RÉPUBLIQUE ALGERIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE MEDEA

FACULTÉ DES SCIENCES



Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de :

Master en Physique

Spécialité : Physique des Materiaux

Par :

Guetiteni Lilia
Akaba Turkia

Thème :

Etude de la propagation du faisceau gaussien par un système optique

---

Soutenu publiquement, le 23/06/2022 devant le jury composé de:

Houatis Djamel	MCA	*Univ.Médea*	Président
Boukaoud Abdelali	MCA	*Univ.Médea*	Examinateurs 1
Mohammed Ahmed Ammar	MCA	*Univ.Médea*	Examinateurs 2
Sebbar Djamel	MCB	*Univ.Médea*	Encadreur

Année universitaire : 2021 / 2022

مـلـخص

في عملنا الحالي، قمنا بدراسة سلوك انعراج شعاع غاوس لنمط Laguerre Gauss الذي يعبر نظامًا ضوئيًا معقدًا محددًا بواسطة مصفوفة النقل (ABCD)، بالاعتماد على برنامج Mathématica، وجدنا نتائج مرضية تدرس تباين الشدة كدالة للمعامل المرئي (الترتيب p، والموضع z، والبعد البؤري f ومعامل الانكسار n)مما يسمح بالوصول إلى نتائج موافقة لفهم هذا السلوك للاستخدام في العديد من المجالات مثل الطب والبحث العلمي، الصناعة ... الخ

الكلمات الدالة

الحزم الغاوسية.
Laguerre gauss
مصفوفة النقل(ABCD).
مبدأ Huygens-Fresnel

résumé

Dans notre présent travaille, nous avons étudier le comportement d'un faisceaux gaussien diffractive du mode Laguerre Gauss qui traverse un système optique compliqué définit par une matrice de transfère (ABCD), en s'appuyant sur le logiciel Mathématica nous avons trouvé des résultats satisfaisant qui étudie la variation de l'intensité en fonction du paramètre visibles (d'ordre p, positon z, Distance focale f et d'indice de réfraction n)permettant d'aboutir à des résultats consentants pour la compréhension de ce comportement pour l'utilisation dans de nombreux domaines tels que la recherche scientifique,la médecine, l'industrie...etc

Mots clés

Les faisceaux gaussiens, Laguerre gauss., matrice de transfert (ABCD), le principe de Huygens-Fresnel.

Abstract

In our present work, we have studied the behavior of a diffractive Gaussian beam of the Laguerre Gauss mode which crosses a complicated optical system defined by a transfer matrix (ABCD), relying on the Mathematica software we have found satisfactory results which studies the variation of the intensity as a function of the visible parameter (of order p, positron z, focal length f and of refractive index n) allowing to reach consenting results for the understanding of this behavior for the use in many fields such as scientific research,medicine, industry...etc

Key words

Gaussian beams, Laguerre gauss, transfer matrix (ABCD), Huygens-Fresnel principle.

Remerciement

Tout d'abord, nous remerciant notre dieu Allah, notre créateur de nous avoir donné la force, la volonté, la patience, l'espoir et le courage afin d'accomplir ce travail modeste et on salue notre Prophète Mohammed que le Salut soit sur lui, on remercie vivement notre promoteur Mr Djamel Sebbar, qui sans lui ce mémoire n'aurait pas été réalisé. Merci pour votre soutien, votre confiance et votre bonne humeur qui m'ont été d'une grande utilité dans la réalisation de notre travaille, Je souhaite aussi exprimer toute ma reconnaissance aux membres du jury pour avoir accepté d'examiner ce manuscrit, Mr Djamel .Houatis autant que président, Mr Abdelali.Boukaoud autant que premier xaminateur et Mr Mohammed Ahmed .Ammar autant que second examinateur , Un grand merci au Dr.karim bouchachia professeur et chef du département de physique pour sa disponibilité et ses conseils au près de tous les étudiants durant toutes ces années d'études au sein de son département.

Nous tenant également à exprimer ma gratitude envers Mr.cheroud pour ses encouragements, ces précieux conseils qui nous aider à surmonter tous les obstacles rencontrés lors de ce stage de Master. Nous tenant à remercier tous nos professeurs depuis la première année universitaire qui ont contribué à notre formation et nous ont fait découvrir un domaine qui nous a fasciné.

Nos plus grands remerciements vont naturellement aussi à nos chères familles, Particulièrement à nos très chers pères (notre source de vie), pour le gout à l'effort qu'ils ont suscité en nous, par leur rigueur. Nos chères mamans, ceci est notre profonde gratitude pour votre éternel amour, Qui n'a cessé de nous encourager tout au long de notre parcours scolaire, on vous sera à tout jamais redevable que ce travail soit le meilleur cadeau qu'on puisse vous offrir. Et tous le Mercie à nos frères et sœurs Pour leur soutien et précieux judicieux conseils, ainsi on souhaite plus de succès à nos amis qui nous ont toujours soutenu et encouragé en toutes circonstances et nos camarades pour toute ces belles années passées ensemble. On remercie de même toutes les personnes ayant participé, de près ou de loin, à la réalisation de ce mémoire qui nous ont épaulé tout au long de cette dernière année.

A Nos Parents

Table des Matières

Introduction générale **1**

1 Généralité sur l'optique géométrique: **3**

1.1 Caractéristiques et définitions des milieux optiques 3

1.2 Les lois de Ibn Sahl(Snell-Descartes) 4

1.2.1 Loi de Réflexion 4

1.2.2 Loi de Réfraction 5

1.3 Stigmatisme 6

1.3.1 Stigmatisme rigoureux 6

1.3.2 Conditions du stigmatisme rigoureux 7

1.3.3 Stigmatisme approché 7

1.4 Aplanétisme 8

1.4.1 Conditions d'aplanétisme 8

1.5 Approximation de Gauss 9

1.6 Les lentilles optiques 9

1.6.1 Types de lentilles 9

1.6.2 Les points focaux d'une lentille 10

1.6.3 Caractéristique d'une lentille 11

1.6.4 Construction géométrique pour des lentilles convergentes: 11

1.6.5 Construction géométrique pour les lentilles divergentes 13

1.6.6 Distance focale 14

1.6.7 La vergence 14

1.6.8 Le grandissement 15

1.6.9 Relation de conjugaison 16

1.7 Les Miroirs 17

1.7.1 Miroir plan 17

1.7.2 Miroir sphérique 19
1.7.3 Caractéristiques géométriques : 21
1.7.4 Constructions géométrique du Miroirs sphérique 22
1.7.5 Distance focal du miroir 23
1.7.6 La vergence 24
1.7.7 Grandissement latéral (ou transversal ou linéaire) : 24
1.7.8 Relation de conjugaison 25
1.8 Les Dioptres 27
1.8.1 Dioptre plan 27
1.8.2 Dioptre sphérique 30
1.8.3 Construction géométrique pour un Dioptre sphérique 32
1.8.4 Relation entre la distance focal et vergence 34
1.8.5 La vergence 35
1.8.6 Grandissement transversal 36
1.8.7 Relation de conjugaison 36

2 les modes fondamentaux et supérieurs du faisceau laser. 39
2.1 Qu'est-ce qu'un laser ? 39
2.2 Equation de Helmholtz et Modes d'une Cavité 40
2.2.1 Equation d'onde par axiale 40
2.3 Mode fondamental gaussien$(TEM)_{00}$ 42
2.4 Modes gaussiens rectangulaire d'ondes supérieures 45
2.4.1 Modes Hermite gauss dans une cavité à deux miroirs 47
2.4.2 Modes gaussien cylindrique d'ondes supérieurs 49

3 La propagation des faisceaux Gaussien diffractives 54
3.1 La diffraction 54
3.2 Le principe de Huygens-Fresnel 56
3.2.1 Contribution d'Huygens : 56
3.2.2 Contribution de Fresnel : 56
3.3 Optique matricielle 58
3.3.1 Matrice de transfert 58
3.4 Résultats et Discussion : 64

List of Figures

1-1 Schéma du principe de la loi de la réflexion. 4
1-2 Schéma de principe de la loi de la réfraction. 5
1-3 Schéma de la loi de la réfraction (cas n1>n2). 5
1-4 Schéma de la loi de la réfraction (cas n1<n2). 6
1-5 Système optique stigmatisme (rigoureux et approche). 6
1-6 Système optique stigmatisme rigoureux. 7
1-7 Système optique stigmatisme approché. 7
1-8 Système optique aplanétique. 8
1-9 Système optique aplanétique et non aplanétique. 8
1-10 Lentille optique. 9
1-11 Les différents types de lentilles. 10
1-12 Lentille convergente. 10
1-13 Lentille divergente. 11
1-14 Foyer image d'une lentille convergente et divergente. 11
1-15 Foyer objet d'une lentille convergente et divergente. 12
1-16 Caractéristique d'une lentille optique. 12
1-17 Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente. . . 12
1-18 Schéma d'une lentille convergente pour objet réel, image virtuelle. 13
1-19 Représentation géométrique d'une lentille convergente Objet virtuel, image réelle. 13
1-20 Absence d'image dans le cas (F=A). 14
1-21 Lentille divergente pour objet réel, image virtuelle. 14
1-22 Divergence d'une lentille pour un objet virtuel, image réelle. 15
1-23 Divergence d'une lentille pour un objet virtuel, image réelle. 15
1-24 Distance focale pour lentille convergente et divergente. 16
1-25 Construction d'un Miroir plan pour objet réel, image virtuel. 18
1-26 Miroir plan pour objet virtuel, image réel. 18

1-27 Aplanétisme d'un plan miroir. 19
1-28 Miroir sphérique. 19
1-29 Types de miroir sphérique. 20
1-30 Miroir sphérique concave. 20
1-31 Miroir sphérique convexe. 20
1-32 Foyer image d'un miroir concave et convexe. 21
1-33 Foyer image d'un miroir concave et convexe. 22
1-34 Miroir convergent : objet réel, image renversée. 22
1-35 Miroir convergent : objet réel, image virtuelle. 23
1-36 Miroir concave d'un objet virtuel, image réelle. 23
1-37 Divergence d'un miroir pour objet réel, image virtuelle. 24
1-38 Miroir convexe pour objet virtuel, image réelle. 24
1-39 Construction d'un miroir convexe pour objet virtuel, image virtuelle. 25
1-40 Schéma présentative du dioptre plan. 27
1-41 Construction d'un dioptre plan pour objet réel, image virtuelle. 28
1-42 Dioptre Plan pour objet réel, image virtuelle. 28
1-43 Dioptre Plan, objet virtuel, image réelle. 29
1-44 Construction d'un dioptre Plan, objet virtuel, image réelle. 29
1-45 Dioptre sphérique. 30
1-46 Dioptre sphérique convergent. 31
1-47 Dioptre sphérique divergente. 31
1-48 Représentation du dioptre sphérique. 32
1-49 Foyer image du dioptre sphérique convergent et divergent. 32
1-50 Foyer objet du dioptre sphérique convergent et divergent. 33
1-51 Représentation d'un dioptre sphérique objet réel, image virtuelle. 33
1-52 Dioptre sphérique pour objet réel, image réelle. 34
1-53 Construction d'un objet virtuel, image réelle pour Dioptre sphérique. 34
1-54 Dioptre sphérique pour un objet réel, image réelle. 35
1-55 Schématique géométrique d'un dioptre sphérique : objet réel, image virtuelle. 35
1-56 Construction d'un dioptre sphérique pour objet virtuel, image réelle. 36

2-1 Schéma d'un oscillateur laser. 40
2-2 Caractéristiques d'un faisceau gaussien. 42
2-3 Répartition spatiale de l'énergie dans les modes TEMmn Hermite-Gauss d'ordre supérieur à symétrie rectangulaire. 46

2-4 Modes longitudinaux et transversaux pour cavité résonante. 49
2-5 Répartition spatiale de l'énergie dans les modes TEMmnq Laguerre -Gauss pour les indices m et n. 50
2-6 Distribution d'intensité radiale normalisée des trois premiers symétriques de Laguerre Gauss. 52

3-1 Schéma figurant le phénomène de diffraction. 55
3-2 Représentation de la variation de l'intensité. 55
3-3 Schéma du principe de Huygens-Fresnel. 57
3-4 Propagation d'un rayon paraxial et ses paramètres. 59
3-5 Présentation Schématique du système optique utilisé après la diffraction du diaphragme (anneau opaque). 64
3-6 Variation d'intensité normalisée à différents distance de z pour le faisceau Laguerre Gauss. 65
3-7 Profile d'intensité normalisée à différents distance focale f pour le faisceau Laguerre -Gauss. 66
3-8 Variation d'intensité normalisée à différents ordre p pour le faisceau Laguerre Gauss. 67
3-9 Variation d'intensité normalisée à différents indices de réfraction n pour le faisceau Laguerre Gauss. 68

Introduction Generale

La théorie de l'optique géométriques s'appuie sur la notion de rayon lumineux qui est décrite par les lois de Ibn Sahl[1] , ainsi que la polarisation de la lumière par réflexion, réfraction et la diffraction[2], la visualisation parfaite de ces rayons de fait par le laser dont les composants diffractifs sont de plus en plus utilisés après son l'invention.

Le laser créer par Théodore Maiman en 1960 occupeune place vaste pour l'évolution technologique [3] dans le cadre de l'optique géométrique pour sa nature qui est un résonateur optique, par voie de conséquence, certains spécialistes ont parvenu àtirer profil de la modification du laser à l'intérieur comme à l'extérieur [3]par le contrôle de son émission, propagations et sa forme gaussienne[4]. Le faisceau laser a été représenté par un modèle simple et élégant qui est le modèle de faisceau Gaussien[4] diffractive et non – diffractives.

Dans Notre mémoire intitulé « étude de la propagation du faisceau gaussien par un système optique » nous avons créé un code mathématique pour l'analyse des modes supérieure Hermite Gauss et Laguerre Gauss, ces derniers ont la forme d'un ou plusieurs anneaux concentriques et expose une phase hélicoïdale[5], notre plus grande attention vas se focaliser sur les modes (LG), Ce qu'il y a lieu de savoir sur ces modes c'est qu'ils mettent en œuvre les solutions de l'équation de propagation de la lumière dans l'approximation paraxiale en coordonnées cylindriques[6], et surprenons qu'ils soient ils préservent leurs formes toute au long de leur propagation. LG ont un domaines d'application très vaste comme, la microscopie, l'astronomie, le transfert d'information, le piégeage dipolaire (piéger les atomes refroidis) de particules de petite taille ou d'atomes froids, la détection d'ondes gravitationnelles, l'astrophysique, l'astronomie, cryptographie quantique. Etc[5].

Plusieurs études ont montré des simulations sur les propriétés de la diffraction et non-diffraction des faisceaux Gaussiens fondamental et supérieurs.

En 2004, Zhangrong Mei, Daomu Zhao, Juguang Gu ont utiliser l'expansion de la fonction d'ouverture dure en une somme finie de fonction gaussienne complexe à travers une méthode informatique de Matlab pour trouver l'expression de propagation analytique approximative pour Les faisceaux de Laguerre Gaussiens à travers un système optique ABCD paraxial à

ouverture annulaire, Les résultats analytiques obtenus fournissent plus de commodité pour traiter leur propagation ou transformation[7].

Contrairement à ce qui précède notre travaille ce divise en trois chapitre

Le premier chapitre est une introduction à l'optique géométrique ou nous allons montrer les propriétés et les caractéristiques de ses matériaux dont les lentilles, les miroirs et les dioptres.

Le deuxième chapitre consiste les modes fondamentaux et supérieure du faisceau laser, on va effectuer une simulation numérique par logiciel mathématica sur les faisceaux cosinus, un type de faisceau non diffractant pour les modes Hermite et Laguerre Gauss.

Reliant ainsi un troisième chapitre mais celui-ci est basé sur les propagations des faisceaux des modes(LG) diffractant qui décrit la nature du champ laser à travers une matrice de transfert (ABCD) grâce à une association complique de lentilles et demi sphères pour arriverai à en déduire les plans transverses.

Chapitre 1

Généralité sur l'optique géométrique:

Ce premier chapitre débute donc avec l'optique géométrique ou autrement appelée l'optique des rayons lumineux introduite par le savant Ibn al-Haytham son nom complet Abu Ali al-Hasan ibn al-Hasan ibn al-Haytham (Alhazenen latin) c'est un ensemble des phénomènes perçu par l'œil en raison de la lumière[8] et un outil qui est le plus objectif pour le traitement des systèmes dioptriques et catadioptriques, l'optique géométrique repose sur deux principes la propagation rectiligne dans un milieu homogène et isotrope et le principe du retour inverse qui exprime la réciprocité du trajet lumineux entre source et destination et sur les lois empiriques qui sont lois deIbn Sahl pour la réflexion et la réfraction[9] .Cette approche permet notamment des constructions géométriques d'images. L'objectif de ce chapitre est de présenté les différents propriétés et caractéristiques de quelques matériaux optique lentilles, miroirs et dioptres et la maitrise de leurs concepts de base : réflexion, réfraction, image réelle ou virtuel et construction de rayons dans un système optique centré.

1.1 Caractéristiques et définitions des milieux optiques

L'optique géométrique:

autrement dit l'optique des rayons lumineux est souvent dévoilée à partir de quelques caractéristiques est quelques milieux [10]:

Milieu transparent :

c'est un milieu dans lequel la lumière est susceptible de se propager.

Milieu homogène:

un milieu est homogène si les propriétés physiques de se milieu sont identique en tous point.

Milieu isotrope:

un milieu est isotrope si la propriété physique est identique quel que soit la direction dans ce milieu .

Indice de réfraction :

est noté n définie comme le rapport de la vitesse de propagation de la lumière monochromatique (une seuleλ) dans le vide (c) à celle ν, de la lumière dans le milieu considère.

$$n = \frac{c}{\nu} \geq 1; n_{air} \approx 1$$

Remarque :l'indice de réfraction d'un même milieu varie avec la longueur d'onde de la lumière.

1.2 Les lois de Ibn Sahl(Snell-Descartes)

Il existe deux lois fondamentales :

1.2.1 Loi de Réflexion

On parle réflexion lorsqu'il y'a un changement de la direction de rayon lumineux, qu'il reste dans le même milieu de propagation[8] .

Première Loi: le rayon réfléchi et le rayon incident et la normale se trouver dans le plan d'incidence [11].

Deuxième Loi: Les angles d'incidence et les angles de réflexion sont égaux $\theta_1 = \theta_2$ Si on tient en compte du sens $\theta_1 = -\theta_2$[12].

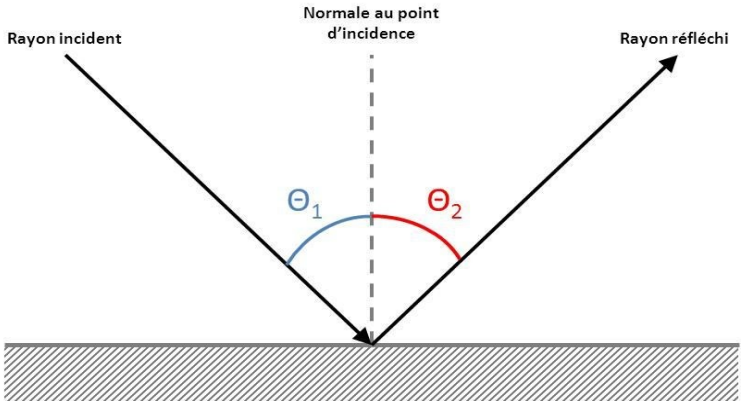


Figure 1-1: Schéma du principe de la loi de la réflexion.
1.2.1

1.2.2 Loi de Réfraction

La réfraction est un changement de la direction de propagation de la lumière lorsqu'elle traverse un dioptre et change donc de milieu transparent[8].

Première Loi: le rayon réfracté se trouve dans le plan d'incidence c.-à-d. Le rayon incident, la normale et le rayon réfracté se trouvent dans le même plan[13].

Deuxième Loi: Les angles d'incidence i_1 et les angles de réfractions i_2 sont liés à la loi de Ibn Sahl :

$n_1 \sin\, i_1 = n_2 \sin\, i_2$ ou $\sin\, i_1 = n \sin\, i_2$ avec $n = \frac{n_2}{n_1}$

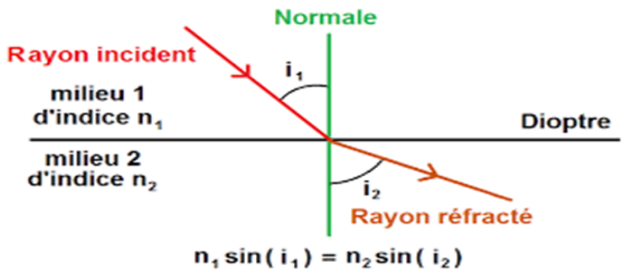


Figure 1-2: Schéma de principe de la loi de la réfraction.
1.2.2

n est l'indice relatif des deux milieu[13].

Si $n_1 \succ n_2 \Longrightarrow i_1 \prec i_2$ alors le milieu n_1 est plus réfringent (optiquement plus dense) que le milieu n_2.

