REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie des Procédés
Spécialité : Génie des Procédés des Matériaux

Etude et modélisation de quelque fonction de contrôle sur une couche limite

Présenté par :

HAMIDI Mokhtar

Proposé et Dirigé par :

Dr ALOUAOUI Redha

Promotion 2020/2021

Remerciements

Je tiens particulièrement remercier **Allah le tout puissant**.

Plus particulièrement, je remercier mon encadreur **DrAlouaoui. R** pour m'avoir suivi avec patience et intérêt et pour la confiance qu'il a placé en mois tout au long de ce travail. Ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été d'une aide très précieuse dans la réalisation de ce projet.

Je remercier également les membres de jury d'avoir accepté de juger ce modeste travail.

Enfin, j'espère que ce travail aura la valeur

souhaitée.

HAMIDI .M

Résumé

Ce travail présente l'étude du transfert thermique et massique par convection naturelle d'un fluide sur un matériau mise en mouvement, qui comporte une température et concentration constantes de telle sorte que ces dernières sont supposées plus grandes que la température et la concentration ambiante, en présence de la radiation thermique et la réaction chimique.
Le problème envisagé est résolu par voie numérique, à l'aide de la méthode de différences finies implémentées pour un BVP, en utilisant le code Matlab.
Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence notamment l'influence de l'effet de la réaction chimique et la radiation thermique sur l'écoulement convectif.

Mots clés :
Convection naturelle, couche limite, plaque verticale, radiation thermique, transfert thermique, transfert massique, réaction chimique.

Table des matières

Remerciement
Résume
Table des matières I
Liste des symboles III
Liste des Figures I
Introduction Générale 1

Chapitre I :

Transfert thermique et massique l'ors d'une interaction fluide/solide

I.1. Le transfert thermique et le transfertmassique 4
I.1.1.Le transfert thermique 4
I.1.2. le transfert massique 4
I.2. Les modes de transfert thermique 5
I.2.1. La conduction 5
I.2.2. La convection 6
I.2.3. Le rayonnement 7
I.2.4. Le transfert thermique conjugué 7
I.3. Transferts convectifs (les types de la convection) 7
I.3.1. convection forcée 7
I.3.2 .convection mixte 8
I.3.3 .la convection naturelle 9
I-4 Convection mixte double diffusive 10
I.4.1 .Convection mixte thermique 10
I.4.2. Convection mixte massique 10
I.5 Couche limite en convection libre dans un milieu libre 10
I.5.1 Couche limite dynamique 11
I.5.1.1 Couche limite laminaire 11
I.5.1.2 Couche limite turbulente 12
I.5.2 .Couche limite thermique 12
I.5.3 .Couche limite massique 13
I.5.4. Équations de couche limite laminaire en convection libre 15

I.6 Force de flottabilité 21
I.6.1. forces de flottabilité thermique 21
I.6.2. Force de flottabilité massique 22

ChapitreII : La magnétohydrodynamique (MHD)

II.1 : Définition de la magnétohydrodynamique MHD 23
II.1.1 : Magnétohydrodynamique idéale 23
II.1.2 : Magnétohydrodynamique résistive 24
II.2 : Les domaines de la magnétohydrodynamique MHD 24
II.2.1 : Géophysique 24
II.2.2 : Astrophysique 24
II.3 : Description d'un fluide conducteur 24
II.4 : Equations de la MHD 25
II.4.1 : Loi d'Ohm généralisée 25
II.4.2:Equations de Maxwell 26
II.4.3. Force électromagnétique 27
II.4.4. Équations du mouvement 27

Chapitre III. **: MODELISATION MATHEMATIQUE ET RESULTATS ET DISCUSSIONS**

III.1 Effet du rayonnement thermique 30
III.1.1 Profils de vitesse 30
III.1 .2 Profils de température.....31
III.1 .3 Profils de concentration.....33

Conclusion générale

Conclusion générale 36
Références bibliographiques 37

Liste des symboles :

B_0	Champ magnétique uniforme,	(Tesla)
C	Concentration,	(mol/m^3)
C_f	Coefficient de frottement mécanique,	(1)
c_p	Chaleur spécifique à pression constante du fluide,	(J/Kg)
D	Diffusivité massique,	(m^2/s)
Ec	Nombre d'ECKERT,	(1)
f	Fonction de vitesse adimensionnelle,	(1)
f_w	Paramètre aspiration/injection,	(1)
g	Accélération due à la gravité,	(m/s^2)
h	La micro rotation adimensionnelle,	(1)
Ha	Nombre de Hartmann,	(1)
Gr_x	Nombre de Grashof local thermique,	(1)
Gm_x	Nombre de Grashof local massique,	(1)
j	Densité de micro-inertie,	(W/m^2)
k_1	Coefficient thermophoréstique,	(1)
K	Paramètre matériel,	(1)
N	Le composant de la microrotation,	(x)
Nu_x	Nombre de Nuselt local,	(1)
M_w	la contrainte de couple de paroi sans dimension	(1)
M	Le paramètre magnétique,	(1)
Pr	Nombre de Prandtl,	(1)
q_w	Flux thermique surfacique,	(W/m)
q'_w	Flux massique surfacique,	(W/m)
Re_x	Nombre de Reynolds local,	(1)
Sh_x	Nombre de Sherwood local,	(1)
Sc	Nombre de Schemidt,	(1)
T	Température,	(K)
T_r	Température de référence,	(K)
V_T	la vitesse de la thermophorèse,	(m/s)
v_w	Vitesse d'aspiration ou vitesse d'injection,	(m/s)
u	Composante de vitesse suivant x,	(m/s)
v	Composante de vitesse selon y,	(m/s)
x, y	Coordonnées cartésiennes,	(m)

Lettres grecques :

α	Diffusivité thermique moléculaire,	(m^2/s)
β	Coefficient d'expansion thermique de fluide,	(1/K)
β^*	Coefficient d'expansion massique,	(1/mole)
γ	Viscosité de gradient de rotation,	(x)
δ_h	Epaisseur de lacouche limite hydrodynamique,	(m)
δ_m	Epaisseur de couche limite massique,	(m)
δ_{th}	Epaisseur de couche limite thermique,	(m)
η	Variable de similarité,	(1)
θ	Température adimensionnelle,	(1)
μ	Viscosité dynamique,	(Kg/s.m)
ν	Viscosité cinématique,	(m^2/s)
ρ	Densité du fluide,	(Kg/m^3)
σ^*	Constante de Stefan-Boltzmann,	($W/m^2.K^4$)
σ	Conductivité électrique du fluide,	($\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$)
ϕ	Concentration adimensionnelle,	(1)
Φ	Fonction de dissipation visqueuse,	(1/s)
ψ	Fonction de flux,	(m^2/s)
κ	Viscosité visqueuse,	(Kg/s.m)
λ_g	Conductivité thermique du fluide,	($W\ K^{-1}$)
τ	Paramètre de thermophorèse	(1)
τ_w	Contrainte de cisaillement surfacique,	(1)

Abréviation :

MHD Magnétohydrodynamique

Sous-rubrique :

w Évalué sur le mur

∞ Évalué en dehors de la couche limite

Liste des Figures :

Figure I. 1 : Un schéma représentatif de la conduction thermique 5
Figure I. 2 : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection..... 6
Figure I. 3: schéma représentatif de la convection forcée. 8
Figure I. 4: Schéma de la convection naturelle. 9
Figure I. 5: Principe de la convection naturelle. 9
Figure I. 6: dévalement d'une couche limite dynamique de long d'une plaque plane. 11
Figure I. 7 : Délimitation des zones de couche limite dynamique 12
Figure I. 8: développement d'une couche limite thermique le long d'une plaque plane Isotherme. 13
Figure I. 9: développent d'une couche limite massique le long d'une plaque plane 14
Figure I. 10: Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire. 16
Figure I. 11 : Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée*: (a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique.* 16
Figure I. 12 : Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique:(a) profils de vitesse, (b) profils de température. 20

Figure III. 1 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gr_x *(*Gm_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)* 30
Figure III. 2 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gm_x *(*Gr_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)* 31
Figure III. 3: *Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de N (*Gr_x *= 2.0,* Gm_x*= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)* 31
Figure III. 4: Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gr_x *(*Gm_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)* 32
Figure III. 5 : *Variation du profil de température pour différentes valeurs de* Gm_x *(*Gr_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)* 32
Figure III. 6 :Variation du profil de température pour différentes valeurs de N (Gr_x *= 2.0, Gmx= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)* 33
Figure III. 7 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gr_x *(*Gm_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71).* 33
Figure III. 8 :Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gm_x *(*Gr_x *= 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)* 34
Figure III. 9 :Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de N (Gr_x*= 2.0,* Gm_x*=2.0, Sc =0.6, Pr=0.71)* 34
Figure III. 10 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Sc (Gr_x *= 2.0, Gmx= 2.0, N =3.0, Pr= 0.71)* 35

Introduction générale

Chapitre I ::

Introduction générale :

L'un des objectifs de la recherche scientifique dans les industries de nos jours se rapporte à la résolution des questions relatives aux économies des opérations de transformations d'énergie pour atteindre l'optimum. La recherche théorique et appliquée dans l'écoulement du fluide et les transferts convectifs thermique et massique sur un solide ont reçu l'attention soutenue pendant les trois décennies passées. Dans le contexte de la technologie de l'espace et dans les processus impliquant les températures élevées les effets du rayonnement sont d'importance essentielle. Des développements récents ont été signalés dans les vols hypersoniques, la réentrée de missiles, les chambres de combustion de fusée, les centrales pour le vol interplanétaire et les réacteurs nucléaires refroidis par gaz.

La connaissance du transfert de chaleur par rayonnement et en présence de la réaction chimique devient très importante là où la convection thermique et massique apparaît couplée, en réalité, c'est ce que l'on rencontre et qui est très fréquent dans des nombreuses applications industrielles.Ainsi,beaucoup de procédés de transport existent dans la nature et dans les applications industrielles dans lesquelles les transferts de la chaleur et de la masse ont lieu simultanément, se produisent en raison des effets combinés de flottabilité de diffusion thermique et de diffusion d'espèce chimique.

Pour mener à bien cette problématique, il est important de clarifier au premier abord la procédure envisagée pour la résolution de ce type de problème.

On appelle échange de chaleur par convection le transfert de chaleur par mouvement du fluide. Dans des conditions réelles, la convection de la chaleur s'accompagne toujours de transfert moléculaire de la chaleur, et parfois de l'échange de chaleur radiatif.

L'échange de chaleur par convection entre le milieu en mouvement et la surface de sa séparation avec un autre milieu (corps solide, liquide ou gaz) s'appelle transmission de chaleur. L'échange de chaleur par convection lors du mouvement du fluide sous l'action d'un champ non homogène des forces massiques (gravifique, magnétique, électrique) s'appelle convection libre. Le processus de transmission de chaleur est dit stationnaire si le champ

thermique dans le fluide ne dépend pas du temps, et non stationnaire, si la distribution de température dans le courant est fonction du temps.

Etudier un phénomène signifie établir la relation entre les grandeurs qui le définissent. L'échange thermique et massique par convection est un phénomène très compliqué décrit par un système d'équation différentielle composé, dans le cas général, d'équations de l'énergie, de quantité du mouvement, de la continuité, de la diffusion et de l'état. Les équations différentielles ne traduisent que les faits les plus généraux du phénomène et ne comportent aucun indice individuel des cas unitaires concrets. Un cas concret est dégagé de la classe générale des phénomènes envisagés en complétant le système d'équations par les conditions d'univalence. De cette façon, la distribution mathématique d'un cas concret d'échange de chaleur et de masse est donnée par le système d'équations différentielles correspondant est les conditions d'univalence.

