جامعة المدية

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

محاضرات في الإحصاء الوصفي

مطبوعة مقدمة لطلبة السنة الأولى قسم ل م د جذع مشترك

من إعداد : الدكتور علي فلاق

السنةالجامعية2016/2015

محتويات المطبوعة

العنوان:	رقم الصفحة
أولا: المفاهيم الأساسية لعلم الإحصاء	**5**
1- تعريف علم الإحصاء	5
2- مراحل البحث الإحصائي	5
3- الإحصائيات	7
4- البيانات	7
5- العينة	7
6- الصفة	7
7- المتغير الإحصائي	7
8-أنواع العينات	9
ثانيا: تبويب وعرض البيانات:	**15**
1- تصنيف وتبويب البيانات	16
2- عرض البيانات	24
ثالثا: مقاييس النزعة المركزية:	**34**
1- الوسط الحسابي	35
2- الوسيط	41
3- المنوال	46

4- الوسط الهندسي.....49
5- الوسط التوافقي.....51
6- الوسط التربيعي 53
7- الربيعيات والعشريات والمئينات 55
رابعا: مقاييس التشتت والشكل.....**58**
مقاييس التشتت.....60
1- المدى.....61
2- الانحراف المتوسط.....62
3- التباين الانحراف المعياري.....65
4- معامل الاختلاف 69
مقاييس الشكل : أولا-الالتواء.....70
ثانيا - التفرطح.....73
خامسا: الارتباط والانحدار.....**75**
1- الارتباط.....76
2- الانحدار.....82
سادسا: الأرقام القياسية:.....**85**
1- مفهوم الأرقام القياسية وأنواعها واستخدامها.....86
2- الأرقام القاسية البسيطة.....87
3- الأرقام القاسية المرجحة.....90

مقدمة:

يعتبر علم الإحصاء عملية حصر المجتمع كلها أو بعضها بطريقة معينة لدراستها والإلمام بخصائصها وصفاتها، وقد تطور هذا العلم من أهم علما قائما بذاته له قواعده ونظرياته.

ويعتمد هذا العلم على جمع الحقائق المتعلقة بالظواهر موضوع الدراسة وتسجيل البيانات التفصيلية على هيئة رقمية معالجتها بوسيلة عملية للاستخراج المقاييس اللازمة في الوقت المناسب لتساعد على إظهار النتائج بصورة سليمة وواضحة يسهل بها كشف عن المؤشرات التي تتحكم في هذه الظواهر وتوضع العلاقات المشتركة بينها وتحديد اتجاهاتها.

ومن هذا المنطلق، جاءت مساهمة المتواضعة هذه والتي تعتبر لينة مجهود لعدة سنوات، وذلك من خلال تدريسي لهذا المقياس لطلبة السنة الأولى في العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية خلال فترة زمنية مضت.

وعلى هذا الأساس، فقد تناولت هذه المطبوعة عرض بعض المفاهيم الأساسية للإحصاء الوصفي وعرض البيانات الإحصائية والتوزيعات التكرارية، وكذلك مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت، كما يمكن التعرف على مقاييس الالتواء والتفرطح والانحدار والارتباط وأخيرا الأرقام القياسية.

وفي الأخير نرجو أن أكون قد وفقت في إعداد هذا الجهد المتواضع في هذه المطبوعة خدمة للطالب والباحث بصفة عامة.

أولا: المفاهيم الأساسية للإحصاء.

1- تعريف علم الإحصاء.

يعرف علم الإحصاء بأنه ذلك الفرع من العلوم الذي يختص بالطرق العلمية لجمع وتنظيم وتلخيص وعرض وتحليل البيانات، وذلك للوصول إلى النتائج مقبولة وقرارات سليمة على ضوء هذا التحليل يمكن تقسيم الإحصاء إلى قسمين رئيسيين هما:

- الإحصاء الوصفي.
- الإحصاء الاستدلالي.

أ- **الإحصاء الوصفي**: هو الطرق الرقمية أو الحسابية لجمع المعلومات والبيانات لتلخيصها واختصارها ومن ثم عرض المعلومات عن طريق الجداول والرسوم البيانية وغيرها.

ب- **الإحصاء الاستدلالي**: وهو ذلك الجزء من الإحصاء الذي يعني بتحليل البيانات المتوفرة في العينة كأساس تحليل البيانات الموجودة في المجتمع للتوصل إلى أساليب التقدير والاختيار واتخاذ القرارات والتنبؤ أو الاستقرار، ويلعب هذا الجزء دورا مهما في تخطيط التجارب التي تجمع منها البيانات ومن ثم تصميمها.

لذا فإن الإحصاء يهتم يطرف جمع البيانات وتمثيلها وعرضها "الإحصاء الوصفي" ومن ثم تحليلها وتفسيرها والتواصل إلى استنتاجات "الإحصاء الاستدلالي".

2- مراحل البحث الإحصائي:

يعتمد البحث العلمي على طرق والأدوات الإحصائية المختلفة والمستخدمة في أي من العلوم أو أي مجال حسب طبيعة ونوع البحث، ومن أهم مراحل العلمي هي:

أ . جمع المعلومات أو البيانات:

تعتمد على بعض الأساليب الإحصائية في جمع المعلومات وهي ما يسمى بالبيانات الإحصائية من مصادرها.

ب . تحليل البيانات:

دراسة هذه البيانات بعد أن تكون قد وضعت في جداول أو أشكال تصويرية.

ج. استخلاص النتائج ووضع التوصيات:

وهي مرحلة استقرار النتائج واتخاذ القرارات لأنها من أهم أهداف علم الإحصاء وأكثرها فائدة، حيث يهتم اقتراح حلول للمشاكل ووضع التوصيات المختلفة.

ومن كل ما سبق يتضح أن علم الإحصاء يعتمد على المفاهيم والأسس العلمية التالية:

1-المجتمع الإحصائي *population*:

المجتمع الإحصائي هو مجموعة وحدات الملاحظة أو مجموعة وحدات الملاحظة أو مجموعة العناصر التي تدور عليها الدراسة أو المعاينة، وهو أيضا مجموعة العناصر التي نريد أن نعرف خصائصها الإحصائية، ويشترط في المجتمع الإحصائي أن يكون معرفا تعريفا جيدا.

2-الوحدة الإحصائية:

هي الوحدة أو المفردة التي تشكل موضوع الدراسة التي توفرها صفات معينة يحددها الباحث، ويجري ملاحظة هذه الصفات بهدف الحصول على البيانات المطلوب للبحث الإحصائي.

فالتعداد العام للسكان: الوحدة الإحصائية فيه الأسرة.

دراسة دخل الطلاب الموظفين من طلبة جامعة المدية: الوحدة هي الطالب الموظف.

3-الإحصائيات:

يقصد بها جميع المعلومات العددية لظاهرة معينة (تعداد السكان، وعطيات الأحوال المدينة، عدد الطلاب...).

4-البيانات:

هي كل ما يتم تجميعه نتيجة مراقبة لحدث أو ظاهرة ما مثل إجابات مجموعة من الأشخاص على سؤال أو عدة أسئلة ...الخ، والبيانات قد تكون رقمية أو غير رقمية.

5-العينة:

مجموعة من الوحدات المعاينة التي يتم اختيارها من الإطار(مجموعة جزئية من المجتمع المراد تعميم النتائج عليه).

6-الصفة:

الصفة تخص الوحدة الإحصائية التي تكون عليها هـ الأخيرة أو تعبر عن طبيعتها ونوعها وصنفها، الصفة هي الشيء المشترك بين كل الوحدات الإحصائية التي تكون المجتمع الإحصائي، وبواسطتها يمكن للباحث أن يفرق بين الوحدات الإحصائية لأن في البداية كل الوحدات متشابهة أمامه، فمثلا مجموعة من الطلاب لاختلاف بينهم، طالما لم تكن هناك صفة تفرقهم حق بعضهم البعض فصفة العمر أو معدل الرياضيات أو طول القامة تمكن الباحث من التفريق بينهم.

7-المتغير الإحصاء:

عبارة عن صفات وتعتبر جزء الأساسي الذي يتعامل معه الإحصاء، فإذا اختلف خاصية ما في المفردات مجموعة معينة كما وكيفا، تكون هذه الخاصية هي المتغير.

7-1. أنواع المتغيرات الإحصائية:

تنقسم المتغيرات الإحصائية إلى عدة أنواع منها:

7-1.1. المتغيرات الكيفية:

هي الصفة التي وحدتها لا تقبل القياس، لأنها في علاقة بذات الشيء المدروس، مثل الجنسية، اللون، النوع، الجنس، الحالة المدنية...الخ

7-1.2. المتغيرات الكمية:

هي صفة التي تأخذ قيما ثابتة وتخص جوانب مدركه قابلة للقياس العددي، أي أن وحداتها يمكن التعبير عنها لأعداد مثل: العمر، الطول، الوزن، الحجم، عدد السيارات في الرأب...الخ، والمتغيرات الكمية نوعان:

أ- **المتغيرات الكمية المنفصلة:** هي المتغيرات التي تأخذ قيما ثابتة ومنفردة في شكل أعداد طبيعية، وحدة القياس في الصفة الكمية المنفصلة لا تقبل التجزئة، مثل عدد الأفراد في الأسرة، عدد الطاولات في ....الخ.

ب- المتغيرات الكمية المتصلة:

هي الصفة التي تقبل القياس ولكن لا تأخذ قيما ثابتة ومنفردة بل تأخذ قيما في المجال حقيقي، وهي أيضا الصفة التي وحدات قياسها تقبل التجزئة، مثل: الطول الوزن.

العينة : وهي مجموعة من المفردات والمشاهدات التي يتم اختيارها من المجتمع الإحصائي بطريقة معينة تتعلق بنوع العينات المسحوبة

أنواع العينات:

1- العينة العشوائية البسيطة:

وهي العينة التي تؤخذ من مجتمع تكون لجميع مفرداته التي عددها (n) الفرصة نفسها بالظهور.

مثال 1: أراد مدير شركة اختيار لجنة مكونة من 5 أشخاص من بين مجموعة موظفين عددهم 50 موظف كيف يتم الاختيار بطريقة العينة العشوائية البسيطة

الحل : يقوم المدير بكتابة أسماء جميع الموظفين على بطاقات كل اسم على بطاقة ثم يعمل على خلط البطاقات ووضعها في صندوق يسحب 5 بطاقات بحيث يسحب بطاقة في كل مرة

2- **العينة المنتظمة** :

وهي العينة التي يتم اختيارها من مجتمع يكون موزعا على أساس معين، كان يكون تصاعديا أو تنازليا ومن أمثلتها اختيار عدد من الصكوك المدفوعة من دفتر الصكوك المتسلسل أو اختيار عدد من المنازل المرقمة في مدينة ما وتتم عملية الاختيار بتحديد الزيادة المنتظمة ك ثم تحديد مفردة البداية التي تكون عادة اقل من (k) ومن ثم يتم إضافة هذه الزيادة المنتظمة بشكل متسلسل وتعطي الزيادة المنتظمة (k) بالقانون.

حيث :

N :حجم المجتمع

n: حجم العينة

$$k = \frac{N}{n}$$

k :الزيادة المنتظمة

مثال :2 إذا كان حجم مجتمع ما هو 1000 مفردة ويراد اختيار عينة حجمها 100 مفردة.

المطلوب اوجد الزيادة المنتظمة k

الحل : $\mathbf{K= \ = \frac{N}{n} \ \frac{1000}{100}}$

$$\mathbf{K = \ 10}$$

مثال3 : يراد اختيار عينة حجمها 100 من مجتمع عدد أفراده 1260

المطلوب اوجد مقدار الزيادة المنتظمة

الحل : $\mathbf{K= \quad \frac{N}{n} \quad = \quad \frac{1260}{100} = 12.6}$

$$\mathbf{K=12}$$

مثال04: يراد اختيار عينة حجمها 200 شخص من مجتمع حجمه 4000 شخص

المطلوب كيف يتم ذلك بطرقة العينة المنتظمة؟

الحل 1- نجد مقدار الزيادة المنتظمة k

$$\mathbf{K= \quad \frac{N}{n} \quad = \quad \frac{4000}{200} \quad =20}$$

2- نختار مفردة البداية وتكون اقل من 20 ولتكن 8

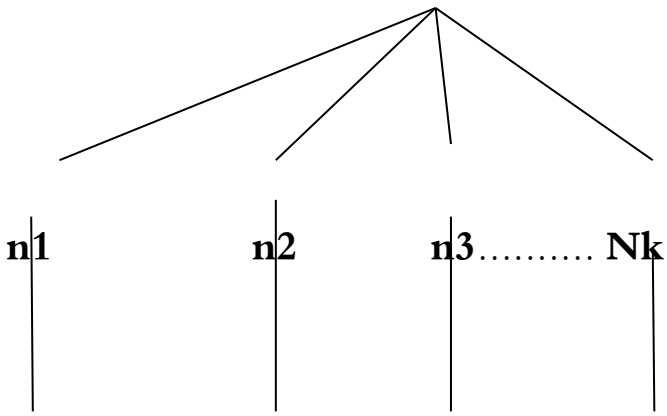
3- نضيف k بشكل متسلسل

8,8+20, 8+20+20, 8+20+20+20,

8, 28, 48, 68, ……388,

ثالثا: العينة العشوائية الطبقية:

وهي الطريقة التي يكون فيها المجتمع مجزأ إلى مجموعات جزئية (طبقية) ونطبق على كل طبقة اختيار العينة العشوائية والرسم التالي يبين كيفية اختيار العينة التي حجمها (**n**) من مجتمع طبقي مكون من(**k**) من الطبقات.



n1 n2 n3……nk

حيث أن:

N: حجم المجتمع الطبقي

Ni: حجم الطبقة (**i**)

ni :حجم العينة من الطبقة

n: حجم العينة المطلوبة

أي أن $\mathbf{N=N_1+N_2+N_3+\ldots\ldots\ldots\ldots+N_K}$

$\mathbf{n=n_1+n_2+n_3+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+n_k}$

ونجد حجم العينة من الطبقة (i) بالصيغة.

$$\mathbf{N_i=}\ \frac{\boldsymbol{Ni}}{\boldsymbol{N}} \times \boldsymbol{n}$$

مثال : مجتمع حجمه 1000 شخص ومكون من 4 طبقات حجم كل طبقة على التوالي 1000، 3500، 4000، 1500، يزداد سحب عينة حجمها 400 شخص من هذا المجتمع

المطلوب : كيف يتم ذلك بحيث تمثل هذه العينة تمثيلا سليما

الحل :

$n=400$ ، $N=10000$

$N_4=1500$, $N_3=400$, $N_2=3500$, $N_1=1000$

$$n_1 = \frac{N2}{n} \times n =$$

$$\frac{1000}{10000} \times 400 = 40$$

$$n_2 = \frac{N2}{n} \times n = \frac{3500}{10000} \times 400 = 140$$

$$n_3 = \frac{N4}{n} \qquad \frac{N3}{n} \times n = \frac{4000}{10000} \times 400 = 160$$

نلاحظ : $n = 40+140+160+60$

$$n = 400$$

وهو حجم العينة المطلوب.

