REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de Technologie

Département du Génie Electrique

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Télécommunications

Spécialité : Systèmes des Télécommunications

Etude comparative de méthodes d'analyse Spectrale de signaux non-stationnaires : Application aux signaux multi composantes

---

Présenté par :

Assain Fatma Zohra

Bouras Hakima

Proposé et Dirigé par :

Mr. Rebiai Mohamed

Promotion 2020

REMERCIMENTS

NOUS REMERCIONS TOUT D'ABORD, DIEU DE M'AVOIR DONNE LA PUISSANCE,

LA VOLONTE ET LE COURAGE POUR ETABLIR CE MODESTE TRAVAIL DE RECHERCHE.

TOUTE NOTRE GRATITUDE ET NOS SINCERES REMERCIEMENTS A NOTRE ENCADREUR

MR REBIAI .M POUR SA DISPONIBILITE,

SON PROFESSIONNALISME ET SURTOUT, POUR SON SAVOIR FAIRE

ET SES EFFORTS POUR MENER A BIEN CE TRAVAIL.

NOTRE RESPECT AUX MEMBRES DE JURY QUI NOUS FERONT L'HONNEUR

D'EVALUER NOTRE TRAVAIL.

NOS REMERCIEMENTS S'ADRESSENT EGALEMENT L'ENSEMBLE DES ENSEIGNANTS QUI ONT CONTRIBUE A NOTRE FORMATION

ET A TOUS CEUX QUI ONT CONTRIBUE DE PRES OU LOIN

A L'ELABORATION DE CE TRAVAIL.

DEDICACES

Je dédie ce mémoire

A ma chère mère LOUIZA qui nous a quitte : Affable, aimable : tu représentes pour moi

le symbole de la bonté par excellence,

la source de tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cesse de m'encourager et de prier pour moi. Aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour exprimer ce que tu mérites pour tous les sacrifices que tu n'as cesse de me donner depuis ma naissance,

durant mon enfance et même a l'âge adulte.

A mon père qui m'a encouragé à aller de l'avant et qui m'a donne tout son amour.

A mes sœurs : ASMAA, ZINEB et IMENE. A mon petit frère FARES.

A toute ma famille et à tous ceux que j'aime

Et ma meilleur amie FATIMA qui me donne l'envie d'aller en avant et mes copines HAKIMA KHAOULA et MAROUA et touts mes amis et mes collègues

A tous ceux qui me sont chers MOULOUD et mon petit Bébé ADEM

FATMA ZOHRA ASSAIN

DEDICACES

À MES CHERS PARENTS

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être. Je vous remercie pour tout le soutien et l'amour que vous me portez depuis mon enfance et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours.

Puisse Dieu, le Très Haut, vous accorder santé, bonheur et longue Vie et faire en sorte que jamais je ne vous déçoive.

A MES CHERS ET ADORABLES FRERES ET SOEURS

MOHAMED qui nous a quitte, ABD ELNOUR et mon petit frère LARBI, GHANIA, SALIHA et FADILA et ma cousine HALIMA

Je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de succès et que Dieu le tout puissant, vous protège et vous garde.

A MON MEILLEUR AMIE HABIBA merci pour les très bons moments qu'on a partagés ensemble et ma binôme FATMA ZOHRA Sans oublier mes collègues SABEH AMEL SOUAD KHAOULA et MARWA

À toutes les personnes qui ont participé a L'élaboration de ce travail à tous ce que j'ai omis de citer.

Hakima Bouras

RESUMES

ملخص :

في كل هذا العمل. سوف نذكر أساسيات تحولات فورييه والمويجة و DWV ، ثم نكرس جهدنا لطريقة تحلل فورييه ؛ حيث سنعطي كل تعريفات وخصائص هذا الأخير للوصول إلى النقطة التي هي موضوع عملنا ، طريقة تحليل فورييه FDM . سوف نستشهد بأمثلة ملموسة حيث سنشرح لماذا من ناحية لم يعد تحويل فورييه قابلاً للتطبيق ومن ناحية أخرى لماذا تعتبر أداة مثل طريقة تحليل فورييه وسيلة مناسبة للحصول على نتائج مرضية

كلمات مفتاحية :تحولات فورييه, المويجة, طريقة تحليل فورييه.

Résumé :

Dans l'ensemble de ce travail; nous rappellerons l'essentiel de la transformation de Fourier TF, d'ondelette TO et de Wigner Ville DWV, ensuite nous nous consacrerons aux la méthode de décomposition de Fourier FDM; où nous donnerons l'ensemble des définitions et propriétés de ces dernières pour arriver en au point qui fait l'objet de notre mémoire, la limite de l'analyse de Fourier. Nous citerons des exemples concrets où nous expliquerons pourquoi d'un côté la transformée de Fourier n'est plus applicable et d'un autre pourquoi un outil comme la méthode de décomposition de Fourier est un moyen adéquat pour l'obtention des résultats satisfaisants.

Mots clés: TF, TO DWV, Méthode de Décomposition de Fourier FDM, analyse de Fourier.

ABSTRACT:

In this work, we will recall the main points of the Fourier TF, wavelet TO and Wigner Ville DWV transformations, then we will devote ourselves to the Fourier decomposition method FDM, where we will give all the definitions and properties of the latter in order to arrive at the point which is the subject of our paper, the limit of Fourier analysis. We will cite concrete examples where we will explain why, on the one hand, the Fourier analysis is no longer applicable and, on the other hand, why a tool such as the Fourier decomposition method is an adequate means to obtain satisfactory results.

Key word: TF, TO, DWV, Fourier Decomposition Method FDM, Fourier analysis.

TABLE DES MATIERS

TABLE DES MATIERS I
LISTE DES FIGURES III
LISTE DES TABLEAUX V
LISTE DES ACRONYMES VI
Introduction générale 1

CHAPITRE I : Analyse de Fourier et analyse temps-fréquence 3

I.1. Introduction 4
I.2. Définitions 4
I.2.1. Signal 4
I.2.2. Classification des signaux 4
I.2.3. Bruit 6
I.2.4. Rapport signal sur bruit 6
I.3. L'analyse de Fourier 6
I.3.1. Série de Fourier 7
I.3.2. Transformée de Fourier 8
I.3.2.1. Les propriétés de la transformée de Fourier 9
I.3.3. Transformée de Fourier à temps discret (TFTD) 10
I.3.3.1. Condition d'existence de la TFTD 10
I.3.3.2. Périodicité de la TFTD 10
I.3.3.3. TF inverse des signaux discrets 10
I.3.4. Transformée de Fourier Discrète (TFD) 11
I.3.4.1. Transformée de Fourier inverse des signaux discrets 12
I.3.4.2. TFD d'un signal périodique 12
I.3.4.3. Propriétés de la TFD 12
I.3.5. Des exemples et la déférence entre la SF, TF, TFTD et TFD 12
I.3.6. L'inconvénient de l'analyse de Fourier 13
I.4. L'analyse temps fréquence.. 14
I.4.1. Transformée de Fourier à court terme. 15
I.4.1.1. Inconvénients de la TFCT 15
I.4.2. La transformée de Gabor. 16
I.4.2.1. Définition 16
I.4.2.2. Inconvénients de La transformée de Gabor 16
I.4.3. Transformée en ondelettes 16
I.4.3.1. Origine du mot" Ondelette" 17
I.4.3.2. Définition 17
I.4.3.3. Principe de la transformée en ondelettes 17

TABLE DES MATIERES

I.4.3.4. Les familles d'ondelettes……..…...……..17
I.4.3.4.1. Exemples d'ondelettes continues.……..18
I.4.3.4.2. Exemples d'Ondelettes discrets…….……20
I.4.4. Distribution de Wigner Ville (DWV)..... 24
I.5. CONCLUSION 25

CHAPITRE II : Simulation Sur Matlab 26

II.1. Introduction 27
II.2. MATLAB 27
II.3. Transformée de Fourier 27
II.4. Série de Fourier 28
II.5. Transformée de Fourier discret TFD 30
II.6. Transformée de Fourier à temps discrète TFTD 31
II.7. Transformée de Fourier à court terme 32
II.8. Transformée de gabor 35
II.9. Transformée en ondelette 36
II.9.1. La différence entre la transformée en ondelette discrète (TOD) et la transformée en ondelette continue (TOC) 37
II.10. Distribution de Wigner ville 38
II.11. Conclusion 42

Chapitre III : Méthode De Décomposition De Fourier (FDM) 43

III.1. Introduction 44
III.2. LA méthode de décomposition de Fourier(FDM) 44
III.2.1. Définition……44
III.2.1.1. Méthode de décomposition de Fourier en temps continu ……45
III.2.1.2. Méthode de décomposition de Fourier discrète ……...48
III.2.2. Reconstruction optimale du signal dans le cadre de la méthode de décomposition de Fourier ……...50
III.2.2.1. Comparaisons entre le Fourier, l'ondelette, l'EMD-Hilbert et le FDM proposé dans l'analyse des données……..……..…….51
III.3. Simulation et Résultat d'un signal artificiel 52
III.4. Simulation et Résultat d'un signal réel 54
III.4.1. La parole ……54
III.4.2. Exemple de décomptions d'un signal parole par FDM……...54
III.5. Conclusion 59
Conclusion générale 60
Références bibliographiques VII

LISTE DES FIGURES

Figure I.1. Signal non-périodique et signal périodique 5
Figure I.2. Signal stationnaire et signal non stationnaire. 5
Figure I.3. Schéma d'un système de génération et de traitement du signal 7
Figure I.4. La transformée de Fourier discrète 11
Figure I.5. Transformée de Fourier d'un signal à fréquence variable. 14
Figure I.6. L'ondelette de Haar 19
Figure I.7. L'ondelette de Meyer 20
Figure I.8. La fonction d'échelle et la fonction d'ondelette de Haar 21
Figure I.9. Les ondelettes de Daubichi 21
Figure I.10. Ondelettes de Daubechies (db4) 22
Figure I.11. Ondelettes de Daubechies (db8) 22
Figure I.12. Les ondelettes de Symlets 23
Figure I.13. Ondelettes de Symlets (sym4) 23
Figure I.14. Ondelettes de Symlets (sym8) 24
Figure II.1. Les quatre signaux sinusoïdaux et leur transformée de Fourier 28
Figure II.2. Signal carré 29
Figure II.3. Série de Fourier du signal carré 29
Figure II.4. Le signal créneau 30
Figure II.5. Le spectre correspondant 31
Figure II.6. TFD d'un signal créneau 31
Figure II.7. Module du spectre de la fenêtre rectangulaire pour N = 10, en décibels (dB). 32
Figure II.8. Transformée de Fourier à court terme du signal stationnaire et non stationnaire 33
Figure II.9. Signal S 34
Figure II.10. La transformée de Fourier du signal S 34
Figure II.11. Présente le signal s et sous intrigue de T de s 35
Figure II.12. La transformée de gabor dans l'intervalle [4 6] 35
Figure II.13. La transformée de Fourier fenêtre dans l'instant 10s 36
Figure II.14. La transformée de Fourier fenêtre dans l'instant 4.5s 36
Figure II.15. Transformée en ondelette discrète 37
Figure II.16. Transformée en ondelette continue. 38
Figure II.17. Changement de la fréquence. 38
Figure II.18. Résultats de la distribution de Wigner-Ville 39
Figure II.19. Distribution de Wigner-Ville de la somme de trois sinusoïdes tronquées 40
Figure II.20. Interférences liées à la distribution Wigner-Ville 41
Figure III.1. Représente un signal multi-composant x(t) est sa transformée de Fourier 53
Figure III.2. La décomposition par FDM du signal artificiel 53
Figure III.3. Représentation temporelle du signal parole. 54
Figure III.4. (a) Signal parole originale $s(t)$ (b) Bruit blanc gaussien (c) Signal parole bruité $s_b(t)$ 55
Figure III.5. (a) Spectre du signal parole originale $s(t)$ (b) Spectre du bruit blanc gaussien (c) Spectre du signal parole bruité $s_b(t)$ 55
Figure III.6. Tronçon du signal traité (a) Tronçon du signal parole bruité , (b) Son spectre 56
Figure III.7. Des FIBFs de 1 à 6 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole $s_b(t)$ 56
Figure III.8. Des FIBFs de 7 à 12 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole $s_b(t)$ 57

LISTE DES FIGURES

Figure III.9. Des FIBFs de 13 à 18 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole $s_b(t)$ 57
Figure III.10. Des FIBFs de 19 à 24 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole $s_b(t)$.....58
Figure III.11. Reconstructions partielles successives du signal bruité (a) $s_{d1}(t) = \sum_{n=2}^{N} FIBF\ n$, (b) $s_{d2}(t) = \sum_{n=2}^{N} FIBF\ n$ (c) $s_{d3}(t) = \sum_{n=3}^{N} FIBF\ n$, (d) $s_{d4}(t) = \sum_{n=4}^{N} FIBF\ n$ (e) $s_{d5}(t) = \sum_{n=5}^{N} FIBF\ n$ (f) $s_{d6}(t) = \sum_{n=6}^{N} FIBF\ n$……..59

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1. Représenter la déférence entre SF, TF, TFTD et TFD 13
Tableau I.2. Familles d'ondelettes 18
Tableau III.1. Comparaison entre le Fourier, l'ondelette, l'EMD-Hilbert et le FDM 51

LISTE DES ACRONYMES

TF : Transformée de Fourier

SF : Série de Fourier

TFD: Transformée de Fourier Discrète

TFTD: Transformée de Fourier a Temps Discret

TFCT: Transformée de Fourier a court terme

TO: Transformée d'Ondelette

DWV: Distribution de Wigner Ville

TOD : transformée en ondelette discrète

TOC : transformée en ondelette continue

FDM: Fourier Décomposition Méthode

EMD: Décomposition Modale Empirique

FHS : le spectre de Fourier-Hilbert

FIBF: fonctions de bande intrinsèque de Fourier

CT-FDM: Méthode de décomposition de Fourier en temps continu

DT-FDM: Méthode de décomposition de Fourier en temps discret

LTH-FS : balayage basse à haute fréquence

HTL-FS : balayage haute à basse fréquence

IDFT: la transformée de Fourier discrète inverse

DOG: Ondelettes dérivées de gaussiennes

IP : phase instantanée

IF: Fréquence Instantanée

MFDM: Fourier Décomposition Méthode Multi varié

IE : Energie Instantanée

ZPF : La théorie de Fourier en Phase Zéro

Introduction générale

Le traitement du signal a pour principal objet la description des signaux liés au monde réel dans un but de traitement, d'identification, de compression, de compréhension ou de transmission. Dans ce contexte, les transformations linéaires ont toujours joué un très grand rôle, et parmi ces dernières, la plus célèbre et la plus anciennement étudiée est la transformation de Fourier (1822). Cette transformation permet, comme chacun sait, d'explorer la composition fréquentielle du signal et par ses propriétés de lui appliquer facilement des opérateurs de filtrage. Lors de cette transformation le signal est décomposé sur un ensemble de signaux de «base» qui sont les cosinus et sinus ou l'exponentielle imaginaire, mais, très tôt dans l'histoire du traitement du signal, il est apparu que la décomposition obtenue n'était pas toujours la plus satisfaisante et la première transformation en ondelettes (le nom n'est pas encore utilisé) est proposée par Haar en 1910. La transformée en ondelettes est un outil qui découpe les données, les fonctions ou les opérateurs en composantes fréquentielles suivant une résolution adaptée à l'échelle. Nous pourrions parler dans leur cas de «pré-ondelette». Mais le premier à avoir utilisé la méthode et le premier à avoir proposé le nom d'ondelettes fut Jean Morlet (1983). Le problème traité par Morlet était celui de l'analyse de données issues de sondages sismiques effectués pour des recherches géologiques ; ces données faites de nombreux transitoires sont particulièrement adaptées à une technique d'analyse conservant la notion de localisation de l'événement tout en fournissant une information sur son contenu fréquentiel ce qui est tout l'intérêt de ce type de transformation. Les résultats obtenus par Morlet et formalisés par le physicien Alex Grossmann ont rapidement éveillé l'attention de nombreux chercheurs et bientôt des bases mathématiques solides ont été mises en place faisant apparaître la notion de base orthogonale (Y. Meyer 1985), d'analyse multi résolution (S. Mallat 5 (1989) et d'ondelettes à support compact (I. Daubechies 1988). depuis de nombreuses décennies, il existe une perception générale dans la littérature que les méthodes de Fourier ne conviennent pas à l'analyse de données non linéaires et non stationnaires.

Dans ce projet, nous proposons l'utilisation une méthode récente de décomposition de Fourier (FDM) innovante et adaptative, basée sur la théorie de Fourier , et démontrons son efficacité pour l'analyse de séries chronologiques non linéaires et non stationnaires. Le FDM proposé décompose toutes les données en un petit nombre de «fonctions de bande intrinsèque de Fourier (FIBF). Le FDM présente une expansion de Fourier généralisée avec des amplitudes et des fréquences variables d'une série chronologique par la méthode de Fourier

elle-même. Nous proposons une idée de FDM multi varié (MFDM) à base de bancs de filtres à phase zéro, pour l'analyse de séries temporelles non linéaires et non stationnaires multi variées, en utilisant le FDM. Donc pour atteindre à ce but on a travaillé comme suite :

Dans le premier chapitre on a parlé et on a détaillé le signal, les transformées de Fourier et quelque propriétés pour chacune et nous expliquons comment passer d'une transformation à une autre, à travers des négatifs et des problèmes qui entravent la description des signes, qui nous donnent des informations incomplètes à leur sujet, ainsi que comment les scientifiques ont pu trouver des résolutions pour cela.

Ensuite Dans le deuxième chapitre, on applique sur le logiciel Matlab des transformées de Fourier dont nous avons discutés dans le premier chapitre et on explique ces résultats.

Enfin arrivants au dernier chapitre qui contient la transformation innovante, qui est FDM, dont nous allons apprendre comment fonctionne cette transformation. Puis nous avons simulé des résultats expérimentaux de la méthode de décomposition de Fourier sur Matlab en utilisant un signal artificiel et un signal de parole.

CHAPITRE I : Analyse de Fourier et analyse temps-fréquence

I.1. Introduction

L'analyse de Fourier est une méthode qui permet d'analyser un signal sur son comportement fréquentiel et ses propriétés. Les approches portant sur le domaine fréquentiel sont basés sur l'analyse par la transformation de Fourier (TF), Cette méthode s'adapte avec les types des signaux stationnaires Les analyses dans le domaine temps-fréquence permettent de représenter dans ces deux espaces les signaux non stationnaires. Dans cette catégorie, à part la Transformation de Fourier à Fenêtre Glissante (TFFG), opération à partir de laquelle est déterminé le spectrogramme, la distribution de WIGNER-VILLE constitue une méthode d'analyse assez utilisée en traitement du signal Transformation de Gabor .Enfin la décomposition en ondelettes. Ce chapitre définit ces méthodes d'analyse, et décrit leurs principes.

I.2. Définitions

I.2.1. Signal

Un signal est la représentation physique de l'information qui peut parfois varier dans le temps ou l'espace. Cette information transporte de sa source à son destinataire. Il sert de vecteur à une information. Il constitue la manifestation physique d'une grandeur mesurable (courant, tension, force, température, pression, etc.) [1].

I.2.2. Classification des signaux

Les techniques utilisées pour traiter des signaux ou analyser la réponse d'un système à un signal dépendent énormément des attributs et des caractéristiques de ces signaux. Ainsi, tout traitement du signal doit nécessairement commencer par une classification de ces signaux.

- **Signaux déterministes:** ils sont appelés aussi des signaux certains, car ils sont parfaitement déterminés par la connaissance ou la mesure d'un nombre fini de paramètres.

Ces signaux peuvent être :

- non périodiques ou impulsionnels : ce sont des signaux de type transitoire non répétitifs représentant un phénomène dont l'énergie d'activation a été fournie à un instant donné et se dégrade dans les éléments dissipatifs du système.
- périodiques : ce sont des signaux à puissance finie, ou énergie n'est pas bornée.

En effet ces signaux décrivent des régimes permanents [1].

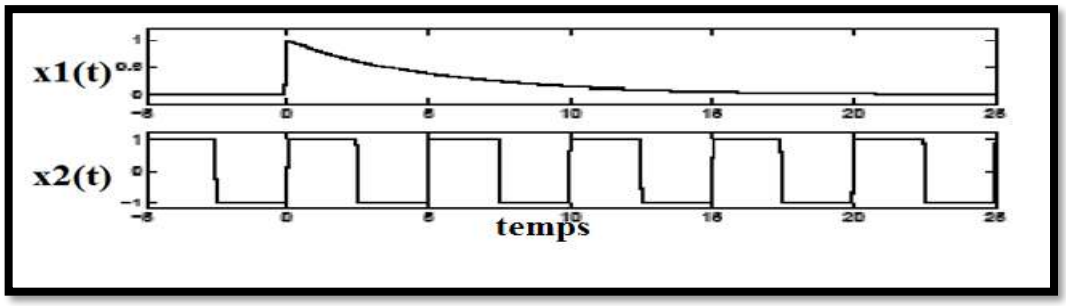


Figure I.1. *Signal non-périodique et signal périodique*

– **Signaux aléatoire :** il est appelé aussi signal processus aléatoire ; Un signal x est dit aléatoire ou stochastique si à chaque instant t sa valeur x(t) ne peut pas être déterminée de façon certaine car dépendante du hasard la plupart des signaux naturels sont aléatoires, car ils ont un caractère non-reproductible et imprévisible, exemple de tels signaux : signaux reçus par un radar, de la parole, de l'électrocardiogramme,….

On peut également classer le signal soit suivant sa représentation continue, où il prendre toutes les valeurs possibles sur un intervalle fini ou infini, soit suivant sa représentation discret (digital), ou bien suivant sa valeur réelle ou complexe [1].

On peut citer :

- Les signaux stationnaires dont les caractéristiques statistiques ne changent

Pas Au cours du temps.

- Les signaux non-stationnaires dont le comportement statistique évolue au cours du temps (Ex : la parole).

La figure suivante montre les différents types de signaux (signal non-périodique, signal périodique, signal stationnaire, signal non-stationnaire) :

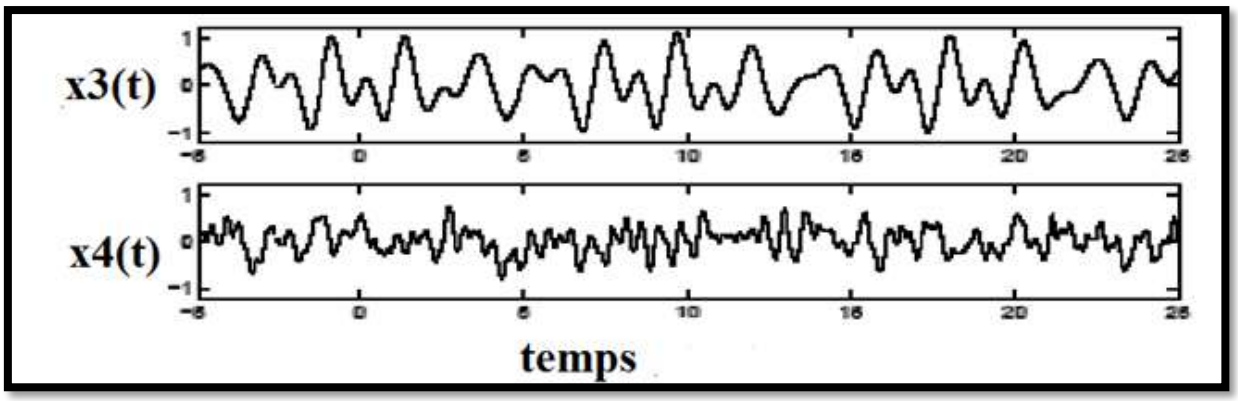


Figure I.2. *Signal stationnaire et signal non stationnaire* [1].

I.2.3. Bruit

Est défini comme tout phénomène perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal, par analogie avec les nuisances acoustiques (interférence, bruit de fond, etc.).

- La différentiation entre le signal et le bruit est artificielle et dépend de l'intérêt de l'utilisateur :les ondes électromagnétiques d'origine galactique sont du bruit pour un ingénieur des télécommunications par satellites et un signal utile pour les radioastronomes [2].

I.2.4. Rapport signal sur bruit

Le rapport signal sur le bruit (SNR) qui signifie en anglais (signal to noise ratio), c'est le rapport des puissances entre :

- Le signal d'amplitude maximale.
- Le bruit de fond [2].

I.3. L'analyse de Fourier

Le traitement du signal est un ensemble de technique permettant de créer, d'analyser, de transformer les signaux en vue de leur exploitation [2].

