République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Yahia Farès de Médéa
Département des Mathématiques et de l'Informatique

MEMOIRE

présenté en vue de l'obtention du

DIPLOME DE MASTER EN MATHEMATIQUES

Spécialité : Recherche Opérationnelle

par
REBIBANE Imene
&
ESSELIMANI Nour el houda

Optimisation d'un programme de production d'un atelier à plusieurs contraintes

---

Soutenu publiquement le 12-10-2020 devant le jury composé de

M^r.**A.BOUCHOU**	*MCA*	U Dr Yahia Farès de Médéa	Précédant.
M^r.**A.SAHRAOUI**	*MAA*	U Dr Yahia Farès de Médéa	Examinateur.
M^r.**K.TABLENNEHAS**	*MAA*	U Dr Yahia Farès de Médéa	Examinateur.
M^r.**M. ZEMIR**	*MAA*	U Dr Yahia Farès de Médéa	Encadreur.
M^r.**D.BENDALI BRAHAM**	Résponsable de la planification (Saidal)		Co-encadreur.

ANNEE UNIVERSITAIRE : 2019-2020

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier **ALLAH** le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail.

En second lieu, nous tenons à remercier notre encadreur **Mr ZEMIR. Mohamed** son précieux conseil et son aide durant toute la période du travail.

Nous tenons à remercier vivement le co encadreur **Mr BENDALI BRAHAM. Djamel** pour nous avoir honorés par son encadrement, ses judicieuses orientations et son aide durant toute la période du travail.

Nous remerciements sont destinés aux membres du jury , le président M^r **A. BOUCHOU** et les examinateurs M^r **K. TABLENNEHAS** et M^r **A. SAHRAOUI** qui ont accepté d'évaluer ce mémoire à sa juste valeur, et de nous faire part de leurs remarques sûrement pertinentes qui contribueront, sans nul doute, au perfectionnement du présent travail.

Un spécial remerciement pour **Mr TABLENNEHAS. KAMEL** pour son soutien et encouragement tout au long de notre durée d'étude.

Enfin,nous tenons à remercier tous nos enseignants, et les responsables de l'entreprise **SAIDAL** ainsi que tous les fonctionnaires, et chaque personne ayant contribué de prés ou de loin au bon déroulement de notre étude.

Dédicace

Je dédie ce projet :

A ma chère mère,

A mon cher père,

A mes sœurs Zineb, Khadija et Nassiba,

à mon petit frère Othmane ,

Pour tous leurs sacrifices, amour, tendresse, encouragements, et prières tout au long de ma vie,

A toute la famille ***ESSELIMANI*** *et* ***EULDJI****.*

A ma chère binôme Rubby et sa famille.

A tous mes amis, et collègues de la promotion 2020.

Merci d'être toujours là pour moi.

Nour el houda

Dédicace

Je dédie ce projet :

A ma chère mère,

A mon cher père,

Qui n'ont jamais cessé, des prières à mon égard, de me soutenir et de m'épauler pour que je puisse atteindre mes objectifs,

A mes frères et leurs femmes,

A mon petit frère Elhadi ,

Pour leurs soutien moral et leurs précieux conseils tout au long de ma vie,

A ma chère binôme Houda et sa famille.

pour sa entente et sa sympathie,

A mes chères grand-mères ,

Qui je souhaite une bonne santé.

A mon fiancé et sa famille,

A tous mes chéres amies, et mes cousines ,

pour leurs aides et supports dans les moments difficiles.

Merci d'être toujours là pour moi.

Imene

Résumé

Dans notre travail, nous intéressons à modéliser un programme optimal de production qui compte tenu des différents problèmes ressources limitées et les divers paramètres permettant de maximiser le bénéfice.

A cet effet une étude approfondie des étapes de production est nécessaire pour déterminer les différentes contraintes de notre modèle mathématique.

Enfin, on a présenté et interprété les résultats apportés par le programme optimal en faisant une comparaison avec le programme planifié par l'entreprise pour le mois de février 2020.

Abstract

In this work we are interesting in modeling an optimal producing program that takes into account different problems limited resources and various parameters allowing to maximize the benefit.

For this purpose, an in-depth study of the production steps is necessary to determinate the different constraints of the mathematical model.

Finally, we presented and interpreted the results provided by the optimal program by making a comparison with the program planned by the company for the month of February 2020.

ملخص

في عملنا, نحن مهتمون بنمذجة برنامج الإنتاج الأمثل الذي يأخذ في عين الاعتبار المشاكل المختلفة, الموارد المحدودة و المعايير المختلفة التي تسمح بتحقيق أكبر ربح.

تحقيقا لهذه الغاية من الضروري إجراء دراسة معمقة لخطوات الإنتاج لتحديد القيودالمختلفة لنموذجنا الرياضي.

أخيرا قدمنا و فسرنا النتائج التي قدمها البرنامج الأمثل من خلال إجراء مقارنة مع البرنامج المخطط من طرف الشركة لشهر فبراير 2020.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements

Dédicase

Dédicase

Résumé

Abstract

Introduction Générale **1**

1 Présentation de l'entreprise et collecte des données **3**
1.1 Historique . . . 3
1.2 Domaine d'activité . . . 4
1.3 Site de production de Médéa . . . 4
1.4 Collecte des données . . . 6
1.4.1 Procédure de fabrication des ampoules injectables . . . 7

2 Modélisation et méthodes de résolution **11**
2.1 Modélisation du problème . . . 11
2.1.1 Introduction . . . 11
2.1.2 Objectif . . . 13
2.1.3 Enoncé explicite des contraintes . . . 13
2.1.4 Présentation de modèle . . . 16
2.2 Méthodes de résolution . . . 16
2.2.1 Quelques définitions . . . 16
2.2.2 La programmation linéaire . . . 17
2.2.3 Classification des problèmes linéaire . . . 19
2.2.4 La complexité des problèmes linéaire . . . 19
2.2.5 Méthodes d'optimisation . . . 21
2.2.6 Méthodes de résolution de PLNR . . . 22
2.2.7 Méthodes de résolution de PLNE . . . 26

3 Application et Interpretation des resultats **32**
3.1 Outils de la résolution . . . 32
3.1.1 Le logiciel LP SOLVE IDE . . . 32

3.1.2 Le logiciel MATLAB 32
3.2 Application 33
3.3 Interprétation des résultats 36
3.4 Conclusion 37

Conclusion **38**

INTRODUCTION GENERALE

Le groupe industriel SAIDAL est le leader national dans la fabrication des médicaments, intéressé d'accroitre sa part du marché et ce en augmentant sa production compte tenu des moyens disponibles, et de la profitabilité des différents ateliers, la valeur ajoutée et la demande de chaque produits.

Issu de la restructuration du groupe industriel SAIDAL, le site de production de Médéa se basant sur les concepts de gestion moderne qui font appel à certaines méthodes quantitatives pour les résoudre de par la réalité du marché où les ressources tant matériels, qu'humaines et financières sont limitées, les problèmes de prises décision relatifs à l'utilisation allocations des ressources, est contraint de surmonter toutes ces contraintes lui permettant de rentabiliser les rendements aux niveaux des différents ateliers notamment ceux injectables.

La programmation de la production mensuelle reste toujours une étape décisive par rapport à beaucoup de paramètres tant internes qu'externes, mais les méthodes employés par le site de production couvrent certains ateliers notamment la dernière à savoir le conditionnement tandis que certains ateliers nécessitent une réflexion plus profonde afin d'optimiser et synchroniser l'enchaînement des différents étapes qui ont en composent.

Une bonne organisation du processus de production permettra à l'entreprise d'avoir une capacité de production légèrement supérieure à la demande. Si la capacité est inférieure à la demande, l'entreprise perd des clients. En plus de réduire les bénéfices de l'entreprise. En revanche, si la capacité de production est démesurément supérieure a la demande, l'entreprise perd de l'argent, puisqu'elle maintient des installations trop grandes ainsi que des équipements et peut être même des employés dont elle n'a pas besoin.

L'optimisation combinatoire est une branche d'optimisation en mathématiques appliquées et en informatique. Elle consiste à trouver un "meilleur" choix parmi un ensemble fini (souvent très grand) de possibilités. Nous explorons et exploitons les propriétés structurelles des problèmes qui permettent de concevoir des algorithmes efficaces (exacts ou approchés) ou alors montrent que de tels algorithmes n'existent pas.
L'optimisation combinatoire occupe une place très importante en recherche opérationnelle en mathématiques discrètes et en informatique. Son importance se justifier d'une part par la grande difficulté des problèmes d'optimisation, et d'autre part par de nombreuses applications pratiques pouvant être formulées sous la forme d'un problème d'optimisation Combinatoire.

Bien que les problèmes d'optimisation combinatoire soient souvent faciles à définir, ils sont généralement difficiles à résoudre.
On entend par "difficile" le fait que la résolution de ces problèmes nécessite l'examen d'un très grand nombre (exponentiel) de combinaisons. On parle d'explosion combinatoire.[4]

Lors de notre étude à l'entreprise **SAIDAL**, nous avons d'abord discuté sur les différents problèmes existants dans l'entreprise et nous avons constaté leur problème majeur est à quel point la capacité de production peut satisfaire la demande des clients, puis nous établissons un programme de production qui répond aux besoins du marché qui maximise le profit en tenant compte des demandes de marché et des capacités de chacune ainsi que des rendements obtenus .

Pour mener à bien cette étude, une présentation de site ainsi que la collecte des données feront l'objet du premier chapitre, le second chapitre est consacrer à la modélisation et la méthode de résolution, le dernier chapitre est consacrer à l'interprétation des résultats.

CHAPITRE 1

PRÉSENTATION DE L'ENTREPRISE ET COLLECTE DES DONNÉES

1.1 Historique

SAIDAL est une entreprise publique économique EPE, SPA spécialisée dans la fabrication et la commercialisation des médicaments à usage humain.

Elle a été crée en avril 1982 à la suite de la restructuration de la Pharmacie Centrale Algérienne (PCA) et a bénéficié, dans ce cadre, du transfert des usines d'El Harrach, de Dar El Beida et de Gué de Constantine. Il lui a été également transféré en 1988, le Complexe ''**antibiotiques**" de Médéa dont la réalisation venait d'être achevée par la SNIC(Société Nationale des Industries Chimiques).

En 1989 et suite à la mise en œuvre des réformes économiques, SAIDAL devient une entreprise publique économique dotée de l'autonomie de gestion.

En 1993, des changements ont été apportés aux statuts de l'entreprise, lui permettant de participer à toute opération industrielle ou commerciale pouvant se rattacher à l'objet social par voie de création de sociétés nouvelles ou de filiales.

En 1997, la société SAIDAL a mis en œuvre un plan de restructuration qui s'est traduit par sa transformation en groupe industriel regroupant trois filiales (Pharmal, Antibiotical et Biotic).

En 2009, SAIDAL a augmenté sa part dans le capital de SOMEDIAL à hauteur de 59%.

En 2010, elle a acquis 20% du capital d'IBERAL et sa part dans le capital de TAPHCO est passée de $38,75\%$ à $44,51\%$.

En 2011, SAIDAL a augmenté sa part dans le capital d'IBERAL à hauteur de 60%.

En janvier 2014, Saidal a procédé par voie d'absorption, à la fusion de ses filiales détenues à 100% : Pharmal, Antibiotical et Biotic.

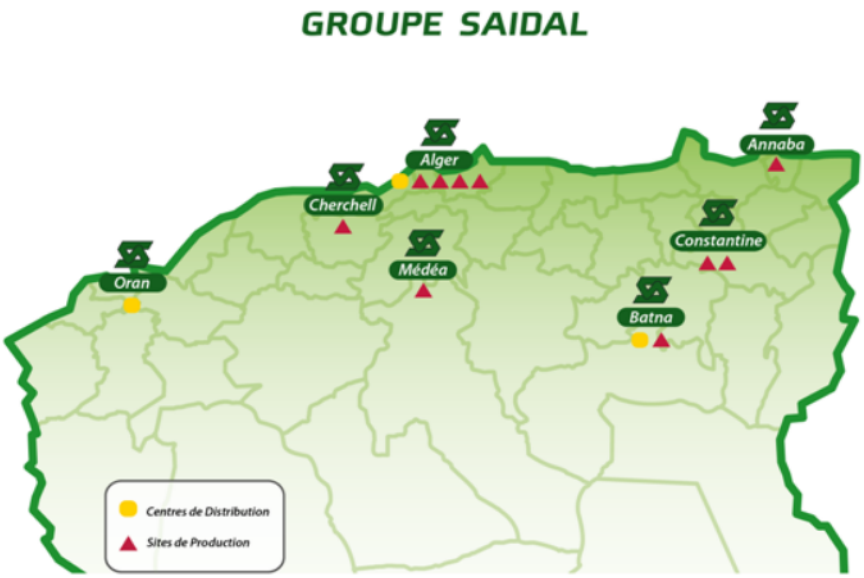
1.2 Domaine d'activité

Les activités du groupe SAIDAL sont déployées pour réaliser six principaux objectifs stratégiques :

• Conforter sa position de leader sur le marché national.
• Améliorer sa rentabilité pour assurer sa pérennité et remplir ses obligations vis-à-vis de ses actionnaires.
• Stabiliser ses compétences et développer ses ressources humaines.
• Développer le partenariat pour acquérir de nouvelles technologies et élargir sa gamme de production vers les médicaments innovants.
• Constituer pour les pouvoirs publics, un instrument privilégié pour asseoir la politique nationale du médicament et contribuer de façon décisive à la réduction de la facture d'importation de médicaments et à la régulation du marché.
•Construire une culture d'entreprise partagée par l'ensemble des travailleurs.

1.3 Site de production de Médéa

Le **Groupe SAIDAL** se compose des entités centrales de gestion, d'un centre de Recherché et de développent de trois unités commerciales, d'une Direction du Marketing et de l'information médical et de 08 sites de production dont 45% de la production du groupe est réalisée par le site de production de Médéa.