رابعا : العينة متعددة المراحل :

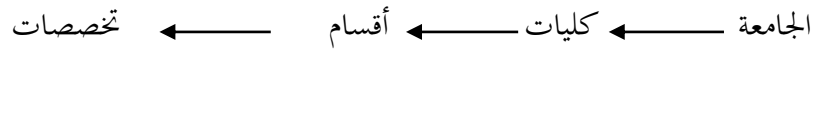
وهي الطريقة التي يلجا إليها عندما يكون المجتمع مكون من عدة مجموعات وكل مجموعة مقسمة لعدة مجموعات أخرى، وهكذا

مثال : يراد قياس المستوى التحصيلي لطلاب جامعة عمان الأهلية في سنة ما

المطلوب: كيف تتم عملية الاختيار بطريقة سليمة

الحل :

ننظر إلى مجتمع مكون من طلاب بالجامعة على انه موزع على عدة كليات، ثم ان هذه الكليات مقسمة لعدة أقسام وهذه الأقسام بدورها تحتوي على عدة شعب دراسية ويأخذ هذه المراحل بعين الاعتبار يتم اختيار العينة المطلوبة .



ثانيا : تبويب وعرض البيانات

تمهيد:

بعد التعرف على خطوة الأولى للطريقة الإحصائية وهي جمع البيانات يلزم الانتقال إلى الخطوة الثانية وهي عرض البيانات الإحصائية وتبويبها تسهل على القارئ حيث تعتبر هذه الخطوة مفيدة جدا وخصوصا إذا كانت البيانات الأولية التي تم جمعها كبيرة جدا، فيعرض البيانات وتبويبها تسهل على القارئ، البيانات الإحصائية من حيث وصف البيانات التعبير عنها أو استخلاص بعض النتائج منها وبالتالي تسهل عملية معالجتها رياضيا وبالتالي الخروج بالنتائج وتفسيرها.

ويتم ذلك بالتصنيف الجدولية:

أولا: تصنيف وتبويب البيانات.

يصعب على الباحث أن يستنتج شيئا من البيانات بصورتها الأولية غير المبوبة، ولا سيما عندما تكون كمية كبيرة من البيانات، ولهذا فإن هذه البيانات الأولية تمر مراحل قصد تلخيصها يصعب على الباحث أن يستنتج شيئا من البيانات الأولية غير المبوبة، ولاسيما عندما تكون كمية كبيرة من البيانات، ولهذا فان هذه البيانات الأولية تمر مراحل قصد تلخيصها وتوضيح حتى يمكن التعرف على ما تحويه هذه البيانات من أغراض فعملية التعامل مع البيانات من المراح المهمة جدا والحساسة ذلكما يتطلب وضعها فيجد او لتكرار ية يمكن من خلالها التعامل معها بكفاءة.

والتبويب (الجدولة) تصلح لكل من البيانات الكمية والوضعية على حد سواء، وفي كل الحالات تتم عملية التبويب من خلال إنشاء جدول أو جداول تكرارية.

2-الجداول التكرارية:

يتم تقديم البيانات في غالب الأحيان بشكل تكراري، ويسمى عرض البيانات بهذه الطريقة بالتوزيع التكراري، كما تسمى الجداول التي تعرض عن طريقها بالجداول التكرارية.

2-1-الجدول التكراري:

تختلف طرق ترتيب المعلومات في الجدول الإحصائي، باختلاف الأسلوب المستخدم والمنهج المتبع في الدراسة، والجداول الإحصائية على أنواع منها الكمية والنوعية، البسيطة والمزدوجة، ومنه المتصلة وغير المتصلة وعلى العموم فالكتابة النظرية للجدول الإحصائي تكون على النحو التالي:

كيفيات الصفة x_i	التكرار المطلق n_i
X_1	N_1
X_2	N_2
.	
.	
.	
.	
X_k	n_k
المجموع	N

حيث n_i هو تكرار كيفية الصفة في العينة المدروسة وهو يدعى كذلك تكرارالمطلق.

و N هو مجموع التكرارات المطلقة $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$:

ويمكن توسيع الجدول التكراري، بحيث يصبح يحتوي على معلومات إضافية (تكرارات أخرى)مهمة في الدراسة أما اذا كانت الدراسة تدور حول صفتين X و Y يسمى الجدول بالجدول المزدوج.

2-2-الجدول المزدوج :

وهي تلك الجداول التي تتوزع فيها البيانات حسب صفتين ظاهرتين في نفس الوقت، وبذلك الجدول المزدوج يتكون من الصفوف والتي تمثل فئات أو بيانات إحدى الظاهرتين والأعمد والتي تمثل فئات أو بيانات الصفة الأخرى والمثال التالي يبين وصف الجدول المزدوج:

مثال :البيانات التالية تمثل الحالة الاجتماعية حسب الجنس ل 50 شخصا.

جدول رقم(01)

الحالة الاجتماعية حسب الجنس :

الحالة الاجتماعية / الجنس	أعزب	متزوج	مطلق	أرمل	المجموع
ذكور	5	12	7	4	28
إناث	7	8	1	6	22
المجموع	12	20	8	10	50

مثال :البيانات التالية تمثل مجموعة من (75 حالة) الطلاب حسب الوزن والطول

.الطلاب حسب الوزن والطول:

جدول رقم(02)

الوزن / الطول	60-70	70-80	80-90	المجموع
120-140	12	4	-	16
140-160	3	25	6	34
160-180	5	6	14	25
المجموع	20	35	20	75

2-3. قواعد تشكل الجدول الإحصائي:

إن كل جدول إحصائي يتطلب مجموعة من المواصفات منها ما يلي :

- عنوان مختصر وواضح للجدول
- ذكر مصدر بيانات مصدر الجدول.
- ذكر وحدة القياس المستعملة إن وجدت .
- ذكر عنوان كل من العمود والسطر.
- وضع ترقيم للجدول.

3- أنواع التكرارات :

بالإضافة إلى التكرار المطلق هناك أنواع أخرى من التكرارات كثيرا ما يوظفها الباحث في تحليل البيانات المجمعة حول الظاهرة المدروسة وهي :

- **التكرار النسبي**: يرمز له بالرمز fi ويحسب بالصيغة التالية:

$$F_i = \frac{n_i}{N}$$

ومجموع التكرارات النسبية يساوي الواحد: $\sum_{i=1}^{K} fi = 1$

- **التكرار النسبي المئوي** :

يرمز له بالرمز fi% ويحسب بالصيغة التالية :

$$f_i\% = \frac{n_i}{N}$$

ومجموع التكرارات النسبية المئوية يساوي .100

- **التكرار التجميعي الصاعد** :

يرمز له بالرمز f.c.c وهو عبارة عن تكرار أية قيمة X_i أو فئة مضاف إليه مجموع تكرارات الفئات السابقة، بمعنى أن التكرار التجميعي للقيمة الأولى هو عبارة عن التكرار البسيط الأول n1 التكرار التجمعي الصاعد للقيمة أو الفئة الثانية هو (n1+n2)، وفي الأخير فان التكرار التجمعي الصاعد للفئة الأخيرة يساوي . $\sum ni$

4- **التكرار التجميعي النازل:**

يرمز له بالرمز f.c.d وهو عبارة عن مجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{k} ni$ مطروحا منه تكرارات الفئات السابقة بمعنى التكرار التجميعي النازل للفئة الأولى يساوي $\sum ni$ التكرار التجميعي النازل للفئة الثانية $\sum ni - n1$

أما التكرار التجميعي النازل للفئة الأخيرة يساوي التكرار المطلق للقيمة أو الفئة الأخيرة.

مثال :الجدول التالي يظهر توزيع عينة من الطلبة حسب النتائج المحصل عليها في فوج دراسي يتكون من 10طلبة.**المطلوب**:

1 . إيجاد التكرار النسبي.

2 . إيجاد التكرار النسبي المئوي.

3 . إيجاد التكرار التجميعي الصاعد.

4 . إيجاد التكرار التجميعي النازل.

جدول رقم(03)

العلامة xi	عدد الطلبة	fi	Fi %	ت ت ص	ت ت ن
5	1	0.1	10	1	10
6	4	0.4	40	5	9
7	2	0.2	20	7	5
8	1	0.1	10	8	3
9	1	0.1	10	9	2
10	1	0.1	10	10	1
المجموع	10	/	100	/	/

4- تحديد طول الفئة:

إن تحديد طول الفئة يساعد على تحديد عدد الفئات و بالتالي حجم الجدول، اذ كلما كان طول الفئة كبيرا كلما كان حجم الجدول صغيرا، والعكس صحيح ولتحديد طول الفئة يتم استخدام قاعدة ستورج (ha. sturges)التي تعطى كما يلي :

$$L= \frac{E}{1+3.322Log(N)}$$

حيث :

L:طول الفئة

N :عدد القيم

E المدى العام هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة

$$E=X\ max-X\ min$$

حيث : X max اكبر قيمة ضمن مجموعة القيم.

X min أدنى قيمة ضمن مجموعة القيم.

وكما سبقت الإشارة فان هذه القاعدة تعطينا طولا لفئة المناسب لأفراد مجموعة البيانات في جدول تكراري مستمر، غير أن هناك طرق أخرى مختلفة لحساب طول الفئة يمكن الاستعانة بها.

تحديد عدد الفئات:

تحدد عدد الفئات باستخدام القاعدة التالية :

$$K=\frac{E}{L} \quad \Longrightarrow \quad L=\frac{E}{K}$$

حيث k عدد الفئات

$K=1+3.322Log(N)$

مثال : أوجد طول الفئة المناسب للبيانات التالية ، ثم بوبها في جدول تكراري مستمر حسب طول الفئة المحصل عليه.

جدول رقم(04)

24	27	32	44	33	16	20	32	34	25
60	57	45	55	60	32	56	54	34	27
53	44	28	33	57	56	25	54	44	23
34	53	64	62	61	41	51	32	43	36
43	43	62	47	41	37	52	54	42	55

الحل :أكبر قيمة في مجموعة البيانات هي 64:، بينما أصغر قيمة هي16 ، وعدد القيم هو 50 ،

وعليه فبتطبيق علاقة طولا لفئة : $L = \frac{64-16}{1+3.322\log(50)} \cong 7$

إذن طول الفئات المناسب لتشكيل جدول تكراري مستر (هو: 7 ولا يجاد عدد الفئات نستخدم العلاقة التالية:

$$K= 1+3.322Log(re) \cong 7$$

وبالتالي يمكن تشكيل الجدول الإحصائي التالي:

جدول :رقم05

الفئات	ni
23-16	2
30-23	7
37-30	10
44-37	7
51-44	5
58-51	13
65-58	6
	50

ملاحظة : بعض الجداول الإحصائية فيها الفئات المفتوحة

- الفئة الأولى تقرأ أقل من A حيث A هو الحد الأعلى للفئة الأولى

- الفئة الأخيرة تقرأ أكبر من F حيث F هو الحد الأدنى للفئة الأخيرة

-3- عرض البيانات (العرض البياني)

يعتبر التمثيل البياني نوعا آخر لتفسير البيانات الإحصائية لظاهرة معينة :إذ يمكن من تحليلها ومراقبتها والتعليق عليها، وهو أكثر وضوحا وتعبيرا من الجدول الإحصائي وتختلف التماثيل البيانية باختلاف وبتنوع البيانات المحصل عليها واختيار أو تفضيل تمثيل بياني على آخر يرجع إلى طبيعة الصفة المدروسة والى مقتضات الدراسة في حد ذاتها.

وبصفة عامة أنواع التمثيلات البيانية متعددة، نقتصر على ذكر أهمها ونصنفها كما يلي :

1- التمثيل البياني في حالة الصفات الكيفية:

1-1- التمثيل الدائري :

يعتمد هذا النوع من الرسومات عن تقييم الدائرة إلى أجزاء كل جزء منها يمثل ظاهرة معينة وتستخدم الدائرة عادة للمقارنة بين المكونات المختلفة لظاهرة معينة وتستخدم الدائرة عادة للمقارنة بين المكونات المختلفة لظاهرة معينة بعضها ببعض وبين كل منها المجموع ويمكن حساب القيمة الجزيئية للظاهرة

كما يلي: $X^0 = \frac{\text{القيمة لجزئية منا الظاهرة}}{\text{القيمة الكلية للظاهرة}} \times 306^0$

1-2-الأعمدة المستطيلة :

هي عبارة عن مستطيلات متباعدة بمسافات ثابتة، ولها قواعد متساوية، وتتناسب أطوالها مع التكرارات المقابلة لمكونات الخاصية المدروسة.

1-3- العمود المجزأ :

وهو عبارة عن مستطيل مقسم إلى عدة أجزاء، كل جزء يقابل تكرار معين للخاصية المدروسة.

المدرج التكراري :

مجموعة مستطيلات كل مستطيل فيه يمثل فئة من فئات التوزيع التكراري ويتناسب ارتفاع المستطيل مع تكرار تلك الفئة.

المضلع التكراري :

يمكن الحصول على المضلع التكراري من المدرج التكراري وذلك بتصنيف الأضلاع العلوية للمستطيلات في المدرج التكراري ثم وصل هذه النقاط ببعضها.

المنحنى التكراري :

هو نفس المضلع التكراري إلا أننا بدلا من أن نوصل بخطوط مستقيمة نوصل بخطوط منحنية.

3- التمثيل البياني في حالة متغير كمي منفصل:

نكتفي في هذه الحالة بنوعين من العروض البيانية:

-1-2الأعمدة البيانية:

هي عبارة عن أعمدة بسيطة تتناسب أطوالها مع التكرار المقابل لقيمة معينة للمتغير المدروس، وتسمى بالأعمدة البسيطة.

.2-2العرض البياني للتكرارات التجميعية الصاعدة والنازلة:

أ/العرض البياني للتكرارات التجميعية الصاعدة:

هي عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرارات التجميعية الصاعدة المقابلة لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المدروس.

ب/العرض البياني للتكرارات التجميعية النازلة:

هي عبارة عن قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرارات التجميعية

النازلة,حيث أن القطعة المستقيمة الأولى تقابل مجموع التكرارات واصغر قيمة للمتغير المدروس

ج التمثيل البياني في حالة متغير الكمي المستمر:

1-3 المدرج التكراري :

هو عبارة عن مجموعة من المستطيلات العمودية المتلاصقة كل مستطيل قاعدته على محور الفواصل تمثل طولا لفئة ومساحته تتناسب مع تكرار الفئة على محور التراتيب

.