En réalité il ya un capteur physique est un dispositif qui transformé un grandeur physique (par exemple le son , la température…) en un signal électrique s(t)[3], ce dernier signal par la suite comme touts les signaux d'un système électronique sont caractérisés par une bande passante qui fait d'analyser fréquentiel d'un notre signal s(t), ensuite on fait le traitement par le système physique qui composer par l'analyseur de Fourier et chaine de traitement, c'est souvent un signal d'entrée complexe que nous obtenons d'un capteur physique comme un signal carré ou triangle, ces signaux nous donnent aucune information, donc il faut décomposer un signal compliqué en une somme de sinusoïdes(cos+sin)[4] .

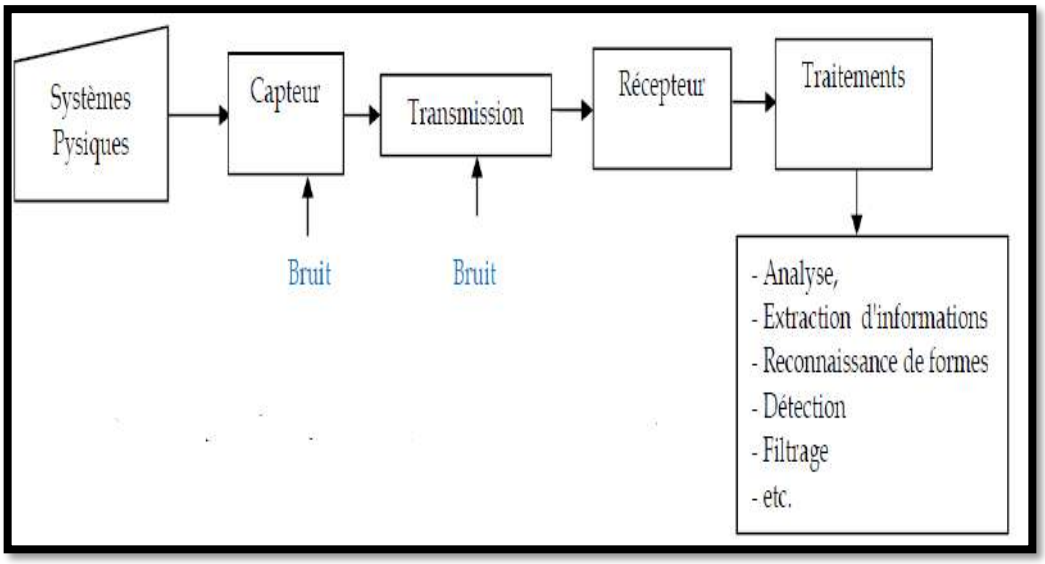


Figure I.3. *Schéma d'un système de génération et de traitement du signal*

Il ya différent modèle pour décomposer ce signal en signal simple :

- Modèle périodique basé sur :
  - La Série de Fourier (spectre discret).
  - La Transformée de Fourier à temps discret (spectre continu)
- Modèle Non périodique basé sur :
  - La Transformée de Fourier (spectre continu).
  - La Transformée de Fourier discret (spectre discret)

I.3.1. Série de Fourier

Une série de Fourier est une expansion d'une fonction périodique s(t) de période T, il est possible s'exprimer par somme infinie de sinus et cosinus qui sont plus simples à manipuler physiquement et mathématiquement [5].

La série de Fourier d'une fonction s(t) périodique de période T est définie par :

$$S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(nwt) + b_n \sin(nwt)] \quad (I.1)$$

Le a_0, les $a_n$et les $b_n$sont appelée les coefficients de Fourier, sont définies par :

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt \text{ et } a_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\cos(nwt)dt \quad (I.2)$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\sin(nwt)dt \quad (I.3)$$

On a deux cas pour la fonction s (t) :

- s(t) est paire : si la courbe de la fonction est symétrique par rapport de l'axe vertical : $b_n = 0$
- s(t) est impaire : si la courbe de la fonction est symétrique par rapport l'origine de repère : $a_n = 0$ [6].

$$S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}[a_n \cos(nwt) + b_n \sin(nwt)]$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}[\ a_n \left(\frac{e^{jnwt} + e^{-jnwt}}{2}\right) + b_n \left(\frac{e^{jnwt} - e^{-jnwt}}{2j}\right)]$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}[\ \frac{a_n - jb_n}{2}\ e^{jnwt} + \frac{a_n + jb_n}{2}\ e^{-jnwt}] \qquad \text{(I.4)}$$

En posant

$c_n = \frac{a_n - jb_n}{2}$ et $c_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2} = \overline{c_n}$

Et on peut écrire :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n\, e^{jnwt} + \sum_{-n=1}^{+\infty} c_{-n}\, e^{-jnwt} = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n\, e^{jnwt} + \sum_{n=-1}^{-\infty} c_n\, e^{jnwt}$$

$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n\, e^{jnwt}$ Avec $c_n = \frac{a_n - jb_n}{2} = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)\cos(nwt)\,dt - j\frac{1}{T}\int_0^T s(t)\sin(nwt)\,dt$

$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)e^{-jnwt}dt$

D'où on déduit $c_n = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)e^{-jnwt}dt$

Avec $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n\, e^{jnwt}\ pour\ tout\ n$ (I.5) [7].

I.3.2. Transformée de Fourier

La transformée de Fourier est une opération qui permet de représenter en fréquence (développement sur une base d'exponentielles) des signaux qui ne sont pas périodiques. Il s'agit de l'analogue des séries de Fourier pour les fonctions périodiques (développement sur la base de fonctions sinusoïdales). Une fonction non périodique pouvant être considérée comme une fonction dont la période est infinie. Ce passage à la limite nous fait passer des séries aux intégrales [8].

$$TF[s(t)] = S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j2\pi ft}dt \qquad \text{(I.6)}$$

La transformée de Fourier inverse peuvent s'exprimer sous forme :

$$TF^{-1}[S(f)] = s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f)e^{+j2\pi ft}df \quad \text{(I.7)}$$

I.3.2.1. Les propriétés de la transformée de Fourier

- Parité **:**

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, e^{-j2\pi ft}dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\,[\cos(2\pi ft) - jsin(2\pi ft)]dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\cos(2\pi ft)\,dt - j\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\,sin(2\pi ft)dt$$

Si s est paire : $S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\cos(2\pi ft)\,dt = 2\int_{0}^{+\infty} s(t)\cos(2\pi ft)\,d$

Si s est impaire : $S(f) = -j\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\,sin(2\pi ft)$ (I.8)

- Conjugaison :

$$\mathrm{TF}[\bar{s}(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{s}(t)e^{-j2\pi ft}dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{s(t)e^{+j2\pi ft}}dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{s(t)e^{-j(-2\pi f)t}}dt = \overline{S(-f)} \quad \text{(I.9)}$$

- Linéarité :

$$a_1 s_1(t) + a_2 s_2(t) \underset{TF^{-1}}{\overset{TF}{\rightleftarrows}} a_1 S(f) + a_2 S(f) \quad , \qquad a_1, a_2 \in \mathcal{R} \quad \text{(I.10)}$$

- Changement d'échelle :

$$s(at) \underset{TF^{-1}}{\overset{TF}{\rightleftarrows}} \frac{1}{|a|} * S(\frac{f}{a}) \quad \text{(I.11)}$$

- Décalage temporel (translation temporel) :

$$s(t - t_0) \overset{TF}{\rightarrow} S(f)e^{-j2\pi ft_0} \quad \text{(I.12)}$$

- Décalage fréquentiel (modulation) :

$$s(t)\, e^{j2\pi f_0 t} \overset{TF}{\rightarrow} S(f - f_0) \quad \text{(I.13)}$$

- Convolution :

$$s(t)h(t) \overset{TF}{\rightarrow} S(f).H(f) \quad \text{(I.14)}$$

- Dérivation :

$$\frac{d^n s(t)}{dt^n} \overset{TF}{\rightarrow} (j2\pi f)^n S(f) \qquad \text{Et} \qquad (j2\pi t)^n s(t) \overset{TF}{\rightarrow} \frac{d^n S(f)}{df^n}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)^2| df \quad \text{(I.15) [8].}$$

I.3.3. Transformée de Fourier à temps discret (TFTD)

La transformée de Fourier à temps discret est un cas particulier de la transformée de Fourier, qui ne s'applique que sur des signaux temps discret non-périodiques et a essentiellement les mêmes propriétés que la transformée de Fourier à temps continu, et ces propriétés jouent des parallèles en temps continu et en temps discret [9].

Soit *s*(*n*) un signal discret. La TFTD S(f) de ce signal est donnée par l'expression :

$$S(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} s(n) e^{-j2\pi fn} \quad \text{(I.16)}$$

f est une variable continue [9].

I.3.3.1. Condition d'existence de la TFTD

La TF d'un signal discret *s*(*n*) existe si $\sum_{-\infty}^{+\infty} s(n) < +\infty$

C'est-à-dire : Si le signal est absolument sommable.

L'existence de la TFTD est donc liée à la convergence absolue de la série s (n) [10].

I.3.3.2. Périodicité de la TFTD

Soit S(f) la TFTD du signal discret s(n) : $S(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} s(n) e^{-j2\pi fn}$

$$S(f+1) = \sum_{-\infty}^{+\infty} s(n) e^{-j2\pi(f+1)n}$$

$$S(f+1) = \sum_{-\infty}^{+\infty} s(n) e^{-j2\pi fn} e^{-j2\pi n}$$

Donc $$S(f+1) = S(f) \quad \text{(I.17)}$$

- La TF des signaux discrets est périodique de période f=1[10].

I.3.3.3. TF inverse des signaux discrets

Comme la TF des signaux discrets est périodique de période 1, l'expression de la TFTD inverse est donnée par :

$$s(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{2\pi jfn} \, \partial f \quad \text{(I.18)}$$

S (n): signal discret (support discret)

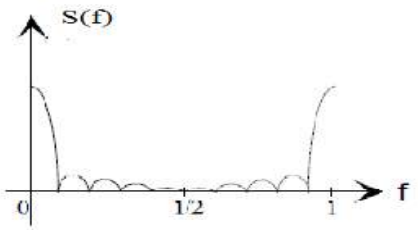
En fonction de la nature (périodique ou non) de S(n), on a deux types de

Représentation spectrale possibles :

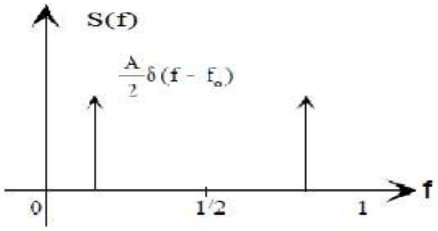
s (n) périodique → TFTD → *S* (*f*) est a support continu

s(*n*) non périodique → TFTD → *S*(f) est a support discret

Ex : $s(n) = \begin{cases} 1 & n \in [-N \quad (N-1)] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$



Ex : $s(n) = A\cos(2\pi n f_0)$



Remarque : Globalement, la TFTD possède les mêmes propriétés que la TF

On veut calculer la TF d'un signal discret à l'aide d'un calculateur mais il y a des difficultés sont :

- Le calcul de la TF nécessite une infinité de points de mesures x(n) (pas toujours possible dans la pratique : contraintes temps réel, etc.).
- Le calculateur ne peut calculer une TFTD car sa réponse fréquentielle est forcément discrète = un nombre fini de points fréquentiel f_n, alors que f varie continûment ...

Alors la solution est Transformée de Fourier Discrète [10].

I.3.4. Transformée de Fourier Discrète (TFD)

La TFD évaluée sur un nombre *L* de points fréquentiels d'un signal discret est définie par :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{kn}{L}} \qquad \text{(I.19)}$$

N : nombre de points temporels.

n : variable temporelle *n* = 0, …, *N*-1.

L : Nombre de points fréquentiels.

k : variable fréquentielle *k* = 0, …, *L*-1.

Remarque : X (k) est périodique de période L [11].

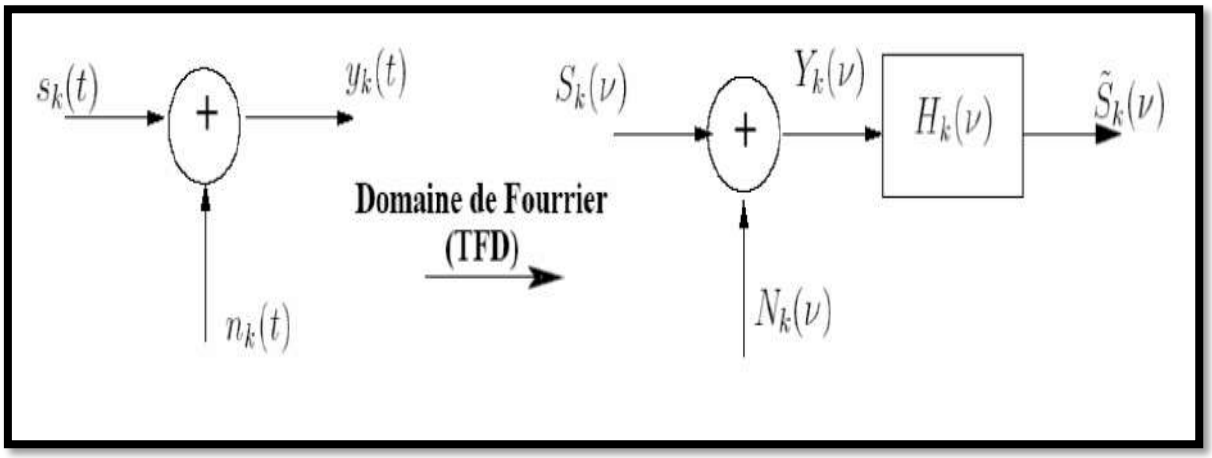


Figure I.4. *La transformée de Fourier discrète* [11].

I.3.4.1. Transformée de Fourier inverse des signaux discrets

La TFD inverse est : $x'(n) = \frac{1}{L}\sum_{k=0}^{L-1} X(k) e^{j2\pi\frac{k}{L}n}$ (I.20)

x'(n) est une suite périodique de période L.

La discrétisation de X (k) a entrainé une périodisation de x(n).

Dans la suite, sans perte de généralités et sauf mention contraire, on considérera L=N [11].

I.3.4.2. TFD d'un signal périodique

On applique la TFD a un signal périodique, Soit $x_p(n)$ est un signal périodique de periode *N*. Pour calculer sa TFD, on se restreint à une période :

- La TFD $X_p(K) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)\, e^{-j2\pi n\frac{K}{N}}$ (I.21)
- La TFD inverse $x(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_p\,(n) e^{-j2\pi n\frac{k}{N}}$ (I.22)
- Si x(n) est une suite périodique de période N et x(n) coïncide exactement avec $x_p(n)$

Ce n'est pas le cas pour un signal quelconque.

Suite x(n)périodique de période N $\underset{TFD\ inverse}{\overset{TFD}{\rightleftarrows}}$ Suite X(k) periodique de periode N [11].

I.3.4.3. Propriétés de la TFD

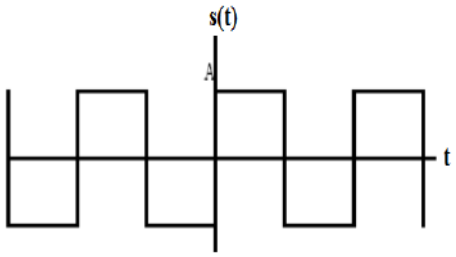
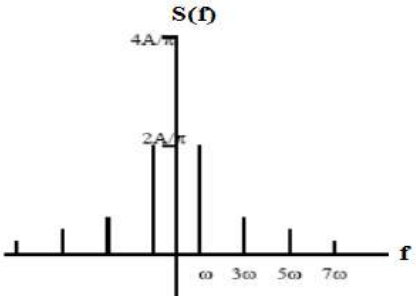
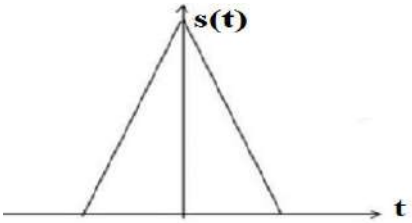
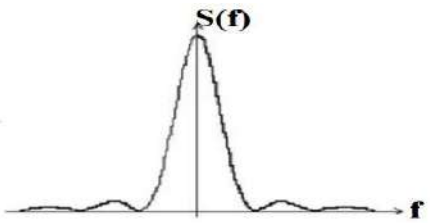
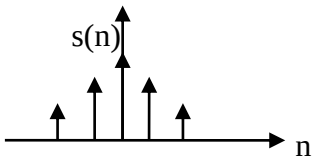
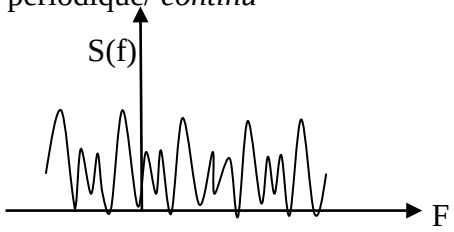
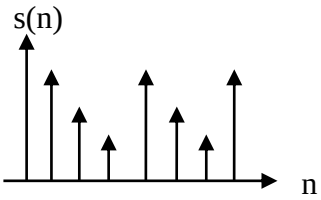
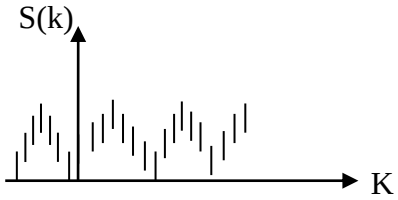
La TFD possède les propriétés classiques de la TFTD mais tous les calculs D'indice *k* et *n* se font modulo *N :*

- Périodicité $X(k)$est periodique de periode N
- Linéarité $a.x(n) + b.y(n) \rightarrow aX\,(k) + bY(k)$ (I.23)
- Décalage temporel $x(n - n_0) \rightarrow X(k)e^{-j2\pi n_0\frac{k}{N}}$ (I.24)
- Décalage fréquentiel ou modulation $x(n)e^{j2\pi n\frac{k_0}{N}} \rightarrow X(k - k_0)modN)$ (I.25) [11].

I.3.5. Des exemples et la déférence entre la SF, TF, TFTD et TFD

Le tableau suivant représenter la déférence entre la SF, TF, TFTD et TFD :

Tableau I.1. *Représenter la déférence entre SF, TF, TFTD et TFD.*

	Temps	Fréquence
Sérié de Fourier (SF)	Périodique/ continu 	*Discret* 
Transformée de fourrier (TF)	apériodique/ continu 	apériodique */continu* 
Transformée de Fourier à temps discret (TFTD)	Apériodique/ discret 	périodique/ *continu* 
Transformée de Fourier discret (TFD)	Périodique/ discret 	Périodique/ discret 

I.3.6. L'inconvénient de l'analyse de Fourier

Malgré son immense succès, cette technique a plusieurs défauts, en particulier son manque évident de localisation temporelle. En effet, l'analyse de Fourier permet de connaître les différentes fréquences excitées dans un signal, c'est-à-dire son spectre, mais ne permet pas de savoir à quels instants ces fréquences ont été émises. Cette analyse donne une information

globale et non locale, car les fonctions d'analyse utilisées sont des sinusoïdes qui oscillent indéfiniment sans s'amortir. Cette perte de localité n'est pas un inconvénient pour analyser des signaux dont la structure n'évolue pas ou peu (statistiquement stationnaires), mais devient un problème pour l'étude de signaux non stationnaires [12].

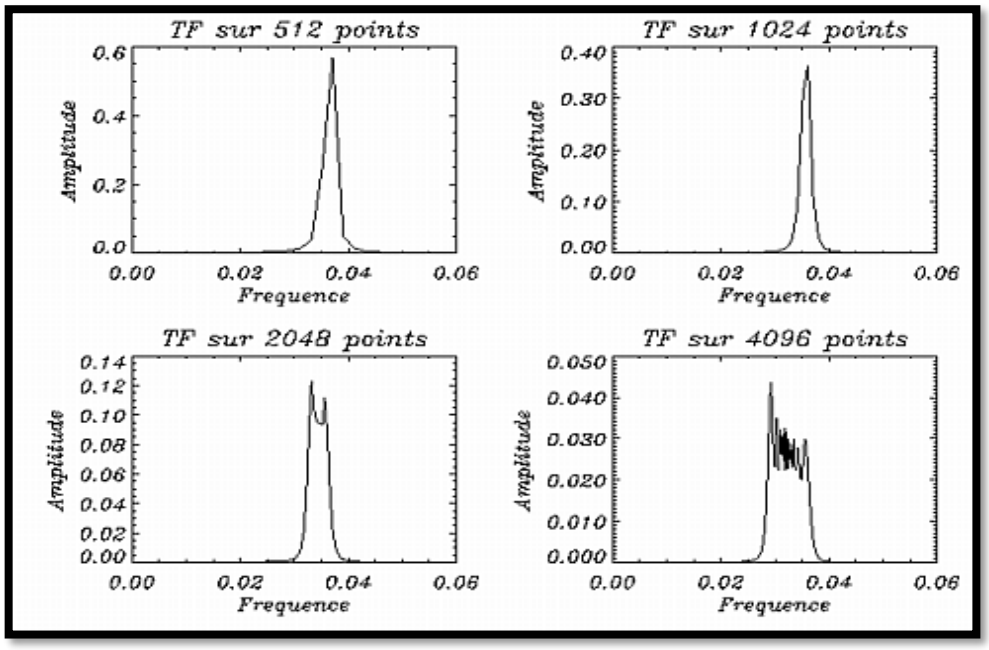


Figure I.5. *Transformée de Fourier d'un signal à fréquence variable* [12].

La figure précédente représente quatre transformées de Fourier d'un signal :

$$x(t) = sin\,(2\pi t \frac{1}{27+0.001t}) \tag{I.26}$$

Avec la fréquence de ce signal est variable. Mais chaque dessin est calcule la transformée de Fourier sur des points différents. Nous remarquent que le premier schéma est montre l'existence d'un pic alors que le dernier schéma montre l'existence d'une bande de fréquence très mal définie. La transformée de Fourier n'est pas outil adapté a l'étude de signaux dont la fréquence varie dans le temps.

I.4. L'analyse temps fréquence

Nombreux sont les domaines d'application de la transformation de Fourier, parmi ces derniers, on compte le traitement de signal, un domaine qui est intéressant mais surtout abordé par plusieurs chercheurs vu le nombre important de solutions qu'il a apporté aux problèmes posés dans le monde réel. Il s'est avéré que la transformation de Fourier n'était pas toujours

un bon moyen pour aboutir aux résultats cherchés. A cet effet, nous voulions comprendre son handicap et de savoir s.il y a existence d'un autre moyen qui passera ce cap [13]?

La nature non stationnaire des signaux et des systèmes non linéaires nécessite la représentation temps-fréquence. Dans le signal du domaine temporel, les informations de fréquence sont dérivées de la phase du signal analytique de Gabor qui est pratiquement obtenue par la transformée de Fourier inverse. Cette étude présente une analyse temps-fréquence par la transformée de Fourier qui mappe le signal du domaine temporel dans le domaine fréquentiel. Dans cette étude, nous dérivons les informations temporelles de la phase du signal dans le domaine fréquentiel et obtenons la représentation temps-fréquence [14].

I.4.1. Transformée de Fourier à court terme

La transformée de Fourier à court terme (TFCT) est l'une des méthodes d'analyse linéaire temps-fréquence qui peut fournir un spectre localisé dans le domaine temporel en appliquant la transformée de Fourier dans une fenêtre temporelle localisée [15].

La paire STFT est donnée par :

$$X[m,n] = \sum_{K=0}^{L-1} x[k-m]e^{-j2\pi n\frac{K}{L}}$$

$$x(k) = \sum_m \sum_n X[m,n]g[k-m]\, e^{-j2\pi n\frac{k}{L}} \qquad \text{(I.27)}$$

Où x [k] désigne un signal et g [k] désigne une fonction de fenêtre à point L. D'après ces deux dernier équations la STFT de x [k] peut être interprétée comme la transformée de Fourier du produit x [k] g [k – m] [15].

I.4.1.1. Inconvénients de la TFCT

- Une fois la fenêtre choisie, la résolution fréquentielle et temporelle sont à leur tour définitivement fixée.
- Le signal doit être stationnaire dans la fenêtre utilisée par la TFCT.
- Une fenêtre étroite permet d'obtenir une bonne localisation du signal en temps par contre la localisation fréquentielle sera mauvaise.
- Une fenêtre temporel large conduit à une à une mauvaise résolution temporelle et une bonne résolution fréquentielle.
- Du moment où la longueur de la fenêtre est fixée une fois pour toute, l'analyse simultanée [16].