Le site de production de Médéa (**80 Km** d'Alger) s'étend sur une superficie de **31ha** dont plus de **19ha** couverts est spécialisée dans la production des antibiotiques pénicilliniques et à la fabrication des médicaments depuis l'obtention du principe actif jusqu'à sa mise en forme galénique. Ce site se compose d'une unité à la pointe de la biotechnologie pour la production des principes actifs pénicilliniques et non pénicillinique par fermentation / semi synthèse.

Spécialités pharmaceutique

Le **Groupe saidal** comprend deux bâtiments séparés l'un pénicinilliques , l'autre non pénicinilliques pour la fabrication des différentes formes pharmaceutiques d'une capacité de 60 million d'unité dont :40% en injectables,30% en forme sèches (comprimés , gélules , poudres pour sirop) 5% en solutés buvable (sirop) , 25% en forme pâteuse (crèmes et pommades) elle est dotée aussi de quatre (4) enceintes stériles Z,A,C (zone à atmosphère contrôlée) de classe 100 , cette forme constitue une spécificité d'antibiotique ,Plus deux grands magasins à air conditionné conçus pour le stockage approprie des matières premières , articles de conditionnement et des produits finis .

Une imprimerie

Dotée d'une capacité de production de plus de 40 million d'étuis et de **40 million** de notices par an prend en charge les besoins de la filiale en articles de conditionnement et ceux des autres filiales du groupe **SAIDAL**.

Laboratoires de contrôle de qualité

Chargés de s'assurer de la conformité des matières, des produits semi-ouvert et des produits finis, da la recherche et développement galénique, le contrôle de qualité est partie intégrants des bonnes pratique de fabrication qui constituent le référentiel pharmaceutique réglementaire pour tout établissement assurant la fabrication des médicaments et une animalerie ou sont développés des élevage rationnels de lapins et de souris pour les besoins des expérimentations Pharmacologiques et dont les conditions de stabulations répondants aux exigences spécifiques à cette activité.

Une centrale de la maintenance et une unité des services auxiliaires

Charger de la maintenance des équipements et de l'alimentation de toutes les utilisé nécessaires aux divers besoins d'exploitation de l'usine entre autres l'énergie électrique, air de processus, vapeur, eaux (potable, adoucie déminéralisée et distillée).

Une station de traitement des effluents

Où tous les rejets liquides et solides subissant au préalable de traitement dans le strict respect des normes de la réglementation en vigueur régissant la protection de l'environnement .Les effluents solides (boues, mycéliums, principes actifs) sont incinérés sur place à plus de $1200c$ pour être transformés or substances inertes et inactives ne présentant aucun danger ni pour l'homme ni pour la nature .

Ressources Humaines

En matière de ressources humaines et de compétences la société, a un effectif composé de :
- 23% Cadres.
- 55% Maitrises.
- 22% Exécutions.

L'effectif féminin représente 15% de l'effectif global. L'encadrement technique est composé de pharmaciens, et d'ingénieurs touchant plusieurs spécialités. [1]

1.4 Collecte des données

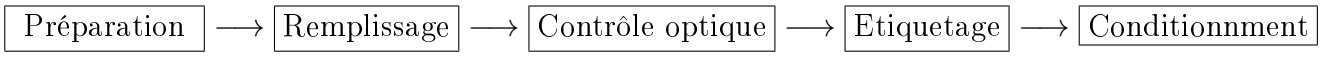
L'élaboration de notre travail a nécessité de prime à bord une étude préalable de la production et tous les systèmes mis en place par le site de production de Médéa, ainsi que toutes les interfaces et les paramètres qui ont une influence importante dans les résultats et pouvant mettre en cause le processus de production dont l'impact influe directement sur la couverture du marché en médicament notamment ceux des malades.

Afin de bien mener notre travail nous avons jugé utile de passer en crible le processus de production ainsi que les directions directement concernées, à savoir la planification et la direction de production, ces derniers ont exprimées le vœu de concentrer notre étude dans l'atelier des injectable ; de part ces étapes et les paramètres causants des difficultés énormes pour le de management de cet atelier pour atteindre leur objectif mensuel où a chaque fois, ils ont recours aux heures supplémentaires et du personnel en plus engendrant une perturbation des autres ateliers et des surcoûts par fois inestimables.

A cette étape de notre étude et après plusieurs entretiens avec le dit management nous avons identifié les différentes étapes cruciales du processus de production qui nous a amené à considérer les paramètres suivants :

— Différentes étapes par type de produits où nous avons relevé que certaines étapes concernent produits et d'autre ne le sont pas.
— Type produit utilisant des articles de conditionnement différent tant en nature et dosage, ainsi que la compatibilité de certains produits en enchaînent aux niveaux des différents étapes.
— Sans omettre la rentabilité de chaque étape où les taux d'occupation en réalité ne sont pas maîtrisés.
— On trouve des goulots dans certaines étapes tandis que d'autres sont en attente surmontées le goulot de l'étape précédant.

A ce stade, nous avons déterminé les différentes étapes ainsi que les paramètres à tenir compte et le passage des produits dans chaque étape, il s'agit de considération de schéma suivant :



1.4.1 Procédure de fabrication des ampoules injectables

Avant d'entamer la production et le travail dans chaque étape, il faut s'assurer de la conformité :

— L'hygiène de l'environnement et des surfaces.

— Propreté des équipements et installations.

— conformité de tous les ingrédients entrant dans la fabrication des produits (matière première, excipients, articles de conditionnement...).

Les différents étapes

1. **Préparation** :

   — A) Mélange : c'est le mélangeage des excipients et la matière première (principe actif) selon la procédure et les instructions spécifiques à ce produit.

   — B) Filtration : on procède à la filtration du mélange selon les normes et spécifications indiquées par la procédure.

2. **Remplissage** :

   C'est le remplissage des ampoules par le mélange obtenu en utilisant des machines spécifiques.

   — L'autoclavage : cette opération a pour but de stériliser les ampoules remplis (selon le cas) et d'autre tests nécessaire.

3. **Contrôle optique (Mirage)** :

   Cette opération a pour but de détecter les différents défauts des ampoules (ampoules non étanchéité, mauvaise soudure, volume bas, présence des corps étranger).

4. **Etiquetage** :

   Cette opération a pour identifier les ampoules confirmés après le contrôle optique avec étiquette spécifique où ce produit en indiquant le numéro du lot, la date de préparation, et la date d'expiration.

5. **Conditionnement** :

   C'est la mise en barquette des ampoules (unitaire ou plusieurs) selon la spécifité du produit, la mise en boite avec prospectus, vignettage et mise en carton. Tout cela se fait sur la ligne de conditionnement automatique.

   Vu la diversité des produits, certains produit ne sont pas réaliser sur la ligne de conditionnement (format non adéquat) surtout la mise en barquettes et la mise en boites, Pour cela, cette opération est faite manuellement par d'autres opérateurs ce qui présente un

goulot sur la ligne de conditionnement.

Les différents produits de l'atelier

Dans l'atelier que nous spécialisons dans l'étude de sa production nous avons les produit définis ci-dessous et qui représentent les variables de notre modèle mathématique :

p_i (les ampoules à fabriqué)	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8
Prix d'une ampoule(en Dinar)	21	28	30	32.5	5	37	18	16

Remarque 1. *à noter que pour des raisons de confidentialités , nous présentons les produit codés et ce pour préserver la sécurité des données de l'entreprise .*

Les différentes capacités dans chaque étape

A partir des étapes précédentes et les variables définies dans le tableau ci-dessus l'entreprise respecte les capacités qu'on introduit comme suit :

1. **La disponibilité de la matière première** :

   Pour la fabrication des ampoules injectables nous disposons deux matières premières qui sont des types d'ampoules en verre M1 et M2 elles sont distribuées comme suit :

Matière première	M_1	M_2
Quantité mensuelle moyenne (par ampoules)	500 000	150 000
Les variables concernées à M_i	x_1, x_4, x_8	x_2, x_3, x_5, x_6, x_7

2. **Les demandes du marché et les quantités minimales** :

   Le nombre d'ampoules fabriqué doit être supérieur ou égale de la quantité minimale donnée et qui ne dépasse pas la demande du marché (quantités mensuelles) et est représenté dans le tableau suivant :

Produit	Quantité minimale mensuelle(en ampoules)	Demande du marché mensuelle(en ampoules)
x_1	200 000	300 000
x_2	400 000	500 000
x_3	300 000	400 000
x_4	200 000	300 000
x_5	0	200 000
x_6	0	300 000
x_7	0	400 000
x_8	0	400 000

3. **La capacité de la machine de mirage** :
   Dans cette étape on dispose deux types de mirage A et B :
   — A : automatique (en utilisant une machine).
   — B : semi automatique (Manuelle)/
   Dont on doit respecter la capacité de la machine et humaine :

Types d'étiquetage	A	B
Produits	$x_1, x_3,$	$x_2, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$

   Capacité mensuelle moyenne de cette étape est égale à 1 694 000 ampoules par mois.

4. **La capacité d'étiquetage** :
   La quantité des produits fabriqués doit tenir compte la capacité mensuelle de la machine de cette étape.

Produit	Capacité de la machine
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$	1 540 000

5. **La capacité de conditionnement** :

   Dans la dernière étape étant deux types de conditionnement :

   — Conditionnement automatique : Il s'agit des boites de 2 ampoules, Les variables concernées pour ce type sont x_1 et x_4 dont la capacité mensuelle de cette machine est égale à 700 000 ampoules par mois.

   — Conditionnement manuelle : Il dispose des boites de 5 et 50 ampoules. Les variables sont données comme suit :

Type de boite	5 ampoules	50 ampoules
Capacité humaine moyenne (mensuelle)	800 000	600 000
Produits	x_2, x_3, x_6	x_7, x_8

   Dans cette étape la variable x_5 ne se conditionne pas.

La collecte des données a nécessité plus d'un mois d'exploitation des données chiffrées auprès des services concerne, à noter que le traitement des données a nécessité beaucoup de calcul où

ces derniers ont été validées à chaque étape conjointement avec le management de la production.

Après la validation de ces données ainsi que l'identification de tous les étapes avec leur goulot d'étranglement, capacité limitée ainsi la rentabilité de chaque étape en considérant les horaires de travail réglementaire (8 heures par jour) nous avons établi notre modèle mathématique qui sera présenté dans le 2éme chapitre avec l'énoncée explicite les différents contraintes.

Cependant, nous signalons que la durée pour réaliser le présent travail au niveau du site de production a été écourtée à la pandémie du Covid-19 qui a sévit notre pays, où d'autre contraintes (disponibilité humaine, rendement par équipe) , rendement par type de marché n'ont pas été considéré, donc on a eu recours à considérer des moyens et des taux rendements donnés et validés par le management de la production.

A la lumière de ce qui a été cité précédemment cette étape nous a permis de réaliser notre étude et l'établissement d'un modèle mathématique adéquat permettant de fournir des résultats optimals satisfaisant qui seront décrits dans la partie interprétation des résultats.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION ET MÉTHODES DE RÉSOLUTION

2.1 Modélisation du problème

2.1.1 Introduction

La présente étude a pour but de mettre en exergue les différentes phases de production d'un atelier à plusieurs étapes et dont l'étude nécessite une réflexion en passant aux cibles chacune de ces étapes pour mieux décortiquer les phases critiques de processus de production ainsi que leurs interactions et leurs limites, influences des unes sur les autres, ceci étant dit ,nous avons jugé utile d'utiliser des outils descriptifs permettant une analyse adéquate préalable de processus de production et est données comme suit :

Etapes preparation et Remplissage $\longrightarrow$ Etape intermédiaire $\longrightarrow$ Etape conditionnment

Le schéma ci-dessus reprend les étapes de production sommaires de l'atelier et qui nous indique le degré de la complexité et la difficulté rencontrée lors de la réalisation de cette étude.

À ce stade, nous avons procédé avec les responsables de la planifications et de la production à détailler les étapes (schéma) en sous-étapes tout en considérant la nature des produits et les types des produits, le temps de passage, les goulots d'étranglement, ainsi que les moyenne figés et flexible mis en place, sans omettre l'aspect réglementaire touchant la qualité du produit fini.

Les responsables étaient intéressés par connaître le délai à minimiser de séjour(production) à travers les différentes étapes de production pour leur permettre, une allocation de ressources optimale et une vision du calendrier avec délais de rigueur pour satisfaire les besoins de marché à temps.

Concernant à ce qui a été dit ci-dessus et après suite à une série de séances de consultation avec les responsables ,les étapes à étudier à prendre en considération sont les suivantes :

-La première étape $E1$: préparation et stérilisation.
-La deuxième étape $E2$: remplissage.
-La troisième étape $E3$: lavage et contrôle selon deux types.
-La quatrième étape $E4$: conditionnement primaire.
-La dernière étape $E5$: conditionnement secondaire selon deux types.

L'exploitation des données quotidienne étalée sur un mois à compter du premier lot à l'étape E1 au dernier lot à la dernière étape E5.

En l'absence de paramètres pour chaque étape, nous avons trouvés utiles d'entreprendre les calcules en amont et en aval de la production de la période choisie tout en procédant au contrôle des données basées sur la comparaison avec les bilans réels.

Les premiers résultats exploités nous ont permis de détecter les points suivants :

— Chaque étape contient au minimum un goulot d'étranglement.

— les étapes de E3 à E5 : les paramétrés sont diffèrents pour chaque produit .

— Les capacités sont variables peuvent être augmenté selon les moyennes disponibles et matériel.

— Les difficultés des calculs et leur complexité en étape figé et flexible en capacité.

Un investissement est en cours de réalisation de le court terme, permettra de fait le non prise en compte de certaines limites et dont la prise en charge en terme de calculs et contrôle s'avère très contraignant et nécessitera un temps considérable.

En séquencement, nous avons pu dresser une ébauche finale de notre modèle mathématique qui donnera éventuellement de meilleures résultat et dont le portée de ces résultats sera valables. Actuellement avec la chaîne d'équipement mis en place et tient compte de certains de remplacement qui sera opérationnel dès son acquissent après achèvement des essais machine, d'où le problème aura comme modèle mathématique lui sera tant valables et dont la validité sera prise en compte du dit investissement et des contraintes et limites .