2-3المضلع التكراري:

هو خط منكسر عن طريق إيصال مراكز المستطيلات في المدرج التكرار يبعضها ببعض.

3-3 :المنحنى التجميعي:

هذا النوع من الرسم يمكن من تمثيل المعطيات المتجمعة النسبية الصاعدة والنازلة منها, وهو يأخذ شكل منحنى مستمر.

مثال:ليكن لدينا توزيعا لعمال حسب الجنسية

جدول رقم 6

الجنسية	ni	fi
الجزائر	20	0.10
المغرب	30	0.15
ألمانيا	30	0.15
فرنسا	40	0.20
تونس	80	0.40
	200	1

المطلوب:تمثيل البيانات السابقة باستخدام الدوائر النسبية والمستطيلات البيانية.

أ-التمثيل البياني للدائرة النسبية:

قبل رسم الدائرة نحدد نسب الزاوية المركزية لكل دولة وفقا لعلاقة التالية :

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{عدد التكرارات للقطاع} \times 360}{\text{مجموع التكرارات}}$$

عمال جزائريون : $\%36 = 360 \times \frac{20}{200}$

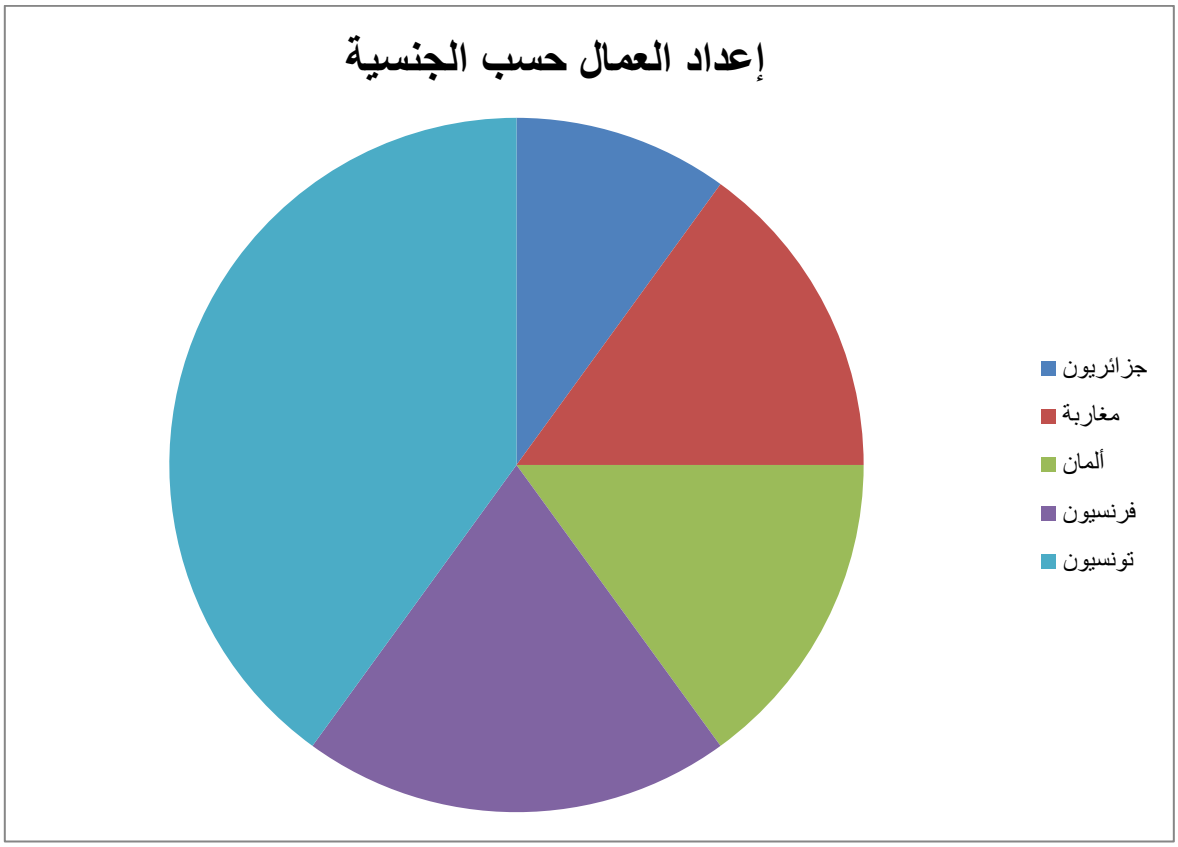
عمال مغاربة : $\%54 = 360 \times \frac{30}{200}$

عمال ألمان : $\%54 = 360 \times \frac{30}{200}$

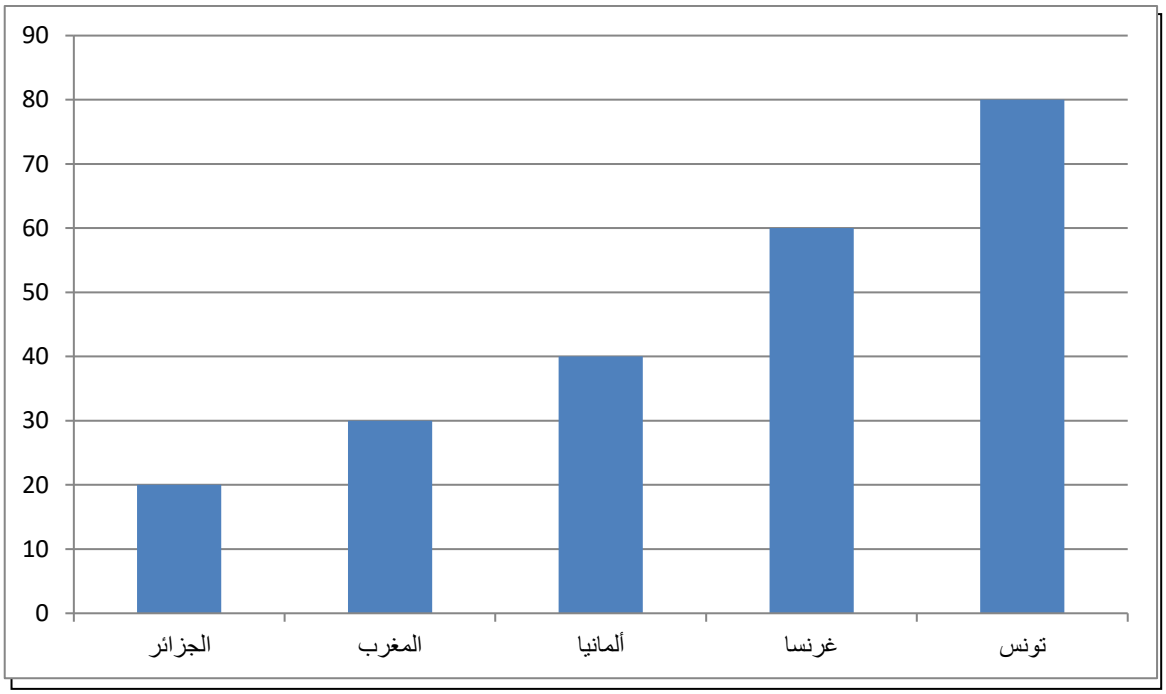
عمال فرنسيون : $\%72 = 360 \times \frac{40}{200}$

عمال تونسيون : $\%144 = 360 \times \frac{80}{200}$

شكل رقم 1



شكل رقم 2

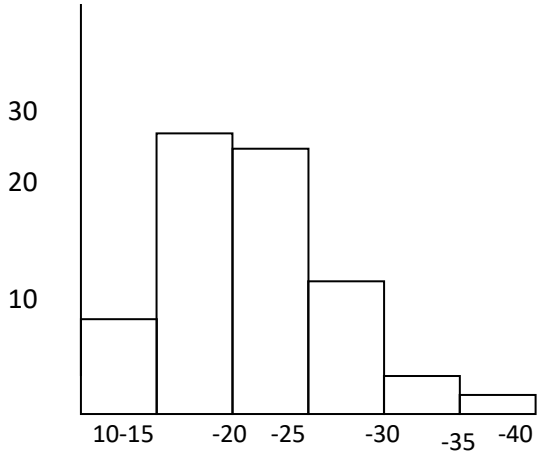


مثال3 ليكن لدينا التوزيع التكراري التالي :

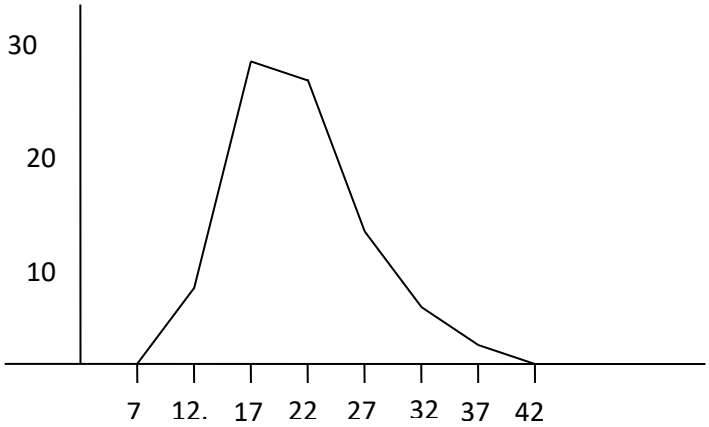
مراكز الفئات xi	التكرار ni	ci
15-10	8	12.5
20-15	28	17.5
25-20	27	22.5
30-25	12	27.5
35-30	4	32.5
40-35	1	37.5
	80	

المطلوب : تقديم التمثيل المناسب لهذا التوزيع

أ- المدرج التكراري :



ب- المضلع التكراري :



4- المنحنى التجميعي الصاعد والنازل

يمثل التكرار المتجمع الصاعد والنازل للمتغير الإحصائي المستمر عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد والنازل، حيث نرفق بكل قيمة للتكرار المتجمع الصاعد الحد الأعلى للفئة الموافقة لها ونرفق بكل قيمة للتكرار المتجمع النازل الحد الأدنى للفئة الموافقة لها

تمرين :

البيانات التالية تمثل أوزان 60 طالبا بالكيلوغرام

67	64	68	73	73	54	61	74	60	78
80	74	65	63	60	69	72	66	77	65
74	50	76	69	68	66	78	63	70	55
67	67	64	76	61	72	72	57	65	77
59	71	79	78	58	63	74	66	73	67
61	71	69	68	73	81	64	61	84	55

المطلوب : 1- تشكيل جدول التوزيع التكراري

2- رسم المدرج التكراري والمنحنى التكراري التجميعي الصاعد و النازل

الحل : **1-** حساب المدى العام

E=84-50=34

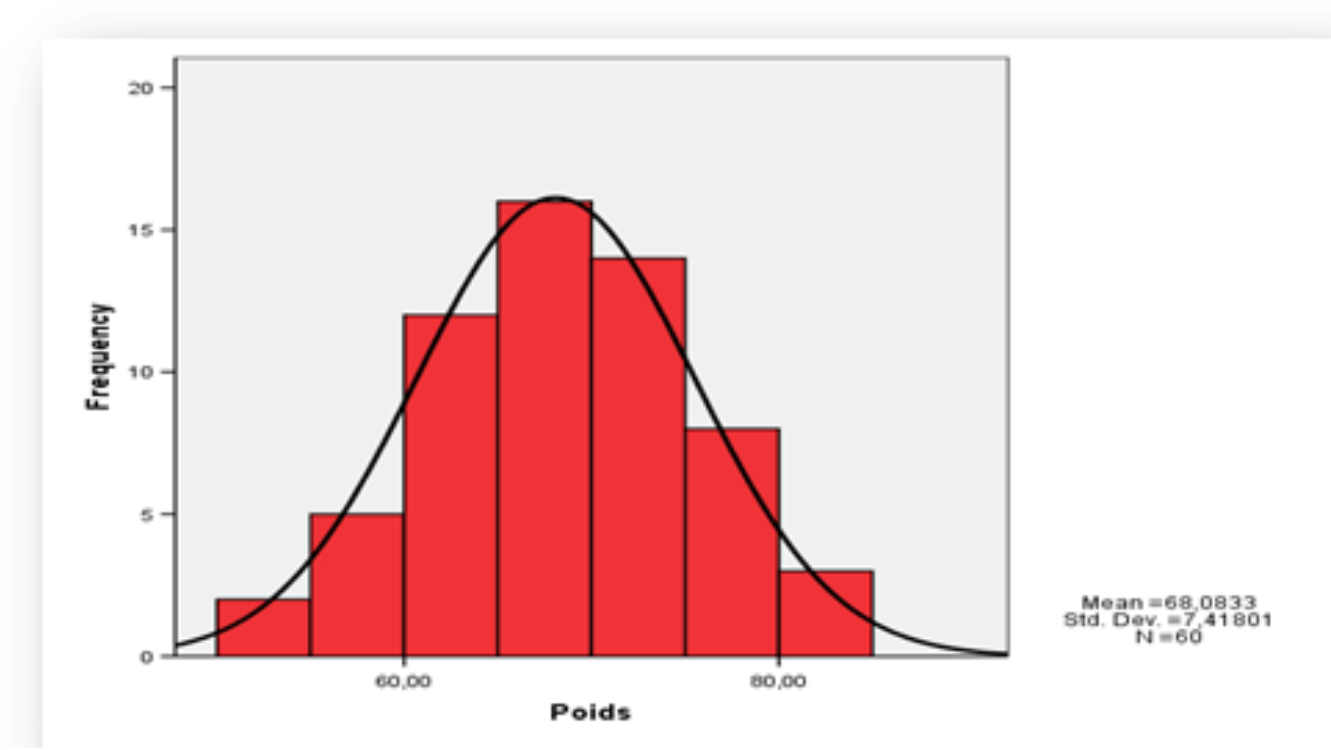
حساب عدد الفئات :

