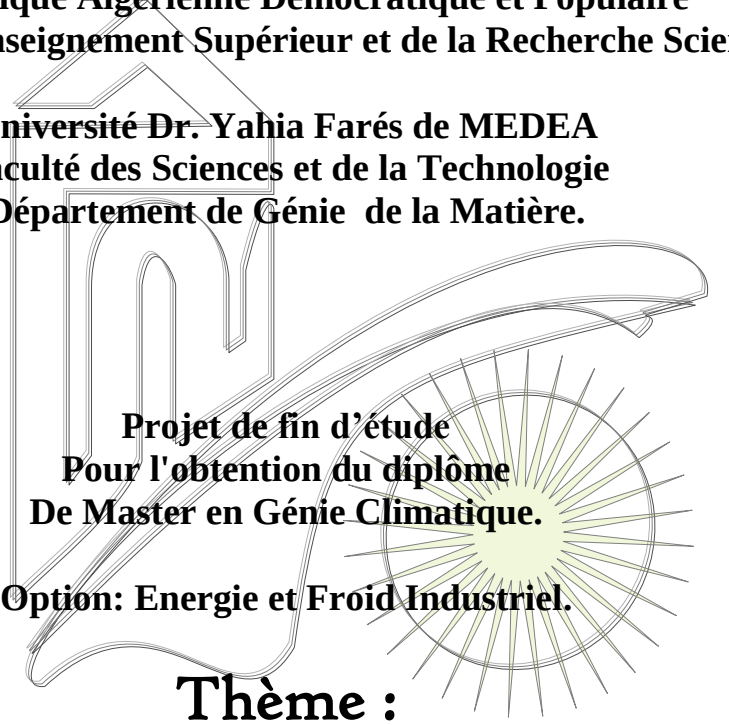
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Dr. Yahia Farés de MEDEA
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie de la Matière.



Projet de fin d'étude
Pour l'obtention du diplôme
De Master en Génie Climatique.

Option: Energie et Froid Industriel.

Thème :

Etude Numérique de la Compression par Thermocompresseur de la Vapeur secondaire d'un Concentrateur.

Encadrer par :

- Dr. ZIRARI Mounir.

Présenter par :

- FERGANI Amine.

** Promotion 2011/2012 **

Remerciement

Nous remercions notre dieu « ALLAH » pour tout puissant de nous avoir permis et aider a accomplir ce travail en nous assurant l`atteinte de notre objectif et arriver a notre but.

Nous tenons a remercier particulièrement Dr. ZIRARI MOUNIR, notre promoteur pour ces conseils, son assistance, son suivi et son soutient pour mener a tenir nos différents travaux de notre mémoire de fin d`étude et le chef département BACHENE Mourad.

Nous témoignons de notre gratitude a l`ensemble des enseignants d`universitaire Dr. YAHIA-FARES de MEDEA, et en particulièrement les enseignants du département de Génie-mécanique.

Merci a tous ceux qui, a un moment ou un autre, nous ont apporte leur savoir faire, en particulier madame T. Souad.

Tous nos remercions vont à monsieur les membres du jury qui nous ont honore' par leur présence et leur sens du devoir.

Dédicace

Je dédie ce travail

- *A mes très cher parents pour toute l`affection, tendresse et l`attention qu`ils mont témoignes et les sacrifices qu`ils ont bien voulu me consentir pour la réussite dans mes études.*
- *A l'esprit de ma grande mère « ALLAH yerhamha »*
- *A mes très chers frères et très chers sœurs.*
- *A toute la famille FERGANI.*
- *A tous mes amis de la promotion en particulier Amour, Benhamdi, Noureddine, Lamirie, Abdennour.*
- *A mon encadreur Dr. ZIRARI Mounir pour ça conseil et soutient.*
- *A tout mes professeurs et enseignants et maîtres du primaire jusqu'à l'universitaire.*
- *A mes très chers amis.*
- *A toute la promotion de département de génie mécanique sans exception.*

Fergani Amine.

Résumé:

L'évaporation est l'opération fondamentale qui a pour but de concentrer une solution d'un soluté solide ou liquide, par vaporisation du solvant, à la pression atmosphérique ou sous vide.

Lorsqu'il s'agit de solutions aqueuses, la consommation d'énergie est importante parce que la chaleur de vaporisation de l'eau est particulièrement élevée. Étant donné la grande pratique des solutions aqueuses, on a cherché à réduire la dépense en vapeur d'eau de chauffage.

Une façon de réutiliser la vapeur secondaire consiste à la recycler, au moins partiellement, en la réinjectant dans l'évaporateur en tant que vapeur de chauffage. Cette solution n'est pas possible qu'à condition de compenser la chute d'enthalpie entre vapeur de chauffage et vapeur secondaire par recompression de la vapeur recyclée. La technique la plus ancienne à cet égard, est la thermo-compression.

Le thermo-compresseur n'est autre qu'un éjecteur à vapeur. La pression de la vapeur motrice est transformée en énergie cinétique au niveau d'une tuyère, en produisant un jet de très forte vitesse. Ce jet aspire par entrainement une partie de la vapeur secondaire sortant de l'évaporateur. Au niveau du col, a lieu le mélange vapeur motrice/vapeur aspirée qui sort à une pression supérieur à celle de la vapeur aspirée.

Par ce projet on propose d'étudier numériquement l'écoulement de vapeur d'eau dans le thermo-compresseur ; dans le but de comprendre et par conséquent améliorer le procédé de mélangeage et de compression.

الملخص:

التبخر هو العملية الأساسية يهدف لتركيز محلول من المواد الصلبة الذائبة أو السائلة، عن طريق تبخير المذيب تحت الضغط الجوي أو تحت فراغ.

في حالة المحاليل المائية ، استهلاك الطاقة أمر مهم لأن حرارة تبخر المياه مرتفع بشكل خاص. نظرا لممارسة واسعة من المحاليل المائية، نبحث إلى خفض إنفاقٍ بخار الماء في التدفئة.

هناك طريقة لإعادة استخدام بخار الثانوي ترتكز على إعادة تدويرها، على الأقل جزئيا، و هي في إعادة إدخاله في المبخر بالبخار التدفئة. هذا الحل ممكن فقط للتعويض عن التراجع في المحتوى الحراري بين البخار التدفئة والثانوية عن طريق إعادة الضغط بخار-بخار و إعادة تدويرها. أقدم تقنية في هذا الصدد هو القاذف الحراري.

القاذف الحراري هو مجرد قاذف بخار. يتم تحويل ضغط البخار الدافع إلى طاقة حركية في فوهة، وإنتاج طائرة من سرعة عالية جدا. هذه الطائرة تمتص من خلال تدريب بعض من بخار الثانوية من المبخر. في الرقبة، وهذا الخليط يأخذ مكان الدافع بخار / شفط بخار يخرج عند ضغط أكبر من البخار الممتص.

لهذا المشروع نقترح دراسة عدديا تدفق بخار الماء في الحرارية ضاغط بهدف الفهم وبالتالي تحسين عملية الخلط والضغط.

Abstract:

Numerical by thermo compression of the compressor hub of a secondary steam
Project summary:

Evaporation is the fundamental operation with the aim of concentrating a solution of a solute solid or liquid, by vaporization of the solvent at atmospheric pressure or under vacuum. In the case of aqueous solutions, energy consumption is important because the heat of vaporization of water is particularly high. Given the wide practice of aqueous solutions, it has sought to reduce expenditure in steam heating.

One way of reusing the secondary steam is to be recycled, at least partially, in reinjecting it into the evaporator as heating steam. This solution is not only possible to offset the drop in enthalpy between heating steam and secondary steam vapor recompression recycled. The oldest technique in this regard is the thermo-compression.

The thermo-compressor is simply a steam ejector. The pressure of the motive steam is converted into kinetic energy at a nozzle, producing a jet of very high speed. This jet sucks by training some of the secondary vapor from the evaporator. At the neck, the mixture takes place motive steam / suction vapor coming out at a pressure greater than that of the steam sucked.
For this project we propose to study numerically the flow of water vapor in the thermo-compressor in order to understand and therefore improve the mixing process and compression.

Notation	*Signification*	*Unité*
a_e, a_w, a_n, a_s	Densité du flux totale a travers les faces e, w, n, s de Pression-gradient de vitesse	
A_p, A_e, A_s, A_n, A_w	Coefficient dans le système d'équation algébrique discrétisées	
$C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	Coefficient du mode k-ε	
C_s, C_1, C_2	Constantes du modèle RSM	
$C'_{1,}C'_2$	Constantes du modèle ASM	
e, w, n, s	faces Est, Ouest, Nord et sud du volume de contrôle considéré	
D_e, D_n, D_s, D_w	Flux diffusif à travers les faces e, n, s et w	
F_e, F_n, F_s, F_w	Flux convectif à travers les faces e, n, s et w	
J_X, J_Y	La densité de flux par convection et par diffusion	
D	Diffusivité massique moléculaire	$m^2/_s$
F	Distances équivalentes représente la proximité de surface solide	
K	énergie cinétique turbulente	J/Kg
L_m	Longueur de mélange	m
T	Température	$°C$
P	Pression instantanée	N/m^2
p	Fluctuation de pression	N/m^2
$\bar{P}$	Pression moyenne	N/m^2
P_k	Production de l`énergie turbulente	
$S_\emptyset$	Terme source	
t	temps	s
$\overline{R_{ij}}$	Tenseur de Reynolds	
u, v	Fluctuation de vitesse	

U	Composante de la vitesse moyenne dans la direction X	
V	Composante de la vitesse moyenne dans la direction Y	
$\overline{u_i u_j}$	Tension de Reynolds	
$\overline{U_i U_j U_k}$	Terme de diffusion	m/s
h	Coefficient d`échange de convection	j/m^2 °C

Symboles grecs

α	La diffusivité thermique	
δ_{ij}	Symboles de Kronecker	
ε	Taux de dissipation de l`énergie cinétique turbulente	m^2/s^2
λ	La conductivité thermique	j/s. m. k
μ	La viscosité dynamique	Kg/m. s
μ_t	La viscosité dynamique turbulente	Kg/m. s
μ_{eff}	La viscosité dynamique effective	Kg/m. s
ν	La viscosité cinématique	m^2/s^2
ν_t	La viscosité cinématique turbulente	m^2/s^2
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Constante numérique dans le modèle k- ε	
ρ	La masse volumique	kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement	N/m^2
τ_{ij}	Tenseur des contraintes de cisaillement	N/m^2
τ_p	Frottement pariétal	N/m. s^2
ϕ	Variable généralisée par unité de masse	
ϕ'	Composition de fluctuation	
$\bar{\phi}$	Grandeur moyenne	
Γ	Coefficient d`échange dans les termes de transport	

Γ_ϕ	Coefficient de diffusion
L_s	Échelle de longueur des grandes structures
Q`	flux de chaleur par unité de volume
C_p	Chaleur massique

Abréviation

2D	Deux dimensions
3D	Trois dimensions
PNC	Plug and cool
ASM	Algebric stress model
EDP	Equation aux dérivées partielles
RSM	Reynolds stress model
LES	Large eddy simulation
TDMA	Tri diagonal matrix algebric

Sommaire

Introduction Générale..... 1

Chapitre I : ***Généralité sur les éjecteurs :***

I-1/Introduction :.....3

I-2/Caractéristiques géométriques des éjecteurs :.....4

I-2.1/ Éjecteurs à mélangeur cylindrique : 5

I-2.2/Ejecteurs à mélangeur convergent-divergent :.....5

1-2.3/Éjecteurs à plusieurs étages :.....6

I-3/Caractéristique technique :.....7

I-4/Différents type d'éjecteurs :.....8

I-4.1/Éjecteurs à jet liquide :.....8

a. Ventilateurs à jet liquide :.....8

b. Compresseurs à jet liquide :.....10

c. Pompes à vide à jet liquide :.....11

d. Pompes à liquide à jet liquide :.....12

I-4.2/Éjecteurs à jet de gaz :.....14

a. Ventilateurs à jet de gaz :.....14

b. Compresseurs à jet de gaz :.....15

c. Pompes à vide à jet de gaz :.....15

1-4.3/Éjecteurs à jet de vapeur :.....17

a. Ventilateurs à jet de vapeur :.....18

b. Compresseurs à jet de vapeur :.....18

c. Pompes à vide à jet de vapeur :.....19

d. Éjecteurs/réchauffeurs à liquide à jet de vapeur :.....21

I-5/Les avantages et inconvénients d'éjecteur :.....22

I-6/Cycle frigorifique à thermocompresseur :.....23

I-7/Recompression du vapeur secondaire d'un concentrateur :..... *25*

I-8/Conclusion :..... 26

Chapitre II : ***Modèles physiques et mathématiques :***

II-1/Introduction :.....*27*

II-2/Modélisation de L'écoulement des Fluides :.....*27*

II-2-1/Equation de continuité:.....27

II-2-2/Equation de Navier-Stokes :.....27

II-2-3/La décomposition statique (La décomposition de Reynolds) :.....28

II-2-4/Les équation des mouvements moyennes :.....28

Sommaire

II-2-4-1/Équation de continuité de mouvement moyen :..... 28
II-2-4-2/Équation de Navier-stocks moyenne :..... 28
II-2-4-3/Equation de transport des tensions de Reynolds : 29
II-2-4-4/Équation de l'énergie cinétique fluctuante : K= $\frac{1}{2}R_{ij}$:..... 32
II-2-4-5/Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante : 32
II-2-5/Problème de fermeture des équations: 32
II-2-6/Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence : 33
II-2-6-l/Hypothèse de chou : 33
II-2-6-2/Hypothèse de viscosité turbulente de bousines : 33
II-2-6-3/Hypothèse de longueur de mélange de Prandtl : 33
II-2-6-4/Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov : 33
II-2-7 /Les modèles de turbulence et leurs classifications : 34
II-3/Modélisation du transfert de chaleur: *40*
II-3-l/Bilan Thermique : Equation De Chaleur : 40
II-3-2/Transferts de chaleur en écoulements incompressibles : 41
II-4/Conclusion : *42*

Chapitre III : Solution numérique par discrétisation :

III-1/Introduction : 43
III-2/Les méthodes numériques : 43
III-2-l/Méthode des différences finies : 43
III-2-2/Méthode des éléments finis : 44
III-2-3/Méthode des volumes finis : 44
III-3/Dérivation des équations de discrétisation : 45
III-4/Choix d'un maillage : 46
III-4-1 /Discrétisation : 47
III-4-l-l/Terme temporelle: 47
III-4-l-2/Terme d'advection: 48
III-4-l-3/Terme de Diffusion : 51
III-4-l-4/Termes source : 52
III-5/Discrétisation de l'équation de chaleur par éléments finis : 52
III-5-l/Forme discrétisée : éléments finis : 52
III-5-l-l/Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures : 53
III-5-l-2/Représentation globale du champ de températures : 53

Sommaire

III-5-2/Discrétisation de la forme intégrale faible :.....54
III-5-3/Exemple de calcul élémentaire : 54
III-6/Conclusion : 55

Chapitre IV : Résultats et discussion :

IV-1/Introduction : 56
IV-2/Introduction sur l'ANSYS: 56
1°/ Préparation des données: 57
2°/ Traitement:..... 57
3°/ Analyse et visualisation des résultats :..... 57
IV-3/Description :..... 57
IV-4/Conditions aux limites : 59
IV-4-1/ Maillage de système :..... 59
IV-4-2/Condition d'entre : 60
IV-5/Interprétation des résultats : 60
IV-5-1/ Champ de vitesse :..... 61
IV-*5-21* Champ dépression :..... 63
IV-5-3/Champ de température : 65
IV-6/Conclusion :..... 67

Conclusion Générale..... 68

Introduction générale

Les éjecteurs à jet de vapeur dit ***Thermocompresseur*** compriment une vapeur basse pression à une pression intermédiaire par l'utilisation de l'énergie d'un vapeur à pression plus élevée. En règle générale, le vapeur motrice (vapeur à pression élevé) utilisée est le vapeur d'eau ainsi que le vapeur à comprimé (vapeur à basse pression). En principe, on peut cependant fonctionner avec toutes sortes de vapeurs, motrice ou aspirée.