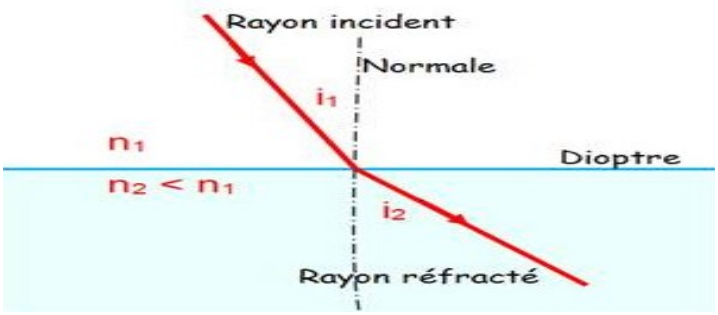


Figure 1-3: Schéma de la loi de la réfraction (cas n1>n2).
1.2.2

Si $n_1 \prec n_2 \Longrightarrow i_1 \succ i_2$ alors le milieu n_1 est moin réfringent (optiquement moin dense) que le milieu n_2.

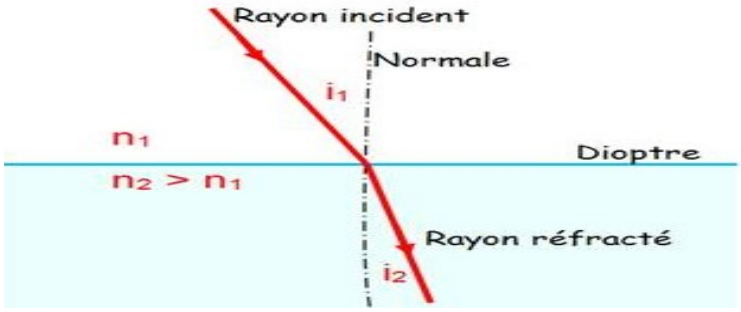


Figure 1-4: Schéma de la loi de la réfraction (cas n1<n2).
1.2.2

1.3 Stigmatisme

Un système optique est dit stigmatique si tous les rayons lumineux issue d'un point lumineux accorde à sa sortie un faisceau convergent en un point ou au voisinage.

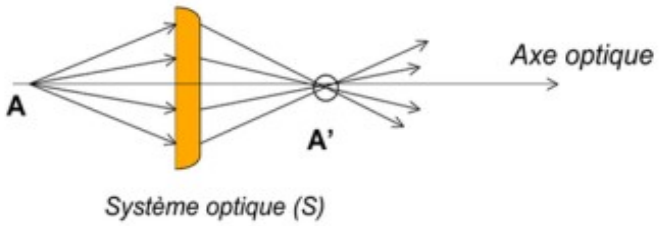


Figure 1-5: Système optique stigmatisme (rigoureux et approche).
1.3

1.3.1 Stigmatisme rigoureux

Le système optique est dit stigmatique rigoureux si[14]:

- Tous les rayons issus du point A convergent exactement en un point A' après avoir été déviés par le système.
- Le chemin optique (AA') est indépendant du rayon lumineux particulier choisi pour aller de A à A'.
- La longueur du chemin optique (AA') est constante à condition de compte.

Ces systèmes sont :

Le miroir parabolique pour un point objet à l'infini sur l'axe.

Un miroir elliptique pour une conjugaison entre les foyers géométriques.

Un miroir plan stigmatique pour tous les points de l'espace.

Visuellement le stigmatisme rigoureux donne une image nette .

1.3.2 Conditions du stigmatisme rigoureux

La longueur du chemin optique (AA') est constante à condition de compte négativement le chemin optique correspondant aux portions de rayons virtuels.

Tous les rayons issus de A passent par A' après avoir été déviés par le système.

Le chemin optique(AA') est indépendant du rayon lumineux particulier choisi pour aller de A a A'.

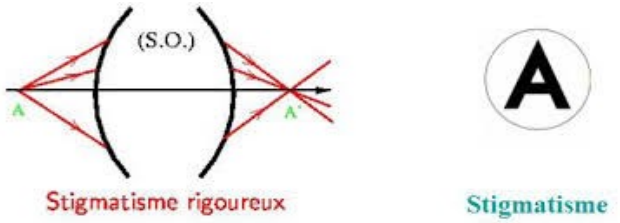


Figure 1-6: Système optique stigmatisme rigoureux.
1.3.2

1.3.3 Stigmatisme approché

Le système optique est dit stigmatique approché si tous les rayons issus du point A convergent au voisinage du point A'[15] autrement dit l'image est un petit volume et non un point.de sorte que visuellement ce stigmatisme donne une image est vue sous forme de zoom .

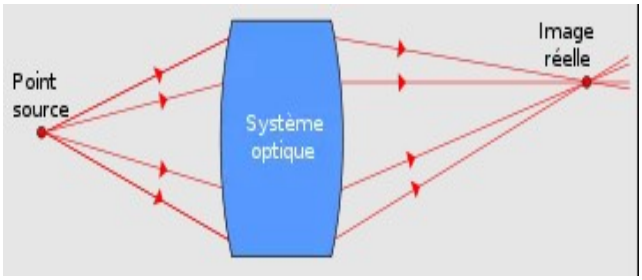


Figure 1-7: Système optique stigmatisme approché.
1.3.3

1.4 Aplanétisme

Un système optique est dit aplanétisme si l'objet (AB) plan qui est perpendiculaire à l'axe optique a une image $(AB)'$ plane qui est aussi perpendiculaire à l'axe optique[14].

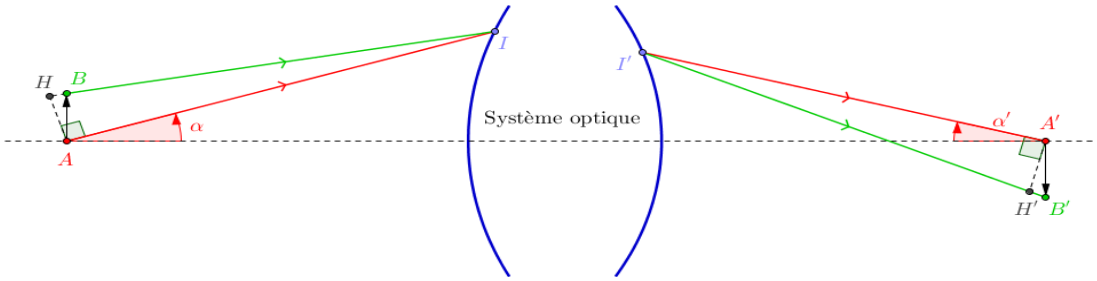


Figure 1-8: Système optique aplanétique.
1.4

Prenons l'exemple d'un miroir

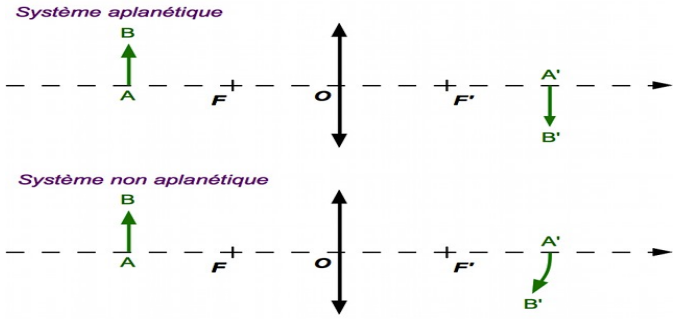


Figure 1-9: Système optique aplanétique et non aplanétique.
1.4

Prenons l'exemple d'un miroir

1.4.1 Conditions d'aplanétisme

- (AB) positionné parallèlement au miroir.
- Si A et B sont égale à la distance du miroir, leurs images A' et B' sont aussi à égale distance du miroir.
- Si B' se trouve dans le plan transverse de B passant par A, alors le système est rigoureusement aplanétique.

1.5 Approximation de Gauss

Nommée conditions d'approximation de Gauss d'après Carl Friedrich Gauss qui est un physicien allemand, c'est une condition obtenue pour un système optique centre qui est (stigmatique rigoureux et aplanétique proche) en se limitant aux rayons lumineux paraxiaux c'est-à-dire :

l'objet doit être de petites dimensions, planes et perpendiculaires à l'axe principal.

Chaque point objet n'envoie que des rayons lumineux possèdent un angle d'incidence très faible $(i \to 0°, \sin(i) \to 0)$et une faible ouverture.

Ces rayons sont proches de l'axe optique.

1.6 Les lentilles optiques

Une lentille, en optique est un dispositif transparent fait d'un matériau isotrope et homogène plus souvent du verre ou plastique limité par deux dioptres sphériques ou par un dioptre plan et un dioptre sphérique et conçu pour faire converger ou diverger la lumière[16]:

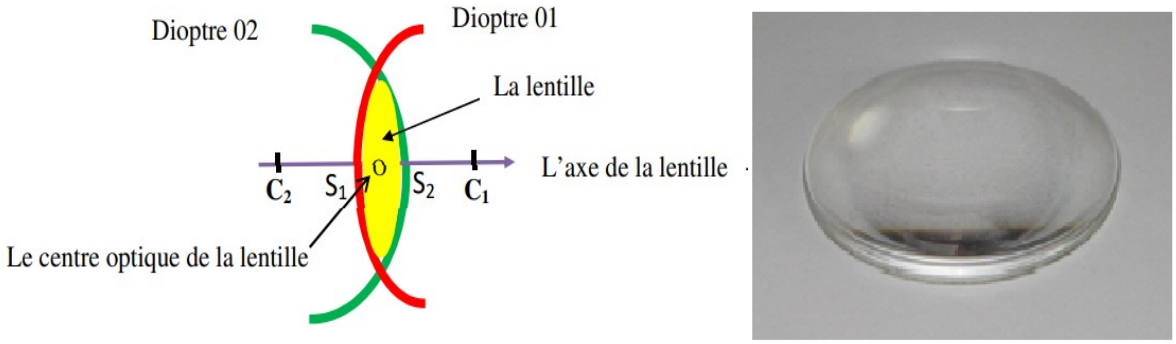


Figure 1-10: Lentille optique.
1.6

1.6.1 Types de lentilles

Il existe deux grandes familles de lentilles :

Les lentilles convergentes.

Les lentilles divergentes.

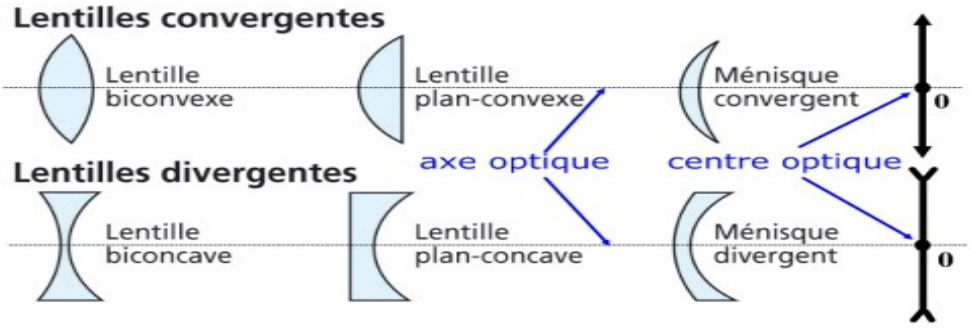


Figure 1-11: Les différents types de lentilles.
1.6.1

Les lentilles convergentes:

ce sont les lentilles à bord minces qui transforment le faisceau parallèle de lumière en un faisceau convergent en un point commun.

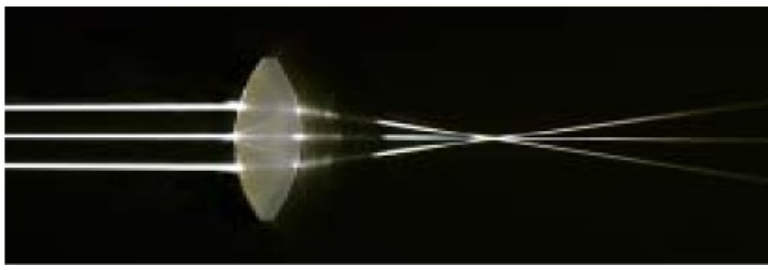


Figure 1-12: Lentille convergente.
1.6.1

Les lentilles divergentes:

ce sont les lentilles à bord épais qui transforment le faisceau parallèle de lumière en un faisceau divergent provenant d'un point de façon à les écarter de l'axe principal vers l'infini.

1.6.2 Les points focaux d'une lentille

Foyer image :c'est le point image d'un point objet qui se trouve sur l'axe optique vers lequel convergent un faisceau lumineux incident parallèlement à l'axe optique.

Foyer objet :c'est l'antécédent d'un point image situé à l'infini vers lequel convergent les rayons lumineux émergent de la lentille parallèlement à l'axe optique.

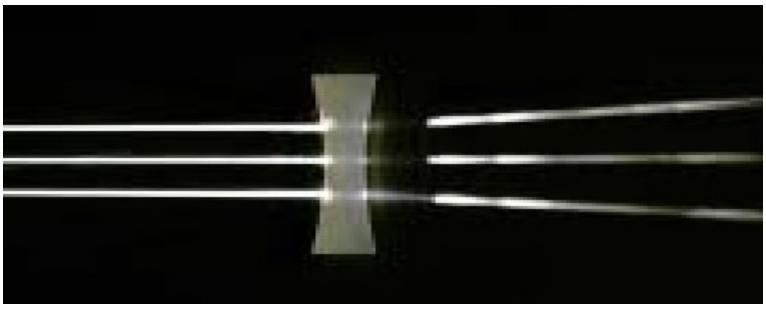


Figure 1-13: Lentille divergente.
1.6.1

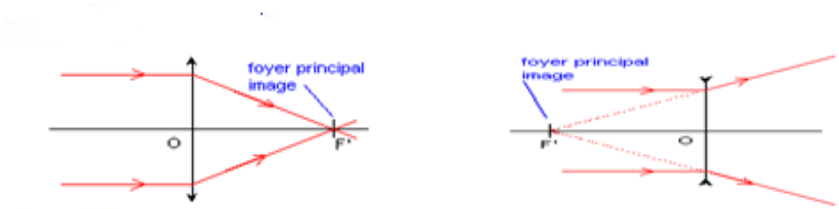


Figure 1-14: Foyer image d'une lentille convergente et divergente.
1.6.2

1.6.3 Caractéristique d'une lentille

L'axe optique : c'est une ligne imaginaire dont la droite passe par les centres de courbure des faces de la lentille (axe de symétrie de la lentille$\overline{C1C2}$).

Centre optique :centre géométrique de la lentille O.

Epaisseur : $e = \overline{S1S2}$.

Les rayons de courbure : R_1 ,R_2.

1.6.4 Construction géométrique pour des lentilles convergentes:

premier cas:

On peut tracer trois rayons dont les directions de propagation pour effectuer cette construction :

Le rayon incident du point B et parallèle à l'axe optique émerge en passant par le foyer image F'.

Le rayon incident du point B et passe par O centre optique ne dévie pas et il doit passer par B'.

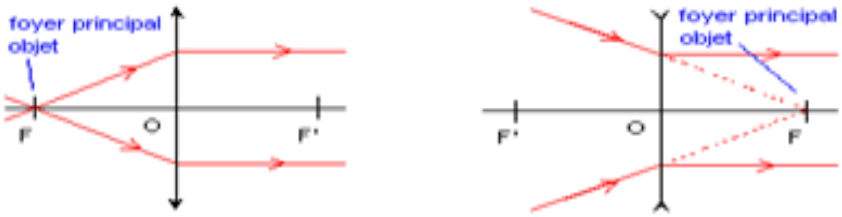


Figure 1-15: Foyer objet d'une lentille convergente et divergente.

1.6.2

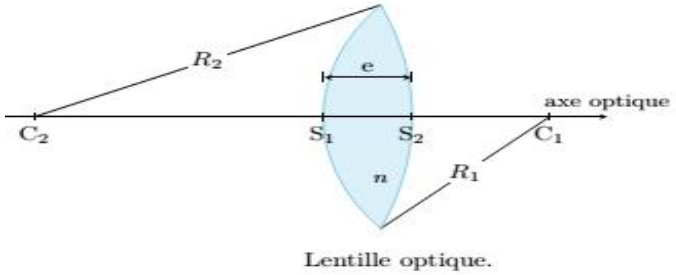


Figure 1-16: Caractéristique d'une lentille optique.

1.6.3

Le rayon incident du point B et passe par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique .

L'objet est réel et placé entre l'infini et le foyer donc l'image est réelle, Renversée et De même taille que l'objet .

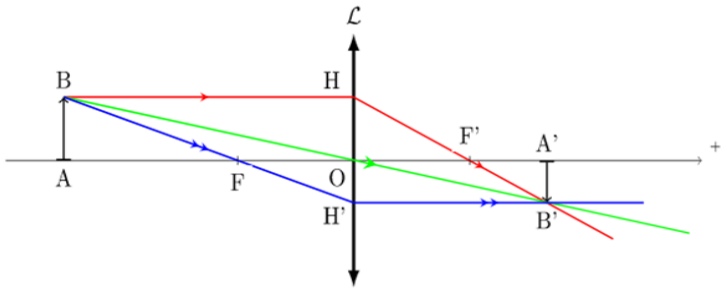


Figure 1-17: Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.

1.6.4

Deuxième Cas : Si l'objet est réel, placé entre le foyer et le centre optique Alors l'image est virtuelle, droite et plus grande que l'objet.

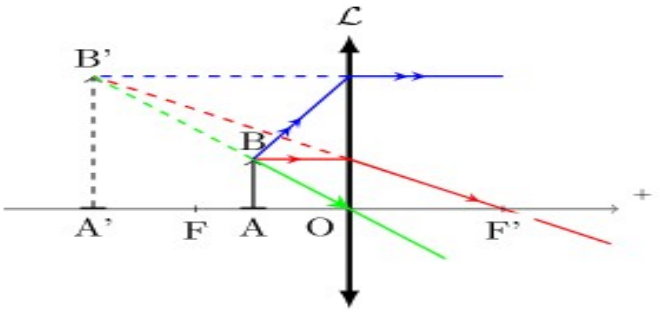


Figure 1-18: Schéma d'une lentille convergente pour objet réel, image virtuelle.

1.6.4

Troisième Cas: si l'objet est virtuel ($OA \succ 0$) l'image est réelle, droite et plus grande que l'objet.

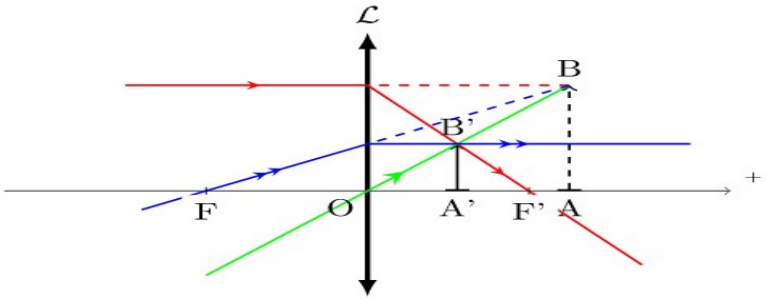


Figure 1-19: Représentation géométrique d'une lentille convergente Objet virtuel, image réelle.

1.6.4

Cas particulier: si F et A est confondu ($F = A$), il sera impossible d'obtenir une image car le rayon passant par le centre et le rayon passant par le foyer image sont parallèles.

1.6.5 Construction géométrique pour les lentilles divergentes

Il Ya trois cas principaux :

Premier cas: si l'objet est réel, situé entre l'infini et le centre optique , l'image est Virtuelle, droite et plus petit que l'objet.

Deuxième cas: si l'objet est virtuel et situé entre le centre optique et le foyer ,alors l'image est réelle, droite et plus grand que l'objet.

Troisième cas: si l'objet est virtuel et situé entre le foyer et l'infini , l'image est virtuelle, renversée et de même taille que l'objet.