$$1 + 3.322Log(60) = 6.9$$

حساب طول الفئة: $l = \frac{E}{1+3.322Log(60)} = \frac{24}{6.9} = 4.92 = 5$

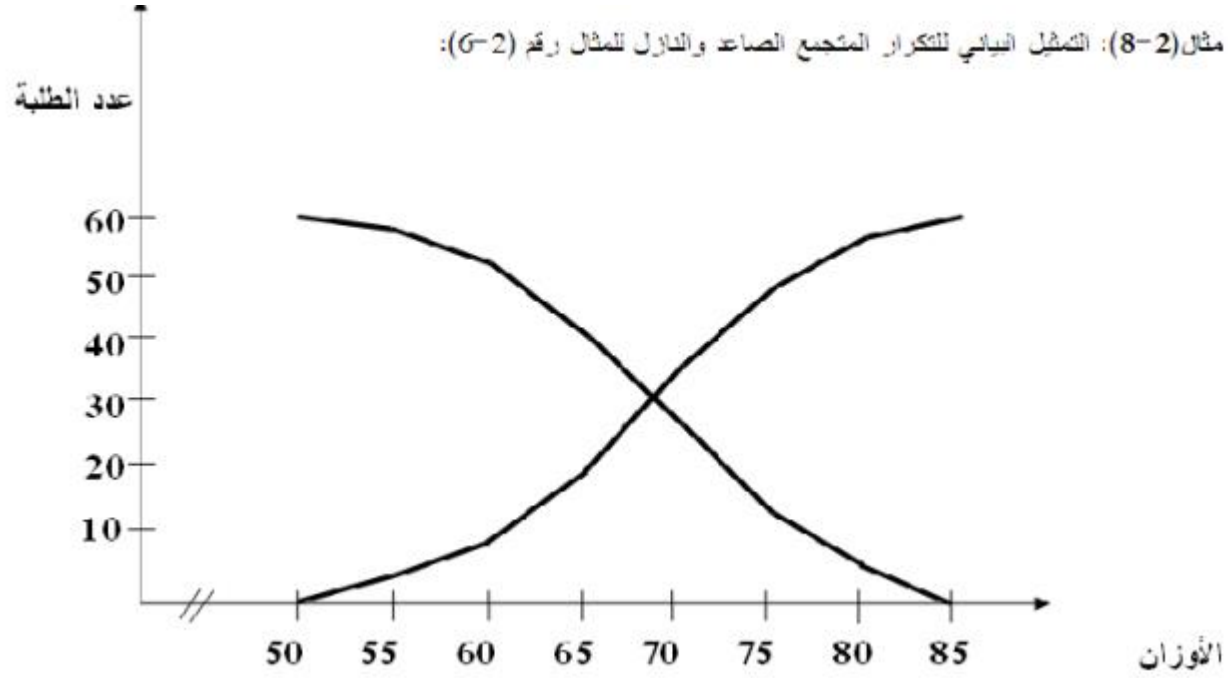
$F_i^{\downarrow}\%$	$F_i^{\uparrow}\%$	$N_i^{\downarrow}$	$N_i^{\uparrow}$	$f_i\%$	f_i	C_i	عدد الطلبة n_i	أوزان الطلبة X_i
100	3,3	60	2	3,3	0,033	52,5	2	]55 – 50]
96,7	11,6	58	7	8,3	0,083	57,5	5	]60 – 55]
88,4	31,6	53	19	20	0,2	62,5	12	]65 – 60]
68,4	58,4	41	35	26,8	0,268	67,5	16	]70 – 65]
41,6	81,7	25	49	23,3	0,233	72,5	14	]75 – 70]
18,3	95	11	57	13,3	0,133	77,5	8	]80 – 75]
5	100	3	60	5	0,05	82,5	3	]85 – 80]
/	/	/	/	**100**	**1**	/	**60**	المجموع $\sum n_i$

تمثيل المدرج التكراري :



تمثيل بياني بواسطة المنحنى التجميعي الصاعد والنازل لتوزيع الطلبة الجامعة حسب أوزانهم

مثال(2-8): التمثيل البياني للتكرار المتجمع الصاعد والنازل للمثال رقم (2-G):



ثالثا : مقاييس النزعة المركزية

تمهيد:

في معظم الحالات تكون البيانات حول ظاهرة معنية لها ميل نحو الانتشار حول قيمة مركزية, هذه الأخيرة نستعمل كخاصة تعبر عن قيم المجموعة التي يشملها البحث وهي تستعمل أساسا من اجل المقارنة مع بيانات لظواهر أخرى ومن اجل معرفة خصائص بيانات الظاهرة في حد ذاتها والنزعة المركزية يقصد بها نزوع البيانات للتراكم حول قيمة معنية تتمركز حولها معظم المشاهدات.

وهناك عدة مقاييس لقياس هذا الميل تعرف باسم(مقاييس النزعة المركزية) نتعرف عليها بالتفصيل فيمايلي:

1-الوسط الحسابي :

هو احد أهم مقياس النزعة المركزية وأكثرها استخداما وشيوعا وغالبا وعادة يسمى المعدل ويفضل على جميع البيانات.

ويمكن أن تميز في الوسط الحسابي حالتين الوسط الحسابي في حالة بيانات غير مبوبة(متغير منفصل)وحالة البيانات المبوبة (متغير الإحصائي المستمر) وذلك تبعا لطبيعة المتغير الإحصائي.

1-1-الوسط الحسابي في حالة بيانات غير مبوبة :

الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة هو مجموع قيم البيانات على عدد القيم n

الوسط الحسابي لمجموعة n من البيانات أو القيم x1.x2.x3…..xn هو X ويمكن إيجاده بالصيغة أو العلاقة الرياضية التالية :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

مثال:1اوجد الوسط الحسابي للبيانات التالية:

7.15.5.0.17.22.2.12

الحل: الوسط الحسابي للبيانات هو:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{7+15+5+0+17+22+2+12}{8} = \frac{80}{8} = 10$$

ملاحظة: يمكن حساب الوسط الحسابي باستخدام الوسط الفرضي(x_0)وفقا لعلاقة التالية:

الوسط الحسابي= الوسط الفرضي (x_0) + $\frac{\text{مجموع الانحرافات الوسط بي الحسابي}}{n}$

$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n}\sum(xi - x0)$$

مثال:2 اوجد الوسط الحسابي للقيم التالية بطريقة الوسط الفرضي(57,53,51,51,58)

المركز قيمة تتوقعها قريبة من الوسط أو $x_0=53$ نفرض أن الوسط الفرض:

الحل :إيجاد الوسط الحسابي باستعمال الوسط الفرضي

$$\sum(xi - x0) = (58 - 53) + (51 - 53) +$$
$$(51 - 53) + (53 - 53) + (57 - 53) = 5$$

بالتعويض نجد أن : $\bar{x} = 53 + \frac{5}{5} = 53 + 1 = 54$

2-1الوسط الحسابي في حالة بيانات مبوبة (المجدولة)

إذا كانت لدينا قيم البيانات x1.x2.....xn

تمثل المفردات المختلفة للظاهرةx و n1.n2.n3....nn

تمثل التكرارات المقابلة لها(أو مراكز الفئات) فإن ا لوسط الحسابي لهذه البيانات يعرف كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{n1.x1 + n2.x2 + \cdots \ldots nk.xk}{n1 + n2 + \cdots .. nk}$$

أ-حالة مع تكرارات مختلفة: $\bar{x} == \frac{\sum x_i n_i}{n}$

ب-في حالة فئات : $\bar{x} == \frac{\sum c_i n_i}{n}$

$\bar{x}$:المتوسط الحسابي

Ci :تمثل مراكز الفئات

N: تمثل مجموع التكرارات

مثال1 اوجد الوسط الحسابي للبيانات المعطاة في الجدول الأتي:

xi العلامة	ni التكرار
5	7
4	9
3	10
2	8
1	6

الحل :نكمل الجدول في السؤال بإضافة عمود يمثل (ni.xi)

xi العلامة	**ni التكرار**	**Ni.xi**
5	**7**	**35**
4	**9**	**36**
3	**10**	**30**
2	**8**	**16**
1	**6**	**6**
المجموع	**40**	**123**

ملاحظة يمكن إيجاد الوسط الحسابي باستخدام الوسط الفرضي($x0$)بتطبيق العلاقة التالية :

$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n}\sum \text{ni}(xi - x0)$$

مثال:2 اوجد الوسط الحسابي للبيانات المعطات في المثال السابق بطريقة الوسط الفرضي.

الحل :نفترض أن الوسط الفرضي $x_0=3$

xi العلامة	**ni التكرار**	**xi–x0**	**Ni(xi–x0)**
5	7	2	14
4	9	1	9
3	10	0	0
2	8	-1	-8
1	6	-2	-12
المجموع	40		3

بتطبيق علاقة الوسط الفرضي نجد أن :

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = 3 + \frac{3}{40} = 3.075$$

مثال3:

البيانات الآتية تبين فئات الأجور أسبوعيا وعدد العمال الحرفين في جدول توزيع تكراري

المطلوب :حساب المتوسط الحسابي بطريقتين :

الفئات Xi	التكرار ni
10-0	5
20-10	12
30-20	15
40-30	25
50-40	8
60-50	3
70-60	2
المجموع	70

الحل

الطريقة الثانية			الطريقة الأولى		
ni (ci –c0)	ci–c0	ni.ci	مركز الفئةci	ni التكرار	الفئات
-150	-30	25	5	5	10-0
-240	-20	180	15	12	20-10
-150	-10	375	25	15	30-20
0	0	875	35	25	40-30
80	10	360	45	8	50-40
60	20	165	55	3	60-50
60	30	130	65	2	70-60
-340	/	2110	/	70	**المجموع**

الطريقة الأولى : **بتطبيق العلاقة** $\bar{x} = \frac{\sum c_i n_i}{n}$

$$\overline{X} = \frac{2110}{70} = 30.14$$

الطريقةالثانية: بتطبيق علاقة الوسط الفرضي

$\overline{X}$ $= x_0 + \frac{1}{n}\sum ni(xi - x0)$

$$\overline{X} = 35 + (-\frac{340}{70}) = 30.14$$

خصائص الوسط الحسابي:

أ –مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي الصفر (0)

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

ب –إذا كان لدينا مجموعة ذات n1 من القيم ووسطها الحسابيx1 مجموعة ثانية ذاتn2 وسطها الحسابيx2 ، فان الوسط الحسابي مجموعة ذات (n1+n2) من القيم الناتجة يكون :

$$\overline{X} = \frac{n_1 \cdot \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

ج –مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أقل ما يمكن

الوسيط:

يعتبر الوسيط القيمة التي تتوسط ا لبيانات بصرف النظر عن قيمتها بعد ترتيبها ترتيبا تصاعديا أو تنازليا كما يعرف بأنها لقيمة التي يكون عدد القيم الأقل منها مساوي العدد القيم الأكبر منها.

ا لوسيط في حالة بيانات غير مبوبة:

لحساب الوسيط بالنسبة للبيانات الغير مبوبة، نميز حالتين:

أ–في حالة عدد البيانات (n) فردي:

- يتم ترتيب البيانات تصاعديا او تنازليا
- ترتيب الوسيط $\frac{n_1 + 1}{2}$
- قيمة الوسيط هي القيمة الوسطية للبيانات

مثال : إذا كان لدينا البيانات التالية :

.2،6،20،5،4،7،5

المطلوب: حساب الوسيط Me

الحل: ترتيب القيم: 2،4،5،5،6،7،20

ترتيب الوسيط : $\frac{1+7}{2} = 4$

قيمة الوسيط هي Me= 5

ب– حالة عدد البيانات n زوجي

- يتم ترتيب البيانات تصاعديا او تنازليا
- ترتيب الوسيط يشمل القيمتين ($\frac{n}{2}$ ، $\frac{n}{2}+1$)
- قيمة الوسيط هي ترتيب هي متوسط ترتيب القيمتين
- مثال اذا كان لدينا قيم السلسلة التالية هي

4،7، 5، 8، 9، 7، 10، 9

المطلوب : إيجاد قيمة الوسيط Me

الحل : ترتيب القيم 10.9.9.8.7.7.5.4

ترتيب الوسيط Me : (4، 5) ، $\text{Me} = \frac{7+8}{2} = 7.5$

2–1– حساب الوسيط من بيانات مبوبة :

لحساب الوسيط في حالة بيانات مبوبة أو توزيع تكراري نتبع الخطوات التالية

1– تحديد التكرار التجميعي الصاعد أو النازل

2– تحديد ترتيب الوسيط وهو عبارة عن نصف مجموع التكرارات $\frac{N}{2}$

- تحديد فئة الوسيط وهي الفئة التي تقابل التكرار التجميعي الصاعد النازل الذي يساوي ترتيب الوسيط أو الأكبر الأصغر منه مباشرة
- حديد وحساب الوسيط بتطبيق العلاقة الرياضية للوسيط التالية :

$$Me = a + \frac{\frac{n}{2} - f1}{fm}.k$$

حيث Meقيمة الوسيط

a الحد الأدنى للفئة الوسيطية

n/2 ترتيب الوسيط

f1التكرار التجميعي الصاعد للفئة الوسيطية

fm التكرار الأصلي للفئة الوسيطية

Kطول الفئة

مثال : احسب الوسيط من الجدول التوزيع التكراري التالي :

الفئات	التكرار ni
20-0	1
40-20	14
60-40	35
80-60	85
100-80	90
120-100	45
140-120	18
160-140	2
المجموع	290

الحل : نقوم بتكوين الجدول التالي :

الفئات	ni	تكرار تجميعي الصاعد	تكرار تجميعي نازل
20-0	1	1	290
40-20	14	15	289
60-40	35	50	275
80-60	85	135	240
100-80	90	225	155
120-100	45	270	65
140-120	18	288	20
160-140	2	290	2
المجموع	290	/	/

3- ترتيب الوسيط

4- بتطبيق علاقة الوسيط $Me = a + \frac{\frac{n}{2} - f1}{fm}.k$

أ- تحديد فئة الوسيط بناء على ترتيب الوسيط $\frac{n}{2} = \frac{290}{2} = 145$ ومنه فالفئة هي $[80 - 100[$

ب- $f_1=135$ ، $fm=90$ ، $k=20$

ومنه $Me = 80 + \frac{145 - 135}{90}.20 = 2.22$

ومنه Me=2.22

مميزات وعيوب الوسيط :

أ- مميزات الوسيط

- لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة
- يمكن حساب الوسيط من جداول تكرارية مفتوحة

ب- عيوب الوسيط

- يعتمد على قيمة واحدة او قيمتين في المتحف ولايأخذ في الحساب القيم الباقية

3- المنوال

- هو القيمة الأكثر تكرارا (شيوعا) من بين القيم المختلفة للمتغير المدروس ويرمز له بالرمز ونميز في المنوال حالتين :

3-1- المنوال في حالة بيانات غير مبوبة :

- اوجد المنوال لكل من السلاسل التالية

1- 4، 5، 5، 1، 2، 9، 5، 6، 4، 5، 7، 5، 5،

2- 17، 10، 20، 16، 1، 8، 19، 12، 3، 4، 6، 9.

3- 2، 2، 3، 5، 8، 2، 5، 6، 6، 5.