La résolution de se système, compte tenu des conditions indiquées, permet d'obtenir la relation de distribution des vitesses, des températures et des concentrations par rapport aux coordonnées et au temps.

Le système d'équations différentielles d'échange de chaleur et de masse par convection formant avec les conditions d'univalence un système très compliqué, il est impossible d'obtenir dans le cas général la solution. On peut le résoudre seulement pour des cas particuliers sous des hypothèses sensiblement simplificatrices.

Si le problème est analytiquement irrésoluble, la résolution peut être trouvée en recourant à la méthode numérique, dans le cas d'un grand nombre de paramètre, il s'avère très difficile, et parfois impossible, de sélectionner la relation traduisant judicieusement l'influence de tous les arguments. Ces difficultés peuvent être surmontées en faisant appel à la théorie de similitude.

Cette théorie établit les conditions de similitude des phénomènes physiques et, sur cette base, permet de réduire sensiblement le nombre de variables. La théorie de similitude fournit les règles d'association raisonnables des grandeurs physiques en groupements sans dimensions dont le nombre est sensiblement inférieur au nombre de grandeurs dont ils se composent, et qui s'appellent nombres caractéristiques. Ces groupements ou nombres

caractéristiques reflètent l'action commune de l'ensemble des grandeurs physiques sur le phénomène et peuvent être considérés comme de nouvelles variables généralisées. La diminution du nombre de variables et leur utilisation sous la forme de groupements simplifient considérablement la relation des expériences et la généralisation.

Les grandeurs physiques sont associées en groupements ou en nombres caractéristiques sans dimensions par la théorie de la similitude sur la base de l'analyse des équations différentielles qui décrivent le phénomène et qui traduisent les liaisons générales entre les grandeurs. Toutefois, les nombres caractéristiques sans dimensions peuvent s'obtenir également par analyse des dimensions des grandeurs physiques qui importent pour le phénomène envisagé.

Muni des outils décrits plus haut, le présent mémoire est consacré à l'étude de l'effet du transfert thermique et massique, sur une plaque verticale en convection naturelle mis en mouvement avec l'écoulement laminaire bidimensionnel d'un fluide visqueux incompressible non dispersant stationnaire.

L'investigation porte essentiellement sur les effets des paramètres de contrôle du problème sur la structure de l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de masse. Dans cet ordre d'idées, les équations hydrodynamique, thermique et massique sont à revoir à la lumière de cette plus juste caractérisation. Un deuxième niveau de complexité est la présence de la radiation thermique.

Chapitre I :

Transfert thermique et massique l'ors d'une interaction fluide/solide

Chapitre I ::

I.1. Le transfert thermique et le transfertmassique :

I.1.1.Le transfert thermique :

Le transfert thermique est une branche de la physique relative à l'une des formes les plus usuelles de l'énergie : la chaleur. Elle traite de tous les phénomènes liés à son transfert, entre milieux matériels ou en leur sein, sous l'action de différences de température.

C'est une science qui intègre naturellement les interactions et les couplages entre mécanismes de transfert de chaleur d'une part et phénomènes étudiés dans d'autres champs disciplinaires d'autre part. On peut citer notamment la mécanique des fluides et des solides, le génie des procédés et la chimie.(1)

I.1.2. le transfert massique :

Le transfert massique, basé sur la diffusion d'un fluide dans un autre, trouve de nombreuses applications dans les problèmes de séchage, d'évaporation ou de condensation, de mélange, ainsi qu'en électrochimie et dans certaines opérations de séparation par diffusion. Sa modélisation s'appuie sur le même cadre que la convection thermique, et le passage de l'une à l'autre ne comporte aucune difficulté, du moins dans les cas où il n'y a pas d'interférence avec un transfert de chaleur.

●Equation de Fick :

Plaçons-nous dans un système unidirectionnel et considérons le flux de particules d'une certaine espèce Les particules peuvent être des molécules, des atomes ou des ions, des défauts ponctuels, des électrons libres ou des trous électroniques, etc.… Soit c(x, t) leur concentration, exprimée e nombre de particules ou de moles par unité de volume. En présence d'un gradient de concentration $\partial c/\partial x$, on admet qu'il s'établit un flux d particules dans le sens descendant du gradient, t que ce flux est proportionnel au gradient correspondant : (2)

$$J = -D\frac{\partial_c}{\partial_x} \text{(I.1)}$$

D est appelé coefficient de diffusion, ou diffusivité.

Le flux est exprimé en nombre de particules ou de moles traversant l'unité d'aire par unité de temps. Il s'ensuit que D a pour dimensions m^2s^{-1}. Cette loi, dite loi de Fick, est formellement identique à la loi de Fourier pour l'écoulement de la chaleur.

$$q = -k\frac{dT}{dx} \text{(I.2)}$$

●Où *K* est la conductivité thermique.

I.2. Les modes de transfert thermique :

I.2.1. La conduction :

Le transfert de chaleur dans des corps solides est limité à un mécanisme : la conduction, également appelée diffusion de chaleur (3). Dans un solide, il n'y a pas de mouvement en vrac de matière et la chaleur est transférée par un mouvement moléculaire aléatoire. La loi de Fourier le décrit. Dans un système unidimensionnel avec flux de chaleur dans la direction *x*, il prend la forme: (1)

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \text{(I.3)}$$

●qxest la densité de flux de chaleur $[W/m^2]$

●k la conductivité thermique $[W/m.K]$ du solide et $\partial T/\partial x$ le gradient de température $[K/m]$.

●Le signe moins apparaît parce que le flux de chaleur est défini comme positif lorsqu'il se produit d'une région de température plus élevée à une température inférieure. (5)

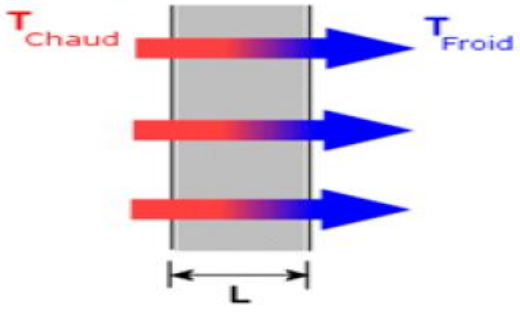


Figure I. 1 : Un schéma représentatif de la conduction thermique

I.2.2. La convection :

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. (3)

La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. (6)

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes,

L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules.

Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides. (7)

Une modélisation simplificatrice de ce phénomène peut être trouvée dans la loi de Newton citée ci-dessous :

$$\varphi = h\,(Tp - Tf) \text{(I.4)} (8)$$

- Où TP=température de la paroi.
- TF=Température du fluide.
- φ=Densité de flux thermique (W. m^{-2})
- h=coefficient d'échange superficie.

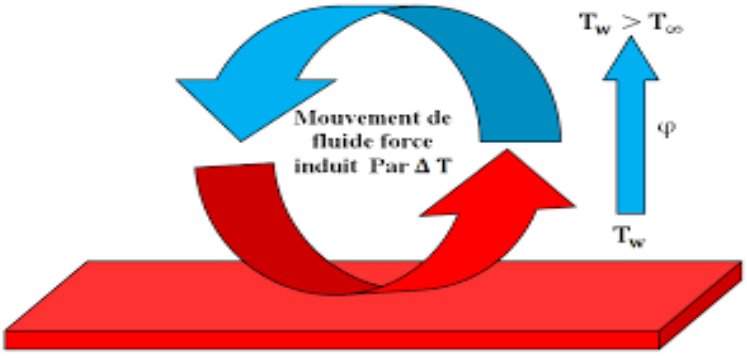


Figure I. 2 : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection

I.2.3. Le rayonnement :

Toute matière à des températures supérieures à *0°K* émet de l'énergie thermique par des ondes électromagnétiques, appelées rayonnements. Il s'agit d'un mécanisme fortement dépendant de la température, comme prescrit par la loi Stefan-Boltzmann3 : (1)

$$q_{rad} = \varepsilon\sigma T_S^4 \text{(I.5)}$$

Ts est la température de surface du matériaux et σ la constante de Stefan-Boltzmann (=5.67·10-8 *W/m2K4*).

ε est l'émissivité totale, une propriété radiative de la surface avec des valeurs comprises entre $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Cela dépend du matériel et finition de la surface. Souvent, il y a le problème de l'échange radiatif entre deux ou plusieurs surfaces. Un corps concave, par exemple, peut échanger des rayonnements avec lui-même. De telles caractéristiques géométriques sont prises en compte par l'utilisation de facteurs de vue (Également appelés facteurs de configuration ou de forme). Le calcul de ceux-ci peut être assez complexe. Lorsque le rayonnement et la convection se produisent simultanément à une surface, il peut être commode d'exprimer le rayonnement en termes de coefficient de transfert de chaleur radiatif. En ignorant les facteurs de vue possibles, cela est décrit comme :

$$h_r = \varepsilon\sigma(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) \text{(I.6)}$$

I.2.4. Le transfert thermique conjugué :

Le transfert thermique conjugué est la combinaison de deux ou trois modes de transferts de chaleur se déroulant simultanément. Il s'agit d'un champ complexe dans l'assemblage transfert thermique solide à solide, fluide à fluide, solide à fluide et fluide à solide. La convection mixte n'entre pas dans cette catégorie car le transfert se déroule dans un seul et même mode en l'occurrence, la convection. (1)

I.3. Transferts convectifs (les types de la convection) :

I.3.1 convection forcée :

Le mouvement de fluide est causé par l'action des forces extérieures du processus (par exemple pompe, ventilateur, etc.) (9) qui lui imprime des vitesses de déplacement

assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement de fluide. (6)

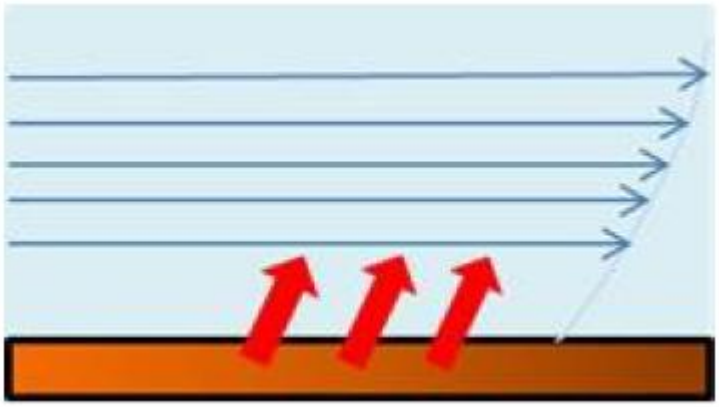


Figure I. 3: schéma représentatif de la convection forcée.