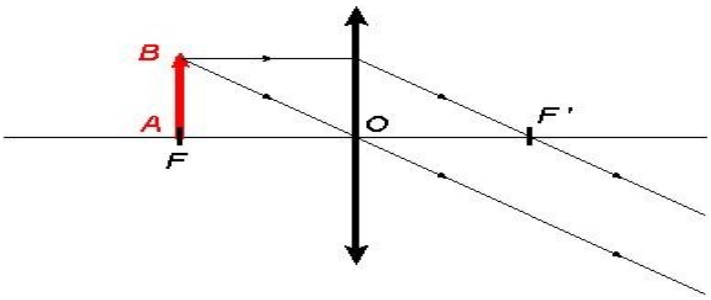


Figure 1-20: Absence d'image dans le cas (F=A).
1.6.4

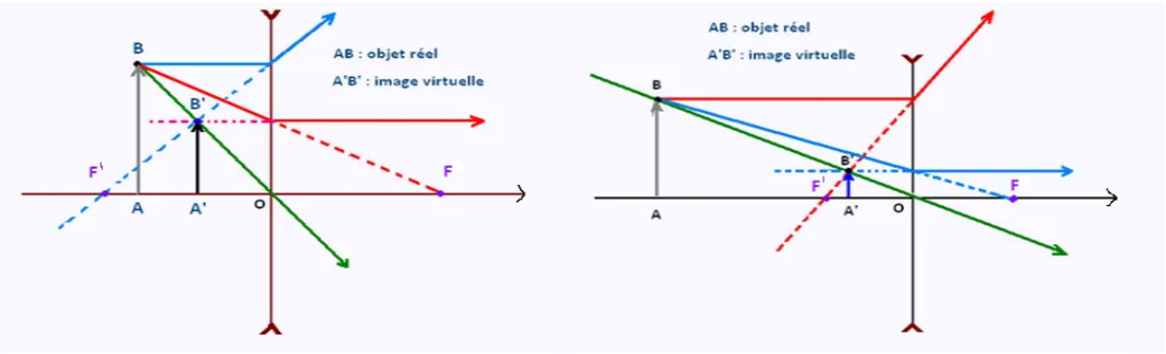


Figure 1-21: Lentille divergente pour objet réel, image virtuelle.
1.6.5

1.6.6 Distance focale

c'est une caractéristique principale d'un système optique pour les lentilles, elle correspond à la distance entre le centre optique et le foyer elle est notée $f\,' = \overline{OF'}$ avec $(f = f\,')$ s'exprime en mètre.

1.6.7 La vergence

Autrement dit (puissance intrinsèque). C'est la capacité d'une lentille à faire convergé les faisceaux lumineux de sorte que plus les rayons sont déviés plus la vergence est grande et donc le foyer sera plus près du centre optique, exprimée par :

$$\nu = \frac{1}{f} = \frac{n_1 - n_2}{n_2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{1.1}$$

D'où l'unité de la vergence est en m^{-1} cependant l'unité usuelle est la dioptrie

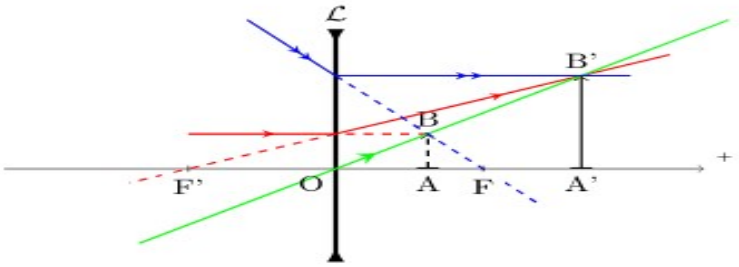


Figure 1-22: Divergence d'une lentille pour un objet virtuel, image réelle.
1.6.5

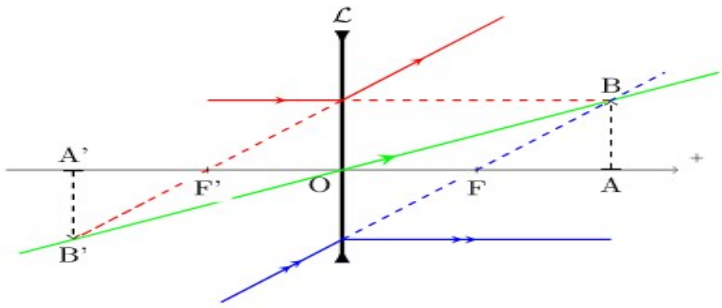


Figure 1-23: Divergence d'une lentille pour un objet virtuel, image réelle.
1.6.5

Pour une lentille convergente $\nu \succ 0$.

Pour une lentille divergente $\nu \prec 0$.

1.6.8 Le grandissement

C'est le rapport entre la taille de l'image $(AB)'$ et la taille de l'objet AB, est exprimé par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{OA} \tag{1.2}$$

Si $\gamma \succ 0$: l'image est droite (orientée dans le même sens que l'objet) .

Si $\gamma \prec 0$: l'image est renversée (orientée dans le sens inverse que l'objet).

Si $|\gamma| \succ 1$: l'image est plus grande que l'objet.

Si $|\gamma| \prec 1$: l'image est plus petite que l'objet.

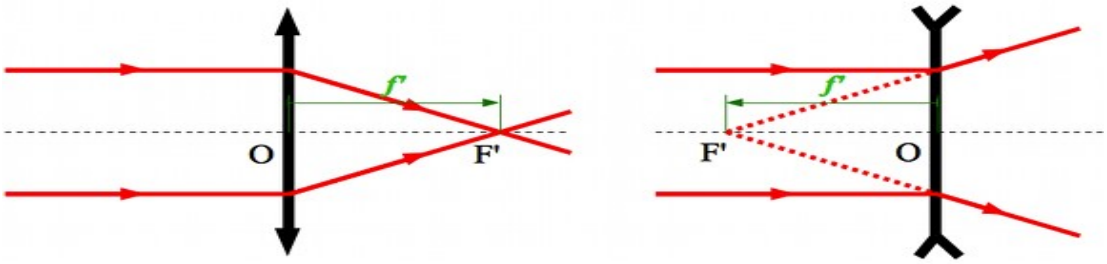


Figure 1-24: Distance focale pour lentille convergente et divergente.
1.6.6

1.6.9 Relation de conjugaison

C'est une relation entre la distance du point objet et du point image par rapport au centre optique de sorte que les rayons émergés se rencontrent en a point nommer image conjuguée.

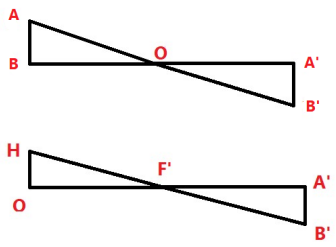
Si le point A' est l'image d'un point objet A par une lentille de centre optique O et de foyer objet $F\,'$alors :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f} = C \tag{1.3}$$

$f \succ 0$: Pour une lentille convergente.

$f \prec 0$: Pour une lentille divergente.

Démonstration :



$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{OA} \text{et } HO = AB \tag{1.4}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{HO}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} \tag{1.5}$$

De 1.4 et 1.5 on obtient :

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} \tag{1.6}$$

On introduit O dans $\frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}}$on obtient :

$$\frac{\overline{A'O} + \overline{OF'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'O}}{\overline{OF'}} + 1 \tag{1.7}$$

$$\Longrightarrow \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'O}}{\overline{OF'}} + 1 \tag{1.8}$$

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OF'}} + \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \tag{1.9}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f} = C \tag{1.10}$$

1.7 Les Miroirs

1.7.1 Miroir plan

Un miroir plan est une surface polie très lisse et réfléchissante (réfléchir les rayons lumineux) [12]généralement métallique et souvent couverte d'une couche de verre protectrice.il est rigoureusement stigmatique et rigoureusement aplanétisme.

Construction de l'image d'un point objet :

Les rayons issus (incident qui passe par ce point objet A) entrent dans le système optique, apparaissent alors des rayons qui se croisent soit pour donner un point image virtuel soit leurs prolongements se croisent directement pour donner un point image réel

On utilise la construction géométrique pour déterminer la position du point image A' que le miroir forme à partir du point objet A

Stigmatisme rigoureux : Objet réel image virtuel:

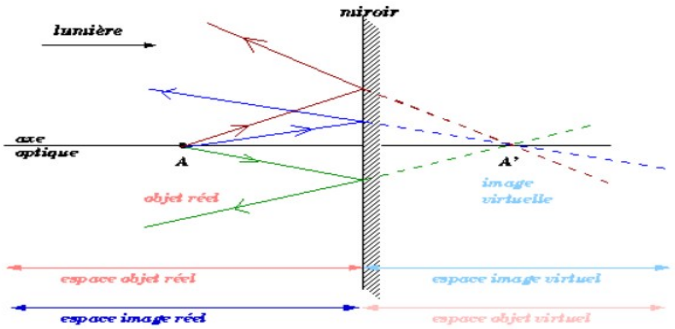


Figure 1-25: Construction d'un Miroir plan pour objet réel, image virtuel.
1.7.1

Objet virtuel image réel

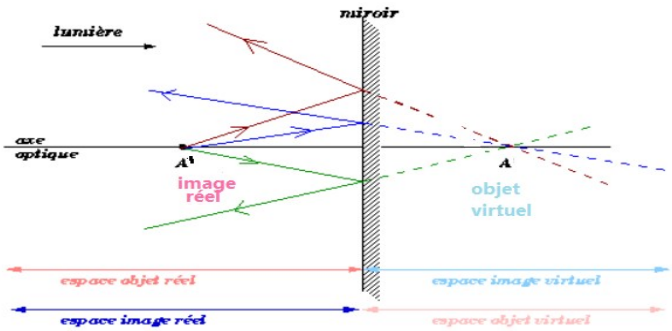


Figure 1-26: Miroir plan pour objet virtuel, image réel.
1.7.1

Remarque : seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique en tout point .

Image d'un objet formée par un miroir plan: L'image d'un objet par un miroir plan est symétrique(r de l'objet par rapport au plan du miroir.

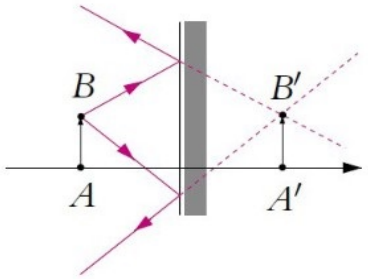


Figure 1-27: Aplanétisme d'un plan miroir.
1.7.1

AB : hauteur de l'objet .

$A'B'$: hauteur de l'image.

Les caractéristiques de l'image sont : droite et de même taille que l'objet alors Le miroir plan est rigoureusement aplanétique.

1.7.2 Miroir sphérique

Un miroir sphérique est une portion de sphère recouverte d'une surface métallique réfléchissante habituellement la forme est une calotte sphérique, dont le diamètre d'ouverture du miroir est (AF) [17].

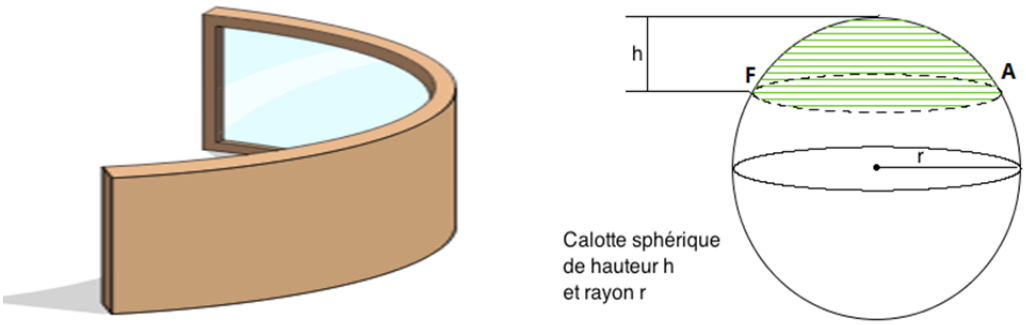


Figure 1-28: Miroir sphérique.
1.7.2

Types de miroir sphérique :

Il existe deux types de miroirs sphériques :

Miroirs sphériques concaves (creux).

Miroirs sphériques convexes (bombés).

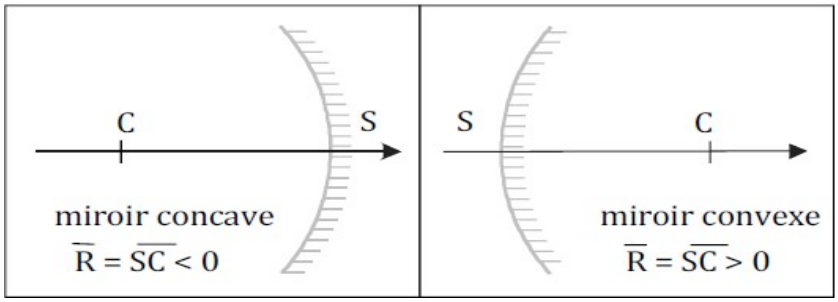


Figure 1-29: Types de miroir sphérique.
1.7.2

Les miroirs sphériques concaves : Ou miroirs convergentes, permettant de réfléchir du côté interne des rayons lumineux parallèles en un seul point de façon que la surface réfléchissante est tournée vers le centre de courbure C d'où $R \prec 0$.

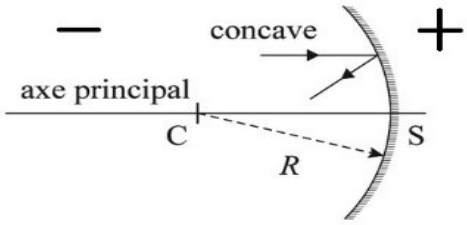


Figure 1-30: Miroir sphérique concave.
1.7.2

Les miroirs sphériques convexes : appelés aussi divergents, qui écarte les rayons réfléchis sur la surface extérieure de la sphère après qu'ils aient atteint le miroir, la surface réfléchissante est éloignée du centre de courbure D'où $R \succ 0$.

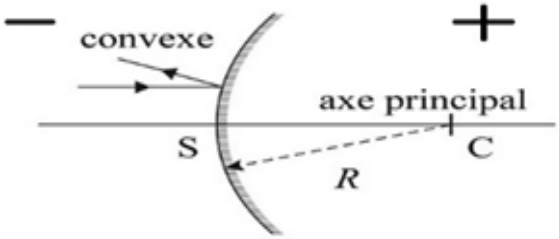


Figure 1-31: Miroir sphérique convexe.
1.7.2

1.7.3 Caractéristiques géométriques :

Centre du miroir : représente le centre de la sphère de verre creuse à partir duquel on a formé le miroir courbe.

L'axe optique : appelé l'axe de symétrie de révolution, c'est une ligne imaginaire passant par le centre C, le sommet S et le foyer F

Sommet de miroir : l'intersection de l'axe de symétrie et du miroir s'appelle le sommet du miroir, noté S.

Rayon de miroir : appelé le rayon de courbure, définis comme une distance entre le centre de courbure et le sommet $R = SC$.

- $SC \succ 0$: le miroir est convexe. (On utilise la surface extérieure de la sphère) .
- $SC \prec 0$: le miroir est concave. (On utilise la surface intérieure de la sphère).

Les points focaux d'un miroir sphérique concave et convexe :

Point focal image: c'est le point image F' pour que l'objet est à l'infini sur l'axe optique, dans les conditions de Gauss on montre la démonstration :

$SA \to \infty$

$A \equiv F' \Longrightarrow SF' = \frac{SC}{2}$

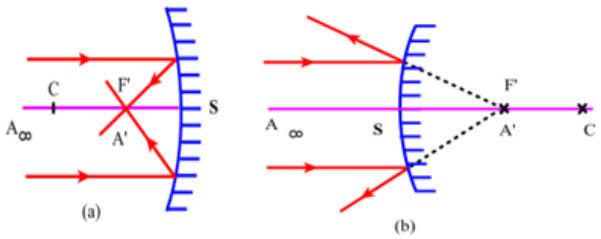


Figure 1-32: Foyer image d'un miroir concave et convexe.
1.7.3

Point focal objet: c'est l'antécédent F d'un point image situé à l'infini sur l'axe optique.

$SA' \to \infty$

$A \equiv F \Longrightarrow SF = \frac{SC}{2}$

Pour un miroir sphérique, les deux foyers (F et F') sont confondus.

Pour un miroir sphérique, les deux foyers (F et F') sont confondus.

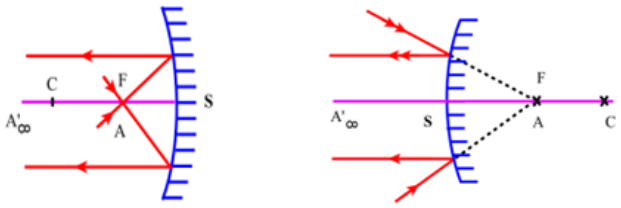


Figure 1-33: Foyer image d'un miroir concave et convexe.
1.7.3

1.7.4 Constructions géométrique du Miroirs sphérique

- Tout rayon de lumière se déplaçant parallèle à l'axe principal est reflété par le miroir courbe par le biais du foyer principal.
- Tout rayon de lumière passe par F réfléchi parallèlement à l'axe optique.
- Tout rayon de la lumière passe par le centre de courbure C retrace son parcours initial après la réflexion par le miroir courbe.

Ces rayons sont :

- Réel pour un miroir concave.
- Virtuel pour un miroir convexe.

Miroirs concaves:

Premier cas: l'objet est réel et situé avant le centre, l'image est réelle, renversée et plus petit que l'objet.

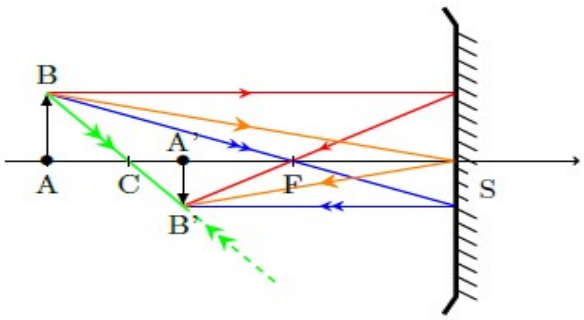


Figure 1-34: Miroir convergent : objet réel, image renversée.
1.7.4

Deuxième cas: si l'objet est réel, situé entre F et S, l'image est virtuelle (derrière le miroir concave) droite et plus grand que l'objet.

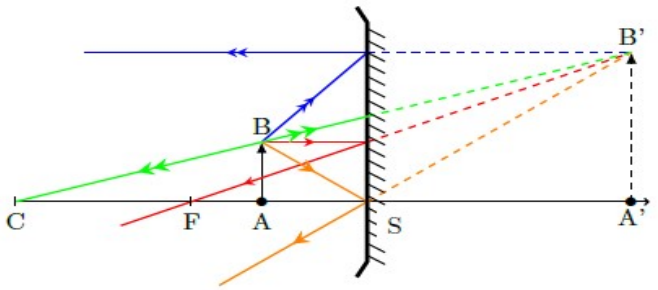


Figure 1-35: Miroir convergent : objet réel, image virtuelle.
1.7.4

Troisième cas: si l'objet est virtuel, situé après le sommet, l'image est réelle, droite et plus petite que l'objet.

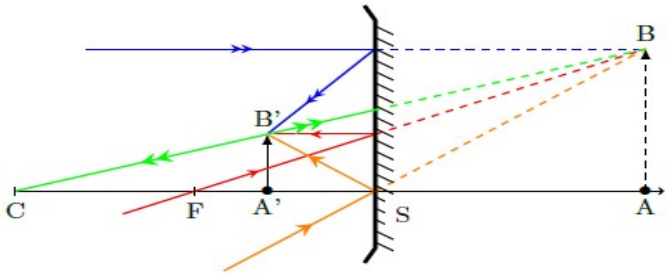


Figure 1-36: Miroir concave d'un objet virtuel, image réelle.
1.7.4

Miroirs convexes :

Premier cas: si l'objet est réel et situé avant le sommet, alors, l'image est virtuelle, droite et plus petite que l'objet.

Deuxième Cas: si l'objet virtuel et situé entre S et F L'image est réelle, droite et plus grande que l'objet.

Troisième cas: Si l'objet virtuel, situé avant le centre , L'image est virtuelle, renversée et plus petit que l'objet.

1.7.5 Distance focal du miroir

C'est une mesure algébrique de SF, définie par $f = \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$s'exprime en mètre

$f \prec 0$ si le miroir est concave .

$f \succ 0$ si le miroir est convexe.

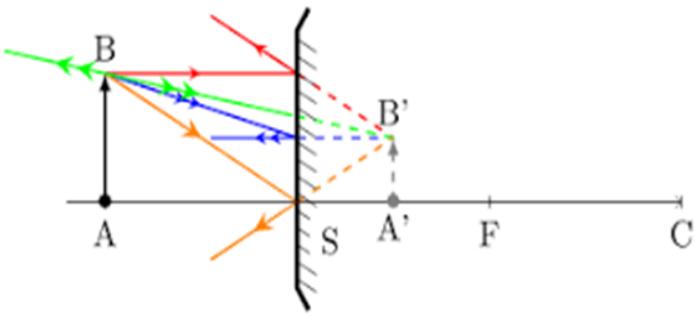


Figure 1-37: Divergence d'un miroir pour objet réel, image virtuelle.
1.7.4

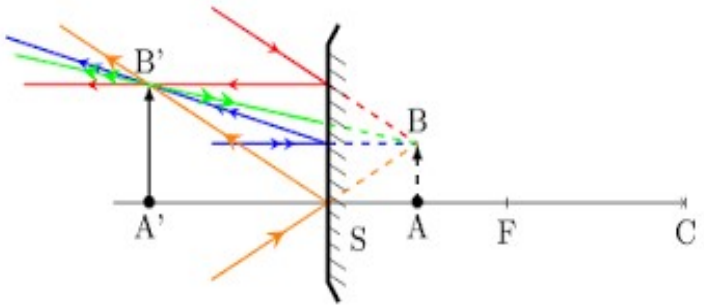


Figure 1-38: Miroir convexe pour objet virtuel, image réelle.
1.7.4

1.7.6 La vergence

on définit la vergence comme étant l'inverse de la distance focale image. $\nu = \frac{1}{f}$son unité dioptrie ou m^{-1}.