Une telle vision rend le modèle mathématique caduc malgré les efforts et les difficultés rencontrés.
Il a été plus guidons de considérer ces investissements qui semblent régler certains problèmes et de ne considérer que ceux pertinents.

Dans cette section de notre étude, nous avons fixé les limites et les paramètres de chaque produit dans chaque étape, et dans le processus de produit global. Ce qui nous permet d'établir notre modelé mathématique dans le but de rentabiliser l'atelier de production et couvrir le besoin en produits fini d'une part, détecter toutes les limites à travers les étapes et les insuffisances pour y remédier

Le modèle consiste à considérer les produits de l'atelier au nombre de huit différent conditionnement primaires et secondaire tout en optimisant leur passage à travers les étapes critique du processus de production.

2.1.2 Objectif

L'objectif de cette étude étant de maximiser le profit de l'entreprise à travers l'élaboration d'un programme de production tenant compte des limites et rentabilisation des ressources mises à disposition par l'entreprise d'une période d"un mois, période suffisante pour un cycle économique et dont les résultats obtenus sont des quantités des ampoules produites pour chaque étape.

Fonction objectif

Dans notre cas, on a un atelier qui fabrique huit (08) produits dont chaque lot d'un produit fini comporte 100 000 ampoules.
On introduit la variable suivant :

$$x_i \in N \quad i = \overline{1,8}$$

Il s'agit d'un programme linéaire en nombres entiers .

L'objectif étant de maximiser le profit de production tout en déterminant les qualités pour chaque produit pendant un mois. alors on a :

$$\max \mathrm{Z} = \sum_{i=1}^{8} c_i x_i \tag{2.1.1}$$

x_i : le nombre de lots à fabriquer pour chaque produit allant de 1 à 8.
c_i : le prix de chaque produit (par ampoule).

2.1.3 Enoncé explicite des contraintes

Comme pour tout processus de production où chaque phase à une capacité limitée (goulot) aussi que pour ressources de l'entreprise également ; des contraintes supposent pour chaque, sans omettre l'enchaînement des produits et les changements de ces derniers.
La nature de marché du médicament de part la fluctuation des ventes et de péremption des produits fini nous impose à tenir compte des ventes et des commande chaque mois. Il en est de même si pour les stocks des inputs sont parfois dû au retard d'acquisition des importations et les fluctuations du marché influant directement sur les stocks disponibles de certains inputs.

La prise en compte de ces limites et insuffisances sont traduits en contraintes dans notre modèle mathématique que contribue à cerner les problèmes lies à l'exploitation de cet atelier, et dont ces contraintes sont données ci-dessus :

Contrainte de disponibilité de matière première

Les stocks disponibles et leurs fluctuations nous imposent à considérer la contrainte de disponibilité des stocks des inputs notamment ceux communs, dans notre cas on a deux inputs . alors le nombre des ampoules fabriquer de chaque type de matière première ne doit pas dépasser la quantité de stock des inputs ,dans notre cas il existe deux matière première M_1 M_2 , d'où la contrainte soit exprimée ainsi :

$$\begin{cases} \sum_{i \in I} x_i \leq St_1 & \text{Pour la matière M1} \\ \\ \sum_{j \in J} x_j \leq St_2 & \text{Pour la matière M2} \end{cases} \tag{2.1.2}$$

St_1 :la quantité du stock de la matière première M_1.
St_2 :la quantité du stock de la matière première M_2.
I : L'ensemble des indices des produits dont l'input M_1 entre dans leur composition.
J :L'ensemble des indices des produits dont l'input M_2 entre dans leur composition.

Contrainte de la demande du marché et la quantité minimale

Le nombre des ampoules (lots)à fabriquées ne doit pas dépasser les demandes du marché ainsi qu'il faut fabriquer au moins la quantité minimale donnée(lot économique) , la contrainte donc est exprimé comme suit :

$$P_i \leq x_i \leq D_i \quad i = \overline{1,8} \tag{2.1.3}$$

P_i : la vente du produit i.
D_i :la commande du produit i.

Contrainte de la capacité de l'étape 3

A noter que cette contrainte a été prise en compte par le management du site comme étant un facteur de correction global du fait que certain produit ont des taux de perte dans les normes et que d'autres présentent des taux moyens réalisés de 80% et ce par rapport aux pertes matières et articles de conditionnement type des ampoules.

Les rendements obtenus diffèrent d'un type de produit à l'autre, d'où dans cette étape, il ya une distinction entre les produits en deux types A et B, il en résulte la contrainte :

$$\sum_{q \in Q} x_q + 0,8 \sum_{r \in R} x_r \leq \text{Cap}_2 \tag{2.1.4}$$

Cap_2 :Quantité moyenne des produits passés par l'étape 4 dans un mois .
Q : L'ensemble des indices des produits de types A.
R :L'ensemble des indices des produits de types B.

Contrainte de la capacité de l'étape 4

La quantité des produits passés au niveau de cette étape doit tenir en compte la capacité de la machine, d'où la contrainte s'exprime comme suit :

$$\sum_{i=1}^{8} x_i \leq cap_1 \tag{2.1.5}$$

cap_1 : Quantité moyenne des produits passés par l'étape 3 dans un mois.

Contrainte de conditionnement

Durant la dernière étape les ampoules on distingue selon trois types comme suit :
Le premier type concerne les ampoules conditionné automatiquement dans des boites de 02 ampoules.
Le deux derniers types sont pour ceux qui sont conditionner manuellement dans des boites de 5 et 50 ampoules.
Pour chaque type, on doit prendre en considération la capacité de la machine et la capacité humaine.
Donc les contraintes sont exprimées comme suit :

$$\begin{cases} \sum\limits_{k\in K} x_K \leq cap_3 \\ \sum\limits_{l\in L} x_1 \leq cap_4 \\ \sum\limits_{p\in P} x_P \leq cap_5 \end{cases} \tag{2.1.6}$$

K : L'ensemble des indices des produits de type 1.
L : L'ensemble des indices des produits de type 2.
P : L'ensemble des indices des produits de type 3.
Cap $_3$: quantité moyenne de produits conditionnés par mois du 1$^{\text{ere}}$ type.
Cap $_4$: quantité moyenne de produits conditionnés par mois du 2$^{\text{ème}}$ type.
Cap $_5$: quantité moyenne de produits conditionnés par mois du 3$^{\text{ème}}$ type.

2.1.4 Présentation de modèle

La forme générale du modèle s'écrit sous la forme suivante :

$$\max \mathrm{Z} = \sum_{i=1}^{8} c_i x_i$$

sous contraintes :

$$\begin{cases} \sum_{i \in I} x_i \leq St_1 \\ \sum_{j \in J} x_j \leq St_2 \\ p_i \leq x_i \leq D_i \quad i = \overline{1,8} \\ \sum_{i=1}^{8} x_i \leq cap_1 \\ \sum_{i \in A} x_i + 0.8 \sum_{j \in B} x_j \leq cap_2 \\ \sum_{k \in K} x_k \leq cap_3 \\ \sum_{l \in L} x_l \leq cap_4 \\ \sum_{p \in P} x_p \leq cap_5 \\ x_i \in \mathrm{N} \quad i = \overline{1,8} \end{cases}$$

2.2 Méthodes de résolution

2.2.1 Quelques définitions

La programmation mathématique

La programmation mathématique est un ensemble de méthodes ou processus mathématiques dont le but est de trouver un optimum pour un problème décisionnel donné. C'est à dire il s'agit de rechercher l'optimum d'une fonction de n variables et de m contraintes . La programmation mathématique englobe des outils comme :

– La programmation linéaire : Un problème linéaire (PL) est un problème d'optimisation maximisant ou minimisant une fonction objectif linéaire à n variables de décision supposées non négatives soumises à un ensemble de contraintes exprimées sous forme d'équations ou inéquations linéaires.
– La programmation linéaire en nombres entiers : C'est une extension de la méthode précédente qui permet de travailler aussi sur des petites quantités entières (nombre de bus, nombre

d' avions) et décisions binaires (telle action est effectuée ou non).

– La programmation non linéaire : Elle est utilisée lorsque les relations entre les décisions ne peuvent pas être exprimées de façon linéaire, même avec des hypothèses simplificatrices. Elle est plus générale que la programmation linéaire mais a le défaut de ne pas garantir l'obtention de meilleures décisions.

– La programmation dynamique : Adaptée aux problèmes décisionnels possédant une propriété de sous-optimalité, c'est à-dire que des décisions bonnes pour le problème global sont aussi bonnes pour des sous-problèmes.

2.2.2 La programmation linéaire

Le problème le plus simple de la programmation mathématique est celui de programmation linéaire.
La programmation linéaire peut être définie comme un outil mathématique qui permet d'analyser divers types de situations dans lesquelles nous retrouvons une fonction linéaire d'un certain nombre de variables, appelée Fonction Objectif que l'on désire optimiser (maximiser ou minimiser).Ces variables appelées variables de décision (dont on veut déterminer les valeurs optimales) sont soumises à des contraintes qui sont linéaires.

Forme générale d'un programme linéaire

La formulation d'un modèle mathématique est l'étape la plus délicate de la résolution d'un problème sous forme d'un programme linéaire .
Elle nécessite un effort de conception qui doit aboutir à la détermination des trois éléments suivants :

1. **Les variables de décision :**
   C'est la première étape dans le processus de modélisation qui consiste à identifier toutes les variables de décision (les inconnus) de la situation à modéliser .
2. **La fonction objectif :**
   On associe à chaque variable de décision du modèle correspond ,un coefficient économique indiquant la contribution unitaire de la variable correspondante à l'objectif poursuivi. Par la suite, on pourra en déduire la fonction objectif que l'on veut optimiser (soit à maximiser soit à minimiser).
3. **Les contraintes linéaires :**
   Dans la problématique de la situation, il faut être en mesure d'identifier tout genre de restriction qui peut limiter les valeurs que peuvent prendre les variables de décision.

La forme la plus générale d'un problème de programmation linéaire est :

$$PL = \begin{cases} \text{opt Z} = \max(\min Z) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j & (1,1) \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i \quad i \in I \subset \{1,\ldots,m\} & (1,2) \\ \sum_{j=1}^{n} a_{lj} x_j = b_l \quad l \in L \subset \{1,\ldots,m\} & (1,2) \\ \sum_{j=1}^{n} a_{kj} x_j > b_k \quad k \in K \subset \{1,\ldots,m\} & (1,2) \\ x_j \in R^+, \quad j \in \{1,..,n\} \ldots\ldots & (1,3) \\ I \cap L \cap K = \emptyset \\ I \cup L \cup K = \{1,\ldots,m\} \end{cases}$$

Avec c_j, a_{ij} ,a_{lj} ,a_{kj},b_i ,b_l,b_k sont des constantes et $x_j$des variables
$(1,1)$: la fonction objectif (économique) .
$(1,2)$: les contraintes réelles .
$(1,3)$: contraintes de non-négativité .

• Un programme linéaire est dit sous la forme canonique si toutes les inégalités sont dans le même sens , les variables de décision sont positives ou nulles et les contraintes d'égalités sont absentes :

$$(PL) \begin{cases} \text{opt z} = \max(\min Z) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = 1,\ldots,m \\ x_j \geq 0 \quad j = 1,\ldots,n \end{cases}$$

ou sous la forme

$$(PL) \begin{cases} \text{opt z} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1,\ldots,m \\ x_j \geq 0 \quad j = 1,\ldots,n \end{cases}$$

• Un programme linéaire est dit sous la forme standard s'il est sous la forme :

$$(PL) \begin{cases} \text{optz} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad i = 1,\ldots,m \\ x_j \geq 0 \qquad\qquad j = 1,\ldots,n \end{cases}$$

• Toute inégalité $\geq$ (resp $\leq$) peut être transformée en égalité ,on rajoutant des variables d'écart.

• Toute inégalité $\geq$ est équivalente à une inégalité $\leq$ en multipliant ses termes par (-1).

2.2.3 Classification des problèmes linéaire

Les contraints et l'objectif

Parmi les problèmes de la programmation linéaire on trouve :

— Les problèmes linéaires en variables mixtes (PLNR) :

Un problème linéaire en variables mixtes est un problème d'optimisation pour lequel certaines variables x_j sont entières et d'autres x_k sont réelles . ($x_j \in$ N) ($x_k \in R^+$).

— Les problèmes linéaires en nombres entiers(PLNE) :

Un problème linéaires en nombre entiers est un problème d'optimisation dont toutes les variables sont entières ($x_j \in$ N).

— Les problèmes linéaires en variables binaires :

Un problèmes linéaire en variables binaires ou (0 et 1) est un problème d'optimisation en nombres entiers ,telle que les variables entières prennent leurs valeurs dans l'ensemble $\{0, 1\}$.

2.2.4 La complexité des problèmes linéaire

L'algorithme

Un algorithme, c'est une suite fini d'instructions ou d'opération détaillées, permettant de résoudre une classe de problèmes.

il est définie par une application A de $\mathrm{R^n} \longrightarrow \mathrm{R^m}$ permettant la génération d'une suite d'éléments de R^n par la formule :

$$\begin{cases} x_0 \in R^n \quad \text{, donné} \quad , k = 0 \longleftarrow \text{étape} \quad \text{initial.} \\ x_{k+1} = A(x_k) \quad , k = k + 1 \longleftarrow \text{itération} \quad k. \end{cases}$$

La convergence d'un algorithme

Définition 2.2.1. *On dit qu'un algorithme A converge si la suite $(x_k)_{k\in\mathrm{N}}$ engendré par l'algorithme ,converge vers limite x.*

•vitesse de convergence d'un algorithme :

Définition 2.2.2. *soit $(x_k)_{k\in\mathrm{N}}$ une suite de limite x définit par le donné d'un algorithme A ,On dit que la convergence est :*

— ***Linéaire :*** *si l'erreur $e_k = ||x_k - x||$ décroit linéairement : $\exists \varepsilon \in [0, 1], \exists k_0 : \forall k \geq k_0 : e_{k+1} \leq \varepsilon e_k$.*

— ***super linéaire :*** *si l'erreur e_k décroit telle que $e_{k+1} \leq \alpha e_k$, avec α_k est le terme d'une suite positive convergente vers 0.*

si α_k est de terme d'une suite géométrique en dit alors que la convergence est géométrique .

