REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE Dr. YAHIA FARES DE MEDEA

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT GENIE DES PROCEDES
ET ENVIRONNEMENT



Mémoire de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme de master en génie des procédés
Option : pollution chimique et gestion environnementale

THEME

ETUDE NUMERIQUE DE LA DOUBLE CONVECTION NATURELLE DIFFUSIVE DU CO_2 DANS LES MILIEUX POREUX SATURES

Réalisé par : ***SOUADKI Salim***
BENAYACHE Kamel

Encadré par :
Dr: HADIDI Noureddine

Promotion Septembre 2016

DEDICACE

Aux êtres les plus précieux au monde, qui sont le secret de mon existence qui m'ont donné leur amour, leur tendresse et leur soutien ; ce mémoire est le fruit de leur seule patience :
Maman et Papa.

A mes très chers frères : Boualam , Nourine, Abed el Kader , Toufik, Mohamed et Ahmed.

A mes très chères sœurs.

A ma femme et mon futur bébé

A mes très chers neveux

A mes très adorables nièces

A mon binôme : SOUADKI et sa famille.

A tous mes amis de la direction du commerce de la wilaya de Médéa

A toute la promotion de génie des procédés spécialité environnement année 2016

A tous ceux que j'aime.

Kamel

DEDICACE

A mes très chers parents

A mes très chers frères : Lyess et Sid ahmed

A ma femme et ma fille Maroua et mon futur bébé

A mon binôme : BENAYACHE et sa famille.

A tous mes amis de la direction du commerce de la wilaya de Médéa

A toute la promotion de génie des procédés Spécialité environnement année 2016

A tous ceux que j'aime.

SOUADKI

Remerciement

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, par leur participation et leur encouragement, m'ont permis de mener à bonne fin mon travail de mémoire.

Plus particulièrement, je remercie mon encadreur Monsieur Hadidi Ali pour m'avoir suivi avec patience et intérêt et pour la confiance qu'il a placé en moi tout au long de ce travail. Ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été d'une aide très précieuse dans la réalisation de ce projet.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur RAHAL Sofiane pour avoir accepté de présider le jury d'examen de ce mémoire. Je remercie également Monsieur SAIBA Ali et Monsieur KERCHICHE Yacine pour l'honneur quim'ont fait d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecturede ce mémoire.

ملخص
تقدم هذه الرسالة دراسة لحمل الانتشار الطبيعي المولدة في نطاق مربع تحتوي على طبقتين مساميتين رتبت عموديا. تعتبر هاتين الطبقتين المساميتين متجانسة ومشبعة بنفس السائل. تتعرض الجدران الرأسية لظروف درجة الحرارة وتركيز ثابتة. بينما الجدران الأفقية للنطاق كاظمان وغير نفاذة. يتم حل المعادلات الأساسية التي تصف الحمل الطبيعي الثنائي الانتشار داخل النطاق رقميا باستخدام طريقة الحجم المحدود. ويتم تحليل النتائج العددية من حيث خطوط الطاقة وخطوط الحرارة وخطوط التركيز وكذا اعداد نوسلت ومعدل شروود.
الكلمات الدالة: الحمل الانتشار الطبيعي، وسط نفاذ، متعدد الطبقات

Résumé

Ce mémoire présente une étude de la thermosolutale générée dans une cavité carré renfermant deux couches poreuses disposées verticalement. Les deux couches poreuses sont considérée homogènes, isotrope et saturée par le même fluide. Les parois verticales sont soumises à des conditions de température et de concentration uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. Les équations de base décrivant la convection double diffusive au sein de l'enceinte sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats numériques sont analysés en termes de lignes de courant, des isothermes, des isoconcentrations et des nombres de Nusselt et Sherwood moyens.

Mots clés : thermosolutale Convection, milieux poreux, multicouches

Abstract:

This paper deals with numerical study of Thermosolutal convection in an square enclosure filled with two vertical porous medium layers. The two porous layers are considered homogeneous, isotropic and saturated with the same fluid. The vertical walls of porous cavity are subjected to uniform temperature and concentration whereas the horizontal walls are assumed to be adiabatic and impermeable. The set of equations governing the double-diffusive convection in the porous enclosure are solved numerically using the control volume approach. The numerical results are presented and analyzed in terms of streamlines, isotherms, isoconcentrations lines and average Nusselt and Sherwood numbers

Keywords: thermosolutal convection, porous medium, bi-layered, inclined cavity

Sommaire

DEDICACES
REMERCIEMENTS
SOMMAIRE
LISTE DES FIGURES i
LISTE DES TABLEAUX ii
NOMENCLATURE iii
INTRODUCTION GENERAL 1

CHAPITRE I : Généralité sur les milieux poreux 3
I. Définition relative aux milieux poreux 3
I.1. Milieu poreux 3
I.2. Domaine d'applications des phénomènes de transfert massiques et thermiques dans les milieux poreux 4
1 .3 Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R) 6
I.4 Propriétés du milieu poreux et thermo physique d'un milieu poreux 7
1.4.1 la porosité 7
I.4.2 La perméabilité 8
1.4.3 la tortuosité 9
1.4.4 la surface spécifique 10
1.4.5 conductivité effective 10
1.5 modèles écoulements en milieu poreux 12
1.5.1 loi de Darcy 12
1.5.2 formulation de forckheimer 12
1.5.3 modèle générale 13
Conclusion 13

Chapitre II : Formulation mathématique
II.1 introduction 14
II-2 Le Transfert de masse par diffusion moléculaire 15
II.2.1 Equations de la diffusion massique 17
II.2.2. Couplage avec la convection thermique 17
II.3 DESCRIPTION ET GÉOMÉTRIE DU PROBLÈME 17
II.3.1 HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES 18
II.3.2 Equations gouvernantes 18
II.3.3 Adimensionnement des équations 20
Conclusion 22

Chapitre III : Résolution Numérique
III.1. Introduction 23
III.2. Principe de la méthode des volumes finis 23
III.2.1. Equation différentielle gouvernante 23
III.2.1.1. Equation de continuité 23
III.2.2. Maillage et volume de contrôle 24
III.2.3. Discrétisation des équations de conservation 24

III.2.3.1. Flux de diffusion -convection 26
III.2.3.2. Simplification de l'expression du flux 27
III.2.3.3. Linéarisation du terme source 27
III.2.3.4. Equation finale de discrétisation 28
III.2.3.5.Méthode de résolution des équations algébriques 30
III.2.4. Considérations pour le champ dynamique 30
III.2.4.1.Notion de maillage décalé 30
III.2.5. Discrétisation des équations dynamiques 31
III.2.5.1. Equations du mouvement 31
III.2.5.2.Correction des vitesses et pression 32
III.2.5.3.Equation de correction de pression 33
III.3.Algorithme SIMPLER 34
III.4 Technique de sous-relaxation 35
III.5 Critère de convergence 36
III.6 Schémas d'interpolation 37
III.7 Application de la méthode des volumes finis à notre problème 38
III.7.1 Discrétisation des équations du mouvement 38
III.7.1.1. Equation du mouvement en X 38
III.7.1.2. Equation du mouvement en Y 39
III.7.2. Equation de correction de pression 40
III.7.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie 42
III.7.4. Discrétisation de l'équation du soluté 43
Conclusion 43

Chapitre IV : Résultats et Discussions

IV.1 Sensibilité du code de calcul au maillage et Validation 44
IV.2 Lignes de courant-isothermes –isoconcentrations 46
IV.3 Transferts thermique et massique dans la cavité 48
CONCLUSION GENERALE 50

LISTE DES FIGURES

Figure I.1: milieux poreux consolidés 3

Figure I.2 : milieux poreux non consolidés 4

Figure I. 3:Volume élémentaire représentatif (V.E.R.) 6

Figure I.4: Définition schématique de la tortuosité 9

Figure I.5 : Modèle série de la conductivité thermique effective 11

Figure I.6 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective 11

Figure II-1 : Modèle physique et système de coordonnée 18

Figure II-*2 : l'approche prise dans ce cas de transfert thermique* 20

Figure III.1: Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle 24

Figure III.2: Volume de contrôle représentatif 26

Figure III.3: Représentation d'un maillage décalé. 31

Figure III.4 : Volume de contrôle pour U et V. 31

Figure III.5: Volume contrôle lié à P 33

Figure III.6 : Schéma du volume de contrôle pour U 39

Figure III.7 : Schéma du volume de contrôle pour V. 40

Figure III.8 : Schéma du volume de contrôle pour P. 40

Figure IV.1 : Représentation des lignes de courant pour $Ra_m=10^2$ 47

Figure IV.2 : Représentation des isothermes pour $Ra_m=10^2$ 47

Figure IV.3 : Représentation des isoconcentrations pour $Ra_m=10^2$ 47

Figure IV.4 : variation du nombre de Nusselt moyen 49

Figure IV.5: variation du nombre de Sherwood moyen 49

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 : les domaines d'application pour les écoulements dans les milieux poreux 4

Tableau I.2 : Valeurs moyennes de porosité de quelques matériaux. 8

Tableau I.3 : Valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux, O.Reynolds etDullien 9

Tableau III.1 : Définition des différents termes des équations de conservation. 25

Tableau III.2: Expressions des termes sources linéarisées (Sc et Sp) pour les différentes équations. 28

Tableau III.3 : Les expressions de $A|P|$ selon le schéma d'interpolation. 37

Tableau IV.1 sensibilité du code de calcul au maillage pour Ra_m=100, Da_1=10^{-4}, Pr=0.71, N=1, Le=10, R_K=0.1. 44

Tableau IV.2. Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour Pr=0.71, N=0, Da=10^{-7}, $R_K = 1$ et ε=0.5 45

Tableau IV.3. Comparaison du nombre de Nusselt et Sherwood pour $Pr = 0.71$, $Ra = 10^5$ 45

Tableau IV.4: Comparaison du nombre de Nusselt pour $Pr = 0.71$ et $N = 0$. 45

NOMENCLATURE

A	rapport d'aspect géométrique = L/H
	Coefficient dans l'équation de discrétisation
A|P|	fonction du schéma numérique en fonction du nombre de Peclet
C	concentration adimensionnelle
C_f	coefficient du terme de Forchheimer ($C_f = 0.55$)
D	coefficient de diffusion [$m^2.S^{-1}$]
dX	distance adimensionnelle entre deux centres de volume consécutifs dans la direction X
dY	distance adimensionnelle entre deux centres de volume consécutifs dans la direction Y
g	accélération de pesanteur [$m.S^{-1}$]
H	hauteur de l'enceinte [m]
K	perméabilité du milieu poreux [m/s]
k	conductivité thermique [$W \cdot m^{-1}.k^{-1}$]
L	longueur de l'enceinte [m]
P	pression adimensionnelle
S	terme source
t	temps adimensionnel
T	température adimensionnelle
u	vitesse horizontale [m/s]
U	vitesse horizontale adimensionnelle
v	vitesse verticale [m/s]
V	vitesse verticale adimensionnelle
x	vitesse horizontale adimensionnelle
X	coordonnée horizontale adimensionnelle
y	coordonnée verticale dimensionnelle [m]
Y	coordonnée verticale adimensionnelle
ε_T	porosité totale
ε_e	porosité effective
τ	tortuosité

Symboles Grecs

φ	Porosité du milieu poreux
α	Coefficient de diffusion thermique [$m^2.S^{-1}$]]
λ	rapport des conductivités thermiques
β_c	coefficient d'expansion solutal [g.mol.l^{-1}]
β_t	coefficient d'expansion thermique [k^{-1}]
μ	viscosité dynamique [kg.$m^{-1}.s^{-1}$]
ν	viscosité cinématiques [$m^2.s^{-1}$]
ρ	masse volumique [kg.m^{-3}]
ϕ	variable générale dépendante du temps
Γ	coefficient de diffusion
ΔC	écart de la concentration=$C_{max} - C_{\min}$ (g. mol . l^{-1})
ΔT	écart de la température =$T_{max} - T_{\min}$ [K]
Δt	incrément de temps adimensionnel
ΔX	longueur adimensionnelle d'un volume de contrôle dans la direction X
ΔY	longueur adimensionnelle d'un volume de contrôle dans la direction Y

Nombres adimensionnels

Da	nombre de Darcy =$\frac{K}{H^2}$
Gr_c	nombre de Graschof solutal= $\frac{g\beta_C \Delta c H^3}{\nu^2}$
Gr_t	nombre de Graschof thermique = $\frac{g\beta_T \Delta T H^3}{\nu^2}$
$\overline{Sh}$	nombre de Sherwood moyen
Sh	nombre de Sherwood
Le	nombre de Lewis = $\frac{\alpha}{D}$
N	rapport des forces de volume solutale et thermique =$\frac{\beta_C \Delta c}{\beta_T \Delta T}$
Nu	Nu nombre de Nusselt

$\overline{Nu}$	nombre de Nusselt moyen
Pr	Pr nombre de Prandtl= $\frac{\nu}{\alpha}$
Ra_t	nombre de Rayleigh thermique =$\frac{g\beta_T \Delta T H^3}{\alpha \nu^2}$
Sc	nombre de Schmidt=$\frac{\nu}{D}$
R_K	rapport de perméabilité =
Ra_m	nombre de Rayleigh modifiée=

Exposant

n	relatif au temps t
n+1	relatif au temps t + Δt

Indices

P	point au centre du volume fini
E	point à l'est du point P
W	point à l'ouest du point P
N	point au nord du point P
S	S point au sud du point P
	référence au terme source S
f	référence au fluide.
m	référence au mélange.
s	référence au solide
max	minimum des valeurs à X=0 et X=4
min	maximum des valeurs à X=0 et X=4
0	état de référence
i	indice d'un point du maillage suivant x
j	indice d'un point du maillage suivant y
Φ	référence à la variable générale dépendante Φ

INTRODUCTION GENERALE

Le stockage de CO_2 dans les veines de charbon représente un grand défi scientifique. La compréhension du fonctionnement de l'ensemble « réservoir », des processus de transferts de chaleur et de masse, des interactions entre le CO_2 injecté, le charbon et le gaz présent initialement est indispensable pour évaluer les capacités de stockage et prévoir les installations adéquates pour une meilleure injectivité.Au niveau de transport de gaz dans la veine de charbon, les molécules de gaz se déplaceraientà travers les couches de charbon par convection sous forme d'un flux laminaire dans le système de fractures naturelles et par diffusion à travers la matrice de charbon [1].