Cette vergence est donc négative dans le cas d'un miroir concave, positive dans le cas D'un miroir convexe.

1.7.7 Grandissement latéral (ou transversal ou linéaire) :

C'est la relation entre la position de l'image $(A'B')$et la position de l'objet (AB) [18]:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \tag{1.11}$$

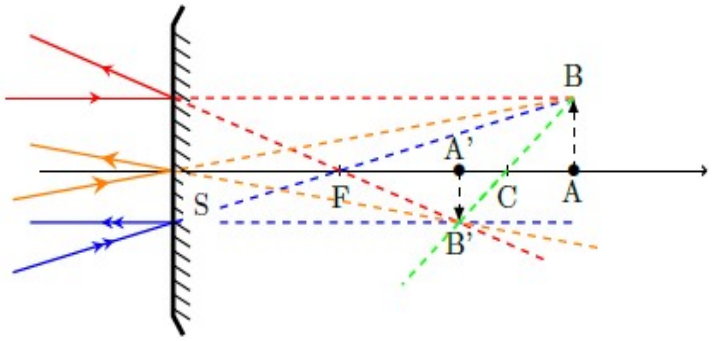


Figure 1-39: Construction d'un miroir convexe pour objet virtuel, image virtuelle.

1.7.4

Origine au centre

$$\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \tag{1.12}$$

Origine au sommet

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \tag{1.13}$$

Origine au foyer

$$\gamma = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = \frac{\overline{FS'}}{\overline{FA}} \tag{1.14}$$

$\gamma \succ 0$: Image droite .

$\gamma \prec 0$: Image renversée .

$|\gamma| \succ 1$: Image agrandie..

$|\gamma| \prec 1$: Image réduite.

$|\gamma| = 1$: L'mage est de même taille que l'objet.

1.7.8 Relation de conjugaison

La relation de conjugaison de Newton est un système optique qui relie la position d'objet à son image et permet d'effectuer leurs calculs. On l'obtient rigoureusement à l'aide des lois de Ibn Sahl :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{f} \tag{1.15}$$

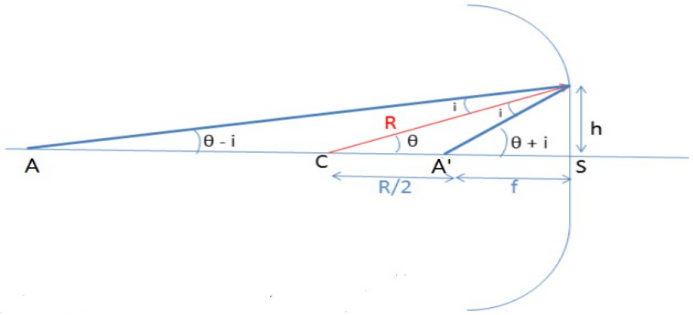
origine au centre:

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \tag{1.16}$$

Origine au foyer :

$$\overline{FA} \times \overline{FA'} = f \tag{1.17}$$

Démonstration :



$$h = \overline{SC} \times \tan\theta \approx \overline{SC} \times \theta \tag{1.18}$$

$$h = \overline{SA} \times \tan(\theta + i) \approx \overline{SA} \times (\theta + i) \tag{1.19}$$

$$h = \overline{SA'} \times \tan(\theta - i) \approx \overline{SA'} \times (\theta - i) \tag{1.20}$$

Pour θ petit $\tan\theta \approx \theta$

de 1.18,1.19 et1.20 on obtient:

$$\frac{h}{\overline{SC}} = \theta \frac{h}{\overline{SA}} = \theta + i \frac{h}{\overline{SA'}} = \theta - i \tag{1.21}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{h}{\overline{SA}} + \frac{h}{\overline{SA'}}\right) = \theta \tag{1.22}$$

$$\frac{h}{\overline{SA}} + \frac{h}{\overline{SA'}} = \frac{2h}{\overline{SC}} \tag{1.23}$$

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \tag{1.24}$$

1.8 Les Dioptres

1.8.1 Dioptre plan

c'est une surface plane séparant deux milieux transparents et isotrope d'indice différents qui donne une image qui la même dimension que l'objet, il n'est pas stigmatique[19].

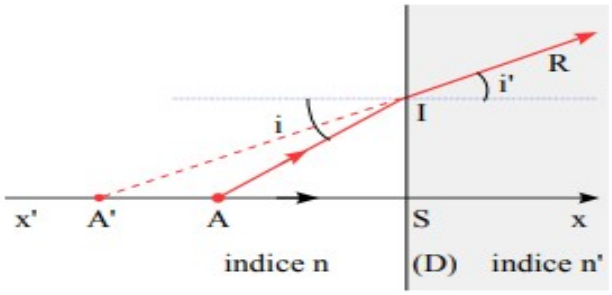


Figure 1-40: Schéma présentative du dioptre plan.
1.8.1

Image d'un point à travers un dioptre plan :

Premier cas: si l'objet 'A' réel et $n' \succ n$ donc l'image est virtuelle.

Deuxième cas: si l'objet 'A' réel et $n' \prec n$ donc l'image est virtuelle.

Troisième cas: si l'objet'A' réel et $n' \succ n$ donc l'image est réelle.

Quatrième cas: si l'objet 'A' réel et $n' \prec n$ donc l'image est réelle.

S : sommet qui est l'intersection entre l'axe optique et dioptre plan.

Dans les quatre cas L'objet et l'image sont de :

- Même signe.
- Même milieu.
- Natures opposées si l'un est réel, l'autre est virtuel.

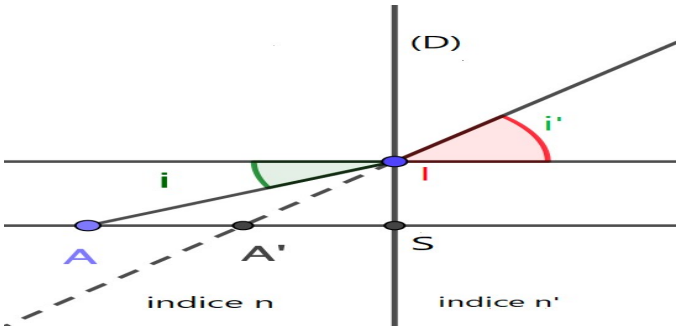


Figure 1-41: Construction d'un dioptre plan pour objet réel, image virtuelle.
1.8.1

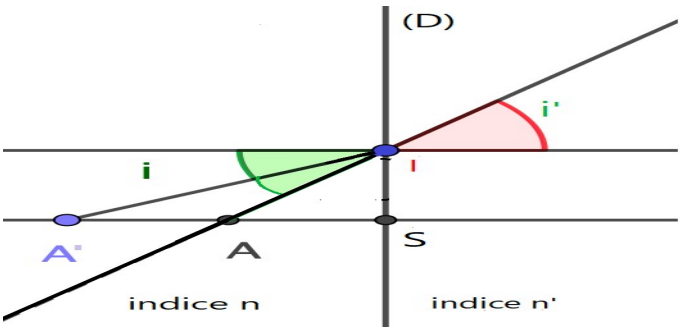


Figure 1-42: Dioptre Plan pour objet réel, image virtuelle.
1.8.1

Si $n \succ n'$, A est toujours plus éloigné de la surface du dioptre qu'A'.

Si $n \prec n'$, A est toujours plus proche de cette surface qu'A'.

Stigmatisme d'un dioptre plan

$$\overline{SI} = \overline{SA} \times \tan(i) = \overline{SA'} \times \tan(i)' \tag{1.25}$$

$$\overline{SA} = \overline{SA'} \times \frac{\sin(i)}{\cos(i)} \times \frac{\sin(i)'}{\cos(i)'} \tag{1.26}$$

Avec

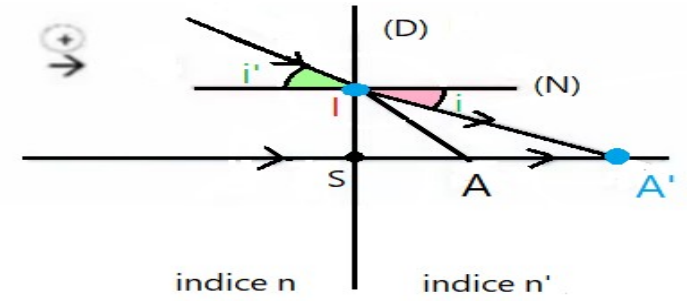


Figure 1-43: Dioptre Plan, objet virtuel, image réelle.
1.8.1

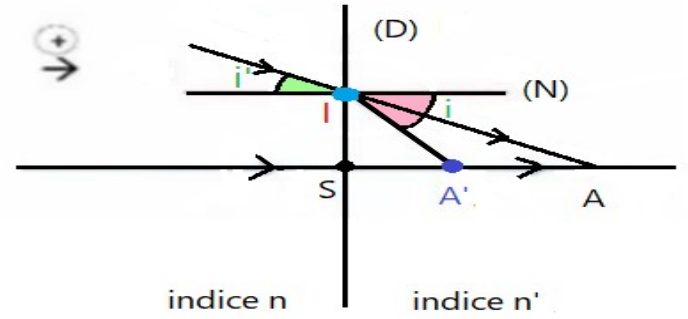


Figure 1-44: Construction d'un dioptre Plan, objet virtuel, image réelle.
1.44

$$n \sin(i) = n' \sin(i)' \longrightarrow \sin(i)' = \frac{n}{n'} \sin(i) \tag{1.27}$$

$$\cos(i) = \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2(i)} \tag{1.28}$$

On remplace 1.27 et 1.28 dans 1.26

$$\overline{SA'} = \overline{SA} \times \frac{n'}{n} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2(i)}{1 - \sin(i)}} \tag{1.29}$$

Pour (i) variable $\overline{SA}$ n'est pas constante les rayons réfractés ne convergent pas exactement au point A', donc l'image est floue ce qui implique que le dioptre plan n'est pas stigmatique.

Selon les conditions de gauss les rayons incidents possèdent un angle d'incidence très faible $(i \to 0°, \sin(i) \to 0)$

$$\overline{SA'} = \overline{SA} \times \frac{n'}{n} \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2(i)}{1 - \sin(i)}} \to \overline{SA'} = \overline{SA} \times \frac{n'}{n} \tag{1.30}$$

$$\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n'}{n} \tag{1.31}$$

La relation1.29 appelée relation de conjugaison.

1.8.2 Dioptre sphérique

Le Dioptre sphérique est l'ensemble de deux milieux transparents, homogènes, d'indice de réfraction différent[15], séparés par une surface sphérique réfringente, est caractérisé par : le centre $'C'$, le rayon de courbure $'\rho'$,l'axe $'\Delta'$, le sommet $'S'$et les indices $'n_1'$ et $'n_2'$[8].

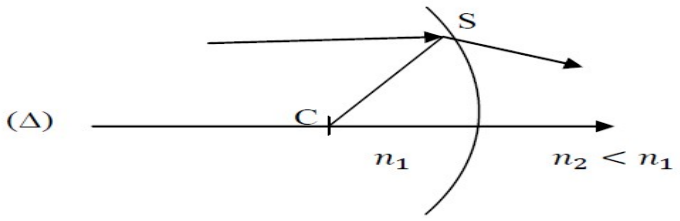


Figure 1-45: Dioptre sphérique.
1.8.2

Types de dioptre

On distingue deux types :

Dioptre sphérique convergent: $R = \overline{SC} \prec 0$.

Dioptre sphérique divergent: $R = \overline{SC} \succ 0$.

Le dioptre sphérique est représenté de deux manières :

Remarque :

Lorsque le rayon lumineux passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent $(n_1 \prec n_2)$, il se rapproche de la normale au point d'incidence.

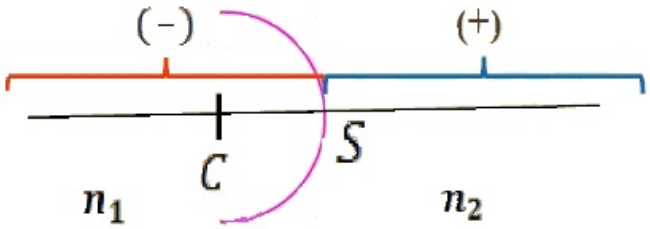


Figure 1-46: Dioptre sphérique convergent.
1.8.2

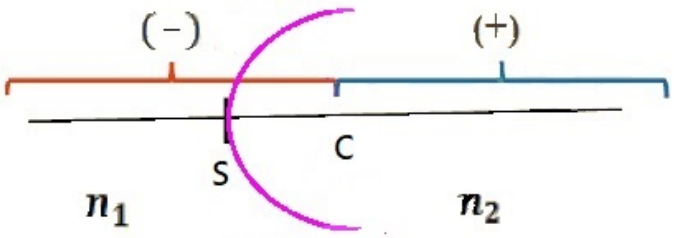


Figure 1-47: Dioptre sphérique divergente.
1.8.2

Lorsqu'il passe d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent ($n_1 \succ n_2$), il s'écarte de la normale au point d'incidence.

- Si le centre de dioptre C dans le milieu le plus réfringent on dit que dioptre est converge.
- Si le centre de dioptre C dans le milieu le plus réfringent on dit que dioptre est diverge.

Les points focaux d'un dioptre sphérique concave et convexe

Point focal image : c'est la conjugué d'un objet situé à l'infini dont le rayon incident est parallèle à l'axe optique et se forme en point F'(f yer image principal)

La mesure algébrique $\overline{SF'}$de la position F' est notée f', elle est appelée la distance focale image

$$\overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1}\overline{SC} \quad \text{ou} \quad f' = \frac{n_2}{n_2 - n_1}R \tag{1.32}$$

Point focal objet: c'est le point objet dont l'image est située à l'infini, et les rayons

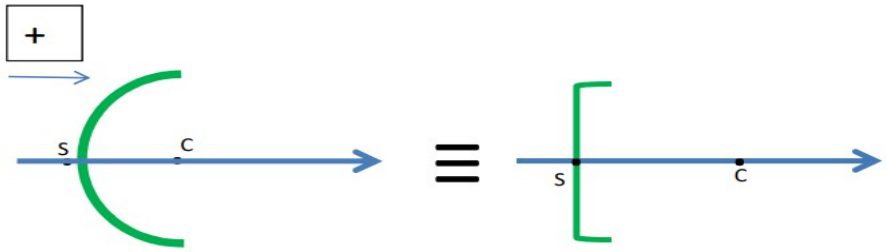


Figure 1-48: Représentation du dioptre sphérique.
1.8.2

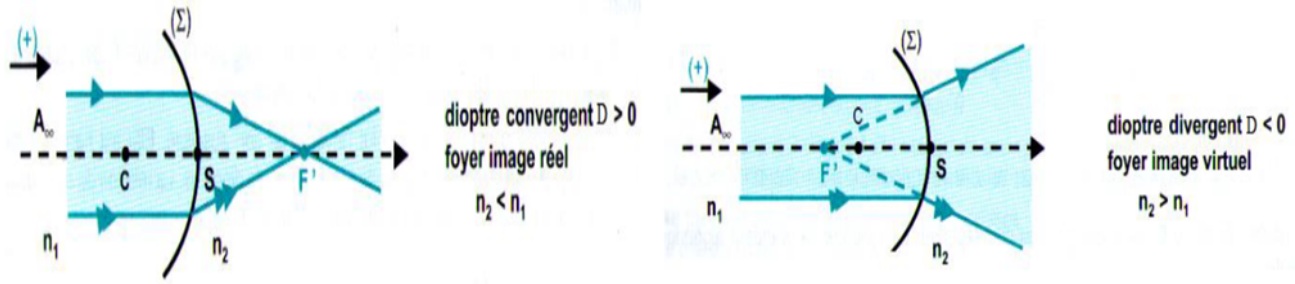


Figure 1-49: Foyer image du dioptre sphérique convergent et divergent.
1.8.2

émergents du dioptre qui passe par un point F appelé foyer principal objet sont parallèle à l'axe optique.

La mesure algébrique $\overline{SF}$ de la position F est notée f, elle est appelée la distance focale objet

$$\overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2}\overline{SC} \quad \text{ou} \quad f = \frac{n_1}{n_1 - n_2}R \tag{1.33}$$

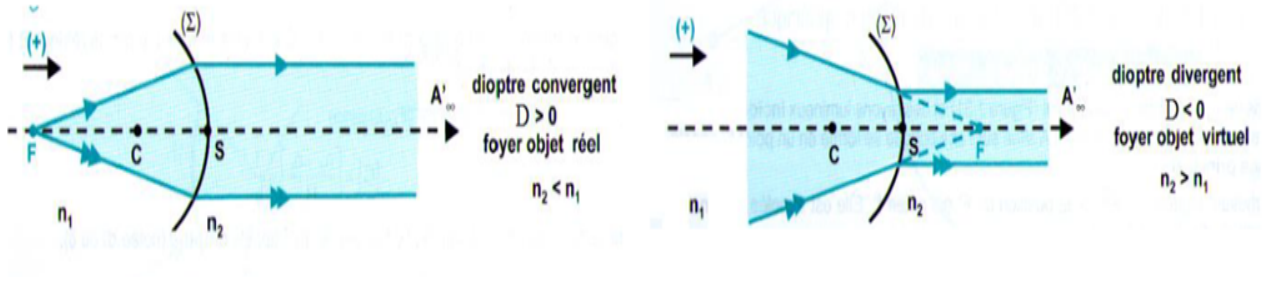
1.8.3 Construction géométrique pour un Dioptre sphérique

Pour faire la construction géométrique il faut trois rayons principaux :

Un rayon issu de l'infini qui est parallèle à l'axe optique se réfracte et passe par le foyer image F'.

Un rayon non dévié perpendiculaire au dioptre passant par le centre.

Un rayon provenant de l'objet pour passer par le foyer objet arrivé parallèlement jusqu'au rencontre des deux rayons.



.

Figure 1-50: Foyer objet du dioptre sphérique convergent et divergent.
1.8.2

Construction géométrique de l'image d'un dioptre concave :

Premier cas $(n_1 \succ n_2)$: si l'objet réel situé entre le foyer F et le sommet S , l'image est virtuelle, droite et agrandie.

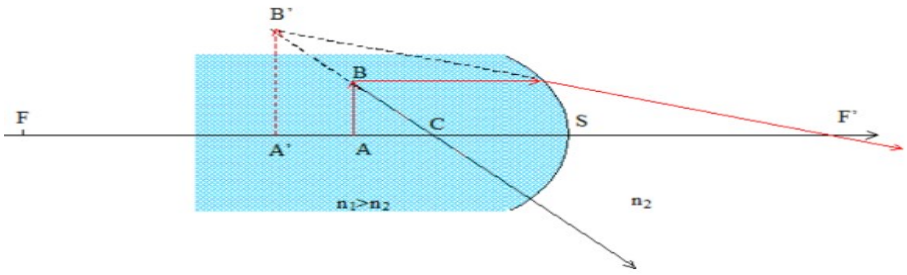


Figure 1-51: Représentation d'un dioptre sphérique objet réel, image virtuelle.
1.8.3

Deuxième Cas$(n_1 \prec n_2)$:si l'objet réel situé entre le foyer F et l'infinie alors l'Image est réelle, renversée et de même taille que l'objet.

Troisième cas$(n_1 \succ n_2)$: si l'objet est virtuel, situé entre le foyer F' et le sommet ,l'image est réelle droite et plus petit que l'objet.

Construction géométrique de l'image d'un dioptre convexe :

Premier cas$(n_1 \prec n_2)$: si objet réel à l'infini ,l'image est réelle, renversée et plus petit que l'objet.

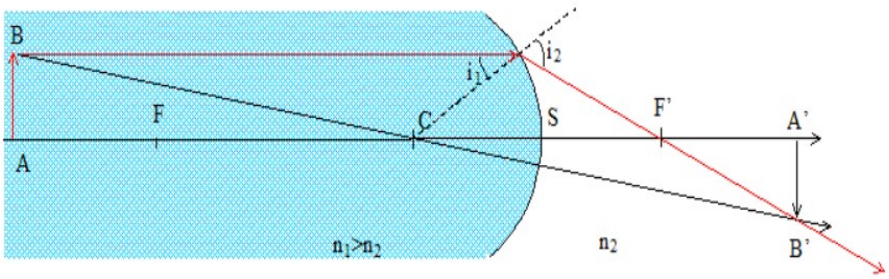


Figure 1-52: Dioptre sphérique pour objet réel, image réelle.
1.8.3

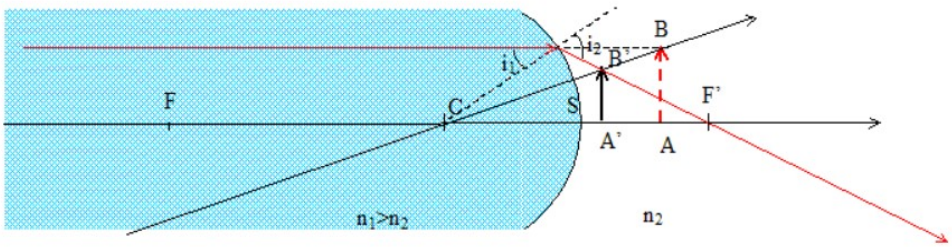


Figure 1-53: Construction d'un objet virtuel, image réelle pour Dioptre sphérique.
1.8.3

Deuxième Cas($n_1 \prec n_2$) : si l'objet réel entre F et S alors l' image virtuelle, droite et plus grand que l'objet.