I.3.2 convection mixte :

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents quand les vitesses d'écoulement, fictives dues aux deux types de convection sont considérées

séparément, du même ordre de grandeur convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions a température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produits pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. (9)

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. (6)

L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle son familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

I.3.3 la convection naturelle :

La convection naturelle est un mode de transfert de chaleur d'un milieu chaud vers un milieu froid, par un transport macroscopique de la matière (mouvement des particules fluides) (10) généré par des effets de poussée d'Archimède lié à l'action du champ de pesanteur à la présence d'un gradient de la température. (11)

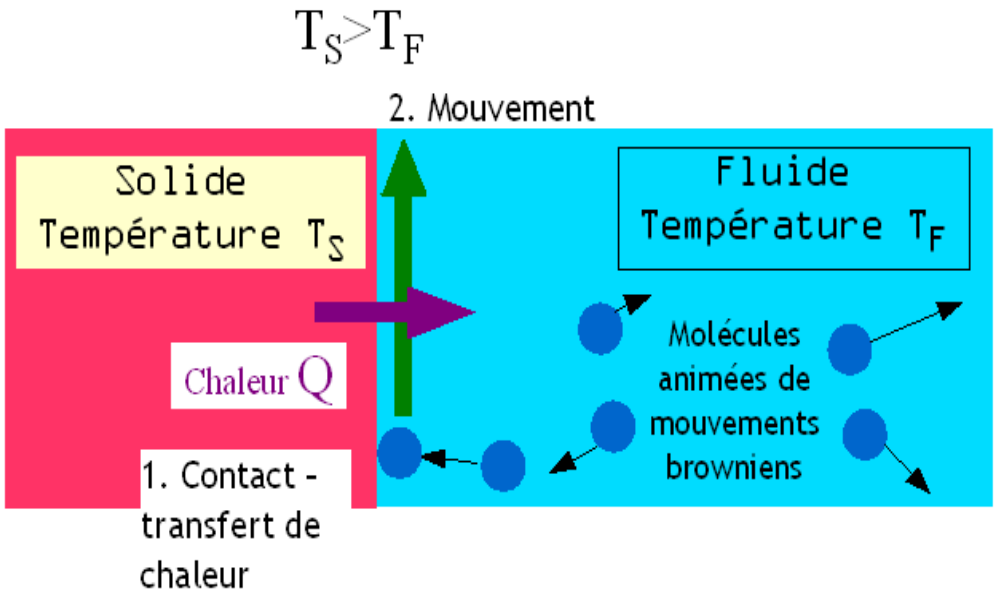


Figure I. 4: Schéma de la convection naturelle.

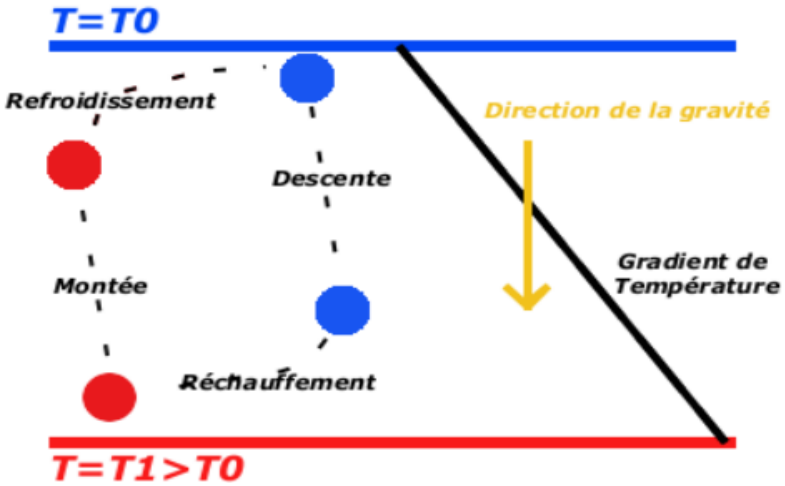


Figure I. 5: Principe de la convection naturelle.

I-4.Convection mixte double diffusive :

La convection à double diffusion décrit la convection entraînée par deux gradients de densité différents avec des vitesses de diffusion différentes (12). Elle se produit dans l'eau de mer, dans la croûte terrestre et dans de nombreux problèmes techniques et physiques tels que le transport des contaminants dans les sols saturés, la transformation des aliments et la propagation des polluants (13), La convection double-diffusive apparaît également dans la modélisation des bassins solaires (14), Nield(15)a étudié la convection à double diffusion et les fluides viscoélastiques dans un milieu poreux. L'écoulement convectif à double diffusion magnétohydrodynamique (MHD) dans un milieu poreux a été étudié par Okedayo et al (16). .Cette revue de la littérature montre l'importance du transfert de chaleur et de masse combiné dans un flux de convection à double diffusion

On distingue deux modes de convection mixte selon l'origine du mouvement interne au fluide :

I.4.1 Convection mixte thermique

La présence d'un gradient de température dans le fluide génère un gradient de densité produire ainsi une force de poussée verticale qui causé le déplacement des particules.

I.4.2 Convection mixte massique

Dans le cas de la convection mixte massique, le mouvement des particules est généré par un gradient de concentration existant dans le fluide dû à la présence de différentes espèces dans ce dernier.

I.5. Couche limite en convection libre dans un milieu libre :

Le concept de la couche limite joue un rôle important pour la compréhension de la convection thermique et massique entre une surface et un fluide qui circule devant elle. Dans ce qui suit, la couche limite dynamique, thermique, et de concentration sont décrits, ainsi que leurs relations avec le coefficient de frottement, le coefficient de transfert de chaleur par convection, et le coefficient de transfert de masse par convection.(1)

I.5.1 Couche limite dynamique :

Lorsqu'un fluide se déplace sur un obstacle, les champs de vitesse et de pression sont perturbés par ce dernier. La couche limite est la zone de fluide contiguë à la paroi (ou bien, on peut dire qu'il s'agit d'une zone d'interface entre le corps et le fluide), dans laquelle se produit l'accommodation entre la vitesse nulle en paroi et la pleine vitesse locale du fluide libre.

De nombreuses propriétés de l'écoulement (frottement, transfert thermique et présence éventuelle de découlements) dépondent de cette couche limite.(2)

-On distingue deux types de couche limite dynamique :

I.5.1.1 Couche limite laminaire :

La couche limite laminaire est caractérisée par le fait que tous les vecteurs vitesses sont parallèles à un même plan, l'écoulement se présent alors sous la forme de lames de fluide glissant les unes sur les autres. Ces lames restent rectilignes sur une certaine longueur. Puis s'estompent. On observe une telle couche limite vers le bord d'attaque d'un profile. On appelle conventionnellement l'épaisseur ……de la couche limite la distance à partir de laquelle la vitesse U est telle que : U= 0.99U

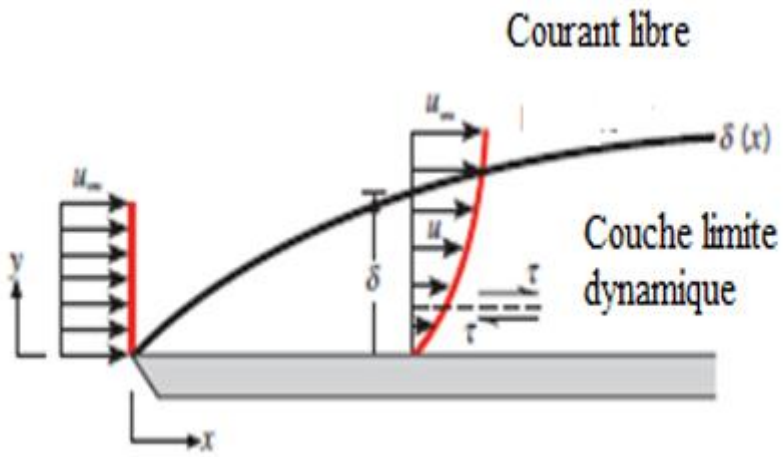


Figure I. 6: dévalement d'une couche limite dynamique de long d'une plaque plane.

En fait assez rapidement, les lames disparaissent et la couche limite n'est plus dite laminaire mais turbulente.

I.5.1.2 Couche limite turbulente :

L'écoulement présent un caractère désordonné, dû en partie aux aspérités qui existent toujours sur la paroi. La couche limite devient turbulente et les vecteurs vitesses ne sont plus parallèles entre eux.

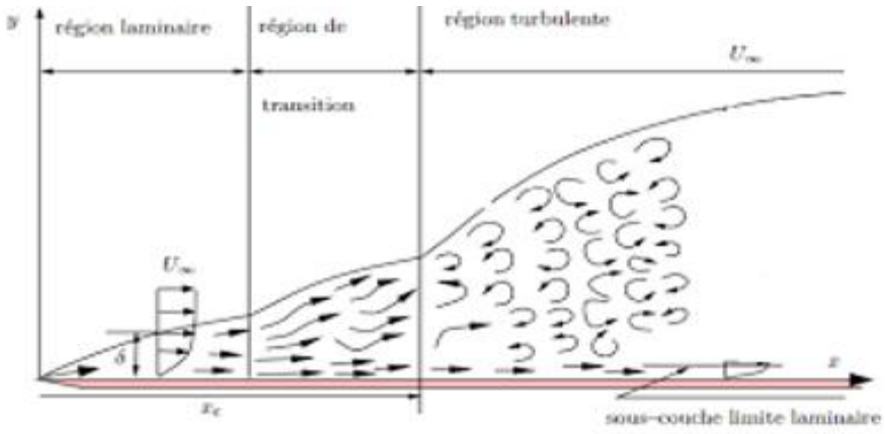


Figure I. 7 : Délimitation des zones de couche limite dynamique

On remarque qu'il existe une délimitation entre les deux zones précédemment définies que l'on nomme zone de transition. (2)

I.5.2 Couche limite thermique :

La couche limite thermique ne se développe au sein d'un écoulement de fluide visqueux en contact avec un corps solide, que si ces derniers sont à des températures différentes.

Supposons par exemple que l'écoulement incident sur une plaque plane soit à une température uniforme T_∞, et que la surface de cette dernière soit maintenue à une température T_w également uniforme mais déférent de T_∞ .En explorant le champ de température T perpendiculairement à la plaque, selon l'ordonnée y, on observera une variation progressive de T_w à T_∞, d'aborde rapide puis de plus en plus lente à mesure qu'on pénètre dans l'écoulement.(3)

L'épaisseur δt de la couche limite thermique est conventionnellement définie comme étant la distance à la paroi pour laquelle le rapport

$$T_w - T(\delta t)/ T_w - T_\infty = 0.99.$$

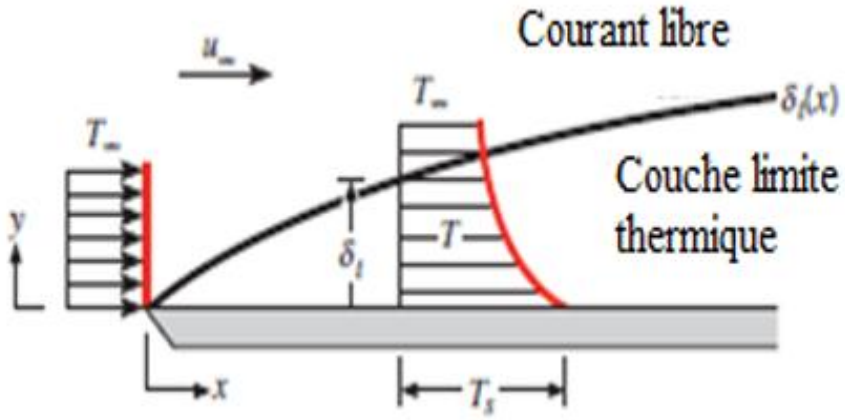


Figure I. 8: développement d'une couche limite thermique le long d'une plaque plane Isotherme.

