REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie des Procédés et Environnement
Spécialité : Génie des matériaux

Analyse numérique différences finis sur une plaque MHD qui rayonne sous l'effet de nanofluides micropolaires

- **Présenté par**

-SADOUDI allaeddine

-BELKHIRI ramzi

- **Proposé et Dirigé par**

- Dr.ALOUAOUI Redha

- Pr.BOUAZIZ Mohamed Najib

Année universitaire: 2020/2021

Remerciement

Après avoir rendu grâce **ALLAH** le tous puissant de nous avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail, nous tenons à remercier vivement tous ce qui, de prés ou de loin, il s'agit particulièrement :

Notre promoteur ***Dr. ALOUAOUI Redha*** , le co-promouteur ***Pr.BOUAZIZ Mohamed Najib***

pour son encadrement, sa disponibilité, sa rigueur scientifique et son sens d'écoute et d'échange

Nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements au président du jury ***Dr . FERGANI zineb*** et à messieurs les membres de jury pour avoir accepté de discuter ce mémoire , Examinateur : ***MCA/PhD. REBHI Redha*** et Examinatrice ***: MCA/PhD. FERHAT Samira***

Nous adressons aussi notre plus vive reconnaissance à tous nos enseignants du département des génies des procédés pour la formation qu'ils nous ont donné pendant nos études universitaires.

Nous remercions tous ceux qui ont contribué de près ou de loin, directement ou indirectement à la réalisation de ce mémoire .

Dédicaces

Je dédie ce travail

A mes très chers parents pour leur amour ,leur confiance ,leur sacrifice ,et leur grande soutien tout au long de mes études,

A mes très chers frères SAMIR et WALID ,ma sœur MERIEM , et a tout ma famille et pour leurs conseils et encouragement

A mon très cher binôme SADOUDI ALLAEDDINE pour sa patience, sa générosités, et son amitié

A mes amis, Fares, Rafik, Chiliche, Akram , Ayoube

.....

A mes collègues de génie des procédés pour leur gentillesse. A tous ceux qui me sont chers, qu'ils trouvent tout ici l'expression de reconnaissance et gratitude.

RAMZI

Dédicaces

Je dédie ce travail

A mes très chers parents pour leur amour ,leur confiance ,leur sacrifice ,et leur grande soutien tout au long de mes études,

A mes sœurs , et a tout ma famille et pour leurs conseils et encouragement

A mon très cher binôme Belkhiri ramzi pour sa patience, sa générosités, et son amitié

A mes amis, khaled, Abderrahmane, Abdelallah

.....

A mes collègues de génie des procédés pour leur gentillesse. A tous ceux qui me sont chers, qu'ils trouvent tout ici l'expression de reconnaissance et gratitude.

ALLAEDDINE

الملخص:
الهدف المحدد لهذه الدراسة هو فهم واستكشاف المجالات الديناميكية والحرارية للهيكل لتدفق الموائع النانوية الدقيقة على صفيحة عمودية قابلة للنفاذ تخضع لمجال مغناطيسي. تمت كتابة صيغة رياضية لهذا التدفق الحراري المعقد والتأثيرات المركبة. سيتم تقديم مهمة حسابية لفحص التأثيرات ذات الصلة لمختلف الكميات المادية للفائدة.
الكلمات المفتاحية: الطبقة الحدودية ، الديناميكا المائية المغناطيسية ، الموائع النانوية الدقيقة القطبية ، انتقال الحرارة والحمل الحراري الطبيعي.

Abstract :

The goal assigned to this study is the understanding and exploration of the dynamic and thermal fields of the structure for a micropolar nanofluid flow on a moving vertical permeable plate subjected to a magnetic field. A mathematical formulation is written for this complex convective flow and the combined effects. A computational task will be presented to examine the relevant effects of the different on the physical quantities of interest.

Keywords : boundary layer , magnetohydrodynamics , micropolar nanofluid , heat transfer and natural convection.

Résumé :

Le but assigné à cette étude est la compréhension et l'exploration des champs dynamiques et thermiques de la structure pour un écoulement de nanofluide micropolaire sur une plaque perméable verticale mobile soumise à un champ magnétique. Une formulation mathématique est écrite pour cet écoulement convectif complexe et les effets combinés. Une tâche de calcul sera présentée pour examiner les effets pertinents des différents sur les grandeurs physiques d'intérêt.
Les mots clés : couche limite , magnétohydrodynamique , nanofluide micropolaire , transfert thermique et convection naturelle.

Table des matières

Remerciement
Dédicace
Résumé
Table des matières
Liste des symboles
Lettres grecques
Abréviation
Sous-rubriques
Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Chapitre I : Couche limite

I.1. Introduction 1

I.2. Convection naturelle thermique et massique 1

I.2.1. Aspect physique du problème 1

I.2.2. Couche limite en convection libre dans un milieu libre 2
I.2.2.1. Couche limite dynamique 2

I.2.2.2. Couche limite thermique 4

I.2.2.3. Couche limite massique 5

I.2.3. Équations de couche limite laminaire en convection libre 6
I.2.3.1. Considérations de similitude 8

I.3. Transfert radiatif [10] 11

I.3.1 Définitions et lois du rayonnement thermique [10] 12
I.3.1.1 Le rayonnement électromagnétique 12

I.3.1.2 Le rayonnement thermique [11] 13

I.3.2 Classification des grandeurs physiques utilisées [11] 14
1.3.2.1 La puissance émissive [10] 14

I.3.2.2 Intensité Radiative [10] 17

I.3.2.3 Le flux thermique radiatif [10] 18

I.3.3 Modes combinées avec la radiation [11] 19

I.3.4 L'équation générale de l'énergie [11] 19

I.3.5 Interaction avec Conduction et Convection [11] 19

I.4. Conclusion 20

Chapitre II: La magnétohydrodynamique

II.1 Introduction **22**

II.2 Définition de la magnétohydrodynamique **22**

II.3. Description d'un fluide conducteur **23**

II.3.1. Loi d'Ohm généralisée **23**

II.3.2. Equations de Maxwell **24**

II.3.3. Équation d'induction et force de Laplace **25**

II.3.4. Équations du mouvement **26**

II.4. Les nombres adimensionnels **27**

II.4.1. le nombre de Reynolds *Re* **28**

II.4.2.Le paramètre d'interaction *N* **28**

II.4.3.Nombre de Hartmann *Ha* **29**

II.4.4. le nombre de Reynold magnétique *Rem* **29**

II.4.5.Le nombre de Grashof **30**

II.4.6. Le nombre de Grashof modifié (paramètre de Flottaison) *GR* **30**

II.4.7. Le nombre de Brinkman **30**

II.4.8. Le nombre de Prandtl **31**

II.5. Conclusion **31**

Chapitre III: Les nano fluides et micropolaire

III. 1 Introduction **33**

III.2 Généralités sur les nanofluides **33**

III.2.1 Définition **33**

III.2.2 Nanoparticules et les fluides porteurs **33**

III.2.3 Types de nanoparticules **34**

III.2.4 Fabrication et préparation des nanofluides **35**

III.2.5 Propriétés thermophysiques des nanofluides **36**

III.2.5.1 La masse volumique 37

III.2.5.2 La chaleur spécifique 37

III.2.5.3 Le coefficient d'expansion thermique 38

III.2.5.4 La conductivité thermique des nanofluides 38

III.2.5.4.1 Modèle de Maxwell (1881) 38

III.2.5.4.3 Modèle de Yu et Choi (2003) [26] 39

III.2.5.4.4 Modèle de Bruggeman (1935) [22] 39

III.2.5.5 La viscosité dynamique 39

III.2.5.5.1 Modèle d'Einstein (1906) 40

III.2.5.5.2 Modèle de Brinkman (1952) [21] 40

III.2.5.5.3 Modèle de Batchelor (1976) [19] 40

III.2.5.5.4 Modèle Maiga et al. (2005) 41

III.2.5.5.5 Modèle Pack et Cho (1998) 41

III.3 Les fluides micropolaire 41

III .3.1. Flux des particules fines en suspension 41

III.3.1.1. Fluides en suspension de particules polymériques 41

III.3.1.2. Colloïdes 41

III.3.1.3.Sangs 42

III .3.1.4. Liquide synovial ou liquide articulaire humain. 43

III.3.1.5. Cristaux liquides. 43

III.3.2. Quelques modèles rhéologiques de fluides micropolaires. 45

III .3.2.1. Carreau et modèles Carreau modifiés. 46

III.3.2.2. Modèles de sang humain. 47

II.2.3. Purgeur de cisaillement ou fluide pseudoplastique. 48

III.4. Caractéristiques générales du fluide micropolaire. 49

III.4.1. Micro-rotation (vortex). 49

III.4.2. Viscosité du vortex. 50

III.5. Paramètres principaux affectant la viscosité. 50

III .5.1. Effets de la température et de la pression. 50

III.6.Conclusion 51

Chapitre IV: Résultats et discussion

IV.1. Introduction 53

IV.2. Formulation mathématique 53

IV.3. Résultats et discussion 56

IV.3. 1 Effet du paramètre magnétique *M* et du paramètre matériau *K* 56

IV.3.2 Effet du paramètre d'aspiration / injection f_w et du paramètre de matériau K 57

IV.3.3. Effet du nombre de Prandtl Pr et du paramètre de matériau K 59

Conclusion générale 62

Références bibliographiques 64

Liste des symboles

B_0	Champ magnétique uniforme,	(Tesla)
C	Concentration,	(mol/m^3)
C_f	Coefficient de frottement mécanique,	(1)
c_p	Chaleur spécifique à pression constante du fluide,	(J/Kg)
D	Diffusivité massique,	(m^2/s)
Ec	Nombre d'ECKERT,	(1)
f	Fonction de vitesseadimensionnelle,	(1)
f_w	Paramètre aspiration/injection,	(1)
g	Accélération due à la gravité,	(m/s^2)
h	La micro rotationadimensionnelle,	(1)
Ha	Nombre de Hartmann,	(1)
Gr_x	Nombrede Grashof local thermique,	(1)
Gm_x	Nombrede Grashof local massique,	(1)
j	Densité de micro-inertie,	(W/m^2)
k_1	Coefficient thermophoréstique,	(1)
K	Paramètre matériel,	(1)
N	Le composant de la microrotation,	(x)
Nu_x	Nombre deNuselt local,	(1)
M_w	la contrainte de couple de paroi sans dimension	(1)
M	Le paramètre magnétique,	(1)
Pr	Nombre de Prandtl,	(1)

q_w	Flux thermique surfacique,	(W/m)
q'_w	Flux massique surfacique,	(W/m)
Re_x	Nombre de Reynolds local,	(1)
Sh_x	Nombre de Sherwood local,	(1)
Sc	Nombre de Schemidt,	(1)
T	Température,	(K)
T_r	Température de référence,	(K)
V_T	la vitesse de la thermophorèse,	(m/s)
v_w	Vitesse d'aspiration ou vitesse d'injection,	(m/s)
u	Composante de vitesse suivant x,	(m/s)
v	Composante de vitesse selon y,	(m/s)
x, y	Coordonnées cartésiennes,	(m)

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique moléculaire,	(m^2/s)
β	Coefficient d'expansion thermique de fluide,	(1/K)
β^*	Coefficient d'expansion massique,	(1/mole)
γ	Viscosité de gradient de rotation,	(x)
δ_h	Epaisseur de lacouche limite hydrodynamique,	(m)
δ_m	Epaisseur de couche limite massique,	(m)
δ_{th}	Epaisseur de couche limite thermique,	(m)

η	Variable de similarité,	(1)
θ	Température adimensionnelle,	(1)
μ	Viscosité dynamique,	(Kg/s.m)
ν	Viscosité cinématique,	(m^2/s)
ρ	Densité du fluide,	(Kg/m^3)
σ^*	Constante de Stefan-Boltzmann,	($W/m^2.K^4$)
σ	Conductivité électrique du fluide,	($\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$)
ϕ	Concentration adimensionnelle,	(1)
Φ	Fonction de dissipation visqueuse,	(1/s)
ψ	Fonction de flux,	(m^2/s)
κ	Viscosité visqueuse,	(Kg/s.m)
λ_g	Conductivité thermique du fluide,	($W\ K^{-1}$)
τ	Paramètre de thermophorèse	(1)
τ_w	Contrainte de cisaillement surfacique,	(1)

Abréviation

MHD : Magnétohydrodynamique

Sous-rubriques

w Évalué sur le mur

∞ Évalué en dehors de la couche limite

Liste des figures

- **Figure I.1.** Couche limite dynamique sur une plaque plane [6].
- **Figure I. 2.** Couche limite thermique sur une plaque isothermique [6].
- **Figure I.3.** Couche limite massique sur une plaque horizontale [6].
- **Figure I.4.** Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire [7].
- **Figure I.5**. Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée: (a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique [7].
- **Figure I.6**. Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique:
- profils de vitesse, (b) profils de température [6, 9].
- **Figure I.7 :** Spectre énergie émissive d'un corps noir [10]
- **Figure I.8 :** Spectre de puissance de l'émissive du corps noir normalisé [10]
- **Figure II.1 :** Courant induit dans un fluide conducteur en présence d'un champ magnétique,[13]
- **Figure II.2 :** (a et b) Effet du champ magnétique sur l'écoulement du fluide conducteur; (c) Loi de la main droite. (Ligne bleue: champ magnétique, ligne mauve: courant, ligne verte: mouvement.),[13]
- **Figure III.1.** Nanoparticules sphériques ; Nanotubes de carbone .
- **Figure III .2.** Procédé de synthèse de nanofluide en une seule étape .
- **Figure III.3**: Viscosité du sang par rapport au taux de cisaillement .
- **Figure III.4:** Cristaux liquides nématiques et smectiques .
- **Figure III.5:** Phase cholestérolique
- **Figure III.6:** Polymères cristallins liquides; (A) chaîne principale,chaîne latérale .
- **Figure III.7:** Molécules amphiphiles: (a) molécules de savon; (B) micelle; (C) vésicule; (D) molécule de phospholipide .
- **Figure III.8:** La viscosité de cisaillement des particules sphériques de verre suspendu pour différents pourcentages de volume, dispersés dans un polymère thermoplastique à 150 ° C [36].
- **Figure III.9:** Profil des courbes obtenues à partir d'une solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau .
- **Figure III.10**: La viscosité dépend du taux de cisaillement de la solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau .
- **Figure IV.1 *:*** Modèle physique et système de coordonnées.
- **Figure IV.2*:***Velocity profiles f'(η) for different values of M. (Gr_x = 2.0, Pr = 6.2, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Ln= 2.0).
- **Figure IV.3:** Microrotation profiles h(η) for different values of M. (Gr_x = 2.0, Pr = 6.2, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Ln = 2.0).
- **Figure IV.4:** Temperature profiles θ(η) for different values of M.

- (Gr_x = 2.0, Pr = 6.2, f_w= 1.0, Ec = 0.1, Ln=2.0)
- **Figure IV.5** : Velocity profiles $f(\eta)$ for different values of f_w . (Gr_x=2.0 , Pr=6.2 , M=1.0 , Ec=0.1 , Ln=2.0).
- **Figure IV.6** : Microrotation profiles h(η) for different values of f_w . (Gr_x=2.0 , Pr=6.2 , M=1.0 , Ec=0.1 , Ln=1.0).
- **Figure IV.7** : Temperature profiles θ(η) for different values of f_w. (Gr_x=2.0 , Pr=6.2 , M=1.0 , Ec=0.1 , Ln=0.1).
- **Figure IV.8** :Velocity profiles $f(\eta)$ for different values of Pr. (Gr_x=2.0 , f_w=1.0 , M=1.0 , Ec=0.1 , Nb=Nt=0.1 , Ln=2.0).
- **Figure IV.9** : Microrotation profiles h(η) for different values of Pr (Gr_x=2.0 , f_w=1.0 , M=1.0 , Ec=0.1 , Nb=Nt=0.1 , Ln=2.0).
- **Figure IV.10** : Temperature profiles θ(η) for different values of Pr. (Gr_x=2.0 , f_w=1.0 , M=1.0 , Ec=0.1 , Nb=Nt=0.1 , Ln=2.0).

Liste des tableaux

- **Tableau II.1.** Diffusivités magnétiques D_m et nombres de Reynolds magnétiques R_m pour quelques
- écoulements MHD, pour des longueurs L_0, des vitesses U_0 et des temps t_0 caractéristiques [14].
- **Tableau III.1** regroupe une liste non exhaustive de combinaisons de nanoparticules et de fluides de base préparés par différents groupes de recherche.

- **Tableau III .2** les forces se concentrent sur les suspensions colloïdes (Adapté par Russell et al) [27].

-**Tableau III.3:** Les lois rhéologiques de l'éclaircie par cisaillement de fluide micropolaire ne présentant pas de stress critique. N. Midoux, D. Quemada et H. A. Barnes [30, 31] et [35].

- **Tableau III.4**: Relations de différents coefficients de viscosité, [32].

Introduction Générale

Introduction Générale :

De nos jours, l'un des objectifs de la recherche scientifique dans les industries se rapporte à la résolution des questions relatives aux économies des opérations de transformations d'énergie pour atteindre l'optimum. Dans ce contexte, les études menées se fixent comme objectifs une connaissance détaillée et fiable du comportement des systèmes complexes induits par des matériaux ou fluides nouveaux et en présence des phénomènes de plus en plus variés et induisant des mécanismes nouveaux.

Le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement des nanofluides micropolaires. Ces derniers sont des solutions contenant des nanoparticules en suspension dans un fluide à base classique telle l'eau. Grâce à leurs propriétés améliorées de transfert thermique, les nanofluides micropolaires peuvent être utilisés dans une multitude d'applications en ingénierie : l'industrie automotrice, le génie biomédical, le refroidissement des éléments électroniques...etc., et même en milieu poreux rendant la complexité extrême comme deuxième niveau.

Chapitre I

La couche limite

I.1. Introduction

La convection et un processus physique de transmission de la chaleur qui s`appuie sur un milieu matériel avec mouvement de matière [1, 2]. C`est l'un des modes de transport d`énergie sous l`action combinée de la conduction, de l`accumulation de l`énergie et du mouvement du milieu [3, 4]. Parmi cette combinaison, la convection est le mécanisme le plus important de transfert d`énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz [3]. De là, l`interaction entre solide et le fluide revêt une importance capitale.

Le transfert d`énergie par convection d`une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l`entoure s`effectue en plusieurs étapes. D`abord, la chaleur s`écoule par conduction de la surface aux molécules du fluide adjacentes. L`énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l`énergie de ces molécules. Les molécules vont alors se mélanger avec d`autres molécules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas, l`écoulement concerne le fluide avec transport d`énergie. En définitive, l`énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l`effet de leur mouvement [3, 5].

I.2. Convection naturelle thermique et massique

I.2.1. Aspect physique du problème

En fait, dans notre environnement quotidien, les manifestations de la convection libre sont plus présentes que les effets de la convection forcée, même si elles ne sont pas toujours directement perceptibles par nos sens. C'est ainsi que dans n'importe quelle salle d'habitation nous sommes entourés en permanence de mouvement d'air ; celui-ci se réchauffe en montant les longs des parois les plus chaudes, et se refroidit en descendent le long des parois les plus froides. La diversité des situations est également plus grande en convection libre **:** par l'inclinaison d'une paroi, qui est souvent sans effet dans un écoulement isotherme, devient ici un paramètre essentiel; de même les effets de gravité sont significatifs dans des enceintes fermés anisothermes (bâtiment, réacteurs chimiques) ou en physique de l'environnement, du fait des écarts de température entre la surface et l'ambiance [1].

Les domaines d'applications sont donc vastes, et concernent aussi bien l'isolation des canalisations que le refroidissement des circuits électriques et électroniques, la thermique du bâtiment et le confort humain, les panaches et la dispersion des effluents ou encore la thermique de l'atmosphère et des océans. En ce qui concerne la mécanique des écoulements de convection naturelle on observe que, puisque les gradients de masse volumique à l'origine du mouvement sont eux-mêmes dus à des gradients de température, il y a

là un couplage structurel entre bilan de quantité du mouvement et bilan d'énergie, c.-à-d. entre champ de vitesse et champ de température. Ce couplage est fort du fait que la température est sous la dépendance de la vitesse et réciproquement.

Une spécificité de la convection libre concerne les faibles niveaux de vitesse atteints, avec pour conséquence immédiate des flux thermiques également modestes. Il en résulte d'abord que la convection libre constitue soit un obstacle lorsqu'on veut améliorer les échanges thermiques soit une sorte d'isolation naturelle lorsqu'on veut au contraire les réduire, et ensuite que les échanges par rayonnement, souvent négligeable en convection forcée, pourront être ici du même ordre de grandeur que les échanges convectifs [1].

Bien évidement, les gradients de densité auxquels nous avons fait allusion se produisent aussi en convection forcée mais là, justement, leurs effets sont à peu près nuls. Les cas intermédiaires, où ces effets sont comparables à ceux de l'écoulement forcé, constituent des situations de convection mixte. Ajoutons enfin que l'existence d'un gradient de masse volumique n'entraine pas automatiquement un mouvement de convection naturelle, ainsi, entre deux plaques planes horizontales, si c'est la plaque supérieure qui est la plus chaude, le transfert thermique reste en général purement conductif [1].

L'aspect le plus important des transferts en convection libre est (comme en convection forcée) ce qui se passe au voisinage des parois. On y retrouve en particulier des structures de couche limite. Les équations générales auxquelles obéit le phénomène seront traitées dans ce qui suit.

