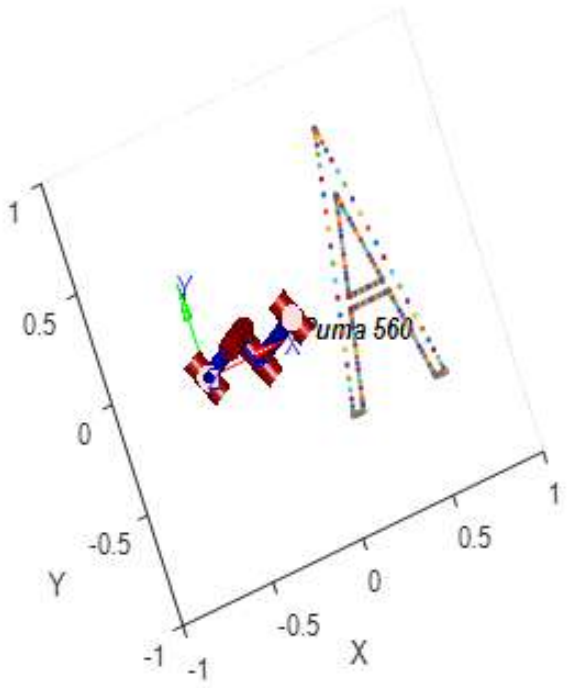


Fig.6.4 : la lettre A dessinée dans le plan (x,y).

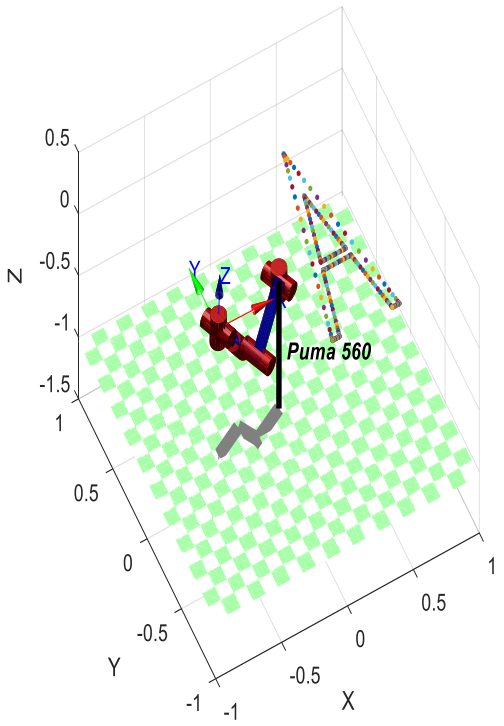


Fig.6.5 : la lettre A dessinée dans l'espace.

6.3 Projet 2 : dessin de la lettre k

Dans ce premier projet on veut que le robot suit un chemin sous forme de la lettre K dans le plan (x, y) comme indiqué sur la Fig.6. Les étapes de dessin sont résumées sur le tableau 6.2.

Tableau 6.2 : coordonnées des points appartenant à la trajectoire « A ».

Point	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Coordonnées	$(0.2, -0.5, 0)$	$(0.2, 0.5, 0)$	$(0.6, 0.5, 0)$	$(0.2, 0, 0)$	$(0.6, -0.5, 0)$	$(0, -0.5, 0)$

Lorsqu' on passe du point 2 $(0.2, 0.5, 0)$ au point 3 on lève l'effecteur terminal , il est de même lors du passage du point 5 au point 6.