Dans le cas où ces deux phénomènes se présentent de manière simultanée, il existe un nombre adimensionnel, le nombre de Prandtl Pr caractérisant le fluide et défini par

Pr = $V/$.

Traduisant le rapport entre la diffusion visqueuse et la diffusion thermique, qui permet de lier les épaisseurs des deux couches limite :

-Pr <<1 Dans ce cas la chaleur se diffuse plus rapidement que la qualité de mouvement donc l'épaisseur de la couche limite thermique sera plus grand que celle de la couche limite dynamique $\delta << \delta t$

-Pr >> 1 Dans ce cas L'écoulement se caractérise par une diffusion de la quantité de mouvement beaucoup plus important que la diffusion de la chaleur $\delta t << \delta$

-Pr ≈ 1 les deux épaisseurs sont du même ordre de grandeur. (2)

I.5.3 Couche limite massique :

A L'image de la couche limite thermique, la couche limite massique se développe au sein d'un écoulement de fluide en contact avec un corps les concentrations molaires de l'espèce considérée à la surface de ce corps et dans le courent libre sont différents.

Considérons un mélange binaire dès l'espaces A et B à la surface est, et est *CA, (w)* égale à au CA au sein de l'écoulement libre ; si les deux concentrations sont différents il y'aura un transfert de l'espèce A par diffusion. La concertation de A est maximale au voisinage de la paroi et diminue lorsqu'on s'en éloigne, d'aborde très rapidement puis de plus en plus lentement, à l'image de ce qui se passe pour la température lorsque l'écoulement est un isotherme.

Autrement dit, il se développe dans l'écoulement une couche limite de concentration, analogue à la couche limite thermique, dont l'épaisseur δc est définie de la même façon, par :

$$\frac{CA,-CA(\delta C)}{CA,W-CA,\infty}= 0.99 \qquad \text{(I.7)}$$

Ou bien par :

$$\frac{\rho A,w-\rho A}{\rho A,w-\rho A,\infty}=0.99 \qquad \text{(I.8)}$$

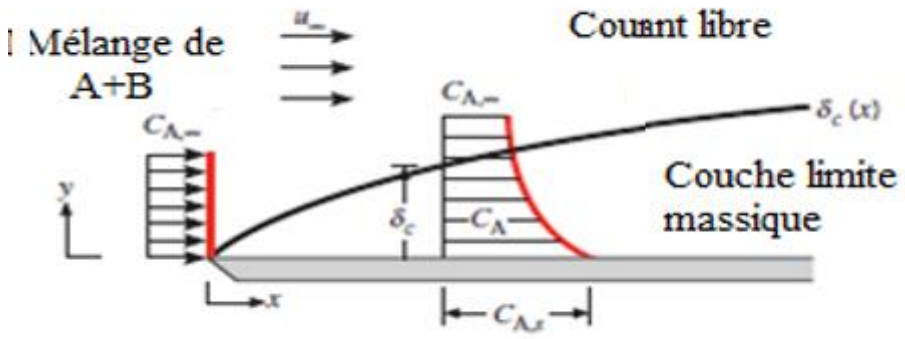


Figure I. 9: développent d'une couche limite massique le long d'une plaque plane

Le nombre de Schmidt, $SC=\frac{V}{D}$ symbolisant le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité massique, permet de comparer les deux épaisseurs que δ et δc

-Sc<<1 Dans ce cas, la diffusivité massique est plus importante que la diffusivité de la quantité de mouvement donc l'épaisseur de la couche limite sera plus grande que celle de la couche limite dynamique **δ<< δ c**

-Sc>> 1 Dans ce cas, l'écoulement se caractérise par une diffusivité massique négligeable par rapport à la diffusivité de la quantité de mouvement **δc<< δ**

-Sc ≈1 les deux épaisseurs sont du même ordre de grandeur.

Il est évident que tout comme la couche dynamique, les couches limites thermique et de concentration se présentent sous les régimes, précédemment mis en évidence dans la figure I.7. (2)

I.5.4. Équations de couche limite laminaire en convection libre

Le mouvement d'un fluide dans lequel les gradients de vitesse, température et de concentration coexistent, les équations doivent se conformer à plusieurs lois physiques fondamentales. En particulier, à chaque point dans le fluide, la loi de la conservation de masse, de l'énergie et des espèces chimiques, ainsi que la deuxième loi de Newton doit être satisfaites. Les équations représentant ces exigences sont obtenues par l'application des lois sur un volume de contrôle différentiel situé dans l'écoulement (figure I.9.). Ces équations servent de point de départ de l'analyse de couches limites laminaires.(4)

$$div\vec{V} = 0 \quad \text{(I.9)}$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}.grad\vec{V} = -\frac{1}{\rho} grad\left(p^*\right) + div\left(\nu.grad\vec{V}\right) \quad \text{(I.10)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}.grad\left(T\right) = div\left(\alpha.grad\left(T\right)\right) + \mu\Phi + \dot{q} \quad \text{(I.11)}$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \vec{V}.grad\left(C_A\right) = div\left(\alpha.grad\left(C_A\right)\right) + \dot{N} \quad \text{(I.12)}$$

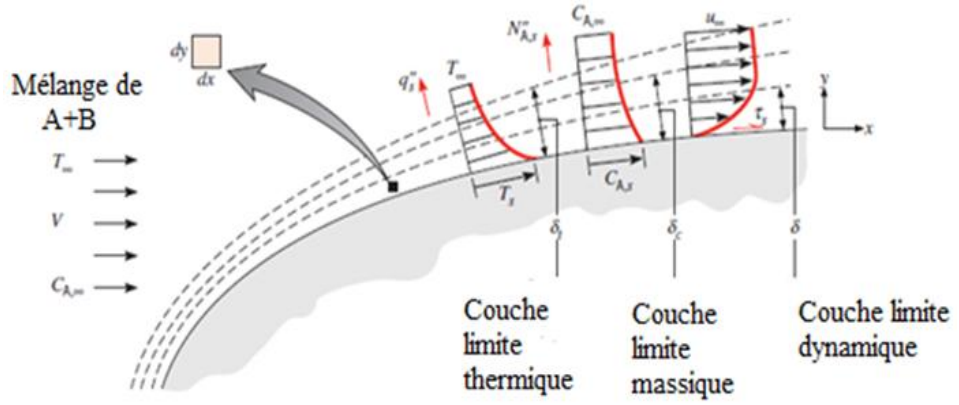


Figure I. 10: Développement de couches limites dynamique, thermique et massique sur une surface arbitraire.

Considérons un écoulement de couche limite laminaire (figure I.11) qui est entraîné par des forces de flottabilité. On suppose que le régime soit stable, à deux dimensions, la force de gravité est constante et dirigée vers le bas (sens inverse de l'axe *x*). Ainsi, on suppose que le fluide est incompressible.(4)

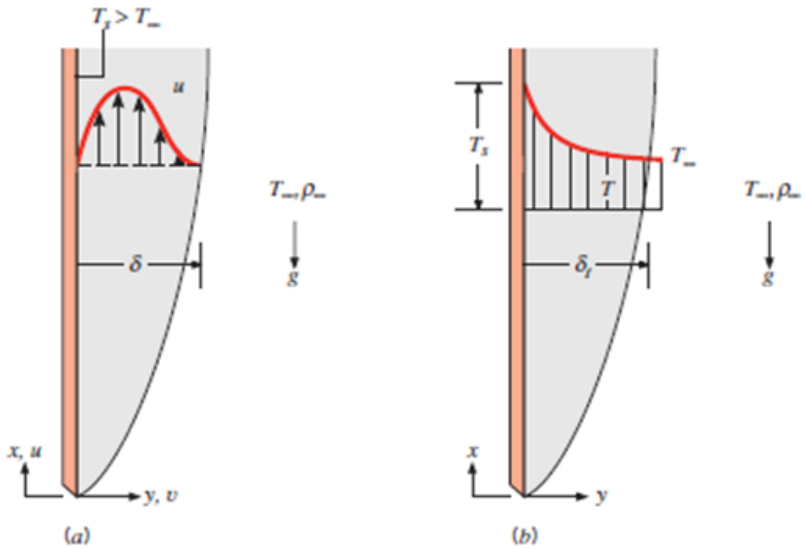


Figure I. 11 : Développement de la couche limite sur une plaque verticale chauffée: (a) une couche limite dynamique. (b) la couche limite thermique.

Les caractéristiques observées de l'écoulement à proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique .à savoir:

$$v << u, et \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \text{ (I.13)}$$

Par contre, $\partial u/\partial x$ n'est pas toujours négligeable devant $\partial u/\partial y$: au voisinage du maximum u_m(figure I.11.) on a en effet $\partial u/\partial y = 0$ et $\partial u/\partial x \neq 0$. Le même problème se rencontre d'ailleurs dans les jets pariétaux ou dans les zones de décollement.

Quoi qu'il en soit, il résulte de (I.13) que l'équation de continuité est inchangée, et que dans l'équation de quantité de mouvement selon *x*, le terme $\partial^2 u/\partial x^2$ disparait.

En fin dans la couche limite thermique et massique, les approximations suivantes sont justifiées:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial T}{\partial x} << \frac{\partial T}{\partial y}, et \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ &\frac{\partial C_A}{\partial x} << \frac{\partial C_A}{\partial y}, et \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \end{aligned} \text{ (I.14)}$$

Ce qui traduit par la disparition des termes $\partial^2 T/\partial x^2$ *et* $\partial^2 C_A/\partial x^2$ dans l'équation de l'énergie et de la concentration. En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement il est admis que les gradients de pression induits par le champ de vitesse sont faibles. Autrement dit, la pression motrice *p** obéit à la loi de la statique, comme dans le fluide au loin, ce qui s'exprime par :(2)

$$grad(p^*) \approx 0 \text{ (I.15)}$$

Le regroupement des conditions précédentes va conduire aux équations de couche limite en convection libre laminaire. En ce qui concerne le terme en $\vec{g}$ dans l'équation de quantité du mouvement, si on se trouve dans le cas $T_s > T_\infty$, l'écoulement se fait vers le haut. On choisit alors pour *x* la même direction, de sorte que $\vec{g} = -g\vec{x}$ (la pesanteur dirigée vers le bas) et le terme en $\vec{g}$ devient $+\beta(T - T_\infty)g$. Au contraire, avec $T_s < T_\infty$, l'écoulement est descendant, et on préfère encore prendre $\vec{x}$ dans le sens du mouvement. Cette fois, $\vec{g} = +g\vec{x}$ *et le terme en* $\vec{g}$ s'écrit $-\beta(T - T_\infty)g$.