I.4.2. La transformée de Gabor

La transformation de Fourier ne permet pas de faire l'analyse d'un signal en temps. Localement, puisqu'il faut le connaître sur R c'est à dire que La transformation de Fourier n'étudie pas un signal en temps et en fréquence ; alors qu'il est impératif de le savoir. Ainsi, trouver un moyen de surpasser ce cap est d.une grande importance.

Pour ce faire on introduit la transformation de Fourier à fenêtre glissante, due à Dr. Gabor dans les années 1940. Mais la largeur fixe de la fenêtre empêche une bonne analyse des sauts du signal. La décomposition en ondelettes, étudiée plus loin, semble résoudre ce problème [13]**.**

I.4.2.1. Définition

Parmi toutes sortes de fonctions de fenêtre, la fonction de Gabor est prouvée pour atteindre la borne inférieure et réalise la meilleure résolution analytique dans le domaine commun. Cette fonction est une gaussienne modulée par un signal sinusoïdal et représentée ci-dessous [17]:

$$\varphi(t) = exp(-\alpha^2 t^2)(j2\pi fot)$$

$$\Phi(f) = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^2}}(-\pi^2/a^2(f-fo)^2) \qquad \text{(I.28)}$$

I.4.2.2. Inconvénients de La transformée de Gabor :

On peut cependant noter un inconvénient majeur de la méthode de Gabor. En effet, la fenêtre de longueur fixe ce qui est un handicap important lorsqu'on veut traiter des signaux dont les variables peuvent avoir des ordres de grandeur très variables. Il serait donc intéressant de pouvoir faire varier cette fenêtre non seulement par translation mais également par dilatation et contraction en fonction des caractéristiques du signal et de ce que l'on veut mettre en évidence [13].

I.4.3. Transformée en ondelettes

La Transformée en ondelettes (**T.O**), est une approche analytique très intéressante, elle facilite le problème de la résolution par l'application d'une analyse multi-résolution sur le signal étudié. Comme son nom indique, cette analyse permet d'avoir des résolutions temporelles et fréquentielles différentes [18].

I.4.3.1. Origine du mot" Ondelette"

Le terme "ondelette" a été introduit par Jean Morlet et Alex Gossmann au début des années 1980. Terme initialement français, il a été ensuite traduit en anglais par "wavelet", avec le terme "wave" (Onde) et "let" (Petite) [18].

I.4.3.2. Définition

La transformée en ondelettes est similaire à la transformée de Fourier (et encore plus à la transformée de Fourier locale) avec une fonction de mérite complètement différente. La différence principale est la suivante : la transformée de Fourier décompose le signal en sinus et en cosinus, c'est-à-dire en fonctions localisées dans l'espace de Fourier, contrairement à la transformée en ondelettes qui utilise des fonctions localisées à la fois dans l'espace réel et dans l'espace de Fourier. De manière générale, la transformé en ondelettes peut être exprimée avec l'équation suivante :

$$F(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi^{*}_{(a,b)}(x)dx \qquad \text{(I.29)}$$

Où le symbole * désigne le conjugué complexe et ψ est une fonction donnée. Cette fonction peut être choisie arbitrairement à condition qu'elle obéisse à certaines règles [18].

I.4.3.3. Principe de la transformée en ondelettes

La T.O fournit une bonne résolution temporelle (une mauvaise résolution fréquentielle) aux hautes fréquences c.-à-d. on va utiliser des rectangles plus larges en fréquences et plus localisés en temps, et une bonne résolution fréquentielle (une mauvaise résolution temporelle) aux basses fréquences c.-à-d. une grande largeur en fréquences n'est pas nécessaire, on peut donc utiliser des rectangles plus larges en temps [19].

I.4.3.4. Les familles d'ondelettes

Il existe plusieurs types d'ondelette qui diffèrent par leurs caractéristiques, expressions et applications [20]. Dont certaines appartiennent aux ondelettes continues, et d'autres aux ondelettes discret. Avant de détailler certaines de ces familles d'ondelettes, nous dressons dans le tableau suivant la liste de ces familles, avec les abréviations associés .

Tableau I. 2. *Familles d'ondelettes* [21].

Nom abrégé de la famille d'ondelettes	Nom de famille d'ondelettes
' haar'	Haar wavelet
'db '	Daubechies wavelets
'sym '	Symlets
'coif '	Coiflets
'bior '	Biorthogonal wavelets
'rbio '	Reverse biorthogonal wavelet
'meyr '	Meyer wavelet
'dmey'	Discrete approximation of Meyer wavelet
' gaus'	Gaussian wavelets
'mexh '	Mexican hat wavelet
'morl '	Morlet wavelet
'cgau '	Complex Gaussian wavelet
'shan '	Shannon wavelets
'fbsp'	Frequency B-Spline wavelet
'cmor '	Comlex Morlet wavelet
'fk'	Fejer-korokin wavelets

I.4.3.4.1. Exemples d'ondelettes continues

Les transformées continues sont obtenues en prenant le facteur d'échelle a et le pas de translation b dans l'ensemble des nombres réels, qui sont évidemment très redondantes car l'espace-temps-fréquence est parcouru continûment.

La TOC d'une fonction $f(x)$ est exprimé par l'équation suivante :

$$\mathrm{TOC}_{a,b}\,(f(x)) = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi^{*}\left(\frac{t-b}{a}\right) dx \qquad (I.30)$$

Où

a est le paramètre d'échelle et b le paramètre de position

ψ^{*} est l'ondelette mère analysante

Donc $TOC_{a,b}$ (f(x)) represente le résultat de la transformée donné par un ensemble des coefficients appelés coefficients d'ondelette de la fonction f(x).

La formule de l'inverse de TOC est donnée par l'expression :

$$f(x) = \frac{2}{c_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} [\int_{-\infty}^{+\infty} TOC_{a,b}\ (f)\, \psi_{a.b}(x) \frac{da}{a^2}] db \qquad \text{(I.31)}$$

On prend comme exemple 2 types de l'ondelette continue [20]:

- **L'ondelette de Haar**

La transformée de Haar a été introduite en 1910, et est de loin la plus ancienne transformée en ondelettes. Elle est basée sur la démonstration de Haar que les fonctions

$h(j,k;x) = 2j/2H(2jx - k)$ telle que

$H(x) = 1\ pour\ x\ dans]\ 0{,}1/2[$

$H(x) = -1\ pour\ x\ dans]\ 1/2{,}1[$

$H(x) = 0\ ailleurs$ (I.32)

Forment un ensemble orthogonal complet [22]. L'ondelette de Haar est simple à étudier et à mettre en œuvre. Malheureusement les résultats de la transformée de Haar sont peu satisfaisants.

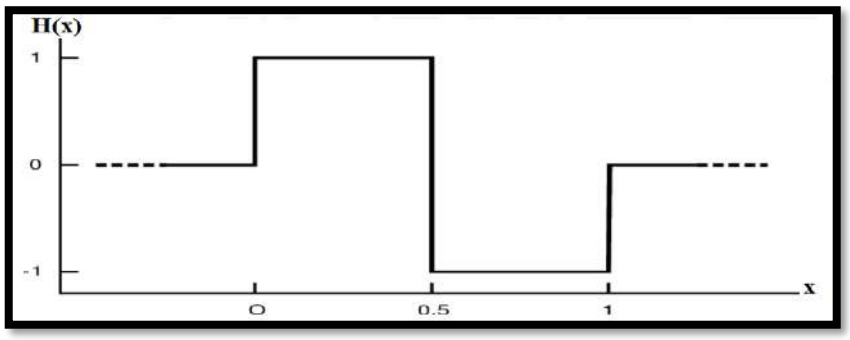


Figure I. 6. *L'ondelette de Haar* [23].

- **L'ondelette de Meyer**

Le principe des ondelettes de Meyer est de lisser l'ondelette Sinc, considéré comme le cas idéal en fréquentiel. Pour cela une fonction découpure de régularité variable est définie par [24] :

$$r(t) = \begin{cases} 0 \ \ si\ t \leq 0 \\ 1\ si\ t \geq 1 \end{cases}$$

Et $$\mathrm{r(t)} + \mathrm{r}(1 - \mathrm{t}) = 1 \text{ pour tout t} \quad \text{(I.33) [24]}$$

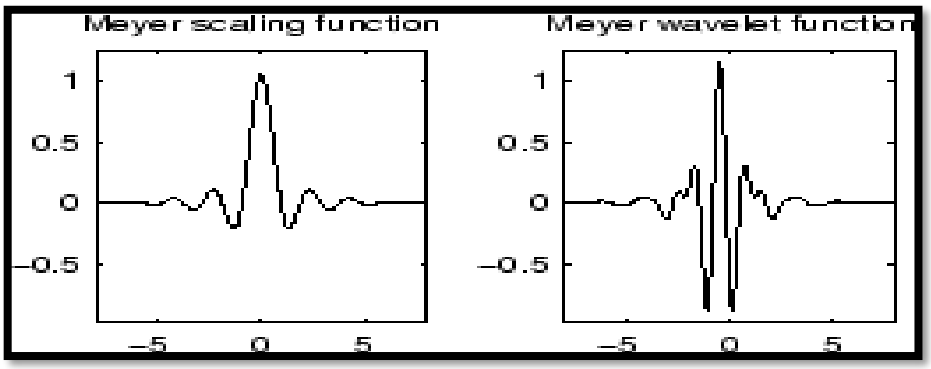


Figure I. 7. *L'ondelette de Meyer* [21]

I.4.3.4.2. Exemples d'Ondelettes discrets

La transformée en ondelette discrète (TOD) est une discrétisation de la T.O.C pour obtenir les séries d'ondelettes.

Donc la TOD d'une fonction $f(\mathrm{x})$ est exprimée par l'équation suivante :

$$TOD\left(f(x)\right) = \sum_{(j,k)=-\infty}^{+\infty} c_{j,k}\, \psi_{j,k}(x) \quad \text{(I.34)}$$

Cette représentation est appelée la série d'ondelette [20].

- **Ondelette de Daubichi**

L'ondelette de Daubichi est la première permettant de manipuler d'ondelettes orthogonales à support compact de régularité arbitraire, on dira que N est l'ordre de l'ondelette dbN. Cette famille contient l'ondelette de Haar (db1) qui la plus simple et certainement la plus ancienne des ondelettes. Elle est discontinue ressemble à un échelon La fonction d'ondelette de Haar est définie par la **figure I.8** [22].

$$\psi(x) = 1 \qquad si\ x \in [0,0.5[$$

$$\psi(\mathrm{x}) = -1 \quad \mathrm{si\ x} \in [0.5,1$$

$$\psi(x) = 0 \qquad sinon \quad \text{(I.35)}$$

La fonction d'échelle associée est la fonction échelon

$$\varphi(x) = 1 \quad si\ x = [0,1]$$

$$\varphi(x) = 0 \quad sinon \tag{I.36}$$

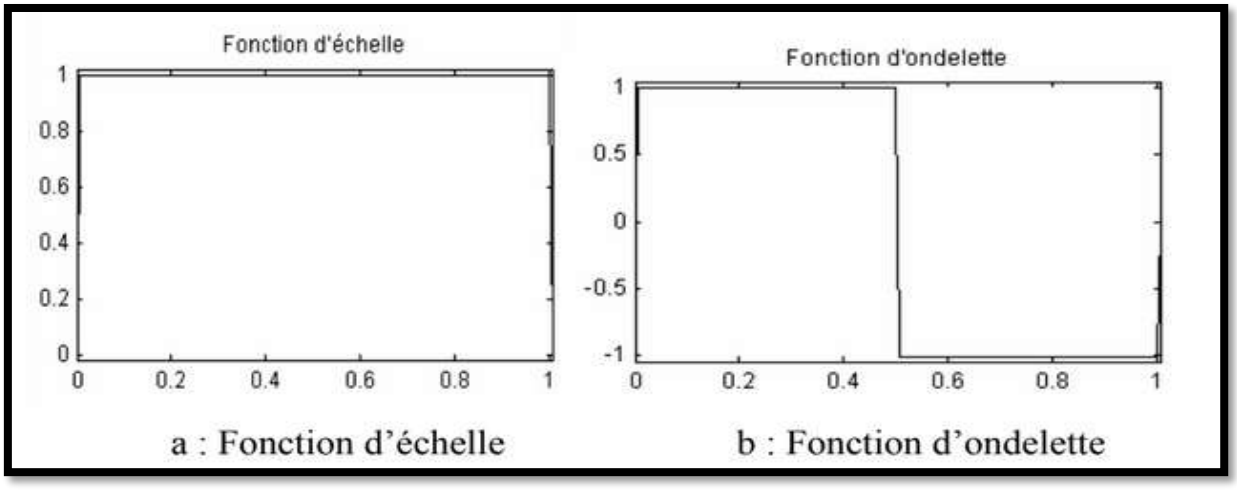


Figure I.8. *La fonction d'échelle et la fonction d'ondelette de Haar* [22].

Hormis db1, les ondelettes de cette famille n'ont pas une formule analytique. Ces ondelettes pour les ordres de 2 à 10 (db2, db3,..., db10) sont présentées dans la **figure I.9.**

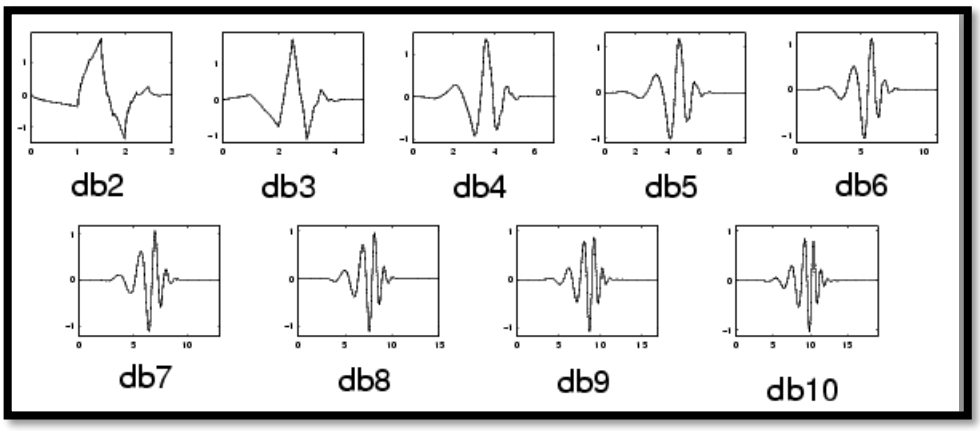


Figure I. 9. *Les ondelettes de Daubichi* [22].

Cette famille d'ondelettes possède les propriétés suivantes :

Les supports des ψ et de φ sont de longueur 2N-1. Le nombre de moments nuls de ψ est N.

- Les ondelettes dbN sont asymétriques, en particulier pour les faibles valeurs de N, sauf l'ondelette de Haar.
- La régularité augmente avec l'ordre.
- L'analyse est orthogonale.

Pour les deux types d'ondelettes db4 et db8, on trouve dans les figures (**Figure. I.10** et **Figure. I.11**) en plus de l'ondelette, la fonction d'échelle et les quatre filtres associés (deux pour la décomposition, deux pour la reconstruction) [22].

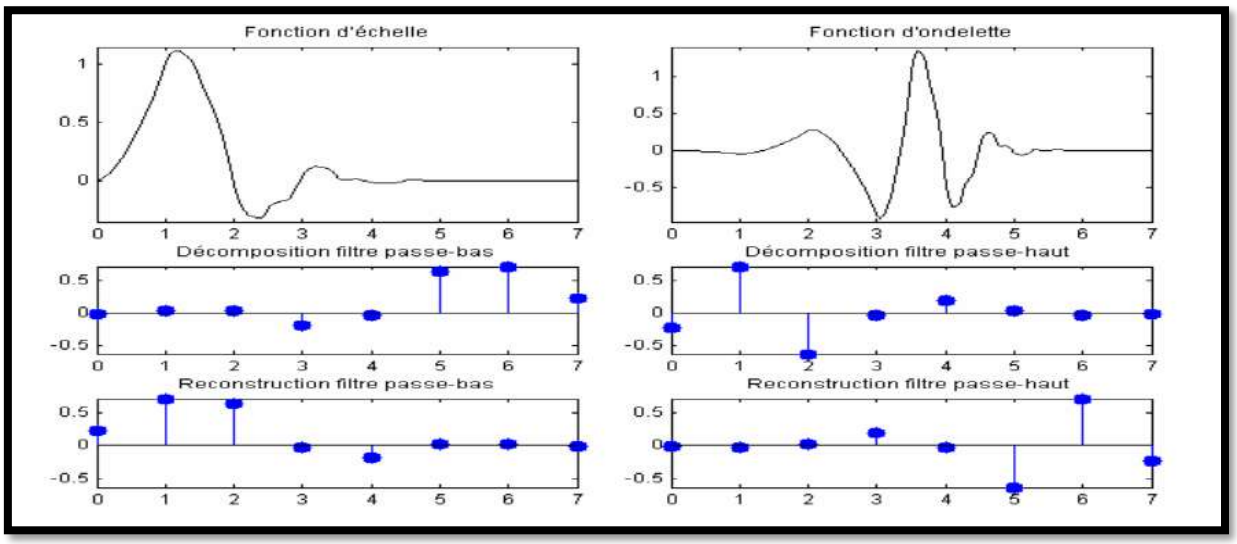


Figure I.10. *Ondelettes de Daubechi (db4)* [22].

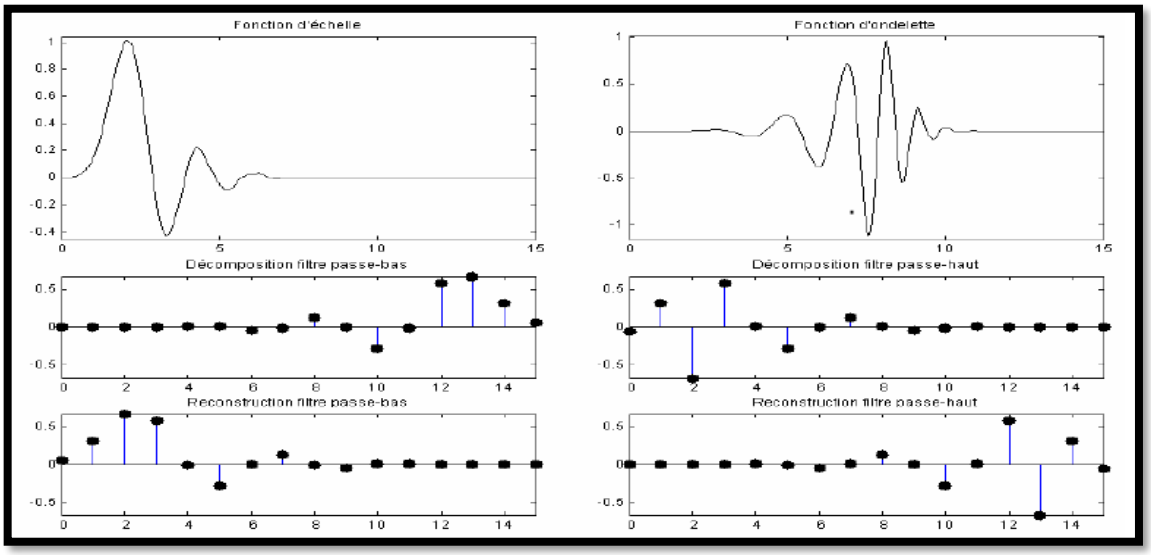


Figure I.11. *Ondelettes de Daubechi (db8)* [22].

- **Ondelette de Symlet**

Les symlets (symN) constituent une famille d'ondelettes presque symétrique. Daubechi en modifiant la construction des dbN. A part la symétrie, les autres propriétés des deux familles sont similaires. Les symlets d'ordre 2 à 8 (sym1 est simplement l'ondelette de Haar) sont présentées dans la figure (Fig. I.12). De plus, pour deux d'entre elles (sym4 et sym8), on trouve dans les figures (**Figure. I.13** et **Figure. I.14**) en plus de l'ondelette, la fonction d'échelle et les quatre filtres associés (deux pour la décomposition, deux pour la reconstruction) [22].

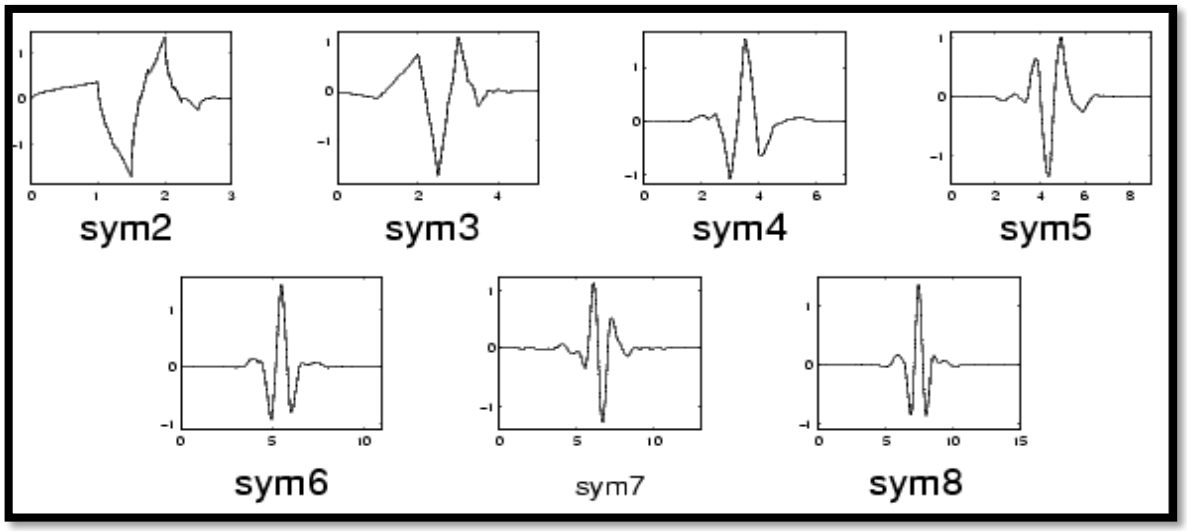


Figure I. 12. *Les ondelettes de Symlets* [22].

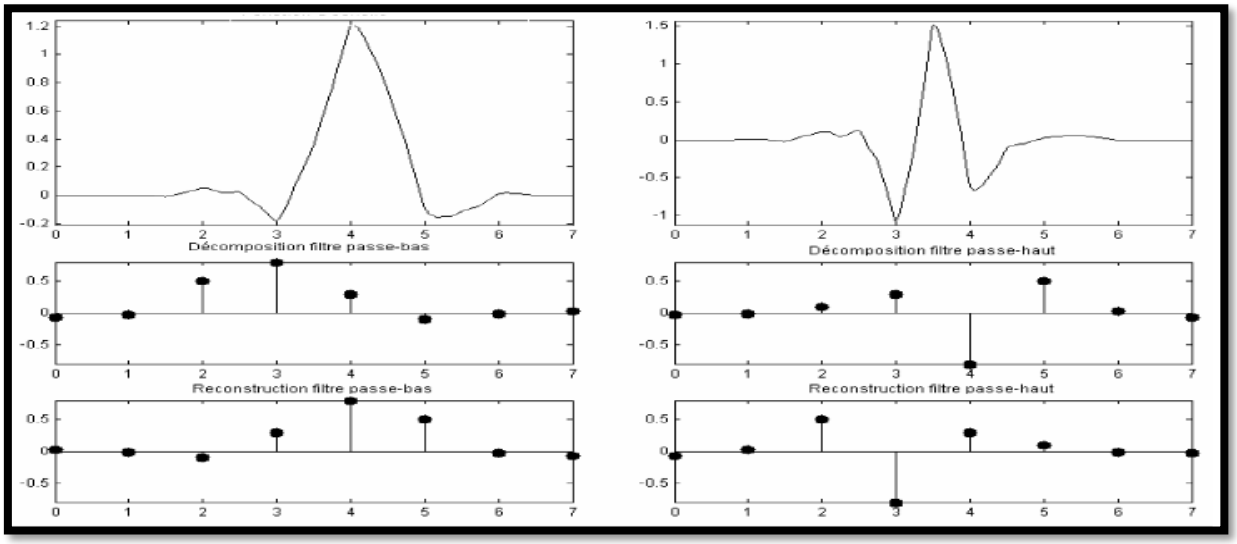


Figure I.13. *Ondelettes de Symlets (sym4)* [22].