I.2.2. Couche limite en convection libre dans un milieu libre

Le concept de la couche limite joue un rôle important pour la compréhension de la convection thermique et massique entre une surface et un fluide qui circule devant elle. Dans ce qui suit, la couche limite dynamique, thermique, et de concentration sont décrits, ainsi que leurs relations avec le coefficient de frottement, le coefficient de transfert de chaleur par convection, et le coefficient de transfert de masse par convection.

I.2.2.1. Couche limite dynamique

Pour introduire le concept d'une couche limite, on considère un écoulement sur la plaque plane de la figure I.1. Lorsque les particules de fluide entrent en contact avec la surface, leur vitesse est réduite de manière significative par rapport à la vitesse du fluide en amont de la plaque, et dans la plupart des cas, il est valable de supposer que la vitesse de la particule est égale à zéro à la paroi. Ces particules agissent alors pour retarder le mouvement des particules dans la couche de fluide adjacente, qui servent à retarder le mouvement des particules dans la couche suivante, et ainsi de suite jusqu'à ce que, à une distance $y = \delta$ à partir de la surface, l'effet devient négligeable. Ce retard de mouvement est associé à des contraintes de

cisaillement **τ** agissant dans des plans qui sont parallèles à la vitesse du fluide (figure I.1). Avec l'augmentation de la distance *y* à partir de la surface, la composante de vitesse du fluide *u* selon l'axe *x*, doit alors augmenter jusqu'à ce qu'elle se rapproche de la valeur limite u_∞. L'indice ∞ est utilisé pour désigner les conditions dans l'écoulement libre en dehors de la couche limite. La quantité δ est dite l'épaisseur de la couche limite, et il est généralement définie comme la valeur de y pour lequel $u = 0.99\ u_\infty$. Le profil de vitesse de la couche limite se rapporte à une manière dans laquelle u varie avec y à travers la couche limite [7].

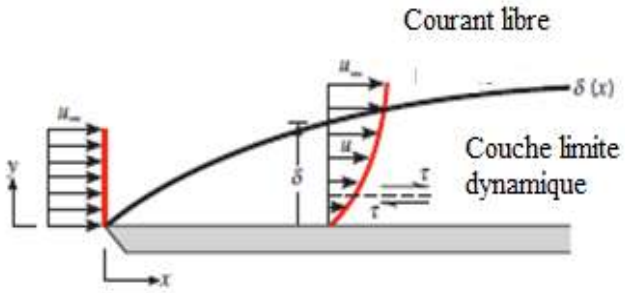


Figure I.1. *Couche limite dynamique sur une plaque plane [6].*

En conséquence, l'écoulement du fluide est caractérisé par deux zones distinctes, une couche mince de fluide (la couche limite) dans lequel des gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont grandes et une région en dehors de la couche limite dans laquelle les gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont négligeables. Avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de la viscosité pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite se développe *(*δ Augmente avec *x)*. En mécanique des fluides, la couche limite joue un rôle important dans les écoulements à travers les conduites à cause de contraintes de cisaillement τ_s , et donc les effets de frottement en sont des conséquences. Pour les écoulements, ce taux fournit la base de détermination du coefficient de frottement local [6].

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_\infty^2/2} \qquad (I.1)$$

Un paramètre essentiel dont lequel la traînée de frottement de surface peut être déterminée. En supposant un fluide Newtonien, la contrainte de cisaillement surfacique peut être évaluée à partir du gradient de vitesse à la surface.

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (I.2)$$

où μ est la viscosité dynamique dans la couche limite dynamique, le gradient de vitesse à la surface dépend de la distance *x* en amont de la plaque. Par conséquent, la contrainte de cisaillement surfacique et le coefficient de frottement aussi dépend de *x* [6].

I.2.2.2. Couche limite thermique

Quand il ya un écoulement du fluide devant un surface, une couche limite thermique doit se développer s'il existe une différence de températures entre le fluide et la surface [6].
Considérons un écoulement sur une plaque plane isotherme (Figure I.2).

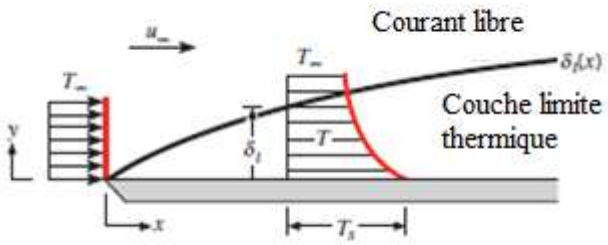


Figure I. 2. *Couche limite thermique sur une plaque isothermique [6].*

La température en amont de la plaque est uniforme $T(y)=T_\infty$, Cependant, les particules de fluide qui sont en contact avec la plaque évoluent pour atteindre l'équilibre thermique à la température de la surface de la plaque. À leur tour, ces particules échangent de l'énergie avec celles de la couche de fluide adjacente, et les gradients de température dans le fluide se développent.

La zone du fluide ou existent ces gradients de température appelé la couche limite thermique, et leur épaisseur δ_T est typiquement définie comme la valeur de *y* pour laquelle le rapport $(T_s-T)/(T_s-T_\infty)=0.99$. L'expérience montre que δ_T évolue le long de la paroi, et que la couche limite thermique s'épaissit quand on s'éloigne du bord d'attaque. La relation entre les conditions dans cette couche limite et le coefficient de transfert de chaleur par convection peut facilement être mise en évidence. À une distance *x* du bord d'attaque, le flux local thermique surfacique peut être obtenu en appliquant la loi de Fourier pour le fluide à $y = 0$.

$$q'_s=-k_f\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (I.3)$$

Cette expression est appropriée parce que, à la surface, il n'y a pas un mouvement fluide et le transfert d'énergie se produit uniquement par conduction. Rappelant la loi de Newton, nous voyons que :

$$q'_s=h(T_s-T_\infty) \qquad (I.4)$$

et en combinant cette équation avec (I.3), on obtient :

$$h=\frac{-k_f\,\partial T/\partial y|_{y=0}}{T_s-T_\infty} \qquad (I.5)$$

Par conséquent, les conditions imposées dans la couche limite, qui influencent fortement le gradient de température à la paroi $\partial T/\partial y\big|_{y=0}$, détermine le taux de transfert thermique.

Tant que δ_T augmente avec l'augmentation de *x,* le gradient de température dans la couche limite doit donc diminuer avec l'accroissement de *x,* et il en résulte que *h* et *q'* s'affaiblissent avec l'élévation de *x* [6].

I.2.2.3. Couche limite massique

Lorsque l'air se déplace devant la surface d'une flaque d'eau, l'eau liquide s'évapore, et la vapeur d'eau sera transférée dans le courant d'air. Ceci est un exemple de transfert de masse par convection. Considérons un mélange binaire d'espèces chimiques *A* et *B,* qui circule sur une surface (figure I.3).

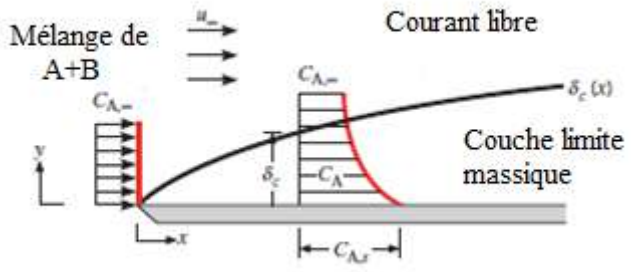


Figure I.3. *Couche limite massique sur une plaque horizontale [6].*

La concentration molaire *(kmol/m^3)* de l'espèce *A* est à la surface $C_{A,s}$, et dans le courant libre, il est libre $C_{A,\infty}$. Si $C_{A,s}$ diffère de $C_{A,\infty}$, Le transfert de l'espèce chimique *A* par convection se produit. Par exemple, une espèce peut être une vapeur qui est transférée dans un courant de gaz (espèce *B)* due à l'évaporation à la surface du liquide (comme dans l'exemple de l'eau) ou en raison de la sublimation à une surface solide. Dans ce cas, une couche limite de concentration se développe et qui est similaire à la couche limite dynamique et thermique. La couche limite massique est la zone du fluide dans laquelle le gradient de concentration existe, l'épaisseur est typiquement définie comme la valeur de *y* pour que $[(C_{A,s}-C_A)/(C_{A,s}-C_{A,\infty})]=0.99$ avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de transfert massique pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite massique évolue. Le transfert massique par convection entre la surface et le fluide est déterminé par des conditions dans la couche limite, et il est intéressant de déterminer le taux de transfert produit. Cas particulier, pour le flux molaire de l'espèce chimique *A,* Il est utile de savoir que ce flux associé avec le transfert de l'espèce par la diffusion est déterminée par une expression qui est analogue à la loi de Fourier, nommée la loi Fick de la forme:

$$q''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y} \qquad (I.6)$$

Où D_{AB} est une propriété du mélange binaire appelé le coefficient de diffusion binaire. En tout point correspondant à $y > 0$ dans la couche limite de concentration de la figure I.3, le transfert d'espèces est due à la fois au mouvement d'advection et de diffusion. Cependant, en absence de l'effet de l'échelle nano ou macroscopique et l'influence de la diffusion de l'espèce sur la vitesse normale à la surface, le mouvement du fluide à la surface peut être négligé. Le transfert massique est du uniquement à la diffusion, à partir de la loi de Fick, le flux molaire à $y = 0$ est

$$q''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y}\bigg|_{y=0} \qquad (I.7)$$

Par analogie du transfert thermique, le coefficient de transfert massique h_m est

$$h_m = \frac{-D_{AB}\,\partial C_A/\partial y\big|_{y=0}}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \qquad (I.8)$$

I.2.3. Équations de couche limite laminaire en convection libre

Le mouvement d'un fluide dans lequel les gradients de vitesse, température et de concentration coexistent, les équations doivent se conformer à plusieurs lois physiques fondamentales. En particulier, à chaque point dans le fluide, la loi de la conservation de masse, de l'énergie et des espèces chimiques, ainsi que la deuxième loi de Newton doit être satisfaites. Les équations représentant ces exigences sont obtenues par l'application des lois sur un volume de contrôle différentiel situé dans l'écoulement (figure I.4.). Ces équations servent de point de départ de l'analyse de couches limites laminaires [7].

$$div\vec{V} = 0 \qquad (I.9)$$

$$\frac{\delta\vec{V}}{\delta t} + \vec{V}.grad\vec{V} = -\frac{1}{\rho}grad\left(p^*\right) + div\left(v.grad\vec{V}\right) \qquad (I.10)$$

$$\frac{\delta T}{\delta t} + \vec{V}.grad\left(T\right) = div\left(\alpha.grad\left(T\right)\right) + \mu\Phi + \dot{q} \qquad (I.11)$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \vec{V}.grad\left(C_A\right) = div\left(\alpha.grad\left(C_A\right)\right) + \dot{N} \qquad (I.12)$$

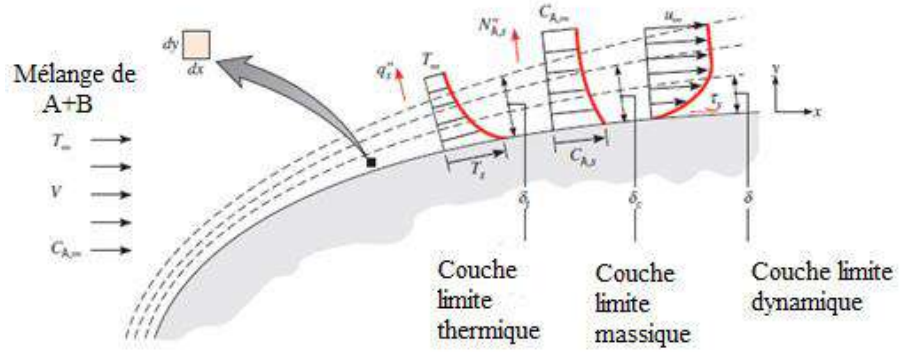


Figure I.4. *Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire [7].*

Considérons un écoulement de couche limite laminaire (figure I.5) qui est entraîné par des forces de flottabilité. On suppose que le régime soit stable, à deux dimensions, la force de gravité est constante et dirigée vers le bas (sens inverse de l'axe *x*). Ainsi, on suppose que le fluide est incompressible.

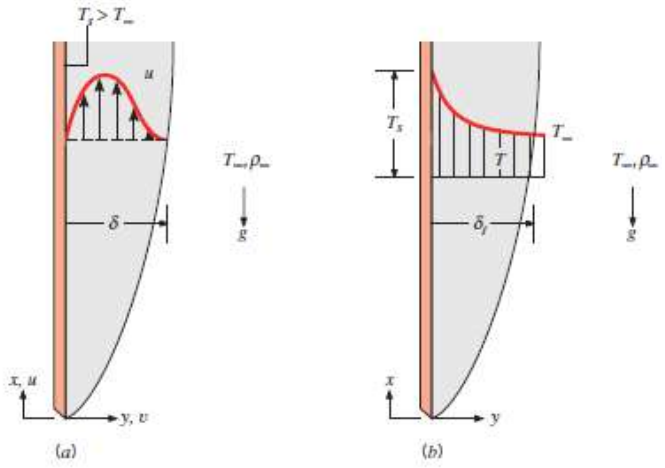


Figure I.5*. Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée: (a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique [7].*

Les caractéristiques observées de l'écoulement à proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique [7]. à savoir:

$$v << u, et \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (I.13)$$

Par contre, $\partial u/\partial x$ n'est pas toujours négligeable devant $\partial u/\partial y$ *:* au voisinage du maximum u_m (figure I.5.) on a en effet $\partial u/\partial y = 0$ et $\partial u/\partial x \neq 0$. Le même problème se rencontre d'ailleurs dans les jets pariétaux ou dans les zones de décollement.

Quoi qu'il en soit, il résulte de (I.13) que l'équation de continuité est inchangée, et que dans l'équation de quantité de mouvement selon *x*, le terme $\partial^2 u/\partial x^2$ disparait [7].

En fin dans la couche limite thermique et massique, les approximations suivantes sont justifiées:

$$\frac{\partial T}{\partial x} << \frac{\partial T}{\partial y}, et \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
$$\frac{\partial C_A}{\partial x} << \frac{\partial C_A}{\partial y}, et \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \qquad (I.14)$$

Ce qui traduit par la disparition des termes $\partial^2 T/\partial x^2$ *et* $\partial^2 C_A/\partial x^2$ dans l'équation de l'énergie et de la concentration. En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement il est admis que les gradients de pression induits par le champ de vitesse sont faibles. Autrement dit, la pression motrice *p** obéit à la loi de la statique, comme dans le fluide au loin, ce qui s'exprime par :

$$grad(p^*) \approx 0 \qquad (I.15)$$

Le regroupement des conditions précédentes va conduire aux équations de couche limite en convection libre laminaire. En ce qui concerne le terme en $\vec{g}$ dans l'équation de quantité du mouvement, si on se trouve dans le cas $T_s > T_\infty$, l'écoulement se fait vers le haut. On choisit alors pour *x* la même direction, de sorte que $\vec{g} = -g\vec{x}$ (la pesanteur dirigée vers le bas) et le terme en $\vec{g}$ devient $+\beta(T - T_\infty)g$. Au contraire, avec $T_s < T_\infty$, l'écoulement est descendant, et on préfère encore prendre $\vec{x}$ dans le sens du mouvement. Cette fois, $\vec{g} = +g\vec{x}$ *et le terme en* $\vec{g}$ s'écrit $-\beta(T - T_\infty)g$.

Sous ces hypothèses les (I.9 - I.12) deviennent comme suit:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (I.16)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (I.17)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (I.18)$$

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \qquad (I.19)$$

I.2.3.1. Considérations de similitude

Les paramètres sans dimension qui régissent l'écoulement de convection naturelle et le transfert de chaleur pour une plaque verticale sont de la forme [8].

$$x^* \equiv \frac{x}{L}, y^* \equiv \frac{y}{L},\ u^* \equiv \frac{u}{u_0}\ v^* \equiv \frac{v}{u_0},\ T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

Où *L* est une longueur caractéristique et u_0 est une vitesse de référence, les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17, I.18) sont réduites :

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \qquad (I.20)$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L\, Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \qquad (I.21)$$

Le paramètre sans dimension dans le premier terme du côté droit de l'équation (I.20) est une conséquence directe de la force de flottabilité. La vitesse de référence u_0 peut être spécifiée afin de simplifier la forme de l'équation. Il est convenable de choisir $u_0^2 = g\beta(T_s - T_\infty)L$, de sorte que le terme multipliant T^* devient l'unité. Alors Re_L devient $\left[g\beta(T_s - T_\infty)L^3/\nu^2\right]^{1/2}$ *[8]*.

Il est d'usage de définir le nombre de Grashof Gr_L comme le carré de ce nombre de Reynolds :

$$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \qquad (I.22)$$

En conséquence, Re_L dans les équations (I.20) et (I.21) est remplacé par $Gr_L^{1/2}$, et ainsi le nombre de Grashof (ou plus précisément, $Gr_L^{1/2}$) joue le même rôle dans la convection libre que le nombre de Reynolds joue en convection forcée. Basé sur la forme résultant des équations (I.20) et (I.21), nous nous prédisons des corrélations de transfert de chaleur de forme $Nu_L = f\,(Gr_L, Pr)$ en convection libre. Rappelons que le nombre de Reynolds permet de mesurer le rapport de forces d'inertie aux forces visqueuses agissant sur un élément de fluide. En revanche, le nombre de Grashof est une mesure du rapport entre les forces de flottabilité et forces de la viscosité agissant sur le fluide.

De nombreuses solutions aux équations de couche limite de convection libre laminaires ont été obtenues, et un cas particulier qui a reçu beaucoup d'attention implique convection libre à partir d'une surface verticale isotherme dans un milieu libre (Figure I.5). Pour cette géométrie les équations (I.16 - I.18) doivent être résolues sous des conditions aux limites de la forme:

$$\begin{aligned} &y = 0 : u = v = 0, T = T_s \\ &y \to \infty : u \to 0, T \to T_\infty \end{aligned} \qquad (I.23)$$

Une solution de similarité au problème ci-dessus a été obtenue par Ostrach [9]. La solution nécessite le recours à des variables de transformation par l'introduction de variable de similarité de la forme :

$$\eta \equiv \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \qquad (I.24)$$

et représentant les composantes de vitesse en termes d'une fonction de courant définie comme:

$$\psi(x,y) \equiv f(\eta)\left[4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right] \qquad (I.25)$$

Avec la définition précédente de la fonction de courant, la composante de vitesse selon *x* peut être exprimée comme:

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial y} = \frac{2\nu}{x}Gr_x^{1/2}f'(\eta) \qquad (I.26)$$

L'évaluation de la composante de vitesse d'une manière analogue $v = -\partial\psi/\partial x$ et en introduisant la température adimensionnée

$$T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty} \qquad (I.27)$$

Les trois équations aux dérivées partielles (I.16 - I.18) peuvent ensuite être réduites à deux équations différentielles ordinaires de la forme

$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + T^* = 0 \qquad (I.28)$$

$$T^{*\prime\prime} + 3Pr\, fT^{*\prime} = 0 \qquad (I.29)$$

Où *f* et *T** sont des fonctions de η et que les exposants doubles et triples respectivement, se rapportent à la deuxième et troisième dérivée par rapport à η. *Notez que f* est la variable dépendante correspondante à la couche limite dynamique et que l'équation de continuité (I.16) est automatiquement satisfaite au moyen de l'introduction de la fonction de courant.

Les conditions aux limites transformées nécessaires pour résoudre les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17 et I.18) sont alors de la forme

$$\begin{aligned} &\eta = 0 : f = f' = 0; T^* = 1 \\ &\eta \to \infty : f' \to 0, T^* \to 0 \end{aligned} \qquad (I.30)$$

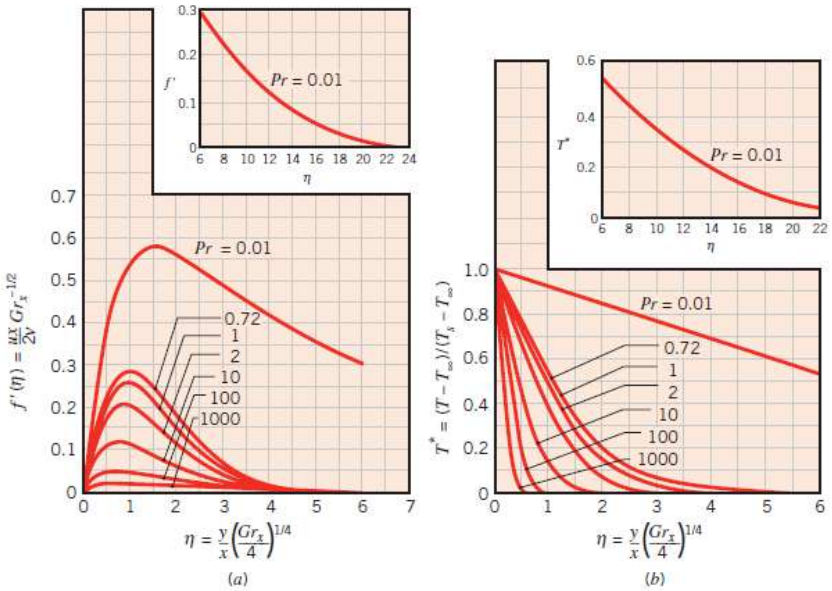


Figure I.6*. Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique : (a) profils de vitesse, (b) profils de température [6, 9].*

La solution numérique a été obtenue par Ostrach [9], et des résultats sélectionnés sont montrés dans la figure I.6. Utilisant la loi de Newton pour le coefficient de convection local *h*, le nombre Nusselt local peut être exprimé comme :

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{[q_s'/(T_s - T_\infty)]x}{k} \qquad (I.31)$$

On peut aussi exprimer le nombre du Nusselt local sous la forme adimensionnée comme suit:

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} \qquad (I.32)$$

I.3. Transfert radiatif [10]

Transfert thermique radiatif ou radiation thermique est la science qui étudie le transfert d'énergie sous forme des ondes électromagnétiques. Contrairement au transfert thermique conductif, les ondes électromagnétiques n'exigent pas de milieu pour leur propagation, [10].