Sous ces hypothèses les (I.9 - I.12) deviennent comme suit:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \text{ (I.16)}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=g\beta\left(T-T_{\infty}\right)+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{(I.17)}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \text{(I.18)}$$

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x}+v\frac{\partial C_A}{\partial y}=D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} \quad \text{(I.19)}$$

Les paramètres sans dimension qui régissent l'écoulement de convection naturelle et le transfert de chaleur pour une plaque verticale sont de la forme.

$$x^*\equiv\frac{x}{L}, y^*\equiv\frac{y}{L}, u^*\equiv\frac{u}{u_0}\ v^*\equiv\frac{v}{u_0}, T^*\equiv\frac{T-T_{\infty}}{T_s-T_{\infty}}$$

Où L est une longueur caractéristique et $u_0$est une vitesse de référence, les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17, I.18) sont réduites:

$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*}=\frac{g\beta\left(T_s-T_{\infty}\right)L}{u_0^2}T^*+\frac{1}{Re_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad \text{(I.20)}$$

$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*}=\frac{1}{Re_L\,Pr}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \quad \text{(I.21)}$$

Le paramètre sans dimension dans le premier terme du côté droit de l'équation (I.20) est une conséquence directe de la force de flottabilité. La vitesse de référence $u_0$peut être spécifiée afin de simplifier la forme de l'équation. Il est convenable de choisir $u_0^2=g\beta\left(T_s-T_{\infty}\right)L$, de sorte que le terme multipliant T^* devient l'unité. Alors Re_Ldevient

$\left[g\beta\left(T_s-T_{\infty}\right)L^3/\nu^2\right]^{1/2}$.

Il est d'usage de définir le nombre de GrashofGr_Lcomme le carré de ce nombre de Reynolds :

$$Gr_L\equiv\frac{g\beta\left(T_s-T_{\infty}\right)L^3}{\nu^2} \quad \text{(I.22)}$$

En conséquence, Re_Ldans les équations (I.20) et (I.21) est remplacé par$Gr_L^{1/2}$, et ainsi le nombre de Grashof(ou plus précisément, $Gr_L^{1/2}$) joue le même rôle dans la convection libre que le nombre de Reynolds joue en convection forcée. Basé sur la forme résultant des équations (I.20)et (I.21), nous nous prédisons des corrélations de transfert de

chaleur de forme $Nu_L=f(Gr_L, Pr)$en convection libre .Rappelons que le nombre de Reynolds permet de mesurer le rapport de forces d'inertie aux forces visqueuses agissant sur un élément de fluide .En revanche ,le nombre de Grashof est une mesure du rapport entre les forces de flottabilité et forces de la viscosité agissant sur le fluide.

De nombreuses solutions aux équations de couche limite de convection libre laminaire sont été obtenues, et un cas particulier qui a reçu beaucoup d'attention implique convection libre à partir d'une surface verticale isotherme dans un milieu libre.

(Figure I.11). Pour cette géométrie les équations (I.16- I.18) doivent être résolues sous des conditions aux limites de la forme:

$$\begin{aligned} &y=0: u=v=0, T=T_s \\ &y\to\infty: u\to 0, T\to T_\infty \end{aligned} \quad \text{(I.23)}$$

Une solution de similarité au problème ci-dessus a été obtenue par Ostrach. La solution nécessite le recours à des variables de transformation par l'introduction de variable de similarité de la forme :

$$\eta \equiv \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \quad \text{(I.24)}$$

Et représentant les composantes de vitesse en termes d'une fonction de courant définie comme:

$$\psi(x,y) \equiv f(\eta)\left[4v\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right] \quad \text{(I.25)}$$

Avec la définition précédente de la fonction de courant, la composante de vitesse selon *x* peut être exprimée comme:

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}=\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial y}=\frac{2v}{x}Gr_x^{1/2}f'(\eta) \quad \text{(I.26)}$$

L'évaluation de la composante de vitesse d'une manière analogue $v=-\partial\psi/\partial x$ et en introduisant la température adimensionnée

$$T^* \equiv \frac{T-T_\infty}{T_s-T_\infty} \quad \text{(I.27)}$$

Les trois équations aux dérivées partielles (I.16 - I.18) peuvent ensuite être réduites à deux équations différentielles ordinaires de la forme

$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + T^* = 0 \text{ (I.28)}$$

$$T^{*\prime\prime} + 3Pr\, fT^{*\prime} = 0 \text{ (I.29)}$$

Où f et T^*sont des fonctions de η et que les exposants doubles et triples respectivement, se rapportent à la deuxième et troisième dérivées par rapport àη. *Notez que* f est la variable dépendante correspondante à la couche limite dynamique et que l'équation de continuité(I.16) est automatiquement satisfaite au moyen de l'introduction de la fonction de courant.(5)

Les conditions aux limites transformées nécessaires pour résoudre les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I.17 et I.18) sont alors de la forme

$$\begin{aligned} &\eta = 0 : f = f' = 0; T^* = 1 \\ &\eta \to \infty : f' \to 0, T^* \to 0 \end{aligned} \text{ (I.30)}$$

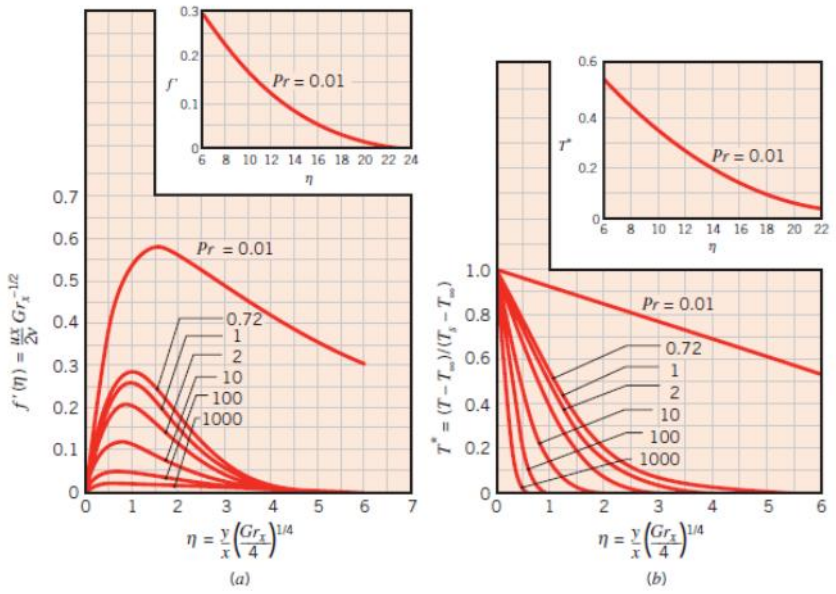


Figure I. 12 : Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique:(a) profils de vitesse, (b) profils de température.

La solution numérique a été obtenue par Ostrach, et des résultats sélectionnés sont montrés dans la figure I.6. Utilisant la loi de Newton pour le coefficient de convection local *h, le* nombre Nusselt local peut être exprimé comme:

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = \frac{[q_s'/(T_s - T_\infty)]x}{k} \quad \text{(I.31)}$$

On peut aussi exprimer le nombre du Nusselt local sous la forme adimensionnée comme suit:

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} \quad \text{(I.32)}$$

I.6. Force de flottabilité :

Un corps semble peser moins lorsqu'il est partiellement ou totalement immergé dans un fluide. Cette perte apparente de poids est la force de flottabilité, qui est la force verticale qui agissant sur un fluide, elle est de sens opposé à l'accélération de la pesanteur. Cela peut être la conséquence de gradient de concentration ou le gradient de température dans le fluide. La flottabilité, qui est centrale dans la convection naturelle (les parcelles de moindre densité sont portées vers le haut), est régie par le principe d'Archimède. La force de flottabilité est égale au poids déplacé. La ligne d'action de la force de flottabilité est à travers le centroïde du volume de fluide déplacé. (17)

I.6.1. forces de flottabilité thermique :

Considérons un système fermé, constitué d'un fluide unique en présence d'une source de chaleur conduisant à une élévation de température d'une partie de ce fluide. La différence d'induit une différance de masse volumique qui met le fluide en mouvement, $\rho 0$ représente alors la messe volumique du fluide froid et ρla masse volumique du fluide chaud ($\rho < \rho 0$).

Dans ces condition, la poussée d'Archimède agissant au sein du fluide est le plus souvent appelée flottabilité, le mouvement du fluide tend à homogénéiser le champ de température par la convection qu'il induit, la flottabilité constitue alors le lien entre le champ de température et le champ de vitesse et traduit le couplage entre la dynamique et la thermique. Elle est définie par : (18)

$$Ft = (1-\beta t\ \Delta T)\ g \qquad (I.33)$$

Ou, βt, représente le coefficient de dilatation thermique du fluide, il est défini par :

$$\beta t = -1\rho\ (\partial\rho\partial T)\ p, c \qquad (I.34)$$

I.6.2. Force de flottabilité massique :

De la même manière on peut définie la poussée massique. Considérons un mélange constitué de deux espèces chimique A et B : CA représente la concentration de l'espèce A et CB La concentration de l'espèce B. La différence de concentration entre les deux constituants met en mouvement les particules du fluide. Les particules les moins denses exhibent un mouvement ascendant, en retour, le mouvement du fluide tend à homogénéiser le champ de concentration par diffusion massique. Cette poussée massique a pour expression : (17)

$$F_C = (1-\mathcal{B}_C\Delta C)\ g \qquad (I.35)$$

BC, représente le coefficient de dilatation massique du fluide, il est défini par

$$\mathcal{B}c = -1\rho\ (\partial\rho\partial C)\ p, t \qquad (I.36)$$

ChapitreII :

La magnétohydrodynamique (MHD)

II.1 : Définition de la magnétohydrodynamique MHD :

La magnétohydrodynamique (MHD) est l'étude des interactions des champs magnétiques et des écoulements de fluide électro-conducteur, ce fluide peut être un liquide, un gaz ionise ou un plasma. L'étude des écoulements MHD est d'une grande importance compte tenu des diverses applications scientifiques et industrielles qu'on peut lui associer tels que la géophysique et l'astrophysique ou encore le génie métallurgique et les futurs réacteurs de fusion.

Ces écoulements sont modélisés par un couplage des équations de Maxwell et de Navier-Stokes. Comme dans la dynamique des fluides en générale. Le physicien suédois Hannes Alfvén fut le premier, en 1942, à employer le terme de magnétohydrodynamique. Il reçut le prix Nobel de physique en 1970 pour ses travaux. (1). I.3. Différentes modélisations de la MHD :

Il existe plusieurs modèles de magnétohydrodynamique en fonction du degré de complexité requis il y a deux types

- la magnétohydrodynamique idéale

- la magnétohydrodynamique résistive

Le choix de l'un de ces modèles dépend de la valeur du nombre de Reynolds magnétique Rm.

II.1.1 : Magnétohydrodynamique idéale :

La MHD idéale, est caractérisé par des nombre de Reynolds magnétique très haute ($Rm \gg 1$), Le fluide, fortement magnétisé, est traité comme ayant peu ou pas de résistance électrique, et il est assimiléà un conducteur parfait. Cette MHD idéale est étudiée dans les plasmas chauds, tels les plasmas astrophysiques et thermonucléaires d'origine naturelle (étoiles) ou artificielle (tokamaks) Les équations de la MHD idéale consistent en l'équation de continuité, les lois de la quantité de mouvement, le théorème d'Ampère et les équations de la thermodynamique (conservation de l'énergie), on effectue des approximations du flux de chaleur via des conditions adiabatiques ou isothermes. (2).

II.1.2 : Magnétohydrodynamique résistive :

La MHD résistive, est caractérisé à faible nombre de Reynolds magnétique (Rm ≤ 1) décrites fluides magnétisés et non parfaitement conducteurs. Il est dit en général que c'est une résistivité engendrée par les collisions entre les constituants du plasma, qui transforment l'énergie magnétique en chaleur Lorsque la résistivité est non négligeable, (nombre de Reynolds petit). Ce type de MHD intervient dans les applications industrielles à plasmas froids. (2).