L'importance des milieux poreux dans les phénomènes et processus industriels et technologique est aujourd'hui bien démontrée. Cependant et malgré la montée en puissance des moyens d'étude, des lacunes subsistent encore sur le plan des connaissances fondamentales, principalement la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de masse dans des systèmes comportent des milieux poreux.

De ce fait, les études de la convection thermosolutale en présence d'un milieu poreux font actuellement l'objet d'un intérêt sans cesse accru.Cet intérêt est dû aux nombreuses applications pratiques qui s'y rapportent, et cela dans divers domaines tels que :

- le transport de polluants dans les sols,
- le stockage des déchets radioactifs,
- la migration de l'humidité dans des fibres isolantes,
- la métallurgie,
- l'environnement, etc.

Dans la présente étude nous nous intéressons à la double diffusive générée dans une cavité carrée, remplie par deux couches de milieux poreux différents en présence d'un fluide gazeux, qui est le dioxyde de carbone CO_2.

La présente investigation a pour but l'étude de la convection double diffusive dans une enceinte carrée infiniment longue adiabatique et imperméable sur les faces verticales gauche et droite de l'enceinte. Un gradient de température s'établit entre les faces inférieure et supérieure.

Le modèle mathématique décrivant le présent problème a été développé en se basant sur l'équation de Darcy-Brinkman.

Le premier chapitre est consacré à la présentation des généralités sur les milieux poreux.

La formulation mathématique du problème physique, les hypothèses considérées ainsi que les équations de conservation mises sous formes adimensionnelles sont développées dans le deuxième chapitre.

Dans le troisième chapitre est présentée la méthode numérique choisie pour la résolution des équations de conservation.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation et à la discussion des résultats obtenus.

Et on termine notre travail par une conclusion générale.

I. Milieu poreux :

I.1. Définition relative aux milieux poreux Milieu poreux :

Un milieu poreux est usuellement défini comme étant un milieu solide contenant des pores ; les pores sont des espaces vides pouvant être interconnectés ou séparés.

Pour qu'une phase fluide puisse percoler dans un milieu poreux donné, au moins une partie de sa porosité doit être constituée de pores interconnectés. Ces pores, dont les formes et les dimensions sont d'une grande diversité, constituent les réseaux poreux offrent un grand nombre de possibilités au cheminement d'un fluide.

Lorsque l'espace est occupé par une seule phase fluide(le fluide désigne le liquide et/ou le gaz), le milieu est dit monophasique et lorsqu'il est occupé par plusieurs phases fluides, le milieu est dit multiphasique.

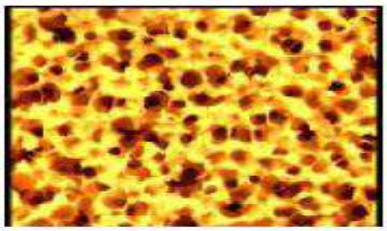
Nous choisissons de noter qu'un milieu occupé uniquement par la phase liquide est dit« saturé » et « désaturé » dans le cas contraire.

Un milieu poreux se présente généralement sous les deux formes suivantes :

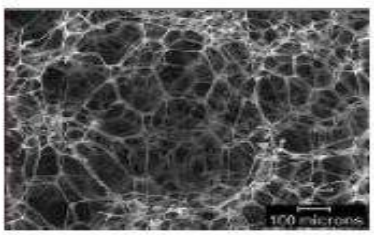
- Milieux poreux consolidés, dans lesquels la phase solide est formée de grains cimentés (fig. I.1) [2], (calcaire, grés, la céramique….).
- Milieux poreux non consolidés, dans lesquels la phase solide est formée de grains non soudés entre eux (fig. I.2) [2], (fibres métalliques, gravier, sable, billes….).



Une mousse de polyuréthanne.



Une mousse de cuivre.



Une mousse de mélanine.

Figure I.1 : milieux poreux consolidés

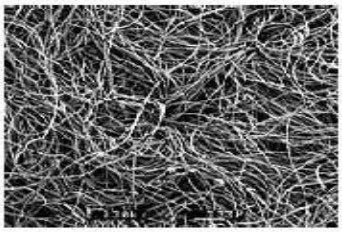


Figure I.2 : milieux poreux non consolidés

Les milieux poreux incluent entre autres : les filtres à sable dans l'industrie de traitement de l'eau, les roches réservoirs d'hydrocarbures et les matériaux de génie civil.

I.2. Domaine d'applicationsdes phénomènes de transfert massiques et thermiques dans les milieux poreux :

Les phénomènes de transfert massiques et thermiques dans les milieux poreux (en monophasiques où en polyphasiques) interviennent dans de nombreuses applications et touches à des domaines multiples tel que représenté ci-dessous :

Tableau I.1 : les domaines d'application pour les écoulements dans les milieux poreux

Domaine d'utilisation	**Application**
Mécanique	-Isolement thermique -Capacité de séchage -Récupération de l'énergie géométrique -Accroissement du transfert de chaleur par modification de surface -Lubrification -Déshumidification -Stockage de l'énergie solaire -Pots catalytiques dans le domaine de l'automobile
Génie-chimique	-Réacteurs chimiques -Filtration -Adsorption -L'échange d'ion -Séchage Réacteurs chromatographiques

	-Convertisseurs catalytiques pour la réduction de la pollution de l'air des produits de combustion -Transfert de masse à travers les membranes
Environnement	-Ecoulement des eaux souterraines -contamination des eaux souterraines -Ecoulement d'eau, de vapeur d'eau et d'air à travers des matériaux de construction -Recyclage de déchets nucléaires -Irrigation -Nettoyage des sols par injection de vapeur
Géologie	-Migration des eaux et minéraux -Exploitation de l'énergie géothermique
Pétrole	-Ecoulement de gaz et pétrole dans les réservoirs -Accroissement de la production de gaz naturel
Médecine	-Stimulation du transport des gaz dans l'organisme, H.P.C.Darcy [3].

Un exemple concret, d'application des écoulements polyphasiques en milieux poreux, est l'exploitation des gisements d'hydrocarbures qui fait appel à différents procédés, parmi lesquels on trouve des méthodes thermiques qui consistent à injecter un fluide chaud (eauchaude, vapeur chaude, gaz….) au sein du gisement. Ces méthodes tendent à faciliter l'écoulement des fluides dans le réservoir en réduisant la viscosité dans l'huile brute. Actuellement, l'injection de vapeur est la plus utilisée. En 1988 par exemple, aux états unis, 72%de la production par l'application des méthodes améliorées était faite de vapeur par A.E.Scheidegger [4].

Autre exemple le cas d'un écoulement dans un milieu poreux avec changement de phase (ébullition). Phénomène qui se rencontre entre autres lors de la stimulation d'accidents nucléaires (désintégration du cœur radioactif en débris poreux, particulièrement ou entièrement saturés en liquide de refroidissement**, I**. F.Macdonald et al [5].

I.3 Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R) :

En pratique, l'utilisation des équations différentielles à l'échelle macroscopique d'un milieu poreux s'avère impossible à cause de la géométrie de ce milieu qui se caractérise par la non uniformité de la dimension du vide et de distribution dans la partie centrale de la matrice poreuse. Il est par conséquent nécessaire d'effectuer un changement d'échelle.

La notion de Volume Elémentaire Représentatif (V.E.R.) consiste à associer à un point mathématique les propriétés d'un volume suffisamment représentatif pour définir ou mesurer des propriétés moyennes du milieu (Bear, 1972).

Autrement dit on peut considérer, par la suite, que le milieu poreux est un ensemble de V.E.R. Cette conceptualisation introduite par J. Bear permet de raisonner en terme de milieu continu équivalent.

Le choix du VER doit donc répondre aux critères suivants (de Marsily 1994) :

•Le V.E.R doit contenir un grand nombre de pores afin d'avoir une moyenne globale Significative ;

•Le V.E.R doit être suffisamment petit pour que les variations des propriétés d'un domaine au domaine voisin puissent être approchées par des fonctions continues pour pouvoir introduire l'analyse infinitésimale, sans introduire d'erreur décelable par les instruments de mesure à l'échelle macroscopique.

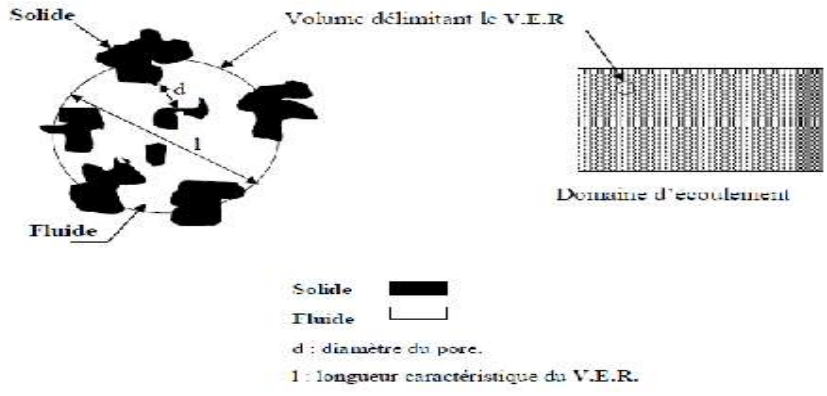


Figure I.3 : Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)

I.4 Propriétés du milieu poreuxet thermo physique d'un milieu poreux :

I .4.1 La porosité :

La porosité totale (ε_T) dans un milieu poreux est le rapport entre le volume des vides et le volume total du milieu poreux :

$$\varepsilon_T = \frac{V_P}{V_T} \qquad \text{(I.1)}$$

Où

V_P : Volume des espèces vides

V_T : Volume total

En général, la porosité totale ne présente pas d'intérêt, car seuls les pores accessibles jouent un rôle actif. On définit donc la porosité effective ou utile :

$$\varepsilon_e = \frac{V_{PU}}{V_T} \qquad \text{(I.2)}$$

Où :

V_{PU} : Volume des pores accessibles ou utiles (c'est à dire communiquant entre eux).

Le tableau (I.2) nous donne quelques valeurs de la porosité de certains matériaux d'après les résultats expérimentauxde A.E.Scheidrgger [6].

Tableau I.2 : Valeurs moyennes de porosité de quelques matériaux.

SUBSTANCE	POROSITE
Matériau mousseux	0,98
Fibre de verre	0,88 – 0,93
Fil à tisser	0,68 – 0,76
Grain de silice	0,65

Poudre d'ardoise noire	0, 57 – 0,66
Cuir	0,56 – 0,59
Terre	0,43 – 0,54
Sable	0,37 – 0,70
Empilement de sphères	0,36 – 0,43
Filtre à cigarette	0,17 – 0,49
Brique	0,16 – 0,34

I.4.2 La perméabilité :

Elle caractérise l'aptitude du milieu poreux à laisser circuler le fluide à travers les pores dans le cas de la présence d'un gradient de pression.

Lorsque le milieu poreux ne contient qu'un seul liquide, la perméabilité absolue K, est donnée par la loi de H.Darcy [7].

$$K = \frac{-\left(\frac{Q}{S}\right)\cdot\mu}{\partial P/\partial x} \qquad \text{(I.3)}$$

$\frac{Q}{S}$: Vitesse de filtration (vitesse Darcienne) dans le milieu poreux ;

Q : Débit s'écoulant à travers le milieu poreux ;

S : Surface de la section droite ;

μ : Viscosité dynamique de pression dans le sens de l'écoulement.

$\frac{\partial P}{\partial x}$: Gradient de pression dans le sens de l'écoulement.

L'unité de la perméabilité est le m², mais elle est souvent exprimée en Darcy :

1 Darcy= 9.87×10^{-13}m².

La perméabilité est déterminée expérimentalement en fonction des paramètres géométriques.

Le tableau (1.3) représente certains valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux [7].

Tableau I.3 : Valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux,O.Reynolds et Dullien [8,9]

SUBSTANCE	**PERMEABILITE**
Briques	$4{,}8\ 10^{-15}$ à $2{,}2\ 10^{-13}$
Cuir	$9{,}5\ 10^{-14}$ à $1{,}2\ 10^{-13}$
Poudre d'ardoise noire	$8{,}9\ 10^{-14}$ à $1{,}2\ 10^{-13}$
Terre	$2{,}9\ 10^{-13}$ à $1{,}4\ 10^{-11}$
Fibre de verre	$2{,}4\ 10^{-11}$ à $5{,}1\ 10^{-11}$
Sable	$2{,}0\ 10^{-11}$ à $1{,}8\ 10^{-08}$
Fibre à tisser	$3{,}8\ 10^{-09}$ à $1{,}0\ 10^{-08}$
Cigarette	$1{,}0$ à 10^{-09}

I.4.3 La tortuosité :

Dans un milieu poreux formé d'un empilement de grains solides, la vitesse réelle locale du fluide n'est pas tout à fait parallèle à la direction moyenne de l'écoulement du fait des obstacles constitués par la phase solide. Le fluide contourne les différentes particules s'opposant à son passage.

Le trajet suivi par un filet fluide est $L_m > L$ où L est la longueur du milieu poreux.