— ***d'ordre p :****si l'erreur e_k décroit de manière suivant :$\exists \varepsilon \geq 0, \exists k_0, \forall k \geq k_0 \quad , e_{k+1} \leq \varepsilon (e_k)^p$.*

$-$si $p = 2$: la convergence est dite quadratique .

— ***convergence locale :****la convergence est dit local si elle n'a lien que pour des points de départ x_0 dans un voisinage de x^*.*

Remarque 2. *dans le cas le contraire (non locale) la convergence est dite Globale.*

La complexité

Afin de mesurer la difficulté d'un problème donné et la comparer avec celles des autres problèmes , nous pouvons calculer la complexité algorithmique de chacun d'entre eux.

La complexité d'un problème donné est discutée sur deux cotés :

-Coté temporel (complexité temporelle).
-Coté spatial (complexité spatiale).
Bien que la théorie de la complexité se concentre sur des problèmes de décision, elle peut être étendue aux problèmes d'optimisation ,elle classe les problèmes selon leurs complexités en deux classes principales :

- La classe P (Polynomial time) :

La classe des problème qui peuvent être résolus en temps polynomial sur une machine non déterministe .

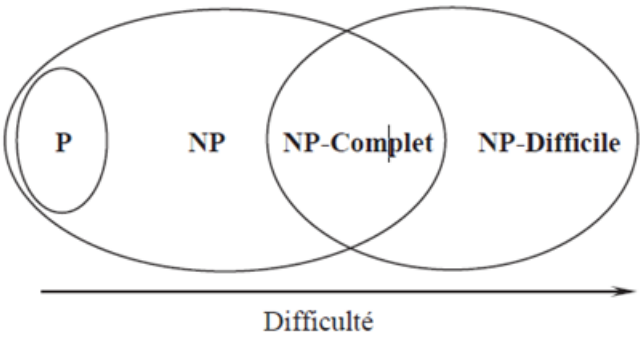
- La classe NP (Non determinist Polynomial time) :

La classe des problème qui peuvent être résolus en temps polynomial sur une machine non déterministe .

•Un problème est facile s'il appartient à la classe des problèmes P pour lesquels il existe un algorithmes efficace pour les résoudre .

•Un problème de décision est difficile s'il appartient à la classe NP-complet, pour lesquels il n'existe pas un algorithme efficace pour les résoudre à l'heure actuelle, cependant il existe des moyens pour vérifier en temps polynomial la véracité d'une solution donnée.

•Un problème d'optimisation appartient à la classe NP-difficile si son problème décisionnel appartient à la classe NP-complet .



2.2.5 Méthodes d'optimisation

Les méthodes exactes

La méthode de résolution exacte doit permettre l'obtention d'au moins une solution optimale . Ce genre de méthode demande en général des temps d'exécution très élevés ainsi que des ressources mémoire importantes sur les instances de grande taille .
Nous citons quelques méthodes de la classe des algorithmes exacts, ces méthodes donnent une garantie de trouver la solution optimale pour une instance de taille finie dans un temps limité et de prouver son optimalité .

— La méthode de séparation et d'évaluation Branche and Bound.

— La méthode de coupe de Gomory .

— La méthode des coupes planes (cutting-plane).

— La méthode (Branch and Cut).

Les méthodes approchées(heuristiques)

En optimisation combinatoire, une heuristique est un algorithme approché qui permet d'identifier en un temps polynomial au moins une solution réalisable rapide, pas obligatoirement optimale. L'usage d'une heuristique est efficace pour calculer une solution approchée d'un problème et ainsi accélérer le processus de résolution . Généralement une heuristique est conçue pour un problème particulier, en s'appuyant sur sa structure propre sans offrir aucune garantit quant à la qualité de la solution calculée. Les heuristiques peuvent être classées en deux catégories :
– Méthodes constructives qui génèrent des solutions à partir d'une solution initiale en essayant d'en ajouter petit à petit des éléments jusqu'à ce qu'une solution complète soit obtenue.
– Méthodes de fouilles locales qui démarrent avec une solution initialement complète (probablement moins intéressante) et de manière répétitive essaie d'améliorer cette solution en explorant son voisinage.

Comparaison entre les méthodes exactes et les méthodes approchées

1. Les méthodes exactes :
– Elles trouvent la solution optimale.
– Elles peuvent prendre un nombre exponentiel d'itérations.
2. Les heuristiques :
– Elles produisent une solution sous-optimale.
– Elles ne produisent pas de mesure de qualité de la solution.
– En général, elles ne prennent pas un nombre exponentiel d'itérations.

2.2.6 Méthodes de résolution de PLNR

La résolution de différentes sortes de problèmes rencontrés dans notre vie quotidienne a poussé les chercheurs à proposer des méthodes de résolution et à réaliser de grands efforts pour améliorer leurs performances en termes de temps de calcul nécessaire et de la qualité de la solution proposée. Au fil des années, de nombreuses méthodes de résolution de problèmes de différentes complexités ont été proposées. Les méthodes de résolution exactes sont nombreuses et se caractérisent par le fait qu'elles permettent d'obtenir une ou plusieurs solutions dont l'optimalité est garantie. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode graphique ,l'algorithme du simplexe et l'algorithme dual du simplexe.

A- Résolution graphique

La méthode graphique permet la résolution de problèmes linéaires simples .
Cette méthode est limitée aux problèmes à deux ou trois variables de décision puisqu'il n'est pas possible d'illustrer graphiquement plus de trois dimensions. Bien qu'en général on puisse difficilement trouver des problèmes avec seulement deux ou trois variables de décision, cette méthodologie de résolution est cependant très utile. Lors de la reproduction graphique de situations possibles, tels que :
L'existence d'une solution optimale unique, des solutions optimales alternatives.
La non -existence de solution et l'absence de partie bornée.
La méthode graphique nous offre une aide visuelle pour interpréter et comprendre l'algorithme de la méthode du Simplexe.
Les étapes de résolution, de problèmes par la méthode graphique sont les suivantes :

– Créer un système de coordonnées cartésiennes, dans lequel chaque variable de décision est représentée par un axe.

– Établir une échelle de mesure pour chacun des axes appropriés à sa variable associée.

– Dessiner dans le système de coordonnées les contraintes du problème,y compris celles des variables de décision .

– Remarquer qu'une inéquation précise une région qui sera le demi-plan limité par la ligne droite, qui représente la contrainte qu'on considère comme une contrainte d'égalité alors que si une équation linéaire détermine une région c'est la ligne droite, elle-même .

– L'intersection de toutes les régions détermine la région ou l'espace faisable (qui est un ensemble convexe). Si non , si il n'y a pas de point qui satisfait toutes les contraintes simulta-

nément de sorte que le problème ne sera pas résolu,on dit que le problème est infaisable .

– Déterminer les points extrêmes ou les sommets du polyèdre qui forme la région faisable.

– Ces points seront les candidats à la solution optimale.

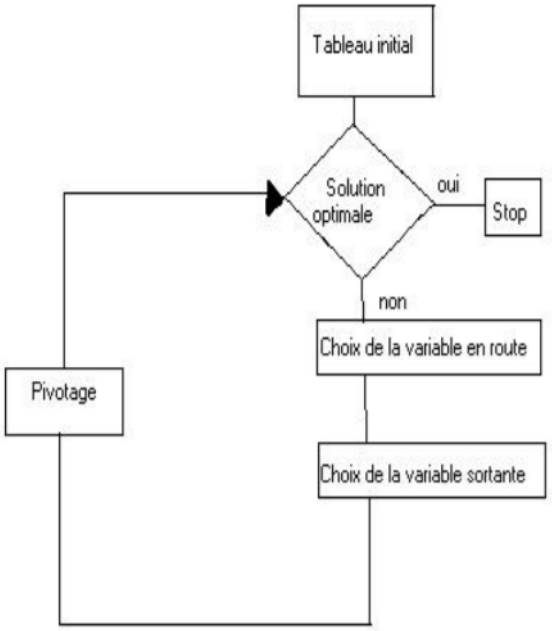
– Évaluer la fonction objective à chaque sommet et celui qui maximise la fonction objectif définie la solution optimale (pour un problème de maximisation) .

•*Notation* :
J_B :Ensemble des indices de variables de base.
J_H :Ensemble des indices hors base.
A_B :Sous matrice de A d'ordre m*m.
A_H :Sous matrice de A d'ordre m*(n-m).
$\min_{x\in X} f(x) = -\max_{x\in X}(-f(x))$.

B- Méthode du Simplexe

Dans la plupart des problèmes réels on au moins deux variables à déterminer . Une procédure algébrique pour résoudre les programmes linéaires avec deux variables ou plus fera l'objet de cette section.C'est la méthode du simplexe.
La méthode du simplexe est une méthode itérative,elle démarre d'un point réalisable (sommet de départ) et passe de ce point à un autre en augmentant la valeur de la fonction objectif dans le cas de maximisation .
On arrête le déroulement de l'algorithme lorsqu'il n'est plus possible d'augmenter la valeur de la fonction objectif .

Algorithme du simplexe



Le principe de résolution nécessite un certain nombre d'étapes dont la démarche est la suivante :
On l'applique pour un problème de maximisation :

1. Écrire le système sous la forme standard.

2. Le point de départ de l'algorithme est l'existence d'une solution réalisable soit :
   $x = (x_B, x_H) = (x_B, 0)$ et
   A_B^{-1} :La matrice inversible de A_B
3. Construire le premier tableau correspondant à la forme standard.
4. Calculer les $E_j = c_H - c_B * A_B^{-1} * A_H$ (critère d'optimalité).

5. Si tous les $E_j \leq 0$, $1 \leq j \leq (n-m)$. La solution $(x_B, 0)$est optimale.
   Si non :
   – Si $\exists k \in J_H$ tel que :$E_k > 0$ et $A_B^{-1} * b < 0$:
   Le (PL) n'admet pas un maximum (non borné), arrêt .
   – Sinon si $\exists k \in J_H$ tel que : $E_k > 0$ et $A_B^{-1} * b > 0$ alors ,aller à 6) :
6. Choisir la variable x_k qui entre dans la base tq :$E_k = \min_{\in J_H} E_j$, $E_j > 0$
7. Choisir la variable $x_l$qui sort de la base tel que : θ_l=min $(\frac{b_i}{a_{ik}}$, $a_{ik} > 0, 1 \leq i \leq m)$
   ,la variable sortante se trouve sur la l^{me}ligne .
8. Encadrer le pivot a_{lk}.
9. Multiplier la ligne du pivot par le rapport : $\frac{1}{a_{lk}}$.
10. Calculer les valeurs a'_{ij} des autres lignes :
    $a'_{ij} = a_{ij} - (\frac{a_{ik} * a_{lj}}{a_{lk}})$.
    Aller à 4).

• **Remarque :**
L'optimisation d'un programme linéaire à l'aide de l'algorithme du simplexe nous oblige parfois à introduire des variables artificielles pour obtenir une solution de départ lorsque les contraintes sont de type :
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i$, $i \in 1, ..., m$.

On applique la méthode du grand-M ou la méthode de deux phases.

C- Méthode dual du simplexe

Pour éviter l'utilisation des variables artificielles ,quand on a un problème avec des contraintes sous forme :
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i$, $i \in 1, ..., m$.

On utilise l'algorithme dual du simplexe afin de réduire la taille du (PL) et le nombre d'itération .

Principe de la dualité

Il arrive fréquemment qu'on ait à résoudre un programme linéaire (P) écrit sous forme canonique par rapport à une base J non réalisable (c'est-à-dire à dire que b n'a pas toutes ses

composantes positives ou nulles) mais que, par contre, c vérifie les conditions d'optimalité, c'est-à-dire $c \leq 0$.Au lieu de mettre en œuvre la phase I pour rendre (P) "primal réalisable" puis la phase II, on applique l'algorithme dit "dual du simplexe" qui va préserver la "dual réalisabilité".

• Au programme linéaire primal :

$$(PL) \begin{cases} \max \mathrm{Z} = c^T x \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

On associe le programme linéaire dual :

$$(PLD) \begin{cases} \min \mathrm{Z}' = b^T y \\ A^T y \geq c \\ y \geq 0 \end{cases}$$

•Les différentes transformations sont résumées dans le tableau suivant :

Primal	Dual
maxZ	minZ'
coefficient c de Z	second membre c
second membre b	coefficient b de Z'
i-éme contrainte =	$y_i \in R$
i-éme contraintes $\geq$	$y_i \geq 0$
i-éme contraintes $\leq$	$y_i \leq 0$
$x_j \in R$	j-éme contraintes =
$x_j \geq 0$	j-éme contraintes $\leq$
$x_j \leq 0$	j-éme contraintes $\geq$

Algorithme dual du simplexe

Le principe de résolution nécessite un certain nombre d'étapes contenues au travers de l'algorithme dual du simplexe dont la démarche est la suivante ici on l'applique pour un problème de maximisation :

1. Écrire le système de dual sous la forme standard avec les $c_j \leq 0$, $\forall j = 1, ..., n$
2. Construire le premier tableau correspondant à la forme standard.
3. Choisir la variable x_r qui sort de la base :
   b_r= min (b_i tq $b_i < 0$, $i \in J_B$)
   si tout les b_i sont positifs alors fin,l'optimum est atteint. Sinon aller à 4).
4. Choisir la variable x_k qui entre dans la base :

   $\frac{c_k}{a_{rk}} = min(\frac{c_j}{a_{rj}}$ tq $a_{rj} < 0$ $j \in J_H$).
   Le pivot doit être négatif, sinon fin,le (PL)est non borné.
5. Appliquer l'algorithme du simplex et aller en 3).

2.2.7 Méthodes de résolution de PLNE

Les programmes linéaires en nombre entiers ,c'est-à-dire les problèmes d'optimisation combinatoire dans lesquelles les variables sont astreintes à ne prendre que des valeurs entières constituent l'un des domaines les plus riches et les plus actifs de la recherche opérationnelle.
plusieurs méthodes ont été conçues pour la résolution de ces problèmes , dans le présente section on examinera les deux principales méthodes actuellement connues : la méthode par séparation et évaluation et la méthode des coupes .
la première est la plus largement utilisée, et a permis de résoudre avec succès certains problèmes combinatoires difficiles , de son côté ,la méthode des coupes a permis de résoudre des problèmes particulière où les coefficients des matrices de contraintes sont petits .
la plupart des algorithmes connus dérive de l'une ou de l'autre de ces deux méthodes ; pour cela on présentera pour chacun une synthèse des principes et des idées fondamentales .