Par conséquent à cause de leur capacité de propager à travers le vide, la radiation thermique devient le mode dominant de transfert thermique dans des basses pressions et des espaces externes. Une autre caractéristique entre la conduction (et convection, si elle est aidée par l'écoulement) et la radiation thermique est leur variation de température, tant que les flux conducteur et convectif sont plus ou moins linéairement dépendant sur les différences de la température, les flux radiatives ont tendance à être proportionnel aux différences de la température à la puissance quatre (ou même plus haut). Pour cette raison, la radiation a tendance à devenir le mode dominant de transfert de chaleur dans les applications à

haute température, tel que combustion (les feux, chaudières, lances de fusée), les réactions nucléaires (émission solaire, armes nucléaires), et autres [10].

Tous les matériels émettent de façon continue et absorbent des ondes électromagnétiques, ou photons, en changeant leur énergie intérieure sur un niveau moléculaire. La force d'émission et absorption d'énergie radiative dépend de la température du matériel, aussi bien que sur la longueur d'onde λ, ou nombre d'onde η, cela caractérise les ondes électromagnétiques,

$$\lambda = \frac{c}{\upsilon} = \frac{1}{\eta} \qquad (I.33)$$

Où la longueur d'onde est mesurée par μm, pendant que la fréquence est mesurée en *Hertz*, et les nombres d'ondes sont donnés par cm^{-1}. Ondes électromagnétiques ou photons, (lesquels incluent ce qui est perçu comme "lumière") propagés à la vitesse de la lumière *c*. La vitesse de la lumière dépend du milieu auquel l'onde propage c_0 à travers la relation

$$c = \frac{c_0}{n}, c_0 = 2.998 \times 10^8\ m/s \qquad (I.34)$$

Où *n* est l'indice de réfraction du milieu, par définition l'indice de réfraction de vide $n \equiv 1$, pour la plupart des gaz l'indice de réfraction est même près d'unité, et le *c* dans l'équation (I.33) peut être remplacé par c_0, chaque onde ou photon retient avec lui un montant d'énergie *E* déterminé à partir de mécanique quantique comme

$$E = h\upsilon, \text{ h}=6.626 \times 10^{-34}\ J.s \qquad (I.35)$$

Où *h* est la constante de Planck. La fréquence de la lumière ne change pas quand la lumière pénètre d'un milieu à un autre parce que l'énergie du photon doit être conservée.

En revanche, la longueur d'onde change, selon les valeurs de l'indice de réfraction pour les deux milieux. Quand une onde électromagnétique frappe une interface entre deux milieux, l'onde est ou reflétée ou est transmise. Les milieux plus solides et liquides absorbent toute la radiation sur une couche de la surface très mince. Les tels matériels sont appelés des surfaces opaques (bien que l'absorption à lieu sur une couche mince). Un matériel opaque qui ne reflète pas toute radiation à sa surface est appelé un amortisseur parfait, surface noire [10].

I.3.1 Définitions et lois du rayonnement thermique [10]

I.3.1.1 Le rayonnement électromagnétique

La matière émet des ondes électromagnétiques sous l'effet de diverses excitations. On réunit sous l'appellation de rayonnement l'ensemble des échanges d'énergie à distance entre les corps, par onde électromagnétique.

Ces échanges peuvent avoir lieu lorsque les corps sont séparés par le vide ou par n'importe quel milieu intermédiaire suffisamment transparent pour les ondes électromagnétiques.

Le phénomène se manifeste sous divers aspects : ondes hertziennes, lumineuses, thermiques, rayons *X*, gamma ou cosmique. Ces rayonnements peuvent être décomposés en un spectre constitué de radiations périodiques simples, les radiations monochromatiques, caractérisées par leur fréquence ν ou leur longueur d'onde λ, cette dernière étant liée à la fréquence par la relation $C = \lambda\nu$, dans laquelle *C* est la vitesse de propagation des ondes dans le milieu traversé. On a $C = C_0/n$, C_0 étant la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide (environ 3.10^8 *mètre /seconde)* et *n* l'indice de réfraction du milieu traversé.

La fréquence d'une radiation monochromatique demeure constante lorsque celle-ci se propage dans des milieux d'indices de réfraction différents, tandis que λ et *C* varient avec l'indice du milieu traversé. Il semble donc plus avantageux de rapporter les grandeurs monochromatiques à la fréquence ν. Cependant, comme en thermique industrielle on a surtout à considérer des échanges radiatifs entre surfaces séparées par de l'air, dont l'indice est voisin de l'unité, l'habitude à été prise de se référer plutôt à la longueur d'onde, tant que cela ne présente pas d'inconvénient majeur. Cela n'est plus possible par exemple lorsqu'on aborde l'étude du rayonnement dans les milieux semi-transparents non homogènes, au sein desquels il peut y avoir des variations d'indice de réfraction.

I.3.1.2 Le rayonnement thermique [11]

Nous nous intéresserons ici uniquement au rayonnement thermique qui est celui émis par la matière du fait de sa température et au détriment de son énergie calorifique. Ce rayonnement n'occupe qu'une très faible portion du spectre des ondes électromagnétiques, située dans une fourchette de longueurs d'onde allant en gros de *0.1 à 100 microns (μm).* Dans ce domaine nos sens sont capables de percevoir le rayonnement sous la forme d'une sensation de chaleur. A l'intérieur d'une bande encore plus étroite comprise entre environ *0.4 et 0.8 μm,* appelée spectre visible, le rayonnement devient perceptible à l'œil. Nous réserverons le nom de lumière exclusivement à cette partie visible du rayonnement thermique.

Il faut noter que tous les rayonnements lumineux ne sont pas d'origine thermique, par exemple : les rayonnements dus à phosphorescence, à la fluorescence, aux décharges électriques dans les gaz raréfiés.

Le rayonnement thermique dans la partie non visible du spectre porte le nom d'ultraviolet *(UV),* du coté des courtes longueurs d'onde, et d'infrarouge *(IR),* du coté des grandes longueurs d'onde. Le

rayonnement des sources thermiques de température inférieure à *500 °C* les plus courantes est situé entièrement dans l'infrarouge [11].

I.3.2 Classification des grandeurs physiques utilisées [11]

Les grandeurs physiques utilisées sont classées selon deux critères indépendants qui sont :

- La composition spectrale du rayonnement

Les grandeurs physiques relatives à l'ensemble du spectre du rayonnement thermique sont appelées totales, ce qualificatif pouvant d'ailleurs être considéré comme implicite.

Les grandeurs relatives à un intervalle spectral étroit $d\lambda$ centré autour d'une longueur d'onde λ sont dites monochromatiques. On les affecte d'un indice λ pour les distinguer des précédentes.

- La distribution spatiale (directionnelle) du rayonnement

Les grandeurs sont dites hémisphériques lorsqu'elles concernent l'ensemble des directions de l'espace dont lesquelles un élément de surface peut rayonner ou recevoir du rayonnement. Le qualificatif hémisphérique est facultatif (de même que total).

Les grandeurs sont dites directionnelles lorsqu'elles caractérisent une direction donnée de propagation du rayonnement, relativement à la surface considérée.

1.3.2.1 La puissance émissive [10]

Chaque milieu émet une radiation électromagnétique de façon continue et aléatoire dans toutes les directions à un taux selon la température locale et les propriétés du matériel.

Les flux thermiques radiatifs émis d'une surface est appelée puissance émissive E, et il y a une distinction entre puissance émissive total et spectral (le flux thermique émis sur le spectre entier ou à une fréquence donnée par unité de la fréquence), la puissance émissive totale est donnée par

$$E(T)=\int_0^\infty E_\lambda(T,\lambda)d\lambda=\int_0^\infty E_\upsilon(T,\upsilon)d\upsilon \qquad (I.36)$$

C'est facile de montrer qu'un corps noir n'est pas un absorbeur parfait seulement, mais c'est aussi un émetteur parfait, c'est, l'émission d'une telle surface dépasse cela de toute autre surface à la même température (connu comme la loi de Kirchhoff). La puissance émissive démarre une surface noire opaque, communément appelée puissance émissive du corps noir, peut être déterminé à partir de statistique quantique comme

$$E_{b\lambda}(T,\lambda)=\frac{2\pi hc_0^2}{n^2\lambda^5\left(e^{hc_0/n\lambda kT}-1\right)} \qquad n=const \qquad (I.37)$$

Où il est supposé que la surface noire est adjacente à un milieu non absorbant d'indice de réfraction constant *n.* Le constant $k=1.3806\times10^{-23}$ est connu comme la constante de Boltzmann, La dépendance de l'émissivité spectrale du corps noir dans le vide *(n = 1)* est montrée pour plusieurs émetteurs de la température dans la Figure 1.9

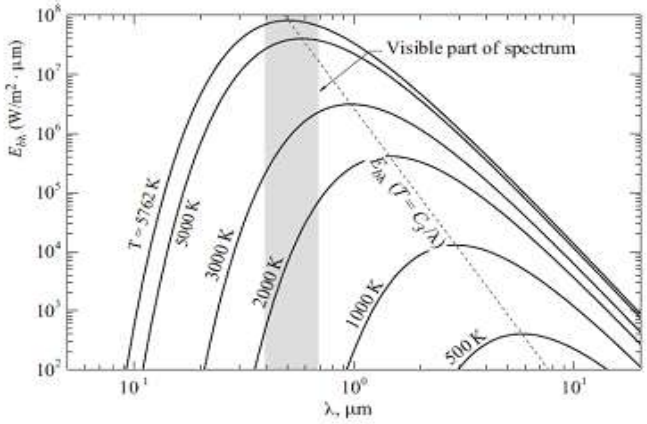


Figure I.7 : *Spectre énergie émissive d'un corps noir [10]*

Il est vu que l'émission est nulle aux deux fins extrêmes du spectre avec un maximum à quelque longueur d'onde intermédiaire. Le niveau général de montées de l'émission avec température, et la partie importante du spectre (la partie qui contient la plupart de l'énergie émise) décalages vers longueurs d'onde plus courtes. Parce que l'émission du soleil ("spectre solaire") s'est bien rapprochée par émission du corps noir à une température solaire effective de T_{solaire} *= 5762 K,* ce niveau de la température est aussi inclus dans la figure. Les problèmes du transfert de chaleur impliquent généralement des niveaux de la température entre *300 et 2000 K* (plus, peut-être, radiation solaire). Par conséquent, les marges d'intérêt spectrales dans les applications du transfert de chaleur incluent l'ultraviolet *(0.1 à 0.4 μm),* radiation visible *(0.4 à 0.7μm,* comme indiqué dans la figure I.8), et infrarouge *(0.7 à 20 μm).* Pour une évaluation rapide, une puissance émissive peut être écrite comme

$$\frac{E_{b\lambda}}{n^3T^5}=\frac{C_1}{(n\lambda T)^5\left(e^{C_2/n\lambda T}-1\right)} \qquad (n = constant) \qquad (I.38)$$

Où

$$C_1=2\pi\pi h_0^2=3.7419\times10^{-16}\,\text{W.m}^2 \qquad (I.39)$$

$$C_2 = \frac{hc_0}{k} = 14{,}388 \mu m.k \qquad (I.40)$$

Équation (I.38) a son maximum à

$$(n\lambda T)_{max} = C_3 = 2898 \mu m.K \qquad (I.41)$$

C1, C2, C3 sont la première, seconde, et troisième constante de la radiation, respectivement.

L'émissivité du corps noir total est trouvée en intégrant l'équation (I.38) sur le spectre entier, résulte

$$E_b(T) = n^2 \sigma T^4 \qquad (I.42)$$

Où $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ W/m^2.K^4$ est la constante de Stefan Boltzmann

C'est souvent désirable de calculer la puissance émissive fractionnaire, c'est, la puissance émissive a contenu sur une gamme de la longueur d'onde finie, entre λ_1 et λ_2. Ce n'est pas possible d'intégrer l'équation (I.38) entre ces limites dans la forme fermée; alors, les valeurs de la puissance émissive fractionnaire, a comprise entre *0* et $n\lambda T$, qui se trouve sous forme de tableau. [10]

$$f(n\lambda T) = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda} b\lambda} = \int_0^{n\lambda T} \frac{E_{b\lambda}}{n^3 \sigma T^5} d(n\lambda T) \qquad (I.43)$$

Alors que

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda = [f(n\lambda_2 T) - f(n\lambda_1 T)] n^2 \sigma T^4 \qquad (I.44)$$

Les deux fonctions sont aussi montrées dans la figure I.9, avec la répartition de Wien qui est la limite de longueur d'onde courte d'équation (I.37),

$$E_{b\lambda} \approx \frac{2\pi hc_0^2}{n^2 \lambda^5} e^{-hc_0/n\lambda T} = \frac{C_1}{n^2 \lambda^5} e^{-C_2/n\lambda T} \qquad (I.45)$$

Comme vu de la figure, La répartition de Wien est réellement plutôt exacte sur le spectre entier, en prédisant une puissance émissive totale approximativement *8*% inférieur que celui donné par équation (I.40). Parce que la répartition de Wien peut être intégrée analytiquement sur les parties du spectre, il est utilisé quelquefois dans les applications du transfert de chaleur.

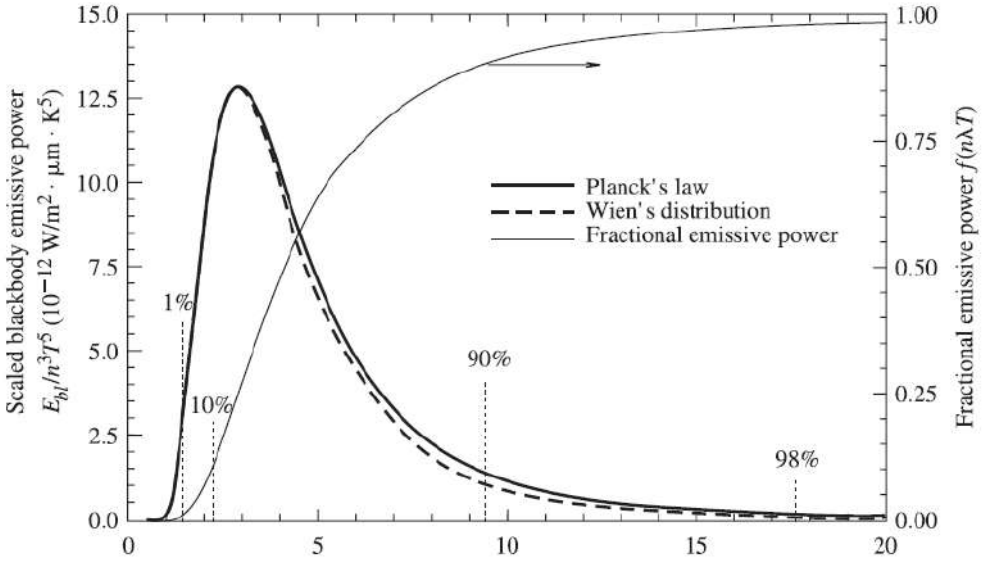


Figure I.8 : *Spectre de puissance de l'émissive du corps noir normalisé [10]*

I.3.2.2 Intensité Radiative [10]

Le comportement directionnel de l'énergie radiative propagée à travers un milieu est caractérisé par l'intensité radiative, qui défini comme suivant l'écoulement d'énergie radiative en fonction du temps, de la surface normale de rayons et de l'angle solide.

Comme la puissance émissive, l'intensité est définie sur les deux spectrales et totales, liées par,

$$I(\hat{s}) = \int_0^\infty I_\lambda(\hat{s},\lambda)d\lambda \qquad (I.46)$$

Cependant, les puissances émissives différentes qui dépendent seulement sur la position (et longueur d'onde), l'intensité radiative dépend, de plus, le vecteur de la direction $\hat{s}$.

La puissance émissive peut être en rapport avec l'intensité émise en intégrant cette intensité sur les 2π angles solides au-dessus d'une surface, et se rendre compte alors que la prévision de dA normal aux rayons est $dA\cos\theta$. Donc

$$E(r) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I(r,\theta,\psi)\cos\theta\sin\theta.d\theta.d\psi = \int_{2\pi} I(r,\hat{s})\hat{n}.\hat{s}.d\Omega \qquad (I.47)$$

Pour une surface noire, il est montré aisément, à travers une variation de la loi de Kirchhoff qui $I_{b\lambda}$ est indépendant de la direction, ou

$$I_{b\lambda} = I_{b\lambda}(T,\lambda) \qquad (I.48)$$

Utilisant cette relation dans l'équation (I.48), il est observé que l'intensité qui laisse un corps noir (ou toute surface dont l'intensité sortante est indépendante de direction, ou diffuse) que soit évalué de la puissance émissive de corps noir comme

$$I_{b\lambda}(r,\lambda)=\frac{E_{b\lambda}(r,\lambda)}{\pi} \qquad (I.49)$$

Dans la littérature, l'intensité spectrale du corps noir est quelquefois connue sous le nom de la fonction de Planck.

I.3.2.3 Le flux thermique radiatif [10]

La puissance émissive est l'énergie radiative totale de transmission en continu d'une surface due à l'émission. Cependant, c'est un flux radiatif, mais pas le flux radiatif *n* et à la surface, parce qu'il explique seulement l'émission et pas pour une radiation émettrice et radiation réfléchie.

Etendant la définition d'équation (I.48) donne

$$(q_\lambda)_{out}=\int_{\cos\theta\succ 0} I_\lambda(\hat{s})\cos\theta.d\Omega\geq 0 \qquad (I.50)$$

Où $I_\lambda(\theta)$ est maintenant intensité sortante (due à émission plus réflexion). De la même façon, pour les directions $(\pi/2 < \theta < \pi)$,

$$(q_\lambda)_{in}=\int_{\cos\theta\prec 0} I_\lambda(\hat{s})\cos\theta.d\Omega\prec 0 \qquad (I.51)$$

Combinant les contributions entrant et sortant, le flux net radiatif à la surface

$$(q_\lambda)_{net}=q_\lambda.\hat{n}=(q_\lambda)_{in}+(q_\lambda)_{out}=\int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s})\cos\theta.d\Omega \qquad (I.52)$$

Le flux radiatif total, finalement, est obtenu en intégrant l'équation (I.53) sur le spectre entier, alors

$$q.\hat{n}=\int_0^\infty q_\lambda.\hat{n}d\lambda=\int_0^\infty\int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s})\hat{n}.\hat{s}.d\Omega d\lambda \qquad (I.53)$$

La surface décrite par le vecteur unitaire $\hat{n}$ peut être un imaginaire. Donc, éliminer $\hat{n}$ de l'équation (I.54) donne la définition du vecteur du flux radiatif à l'intérieur d'un milieu participant :

$$q=\int_0^\infty q_\lambda d\lambda=\int_0^\infty\int_{4\pi} I_\lambda(\hat{s})\hat{s}.d\Omega.d\lambda \qquad (I.54)$$

I.3.3 Modes combinées avec la radiation [11]

Presque tous les problèmes de l'ingénierie ou le transfert radiatif intervient dans les autres modes de transfert de l'énergie (conduction, convection) et/ou sources d'énergie (réactions nucléaires et réactions chimiques telles que la combustion). Ce tout affecte la température d'un milieu à travers l'équation d'énergie, et donc la radiation est en relation presque toujours à ces autres formes d'énergie. Le transfert radiatif dépend de la quatrième puissance de la température absolue, pendant que les autres modes de transfert d'énergie dépendent des gradients de la température locaux (conduction) ou différences de la température (convection). Par conséquent, nous attendons une équation d'énergie générale non linéaire et contenir souvent les deux intégrales de quatrième puissance température pour terme radiatif et deuxième dérivation partielle de température pour conduction.

Les telles différentielles intégra-partielles non linéaires n'ont pas le patrimoine de méthodes de la solution analytiques et numériques qui ont été développées pour des formes plus simples.

I.3.4 L'équation générale de l'énergie [11]

Une équation de la conservation d'énergie générale est de la forme suivante :

$$\rho c_p \, DT/D\tau = \beta T \, Dp/D\tau + \vec{\nabla}.\left(k\vec{\nabla}T - \overrightarrow{q_{rad}}\right) + S + \Phi_d \qquad (I.55)$$

Où $D/D\tau$ est la dérivée substantielle, β est le coefficient d'expansion volumique, S est le terme de source volumétrique, et Φ_d est la dissipation visqueuse.