II.2 : Les domaines de la magnétohydrodynamique MHD :

La MHD s'observe dans différents domaines physiques décrivant des phénomènes naturels, tels que :

II.2.1 : Géophysique :

En effet, le noyau de la Terre est, selon la théorie en vigueur, constitué pour sa partie externe d'un fluide métallique à l'état de plasma en mouvement de convection. Ce mouvement serait à l'origine de courants induits et donc du champ magnétique terrestre. (3).

II.2.2 : Astrophysique :

La matière observable de l'Univers étant constituée à plus de 99% de plasma, dont les étoiles, les nébuleuses, les milieux interplanétaires et interstellaires, la MHD décrit bon nombre des phénomènes qui y occurrent, tels les vents solaires et les taches solaires, région sur la surface du Soleil marquée par une température inférieure et une activité magnétique intense. (3).

II.3 : Description d'un fluide conducteur :

Afin de pouvoir définir des grandeurs physiques dans un fluide, les particules doivent rester localisées. L'approximation fluide n'est donc valable que dans la mesure où les conditions thermodynamiques varient peu sur des distances de l'ordre du libre parcours moyen, trajectoire suivie par une particule sans être défléchie, pour les temps détermines par l'agitation thermique, les processus de délocalisation sont en fait responsables des phénomènes de transport. La description d'un fluide sous-entend que

toutes les espèces chimiques sont suffisamment couplées pour être thermalités et suivre une distribution de Maxwell unique. Ce couplage doit bien sûr s'opérer entre les éléments d'une même espèce chimique mais également entre chacune des populations dans le cas d'un plasma. En hydrodynamique, dans les milieux suffisamment denses l'approximation fluide est validée par des collisions qui transférant de la quantité de mouvement entre les particules de façon très efficace, via des interactions de type Vander Waal. (6)

II.4 : Equations de la MHD :

Nous allons montrer brièvement comment la MHD est construite sur la base des équations de l'hydrodynamique, auxquelles on joint les équations de Maxwell. L'ensemble des équations de Maxwell et de la loi d'Ohm va se réduire à une équation d'induction décrivant les variations temporelles du champ magnétique. Le système ainsi constitue est ferme par une équation d'état de la matière.

II.4.1 : Loi d'Ohm généralisée :

L'établissement de la loi d'Ohm pour un fluide conducteur, c'est-a-dire d'une loi reliant les mouvements de la matière aux densités volumiques de courant, au champ électrique E et au champ magnétique B est à la base de la théorie MHD et peut être un point délicat, notamment pour les plasmas. Cette loi traduit en termes de courant la réponse d'un milieu conducteur immobile à un champ électrique via la conductivité électrique σ_e. Elle prend la forme d'une simple relation de proportionnalité dans le référentiel où le fluide est localement au repos ; sa traduction dans le référentiel lié au laboratoire se fait par une transformation de Lorentz sur le tenseur de Maxwell décrivant le champ électromagnétique. Dans l'approximation classique valide pour la MHD, la loi d'Ohm s'écrit dans le référentiel du laboratoire (1):

$$\vec{j} = \sigma_e\left(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}\right) \text{(II.1)}$$

σ_e: la conductivité électrique.

u: la vitesse du fluide.

La loi d'Ohm formulée ici est une forme réduite de l'expression la plus générale établie en physique des plasmas dans le cadre d'un modèle simplifié. Elle cache en fait toute la microphysique de la population d'électrons qui dépend du type de plasma rencontré. Dans un plasma chaud complètement ionisée par exemple, un courant peut être produit d'une part à travers le gradient de la pression du gaz d'électrons dans une direction parallèle au champ magnétique et peut être d'autre part généré par un effet Hall dans la direction perpendiculaire à *B.* La loi d'Ohm s'écrit alors sous une forme tensorielle et la relation (II.1) n'est plus valable que dans le cas limite des plasmas complètement ionisées sans effets Hall (13). Cependant, quel que soit le milieu conducteur considéré, pour des champs magnétiques pas trop grands et des fréquences pas trop élevées, l'expression de la loi d'Ohm énoncée reste largement valable.

II.4.2:Equations de Maxwell :

L'ensemble des équations fluides montre comment vont évoluer les grandeurs physiques sous l'action d'éventuels champs de forces extérieurs. Nous allons à présent voir comment évoluent ces champs électromagnétiques *E* et *B.* Cette évolution se décritnaturellement par les quatre équations de Maxwell que nous exprimons dans le système MKSA (13):

$$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \text{ (II.2)}$$

$$\nabla.\vec{B} = 0 \text{ (II.3)}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} \text{ (II.4)}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \text{ (II.5)}$$

Auxquelles on ajoute la loi d'Ohm (II.1). Le diamagnétisme des milieux diluées que sont les fluides électro-conducteurs est très faible, on peut donc se permettre d'approximer la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique à celles du vide$\varepsilon = \varepsilon_0et\mu = \mu_0$, avec $\mu_0 = 4\ \pi \times 10^{-7} H.m^{-1}et\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) \approx 8{,}854 \times 10^{-12} F.m^{-1}$.

Dans la limite relativiste à laquelle nous allons nous intéresser, la forme réduite de la relation d'Ampère s'écrit :

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \text{ (II.6)}$$

En accord avec la conservation de la charge, qui requiert un courant à divergence nulle, c-à-d un courant circulant sur des boucles fermées sans accumulation de charges.

II.4.3. Force électromagnétique :

La force électromagnétique ou la force de Lorentz une charge (q) qui se déplace dans un champ électrique $\vec{E}$ caractérisé par l'induction magnétique$\vec{B}$.

$$F = qE^{\rightarrow} + J \times B^{\rightarrow} \text{ (II.7)}$$

Avec l'approximation électromagnétique, la force par unité de volume est écrite sur cette forme :

$$F = J \times B^{\rightarrow} \text{ (II.8)}$$

On a:

$$F = \sigma(V^{\rightarrow} \wedge B^{\rightarrow})B^{\rightarrow} \text{ (II.9)}$$

II.4.4. Équations du mouvement :

L'équation d'état des fluides conducteurs (métaux liquides) peut souvent se ramener àρ = *Cte*(avecρmasse volumique). Lorsque les variations de température T sont suffisantes pour provoquer des variations de densité, on peut adopter la loi Boussinesq, de la forme [14] :

$$\rho = \rho_0\left[1 - \beta\left(T - T_0\right)\right] \text{(II.10)}$$

Avecβcoefficient de dilatation volumique,$\rho_0$masse volumique à T_0. Mais le coefficient de dilatation volumique est assez faible *($\approx 2.10^{-4} K^{-1}$)* pour que l'équation de continuité, qui exprime le principe de conservation de la masse, s'écrive :

$$\vec{\nabla}.\vec{u} = 0 \text{ (II.11)}$$

La loi fondamentale de la dynamique conduit à l'équation de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{g} + \frac{1}{\rho}\vec{j} \wedge \vec{B} \text{ (II.12)}$$

Avec*g* accélération due à la pesanteur, *p* pression νviscosité cinématique.

Où parmi les forces extérieures, nous retenons la force de Laplace par unité de masse $\frac{1}{\rho}\vec{j} \wedge \vec{B}$ *:*

Cette équation introduit la viscosité cinématique*ν*du fluide, tellement petite dans les métaux liquides *(≈ 10^{-7} m^2s^{-1})* que le nombre de Reynolds $Re = UL/\nu$ est en général très grand par rapport à l'unité *(≈ 10^7).* Cela a pour conséquence qu'à grande échelle le frottementvisqueux est négligeable. Toutefois, il existe des régions très minces, que l'on appelle couches limites, où le terme devient capable d'entrer en compétition avec les autres. Ces couches limites ont une épaisseur (14).

Lorsque la température *T* est une variable importante du problème, comme c'est bien souvent le cas dans les métaux fondus, on doit encore exprimer le premier principe de la thermodynamique pour fermer le système d'équations. Cetteéquation de l'énergies'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\vec{u}.\vec{\nabla}\right)T = \alpha\Delta T + \frac{j^2}{\sigma\rho c} + \frac{\Phi_\nu}{\rho c} \text{ (II.13)}$$

Avec, *c:* capacité thermique massique,

Φ_ν*:* dissipation volumique par viscosité,

α: diffusivité thermique *(α = κ /ρc),* κconductivité thermique.

La dissipation$\Phi_\nu$est en général négligeable dans les métaux liquides. Dans de nombreux problèmes, c'est aussi le cas pour la dissipation par effet Joule $j^2/\sigma\rho c$. On a en effet, en notant *Θ*une différence de température caractéristique (14)(1) :

$$\frac{j^2}{\sigma\kappa\Delta T} \approx \frac{\sigma u^2 B^2 L^2}{\kappa\Theta} = \frac{u^2}{c\Theta}\frac{\nu}{\alpha}\frac{\sigma B^2 L^2}{\rho\nu} \text{ (II.14)}$$

Le nombre de Prandtl ν/α est petit *($\approx 10^{-3}$),* et le nombre d'Eckert $u/\sqrt{c\Theta}$ est lui aussi habituellement petit *($\approx 10^{-2}$*). Il faudrait des valeurs spécialement élevées de l'induction magnétique pour que le nombre de Hartmann $\sigma B^2 L^2/\rho\nu$ soit assez grand pour rendre l'effet Joule non négligeable par rapport à la conduction thermique.

Chapitre III :

MODELISATION MATHEMATIQUE ET RESULTATS ET DISCUSSIONS

III.1 Effet du rayonnement thermique

Pour obtenir les différents profils, le système d'équations différentielles ordinaires (III.13)-(III .15) avec les conditions aux limites (III.16), sont résolus numériquement à l'aide de la méthode différences finies pour le problème des valeurs aux limites (***BVP***) à l'aide de MATLAB, les calculs numériques d'entrée sont retenus :

Gr_x= (0.1 , 0.2 , 2.0 , 4.0 , 6.0) ; Gm_x= (2.0 , 4.0 , 6.0) ; N= (3.0 , 5.0 , 10.0) ; Sc= (0.3 , 0.6 , 0.78 , 0.94) ; Pr=0.71.

III.1.1 Profils de vitesse :

Les figures (III.1)- (III.3) représentent les variations de profils de vitesse en fonction de variable de similarité η pour différentes valeurs de paramètres de contrôle de notre système physique. La figure (III.1) et (III.2) montrent la variation de la vitesse avec différentes valeurs de Grashof thermique et massique local Gr_x, Gm_x respectivement, on observe que la vitesse augmente avec l'augmentation de Grashof thermique et massique local prés de la plaque, prés de la plaque si la température est plus grande se qui influe sur la densité devienne plus faible se qui nous donne une amélioration de la vitesse. T'andis que la vitesse augmente avec la diminution de paramètre de rayonnement N d'après la figure (III.3).