A- La méthode de séparation et évaluation (BRANCH AND BOUND)

La méthode du Branch and Bound est algorithmique classique pour résoudre un problème d'optimisation combinatoire. Il s'agit de rechercher une solution optimale dans un ensemble combinatoire de solutions possibles. Il permet de construire une arborescence en évaluant les chances de trouver une solution dans une branche particulière.
La méthode repose d'abord sur la séparation (Branch) de l'ensemble des solutions en sous-ensembles.
L'exploration de ces solutions utilise ensuite une évaluation optimiste pour majorer (Bound) les sous-ensembles.
L'algorithme de Branch and Bound a prouvé qu'il est raisonnablement efficace et il a l'avantage de proposer une solution intéressante pour la programmation linéaire en nombres entiers. On applique Branch and Bound à la résolution des problèmes complexes, NP-complets le plus souvent.

Principe de la méthode

Il est aisé en général de déterminer l'ensemble de solutions réalisables du problème.Mais cet ensemble est généralement trop grand pour qu'il soit possible d'en extraire la solution optimale .En conséquence ,on procède à une subdivision de cet ensemble S en un nombre fini de sous-ensembles $S^i_{i=1\ldots p}$ de plus en plus petits en veillant à ce que :

$$\bigcup_{i=1}^{p} S^i = S$$

jusqu'à l'obtention d'un sous-problème suffisamment restreint "ensemble sondé"pour qu'on puisse extraire la solution optimale . La méthode de Branch and Bound ,est essentiellement présentée par les trois procédures suivantes :

— **La procédure de séparation :**
La séparation consiste à diviser le problème en sous-problèmes .
Son principe doit satisfaire aux trois règles suivantes :

a) La règle de finitude :le nombre totale de nœuds engendrés doit être fini.

b) La règle de conservation : aucune solution d'un sous-problème ne peut être éliminée par la séparation c'est-à-dire :

$$\bigcup_{k=1}^{p} S^{(ik)} = S^{(i)}$$

et qu'il vérifie également $S^{(ik)} \bigcap S^{(il)} = \varnothing \ k \neq l$, où $k = 1...p$ représentent les sous-ensembles (enfants)du sous-ensemble (parent)S^i.

c) La Règle d'arrêt :Un nœud ou sous-ensemble terminal de l'arborescence noté $S^{(t)}$ est défini comme un nœud qu'il n'est plus possible de séparer ,pour un tel sous-ensemble : -soit $S^{(t)} = \varnothing$.

-Soit qu'il est possible de déterminer une solution optimale du problème $p^{(i)}$ qui est le sous-problème réduit de (P) et qui est défini comme suit :

$$P^{(i)} \begin{cases} \min & F(x) \\ & x \in S^{(i)} \end{cases}$$

— **La procédure d'évaluation :**
L'évaluation d'un sous-problème $P^{(i)}$ de (P) consiste à évaluer la valeur optimale de sa fonction économique. Plus précisément à déterminer une borne supérieure si la fonction économique est à maximiser respectivement une borne inférieure si elle est à minimiser . L'évaluation permet de réduire l'espace de recherche en éliminant quelques sous-ensembles qui ne contiennent pas la solution optimale et elle a pour but de déterminer le sous problème qu'on doit séparer.
L'exploration d'une branche est éliminée si :

a) Le sommet de l'arborescence ne peut être séparé c.à.d que le sommet(nœud)de l'arborescence est associé à une solution entière .

b) Le sous-problème est non-réalisable .

c) La valeur de Z associée au sous-problème est supérieure à Z^{opt} si le problème est à maximiser respectivement inférieur à Z^{opt} si le problème est à minimiser .

d) La valeur Z d'un sommet associée à une solution non-entière inférieure ou égale à une valeur Z d'une solution entière respectivement supérieure pour un problème de minimisation .

— **La procédure de cheminement :**
Cette procédure indique le sous-ensemble à analyser et dans quel ordre.
Bien évidemment,il est souhaitable d'examiner le moins possible de sous-problèmes selon la stratégie choisie , certains d'entre eux pourront ne pas être séparés car, par exemple,leurs analyse mettra en évidence qu'ils ne contiennent pas de solutions meilleures que celles déjà trouvées .Nous dirons qu'un tel sous-ensemble ou le nœud correspondant de l'arborescence est sondé.C'est parce que certains sous-ensembles de solutions ne devront pas être examinés explicitement, que la méthode «B and B» est parfois appelée méthode d'énumération implicite Lorsqu'un nœud de l'arborescence est sondé,il conviendra de remonter dans l'arborescence vers un autre nœud situé à un niveau inférieure ou égale .

Algorithme général

• Notation :
X^* : la solution du (P) $\longrightarrow$ problème (PLNE)
X^{opt} :la solution du (P R) $\longrightarrow$ problème (PLNR)
Z^* : la fonction économique du (P) $\longrightarrow$ problème (PLNE)
Z^{opt} :la fonction économique du (PR) $\longrightarrow$ problème (PLNR)

1)Résolution du problème relaxé(PR) par la méthode du simplexe :

-Si X^{opt} est entier :fin.
-Sinon, aller à 2).

2)Initialisation :

Soit Z^{opt} obtenu dans(PR) une borne supérieure pour un problème de maximisation respectivement (borne inférieure pour un problème de minimisation)pour (P_i). Soit n_1 le sommet initial de l'arborescence et son ensemble($S_1 = S$).
$Z_1 = Z^{opt}$.

3) Séparation $k^{\text{ème}}$ itération :
Choisir une variable non entière x_l,créer deux branches (deux sommets fils (n_{i+1}) et (n_{i+2}),on obtient deux sous-problèmes sous la forme :

$$\begin{cases} P_{i+1,k} : P_i + \text{ la contrainte } x_l \leq \lfloor x_l \rfloor \\ P_{i+2,k} : P_i + \text{ la contrainte } x_l \geq \lfloor x_l \rfloor + 1 \end{cases}$$

Avec $\lfloor x_l \rfloor$: la partie entière inférieure de x_l.

4)Résolution des sous-problèmes :

Résoudre chaque sous−problème en utilisant le simplexe ou le dual simplexe.

5)Évaluation :

Examiner chaque sous-ensemble :

-On peux tailler un sommet s_i :
• La solution est non réalisable.
• $Z_1 \leq Z$ pour un problème de maximisation ($Z_1 \geq Z$ pour un problème de minimisation), avec Z la solution du sous-problème.
• La solution est non entière et son Z inférieur ou égale à une solution entière pour un problème de maximisation (supérieure ou égale pour un problème de minimisation) .
-Il est inutile de séparer s_i :
• La solution est entière.

6)test :

S'il n'y a plus de sous-ensembles à séparer ,alors :

On compare tous les Z des solutions entières et on prend la plus grande d'entre elles soit Z^* pour un problème de maximisation (la plus petite pour un problème de minimisation). Elle sera la valeur de la fonction économique de la solution optimale X^* de notre problème (P). Sinon retour à 3).

B- Méthode des coupes

Principe de la méthode

Il est assez naturel de se demander s'il n'est pas possible de résoudre un programme en nombre entier PLNE par les algorithmes de la programmation linéaire en variables continues (moyennant , bien entendu, certains artifices préalables), leurs principe consiste à ajouter des contraintes linéaires, appelées coupes, n'excluant aucun point entier admissible une par une jusqu'à ce que la solution optimale de la relaxation soit entière.

1ère Méthode :

une première méthode se base sur le théorème suivant :

Théoréme 2.2.1. *si D désigne l'ensemble des solutions réalisables d'un PLNE , et D^+ la fermeture convexe de D , le PL ayant D^+ comme domaine réalisable admet la même solution optimale que la PLNE initial .*
malheureusement la recherche de D^+ souvent n'est pas un problème simple .

2ème Méthode :

soit le PLNE , noté P :

$$(P) \equiv \begin{cases} \max(\mathrm{Z}) = c^t s \\ As + x = b \\ x \geq 0, s \geq 0 \\ x \in \mathrm{Z^m}, s \in \mathrm{Z^n} \end{cases}$$

le PLNR , noté P' :

$$(P') \equiv \begin{cases} \max(\mathrm{Z}) = c^t s \\ As + x = b \\ x \geq 0, s \geq 0 \end{cases}$$

A une matrice de taille $m \times n$, c est un n-vecteur ligne ,et b est un m-vecteur colonne.

le principe de la méthode des coupes consiste à :

a) Algébriquement :

ajouter au $(P^{'})$ associé au (P) une suite d'inégalités supplémentaires ,appelées coupes ,qui sont chacune des conditions nécessaires pour qu'une solution soit à valeur entière (qui n'introduisent donc pas de contraintes nouvelles dans le (P) , mais bien dans le $(P^{'})$) et ce jusqu'à l'obtention pour le $(P^{'})$ d'une solution optimale entière (qui est donc identique à celle du(P)).

b) Géométriquement :

ajouter au $(P^{'})$ associé au (P) une suite de contraintes supplémentaires qui sont nécessairement satisfaites pour les solutions entières (qui ne modifient donc pas l'ensemble des solutions réalisables du (P) mais qui amputant le domaine réalisable du $(P^{'})$, et ce jusqu'à l'obtention pour le $(P^{'})$ d'un sommet optimal il existe plusieurs méthodes de coupe.

Définition 2.2.3. *nous supposons dans la suite que le programme linéaire en nombres entiers (P) est écrit sous forme canonique par rapport à une base J .On sait que si les trois conditions suivant :*

$$c \leq 0 \text{ (1) , } b \geq 0 \text{ (2) , } b \text{ entier (3) .}$$

sont satisfaites alors x^* ,solution de base relative à la base J, est solution optimale de (P) , on rappelle que si (1) et (2) sont vérifiées x^* est solution optimale du programme linéaire $(P^{'})$ obtenu à partir de (P) en relâchant les contrainte d'intégrité sur les variables.

il y a trois classes d'algorithmes de coupes pour résoudre (P) . dans chacune de ces classes on maintient deux des conditions (1) et (2) ,et (3) satisfaites et on engendre des coupes jusqu'à ce que la troisième condition soit vérifiée .pour la méthode dite dual fractionnaire ,la seule que nous développons ici ,ce sont les conditions (1) et (2) qui sont maintenue tout au long du processus.[5]

Définition 2.2.4. *Étant donné le programme linéaire en nombres entiers(P) ,on dit que l'inéquation $ax \leq \beta$ est :*
-valide :si elle est satisfaite par toute solution réalisable de (P) (i.e tout élément de S)
-coupe : est une inéquation valide qui n'est pas satisfaite pour tout point de $D^{'}$, domaine des solutions réalisables de la relaxation $(P^{'})$ de (P).[5]

Les coupes de Gomory

Gomory a développé une technique qui permet d'identifer automatiquement des inégalités valides violées, appelées coupes de Gomory. La technique de Gomory se résume comme suit : considérons le dernier tableau du simplexe d'un programme linéaire donné et x_λ une variable de base non entière. La λ^{me} ligne du tableau du simplexe associé à cette variable est :

$$x_\lambda + \sum_{j \in HB} a_{\lambda j} s_j = b_\lambda. \tag{2.2.1}$$

HB = l'ensemble des indices hors base .
où :

$$b_\lambda = \lfloor b_\lambda \rfloor + f_\lambda \quad 0 < f_\lambda < 1. \tag{2.2.2}$$

$\lfloor b_\lambda \rfloor$:partie entière de b_λ
f_λ :partie fractionnaire de b_λ

$$a_{\lambda j} = \lfloor a_{\lambda j} \rfloor + f_{\lambda j} \quad 0 < f_{\lambda j} < 1. \tag{2.2.3}$$

$\lfloor a_{\lambda j} \rfloor$:partie entière de $a_{\lambda j}$
$f_{\lambda j}$:partie fractionnaire de $a_{\lambda j}$
L'équation (2.2.1) peut réécrire de la manière suivante :

$$x_\lambda + \sum_{j \in HB} \lfloor a_{\lambda j} \rfloor s_j + \sum_{j \in HB} f_{\lambda j} s_j = \lfloor b_\lambda \rfloor + f_\lambda. \tag{2.2.4}$$

Qui est équivalent à :

$$x_\lambda + \sum_{j \in HB} \lfloor a_{\lambda j} \rfloor s_j \leq \lfloor b_\lambda \rfloor + f_\lambda \quad car \sum_{j \in HB} f_{\lambda j} s_j \geq 0. \tag{2.2.5}$$

Comme le membre gauche de l'équation (2.2.5) est entier, donc :

$$x_\lambda + \sum_{j \in HB} \lfloor a_{\lambda j} \rfloor s_j \leq \lfloor b_\lambda \rfloor \Leftrightarrow x_\lambda + \sum_{j \in HB} \lfloor a_{\lambda j} \rfloor s_j - \lfloor b_\lambda \rfloor \leq 0. \tag{2.2.6}$$

l'équation (2.2.4) est équivalent à :

$$x_\lambda + \sum_{j \in HB} \lfloor a_{\lambda j} \rfloor s_j - \lfloor b_\lambda \rfloor = f_\lambda - \sum_{j \in HB} f_{\lambda j} s_j. \tag{2.2.7}$$

d'après (2.2.6), le membre gauche de l'équation (2.2.7) est négatif, il s'ensuit que nécessairement le membre droit doit être négatif c-à-d :

$$f_\lambda - \sum_{j \in HB} f_{\lambda j} s_j \leq 0$$

L'inégalité :

$$\sum_{j \in HB} f_{\lambda j} s_j \geq f_\lambda. \tag{2.2.8}$$

s'appelle coupe de Gomory.[4]

Principe de l'algorithme de Gomory

Étape 1) : résoudre le (P') associé au (P) par l'algorithme du simplexe ou dual simplexe .
• si les conditions $c \leq 0$, $b \geq 0$ sont vérifiées ,alors $x^* =$ b est la solution optimale de (P') , deux cas sont à envisager :

1. si les composantes de cette solution sont entières ,passer à l'étape 3) .
2. si au moins une des composantes de cette solution n'est pas entière , passer à l'étape 2).