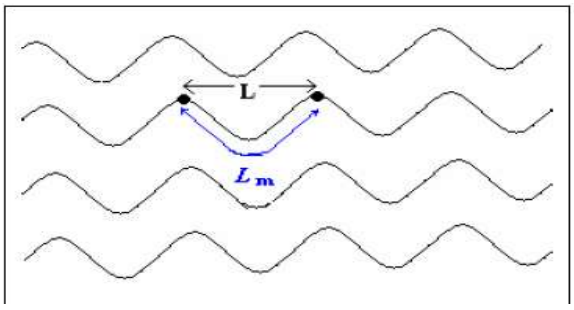


Figure I.4:Définition schématique de la tortuosité

❖ **Définition :**

On appelle tortuosité le rapport entre la longueur moyenne du chemin parcouru par une particule fluide et la longueur de l'échantillon.

$$\tau = \frac{L_m}{L}$$

supérieure à 1**,** mais dans le cas des milieux poreux constitués d'empilement de particules sphériques, latortuosité varie peu et reste sensiblement égale à π/2.

I.4.4 La surface spécifique :

La surface spécifique est définie comme l'aire totale des vides rapportée à l'unité devolume, soit :

$$A_S = \frac{\text{Aire totale des vides}}{\text{Volume totale du milieu}}$$

Ce paramètre sert d'élément comparatif pour différents milieux poreux de volume total V Inférieure au m2/cm3 de milieu poreux pour les sables propres, la surface spécifique est très importante lorsque le milieu contient des argiles.

I.4.5 Conductivité thermique effective :

Vu la complexité de la structure des milieux poreux ainsi que la présence des différentes phases (solide et fluide), la modélisation du transfert de chaleur à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective k_e. En effet, les phases solides et fluide présentes dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes au mode de conduction (le plus souvent $k_{solide} > k_{fluide}$).

Cette conductivité effective dépend de la porosité et des conductivités thermiques des Phases solides $k_s$et fluidek_f.

De manière générale, il n'existe pas de modèles exacts de conductivité thermique effective qui peuvent être appliquées aux cas pratiques d'écoulement dans les milieux poreux. Les modèles existants sont plutôt des modèles approchés construits pour des géométries simples en utilisant des hypothèses simplificatrices et en se basant sur des données expérimentales. Les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles basés sur l'analogie électrique.

➢ Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du milieu est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases; (Fig. I.5).

$$\frac{1}{k_C} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1-\varepsilon}{k_s} \qquad \text{(I.4)}$$

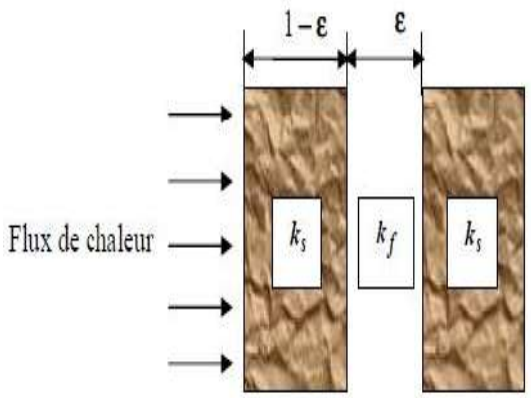


Figure I.5 : Modèle série de la conductivité thermique effective

➢ Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités thermiques dans chacune des phases; (Fig. I.6).

$$k_e = (1-\varepsilon)k_S + \varepsilon k_f \qquad \text{(I.5)}$$

La conductivité thermique effective est toujours comprise entre celle du fluide et celle du solide.

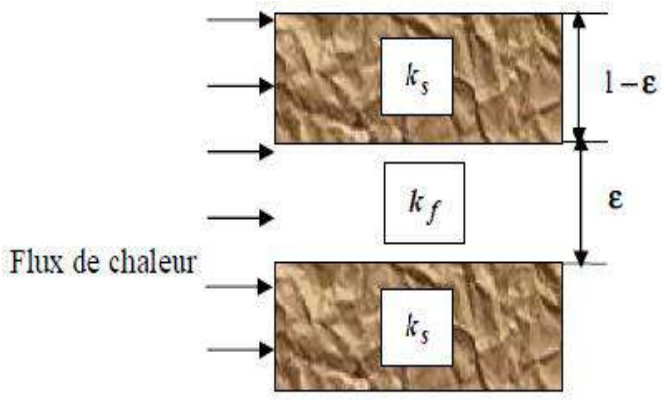


Figure I.6 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective

❖ **Conductivité thermique équivalente**

La conductivité équivalente est une fonction complexe des conductivités du solide et du fluide. En général, on ne pourrait pas évaluer la valeur exacte de la conductivité. Le moyen efficace est la mesure expérimentale dans les conditions d'utilisation en régime permanent. Pour plus de détail sur l'évaluation de la conductivité, nous pouvons citer les travaux de, Tobbalet Bennacer[10], Beji[11].

I.5. Modèles d'écoulement en milieux poreux :

Les lois des écoulements en milieu poreux ne constituent que des approximations. On s'intéresse en général qu'aux phénomènes à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées.

I.5. 1 La loi de Darcy :

Établie par Darcy sur la base d'observations expérimentales, c'est une relation empirique qui décrit macroscopiquement les écoulements dans les milieux poreux, moyennant la vitesse de filtration.

$$\vec{V} = \frac{k}{\nu}\left(-\frac{\vec{\nabla}P}{\rho}\right) + \vec{g} \qquad \text{(I-6)}$$

Où k est la perméabilité et ν la viscosité cinématique du fluide. L'équation de Darcy a été vérifiée pour les écoulements de faible vitesse. La valeur du nombre de Reynolds est utilisée comme critère pour caractériser la transition d'un régime d'écoulement laminaire à un régime turbulent. Pour cela on a défini un nombre de Reynolds de pore pour les écoulements en milieu poreux. En définissant d comme longueur caractéristique qui représente la dimension caractéristique des pores, le nombre de Reynolds s'écrit :

$$R_e = V.\frac{d}{\nu} \qquad \text{(I-7)}$$

En termes de détermination de d, Collins(1961) a proposé l'expression $d = \sqrt{k/\varepsilon}$

Alors que Ward (1964) a plutôt suggéré que $d = \sqrt{k}$ quelle que soit la porosité.

I.5.2 Formulation de Forchheimer :

La formulation de Darcy-Forchheimer (1950) la plus couramment utilisée, pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible à travers un milieu poreux homogène et isotrope, en régime stationnaire et en présence de pesanteur, est la suivante :

$$\nabla P = \rho g - \frac{\mu}{k}V + \frac{b\rho}{\sqrt{k}}|V\ |V \qquad \text{(I-8)}$$

où **b** est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux,appelé paramètre de Forcheimer. Résultant de la prise de moyenne sous fortes hypothèses, cette formulation introduit un terme convectif qui exprime la contribution inertielle devenant importante avec les **(** Re **)** croissant.

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de Darcy-Brinkman, fortement utile pour le cas des hautes porosités. Le premier terme de droite de l'équation ci-dessus contenant la viscosité μ est le terme de Darcy et le deuxième contenant la viscosité effective μ_{eff} est appelé le terme de Brinkman. La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu μ_{eff}. En effet cette grandeur est fonction non seulement de la porosité du milieu mais aussi de sa géométrie (tortuosité). Brinkman a assimilé la viscosité équivalente du milieu à celle du fluide ($\mu_{eff} \approx \mu$). Cette approximation a été prouvée expérimentalement et elle est en accord avec les travaux de Neale et Nader [12] et Beckermann et Viskanta[13]. Le modèle de Brinkman permet ainsi d'imposer la condition de non glissement au champ de vitesse de filtration, au niveau des parois imperméables.

I.5.3. Modèle général

On généralise les trois dernières équations en introduisant un terme transitoire et le terme convectif $(V\ \nabla)V$ ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\rho}{\varepsilon^2}(V\ \nabla)V\ =-\nabla P+\rho g-\frac{\mu}{k}V+\frac{b\rho}{\sqrt{k}}|V\ |V+\mu_{eff}\nabla^2 V \qquad \text{(I-9)}$$

Cette équation est équivalente à l'équation de Navier Stokes issue du bilan de quantité de mouvement en milieu fluide. Il faut également noter que la complexité d'un écoulement en milieu poreux peut être le résultat des effets d'inertie et de viscosité, et d'une variation importante de la porosité au niveau des parois.

Conclusion :

Dans ce chapitre, les définitions des principales caractéristiques se rapportant aux milieux poreux, les modèles d'équations ainsi que les régimes d'écoulement ont été examinés.

II.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons brièvement les notions de base du transfert de masse utilisées dans notre étude.

Le transport d'un constituant d'une solution fluide d'une région de haute concentration à une région de concentration plus faible est appelé transfert de masse.

Le transfert de masse peut s'effectuer en phase gazeuse ou en phase liquide, soit par diffusion moléculaire dans des fluides au repos (la diffusion solutale), soit par des courants dans des fluides en écoulement (la convection solutale).

Les mouvements de convection de double-diffusion ou convection thermosolutale sont générés par les gradients de densité qui sont dus؛ à la fois au champ de température, et au champ de concentration. Ce dernier, peut apparaître dans un fluide ayant deux (ou plusieurs) composants diffusant dans le mélange à différentes vitesses et qui contribuent au gradient vertical de densité.

On estime actuellement que ce phénomène des transferts convectifs de masse et de chaleur constitue un domaine très actif et d'importants travaux ont été effectués encore très récemment tant au niveau expérimental que numérique. La diversité des configurations et le nombre important de paramètres qui interviennent dans ce type d'écoulement nous donne un grand choix de domaine d'études.

La plupart des études existantes traitant de la convection d'origine thermique sont basées sur le modèle de Darcy. De plus ces études supposent le caractère isotrope et homogène des matériaux poreux. Dans beaucoup de cas, la loi de Darcy se trouve inadéquate et l'anisotropie géométrique des grains ou des fibres est rencontrée dans de nombreux milieux poreux,comme les formations rocheuses, les sols sédimentaires, les matériaux d'isolation thermique et les structures dendritiques formées lors de la solidification de mélanges à plusieurs composants.La majorité des travaux antérieurs qui se sont intéressés à la description des phénomènes de convection double diffusive traitent de la convection naturelle thermosolutale.

Dans les milieux formés de couches poreuses horizontales ou verticales thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes. Des études thermiquement et/ou

hydrauliquement anisotropes récentes prennent en compte le caractère anisotrope et hétérogène des milieux poreux.

Notre étude porte plus particulièrement sur l'influence, à des nombres de Rayleigh modérés, de certains paramètres géométriques et physiques, du nombre de Lewis sur la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse. Dans un premier temps nous donnons quelques notions fondamentales sur le transfert de masse et son couplage avec la convection thermique. Nous présentons par la suite notremodèlephysique. Nous nous intéressons à la convection double diffusive générée dans une cavité carrée, constituée d'un milieu poreux multicouche (deux couches de milieu poreux), de propriétés physiques différentes. Avec des conditions limites classiques (conditions de Dirichlet en température et concentration sur les parois verticales) en régime stationnaire.

II.2 Le transfert de masse par diffusion moléculaire :

La diffusion est le phénomène de transport de matière incontournable comme l'est la conduction et l'écoulement visqueux en transfert de matière et mécanique des fluides respectivement. C'est un phénomène spontané et inévitable (phénomène dispersif) conduisant à un équilibre. La cinétique du phénomène est quantifiée par la diffusivité ou coefficient de diffusion. Le flux de matière engendré par ce phénomène de transport est d'après la loi de Fick proportionnel au gradient de concentration par l'intermédiaire du coefficient de diffusivité :

$$J = -D\frac{\partial C}{\partial X} \qquad \text{(II.1)}$$

C'est la loi de Fick à une dimension.

Où J : est la densité de flux massique en kg/(s m2).

D : la diffusivité massique

$\frac{\partial C}{\partial X}$: Gradient de concentration

Remarquons que la loi de Fick est analogue à celle de Fourrier qui détermine la densité du flux thermique transféré par conduction dans un milieu homogène de conductivité λ .

$$\vec{q} = -\lambda\overrightarrow{\text{grad}}T \qquad \text{(II.2)}$$

$\vec{q}$Est la densité du flux thermique exprimée en W/m2

λ: est la conductivité thermique exprimée en W/m.K

T est la température [K]

La diffusion solutale peut être influencée par des paramètres extérieurs, tel que les gradients de température (effets de Soret, effet Dufour), les gradients de pression où les réactions chimiques.

Dans notre étude, nous supposerons que ces effets extérieurs sont négligeables et que la diffusion solutal ne dépend que du gradient de concentration.

En diffusion solutale, on travaille généralement sur le concept de concentration d'un élément e dans un mélange. Cette concentration représente la masse de l'élément e dans le mélange de volume Vd et elle est exprimée en kg de solvant (l'élément e) par m3de solution (le mélange).

$$C_e = \frac{m_e}{V_d} = \rho_e \qquad \text{(II. 3)}$$

La densité de flux massique locale d'un élément e dans un mélange s'exprime.

$$\vec{m}_e = \rho_e \overrightarrow{v_e} \qquad \text{(II.4)}$$

Où : $\overrightarrow{v_e}$représente la vitesse des particules du composant e dans un système de coordonnées fixes. La vitesse moyenne massique $\vec{V}$ est alors définie comme le rapport de la somme des flux massiques élémentaires à la densité totale du mélange.

$$\rho.\vec{V} = \vec{\dot{m}} = \sum \vec{\dot{m}} = \sum \rho_e \overrightarrow{V_e} \qquad \text{(II .5)}$$

$$\vec{V} = \frac{1}{\rho} \sum \rho_e \vec{V} \qquad \text{(II.6)}$$

On définit alors le flux massique de l'élément e relativement par rapport à un repère se déplaçant à la vitesse massique moyenne par :

$$\overrightarrow{\dot{M}_e} = \rho_e \left(\overrightarrow{V_e} - \vec{V} \right) \qquad \text{(II.7)}$$

Si $\vec{\dot{m}}$ est le flux absolu de l'élément e, $\vec{\dot{M}}$ est le flux diffus ; il représente le mouvement de l'élément relativement au mouvement moyen du mélange et on peut écrire :

$$\overrightarrow{\dot{m}_e} = \overrightarrow{\dot{M}_e} + \rho_e \vec{V} \qquad \text{(II.8)}$$

L'équation (II.8) nous montre qu'il y a deux contributions pour le flux absolu de l'élément e, l'une due à la diffusion (mouvement de l'élément e par rapport au mouvement moyen du mélange) et l'autre due au mouvement moyen du mélange.