Le vapeur est détendu dans le tuyau primaire et son énergie de pression transformé en énergie cinétique. Il s'agit généralement d'une conduite avec une section se rétrécissant en premier lieu puis s'élargissant donc les thermocompresseurs et les éjecteurs on cas générale son à effet du Venturi. Pour des rapports de pression surcritiques la vitesse atteinte est supersonique. Le jet moteur entraine avec le vapeur aspiré, son mélange à elle dans le cône d'entré, échange son énergie par impulsions et accélère ce vapeur aspiré. Il se forme un mélange qui pénètre dans le col du diffuseur (la sortie du thermocompresseur) à grand vitesse lorsque le rapport entre les pressions d'aspiration et de refoulement est élevé (la vitesse devient supersonique qu'on le rapport de compression doit surcritique). Son énergie cinétique se transforme partiellement en pression lors d'un saut de pression et par ralentissement dans le diffuseur final.

Plus la vitesse du jet moteur et élevée, plus la consommation de vapeur et faible. Des vitesses importantes de jet moteur sont obtenues pour des taux de détente (entre la pression motrice et la pression d'aspiration) importants.

Les thermocompresseurs peuvent utilisés en évaporation et concentration car leur intermédiaire (leur refoulement ou bien sortie) avent une grande température alors grand quantité de chaleur est transférée.

Dans notre proposition on s'intéresse à l'étude des caractéristiques géométriques de thermocompresseur ; et connaitre ce qui passée dans différent conduite de la thermocompresseur à l'aide d'un logiciel de simulation des écoulements des fluides et des transferts de chaleur « ANSYS » ; ces étude comporte quatre chapitres :

- Dans la première chapitre ; définition et représentation des différents types des éjecteurs et leurs utilisations dans différents domaine.
- Le deuxième chapitre ; représentation des modèles mathématique et physique.
- Le troisième chapitre représente les méthodes de simulation numérique ou les trois méthodes son données ainsi que le chois de méthode et la discrétisation du ça modèle mathématique.
- Le dernier chapitre donne la résolution et l'interprétation des résultats obtenus par l'ANSYS.

Finalement ; on termine le travail par une conclusion générale qui résume le travail.

Chapitre I:

Généralité sur les éjecteurs

I-1/Introduction :

Les éjecteurs, appelés également appareils à jet ou encore trompes, sont des appareils statiques destinés à aspirer, comprimer ou mélanger des gaz, des vapeurs, des liquides et parfois des solides grâce à la détente d'un fluide primaire moteur. Celui-ci peut être gazeux, en régime subsonique ou supersonique, ou liquide, en régime incompressible, et apporte l'énergie nécessaire à l'entraînement du fluide secondaire.

Ces appareils peuvent également assurer la vidange d'une cavité ou d'un volume et, dans certaines applications, concurrencer les pompes à vide mécaniques grâce à leurs capacités d'absorption qui peuvent atteindre 10^6 m^3/h d'air.

Par rapport aux pompes à vide, les éjecteurs ont le grand avantage d'être d'un prix de revient sensiblement inférieur à celui d'une pompe classique, de ne posséder aucune pièce en mouvement, donc d'être d'un entretien quasi nul, et de bien résister à la corrosion ou aux attaques de gaz agressifs comme de particules solides. Ils ne supplantent toutefois pas toujours les pompes à vide mécaniques en raison d'une plage de fonctionnement plus étroite et d'une consommation d'énergie élevée et, dans certaines applications, l'association éjecteurs-pompe à anneau liquide est à préconiser.

Côté aspiration	Côté moteur		
	Pompe à jet liquide	**Pompe à jet de gaz**	**Pompe à jet de vapeur**
Ventilateur	Ventilateur à jet liquide ΔP jusqu'à quelques dizaines de mbar tous débits jusqu'à 100 000 m^2/h	Ventilateur à jet de gaz ΔP jusqu'à quelques centaines de mbar tous débits jusqu'à plusieurs millions de m^3	Ventilateur à jet de vapeur
Compresseur	Compresseur à jet liquide Standard jusqu'à des débits moteurs de 50 m^3/h environ	Compresseur à jet de gaz $\Delta P > 300$ mbar	Compresseur à jet de vapeur (thermo-compresseur) $\Delta P > 300$ mbar
Pompe à vide	Pompe à vide à jet liquide Standard jusqu'à des débits aspirés de 20 à 30 kg/h et des débits moteurs de 40 m^3/h environ	Pompe à vide à jet de gaz Toutes tailles sur demande	Pompe à vide à jet de vapeur P_a jusqu'à 0,005 mbar tous débits jusqu'à plusieurs millions de m^3/h
Pompe à liquide	Pompe à liquide à jet liquide Standard jusqu'à un débit liquide total de 100 000 kg/h	Pompe à liquide à jet de gaz (non commercialisé)	Pompe à liquide à jet de vapeur Standard jusqu'à 30 m^3/h environ de liquide aspiré

Tableau I-1 : Dénomination générale des éjecteurs avec leurs caractéristiques principales.

La variété des fluides primaire et secondaire a permis la réalisation d'une large gamme d'appareils adaptés à de nombreuses applications. ***Le tableau I-1*** qui résume ces différentes réalisations nous a servi de base pour la rédaction de cet article. Cette façon de voir, type catalogue, présente quelques risques de répétitions, mais permet, à tout utilisateur potentiel, compte tenu du problème qu'il a à résoudre et du fluide moteur dont il dispose éventuellement, de faire un choix.

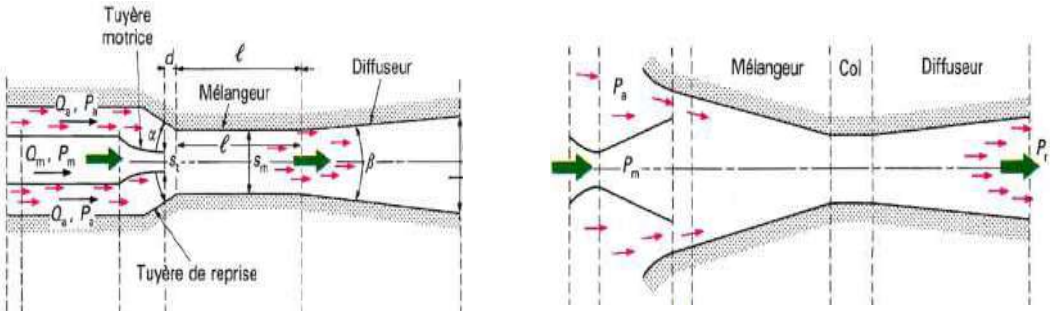
Toutefois, afin de permettre à un ingénieur de se faire une idée approximative du dimensionnement et des caractéristiques de l'appareil dont il a besoin, nous traiterons les trois principales combinaisons :

- les éjecteurs à liquide à jet liquide ;
- les éjecteurs à gaz à jet de gaz ;
- les éjecteurs à vapeur à jet de vapeur.

I-2/Caractéristiques géométriques des éjecteurs :

Selon leur géométrie, on peut diviser les éjecteurs en deux types principaux : les éjecteurs à mélangeur cylindrique, les éjecteurs à mélangeur convergent-divergent et les éjecteurs multi-étage.

-a- ***-b-***



-c-

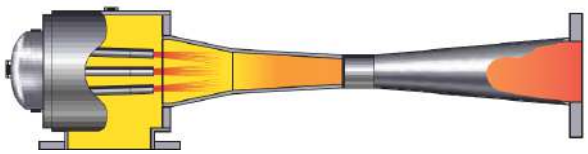


***Figure I-1** : Différent géométrie d'un éjecteur (mélangeur cylindrique, mélangeur convergent-divergent et éjecteur multi-étage).*

I-2.1/ Éjecteurs à mélangeur cylindrique :

La ***figure I-1a*** montre le schéma de principe d'un éjecteur à liquide et à mélangeur cylindrique. Dans cet éjecteur, la tuyère motrice qui accélère le fluide est donc simplement convergente alors que, dans le cas d'un éjecteur à air ou à vapeur, le flux moteur est généralement supersonique ; la tuyère motrice est donc convergente-divergente.

Dans tous les cas, la tuyère transforme l'énergie de pression du flux moteur en énergie cinétique et le jet primaire, à grande vitesse, entraîne le fluide secondaire dans le mélangeur par échange de quantité de mouvement. Ce mélange des flux primaire et secondaire s'effectue à pression sensiblement constante dans le mélangeur cylindrique, puis la pression croît dans le diffuseur de sortie comme le montre également la ***figure I-1a***, sur laquelle l'évolution des vitesses des deux flux est également représentée.

Les éjecteurs à mélangeur cylindrique sont plutôt utilisés lorsque le fluide moteur est liquide. Ils le sont également lorsque l'on souhaite comprimer modérément de forts débits mais, dans ce cas, on utilise du gaz comme flux primaire. L'éjecteur fonctionne alors en régime mixte.

I-2.2/Éjecteurs à mélangeur convergent-divergent :

La **figure I-1b** montre le schéma de principe d'un éjecteur à gaz et à mélangeur convergent-divergent. Le principe de base du fonctionnement est bien sûr le même que précédemment : l'entraînement du flux secondaire se fait toujours par échange de quantité de mouvement jusqu'à l'obtention d'une veine de vitesse pratiquement uniforme et en général supersonique. L'énergie cinétique de cette veine se transforme de façon quasi isentropique en pression dans le convergent supersonique qui réduit la vitesse jusqu'à un nombre de Mach voisin de l'unité au col, puis dans le diffuseur final subsonique.

Ce type de géométrie permet de réduire la longueur de l'éjecteur, diminue les pertes par frottement et donc améliore le rendement tout en repoussant la limite de désamorçage (cf. ci-après).

I-2.3/Éjecteurs à plusieurs étages :

Les éjecteurs à un seul étage sont utilisés pour créer un vide, de valeur absolue entre la pression atmosphérique et 0.1 bar. Il est possible d'atteindre un vide plus important, de 0.1bar à $3.76*10^{-6}$ bar (3 μm Hg) en utilisant plusieurs étages (***figure I-1c***). Les systèmes à plusieurs étages comprennent souvent des condenseurs de type à contact de surface ou à contact direct. Des inter-condenseurs réduisent les besoins de vapeur motrice et, dans certaines situations, permettent de récupérer le produit de condensation.

Les systèmes à plusieurs étages de sont conçus individuellement pour obtenir le rendement optimal, avec une consommation d'énergie minimale. Ils sont conçus pour accepter divers gaz de traitement, y compris l'air, l'eau, HCl, le butane, SO2, l'éthylène-glycol et de nombreuses autres vapeurs organiques et inorganiques. Quand les conditions le justifient, des matériaux de construction résistant à la corrosion sont utilisés.

Alors que la majorité des éjecteurs ont entraînés à la vapeur, il est possible d'utiliser d'autres fluides. Il est possible d'utiliser comme élément moteur un produit compatible au procédé, afin de maintenir la pureté d'un produit, par exemple : fournit des ensembles complets, clés en main, qui comprennent les éjecteurs, les condenseurs, la tuyauterie de raccordement, l'instrumentation et les commandes électroniques.

- **Régime de fonctionnement nominal :**

L'évolution axiale des variables vitesse et pression des deux flux est également portée sur la ***figure I-1b***. On note que le flux secondaire devient sonique un peu en aval de la section de sortie de la tuyère primaire (il serait sonique dans cette section dans le cas d'un mélangeur cylindrique lorsque l'éjecteur fonctionne à son régime nominal) et que le mélange s'effectue avec de petites fluctuations de vitesse et donc de pression pour atteindre sensiblement la vitesse du son au col, mais en lui restant légèrement supérieur. Un léger choc de recompression peut ainsi se stabiliser en début de diffuseur qui au-delà de ce choc achève de recomprimer le mélange en régime subsonique.

- **Régime de fonctionnement mixte :**

Si l'on augmente la pression de refoulement, toutes choses égales par ailleurs, le choc localisé dans le diffuseur remonte dans ce lui ci, puis dans le col si ce dernier est un cylindre de longueur non nulle et atteint le convergent dans lequel il ne peut se stabiliser ; il s'ensuit un désamorçage brutal de l'ensemble de l'écoulement et on obtient le régime mixte qui s'accompagne d'une discontinuité dans le débit secondaire. La valeur de la pression de refoulement à laquelle intervient le désamorçage dépend de la longueur du mélangeur et surtout de la section du col qui doit être choisie pour que le nombre de Mach y soit égal ou faiblement supérieur à l'unité.

Cela explique pourquoi ce type d'éjecteur est calculé pour une pression de refoulement de l'ordre de 90 % de la pression optimale de façon à éviter tout risque de désamorçage fortuit (l'influence de la pression de refoulement est nettement moins importante dans le cas d'un mélangeur cylindrique où la transition entre le régime supersonique et le régime mixte du débit secondaire se fait sans discontinuité).

I-3/Caractéristique technique :

- La section du col de la tuyère primaire, simplement convergente ou convergente-divergente, est bien sûr l'un des principaux paramètres puisqu'elle est liée au débit de fluide dont on dispose pour faire fonctionner un éjecteur.
- Le rapport diamètre du mélangeur/diamètre de sortie de la tuyère primaire (dans le même plan) est un paramètre également important si l'on sait que l'éjecteur fonctionne de façon optimale lorsque la pression statique des deux flux est la même dans la section de sortie.
- La longueur du mélangeur cylindrique ou convergent-divergent est un paramètre plus difficile à bien cerner. Il doit bien sûr être suffisamment long pour obtenir un mélange satisfaisant des deux flux mais pas trop pour éviter des pertes inutiles ; le rapport longueur / diamètre peut varier de 10 à 20 (suivant les cas).
- En ce qui concerne le second col séparant le mélangeur convergent du diffuseur, il est préférable qu'il s'étende sur une longueur un peu inférieure au diamètre plutôt que de constituer un simple minimum local de section.
- Quant au diffuseur final, il doit être adapté à la pression de refoulement désirée et respecter l'angle d'ouverture classique β qui assure un bon rendement de diffusion.