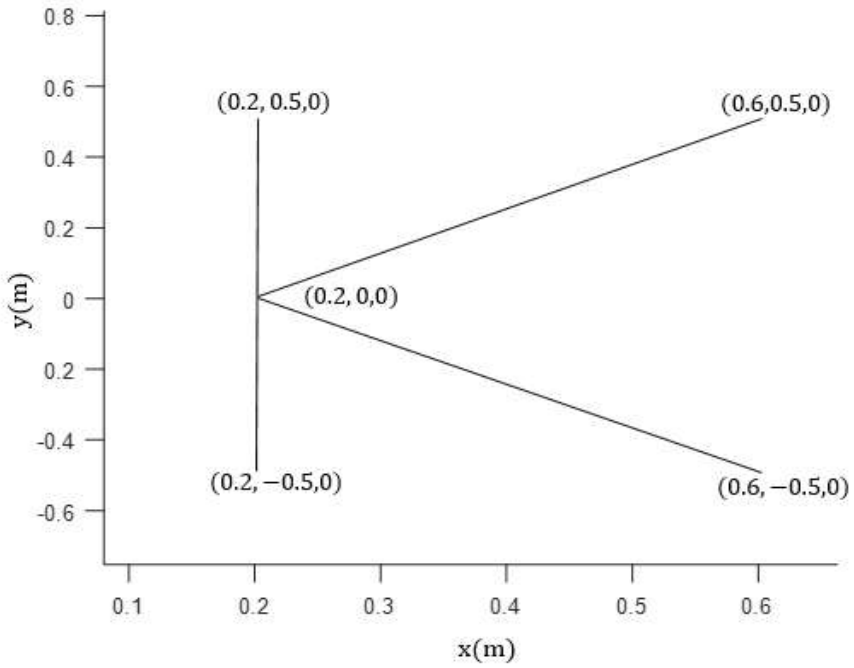


Fig.6.6 : les cordonnées de la lettre k**.**

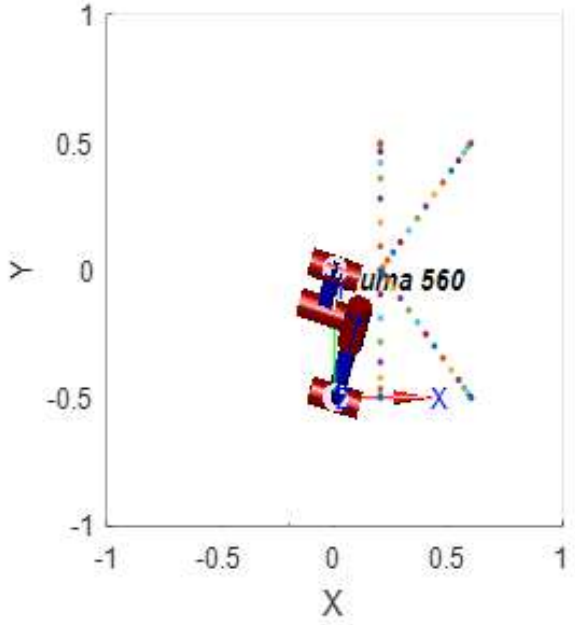


Fig.6.7 : la lettre K dessinée par le puma560 dans l'espace.

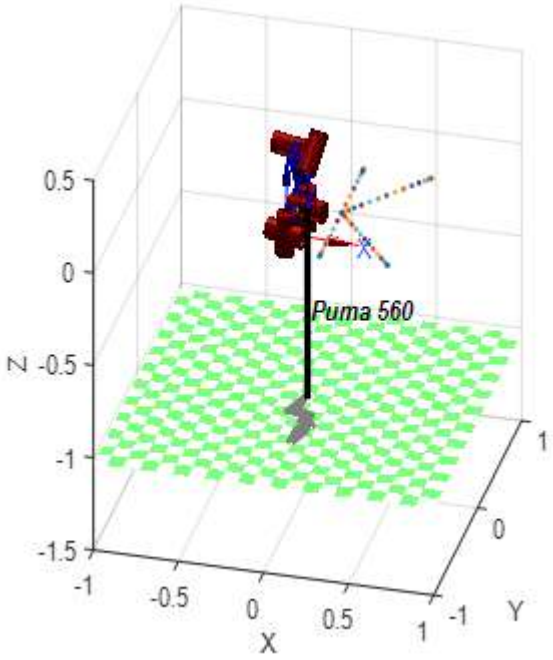


Fig.6.8 : la lettre *k* dessinée par le puma560 dans le plan (x,y).