II.2.1 Equations de la diffusion massique :

L'équation de la diffusion massique est :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V}.\nabla C = D\Delta C \qquad \text{(II-9)}$$

Lorsque l'écoulement du fluide est assez faible pour contribuer au transfert de masse, l'équation (II.10) s'écrit sous la forme réduite suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla C \qquad \text{(II.10)}$$

De même cette diffusivité est analogue à la conductivité thermique (exprimée en kJ/kg.K), si on compare la loi de Fick (II.1) et la loi de Fourrier (II.2) donnant respectivement la densité du flux solutal et la densité du flux thermique.

II.2.2 Couplage avec la convection thermique :

Nous considérons dans notre étude que les transferts de chaleur et de masse ne sont couplés que par la vitesse de l'écoulement et n'interagissent pas entre eux directement. Dans le cas contraire nous serons en présence de l'effet Soret et Dufour. Ce phénomène apparaît lorsque les gradients de température et de concentration sont élevés.

Dans ce chapitre nous décrivons et nous formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

Le travail qui fait l'objet de cette étude concerne justement la convection double diffusive générée dans une cavité carrée remplie par deux couches de milieux poreux disposées horizontalement.

Par une modélisation numérique, les résultats des calculs sont présentés et commentés en termes de lignes de courant, des isothermes, des isoconcentrations et des transferts thermiques et massiques moyens.

II.3 Description et géométrie du problème :

La configuration géométrique de notre écoulement est montrée dans la figure II-1 .

C'est une cavité carrée remplit par deux couches poreuses disposé horizontalement.

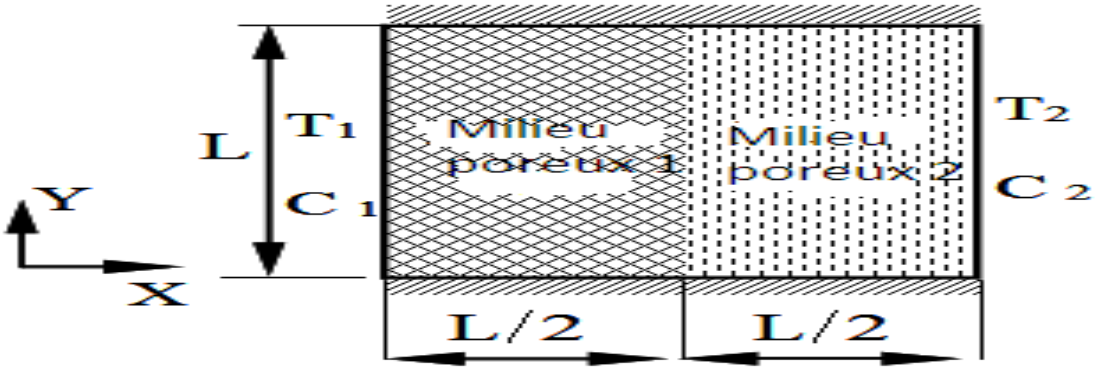


Figure II-1 : Modèle physique et système de coordonnée

II.3.1 Hypothèses simplificatrices :

Pour simplifier le modèle mathématique, on considère les hypothèses les plus couramment utilisées dans ce type de problème. Nous supposons alors que :

- Ecoulement laminaire 2D et stationnaire.
- Chaque couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide.
- Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes.
- Hypothèse de Boussinesq admise.
- Un équilibre thermodynamique local a lieu entre le fluide et le milieu poreux.
- Le modèle de Darcy- Brinkman est adopté. Les parois inférieure et supérieure de la cavité sont adiabatiques et imperméables alors que les faces latérales sont maintenues à des conditions de température et de concentration constantes.

A cet effet, une convection double diffusive prend naissance dans la cavité poreuse considéréeLes équations gouvernantes formulées dans les sections qui suivent sont écrites en tenant compte des hypothèses précédentes.

II.3.2 Equations gouvernantes :

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées, le système d'équations différentielles aux dérivées partielles décrivant ce problème est composé de l'équation de continuité, les équations de quantité de mouvement et les équations du transfert de chaleur et de matière dans un milieu poreux. Pour tenir compte de tous les effets, on associe à l'équation de Darcy, les termes de Brinkman et de Forchheimer. Le modèle ainsi formé est

connu sous le nom du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer ou loi de Darcy étendue. Les équations modélisantes à travers un milieu poreux s'écrivent alors sous les formes suivantes (Bejan et Nield 2006).

- **Equation de continuité :**

L'équation de continuité décrit la loi décrit la loi de conservation de la masse.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} = 0 \tag{II-11}$$

- **Equation de la conservation de la quantité de mouvement :**

Cependant, l'équation qui régit le mouvement d'un fluide au sein d'un milieu poreux est basée sur une loi d'origine empirique.

- **Suivant x :**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial u_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial x}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}u_i+\varepsilon^2\mu_{eff_i}\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2}\right)+\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-C_{ref}\right)\right) \tag{II-12}$$

- **Suivant y :**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial v_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial v_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial y}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}v_i+\varepsilon^2\mu_{eff_i}\left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-C_{ref}\right)\right)\rho_f.g. \tag{II-13}$$

- **Equation de concentration :**

La diffusion d'une concentration C dans la matrice poreuse peut être représentée sous la forme suivante à l´aide de la loi de Fick multipliée par la fraction de volume des vides :

$$\left[u_i\frac{\partial C_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial C_i}{\partial y}\right]=D_{eff}\left[\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2}\right] \tag{II.14}$$

L'indice i désigne la couche poreuse, $i=1$correspond à la couche 1 et $i=2$ à la couche fluide 2.

❖ **Equation de l'énergie :**

Pour établir l'équation d'énergie issue du premier théorème de la thermodynamique dans un milieu poreux, on fait recours à quelques simplifications et quelques approximations dans le but d'enlever la complexité et l'hétérogénéité du milieu poreux. Pour cela, on considère un cas simple où le milieu est isotrope et où les effets radiatifs et la dissipation visqueuse sont négligeables. Les pores sont interconnectés pour former un milieu homogène isolé du milieu solide (FigureII.2), comme si nous avons deux milieux adjacents chacun à ses propres propriétés thermodynamiques. On suppose aussi qu'il y a équilibre thermique entre la phase solide et fluide ($T_f=T_s$). Où T_f et T_s représentent respectivement les températures des phases fluide et solide. On admet aussi qu'il n'y a pas de transfert thermique entre les deux phases solide et fluide [14].

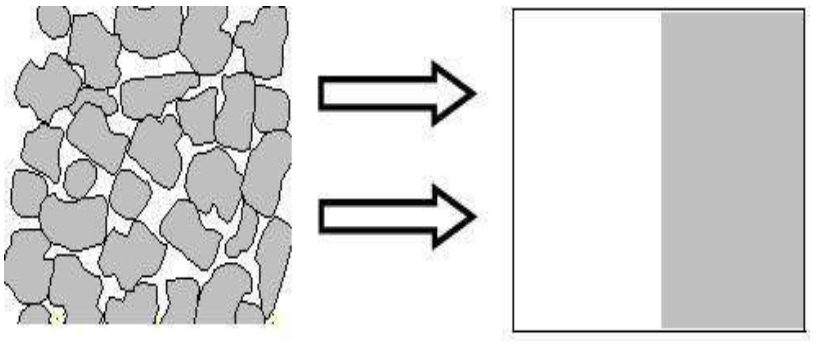


Figure II-2 : l'approche prise dans ce cas de transfert thermique

$$(\rho.cp)_f\left[u_i\frac{\partial T_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial T_i}{\partial y}\right]=k_{eff}\left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2}\right] \qquad \text{(II-15)}$$

II.3.3 Adimensionnement des équations:

En général, l'adimensionnement est une méthode qui peut permettre de réduire le nombre de paramètres influençant les phénomènes physiques et de généraliser les résultats à obtenir.

Afin de ne pas alourdir les équations gouvernantes par l'indice i on a omis l'indice (i). Ainsi en introduisant les grandeurs adimensionnelles suivantes :

L : Longueur de la cavité.

$\Delta T = T_1 - T_2$: Ecart de température de référence entre les parois.

$\Delta C = C_1 - C_2$: Ecart de Concentration de référence entre les parois.

α : Diffusivité thermique.

$$X^* = \frac{x}{L}, \quad Y^* = \frac{y}{L} \quad , \; U^* = \frac{uL}{a} \quad , \quad V^* = \frac{vL}{a} \quad , \quad \theta = \frac{T - T_{ref}}{T_1 - T_2} \quad , \quad S = \frac{C - C_{ref}}{C_1 - C_2} \quad ;$$

$$P^* = p \frac{L^2}{\left(\frac{\rho_f . a^2}{\varepsilon^2} \right)} \qquad \text{Avec:} \qquad T_{ref} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad , \; C_{ref} = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Afin de ne pas trop encombrer l'écriture des équations les exposants (*) relatifs aux variables adimensionnelles seront omis par la suite.

En procédant à une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, celles-ci s'écrivent sous la forme suivante:

L'ensemble des équations gouvernant la conservation de la masse, la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'espèce chimique s'écrivent pour chacune des couches, sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial X} + \frac{\partial V_i}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2} \left[U_i \frac{\partial U_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial U_i}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P_i}{\partial X} - \frac{\Pr}{Da_i} . U_i + Rv \Pr . \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2} \right) \tag{2}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2} \left[U_i \frac{\partial V_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P_i}{\partial Y} - \frac{\Pr}{Da_i} . U_i + Rv \Pr . \left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial Y^2} \right) + Ra \Pr [\theta_i + NS_i] \tag{3}$$

$$U_i \frac{\partial \theta_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial \theta_i}{\partial Y} = Rc . \left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2} \right) \tag{4}$$

$$U_i \frac{\partial S_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial S_i}{\partial Y} = \frac{1}{Le} . \left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2} \right) \tag{5}$$

L'indice i désigne les couches, il prend les valeurs 1 ou 2. Les paramètres apparaissant dans ces équations sont définis dans la nomenclature.

❖ **Conditions initiales et aux limites :**

Les conditions aux limites se traduisent mathématiquement sous forme adimensionnelle par :

Pour Y=0	0≤X≤1	$U_i=V_i=0$	$\left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right\|=0$	$\left.\frac{\partial S_i}{\partial Y}\right\|=0$	(6)
Pour Y=1	0≤X≤1	$U_i=V_i=0$	$\left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right\|=0$	$\left.\frac{\partial S_i}{\partial Y}\right\|=0$	(7)
Pour X= 0	0≤Y≤1	$U_i=V_i=0$	$\theta_i=-0.5$	$S_i=-0.5$	(8)
Pour X= 1	0≤Y≤1	$U_i=V_i=0$	$\theta_i=0.5$	$S_i=0.5$	(9)

A côté des conditions aux limites, on associe aussi les conditions de continuité aux interfaces.

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernante a donnée naissance à un groupement adimensionnel tel que le nombre de Darcy (Da_i) de chaque couche poreuse, le nombre de Rayleigh (Ra) ainsi que le nombre de Prandtl (Pr). Les autres paramètres sont définis dans la nomenclature.

Bien que dans les équations gouvernantes adimensionnées, c'est le nombre de Rayleigh fluide qui est défini, dans la suite on utilisera le nombre de Rayleigh modifié Ra_m (basé sur le nombre Rayleigh fluide Ra et le nombre de Darcy de la première couche poreuse $Ra_m= Ra .Da_1$).

Conclusion :

Une fois les équations régissant le problème physique posé, avec les conditions aux limites associées, sont mises sous leurs formes adimensionnelles, et étant donné leur présentation sous forme d'équations aux dérivées partielles qui ne peuvent prétendre à une résolution analytique directe, nous avons donc opté pour une résolution numérique. Celle-ci permettra de transformer les équations aux dérivées en équations algébriques. Ceci fera l'objet du prochain chapitre.

III.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons établi les équations de base qui régissent les phénomènes d'écoulements et de transferts thermique et solutal,dans une cavité carrée longue de dimensions (LxL) remplie de deux couches verticales avec les conditions limites écrites précédemment.

Ces dernières consistent en un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires et fortement couplées. La résolution d'un tel système, de manière analytique, est extrêmement compliquée voire impossible. Ainsi, dans le présent chapitre, on présente le développement d'une telle solution, basée sur la méthode des volumes finis.Cette méthode classique est due à Patankar [15]. Elle utilise une formulation des équations en variables primitives (vitesse pression).

III.2. Principe de la méthode des volumes finis

III.2.1. Equation différentielle gouvernante

Les phénomènes physiques impliquant l'écoulement d'un fluide, le transfert de chaleur et le transfert de masse, sont gouvernés par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie, des espèces chimiques,... etc. Ces principes sont exprimés par des équations différentielles. Si on note par ϕ la variable dépendante, les équations de conservation possèdent une forme commune, qui est donnée par :

$$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)=\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)+S \qquad \text{(III.1)}$$

Avec:

$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)$: Terme convectif.

$\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)$: Terme de diffusion.

S : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

ϕ : est la variable dépendante généralisée (vitesse, température, Concentration).

III.2.1.1. Equation de continuité

La difficulté majeure dans le calcul du champ de vitesse, réside dans le champ de pression, qui est inconnu. Cependant, ce champ de pression est implicitement spécifié dans l'équation de continuité.

Quand ce champ de pression est substitué dans les équations du mouvement, le champ de vitesse résultant satisfait l'équation de continuité. Le couplage entre le champ de pression et le champ de vitesse est utilisé dans l'élaboration d'une procédure de calcul pour le champ dynamique.