I-4/Différents type d'éjecteur :

Nous allons maintenant passer en revue les différents types d'éjecteurs compte tenu des trois sources motrices indiquées dans le ***tableau I-1*** : jet liquide, jet de gaz et jet de vapeur, en faisant référence à divers travaux théoriques, en indiquant le champ d'applications et en donnant autant que possible des caractéristiques numériques.

I-4.1/Éjecteurs à jet liquide :

Le champ d'application de ces appareils est vaste et dépend du but recherché ainsi que du fluide ou du solide aspiré.

a. Ventilateurs à jet liquide :

Ils aspirent de grands débits d'air, de gaz ou de vapeur avec de faibles taux de compression. La dépression obtenue avec ce type d'appareil se situe dans le domaine de 1 à 20 mbar. Ils sont surtout utilisés pour la ventilation d'ateliers, d'entrepôts ou de réservoirs. L'eau du réseau de distribution est le fluide moteur et peut être recyclée par une pompe.

La ***figure I-2*** donne à titre d'exemple la relation entre le débit aspiré et la compression pour différentes pressions du fluide moteur et pour plusieurs réalisations industrielles ; pour cette gamme d'appareils, la consommation d'eau varie de 0,7 à 26 m^3/h pour un débit aspiré de 30 à 3 000 m^3/h.

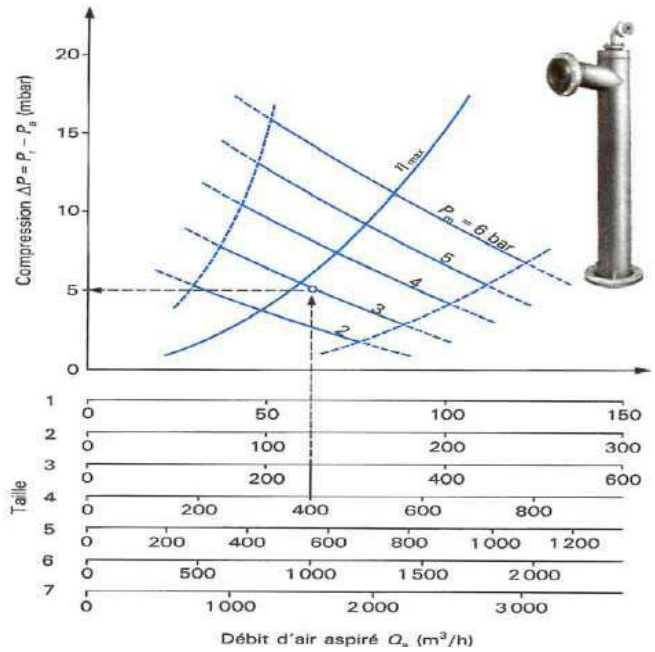
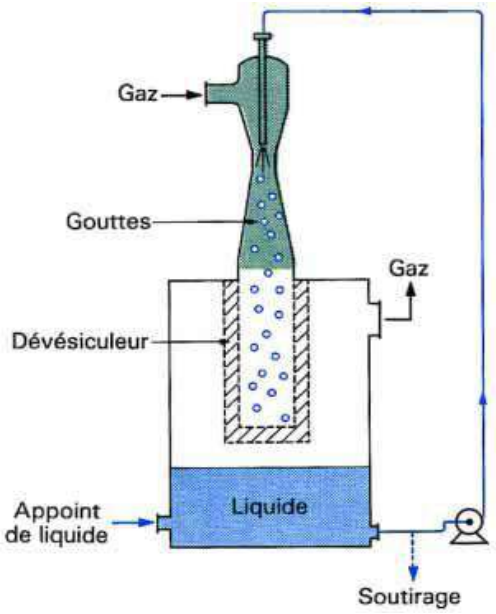


***Figure I-2** : Diagramme de définition d'un ventilateur à jet liquide.*

D'autres applications concernent la condensation de vapeurs, le refroidissement de gaz, ou l'absorption de gaz plus ou moins toxiques ou corrosifs. Dans ce dernier cas, l'éjecteur travaille en circuit fermé. L'eau motrice circule grâce à une pompe centrifuge et le gaz aspiré est séparé de l'eau dans un bac séparateur ; la température de l'eau est maintenue constante par appoint ou par échangeur.

Un tel éjecteur peut condenser quelques kilogrammes de vapeur par heure, la pression limite étant évidemment la pression de vapeur saturante de l'eau.

Un autre exemple est le laveur de gaz ***(figure I-3)***, souvent utilisé pour laver et dépoussiérer des quantités de gaz auquel on ne veut faire subir qu'une perte de charge très minime. S'il s'agit de gaz dangereux tels que SO_2, HCl, Cl_2, NH_3, etc., ils pourront être ensuite absorbés par des solutions aqueuses, basiques ou acides. Ces appareils sont généralement munis de dévésiculeurs destinés à arrêter les très fines gouttelettes formées lors de la pulvérisation du liquide. Certains éjecteurs laveurs sont multi-buses au niveau moteur, ce qui permet de pulvériser le liquide de lavage en fines gouttelettes et d'augmenter notablement la surface d'échange. Il existe des appareils de laboratoire dont la gamme d'aspiration va de 0 à environ 150 m^3/h avec une température de gaz aspiré limitée à 80 °C. Pour des besoins plus importants, on peut trouver jusqu'à environ 1 500 m^3/h de gaz aspiré avec un taux de compression de quelques millibars.



<u>Figure I-3</u> : Schéma de principe d'un laveur de gaz.

Lorsque le gaz aspiré contient des particules solides ou liquides de taille inférieure ou égale au micromètre, on utilise des éjecteurs laveurs de type Venturi, où la bonne capacité de séparation est due à la vitesse relative élevée entre le gaz chargé de particules et le liquide moteur. On trouve industriellement une gamme d'appareils dont la capacité d'aspiration va de 100 à 30 000 m^3/h.

b. Compresseurs à jet liquide :

Ce sont des appareils destinés à extraire et comprimer des gaz tout en les mélangeant au fluide moteur qui est dispersé en fines gouttelettes à la sortie de la tuyère primaire pour obtenir un meilleur brassage des deux flux. La ***figure I-4*** montre la relation qui existe entre la capacité d'aspiration, la compression ΔP et la pression effective ΔP_1 du fluide moteur.

Un exemple typique d'application de ce type d'éjecteur est le mélange liquide-gaz avec une compression d'ozone pour le traitement de l'eau.

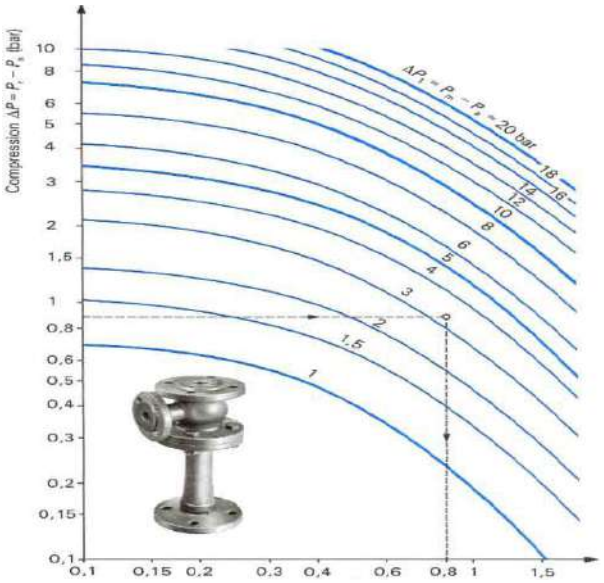


Figure I-4: Diagramme de définition d'un compresseur à jet liquide.

c. Pompes à vide à jet liquide :

Dans ces appareils, le fluide moteur est la plupart du temps de l'eau qui peut être facilement recyclée. La pression minimale accessible à débit aspiré nul correspond à la pression de vapeur saturante du liquide moteur et dépend donc de la température. Par exemple, pour de l'eau à 20 °C, la pression limite est voisine de 23 mbar tandis qu'à 10 °C cette pression s'abaisse à 12 mbar environ. Il faut noter que ce type d'appareil fonctionne dans les meilleures conditions lorsque le tuyau de refoulement plonge au-dessous du liquide comme le montre la ***figure I-5***.

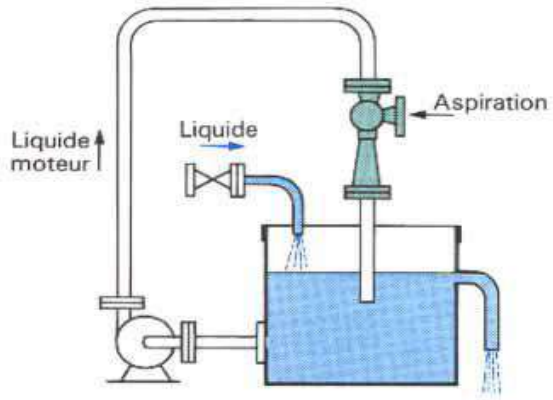


Figure I-5: Schéma d'implantation d'une pompe à vide à jet liquide.

Le champ d'application de ce type d'appareil est vaste :

- distillation ou séchage sous vide ;
- mise sous vide de siphons, de conduites d'aspiration de pompes centrifuges, de condenseurs ;
- dégazage de régulateurs à air comprimé ;
- mise sous dépression de filtres, etc.

Pour des applications particulières dans lesquelles les gaz aspirés sont corrosifs, on utilise des pompes en porcelaine moulée dans un blindage d'acier.

d. Pompes à liquide à jet liquide :

Ces appareils ont pour principales applications :

- extraire et mélanger deux liquides. Ils sont surtout utilisés à ce titre dans la dilution des acides ou des bases jusqu'à obtention de la concentration souhaitée, comme dans le cas du traitement des eaux.

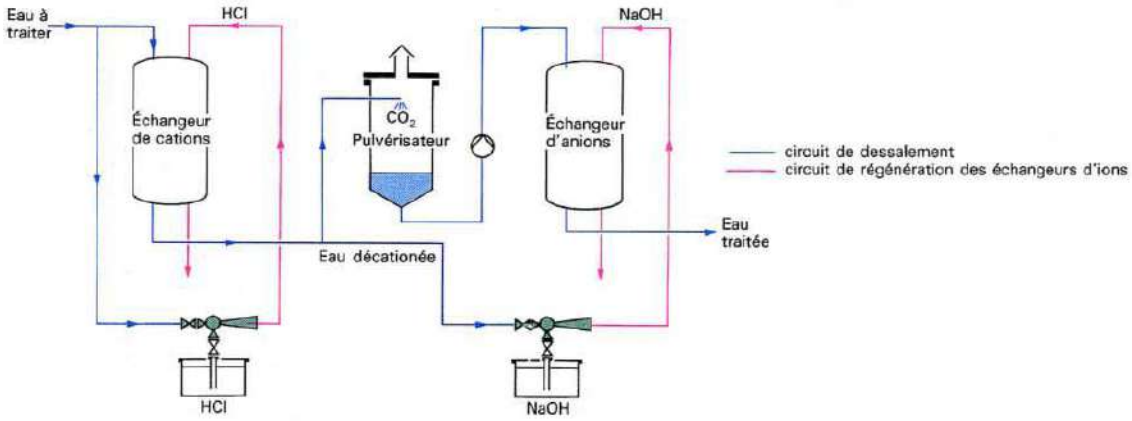


Figure I-6: Schéma d'implantation de pompes à liquide à jet d'eau dans une installation de dessalement.

Ils peuvent être également utilisés au brassage de liquides dont la viscosité est voisine de celle compatible avec l'utilisation de pompes rotatives ; dans ce cas, ils sont placés à l'intérieur de réservoirs où bacs de stockage.

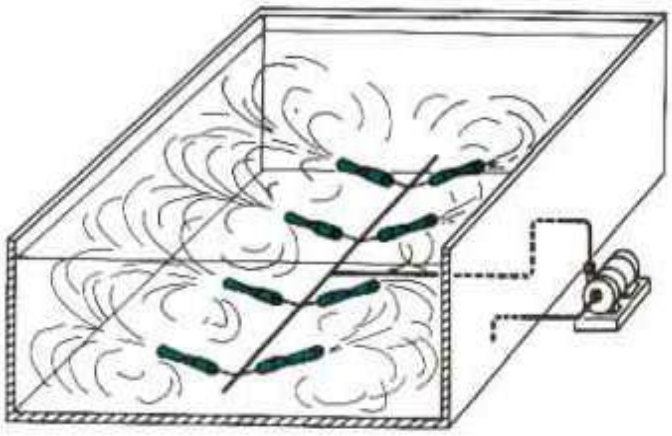


Figure I-7: Schéma d'installation de mélangeurs à jet liquide sur un bac de neutralisation.

- élever la pression à l'aspiration d'une pompe rotative pour éviter sa cavitation. Ils peuvent ainsi en association avec une pompe centrifuge être utilisés dans les installations à aspiration profonde et faibles débits comme par exemple certaines installations domestiques alimentées à partir d'un puits ; ce sont des pompes dites à pied éjecteur dont la ***figure I-8*** montre le schéma d'implantation. Cette combinaison est parfois aussi employée pour les pompes d'alimentation de fusées à propergol liquide ;

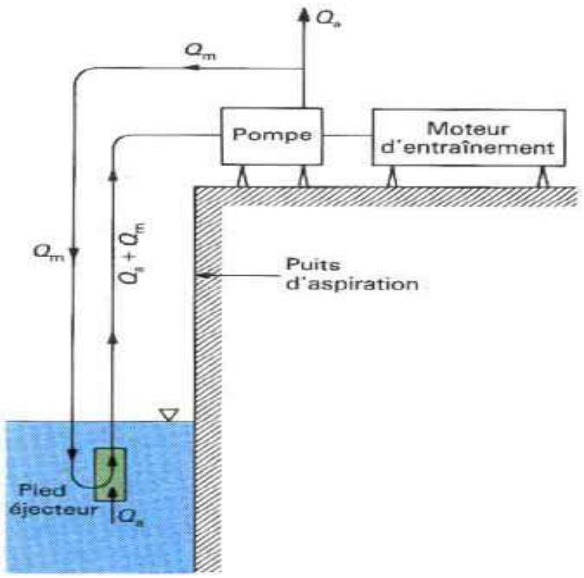


Figure I-8: Schéma d'implantation d'une pompe à pied éjecteur.

- d'une manière plus générale, aspirer un liquide ou le refouler à un niveau de pression désiré.

De telles applications se trouvent dans :

- la production d'engrais où les pompes à liquide assurent le transfert et le mélange dans les phases de réaction ;
- la production de polyester à l'aide d'éjecteurs à jet de glycol ;
- la vidange de condenseurs de turbines à vapeur ;
- le pompage des cales de navire ou le déballastage, etc.