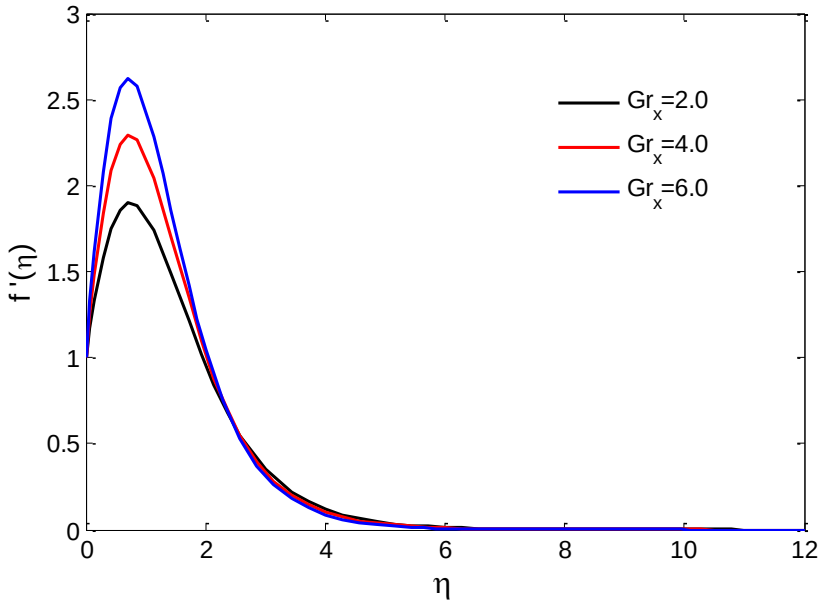


Figure III. 1 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

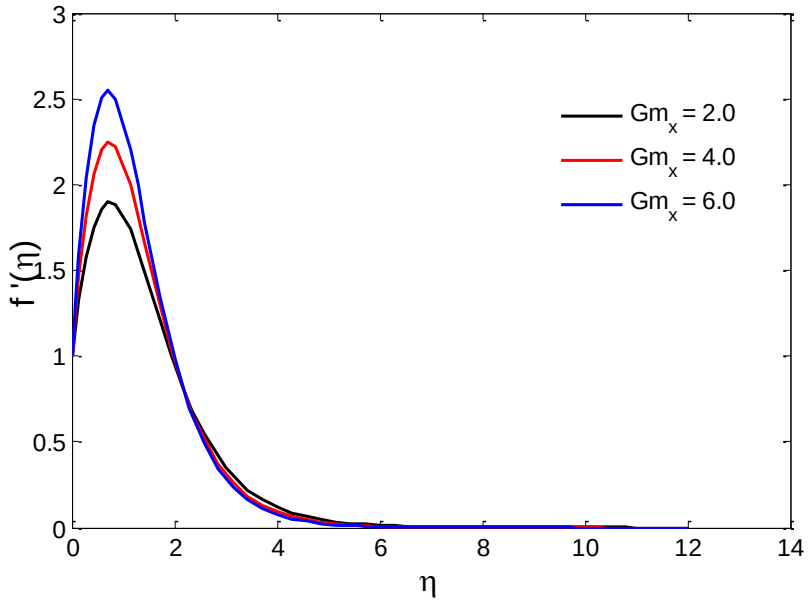


Figure III. 2 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

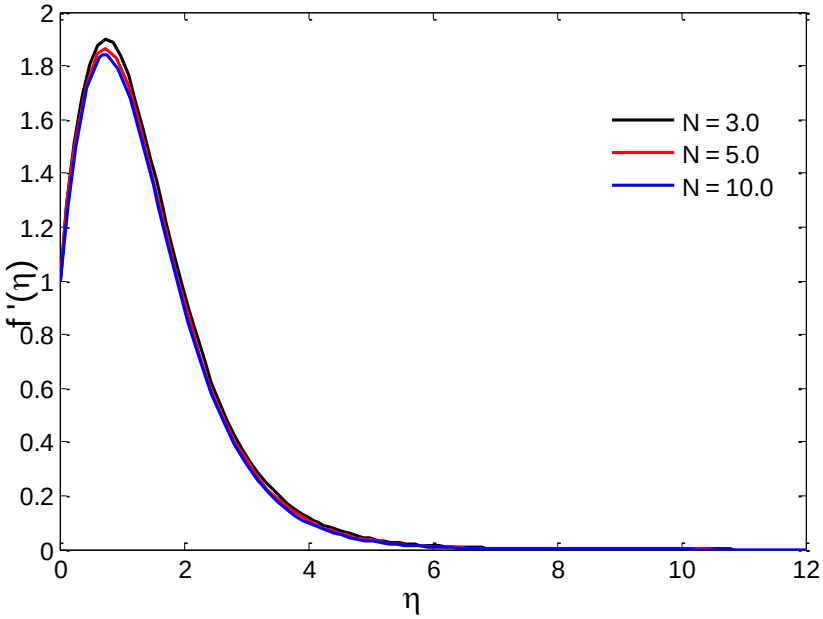


Figure III. 3: *Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de N (Gr_x = 2.0, Gm_x= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*

III.1 .2 Profils de température

Les profils de température sont présentés dans les figures (III.4)- (III.6), il peut être vu dans les trois figures que si le nombre de Grashof thermique localGr_x, le nombre de Grashof massique local Gm_x et le paramètre de rayonnement augmente la température diminue.

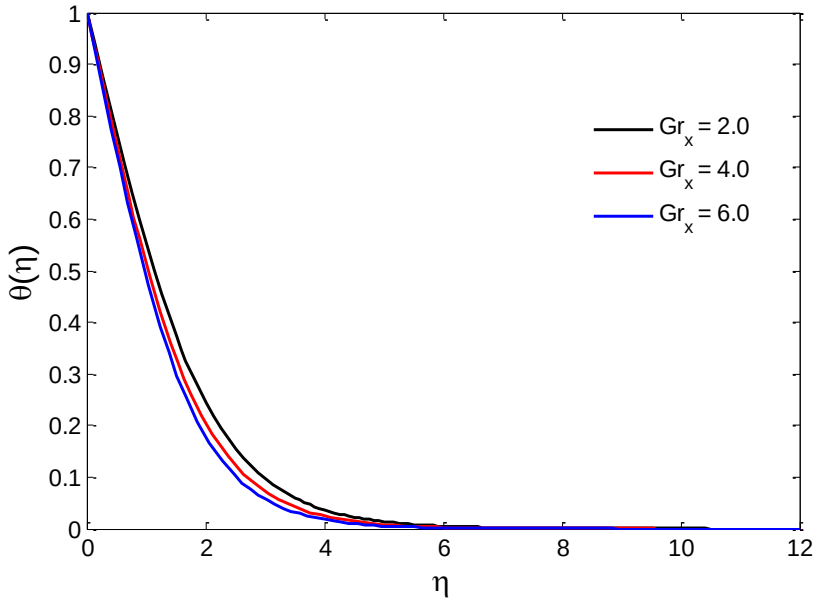


Figure III. 4: Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

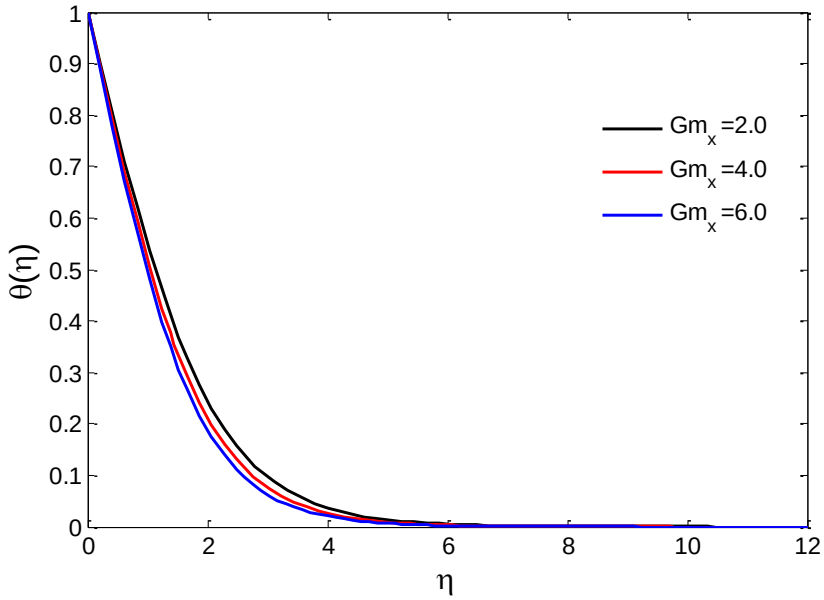


Figure III. 5 : *Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)*

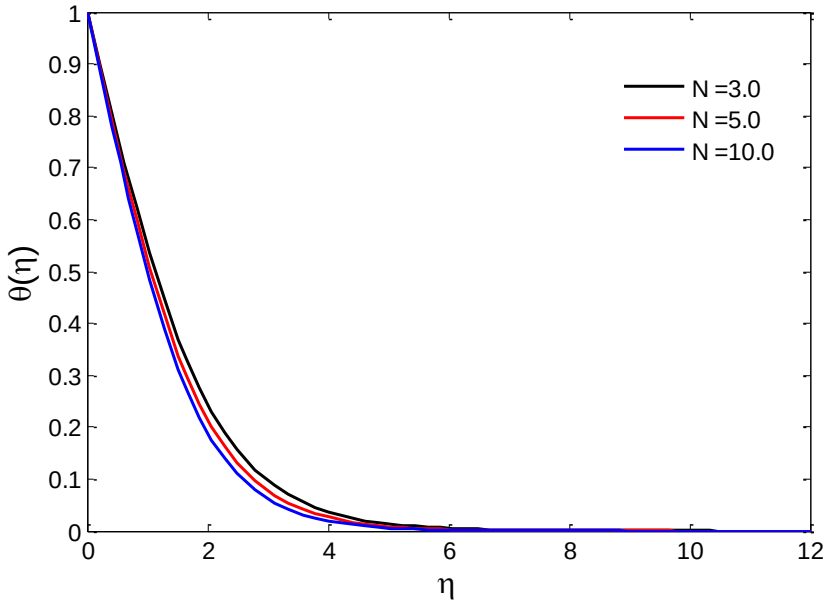


Figure III. 6 :Variation du profil de température pour différentes valeurs de N (Gr_x = 2.0, Gmx= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

III.1 .3 Profils de concentration

Les figures (III.7)-(III.10) décrit les résultats de la distribution de la concentration en fonction de variable de similarité η, les figures (III.7) et (III.8) montre que la concentration diminue avec l'augmentation du nombre de Grashof thermique local Gr_x et le nombre de Grashof massique local Gm_x. La figure (III.9) illustre l'effet de paramètre de rayonnement N sur le profil de la concentration parait être moins sensible à l'augmentation de paramètre de rayonnement N. Il est remarquable de la figure (III.10) que comme le nombre de Schmidt Sc augmente le profil de la concentration diminue.

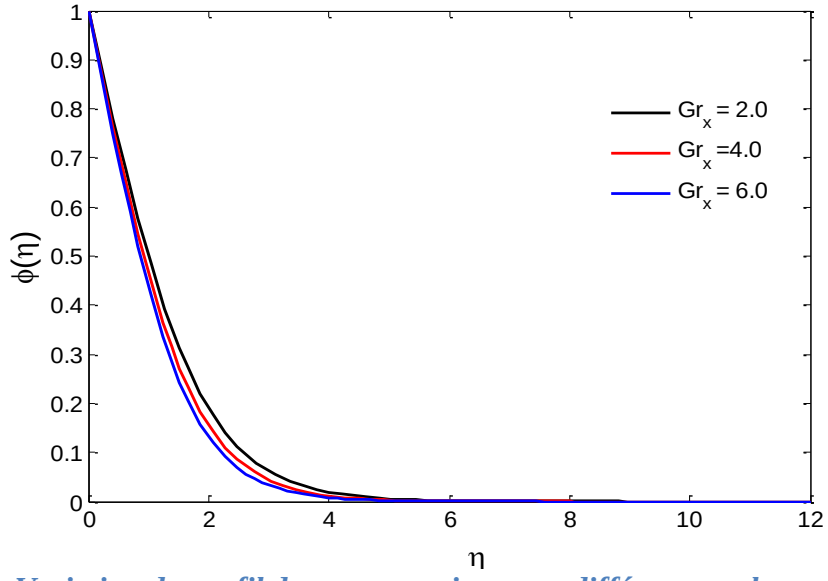


Figure III. 7 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71).