Troisième Cas ($n_1 \prec n_2$) : si l'objet est virtuel donc l'image réelle, droite et plus petit que l'objet.

1.8.4 Relation entre la distance focal et vergence

On a

$$D = \frac{-n_1}{f} \tag{1.34}$$

Et

$$D = \frac{n_2}{f} \tag{1.35}$$

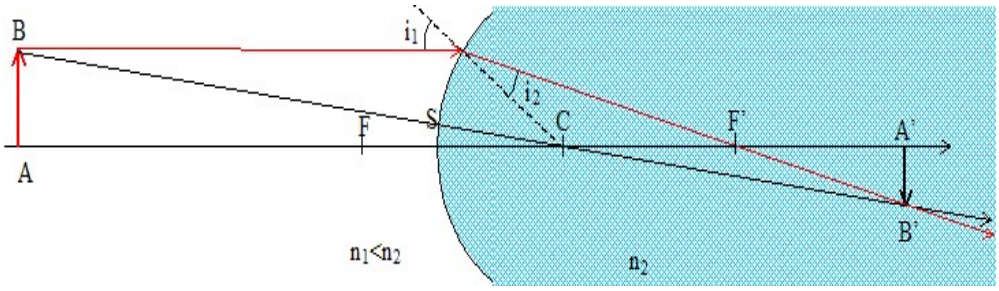


Figure 1-54: Dioptre sphérique pour un objet réel, image réelle.
1.8.3

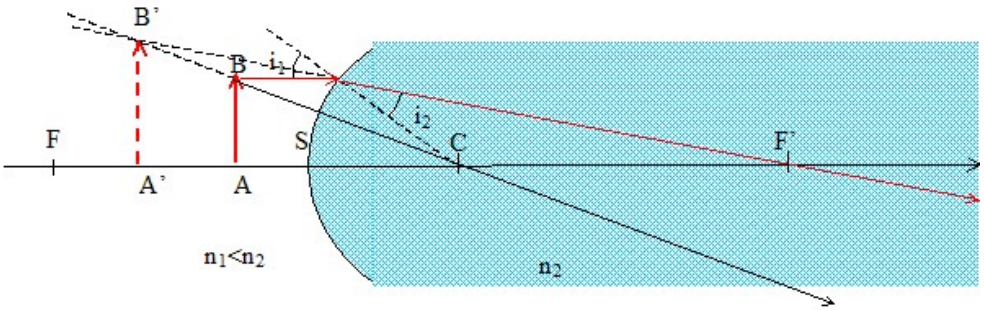


Figure 1-55: Schématique géométrique d'un dioptre sphérique : objet réel, image virtuelle.
1.8.3

- Si $D \succ 0$ alors $f \succ 0$.
- Si $D \prec 0$ alors $f \prec 0$.

1.8.5 La vergence

C'est une grandeur algébrique et appelé la puissance d'un dioptre

$$D = \frac{n_2 - n_1}{R} \tag{1.36}$$

, Son unité dioptrie (δ) oum^{-1}

- quand $D \succ 0$ le dioptre est convergent.
- quand $D \prec 0$ le dioptre est divergent.

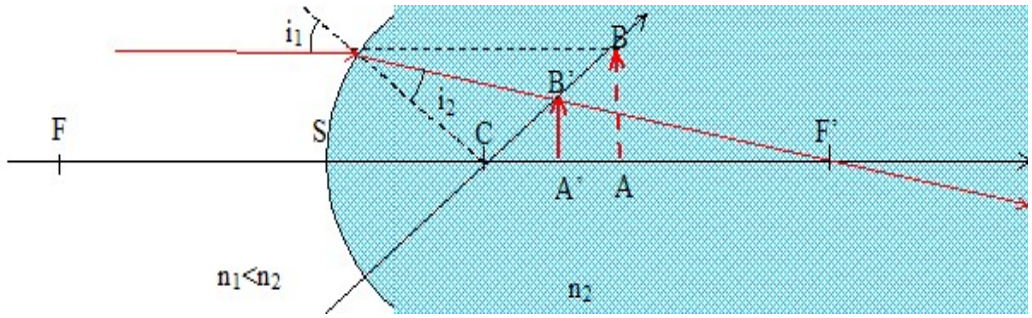


Figure 1-56: Construction d'un dioptre sphérique pour objet virtuel, image réelle.
1.8.3

1.8.6 Grandissement transversal

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1 \times \overline{SA'}}{n_2 \times \overline{SA}} \tag{1.37}$$

$\gamma \succ 0$: alors, L'image est dite « droite » et a le même sens que l'objet. .

$\gamma \prec 0$: alors l'image et l'objet ont un sens différent, l'image est dite « renversée .

$|\gamma| \succ 1$: Image agrandie..

$|\gamma| \prec 1$: Image réduite.

$|\gamma| = 1$: l'mage est de même taille que l'objet.

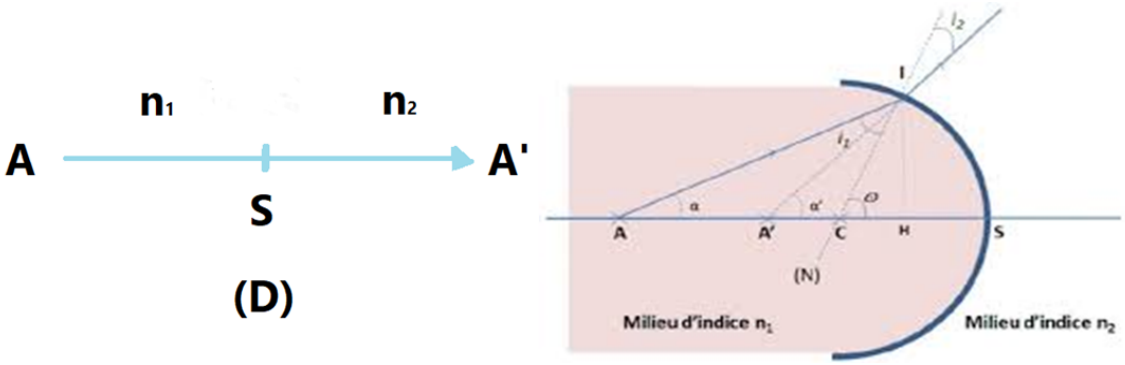
1.8.7 Relation de conjugaison

La relation de conjugaison est un système optique qui relie la position de l'objet et la position de l'image à son indice n alors :

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \tag{1.38}$$

Démonstration :

On choisit les triangles AIC et $A'IC$:



$$i_1 + \alpha + (\pi - \omega) = \pi \quad \Rightarrow i_1 = (\omega - \alpha) \tag{1.39}$$

$$i_2 + \alpha + (\pi - \omega) = \pi \quad \Rightarrow i_2 = (\omega - \alpha) \tag{1.40}$$

D'après la condition de Gauss et la loi de Ibn Sahl : $n_1 i_1 = n_2 i_2$

$$n_1 (\omega - \alpha) = n_2 (\omega - \alpha) \tag{1.41}$$

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}} \tag{1.42}$$

$$\alpha' = \tan \alpha' = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} \tag{1.43}$$

$$\omega = \tan \omega = \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} \tag{1.44}$$

D'après les équations précédentes on trouve la relation de conjugaison :

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \tag{1.45}$$

Finalement, ce chapitre nous a permis de contribuer à comprendre les notions de bases de l'optique géométrique.

Dans cette optique, nous avons fait une étude théorique sur les caractéristiques et les lois de l'optique "loi de réflexion et réfraction ". D'autre part, nous avons essayé d'expliquer quelques exemples des systèmes optique 'les miroirs, les dioptres et les lentilles'.

L'objectif a été de permettre au lecteur d'approfondir leurs connaissances dans le domaine de l'optique.

Chapitre 2

les modes fondamentaux et supérieurs du faisceau laser.

Dans ce chapitre, nous présentons une vue d'ensemble didactique et autonome des propriétés physique des faisceaux gaussiens en rapport avec les cavités optiques d'un laser pour les modes fondamentaux gaussien et les modes supérieures Hermite et Laguerre gauss qui font l'objet d'analyses théoriques et expérimentales depuis l'invention du laser dans l'optique moderne car ils ont des caractéristiques particulière représenté par deux indices (azimutal et radial) [5]qui les rendent attachants pour plusieurs applications. En introduisant un traitement théorique unifié basé sur une représentation d'onde plane du champ électromagnétique on constate que la dérivation des modes (Laguerre gauss et Hermite gauss) de propagation du faisceau laser résout l'équation scalaire de Helmholtz dans l'approximation paraxiale.

2.1 Qu'est-ce qu'un laser ?

Le mot en lui-même signifie Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation en français amplification de la lumière par émission stimulée de radiations[4]. le laser est un dispositif émettant de la lumière et la rassemble en un étroit faisceau de rayonnement d'ondes spatialement, temporellement cohérent (ondes et photon se propagent en phase) et monochromatique grâce à une émission stimulé[20] de radiation(des rayons X , ultraviolets infrarouges et même micrométriques). Il est caractérisé par :

1. Un milieu amplificateur placé dans une cavité résonante cette dernière est définit comme un milieu composé de deux miroirs, où se propage l'onde électromagnétique. La cavité permet à un faisceau de lumière de traverser plusieurs fois ce milieu.
2. Un processus d'excitation (pompage) pour stimuler les atomes (molécules, électrons,

ions ou cristaux de semi- conducteurs).



Figure 2-1: Schéma d'un oscillateur laser.
2.1

2.2 Equation de Helmholtz et Modes d'une Cavité

2.2.1 Equation d'onde par axiale

Le mode fondamental gaussien n'est pas la seule solution pour les résonateurs ouverts quand on néglige les pertes par diffraction liées aux dimensions finies des miroirs. Mais les solutions doivent correspondre à des distributions d'amplitude complexe des vibrations lumineuses qui se reproduisent à l'identique après un aller-retour ou une tour complet dans la cavité.

Une bonne base de départ pour obtenir les solutions est l'équation de Helmholtz qui dérive de l'équation de propagation de d'Alembert valable dans l'approximation scalaire :

$$\Delta U - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^{\,2}} = 0 \tag{2.1}$$

Ou "U" est par exemple une composante cartésienne du champ électrique
Pour l'onde sinusoïdale (fréquence ν, pulsation ω) qui nous intéresse, on a :

$$U = U(x, y, z)\exp(i\omega t) + c \times c \tag{2.2}$$

En remplaçant on obtient l'équation de Helmholtz[21] :

$$\Delta U + k^{\,2} U = 0 \quad \text{ou} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2.3}$$

en second lieu, on s'intéresse à des solutions correspondant à des faisceau qui se propagent globalement suivant O_z , avec des rayons qui se

propagent dans des directions très voisines la solution est une onde plane inhomogène :

$$U\,(x, y, z) = \Psi(x, y, z)\exp(i\omega z) \tag{2.4}$$

$\psi(x, y, z)$Est une fonction complexe lentement variable qui représente les différences entre un faisceau laser est une onde plane homogène en remplaçant 'U' dans l'équation 2.3, on trouve:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^{\,2}} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^{\,2}} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^{\,2}} - 2ik\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \tag{2.5}$$

On fait maintenant l'hypothèse que les variations de ψ sur une distance de l'ordre de λ dans la direction O_z sont négligeables

$$\lambda \left|\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right| \prec\prec |\Psi| \Longrightarrow \lambda \left|\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^{\,2}}\right| \prec\prec \left|\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right| \tag{2.6}$$

Dans ces conditions $\left|k\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right| \succ\succ \left|\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^{\,2}}\right|$que l'on peut négliger l'équation d'onde paraxiale s'écrit alors :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^{\,2}} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^{\,2}} - 2ik\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \overline{\nabla_T^2}\Psi - 2ik\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \tag{2.7}$$

Ou $\overline{\nabla_T^2}$ est le laplacien transverse

L'équation 2.7 est clairement similaire à l'équation d'onde de Schrodinger pour une particule libre dans un espace à 2 dimensions (x, y) avec t remplacé par z :

$$-\frac{h^2}{2m}\overline{\nabla^2}\Psi - ih\frac{\partial\Psi}{\partial t} = 0 \tag{2.8}$$

Les solutions en sont connues. On va d'abord étudier la plus simple (mode fondamental gaussien), puis des solutions correspondant à des modes d'ordre supérieur en coordonnées cartésiennes. On se reportera à l'article de Kogelnik et L_i pour les solutions en coordonnées cylindriques.

2.3 Mode fondamental gaussien$(TEM)_{00}$

Appelé aussi les faisceaux gaussiens, c'est une solution de l'équation de propagation de Helmholtz dans l'approximation paraxiale[22], mathématiquement et proportionnel à une fonction gaussien (une fonction de Hermite –Laguerre gauss), géométriquement est caractérisé la divergence d'un faisceau en chaque point de l'espace illustrées par la Figure58[3].

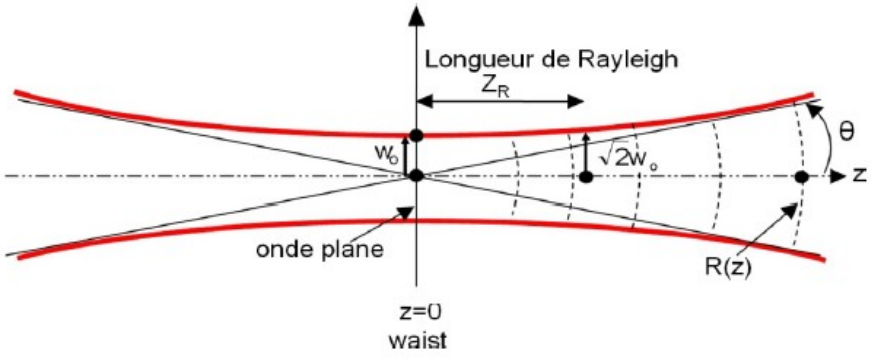


Figure 2-2: Caractéristiques d'un faisceau gaussien.
2.3

ω_0 : Appelée le 'waist' est la taille d'onde quand z ˜0 => $w(z)$˜$w0$

$R\,(z)$: le rayon de courbure du faisceau

$Z\,(R)$: La longueur de Rayleigh est la distance quand le faisceau laser garde une taille relativement constante entre ω_0 et $\sqrt{2}\ \omega_0$[22].

D'autre part soit z là le sens de propagation du faisceau, La solution de l'équation différentielle paraxiale est de la forme :

$$\Psi = \exp -i(P(z) + \frac{k}{2q(z)}(x^2 + y^2) \tag{2.9}$$

Ainsi on peut vérifier facilement qu'est Ψ est solution de l'équation 2.7 :

- $P(z)$ représente un déphasage complexe (déphasage réel et changement d'amplitude avec z)
- $q(z)$ représente un rayon de courbure complexe (variation transverse gaussienne de l'amplitude et courbure du front d'onde) en substituant Ψ dans 2.7 on obtient :

$$\left[\frac{k^2}{q^2}\left(x^2+y^2\right)\left(\frac{dq}{dz}-1\right)-2k\left(\frac{dP}{dz}-\frac{i}{q}\right)\right]\Psi=0 \tag{2.10}$$

Valable $\forall x, y$. D'où $q\left(z\right)$ et $P\left(z\right)$ doivent vérifier :

$$\frac{dq}{dz}=1 \implies q\left(z\right)=q_0+z \quad \text{Où} \quad q_0=q\left(0\right) \tag{2.11}$$

$$\implies \frac{dP}{dz}=-\frac{i}{q}P\left(z\right)=-i\ln\frac{q_0+z}{q_0} \quad \text{Si} \quad P(0)=0 \tag{2.12}$$

Ensuite Posons[23]

$$\frac{1}{q\left(z\right)}=\frac{1}{R\left(z\right)}-i\frac{\lambda}{\pi\omega^2\left(z\right)} \tag{2.13}$$

On a

$$\exp\left(-iP\left(z\right)\right)=\frac{1}{1+\frac{z}{q_0}}=\frac{1}{1+\frac{z}{R_0}-\frac{i\lambda z}{\pi\omega_0^2}} \tag{2.14}$$

Où R_0 et ω_0 sont les valeurs de R et ω en $z=0$. Choisissons à l'origine $R_0\ \infty$(la surface est un plane) ,$q_0=i\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$ et donc . Il est alors facile de montrer que :

$$\frac{1}{q\left(z\right)}=\frac{1}{q_0+z}=\frac{1}{1+\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2}\left[\frac{1}{z}\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2-i\frac{\lambda}{\pi\omega_0^2}\right]\equiv\frac{1}{R}-i\frac{\lambda}{\pi\omega^2} \tag{2.15}$$

D'où on déduit (origine au waist)[24] ,[25]:

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z} \quad \text{avec} \quad z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda} \tag{2.16}$$

$$w(z) = w_0 \left[1 + (\frac{z}{z_R})^2\right]^{1/2} \tag{2.17}$$

D'autre part :

$$\exp\left(-iP\left(z\right)\right) = \frac{1}{1 - i\frac{z}{z_R}} = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right]^{1/2}} \exp(i\ \Psi(z)) \tag{2.18}$$

Où

$$\tan\Psi(z) = \frac{z}{z_R} \tag{2.19}$$

Finalement, on trouve l'expression 2.19 complète :

$$U(x,y,z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}\frac{1}{w\left(z\right)}} \exp(-ikz) \exp(\frac{-ik\left(x^2+y^2\right)}{2q} \tag{2.20}$$

Où $\sqrt{\frac{2}{\pi}\frac{1}{w_0}}$est le facteur de normalisation,

$$q = q_0 + z\ ,\ \ \frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i\frac{\lambda}{\pi\omega^2\left(z\right)},\ \ \tan\Psi(z) = \frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2},\ \ \text{Où}\ \ R(z) = z\left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2\right] \tag{2.21}$$

Et

$$w(z) = w_0 + \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2},\ \ z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}\ \ \text{(longueur de Rayleigh)} \tag{2.22}$$

2.4 Modes gaussiens rectangulaire d'ondes supérieures

On se limite aux modes relatifs aux coordonnées cartésiennes et on procède comme au paragraphe2.3 , en supposant une solution de la forme :

$$\Psi(x,y,z) = g\left(\frac{x}{\omega}\right) h\left(\frac{y}{\omega}\right) \exp\left(-i\left[P(z) + \frac{k}{2q(z)}(x^2+y^2)\right]\right) \tag{2.23}$$

L'équation que l'on déduit de 2.7 pour g et h admet comme solution des polynômes d'Hermite, et on peut montrer que l'on obtient un ensemble complet de solutions de la forme :

$$\begin{aligned} U(x,y,z) &= \left(\frac{2}{\pi}\frac{1}{2^{m+n}}\frac{1}{m!n!}\right)^{1/2} \frac{1}{w(z)} H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) \\ &\quad \times \exp\left(-i(kz) - \phi(z)\right) \exp\left(\left(\frac{-ik}{2q}\right) - \left(x^2+y^2\right)\right) \end{aligned} \tag{2.24}$$

Où m et n sont des entiers, $\frac{1}{q} = \frac{1}{R} = -i\frac{\lambda}{\pi\omega^2}$, $R(z)$ et $w(z)$ sont les même que pour le mode fondamentale précédent :

$$\phi = (m+n+1)\tan^{-1}\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right) \tag{2.25}$$

$$H_m(x) = (-1)^m \exp\left(x^2\right) \frac{\partial^m}{\partial X^m} = m!\Sigma_{p=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} (-1)^p \frac{(2x)^{m-2p}}{p!\,(m-2p)!} \tag{2.26}$$

Polynôme de Hermite d'ordre m

Voici quelques exemples de fonctions de Hermite gauss

$$H_0(x) = 1H_1(x) = 2xH_2(x) = 4x^2 - 2 \tag{2.27}$$

Par définitions Les faisceaux Hermite-gaussiens sont une famille de modes laser structurellement stables qui ont des symétrie le long de l'axe de propagation, en préliminaire, pour vérifie une fiabilité des résultats un code mathématica a été programmé, ces simulations nous permettent de assurer de la validité des paramètres géométrique et de calculer les valeurs des fonctions

de Hermite associées l'objectif été de déterminer l'intensité minimal et maximal associé au mode HG et ces caractéristiques. On obtient ci-contre quelques structures transverses du faisceau pour des modes " Hermite_ Gaussiens" d'ordres variés.