I-4.2/Éjecteurs à jet de gaz :

Dans ces éjecteurs, le fluide moteur est généralement de l'air accéléré dans une tuyère primaire qui peut être simplement convergente ou convergente-divergente lorsque l'on recherche des performances élevées comme c'est généralement le cas. Le fluide secondaire est également la plupart du temps gazeux mais peut aussi être liquide ou même solide.

a. Ventilateurs à jet de gaz :

Ce sont des appareils qui servent à l'extraction d'air, de gaz ou de vapeurs jusqu'à un taux de compression de l'ordre de 500 mbar, ce qui est supérieur aux performances des ventilateurs à jet liquide.

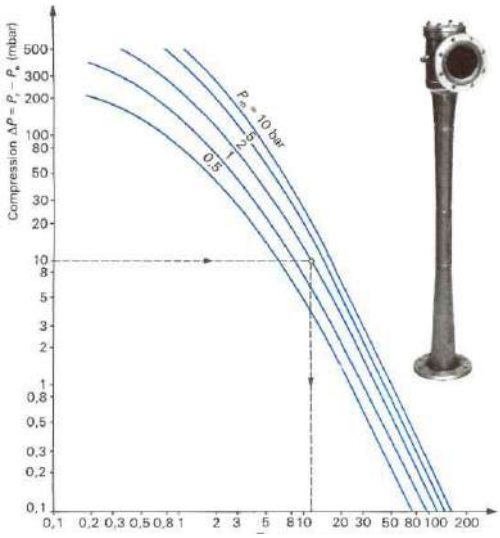


Figure I-9: Diagramme de définition d'un ventilateur à jet de gaz.

La ***figure I-9*** donne le diagramme de définition de ce type d'appareil. Ces ventilateurs sont utilisés :

- pour l'extraction d'air vicié, de gaz ou de vapeurs malodorantes dans les usines ou entrepôts
- pour la ventilation de réacteurs, de récipients à agitateurs et autres appareils utilisés dans l'industrie chimique ;
- pour la ventilation de réservoirs sur bateaux par exemple ;
- comme soufflante ou ventilateur de tirage sur les chaudières ;
- pour le brassage de l'air ambiant dans le domaine du textile, du cuir et du tabac.

b. Compresseurs à jet de gaz :

Ces appareils sont voisins des précédents mais permettent des taux de compression plus élevés. Parmi les exemples intéressants d'utilisation, citons :

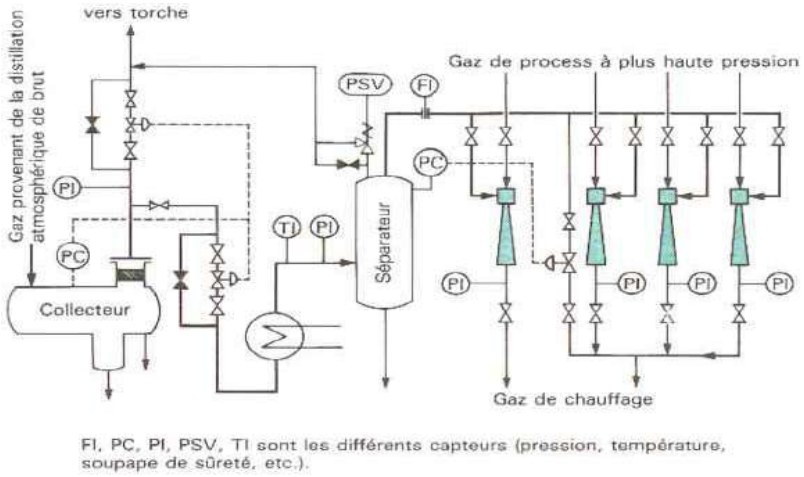


Figure I-10: Groupe de compression à jet de gaz par injection de gaz de raffinerie dans un réseau de chauffage, à l'aide de gaz de process comme fluide moteur.

- l'aspiration et le mélange de gaz naturel et de gaz provenant de stockages souterrains ;
- l'aspiration et le refoulement de gaz chauds de raffinerie à la pression atmosphérique à l'aide de gaz de process (***figure I-10***) ;
- la mise sous vide d'une conduite d'aspiration de pompe ou l'amorçage d'un siphon ;
- l'élévation d'un liquide ;
- le prélèvement d'échantillons dans l'industrie nucléaire.

c. Pompes à vide à jet de gaz :

Ces pompes utilisent l'air atmosphérique comme fluide moteur et sont généralement reliées à une pompe à anneau liquide comme le montre la ***figure I-11***. On obtient ainsi un vide intermédiaire de 50 à 100 mbar et une pression d'aspiration de l'éjecteur entre 40 et 5 mbar.

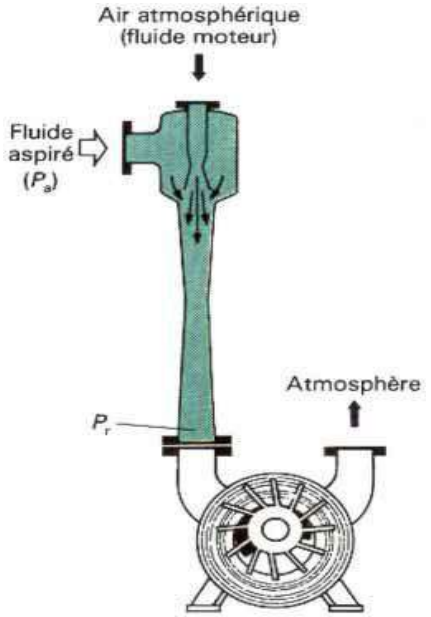


***Figure I-11*: Ensemble pompe à jet d'air/pompe à anneau liquide.**

Cette solution est utilisée lorsqu'on ne dispose pas de vapeur comme flux moteur et lorsque le débit aspiré est assez faible comme l'indique la ***figure I-12*** qui précise le diagramme de définition.

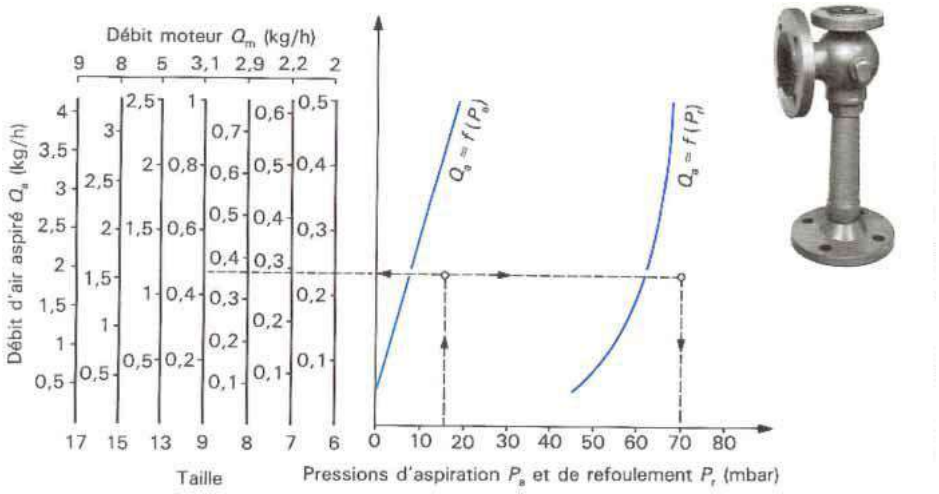


***Figure I-12*: Diagramme de définition de pompes à vide à jet d'air**

Le champ d'application est voisin de celui des appareils précédents et dépend surtout des performances recherchées ; on peut y ajouter :

- la réalisation de bancs d'essais en altitude simulée des moteurs aéronautiques ou des moteurs fusés ;
- la réalisation de souffleries à induction ;
- les stato-fusées.

Dans certaines applications, il faut utiliser des éjecteurs montés en cascade pour obtenir les conditions désirées ; dans cette configuration, le débit moteur d'un étage autre que le dernier doit être repris par l'étage qui lui fait suite de telle sorte que la consommation totale du fluide moteur rapportée au débit aspiré utile est très élevée. On peut toutefois faire mieux si l'on dispose de vapeur.

I-4.3/Éjecteurs à jet de vapeur :

Ce sont les plus répandus aussi bien sous la forme d'éjecteurs simples que d'éjecteurs en cascade. À titre indicatif.

L'intérêt des éjecteurs à jet de vapeur devient marquant dans le cas des éjecteurs multiples avec condenseurs intermédiaires qui permettent d'accéder à des rapports de compression plus grands pour un même taux d'entraînement massique. Avec deux étages, l'adjonction d'un condenseur conduit en effet à un rapport de compression sensiblement double de celui réalisé sans condenseur. Avec trois étages et deux condenseurs intermédiaires, la pression d'aspiration du premier étage peut être abaissée jusqu'à environ 10 mbar pour un rapport d'entraînement égal à 1/10 ; la température de l'eau de refroidissement du condenseur doit toutefois être dans ce cas inférieure à 20 °C et la pureté de cette eau contrôlée.

a. Ventilateurs à jet de vapeur :

Ces appareils sont utilisés pour extraire de l'air, des gaz ou des vapeurs jusqu'à un taux de compression de l'ordre de 500 mbar; leurs caractéristiques sont tout à fait analogues à celles des ventilateurs à jet de gaz.

Le domaine d'application est vaste et concerne, par exemple :

- l'aspiration d'air vicié, de gaz ou de vapeurs malodorantes dans des entrepôts ou des locaux habités ;
- le dégazage des citernes de navires ;
- l'utilisation comme soufflante pour le tirage des chaudières ;
- l'aspiration et le mélange de gaz sur des installations d'incinération;
- le lavage de gaz.

b. Compresseurs à jet de vapeur :

Ces appareils sont aussi appelés thermocompresseurs car ils sont généralement utilisés pour comprimer de la vapeur, le flux primaire étant supersonique. De ce fait, ils ont la possibilité d'extraire des volumes importants de vapeur sous vide. Il faut toutefois que l'appareil soit bien adapté aux conditions d'utilisation sous peine de mauvais rendement et même de non-fonctionnement ; mais une telle adaptation est possible par modification manuelle ou automatique de la pression motrice, ou par variation de section de la tuyère motrice comme le montre la suivante.

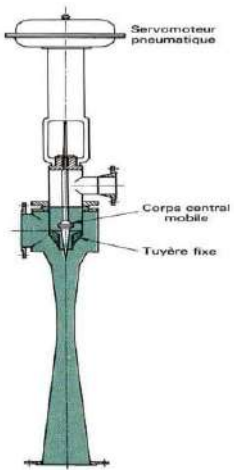


Figure I-13: Schéma d'un thermocompresseur commandé par servomoteur pneumatique.

En ce qui concerne le vaste domaine d'application, il se rapporte à :

- l'évaporation ou la concentration (industrie sucrière, brasseries, laiteries, chimie, pharmaceutiques, papeteries) ;
- la distillation dans l'industrie pétrolière ;
- la désodorisation ;
- le dégazage et le séchage sous vide ;
- le dessalement de l'eau de mer.

Ils peuvent être considérés comme pompes à chaleur car, par leur intermédiaire, une quantité de chaleur est transférée d'une source froide vers une source chaude pour restitution.

c. Pompes à vide à jet de vapeur :

En configuration mono-étage, ce type d'éjecteur, refoulant à l'atmosphère, permet d'atteindre une pression d'aspiration de l'ordre de 100 mbar. Si on recherche des pressions plus basses, on utilise alors des éjecteurs multi-étages avec ou sans condenseurs intermédiaires.

Les applications des éjecteurs mono-étages sont nombreuses et concernent :

- la mise sous vide de filtres ;
- l'élévation de liquides ;
- la mise sous vide de condenseurs de turbines à vapeur pendant la première phase de mise en service visant à l'obtention d'un vide partiel ;
- l'étanchéité aux garnitures et les fuites aux soupapes de certaines turbines à vapeur ;
- la production de vide dans des récipients à agitateur pour des procédés discontinus ;
- le dégazage lors de la fabrication de l'acier.

Ce type d'éjecteur étant largement utilisé en configurations multi-étages avec plus ou moins de condenseurs intermédiaires, un grand nombre de combinaisons sont possibles et il existe un grand éventail de solutions pour résoudre un problème donné. La ***figure I-14*** en montre deux exemples de réalisation.

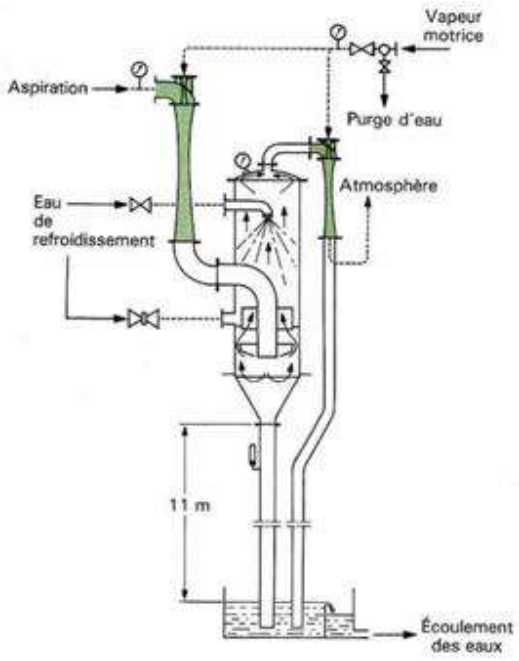


Figure I-14: groupe d'éjecteur à jet de vapeur à 2 étages.

Signalons également les possibilités d'association des pompes à vide à jet de vapeur avec des pompes à anneau liquide.

En ce qui concerne les condenseurs intermédiaires, il peut s'agir soit de condenseurs à surface, soit de condenseurs par mélange où aspire l'éjecteur situé en aval.

Leurs performances sont sensiblement les mêmes au niveau de la pression d'aspiration, de la pression de vapeur motrice, de la consommation de vapeur et du débit massique aspiré mais la consommation d'eau est 2 à 3 fois plus élevée dans le cas d'application avec condenseurs à surface.

En ce qui concerne l'utilisation de ces éjecteurs multi-étages, ceux avec condenseurs à mélange servent :

- principalement à la production du vide dans les installations d'évaporation, de séchage, de distillation, de rectification, de lyophilisation, de polycondensation, de dégazage et de désodorisation ;
- pour l'obtention du vide nominal sur les condenseurs de turbines à vapeur où cette solution est avantageusement concurrencée par des pompes.

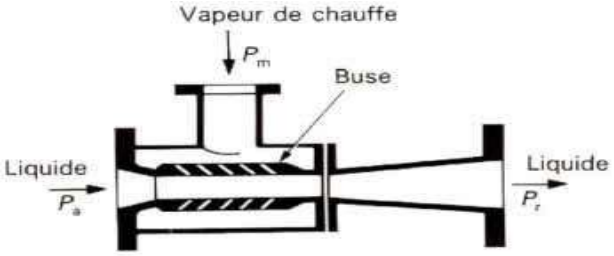
Les éjecteurs avec condenseur à surface ont sensiblement le même champ d'application, mais le fluide aspiré ne doit pas entrer en contact avec l'eau de refroidissement et le condensat doit être récupéré.