Étape 2) : la solution optimale du (P') n'est pas réalisable pour le (P) ; soit x_λ une composante non entière de cette solution .
A partir de cette composante non entière x_λ ,définir et ajouter au (P') une nouvelle contrainte de Gomory (2.2.8).

Examinons quel est l'effet de cette contrainte supplémentaire .

le $(P^{'})$ complété est plus restrictif que le $(P^{'})$ initial . retourner à l'étape 1) et recommencer la procédure avec, cette fois le $(P^{'})$ complété par la contrainte de Gomory.

Étape 3) : la solution optimale du $(P^{'})$ est réalisable et donc optimale pour le (P). fin .[3]

CHAPITRE 3

APPLICATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS

3.1 Outils de la résolution

Le modèle obtenu est de PLNE (programme linéaire en nombres entiers). A 08 variables et 15 contraintes, actuellement, il existe en pratique des outils permettant de résoudre de tels problèmes.

Les outils informatiques utilisés dans la recherche de la solution du problème étudié sont **LP SOLVE IDE** et **MATLAB**.

3.1.1 Le logiciel LP SOLVE IDE

Lp solve est un logiciel libre de la Free Software Foundation (licence GNU lesser general public license). Lp solve est un logiciel de résolution de programmes linéaires et programmes linéaires en nombres entiers. Ce solveur est basé sur la méthode révisée du simplexe et une méthode de type **Branch-and-Bound** pour les **PLNE.**

Lp solve est écrit en langage C ANSI et peut être compilé sous différentes plateformes comme linux et windows. Toutes les sources sont disponibles, Lp solve a été développé par Michel Berkelaar de l'université de technologie de Eindhoven. Ces travaux ont été améliorées par Jeroen Dirks, Kjell Eikland, Peter Notebaert et Juergen Ebert. La participations de tous est souhaitée comme pour les autres logiciels libres.[2]

3.1.2 Le logiciel MATLAB

MATLAB est une abréviation de Matrix LABoratory (laboratoire de matrice). Il a été conçu par Cleve Moler en 1977 à partir des bibliothèques Fortran, LINPACK et EISPACK2.

MATLAB est le logiciel le plus accessible et le plus productif conçu pour les ingénieurs et les scientifiques. Pour vos tâches d'analyse de données, de développement des algorithmes et de création de modèles, MATLAB vous fournit un environnement qui encourage l'exploration et la découverte. MATLAB associe un langage haut niveau à un environnement bureau élaboré pour les flux de travail itératifs scientifiques et techniques.

La plate-forme MATLAB est optimisée pour résoudre les problèmes scientifiques et techniques. Le langage MATLAB, basé sur les matrices, est le moyen le plus naturel au monde pour exprimer les mathématiques computationnelles. Les graphiques intégrés permettent de visualiser facilement les données afin d'en dégager des informations. Grâce à la vaste bibliothèque de boîtes à outils prédéfinies, vous pouvez commencer directement par les algorithmes essentiels à votre domaine. L'environnent bureau encourage l'expérimentation, l'exploration et la découverte. Les outils et les fonctionnalités MATLAB sont tous testés rigoureusement. Ils sont conçus pour fonctionner conjointement. [6]

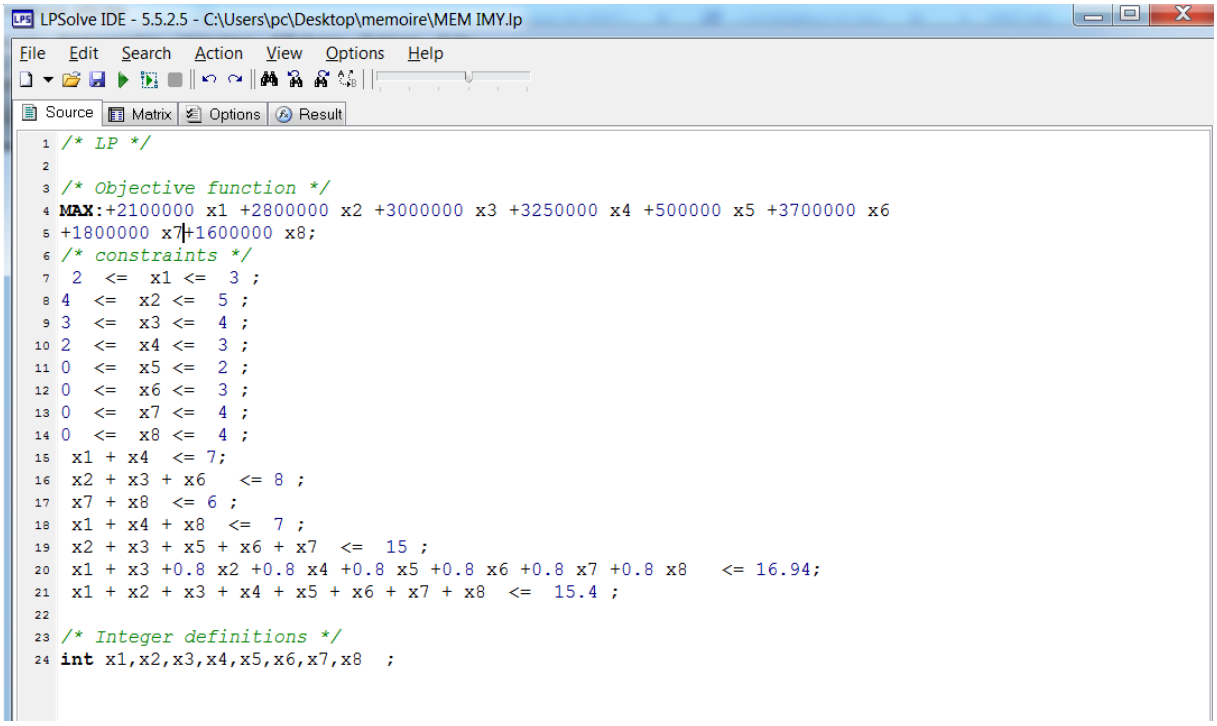
3.2 Application

Afin de faciliter les calcules , on a change l'unité des x_i en lot dont **1 lot** $= 10^5$ **ampoules**,en multiplier le prix de chaque ampoule par 10^5.

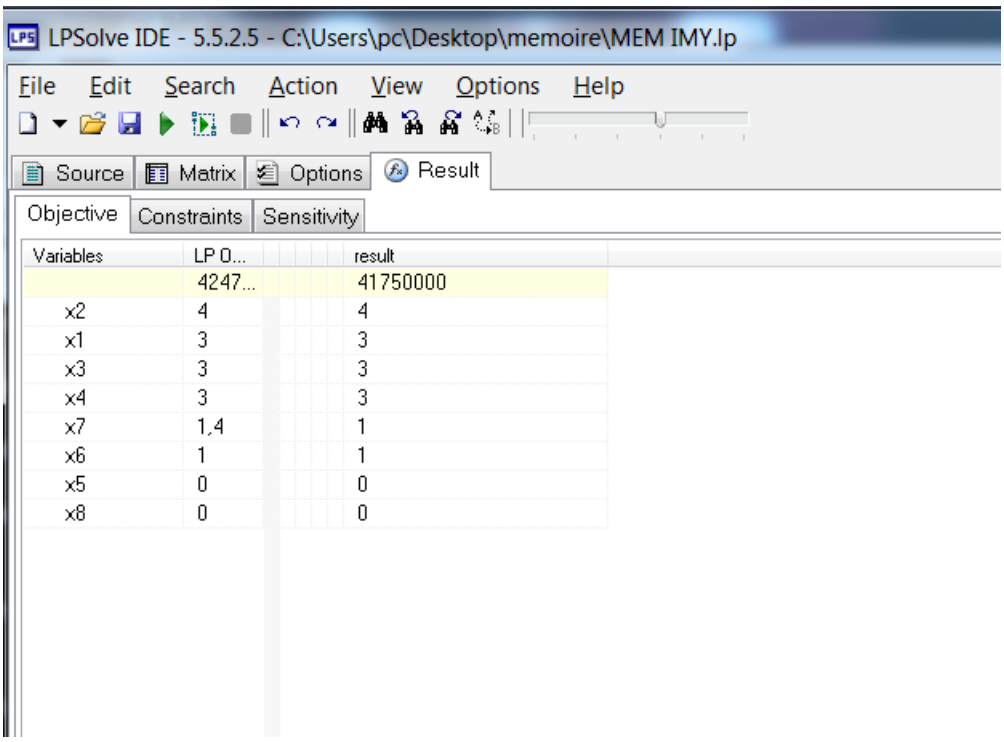
Le problème correspondant est le suivant :

$$\begin{cases} \max \mathrm{Z} = 2100000x_1 + 2800000x_2 + 3000000x_3 + 3250000x_4 + 500000x_5 + 3700000x_6 + 1800000x_7 \\ +1600000x_8 \\ \text{sous contrainte} \\ (c1) : 2 \leq x1 \leq 3 \\ (c2) : 4 \leq x2 \leq 5 \\ (c3) : 3 \leq x3 \leq 4 \\ (c4) : 2 \leq x4 \leq 3 \\ (c5) : 0 \leq x5 \leq 2 \\ (c6) : 0 \leq x6 \leq 3 \\ (c7) : 0 \leq x7 \leq 4 \\ (c8) : 0 \leq x8 \leq 4 \\ (c9) : x1 + x4 \leq 7 \\ (c10) : x2 + x3 + x6 \leq 8 \\ (c11) : x7 + x8 \leq 6 \\ (c12) : x1 + x4 + x8 \leq 7 \\ (c13) : x2 + x3 + x5 + x6 + x7 \leq 15 \\ (c14) : x1 + x3 + 0.8x2 + 0.8x4 + 0.8x5 + 0.8x6 + 0.8x7 + 0.8x8 \leq 16.94 \\ (c15) : x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 \leq 15.4 \\ x_i \in \mathrm{N} \quad i = \overline{1,8} \end{cases}$$

nous représentons les résultats obtenus en utilisant le programme **LP SOLVE IDE**



Le résultat obtenu par ce programme est :



- En utilisant aussi **Matlab 2014** et on obtient les résultat suivant :

```
17/09/20 12:51     MATLAB Command Window

>> f = [-2100000;-2800000;-3000000;-3250000;-500000;-3700000;-1800000;-1600000];
intcon = [1 2 3 4 5 6 7 8];
A = [1,0,0,1,0,0,0,0;
    0,1,1,0,0,1,0,0;
    0,0,0,0,0,0,1,1;
    1,0,0,1,0,0,0,1;
    0,1,1,0,1,1,1,0;
    1,0.8,1,0.8,0,0.8,0.8,0.8
    1,1,1,1,1,1,1,1];
b = [7;8;6;7;15;16.94;15.4];
Aeq=zeros(8,8);
beq=zeros(8,1);
lb= [2,4,3,2,0,0,0,0];
ub= [3,5,4,3,2,3,4,4];
x = intlinprog(f,intcon,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
LP:                Optimal objective value is -4.247000e+07.

Heuristics:        Found 1 solution using rounding.
                   Upper bound is -4.175000e+07.
                   Relative gap is 0.00%.

Cut Generation:    Applied 1 Gomory cut.
                   Lower bound is -4.175000e+07.
                   Relative gap is 0.00%.


Optimal solution found.
                   Relative gap is 0.00%.

     Cut Generation:    Applied 1 Gomory cut.
                        Lower bound is -4.175000e+07.
                        Relative gap is 0.00%.


     Optimal solution found.

     Intlinprog stopped at the root node because the objective value is within a gap↙
     tolerance of the optimal value, options.AbsoluteGapTolerance = 0 (the default value).
     The intcon variables are integer within tolerance, options.IntegerTolerance = 1e-05↙
     (the default value).

     x =

          3.0000
          4.0000
          3.0000
          3.0000
               0
          1.0000
          1.0000
               0

     >>
```

D'après cette modélisation on obtient la solution optimal suivant :

Z_{opt}	41 750 000
x_1	3
x_2	4
x_3	3
x_4	3
x_5	0
x_8	1
x_7	1
x_8	0

On a donc x=(300 000,400 000,300 000,300 000,0,100 000,100 000,0) Avec Z_{opt} = 41 750 000 DA

3.3 Interprétation des résultats

Définition 3.3.1. *Le taux d'occupation de contraintes ,est égal au ratio des capacités entre le modèle optimale et les résultats réels.*

Les résultats obtenus de notre modèle mathématique grâce au logiciel **LP SOLVE IDE** et confirmées par le logiciel **MATLAB** , sont données par produit pour une période d'un mois ,on a pris le mois de Février pour référence que ce soit par rapport à la comparaison de ces dernières avec les résultats réels de production du même mois ,nous allons présenter dans le premier tableau la comparaison entres les résultats de notre modèle et la production réelle de mois Février .

x_i	solution opt	solution réel
x_1	3	3
x_2	4	4
x_3	3	2
x_4	3	0
x_5	0	0
x_6	1	1
x_7	1	0
x_8	0	2

Z_{opt}	Z_{reel}
41 750 000	30 400 000

Le dernier tableau représente la comparaison des taux de saturation de contrainte, autrement dit l'efficacité d'utilisation de ressources mises à disposition soit des ressources d'exploitation, soit des sur-coût engendrées dont les résultats influent directement sur les résultats finaux.

Contrainte	Taux optimal	Taux réel	l'ecart
C_1	67% | 100%	67% | 100%	0%
C_2	100% | 80%	100% |80%	0%
C_3	100% | 75%	67% | 50%	33% | 25%
C_4	66% | 100%	0%	66%|100%
C_5	0%	0%	0%
C_6	0% | 33%	0% | 33%	0%
C_7	0% | 25%	0%	0% | 25%
C_8	0%	0% | 50%	* -50%
C_9	86%	43%	43%
C_{10}	100%	88%	12%
C_{11}	17%	33%	* -16%
C_{12}	86%	71%	15%
C_{13}	60%	60%	17%
C_{14}	77%	65%	7%
C_{15}	97%	78%	20%

On constate que d'après le programme réel, l'entreprise n'a pas utilisé toutes les capacités des contraintes en raison de la mauvaise organisation du processus de production, et à partir le programme optimal que nous avons fait, l'entreprise utilise presque toutes les capacités des contraintes (9 contraintes parmi 15 contraintes) et cela signifie une bonne organisation du processus de production.