الحل

- المنوال في السلسلة 1 هو القيمة الأكثر تكرار$Mo=5$
- السلسلة 2 لا توجد بها المنوال
- السلسلة 3 هناك قيمتين للمنوال وهما $Mo_1=5$ و$Mo_2= 2$وتسمى ثنائي المنوال

– 2-3 المنوال في حالة بيانات مبوبة :

المنوال في حالة توزيع تكراري هو القيمة التي تقابلها اكبر تكرار أما في التوزيع التكراري الذي يرتب على شكل فئات يعتمد على الفئة المنوالية وهي التي تقابل اكبر تكرار ويمكن حسابه باستخدامه العلاقة التالية :

$$Mo = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2}.k$$

حيث M_0 المنوال

L:الحد الأدنى للفئة المنوالية

d_1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة لها

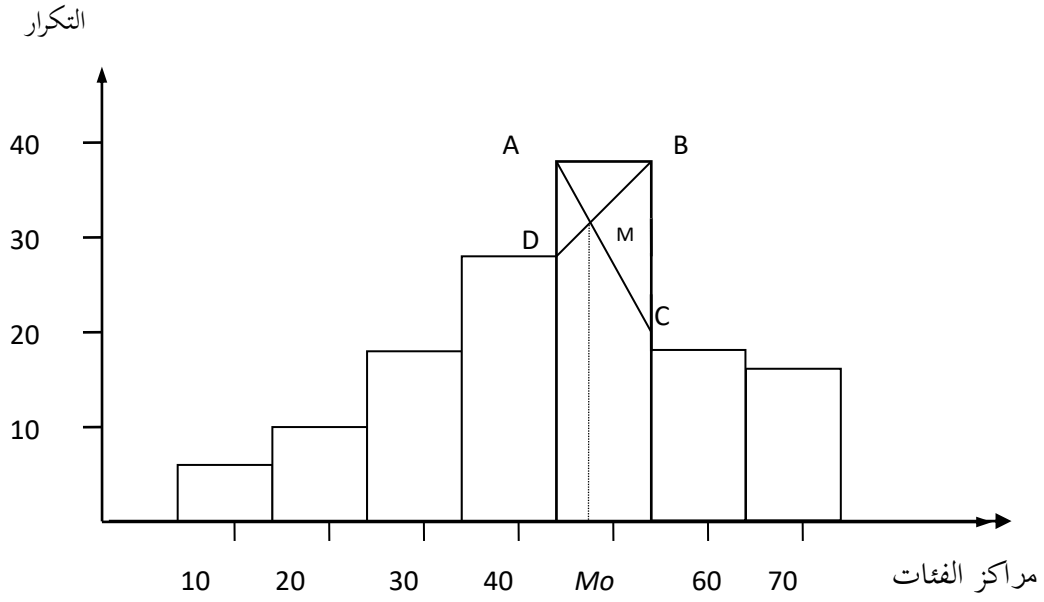
d_2:الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة الإحصائية

K :طول الفئة المنوالية ، ويمكن إيجاد قيمة المنوال بيانيا من خلال رسم المدرج التكراري

مثال اوجد المنوال للبيانات الآتية :

x_iمركز الفئات	n_iالتكرار	c_iمركز الفئات
5-14	3	10
15-24	5	20
25-34	12	30
35-44	25	40
45-54	35	50
55-64	13	60
55-64	7	70

لاحظ أنه يمكن حساب المنوال بيانياً وذلك بعد رسم المدرج التكراري للبيانات المبوبة وعلى سبيل المثال لنحسب المنوال للبيانات المعطاة بالجدول السابق



مثال 2 : احسب المنوال من التوزيع التالي :

الفئات	التكرار **ni**
6-0	12
12-0	24
18-12	36
24-18	38
30-24	33
36-30	6

الحل

1- تحديد الفئة، وهي الفئة التي تقابل اكبر تكرار وهي [18-24[

2- بتطبيق العلاقة الرياضية لحساب المنوال نجد أن: $Mo = 18 + \frac{38-36}{38-36+38-33}.6 = 19.71$

مميزات وعيوب المنوال :

أ- مميزات المنوال

- يمكن حساب المنوال من الجداول التكرارية المفتوحة
- لايتاثر المنوال بالقيم المتطرفة أي الشاذة

عيوب المنوال :

- يتأثر المنوال بطول الفئة.كما يتأثر بعدد الفئات
- لايستخدم في حسابه كل القيم

4-الوسط الهندسي : *Geometric mean*

نميز في الوسط الهندسي حالتين :

- الوسط الهندسي في حالة بيانات مبوبة
- الوسط الهندسي في حالة بيانات غير مبوبة

4-1- الوسط الهندسي في حالة بيانات غير مبوبة :

الوسط الهندسي لمجموعة من القيم عددها n

$x_1, x_2, ..., x_n$ هو عبارة عن الجذع النوني لحاصل ضرب هذه القيم:

$$G = \sqrt[N]{x_1 \times x_2 \times .....x_N}$$

حيث إن G هو المتوسط الهندسي

ويمكن استخدام علاقة اللوغاريتم لحساب الوسط الهندسي

$$\log G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log x1+\log x2+....+\log xn$$

$$\log G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log xi$$

مثال : اوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية : 5.10.8.9.7

الحل: إذا كانت لدينا قيم المتغير الإحصائي التالية

$$G=\sqrt[5]{5\times 10\times 8\times 9\times 7}=7.59$$

أو بتطبيق العلاقة اللوغاريتم التالية:

$$\text{Log}G=\frac{log5+log10+log8+log9+log7}{5}=0.88$$

2-4 الوسط الهندسي في حالة بيانات مئوية :

إذا كانت لدينا قيم المتغير الإحصائي التالية $x_1,x_2,...,x_n$ المقابلة للتكرارات التالية $n_1,n_2,...,n_n$

$$\log G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}n1\log x1+n2\log x2+....+n\log xk$$ **هو**

$$\log G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}ni\log xi$$

ملاحظة إذا استخدمنا في التوزيع التكراري فئات يمكنه استخدام مراكز الفئات في حساب الوسط الهندسي.

$$\log G=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}ni\log ci$$

مثال 2 احسب الوسط الهندسي من التوزيع التالي :

60	50	40	30	20	10	**xi**
2	6	15	25	15	12	**ni**

الحل :

xi	n_i	logxi	
10	12	1	12
20	15	1.30	19.51
30	25	1.47	36.92
40	10	1.60	16.02
50	6	1.69	10.19
60	2	1.77	3.55
المجموع	70	7	98.21

بعض خواص المتوسط الهندسي

- يدخل في حسابه جميع القيم
- لايتاثر كثيرا بالقيم المتطرفة
- لا يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة وذلك لأنه يعتمد في حسابه على مراكز الفئات
- يستخدم في حساب معدل الأسعار وعند تقدير السكان خلال السنوات

5- المتوسط التوافقي :

المتوسط التوافقي لمجموعة من البيانات هو عبارة عن مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوب القيم

ونميز في حساب المتوسط التوافقي حالتين :

5-1 المتوسط التوافقي في حالة بيانات غير مبوب :

إذا كانت لدينا $x_1, x_2, ..., x_n$ تمثل قيم الظاهرة ما فأن المتوسط التوافقي لهذه القيم والذي نرمز له بالرمز H

$$: H = \frac{n}{\Sigma(\frac{1}{x})}$$

مثال1: البيانات التالية تمثل معدلات 7 طلاب في إحدى المواد محسوب من 10 جد الوسط التوافقي

2,5,4,3,7,8,8

الحل:

$$H = \frac{7}{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}} = \frac{7}{1.68} = 4.17$$

مثال 2 :يقطع رجل المسافة بين المدينة (أ) والمدينة (**ب**) وطولها 60 كم بسرعة 30كم / ساعة في رحلة الذهاب وأما رحلة العودة من (**ب**) إلي (أ) فيقطعها بسرعة 60 كم /ساعة . ماهي السرعة المتوسطة للرحلة ذهاباً وعودة .

الحل:

$$H = \frac{2}{\frac{1}{30}+\frac{1}{60}}$$
$$= \frac{2}{0.049999} = 40$$

2-5 المتوسط التوافقي في حالة بيانات مبوبة :

إذا كانت x1.x2.x3 ….xk قيم لظاهرة ما فو مراكز الفئات n1.n2 n3 …..nk تمثل التكرارات المناظرة

لها فان الوسط التوافقي لهذه البيانات يعرف كما يلي : $H = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{x_i}}$

مثال 3: الجدول التالي يمثل معدلات السرعة 100 متسابق احسب الوسط التوافقي

الفئات	n_i	c_i	n_i/c_i
2.5-7.5	20	5	4
7.5-12.5	50	10	5
12.5-17.5	20	15	1.33
17.5- 22.5	10	20	0.5
المجموع	100		10.83

$$H = \frac{100}{10.83} = 9.23$$

بعض خواص المتوسط التوافقي :

- يتأثر بالقيم الشاذة
- لا يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة
- يعتبر المتوسط التوافقي مقياس ملائم في حالة حساب معدلات السرعة ازمن او في حساب الإنتاج بالنسبة للزمن

6- **الوسط التربيعي :**

يمكن تعريف الوسط التربيعي على انه الجذر التربيعي لمتوسط مربعات البيانات المشاهدات ويرمز له بالرمز Q

ونميز في الوسط التربيعي حالتين :

6-1 الوسط التربيعي في حالة بيانات غير مبوبة

إذا كانت لدينا البيانات التالية x1.x2.x3.....xn فان الوسط التربيعي لهذه البيانات هو :

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}}$$

مثال1: أوجد الوسط التربيعي للقيم التالية: 3، 5 ، 4 ، 1 ، 6 ، 2

الحل :

X_i	X_i^2
3	9
5	25
4	16
1	1
6	36
2	4
المجموع	91

$$Q = \sqrt{\frac{91}{6}} = 3.89$$

2-6 الوسط التربيعي في حالة بيانات مبوبة :

إذا كانت لدينا البيانات التالية x1.x2.x3.....xk تمثل قيم ظاهر ما أو مراكز الفئات و n1 n2 n3.....nk تمثل التكرارات المقابلة لها فان الوسط التربيعي لهذه البيانات يعرف كما يلي :

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{K} n_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{K} n_i}}$$

مثال2 اوجد الوسط التربيعي للبيانات التالية :

11	9	7	5	3	x_i
2	3	6	5	4	n_i

الحل

ni	ci	c_i^2	$n_i c_i^2$
4	3	9	36
5	5	25	125
6	7	49	294
3	9	81	243
2	11	121	242
20			940

$$Q = \sqrt{\frac{940}{20}} = 6.85$$

7- الربيعيات والعشريات والمئويات :

إذا كان الوسيط هو قيمة المتغير الإحصائي الذي يقسم السلسلة الإحصائية إلى قسمين متساويين، فإن الربيعيات هي عبارة على 3 قيم تقسم السلسلة الإحصائية إلى 4 أقسام متساوية،كل قسم يمثل 25% من المعطيات أو ربع المعطيات.

نرمز لهذه القيم بالحروف Q_1 ، Q_2 و Q_3 .الربيع الثاني Q_2 هو نفسه الوسيط Me .

العشريات هي عبارة عن 9 قيم تقسم السلسلة الإحصائية إلى عشرة أقسام متساوية،كل قسم يمثل 10% من المعطيات أو عشر المعلومات.

نرمز لهذه القيم بالحروف D_1 ، D_2 ، D_9 ..... .

العشير الخامس هو نفسه الربيع الثاني Q_2 وفي نفس الوقت الوسيط Me .

المئويات هي عبارة عن 99 قيمة تقسم السلسلة الإحصائية إلى 100 جزء من الأجزاء المتساوية، كل جزء يمثل 1% من المعلومات أو مائوي من المعلومات.

نرمز لهذه القيم بالحروف C_1 ، C_2 ، C_{99} ..... .

المئوي الخمسين C_{50} هو نفسه الوسيط Me والربيع الثانيQ_2 وكذلك العشير الخامس D_5 .

المئوي C_{25} هو نفسه الربيع الأول $C_{50}= Q_1$:

المئوي C_{75} هو نفسه الربيع الثالث$C_{75}= Q_3$:

لحساب أي مقياس في هذه المقاييس نتبع نفس الخطوات التي اتبعناها عند حساب الوسيط حسابيا وبيانيا مع مراعاة الفرق في الرتبة وان لها نفس خواص الوسيط

الربيعيات:

: في هذه الحالة لا يهمنا في حساب الربيعيات ما إذا كانت أطوال الفئات متساوية أو مختلفة.

ولحساب الربيع Q_i نطبق القانون التالي:

$$Q_i = L_q + \left(\frac{\frac{in}{4} - FCA_{q-1}}{n_q} \right) a_q$$

حيث أنّ :

L_q : الحد الأدنى لفئة الربيع.

FCA_{q-1} : التكرار المتجمع المطلق للفئة التي تسبق فئة الربيع.

n_q : التكرار المطلق لفئة الربيع.

n : التكرار الكلي.

a_q : طول فئة الربيع.

2-7 العشريات :في هذه الحالة لا يهمنا في حساب العشيريات ما إذا كانت أطوال الفئات متساوية أو مختلفة.

ولحساب العشير D_i نطبق القانون التالي:

$$D_i = L_d + \left(\frac{\frac{in}{10} - FCA_{d-1}}{n_d} \right) a_d$$

حيث أنّ :

L_d : الحد الأدنى لفئة العشير.

FCA_{d-1} : التكرار المتجمع المطلق للفئة التي تسبق فئة العشير.

n_d : التكرار المطلق لفئة العشير.

n : التكرار الكلي.

a_d : طول فئة العشير

2-7 المئينات في هذه الحالة لا يهمنا في حساب المائينات ما إذا كانت أطوال الفئات متساوية أو مختلفة ولحساب المئوي C_i نطبق القانون التالي:

$$C_i = L_c + \left(\frac{\frac{in}{100} - FCA_{c-1}}{n_c} \right) a_c$$

حيث أنّ :

L_c : الحد الأدنى لفئة المئيني.

FCA_{c-1} : التكرار المتجمع المطلق للفئة التي تسبق فئة المئيني.

n_c : التكرار المطلق لفئة المئيني.

n : التكرار الكلي.

a_c : طول فئة المئيني.