Dans ce type d'appareil, on trouve bien sûr des fabrications en porcelaine ou en graphite pour des applications particulières mais également des ensembles mobiles adaptés à des travaux de laboratoire.

d. <u>Éjecteurs/réchauffeurs à liquide à jet de vapeur :</u>

Ces appareils ont pour but d'aspirer des liquides dont la température ne doit pas être trop élevée (de l'ordre de 50 à 60 °C au maximum) car, pour que la totalité de l'énergie motrice soit utilisée pour l'extraction du liquide, il faut que la vapeur motrice se condense et donc disparaisse en volume. Ces éjecteurs sont auto-amorçant car ils fonctionnent d'abord en pompe à vide et vident ainsi la conduite d'aspiration.

Le domaine d'application est surtout orienté vers l'extraction et l'élévation de liquides surtout lorsqu'on vise simultanément à les réchauffer. Ces éjecteurs sont donc employés pour véhiculer : des eaux usées, des vinasses ou des moûts, pour la vidange des cales de navires, et également dans l'industrie nucléaire pour le transport de liquides agressifs et radioactifs dans les zones contaminées et souvent inaccessibles.



<u>Figure I-15</u>: Schéma de principe d'un éjecteur/réchauffeur à jet de vapeur.

Concernant ce même type d'éjecteur, citons les réchauffeurs à jet de vapeur dont la **figure I-15** indique un schéma de principe. La buse de condensation est percée de trous pour le passage de la vapeur, ce qui la met directement en contact avec le liquide à réchauffer.

Ce contact se produit dans une zone où le liquide atteint sa plus grande vitesse donc à l'endroit où sa pression est la plus basse et la turbulence la plus forte. Ces réchauffeurs sont utilisés pour le réchauffage non bruyant de liquides comme ceux employés pour le rinçage des fûts de malterie, le décapage et la coloration des peaux, etc. Comme ils sont parfois montés à l'intérieur du réservoir contenant le liquide à réchauffer, leur implantation a une certaine influence sur les performances possibles. En fait, il existe sur le marché une grande variété de réchauffeurs permettant d'obtenir une différence de température pouvant atteindre 90 °C.

I-5/Les avantages et inconvénients d'éjecteur :

Comme tous les procédais mécaniques, l'éjecteur avait des avantages et des inconvénients

L'éjecteur présente les avantages suivants:

- Le principal avantage que procure l'éjecteur à un cycle thermodynamique c'est : au lieu d'utiliser les énergies noble (électrique, cinétique…), il utilise des énergies thermiques gratuit ou non nocives (énergie solaire par exemple), ou il recycle les énergies perdues en forme de chaleur.
- L'éjecteur est un système mécanique très simple sans pièces en mouvement, par conséquent il ne demande pas d'entretient ou une maintenance couteuse (n'exige pas une lubrification ou problème de l'huile.
- L'éjecteur léger et fiable.
- Capable de porter une grande quantité de vapeur.

Signalons à propos que l'un des problèmes pratiques rencontrés lors de l'utilisation d'un éjecteur dans un cycle, l'éjecteur s'adapte mal un fonctionnement hors des conditions de ça design ou géométrie.

I-6/Cycle frigorifique à thermocompresseur :

La machine à thermocompresseur est constituée de deux boucles : L'une motrice, avec un bouilleur en contact avec la source chaude, l'autre frigorifique composée d'un évaporateur en contact avec la source froide. Ces deux boucles sont reliées par l'éjecteur et par le condenseur. À la sortie du condenseur, le fluide moteur est mis sous pression grâce à une pompe alors que le fluide générateur traverse un détendeur.

La ***figure I-16*** et montré respectivement le schéma de principe d'une machine frigorifique à éjecteur, et son cycle thermodynamique présenté dans le diagramme pression- enthalpie (P,h).

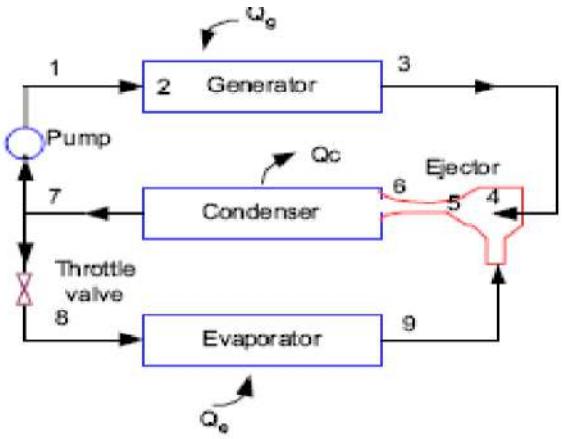
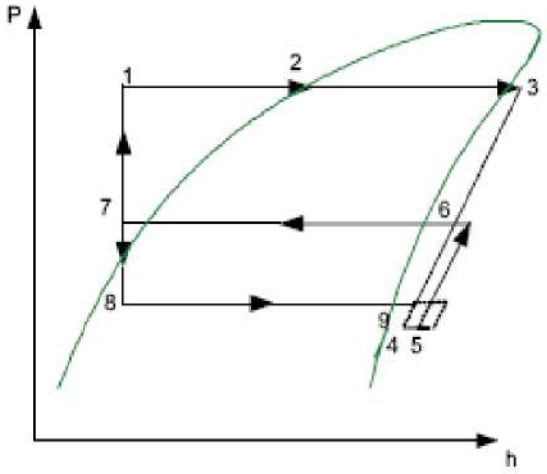


Figure I-16 : schéma de principe d'une machine frigorifique à thermocompresseur.

Le diagramme enthalpique représente l'ensemble des cycles combinés frigorifique et moteur que ce système met en œuvre



<u>Figure I-17:</u> le diagramme P-h d'une machine à thermocompression.

- De 9 à 5, le fluide frigorigène aspiré est mélangé au fluide moteur, son enthalpie s'en trouve accrue ;
- De5 à 6, l'ensemble des vapeurs, frigorifique et motrice, est comprimé dans le diffuseur de l'éjecteur de P_e à P_c ;
- De 6 à 7, le vapeur issue de l'éjecteur est, sous la pression constante P_c, désurchauffée puis condensée à T_c .Le liquide formé est (légèrement) sous-refroidi ;
- De 7 à 8, le frigorigène est détendu de P_c à P_e dans l'organe de détente .Cette détente, irréversible, est isenthalpique ;
- De 8 à 9, le frigorigène se vaporise dans l'évaporateur, sous la pression constante P_e et à la température T_e en produisant le froid utile, la vapeur se surchauffe dans la conduite d'aspiration de l'éjecteur.
- Par ailleurs :
- De 7 à 1, le liquide est transporté, par la pompe (où règne la pression P_c) vers le bouilleur (où règne la pression P_m) ;
- De 1 à 2 et 2 à 3, dans le bouilleur le liquide s'échauffe, puis il se vaporise sous la pression constante P_m et à la température T_m, enfin la vapeur formée se surchauffe à pression constante jusqu'à la température T_3 ;
- De 3 à 4, la vapeur formée se détend dans le système d'injection de l'éjecteur.

On remarque que le cycle total est la superposition :

- du cycle frigorifique (6-7-8-9-4-5-6), décrit dans le sens inverse des aiguillés d'une montre (cycle consommateur de l'énergie mécanique) ;
- du cycle moteur (1-2-3-6-7-1) d'écrit dans le sens des aiguilles d'une montre (cycle producteur d'énergie mécanique).

I-7/Recompression du vapeur secondaire d'un concentrateur :

Une autre façon de réutiliser la vapeur secondaire consiste à la recycler, au moins partiellement, en la réinjectant dans le concentrateur (l'évapo-concentrateur) en tant que vapeur de chauffage. Cette solution n'est possible qu'à condition de compenser la chute d'enthalpie entre vapeur de chauffage ou bien motrice et vapeur secondaire par recompression de la vapeur recyclée. La technique la plus ancienne à cet égard, est la thermocompression.

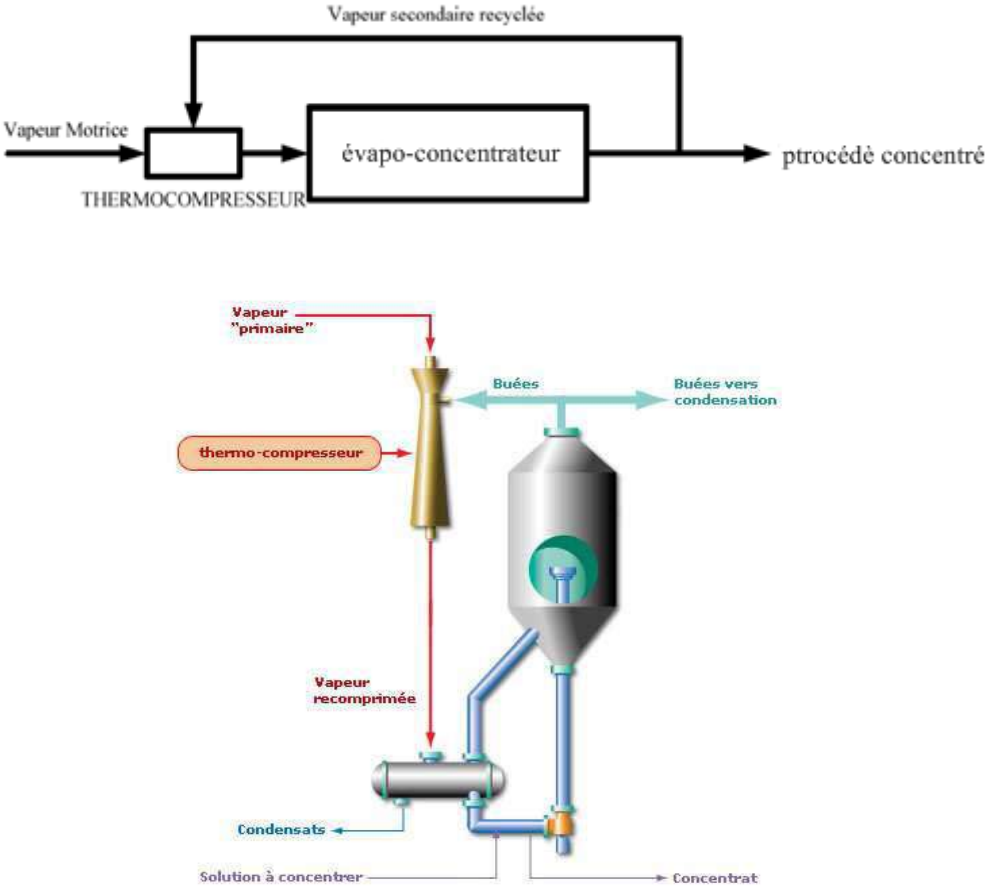


***Figure I-18:** Schéma de recompression du vapeur secondaire d'un concentrateur.*

La pression de la vapeur motrice est transformée en énergie cinétique au niveau d'une tuyère, en produisant un jet de très forte vitesse. Ce jet aspire par entraînement une partie de la vapeur secondaire sortant de l'évapo-concentrateur. Au niveau du col, a lieu le mélange vapeur motrice/vapeur aspirée qui sort à une pression supérieure à celle de la vapeur aspirée.

I-8/Conclusion :

On a définie dans ce chapitre les éjecteurs on cas générale et leurs caractéristiques technique et les types on éjecteurs suivant son géométrie (mélanger cylindrique, mélangeur converge-diverge et éjecteur à plusieurs ou bien multi-étage) et suivant son fonctionnement ou bien la nature des fluides (liquide, gaz ou vapeur) entrons dans la chambre d'aspiration et le tuyau primaire ainsi que leurs utilisations.

Puis on a définie le thermocompresseur et leur emplacement dans les cycles thermodynamiques et ça fonctionnement dans le domaine de concentration des solutions liquide riche on eau.

Chapitre II:

Modèles

Physiques et Mathématiques

II-1/Introduction :

Dans ce chapitre on s'intéresse par les modèles physiques et mathématiques d'écoulement turbulent de fluide incompressible et transfert de chaleur en régime variable, ou les modèles de fermeture sont abordés.

Depuis quelque décennies, Prandtl, Navier-Stockes et Reynolds ont pu découvrir les lois fondamentales de la mécanique des fluides, il restait aux ingénieurs et l'homme de science exploiter ces loi et les mètres au service de l'homme.

Dans son ensemble, la mécanique des fluides est gouvernée par trois équations fondamentales. Celles-ci sont l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie.

II-2/Modélisation de L'écoulement des Fluides :

Tous les problèmes de CFD sont bases sur les lois fondamentales de mécanique des fluides, qui sont :

II-2-1/Equation de continuité :

Cette équation concerne le principe de conservation de la masse dans un élément. Elle exprime l'égalité de la variation de la masse d'élément et de la déférence entre la quantité de fluide qui entre la quantité de fluide pendant le même temps.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{(II-1)}$$

II-2-2/Equation de Navier-Stokes :

On considère l'écoulement de deux fluides incompressibles, newtoniens et non-miscibles. La dynamique de chaque phase k est déterminée par les équations de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial \rho_k V_k}{\partial t} + \nabla (\rho_k V_k V_k) = \rho_k g - \nabla \rho_k + \nabla(2\mu_k s_k) \qquad \text{(II-2)}$$

II-2-3/La décomposition statique (La décomposition de Reynolds) :

Elle consiste à décomposé chaque grandeur instantané φ des équations des Navier-Stokes en une grandeur moyenne $\bar{\varphi}$ et une fluctuation turbulente$\dot{\varphi}$.

Les équations de Navier – Stokes étant non linéaires, l'opération de moyenne fait apparaître de nouveaux termes qui traduisent l'influence de la turbulence sur l'écoulement moyen.

$$\varphi = \bar{\varphi} + \dot{\varphi} \qquad \text{(II-3)}$$

Avec la valeur moyenne de φ est exprimée par la relation suivante :

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi \, dt \qquad \text{(II-3-a)}$$

Dans le cadre de la modélisation en un point de la turbulence, on ne s'intéresse qu'aux moyennes statiques de la vitesse et de la pression. On décomposé ainsi les grandeurs instantanées selon la règle de Reynolds :

$U_i = \overline{U_i} + u_i$

(II-4)

$P = \bar{P} + p$

II-2-4/Les équation des mouvements moyennes :

II-2-4-1/Équation de continuité de mouvement moyen :

L'équation de continuité du champ moyen est obtenue par moyenne de l'équation :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{(II-5)}$$

II-2-4-2/Équation de Navier-stocks moyenne :

Toutes les opérations de l'équation (II-1) sont linéaires à l'exception de celui du terme d'advection donc on obtient immédiatement l'équation moyenne suivante :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \overline{U_j}\,\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + U_j\,\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu\,\frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j} \qquad \text{(II-6)}$$

Après avoir introduise la décomposition de **Reynolds** on écrit finalement :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\tau_{ij}} + R_{IJ}\right) \qquad \text{(II-7)}$$

L'effet de la moyenne engendre bien entendu une perte d'information, caractérisée ici par l'apparition d'une corrélation inconnue $\overline{\dot{U}_i \dot{U}_j}$ appelé tenseur de Reynolds.