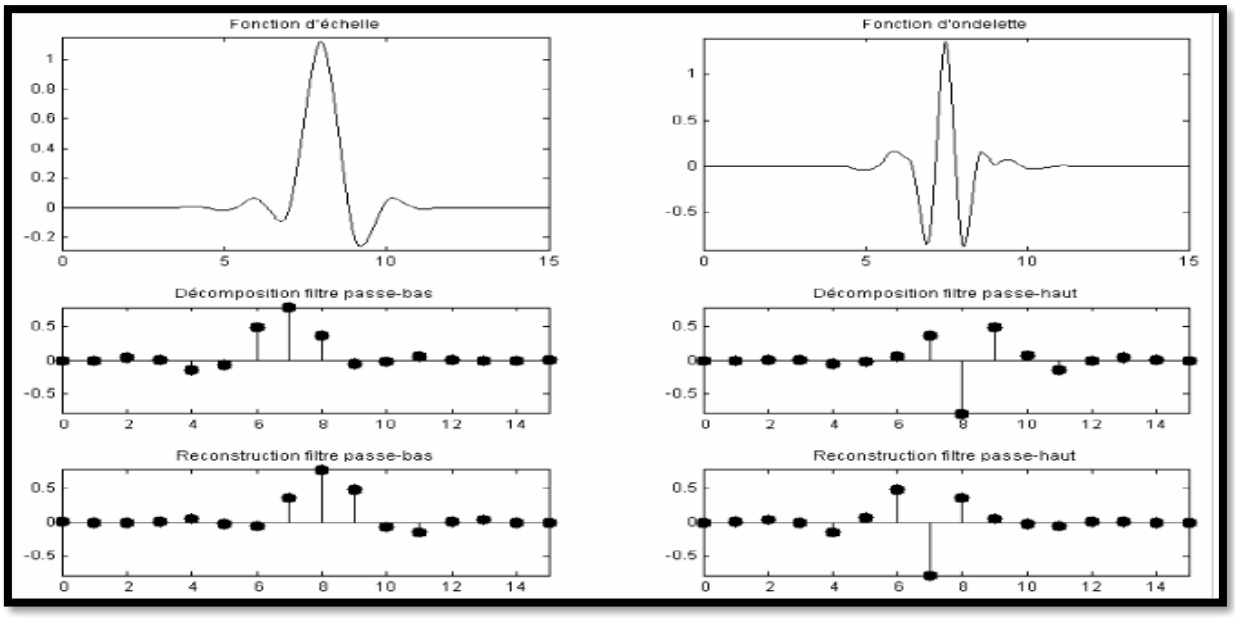


Figure I.14. *Ondelettes de Symlets (sym8)* [22].

I.4.4. Distribution de Wigner Ville (DWV)

La Distribution de Wigner Ville (DWV) est une transformation non linéaire, qui de même que pour la transformée de Fourier a court terme permet de visualiser le signal sous forme « temps-fréquence ». Le principal atout de cette méthode, c'est qu'elle n'oppose aucune restriction sur les résolutions temporelles et fréquentielles, elle est donc en théorie très adaptée à l'analyse des signaux non stationnaires. Cette transformation peut être interprétée comme la densité spectrale de puissance instantanée du signal et possède donc des unités de puissance et non d'amplitude.

Étant donné une fonction f (u), la Distribution de Wigner Ville est définie par l'équation suivant :

$$W(t,w) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}\left(t+\frac{u}{2}\right) f(t-\frac{u}{2}) e^{jwu}\partial u \qquad \text{(I.37)}$$

Avec $\bar{f}(u)$ est le complexe conjugué de $f\ (u)$.

La non-linéarité de cette transformée est l'un des principaux freins quant l'utilisation massive de cette technique, se manifestant par l'apparition d'interférences et d'énergies négatives dans la distribution temps fréquence de l'énergie du signal. Ces phénomènes apparaissent, par exemple, lorsqu'il y a présence de deux événements distincts en temps et en fréquence. Ce phénomène est totalement irréaliste d'un point de vue physique et rend très difficile l'interprétation de l'image « temps-fréquentielle » obtenue. Pour palier à ce problème des solutions « post-traitement » sont trouvées dans la littérature, parmi lesquelles, on peut

citer l'utilisation d'un noyau de lissage (fonction à deux variables) afin d'adoucir localement la rigueur de la résolution [23].

I.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons étudié la transformation du signal permettant de terminer les principales caractéristiques du signal. La méthode générale consiste à appliquer l'analyse de transformée de Fourier cependant qui fournit les spectres réels pour les signaux stationnaire uniquement .et l'analyse temps-fréquence qui basée sur transformée de Fourier présente un sérieux inconvénient, cette analyse pour les signaux dont les caractéristiques changent avec le temps (signaux non-stationnaires) et qui présente les modifications temporelles et fréquentielles du signal. Parmi les méthodes de l'analyse temps-fréquence on trouve, la transformée de Fourier à Court Terme, la Distribution de Wigner-Ville, transformée en ondelettes.et on a vu la différentes entre ces méthodes Nous verrons cette procédure dans le chapitre suivant.

CHAPITRE II : Simulation Sur Matlab

II.1. Introduction

Dans ce chapitre nous présenterons les résultats expérimentaux de notre travail, en référence avec le chapitre précédent par utiliser la logiciel MATLAB qui nous a permis de gagner beaucoup de temps au niveau de la programmation grâce aux fonctions qui y sont incorporées, Nous avons testé les méthode et analysé les Résultats des simulations, Nous avons obtenu des résultats intéressant qui peuvent être améliorés.

II.2. MATLAB

Matlab signifie laboratoire de matrice et est développé par Mathworks, la force principale de Matlab est sa capacité à vous permettre de travailler facilement avec de grands ensembles de données et de les tracer ainsi que de mettre en œuvre une fonction complexe pour l'analyse et la modélisation. En bref, Matlab spécialement conçu simplifie l'exécution de calculs numériques complexes [1].

Matlab dispose de fonctions de calcul de base ainsi que de bibliothèques plus spécialisées appelées boîtes à outils (*toolboxes*). Nous allons nous concentrer sur certaines des conversions que nous avons vues dans le premier chapitre.

II.3. Transformée de Fourier

La transformation de Fourier est probablement la première leçon de traitement du signal numérique, son application est omniprésente et constitue un outil puissant pour analyser des données (dans tous les secteurs) ou des signaux. Matlab dispose d'un ensemble de boîtes à outils puissantes pour la transformation de Fourier.

La transformée de Fourier est une formule mathématique qui relie un signal échantillonné dans le temps ou l'espace au même signal échantillonné en fréquence. En traitement du signal, la transformée de Fourier peut révéler des caractéristiques importantes d'un signal, à savoir ses composantes fréquentielles.

Nous appliquons la transformée de Fourier à quatre signaux différents, les trois premiers sont des signaux sinusoïdaux et le quatrième signal est la somme des trois premiers signaux à l'aide de la commande **fft**, après ça nous affichons les quatre courbes en utilisant la commande **subplot** et **plot.**

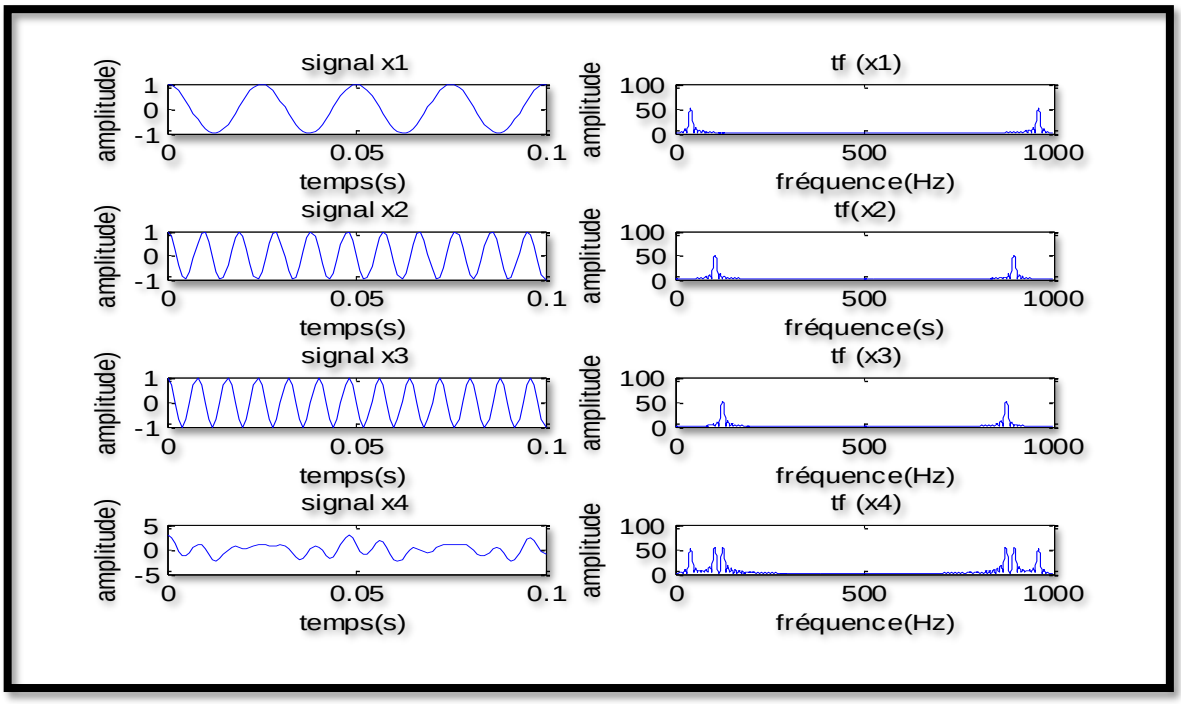


Figure II.1. *Les quatre signaux sinusoïdaux et leur transformée de Fourier*

II.4. Série de Fourier

Soit un signal périodique réel $s(t) = s(t + nT0)$, To période fondamentale Il existe une décomposition unique :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(nwt) + b_n \sin(nwt)] \quad \text{(II.1)}$$

Avec

$$a_n = \frac{2}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} s(t)\cos\left(\frac{2\pi nt}{T_0}\right)dt \quad \text{(II.2)}$$

$$b_n = \frac{2}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} s(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{T_0}\right)dt \quad \text{(II.3)}$$

$\frac{a_0}{2}$ Composante continue.

Avec a_n et b_n sont les coefficients réels de la décomposition.

On applique la série de Fourier sur un signal carré:

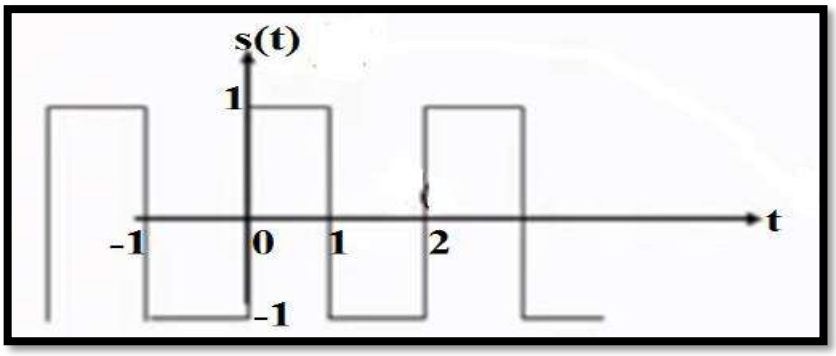


Figure II.2. *Signal carré*

On a les paramètres suivants :

$T = 2 \rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$

S(t) est signal impair :$a_0 = a_n = 0$

$$b_n = \frac{4}{T_0}\int_0^{\frac{T_0}{2}} s\,(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{T_0}\right)dt \quad = \frac{4}{2}\int_0^{\frac{T_0}{2}} s\,(t)\sin\left(\frac{2\pi nt}{2}\right)dt = 2\int_0^1 s\,(t)\sin(\pi nt)dt =$$

$$2\left[-\frac{\cos(n\pi t)}{n\pi}\right]_0^1 = -\frac{2}{n\pi}(\cos(n\pi) - \cos(0)) \qquad \text{(II.4)}$$

Remarque : $\cos(n\pi) = (-1)^n$

$$b_{n=} -\frac{2}{n\pi}((-1)^n - 1)$$

Donc $$b_{n=}\frac{2}{n\pi}(1 - (-1)^n) \qquad \text{(II.5)}$$

On utilise le Matlab pour calculer la série de Fourier et pour afficher la courbe

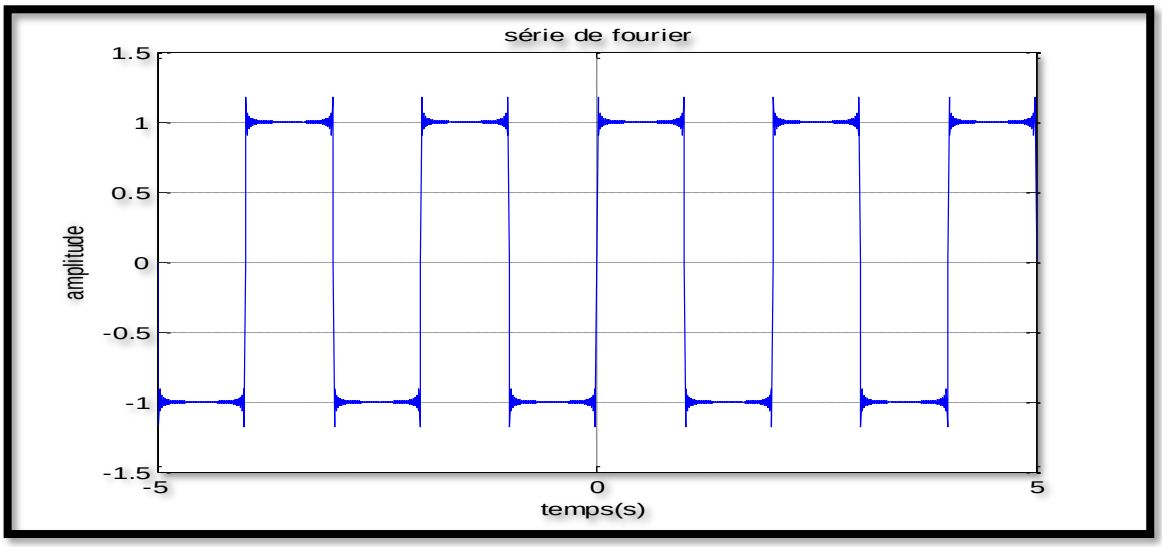


Figure II.3. *Série de Fourier du signal carré*

II.5. Transformée de Fourier discret TFD

Matlab fournit la fonction **y=fft(x)** pour calculer la transformée de Fourier complexe d'un vecteur de longueur N.

- La fonction **fft(x) (**respectivement **ifft(X)**) permettra de calculer la TFD (respectivement la TFD-1) sur les N points, soit de 0 à N-1 correspondant à l'intervalle [0, *fe*] (respectivement [0,NTe]. Le spectre obtenu sera un vecteur complexe que l'on pourra représenter en coordonnées cartésiennes (partie réelle et imaginaire fonction **real** et **imag**), ou en coordonnées polaires (module et phase, fonction Matlab **abs** et **angle** ou **unwrap**).

- Pour une représentation entre *-fe/2* et *fe/2* de la TFD, il suffira d'écrire **X=fftshift(X)**

- Pour augmenter la précision, il suffit d'écrire **fft(x,NF)** où NF>N. La transformée inverse est donnée alors par **ifft(x,NF).**

On applique la transformée de Fourier discrète sur un signal créneau ; la fonction fft donne le résultat suivant pour le module.

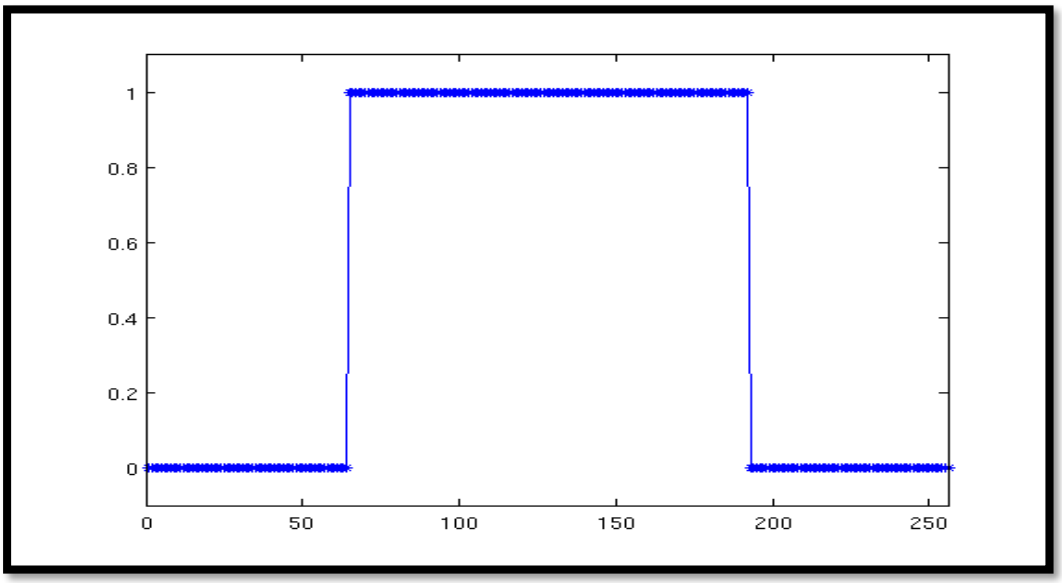


Figure II.4. *Le signal créneau*

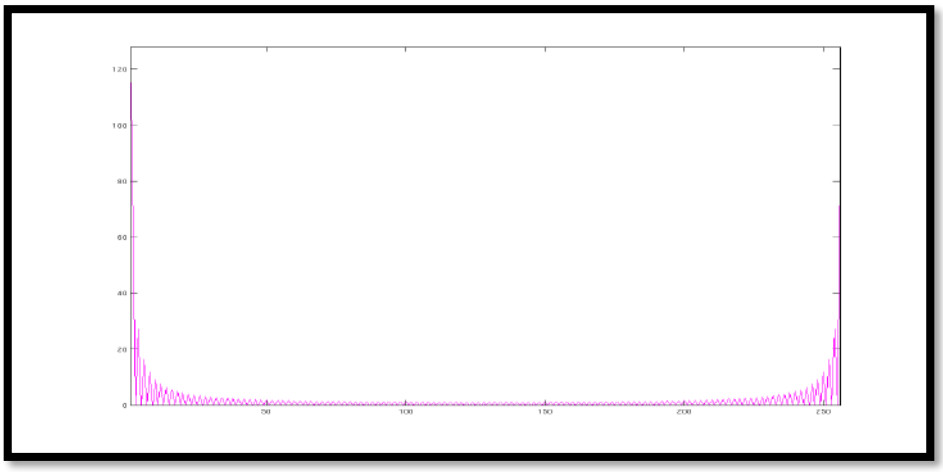


Figure II.5. *Le spectre correspondant*

Le signal créneau présente des discontinuités au centre du signal ; on s'attend donc à voir de nombreux coefficients non nuls. Cependant, la localisation des discontinuités suggèrent que les coefficients élevées doivent se trouver au centre du spectre, et non aux bords. Si on applique la fonction fftshift, on obtient le spectre suivant :

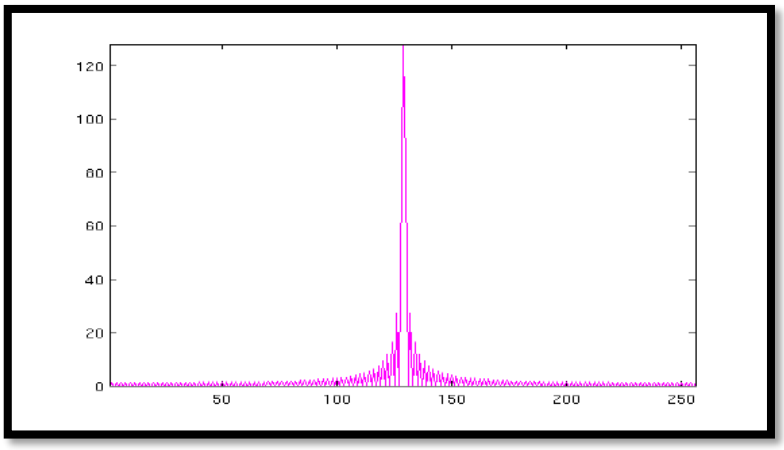


Figure II.6. *TFD d'un signal créneau*

Qui est plus conforme à nos attentes. Ceci est dû au décalage des indices dans la formule de fft. La fonction fftshift va donc translater la fenêtre de visionnage du spectre (si on imagine par exemple que le spectre est périodisé).

II.6. Transformée de Fourier à temps discrète TFTD

On appelle transformée de Fourier à temps discret (TFTD) du signal {x(n)} la fonction définie par : $X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j2\pi nf}$ (II.6)

Par définition, la TFTD est périodique de période 1. Pour cette raison on limite sa représentation à un intervalle de longueur 1 et on prend soit (−1/2, 1/2) soit (0, 1).

Remarquons que la suite {x(n)} représente aussi la suite des coefficients de Fourier de la fonction périodique X(f). Par conséquent on a la formule de TFTD inverse :

$$x(n) = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} X(f) e^{j2\pi nf}\, df \qquad \text{(II.7)}$$

A titre d'exemple, calculons la TFTD du signal rectangulaire : $\{x(n) = \frac{1}{N} rect_N(n)\}$ .Il vient:

$$X(f) = \frac{1}{N}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi nf} = \frac{1}{N}\,\frac{1-e^{-j2\pi Nf}}{1-e^{-j2\pi f}} = e^{-j\pi(N-1)f}\,\frac{\sin(N\pi f)}{N\sin(\pi f)} \qquad \text{(II.8)}$$

On a représenté **Figure II.7.** |X(f)| pour N = 10. On note que le lobe principal est de largeur 2/N, que les lobes secondaires sont de largeur 1/N et que le premier lobe secondaire se trouve à environ 13 dB (décibels) en-dessous du lobe principal.