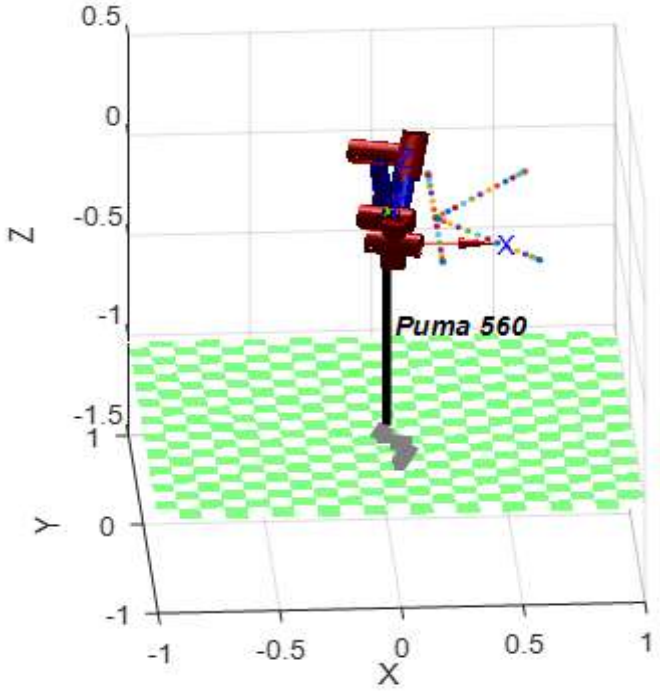


Fig.6.9: la lettre K dessinéepar le puma560 dans l'espace.

6.4 Projet 3 : dessin de deux cercle par le puma 560

On dessine deux cercles ayant le même centre sur le plan (x, y)comme indiqué dans la figure 6.10.

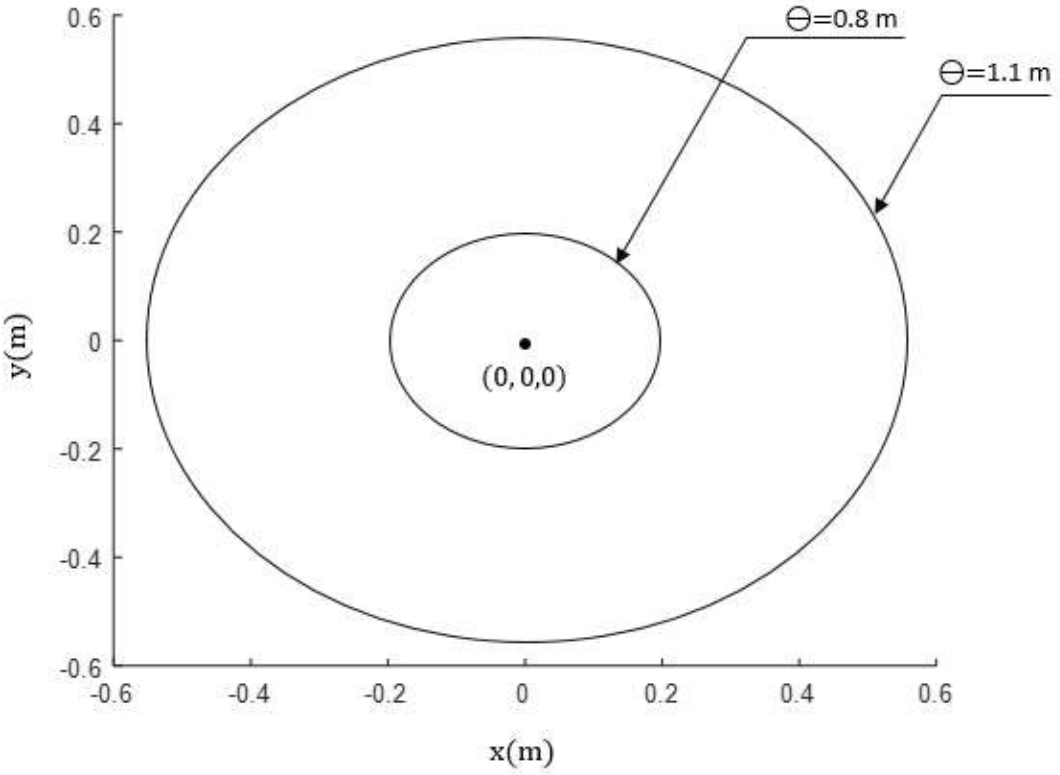


Fig.6.10 : les cordonnées pour deux cercles.

Les étapes de dessin des deux cercles :

1 On descend le stylo existant au niveau de l'effecteur terminal au point (0,0,0).

2 On dessine un cercle d'un rayon 0.55 m et d'un centre (0,0,0).

3 On lève le stylo du point $(-0.55\ , -0{,}0)$ et on le place au point$(-0.55\ , -0, -0.1)$.

4 On passe du point $(-0.55\ , -0, -0.1)$ au point$(-0.2\ ,0{,}0.1)$.

5 On descend la plume du point $(-0.2, -0, -0.1)$ au point $(-0.2\ , -0{,}0)$.

6 On dessine le deuxième cercle qui a un rayon 0.4 m et son centre est : (0,0,0).

7 Une fois le 2 éme cercle est dessiné, il vaut mieux garder l'effecteur terminal hors de l'espace de travail pour cela on lève l'effecteur terminale du point $(-0.2\ , -0\ , 0)$ au point $(-0.2\ , -0\ , 0.5)$.