La condition d'incompressibilité implique :

$$U_i \frac{\overline{\partial U_i}}{\partial x_j} = \frac{\overline{\partial U_i U_j}}{\partial x_j} \qquad \text{(II-8)}$$

Les tensions de **Reynolds** ou les contraintes de **Reynolds** $\overline{U_i U_j}$ peuvent être s'écrit sous la forme suivante :

$$[R_{ij}] = -\rho \begin{bmatrix} \overline{UU} & \overline{VU} & \overline{UW} \\ \overline{UV} & \overline{VV} & \overline{VW} \\ \overline{UW} & \overline{VW} & \overline{WW} \end{bmatrix} \qquad \text{(II-9)}$$

Où $[\tau_{ij}]$ est le tenseur des contraintes visqueuse, defini par :

$$[\tau_{ij}] = \Gamma \left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] \qquad \text{(II-9-a)}$$

Avec : $$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_{ij}} = \Gamma \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j}\left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] \qquad \text{(II-9-b)}$$

II-2-4-3/Equation de transport des tensions de Reynolds :

Les équations de transport sont de la forme générale : $R_{ij}=\overline{u_i u_j}$

$\boldsymbol{\frac{d\phi}{dt}}$ = Production+ diffusion –dissipation+sources additionnelles

Ou $\frac{d}{dt}$: represente la dérivée particulaire (rappelons que $\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + U_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j}$).

Les équations de départ sont les équations (II.1) et (II.2) dans lesquelles on a introduit l'équation (II.3) et (II.4). On part de l'équation de :

$$\frac{\partial(\overline{U_i}+U_i)}{\partial t} + (\overline{U_k} + U_k)\frac{\partial(\overline{U_i}+U_i)}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\bar{p}+p)}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2(\overline{U_i}+U_i)}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \text{(II-10)}$$

On fait la différence (II.11)-(II.7) en tendent compte de (II.8):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_k\frac{\overline{\partial U_i}}{\partial x_k} + \frac{\partial(u_k u_i - \overline{u_k u_i})}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \text{(II-11)}$$

On peut écrire (II.12) pour l'indice j :

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + u_k\frac{\overline{\partial U_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial\left(u_k u_j - \overline{u_k u_j}\right)}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \text{(II-12)}$$

On multiple (II-12) par u_j et (II-13) par u_i et on somme les deux équations obtenus. En regroupant certains termes, il vient :

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + U_k\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} = -R_{ik}\frac{\overline{\partial U_j}}{\partial X_K} - R_{jk}\frac{\partial\overline{U_i}}{\partial X_K} + \frac{\bar{P}}{\rho}\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_J} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\overline{U_i U_j U_k}\right) -$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\frac{\bar{p}}{\rho}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right] - 2\nu\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \nu\frac{\partial^2 R_{ij}}{x\partial_k \partial x_k} \qquad \text{(II-13)}$$

Cette équation fait apparaitre au second membre plusieurs contributions : les deux premiers termes traduisent l`action des gradients de vitesse moyenne sur le champ turbulent et représentent la production des tensions de Reynolds (son signe peut dans certain cas être négatif). Le terme de corrélation pression-déformation s`annule par contraction et réalise dance une redistribution d`énergie sur les composantes des tenseurs de Reynolds.

Schématiquement on écrira :

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t}+\overline{U_k}\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} = p_{ij} + T_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + \nu\frac{\partial^2 R_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \text{(II-14)}$$

T_{ij} : Transport diffusif du à la fluctuation de vitesse et aux fluctuations de pression

P : production.

ε_{ij} : Dissipation visqueuse (car il constitue un puits du a la viscosité' moléculaire).

D_{ij} : Diffusion visqueuse.

L'équation (II.12) est appelée équation de tension de Reynolds ou équation des corrélations doubles $R_{ij} = \overline{U_i U_j}$

II-2-4-4/Équation de l'énergie cinétique fluctuante : K= $\frac{1}{2}\boldsymbol{R_{ij}}$ **:**

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_k}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k} - \frac{1}{2}\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{U_k p}}{\partial x_k} + \nu\frac{\partial^2 k}{\partial x_k \partial x_k} - \nu\overline{\frac{\partial U_i \partial U_j}{\partial x_k \partial x_k}} \qquad \text{(II-15)}$$

Cette équation que l'on peut obtenir par contraction tensorielle de l'équation aux tensions de Reynolds, exprimé que la variation de l'énergie cinétique de la turbulence est due aux effets des termes du second membre :

Production d'énergie par action des gradients de vitesse moyenne sur la turbulence, transport par diffusion sous l'action des fluctuations de vitesse et de pression ; dissipation visqueuse et enfin diffusion visqueuse.

Schématiquement on écrira :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial k}{\partial x_k} = P + D - \varepsilon + \nu\frac{\partial^2 k}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \text{(II.16)}$$

L'équation de K est utilisée notamment dans les modèles simplifiées a un ou deux équations de transport.

II-2-4-5/Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante :

Multipliant l'équation (II.11) par $\left(-2\nu\frac{\overline{u_k u_i}}{\partial x_j \partial x_j}\right)$ et prenant la moyenne, on obtient le résultat final après quelques regroupements simple :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\overline{U_j}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}=-2\nu\left[\frac{\partial \overline{U_k}\partial^2\overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}+\frac{\overline{\partial U_k \partial U_i}\partial U_i}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}+\frac{\overline{U_j U_j}\partial \overline{U_k}}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}\right] \qquad \text{(II-17)}$$

L'équation du taux de dissipation de l'énergie turbulente est plus délicate à interpréter et a modéliser, elle est utilisée pour calculer l'échelle de longueur caractéristique de la turbulence. Cette équation est analogie à celle citée par Biesel [1] en 1972.

II-2-5/Problème de fermeture des équations:

Le système à résoudre comporte alors plus d'inconnues que d'équation, d'où la nécessite d'utiliser des modèles de fermeture pour le fermer.

On pourrait poursuivre la démarche, on trouve de nouvelles équations qui introduiraient à leur tour de nouvelles inconnues, ainsi que l'équation exacte d'un moment d'ordre *n* ($\overline{u_{i,1}u_{i,2}u_{i,3}\ldots\ldots u_{i,n}}$) implique nécessairement un moment d'ordre supérieur.

Il est donc nécessaire de modéliser les inconnues supplémentaires à l'aide de lois complémentaire n'introduisant pas de nouvelle inconnue : modèle de fermeture.

Inconnue à calculer	Equation disponible	Nombre des équations	Inconnues supplémentaires	Nombre total Des inconnues
Champ de Vitesse Moyenne u_i (3) Pression Moyenne (1)	(1) Continuité (3)N_ S moyenne	(4)	Tension de Reynolds $\overline{\boldsymbol{u_i u_j}}$ (6)	10
Champ de Vitesse Moyenne u_i (3) Pression Moyenne (1) Tension de Reynolds $\overline{\boldsymbol{u_i u_j}}$ (6)	(1) Continuité (3)N_ S Moyenne (6)Tension de Reynolds	10	Corrélation triple $\overline{\boldsymbol{u_i u_j u_k}}$ (10) Corrélation Pression Vitesse $\overline{\boldsymbol{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}}}$ (9) Corrélation Gradient de Vitesse $\overline{\boldsymbol{\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}}}$ (6)	(35)

Tableau II-1: La décomposition de RENOLDS dans les équations de Navier Stokes

Le problème donc est celui de la liaison entre les tensions de Reynolds et le champ moyen. Pour réaliser la fermeture, des hypothèses et des modèles supplémentaires seront nécessaires pour traduire le comportement du milieu turbulent, il permet alors d'obtenir un nombre d'équation égale à celui des inconnues et ces équations peuvent ensuite être résolues par voie numérique.

II-2-6/Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence :

II-2-6-1/Hypothèse de chou :

$$v_t = c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \tag{II.18}$$

II-2-6-2/Hypothèse de viscosité turbulente de bousines :

$$-\overline{u_i u_j} = v\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \tag{II.19}$$

II-2-6-3/hypothèse de longueur de mélange de Prandtl :

$$v_t = L^2{}_m \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{II.20}$$

Qui devient en écoulement de type couche limite :

$$v_t = L^2{}_m \frac{\partial U_1}{\partial U_2} \tag{II.21}$$

L_m : Etant la longueur de mélange qui peut être détermine' facilement pour un certain nombre d`écoulement.

II-2-6-4/Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov :

$$v_t = C_v\sqrt{KL}$$

II-2-7 /Les modèles de turbulence et leurs classifications :

II-2-7-1/Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports) :

Aucune équation de transport n'est utilisée dans ce modèle, les tensions de Reynolds sont directement liées aux valeurs moyennes.

En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz Prandtl, (La première génération de la modélisation de la turbulence 1925).Suggéra que la viscosité turbulente soit mise sous la forme de produit d'une vitesse et d'une longueur caractéristique du mouvement turbulent.

La longueur utilisée est dite « longueur de mélange » et la vitesse caractéristique s'exprime par l'hypothèse suivante :

$$V=L_m\sqrt{(2d_{ij})^2} \qquad \text{(II-22)}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$V_T = L_m V = {L_m}^2\sqrt{\left(\frac{\overline{Oc_i}}{Ox_j}+\frac{\overline{Oc_i}}{Ox_i}\right)^2} \qquad \text{(II-22a)}$$

L_m: Longueur de mélange

La longueur de mélange se calcul suivant le type d'écoulement des expressions variées, obtenus en générale a partir de l'expérience, sont en effet disponibles pour les écoulements standard.

Cependant, ces modèles ignorent complètement le caractère non local de la turbulence.

II-2-7-2/ Les modèles à une équation de transport :

Ces modèles introduisent dans la définition de V_T au moins une grandeur turbulente décrire par une équation d'évolution si on utilise l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence K sous forme modélisé. On pourra déterminer V_T par l'expression du type kolmogrov-Prandtl [2].

$$V_T = C_\alpha L_s\sqrt{K} \qquad \text{(II-23)}$$

Où L_s est une échelle de longueur des grandes structures turbulentes donnée en chaque P_t de l'écoulement.

II-2-7-3/Le modèle k-ε et RNG (modele a deux équations de transport) :

Le k-ε RNG [launder & spalding, 1974] est un modèle de turbulence est dérivé des instantanés de Navier-Stokes, en utilisant une technique mathématique appelée «groupe de renormalisation" (RNG) méthodes. Les résultats analytiques de dérivation dans un modèle avec des constantes différentes de celles de la norme k-ε modèle, et des termes supplémentaires et des fonctions dans les équations de transport pour k et ε. Les constantes deviennent.

$$\propto_t = \rho c_{\propto} \frac{K^2}{\varepsilon} \qquad \text{(II-24)}$$

Où ε taux de dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulent, est donnée par la relation suivante:

$$\varepsilon = \propto \overline{\nabla \bar{u} : \nabla^t \bar{u}} \qquad \text{(II-24a)}$$

Les deux équations de fermeture s'écrivent :

$$\rho\left(\frac{\partial K}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)K\right) = \nabla\left(\left(\propto + \frac{\propto_t}{\sigma_k}\right)\nabla K + P + G - \rho\varepsilon\right) \qquad \text{(II-24b)}$$

$$\rho\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)\varepsilon\right) = \nabla\left(\left(\propto + \frac{\propto_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon + C_{\varepsilon 1}(P + C_{\varepsilon 3}G)\frac{\varepsilon}{K} - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{K}\right)$$

Avec :

$$P = \propto_t \, tr(\nabla\bar{u} : \nabla\bar{u} + \nabla^t\bar{u} : \nabla\bar{u}) \qquad \text{(II-24-c)}$$

$$G = -\frac{\propto_t}{\sigma_t}\beta g . \nabla\bar{T}$$

Les constantes, déterminées empiriquement par les auteurs du modèle, sont données dans le tableau suivant [3]:

c_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_T	$C_{\varepsilon 1}C_{\varepsilon 2}$
0,09	1,44	1,92	1	1,3	1	0,7

Tableau II.2 : constantes du modèle k-ε

Cette modèle est très répandu de part sa simplicité, sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre .Bien que les aspects généraux des écoulements soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances dues notamment à la valeur des constantes et au fait que le modèle est trop diffusif. Les modifications apportées au modèle k$-\varepsilon$ sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes:

II-2-7-4/Le modèle k-ε deux couches :

[Chen & patel, 1988] qui, a proximité des parois, utilise un modèle a une équation (pour k) et exprime ε a l`aide d'une longueur caractéristique déterminée par une formule algébrique fonction du nombre de Reynolds.

II-2-7-5/Le modèle k-ε étendu :

[Chen & Kim, 1987], qui ajoute un terme a l'équation du taux de dissipation pour que le transfert d'énergie réponde plus efficacement à la déformation moyenne de l'écoulement, rend le modèle moins d'effusif, le modèle RNG, développe' par le groupe de re-normalisation [yakhot & Smith, 1992]. Il consiste en une estimation au cours du calcul de la constante$C_{\varepsilon 1}$, remplacee dans l`équation de dissipation par $C_{\varepsilon 1}^{'}$ donnée par l'expression (II.27). Cette expressions ajoute un terme fonction du taux de déformation η a l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$C_{\varepsilon 1}^{'} = C_{\varepsilon 1} - \eta \frac{(1-\eta_0)}{1+\beta\eta^3} \qquad \text{(II-25)}$$

c_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}C_{\varepsilon 2}$	η_0	β
0,005	1,42	1,68	0,7179	0,7179	1	0,7	4,33	0,012

Tableau II-3 : constantes du modèle RNG

II-2-7-6/Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM):

A partir des équations de Reynolds, Robin (1972) a proposé que le transport (convection plus diffusion) des contraintes de Reynolds est proportionnel a celui de l'énergie cinétique turbulente on a :

$$\frac{\partial\left(\rho U_k \overline{U_i U_j}\right)}{\partial x_k} - D_{ij} = \frac{\overline{U_i U_j}}{K}(P_k - \rho\varepsilon) \qquad \text{(II.26)}$$

où: $\frac{\overline{U_i U_j}}{K}$ Est le coefficient de proportionnalité qui n'est pas une constante en générale

L'introduction de cette hypothese (II. 19) Dans l'équation de transport est de la forme suivante :

$$\frac{\partial\left(\rho U_k \overline{U_i U_j}\right)}{\partial x_k} = D_{ij} + P_{ij} + R_{ij} = \frac{2}{3}\rho E \delta_{ij} \qquad \text{(II.27)}$$

Où: [4],[5]

$$\overline{U_i U_j} = K\left[\left(\frac{2}{3}\delta_{ij} + \left((1 - C_2)\left(\frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3}\frac{P_k}{\varepsilon}\delta_{ij}\right)\right)\right) \Big/ \left(\rho C_1 + \frac{P_k}{\varepsilon} - \rho\right)\right] \qquad \text{(II.28)}$$

Avec :

$$P_{ij} = -\rho\overline{U_i U_k}\frac{\partial U}{\partial x_t} - \rho\overline{U_i U_k} - \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \qquad \text{(II.29)}$$