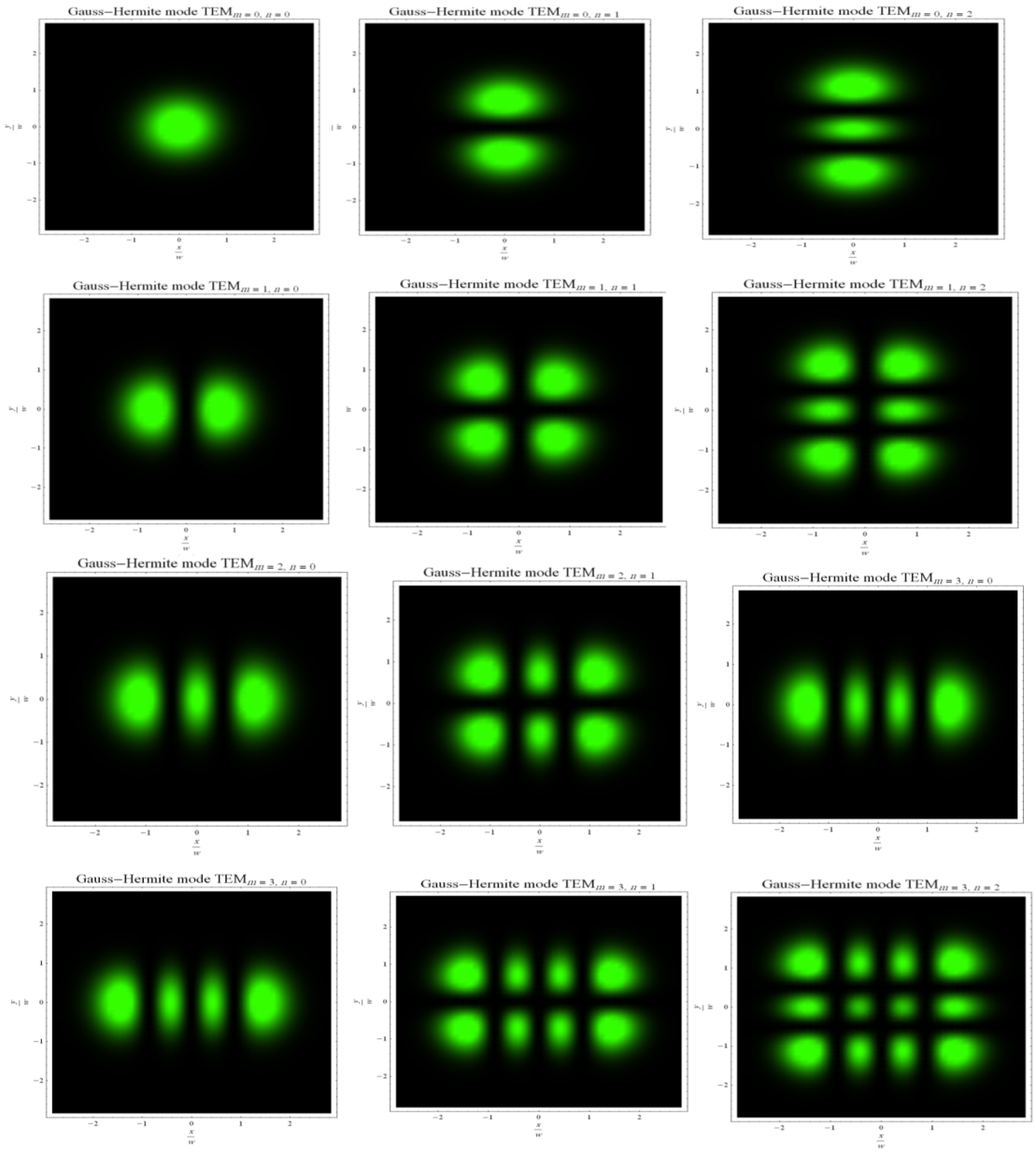


Figure 2-3: Répartition spatiale de l'énergie dans les modes TEMmn Hermite-Gauss d'ordre supérieur à symétrie rectangulaire.

2.4

La figure 2.4 illustre le profil des intensités des modes TEM_mn HG avec Les indices n et m déterminant la forme du profil dans la direction x et y respectivement, dont m est le degré du polynôme ainsi que le nombre se zéros.

- Pour $(m, n) = 0$, on retrouve le mode fondamental gaussien autrement appelé mode axial.
- Si $n = 0$ et $m \neq 0$, on remarque que ces modes ont une constitution de $m + 1$ taches. Lumineuses subissant une déformation en

différentes forme.

- De même pour $n = 0$ et $m \neq 0$ ces modes sont caractérisé par $n + 1$ taches lumineuses.
- Pour m et n quelconques, il Ya un nombre de tache intense selon les nombres entiers n et m ,la loi de propagation de $q(z)$, $R(z)$ et $w(z)$ est la même que pour le mode fondamental .seuls le déphasage ϕ et la structure transverse du faisceau sont différents.

L'intérêt de notre études a été de déterminé l'intensité , les maxima d'intensité et la distribution des taches lumineuse des intensités dans le rectangle des mode Hermite gauss ,de ce fait nous avant réaliser une simulation permettant d'obtenir la section transversale d'un faisceau Hermite gaussien pour différents modes. A titre d'exemple, La figure 1 illustre quelques schémas de mode HG_{mn} lasers expérimentaux sélectionnés dont La distribution de $m \times n$ points lumineux de modes HG est bien alignée de manière matricielle. En outre on constate l'existence des zéros dans la tâche et l'augmentation de la dimension de la tache quand m et n augmentes, dans cette perspective les taches lumineuses pour les modes d'ordre supérieurs sont plus nombreuse par voie de conséquence, l'énergie est plus importante.

2.4.1 Modes Hermite gauss dans une cavité à deux miroirs

position et dimension du waist

w_0 est largeur du waist ou autrement nommé col du laser ou rayon de ceinture, la condition sur le rayon $R(z)$ au niveau des miroirs paragraphe 2.3 impose la dimension w_0 et la position du waist .le calcul étant le même qu'au 2.3et les résultats sont identiques.

fréquence du mode

le déphasage après un aller –retour doit être $2\pi q$ (q entier).partant du terme de propagation de la phase

$$\exp\left(-i\left(kz\right)-\phi(z)\right) \quad \text{avec} \quad \phi(z)=(m+n+1)\tan^{-1}\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right) \tag{2.28}$$

On obtient, après un calcule identique à celui du(paragraphe 2.3 l'expression de la fréquence du mode TEM_{mnq} :

$$U_{mnq}=\frac{c}{2d}\left[q+\frac{1}{\pi}\left(m+n+1\right)\cos^{-1}\pm\sqrt{g_1g_2}\right] \tag{2.29}$$

$g_1=1-\frac{d}{R_1}$; $g_1=1-\frac{d}{R_1}$; $\pm$ signe de g_i

Pour une cavité quelconque, le calcule est basé sur le même principe que celui du mode TEM_{00q}.

Spectre de fréquences

il dépend évidemment de R_1 et R_2 .

Examinons deux cas particuliers, le résonateur quasi-plan et le résonateur symétrique quasi-confocal.

Pour la cavité à miroirs de très grand rayon de courbure

$$R_1=R_2=R\succ\succ d \implies \cos^{-1}g\approx\left(\frac{2d}{R}\right)^{1/2}\prec\prec 1 \tag{2.30}$$

Pour la cavité symétrique quasi-confocal,

$$\text{On a } R_1=R_2=d \quad \text{et} \quad \cos^{-1}(0)=\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad U_{mnq}=\frac{c}{2q}\left[q+\frac{m+n+1}{2}\right] \tag{2.31}$$

L'écart entre modes est $\frac{c}{4d}$ on a superposition des fréquences de modes longitudinaux et transverses (dégénérescence)

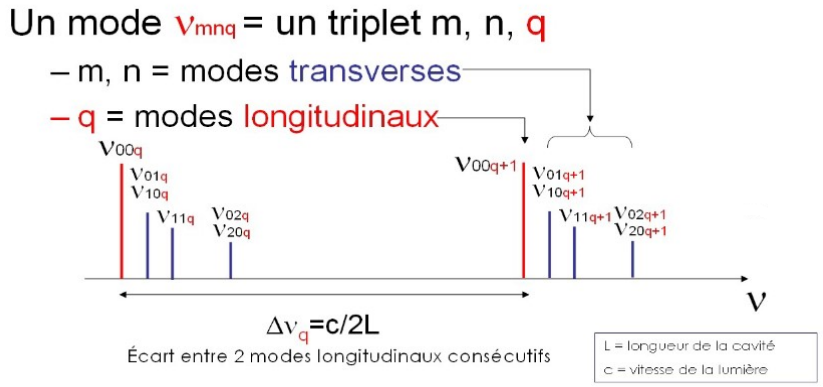


Figure 2-4: Modes longitudinaux et transversaux pour cavité résonante.

2.4.1

2.4.2 Modes gaussien cylindrique d'ondes supérieurs

La famille alternative de solutions de l'équation d'onde paraxiale 2.7 est écrite en coordonnées cylindriques,elles décrivent les modes à symétrie circulaire. Les polynômes d'Hermite sont remplacé par des polynômes de Laguerre L_p^m où l'entier $n \succ\succ 0$ est l'indice radial et l'entier $m \succ\succ 0$ est l'indice azimutal du mode (en fait L_p^m est un polynôme de Laguerre généralisé).les solution sont similaires au cas des modes cartésiens et les grandeurs rencontrées $q(z)$, $w(z)$ et $\phi(z)$ sont identiques. Ces modes sont encore appelés 'Laguerre-gaussiens', l'ensemble des modes Laguerre-gaussiens(LG) (ou celui des modes Hermite-gaussiens HG) constitue une base complète ; tout mode LG est une combinaison linéaire de modes HG et inversement. Toute oscillation dans une cavité est une combinaison linéaire de modes HG (ou de modes LG), et la pureté de ces modes est reliée à la forme des miroirs, rectangulaire ou circulaire, du moins en théorie, en pratique, la sélection s'opère par n'importe quelle perturbation (désalignement, polarisation, etc...).

Contrairement aux faisceaux Hermite-Gaussiens qui est le plus connu, les modes Laguerre Gaussiens ont une symétrie de rotation le long de leur axe de propagation et portent un moment cinétique orbital de rotation intrinsèque qui doit être distingué du moment cinétique dû à la polarisation de la lumière et sont issus des cavités résonnantes cylindriques, Les modes LG peuvent être obtenus en passant correctement les modes HG paires de lentilles cylindriques .les modes LG gauss sont décrit par les indices n et m et une répartition plus homogène de l'intensité lumineuse, et leur faisceau sont des modes d'ordre supérieur des cavités laser à symétrie axiale avec les miroirs sphériques.

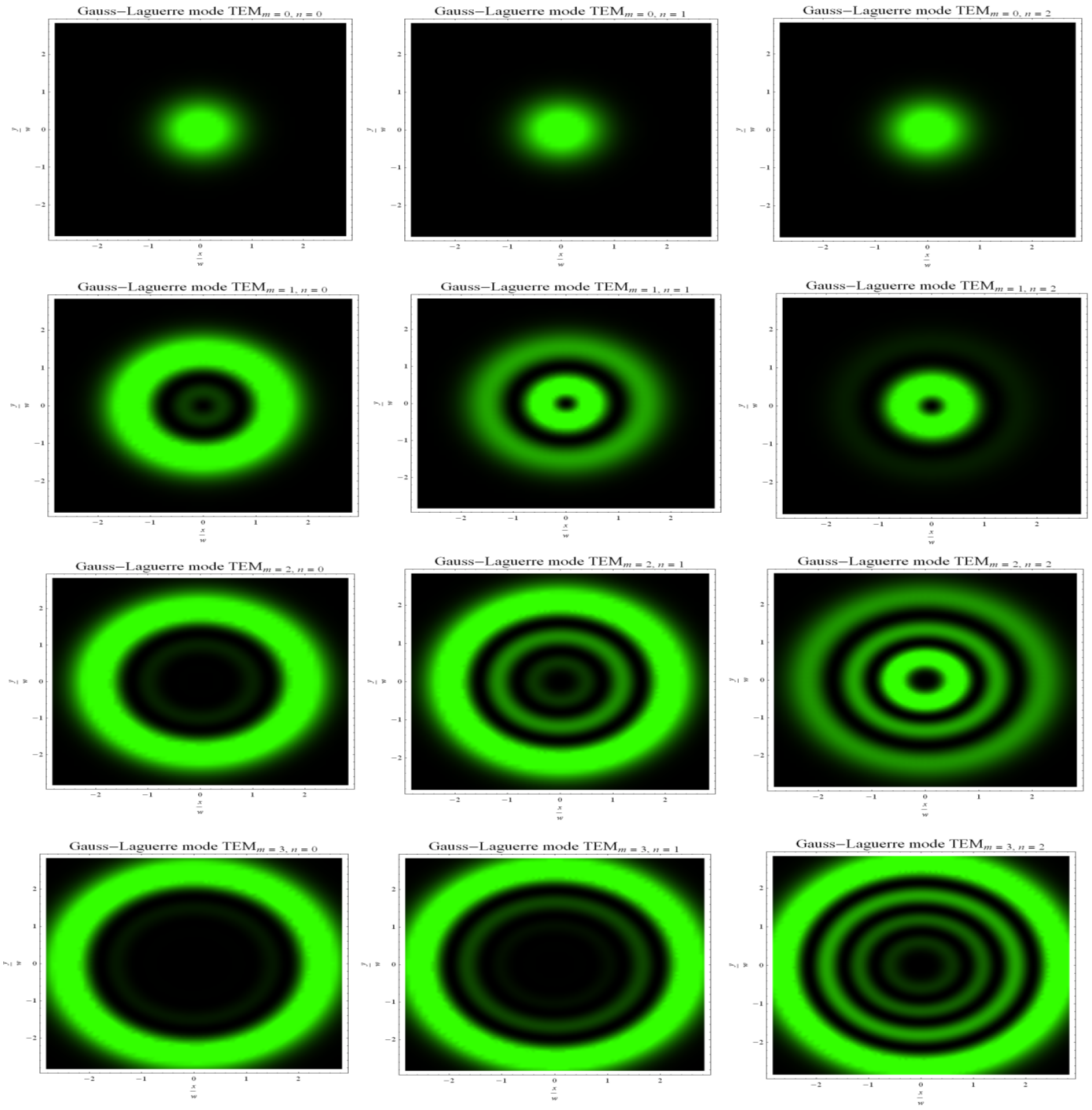


Figure 2-5: Répartition spatiale de l'énergie dans les modes TEMmnq Laguerre -Gauss pour les indices m et n.

2.4.2

Une fois le travail représentatif d'une exécution réussie fait et vérifié on peut extraire quelque remarque du point de vue visuelle toute autant que physique en quelque points[5] :

- Pour $(m, n) = 0$: on est dans le mode fondamental, TEM_{00}et qui correspond au mode gaussien .
- Si $m = 0$ et $n \neq 0$, ce mode a une distribution d'intensité intense en forme d'une seule tache verte.
- Pour $n = 0$ et différentes valeurs de m ce mode a une distribution d'intensité en forme de deux anneaux dont la phase varie de 0 à 2π ce qu'ils leurs donnent une forme hélice dont l'anneau extérieure est plus intense que l'intérieure séparé par un anneaux sombre d'intensité radiaux avec un centre noir si on maintien le waist et la puissance on constate que le diamètre du mode LG augmenter avec la valeur de m et l'épaisseur de l'anneau ainsi que l'intensité maximale diminuer ainsi m définit là le nombre de phase du champ qui varie de 0 à 2π.
- Pour $m \neq 0$ il Ya un ensemble d'anneaux concentrique entourés les uns des autres dont l'intensité du mode LG du centre varie de façon semi-gaussienne.
- Pour $n \neq 0$ ces modes sont constitué de $n + 1$ anneaux concentrique et p point de renversement de phase , ce qui fait que la phase du champ est décalée de π, les positions de renversement de phase peut être effectuer en calculant les positions des zéros d'intensité des polynômes généralise de Laguerre ce qui signifie que tous les positions peuvent être calculer incompris la première[5].

A partir des profils obtenus, on distincte une phase en forme d'hélice et une structure en anneaux. L'intensité apparaît sous forme de taches Intenses de différents modes, ainsi que les entiers mathématiques discrets associés à les valeurs n et m qui caractérisent mathématiquement les différents modes qui composent différentes solutions à l'équation paraxial expliquent la présence phénoménologique d'intensités dans différentes régions du plan transverse (x, y) normal à une direction propagation du faisceau. De point de vues horizontale l'intensité diminue ainsi que l'épaisseur a l'inverse de nombre d'anneaux vert tandis que le diamètre reste constant hors de de façon vertical l'intensité diminue ainsi que l'épaisseur hors que le diamètre et le nombre d'anneaux augmentes c'est donc les modes ou $m = 0$ qui ont la meilleure identification car elles représentent la lumière au centre.

La figure 2.4.2 représente la distribution transversale d'intensité du faisceau diffracté dans le plan d'observation z le résultat acquis donne un profil de la distribution d'intensité d'une fonction Laguerre Gauss $F(x)$représenté par trois graphe correspondants trois valeurs d'indice transversal.

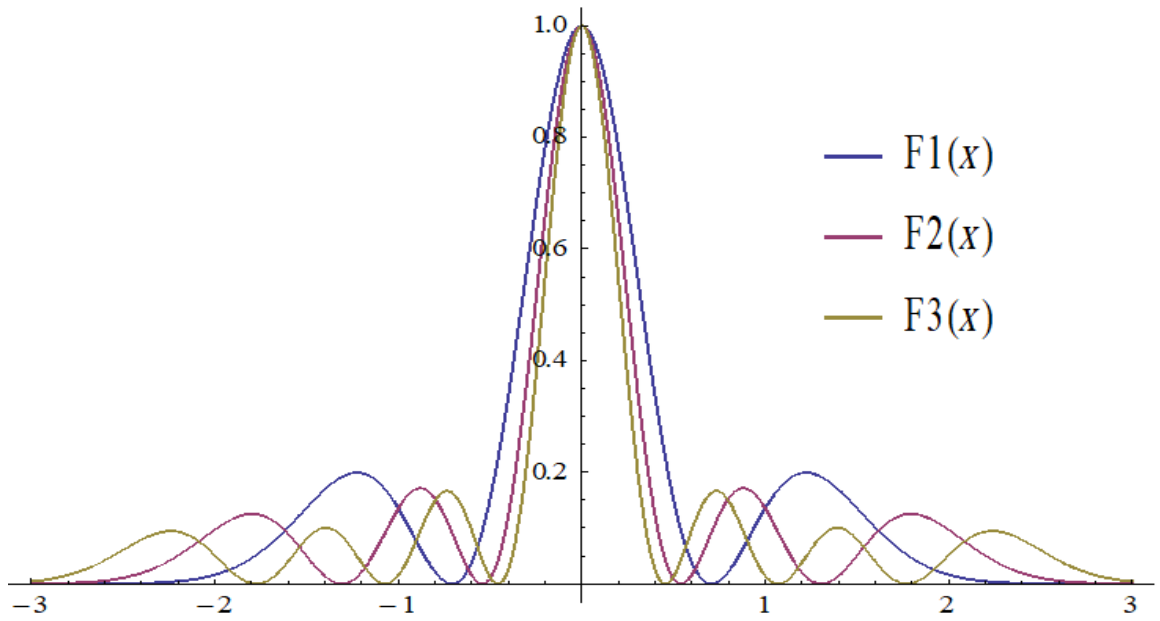


Figure 2-6: Distribution d'intensité radiale normalisée des trois premiers symétriques de Laguerre Gauss.

2.4.2

Comme nous observons clairement le faisceau est caractérisé par une distribution d'intensité de lobes secondaires joignant 3 lobes centrale qui se diffèrent suivant l'axe de propagation x, le cours de cette propagation constitue une distribution mono lobée dans le champ lointain.

Finalement, on a présenté dans ce chapitre une étude théorique suivie par une programmation qui permet de comprendre les notions non diffractive.

L'objet de ce travail c'est basé sur deux aspects aspect physique et aspect de programmation porté sur le faisceau laser, par voie de conséquence ces aspects ont des différents volets principaux.

le premier aspect consiste la compréhension du laser qui se rapporte aux faisceaux gaussien déduits à partir de la résolution de l'équation d'Helmholtz dans l'approximation paraxiale, pour les mode gaussien fondamental , d'ordre supérieurs et résonance TEM pour Laguerre et Hermite gauss , ,ainsi que leurs propriété et caractéristique qui consiste une géométrie rectangulaire conduisant aux modes Hermite-gaussiens (HG) et polaire qui accompagne les modes Laguerre gaussiens LG ,d'autre par l'aspect programmation consiste à simuler et accomplir des calculs de fonction ,en s'appuyant sur le logiciel Mathématica, on a pu 'étudier l'influence des modes d'ordre supérieur, ce programme on son compartiment est un langage qui travaille symboliquement. C'est un raccourcit en terme de gain de temps et qui bénéficie de l'analyse des résultats, les résultats atteint sont très satisfaisant en contrepartie on peut pas critiquer le degré de précision et d'exactitude, on est parvenue à conclure que c'est seulement aux modes fondamentaux que l'équation des modes Hermite et Laguerre Gauss sont égaux.