Les figures 6.11 e t6.12 représentent les résultats de simulation.

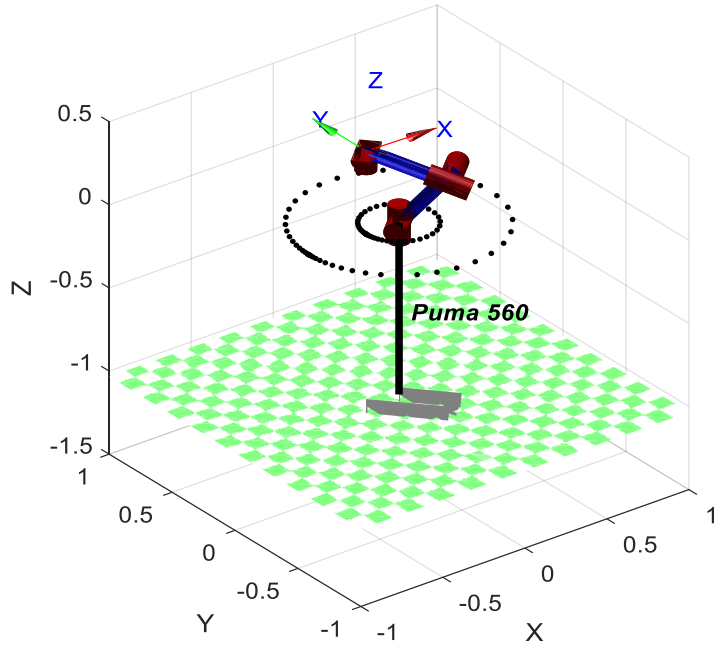


Fig.6.11 : les deux cercles dessinés par le puma560 dans l'espace.

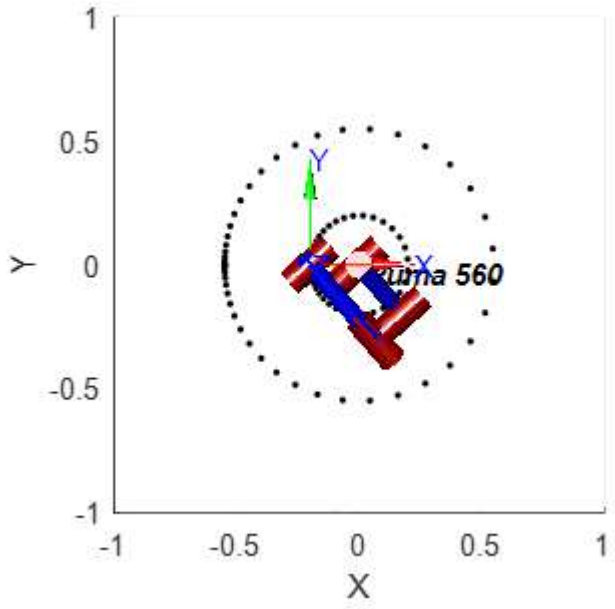


Fig.6.12 : les deux cercles dessinés par le puma560 dans le plan (x, y).

6.5 Conclusion

Lors de l’utilisant d’un bras manipulateur, on doit :

Déterminez précisément les coordonnées appropriées à son déplacement, ces coordonnées ne sont pas aléatoires mais dépendent des dimensions du robot (son espace de travail).

Plus le code du programme réalisé il nécessite moins d’espace mémoire et de temps de calcul.

Conclusion générale :

Conclusion générale :

Dans ce projet le thème abordé est la modélisation géométrique directe des robots manipulateurs à structure ouverte.

Pour le choix des repères on a utilisé les paramètres de D-H, l'identification du model géométrique inverse est faite par la méthode de Paul qui est la plus réputé pour les robots industriels.

La deuxième partie est consacré à l'étude cinématique on a fait le calcul de la matrice Jacobienne, ainsi que la détermination du model cinématique inverse du robot puma 560 qui est le cas d'étude de ce projet.