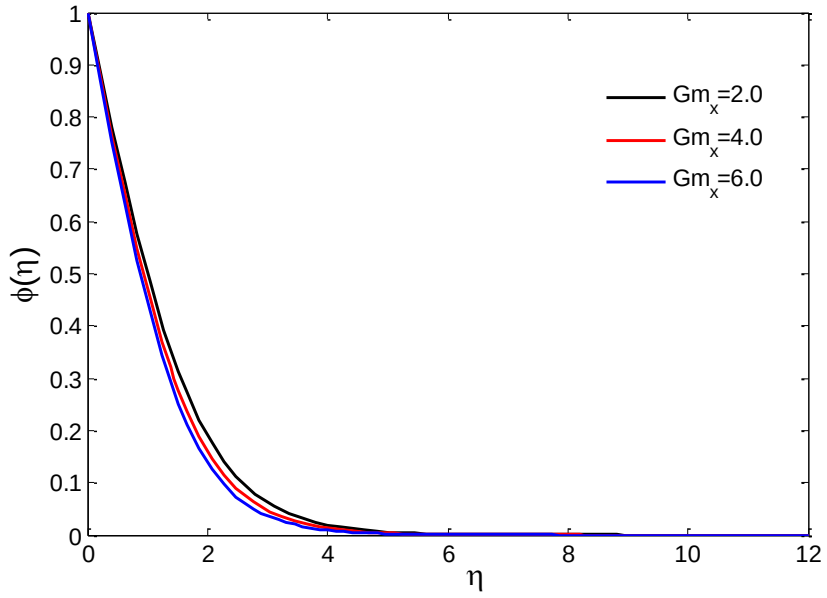


Figure III. 8 :Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

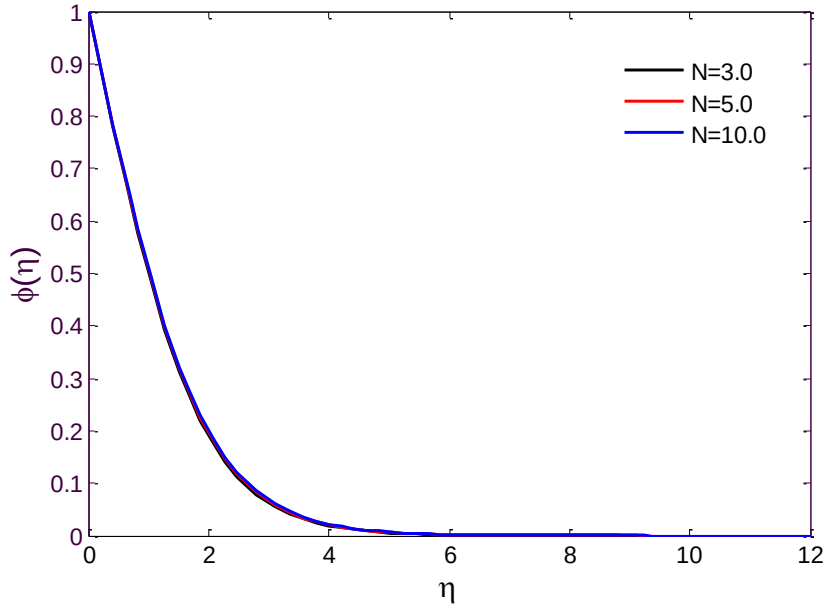


Figure III. 9 :Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de N (Gr_x= 2.0, Gm_x=2.0, Sc =0.6, Pr=0.71)

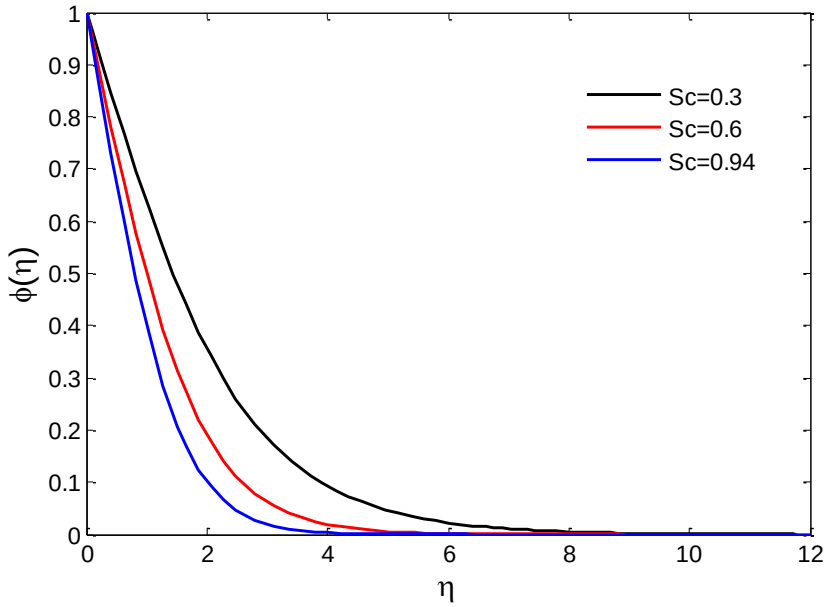


Figure III. 10 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Sc (Gr_x = 2.0, Gmx= 2.0, N =3.0, Pr= 0.71)

Conclusion générale

IV.4. Conclusion générale:

A la lumière de cette étude, on peut expliciter les conclusions suivant :

Pour un fluide micropolaire à la présence des effets magnétohydrodynamique (MHD) et une radiation thermique ;

- L'augmentation du paramètre magnétique entraîne une accélération de la vitesse angulaire, augmente la température et la concentration, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- Les profils de concentration d'espèces et de microréotation augmentent près de la plaque pour augmentation du paramètre de rayonnement thermique, mais les profils de vitesse d'écoulement et de température sont diminuent.
- L'augmentation du paramètre du matériau permet d'améliorer la température, la vitesse angulaire et les profils de masse des espèces, ce qui augmente l'épaisseur de la couche limites thermique et massique, mais l'effet est inversé pour la vitesse d'écoulement.
- On voit que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation des paramètres magnétiques et de rayonnement thermique, alors qu'il augmente pour augmentation du paramètre du matériau.
- Le taux de transfert de chaleur et de masse diminue pour augmentation du paramètre magnétique, le rayonnement thermique et le paramètre du matériau.

Référence bibliographique

Référence Bibliographie

1. **Philibert, jean.** Livre de diffusion et transport de matière dans les solide.

2. **O. Mahian, A. Kianifar, S.A. Kalogirou, I. Pop, S. Wongwises,.** A review of the applications of fnanofluids in solar energy. 2013. pp. 582-594.

3. **W.L. Siegmann, L.A. Rubenfeld.** A nonlinear model for double-diffusive convection. *SIAM Journal on Applied Mathematics.* 1975 . pp. 540-557.

4. **M. Bourich, M. Hasnaoui, A. Amahmid.** Double-diffusive natural convection in a porous enclosure partially heated from below and differentially salted. *International Journal of Heat and fluid flow.* 2004. pp. 1034-1046.

5. **A. Akbarzadeh, P. Manins.** Convective layers generated by side walls in solar ponds, Solar energy. 1988. 41, pp. 521-529.

6. **A, Maouassi.** intensification des echanges chaleur par l'utilisation des nanofluides. *memoire de magister.* boumerdes, universite m'hamed bougara boumerdes : s.n., 2012.

7. **A, LAMRI Zeggar.** Contribution à l'Etude Théorique des Transferts Thermiques Convectifs dans un Nanofluide, Application aux Modèles Monophasique et Diphasique. 2014.

8. **F, AYAD, T, MOHAMADI.** Etude de l'influence des effets de flottabilité thermique et massique sur l'écoulement impactant sur paroi chauffée. *thèse.* 2017.

9. **A, M,bouaziz.** contribution à l'étude des milieux poreux satures par des nanofluides. Modèles simples et complexes. mai 2016.

10. **M, Chandrasekar ,M,S, Kasiviswanathan.** Analysis of Heat and Mass Transfer on MHD Flow of a Nanofluid Past a Stretching Sheet. *International Conference on Computational Heat and Mass Transfer.* 2015. pp. pp 493-500.

11. **H, E,chouireb,.** Simulation numérique de la convection mixte dans un dissipateur de chaleur radial (pour application des diodes éléctrominescente, LED). *MASTER En Génie Mécanique.* 2018.

12. **A, DAAS ,S, DERFOUF ,N, BELGHAR , M, FALEK.** Simulation numérique de l'échange thermique dans une enceinte rectangulaire. *Third International conference on Energy, Materials, Applied Energetics and Pollution.* [article]. Constantine, Algeria : s.n., 30-31 October 2016.

13. **A, GHADBANE.** Etude numérique de l'écoulement avec transfert de chaleur d'un nanofluide dans un échangeur de chaleur. *MASTER En Génie Mécanique.* 2019.

14. **M, A,A,Makhloufi.** Simulation numérique de la convection naturelle bi-duffisuve dans une cavité poreuse. 2017.

15. **H, S,Mebarek.** Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité par la méthode volume finis. 2019.

16. **A, Messadi.** Transferts convectifs avec mhd autour des aiguilles fines. 2018.

17. **M, KHENTOUL.** Étude Numérique de la Convection Mixte dans un Canal Horizontal Contenant des Ailettes. *Thèse de doctorat de l'université de Frères Mentouri.* 2016.

18. **D, Nield.** Onset of thermohaline convection in a porous medium, Water Resources Research. 1968. 4, pp. 553-560.

19. **N, Ould Amer,S, Ouadah.** Simulation numérique d'un écoulement avec transfert de chaleur d'un nanofluide dans un dissipateur de chaleur. 2018.

20. **H, Salhi.** mémoire étude numérique de la convection naturelle dans les enceintes nanofluide. 2015.

21. *Plane Stagnation Double-Diffusive MHD Convective Flow with Convective Boundary Condition in a Porous Media.* **O.T. Gideon, S. Abah.** 2, 2012, American Journal of Computational Mathematics, p. 223.

22. **A, ABDEDDAIM.** Gestion des échanges thermiques des éléments électroniques. *MÉMOIRE DE MASTER "Energetique".* lundi 8 juillet 2019.

23. **Jean-luis, BRETONNET.***thermodynamique générale et appliquée.* paris : Ellipses édition Marketing S.A;2008, juin 2008.

24. **Dominique, MARCHIO et PAUL, REBOUX.***introduction aux transferts thermiques.* paris : Mines paris parisTech, 2008.

25. **A, De, GIOVANNI.** Conduction. *technique de l'ingénieur Mecanique et Chaleur.* 1930.

26. **R, GIBLIN.***transmission de la chaleur par convection naturelle.* paris : collection de l'ANRT,Eyrolles, 1974.

27. **R, MARCHAL.***transmission de la chaleur par convection dans les tubes.* paris : collection de L'ANRT, Eyrolles, 1975.