La sommation donne la production d'énergie turbulente :

$$P_k = \frac{1}{2}P_{ij} \qquad \text{(II.30)}$$

Pour la redistribution d'énergie, différents modèles sont proposés dans le présent code (TEAM), ils ont utilisés le modèle suivant

$$R_{ij} = R_{ij,1} + R_{ij,2} + R_{ij,w} \quad \text{(II.31)}$$

Où :

$$R_{ij,1} = -C_1 \rho \varepsilon \left(\frac{\overline{U_i U_j}}{K} - \frac{2}{3}\delta_{ij} \right) \quad \text{(II.32)}$$

$$R_{ij,2} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) \quad \text{(II.33)}$$

Et R_{ij} , w (les termes a la proximité de la paroi) :

$$R_{11,w} = \left\{ C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'^2 - C_2 C'_2 \left(P_{22} - \frac{2}{3} P_k \right) \right\} F$$

$$R_{11,w} = \left\{ -2C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'^2 - C_2 C'_2 \left(P_{22} - \frac{2}{3} P_k \right) \right\} F \quad \text{(II.34)}$$

$$R_{11,w} = \left\{ C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'^2 - C_2 C'_2 \left(P_{22} - \frac{2}{3} P_k \right) \right\} F$$

$$R_{11,w} = \left\{ -1.5 C'_1 \frac{\varepsilon}{K} \overline{UV} + 1.5 C_2 C'_2 P_{12} \right\} F$$

Et le terme F est donnée par:

$$\mathrm{F} = \frac{K^{3/2}}{2\,.\varepsilon X_n} \quad \text{(II.35)}$$

Est enfin achevée par l'équation suivante pour l'énergie turbulente K:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U K) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_k \frac{K}{\varepsilon} \overline{U_k U_i} \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) + P_k - \rho \varepsilon \quad \text{(II.36)}$$

Et pour la fermeture de l`équation de dissipation s on a :

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_1 \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_\varepsilon \frac{K}{\varepsilon}\overline{U_k U_j}\,\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right) + \frac{\varepsilon}{K}(C_{\varepsilon 1}P_k - C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon) - \rho\varepsilon \qquad \text{(II.37)}$$

Les constants empiriques intervenants dans le modèle sont données dans le tableau suivant [5]:

C_s	C_1	C_2	C_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	C'_1	C'_2
0,22	1,8	0,6	0,15	1,44	1,92	0,5	0,3

Tableau (II-4) : les constantes du modèle ASM

L'ensemble des équations (II.36), (II.37) et (II.28) constitue le modèle de contrainte algébrique.

La distribution des équations (II-37) à (II-36) dans l'équation (II-28) donne le système algébrique suivant :

$$a_{i1}\overline{U'^2} + a_{i2}\overline{U'^2} + a_{i3}\overline{U'V'} + a_{i4}\overline{W'^2} = b_i \qquad \text{(II-38)}$$

La condition de contraintes normales inconditionnellement positives est assurée par la détermination simultanée de toutes les contraintes normales par la résolution du système algébrique suivant :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \rho\overline{U^2} \\ \rho\overline{V^2} \\ \rho\overline{W^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \qquad \text{(II-39)}$$

Où les coefficients sont définis tel que :

$a_{ij} \leq 0$ Pour i$\neq j$ (II-40)

Le système algébrique (II-39) est résolu par le théorème de cramer.

Soit : $\rho\overline{U^2} = \frac{\nabla_1}{\nabla}$, $\rho\overline{V^2} = \frac{\nabla_2}{\nabla}$,$\rho\overline{W^2} = \frac{\nabla_3}{\nabla}$.

Une fois les contraintes normales déterminées, nous calculons la contrainte de cisaillement par :

$$\overline{U'V'} = -\frac{a_{31}}{a_{33}}U'^2 - \frac{a_{33}}{a_{33}}V'^2 - \frac{a_{32}}{a_{33}}W'^2 - \frac{b_3}{a_{33}} \qquad \text{(II-41)}$$

II-3/Modélisation du transfert de chaleur:

II-3-1/Bilan Thermique : Equation De Chaleur :

Soit v une partie quelconque de **V** limitée par la surface s

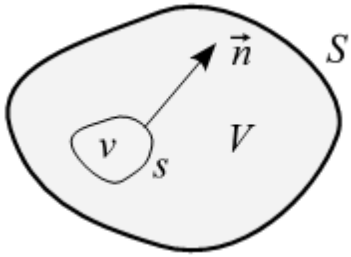


***Figure II-1** : Bilan thermique.*

La puissance thermique stockée dans **v** est égale a la somme de la puissance thermique q générée par les sources volumiques contenues dans **V** et de la puissance thermique reçue sous forme de flux a travers la surface **S** :

$$\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dv = \int q dv + \int -\vec{n}(-\bar{\bar{\lambda}}\,\overrightarrow{grad}\ \mathrm{T})\ \mathrm{ds} \qquad \text{(II-42)}$$

Le domaine v étant arbitraire, on en déduit : en tout point du solide :

$$\rho c_p \dot{T} - \mathrm{div}\ (\bar{\bar{\lambda}}\,\overrightarrow{grad}\ \mathrm{T})\ \mathrm{q} = 0 \qquad \text{(II-43)}$$

Pour un matériau homogène et isotrope, l'équation (II. 03) s'écrit dans le repère orthonormé {x, y} :

$$\rho c_p \dot{T} = \lambda(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) + q \qquad \text{(II-44)}$$

Où : $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$

II-3-2/Transferts de chaleur en écoulements incompressibles :

La modélisation des transferts thermiques convectif et conductif en interaction avec un écoulement incompressible sont modélisés à partir d'une formulation conservative et d'une approche non-conservative.

$$\rho c_p(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(VT)\ T\nabla V) + \alpha T = \nabla(\lambda \nabla T) + \phi + S$$

Le terme αT est un terme linéaire laissé à la libre utilisation de l'utilisateur ainsi que le terme source S.

Le terme ϕ est le terme de dissipation visqueuse donnée par la relation suivante :

$$\phi = 2\mu D_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$$

Avec :

$$D_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$$

II-4/Conclusion :

Le présent chapitre a pour mission de qualifier et de quantifier les modes d'action de l'évacuation de chaleur par l'écoulement d'eau.

L'intérêt des modèles ASM et RSM par rapport aux modèles du premier ordre K-ε est qu'ils permettent de s'affranchir d'une relation locale entre les tensions de Reynolds et l'écoulement moyen. Ces modèles permettent donc de mieux prendre en compte les effets d'histoire ou encoure d'anisotropie de la turbulence.

Des modèles d'ordre supérieur, basés sur la fermeture d'équation de transport d'ordre égal ou supérieur à trois sont difficilement envisageables, d'une part par le manque de données expérimentales sur ce type de corrélation, et d'autre part par la lourdeur de la démarche engagée. Les modèles RSM constituent donc un bon intermédiaire entre les modèles à viscosité turbulent et les modèles du type LES [6].

La résolution analytique du problème générale est impossible d'où la nécessité des méthodes numérique qui sont le but du chapitre suivant.

Chapitre III:

Solution numérique par discrétisation

III-1/Introduction :

Pour résoudre un problème de la physique il faut distinguer le modèle physique du modèle mathématique. Le modèle physique peut s'exprimer en mots et phrases qu'il est nécessaire de traduire en expressions mathématiques. Lorsque le problème est ainsi bien posé, il est alors possible de le résoudre soit mathématiquement (solution analytique) ou numériquement (solution numérique). Les solutions analytiques, basées sur la forme locale du problème (Equations aux Dérivées Partielles: « E.D.P » associées aux conditions initiales et aux limites), ne peuvent être déterminées dans le cas général sauf dans certains cas classique connus depuis bien longtemps. Dans le cas général où il y'a des difficultés si l'on résoudre les équations aux drivées partielles qui régissent les phénomènes étudiés, on fait appel aux méthodes numériques, le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques.

III-2/Les méthodes numériques :

On présente les méthodes numériques comme des méthodes pour résoudre des problèmes physiques et mathématiques ou plus généralement des équations différentielles avec conditions aux limites.

Il y'a trois méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles régissant les écoulements. Ces méthodes sont :

- la méthode des différences finies.
- la méthode des éléments finis.
- la méthode des volumes finis.

III-2-1/Méthode des différences finies :

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la Fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

- Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- Inconvénients : limitation de la géométrie des domaines de calculs, difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue.

III-2-2/Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à rapprocher les équations différentielles régissant pour un système avec un ensemble d'équations algébriques concernant un nombre limité de variables. Ces méthodes sont populaires parce qu'ils peuvent facilement être programmés. Les techniques des éléments finis ont été initialement développées pour des problèmes structurels, mais ils ont été étendus à de nombreux problèmes du terrain. Le solide est décomposé en éléments de forme géométrique simple ayant des côtés communs et dont les **s**ommets ou nœuds sont les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux. Ces nœuds seront les points d'application des forces intérieures ou extérieures. L'opération de décomposition est le maillage. Un bon maillage doit faciliter les opérations Prévues par un programme d'ordinateur. Il faut donc adopter une méthode systématique de numérotation des éléments et des nœuds.

- Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence.
- Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul et en mémoire..

III-2-3/Méthode des volumes finis :

Cette méthode est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis mais, contrairement à la méthode de différence finies qui utilise des approximations de dérivées, la méthode de volume fini utilise comme la méthode d'éléments finis, des approximations d'intégrales. Dans la méthode des volumes finis les lois de conservations (de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie) sont exprimées localement sons une forme intégrale. La clé de cette méthode réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface. L'un des principaux avantages de la méthode des volumes finis est d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage et c'est pour raison qu'elle

est très largement utilisée pour la résolution des phénomènes gouvernés par des équations à dérivées partielles.

III-3/Dérivation des équations de discrétisation :

Les équations du système sont écrites sous la forme généralisée suivante [7]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_{\emptyset}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x c_{\emptyset}\emptyset) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_y c_{\emptyset}\emptyset) = \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_{\emptyset}\frac{\partial \emptyset}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma_{\emptyset}\frac{\partial \emptyset}{\partial y}) + S_{\emptyset} \qquad \text{(III-1)}$$

Ou :

$\emptyset$: Variable généralisée

$c_{\emptyset}$: Coefficient d'advection transitoire.

$\Gamma_{\emptyset}$: Coefficient de diffusion.

$S_{\emptyset}$: Termes source.

Le tableau (III-1) regroupe les expressions des différents termes dans les différentes équations du système.

Variable $\emptyset$	coefficient d'advection $c_{\emptyset}$	Diffusivité $\Gamma_{\emptyset}$	Termes source $S_{\emptyset}$
Vx	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu\frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu\frac{\partial u}{\partial y}) - \sigma\nabla\left\lvert\frac{\nabla c}{\lVert\nabla c\rVert}\right\rvert\frac{\nabla c}{\lVert\nabla c\rVert}$
T	1	$\frac{k}{\rho c^e}$	$\frac{\varphi}{\rho c^e}$
ρ	1	0	0

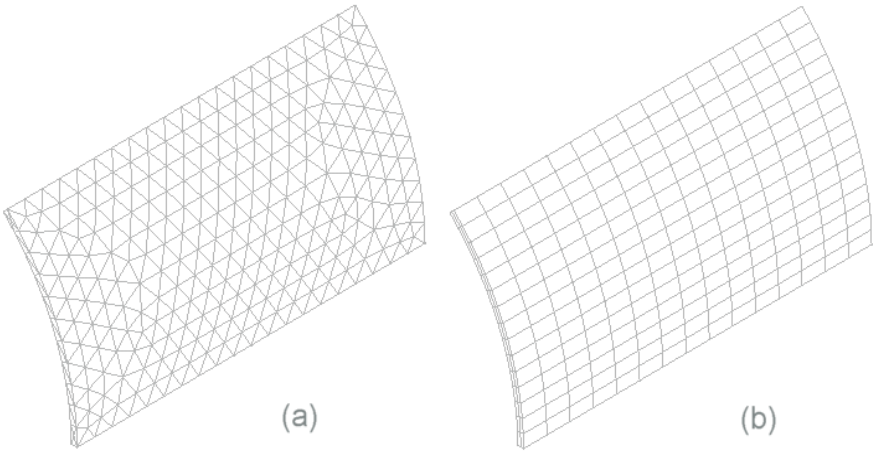
Tableau III-1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables.

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles.

III-4/Choix d'un maillage :

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts (par exemple aux endroits où l'on pense que la solution va beaucoup varier), cependant il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « Vraie » solution de l'équation aux dérivés partiels.

Même si une structure géométriquement complexe peut être maillée avec des éléments tétraédriques, elles mai exigent de nombreux éléments et que mai conduire à l'échec parce que la simulation des ressources informatiques. Même un volume de forme régulière mai exigent de nombreux éléments tétraédriques si elle a un ratio très grand aspect. Ici, les éléments hexaèdres ou d'un coin serait un meilleur choix. (Figure III-1) "Objet avec un aspect ratio Large", illustre cette différence. Il montre que le nombre d'éléments tétraédrique (a) est beaucoup plus grand quelle nombre d'éléments hexaédrique ou bien triangulaire (b), si une densité de maillage similaire est maintenue sur la section transversal



élément tétraédrique élément hexaédrique

Figure III-1 : Types des maillages

III-4-1/Discrétisation :

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles.

Le procédé de discrétisation par élément fini consiste à écrire, après intégration, l'équation généralisée, sous forme matricielle élémentaire [27].

$$([A_e^{transient}\ ] + [A_e^{advection}\ ] + [A_e^{diffusion}\ ])\{\emptyset_e\} = \{S_e^{\emptyset}\} \qquad \text{(III-2)}$$

Pour les intégrales élémentaire, La méthode Galerkin des résiduels pesés est employé.

III-4-1-1/Terme temporelle :

Le premier des contributions de la matrice élémentaire est le terme de transition. Sa forme générale est simplement [7]:

$$[A_e^{transient}\ ] = \int w^e \frac{(\partial \rho\, c_\emptyset\, \emptyset)^e}{\partial_t}\, \mathrm{d\ (vol)} \qquad \text{(III-3)}$$

Avec :

w^e : La fonction pesante pour l'élément, qui est également la fonction de forme.

Pour le nœud i:

$$\int w^e \frac{(\partial \rho\, c_\emptyset\, \emptyset)^e}{\partial_t}\, \mathrm{d\ (vol)} = \int w_i^e\ \rho c_\emptyset w_j^e\ \mathrm{d\ (vol)} \frac{\partial \emptyset_i^e}{\partial t} + \int w_i^e\ \frac{\partial \rho\, c_\emptyset}{\partial t} w_j^e\ \mathrm{d\ (vol)}\ \emptyset_j^e \qquad \text{(III-4)}$$

Les indices inférieurs i et j indiquent le nombre de nœud. Si la deuxième partie de l'équation III.3 est négligée, la matrice de masse peut être exprimée comme:

$$\mathrm{M_{ij}} = \int w_i^e\ \rho c_\emptyset w_j^e\ \mathrm{d\ (vol)} \qquad \text{(III-5)}$$

Si l'approximation localisée de masse est employée.

$$\mathrm{M_{ij}} = \delta_{ij} \int w_i^e\ \rho c_\emptyset\ \mathrm{d\ (vol)} \qquad \text{(III-6)}$$

Ou: δ_{ij} = delta de Kronecker (0 si i ≠ j, 1 si i = j)

Il y a deux méthodes d'intégration temporelles : Newmark et (backward différence) différence en arrière.