Perspectives :

Comme perspectives à ce travail on propose de :

- Réaliser un prototype à ce robot.
- Elargir cette étude en concentrant sur l'application des techniques de commande, utilisation des algorithmes d'intelligence artificielles pour l'optimisation des trajectoires.

Références bibliographiques :

[1] Mark W. Spong, Seth Hutchinson, and M. Vidyasagar. "Robot Dynamics and Control". 2eme édition, 2004.

[2] Philippe Coiffet, "La robotique: principes et applications", Edition Hermès, 1986.

[3] Etienne Dombre et Wissama Khalil, "Modélisation et commande des robots", Edition Hermès Paris, 1988.

[4] Corke, Peter. Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB® second, completely revised. Vol. 118. Springer, 2017.

[5] Kalos, Malvin H., and Paula A. Whitlock. Monte carlo methods. John Wiley & Sons, 2009.

[6] Denavit J., Hartenberg R.S., "A kinematic notation for lower pair mechanism based on matrices". Trans, of ASM E, J. of Applied Mechanics, Vol. 22. juin 1955, p. 215-221.

[7] Sheth P.N., Uicker J.J. "A generalized symbolic notation for mechanism". Trans, of ASME, .J. of Engineering for Industry, Vol. 93, 1971, p. 102-1 12.

[8] Renaud M. "Contribution à l'étude de la modélisation et de la commande des systèmes mécaniques articulés". Thèse de Docteur-Ingénieur, UPS, Toulouse, déc. 1975.

[9] Khalil W. "Modélisation et commande par calculateur du manipulateur MA- 23 ; extension à la conception par ordinateur des manipulateurs". Thèse de Docteur- Ingénieur, USTL, Montpellier, sept. 1976.

[10] Borrel. P, "Modèle de comportement de manipulateurs ; application à l'analyse de leurs performances et à leur commande automatique". Thèse de Troisième Cycle, USTL, Montpellier, déc. 1979.

[11] Craig J.J., "Introduction to robotics: mechanics and control". Addison Wesley Publishing Company, Reading, 1986.

[12] Paul R.C.P., "Robot manipulators: mathematics, programming and control". MIT Press. Cambridge, 1981.

[13] Pieper D.L, "The kinematics of manipulators under computer control". Ph.D. Thesis, Stanford University, 1968.

[14] Raghavan M., Roth B,"Inverse kinematics of the general 6R manipulator and related linkages". Trans, of the ASME, J. of Mechanical Design, Vol. 115, 1990, p. 502-508.

[15] R.P. Paul, B. Shimano, and G. Mayer, "Kinematic Control Equations for Simple Manipulators,"IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6,1981.

[16] Wisama KHALIL, Etienne DOMBRE, "Bases de la modélisation et de la commande des robots-manipulateurs de type série", support de cours, Ecole Centrale de Nantes 2012.

[17] HassamAbdelouahab, "Calcul De Trajectoire Et Controle De Deplacement D'un Robot" These Doctorat D'etat, Université Ferhat Abbas Sétifufas (Algerie),2007.

[18] Whitney D.E. "Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses". IEEE Trans, on Man Machine Systems, Vol. MMS-10(2). juin 1969. p. 47-53.

[19] Borrel P, "Contribution à la modélisation géométrique des robots manipulateurs ; application à la conception assistée par ordinateur". Thèse d'Etat USTL Montpellier, juillet 1986.

[20] Wenger P. "Aptitude d'un robot manipulateur à parcourir son espace de travail en présence d'obstacles". Thèse de Doctorat, ENSM. Nantes, sept. 1989.

[21] Yoshikawa, T. (1985). "Manipulability of robotic mechanisms". International Journal of Robotics Research (IJRR), 4(2):3–9.

Annexe

Programme 1 espace de travail de puma 560 (utilisons seulement la matrice du MGD)

```
function code
hold on
grid on

d3=149;
d4=433;
c3=20.3;
c2=432;
n=10000; %nombre of random simple

for i=1:1:n
    Q1=-360* (rand());
    Q2=-250* (rand());
    Q3=-270* (rand());
    Q4=-240* (rand());
    Q5=-300* (rand());
    Q6=-530* (rand());

forwardk=[……]%now defined the forward  kinematix here

     x=forwardk(1,4);%x-position symbole4 means row4 in forwardk  1means take the
first value meansX
    y=forwardk(2,4); %y-position
    z=forwardk(3,4);%z-position
    xr=(forwardk(1,1)+forwardk(1,2)+forwardk(1,3)) %the x componenet of the
orientation vector
    yr=(forwardk(2,1)+forwardk(2,2)+forwardk(2,3)) %the y componenet of the
orientation vector
    zr=(forwardk(3,1)+forwardk(3,2)+forwardk(3,3)) %the z componenet of the
orientation vector

plot3(x,y,z,'b.')

end
end
```