3.4 Conclusion

A la lumière de ce qui à été représenté et compte tenu des heures supplémentaires payés pour le mois de Février, il est clair de constater que notre modèle à donner des résultats satisfaits 41 millions de DA (sans heures supplémentaires) contre 30 millions de DA , où allouer plus de ressources n'implique pas d'avoir un résultat supérieur.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le rôle des méthodes quantitatives et les modèles mathématiques de nos jours sont la modernisation des modes de gestion, notamment la gestion des processus de production et ce qui nous a permis à trouver au cours de cette modeste étude et à mettre en exergue l'un des différents aspects les plus bénéfique de ces méthodes dans le développement des méthodes de gestion des organisations.

La présente thèse nous a permis l'application de nos connaissances acquises durant notre cursus aussi que l'enrichissement à travers les problèmes rencontrés, leur modélisation et résolution, ce qui nous conduit à l'élaboration d'un programme de production optimale, ce dernier se traduit à un programme linéaire en nombres entiers qui tient compte des différents aspects et paramètres dans le but de rationaliser l'utilisation des ressources et atteindre le maximum profit.

La comparaison des résultats par rapport aux données réelles a donné une entière satisfaction pour le mois de Février 2020 et qui reste applicable pour tous les mois de l'année.

Nous suggérons à la société l'investissement sur les lignes de conditionnement, ainsi que dans la partie propre au contrôle dans le but d'assurer et renforcer sa part du marché.

En perspective, l'étude réalisée n'a pas cerné tous les problèmes du processus de production, car la durée du stage a été écourtée d'une part, des processus interface en amont et/ou en aval nécessitent des études dont les résultats seront d'un apport appréciable pour l'avenir de la société d'autre part. Enfin, nous espérons que nous avons atteint notre objectif à travers notre étude que nous espérons contribuera au développement économique de cette société.

BIBLIOGRAPHIE

[1] D. BENDALI BRAHAM, A. HAMADI, M. ZEMIR, Plan de production optimal en vue de satisfaire les besoins du marché du médicament, Université de Yahia Farès, Médéa, Juillet 2019.

[2] S. Borne, Optimisation et logiciels, Université de Paris, 02 Novembre 2010.

[3] F. DROESBEKE, M. HALLIN, CL. LEFEVRE, Programmation linéaire par l'exemple

[4] M. MEDDOUR, S. SAAOUI, Optimisation de la production au sain de l'entreprise textile EATIT, Université Abderrahmane Mira de Bejaïa, Juillet 2016.

[5] M. SAKAROVITCH, Optimisation Combinatoire, Méthodes mathématiques et algorithmiques, Programmation Discrète. Edition Herman, Paris 1984.

[6] https ://matlabpourtous.com/presentation/presentation-de-matlab/.

ANNEXE

Les tableaux [A,B,C,D,E] représentes la base des données de production (bilans) .

Produit	N°lot	Etape	Date	Quantité	COR NUM	N ETAPE	Cl	Jour
X1	434\1	E4	01/12/2019	15 802	434	3	0	0,00
X1	434\2	E4	01/12/2019	11 360	434	3	0	0,00
X2	559	E1	01/12/2019	100	559	1	0	0,00
X2	558\1	E4	01/12/2019	31 050	558	3	0	0,00
X2	558\1	E3	01/12/2019	16 000	558	4	0	0,00
X2	557\1	E5	01/12/2019	8 400	557	4	0	0,00
X5	951\1	E2	01/12/2019	24 030	951	2	0	0,00
X5	950\2F	E4	01/12/2019	17 170	950	3	0	0,00
X6	072\1	E2	01/12/2019	97 200	072	2	0	0,00
X7	110\1	E3	01/12/2019	32 900	110	4	0	0,00
X7	110\1	E5	01/12/2019	32 000	110	5	1	43800,00
X1	434\2	E4	02/12/2019	18 460	434	3	0	0,00
X1	435\1	E4	02/12/2019	8 520	435	3	0	0,00
X2	560	E1	02/12/2019	100	560	1	-1	-43801,00
X2	559\1	E4	02/12/2019	26 450	559	3	0	0,00
X2	558\1	E4	02/12/2019	24 180	558	3	0	0,00
X2	557\1	E3	02/12/2019	20 000	557	4	0	0,00
X2	558\1	E3	02/12/2019	6 600	558	4	0	0,00
X2	558\1	E5	02/12/2019	14 280	558	5	0	0,00
X5	951\2	E2	02/12/2019		951	2	0	0,00
X5	950\1F	E3	02/12/2019	1 580	950	4	0	0,00
X5	950\2F	E3	02/12/2019	8 000	950	4	0	0,00
X1	434\1	E3	03/12/2019	17 620	434	4	0	0,00
X1	435\1F1	E4	03/12/2019	41 780	435	3	0	0,00
X1	435\1F2	E4	03/12/2019	2 130	435	3	0	0,00
X1	434\1	E5	03/12/2019	7 680	434	5	0	0,00
X2	561	E1	03/12/2019	100	561	1	-1	-43802,00
X2	560\1	E2	03/12/2019	92 000	560	2	0	0,00
X2	559\1	E4	03/12/2019	32 900	559	3	0	0,00
X2	557\1	E3	03/12/2019	37 407	557	4	1	43802,00
X2	558\1	E5	03/12/2019	13 020	558	5	0	0,00
X5	950\2F	E3	03/12/2019	5 455	950	4	0	0,00
X5	951\1F	E4	03/12/2019	4 405	951	3	0	0,00
X5	951\2F	E4	03/12/2019	22 695	951	3	0	0,00
X1	435\2	E4	04/12/2019	31 950	435	3	0	0,00
X1	434\1	E5	04/12/2019	32 880	434	5	0	0,00
X1	434\1	E3	04/12/2019	24 300	434	4	0	0,00
X2	562	E1	04/12/2019	100	562	1	-1	-43803,00
X2	561\1	E2	04/12/2019	98 100	561	2	0	0,00
X2	559\2	E4	04/12/2019	34 340	559	3	0	0,00
X2	560\1	E4	04/12/2019	4 250	560	3	0	0,00
X2	558\1	E3	04/12/2019	45 000	558	4	0	0,00
X2	558\1	E5	04/12/2019	10 080	558	5	0	0,00
X5	951\2F	E4	04/12/2019	17 800	951	3	0	0,00
X1	434\1	E3	05/12/2019	5 500	434	4	0	0,00
X2	562\1	E2	05/12/2019	99 450	562	2	0	0,00
X2	560\1	E4	05/12/2019	47 600	560	3	0	0,00
X2	558\1	E3	05/12/2019	333 300	558	4	0	0,00
X2	559\1	E3	05/12/2019	15 300	559	4	0	0,00

TABLE 3.1 – A

X2	558\1	E5	05/12/2019	28 980	558	5	0	0,00
X5	951\2F	E4	05/12/2019	3 175	951	3	0	0,00
X6	072\1	E4	05/12/2019	44 200	072	3	0	0,00
X2	560\1	E4	07/12/2019	21 250	560	3	0	0,00
X2	559\1	E3	07/12/2019	42 800	559	4	0	0,00
X6	072\1	E4	07/12/2019	19 550	072	3	0	0,00
X2	560\1	E4	08/12/2019	14 450	560	3	0	0,00
X2	561\1	E4	08/12/2019	54 400	561	3	0	0,00
X2	559\2	E3	08/12/2019	34 063	559	4	1	43807,00
X2	558\1	E5	08/12/2019	24 780	558	5	0	0,00
X5	952	E1	08/12/2019	400	952	1	-1	-43807,00
X5	951\1F	E3	08/12/2019	22 305	951	4	0	0,00
X5	951\2F	E3	08/12/2019	8 000	951	4	0	0,00
X6	072\1	E4	08/12/2019	23 800	072	3	0	0,00
X8	291	E1	08/12/2019	200	291	1	-1	-43807,00
X2	561\1	E4	09/12/2019	39 235	561	3	0	0,00
X2	562\1	E4	09/12/2019	35 700	562	3	0	0,00
X2	560\1	E3	09/12/2019	5 100	560	4	0	0,00
X2	558\1	E5	09/12/2019	2 375	558	5	1	43808,00
X5	952\1	E2	09/12/2019	36 045	952	2	0	0,00
X6	072\1	E3	09/12/2019	23 800	072	4	0	0,00
X6	072\1	E5	09/12/2019	7 980	072	5	0	0,00
X8	292	E1	09/12/2019	200	292	1	-1	-43808,00
X8	291\1	E2	09/12/2019	97 750	291	2	0	0,00
X8	434\1	E3	09/12/2019	8 080	434	4	0	0,00
X8	434\2	E3	09/12/2019	4 500	434	4	0	0,00
X1	434\2	E3	10/12/2019	29 600	434	4	0	0,00
X1	434\1	E5	10/12/2019	13 816	434	5	0	0,00
X1	434\2	E5	10/12/2019	12 480	434	5	0	0,00
X2	562\1	E4	10/12/2019	51 750	562	3	0	0,00
X2	560\1	E3	10/12/2019	33 600	560	4	0	0,00
X5	952\2	E2	10/12/2019	39 560	952	2	0	0,00
X5	952\1F	E4	10/12/2019	17 400	952	3	0	0,00
X6	072\1	E5	10/12/2019	7 560	072	5	0	0,00
X8	293	E1	10/12/2019	200	293	1	-1	-43809,00
X8	292\1	E2	10/12/2019	97 750	292	2	0	0,00
X1	435\1	E3	11/12/2019	27 850	435	4	0	0,00
X1	434\2	E5	11/12/2019	16 522	434	5	1	43810,00
X1	435\1	E5	11/12/2019	13 440	435	5	0	0,00
X2	562\1	E4	11/12/2019	7 500	562	3	0	0,00
X2	560\1	E3	11/12/2019	31 000	560	4	0	0,00
X5	951\1F	E4	11/12/2019	17 158	951	3	0	0,00
X5	952\2F	E4	11/12/2019	1 285	952	3	0	0,00
X6	072\1	E5	11/12/2019	8 400	072	5	0	0,00
X8	293\1	E2	11/12/2019	97 200	293	2	0	0,00
X8	291\1	E4	11/12/2019	51 450	291	3	0	0,00
X1	435\1	E3	14/12/2019	22 250	435	4	0	0,00
X1	435\2	E3	14/12/2019	21 300	435	4	0	0,00
X2	560\1	E3	14/12/2019	20 124	560	4	1	43813,00
X4	306	E1	14/12/2019	100	306	1	-1	-43813,00

TABLE 3.1 – B

X6	072\1	E3	14/12/2019	15 000	072	4	0	0,00
X8	291\1	E4	14/12/2019	38 250	291	3	0	0,00
X8	292\1	E4	14/12/2019	20 400	292	3	0	0,00
X1	435\2	E3	15/12/2019	10 500	435	4	0	0,00
X1	435	E5	15/12/2019	32 160	435	5	0	0,00
X2	561\1	E3	15/12/2019	4 000	561	4	0	0,00
X4	307	E1	15/12/2019	100	307	1	-1	-43 814
X4	306\1	E2	15/12/2019	95 200	306	2	0	0,00
X5	952\2F	E4	15/12/2019	17 800	952	3	0	0,00
X6	072\1	E3	15/12/2019	30 000	072	4	0	0,00
X6	072\1	E5	15/12/2019	9 240	072	5	0	0,00
X8	292\1	E4	15/12/2019	66 975	292	3	0	0,00
X1	435\1	E5	16/12/2019	4 456	435	5	0	0,00
X1	435\2	E5	16/12/2019	25 544	435	5	0	0,00
X2	561\1	E3	16/12/2019	26 520	561	4	0	0,00
X4	307\1	E2	16/12/2019	43 305	307	2	0	0,00
X5	952\2F	E4	16/12/2019	9 200	952	3	0	0,00
X6	072\1	E3	16/12/2019	20 200	072	4	0	0,00
X6	072\1	E5	16/12/2019	18 480	072	5	0	0,00
X8	293\1	E4	16/12/2019	85 729	293	3	0	0,00
X8	291\1	E3	16/12/2019	14 000	291	4	0	0,00
X1	435\2	E5	17/12/2019	1 600	435	5	1	43816,00
X2	561\1	E3	17/12/2019	18 000	561	4	0	0,00
X4	308	E1	17/12/2019	100	308	1	-1	-43816,00
X4	307\2	E2	17/12/2019	50 150	307	2	0	0,00
X4	306\1	E4	17/12/2019	92 650	306	3	0	0,00
X5	952\2F	E4	17/12/2019	9 725	952	3	0	0,00
X5	951\2F	E3	17/12/2019	25 000	951	4	0	0,00
X6	072\1	E5	17/12/2019	13 440	072	5	0	0,00
X8	291\1	E3	17/12/2019	42 000	291	4	0	0,00
X2	561\1	E3	18/12/2019	32 640	561	4	0	0,00
X4	308\1	E2	18/12/2019	93 000	308	2	0	0,00
X4	307\1	E4	18/12/2019	41 650	307	3	0	0,00
X4	307\2	E4	18/12/2019	48 500	307	3	0	0,00
X5	951\2F	E3	18/12/2019	11 355	951	4	0	0,00
X5	952\1F	E3	18/12/2019	20 000	952	4	0	0,00
X6	072\1	E5	18/12/2019	20 840	072	5	1	43817,00
X8	291\1	E3	18/12/2019	33 500	291	4	0	0,00
X8	292\2	E3	18/12/2019	5 100	292	4	0	0,00
X8	291	E5	18/12/2019	19 000	291	5	0	0,00
X2	561\1	E3	19/12/2019	11 477	561	4	1	43818,00
X4	308\1	E4	19/12/2019	89 330	308	3	0	0,00
X5	952\1F	E3	19/12/2019	15 955	952	4	0	0,00
X5	952\2F	E3	19/12/2019	15 000	952	4	0	0,00
X8	292\1	E3	19/12/2019	47 000	292	4	0	0,00
X8	291\1	E5	19/12/2019	75 750	291	5	1	43818,00
X2	562\1	E3	21/12/2019	19 500	562	4	0	0,00
X4	306\1	E3	21/12/2019	34 800	306	4	0	0,00
X2	562\1	E3	22/12/2019	19 500	562	4	0	0,00
X3	175	E1	22/12/2019	100	175	1	-1	-43821,00