I.3.5 Interaction avec Conduction et Convection [11]

Pour les problèmes où la convection et/ou la conduction dans un milieu est couplée avec transfert radiatif, plusieurs méthodes et solutions sont disponibles dans la littérature. La plupart des solutions sont pour les géométries simples (par exemple, convection libre dans une conduite entre deux cylindres horizontaux concentrique à températures différentes). Par exemple, si le milieu est optiquement épais à toutes les longueurs d'onde importantes, alors le flux radiatif local peut être lié au gradient dans la puissance émissive locale du milieu, alors

$$q_{rad,x} = -\left(\frac{4}{3k_R}\right)\frac{\partial E}{\partial x} = -\left(\frac{4\sigma}{3k_R}\right)\frac{\partial T^4}{\partial x} = -\left(\frac{16\sigma T^3}{3k_R}\right)\frac{\partial T}{\partial x} = -k_r \frac{\partial T}{\partial x} \qquad (I.56)$$

Où $k_r = 16\sigma T^3/3k_R$ est la conductivité radiative, et k_R le coefficient d'absorption moyen de Rosseland. [11]

L'équation (I.57) à la même forme comme la loi Fourier pour transfert de chaleur par conduction. Cependant, la conductivité équivalente est hautement dépendante à la température. Pour un milieu tel qu'un solide à haute température où l'effet convective et les sources d'énergie sont négligeables, l'équation générale de l'énergie, (équation I.56) réduit à.

$$\vec{\nabla}\left(k\vec{\nabla}T - \overrightarrow{q_{rad}}\right) = \vec{\nabla}\left(k\vec{\nabla}T + k_y\vec{\nabla}T\right) = \vec{\nabla}\left[\left(k + k_y\right)\vec{\nabla}T\right] = 0$$

(I.57)

I.4. Conclusion

Les flux convectifs qui proviennent en partie ou exclusivement de forces de flottabilité sont examinés, et les paramètres sans dimension nécessaires pour caractériser ces flux ont été introduits. Cette présentation n'a pas d'autre prétention que de fournir les bases pour une analyse des situations de convection naturelle rencontrées dans les applications courantes. L'analyse complète d'un problème réel, le dimensionnement d'une installation ou l'optimisation d'un procédé où ces mécanismes convectifs interviennent parfois de façon déterminante nécessitent évidemment des connaissances spécifiques plus étendues. On a souhaité insister sur les aspects fondamentaux de cette question afin d'aider à la formulation d'un problème.

Chapitre II

La magnétohydrodynamique

II.1 Introduction

La magnétohydrodynamique (MHD en abrégé) est une discipline, au même titre que la thermodynamique, c'est-à-dire un ensemble d'équations et de modèles.

La MHD constitue l'exemple le plus spectaculaire et le plus récent de fluides conducteurs, c'est l'étude du mouvement d'un fluide conducteur en présence d'un champ magnétique.

Un écoulement MHD peut différer significativement d'un écoulement hydrodynamique ordinaire équivalent. Le mouvement des particules du métal à travers des lignes de champ magnétique produit un courant électrique qui agit réciproquement avec le champ magnétique pour produire une force motrice électromagnétique (EM), qui s'oppose au mouvement du liquide. Même un champ magnétique faible fournit assez de force EM d'amortissement pour éliminer la turbulence et l'instabilité dans la plupart du mouvement concerné, éliminant ainsi beaucoup de micro-défauts dans le cristal. Le taux d'amortissement dépendra en vertu de la force du champ magnétique appliqué aussi bien que son orientation en ce qui concerne la circulation convective [12]

II.2 Définition de la magnétohydrodynamique

Le mot magnétohydrodynamique (MHD) a trois sections qui sont le champ magnétique moyen, le liquide et le mouvement. La figure (II.1) représente l'idée de base de la MHD. La figure (II.2) illustre le mécanisme d'influence de la force de Lorentz sur le mouvement du fluide. La loi de la main droite est montrée dans cette figure, qui détermine la direction des forces de Lorentz. Afin de simuler la MHD, les équations de Maxwell devraient être résolues et couplées aux équations de Navier-Stokes.

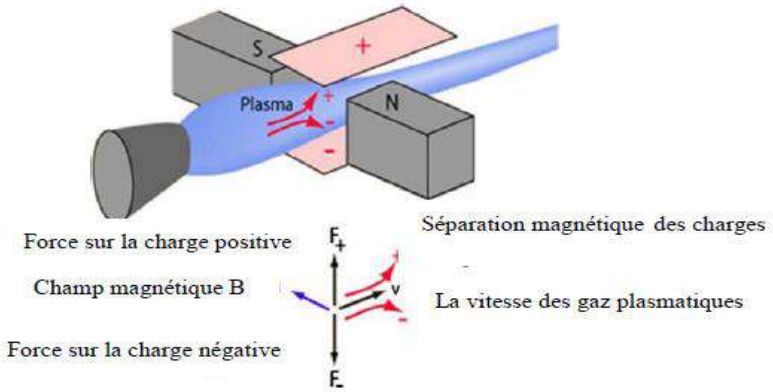


Figure II. 1 : *Courant induit dans un fluide conducteur en présence d'un champ magnétique ,[13]*

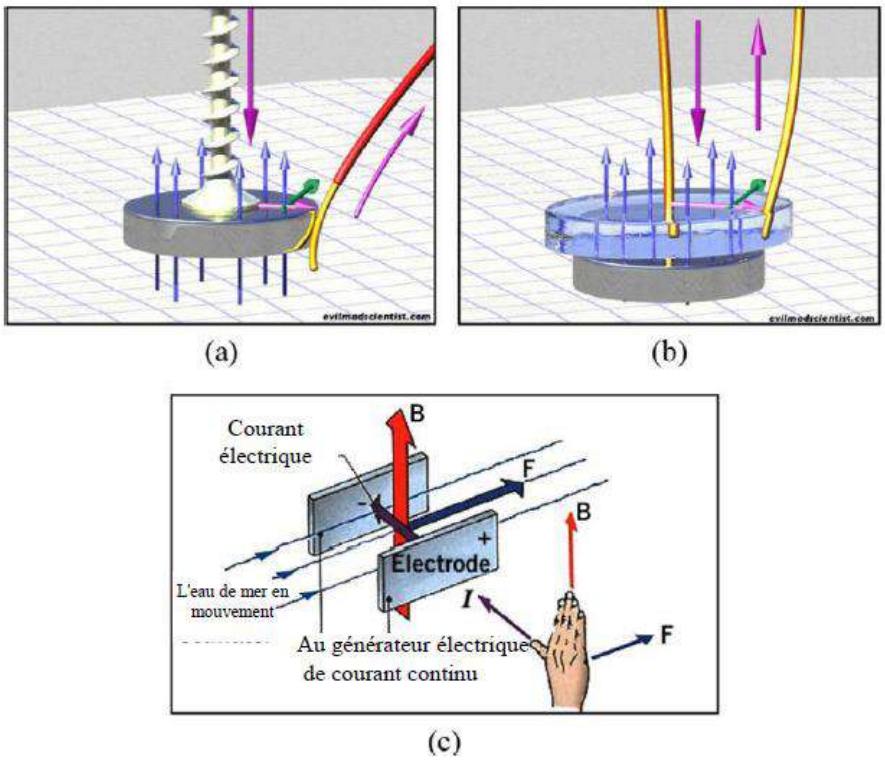


Figure II. 2 : *(a et b) Effet du champ magnétique sur l'écoulement du fluide conducteur ; (c) Loi de la main droite. (Ligne bleue : champ magnétique, ligne mauve : courant, ligne verte: mouvement.),[13]*

II.3. Description d'un fluide conducteur

Afin de pouvoir définir des grandeurs physiques dans un fluide, les particules doivent rester localisées. L'approximation fluide n'est donc valable que dans la mesure où les conditions thermodynamiques varient peu sur des distances de l'ordre du libre parcours moyen, trajectoire suivie par une particule sans être défléchie, pour des temps détermines par l'agitation thermique ; les processus de délocalisation sont en fait responsables des phénomènes de transport. La description d'un fluide sous-entend que toutes les espèces chimiques sont suffisamment couplées pour être thermalisées et suivre une distribution de Maxwell unique. Ce couplage doit bien sûr s'opérer entre les éléments d'une même espèce chimique mais également entre chacune des populations dans le cas d'un plasma. En hydrodynamique, dans des milieux suffisamment denses, l'approximation fluide est validée par des collisions qui transfèrent de la quantité de mouvement entre les particules de façon très efficace, via des interactions de type Van der Waals.

II.3.1. Loi d'Ohm généralisée

L'établissement de la loi d'Ohm pour un fluide conducteur, c'est-a-dire d'une loi reliant les mouvements de la matière aux densités volumiques de courant, au champ électrique E et au champ magnétique B est à la base de la théorie MHD et peut être un point délicat, notamment pour les plasmas. Cette loi traduit en

termes de courant la réponse d'un milieu conducteur immobile à un champ électrique via la conductivité électrique σ_e. Elle prend la forme d'une simple relation de proportionnalité dans le référentiel où le fluide est localement au repos ; sa traduction dans le référentiel lié au laboratoire se fait par une transformation de Lorentz sur le tenseur de Maxwell décrivant le champ électromagnétique. Dans l'approximation classique valide pour la MHD, la loi d'Ohm s'écrit dans le référentiel du laboratoire [14]:

$$\vec{j} = \sigma_e\left(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}\right) \qquad (II.1)$$

σ_e*:* la conductivité électrique.

u: la vitesse du fluide.

La loi d'Ohm formulée ici est une forme réduite de l'expression la plus générale établie en physique des plasmas dans le cadre d'un modèle simplifié. Elle cache en fait toute la microphysique de la population d'électrons qui dépend du type de plasma rencontré. Dans un plasma chaud complètement ionisée par exemple, un courant peut être produit d'une part à travers le gradient de la pression du gaz d'électrons dans une direction parallèle au champ magnétique et peut être d'autre part généré par un effet Hall dans la direction perpendiculaire à *B.* La loi d'Ohm s'écrit alors sous une forme tensorielle et la relation (II.1) n'est plus valable que dans le cas limite des plasmas complètement ionisées sans effets Hall [14]. Cependant, quel que soit le milieu conducteur considéré, pour des champs magnétiques pas trop grands et des fréquences pas trop élevées, l'expression de la loi d'Ohm énoncée reste largement valable.

II.3.2. Equations de Maxwell

L'ensemble des équations fluides montre comment vont évoluer les grandeurs physiques sous l'action d'éventuels champs de forces extérieurs. Nous allons à présent voir comment évoluent ces champs électromagnétiques *E* et *B.* Cette évolution se décrit naturellement par les quatre équations de Maxwell que nous exprimons dans le système MKSA [14] :

$$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (II.2.a)$$

$$\nabla.\vec{B} = 0 \qquad (II.2.b)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} \qquad (II.2.c)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (II.2.d)$$

Auxquelles on ajoute la loi d'Ohm (II.1). Le diamagnétisme des milieux diluées que sont les fluides électro-conducteurs est très faible, on peut donc se permettre d'approximer la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique à celles du vide $\varepsilon = \varepsilon_0$ et $\mu = \mu_0$, avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ H.m^{-1}$ et $\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) \approx 8{,}854 \times 10^{-12}\ F.m^{-1}$.

Dans la limite relativiste à laquelle nous allons nous intéresser, la forme réduite de la relation d'Ampère s'écrit :

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \qquad \textit{(II.3)}$$

en accord avec la conservation de la charge, qui requiert un courant à divergence nulle, c-à-d un courant circulant sur des boucles fermées sans accumulation de charges.

II.3.3. Équation d'induction et force de Laplace

Les phénomènes de couplage entre le champ de vitesse et le champ magnétique que rassemble la MHD peuvent être à caractère fort lorsque les deux champs s'influencent mutuellement ou faible si un champ influence l'autre sans contrepartie. Lorsque le champ magnétique induit reste suffisamment faible pour être négligé devant le champ externe appliqué, on observe la formation d'un courant électrique qui va réagir avec le champ magnétique pour créer une force volumique de Laplace (force de Lorentz) $\vec{f}_0 = \vec{j} \times \vec{B}$ s'opposant à la cause qui lui donne naissance (i.e. l'écoulement) et qui tendra à retarder le mouvement du fluide. Le champ magnétique est décrit par une équation de diffusion, pilotée par un coefficient de diffusion magnétique $D_m = 1/\mu_0 \sigma_e$ [14]:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = D_m \nabla^2 \vec{B} \qquad \textit{(II.4)}$$

L'équation (II.4) exprime le fait que toute perturbation locale de *B* tend à s'atténuer par diffusion selon le schéma classique d'une courbe Gaussienne : la largeur augmente comme la racine carrée du temps et l'amplitude décroit comme l'inverse de cette largeur (de façon à ne pas être en contradiction avec l'équation de conservation (II.2b) de Maxwell). En un temps de l'ordre de *t,* la distance de diffusion parcourue est de l'ordre de $\sqrt{D_m t}$ *;* la pénétration d'un champ alternatif de pulsation ω est limitée à une couche dont l'épaisseur est de l'ordre de $\sqrt{D_m/\omega}$ *:* c'est l'effet de peau. Un paramètre important qui mesure cet effet est le paramètre d'écran $R_\omega = \omega L_0^2 / D_m$ qui, en termes de rapport de fréquences, traduit cette pénétration du champ magnétique dans le fluide conducteur. La condition $R_\omega << 1$ implique que le temps caractéristique de diffusion des gradients magnétiques sur l'épaisseur du film magnétique (qui représente le terme caractéristique d'établissement d'un profil de champ stationnaire) est beaucoup plus petit que le temps caractéristique $1/\omega$ d'évolution de l'écoulement. Si cette condition est réalisée, l'écoulement magnéto-diffusif pourra être considéré comme quasi-stationnaire [14].

Les phénomènes de diffusion sont indépendants de u : dans ce cas limite, il n'y a aucune convection de B par la matière. Le nombre qui mesure le flux de convection du champ magnétique sur le flux diffusif est le nombre de Reynolds magnétique $R_\omega = U_0 L_0 / D_m$, analogue au nombre de Reynolds hydraulique, où la

viscosité cinématique s'apparie au coefficient effectif de diffusion magnétique. Nous donnons à titre d'illustration quelques valeurs numériques de ce coefficient au tableau (II.1). La restriction de couplage faible entre le champ dynamique et le champ magnétique impose à ce nombre d'être le plus petit possible [14].

Dans le cas limite contraire de très fort Reynolds magnétique, les lignes de champ sont attachées aux éléments fluides à tout instant. On parle alors de MHD idéale. Cette discipline connaît son essor en astrophysique ; l'équation de transport qui modélise la MHD non-résistive s'écrit [14] :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \left(\vec{u} \times \vec{B}\right) \qquad (II.5)$$

Tableau II.1. *Diffusivités magnétiques D_m et nombres de Reynolds magnétiques R_m pour quelques Écoulements MHD, pour des longueurs L_0, des vitesses U_0 et des temps t_0 caractéristiques [14].*

Substance	L_0***(m)***	U_0 ***(m.s^{-1})***	D_m ***(m^{2}s^{-1})***	t_0	R_m
Mercure	*0.1*	*0.1*	*1*	*0.01*	*0.01*
Sodium liquide	*0.1*	*0.1*	*0.1*	*0.1*	*0.1*
Plasma de laboratoire	*1*	*100*	*10*	*0.1*	*10*
Noyau terrestre	*10^7*	*0.1*	*1*	*10^{14}*	*10^6*
Gaz interstellaire	*10^{17}*	*10^3*	*10^3*	*10^{31}*	*10^{17}*

II.3.4. Équations du mouvement

L'équation d'état des fluides conducteurs (métaux liquides) peut souvent se ramener à $\rho = Cte$ (avec ρ masse volumique). Lorsque les variations de température T sont suffisantes pour provoquer des variations de densité, on peut adopter la loi Boussinesq, de la forme [15] :

$$\rho = \rho_0\left[1 - \beta\left(T - T_0\right)\right] \qquad (II.6)$$

avec β coefficient de dilatation volumique, ρ_0 masse volumique à T_0. Mais le coefficient de dilatation volumique est assez faible $(\approx 2.10^{-4}\ K^{-1})$ pour que l'équation de continuité, qui exprime le principe de conservation de la masse, s'écrive :

$$\vec{\nabla}.\vec{u} = 0 \qquad (II.7)$$

La loi fondamentale de la dynamique conduit à l'équation de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}.\vec{\nabla})\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{g} + \frac{1}{\rho}\vec{j} \wedge \vec{B} \qquad (II.8)$$

avec *g* accélération due à la pesanteur, *p* pression ν viscosité cinématique.

Où parmi les forces extérieures, nous retenons la force de Laplace par unité de masse $\frac{1}{\rho}\vec{j} \wedge \vec{B}$:

Cette équation introduit la viscosité cinématique *v* du fluide, tellement petite dans les métaux liquides *(≈ 10^{-7} m^2s^{-1})* que le nombre de Reynolds $Re = UL/\nu$ est en général très grand par rapport à l'unité *(≈ 10^7)*. Cela a pour conséquence qu'à grande échelle le frottement visqueux est négligeable. Toutefois, il existe des régions très minces, que l'on appelle couches limites, où le terme devient capable d'entrer en compétition avec les autres. Ces couches limites ont une épaisseur [15].

Lorsque la température *T* est une variable importante du problème, comme c'est bien souvent le cas dans les métaux fondus, on doit encore exprimer le premier principe de la thermodynamique pour fermer le système d'équations. Cette équation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u}.\vec{\nabla})T = \alpha\Delta T + \frac{j^2}{\sigma\rho c} + \frac{\Phi_v}{\rho c} \qquad (II.9)$$

avec, *c:* capacité thermique massique,

Φ_v*:* dissipation volumique par viscosité,

α *:* diffusivité thermique *($\alpha = \kappa/\rho c$),* κ conductivité thermique.

La dissipation Φ_v est en général négligeable dans les métaux liquides. Dans de nombreux problèmes, c'est aussi le cas pour la dissipation par effet Joule $j^2/\sigma\rho c$. On a en effet, en notant Θ une différence de température caractéristique [15] :

$$\frac{j^2}{\sigma\kappa\Delta T} \approx \frac{\sigma u^2 B^2 L^2}{\kappa\Theta} = \frac{u^2}{c\Theta}\frac{\nu}{\alpha}\frac{\sigma B^2 L^2}{\rho\nu} \qquad (II.10)$$

Le nombre de Prandtl ν/α est petit *(≈ 10^{-3})*, et le nombre d'Eckert $u/\sqrt{c\Theta}$ est lui aussi habituellement petit *(≈ 10^{-2})*. Il faudrait des valeurs spécialement élevées de l'induction magnétique pour que le nombre de Hartmann $\sigma B^2 L^2/\rho\nu$ soit assez grand pour rendre l'effet Joule non négligeable par rapport à la conduction thermique.

II.4. Les nombres adimensionnels

Les écoulements magnétohydrodynamique sont étudiés pour une large gamme des matériaux et des conditions de fonctionnement : de l'eau de mer, en cas de propulsion naval magnétique, aux sels fondus, en

cas de réacteurs rapides de fission, en passant par les métaux liquides, en cas des échangeurs des réacteurs à fusion.

La gamme de ces matériaux balaye plusieurs ordres de grandeur de densités, de viscosités et de conductivités, ainsi que les conditions de fonctionnement ; d'un faible champ magnétique d'une installation au laboratoire au plus fort champ magnétique des enroulements supraconducteurs.

Aussi, des températures modérées de l'eau de mer à celles extrêmement haute en moulage continue d'acier.

Pour faire face aux divers problèmes, l'analyse dimensionnelle de l'ensemble d'équations obtenues doit être accomplie. En fait, il est possible de récrire le modèle mathématique sous une forme indépendante les propriétés thermo-physique du fluide, utilisant un ensemble de paramètres obtenus en tant que rapports sans dimensions. [16]

II.4.1. Le nombre de Reynolds *Re*

Le nombre de Reynolds joue un rôle crucial dans la turbulence et dans la dynamique des fluides en général il peut être interprété comme le rapport de l'ordre de grandeur des forces d'inerties à l'ordre de grandeur des forces visqueuses il traduit l'importance du terme convectif dans l'équation de Navier-Stokes, par rapport aux termes visqueux. *Re* est défini comme étant le rapport :

$$\mathrm{Re} = \frac{UL}{v} = \frac{force.d'inertie}{force.visqueuse} \cong \frac{\left|(U.V)U\right|}{\left|v\nabla^2 U\right|} \qquad (II.11)$$

Dans le cas de très faible nombre de Reynold, *Re<<1*, la viscosité à un effet considérable sur l'écoulement en entier, dans le cas contraire le rôle dominant dans l'écoulement est joué par les forces d'inertie. [16]

II.4.2. Le paramètre d'interaction *N*

Le paramètre d'interaction *N* est défini par :

$$N = \frac{\sigma LB^2}{\rho U} = \frac{force.électromagnétique}{force.d'inertie} \cong \frac{\left|(J.B)\right| / \rho}{\left|(U.V)U\right|} \qquad (II.12)$$

Il représente dimensionnellement, le rapport de Lorentz $J.B$ à la force d'inertie du fluide (le terme convectif : $(U.\nabla)U$. Il traduit l'importance de l'action d'un champ magnétique sur le mouvement du fluide.

Quand $N<<1$, les termes non linéaires de N dominent la force de Lorentz et le champ magnétique a seulement un effet dynamique faible sur l'écoulement. En revanche, quand $N>>1$ la force de Lorentz est sensiblement plus grande l'inertie et l'effet du champ magnétique devient significatif. [16]

II.4.3. Nombre de Hartmann *Ha*

Le rapport des forces électromagnétique aux forces visqueuses mène à un autre groupe adimensionnel, c'est nombre de Hartmann :

$$N = \frac{\sigma LB^2}{\rho U} = \frac{force.électromagnétique}{force.d'inertie} \cong \frac{\left|(J.B)\right| / \rho}{\left|(U.V)U\right|} \qquad (II.13.a)$$

Ce qui peut être exprimé comme suit :

$$Ha = LB\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}} = \sqrt{N\,\mathrm{Re}} \qquad (II.13.b)$$

Parmi les trois nombres *Re*, *N* et *Ha* au moins, deux paramètres sont nécessaires pour caractériser les problèmes MHD.