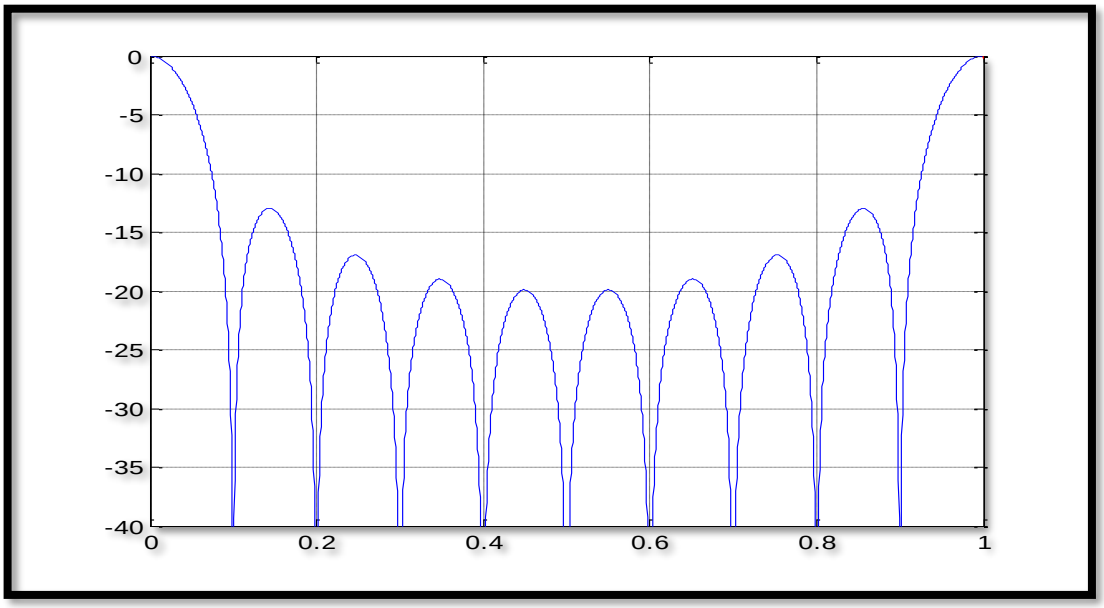


Figure II.7. *Module du spectre de la fenêtre rectangulaire pour N = 10, en décibels (dB)*

II.7. Transformée de Fourier à court terme

Dans le premier chapitre, nous avons vu les inconvénients de l'analyse de Fourier, Afin de montrer sa validité, nous prendrons un exemple simple. Dans cet exemple, Nous appliquons la transformée de Fourier à deux signaux différents, signal stationnaire et signal non stationnaire

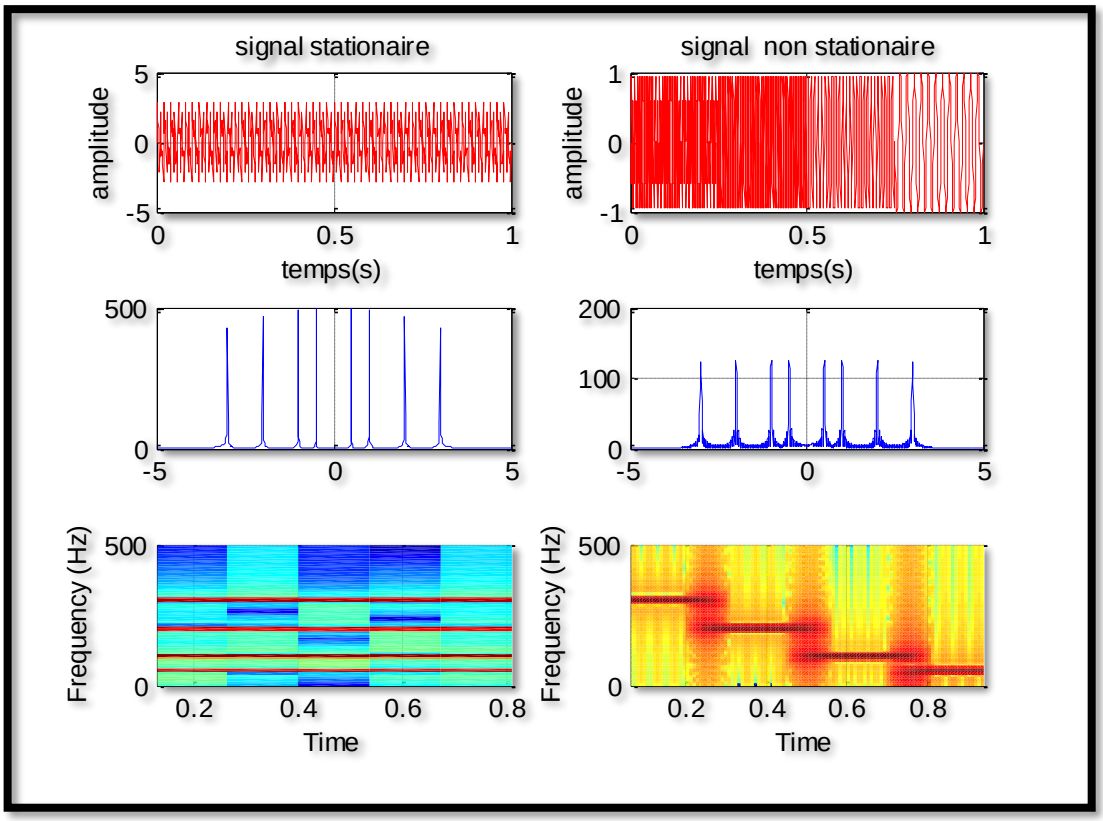


Figure II.8. *Transformée de Fourier à court terme du signal stationnaire et non stationnaire*

II.8. Transformée de Gabor

Premièrement on prend quelque paramètre comme la taille de notre domaine est L=10 et nombre de point n=2048, puis on compose certaine fonction mais toit d'abord on définit définir un espace linéaire, il va de 0 à L et plus 1 points et on est intéressé par le premier à travers n donc on va faire le domaine temporel être le premier à travers points de terminaison standard et on définit une fonction $S = (3 * \sin(3 * t) + 0.5 * \tanh(0.5 * (t - 3)) + 0.2 * \exp(-(t - 4).\hat{}2) + 1.5 * \sin(2 * t) + 4 * \cos(3 * (t - 6).\hat{}2))/10 + (t/20).\hat{}3$ (II.9)

Et on utilise la commande plot pour tracer S en fonction du temps, on obtient la courbe suivante ''petit signal'' il est ligne droite stila est d'abord ici le type de caractéristique de croissance que on peut voir dans ce signal , il y a une sorte de des trucs à grande échelle en cours si les basses fréquences sont impliquée à droit que arriver au cours de ces dix secondes qui est assez clair pour voir qu'il y a une sorte de vague.

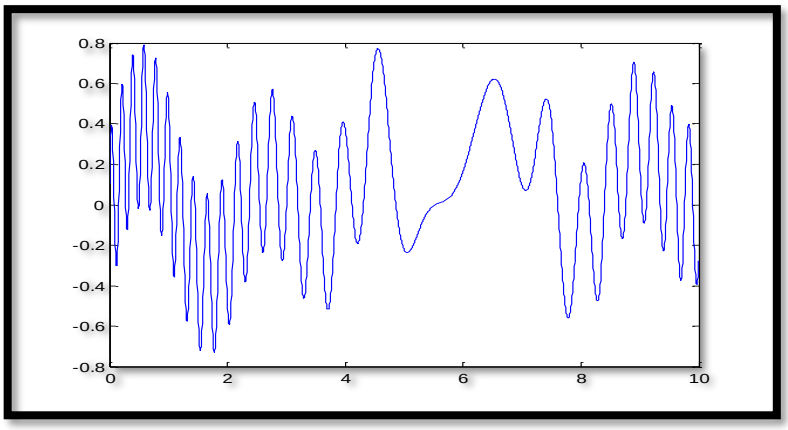


Figure II.9. *Signal S*

Après on va faire la transformée de Fourier. Nous allons définir notre domaine de fréquence K, il y a nos valeur de k donc il y a décomposantes de fréquence.

Nous voulons tracer fft de k, St est le fft de s.

Ce signal k est égal à 50 cela ressemble à cosinus 50 et il y a deux rands pics à basse fréquence.

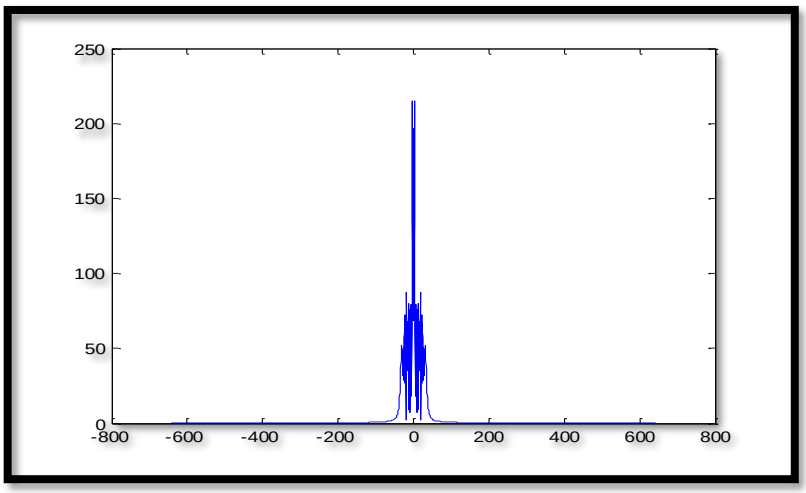


Figure II.10. *La transformée de Fourier du signal S*

Donc avec la transformation de Gabor nous pourrions commencer par G est le Gabor sa fonction suivante g= exp (-(t-5).^2) **Figure II.11** est une sous intrigue de T de s et notre signal est en noir et nous allons mettre ce filtre dessus ce T de G en rouge et le nouveau signal est fondamentalement sg appelons cela pour le signal avec le Gabor sur ça va être G fois s, nous venons multiplier notre signal par ce que bon pour un gaussien On va tracer ça en sous intrigue et tracer T contre sg.

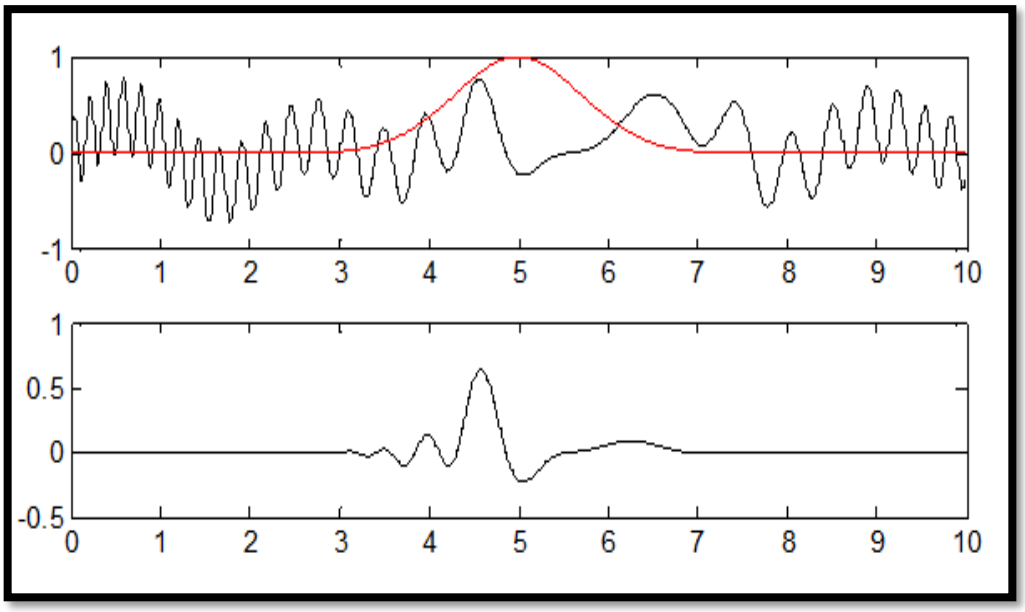


Figure II.11. *Présente le signal s et sous intrigue de T de s*

Nous prenons le signal et multiplions par cette fenêtre glissé [4 6]

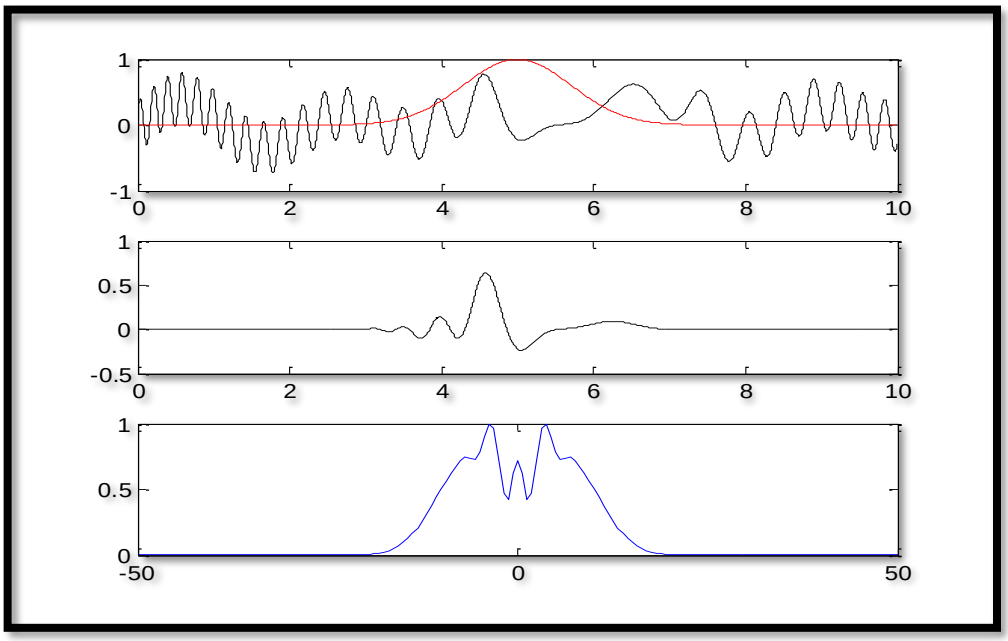


Figure II.12. *La transformée de Gabor dans l'intervalle [4 6]*

Nous voulons faire glisser T qui est notre temps de glissement. D'abord commencer de 0 à 10 et le passage est 0.5 et la longueur de diapositive T.

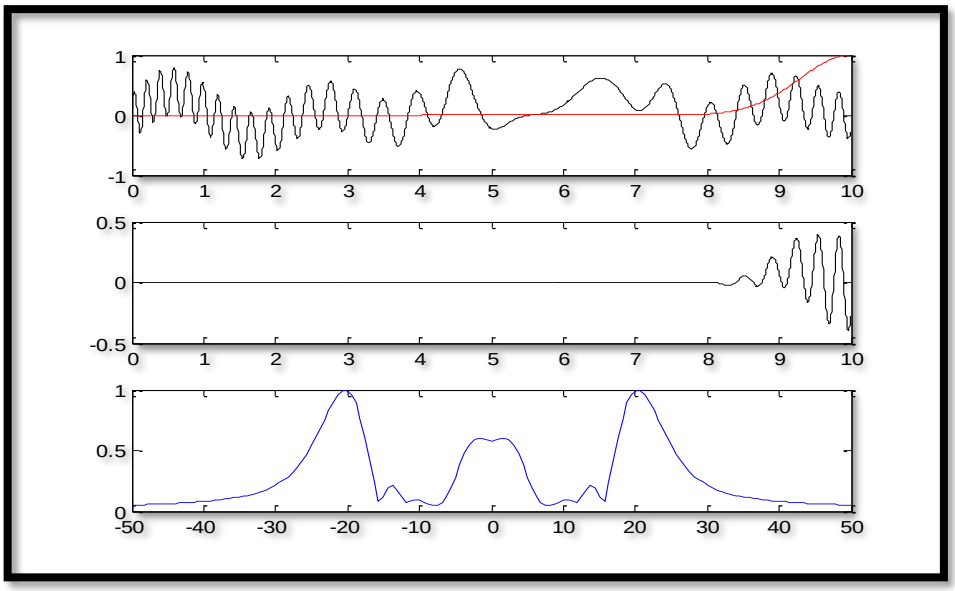


Figure II.13. *La transformée de Fourier fenêtre dans l'instant 10s*

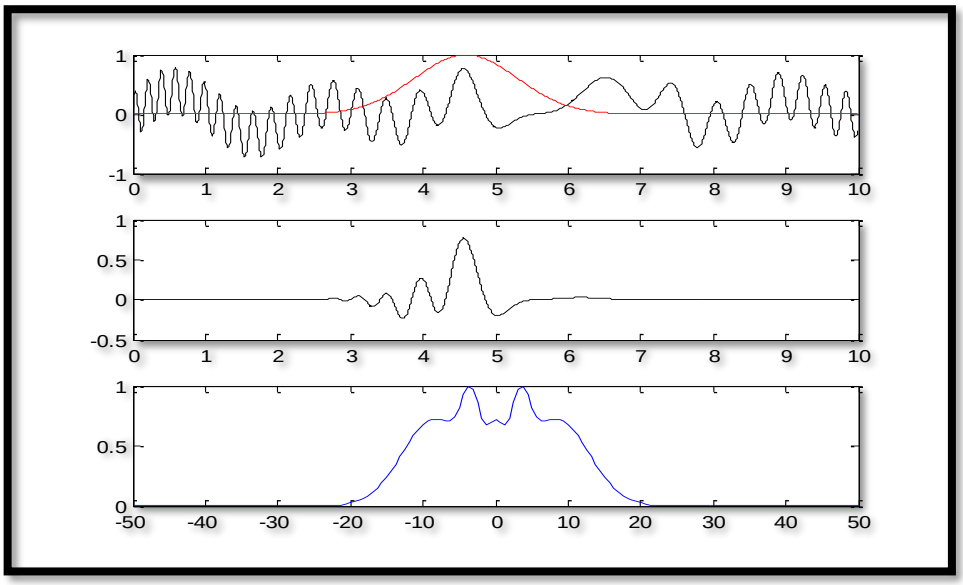


Figure II.14. *La transformée de Fourier fenêtre dans l'instant 4.5s*

On regarde comment le temps et la fréquence changent; il nous donne toutes ces informations de fréquence de temps et c'est exactement ce que font les transformées de Fourier fenêtres et c'est le cœur de l'analyse.

II.9. Transformée en ondelette

La transformées en ondelette est un moyen mathématique pour effectuer une analyse de signal lorsque la fréquence du signal varie dans le temps. Pour certaines classes de signaux et

d'images, l'analyse en ondelettes fournit des informations plus précises sur les données de signal que d'autres techniques d'analyse de signal.

Les applications courantes des transformées en ondelettes comprennent:

- Traitement vocal et audio.
- Traitement d'image et vidéo.
- Imagerie biomédicale.

Applications 1D et 2D en communications et géophysique [2].

II.9.1. La différence entre la transformée en ondelette discrète (TOD) et la ltransformée en ondelette continue (TOC)

Nous prenons un exemple qui montre la différence entre la TOC et la TOD. Et qui montre comment l'analyse à l'aide d'ondelettes peut détecter l'instant exact où un signal change. Pour cela on Utilise un signal discontinu qui se compose d'une onde sinusoïdale lente brusquement suivie d'une onde sinusoïdale moyenne, après on effectue la transformée en ondelettes discrète (TOD) au niveau 5 en utilisant l'ondelette de Haar, en fin on développe les coefficients d'ondelettes discrètes pour le tracé [2].

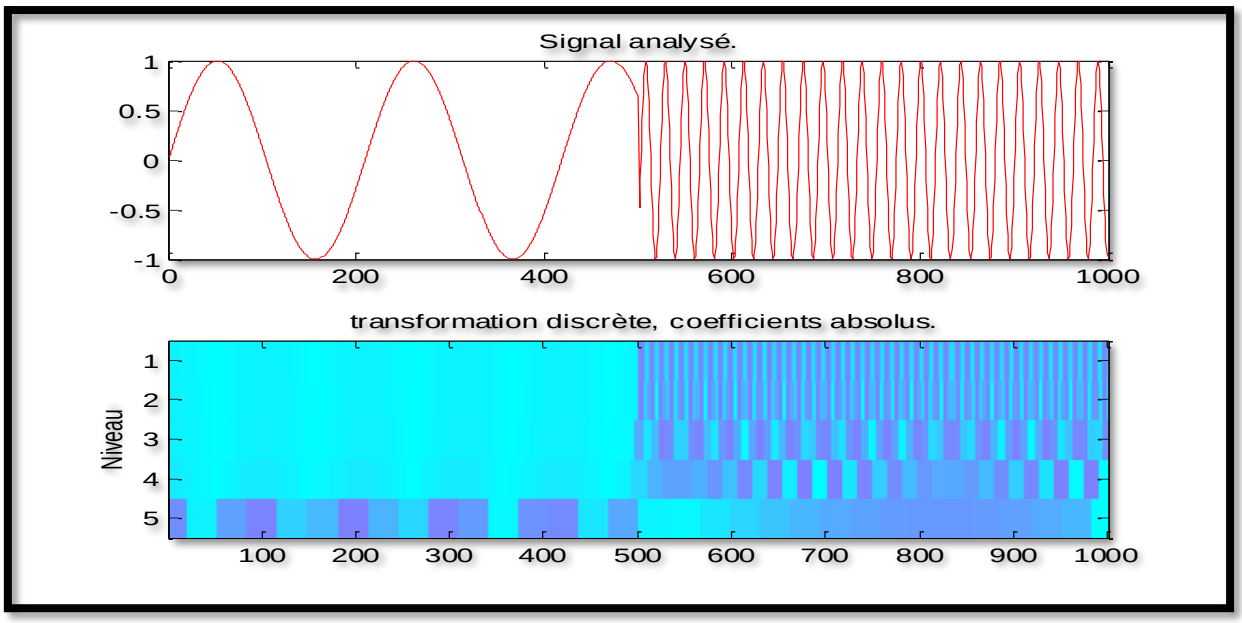


Figure II.15. *Transformée en ondelette discrète*

Maintenant, On effectue la transformation en ondelettes continue (TOC) et visualisez les résultats :

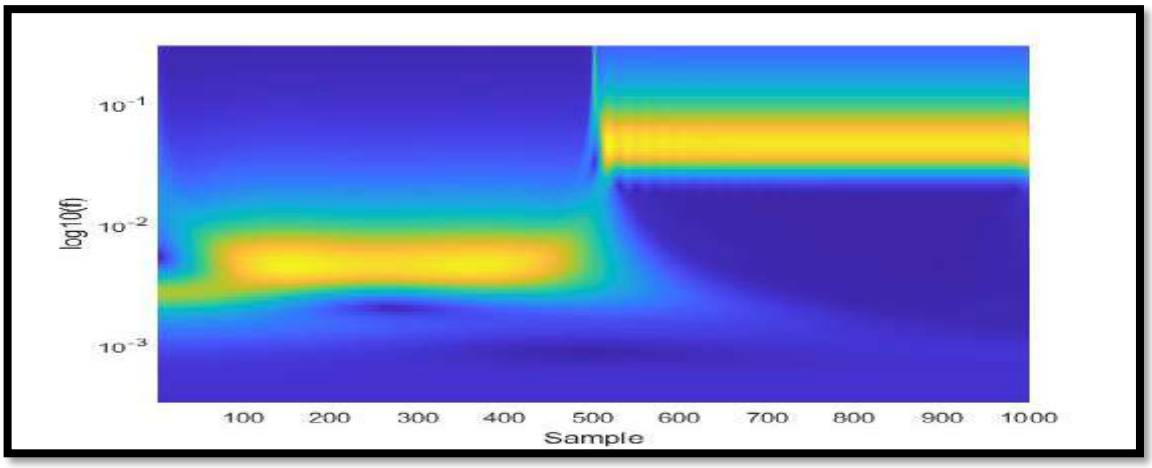


Figure II.16. *Transformée en ondelette continue*

Remarque :

Si nous regardons simplement les coefficients TOC les plus fins, nous pouvons localiser précisément le changement de fréquence.

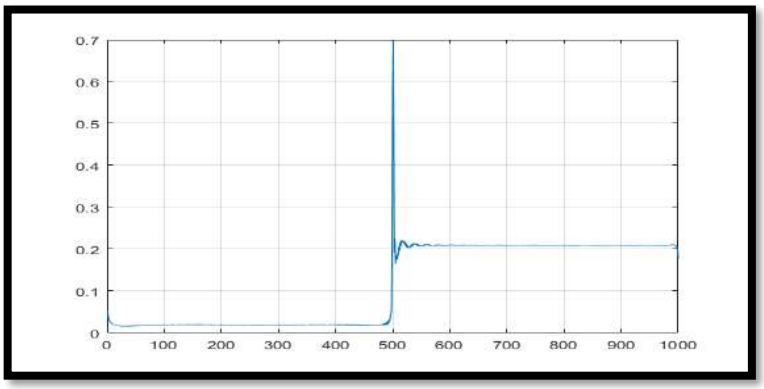


Figure II.17. *Changement de la fréquence*

Cet exemple montre un avantage important de l'analyse en ondelettes sur Fourier. Si le même signal avait été analysé par la transformée de Fourier, nous n'aurions pas pu détecter l'instant où la fréquence du signal a changé, alors qu'il est clairement observable ici [2].

II.10. Distribution de Wigner ville

On calcule la distribution de Wigner-Ville d'un signal modulé en fréquence linéaire et on vérifie les propriétés suivantes:

- Le DWV est réel.
- Le DWV contient des termes négatifs.

- Le DWV conserve les supports temps et fréquence du signal.
- il est possible d'obtenir des distributions d'énergie 1D (densité spectrale et puissance instantanée) en tant que distributions marginales du DWV.

Illustrer le principal inconvénient de cette distribution, lié aux termes d'interférence, qui se produisent si le signal contient deux atomes ou plus. Générez un mélange de trois sinusoïdes tronquées, deux d'entre elles commençant au temps 1t, et ayant les fréquences 1f et 2f, et la troisième commençant au temps 2t, et ayant la fréquence 1f.

Tracer la distribution Wigner-Ville de ce signal et identifier les interférences de temps et de fréquence. Concentrez-vous particulièrement sur les aspects suivants:

- la localisation d'interférence à égale distance entre les deux atomes temps-fréquence.
- la nature oscillante des interférences.
- le lien entre la fréquence d'interférence et la localisation des deux atomes.