TABLE 3.2 – C

X4	306\1	E5	22/12/2019	36 000	306	5	0	0,00
X5	953	E1	22/12/2019	400	953	1	-1	-43821,00
X5	952\2F	E3	22/12/2019	22 155	952	4	0	0,00
X8	292\1	E3	22/12/2019	35 000	292	4	0	0,00
X8	293\1	E3	22/12/2019	4 000	293	4	0	0,00
X8	292\1	E5	22/12/2019	78 000	292	5	0	0,00
X2	562\1	E3	23/12/2019	37 800	562	4	0	0,00
X3	175	E1	23/12/2019	100	175	1	0	0,00
X3	175\1	E2	23/12/2019	42 500	175	2	0	0,00
X5	953\1	E2	23/12/2019	32 040	953	2	0	0,00
X8	293\1	E3	23/12/2019	54 400	293	4	0	0,00
X8	292\1	E5	23/12/2019	1 950	292	5	1	43822,00
X8	293\1	E5	23/12/2019	57 000	293	5	0	0,00
X2	562\1	E3	24/12/2019	6 277	562	4	1	43823,00
X3	176	E1	24/12/2019	100	176	1	-1	-43823,00
X3	175\2	E2	24/12/2019	51 000	175	2	0	0,00
X4	306\1	E3	24/12/2019	42 500	306	4	0	0,00
X4	307\1	E3	24/12/2019	13 200	307	4	0	0,00
X5	953\2	E2	24/12/2019	44 055	953	2	0	0,00
X5	953\1F	E4	24/12/2019	18 200	953	3	0	0,00
X8	293\1	E3	24/12/2019	27 100	293	4	0	0,00
X8	293\1	E5	24/12/2019	24 000	293	5	0	0,00
X3	177	E1	25/12/2019	100	177	1	-1	-43824,00
X3	176\1	E2	25/12/2019	94 350	176	2	0	0,00
X3	175\1	E4	25/12/2019	40 250	175	3	0	0,00
X3	175\1	E3	25/12/2019	16 150	175	4	0	0,00
X3	175\1	E5	25/12/2019	10 000	175	5	0	0,00
X4	306\1	E3	25/12/2019	15 100	306	4	0	0,00
X4	307\1	E3	25/12/2019	28 230	307	4	0	0,00
X4	306\1	E5	25/12/2019	36 480	306	5	0	0,00
X5	954	E1	25/12/2019	400	954	1	-1	-43824,00
X5	953\1F	E4	25/12/2019	13 155	953	3	0	0,00
X5	953\2F	E4	25/12/2019	4 895	953	3	0	0,00
X8	293\1	E5	25/12/2019	3 950	293	5	1	43824,00
X3	177\1	E2	26/12/2019	94 450	177	2	0	0,00
X3	175\2	E4	26/12/2019	47 950	175	3	0	0,00
X3	175\1	E3	26/12/2019	23 950	175	4	0	0,00
X3	175\2	E3	26/12/2019	13 600	175	4	0	0,00
X3	175\1	E5	26/12/2019	29 500	175	5	0	0,00
X4	306\1	E5	26/12/2019	17 180	306	5	1	43825,00
X4	307\1	E5	26/12/2019	2 880	307	5	0	0,00
X5	954\1	E2	26/12/2019	40 050	954	2	0	0,00
X5	953\2F	E4	26/12/2019	17 870	953	3	0	0,00
X5	953\1F	E3	26/12/2019	30 455	953	4	0	0,00
X2	563	E1	28/12/2019	100	563	1	-1	-43827,00
X3	176\1	E4	28/12/2019	66 300	176	3	0	0,00
X3	175\2	E3	28/12/2019	34 190	175	4	0	0,00
X3	175\1	E5	28/12/2019	42 000	175	5	0	0,00
X4	307\2	E3	28/12/2019	32 550	307	4	0	0,00
X4	307\1	E5	28/12/2019	14 400	307	5	0	0,00

Table 3.3 – D

X5	955	E1	28/12/2019	400	955	1	-1	-43827,00
X5	954\2	E2	28/12/2019	36 045	954	2	0	0,00
X5	953\2F	E4	28/12/2019	18 530	953	3	0	0,00
X5	953\1F	E3	28/12/2019	26 000	953	4	0	0,00
X2	564	E1	29/12/2019	100	564	1	-1	-43828,00
X2	563\1	E2	29/12/2019	98 600	563	2	0	0,00
X3	176\1	E4	29/12/2019	22 500	176	3	0	0,00
X3	177\1	E4	29/12/2019	16 150	177	3	0	0,00
X3	176\1	E3	29/12/2019	27 000	176	4	0	0,00
X3	175\2	E5	29/12/2019	5 600	175	5	1	43828,00
X3	176\1	E5	29/12/2019	12 180	176	5	0	0,00
X4	307\2	E3	29/12/2019	11 000	307	4	0	0,00
X4	307\1	E5	29/12/2019	24 366	307	5	0	0,00
X4	307\2	E5	29/12/2019	12 000	307	5	0	0,00
X5	955\1	E2	29/12/2019	36 045	955	2	0	0,00
X5	954\1F	E4	29/12/2019	27 145	954	3	0	0,00
X5	953\2F	E3	29/12/2019	12 600	953	4	0	0,00
X2	565	E1	30/12/2019	100	565	1	-1	-43829,00
X2	564\1	E2	30/12/2019	99 450	564	2	0	0,00
X2	563\1	E4	30/12/2019	19 550	563	3	0	0,00
X3	177\1	E4	30/12/2019	24 650	177	3	0	0,00
X3	176\1	E3	30/12/2019	27 200	176	4	0	0,00
X3	176\1	E5	30/12/2019	14 280	176	5	0	0,00
X4	307\2	E3	30/12/2019	4 750	307	4	0	0,00
X4	308\1	E3	30/12/2019	15 400	308	4	0	0,00
X4	307\2	E5	30/12/2019	6 000	307	5	1	43829,00
X5	955\2	E2	30/12/2019	40 050	955	2	0	0,00
X5	954\1F	E4	30/12/2019	11 570	954	3	0	0,00
X5	954\2F	E4	30/12/2019	15 130	954	3	0	0,00
X5	953\2F	E3	30/12/2019	3 255	953	4	0	0,00
X5	954\1F	E3	30/12/2019	8 000	954	4	0	0,00
X2	565\1	E2	31/12/2019	99 300	565	2	0	0,00
X2	563\1	E4	31/12/2019	19 550	563	3	0	0,00
X3	177\1	E4	31/12/2019	48 810	177	3	0	0,00
X3	176\1	E3	31/12/2019	34 400	176	4	0	0,00
X3	176\1	E5	31/12/2019	28 980	176	5	1	43830,00
X5	954\2F	E4	31/12/2019	19 295	954	3	0	0,00
X5	955\1F	E4	31/12/2019	8 010	955	3	0	0,00
X5	954\1F	E3	31/12/2019	27 060	954	4	0	0,00

TABLE 3.4 – E

La quantité moyenne produite en étape 3 :

etape	E4	
date	n°lot	Somme de Quantité
01-déc	434\1	15802
	434\2	11360
	558\1	31050
	950\2F	17170
Total 01-déc		75382
02-déc	434\2	18460
	435\1	8520
	558\1	24180
	559\1	26450
Total 02-déc		77610
03-déc	435\1F1	41780
	435\1F2	2130
	559\1	32900
	951\1F	4405
	951\2F	22695
Total 03-déc		103910
04-déc	435\2	31950
	559\2	34340
	560\1	4250
	951\2F	17800
Total 04-déc		88340
05-déc	072\1	44200
	560\1	47600
	951\2F	3175
Total 05-déc		94975
07-déc	072\1	19550
	560\1	21250
Total 07-déc		40800
08-déc	072\1	23800
	560\1	14450
	561\1	54400
Total 08-déc		92650
09-déc	561\1	39235
	562\1	35700
Total 09-déc		74935
10-déc	562\1	51750
	952\1F	17400
Total 10-déc		69150
11-déc	291\1	51450
	562\1	7500
	951\1F	17158
	952\2F	1285
Total 11-déc		77393
14-déc	291\1	38250
	292\1	20400
Total 14-déc		58650
Total 14-déc		58650
15-déc	292\1	66975
	952\2F	17800
Total 15-déc		84775
16-déc	293\1	85729
	952\2F	9200
Total 16-déc		94929
17-déc	306\1	92650
	952\2F	9725
Total 17-déc		102375
18-déc	307\1	41650
	307\2	48500
Total 18-déc		90150
19-déc	308\1	89330
Total 19-déc		89330
24-déc	953\1F	18200
Total 24-déc		18200
25-déc	175\1	40250
	953\1F	13155
	953\2F	4895
Total 25-déc		58300
26-déc	175\2	47950
	953\2F	17870
Total 26-déc		65820
28-déc	176\1	66300
	953\2F	18530
Total 28-déc		84830
29-déc	176\1	22500
	177\1	16150
	954\1F	27145
Total 29-déc		65795
30-déc	177\1	24650
	563\1	19550
	954\1F	11570
	954\2F	15130
Total 30-déc		70900
31-déc	177\1	48810
	563\1	19550
	954\2F	19295
	955\1F	8010
Total 31-déc		95665
Total général		1 774 864

Moy/jour
77 168
Moy/mois
1 697 696

TABLE 3.5 – F

La quantité moyenne produite en étape 4 :

etape	E3

date	n°lot	Somme des quantité
01-déc	110\1	32 900
	557\1	8 400
	558\1	16 000
Total 01-déc		57 300
02-déc	557\1	20 000
	558\1	6 600
	950\1F	1 580
	950\2F	8 000
Total 02-déc		36 180
03-déc	434\1	17 620
	557\1	37 407
	950\2F	5 455
Total 03-déc		60 482
04-déc	434\1	24 300
	558\1	45 000
Total 04-déc		69 300
05-déc	434\1	5 500
	558\1	333 300
	559\1	15 300
Total 05-déc		354 100
07-déc	559\1	42 800
Total 07-déc		42 800
08-déc	559\2	34 063
	951\1F	22 305
	951\2F	8 000
Total 08-déc		64 368
09-déc	072\1	23 800
	434\1	8 080
	434\2	4 500
	560\1	5 100
Total 09-déc		41 480
10-déc	434\2	29 600
	560\1	33 600
Total 10-déc		63 200
11-déc	435\1	27 850
	560\1	31 000
Total 11-déc		58 850
14-déc	072\1	15 000
	435\1	22 250
	435\2	21 300
	560\1	20 124
Total 14-déc		78 674
15-déc	072\1	30 000
	435\2	10 500
	561\1	4 000

Total 25-déc			59 480
26-déc	déc	175\1	23 950
		175\2	13 600
		953\1F	30 455
Total 26-déc			68 005
28-déc	déc	175\2	34 190
		307\2	32 550
		953\1F	26 000
Total 28-déc			92 740
29-déc	déc	176\1	27 000
		307\2	11 000
		953\2F	12 600
Total 29-déc			50 600
30-déc	déc	176\1	27 200
		307\2	4 750
		308\1	15 400
		953\2F	3 255
		954\1F	8 000
Total 30-déc			58 605
31-déc	déc	176\1	34 400
		954\1F	27 060
Total 31-déc			61 460
Total général			2 016 103

Moy/ jour
70 000

moy/mois
1 540 000

TABLE 3.6 – J

La quantité moyenne produite en étape 5 (conditionnement automatique)

etape	E5	
date	n°lot	Somme de Quantité
01-déc	110\1	32 000
Total 01-déc		32 000
02-déc	558\1	14 280
Total 02-déc		14 280
03-déc	434\1	7 680
	558\1	13 020
Total 03-déc		20 700
04-déc	434\1	32 880
	558\1	10 080
Total 04-déc		42 960
05-déc	558\1	28 980
Total 05-déc		28 980
08-déc	558\1	24 780
Total 08-déc		24 780
09-déc	072\1	7 980
	558\1	2 375
Total 09-déc		10 355
10-déc	072\1	7 560
	434\1	13 816
	434\2	12 480
Total 10-déc		33 856
11-déc	072\1	8 400
	434\2	16 522
	435\1	13 440
Total 11-déc		38 362
15-déc	435	32 160
	072\1	9 240
Total 15-déc		41 400
16-déc	072\1	18 480
	435|1	4 456
	435|2	25 544
Total 16-déc		48 480
17-déc	072\1	13 440
	435\2	1 600
Total 17-déc		15 040
18-déc	291	19 000
	072\1	20 840
Total 18-déc		39 840
19-déc	291\1	75 750
Total 19-déc		75 750
22-déc	292\1	78 000
	306\1	36 000
Total 22-déc		114 000
23-déc	292\1	1 950
	293\1	57 000
Total 23-déc		58 950
24-déc	293\1	24 000
Total 24-déc		24 000
25-déc	175\1	10 000
	293\1	3 950
	306\1	36 480
Total 25-déc		50 430
26-déc	175\1	29 500
	306\1	17 180
	307\1	2 880
Total 26-déc		49 560
28-déc	175\1	42 000
	307\1	14 400
Total 28-déc		56 400
29-déc	175\2	5 600
	176\1	12 180
	307\1	24 366
	307\2	12 000
Total 29-déc		54 146
30-déc	176\1	14 280
	307\2	6 000
Total 30-déc		20 280
31-déc	176\1	28 980
Total 31-déc		28 980
Total général		923 529

Moy/jrs
36 364

Moy/mois
800 000

TABLE 3.7 – H