Par convection nous choisissons (*Re*, *N*) quand l'inertie joue un rôle significatif, comme dans la turbulence homogène en pleine développement ; et (*Re*, *Ha*) quand les phénomènes visqueux sont d'importance primaire, comme en présence des couche limite [17]. A titre d'indication le nombre de Hartmann, dans les réacteurs de fusion, est susceptible d'être aussi grand que 104 en raison de l'intensité du champ magnétique. [16]

II.4.4. Le nombre de Reynold magnétique Re_m

Le nombre de Reynold magnétique est défini par :

$$\mathrm{Re}_m = \frac{UL}{\eta} = \frac{convectionde.champ.magnétique}{diffusion.de.champ.magnétique} = \frac{champ.induit}{champ.appliqué} \cong \frac{\left|(U.\nabla)B\right|}{\left|\eta\nabla^2 B\right|} \qquad (II.14)$$

Le nombre de Reynolds magnétique permet de connaitre le régime dans lequel le système étudié se trouve, il est généralement petit dans les expériences de laboratoires (Re_m 1*et* < 50) et grand dans les objets cosmiques. Il est indicatif du rapport de la force de la convection à la diffusion dans l'équation d'induction. Selon ce nombre adimensionnel, on distingue deux principaux types d'écoulement MHD [18] :

La MHD résistive : dite à faible nombre de Reynolds magnétique ($Re_m \leq 1$) , c'est le domaine de la magnétohydrodynamique des métaux liquides et les fluides faiblement magnétisés non parfaitement conducteurs. Dans cette situation, la diffusion magnétique surmonte complètement l'intensification du champ magnétique due au mouvement du fluide. Dans un fluide considéré come conducteur non parfait, le champ magnétique peut se déplacer à traverse le fluide suivant une loi de diffusion magnétique où la constant de diffusion est la résistivité du fluide. Cette diffusion conduit à une rupture dans la topologie magnétique (non reconnexion des lignes de champ magnétique). Le champ additionnel, qui est induit par le fluide, est relativement faible.

La MHD idéale : dite aussi à fort nombre de Reynolds magnétique, le fluide est fortement magnétisé, il est traité comme ayant peu ou pas de résistance électrique et on l'assimile à un conducteur parfait " conductivité presque infinie". dans un tel cas, les effets inductifs dominent la diffusion. C'est habituellement le cas en astrophysique où en raison des dimensions des objets impliqués, le nombre de Reynolds magnétique typique est de l'ordre 10^4 à 10^{10}. Dans ce régime la loi de Lenz s'applique de telle sorte que le fluide et les lignes de champ magnétique sont intimement liés : on dit que les lignes de champs sont "gelées" (*frozen in*) dans le fluide. D'ailleurs, les mouvements du fluide peuvent mener à la croissance de l'intensité du champ magnétique dont l'origine est purement interne, ce phénomène connu sous le nom d'effet de dynamo. Ce type d'MHD est rencontré dans les plasmas chauds, tels que les plasmas astrophysiques et thermonucléaires d'origine naturelle (étoiles) ou artificielle (tokamaks). [16]

II.4.5. Le nombre de Grashof

Le nombre Grashof (*Gr*) caractérise la convection libre dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Il permet de caractériser le transfert thermique dû au déplacement naturel d'un fluide. Il est défini de la manière suivante : [16]

$$(Gr) = \frac{g.\beta.\Delta T.L0^3.\rho^2}{\mu^2} \qquad (II.15)$$

II.4.6. Le nombre de Grashof modifié (paramètre de Flottaison) *GR*

Le nombre de Grashof (paramètre de Flottaison) modifié défini comme étant le rapport du nombre de Grashof au nombre de Reynolds. [16]

II.4.7. Le nombre de Brinkman

Le nombre de Brinkman (*Br) est* utilisé en transfert thermique et sert principalement pour la mise en forme de liquides visqueux tels les polymères. Il donne le rapport entre l'énergie des forces visqueuses dissipée et l'énergie transférée par conduction thermique. Il est définit de la manière suivante :

$$Br = \frac{\mu.v^2}{\lambda.\Delta T} \qquad (II.16)$$

Plus le nombre est élevé, plus l'énergie dissipée par les forces visqueuses est importante par rapport à l'évacuation de cette énergie, ce qui indique une hausse température. [16]

II.4.8. Le nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl (Pr) représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement ν (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique (α). Il est définit de la manière suivante :

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{\mu}{\lambda / C_p} = \frac{\mu / \rho}{\lambda / \rho C_p} = \frac{\vartheta}{\alpha} \qquad (II.17)$$

Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un Prandtl faible (exemple : métaux liquides) indiques due la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température. [16]

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre, parlant des lois de base caractérisant les phénomènes électromagnétiques et hydrodynamiques présents dans la pompe MHD à conduction, des expressions mathématiques ont été établis dans leurs formes générales.

Chapitre III

Les nano fluides et micropolaires

III. 1 Introduction

Les transferts de chaleur au sein de fluides conduisent à de nombreuses applications pratiques et industrielles, y compris dans le transport, l'approvisionnement en énergie, la climatisation et le refroidissement électronique, etc. L'essor actuel des nanosciences a pour origine la mise en évidence des propriétés spécifiques de la matière aux dimensions nanométriques. Ceci a suscité de nouveaux champs d'études dans de très nombreux laboratoires et a permis le développement des fluides aux propriétés originales.

Ce chapitre est composé de deux parties. La première partie présente une étude descriptive des nanofluides, leur composition et leurs propriétés physiques et thermiques. La deuxième partie présente la définition des fluides micropolaire en donnant des exemples de ce type de fluides non newtoniens, d'autre part le comportement rhéologique actuel de ces fluides.

III.2 Généralités sur les nanofluides

III.2.1 Définition

Les nanofluides sont des dispersions de particules de taille nanométrique (dont le diamètre est typiquement inférieur à 100 nm), appelées nanoparticules, dans un fluide de base afin d'en améliorer certaines propriétés. Ce type de solution suscite un grand intérêt depuis la découverte de leurs propriétés thermiques particulières.

Dans le cas des fluides caloporteurs, un des premiers paramètres à prendre en compte afin d'évaluer le potentiel d'échange de chaleur est la conductivité thermique. En effet, les fluides de base souvent utilisés dans les applications de refroidissement ou de chauffage ont des conductivités thermiques très faibles qui limitent leur capacité de transfert de chaleur. L'idée est alors d'insérer au sein des liquides de base des nanoparticules de conductivité très élevée, afin d'augmenter la conductivité thermique effective du mélange et ainsi améliorer ces performances thermiques.

III.2.2 Nanoparticules et les fluides porteurs

La nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelques milliers d'atomes, conduisant à un objet dont au moins l'une des dimensions est de taille nanométrique (1 à 100 nm). Les nanoparticules se situent à la frontière entre l'échelle microscopique et l'échelle atomique ou moléculaire. Elles ont un intérêt à la fois fondamental, et sont très étudiées de nos jours. De nombreux physiciens et chimistes les synthétisent, d'autres physiciens les étudient afin de comprendre la physique de ces objets nanométriques et des biologistes les utilisent comme marqueurs cellulaires.

Les liquides de base généralement utilisés dans la préparation des nanofluides sont ceux d'usage commun dans les applications de transfert de chaleur tels que l'eau, l'éthylène glycol, l'huile de moteur etc… ; Les nanoparticules peuvent être à base de métaux, d'oxydes, de carbures, de nitrures ou de carbone.

Tableau III.1 regroupe une liste non exhaustive de combinaisons de nanoparticules et de fluides de base préparés par différents groupes de recherche.

	Acétone	Eau	Ethylène glycol	Huile	Toluène	Décène	Éthanol
Ag		x		x			
AIN							x
Au		x			x		
$Al_{70}Cu_{30}$			x				
Al_2O_3		x	x	x			
Bi_2Te_3							
C (diamant)		x					
C (graphite)		x		x			
C (NTC)		x		x		x	
C (fulleréne)				x	x		
Cu	x	x	x	x			
CuO		x	x				
Fe			x				
SiC		x					
SiO_2		x	x				
TiO_2		x	x				
WO_3			x				
ZrO_2		x					

III.2.3 Types de nanoparticules

La production de nouveaux nanomatériaux (nanoparticules) constitue un champ de recherche en pleine expansion, aussi seules les nanoparticules les plus couramment utilisées dans les applications liées aux transferts thermiques sont ici brièvement mentionnées.

D'une manière générale, les nanoparticules peuvent être classées selon leur forme en deux grandes catégories (figure III.1) :

- Les nanoparticules sphériques pour lesquelles plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication. Ces nanoparticules sphériques peuvent ainsi être à base de métaux (l'aluminium Al, cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag…) ou d'oxydes (oxyde d'aluminium Al2O3, oxyde de cuivre CuO, oxyde de titane TiO2…).

- Les nanotubes (les nanotubes de carbone NTC, les nanotubes de titane TiO2, Nanotube de silicium…)

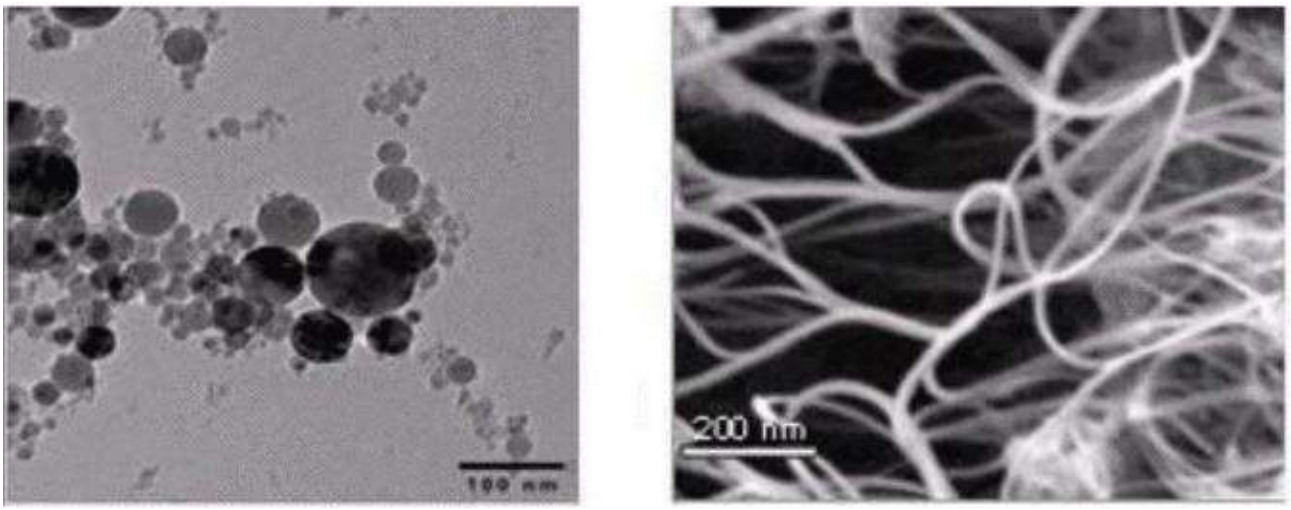


Figure III.1. *Nanoparticules sphériques ; Nanotubes de carbone.*

III.2.4 Fabrication et préparation des nanofluides

Le point délicat est la fabrication de si petits morceaux de matière plus ou moins bien calibrés. Inutile d'essayer d'en faire chez soi en ponçant un bout de cuivre pour en faire de la poussière par exemple. Ça ne fera que des particules de taille micrométrique au mieux, qui encrasseront le circuit. Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux. Ils peuvent être classés en deux catégories :

– les procédés physiques, comme le broyage mécanique.

– les procédés chimiques, comme la pyrolyse laser ou la précipitation chimique.

En général, les nanoparticules utilisées pour la synthèse de nanofluides sont à base d'oxydes, de nitrures, de carbures, de métaux purs ou d'alliages, de nanotubes de carbone (NTC). On trouve également des particules composites pouvant utiliser des polymères.

Il y a deux méthodes principales pour obtenir un nanofluide :

- **La méthode en une seule étape** consiste à produire les nanoparticules dans le fluide de base. Moins industrielle, elle n'est utilisable que pour certains nanofluides mais permet d'éviter l'agglomération et l'oxydation des nanoparticules. Un exemple de procédé consiste à condenser sous forme de nanoparticules une vapeur métallique dans un réacteur sur un film de liquide à basse tension de vapeur (figure III.2).

- **La méthode en deux étapes** consiste à produire dans un premier temps les nanoparticules, puis à les disperser dans le fluide de base. Pour permettre une bonne dispersion, une forte action mécanique à l'aide d'un agitateur rotatif ou d'ultrasons est souvent nécessaire afin de briser les agglomérats. En outre, pour éviter l'agglomération due aux forces d'attraction entre les particules, on utilise des forces de répulsion électrostatique en chargeant la surface des particules en adaptant le pH. On peut également utiliser les forces de répulsion stériques à l'aide de molécules adsorbées ou greffées sur la surface

Les procédés de fabrication sont de nature physique ou chimique. Ils font l'objet de beaucoup de recherches pour améliorer le coût de production qui reste parfois élevé vu les difficultés de mise en oeuvre et pour obtenir des particules de taille voulue. Chaque méthode a ses inconvénients et certains ne sont pas

aptes à produire de grandes quantités de nanoparticules pour une production de masse vu les contraintes inhérentes au procédé. Les principaux moyens peuvent être :

- La mécanosynthèse (broyage à haute énergie).
- La précipitation chimique (réduction de sels métalliques par exemple).
- Les dépôts chimiques ou physiques en phase vapeur (CVD ou PVD).
- Les dépôts chimiques en phase vapeur assistés par plasma (PECVD).
- La condensation de vapeurs par détente brutale dans des tuyères supersoniques.
- La pulvérisation cathodique radiofréquence.
- La sublimation par ablation laser (vaporisation d'un échantillon par impulsion laser).
- La pyrolyse laser (interaction entre un faisceau laser continu et un flux de réactifs).
- La désintégration d'électrodes submergées par passage d'étincelles (comme pour un usinage par électroérosion).

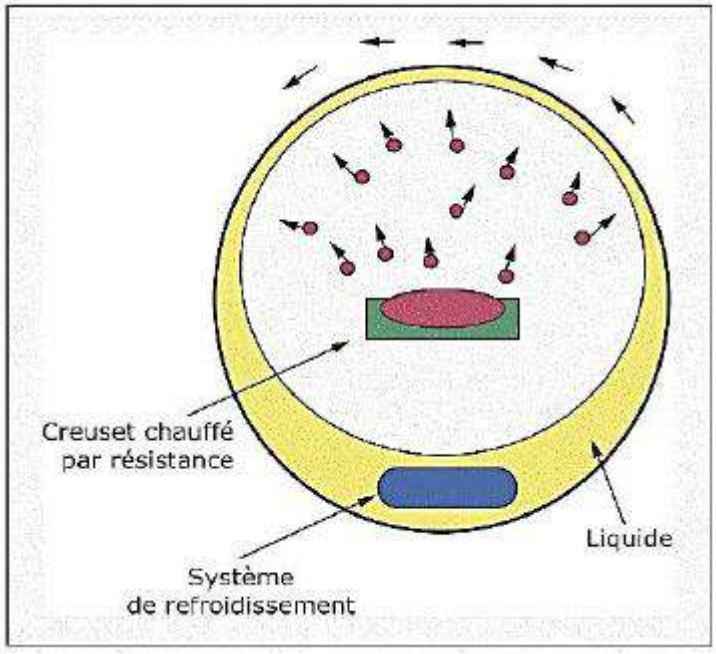


Figure III .2. *Procédé de synthèse de nanofluide en une seule étape.*

III.2.5 Propriétés thermophysiques des nanofluides

Les propriétés thermophysiques (conductivité thermique, viscosité dynamique et cinématique, capacité thermique massique, etc.) sont profondément modifiées par l'ajout de nanoparticules et un grand nombre de paramètres peuvent avoir un effet non négligeable sur cette déviation (le matériau, la taille, le rapport d'aspect, la concentration des particules en suspension, la conductivité du fluide de base, la température du milieu). De nombreux groupes de recherche tentent de comprendre quels sont le ou les mécanismes à l'origine de telles différences mais aucune phénoménologie n'a pu être encore formulée de manière concise et satisfaisante.

III.2.5.1 La masse volumique

Pour calculer la masse volumique d'un nanofluide que nous supposerons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide) en fonction de la fraction volumique a une température T donnée, nous revenons à la définition de la masse volumique de ce mélange.

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{v}\right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_f + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \qquad (III.1)$$

Volumique des nanoparticules, notée désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\phi = \frac{solide.volume}{nanofluide.du.totale.volume} = \frac{V_s}{V_s + V_f}$$

nanofluide du totale Volume solide Volume

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \qquad (III.2)$$

Ou ρ_{nf} : La masse volumique du nanofluide. nf

ρ_f : La masse volumique du fluide de base. f

ρ_f : La masse volumique des nanoparticules solides. s

III.2.5.2 La chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène. La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 K lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on a retrouvé suivant les auteurs l'une ou l'autre des deux relations suivantes. $CP = (dQ / mdT)$.

De nombreux auteurs dont Pak et Cho. (1998) ont utilisé :

$$\left(C_p\right)_{nf} = (1-\phi)\left(C_p\right)_f + \phi\left(C_p\right)_s \qquad (III.3)$$

Certains autres dont Xuan et Roetzel (2000) ont utilisé :

$$\left(\rho C_p\right)_{nf} = (1-\phi)\left(\rho C_p\right)_f + \phi\left(\rho C_p\right)_s \qquad (III.4)$$

$(C_p)_{nf}$, $(C_p)_f$,$(C_p)_s$, désignent respectivement les chaleurs spécifiques du nanofluide, du fluide de base et des nanoparticules.

C'est cette dernière relation que nous conservons dans la suite de notre travail puisqu'elle est, contrairement à la première plus fréquemment utilisée, mais a tort, dans de nombreux travaux, les formes aux lois de la thermodynamique.

III.2.5.3 Le coefficient d'expansion thermique

Nous nous intéressons dans le cadre de notre étude aux seuls fluides porteurs incompressibles (masse volumique indépendante de la pression) mais dilatables. Cette variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique ($\beta_T = -\frac{1}{\rho}(\partial\rho / \partial T)_p$), appelé également coefficient de dilatabilité [20].

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides, par analogie avec la relation (III .2), on déduit l'expression suivante :

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s \qquad \textit{(III .5)}$$

Kim et al. (2004) [5] ont supposé que le coefficient d'expansion thermique du fluide β_f est largement plus grand que celui des nanoparticules solides β . Il ramené l'équation (3.5) à la forme simplifiée suivante :

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f \qquad \textit{(III .6)}$$

III.2.5.4 La conductivité thermique des nanofluides

Etant donné que les nanoparticules à haute conductivité thermique suspension dans le fluide de base qui a une faible conductivité thermique, augmentent remarquablement la conductivité thermique de nanofluides. Les chercheurs ont développé plusieurs modèles pour prédire l'estimation de la conductivité du nanofluide et de nombreuses expériences ont été menées pour comparer les données expérimentales avec ces modèles analytiques, constitués par des éléments très réguliers tels que les nanoparticules sphériques. Les modelés décrits dans la littérature sont des outils de prédictions développés, afin d'appréhender les mécanismes de transfert thermique au sein des nanofluides. Nous présenterons dans cette partie les modèles les plus utilisés dans le cas des nanofluides.

III.2.5.4.1 Modèle de Maxwell (1881)

Maxwell fait partie des chercheurs qui se sont intéressés au calcul de la conductivité thermique d'un fluide contenant des particules sphériques en suspension. Pour aboutir à l'estimation de cette dernière, il a supposé que le fluide renferme plusieurs particules sphériques de même diamètre Dp.
La formule de Maxwell est donnée par :

$$k_{nf} = \frac{k_s + 2k_f + 2\phi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \phi(k_f + k_s)} k_f \qquad \textit{(III .7)}$$

Ou n est un facteur de forme empirique donne par : $n = \frac{3}{\Psi}$

n = 3 pour les particules sphériques et n = 6 pour les particules cylindriques.

Pour Ψ =1 (particules sphériques), le modèle de Hamilton-Crosser est identique au modèle de Maxwell.

III.2.5.4.3 Modèle de Yu et Choi (2003) [26]

Une autre expression pour calculer la conductivité thermique a été introduite par Yu et Choi (2003). Ils ont proposé de modéliser les nanofluides comme un liquide de base et des particules solides séparent par une couche nanométrique, cette couche agit comme un pont thermique entre le fluide et les nanoparticules. De plus, ils ont supposé que la conductivité thermique de la couche nanométrique est plus grande que la conductivité thermique de liquide,

$$k_{nf} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)(1+\beta)^3 \phi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)(1+\beta)^3 \phi} k_f \qquad (III.8)$$

Où β est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

III.2.5.4.4 Modèle de Bruggeman (1935) [22]

Le modèle propose par Bruggeman (1935) [22] semble mieux approximer certains résultats expérimentaux compare aux autres modelés pour le cas des nanoparticules sphériques avec aucune limitation concernant les concentrations des nanoparticules,

$$k_{nf} = \frac{(3\phi - 1)\frac{k_p}{k_f} + \left\{3(1-\phi) + \sqrt{\Delta}\right\}}{4} K_f \qquad (III.9)$$

Avec : $\Delta = \left[(3\phi - 1)\left(\frac{k_s}{k_f}\right)^2 + (2 - 3\phi)^2 + 2\left(2 + 9\phi - 9\phi^2\right)\left(\frac{k_s}{k_f}\right)\right]$

III.2.5.5 La viscosité dynamique

La viscosité caractérise l'aptitude d'un fluide à s'écouler. Sa connaissance est fondamentale pour toutes les applications impliquant le transport de fluides. L'ajout des nanoparticules permet d'augmenter et d'améliorer la conductivité thermique du nanofluide, mais cela peut aussi conduire à une augmentation défavorable de la viscosité dynamique. De nombreuses études théoriques et expérimentales ont été menées afin d'estimer ou de mesurer la viscosité dynamique des nanofluides, et de quantifier l'importance des principaux paramètres qui l'influencent. Plusieurs modèles théoriques ont été développés pour prédire

l'évolution de la viscosité dynamique des suspensions sous certaines conditions. Dans cette partie, nous nous intéresserons aux modèles les plus utilisés dans le cas des nanofluides.