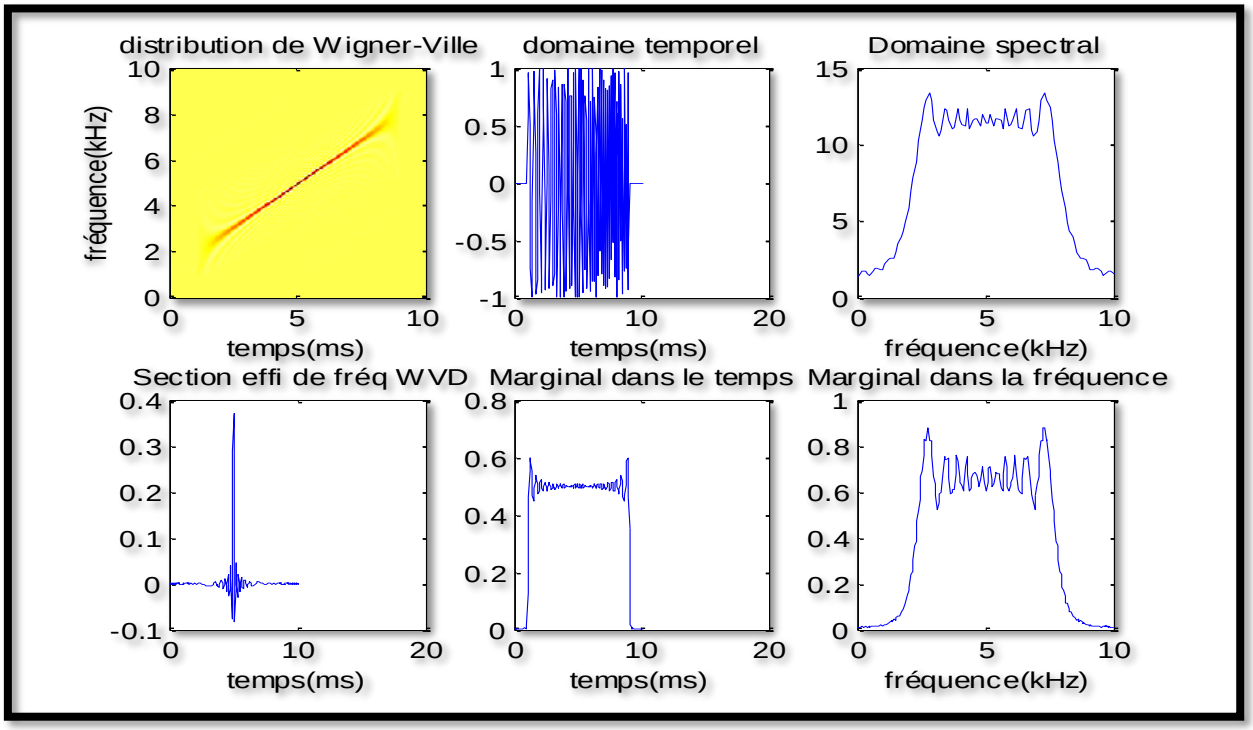


Figure II.18. *Résultats de la distribution de Wigner-Ville*

En utilisant les commandes ci-dessous, on peut voir que la partie imaginaire du DWV est nulle (en fait, elle est égale à la précision du calcul).

```
max(max(real(W)))
ans = 0.3959
max(max(imag(W)))
ans = 6.5943e-015
```

Le type de modulation du signal peut être facilement identifié à partir de sa représentation temps-fréquence du signal. Il est également clair à partir de cette image que le support de temps (1-9 ms) et le support de fréquence (2-8 kHz) sont conservés.

La section de fréquence met en évidence les valeurs négatives du DWV. La dernière propriété peut être facilement vérifiée en comparant les marginaux de temps et de fréquence et les représentations initiales de temps et de fréquence du signal.

Enfin, l'énergie du signal peut être récupérée de sa distribution de Wigner-Ville comme indiqué ci-dessous:

```
sum(sum(W))

ans = 79.9730 - 0.0000i
sum(x.^2)

ans = 79.9883
```

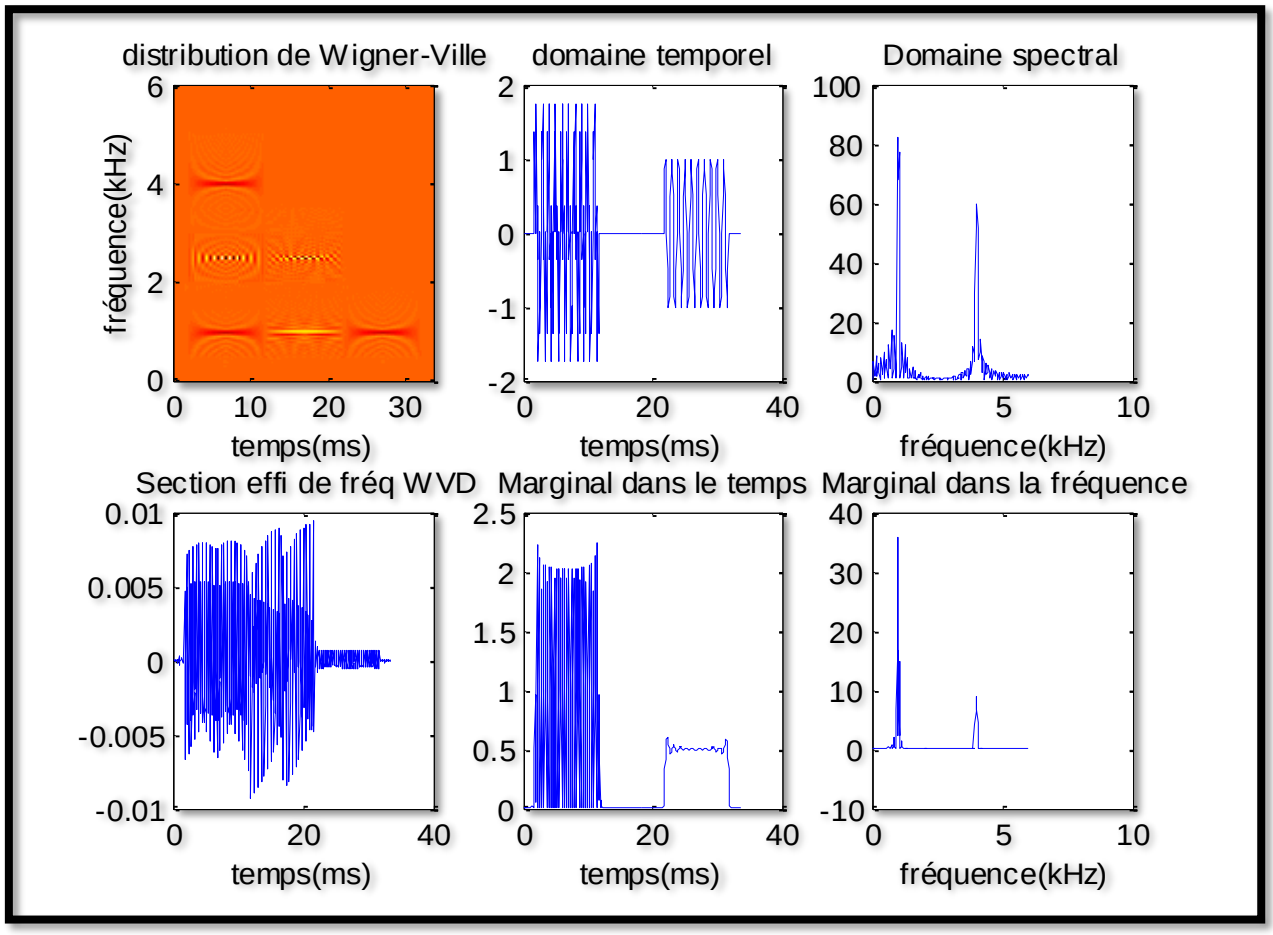


Figure II.19. *Distribution de Wigner-Ville de la somme de trois sinusoïdes tronquées*

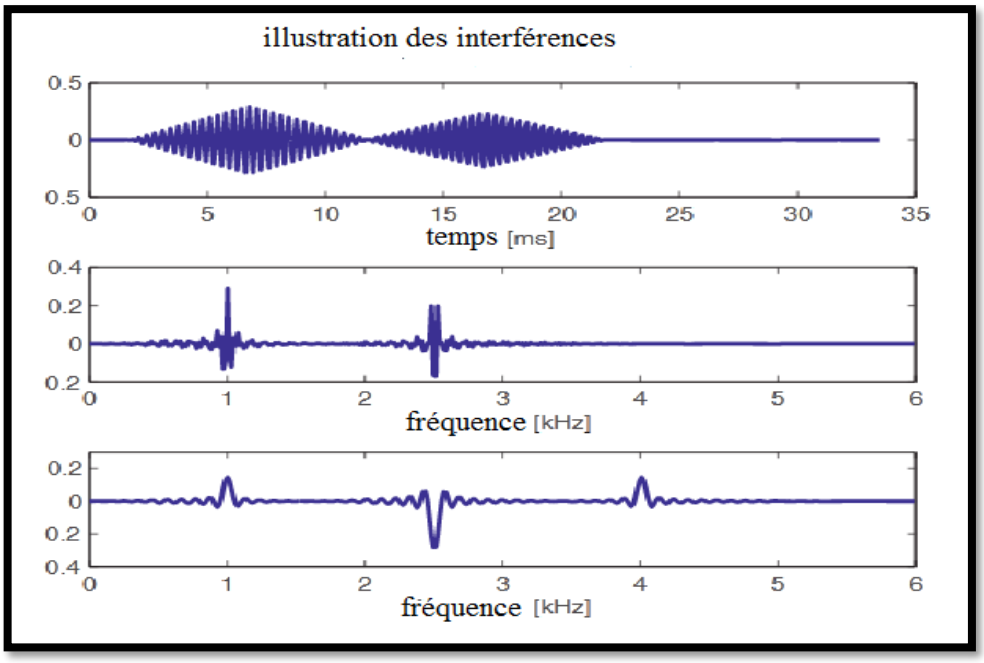


Figure II.20. *Interférences liées à la distribution Wigner-Ville*

Voyons d'abord les interférences qui se produisent le long de l'axe horizontal, autour de 2500 Hz, c'est la moyenne des fréquences correspondant à deux des composantes du signal (f1 = 1000 Hz, f2 = 4000 Hz). Une coupe suivant cet axe (première courbe) montre la nature oscillante de ces interférences. La période oscillante est de 0,33 ms, ce qui est l'inverse de la distance séparant ces deux premiers atomes (3 kHz).

Les deux composantes du signal ayant la même fréquence (1f), mais retardées dans le temps de 20 ms, entraînent des interférences temporelles. Leur période est l'inverse de cette temporisation (0,05 kHz) et peut être lue sur la section le long de l'axe des fréquences (deuxième courbe).

La troisième interférence se produit entre les deux sinusoïdes avec des localisations différentes en temps et en fréquence.

Enfin, nous notons que les sinusoïdes ne sont pas représentées comme des lignes droites dans le plan temps-fréquence. En effet, elles sont bordées de plusieurs raies parallèles évanescentes. La troisième coupe indique une variation de type «sinc» de leurs amplitudes, conséquence de la troncature sinusoïdale.

II.11. Conclusion

Dans le deuxième chapitre On peut déduire de cette étude que les différentes méthodes utilisées donnent des résultats sensiblement différents, la TF reste un outil important en Traitement du Signal. Sa version rapide FFT. L'évolution à la TFCT a permis de tenir compte dans l'analyse des signaux de la non-stationnarité en considérant alors une stationnarité par morceaux. Seulement, il est nécessaire d'adapter la taille et la forme des fenêtres utilisées, selon les résolutions temporelles et fréquentielles désirées. Ces dernières étant antagonistes, il faut réaliser un compromis et parmi les fenêtres connues, la fenêtre Gaussienne constitue le meilleur choix. La TFCT à fenêtre Gaussienne n'est autre que la TG. Malgré le compromis ainsi réalisé, certaines irrégularités très brèves du signal ne sont, quand même, pas suivies par la TG dont les fonctions ont des supports fixes, d'où l'idée de Morlet et Grossman, d'introduire un paramètre d'échelle en opérant une dilatation des fonctions. La Transformée obtenue est la Transformée en Ondelettes (TO). Depuis la TO a subit certaines évolutions, notamment par Meyer, Daubechi et Mallat (Théorie des bancs de filtres). Il en découle différentes familles d'Ondelettes personnalisées en fonction des signaux à traiter et des applications. Avec le développement de la science, les scientifiques sont venus à une autre façon d'étudier le signal, que nous verrons au chapitre trois.

Chapitre III : Méthode De Décomposition De Fourier(FDM)

III.1. Introduction

Il existe de nombreuses méthodes de traitement et décomposition des signaux (Fourier, TFCT, Ondelette, etc.,…) comme nous avons vu dans le chapitre précédent.

Dans ce chapitre nous présentons une méthode récente est la méthode décomposition de Fourier FDM introduit par Singh P et all en2017 [1]. Nous montrons l'efficacité de la méthode FDM au décompose les signaux multi composantes et débruitage du signal parole et le plus avantageuse par rapport aux autres méthodes d'analyse de signaux non stationnaire.

III.2. LA méthode de décomposition de Fourier(FDM)

Cette partie est basée sur les travaux de référence [1].

III.2.1. Définition

Le FDM est une méthode adaptative de décomposition du signal basée sur la théorie de Fourier bien établie et l'approche en phase zéro (ZPF). Il décompose un signal x (n) de longueur N, en un ensemble de m fonctions de bande intrinsèque de Fourier (FIBF), {c [n]} telles que :

$$x[n] = a_0 + \sum_{i=1}^{M} c_i[n] \quad \text{(III.1)}$$

Où a_0 est la valeur moyenne du signal, et $c_i[n]$ ... ... $c_{Mi}[n]$ sont les FIBF modulées en amplitude / fréquence (AM-FM) qui sont adaptatives, locales, complètes, orthogonales ou LINOEP grâce à la décomposition [2].

Un schéma de principe du FDM qui est un banc de filtres à phase zéro basé sur DFT de ce banc de filtres est défini comme :

$$H_i[K] = 1. \quad (k_{i-1} + 1) \le k \le k; et\ (N - k_{i-1} - 1)$$
$$= 0 \quad \text{autrement}$$

Où $1 \le i \le M; k_0 = 0; k_M = \frac{N}{2} et\ k_M = \frac{N-1}{2}$ si N est impair . (III.2)

k_i est la fréquence de coupure supérieure de i la bande et M est le nombre de bandes de fréquences souhaitées, le composant $c_i[n]$ est obtenu par la DFT inverse (IDFT) comme :

$$c_i[n] = \sum_{k=0}^{N-1} [H_i[k] X[k] \exp\left(\frac{2\pi jkn}{N}\right)] \quad \text{(III.3)}$$

Où

$X[n] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-\frac{2j\pi kn}{N}\right)$ est le DFT du signal $x[n]$ (III.4) [2]

L'objectif principal de cette étude est de développer une nouvelle méthode de décomposition adaptative, entièrement basée sur la théorie de Fourier, pour obtenir une représentation unique du signal multi-composant comme une somme de la valeur moyenne et des signaux mono-composants non stationnaires satisfaisant les propriétés présentées dans la définition précédente Les conditions nécessaires pour qu'un ensemble de vecteurs de base représente une série temporelle non linéaire et non stationnaire sont l'exhaustivité, l'orthogonalité, la localité et l'adaptabilité. Les FIBF respectent intrinsèquement toutes les conditions nécessaires grâce à la décomposition proposée.

III.2.1.1. Méthode de décomposition de Fourier en temps continu

Dans cette section, nous proposons un FDM à temps continu (CT-FDM) qui décompose un signal en un ensemble de FIBF. Les données disponibles sont généralement de durée limitée, non stationnaires et générées à partir de systèmes qui peuvent être non linéaires. Soit x (t) un signal à valeur réelle et limité dans le temps dans l'intervalle $t_1 \leq t \leq t_1 + T_0$ .Nous construit une extension périodique de ce signal comme $x_{T_0}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(t - kT_0)$ tel que : $x(t) = x_{T_0}(t)w(t)$ Où $\mathrm{w(t)} = \begin{cases} 1 & \text{Si } t_1 \leq t \leq t_1 + T_0 \\ 0 & \text{ailleur} \end{cases}$ (III.5)

L'expansion de la série de Fourier de $\mathrm{x_{T_0}(t)}$ est donnée par :

$$x_{T_0}(t) = a_0 + \sum_{K=1}^{+\infty}[a_k cos(kw_0 t) + b_k sin(kw_0 t)] \quad \text{(III.6)}$$

Où $w_0 = 2\pi/T_0 rad\ s^{-1}$ $a_0 = (1/T_0)\int_{t1}^{t1+T_0} xT_0(t)dt$,

$\mathrm{a_k = (2/T_0)\int_{t1}^{t1+T_0} xT_0 cos(kw_0 t)dt}$ et $\mathrm{b_k = (2/T_0)\int_{t1}^{t1+T_0} xT_0 sin(kw_0 t)dt}$

En utilisant la représentation exponentielle complexe des fonctions :

$$\cos(kw_0 t) = \frac{[exp\ (jkw_0\ t) + exp\ (-jkw_0\ t)]}{2}$$

Et

$$\sin(kw_0 t) = \frac{\exp(jkw_0 t) - \exp\ (-jkw_0 t)}{2j}$$

Nous peut écrire (III.6) comme :

$$xT_0(t) = a_0 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[C_K \exp(jkw_0 t) + c_k^* \exp\ (-jw_0 t)] \quad \text{(III.7)}$$

Où $C_K = a_k - j\ \mathrm{b_k}$ et $c_k^* = a_k + j\ \mathrm{b_k}$

D'après (III.7), il est clair que :

$$xT_0(t) = a_0 + Re\{zT_0(t)\} \quad \text{(III.8)}$$

Où la fonction analytique :

$$zT_0(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_K \exp(jkw_0t)$$

(III.9)

Est un conjugué complexe de :

$$\tilde{z}T_0(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k^* \exp(-jkw_0t)$$

Et $Re\{zT_0(t)\}$ désigne la partie réelle de $zT_0(t)$. Afin d'obtenir un ensemble de FIBF analytiques (AFIBF). On écrit $zT_0(t)$ comme :

$$\mathrm{zT_0(t) = \sum_{i=1}^{M} a_i \exp(j\varphi_i(t)} \quad \text{(III.10)}$$

Où, dans la recherche directe (balayage basse à haute fréquence (LTH-FS) low to high frequency scan) des AFIBF :

$a_1(t)exp\ (j\varphi_1(t) = \sum_{k=1}^{N_1} c_k\ exp\ (jkw_0t)$,

$a_2(t)exp\ (j\varphi_2(t) = \sum_{k=(N_1+1)}^{N_2} c_k\ exp\ (jkw_0t)$,…,

$a_M(t)exp\ (j\varphi_M(t) = \sum_{k=(N_{M-1}+1)}^{\infty} c_k\ exp\ (jkw_0t)$.

Ainsi, en général, nous pouvons écrire :

$$\mathrm{a_i(t)exp\ (j\varphi_i(t) = \sum_{k=(N_{i-1}+1)}^{N_i} c_k \exp(jkw_0t) \text{ for } i = 1, \dots, M} \quad \text{(III.11)}$$

Avec $N_0 = 0$ et $N_M = \infty$. Les FIBF sont les parties réelles des AFIBF présentées en (III.11). Afin d'obtenir un nombre minimum d'AFIBF en LTH-FS, pour chaque i, commencez par $(N_{i-1} + 1)$et ajoutez plus de termes jusqu'à ce que la valeur maximale de (N_i) soit atteinte de telle sorte que $(N_{i-1} + 1)\ \leq N_i\ \leq \infty$ et

$$a_i(t) \geq 0\ , w_i(t) = \frac{d\varphi_i(t)}{dt} \geq 0\ , \forall t \quad \text{(III.12)}$$

Où $a_i(t)$ et $w_i(t) = 2\pi f_i(t)$ sont respectivement IA et IF de la ième FIBF. Il est facile de constater qu'une telle décomposition est toujours possible. De même, en recherche inversée (de balayage haute à basse fréquence (HTL-FS)) des AFIBF, on obtient :

$a_1(t)\exp\ (j\varphi_1(t)) = \sum_{k=N_1}^{\infty} c_k \exp\ (jkw_0t)$ $a_2(t)\exp\ (j\varphi_2(t) =$

$\sum_{k=(N_2)}^{N_1-1} c_k \exp\ (jkw_0t)$,…, $a_M(t)\exp\ (j\varphi_M(t) = \sum_{k=1}^{N_{M-1}} c_k \exp\ (jkw_0t)$.

Et les limites inférieure et supérieure de la somme dans (III.11) passeraient respectivement à $k = N_i$ à (Ni − 1−1), avec $N_0 = \infty$ et $N_M = 1$. Ici, nous commençons par $(N_{i-1} - 1)$,

diminuons et sélectionnons la valeur minimale de Ni telle que 1≤Ni≤ (Ni − 1−1) et (III.12) soit satisfait pour i = 1, ..., M.

Nous observons que (III.10) a précisément la forme qui dans la littérature est appelée expansion de Fourier généralisée. De plus, cette représentation est complète, orthogonale, locale, adaptative et purement basée sur Fourier. Ainsi, nous avons présenté une expansion de Fourier spécifique au signal généralisée d'une série chronologique en (III.10) par la méthode de Fourier elle-même. L'amplitude variable et l'IF ont amélioré l'efficacité de l'expansion en étendant le signal en nombre fini de FIBF analytiques en (III.10), et ont permis à l'expansion de prendre en charge des données non stationnaires. Ainsi, nous avons obtenu une représentation d'amplitude et de fréquence variable, alors que l'expansion de Fourier classique fournit des amplitudes constantes et une représentation à fréquences fixes.

Pour chacune des FIBF, l'amplitude $a_i(t)$ et la fréquence $f_i(t)$ sont fonction du temps, par conséquent, nous définissons le TFD tridimensionnel $\{(t), f_i(t), a_i(t)\}$ d'amplitude comme le spectre de Fourier-Hilbert (FHS) $H(f,t)$. Le spectre marginal de Hilbert (MHS), dérivé du spectre de Hilbert. De même, nous définissons la FHS marginale (MFHS) à partir de la FHS comme$H(f) = \int_0^{T_0} H(f,t)\mathrm{d}t$. Le MFHS offre une mesure de la contribution totale IA (ou énergie) de chaque fréquence dans un sens moyen. La fréquence dans H (f, t) ou H (f) a une signification différente de l'analyse spectrale de Fourier. La présence d'énergie à chaque fréquence dans MFHS H (f) signifie que, dans la durée totale du signal, il est plus probable qu'une telle onde (FIBF) soit apparue localement. La fréquence dans le MFHS indique seulement la probabilité qu'une oscillation avec une telle fréquence existe. Le temps d'occurrence exact de cette oscillation est donné dans le FHS complet. La densité d'énergie instantanée (IE), qui peut être utilisée pour mesurer la variation d'énergie avec le temps, peut être définie comme $E(t) = \int_0^{f_M} H^2(f,t)df$, où $f_M$est la fréquence maximale du signal. A partir de (III.6), nous obtenons l'énergie du signal $x(t)$ (ou la puissance du signal $xT_0(t)$) par le théorème de Parseval comme $E_x = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\infty}[a_n^2 + b_n^2]$, et à partir de (III.9) énergie du signal analytique (ou puissance du signal $zT_0(t)$) comme $E_z = \sum_{n=1}^{\infty}[a_n^2 + b_n^2]$. Par conséquent, la relation entre E_x et $E_z$est donnée par $E_x = a_0^2 + {E_z}/{2}$. Par conséquent, l'énergie du signal moyen zéro est la moitié de l'énergie de son signal analytique. Nous observons que le FDM suit un modèle de système non linéaire à invariant dans le temps (NTI), et donc c'est une opération ZPF non linéaire dans le temps pour décomposer un signal

en un ensemble de FIBF. Le FDM est non linéaire car il ne suit pas le principe de superposition, c'est-à-dire qu'il existe n signaux $\{x_l\}_{l=1}^{n}: FDM[\sum_{l=1}^{n} x_l] \neq \sum_{l=1}^{n} FDM[x_l]$ [3].