III.2.2. Maillage et volume de contrôle

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes de contrôle. Il existe plusieurs types de maillage, on peut citer le maillage uniforme, le maillage non uniforme et aussi le maillage à zones ; et c'est pour le maillage à zones que nous avons opté dans notre travail avec des pas très petits.

La figure III-1 indique la subdivision d'un domaine en volume de contrôle.

La variable dépendante considérée est calculée en ces points. Les équations algébriques définies en ces nœuds, sont obtenues par intégration des équations de conservation à travers les volumes de contrôle, pour chaque nœud.

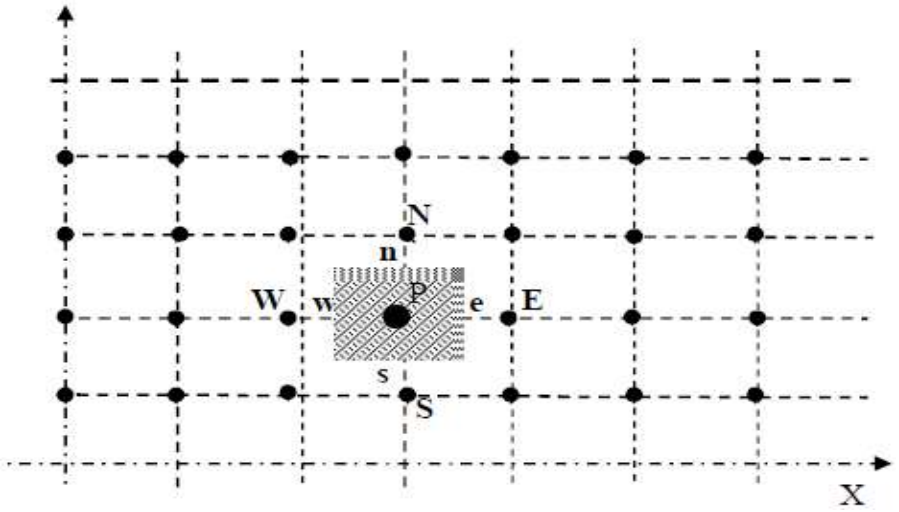


Figure III.1: Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle

III.2.3. Discrétisation des équations de conservation

Pour une situation bidimensionnelle, en régime permanent, l'équation différentielle (III.1) peut s'écrire, en considérant une direction i, sous la forme suivante :

$$\rho . u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S \qquad \text{(III.2)}$$

En combinant les flux convectifs et diffusifs (III.1), le flux total (convection- diffusion) J_i s'écrit alors :

$$\frac{\partial J_i}{\partial x_i} = S \tag{III.3}$$

Avec :

$$J_i = \rho.u_i\phi - \Gamma\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \tag{III.4}$$

Les différents termes des équations de conservation obtenues dans notre cas sont rapportés dans le tableau (III-1).

Tableau III.1 : Définition des différents termes des équations de conservation

Equation	ϕ	Γ	S
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	GR2	$-\frac{\partial P}{\partial X} - GR1U + GR3$
Mouvement/Y	V	GR2	$-\frac{\partial P}{\partial Y} - GR1V + GR4$
Energie	θ	GR5	0
Concentration	S	GR6	0

En intégrant l'équation (III.3) à travers le volume de contrôle représenté dans lafigure (III.2)**,** on obtient:

$$J_W A_W - J_e A_e + J_S A_S - J_n A_n = \overline{S}\Delta V = \overline{S}\Delta X\Delta Y \tag{III.5}$$

Dans l'équation (III.5), les quantités Je, w, n, s représentent les flux totaux sur les faces des volumes de contrôle; S est le terme source, et ΔV le volume. Les $A_{e,w,n,s}$ sont les aires de chaque face du volume de contrôle.

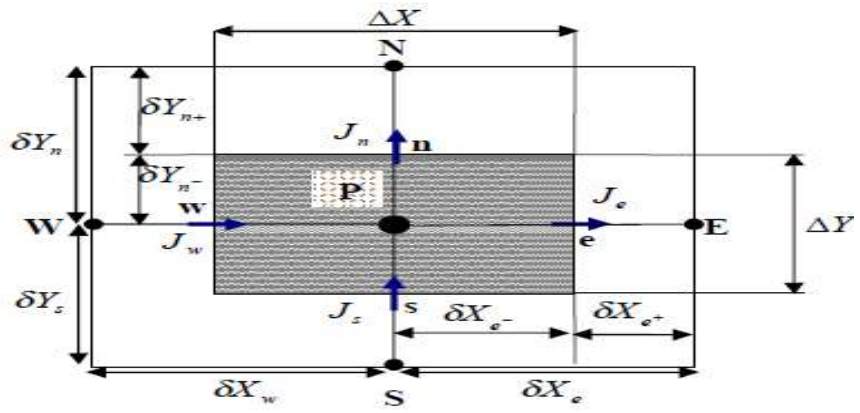


Figure III.2: Volume de contrôle représentatif

Avec :

$$J_e = \int_n^s (J_X)_e \, dY = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_e \Delta Y \qquad \text{(III.6)}$$

$$J_w = \int_n^s (J_X)_w \, dY = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_w \Delta Y \qquad \text{(III.7)}$$

$$J_n = \int_w^e (J_Y)_n \, dY = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_n \Delta X \qquad \text{(III.8)}$$

$$J_s = \int_w^e (J_Y)_S \, dX = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_s \Delta X \qquad \text{(III.9)}$$

III.2.3.1. Flux de diffusion -convection:

Considérons la région entre les points P et E de la figure (III.2) **.**Si un problème unidimensionnel de convection - diffusion est résolu entre les points P et E, un profil exponentiel de ϕ est obtenu comme solution exacte. La solution exponentielle conduit à:

$$J_e = F_e \left(\phi_P + \frac{(\phi_P - \phi_E)}{\exp(P_e) - 1} \right) \qquad \text{(III.10)}$$

Où le nombre de Peclet, P_e est donné par :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \qquad \text{(III.11)}$$

$F_e = \rho U_e A_e$ Est le débit d'écoulement, et D_e la conductance de diffusion.

Le coefficient de diffusion Γ_e est évalué par une moyenne harmonique [15] à travers le volume de contrôle. L'expression de D_e est alors :

$$D_e = A_e\left(\frac{(\delta X_{e^-})}{\Gamma_P} + \frac{(\delta X_{e^+})}{\Gamma_E}\right)^{-1} \quad \text{(III.12)}$$

Les distances δX_{e^-} et δX_{e^+} [14] sont représentées sur la figure (III.2).

III.2.3.2. Simplification de l'expression du flux :

L'équation (III.12) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$J_e = F_e\phi_p + \{D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0]\}(\phi_P - \phi_E) \quad \text{(III.13)}$$

Avec

$$A(|P_e|) = \frac{|P_e|}{(\exp(|P_e|) - 1)} \quad \text{(III.14)}$$

Le calcul des exponentielles est assez long, de plus il n'est pas exact pour les situations bidimensionnelles et tridimensionnelles avec terme source. Pour ces raisons, des approximations pour l'expression du flux ont été utilisées [15].

III.2.3.3. Linéarisation du terme source :

Souvent le terme source S dépend de la variable ϕ. Il est exprimé comme une fonction linéaire de ϕ_P. La méthode de la tangente est recommandée dans la linéarisation du terme source; elle consiste à écrire:

$$\overline{S} = \overset{*}{S} + \left[\frac{dS}{d\phi}\right]^* (\phi_P - \phi_E) \quad \text{(III.15)}$$

la formule de linéarisation peut s'écrire alors:

$$\overline{S} = Sc + S_P\phi_P \quad \text{(III.16)}$$

S_P Est le coefficient de ϕ_P est Sc est la partie de S qui ne dépend pas explicitement de ϕ_P .Le symbole * est utilisé pour noter la valeur de ϕ_P à une itération donnée. Il est souhaitable lors de la linéarisation que SP soit négatif, car un SP positif peut causer une divergence.

Les valeurs des termes sources linéarisés (Sc et S_P) pour les différentes équations sont résumées dans le tableau (III.2).

Tableau III.2 : Expressions des termes sources linéarisées (Sc et Sp) pour les différentes équations.

Equation	ϕ	Sc	Sp
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$-\frac{\partial P}{\partial X}+GR3$	$-\frac{\Pr}{Da_i}$
Mouvement/Y	V	$-\frac{\partial P}{\partial Y}+GR4$	$-\frac{\Pr}{Da_i}$
Energie	θ	0	0
Concentration	S	0	0

III.2.3.4. Equation finale de discrétisation:

L'intégration de l'équation de continuité donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \qquad \text{(III.17)}$$

Où F_e, F_w, F_n et F_s sont les débits volumiques à travers les faces du volume de contrôle.
Multiplions l'équation (III -10) par ϕ_p elle devient :

$$F_e\phi_P - F_w\phi_P + F_n\phi_P - F_s\phi_P = 0 \qquad \text{(III.18)}$$

D'autre part, la linéarisation du terme source donne :

$$\overline{S} = Sc + S_P\phi_P \qquad \text{(III.19)}$$

La combinaison entre les équations (III-5) et (III-11) donne :

$$\left(J_e - F_e\phi_P\right) - \left(J_w - F_w\phi_P\right) + \left(J_n - F_n\phi_P\right) - \left(J_s - F_s\phi_P\right) = \left(Sc + S_P\phi_P\right)\Delta X\Delta Y \qquad \text{(III.20)}$$

Sachant que :

$$J_e - F_e\phi_P = \phi_E\left(\phi_P - \phi_E\right) \qquad \text{(III.20a)}$$

$$J_w - F_w\phi_P = \phi_W\left(\phi_W - \phi_P\right) \qquad \text{(III.20b)}$$

$$J_n - F_n\phi_P = \phi_N\left(\phi_P - \phi_N\right) \qquad \text{(III.20c)}$$

$$J_S - F_s\phi_P = \phi_S\left(\phi_S - \phi_E\right) \qquad \text{(III.20d)}$$

On obtient l'équation discrétisée:

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + b \quad \text{(III.21)}$$

Avec:

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \quad \text{(III.21a)}$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [-F_w, 0] \quad \text{(III.21b)}$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + [-F_s, 0] \quad \text{(III.21c)}$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0] \quad \text{(III.21d)}$$

$$b = Sc\Delta X\Delta Y \quad \text{(III.21e)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P\Delta X\Delta Y$$

Le symbole [a ; b] représente le maximum entre a et b et $A(|P_i|)$ la fonction d'interpolation qui diffère d'un schéma à un autre.

Avec :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta X_e}\Delta Y \quad , F_e = U_e\Delta Y \quad , \; P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta X_w}\Delta Y \quad , F_w = U_w\Delta Y \quad , \; P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad \text{(III.22)}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta Y_n}\Delta X \quad , F_n = V_n\Delta X \quad , \; P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta Y_s}\Delta X \quad , F_s = V_s\Delta X \quad , \; P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

D_i, F_i et P_i représentent respectivement la diffusion, le débit volumique et le rapport du transfert par convection au transfert par diffusion.

L'équation (III.14) peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_P\phi_P = \sum a_{nb}\phi_{nb} + b \quad \text{(III.23)}$$

L'indice nb note les nœuds voisins de P, et la sommation est faite à travers tous les noeuds voisins (e, w, n, s).

III.2.3.5.Méthode de résolution des équations algébriques :

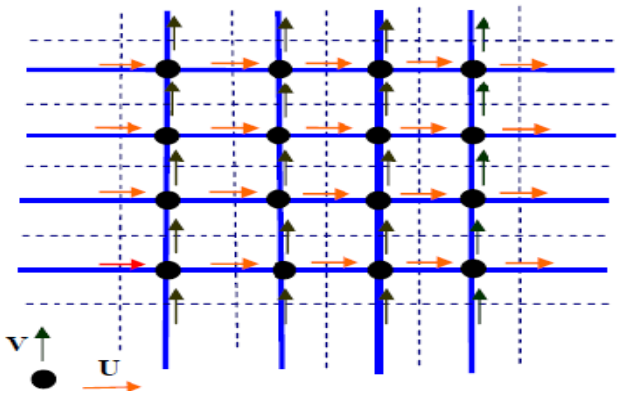
La méthode de résolution adoptée dans la présente étudeest la technique ligne par ligne ; qui combine entre une méthode directe (algorithme de Thomas) et une méthode itérative (Gauss Seidel) [15-16], est utilisée pour la résolution des équations algébriques. Elle consiste à appliquer l'algorithme de Thomas pour trouver les valeurs de S pour une direction et une position données. Les valeurs de ϕ des nœuds des positions avoisinantes sont estimées lorsque toutes les positions seront considérées, une itération est accomplie par la technique ligne par ligne. Le processus peut être répété en choisissant les positions dans l'autre direction.

III.2.4. Considérations pour le champ dynamique

L'analyse des équations gouvernantes pour les composantes de vitesse u_i révèle que ces dernières ne peuvent être obtenues directement par la résolution des équations du mouvement. En effet, ces équations contiennent le gradient de pression $-\frac{\partial P}{\partial x_i}$ qui est un terme source important, lequel n'est pas exprimé en terme de u_i ou d'autresvariables. Cependant, la pression est indirectement spécifiée à travers l'équation de continuité. Une autre difficulté surgit aussi pour les équations du mouvement et de continuité. Si les vitesses et les pressions sont calculées aux même nœuds, plusieurs champs physiques irréels peuvent être considérés comme solutions. L'un des remèdes pour cet inconvénient est le maillage décalé proposé par Patankar.

III.2.4.1.Notion de maillage décalé:

La figure (III.3) montre une partie d'un maillage adapté au cas bidimensionnel. Dans le maillage décalé, les composantes de vitesse sont portées sur les faces des volumes de contrôle. Toutes les autres variables ϕ, y compris la pression, sont calculées aux nœuds principaux.



FigureIII.3:Représentation d'un maillage décalé.