Chapitre 3

La propagation des faisceaux Gaussien diffractives

Dans cette partie, nous allons étudier la propagation des faisceaux Laguerre Gauss avec un caractère diffractant généralisée de Huygens – Fresnel à travers l'intégrale d'un système optique ABCD paraxial, sous contexte mathématica on va effectuer des simulations numériques permettant de tracé l'évolution durant cette propagation, donnants ainsi les profils transverses qui les définis.

3.1 La diffraction

La diffraction est un phénomène physique ondulatoire par lequel une onde traverse un trou ou rencontre une petite fente de largeur "a" qui change de direction sans moduler la fréquence ou la longueur d'onde λ.

La diffraction est conditionnées par la taille de l'obstacle ou de l'ouverture donc plus la taille est faible plus la figure de diffraction est étendue, alors celle-ci est diffractée selon un angle θ d'où $\tan\theta \approx \theta$ puisque θ est très faible (θ en radian).

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{d}{D} \tag{3.1}$$

D :la distance entre la fente et la figure de diffraction.

d :la distance entre le centre de la figure de diffraction et le milieu de la première extinction.

La longueur d'onde diffractée du rayon diffracté est :

$$\lambda = \frac{a.d}{D} \tag{3.2}$$

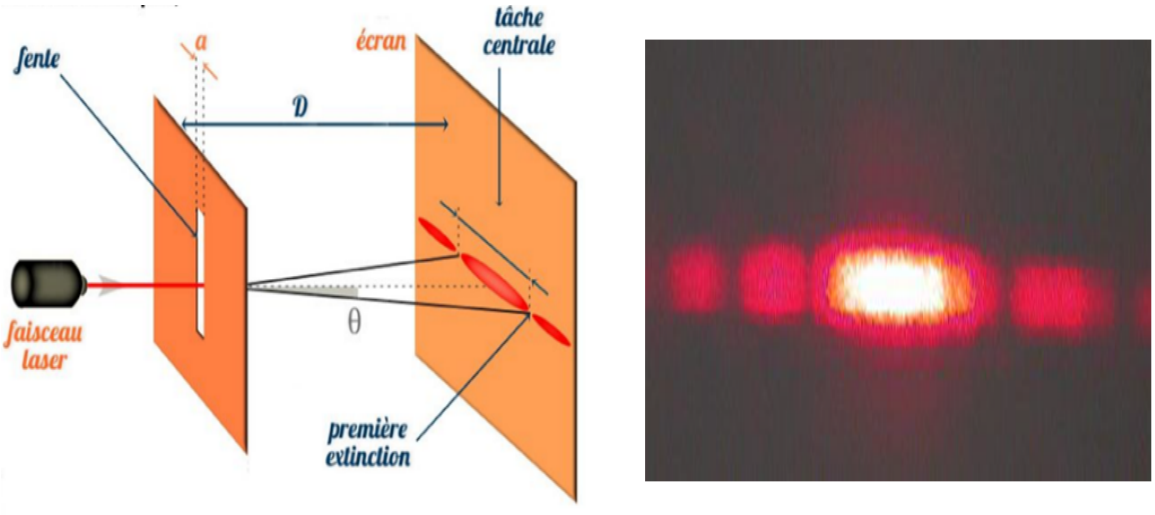


Figure 3-1: Schéma figurant le phénomène de diffraction.
3.1

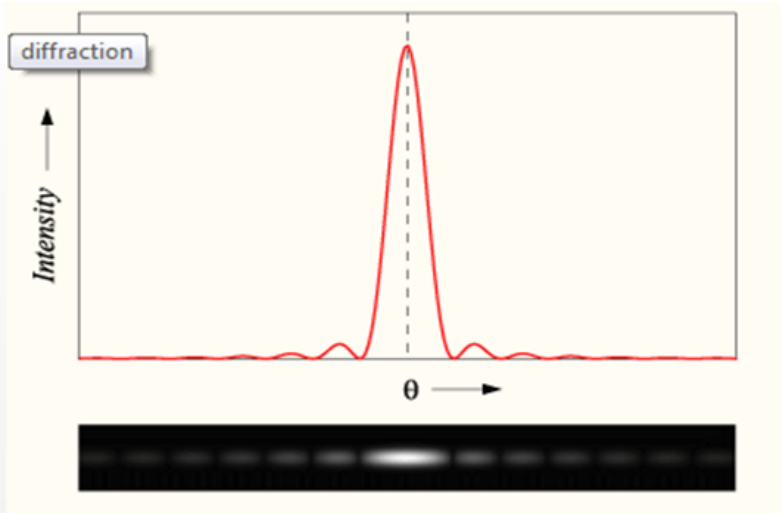


Figure 3-2: Représentation de la variation de l'intensité.
3.1

3.2 Le principe de Huygens-Fresnel

(du nom du physicien néerlandais Christiaan Huygens et du physicien français Augustin-Jean Fresnel) est une théorie ondulatoire utilisé en optique qui permet d'´étudier la propagation d'un faisceau lumineux est de calculer l'intensité dans les phénomènes de diffraction et d'interférence.

Ce principe composé de deux parties complémentaire : Contribution de Huygens et l'autre de Fresnel.

3.2.1 Contribution d'Huygens :

Huygens qui a postulé la nature ondulatoire de la lumière. La propagation de la lumière est modélisée comme suit : la lumière se propage par onde, Chaque élément de surface atteint par onde peut être considéré comme une source secondaire et émet une onde sphérique dans toutes les directions[26].

3.2.2 Contribution de Fresnel :

l'amplitude résultante complexe de la vibration lumineuse en un point P est la somme des amplitudes complexes des ondes sphériques produites par toutes les sources secondaires M [27].

$$A(P) = \Sigma_M A(M) Q \frac{\exp(ikMP)}{MP} \tag{3.3}$$

$A(P)$: l'amplitude de l'onde en M.

$A(M)$: l'amplitude de l'onde en P.

Q : Facteur d'inclinaison qui dépend de l'orientation de M par rapport à P .

k : la valeur du vecteur d'onde $\left(k = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$.

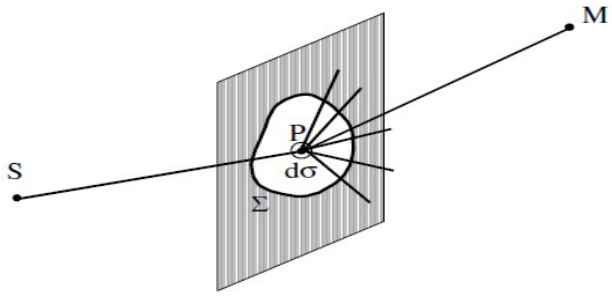


Figure 3-3: Schéma du principe de Huygens-Fresnel.

3.2.2

La propagation des faisceaux de Laguerre-Gaussien à travers un système optique ABCD paraxial à ouverture annulaire est caractérisé par l'intégrale de diffraction Huygens-Fresnel généralisée de la forme [28].

$$E(r,\theta,z) = \frac{ik}{2\pi B}\int_0^{\infty} E\left(r_0,\theta_0,0\right)\exp -\left(\left(\frac{ik}{2\pi B}\right)Ar_0^2 - 2rr_0\times\cos\left(\theta-\theta_0\right)+Dr^2\right) r dr_0 d\ \theta_0) \tag{3.4}$$

$$E(r,\theta,z) = \int_0^a \left[\exp -\left(\frac{ik}{2}\left(\frac{A}{B}r_0^2\right)\exp\left(-\frac{ikD}{4\pi B}r_0^2\right)\int_0^{2\pi}\exp\left(\left(\frac{ikrr_0}{B}\right)\cos\left(\theta-\theta_0\right)\right)\right)\right] r_0 dr_0 \tag{3.5}$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le nombre d'onde, A, B et D signifient le éléments de matrice, a et b désignent le rayon extérieur et dans le rayon de l'ouverture annulaire, respectivement.

Nous avons la formule de l'intégrale [29] :

$$\int_0^{2\pi}\exp\left[\frac{ik}{B}rr_0\cos\left(\theta-\theta_0\right)\right]\exp\left(-im\theta_0\right) d\ \theta_0 = i^{\ m}2\pi J_m\left(\frac{k}{B}rr_0\right)\exp\left(-im\theta_0\right) \tag{3.6}$$

Avec : J_m est la Fonction de Bessel de l'ordre m.

Par substitution de l'équation 3.6 dans l'équation 3.5 on déduit l'équation suivante :

$$E(r,\theta,z) = 2\pi\frac{ik}{2\pi B}\exp\left(\frac{ikD^2}{2B}\right)\int_0^a E\left(r_0,\theta_0,0\right)\exp\left(\frac{-ik}{2}\right)\left(\frac{A}{B}r_0^2\right)J_0\frac{krr_0}{B}r_0dr_0 \quad (3.7)$$

Pour la propagation des faisceaux de Laguerre-Gaussien à travers un système optique ABCD à ouverture annulaire suivi par une lentille de distance focal f et une distance ,z où et $B = z$ et $A = 1 - \frac{z}{f}$ est caractérisé par l'intégrale de diffraction Huygens-Fresnel généralisée est écrit sous la forme[30].

$$E(r,\theta,z) = \frac{2\pi}{\lambda z}\exp\left(\frac{i\pi r^2}{\lambda}\right)\int_0^a E\left(r_0,\theta_0,0\right)\exp\left(\left(\frac{i\rho r^2}{\lambda}\right)\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda z}rr_0\right)r_0dr_0 \quad (3.8)$$

3.3 Optique matricielle

La matrice optique est un outil mathématique important pour déterminé une image à travers a système optique et ses propriétés avant d'entreprendre un calcule, la trajectoire des rayons lumineux dans un système optique centré dans le contexte de l'approximation de Gauss qui conduit à l'approximation linéaire de l'optique géométrique, selon le stigmatique approché ou les rayons sont paraxiale et de petits angles $\sin\alpha \cong \tan\alpha = \alpha$ dont le calcul des réfractions se fait par la loi de Ibn Sahl .Notre travail consiste l'étude des faisceaux gaussiens diffractive avec une cavité stable c'est a dire si le rayon reste confiné près de l'axe toute traversant la séquence périodique de lentilles[31].

3.3.1 Matrice de transfert

Tout système optique centré peut être représentée par la notion de matrice de transfert T autrement nommé matrices ABCD de types $T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$ reliant un vecteur qui représente le rayon d'entrée(d'indice e) au vecteur représentant le rayon de sortie(d'indice S) d'où l'association de chaque élément optique a une matrice spécifique 2×2 [31].

Considérons une propagation dans le plan yOz , Un rayon lumineux survient en un point m est identifié à une matrice colonne dont l'axe z étant celui de la cavité. Dans ce plan, un rayon donné est caractérisé par la coordonnée y par rapport à l'axe optique et l'angle (orienté) θ d'inclinaison du rayon par rapport à l'axe optique $n\theta$. celon la Figure **??**[31].

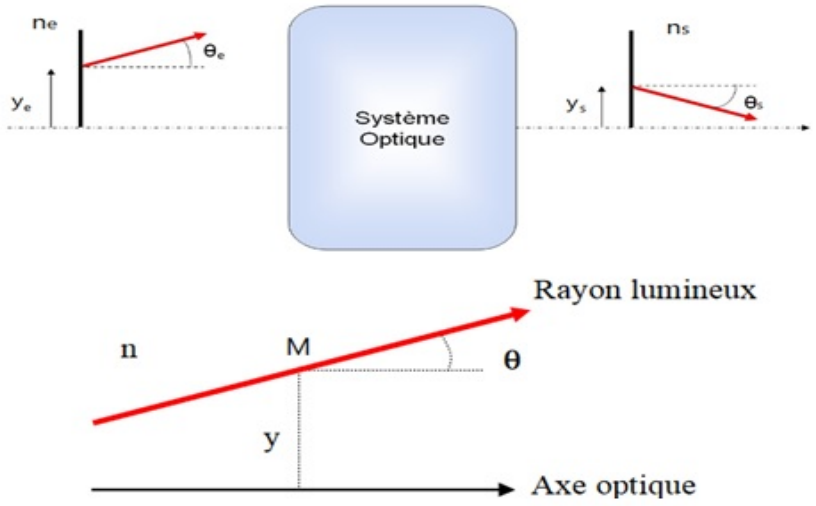


Figure 3-4: Propagation d'un rayon paraxial et ses paramètres.

3.3.1

$\begin{pmatrix} y \\ n\theta \end{pmatrix}$ =Matrice identifiant le rayon au point M

$$\begin{pmatrix} y \\ n_S\theta_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_e \\ n_e\theta_e \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

A partir ces composants nous allons démontrer comment obtenir les matrices fondamentales du ce système complet.

Propagation sur une distance d :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

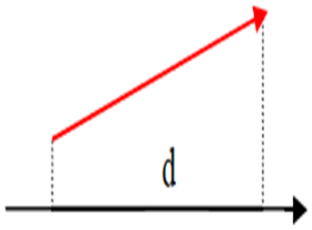
on a $h_2 = h_1 + d\ \theta_2$

Puisque les rayons sont paraxiaux : $\theta_1 = \theta_2$

$$\begin{aligned} h_2 &= Ah_1 + B\theta_2 \\ \theta_2 &= Ch_1 + D\theta_1 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Par identification on obtient : $A = 1$, $B = d$, $C = 0$, $D = 1$.

Propagation sur une distance d dans un milieu homogène d'indice n [31]:



$$T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

Propagation sur dioptre plan:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

$$\overline{SC} \to 0 \quad \Rightarrow \quad V = 0 \tag{3.14}$$

Avec la vergence :

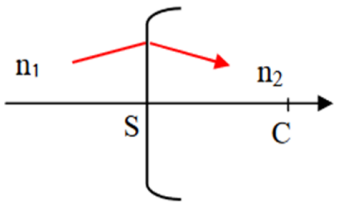
$$V = -2\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \tag{3.15}$$

Donc c'est une matrice unité

Propagation sur dioptre plan entre deux milieux d'indices n_1 et n_2:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

Réfraction à travers un dioptre sphérique à l'interface entre les milieux n_1 et n_2 :



$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \tag{3.17}$$

D'où l'expression de la vergence est :

$$V = -\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \tag{3.18}$$

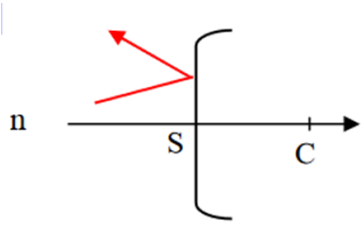
Propagation sur un miroir concave ou convexe de courbure R :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \tag{3.19}$$

Avec

$$V = -\frac{2}{R} = -\frac{2}{\overline{SC}} \tag{3.20}$$

Réflexion sur un miroir dans un milieu d'indice n :



$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \tag{3.21}$$

$$V = -2\frac{n}{R} = -2\frac{n}{\overline{SC}} \tag{3.22}$$

et

$$n_2 = -n_1 = n$$

Propagation sur un miroir plan:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

$$\overline{SC} \to 0 \quad \Rightarrow \quad V = 0 \tag{3.24}$$

Avec la vergence:

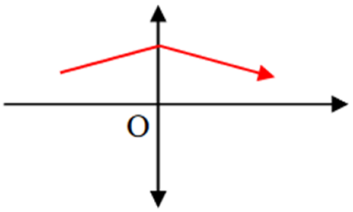
$$V = -2\frac{n}{\overline{SC}} \tag{3.25}$$

Propagation sur une lentille mince de distance focale f :

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \tag{3.26}$$

Où la vergence : $V = \frac{1}{f}$

Réfraction à travers une lentille mince de centre O et de distance focale f :



$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

Où la vergence : $V = \frac{1}{f}$

3.4 Résultats et Discussion :

A cet effet, le travail que nous avant effectuer consiste l'association d'une lentille, distance libre et demi- sphère :

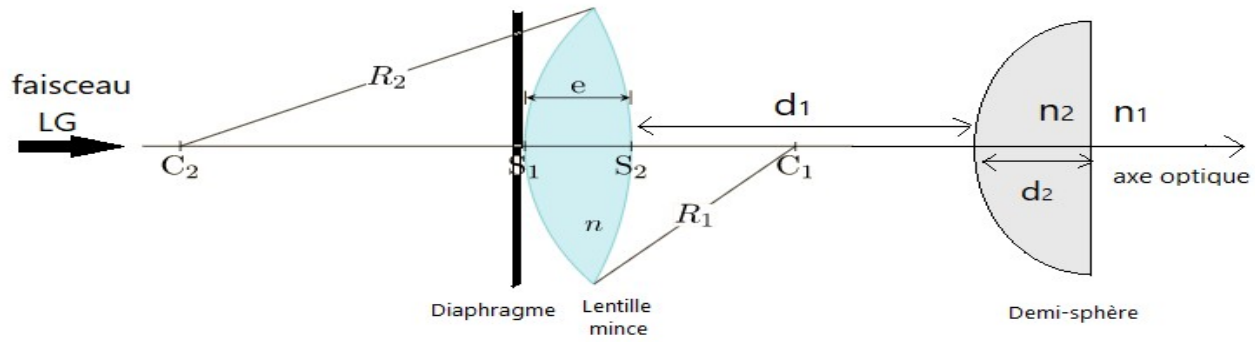


Figure 3-5: Présentation Schématique du système optique utilisé après la diffraction du diaphragme (anneau opaque).

3.4

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_2}{n_1} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_2}{n_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1-n_2}{R\times n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

R_1,R_2 Sont les rayons de courbure,C_1 ,C_2 centre de courbureS_1 ,S_2 et les sommets.

Mathématica nous a permis de tracer les courbes des profils transverses d'intensité de plusieurs plans de propagation, pour aboutir à un calcule bien déterminé et précis pour des valeurs fixe :

$$\lambda = 1064 \times 10^{-9} \text{ mètre , } \omega = 5 \times 10^{-5} \text{ m, } a = 1.3 \times 10^{-3} \text{ m}$$

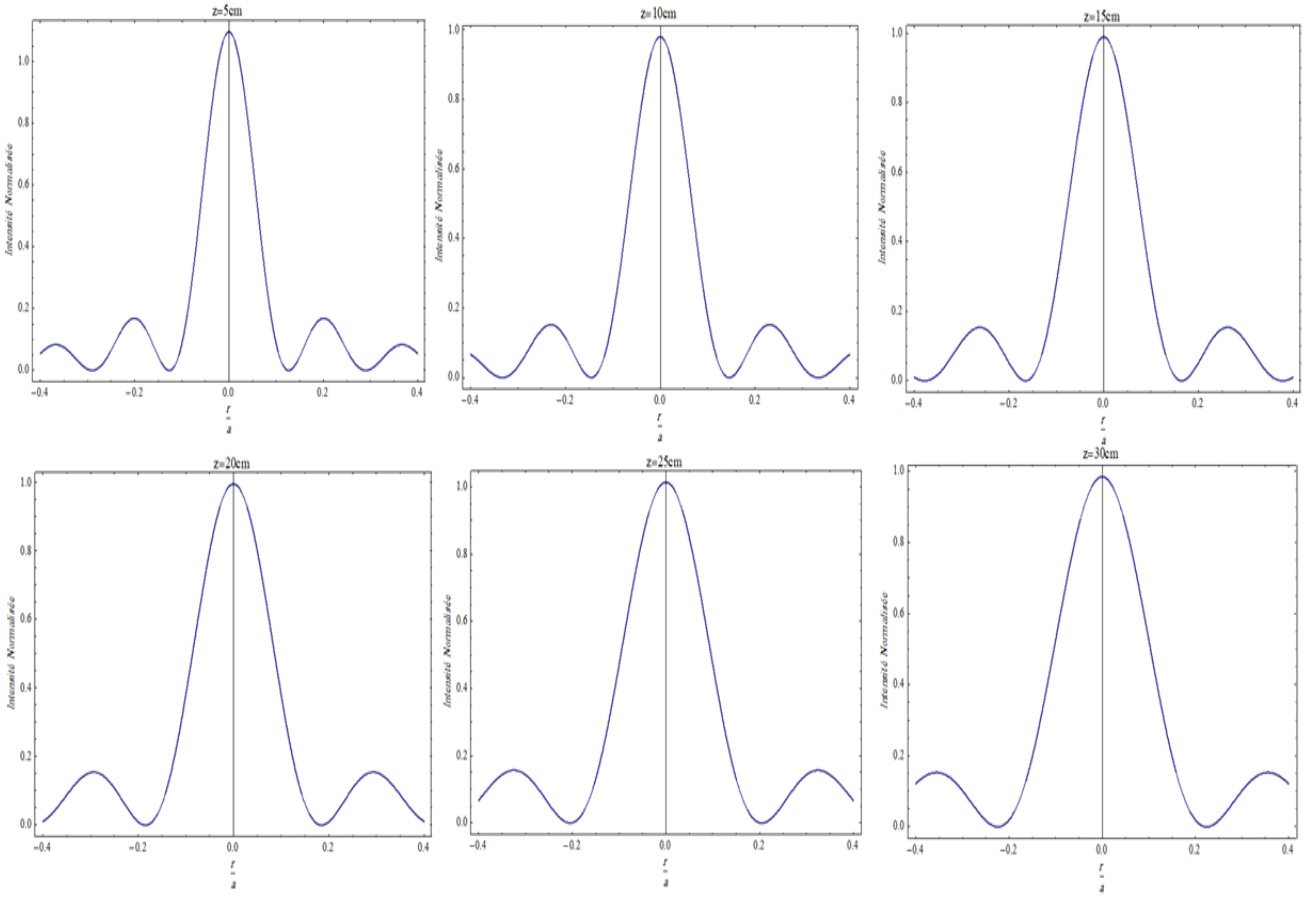


Figure 3-6: Variation d'intensité normalisée à différents distance de z pour le faisceau Laguerre Gauss.