سادسا:مقاييس التشتت والشكل

تمهيد

لقد تعرضنا في المواضيع السابقة إلى كيفية تلخيص عدد كبير من البيانات الإحصائية بطرق تمكننا من فهمها و تحليلها من الناحية الاحصائة ثم كيفية البحث عن قيمة واحدة يمكن أن توصف بها هذه البيانات تعتقد بان قيم الظاهرة آو المتغير موضوع الدراسة تميل للتمركز حولها ولكن أي متوسط لوحده لا يكفي لقياس هذا الاتجاه نحو التمركز وبالتالي يفضل وجود مقاييس أخرى نستطيع من خلالها وصف التوزيع التكراري وصفا كاملا ومقارنته بآي توزيع تكراري آخر

وتكمن أهمية مقاييس التشتت في كون انه لا يمكن أن نتصور مثلا تساوي الإنتاج في جميع المؤسسات الصناعية أو تساوي أطوال جميع الطلاب ...الخ وبالتالي استخدام قيمة واحدة لوصف التوزيع التكراري قد تكون غير كافية .

مثال : لدينا أجور ثلاثة أفراد بالساعات كما يلي :

(1): 97،95، 100، 105،103 : $\overline{X}1$ =100

(2): 50، 75، 100، 125 ، 150 : $\overline{X}2$ =100

(3): 15، 85، 100، 115، 185: $\overline{X}3$ =100

إن الوسط الحسابي لكل المجموعات هو نفس القيمة ولكن تختلف هذه التوزيعات فيما بينها من حيث مدى تجانس أو تشتت القيم حول مقاييس النزعة المركزية "الوسط الحسابي"

تعريف مقاييس التشتت :

هي مقاييس لمد تباعد البيانات عن وسطها الحسابي وكلما ارتفعت قيم مقاييس التشتت دل ذلك على درجة كبيرة من التباعد والاختلاف بين قيم البيانات وكلما كانت صغيرة دل ذلك على أن الاختلاف بين قيم البيانات قليل ولذلك فان هذه المقاييس تعطينا فكرة عن مدى تجانس أو اختلاف البيانات عن مركزها ودرجة انتشارها.

1- **المدى** : عبارة عن فرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة في البيانات غير مبوبة أو عبارة عن فرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى ويمكن حساب المدى بالعلاقة

$$R = x_n - x_1$$

مثال : إذا كانت لدينا قيم التالية :

المجموعة الأولى 62.58.56.52.50

المجموعة الثانية 98.70.62.55.50

المدى في المجموعة الأولى: R1=62-50=12

المدى في المجموعة الثانية : R2=98-50=48

نلاحظ أن المجموعة الأولى أكثر تمركز من المجموعة الثانية أما المجموعة الثانية فهي أكثر تشتتا من المجموعة الأولى

بعض خواص المدى :

- اذا كانت جميع البيانات نتساوى فان المدى يساوي 0 أي انه لا يوجد تشتت

– مقياس غير ملائم في حالة وجود قيام شذى

لايمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة

يمكن استخدامه للمقارنة بين مجموعتين مختلفين من البيانات اذا اختلفت في المتوسطات الحسابية وتساوت في المدى وهو يسمى بالمدى النسبي في هذه الحالة حيث المدى النسبي

لا يعتمد في حسابه على كل البيانات

2- المدى الربيعي :

الانحراف الربيعي عبارة عن متوسط الفرق بين الربيعي الثالث والربيعي الأول يتم حساب هذا المقياس سواء من البيانات الأولية أو الجداول التكرارية كما يلي :

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

يهدف حساب الانحراف الربيعي إلى التغلب على أهم عيوب المدى المطلق الذي يعتمد على القيم المتطرفة

3- نصف المدى الربيعي :

بقسمة المدى الربيعي على 2 نتحصل على ما يسمى بالانحراف المعياري ويرمز له $\frac{IQR}{2}$ ويحسب وفق العلاقة التالية : $\frac{IQR}{2} = \frac{Q3 - Q1}{2}$

مزايا وعيوب الانحراف الربيعي :

- الانحراف الربيعي لايتاثر بالقيم المتطرفة
- يمكن حساب الانحراف المعياري من الجداول التكرارية المفتوحة

عيوب الانحراف الربيعي :

- يعتمد على قيمتين(Q1.Q2)

الانحراف المتوسط :

يقصد به مجموع متوسطات انحرافات القيم عن متوسطها بغض النظر فيما إذا كان ذلك الانحراف سلبيا أو ايجابيا فكلما كانت تلك القيم قريبة من توسطها دل ذلك على تجانسها و العكس صحيح.

أ- حساب الانحراف المتوسط في حالة بيانات غير مبوبة :

إذا كانت البيانات التالية : x1.x2....xn

تمثل قيم لظاهرة فان الانحراف المتوسط لهذه البيانات و يتم حسابه كالأتي :

$$M_D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \bar{x}\right|$$

مثال : اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية

10.7.5.3.2

الحل : المتوسط الحسابي

xi	$Xi-\overline{X}$	$Xi-\overline{X}$
2	-3.4	3.4
3	-2.4	2.4
5	-0.4	0.4
7	1.6	1.6
10	4.6	4.6
المجموع		12.4

حساب الانحراف المتوسط في الحالات المبوبة :

إذا كانت القيم x1.x2....xk تمثل قيم مختلفة للظاهرة x(أو مركز الفئات) و

تمثل التكرارات المناظرة لها فان القيم الانحراف المتوسط لهذه البيانات يعرف كما يلي :

$$M_D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ni\left|x_i - \bar{x}\right|$$

مثال :أوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:

الفئات	2-0	4-2	6-4	8-6	10-8	المجموع
التكرار	2	5	4	8	1	20

الحل :

الفئات	Ni التكرار	Ciمراكز الفئة	Ni.xi	$\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	Ni.(xi-x)
2-0	2	1	2	4.1	8.2
4-2	5	3	15	2.1	10.5
6-4	4	5	20	0.1	0.4
8-6	8	7	56	1.9	15.2
10-8	1	9	9	3.9	3.9
المجموع	20		102		38.2

حيث $\bar{X} = \frac{\sum niXi}{n}$ $\bar{X}$ **=5.1**

$$Md = \frac{38.2}{20} = 1.91$$

بعض خواص الانحراف المتوسط :

- يتأثر القيم بالشاذة
- لا يمكن حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة
- يعتمد في حسابه على كل القيم

- يمكن حساب الانحراف عن أي قيمة مركزية

التباين والانحراف المعياري :

أولا : التباين والانحراف المعياري في حالة بيانات غير مبوبة :

أ– التباين : إذا كانت لدينا x1.x2.....xn تمثل قيم الظاهرة ما فان التباين لهذه البيانات يتم حسابه كما يلي : $v(x)=\frac{1}{n}\sum\left(x-\bar{x}\right)^2$

أو بالصيغة الثانية: $v(x=\frac{1}{n}[\sum_{i-1}^{n}x_i{}^2-n\bar{x}^2]$

ب – الانحراف المعياري : الانحراف المعياري لمجموعة من القيم حول ظاهرة ما x1.x2.....xn هو :

$$Sd=\sqrt{\frac{\sum(X_I-\overline{X})^2}{n}} \quad \text{أو بالصيغة الثانية} \quad Sd=\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}-(\frac{\sum x\,i}{n})^2}$$

مثال : 1

أحسب التباين والانحراف المعياري للبيانات التالية :

78 76 76 74 75 71 75 70

الحل :

1 – نحسب أولاً الوسط الحسابي للدخول كما يلي :

$$\overline{X}=\frac{592}{8}=74$$

2 – نحسب إنحرافات القيم عن الوسط الحسابي (أي الفروق بينها وبين الوسط الحسابي) كما يلي :

- 4 , + 1 , - 3 , + 1 , 0 , + 2 , - 1 , + 4

(لاحظ أن مجموع الانحرافات يساوي صفر)

3 – نربع هذه الانحرافات كما يلي :

16 ، 1 ، 9، 1 ، 0 ، 4 ، 1 ،16

4 – التباين يساوي متوسط هذه المربعات، أي يساوي :

$$\frac{16+1+9+1+0+4+1+16}{8}=\frac{48}{8}=6$$

5 – الانحراف المعياري هو جذر التباين $Sd=\sqrt{Vx}$:

وبالتالي فإن الانحراف المعياري هو : $Sd=\sqrt{Vx}=\sqrt{6}=2.449$

ثانيا التباين والانحراف المعياري في حالة بيانات مبوبة :

1–التباين في حالة بيانات مبوبة :إذا كانت $x1.x2.....xn$ تمثل قيم مختلفة لظاهرة ما أو مركز فئات وتمثل التكرارات المتناظرة لها فان التباين لهذه البيانات تعرف كما يلي : $v(x)=\frac{1}{n}\sum ni\left(x-\bar{x}\right)^2$

$$v(x)=\frac{1}{n}[\sum_{1}^{k} x_i^2 n_i - n\bar{x}^2]$$

2–الانحراف المعياري في حالة بيانات مبوبة : إذا كانت لدينا القيم $(x1.x2.x3....xk)$ تمثل قيم الظاهرة x وكانت $n1.n2...nk$ التكرارات المقابلة أو مراكز فئات فان الانحراف المعياري لهذه البيانات يعرف كما يلي : $Sd=\sqrt{\frac{\sum ni(X_I-\overline{X})^2}{n}}$ أو بالصيغة الثانية

$$Sd=\sqrt{\frac{\sum ni\,x^2}{n}-(\frac{\sum nix\,i}{n})^2}$$

مثال :1اوجد التباين الانحراف المعياري من البيانات التالية :

الفئات	التكرارات Ni
56-50	1
62-56	5
68-62	12
74-68	15
80-74	22
86-80	11
92-86	6
98-92	3
المجموع	75

الحل :

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n} = \overline{X} = \frac{5619}{75} = 74.92$$

Ni.ci^2	Ni.ci	الفئات	التكرارات ni	الفئات
2809	53	53	01	56-50
17405	295	59	05	62-56
50700	780	65	12	68-62
75615	1065	71	15	74-68
130438	1694	77	22	80-74
75779	913	83	11	86-80
47526	534	89	6	92-86
27075	285	95	3	98-92
427347	5619		75	المجموع

1- حساب التباين

$$\frac{427347}{75} - 75.(74.92)^2$$

$$=86.10$$

2- حساب الانحراف المعياري : $Sd = \sqrt{\frac{\sum ni\ x^2}{n} - (\frac{\sum nix\ i}{n})^2}$ $= \sqrt{86.10}$

خواص الانحراف المعياري :

1- لايمكن حساب الانحراف المعياري من الجداول التكرارية

2- يتأثر بالقيم المتطرفة وذلك لأنه يعتمد في حسابه على المتوسط الحسابي الذي بدوره يتأثر بها.

3- يعد أهم مقاييس التشتت وأكثرها استخداما .

معامل الاختلاف coefficient of varaition

أو ما يسمى أحياناً مقياس التشتت النسبي حيث ينسب الانحراف المعياري لكل مجموعة إلى وسطها الحسابي والضرب في 100 فنحصل على مقياس نسبي أو مئوي (وبدون تمييز) أي تتم المقارنة بحساب معامل الاختلاف لكل منهما، والمجموعة التي لها معامل اختلاف أكبر تكون أكبر تشتتاً والعكس صحيح أي أن :

وإذا رمزنا لمعامل الاختلاف بالرمز C V فإن :

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} \times 100$$

مثال (6) إذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدخول عينة من الموظفين بالدينار هو :

$$\overline{X}_1 = 1500,\ S_1 = 152$$

وكان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لأعمارهم (بالسنوات) هو :

$$\overline{X}_2 = 42,\ S_2 = 9.2$$

فأيهما أكثر تشتتاً الدخل أم العمر

الحل:

لمقارنة التشتت نحسب معامل الاختلاف لكل من الدخل والعمر كما يلي :

1- معامل اختلاف الدخل : $c.v_1 = \frac{S_1}{\overline{x}_1} \times 100 = \frac{152}{1500} \times 100 = 10.13\%$

2- معامل اختلاف العمر : $c.v_2 = \frac{s_2}{\bar{x}_2} \times 100 = \frac{9.2}{42} \times 100 = 21.9\%$

4- بما أن معامل اختلاف العمر أكبر من معامل اختلاف الدخل فإن بيانات العمر تكون أكثر تشتتا من بيانات الدخل.

ثانيا مقاييس الشكل :

1- مقاييس الالتواء:

الالتواء يعرف الالتواء بعدم تماثل التوزيع فإذا كان المنحنى التكراري يميل نحو اليمين يسمى التوزيع ملتو نحو اليسار يسمى توزيعا ملتو نحو اليسار أو سالب الاحتواء ويمكن حساب معامل الالتواء عن طريق :

معامل التواء بيرسون :يمكن حسابه بطريقتين :

معامل بيرسون الاول (P_1)

$$P_1 = \frac{\bar{x} - Mo}{Sd}$$

معامل بيرسون الثاني (P_2)

$$P_2 = \frac{3(\bar{x} - Me)}{Sd}$$

ملاحظة :

1- إذا كان $Mo = Me = \bar{x}$ فان التوزيع يكون متماثلا ويكون $P_{1=0}$، $P_{2=0}$

2- إذا كان $Mo < Me < \bar{x}$ يكون الالتواء سالبا بحيث أن الالتواء يكون نحو اليسار كما في الشكل التالي ويكون $P_{1<0}$، $P_{2<0}$

3- $\bar{X} > Me > Mo$ في هذه الحالة يكون $P_{1>0}$، $P_{2>0}$ و يكون شكل الالتواء موجب أي نحو اليمين

مثال : أخذت عينة من مؤسسة تتكون من 100 عامل إذا كانت أجورهم تمثل كما يلي :

الفئات	45-40	50-45	55-50	60-55	65-60	70-65
التكرار	7	18	40	20	10	5

المطلوب : إيجاد معامل التواء بيرسون وتحديد شكل التوزيع

الحل :

الفئات	التكرارni	مراكز الفئة ci	Ni.ci	ni	$(ci-\bar{X})$	$Ni.(ci-\bar{X})$
45-40	7	42.5	297.5	7	124.3	870.1
50-45	18	47.5	855	25	37.82	680.76
55-50	40	52.5	2100	65	1.32	52.8
60-55	20	57.5	1150	85	14.82	296.4
65-60	10	62.5	625	95	78.32	789.4
70-65	50	67.5	337.5	100	191.82	959.1
المجموع	100		5365			3642.36

1- حساب الوسط الحسابي : $\overline{X} = \frac{\sum nix}{\sum ni} = 53.65 = \frac{5365}{100}$

2- إيجاد الوسيط $Me = 50 + \frac{50-25}{40} 5 = 53.125$:

3- إيجاد الانحراف المعياري $Sd = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} ni(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{3642.36}{100}} = 6.3$

وباستخدام العلاقة : $P_2 = \frac{3(\overline{x} - Me)}{Sd}$

$$P_2 = \frac{3(53.65 - 53.125)}{6.03} = 0.261$$

وبما أن $P_{2>0}$ فان شكل التوزيع يكون ملتوي نحو اليمين .