III.2.5. Discrétisation des équations dynamiques

III.2.5.1. Equations du mouvement:

Les volumes de contrôle correspondant à U et V sont mentionnés dans la figure (III.4) l'équation du mouvement discrétisée au nœud (e) s'écrit alors:

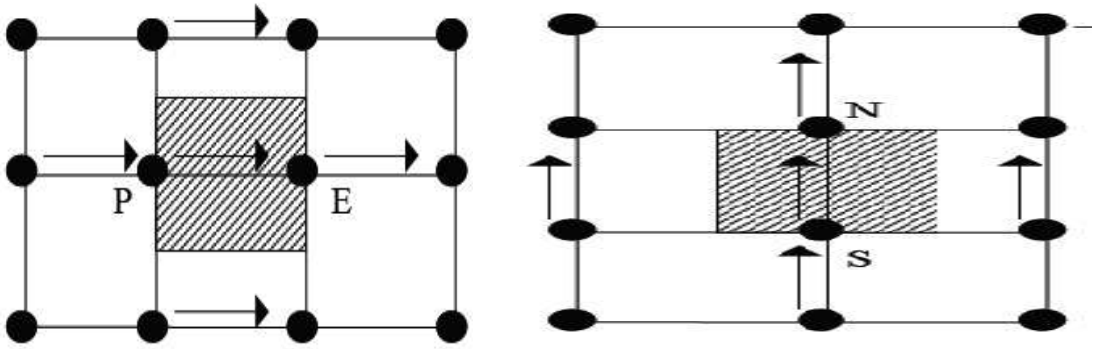


Figure III.4: Volume de contrôle pour U et V.

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement suivant les directions X et Y donne :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \qquad \text{(III.24)}$$

$$a_n V_n = \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_P - P_n) A_n$$

A_e , A_n représentent les surfaces sur les quelles agissent les forces de pression.

$(P_P - P_E)A_e$, $(P_P - P_E)A_n$: Sont les forces de pression agissant sur les deux faces verticale et horizontale.

La résolution nécessite la connaissance de la pression.

Le champ de vitesse obtenu ne satisfera l'équation de continuité que si la pression est correcte.

Au choix initial $P*$ correspond la solution $U*, V*$

$$\left.\begin{aligned} a_e U_e^* &= \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*)A_e \\ a_n V_n^* &= \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_P^* - P_N^*)A_n \end{aligned}\right\} \quad \text{(III.25)}$$

III.2.5.2.Correction des vitesses et pression

L'objectif est de corriger la pression estimée P^* telle que la vitesse obtenue U^*, V^* s'approchera progressivement de la valeur qui satisfera l'équation de continuité.

Soit P la pression exacte :

$$\left.\begin{aligned} P &= P^* + P' \\ U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned}\right\} \quad \text{(III.26)}$$

P': Correction de pression et U', V' : correction des vitesses.

Nous avons:

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E)A_e \quad \text{(III.27)}$$

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*)A_e \quad \text{(III.28)}$$

Faisons la soustraction entre ces deux équations :

$$a_e U_e' = \sum a_{nb} U_{nb}' + (P_P' - P_E')A_e \quad \text{(III.29)}$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduites par Patankar est de supposer que le terme $\sum a_{nb} U_{nb}'_e$ est négligeable.

$$a_e U_e' = (P_P' - P_E')A_e \quad \text{(III.30)}$$

Où : encore $U_e' = (P_P' - P_E')d_e$ (III.31)

L'équation (III.26) représente la formule de correction de vitesse, avec $d_e = \frac{A_e}{a_e}$

Donc : $U_e = U_e^* + (P_P' - P_E')d_e$ (III.32)

De la même manière $V_e = V_e^* + (P_P' - P_N')d_n$ (III.33)

Avec : $d_n = \frac{A_n}{a_n}$

III.2.5.3.Equation de correction de pression

Le problème maintenant est comment trouver la correction de pression P' ?

L'équation de continuité est donnée par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \text{(III.34)}$$

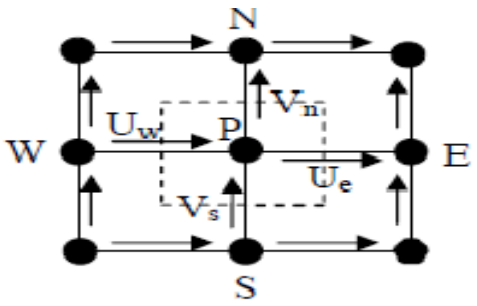


Figure III.5: Volume contrôle lié à P

Intégration sur un volume de contrôle autour de P donne :

$$(U_e - U_w)\Delta Y + (V_n - V_s)\Delta X = 0 \quad \text{(III.35)}$$

Substitution des vitesses par $U = U^* + U'$, $V = V^* + V'$

D'où :

$$a_P P_P' = a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b \quad \text{(III.36)}$$

$$a_E = d_e \Delta Y \quad \text{(III.36a)}$$

$$a_W = d_w \Delta Y \quad \text{(III.36b)}$$

$$a_N = d_n \Delta X \quad \text{(III.36c)}$$

$$a_S = d_s \Delta X \quad \text{(III.36d)}$$

$$b = (U_w^* - U_e^*)\Delta Y + (V_s^* - V_n^*)\Delta X \quad \text{(III.36f)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{(III.36e)}$$

Le terme b devrait tendre vers zéro à la convergence.

III.3.Algorithme SIMPLER

(SIMPLER : Semi **I**mplicit**M**ethod for **P**ressure **L**inked equation **R**evised**)**, l'algorithme est développé pour permettre d'améliorer la vitesse de convergence.

- **Equation de pression**

Equation du mouvement :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad \text{(III.37)}$$

Où

$$U_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right) + (P_P - P_E) d_e \quad \text{(III.38)}$$

On définit $\hat{U}_e$ pseudo vitesse comme :

$$\hat{U}_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right)_e \quad \text{(III.39)}$$

Donc : $U_e = \hat{U}_e + (P_P + P_E) d_e$ (III.40)

D'une manière similaire:

$$V_e = \hat{V}_e + (P_P - P_N) d_n \quad \text{(IV.41)}$$

- **L'équation de continuité :**

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle donne lieu à :

$$(U_e - U_w)\Delta Y + (V_n - V_s)\Delta X = 0 \quad \text{(III.42)}$$

Substitutions U_i et V_i par $\hat{U}_i + (P_P - P_E) d_i$ et $\hat{V}_i + (P_P - P_N) d_i$ tel que i représente e, w, n, et s. D'où l'équation de pression :

$$a_P P_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + a_N P_N + b \quad \text{(IV.43)}$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta Y \quad \text{(III.43a)}$$

$$a_W = d_w \Delta Y \quad \text{(III.43b)}$$

$$a_N = d_n \Delta X \quad \text{(III.43c)}$$

$$a_S = d_s \Delta X \quad \text{(III.43d)}$$

$$b = \left(\hat{U}_w - \hat{U}_e\right)\Delta Y + \left(\hat{V}_s - \hat{V}_n\right)\Delta X \quad \text{(III.43e)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{(III.43f)}$$

Remarque :

Aucun terme n'a été négligé pour aboutir à l'équation de pression.

Dans le cas de la convection naturelle, le champ dynamique est couplé avec le champ thermique. Les différentes étapes de l'algorithme Simpler, dans ce cas, sont les suivants :

1- Choix initial des vitesses U^* ,V^* et de température θ^* de soluté S^* .

2- Calculer les coefficients des équations du mouvement et obtenir les pseudos vitesses

$$\hat{U}_e = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e}$$

3- Calculer les coefficients dans les équations de pression et résoudre celles-ci pour obtenir P.

4- Utiliser cette pression comme choix initial P^* et résoudre les équations du mouvement pour obtenir U^*, V^*.

5-Calculer le terme b et résoudre l'équation de correction de pression pour obtenir P'.

6- Corriger les vitesses $U_i = U_i^* + \left(P_P' - P_i'\right)$mais non pas la pression.

7-Résoudre les équations d'énergie et solutale pour obtenirθ, S.

8- Prendre ces valeurs comme nouveau choix initial et retourner à l'étape 2.

9- Répéter le processus jusqu'à convergence.

III.4 Technique de sous-relaxation

Les coefficients de sous relaxation sont utilisés dans les équations algébriques pour éviter la divergence du système fortement non linéaire.

Elle consiste à diminuer la variation de la grandeur physique ϕ d'une itération à une autre par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation α_ϕ .

Toutes les équations de conservation sont écrites après discrétisation sous la forme générale suivante :

$$a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad \text{(III.44)}$$

Si nous notons ϕ_P^* la valeur de ϕ_P à l'itération précédente, il est possible d'écrire :

$$\phi_P = \phi_P^* + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b}{a_P} \right] - \phi_P^* \qquad \text{(III.45)}$$

Le terme entre parenthèses de cette équation représente le changement survenu à ϕ_P pendant une itération. Cette variation peut être alors amortie par l'introduction d'un Facteur de sous relaxation α_ϕ de la manière suivante :

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b}{a_P} \right] - \phi_P^* \qquad \text{(III.46)}$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus ils sont faibles, plus la sous relaxation est forte et la convergence lente. Mais plus ils sont élevés, plus la sous relaxation est faible avec des risques d'instabilités et divergence du processus itératif.

Il n'existe pas de règles pour choisir les coefficients de sous relaxation, cela peut dépendre de la nature du problème, du nombre et de la taille des volumes de contrôle ainsi que de la procédure itérative choisie. Il faut cependant savoir que le choix de ces facteurs est essentiel pour aboutir à la convergence du processus itératif.

III.5 Critère de convergence

On dit qu'un processus itératif atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif sur les variables dépendantes ϕ. Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé critère de convergence qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul.

Un critère de convergence est imposé en terme d'erreur relative pour les variables U, V, P, et θ . Et qui décrit pour chaque variable :

$\max\left|\frac{\phi-\phi^*}{\phi^*}\right| \le 10^{-4}$, ainsi que pour le terme b, avec $|b| \le 10^{-5}$

III.6 Schémas d'interpolation

Dans les coefficients de l'équation algébrique (III-15), nous avons rencontré le terme $A(|P_i|)$qui représente la fonction d'interpolation utilisée pour l'évaluation de la variable dépendante ϕ à une interface du volume de contrôle.

$A(|P|)$Prendra une fonction selon le schéma choisi et qui est récapitulée dans le tableau III-3.

Tableau III.3 : Les expressions de $A|P|$ selon le schéma d'interpolation.

Schéma	$A\|P\|$
Centré	1-0.5$\|P\|$
Upwind	1
Hybride	$[0,(1-0.5\|P\|)]$
Power-Law	$[0,(1-0.5\|P\|)^5]$
Exponentiel	$\frac{P}{\exp\|P\|-1}$

Limitations :

- ☒ **Le schéma centré :** il est limité aux problèmes à faible nombre de Peclet, $|P| \leq 2$
- ☒ **Le schéma Upwind :**

- non approprié pour le faibles nombre de $|P|$
- Pour les grandes valeurs de $|P|$**,** la diffusion est surestimée (normalement $\frac{d\phi}{dX} \to 0$).

- ☒ **Schéma hybride :** Le schéma hybride est une combinaison de deux schémas précédents, il se réduit à l'approximation centrée lorsque $|P| < 2$, et devient identique au schéma Upwind lorsque $|P| > 2$. L'erreur maximale est pour $|P| \approx 2$
- ☒ **Schéma Power-law** : Ce schéma est recommandé pour les problèmes de convection-diffusion, il s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte.Dans notre cas, nous avons utilisé le schéma Power-law.

III.7 Application de la méthode des volumes finis à notre problème

On rappelle les équations qui régissent le mouvement:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad \text{(III.47)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P}{\partial X} - GR1.U + GR2.\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) + GR3 \qquad \text{(III.48)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P}{\partial Y} - GR1.U + GR2.\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + GR4 \qquad \text{(III.49)}$$

$$U\frac{\partial\theta}{\partial X}+V\frac{\partial\theta}{\partial Y}=GR5.\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right) \quad \text{(III.50)}$$

$$U\frac{\partial S}{\partial X}+V\frac{\partial S}{\partial Y}=GR6.\left(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial Y^2}\right) \quad \text{(III.51)}$$

III.7.1 Discrétisation des équations du mouvement :

III.7.1.1. Equation du mouvement en X :

Comme on l'a déjà signalé, l'équation du mouvement dans la direction X sera intégrée dans le volume de contrôle décalé vers la droite, figure (III.6). D'après cette figure, on peut noter que les nœuds w', P' et e' correspondent respectivement aux noeuds P, e et E. L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction X à travers le volume de contrôle de la figure (III.6) et après arrangement donne:

$$a_{P'}U_{P'}=a_{E'}U_{E'}+a_{W''}U_{W'}+a_{N'}U_{N'}+a_{S'}U_{S'}+(P_P-P_E)\Delta Y'+b' \quad \text{(III.52)}$$

Les coefficients a_i sont définis dans les équations (IV.14), alors que les expressions des conductances diffusives et les débits volumiques sont donnés par :

$$\left.\begin{aligned} D_{e'}&=\left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{e'}\Delta Y'\quad F_{e'}=U_{e'}\Delta Y'\\ D_{w'}&=\left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{w'}\Delta Y'\quad F_{w'}=U_{w'}\Delta Y'\\ D_{n'}&=\left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{n'}\Delta X'\quad F_{n'}=V_{n'}\Delta X'\\ D_{s'}&=\left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{s'}\Delta X'\quad F_{s'}=V_{s'}\Delta X'\end{aligned}\right\} \quad \text{(III.53)}$$

Avec $\Gamma=R_v\,\mathrm{Pr}$, $b'=Sc\Delta X'\Delta Y'$ et les valeurs de Sc et Sp sont données dans le tableau (III.2)

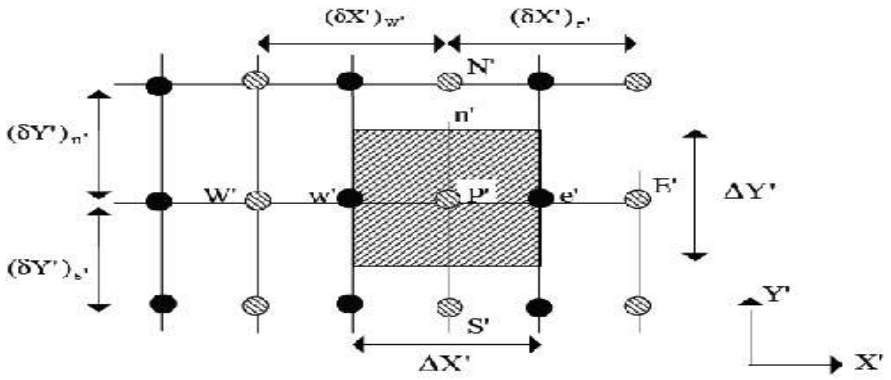


Figure III.6 : Schéma du volume de contrôle pour U

III.7.1.2. Equation du mouvement en Y :

L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction Yest faite dans le volume de contrôle décalé vers le haut, figure (III.7), et les nouveaux nœuds seront désignés par P", E", W" et N" et les interfaces par e,"w", n" et s". D'après cette figure, on peut noter que les nœuds s", P", et n" correspondent respectivement aux nœuds P, n et N.