Programme 2 génération de l'espace de travail de puma 560

```
clear all
clc
mdl_puma560
T=p560.fkine(qr)
p1=transl(T)
plot3(p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
hold on
grid
samples=10000;
for abc=1:1:samples
    q1=(160+160)*rand()-160 ;
    q2=(225+45)*rand()-45;
    q3=(45+225)*rand()-225;
    q4=(170+110)*rand()-110;
    q5=(100+100)*rand()-100;
    q6=-530*rand()-266;
   pose=[q1 q2 q3 q4 q5 q6]

p560.plot(pose)
T=p560.fkine(pose)
p2=transl(T)
plot3(p2(1,1),p2(1,2),p2(1,3),'c.')
end
```

Les Limites des angles :

$$-160° < \theta_1 < 160°$$

$$-45° < \theta_2 < 225°$$

$$-225° < \theta_3 < 45°$$

$$-110° < \theta_4 < 170°$$

$$-100° < \theta_4 < 100°$$

$$-260° < \theta_6 < 260°$$

Programme 3 calcul de la matrice jacobienne.

```
clear all
clc
mdl_puma560%construire le puma560 in RTB
p560
qn
T0=p560.fkine(qn)%le premier pose
p560.plot(qn)
dq1=1e-9  % la quantité de changement que nous voulons
Tp1=p560.fkine(qn+[dq1 0 0 0 0 0])%le nouvelle pose
dTdq1=(Tp1-T0)/dq1 % le dérivée (T')
transl(dTdq1)
dRdq1=dTdq1(1:3,1:3)%la matrice de rotation à partir de dTdq1
R=T0(1:3,1:3)
S1=dRdq1*inv(R)
vex(S1)%vecteur de vélocité[ωx,ωy,ωz]

Tp2=p560.fkine(qn+[ 0 dq1 0 0 0 0])
dTdq2=(Tp2-T0)/dq1
transl(dTdq2)
dRdq2=dTdq2(1:3,1:3)
R=T0(1:3,1:3)
S2=dRdq2*inv(R)

Tp3=p560.fkine(qn+[ 0 0 dq1 0 0 0])
dTdq3=(Tp3-T0)/dq1
transl(dTdq3)
dRdq3=dTdq3(1:3,1:3)
R=T0(1:3,1:3)
S3=dRdq3*inv(R)
vex(S3)

Tp4=p560.fkine(qn+[ 0 0 0 dq1 0 0])
dTdq4=(Tp4-T0)/dq1
transl(dTdq4)
dRdq4=dTdq4(1:3,1:3)
R=T0(1:3,1:3)
S4=dRdq4*inv(R)
vex(S4)

Tp5=p560.fkine(qn+[ 0 0 0 0 dq1 0])
dTdq5=(Tp5-T0)/dq1
transl(dTdq5)

dRdq5=dTdq5(1:3,1:3)
R=T0(1:3,1:3)
S5=dRdq5*inv(R)
vex(S5)

Tp6=p560.fkine(qn+[ 0 0 0 0 0 dq1])
dTdq6=(Tp6-T0)/dq1
transl(dTdq6)
dRdq6=dTdq6(1:3,1:3)
R=T0(1:3,1:3)
S6=dRdq6*inv(R)
vex(S6)
```