معامل يول كاندال y_k هناك معامل التواء آخر وهو معامل التواء يول كاندال :

$$y_k = \frac{Q_3 - 2\mathrm{Me} + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

ملاحظة :1- إذا كان $y_k 0$= فان شكل منحنى التوزيع يكون متماثلا .

2- إذا كان y_k 0>فان شكل التوزيع يكون ملتو نحو اليسار ويكون معامل الالتواء سالب.

3-إذا كان y_k 0< فان يكون شكل التوزيع ملتو نحو اليمين ويكون معامل الالتواء موجب.

مثال : إذا علمت أن Sd=22.16 ، $\overline{X} = 74.92$ ،Mo=76.33 ،Me=75.227

المطلوب : إيجاد كل من P_1، P_2 ، y_k

الحل $P_1 = \frac{\bar{x} - Mo}{Sd} = \frac{7.92 - 76.33}{22.162} = -0.0637$

$$P_2 = \frac{3(74.92 - 75.227)}{22.169} = -0.0415$$

نلاحظ أن $P_{1<0}$ ، $P_{2<0}$ وعليه فان منحنى التوزيع ملتوي نحو اليسار أي أن الالتواء سالب .

ثانيا :التفرطح

ويمكن قياس التفرطح باستخدام عدد من الطرق، ومنها طريقة العزوم ، حيث يحسب معامل التفرطح (**K**) بتطبيق المعادلة التالية :

$$k = \frac{\frac{1}{n}\sum (x-\bar{x})^4}{s^4} \qquad (٦-٥)$$

حيث أن المقدار $\sum (x-\bar{x})^4 / n$ هو العزم الرابع حول الوسط ، s هو الانحراف المعياري . ومعامل التفرطح في التوزيع الطبيعي يساوي **3** ، ومن ثم يمكن وصف منحنى التوزيع من حيث التفرطح ، والتدبب كما يلي :

- إذا كان **k=3** كان منحنى التوزيع معتدلا .
- إذا كان **k>3** كان منحنى التوزيع مدببا .
- إذا كان **k<3** كان منحنى التوزيع منبسطا (مفرطحا) .

مثال : اوجد معامل التفرطح للبيانات التالية : 66،85،52،78،80،91،74،58

xi	66	85	52	78	80	91	74	58	Σ	584
$(xi-\bar{x})$	-7	12	-21	5	7	18	1	-15	Σ	0
$(xi-\bar{x})^2$	49	144	441	25	49	324	1	225	Σ	1258
$(xi-\bar{x})^4$	2401	20736	194481	625	2401	104976	1	50625	Σ	376246

$$\bar{x} = 73$$

ومن البيانات أعلاه نجد أن:

$$Sd = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1258}{7}} = 13.406$$

$$\frac{1}{n}\sum(x-\bar{x})^2 = \frac{1}{8}(376246) = 47030.75$$

إذا معامل التفرطح هو:

$$K = \frac{47030.75}{(13.406)^4} = \frac{47030.75}{(32299.58)} = 1.456$$

إذا شكل توزيع بيانات الدرجات مفرطح.

خامسا: الارتباط

والانحدار

تمهيد :

الانحدار والارتباط من الأساليب الإحصائية المهمة والواسطة الانتشار والاستخدام لعرض وإيجاد العلاقة بين متغيرين إذا كانت وحدات القياس للمتغيرات من النوع المستمر مثلا لدراسة السوق يمكن استخدام الانحدار والارتباط لإيجاد العلاقة بين الأموال المخصصة للدعاية لبضاعة معينة ومقدار أو كمية البضاعة المباعة أو الربح لمقابل، يمكن استخدام أيا من وسائل الدعاية فيمكن استخدام معامل الارتباط لقياس بين المتغيرين أو الظاهرتين ويمكن أن نستخدم معادلة الانحدار لتقدير كمية الباعة من خلال تحديد مقدار المبلغ المخصص.

ونتطرق في الانحدار والارتباط إلى دراسة العلاقة بين متغيرين وهل هي خطية أم غير خطية وإذا كانت هناك ملاحظة بين المتغيرين فكيف نعبر عنها.

الارتباط الخطى البسيط

إذا كان الغرض من التحليل هو تحديد نوع وقوة العلاقة بين متغيرين ، يستخدم تحليل الارتباط ، وأما إذا كان الغرض هو دراسة وتحليل أثر أحد المتغيرين على الآخر ، يستخدم تحليل الانحدار، وفي هذا الفصل يتم عرض أسلوب تحليل الارتباط الخطي البسيط، أي في حالة افتراض أن العلاقة بين المتغيرين تأخذ الشكل الخطي ، وسوف يجرى حسابه في حالة البيانات الكمية ، والبيانات الوصفية المقاسة بمعيار ترتيبي.

تحليل الارتباط الخطى البسيط :

الغرض من تحليل الارتباط الخطي البسيط هو تحديد نوع وقوة العلاقة بين متغيرين، ويرمز له في حالة المجتمع بالرمز ρ (رو)، وفي حالة العينة بالرمز r ، وحيث أننا في كثير من النواحي التطبيقية نتعامل مع بيانات عينة مسحوبة من المجتمع، سوف نهتم بحساب معامل الارتباط في العينة r كتقدير لمعامل

الارتباط في المجتمع، ومن التحديد السابق للغرض من معامل الارتباط، نجد أنه يركز على نقطتين هما: نوع العلاقة:. وتأخذ ثلاث أنواع حسب إشارة معامل الارتباط كما يلي:

1- إذا كانت إشارة معامل الارتباط سالبة ($r < 0$) توجد علاقة عكسية بين المتغيرين، بمعنى أن زيادة أحد المتغيرين يصاحبه انخفاض في المتغير الثاني، والعكس.

2- إذا كانت إشارة معامل الارتباط موجبة ($r > 0$)توجد علاقة طردية بين المتغيرين، بمعنى أن زيادة أحد المتغيرين يصاحبه زيادة في المتغير الثاني، والعكس .

3- إذا كان معامل الارتباط قيمته صفرا ($r = 0$) دل ذلك على انعدام العلاقة بين المتغيرين.

قوة العلاقة:. ويمكن الحكم على قوة العلاقة من حيث درجة قربها أو بعدها عن (±1)، حيث أن قيمة معامل الارتباط تقع في المدى ($-1 < r < 1$)، وقد صنف بعض الإحصائيين درجات لقوة العلاقة يمكن تمثيلها على الشكل التالي:

معامل الارتباط البسيط لبيرسون

معامل ارتباط بيرسون الخطي لمجموعة n من الثنائيات الرتبة(X1، Y1) (X2، Y2)(X3)، Y3) ... (yn.xn) ونعبر عنه بالرمز R وهو مؤشر إحصائي يستخدم لقياس درجة أو قوة الارتباط الخطي بين متغيرين كميين (yi.xi) ويمكن تعريفه بالعلاقة الرياضية التالية :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})(y_i - \overline{Y})}{\sqrt{[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2][\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2]}}$$

حيث :

أو بالصيغة المختصرة $$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

مثال احسب معامل الارتباط بين المتغيرين x.y للبيانات التالية :

x	8	1	6	4	7	7	a
y	6	4	3	4	5	4	2

الحل :

xi	yi	xy	Xi^2	Yi^2
5	6	48	64	36
1	4	4	1	16
6	3	18	36	9
4	4	16	16	16
7	5	35	49	25
7	4	28	49	16
2	2	4	4	4
35	28	153	219	122

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$r = \frac{7.(153) - (35).(28)}{\sqrt{7.(219) - (47961)}\sqrt{7.(122) - (14884)}} = 0.62$$

مثال

فيما يلي المساحة المزروعة بالقمح بالألف هكتار، وإجمالي إنتاج اللحوم بالألف طن، خلال الفترة من 1995 **حتى عام** 2002.

السنة	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
المساحة	305	313	297	289	233	214	240	217
الكمية	592	603	662	607	635	699	719	747

والمطلوب: حساب معامل الارتباط بين المساحة والكمية، وما هو مدلوله ؟

الحل

بفرض أن (x) هي المساحة المنزرعة، (y) هي الكمية، ولحساب معامل الارتباط بين $(x \ , \ y)$ يتم تطبيق المعادلة $(2-6)$، وذلك على النحو التالي:

حساب الوسط الحسابي لكل من المساحة، والكمية $(\bar{x} \ , \ \bar{y})$.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2108}{8} = 263.5 \ , \ \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{5264}{8} = 658$$

حساب المجاميع

x	y	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$y-\bar{y}$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
305	592	41.5	1722.25	-66	4356	-2739
313	603	49.5	2450.25	-55	3025	-2722.5
297	662	33.5	1122.25	4	16	134
289	607	25.5	650.25	-51	2601	-1300.5
233	635	-30.5	930.25	-23	529	701.5
214	699	-49.5	2450.25	41	1681	-2029.5
240	719	-23.5	552.25	61	3721	-1433.5
217	747	-46.5	2162.25	89	7921	-4138.5
2108	5264	0	12040	0	23850	-13528

$$\sum(x-\bar{x})^2 = 12040 \ , \ \sum(y-\bar{y})^2 = 23850 \ ,$$
$$\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y}) = -13528$$

إذا معامل الارتباط قيمته هي:

$$r = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum(y-\bar{y})^2}} = \frac{-13528}{\sqrt{12040}\sqrt{23850}}$$
$$= \frac{-13528}{(109.727)(154.434)} = \frac{-13528}{16945.619} = -0.798$$

يوجد ارتباط عكسي قوي بين المساحة المزروعة، وكمية إنتاج اللحوم.

خصائص معامل الارتباط :

- عندما يكون r=- ارتباط معدوم لا توجد علاقة بين المتغيرين
- عندما يكون (+1. 1-) وجود ارتباط نسبي وجود علاقة نسبية عكسية أو طردية)
- عندما يكون r=1 وجود ارتباط تام (وجود علاقة عكسية أو طردية)

معامل الارتباط الرتبي: coefficient de corvélation

يستخدم معامل الارتباط الرتبي لدراسة الارتباط في حالة متغيرات كيفية حيث تستعمل رتبا تصاعدية أو تنازلية عوا عن القيم العددية للمتغيرات المدروسة ويعتبر من أصم معاملات الارتباط للرتب معامل سسيرمان الذي بعرف بالقانون :

حيث: تساوي nعدد ثنائيات(x.y) و dتساوي الفرق بين xوy

مثال يبين الجدول التالي ساعات النوم لعدد من المرضى قبل العلاج وبعد العلاج

المطلوب حساب معامل الارتباط بين ساعات النوم قبل وبعد العلاج

المرضى	1	2	3	4	5
x **عدد ساعات النوم قبل العلاج**	6	5	7	4	5
y **عدد ساعات النوم بعد العلاج**	9	4	9	7	6

الحل :

رقم المريض	عدد ساعات x النوم قبل العلاج	عدد ساعات y النوم بعد العلاج	رتبة X	رتبة Y	D	D^2
1	6	9	4	4.5	-0.5	0.25
2	5	4	2.5	1	1.5	2.25
3	7	9	5	4.5	0.5	0.25
4	4	7	1	3	-2	4
5	5	6	2.5	2	0.5	0.25
$\sum$	27	35				7

معامل الارتباط الرتبي

$$r = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\times 7}{5(25-1)} = 1 - 0.35 = 0.65$$

اذن الارتباط طردي واضح أن معامل ارتباط بيرسون مختلف عن معامل الارتباط لسبيرمان (معامل الرتب) ولكن الأدق هو معامل ارتباط بيرسون .

مفهوم الانحدار:

يقصد بالانحدار تقدير العلاقة بين متغيرات أحدها تابع ومتغير أو أكثر من المتغيرات المستقلة في صورة جبرية باستخدام البيانات المتوفرة عن المتغيرات بصياغة معادلة أو منحنى يفسر هذه العلاقة. وتعرف المعادلة المفسرة للعلاقة بمعادلة الانحدار. ونتناول فيما يلي نوعين للانحدار وهما الانحدار البسيط والانحدار المتعدد.

الانحدار الخطي البسيط:

يشرح تحليل الانحدار الكيفية التي يرتبط بها متغير بمتغير آخر، بصياغة معادلة تستخدم لتقدير قيمة غير معلومة لمتغير معين من خلال قيمة معلومة لمتغير آخر. فكبداية نبدأ برسم شكل الإنتشار للتأكد من وجود علاقة خطية تمثلها المعادلة:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i$$

ونظراً لوجود فرق بين قيم المتغير التابع النظرية وبين قيمته المشاهدة فإنه لابد لتقريب العلاقة إلى الحالة الحقيقية من إضافة المتغير العشوائي أو حد الاضطراب للعلاقة لتصبح:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + U_i$$

وتتمثل المشكلة الأساسية للاقتصاد القياسي في إيجاد قيم معاملات الانحدار a و bوالتي تعتبر تقديرات لقيم المعالم α و β في المجتمع، وهنا تستخدم طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) في تحديد هذه المعاملات. تمتاز طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية بسهولة تقديرها للمعلمات، وفعاليتها، ومنطقية النتائج المتحصلة بواسطتها، فهي تحقق أفضل خط للعلاقة المتوسطة بين المتغيرين حيث يكون مجموع مربع الانحرافات عند النهاية الصغرى. وتكون معلمات النموذج كالتالي:-

$$a = \overline{Y} - b\overline{X}$$

حيث أن:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} \quad , \quad \overline{Y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

مثال :

باستخدام بيانات الجدول التالي نقوم بحساب معلمات النموذج:

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$
1	5	1	25	5
2	7	4	49	14
3	8	9	64	24
6	14	36	196	84

55	121	25	11	5
162	324	81	18	9
91	169	49	13	7
72	144	36	12	6
507	1092	241	88	39

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{8(507) - (39)(88)}{8(241) - (39)^2} = \frac{4256 - 3432}{1928 - 1521} = \frac{624}{407} = 1.533$$

$$\overline{X} = \frac{39}{8} = 4.875$$

$$\overline{Y} = \frac{88}{8} = 11$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = 11 - 1.533(4.875) = 11 - 7.473 = 3.527$$

وبتقدير قيم كل من a و b تكون معادلة الانحدار على الممثلة للعلاقة السابقة كالتالي:-

$$y = 3.527 + 1.533\ x$$

وعلى ذلك فإنه إذا كانت قيمة X محددة و تساوي 6 ، فإن قيمة Y تكون:-

$$y = 3.527 + 1.533\ (6) = 3.527 + 9.198 = 12.725$$

سادسا:أرقام القياسية

تمهيد :

الأرقام القياسية هي طريقة مختصرة لوصف المتغيرات الاقتصادية وهي كثيرا لوصف التغير في الأسعار والكميات أو القيمة مع الزمن.