3.4

Dans La Figuere 3.4 on trouve le profil de distribution spatialde l'intensité qui montre clairement l'effet diffractif , cette dictribution aune emprise, en terme de densité, d'intensité et de puissance, les lobes situés près de l'axe z au centre sont nommé lobe centrale d'où le sommet de cette dernière représente le maximum d'intensité, mais encore on aperçoit un nombre de pics d'intensité dites lobe secondaires situé aux deux côté du lobe central, Pour z petit le faisceau diffracté prend des formes transversales oscillantes (pics et creux) c'est-à-dire le champ proche [3]donc les allures transversal (lobes secondaires) sont plus présente cela est dû au zéro d'intensité axial, tandis que l'augmentation de z entrainent la présence du lobe central au champ lointain(la visualisation peut avoir lieu grâce à une lentille mince) dans cette perspective le faisceau gaussien reprend sa forme initiale .

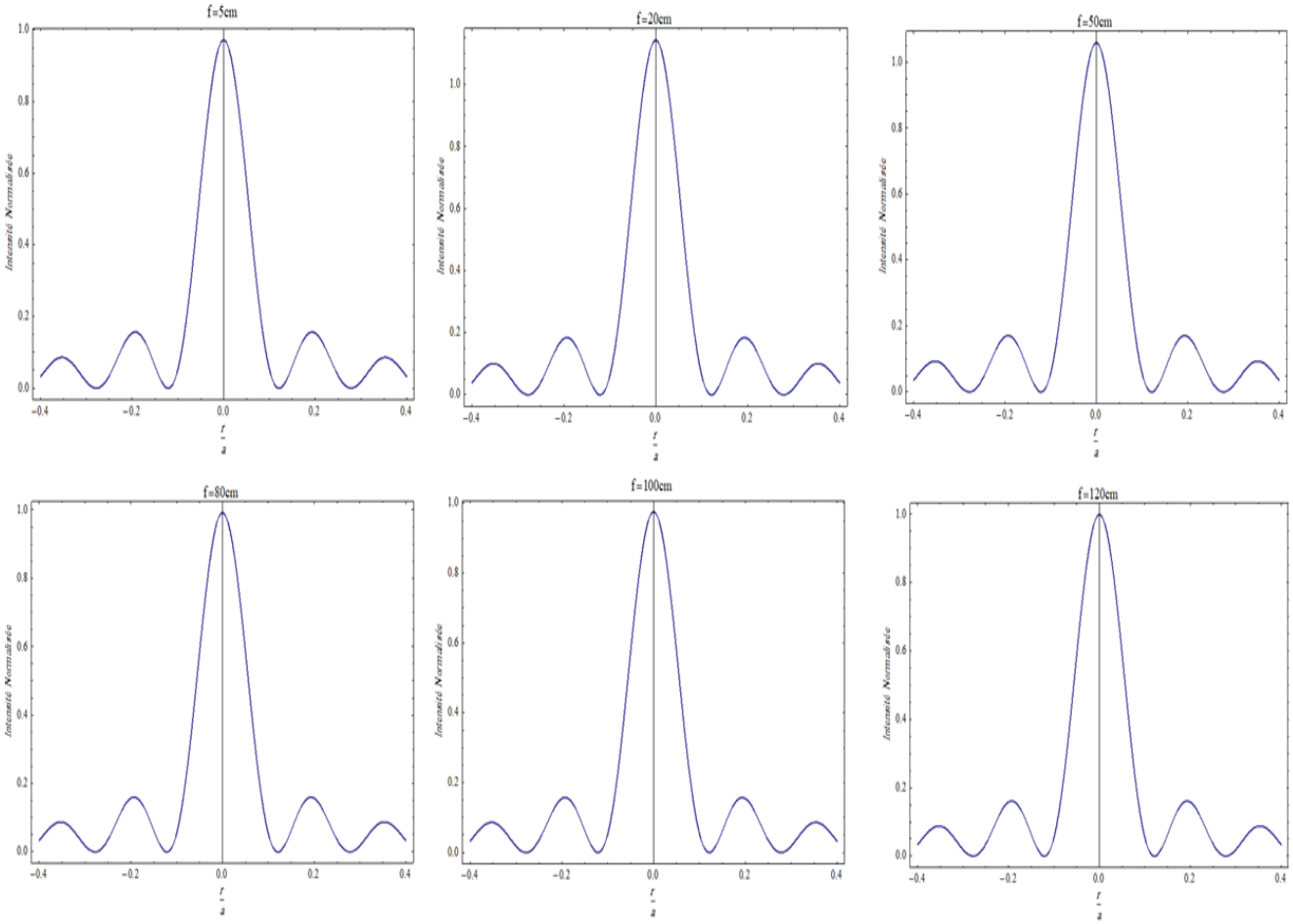


Figure 3-7: Profile d'intensité normalisée à différents distance focale f pour le faisceau Laguerre -Gauss.

3.4

La figure3.4 illustre une distribution constate pour chaque variation de la distance focale de la lentille f, d'où le présent profil présente une lobe central accompagné de pics d'intensité et creux pour chaque courbe l'interprétation logique est que l'influence de f est négligeable.

Si on en vient a comparaitre entre la figure 1 et la figure 2 on remarque que pour $z = 5cm$ et différentes valeurs de f, il ya une simularité de facon que le lobe centrale garde sa taille au cour de la propagation .

En guise de conclusion on peut dire que la forme du faisceau dans le plan focal dépend de la position de z et f n'a aucune ampleur dans notre travail.

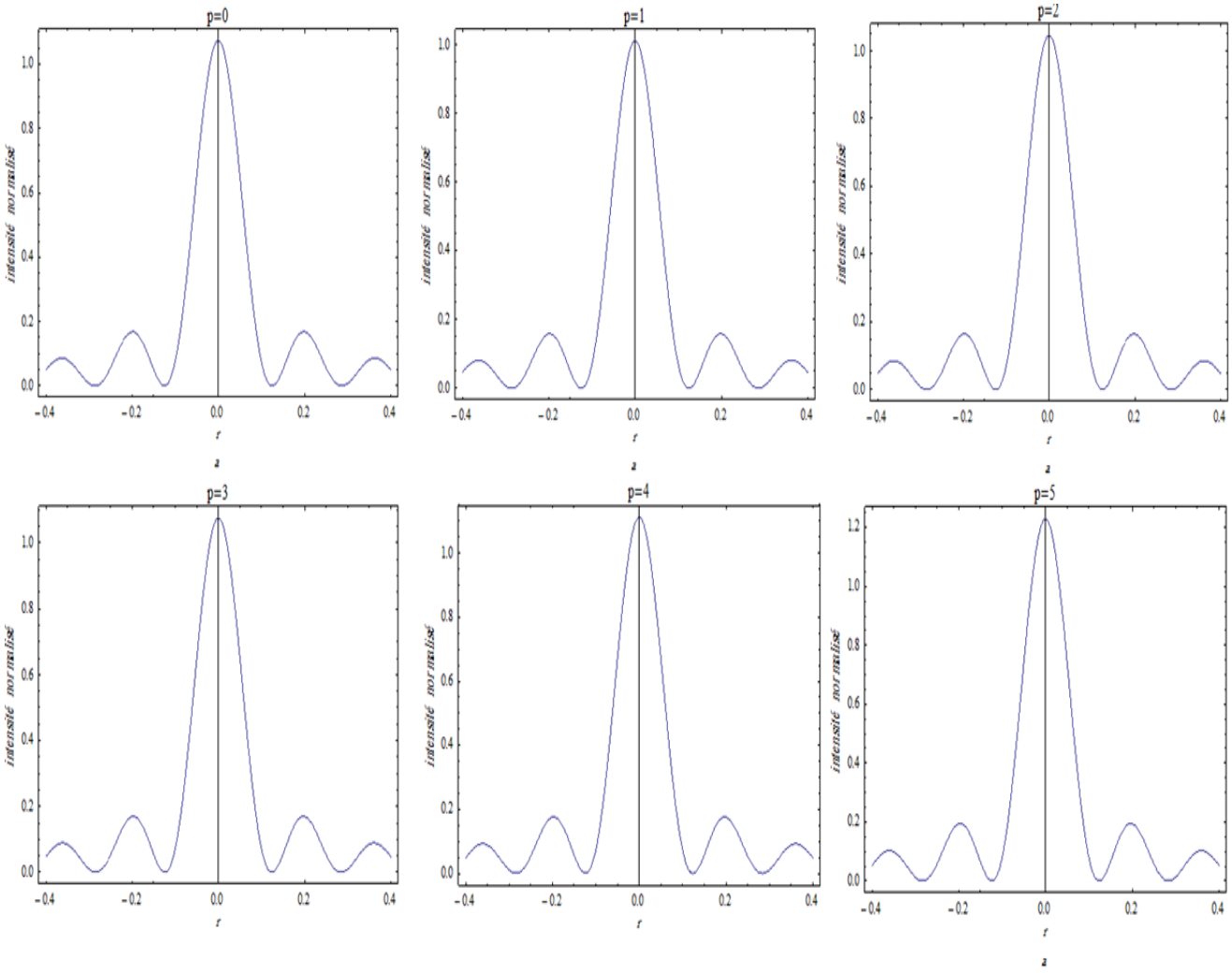


Figure 3-8: Variation d'intensité normalisée à différents ordre p pour le faisceau Laguerre Gauss.

3.4

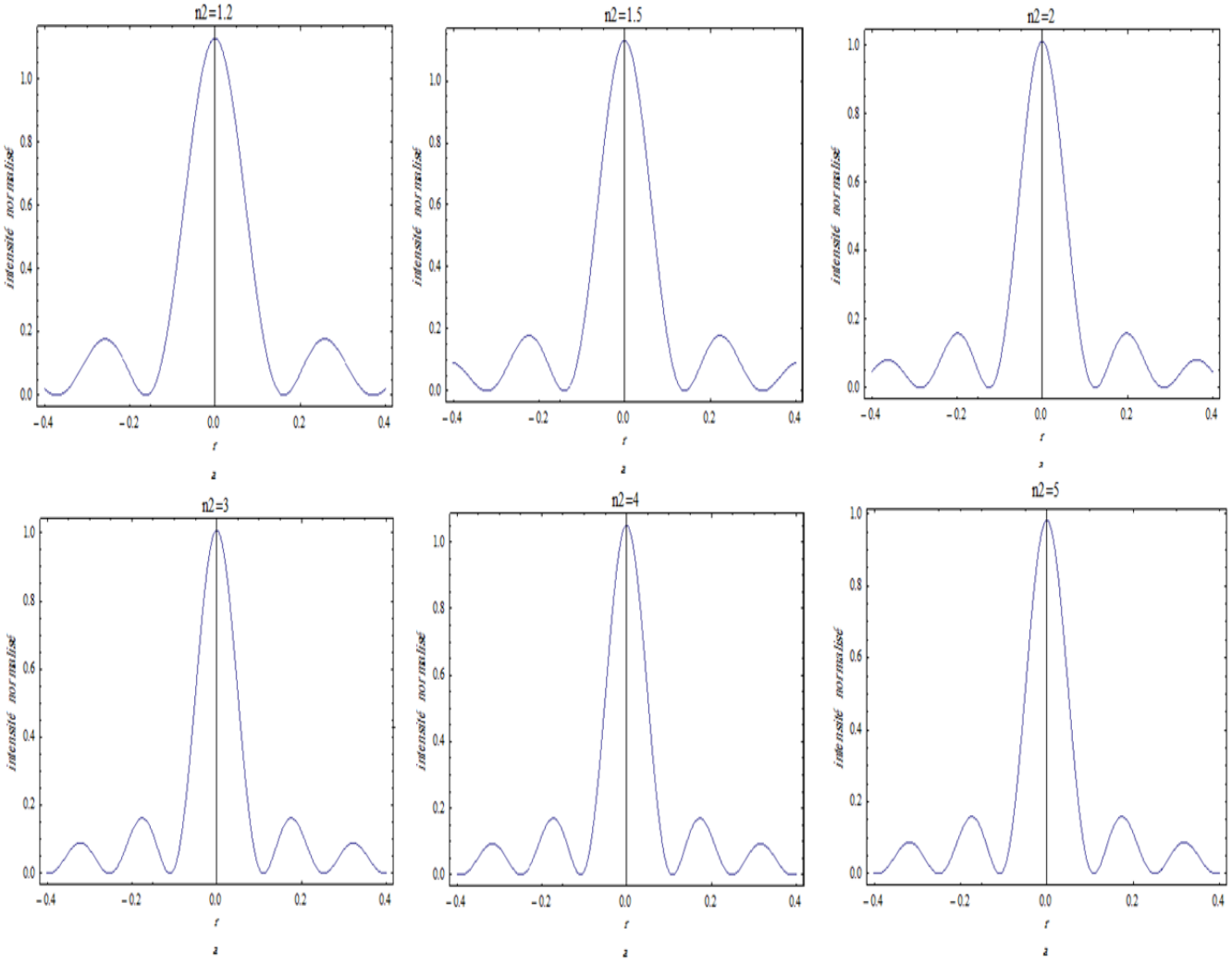


Figure 3-9: Variation d'intensité normalisée à différents indices de réfraction n pour le faisceau Laguerre Gauss.

3.4

Les figures 3.4 et 3.4 représente le profil de la distribution l'intensité à différent ordre p et l'indice de réfraction n, cette profile et nommée le profile radial de l'intensité.

A cet effet on va comparer l'évolution de l'intensité, quelle que soit l'évolution de la valeur de p et n, on observe toujours la présence d'un lobe central cela indique que la distribution de densité devient constante, pour n et p petit on observe qu'il y a plusieurs lobes secondaires en ($p = 0$et $p = 1$) plus que les lobes secondaires qui apparaissent en ($n = 1.2$ et $n = 1.5$) , pour ($p = 2$ et $n_2 = 2$)on remarque que la distribution de l'intensité est constante Cela est dû à l'apparition ($p = 3, 4, 5$) est moindre que leur apparition en ($n_2 = 3, 4, 5$).

Notre étude consiste la compréhension du comportement des éléments optiques diffractifs d'où nous avons essayé d'expliquer le principe d'Huygens- Fresnel, ainsi que l'optique matricielle qui utilise la matrice de transfert (matrice ABCD) pour étudier la stabilité de la cavité. Alors que dans l'étude de programmation, Mathématica a eu grand rôle pour notre calcul permettant de tracer le diagramme de l'intensité pour les différents (Ordre "p ", distance focale "f " , distance "z " et indice de réfraction "n ").

Conclusion Générale

Ce mémoire de fin d'étude a présenter l'étude de la propagation les modes de Laguerre gauss supérieurs diffractifs,dans cette perceptive ,cette étude conserve un système optique conquêt représenté par une diaphragme diffractif directement suivi par une lentille séparé par une distance d qui rencontre un semi- sphère de l'indice de diffraction n qui est d'un côté (plan) et l'autre (sphérique) , ces éléments constitues un système optique compliqué peuvent être simplifier par la matrice de transfert(ABCD), avec l'aide du logiciel mathématica nous avons étudier le comportement de ces modes conventions à la variation de l'indice de réfraction "n " , l'ordre "p " ,la position "z " et distance focale "f ", ainsi on a pu obtenir deux plan celui du champ lointain et du champ proche qui définit la variation de z et l'indice de réfraction n dans le plan transverse par voie de conséquence , ces derniers sont très important pour les applications dans l'étude du laser . En revanche, la distribution de la distance focale f et l'ordre p n'ont pas d'influence sur cette distribution.

Le but principal de notre travail est de permette au lecteur d'approfondir leurs connaissances dans l'étude de laser.

Bibliographie

[1] (R. DUFFAIT. Expériences d'optique avec un laser. BULLETIN DE L'UNION DES PHYSICIENS. Université Claude Bernard Lyon 1.)

[2] (CHERIF, Sabah. Mise en forme des faisceaux lasers par les éléments de l'optique diffractive. 2021. Thèse de doctorat.)

[3] (BOUZID, Oussama. Composition modale d'un faisceau laser. 2018. Thèse de doctorat. Université Ferhat Abbas.)

[4] (NIHAD, Zaidi. Contribution à l'étude des faisceaux lasers pseudo non-diffractants. 2021. Thèse de doctorat. Faculté des Sciences et Technologies.)

[5] (GUTIERREZ, Naty Citlali Cabrera. Modes de Laguerre-Gauss et canalisation d'atomes froids. 2014. Thèse de doctorat. Université Paris Sud-Paris XI.)

[6] (BERROUANE, Massyl. Etudes des modes Laguerre Gauss d'un résonateur optique. 2017. Thèse de doctorat. UMMTO.)

[7] (MEI, Zhangrong, ZHAO, Daomu, et GU, Juguang. Propagation of elegant Laguerre–Gaussian beams through an annular apertured paraxial ABCD optical system. Optics communications, 2004, vol. 240, no 4-6, p. 337-343.)

[8] (MERIEM, Korbaâ Samia Kamel. Les instruments optiques, principes et applications. 2015. Thèse de doctorat. Faculté des Sciences et Technologies.)

[9] (AHMED, Beldjilali Sid. Optique géométrique. 2016.)

[10] (BEN AHMED, Zeineb, BOUCHRIHA, Habib, et KADDOUR, Samia. Optique Géométrique. 2006.)

[11] (DRUDE, Paul. Prećis d'optique: Optique géométrique. Optique ondulatoire. 1911. Gauthier-Villars, 1911.)

[12] (MICHEL, Guillaume, VAN BRACKEL, Emmanuel, TONDELIER, Paul, et al. Physique PCSI. De Boeck Superieur, 2017.)

[13] (TAILLET, Richard. Optique géométrique. De Boeck Supérieur, 2017.)

[14] (Dr, HDR, FIFEN Jean Jules.OPTIQUE GEOMETRIQUE.2018.Université de Ngaoundéré.Faculté des Sciences.Département de Physique)

[15] (LOGHRAB, Mohamed. Etude comparative des méthodes de fabrication des surfaces asphériques. 2018. Thèse de doctorat.)

[16] (APRIL, Alexandre. Optique géométrique. Editions JFD, 2017.)

[17] (BALLAND, Bernard. Optique géométrique: Imagerie et instruments. PPUR presses polytechniques, 2007.)

[18] (BECHERRAWY, Tamer. Optique géométrique. De Boeck Supérieur, 2005.)

[19] (BRUNEL, Max, BURLE, Nelly, CHERIGIER-KOVACIC, Laurence, et al. Physique L1: Cours complet avec exercices corrigés et vidéos. Pearson Education France, 2015.)

[20] (MERIEM, A. et AICHA, Melle ELMAHI. La technique WDM en telecoms optiques avancées. Mémoire MASTER, 2016.)

[21] (DOSTER, Timothy et WATNIK, Abbie T. Laguerre–Gauss and Bessel–Gauss beams propagation through turbulence: analysis of channel efficiency. Applied Optics, 2016, vol. 55, no 36, p. 10239-10246.)

[22] (NAWEL, AHMED CHAOUCH et ENCADREUR, BOUKELLAL Ali Professeur. MEMOIRE DE MASTER.)

[23] (TACHE, J. P. Derivation of ABCD law for Laguerre-Gaussian beams. Applied optics, 1987, vol. 26, no 14, p. 2698-2700.)

[24] (SELF, Sidney A. Focusing of spherical Gaussian beams. Applied optics, 1983, vol. 22, no 5, p. 658-661.)

[25] (HASNAOUI, Abdelkrim et AIT-AMEUR, Kamel. Properties of a laser cavity containing an absorbing ring. Applied optics, 2010, vol. 49, no 21, p. 4034-4043)

[26] (CROUZIL, Thomas. Modélisation de structure dynamique dans un champ optique. 2014. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux)

[27] (BASDEVANT, Jean-Louis. Le Mémoire de Fresnel sur la diffraction de la lumière. Bibnum. Textes fondateurs de la science, 2009.)

[28] (COLLINS, Stuart A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics. JOSA, 1970, vol. 60, no 9, p. 1168-1177.)

[29] (ERDELYI, Arthur, MAGNUS, Wilhelm, OBERHETTINGER, Fritz, et al. (ed.). Tables of Integral Transforms: Vol.: 2. McGraw-Hill Book Company, Incorporated, 1954.)

[30] (SAGHAFI, S. et SHEPPARD, C. J. R. The beam propagation factor for higher order Gaussian beams. Optics communications, 1998, vol. 153, no 4-6, p. 207-210.)

[31] (FORGET, Sébastien. Optique des lasers et faisceaux gaussiens. laboratoire de physique des lasers, université de paris nord/13, 2007.)