$$T' = \begin{bmatrix} \frac{dR}{dq_1} & \\ & \end{bmatrix} = dTdq1$$

$$\begin{bmatrix} \text{Vélocité} \\ \text{angulaire} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & \omega_y \\ -\omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x'}{\delta q_1'} & \frac{\delta x'}{\delta q_2'} & \frac{\delta x'}{\delta q_3'} & \frac{\delta x'}{\delta q_4'} & \frac{\delta x'}{\delta q_5'} & \frac{\delta x'}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta y'}{\delta q_1'} & \frac{\delta y'}{\delta q_2'} & \frac{\delta y'}{\delta q_3'} & \frac{\delta y'}{\delta q_4'} & \frac{\delta y'}{\delta q_5'} & \frac{\delta y'}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta z'}{\delta q_1'} & \frac{\delta z'}{\delta q_2'} & \frac{\delta z'}{\delta q_3'} & \frac{\delta z'}{\delta q_4'} & \frac{\delta z'}{\delta q_5'} & \frac{\delta z'}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_X}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_X}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_Y}{\delta q_6'} \\ \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_1'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_2'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_3'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_4'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_5'} & \frac{\delta \omega_Z}{\delta q_6'} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} q_1' \\ q_2' \\ q_3' \\ q_3' \\ q_4' \\ q_5' \\ q_6' \end{bmatrix}$$

Programme 4 Tracement de l'ellipse (utilisons la jacobien)

```
clear all
mdl_puma560
p560
J=p560.jacob0(qn)
J=J(1:3,:)
plot_ellipse (J*J')
grid
figure
```

Dans le premier cas : Nous dessinons un ellipse pour $x^{'}, y^{'} et\ z^{'}$ et ellipse pour $\omega_x, \omega_y et\ \omega_z$

$$J(qn) = \begin{bmatrix} 0.1501 & 0.144 & 0.3197 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5963 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5963 & 0.2910 & 0 & 0 & 0 \\ -0 & -0 & -0 & 0.7071 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
J=p560.jacob0(qn)
J=J(4:6,:)
plot_ellipse (J*J')
grid
```

```
close all
q=qr
q(5)=3*pi/180
Jr=p560.jacob0(q)
Jr=Jr(1:3,:)
plot_ellipse (J*J')
grid
figure
hold on
Jr=p560.jacob0(q)
Jr=Jr(4:6,:)
plot_ellipse (J*J')
```

Dans le deuxième cas : Nous dessinons aussi un ellipse pour $x^{'}, y^{'} et\ z^{'}$ et ellipse pour $\omega_x, \omega_y et\ \omega_z$

Programme 5 calcul des couples

```
clear all
clc
mdl_puma560
p560
t=[0:0.5:5]
q=jtraj(qz,qn,length(t))
[q,qd,qdd]=jtraj(qz,qn,length(t));
qplot([q qd qdd])
qd=(1/5)*qd
qdd=(1/5)*qdd
p560.payload(1.5,[0,0,0.07])
p560.rne(q,qd,qdd)
```

Programme 6 projet 1

```
clear all
mdl_puma560
t=[0 :0.4:10]
xi=0.3060; yi=-0.0230;zi=0;
xf=0.4 ;  yf=0.4;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
    p560.plot(a)
 end
xi=0.4; yi=0.4;zi=0;
xf=0.4940 ;  yf=-0.0230;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
    p560.plot(a)
 end
xi=0.4940 ;  yi=-0.0230;zi=0;
xf=0.3060 ;  yf=-0.0230;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
     p560.plot(a)

end
```

```
xi=0.3060 ;  yi=-0.0230;zi=0;
xf=0.3060 ;  yf=-0.0230;zf=0.1;
T1=transl(xi,yi,zi)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,zf)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q1=p560.ikine6s(T)
p560.plot(q1)
xi=0.3060 ;  yi=-0.0230;zi=0.1;
xf=0.2940 ;  yf=-0.0770;zf=0.1;
T1=transl(xi,yi,zi)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,zf)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q1=p560.ikine6s(T)
p560.plot(q1)
xi=0.2940 ;  yi=-0.0770;zi=0.1;
xf=0.2940 ;  yf=-0.0770;zf=0;
T1=transl(xi,yi,zi)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,zf)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q1=p560.ikine6s(T)
p560.plot(q1)
xi=0.2940 ;  yi=-0.0770;zi=0;
xf=0.5060 ;  yf=-0.0770;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
     p560.plot(a)
 end
xi=0.5060 ;  yi=-0.0770;zi=0;
xf=0.6 ;  yf=-0.5;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
     p560.plot(a)

end
```

```
xi=0.6  ;  yi=-0.5;zi=0;
xf=0.6540 ;  yf=-0.5;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
     p560.plot(a)
 end
xi=0.6540 ;  yi=-0.5;zi=0;
xf=0.4 ;  yf=0.7;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
     p560.plot(a)
 end
xi=0.4;  yi=0.7;zi=0;
xf=0.1460;  yf=-0.5;zf=0;
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
    a=q(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
    plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
    hold on
     p560.plot(a)
 end
```

Programme 7 projet 2