En utilisant les mêmes démarches d'intégration qu'en X, la discrétisation de l'équation du mouvement dans la direction Y est obtenue comme suit:

$$a_{P''}U_{P''} = a_{E''}U_{E''} + a_{W''}U_{W''} + a_{N''}U_{N''} + a_{S''}U_{S''} + \left(P_P - P_N\right)\Delta Y'' + b'' \qquad \text{(III.54)}$$

Où les coefficients a_i " sont définis dans les équations (IV.14), et les expressions des flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme :

$$\left.\begin{aligned} D_{e''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{e''} \Delta Y'' \quad F_{e''} = U_{e''}\Delta Y'' \\ D_{w''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{w''} \Delta Y'' \quad F_{w''} = U_{w''}\Delta Y'' \\ D_{n''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{n''} \Delta X'' \quad F_{n''} = V_{n''}\Delta X'' \\ D_{s''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{s''} \Delta X'' \quad F_{s''} = V_{s''}\Delta X'' \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.55)}$$

Avec $\Gamma = R_v \,\mathrm{Pr}$, et le terme source est donné par :

$$b'' = Sc\Delta X''\Delta Y'' \qquad \text{(III.56)}$$

La valeur de $\theta_{P''}$ et $S_{P''}$ aux interfaces sera calculée de la manière suivante :

$$\left.\begin{aligned}\theta_{P''} &= fe\,\theta_P + (1-fe)\theta_N \\ S_{P''} &= feS_P + (1-fe)S_N\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.57)}$$

Et fe est un facteur d'interpolation définispar :

$$fe = \frac{(\delta X'')_{n''}}{2(\Delta Y'')} \qquad \text{(III.58)}$$

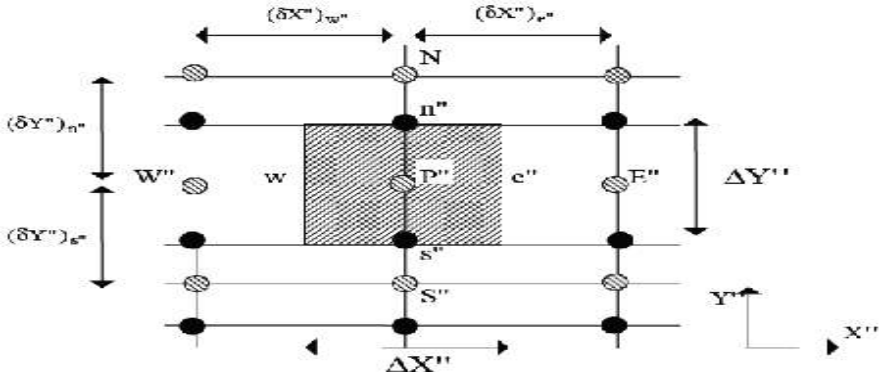


Figure III.7 : Schéma du volume de contrôle pour V

III.7.2. Equation de correction de pression :

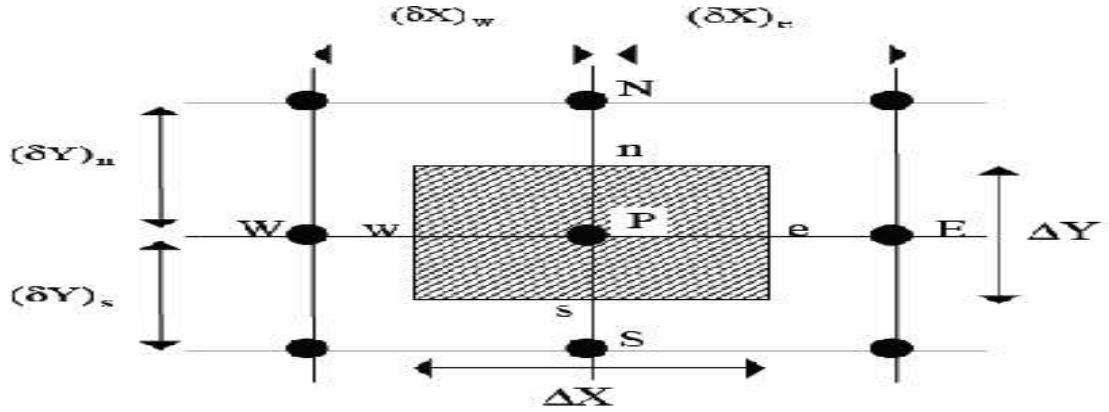


Figure III.8 : Schéma du volume de contrôle pour P

L'intégration de l'équation de continuité pour le volume de contrôle de la figure (III.8) donne:

$$\int_s^n\int_w^e \frac{\partial U}{\partial X}dXdY + \int_s^n\int_w^e \frac{\partial V}{\partial Y}dXdY = 0 \qquad \text{(III.60)}$$

Soit après intégration et simplification, et en utilisant les mêmes démarches que celles faites dans c), l'équation précédente prend la forme:

$$a_P P'_P = a_E P'_P + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b_{P'} \quad \text{(III.61)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{(III.62)}$$

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_W &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_n \Delta X \\ a_S &= d_S \Delta Y \end{aligned}\right\} \quad \text{(III.63)}$$

Avec:

$$\left.\begin{aligned} d_e &= \frac{A_e}{a_e} = \frac{\Delta Y}{a_e} \\ d_w &= \frac{A_w}{a_w} = \frac{\Delta Y}{a_w} \\ d_n &= \frac{A_n}{a_n} = \frac{\Delta X}{a_n} \\ d_s &= \frac{A_s}{a_s} = \frac{\Delta X}{a_s} \end{aligned}\right\} \quad \text{(III.64)}$$

Avec

$$b_{P'} = \left(U_w^* - U_e^*\right)\Delta Y + \left(V_s^* - V_n^*\right)\Delta X \quad \text{(III.65)}$$

L'indice (*) désigne la valeur des variables de l'itération précédente.

On fait le même raisonnement pour obtenir le champ de pression, on obtient alors :

$$a_P P_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + a_N P_N + b_P \quad \text{(III.66)}$$

Avec :

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_W &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_n \Delta X \\ a_S &= d_s \Delta X \end{aligned}\right\} \quad \text{(III.67)}$$

Avec :

$$b_P = \left(\hat{U}_w - \hat{U}_e\right)\Delta Y + \left(\hat{V}_s - \hat{V}_n\right)\Delta X \quad \text{(III.68)}$$

Avec :

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{(III.69)}$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{U}_{P'} &= \frac{\sum_{nb'} a_{nb'} U_{nb'}}{a_{P'}} \\ \hat{V}_{P''} &= \frac{\sum_{ab''} a_{nb''} V_{nb''}}{a_{p''}}\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.70)}$$

III.7.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie

L'intégration de l'équation de l'énergie est faite dans le volume de contrôle correspondant aux noeuds principaux, figure (III.8).

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial \theta}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial \theta}{\partial Y} dXdY = R_k \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) dXdY \qquad \text{(III.71)}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_P \theta_P = a_W \theta_W + a_E \theta_E + a_S \theta_S + a_N \theta_N \qquad \text{(III.72)}$$

Où les coefficients a_i sont définis dans les équations (III.14), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme :

$$\left.\begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_e \Delta Y \quad F_{e'} = U_{e'} \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_w \Delta Y \quad F_w = U_w \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X \quad F_n = V_n \Delta X \\ D_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_s \Delta X \quad F_s = V_s \Delta X \\ \Gamma &= R_k \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.73)}$$

III.7.4. Discrétisation de l'équation du soluté

L'intégration de l'équation du soluté est faite dans le volumede contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure (III.8).

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial S}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial S}{\partial Y} dXdY = \frac{1}{Le} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) dXdY \qquad \text{(III.74)}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_P S_P = a_W S_W + a_E S_E + a_S S_S + a_N S_N \qquad \text{(III.75)}$$

Où les coefficients a_i sont définis dans les équations (IVIII.14), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme :

$$\left.\begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_e \Delta Y \quad F_{e'} = U_{e'} \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_w \Delta Y \quad F_w = U_w \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X \quad F_n = V_n \Delta X \\ D_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_s \Delta X \quad F_s = V_s \Delta X \\ \Gamma &= \frac{1}{Le} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.76)}$$

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons exposé la procédure numérique choisie afin de calculer les transferts couplés de chaleur et de soluté dans la cavité. Pour cela, on exploite la méthode de volume finis, avec un schéma en loi de puissance (Power Law). L'algorithme SIMPLER est adopté pour résoudre le système d'équations algébriques et traiter le couplage pression-vitesse. Dans le prochain chapitre nous présentons la validation du code de calcul ainsi que les résultats obtenus avec leurs descriptions et leurs discussions.

Résultats et Discussions

L'ensemble des équations aux dérivées partielles gouvernant la situation physique, est traduit en équations algébriques par utilisation de la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER a été adopté pour la séquence des étapes de résolution. Le schéma en loi de puissance a été retenu pour l'évaluation des termes convectifs. Le système d'équations algébriques est résolu itérativement par l'algorithme de Thomas. Un maillage décalé non uniforme, de 82×82 nœuds, a été retenu. Un critère de convergence est imposé en terme d'erreur relative pour les variables U, V, P et θet en terme de résidu de masse. Les calculs sont stoppés pour une erreur relative inférieure à 10^{-4} et un résidu de mase inférieur à 10^{-5}.

IV.1 Sensibilité du code de calcul au maillage et Validation

Pour trouver le nombre de nœuds adéquat, nous avions effectué plusieurs exécutions pour les modèles horizontal et Vertical. Un maillage de (82×82)nœuds donne un bon compromis entre le temps d'exécutionet la précision des résultats. Un exemple de calcul est présenté dans les tableauxIV.1.

Tableau IV.1 sensibilité du code de calcul au maillage pour Ra_m=100, $Da_1=10^{-4}$, Pr=0.71, N=1, Le=10, R_K=0.1.

maillage	22×22	42×42	62×62	82×82	122×122
Nu	1.916	1.927	1.924	1.921	1.917
%erreur	-	0.574	0.156	0.156	0.208
Sh	11.493	12.376	12.536	12.566	12.542
%erreur	-	7.683	1.293	0.240	0.191

Le code de calcul est Validé par rapport à plusieurscas limites de la littérature [17-27], Une très bonne concordance est à noter. Les résultats comparatifs sont résumés dans le tableau IV.2, IV.3IV4. En termes des Valeurs du nombre de Nusselt et Sherwood moyens.

Tableau IV.2. Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood moyens pour Pr = 0.71, N= 0, Da=10^{-7}, $R_K = 1$ et ε =0.5

	Le	10				
	Ra_m	1×10^2	2×10^2	4×10^2	1×10^3	2×10^3
Bennacer*et al.* (2002)[17].	*Nu*	3.11	4.96	7.77	13.48	19.89
	Sh	13.24	19.83	29.36	48.20	69.08
Trevisan and Bejan1985) [18].	*Nu*	3.27	5.61	9.69	-	-
	Sh	15.61	23.23	30.73	-	-
Goyeau*et al.*(1996)[19].	*Nu*	3.11	4.96	7.77	13.47	19.90
	Sh	13.25	19.86	28.41	48.32	69.29
S. Akbal, F. Bayta¸(2008) [20]	*Nu*	3.05	4.85	7.59	13.16	19.48
	Sh	12.93	19.42	28.9	48.21	70.45
Notre code	*Nu*	3.10	4.94	7.67	12.85	19.71
	Sh	13.25	19.25	26.06	34.69	61.01

Tableau IV.3. Comparaison du nombre de Nusselt etSherwoodpour $Pr = 0.71, Ra = 10^5$

	Le	0.84	1.05	
	Da	10^{-6}	10^{-5}	10^{-6}
Singh *et al.* (1999) [21].	*Nu*	4.096	4.113	3.997
	Sh	3.710	3.725	4.126
Baytas*et al* (2009) [22].	*Nu*	4.42	4.50	4.39
	Sh	4.0	4.01	4.44
Notre code	*Nu*	4.41	4.42	4.29
	Sh	4.02	4.03	4.38

TableauIV.4 : Comparaison du nombre de Nusseltpour $Pr = 0.71$ et $N = 0$.