III.2.1.2. Méthode de décomposition de Fourier discrète

En pratique, les signaux temporels continus sont généralement discrétisés pour un traitement ultérieur par un dispositif informatique; par conséquent, nous présentons le FDM pour le signal discret. Soit, x [n], un signal discret de longueur N. En utilisant la TF discret (TFD), nous pouvons écrire x [n] comme :

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} X[K]\exp\left(\frac{j2\pi kn}{N}\right) \quad \text{(III.13)}$$

Où $X[k] = (1/N)\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\exp\left(-\frac{j2\pi kn}{N}\right)$ est la TF discret du signal x[n]. Soit N un nombre pair (on peut procéder de la même manière lorsque N est un nombre impair), alors X [0] et X [N / 2] sont des nombres réels; et nous pouvons écrire x [n] comme :

$$x[n] = X[0] + \sum_{K=1}^{N/2-1} X[K]exp\ (j2\pi knN) + X\left[\frac{N}{2}\right]\exp(j\pi n) + \sum_{K=\frac{N}{2}+1}^{N-1} X[K]\exp\ (Nj2\pi n/N) \quad \text{(III.14)}$$

Puisque x [n] est réel, donc :

$$z1[n] = \sum_{K=1}^{N/2-1} X[K]\exp\ (j2\pi Kn/N)$$

Est un conjugué complexe de :

$$z2[n] = \sum_{K=N/2+1}^{N-1} X[K]\exp\ (j2\pi kn/N)$$

Et nous pouvons écrire (III.14) comme :

$$x[n] = X[0] + 2Re'\{z1[n]\} + X[N2](-1)^n \quad \text{(III.15)}$$

Où Re {z1 [n]} désigne la partie réelle de z1 [n]. Maintenant, nous écrivons le signal analytique z1 [n] comme :

$$\sum_{K=1}^{N/2-1} X[K]\exp\left(\frac{j2\pi kn}{N}\right) = \sum_{i=1}^{M} a_i[n]\exp\ (j\varphi_i[n]) \quad \text{(III.16)}$$

Où, en recherche avancée (LTH-FS) de l'AFIBFs, on obtient :

$a_1[n\,]\exp(j\varphi_1[n]) = \sum_{K=1}^{N_1} X[K]exp\ (\frac{j2\pi kn}{N})$, $a_2[n\,]\exp(j\varphi_2[n]) = \sum_{K=N_1+1}^{N_2} X[K]exp\ (\frac{j2\pi kn}{N})$, …,

$a_M[n]\exp(j\varphi_M[n]) = \sum_{K=(N_M+1)}^{N/2-1} X[K]exp\,(\frac{j2\pi kn}{N})$, etc…., en générale :

$$a_i[n]\exp(j\varphi_i[n]) = \sum_{K=N_{i-1}+1}^{N_i} X[K]exp\,(\frac{j2\pi kn}{N}) \quad \text{(III.17)}$$

Avec $N_0 = 0$ et $N_M = (N/2-1)$. Afin d'obtenir un nombre minimum de FIBF en LTH-Fs, pour chaque i, on balaye de $(N_{i-1}+1)$ à $(N/2-1)$, on obtient une valeur maximale de N_i telle que $(N_{i-1}+1) \le N_i \le (N/2-1)$, et la phase $\varphi_i[n]$ est une fonction augmentant de façon monotone, c'est-à-dire une estimation de l'IF discret

$$\omega_i[n] = (\varphi_i[n+1] - \varphi_i[n]) \ge 0, \forall n \quad \text{(III.18)}$$

Ou

$$\omega_i[n] = (\frac{\varphi_i\,[n+1]-\varphi_i\,[n-1]}{2}) \ge 0, \forall n \quad \text{(III.19)}$$

Et amplitude $a_i[n] \ge 0, \forall n$ et pour i = 1, ..., M. On observe qu'une telle décomposition existe toujours. Une estimation du FI discret par (III.19) présente les avantages suivants: (i) il est non biaisé et a un retard de groupe nul (GD) pour les signaux modulés en fréquence linéaire, et (ii) il correspond au premier instant en fréquence d'un certain nombre de TFD. De même, dans HTL-FS pour les FIBF, nous obtenons :

$a_1[n]\exp(j\varphi_1[n]) = \sum_{k=N_1}^{N/2-1} X[K]\exp\,(\frac{j2\pi Kn}{N})$, $a_2[n]\exp(j\varphi_2[n]) =$

$\sum_{k=N_2}^{N_1-1} X[K]\exp\,(\frac{j2\pi Kn}{N})$,… ,

$$a_M[n]\exp(j\varphi_M[n]) = \sum_{k=1}^{N_{M_1}-1} X[K]\exp\,(\frac{j2\pi Kn}{N})$$

Les limites inférieure et supérieure de la somme de (III.17) passeraient respectivement à

$K = N_{i-1}$ à $(N_{i-1}-1)$, avec$N_0 = N/2$, $N_M = 1$ Dans ce cas, pour chaque i, nous scannons de $(N_{i-1}-1)$ à 1, on obtient la valeur minimale de N_i telle que $1 \le N_i \le (Ni - 1 - 1)$ et la phase $\varphi_i[n]$ est une fonction augmentant de façon monotone.

Il est intéressant de noter que FDM fournit deux vues différentes de la distribution TFE, à savoir des fréquences basses à hautes et des vues hautes à basses fréquences d'un signal. Selon le signal, les deux vues peuvent être les mêmes ou elles peuvent révéler deux types différents de caractéristiques du signal [1].

III.2.2. Reconstruction optimale du signal dans le cadre de la méthode de décomposition de Fourier

Bien que l'EMD soit une méthode générale d'analyse des signaux non linéaires et non stationnaires, il s'agit d'une méthode empirique et n'a donc pas encore de description mathématique formelle. De plus, la méthode EMD nécessite des paramètres définis par l'utilisateur tels qu'un critère d'arrêt et un type d'interpolation, qui affectent ses performances d'analyse de signal. Comme méthode alternative pour l'analyse des signaux, le FDM proposé par Singh et autre. A une base mathématique plus concrète par rapport à l'EMD. En tant que nouvelle méthode de décomposition du signal, le FDM est également exempt de certaines limitations telles que le critère d'arrêt, un type d'interpolation, le mélange de modes et les artefacts d'effet final dont souffre l'EMD. D'un autre côté, similaire à l'algorithme EMD conventionnel avant les propositions de Weng et Berner, à l'heure actuelle, il n'y a aucune implication sur l'optimalité de reconstruction du FDM. Il est prévu que le manque d'optimalité limitera la capacité de récupération du signal du FDM, en particulier en présence de perturbations telles que les interférences et le bruit. Comme suggestion pour surmonter cette limitation et ses effets, donc, ils proposent d'adapter les inférences mathématiques développées en FDM pour une reconstruction optimale du signal.

Le FDM est basé sur la représentation d'un signal à échantillon N de valeur réelle x (n) selon la transformée de Fourier discrète inverse (IDFT) comme suit

$$x(n) = X(0) + Re\{z(n)\} + (1)^{-n} X(^{N}/_{2}) \qquad \text{(III.20)}$$

Où N est un nombre pair et X (k) exprime les coefficients DFT à N points pour k = 0, 1,…, N-1. Les N coefficients DFT X (k) obtenus en appliquant la transformée de Fourier rapide (FFT) bien connue), l'algorithme du signal à N échantillons x (n) donne les composantes de fréquence allant de 0 à f_s Hz, où f_s désigne la fréquence d'échantillonnage. Chaque composante a une fréquence de $f = {kf_s}/{N}$ correspondant à l'indice de fréquence k. Dans (III.13), Re {z (n)} représente la partie réelle du signal analytique z (n) définie par

$$z(n) = 2\sum_{k=1}^{N/2-1} X(k)\exp\left(^{j2\pi kn}/_{N}\right) = \sum_{i=1}^{T} w_i(n)\mathrm{e}^{j\varphi_i(n)} \qquad \text{(III.21)}$$

En considérant (III.13), la représentation définie par (III.14)est la première forme d'obtention des FIBF en évaluant la fréquence instantanée (IF)

$$f_i(n) = \left({}^{1}/_{2\pi}\right)[\varphi_i(n+1) - \varphi_i(n)], \forall n \qquad \text{(III.22)}$$

Selon

$$w_i(n)e^{j\varphi_i(n)} = 2\sum_{k=N_{i-1}+1}^{N_i} X(k)e^{{}^{j2\pi kn}/_{N}} \quad i = 1,2,\dots,T \qquad \text{(III.23)}$$

Avec $N_0 = 0$, $N_T = {}^{N}/_{2} - 1$ et $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Le point clé pour obtenir les FIBF est la détermination des indices de fréquence $N_1, N_2,\dots, N_{T-1}$. Ces indices sont déterminés comme suit. Chaque indice N_i est recherché dans l'intervalle de [$N_{i-1} + 1$, N_T] pour i = 1, 2,…, T - 1. L'équation (III.16) est évaluée pour chaque valeur de N_i dans cet intervalle, puis phase instantanée (IP) $\varphi_i(n)$ est calculé. En utilisant les IP correspondant aux valeurs de N_i allant de $N_{i-1} + 1$ à N_T dans (III.15), les IF correspondants $f_i(n)$ sont calculés. Ainsi, la valeur maximale de N_i satisfaisant à la condition de $f_i(n) \geq 0$ est déterminée comme N_i .Cette procédure est nommée comme le balayage de basse à haute fréquence (LTH-FS). Par conséquent, les FIBF $\Omega_i(n)$ sont déterminés comme [3] :

$$\Omega_i(n) = \mathrm{Re}\{2\sum_{k=N_{i-1}+1}^{N_i} X(k)e^{{}^{j2\pi kn}/_{N}}\} \qquad \text{(III.24)}$$

Pour $i = 1,2,\dots,T$ et $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Il est noter que la procédure LTH-FS nécessite des opérations inutiles augmentant le temps de traitement et la mémoire lors de la détermination des indices de fréquence N_1, N_2,…, N_{T-1}. et donc des FIBF. Pour rendre la procédure LTH-FS plus pratique, la procédure suivante, appelée LTHFS modifiée (M-LTH-FS) est proposée. La procédure proposée pour obtenir les indices de fréquence N1, N2,…, N_{T-1} [3].

III.2.2.1. Comparaisons entre le Fourier, l'ondelette, l'EMD-Hilbert et le FDM proposé dans l'analyse des données

Tableau III. 1. *Comparaison entre le Fourier, l'ondelette, l'EMD-Hilbert et le FDM* [1]

	Fourier	**L'ondelette**	**EMD-Hilbert**	**FDM**

La base	a priori	a priori	Adaptative	a priori→ adaptative
La fréquence	convolution: globale	Convolution : régional	Différenciation : local	Différenciation : local
L'incertitude	oui	Oui	Non	Non
présentation	fréquence-énergie	fréquence-temps-énergie	fréquence-temps-énergie	fréquence-temps-énergie
Non-linaire	non	Non	Oui	Oui
Non-Stationnaire	non	Oui	Oui	Oui
L'harmonique	oui	Oui	Non	Oui → non
base théorique	Achevée	Achevée	Empirique	Achevée

III.3. Simulation et Résultat d'un signal artificiel

L'objectif de la méthode FDM est de décomposition un signal de façon adaptative en signaux mono-composante oscillantes qui possède une seule fréquence à chaque échantillon par l'utilisation d'un processus de tamisage. Chaque composante est une forme d'onde de moyenne nulle.

On prend un exemple sur Matlab de Décomposition d'un signal multi-composant artificiel composé de 4 fréquences :

$x = \cos(20 * pi * t) + \cos(60 * pi * t) + \cos(100 * pi * t) + \cos(140 * pi * t)$

Après l'exécution, on obtient deux figures

- La première figure est celle du signal multi-composant x est sa transformée de Fourier

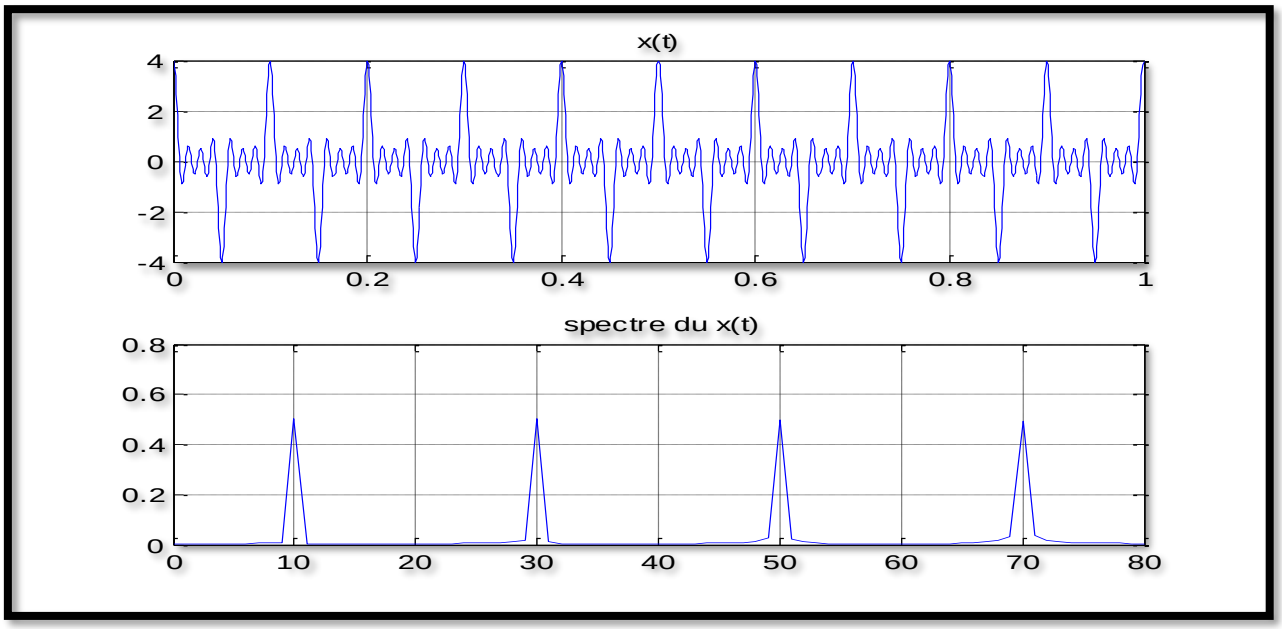


Figure III.1. *Représente un signal multi-composant x(t) est sa transformée de Fourier*

– La deuxième figure représente les représentations temporelles et fréquentiels des signaux mono-composantes FIBF obtenus après la décomposition du x par FDM :

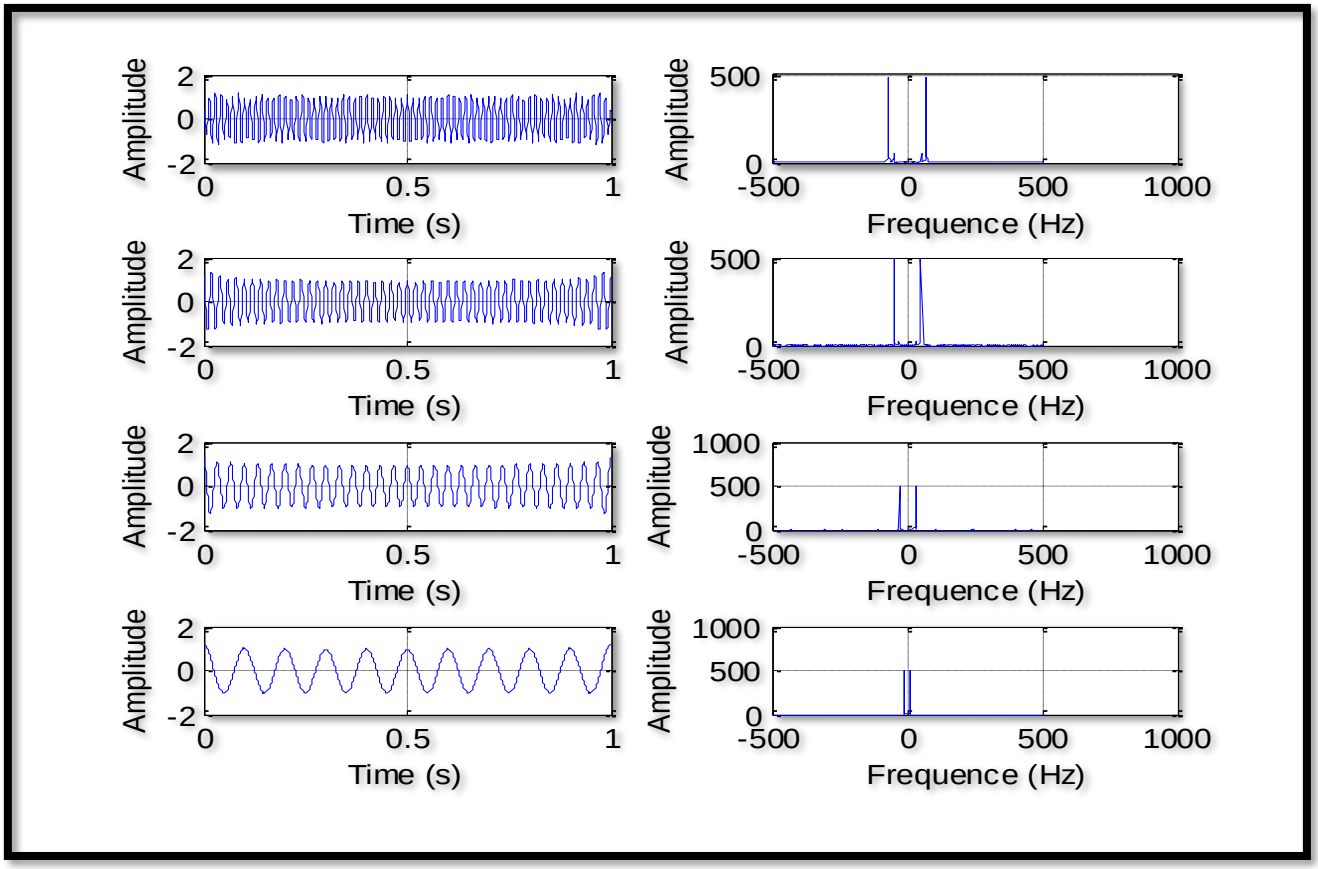


Figure III.2. *La décomposition par FDM du signal artificiel*

III.4. Simulation et Résultat d'un signal réel

III.4.1. La parole

La parole au analogue est un support d'information spécifique aux êtres humains pour se communiquer entre eux, et au numérique est un signal réel, continu, d'énergie finie et non stationnaire. Sa structure est complexe et variable avec le temps. Sa composition est la suivante [4] :

A : Aléatoire: sons fricatifs et B : Du bruit

C : Impulsionel: phase explosive des sons occlusifs et D : Pseudo-périodique : sons voisés

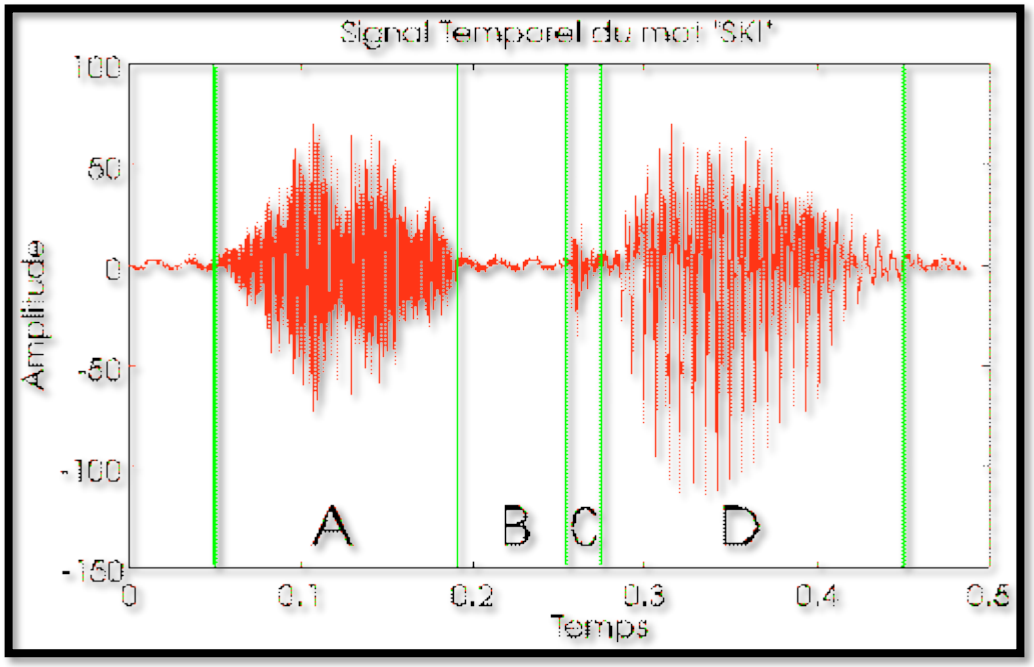


Figure III.3. *Représentation temporelle du signal parole*

III.4.2. Exemple de décomptions d'un signal parole par FDM

On utilise un signal $s(t)$ à partir de la base de données TIMIT [9], comme le montre la Figure III.4a et on l'ajout un bruit blanc gaussien $b(t)$ représenté par la Figure III.4b, on obtient un signal parole bruité $s_b(t) = s(t) + b(t)$ comme le montre la Figure III.4c. Ensuit on applique l'algorithme FDM sur ce signal bruité à fin de le décomposer en plusieurs signaux mono-composantes FIBFs avec $s_b(t) = \sum_{n=1}^{N} FIBF\, n$ avec N nombre de composantes obtenus après la décomposition de $s_b(t)$ pour un objectif de débruitage dans la suite.

(a)

(b)

(c)

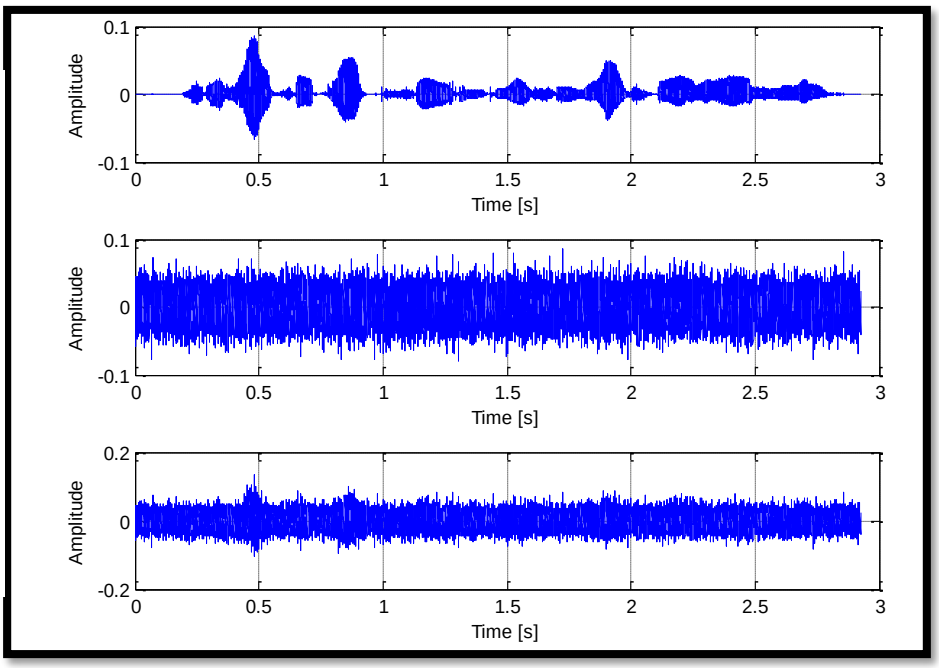


Figure III.4. *(a) Signal parole originale $s(t)$ (b) Bruit blanc gaussien (c) Signal parole bruité $s_b(t)$*

La **Figure III.5.** montre les différents spectres des signaux précédents en utilisant la commande Matlab *fft* comme suit $S(f) = fft\left(s(t)\right)$ $B(f) = fft\left(b(t)\right)$ et $S_b(f) = fft\left(s_b(t)\right)$,

(a)

(b)

(c)

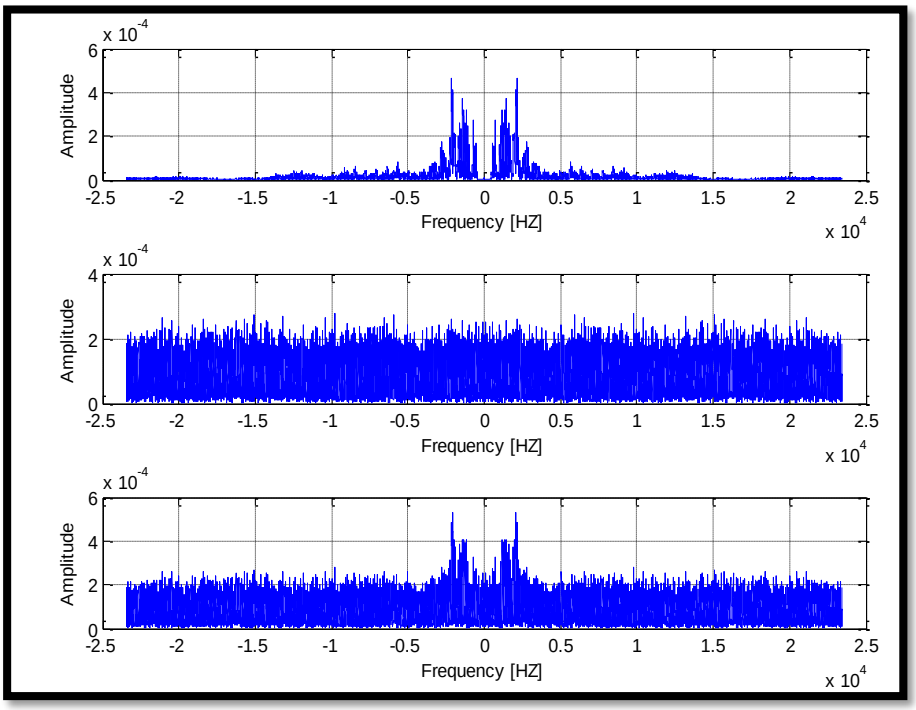


Figure III.5. *(a) Spectre du signal parole originale $s(t)$ (b) Spectre du bruit blanc gaussien (c) Spectre du signal parole bruité $s_b(t)$*

(a)

(b)

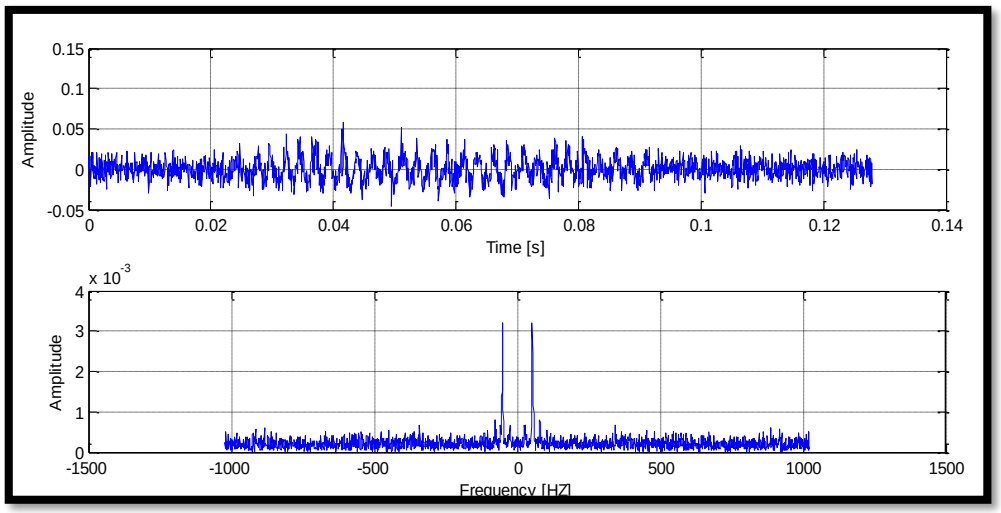


Figure III.6. *Tronçon du signal traité (a)Tronçon du signal parole bruité, (b) Son spectre*

Pour simplifier le calcul on prend seulement un tronçon de 2048 point du signal $s_b(t)$ comme présente sur la Figure III.6, et on procède la décomposition, Le résultat de cette décomposition est présenté par les Figure III.7 à III.10 dont il y a 25 FIBFs.