```
clear all
clc
clf
mdl_puma560
t=[0:0.3:5];
xi=0.2 ; yi=-0.5;
xf=0.2 ;  yf=0.5;
stylus_on(xi,yi,xf,yf,t)
xi=xf ; yi=yf;
xf=0.6 ; yf=0.5;
stylus_off(xi,yi,xf,yf,t)
xi=xf ; yi=yf;
xf=0.2 ; yf=0;
stylus_on(xi,yi,xf,yf,t)
xi=xf ; yi=yf;
xf=0.6 ; yf=-0.5;
stylus_on(xi,yi,xf,yf,t)
xi=xf ; yi=yf;
xf=0 ; yf=-0.5;
stylus_off(xi,yi,xf,yf,t)
```

```
function
stylus_on(xi,yi,xf,yf,t)
mdl_puma560
T1=transl(xi,yi,0)*troty(pi/2)
T2=transl(xf,yf,0)*troty(pi/2)
T=ctraj(T1,T2,length(t))
q=p560.ikine6s(T)
for i=1:length(t)
a=q(i,:)
Ts=p560.fkine(a)
p1=transl(Ts)
p1(1,1)
p1(1,2)
p1(1,3)
plot3
(p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'.')
hold on
p560.plot(a)

end
```

```
function
stylus_off(xi,yi,xf,yf,t)
mdl_puma560
T1=transl(xi,yi,0.1)*troty(pi/2)
T2=transl(xf,yf,0.1)*troty(pi/2)
T=ctraj(T1,T2,length(t));
q=p560.ikine6s(T);
p560.plot(q)
```

Programme 8 projet 3

```
clear all
clc
clf
mdl_puma560
p560
r=0.55;
teta=[-pi:2*pi/160:pi]
x=r*cos(teta)
y=r*sin(teta)
z=0
I1=eye(4);
I2=eye(4);
scatter3(x,y,z*ones(1,161),'.','k')
hold on
I1(1:3,4)=[x(1),y(1),0]
p1=p560.ikine6s(I1)
I2(1:3,4)=[x(161),y(161),0]
p2=p560.ikine6s(I2)
T1=jtraj(p1,p2,50)
qf1=p560.fkine(T1)
for  i=1:50
    a=T1(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
   plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'k.')
    hold on
    p560.plot(a)

end
xi=-0.5500 ;  yi=-0.0000;zi=0
xf= -0.5500;  yf=-0.000;zf=0.1
T1=transl(xi,yi,zi)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,zf)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,50)
q1=p560.ikine6s(T)
p560.plot(q1)
xi=-0.5500 ;  yi=-0.0000;zi=0.1
xf= -0.2000;  yf=-0.000;zf=0.1
T1=transl(xi,yi,zi)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,zf)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,50)
q1=p560.ikine6s(T)
p560.plot(q1)
xi=-0.2000 ;  yi=-0.0000;zi=0.1
xf= -0.2000;  yf=-0.000;zf=0
T1=transl(xi,yi,zi)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,zf)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,50)
q1=p560.ikine6s(T)
p560.plot(q1)
```

```
r=0.2;

teta=[-pi:2*pi/160:pi]
x=r*cos(teta)
y=r*sin(teta)
z=0
I3=eye(4);
I4=eye(4);
%scatter3(x,y,z*ones(1,161),'.','k')
 hold on
I3(1:3,4)=[x(1),y(1),0]
p3=p560.ikine6s(I3)
I4(1:3,4)=[x(161),y(161),0]
p4=p560.ikine6s(I4)
T2=jtraj(p3,p4,50)
qf1=p560.fkine(T2)
for  i=1:50
    a=T2(i,:)
    Ts=p560.fkine(a)
    p1=transl(Ts)
    p1(1,1)
    p1(1,2)
    p1(1,3)
  plot3 (p1(1,1),p1(1,2),p1(1,3),'k.')
    hold on
  p560.plot(a)

end
xi=-0.200 ;  yi=0.0000;zi=0
xf=-0.200 ;  yf=-0.000;zf=0.5
T1=transl(xi,yi,zi)*troty(pi/2);
T2=transl(xf,yf,zf)*troty(pi/2);
T=ctraj(T1,T2,50)
q1=p560.ikine6s(T)
p560.plot(q1)
```