III.2.5.5.1 Modèle d'Einstein (1906)

Einstein a déterminé l'énergie dissipée autour d'une seule particule dans un fluide en associant son énergie au travail réalisé pour la faire avancer relativement au fluide. A partir de ce résultat, il a déterminé l'expression décrivant une dépendance linéaire de la viscosité des suspensions dans un fluide avec la concentration,

$$\mu_{nf} = \mu(1+2.5\phi) \qquad (III.10)$$

La formule d'Einstein a depuis été vérifiée expérimentalement et est considérée satisfaisante pour des suspensions très diluées de particules sphériques (browniennes ou non browniennes), typiquement pour des concentrations volumiques inférieures à 1%. Il est à noter que ce modèle ne tient pas compte des effets de la taille des particules et des interactions interparticules.

III.2.5.5.2 Modèle de Brinkman (1952) [21]

La formule de Brinkman (1952) complète le modèle d'Einstein jusqu'à une concentration volumique inférieure à 4%,

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \qquad (III.11)$$

On remarque que cette relation décrit une évolution non linéaire de la viscosité dynamique avec la concentration volumique mais ne tient pas compte de la collision entre les particules.

III.2.5.5.3 Modèle de Batchelor (1976) [19]

En effet, l'écoulement autour de chaque particule est influencé par la présence éventuelle d'autres particules à proximité et par les collisions entre particules. Ainsi, cela se traduit par la prise en compte d'un terme ϕ^2 dans le modèle de Batchelor (1976),

$$\mu_{nf} = \mu_f\left(1+\eta\phi+k_H\phi^2\right) \qquad (III.12)$$

Où η est la viscosité intrinsèque et kH est le coefficient de Huggins. La valeur de η et kH est de 2.5 et 6.5 respectivement pour des particules sphériques.

III.2.5.5.4 Modèle Maiga et al. (2005)

D'autres relations ont été proposées dans la littérature limitée à des applications bien précises. Maiga et al. (2005) à partir de résultats de mesures ont proposé la corrélation (III.14),

$$\mu_{nf} = \mu_f \left(123\phi^2 + 7.3\phi + 1\right) \qquad (III.13)$$

En comparant cette corrélation aux modelés d'Einstein et de Brinkman, on trouve que ces deux dernières approches sous-estiment les valeurs expérimentales de la viscosité des nanofluides.

III.2.5.5.5 Modèle Pack et Cho (1998)

Pack et Cho (1998) ont proposé, quant à eux une corrélation pour les nanoparticules Al2O3 disperses dans l'eau donnée par :

$$\mu_{nf} = \mu_f \left(533.9\phi^2 + 39.11\phi + 1\right) \qquad (III.14)$$

III.3 Les fluides micropolaire

III .3.1. Flux des particules fines en suspension

On donne quelques exemples de l'existence de ce type de fluides non newtoniens.

III.3.1.1. Fluides en suspension de particules polymériques

Ces fluides sont considérés comme des solutions non newtoniennes de faible concentration du polymère, par exemple, des molécules de particules de latex dissoutes dans l'eau (figure III.9). Nicodemo et al ont observé que l'addition de particules de latex dans un fluide cisaillé n'a tout simplement aucune influence sur la courbe de viscosité [27].

III.3.1.2. Colloïdes

Les fluides colloïdaux sont des fluides qui contiennent des particules fines similaires contenant de la colle ou de la gélatine et qui ne cristallise pas, les forces browniennes et les interactions particule-particule jouent un rôle important [27].

Les forces internes peuvent être divisées en forces hydrodynamiques responsables de la migration, de l'alignement ou de l'orientation des particules dans le cas des particules non sphériques et de la structure effondrée en matière de précipitations et d'agrégats, ce qui entraîne des mouvements relatifs des particules en suspension, Einstein a confirmé que les seules forces dans l'analyse de la viscosité d'une boule de suspension diluée dans un liquide newtonien [27].

Les forces internes non hydrodynamiques forment des forces browniennes responsables du mouvement interne et de la distribution des particules, elles ont la force des interactions physiques et chimiques qui peuvent affecter la structure interne des particules colloïdales en suspension. Le mouvement brownien permet aux forces attrayantes à faible portée de promouvoir la floculation de la construction et de la formation du réseau à faible gel. Ne pas dire que les forces extérieures, par exemple en raison d'un champ électrique, peuvent modifier radicalement les propriétés rhéologiques des suspensions [27]. Tableau III.1 résume les forces principales agissant sur les particules colloïdales avec des formules mathématiques de base pour calculer la grandeur:

Tableau III.2 *les forces se concentrent sur les suspensions colloïdes (Adapté par Russell et al).*

Force	***La magnitude***	***Définition***
Brownian	kT/d_p *(III.1)*	*k: constant de Boltzman* *T: température [K]* *dp: diamètre de particule*
Van Der Waals	A/d_p *(III.2)*	*A: constante Hamaker*
Visqueux	$\eta d_p^2 U = \eta d_p \dot{\gamma}$ *(III.3)*	*η: viscosité de particule*
Inertie	$d_p^2 \rho_p U^2$ *(III.4)*	*U: Vitesse relative de la particule*
Gravitationnel	$d_p^2 \Delta \rho g$ *(III.5)*	*Δ ρ: Différence entre la densité de fluide et la particule*

III.3.1.3. Sangs

Les flux du sang sont considérés comme des fluides en suspensions de vésicules déformables de caractère non newtonien, le comportement se déplaçant comme un fluide d'éclaircie par cisaillement, sa viscosité diminue lorsque le taux de cisaillement (gradient de vitesse) augmente, A.C. Eringen [28-29]. Voir l'exemple donné par N. Midoux et D. Quemada, [30-31]. (Figure III.3)

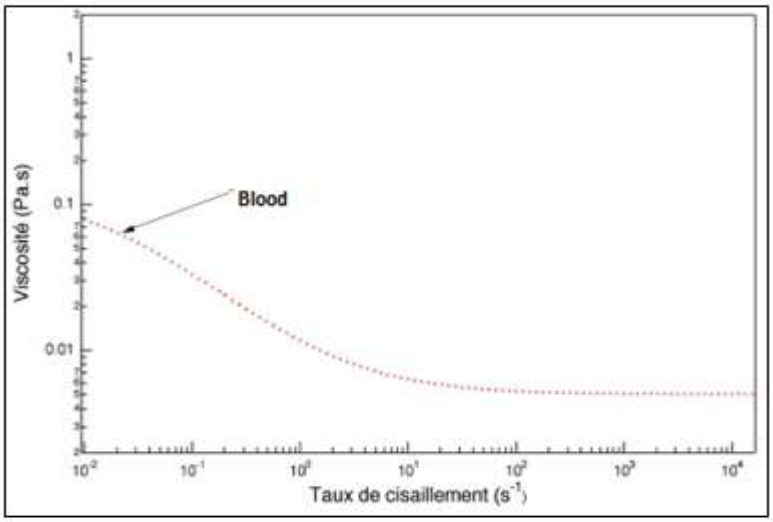


Figure III.3*: Viscosité du sang par rapport au taux de cisaillement .*

III .3.1.4. Liquide synovial ou liquide articulaire humain.

Au sujet d'une étude du comportement rhéologique du fluide synovial, nous pouvons trouver, pour des exemples, Ogston et Stanier ont mis en évidence le comportement des caractères viscoélastiques, Dowson et Mow ainsi que Jones ont noté que les liaisons articulaires humaines ont le même comportement rhéologique qu'un lubrifiant, tandis que Dintenfass a constaté que le liquide synovial est non-newtonien en raison de la présence de molécules d'acide byaluronique (polymère à longue chaîne) et sa viscosité diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement, cela a été soutenue expérimentalement par Bloch et Dintenfass, Maroudas et Dowson. S. P. Singh, et al, [34].

III.3.1.5. Cristaux liquides.

Il existe un grand nombre de composés organiques qui présentent simultanément un comportement solide et liquide, en même temps qu'ils circulent comme des fluides. Ces substances sont appelées cristaux liquides. Ces derniers sont constitués de molécules en forme de tige, de type disque ou arbitraire dans un environnement fluide. Il existe de nombreux types de cristaux liquides.

Les cristaux liquides, qui possèdent des molécules en forme de tige, sont divisés en deux classes: nématique et smectique (figure III.4) [28].

- Dans les cristaux liquides nématiques, les centres de masse des molécules sont distribués au hasard en trois dimensions.

- En smectics, ils sont disposés dans des avions équidistants.

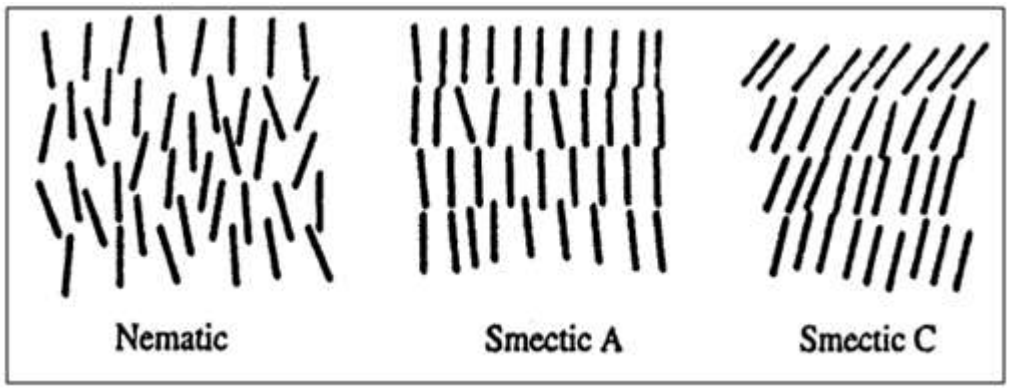


Figure III.4: *Cristaux liquides nématiques et smectiques.*

Lorsque les éléments en forme de tige de la classe nématique sont organisés dans des plans adjacents, légèrement tournés formant une structure hélicoïdale, on appelle la phase cholestérolique ou chiralnématique (figure III.5). Les cholestérols présentent une biréfringence et une activité optique. Il peut citer d'autres types de cristaux liquides, les polymères dont les molécules se composent de barres rigides fixées l'une à l'autre par des chaînes souples ou par une seule fibre longue et souple avec des barres attachées en tant que chaînes latérales (figure III.6), des cristaux liquides polymères peuvent être présents en nématique, en chiralnématique ou en smectique [28].

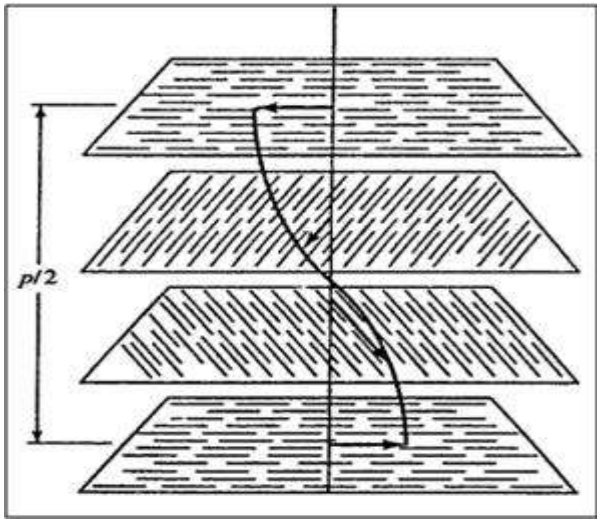


Figure III.5: *Phase cholestérolique*

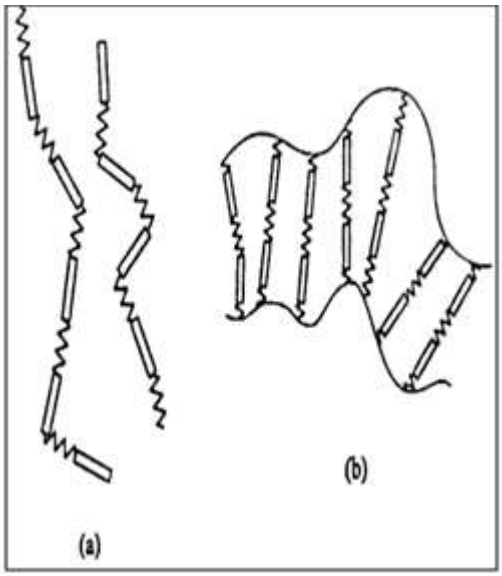


Figure III.6: *Polymères cristallins liquides ; (A) chaîne principale,*

(b) chaîne latérale.

Une classe différente de cristaux liquides a des molécules biologiquement importantes, par exemple des phospholipides, appelés molécules amphiphiles, qui sont à la recherche d'eau ou à l'eau répulsive (figure III, 7).

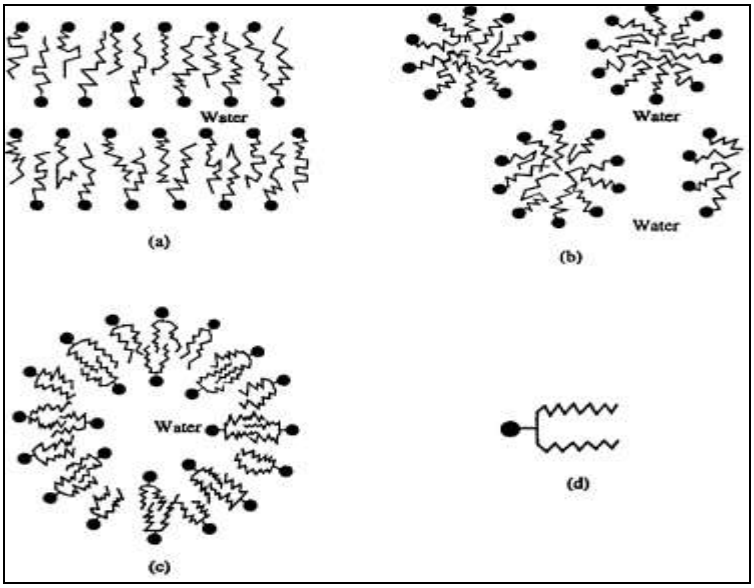


Figure III.7: *Molécules amphiphiles : (a) molécules de savon ; (B) micelle; (C) vésicule; (D) molécule de phospholipide .*

III.3.2. Quelques modèles rhéologiques de fluides micropolaires.

Dans la littérature, il existe plusieurs modèles qui expliquent le comportement rhéologique des fluides micropolaires non newtoniens, car leur comportement rhéologique est indépendant du temps et inclus dans la catégorie des fluides pseudo-plastiques (dilution par cisaillement) [27].

III .3.2.1. Carreau et modèles Carreau modifiés.

On peut distinguer ce type de fluide ; Le modèle de fusion de polymère à faible concentration est proposé (tableau III.2), pour des concentrations élevées de solides ou des matrices à faible viscosité, les interactions particules par particule peuvent devenir significatives, comme pour les masses de polystyrène remplies de charbon noir, de dioxyde de titane et de carbonate de calcium. Poslinski et d'autres ont proposé un modèle Carreau modifié [27] :

Tableau* III.*3: *Les lois rhéologiques de l'éclaircie par cisaillement de fluide micropolaire ne présentant pas de stress critique. N. Midoux, D. Quemada et H. A. Barnes [30, 31] et [35].*

Modèles	***Lois rhéologiques***	***Paramètres n < 1***
Ostwald De Waele	$\tau = k.\dot{\gamma}^{n}$ $(III.6)$	*n, k: Paramètre et indice de cohérence, respectivement*
Ostwald De Waele	$\mu = m.\dot{\gamma}^{n-1}$ $(III.7)$	*m : est un paramètre, un comportement erroné à faible taux de cisaillement.*
Carreau	$\tau = \left[\mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty})[1 + (\lambda.\dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}}\right].\dot{\gamma}$ *(III.8)*	$\mu_0, \mu_{\infty}, \lambda$ *n : Indice de structure*
Cross	$\tau = \left[\mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1+(\dot{\gamma}.t_1)^p}\right].\dot{\gamma}$ *(III.9)*	$\mu\infty$ *: Présente la viscosité à très haut taux de cisaillement*
Ellis	$\tau = \left[\frac{\mu_0}{1+\left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha-1}}\right].\dot{\gamma}$ *(III.10)*	$\mu_0, \tau_{1/2}, \alpha$ $\tau_{1/2}$ *: Présente la moitié du stress de cisaillement appliqué*

$$\mu = \frac{\sigma_0}{\dot{\gamma}} + \frac{\mu_0}{(1+(t_1\dot{\gamma})^2)^{(1-n)/2}} \qquad (III.11)$$

Avec, $\sigma_0 = G_0 \times \gamma_0$ *et* G_0 est le module d'élasticité, avec: $\sigma_0 < |\sigma|$ *et* $\acute{\gamma}_0 \geq |\acute{\gamma}|$, μ_0 viscosité nulle, et le temps caractéristique (t_1) est décrit par Maron Pierce, en donnant les expressions suivantes [27].

$$t_1 = t_{1m}\frac{\mu_0}{\mu_m} \qquad (III.12)$$

$$\frac{\mu_0}{\mu_m} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2} \qquad (III.13)$$

Avec: μm et t_{1m} sont respectivement la viscosité et la période caractéristique de la matrice polymère, φm: est la fraction maximale d'emballage = *0,80;* $\frac{\mu_0}{\mu_m} = \frac{2}{5}$

Poslinski et al ont obtenu un bon accord entre le modèle proposé et les données expérimentales, ils ont constaté que le comportement rhéologique des particules en suspension est très similaire au comportement des particules de polymère non saturées (faible concentration de polymère) et des particules sphériques suspendues de verre. (Figure III.7) [27].

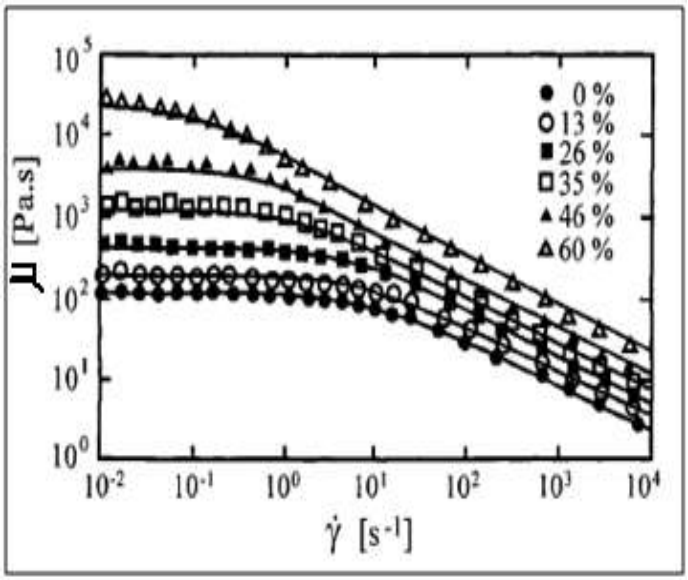


Figure III.8: *La viscosité de cisaillement des particules sphériques de verre suspendu pour différents pourcentages de volume, dispersés dans un polymère thermoplastique à 150 ° C [36].*

III.3.2.2. Modèles de sang humain.

Dans le rétrécissement pathologique, le flux de sang humain dans la sténose d'un vaisseau sanguin ou une artère est fourni sous le modèle de fluide micropolaire suivant, Md. Ikbal [33]:

$$\tau = -m\left\{\left|\sqrt{\frac{1}{2}(\acute{\gamma}:\acute{\gamma})}\right|^{n-1}\right\}\acute{\gamma} \qquad (III.14)$$

avec: $\frac{1}{2}(\acute{\gamma}:\acute{\gamma}) = 2\left\{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{v}{r}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2$ *(III.15)*

τ *:* Tenseur de contrainte de cisaillement *;* $\acute{\gamma}$ *:* Tenseur du taux de cisaillement ;

m *et* n *:* Sont respectivement l'indice de cohérence et le paramètre d'index du comportement des fluides ; *Z* et *r* sont les coordonnées polaires ; *U* et *v* sont respectivement les composantes de vitesse le long de l'axe *(oz)* et du pôle *(r).*

Il existe un schéma particulier de circulation sanguine dans une artère étroite de cathétérisme ; Ce modèle est donné par la formule de la viscosité effective suivante, V. P. Srivastava et al, [38].

$$\mu_e = \frac{(1-C)\mu_S}{1-\varepsilon^4+\beta(1-\varepsilon^2)+(1-\varepsilon^2)^2/log\varepsilon} \qquad (III.16)$$

Avec: μ_s *:* est une relation empirique avec la viscosité d'une suspension*;* $= \frac{a_1}{a}$, où *a; a1* sont les valeurs limites prises par le rayon *r* d'un cylindre creux; $\beta = \frac{8C(1-C)\mu_S}{Sa^2}$*; S* est le coefficient qui caractérise le degré d'interaction particule par particule. *C:* la densité des particules dans la fraction volumique du sang.

II.2.3. Purgeur de cisaillement ou fluide pseudoplastique.