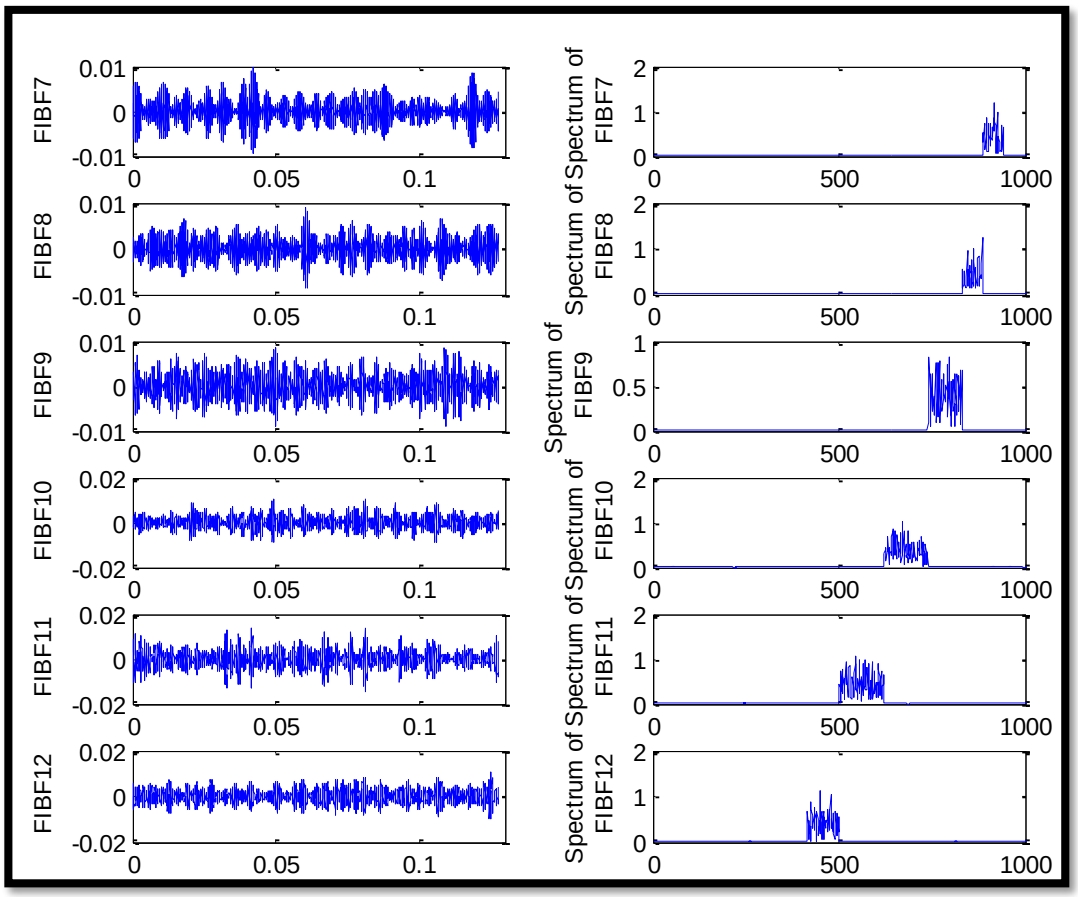


Figure III.7. *Des FIBFs de 1 à 6 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole* $s_b(t)$

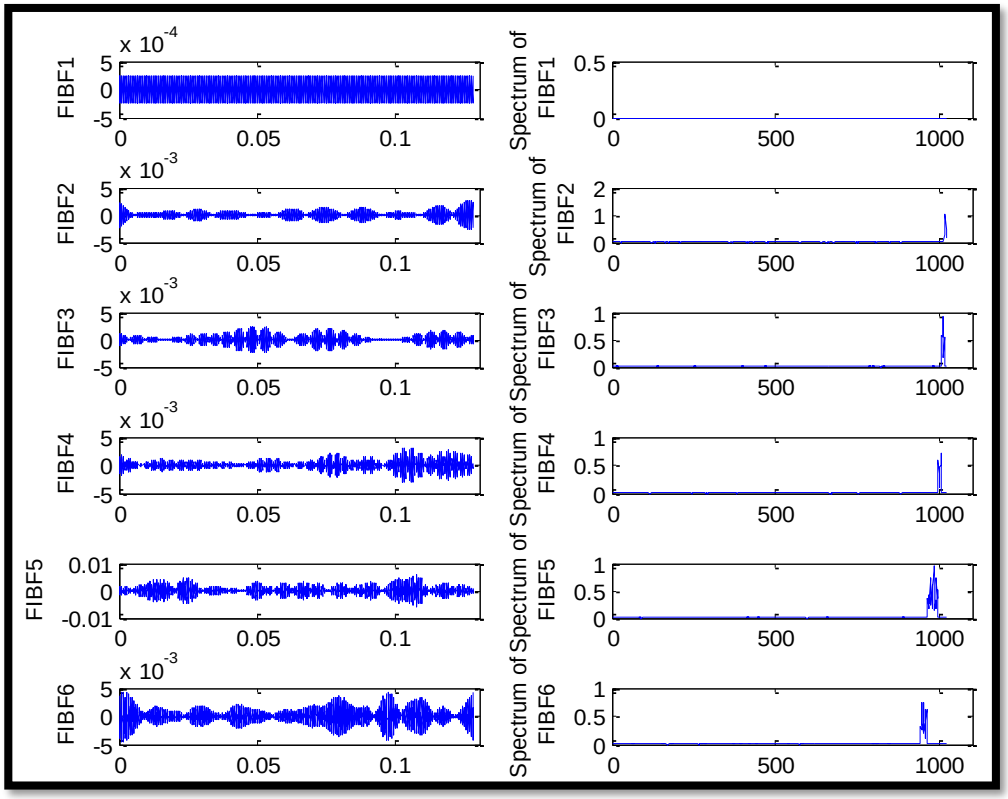


Figure III.8. *Des FIBFs de 7 à 12 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole* $s_b(t)$

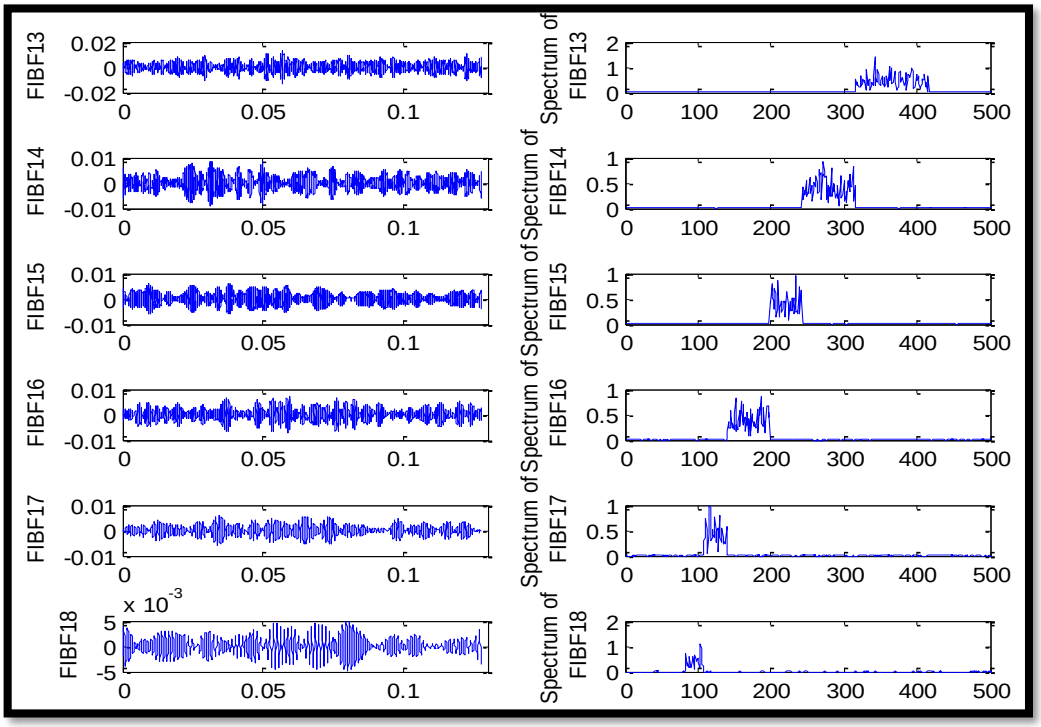


Figure III.9. *Des FIBFs de 13 à 18 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole* $s_b(t)$

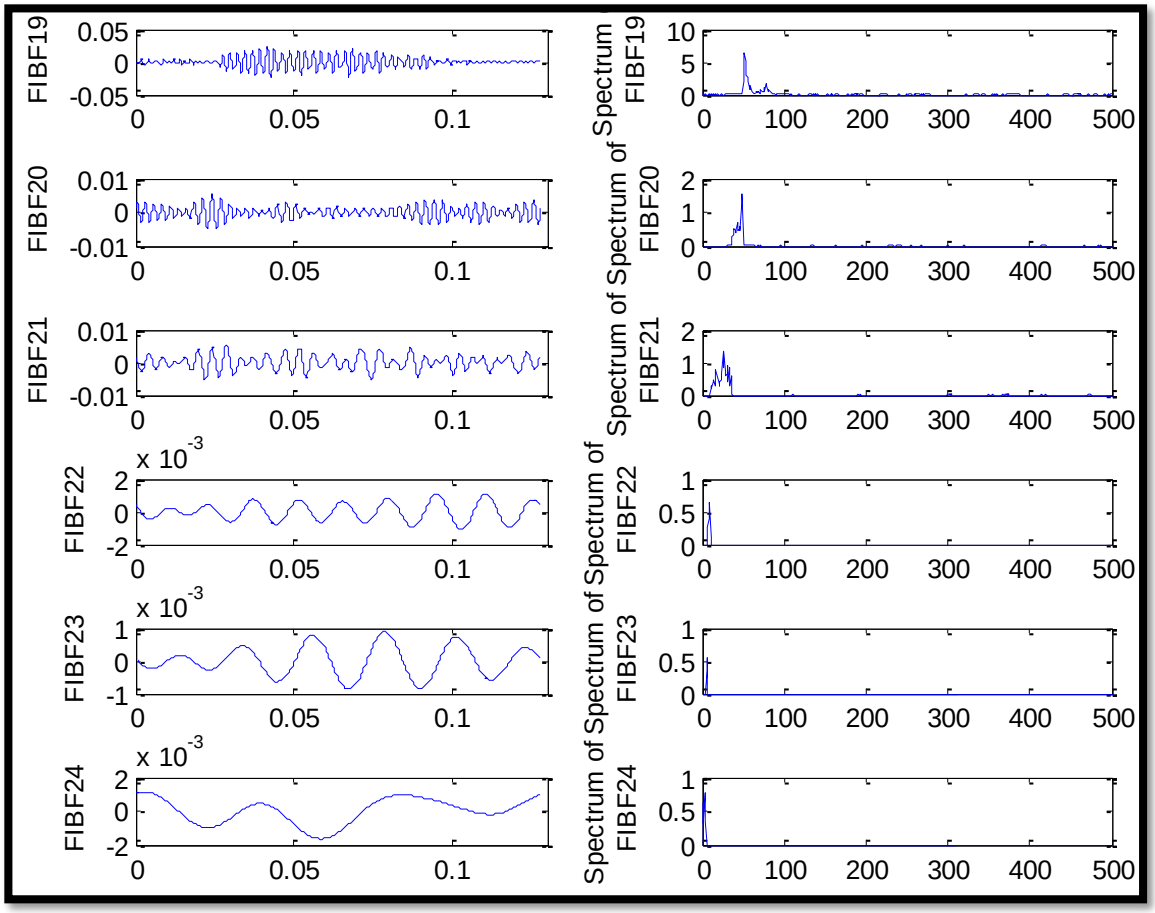


Figure III.10. *Des FIBFs de 19 à 24 obtenus de la décomposition par FDM d'un signal de parole* $s_b(t)$

On teste ici l'application de l'FDM pour le débruitage en utilisant une approche simple appelée « naïf». Notre objectif n'est pas l'obtention d'un débruitage optimal et sans perte, mais de présenter un exemple pratique de l'utilisation de la méthode FDM dans le traitement de la parole.

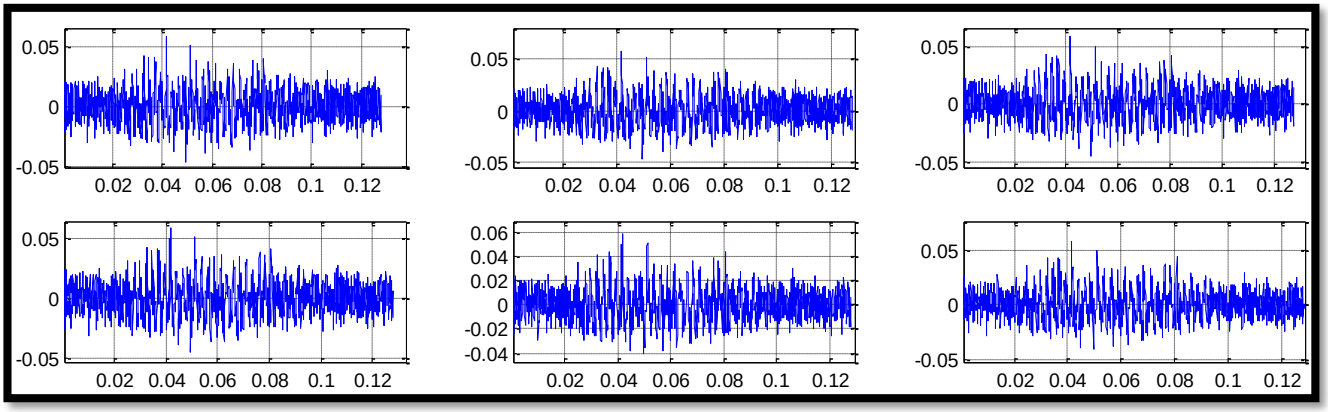
L'idée est facile, on peut préjuger que le bruit est contenu dans les premières composants, qui contiennent les fréquences les plus élevées puisque il s'agit d'une méthode HLS, pour la version LHS le bruit est contenu dans les derniers composants.

Donc, l'idée de base de cette approche est tout simplement de retirer les premières composantes (HF) consécutives ($FIBF\ 1$, $FIBF\ 2$, $FIBF\ 3$,…). Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure III.11. Chaque courbe représente la somme partielle des FIBFs du signal bruité, ou l'on enlève$FIBF\ 1$, puis $FIBF\ 1$ et$FIBF\ 2$, puis $FIBF\ 1$ et $FIBF\ 2$ et

$FIBF\ 3$,…..) en partant toujours de la plus oscillante. Donc les signaux débruités obtenus sont données par : $s_{d1}(t) = \sum_{n=2}^{N} FIBF\ n$, $s_{d2}(t) = \sum_{n=2}^{N} FIBF\ n$, $s_{d3}(t) = \sum_{n=3}^{N} FIBF\ n$, …

A l'œil, la **Figure III.11.** montre que la qualité de signal debruité dépend des FIBFs éliminés lors de la reconstitution du signal rehaussé.

(a) (b) (c)



(d) (e) (f)

Figure III.11. *Reconstructions partielles successives du signal bruité,*

(a) $\boldsymbol{s_{d1}(t) = \sum_{n=2}^{N} FIBF\ n}$ ***, (b)*** $\boldsymbol{s_{d2}(t) = \sum_{n=2}^{N} FIBF\ n}$ ***(c)*** $\boldsymbol{s_{d3}(t) = \sum_{n=3}^{N} FIBF\ n,}$

(d) $\boldsymbol{s_{d4}(t) = \sum_{n=4}^{N} FIBF\ n}$ ***(e)*** $\boldsymbol{s_{d5}(t) = \sum_{n=5}^{N} FIBF\ n}$ ***(f)*** $\boldsymbol{s_{d6}(t) = \sum_{n=6}^{N} FIBF\ n}$

On observe d'après la Figure III.15 que la technique Naïf a rehaussé le signal bruité par un bruit blanc gaussien mais cette technique reste n'est pas performante à cause que les FIBFs éliminés susceptibles d'avoir des informations utiles.

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté: La méthode de décomposition de Fourier (FDM), basée sur la référence [3], ensuite nous avons appliqué cette méthode sur deux types de signaux, artificiel et réel. Le signal réel choisi est la parole, dans le but d'éliminer le bruit à l'aide de la technique FDM.

Conclusion générale

L’objectif de ce travail est d’introduire de nouveaux outils de traitement et d’analyse des signaux non-stationnaires [3]. Donc nous avons proposé une nouvelle approche basée sur FDM. Qui peut être considérée comme un banc de filtres passe-bande basés sur la segmentation du spectre de Fourier. Pendant ce temps, une réduction mathématique rigoureuse basée sur FFT est également fournie.

Pour justifier l'efficacité de la méthode proposée, plusieurs méthodes sont présentées et testées pour l'analyse des signaux stationnaire et non stationnaire. Ces expériences révèlent que l'approche proposée est capable de séparer les signaux susmentionnés. Au début, nous avons comparé entre les transformées de Fourier continue, discret et transformée de Fourier a temps discrète sur les signaux stationnaires, avec l'efficacité de ces méthodes mais elles restent incomplète pour les signaux non stationnaire, car ils ne donnent pas de résultats satisfaisants.

Ensuite, Nous avons présenté les méthodes d’analyse des signaux non-stationnaires et il s’agit de l’analyse temps-fréquence et l’analyse temps-échelle. Pour ce qui est de l’analyse temps-fréquence on a traité la transformée de Fourier à court terme (TFCT) et la distribution de Wigner-Ville (DWV). Pour la méthode temps-échelle on a traité la transformée en ondelettes(TO). Jusqu'à ce que nous arrivions à la méthode que nous voulions étudier c’est la méthode de décomposition de Fourier.

À l'avenir, la méthode proposée aurait des applications plus larges dans plusieurs domaines. Par exemple, le génie civil, le génie mécanique, le génie sismique, etc. De plus, nous étendrions l'FDM à une dimension supérieure. Par exemple, 2D-FDM pourra traiter des images.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques :

CHAPITRE 1

[1]. **Y.Bentaleb.** "Analyse par ondelettes des signaux sismiques: applications aux ondes de surface". [thèse de doctorat]. Rabat, Maroc : s.n., 2007.

[2]. **TABTI, Azedine.** "Dépistage et Diagnostic des Défauts des Installations Mécaniques par Signature Vibratoire". Tizi-Ouzou, Génie Mécanique, Algérie : s.n., 12 02 2015.

[3]. https://www.superprof.fr/ressources/scolaire/maths/astuce/tous-niveaux-7/tpe-2010-physique.html.

[4]. http://maths.cnam.fr/Didacticiels/Sur_Le_Traitement_Du_Son/Introanaspectrale.htm.

[5]. http://mathworld.wolfram.com/FourierSeries.html.

[6]. http://www.univ-sba.dz/fsi/lmd/Math3/Cours-seriesFourier.pdf.

[7]. publiciutenligne.net/mathematiques/analyse/arrou-vignod/series_de_fourier/2/8.html.

[8]. https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/mathematiques-transformee-fourier-11880/.

[9]. https://ocw.mit.edu/resources/res-6-007-signals-and-systems-spring-2011/video-lectures/lecture-11-discrete-time-fourier-transform/MITRES_6_007S11_lec11.pdf.

[10]. https://moodle.insa-rouen.fr/pluginfile.php/6997/mod_resource/content/0/cours7.pdf.

[11]. https://moodle.insa-rouen.fr/mod/resource/view.php?id=3971.

[12]. https://www-n.oca.eu/vigouroux/chp3/subsection2_1_2_2.html#TF_var_per.

[13]. http://www.univ-bejaia.dz/dspace/bitstream/handle/123456789/7077/Transformation%20de%20Fourier%20et%20m%C3%A9thodes%20des%20ondelettes.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

[14]. https://arxiv.org/abs/1604.04992.

[15]. https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/short-time-fourier-transform.

[16]. **B.MERIANE.** "Analyse du signal de Parole par Les Ondelettes(Application Aux Mots. Isolés)". [thèse de magister]. Université de Batna, Algérie. Maroc : s.n., 21 12 2009.

[17]. ttp://disp.ee.ntu.edu.tw/~pujols/Gabor%20wavelet%20transform%20and%20its%

20application.pdf.

[18]. http://gwyddion.net/documentation/user-guide-fr/wavelet-transform.html.

[19]. **F.MEZIANI**. "Analyse du degré de sévérité pathologique des signaux phono cardiogrammes (PCGs) par application des transformées d'ondelettes". UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID TLEMCEN. Algérie: s .n, juin 2013.

[20]. http://dlibrary.univboumerdes.dz8080jspuibitstream12345678937091Memoire%20

finaaaaal%20coriger%20.pdf.

[21]. https://www.mathworks.com/help/wavelet/ug/wavelet-families-additional-discussion.html.

[22]. **LASSAA Ahmed. DJERMOUNI Abdelhamid.** "Débruitage du signal de la parole par la transformée en ondelette". Université Djilali Bouaama Khemis Miliana. Algérie: s .n, 2016/2017.

[23]. **I. KHELF**. "DIAGNOSTIC DES MACHINES TOURNANTES PAR LES. TECHNIQUES DE L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE".UNIVERSITE BADJ MOKHTAR – ANNABA, Algérie: s. n, 2013/2014.

[24]. http://documents.irevues.inist.fr/bitstream/handle/2042/12957/ARTI1282.pdf?sequence

=1.

CHAPITRE 2

[1]. Christopher R. Madan "An Introduction to MATLAB for Behavioral Researchers", The University of Nottingham, UK February 2014 | 280 pages | SAGE Publications, Inc.

[2]. https://fr.mathworks.com/discovery/wavelet-transforms.html.

CHAPITRE 3

[1]. Singh P, Joshi SD, Patney RK, Saha K. 2017 The Fourier decomposition method for nonlinear and non-stationary time series analysis.Proc. R. Soc. A 473: 20160871. http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2016.0871.

JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY, VOL. 17, NO. 2, FEBRUARY 1999

[2]. **Tanveer**, M., **Pachori**, Ram Bilas (Eds.)Advances in Intelligent Systems and Computing Machine Intelligence and Signal Analysis springer © 2019.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[3]. M. D. Elbi and A. Kizilkaya, "Optimal signal reconstruction based on the Fourier decomposition method," 2017 10th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO), Bursa, 2017, pp. 1151-1155.

[4]. http://philduweb.free.fr/contributions/parole/signal.htm=D%C3%A9butDocument

[5]. http://catalog.ldc.upenn.edu/LDC93S1.