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
Fusegi*et al*. (1991)[23]	1.08	2.10	4.36	8.77
Ha and Jung (2000) [24]	1.07	2.07	4.46	-----
Tric *et al*. (2000)[25]	1.07	2.05	4.34	8.64
Frederick and Moraga (2007) [26]	1.07	2.06	4.35	8.74
Kuznetsov and Sheremet (2011) [27]	---	2.07	4.45	9.43
Notre code	1.07	2.06	4.37	8.81

Dans toutes les simulations de cette étude, nous considérons une mélange binaire gazeuux saturant les deux couches poreuses (Pr=0.7). La porosité, le rapport des conductivités

thermiques des deux couches poreuses, le nombre de Lewis et le rapport des forces de volume sont respectivement fixés à 0.8, 1, 10 et 1. Les autres paramètres varient dans la plage suivante :

- Le rapport de perméabilité R_K de 10^{-4} à 10^4,
- le nombre de Rayleigh modifié Ra_m de 1 à 10^3.

IV.2 Lignes de courant-isothermes –isoconcentrations

Les structures d'écoulement, des isothermes et des isoconcentrations sont présentées dans les figures IV.1 a IV.3.

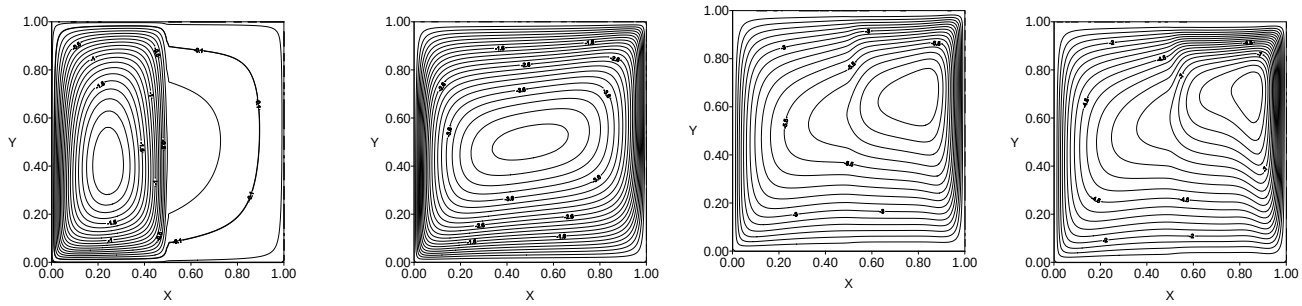
Pour une situation présentant une faible valeur de R_K, une résistance significative à l'écoulement dans la deuxième couche est à noter. Ce comportement est dû à la faible perméabilité de la deuxième couche poreuse. A cet effet, la circulation du fluide dans la couche 1 est plus favorable et la convection thermosolutale est plus prononcée dans cette première couche. En effet, les isothermes et les isoconcentrations sont déformées et un gradient de température et de concentration intensif prend place dans la première couche. Dans la seconde couche, les isothermes et les isoconcentrations sont parallèles aux parois verticales, indiquant que les transferts tendent vers une situation diffusive.

Pour une valeur de R_K égale à 1, les lignes de courant sont de forme elliptique prolongée et une cellule rotative remplit entièrement la cavité. La couche limite hydrodynamique prend place sur les parois verticales. Les isothermes sont déformées et prennent place sur toute la cavité, la couche limite thermique tend à se former, localisée respectivement sur les parties basses et hautes des parois verticales gauche et droite. Une couche limite solutale prend place sur les parois verticales car le nombre de Lewis est élevé (Le=10). En effet, un resserrement des isoconcentrations sur les parois verticales de la cavité est notable.

En passant à un R_K égal à 10, la structure des isolignes est très affectée. En effet, la convection thermosolutale est bien prononcée dans les deux couches. La perméabilité de la couche 2 est très favorable aux transferts thermique et massique ; les couches thermiques et solutales prennent place sur les les parois verticales de la cavité.

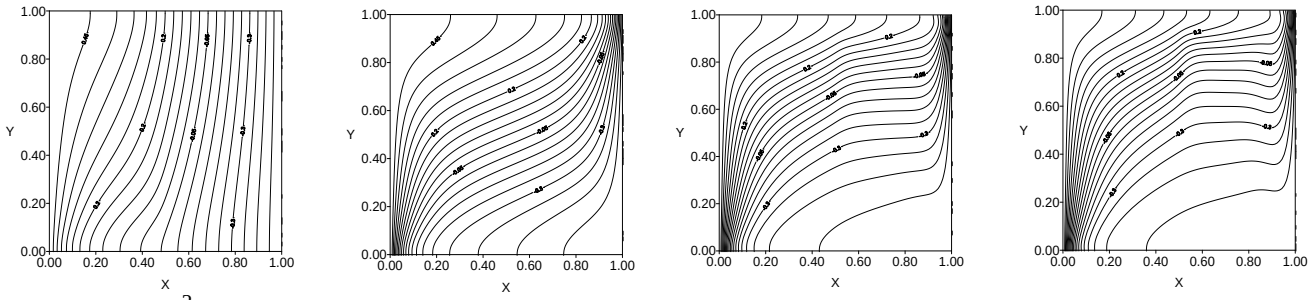
Pour des valeurs de R_K plus élevées, telle que $R_K= 10^2$, on note la non dépendance des structures d'écoulement, des isothermes et des isoconcentrations avec le rapport de perméabilité R_K.

En effet, les structures restent les mêmes. Par ailleurs, ce comportement induit des transferts asymptotiques.



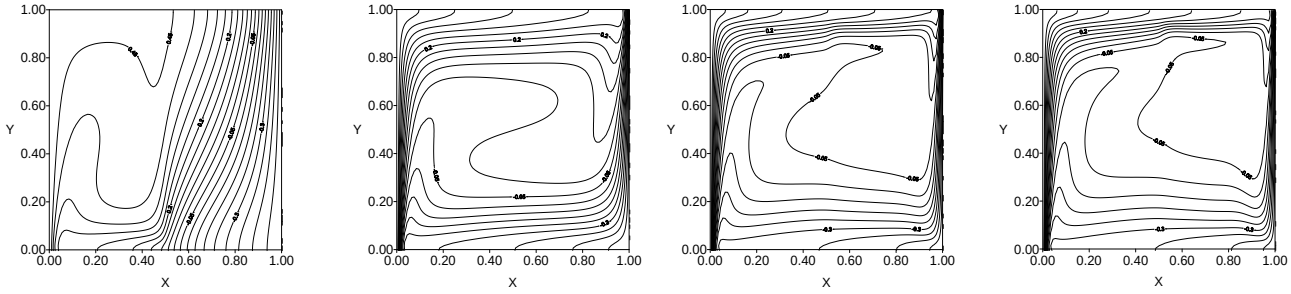
$R_K=10^{-2}$ $R_K=1$ $R_K=10$ $R_K=100$

Figure IV.1 : Représentation des lignes de courant pour $Ra_m=10^2$



$R_K=10^{-2}$ $R_K=1$ $R_K=10$ $R_K=100$

Figure IV.2 : Représentation des isothermes pour $Ra_m=10^2$



$R_K=10^{-2}$ $R_K=1$ $R_K=10$ $R_K=100$

Figure IV.3 : Représentation des isoconcentrations pour $Ra_m=10^2$

IV.3 Transferts thermique et massique dans la cavité

L'évolution des transferts thermique et massique de l'ensemble de la cavité poreuse en fonction du rapport des perméabilités R_K est présentée dans les figures 5 et 6 respectivement. Les effets de R_K sur les transferts est notable. Pour les faibles valeurs de R_K (R_K<1), les transferts sont principalement diffusifs. Ce comportement est dû à la résistance qu'oppose notamment la couche 2 qui présente une faible perméabilité. L'écoulement convectif est alors de moins en moins prononcé avec la décroissance de R_K ce qui induit un régime conductif sur l'ensemble de la cavité.

Pour des valeurs de R_K supérieures à 10, les transferts s'intensifient et tendent vers des valeurs limites maximales constantes et indépendantes de R_K. Ces valeurs correspondent à un écoulement en couche limite.

La variation de la perméabilité met donc en évidence trois régimes de transferts, un écoulement diffusif pur pour les faibles valeurs de R_K, un écoulement qui s'intensifie de plus en plus avec l'accroissement de R_K (pour R_K modéré) et un régime complètement couche limite indépendant de R_K.

La transition entre les deux régimes convectifs se fait pour une valeur de raccordement notée R_K^{Cr}. Cette valeurcritique est d'autant plus élevée que Ra_m est faible. Nous constatons qu'à R_K donnée, le transfert de matière est plus élevé que le transfert de chaleur. En effet, vu que le nombre de Lewis (Le) est égal à 10, la couche limite solutale est plus fine que la couche limite thermique. Ceci est aussi à l'origine de l'obtention d'un transfert de masse diffusif pour des valeurs de R_K plus faibles que dans le cas du transfert de chaleur.

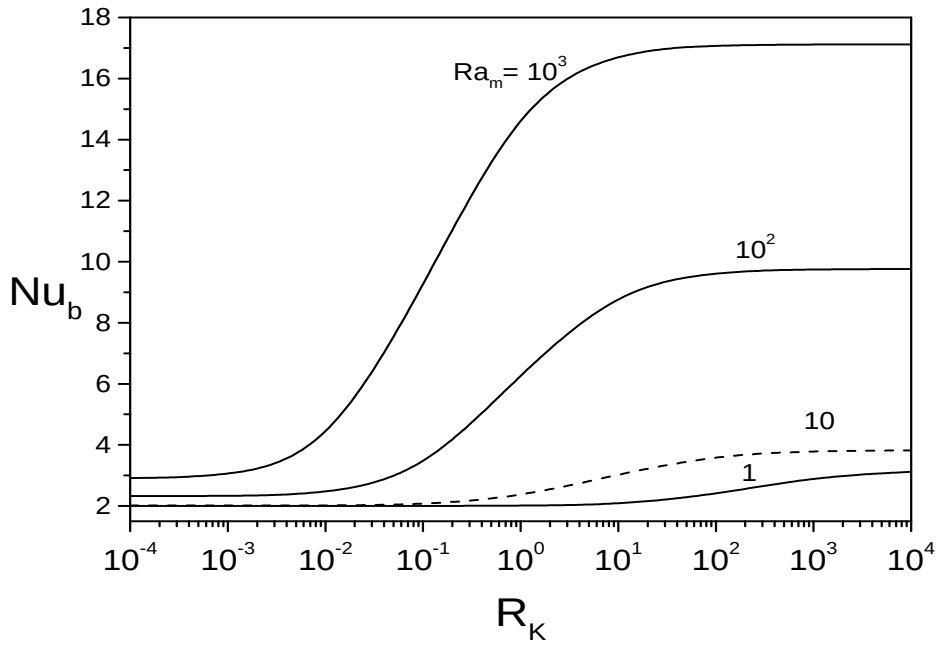


Figure IV.4 : variation du nombre de Nusselt moyen

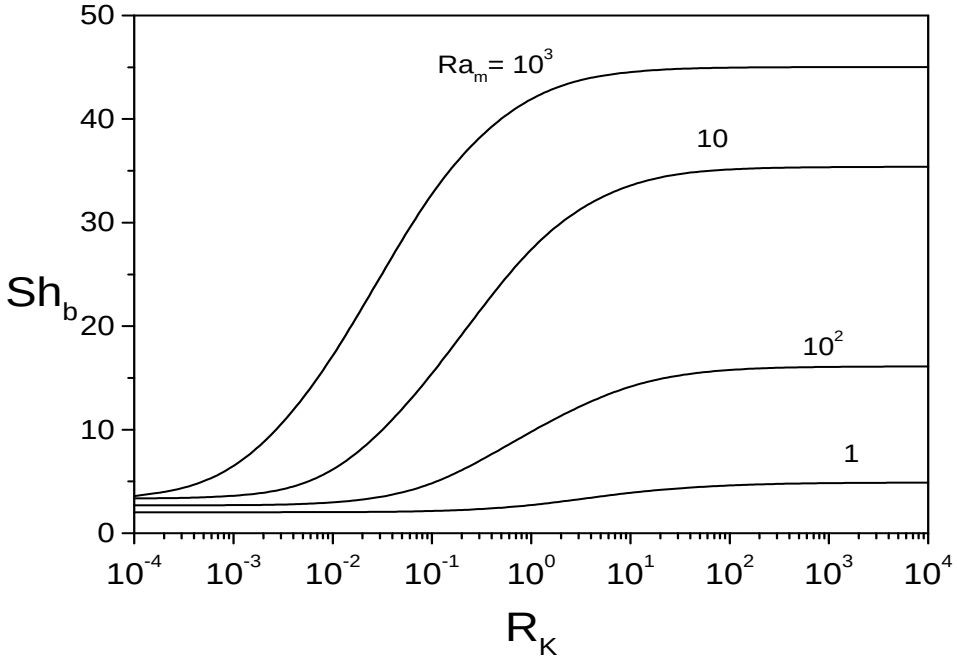


Figure IV.5 : variation du nombre de Sherwood moyen

CONCLUSION GENERALE

Dans cette étude nous avons présenté une étude numérique de la convection double diffusive dans une cavité renfermant deux couches poreuses verticales. Cette étude est une contribution à l'enrichissement des connaissances et de réponse des éléments aux problèmes de transfert de chaleur et de masse dans les milieux poreux bicouches. La présente étude a montré que la perméabilité de la couche de poreuse a un effet significatif sur la structure de l'écoulement, isothermes, isococentrations et transferts. Ces résultats aideront sans doute à mieux comprendre les phénomènes des écoulements dus à la convection double diffusive dans les milieux poreux multicouches. Nous avons montré à travers ce travail que la variation de la perméabilité des deux couches a un effet très appréciable sur la structure d'écoulement et les transferts, par ailleurs trois régimes de transferts ont été identifiés, un écoulement diffusif pur pour les faibles valeurs de R_K, un écoulement qui s'intensifie de plus en plus avec l'accroissement de R_K(pour R_K modéré) et un autre régime complètement couche limite indépendant de R_K (pour R_K élevés).

En perspective nous analyserons des cas plus complexes avec d'autres conditions aux limites et nous traiterons des problèmes de convection double diffusion en régime transitoire.