Généralement, ce type de fluide ne présente pas de stress critique d'écoulement ou de contraintes critiques très faibles, par exemple: ciments, adhésifs, fluides contenant des particules en suspension de détergent et quelques peintures, particules en suspension de latex (polymère) dans l'eau, solution aqueuse de Polyacrylamide (figures III, 8 et III.9). Selon les expériences sur ce type de fluides, le gradient de viscosité apparente diminue alors que le taux de cisaillement augmente [30-32].

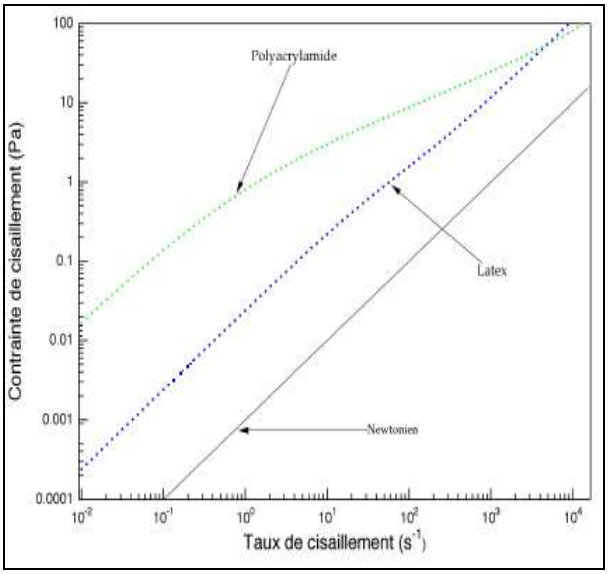


Figure III.9: *Profil des courbes obtenues à partir d'une solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau.*

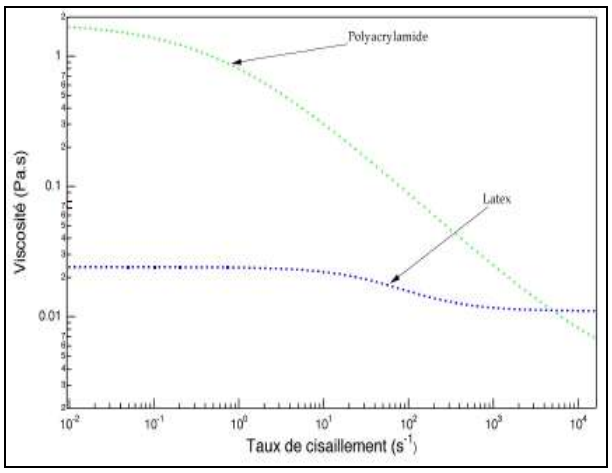


Figure III.10*: La viscosité dépend du taux de cisaillement de la solution aqueuse de polyacrylamide et de latex (polymère) dans l'eau.*

III.4. Caractéristiques générales du fluide micropolaire.

Le fluide micropolaire se caractérise par le mouvement brownien, le mouvement rotatif (spin), la viscosité du vortex, la viscosité du gradient de rotation, la densité de la micro-inertie des particules solides en suspension, C. Y. Cheng [37].

III.4.1. Micro-rotation (vortex).

Le théorème qui a défini la bonne rotation des particules a dénoncé que lorsque les particules de fluide tournent autour de leur propre axe, le flux de fluide est appelé mouvement de rotation, les propriétés de ce type d'écoulement sont importantes et des propriétés différentes du débit potentiel (i-rotational). La rotation d'une particule est décrite par sa vitesse angulaire moyenne donnée par des formules formelles de formules différentielles données par les formules suivantes, E. Krause et R. P. Chhabra [32] .

$$\begin{cases} d\alpha = \dfrac{\partial v}{\partial x}\, dt \\ d\beta = \dfrac{\partial u}{\partial y}\, dt \end{cases} \qquad \textit{(III .17)}$$

En généralisant la relation (III.17) sous une autre forme en trois dimensions de l'espace, on obtient le vecteur de rotation ou de tourbillonnement vectoriel [31-32], et selon :

$$\vec{\omega} = \xi\vec{\imath} + \eta\vec{\jmath} + N\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{\nabla} \times v \qquad \textit{(III .18)}$$

Le composant de la vitesse angulaire pour une particule se déplaçant en translation et en rotation dans le plan *(xoy)*, dont le composant *N* est donné par :

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad \textit{(III .19)}$$

III.4.2. Viscosité du vortex.

Il est généralement donné par un coefficient σ * caractérisant la viscosité à la microscale à la bordure séparant la couche de fluide et la paroi des particules solides fines en suspension (liées à la zone de contact fluide-solide) dans les équations d'équilibre σ * est liée à la viscosité dynamique μ dans l'équation de moment, la relation entre σ * et μ est γ : appelée viscosité du gradient de spin donnée par la formule suivante, [31-32].

$$\gamma = (\mu + 0{,}5.\sigma^*)j \qquad (III.20)$$

Avec : *j:* la densité de la micro-inertie.

σ^*: Viscosité du vortex

III.5. Paramètres principaux affectant la viscosité.

Les principaux paramètres qui ont un effet apparent sur la viscosité sont: la température pour les liquides et les semi-solides, exprimée par la loi Arrhenius; Pression; La nature chimique du fluide; La concentration de la solution en cas de matériau; La météo; La contrainte de cisaillement sur le site les deux premiers paramètres, [32]. Certains types de viscosités sont donnés dans le tableau III.3.

III .5.1. Effets de la température et de la pression.

Pratiquement, la température de l'augmentation incompressible du fluide entraîne l'expansion du volume (augmentation des distances intermoléculaires). Le même résultat, lorsque la pression devient très élevée, plus de *40 bars*, la viscosité *(μ)* augmente, moins de *40 bars*, la variation de viscosité est négligée, mais pour les fluides incompressibles, la pression de seuil est comptée au début de *20 bars* [32].

***Tableau III.4**: Relations de différents coefficients de viscosité, [32].*

Coefficient	***Formule***	***Caractère***
Viscosité dynamique (absolue) μ	$\mu = \frac{\tau}{D}$ *(III.21)*	-----
Viscosité cinématique, ν	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ *(III.22)*	*μ : Viscosité dynamique de la dispersion.*
Viscosité relative, μ_r	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_s}$ *(III.23)*	*μ_s : Viscosité dynamique du solvant.*
Viscosité spécifique, μ_{sp}	$\mu_{sp} = \frac{(\mu - \mu s)}{\mu s}$ *(III.24)*	-----
Viscosité intrinsèque, μ_i	$\mu_i = lim_{\substack{C\to 0 \\ \varepsilon\to 0}} \left[\frac{\mu_{sp}}{C}\right]$ *(III.25)*	*C: Présente la concentration de la phase dispersée*

III.6. Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons donné dans un premier temps une description générale des nanofluides, et nous avons ainsi une présentation des différents modèles de leurs propriétés thermophysiques ensuite a été décrite, Les chercheurs ont mené des études analytiques, numériques et expérimentales afin de résoudre le problème du refroidissement par nanofluide à l'aide d'ailettes. L'analyse de ces travaux permet d'identifier les différents paramètres qui peuvent influencer le comportement thermique et rhéologique des nanofluides.

À partir de cette analyse théorique, nous pouvons conclure qu'il existe un lien important entre la structure microscopique et le comportement de l'écoulement des fluides. Ainsi, il est possible d'avoir certaines caractéristiques souhaitées d'un produit en manipulant la structure en utilisant une gamme d'additifs. À l'inverse, en utilisant des mesures rhéologiques pour obtenir des connaissances à l'échelle de la microstructure, on construit des matériaux dans une forme appropriée dans l'industrie (par exemple : médicaments pour soins personnels, peintures, etc.).

Dans cet objectif, le chapitre suivant expose une détermination de l'effet de certains paramètres dans le but d'améliorer le transfert de chaleur à l'intérieur d'un canal horizontal où sont montées des ailettes pour une convection mixte laminaire pour assurer un bon refroidissement. Dans le cas 2D, nous avons mis l'accent sur l'influence de certains paramètres tels que les nombres de Reynolds et Richardson, la fraction volumique solide, types de nanofluides, et la distance entre les ailettes.

Et aussi, des effets du nombre de Reynolds, la hauteur des ailettes, ainsi que les effets de la distance entre les ailettes dans une configuration 3D afin d'obtenir un meilleur refroidissement.

Chapitre IV

Résultats et discussion

IV.1. Introduction

Il y a eu une croissance significative de l'utilisation des nanofluides. La nécessité d'améliorer les fluides caloporteurs a motivé le développement de ces nouveaux fluides. Ces particules d'ingénierie dispersées dans un fluide de base ont de nombreuses applications telles que dans les systèmes micro électromécaniques (MEMS), les systèmes nano-électromécaniques (NEMS), le génie biomédical (imagerie et ablation), les réacteurs nucléaires et l'extraction de l'énergie géothermique.

La plupart des fluides de base sont de l'eau et de l'huile, mais ces dernières années, certains fluides non newtoniens sont naturellement rencontrés dans de nombreux procédés industriels et chimiques. Ils présentent les principaux avantages pour servir de support aux nanoparticules. En ajoutant une équation supplémentaire représentant le moment angulaire local qui fonctionne également dans l'équation de moment classique.

IV.2. Formulation mathématique

Considérons un flux convectif laminaire régulier de nanofluide micropolaire incompressible électriquement conducteur le long d'une plaque verticale semi-infinie. Un champ magnétique transversal B_0 est appliqué normalement sur la plaque. Le champ magnétique varie en intensité en fonction de x. Dans cette formulation, la dissipation magnétique n'est pas ignorée. La plaque est perméable et reçue / fluide fluide avec une vitesse transversale v_w et se déplace le long de la direction x avec une vitesse constante U. La paroi est maintenue à température constante et fraction volumique de nanoparticules au niveau de la plaque verticale, Tw et ϕw, et ces les valeurs sont supposées être supérieures à la température ambiante et la fraction volumique de nanoparticules ambiantes atteinte lorsque y tend vers l'infini, $T\infty$ et $\phi\infty$, respectivement. La direction x qui est prise le long de la plaque est également la direction de l'écoulement et l'axe y lui est normal. Le diagramme schématique du problème physique actuel est illustré à la figure IV.1.

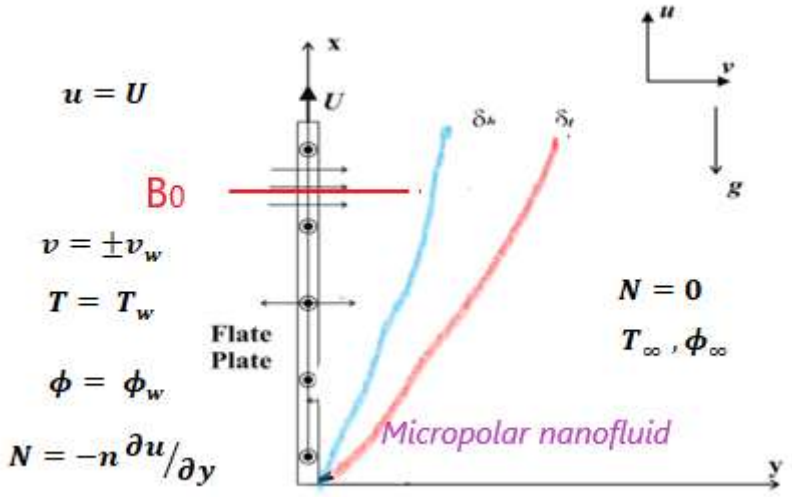


Figure IV.1. *Modèle physique et système de coordonnées.*

Ensuite, sous ces hypothèses avec l'approximation de Boussinesq pour la densité, le modèle mathématique approprié pour le nanofluide micropolaire peut être développé. Ainsi, les équations de

conservation régissant la masse, la quantité de mouvement et le moment angulaire, l'énergie et la fraction volumique des nanoparticules peuvent être écrites comme

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (IV.1)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=\left(\frac{\mu+K}{\rho}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{K}{\rho}\frac{\partial N}{\partial y}+g\beta(T-T_\infty)-\frac{\sigma B_0^2}{\rho}u \qquad (IV.2)$$

$$j\rho\left(u\frac{\partial N}{\partial x}+u\frac{\partial N}{\partial y}\right)=\gamma\frac{\partial^2 N}{\partial y^2}-K\left(2N+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (IV.3)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha_{nf}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{(\rho c)_p}{(\rho c)_f}\left(D_B\frac{\partial \phi}{\partial y}.\frac{\partial T}{\partial y}+\left(\frac{D_T}{T_\infty}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2\right)+\frac{\sigma B_0^2}{(\rho c)_f}u^2 \qquad (IV.4)$$

$$u\frac{\partial \phi}{\partial x}+v\frac{\partial \phi}{\partial y}=\left(D_B\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}+\left(\frac{D_T}{T_\infty}\right)\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (IV.5)$$

Ici, T est la température dans la couche limite et *N* la composante du vecteur de microrotation normal au plan *x-y*. D'autres paramètres et quantités sont spécifiés dans la nomenclature. Nous suivons les travaux de nombreux auteurs récents tels que référencés par Long Hsiao en supposant que la viscosité du gradient de spin est $\gamma=(\mu+\kappa/2)j$.

Les conditions aux limites de la paroi perméable et du cours d'eau correspondantes sont établies comme suit

$$at\ y=0: u=U\ , v=\pm v_w\ , T=T_w\ , \phi=\phi_w\ and\ N=-n\,{}^{\partial u}/_{\partial y}$$

$$for\ y\to\infty: u\to 0,\ T\to T_\infty\ , \phi\to\phi_\infty\ , N\to 0 \qquad (IV.6)$$

Dans l'équation ci-dessus n = 1/2 qui représente une faible concentration d'écoulements de particules et indique la disparition de la partie anti-symétrique du tenseur de contraintes.

Des quantités sans dimension sont introduites pour obtenir les solutions de similarité

$$\eta=\left({}^{U}/_{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}}y,\ \psi=(\nu x U)^{\frac{1}{2}}f(\eta),\ N=\left({}^{U}/_{\nu x}\right)^{\frac{1}{2}}h(\eta)$$

Alors que pour la température sans dimension et la fraction volumique de nanoparticules,

$$\theta=(T-T_\infty)/(T_w-T_\infty),\ S=(\phi-\phi_\infty)/(\phi_w-\phi_\infty)$$

Où η est la variable de similarité indépendante, f (η) est la fonction de flux sans dimension, h (η) est la microrotation sans dimension, $\theta(\eta)$est la température sans dimension et $\phi(\eta)$ est la fraction volumique des nanoparticules. De plus, ψ est la fonction de flux qui est définie de la manière habituelle comme $u = \partial\psi/\partial y$ et $v = -\partial\psi/\partial x$.

Ensuite, les composantes de vitesse deviennent

$$u=Uf'(\eta)\ and\ \ v=\frac{1}{2}\left({}^{\nu U}/_{x}\right)^{1/2}(\eta f'-f).$$

En utilisant les variables non dimensionnelles, les équations (1-5) avec les conditions aux limites (6) peuvent être encore réduites à un ensemble d'équations différentielles ordinaires pour lesquelles des solutions numériques seront plus facilement obtenues

$$(1+K)f''' + \frac{1}{2}f.f'' - M.f' + K.h' + Gr_x.\theta = 0 \qquad (IV.7)$$

$$\left(1+\frac{K}{2}\right)h'' - K(2h+f'') + \frac{1}{2}(h.f)' = 0 \qquad (IV.8)$$

$$\theta'' + \frac{1}{2}Pr.f.\theta' - Nb.S'.\theta' - Nt(\theta')^2 + M.Ec.Pr.f'^2 = 0 \qquad (IV.9)$$

$$S'' + \frac{1}{2}Pr.Ln.f.S' + \frac{Nt}{Nb}\theta'' = 0 \qquad (IV.10)$$

Les conditions aux limites deviennent

$$\eta = 0 : f'(0) = 1\ , f(0) = \pm f_w\ , h(0) = -\frac{1}{2}f''(0), \theta(0) = S(0) = 1$$

$$\eta -> \infty : f'(\infty) = 0,\ \ h(\infty) -> 0\ , \theta(\infty) -> 0\ \ , S(\infty) -> 0 \qquad (IV\ 11)$$

Où, nous avons pris $j = \nu x/U$ comme densité de micro-inertie. $f_w = -2v_w\sqrt{x/\nu U}$ indique la vitesse d'aspiration / d'injection sans dimension au niveau de la plaque.

Les différents paramètres impliqués sont définis par

$$Gr_x = \quad g\beta(T_w - T_\infty)\,x/U^2 \qquad (IV.12)$$

$$K = \kappa/\mu \qquad (IV.13)$$

$$Ln = \alpha_{nf}/D_B \qquad (IV.14)$$

$$Nb = (\rho c)_p D_B(\phi_w - \phi_\infty)/(\rho c)_f\,\alpha_{nf} \qquad (IV.15)$$

$$Nt = (\rho c)_p D_T(T_f - T_\infty)/(\rho c)_f\,T_\infty\alpha_{nf} \qquad (IV.16)$$

$$M_x = Ha_x^2/Re_x = \sigma B_0^2 x/\rho U \qquad (IV.17)$$

$$E_C = U^2/c_p\,(T_w - T_\infty) \qquad (IV.18)$$

$$Pr = \nu/\alpha \qquad (IV.19)$$

Gr$_x$, *K*, *Ln*, *Nb*, *Nt*, *M*$_x$, *Ec* et Pr désignent le nombre de Grashof thermique local, le paramètre de matériau, le nombre de Nanofluid Lewis, le paramètre de mouvement brownien, le paramètre de thermophorèse, le paramètre magnétique, le nombre d'Eckert et le nombre de Prandtl. *Ha*$_x$ et *Re*$_x$ liés à *M*$_x$ sont respectivement les nombres de Hartman et de Reynolds connus.

La contrainte de cisaillement de surface τ_w, la contrainte de couple de paroi m_w et le flux de chaleur de surface q_w sont donnés par

$$\tau_w = [(\mu+\kappa)\frac{\partial u}{\partial y} + \kappa N]_{y=0}\ ;\ \ m_w = (\frac{\partial N}{\partial y})_{y=0}\ \ ;\ q_w = -\lambda_g(\frac{\partial T}{\partial y})_{y=0}$$

Pour les applications pratiques, les grandeurs physiques d'intérêt correspondantes sont le coefficient de frottement cutané C_f, la contrainte de couple de paroi sans dimension M_w et le nombre de Nusselt local Nu_x, qui sont définis comme

$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho U^2} \; ; \; M_w = \frac{m_w}{\rho U^2 x} \; ; \; Nu_x = \frac{x q_w}{\lambda_g (T_w - T_\infty)}$$

En utilisant les variables sans dimension, nous obtenons

$$\frac{1}{2} C_f Re^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{K}{2}\right) f''(0) \; ; M_w Re_x = \left(1 + \frac{K}{2}\right) h'(0); \; \frac{Nu_x}{Re^{\frac{1}{2}}} = -\theta'(0) \qquad (IV.20)$$

IV.3. Résultats et discussion

L'ensemble des équations différentielles ordinaires couplées (IV.7) - (IV.10) est hautement non linéaire et ne peut pas être résolu analytiquement. Avec les conditions aux limites (IV.11), les équations aux dérivées partielles non linéaires régissant ce flux particulier sont transformées en un système d'équations différentielles ordinaires via la technique de similarité ; ils forment un problème de valeur limite à deux points, qui peut être résolu en utilisant la méthode des différences finies qui implémente la formule de collocation de Lobatto en 3 étapes.

Une solution continue est fournie par le polynôme de collocation qui est précis au quatrième ordre. La sélection du maillage et le contrôle des erreurs sont liés au résidu de la solution continue. Une bonne précision est trouvée, non rapportée ici, par rapport à un modèle similaire pour valider le code de calcul.
Ensuite, des calculs numériques ont été effectués pour les profils de vitesse, de microrotation et de température ainsi que sur le coefficient de frottement, la contrainte de couple de paroi et le nombre de Nusselt, ont été mis en évidence à la fin de l'étude. Les résultats rapportés en mode graphique sont effectués pour différentes valeurs des paramètres indiqués sur toutes les figures.

IV.3. 1 Effet du paramètre magnétique *M* et du paramètre matériau *K*

Des courbes typiques sont obtenues pour la vitesse du fluide, figures IV.2 et IV.3. A partir de la première figure, on peut observer qu'augmenter le paramètre magnétique *M* diminue la vitesse *f* 'à l'intérieur de la couche limite hydrodynamique. Cela est dû à la force de Lorentz qui agit et ralentit le mouvement du fluide. La comparaison utile entre un fluide faible ou newtonien et des nanofluides fortement micropolaires montre que cet effet magnétique est aussi et plus important pour les vrais nanofluides micropolaires. Cela est dû à la force de Lorentz dans le sens opposé à la vitesse lente du fluide micropolaire. Cependant, un champ magnétique important conduit à une faible épaisseur des couches limites pour les nanofluides classiques. Le champ magnétique développe la force de Lorentz qui perturbe non seulement le flux principal mais aussi la microrotation des particules. La figure IV.3 illustre le profil de vitesse angulaire. Comme on peut le voir, l'effet de *M* sur les nanofluides micropolaires est plus prononcé à proximité de la plaque mobile, où l'augmentation du champ magnétique correspond à une augmentation substantielle de la vitesse angulaire. Dans une zone représentative $\eta > 2$, on observe moins d'effet. Bien que le même effet se rencontre dans la même zone pour un nanofluides faiblement micropolaires, la tendance est telle que la vitesse angulaire diminue plus fortement avec *M*. Ceci s'explique par la différence de concentration des particules dans les deux cas. En d'autres termes, la microrotation joue un rôle majeur pour un nanofluide micropolaire fort. Il a noté à partir de la figure IV.4 que l'application d'un champ magnétique à l'écoulement conduit à une faible augmentation du profil de température avec l'augmentation de *M*. Ceci est attribué à la vitesse réduite et à la dissipation magnétique comme commenté ci-dessus. Ensuite, la chaleur échangée avec la plaque mobile est réduite, provoquant à son tour une augmentation de la température dans la couche limite thermique. Comparativement, les

profils correspondants de nanofluides faiblement micropolaires présentent une température plus élevée et une couche limite plus épaisse. Dans l'ensemble, cela indique qu'une chaleur importante peut être obtenue par des nanofluides micropolaires plutôt que par un fluide classique.