فالرقم القياسي للأسعار هو مقياس يبين لنا كيفية تغير مجموعة من الأسعار والرقم القياسي لتكاليف المعيشة يعطينا نسبة التغير في تكلفة المعيشة بين سنة وأخرى تقاس بتغير أسعار سلعة من المواد من وقت لأخر فمثلا لو قلنا أن الرقم القياسي لتكاليف المعيشة في الجزائر بلغ 180 في سنة 2005 مقارنة بنسبة 2000 فهذا يعني أن ما تحتاج إلى انفاقة عائلة في سنة 2005 لشراء عدد من المواد وعادة تحدد هذه المواد عند تعريف الرقم القياسي يزيد 80% كما كانت تحتاجه هذه العائلة سنة 2000.أي أن تكاليف الحياة قد ارتفعت 80% في سنة 2005 كما كانت عليه سنة 2000

ويمكن استعمال الأرقام القياسية لقياس التغير في الإنتاجية والبطالة ونمو الموارد ومعدلات الأجور وغيرها. ويستفاد من معرفة الأرقام القياسية لتكاليف الحياة في تقويم الزيادة في الرواتب والأجور .

أنواع الأرقام القياسية واستخداماتها :

1-الرقم القياسي للأسعار :الذي يقارن التغيير في السعر من فترة لأخرى.

2-الرقم القياسي للكميات : (الذي يقيس التغير في كمية احد المتغيرات مع الزمن

3-الرقم القياسي للقيمة : الذي يقيس الغير في القيمة المالية للمتغير، والرقم القياسي للقيمة بجمع التغير في الأسعار والكميات ويعتبر رقم قياسي أكثر دلالة ومعنى.

ومن أهم وجوه استخدام الأرقام القياسية تقدير الدخل الحقيقي ، ويعرف الرقم القياسي للدخل الحقيقي للفرد في سنة معينة سنة المقارنة إلى سنة أخرى (سنة الأساس) بأنه :

$$\text{الرقم القياسي للدخل الحقيقي} = \frac{\text{الرقم القياسي للدخل}}{\text{الرقم القياسي لتكاليف المعيشة}} .100$$

مثال : إذا كان الرقم القياسي لدخل الفرد سنة 2008 بالنسبة لسنة 2000 يساوي 160 وكان الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لسنة 2008 بالنسبة لسنة 2000 يساوي 195 فان الرقم القياسي للدخل الحقيقي $\frac{160}{195} \times 100\% = 82.5$ أي أن الدخل الحقيقي للفرد سنة 2008 (القوة الشرائية لدخل الفرد) أصبحت 5، 82% مما كانت عليه سنة 2000.

أنواع الأرقام القياسية :

الأرقام القياسية البسيطة

تعتمد هذه الأرقام في تركيبها علة قيمة ظاهرة أو قيم ظواهر (متغيرات) في أزمنة أو أماكن مختلفة، ويمكن حسابها بطريقتين وتقتصر في حسابها على الأسعار :

الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار :

وهو نسبة مجموع أسعار عدة سلع في نسبة ما (نسبة المقارنة) إلى مجموع أسعار هذه السلع في سنة أخرى (تسمى سنة الأساس).

فلو كان لدينا الجدول التالي حيث po سعر السلعة في سنة الأساس pn سنة المقارنة

السلعة	السعر سنة 2002 (سنة الأساس)	السعر سنة 2008 (سنة المقارنة)
1	Po1	Pn1
2	Po2	Pn2
.	.	.
.	.	.
.	.	.
(m)	Pom	pnm

فيكون الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار سنة 2008 مقارنة مع أسعاره 2002 هو :

$$I_c(p) = \frac{\sum p_1}{\sum p_0} \times 100$$

A: تدل على التجميعي (aggregate) ونضع p لتدل علة الأسعار(price) نصطلح على إعطاء الأرقام القياسية كنسبة مئوية ولذلك ضربنا العدد 100.

مثال : كانت الأسعار لبعض المواد الاستهلاكية كما في الجدول.

السلعة	السعر سنة 2002	السعر سنة 2008
السكر	200	300
الأرز	240	400
الشاي	1500	1800
القهوة	2200	4500
المجموع	4140	7000

المطلوب : احسب الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار باعتبار سنة 2002 سنة الأساس

الحل : الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار $I_c(p)=\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0}\times 100 \quad =\frac{7000}{4140}.100 \quad =169.1$

لاحظ انه يجب أن تكون وحدة الأسعار هي نفسها لجميع السلع

الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار:

وهو الوسط الحسابي للأرقام القياسية للسلع، إي أننا نجد الرقم القياسي لكل سلعة ثم نجد الوسط الحسابي لهذه الأرقام القياسية.

ومنه الصيغة الرياضية للرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار هو: $I_p(p)=\frac{1}{r}\left(\Sigma\frac{p_1}{p_0}\right)\times 100$

حيث r هو عدد السلعp تدل على النسبي وتضع

مثال2 : اوجد الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار من المثال السابق باعتبار سنة 2002 سنة أساس

الحل :

الرقم القياسي النسبي البسيط للأسعار 2008 هو:

$$I_p(p)=\frac{1}{r}\left(\Sigma\frac{p_1}{p_0}\right)\times 100 = \frac{1}{4}\left(\frac{300}{200}+\frac{400}{240}+\frac{1800}{1500}+\frac{4500}{2200}\right).100 =$$

$$\frac{641.21}{4} = 160.3$$

الأرقام القياسية المرجحة :

إن من سلبيات الأرقام القياسية البسيطة أنها تعطي جميع السلع الأهمية نفسها أي أنها لا تعطي أهمية أو وزنا التغير في سعر السلعة الأكثر استعمالا اكبر مما تعطيه للسلعة قليلة الاستعمال مما سبق من الضروري أن تكون لبعض السلع أهمية اكبر منها لسلع أخرى.

إن هذا الترجيح يعطينا الفرصة لاستعمال معلومات إضافية زيادة عن المعلومات المتعلقة بتغير الأسعار وتبقى مسالة تحديد الكمية (الوزن) الذي يستعمل مع السلع واحد من المتغيرات المهمة في الدراسة.

وهناك العديد من الأرقام القياسية التي تستعمل لدراسة الكميات.

الرقم لاسبير التجميعي للأسعار:

الرقم لاسبير التجميعي للأسعار هو نسبة ما تنفقه في سنة المقارنة إلى ما تنفقه في سنة الأساس على جميع السلع

إذا أردنا استهلاك نفس كميات سنة الأساس في الحالتين أي :

$$Laspeyr(p)=\frac{\Sigma p_1Q_0}{\Sigma p_0Q_0}\times 100 \quad \%$$

حيث: P_1: أسعار سن المقارنة

po: أسعار سنة الأساس

Qo: الكميات المستهلكة

واستعملنا الرمز L ليدل على لاسبير

الرقم القياسي لاسبير النسبي للأسعار :

$$W0=\frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_0 q0}\times 100\% \quad \text{حيث :} \quad \text{Ip(rl)=} \quad \frac{\sum Pn}{\sum p_0} W0\times 100\%$$

واستعمل الرمز(rl)= لاسبير النسبي

مثال: يبين الجدول التالي أسعار عدد السلع وكميات الاستهلاك للعائلة الواحدة شهريا

السلعة	السعر سنة 2003	كمية الاستهلاك سنة 2003	السعر سنة 2009	كمية الاستهلاك سنة 2009
السكر	220	7	350	8
الخبز	280	10	430	12
القهوة	1700	1.5	3000	1.5
اللحم	2800	5.5	4000	6.5

1- احسب الرقم لاسبير القياسي التجميعي لأسعار 2009 باعتبار 2003 سنة الأساس

2- احسب رقم لاسبير النسبي لأسعار 2009 باعتبار سنة 2003 سنة الأساس

الحل :

W0	P0.Q0	Q1	P1	Q0	P0	السلعة
$\frac{154}{2229}$	1540	8	350	7	220	السكر
$\frac{280}{2229}$	2800	12	430	10	280	الخبز
$\frac{255}{2229}$	2550	1.5	3000	1.5	1700	القهوى
$\frac{1540}{2229}$	15400	6.5	4000	5.5	2800	اللحم
1	22290					

$$Laspeyr(p) = \frac{\Sigma p_1 Q_0}{\Sigma p_0 Q_0} \times 100 \quad \% = \frac{1540 + 255 + 280 + 154}{2229}.100 = 149.2$$

نحسب أولا (wo) بالنسبة للسكر والخبز والقهوة واللحم ونضعه في العمود الأخير في الجدول

ثم نحسب الرقم لاسبير النسبي للأسعار حسب العلاقة :

$$Ip(rl) = \frac{\sum Pn}{\sum p_0} W0 \times 100\%$$

طريقة باش :

تتلخص هذه الطريقة باستعمال الكميات المستهلكة (او المنتجة) وقيمة الاسعار للكميات المستهلكة في سنة المقارنة أوزنا لأسعار المواد التي تدخل في حساب الرقمين القياسيين التجميعي والنسبي على التوالي.

رقم باش التجميعي للأسعار

نسبة ماتنفقه في سنة المقارنة إلى ما تنفقه في سنة الأساس على جميع السلع إذا أردنا استهلاك نفس كميات سنة المقارنة في الحالتين أي : $Ip(p)=\frac{\sum p_1 Q1}{\sum p_0 Q1}\times 100\%$

حيث : p1: أسعار سنة المقارنة

po : المقارنة سنة الأساس

Q1: الكميات المستهلكة أو المنتجة في سنة المقارنة

الرقم القياسي النسبي للأسعار هو : يرمز له بالرمز(Ip (rp

حيث $Ip(rp)=\frac{\sum p_1}{\sum p_0}W1\times 100\%$

(rp) تدل على باش النسبي، والكميات تعتمد على الأسعار لسنة المقارنة

مثال بالاعتماد على المثال السابق

- احسب رقم باش القياسي التجميعي لأسعار سنة 2009 باعتبار سنة 2003 سنة الأساس.
- احسب رقم باش القياسي النسبي لأسعار سنة 2009 باعتبار سنة 2003 سنة الأساس

الحل :

W1	P1.Q1	Po.Q1	الكمية 2009	السعر 2009	كمية الاستهلاك 2003	السعرسنة 2003	السلعة
280 / 3846	2800	1760	8	350	7	220	السكر
516 / 3846	5160	3360	12	430	10	280	الخبز
450 / 3846	4500	2550	1.5	3000	1.5	1700	القهوة
2600 / 3860	26000	18200	6.5	4000	5.5	2800	اللحم
	38460	25870					

1- الرقم باش القياسي التجميعي للأسعار هو:

$$Ip(p)=\frac{38460}{25870}\times 100\%=148.67$$

2- الرقم القياسي النسبي للأسعار هو : $Ip(rp)=\frac{\sum p_1}{\sum p_0}W1\times 100\% = 149.41$

الرقم القياسي الأمثل لفيشر :

$$Ip(F) = \sqrt{Ip(p).Ip(l)}$$

مثال: اوجد الرقم الأمثل لفيشر من المثالين السابقين

الحل : $Ip(F) = \sqrt{149.2.148.67}$

$$Ip(F) = 148.93$$

مثال :

يبين الجدول التالي الأسعار بالريالات و الكميات حسب وحدة بيع التجزئة لثلاث منتجات استهلاكية للسنتين 1988م و 1997م

السنوات / المنتجات	سنة 1988		سنة 1997	
	الكمية	السعر	الكمية	السعر
الأولى	5000	9	8500	12
الثانية	8000	25	15000	31
الثالثة	9000	14	19000	17

المطلوب إيجاد ما يلي :

1 – الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (1988) أي رقم لاسبير

2 – الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (1997) أي رقم باش

3 – الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس و سنة المقارنة أي رقم فيشر

الحل :

الجدول المساعد لحساب رقم لاسبير

المنتجات الاستهلاكية	P0Q0	P1Q0
الأولى	45000	60000
الثانية	200000	248000
الثالثة	126000	153000
المجموع	371000	461000

$$Ir = \frac{\sum P1Q0}{\sum P1Q0}\ 100 = \frac{461000}{371000}\ 100 = 124.25$$

و هذا يدل أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاث قد ارتفع في سنة 1997 بمعدل 24.25% و ذلك مقارنة بسنة 1988

الجدول المساعد لحساب رقم باش

المنتجات الاستهلاكية	P0Q1	P1Q1
الأولى	76500	102000
الثانية	37500	465000
الثالثة	266000	323000
المجموع	717500	890000

$$Ip = \frac{\sum P1Q1}{\sum P0Q1}\ 100 = \frac{890000}{717500}\ 100 = 124$$

و هذا يدل أن معدل الأسعار قد ارتفع في سنة 1997 بمعدل 24% مقارنة بسنة 1988

أما رقم فيشر

$$If = \sqrt{Ir.Ip} \quad = \sqrt{(124.25)(124)} = 124.1$$

وهذا يعني أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاث قد أرتفع بمعدل 24.1% في سنة 1997 مقارنة بسنة 1988

ملاحظه :

لاحظنا أن مستوى الأسعار قد زاد لان الأرقام جميعها اكبر من 100 و لكن لو كانت الأرقام أقل من 100 سوف يكون هناك انخفاض في الأسعار مثلاً لو كان الرقم القياس 86% معنى ذلك أن الأسعار انخفضت بمعدل 14% أي بمقدار الفرق بين 100% و 86%

المراجع:

1- محمد صبحي أبو صالح، مبادئ الإحصاء، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع ، 2010

2- دلال القاضي، سهيلة عبد الله، محمود البياتي، الإحصاء للإداريين والاقتصاديين، دار ومكتبة الحامد، عمان ، الأردن، 2003.

3- إبراهيم محمد البطانية، مبادئ الإحصاء الطلبة الإدراك.والاقتصاد، دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2010

4- محمد محمد جبر المغزي، الإحصاء التحليلي في البحوث لاقتصادية والاجتماعية، المكتبة العصرية للنشر والتوزيع جمهورية مصر العربية، المنصورة، 2011

5- محمد بوهزة، محاضرات في الإحصاء الوصفي، دار المحمدية العامة، 2011، الجزائر.

6- محمد يوسف أشقر، عبد اللطيف يوسف الصديقي ، أساسيات الإحصاء والاحتمالات، دار الراتب الجامعية، بيروت، 2001

7- محمد راتول، الإحصاء الوصفي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 2009.

8- عدنان كريم نجم الدين، سلسلة 250 سؤال وجواب في الإحصاء للاقتصاد والإدارة، دار وائل للنشر، عمان ، 2000، الطبعة الأولى

9- انس إسماعيل كنجو، الإحصاء والاحتمال مكتبة العبيكان الطبعة الأولى ، 2000.