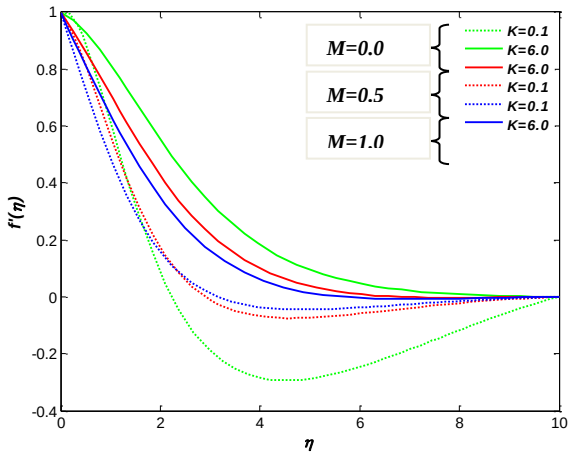


Figure IV.2.*Velocity profiles f'(η) for different values of M. (Gr$_x$ = 2.0, Pr = 6.2, f$_w$= 1.0, Ec = 0.1, Ln= 2.0).*

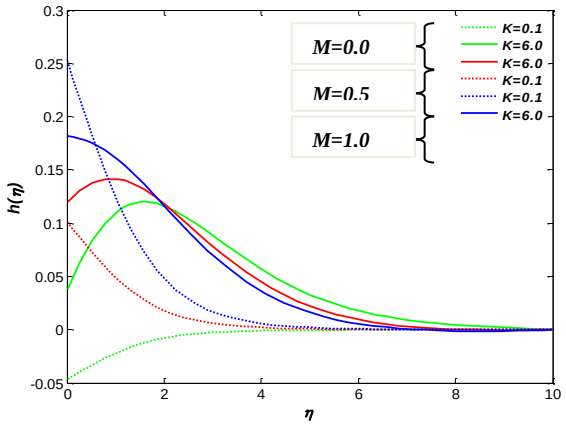


Figure IV.3.*Microrotation profiles h(η) for different values of M. (Gr$_x$ = 2.0, Pr = 6.2, f$_w$= 1.0, Ec = 0.1, Ln = 2.0).*

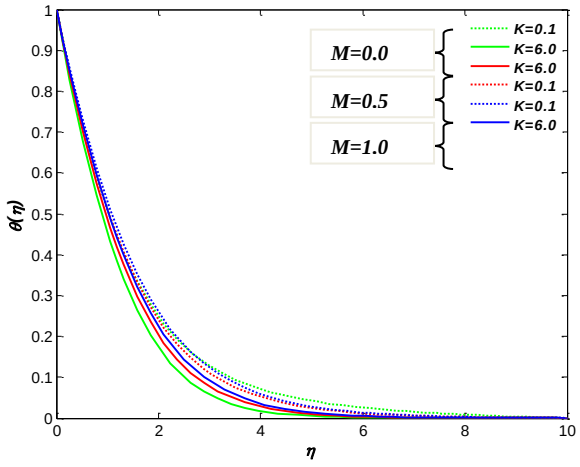


Figure IV.4.*Temperature profiles θ(η) for different values of M. (Gr$_x$ = 2.0, Pr = 6.2, f$_w$= 1.0, Ec = 0.1, Ln=2.0)*

IV.3.2 Effet du paramètre d'aspiration / injection f$_w$ et du paramètre de matériau K

Les effets de l'aspiration / injection à travers la plaque perméable avec des nanofluides micropolaires sont illustrés dans les figures IV.5-IV.7. Le passage de l'aspiration à l'injection conduit à l'amélioration de la couche limite hydrodynamique, comme indiqué sur la figure IV. 5. Il est évident que la vitesse du fluide diminue lorsque l'aspiration se produit et inversement. A l'inverse, l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique est moindre en cas d'aspiration qu'en cas d'injection. Les résultats montrent que les nanofluides micropolaires ont plus de résistance à l'écoulement, comme prévu. Cependant, cet effet peut être inversé dans le cas d'une injection avec de puissants nanofluides micropolaires.

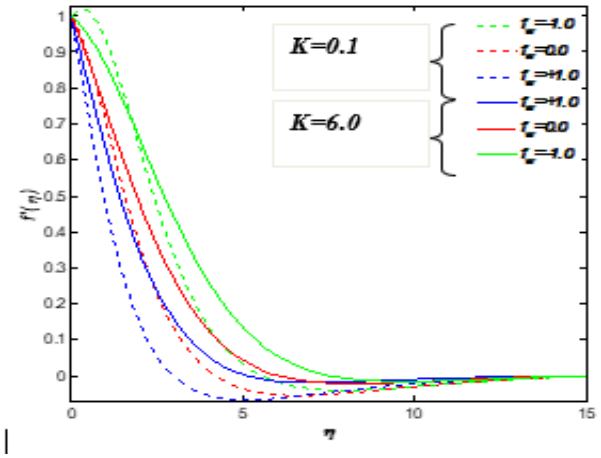


***Figure IV.5**. Velocity profile f(η) for different values of f_w. (Gr_x=2.0, Pr=6.2 , M=1.0 , Ec=0.1 , Ln=2.0)*

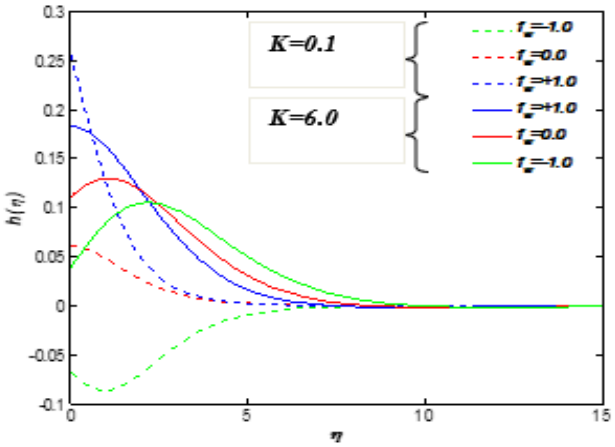


***Figure IV.6.** Microrotation profiles h(η) for different values of f_w. (Gr_x=2.0, Pr=6.2, M=1.0 , Ec=0.1 , Ln=1.0)*

La figure IV.6 montre la tendance opposée à la microrotation, en particulier

Dans la première région près de la plaque perméable mobile. Il convient de noter que la vitesse angulaire commence à partir d'une valeur minimale pour atteindre une valeur de crête puis commence à diminuer. Un tel comportement n'apparaît pas pour les nanofluides micropolaires en cas d'aspiration. Il est intéressant de noter qu'une valeur négative de la vitesse angulaire est observée pour un nanofluide micropolaire faible en cas d'injection. Ces résultats démontrent que la microrotation est intensive au milieu de la couche limite, en fonction de K et fw.

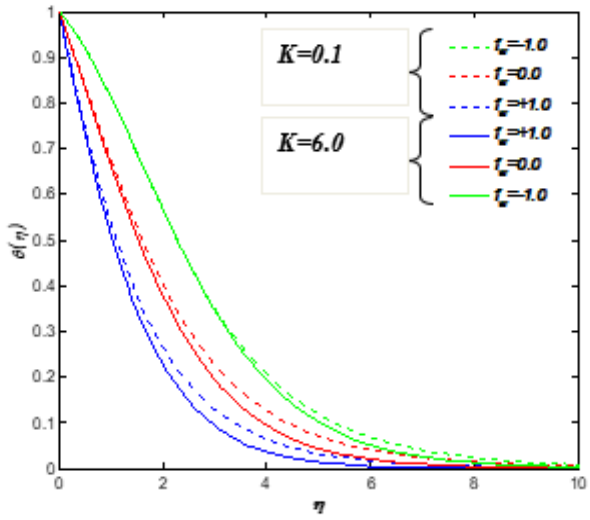


Figure IV.7 *Temperature profiles θ(η) for different values of f_w. (Gr_x=2.0 , Pr=6.2 , M=1.0 , Ec=0.1 , Ln=0.1)*

L'influence du paramètre aspiration / injection fw sur le profil de température est illustrée à la figure IV.7. En cas d'aspiration, la température diminue tandis qu'un effet inverse est observé en cas d'injection. Par conséquent, une légère amélioration du transfert de chaleur avec des nanofluides micropolaires est rencontrée dans ces conditions.

IV.3.3. Effet du nombre de Prandtl Pr et du paramètre de matériau K

Il est intéressant d'afficher les profils de vitesse, de vitesse angulaire et de température avec des changements dans les valeurs du nombre de Prandtl, car il est bien connu que ce nombre crucial dépend inversement de la conductivité thermique des nanofluides. La chute spectaculaire de cette propriété est liée à la perte de stabilité du nanofluide qui se traduit par une sédimentation / séparation des phases . Les nanoparticules ont tendance à former des agrégats de plus grande taille et le nanofluide devient inutilisable.

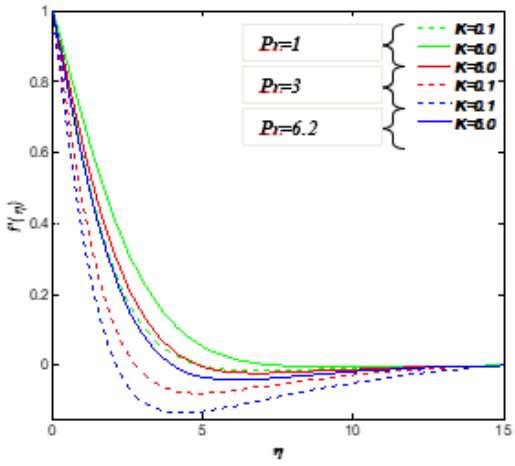


Figure IV.8*. Velocity profiles f(η) for different values of Pr. (Gr_x=2.0 , f_w=1.0 , M=1.0 , Ec=0.1 , Nb=Nt=0.1 , Ln=2.0)*

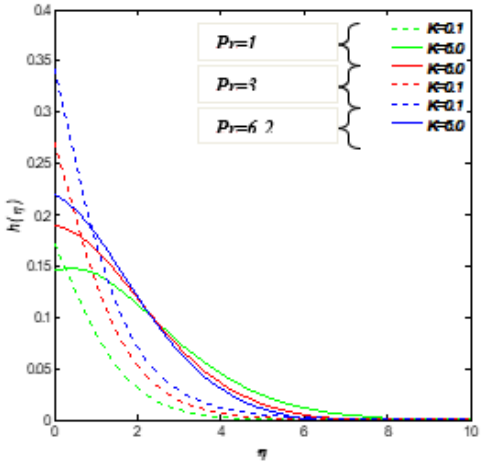


Figure IV.9. *Microrotation profiles h(η) for different values of Pr (*Gr_x*=2.0 ,* f_w*=1.0 , M=1.0 , Ec=0.1 , Nb=Nt=0.1 , Ln=2.0)*

Comme on peut le voir sur la figure IV.8 ci-dessus, la vitesse à l'intérieur de la couche limite diminue plus lentement pour un Pr faible en comparaison avec la grande valeur de Pr. Ceci est plus observé avec un micropolaire qu'avec un nanofluide classique, ce qui est compréhensible en ce qui concerne la complexité physique du premier fluide. Comme résultat important, la stabilité d'un nanofluide avec un fluide de base microplar est relativement stable pour les valeurs plus élevées du paramètre de matériau. Concernant la relation entre Pr et la stabilité via la conductivité thermique, les conditions optimales doivent être déterminées dans ces cas. Le profil de microrotation de la figure IV.9 est similaire aux courbes rapportées dans la figure IV.6 sans la courbe en cloche près de la plaque et le niveau de microrotaion est moindre pour le liquide micropolaire que le fluide de base newtonien.

La stabilité des nanofluides est une condition de leur utilisation. Souvent, des tensioactifs sont utilisés qui se situent à l'interface entre la nanoparticule et le fluide de base pour augmenter la stabilité d'un nanofluide. En général, la raison de l'instabilité est que le regroupement entraîne une diminution de la conductivité thermique due à la sédimentation des particules. Certains résultats démontrent la stabilité du nanofluide micropolaire telle que rapportée. Pour de plus grandes valeurs du paramètre matériel en conjonction avec les grandes valeurs de Pr, ce type de nanofluide de base révèle son intérêt pour de nombreuses applications où le nanofluide classique devient inutilisable. Les biosurfactants sont un agent prometteur.

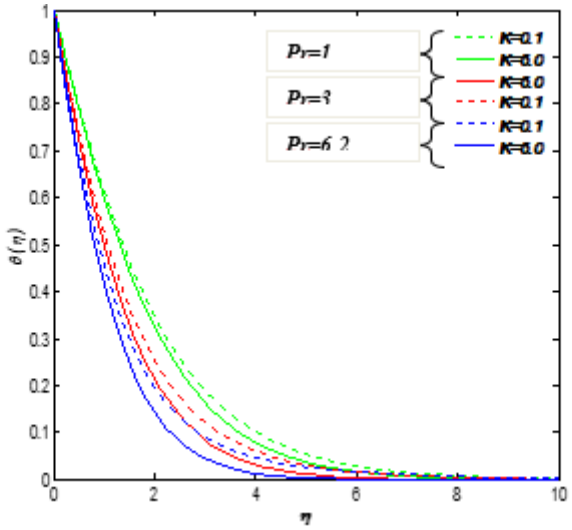


Figure IV.10 *Température profiles θ(η) for diffèrent values of Pr. (Gr_x=2.0 , f_w=1.0 , M=1.0 , Ec=0.1 , Nb=Nt=0.1 , Ln=2.0)*

Dans la figure IV.10, aucune nouvelle tendance n'est observée pour le profil de température.

Conclusion générale

Conclusion Générale

Les équations régissant l'écoulement laminaire micropolaire des nanofluides, la chaleur convective et le transfert de masse devant une plaque verticale perméable ont été formulées. La plaque est considérée avec une vitesse et le fluide complexe a été soumis à un champ magnétique uniforme. Une transformation de similarité a été utilisée pour changer les équations différentielles partielles régissantes en équations ordinaires qui sont résolues numériquement. Les résultats numériques ont été présentés graphiquement pour illustrer les détails des caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur et de masse et leur dépendance à l'égard de certains paramètres physiques.

À partir des résultats obtenus au cours de cette étude, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

• Le paramètre magnétique a un fort effet sur les caractéristiques de l'écoulement des nanofluides micropolaires. Il joue un autre effet dissipant qui peut affecter de manière significative le transfert d'énergie.

• Travailler avec un micropolaire élevé entraîne une modification de la température, de la vitesse angulaire et qui à son tour affectent les taux de transfert de chaleur, mais l'effet est plus visible pour la vitesse d'écoulement, et une plus grande influence est observée pour le coefficient de frottement cutané.

• Il est clair que l'aspiration / injection de la plaque perméable peut modifier le débit, la vitesse angulaire et la température sans dimension. Pour un point de vue contrôle, le frottement de la peau, l'effort du couple de paroi et la chaleur peuvent être régulés principalement par une plaque perméable dans le boîtier d'aspiration.

Références bibliographiques

[1] Padet, J. , "Principe des transferts convectifs", 1st Edition polytechnica, Paris; p 272, (1997).

[2] Knudsen, J.G., "Heat transfer by convection", I n Perry R. H., Green D.W., and Maloney J.O., Editors, Perry's Chemical Engineers' Handbook, McGraw-Hill, New York, 7th Edition ; pp. 5.12-5.14, (1999).

[3] Kreith F., "Transmission de Chaleur et Thermodynamique", Edition Masson, Paris, p654, (1967).

[4] Welty, J.R.,Wicks, C.E. and Wilson, R.E. , "Fundamentals of momentum, heat, and mass transfer", third Edition, John Wiley & sons ; p 803, (1984).

[5] Holman, J.P., "Heat transfer", 7th Edition, International edition, McGraw Hill, New York (1997), p. 336-390, (1997).

[6] Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., Dewitt, D. P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 7th edition, John Wiley & Sons, (2011).

[7] Padet, J.,"Fluides en écoulement: Méthodes et Modèles", 1st Édition Masson, (1991).

[8] Sacadura, J. F., "Initiation aux transferts thermiques", 6th Édition, Technique & Documentation, (2000).

[9] Ostrach, S., "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force", National Advisory Committe for Aeronautics, Report 1111, (1953).

[10] Nield, D., Bejan, A.," Naturel Convection ", Third Edition, Springer, (2006).

[11] Kambiz Vafai, "Hand book of Natural Convection", Second Edition, Taylor & Francis Group, (2005).

[12] Bessaïh, R., Marty, PH., Kadja, M.: Hydrodynamics and heat transfer in disk driven rotating flow under axial magnetic field, International Journal of Transport Phenomena, vol. 5, pp. 259 – 278. (2003).

[13] Sheikholeslami, M., Rokni, H., B.: Simulation of nanofluid heat transfer in presence of magnetic field: A review, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 115, pp. 1203 - 1233. (2017).

[14] El Gallaf, A., "Etude de la dynamique non-linéaire des écoulements chauffes et soumis à des champs magnétiques", thèse, Ecole Centrale de Lyon, Juillet (2010).

[15] Moreau, R., "Écoulement d'un métal liquide en présence d'un champ magnétique", technique de l'Ingénieur, D 2950, (1992).

[16] Mr BOUDAOUD Youcef, "Effet de la présence d'un champ magnétique sur l'écoulement et le transfert de chaleur ", thèse, université Dr YAHIA FARES- MEDEA -Algérie(2011).

[17] Sposito G, Ciofalo M, One-dimentional mixed MHD conviction, Int.g.of Heat and Mass Transfer,49,2939_2949. (2006).

[18] Wekipédia.org.

[19] Batchelor, G., K.: Brownian Diffusion of particles with Hydrodynamic Interaction, Journal of Fluid Mechanics, vol. 74, pp. 1-29. (1976).

[20] 4. Bejan. A. : Convection Heat Transfer, 3 rd Edition, Wiley, New-York. (2004)

[21] Brinkman. H.C. : The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions, J. Chemical Physics, vol. 20, pp. 571. (1952).

[22] 6. Bruggeman, D., A., G.: Berechnung verschiedener physikalischer konstanten von heterogenen substanzen, I. Dielektrizitatskonstanten und leitfahigkeiten dermischkorper aus isotropen substanzen, Ann. Phys. Leipzig, vol. 24, pp. 636– 679. (1935).

[23] Kim, J., Kang, Y., T., Choi, C., K., : Analysis of convective instability and heat transfer characteristics of nanofluids, Physics of Fluids, vol. 16, pp. 2395-2401. (2004).

[24] Ribeiro J., P., Gruss J., A.: Nanofluides pour les applications thermiques, technique de l'ingénieur, 2e édition. (2009).

[25] Yu, W., et Choi., U., S.: The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model, Journal of Nanoparticles Research, vol. 5, pp. 167-71. (2003).

[26] Buyevichn, Yuri A., Advances in the flow and Rheology of non-Newtonian fluids Elsevier, Science B. V., page 1237 – 1240 (1999).

[27] Eringen, A. Cemal., "Nonlocal Continuum Field Theories", Sheridan Books Springer-Verlag NewYork, USA, (2001).

[28] Eringen, A. C.,"Continuum Physics", Academic Press Inc., New York USA, page 2–29 (1976).

[29] Midoux, N., Mécanique et Rhéologie des fluides en génie chimique TEC & DOC-LAVOISIER, page 71 – 120 (1993).

[30] Quemada D., Modélisation Rhéologique Structurelle TEC & DOC-LAVOISIER, page 115 – 142 (2006).

[31] Chhabra, R. P., and all, Non-Newtonian Flow and Applied Rheology, En gineering Applications, Elsevier Science, PLANTA TREE, 1st Edition, page 316 -372 (1999).

[32] Ikbal, Md. A., Chakravarty, S., Wong Kelvin, K.L., Mazumdar, J., Mandal, P.K. , Unsteady response of non-Newtonian blood flow Throw a stenosed artery in magnetic field, Journal of Computational and Applied Mathematics, 230 page 243 – 259 (2009).

[33] Singh, S. P., Chadda, G. C., and Sinha, A. K., Model for Micropolar fluid film mechanism with reference to human joints (Indian Journal of pure applied Mathematics, vol.19, No.4, page 385 – 386 (1988).

[34] Barnes, H. A., A Hand Book of Elementary Rheology, Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics, University of Wales, Penglais Aberystwyth, page 55 –185 (2000).

[35] Srivastava, V. P., and Rashmi Srivastava, Particulate suspension blood flow through a narrow catheterized artery, Computers and Mathematics with Applications, 58, page 227 – 238 (2009).

[36] Ching-Yang Cheng, Natural convection of a micropolar fluid from a vertical truncated cone with power-low variation in surface temperature (ELSEVIER, International Communications in Heat and Mass Transfer 35, page 39 – 46 (2008).

[37] Krause, E., In: Fluid mechanics 2 (Springer, Verlag Berlin Heidelberg Germany, page 31 – 66 (2005).