La méthode d'intégration de temps de Newmark ou, la formulation implicite de base nodale, exprime l'étape de temps courant comme la nième étape de fois et l'expression comporte les résultats précédents d'une étape de temps.

$$(\rho\emptyset)_n = (\rho\emptyset)_{n-1} + \Delta t[\delta(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t}) + (1-\delta)(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t})_{n-1}] \qquad \text{(III-7)}$$

Ou:

δ : coefficient d'intégration en temps pour la méthode Newmark

$$(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t})_n = \frac{1}{\Delta t\delta}(\rho\emptyset)_n - \frac{1}{\Delta t\delta}(\rho\emptyset)_{n-1} + (1-\frac{1}{\delta}) \qquad \text{(III-8)}$$

III-4-1-2/Terme d'advection:

Il ya trois approches pour la discrétisation du terme d'advection. L'approche dite ligne de courant monotone upwind (MSU), La ligne profilée upwind/Petro-Galerkin (SUPG), et les approches colloquées de Galerkin (COLG).

III-4-1-2-1/Monotone Streamline Upwind Approach (MSU):

Le terme d'advection est manipulé par une approche de ligne de courant monotone basée sur l'idée que le transport pur d'advection est le long des lignes caractéristiques. Il est utile de penser à la formulation de transport d'advection en termes de quantité étant transportée dans un domaine connu de vitesse.

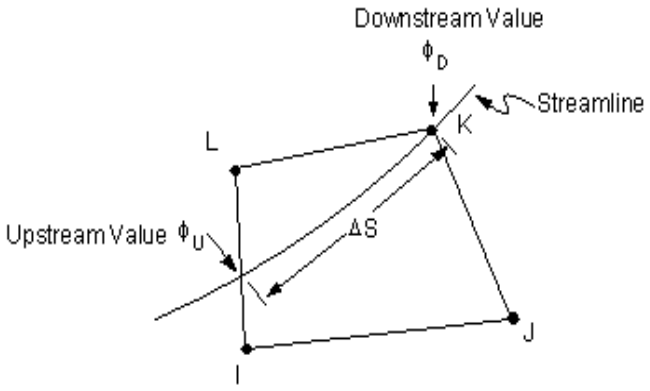


Figure III-2 : l'approche de ligne de courant d'Upwind

Le champ de vitesse lui-même peut être envisagé partout comme ensemble de tangente de lignes profilées aux vecteurs de vitesse. Les limites d'advection peuvent donc être exprimées en termes de vitesses aérodynamiques.

Dans le transport pur d'advection, on suppose qu'aucun transfert ne se produit à travers les lignes caractéristiques, c.-à-d. tout le transfert se produit le long des lignes profilées. Par conséquent on peut supposer que le terme d'advection, s'écrit [7]:

$$\frac{\partial(\rho V_x c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y} = \frac{\partial(\rho V_s c_\emptyset \emptyset)}{\partial s} \qquad \text{(III-9)}$$

Une fois exprimé le long d'une ligne profilée, et donc constant dans tout l'élément, on peut écrire:

$$[A_e^{advection}\ ] = \frac{d(\rho V_s c_\emptyset \emptyset)}{ds} \int w^e \,\mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \qquad \text{(III-10)}$$

Cette formulation est faite pour chaque élément, dont chacun aura seulement un nœud qui obtient des contributions de l'intérieur de l'élément. Le dérivé est calculé en utilisant une différence simple:

$$\frac{d(\rho V_s c_\emptyset)}{ds} = \frac{(\rho V_s c_\emptyset \emptyset)_{u} - (\rho V_s c_\emptyset \emptyset)_D}{Ds} \qquad \text{(III-11)}$$

Ou :

D : l'indice de la valeur on niveau du nœud aval.

U : l'indice de la valeur prise à l'endroit où la rationalisation dans le nœud sous le vent pénètre dans l'élément.

Δs = la distance du point situé en amont à l'aval du nœud.

La valeur à l'endroit ascendant est inconnue mais peut être exprimée en termes de valeurs nodales inconnues qu'il est entre l'amont et l'aval.

Le processus consiste à cycler par tous pour l'élément et identifier les nœuds arrière. Le calcul effectué est basé sur les vitesses, pour voir d'où elle est venue la ligne profilée dans le nœud. Des facteurs pesants sont calculés, basé sur la proximité de l'endroit d'upwind aux nœuds voisins.

III-4-1-2-2/La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin) :

L'approche de SUPG se compose d'une discrétisation de Galerkin du terme d'advection et d'un additionnel de diffusion-un terme de perturbation qui agit seulement dans la direction d'advection [7]:

$$[A_e^{advection}] = \int w^e \left\{\frac{\partial(\rho V_x c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\right\} \mathrm{d\ (vol)} + C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{mag}} \{\frac{V_x \partial \omega^e}{\partial_x} + \frac{V_y \partial \omega^e}{\partial_y}\} \{\frac{V_x \partial(\rho c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\} \mathrm{d\ (vol)} \quad \text{(III-12)}$$

Ou:

C2τ = coefficient global réglé à 1,0.

h = longueur d'élément le long de la direction d'advection.

$$U_{mag} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad \begin{cases} 1 & si 0 \le p < 3 \\ \frac{p_e}{3} & si p_e \ge 0 \end{cases}$$

$p_e = \frac{\rho c_p U_{mag}}{2\Gamma_\phi} h$ Nombre de peclet

Il est clair que pour l'approche de SUPG la maille est raffinée, les termes de perturbation tend à zéro et la formulation de Galerkin approche à l'exactitude du second degré.et donc le terme de perturbation fournit la stabilité nécessaire qui est absente dans la discrétisation pure de Galerkin.

III-4-1-2-3/Approche Colloquée De Galerkin (COLG):

L'approche de COLG emploie le même arrangement de discrétisation avec l'approche de SUPG avec un concept colloqué. Dans cet arrangement, un deuxième ensemble de vitesses, (les vitesses nodales élément-élément-based) qui sont faites pour satisfaire l'équation de continuité, tandis que les vitesses traditionnelles sont faites pour satisfaire les équations de quantité de mouvement [7].

$$[A_e^{advection}] = \int W^e \left\{\frac{\partial(\rho V_x c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\right\} \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) + C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{mag}^e}\{\frac{V_x^e \partial W^e}{\partial_x} + \frac{V_y^e \partial W^e}{\partial_y}\}$$

$$\{\frac{V_x^e \partial(\rho c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{V_y^e \partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\}\ \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \qquad \text{(III-13)}$$

Dans cette approche, l'équation de pression est dérivée à partir des vitesses nodales (élément-élément-basé), et elle est généralement asymétrique. La conservation exacte soit préservée même sur les mailles brutes.

III-4-1-3/Terme de Diffusion :

L'expression pour les termes de diffusion vient d'une intégration au-dessus du domaine de problème après la multiplication par la fonction pesante [7].

$$\text{Diffusion contribution} = \int W^e \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x})\ \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) + \int W^e \frac{\partial}{\partial y}(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial y})\ \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \qquad \text{(III-14)}$$

Toutes les variables en x ou y sont traitées de mode semblable. Par conséquent, l'illustration est avec le terme dans la direction de x. Une intégration par partie est appliquée:

$$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x})\ \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) = \int \frac{\partial W^e}{\partial x} \Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x}\ \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \qquad \text{(III-15)}$$

Une fois que la dérivé du φ est remplacé par les valeurs nodales et les dérivés de peser fonctionnent, les valeurs nodales seront enlevées des intégrales

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial x} = W_x^e \emptyset \qquad \text{(III-16)}$$

$$W_x^e = \frac{\partial W^e}{\partial x} \qquad \text{(III-17)}$$

La matrice de diffusion peut maintenant être exprimée comme:

$$[A_e^{diffusion}] = \int (W_x^e\ \Gamma_\emptyset W_x^e + W_y^e \Gamma_\emptyset)\ \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \qquad \text{(III-18)}$$

III-4-1-4/Termes source :

L'évaluation des termes de source se fait comme suite [7]:

$$S_{\emptyset}^{e} = \int W^{e} \, S_{\emptyset} \, d\,(vol) \qquad \text{(III-19)}$$

III-5/Discrétisation de l'équation de chaleur par éléments finis :

III-5-1/Forme discrétisée : éléments finis :

La solution analytique est en général inaccessible. On est donc conduit à chercher une solution approchée par une méthode numérique : la méthode des éléments finis. Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures et les fonctions test appartiennent au même espace de dimension finie.

Le domaine V est décomposé en sous-domaines Ve de forme géométrique simple (les éléments) relies entre eux en des points appelés nœuds. Cette opération s'appelle maillage.

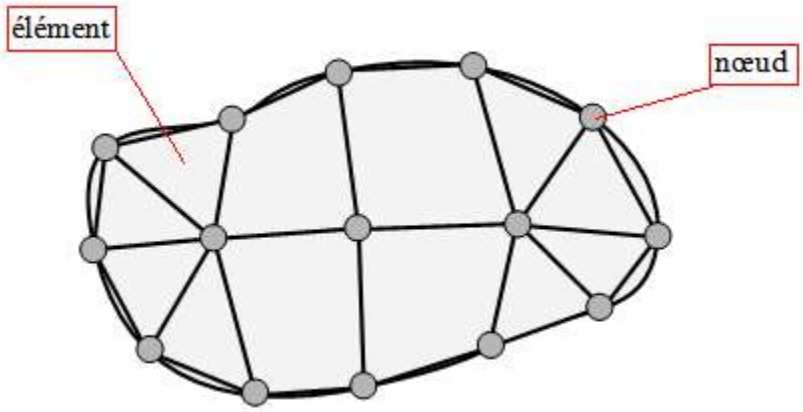


Figure III-3 : Domaine plan discrétisé.

III-5-1-1/Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures :

Le champ de températures T (x, y, t) dans l'élément (e) à pour expression.

$$T^{e}(x,y,t) = [N_1^e(x,y) \ldots . N_i^e(x,y) \ldots N_{n^e}^e(x,y)] \begin{cases} T_1^e(t) \\ T_i^e(t) \\ T_{n^e}^e(t) \end{cases} \qquad \text{(III-20)}$$

$T^e(x,y,T) = [N^e(x,y)]\{T^e_{(t)}\}$

Ou :

- n^e est le nombre de nœuds de l'élément.
- les fonctions$N_i^e\ (x, y)$ sont les fonctions d'interpolation élémentaires
- la matrice $N^e\ (x, y)$ est la matrice d'interpolation élémentaire
- le vecteur $T^e_{(t)}$ regroupe les températures des nœuds de l'élément (e)

III-5-1-2/Représentation globale du champ de températures :

Le champ de températures T(x, y, t) a pour expression sur l'ensemble du domaine V

$$\text{T (x, y, t)} = [N_1(x,y) \dots\ N_i(x,y) \dots N_n(x,y)]\begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_i(t) \\ T_n(t) \end{Bmatrix} \qquad \text{(III-21)}$$

T (x, y, t) = [N(x, y)]{T(t)}

Ou :

- n est le nombre de nœuds du maillage.
- les fonctions N_i (X, y) sont les fonctions d'interpolation (ou fonction de forme).
- la matrice $N\ [(\mathrm{x}, \mathrm{y})]$ est la matrice d'interpolation.
- $\{T\ (t)\}$ est le vecteur des températures nodales.

Les fonctions d'interpolation vérifient les relations :

$N_i^e(x_j, y_j) = \delta_{ij}$ $\qquad$ $N_i\ (x_j, y_j) = \delta_{ij}\ \ ;\ \forall i,j$

Ou (x_j, y_j) sont les coordonnées du nœud j

III-5-2/Discrétisation de la forme intégrale faible :

De l'expression du champ de températures T sur le domaine: $T = [N]\ \{\ \}$

Et $\{\text{grad T}\} = [\text{B}]\{\text{T}\}$ avec $[\text{B}] = [\{B_1\}..\{B_i\} \dots \{B_n\}]$

Où :$\{B_i\}$ dépend du problème traité (spatial, plan, axisymétrique…) pour un problème spatial , $\{B_i\}$ s'écrit dans le repère orthonormé (x, y).

$$\{B_i\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

$T^* = [N]\{T^*\} = \{T^*\}^T[N]^T$ et $\{\text{grad } T^*\} = [B]\{T^*\}$, $\{\text{grad } T^*\}^T = \{T^*\}^T[B]^T$.

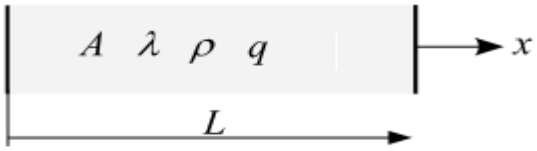
En portant ces relations dans l'équation (II. 03), il vient :

$$\{T^*\}([C]\{\dot{T}\} + [k]\{T\} - \{F\}) = 0 \qquad \text{(III-22)}$$

$$[K] = \int_V [B]^T \lambda [B]\, dv + \int_s h[N]^T [N]\, ds \qquad \text{(III-23)}$$

III-5-3/Exemple de calcul élémentaire :

Elément à deux nœuds (problème a une dimension) considérons un élément à deux nœuds de longueur L dont les caractéristiques A, λ, ρ et q sont constants.



Fonctions d'interpolation sur un élément à deux nœuds :

$$N_1^e = 1 - \frac{x}{L}$$

$$N_2^e = \frac{x}{L}$$

$$L = x_1 + x_2$$

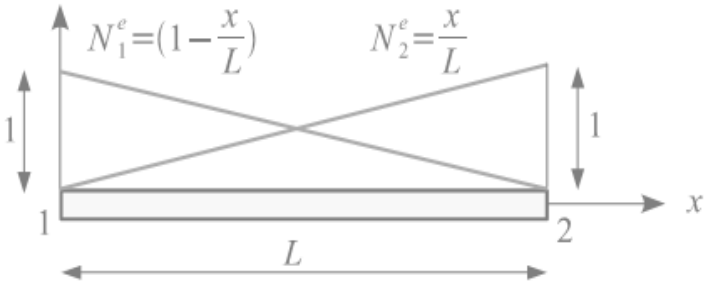


Figure III-4 : Elément a deux nœuds.

Le champ de températures dans l'élément s'écrit :

$$T(x) = (1 - \frac{x}{L})T_1 + \frac{x}{L}T_2 = \frac{1}{L}[L-x \quad x]\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = [N]\{T\} \qquad \text{(III-24)}$$

Où T_1 et T_2 les températures nodales. On en déduit la matrice [B] :

$$[B] = [\frac{\partial N_1}{\partial x} \quad \frac{\partial N_2}{\partial x}] = \frac{1}{L}[-1 \quad 1],\ [B]^T = \frac{1}{L}\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(III-25)}$$

La matrice de conductivité [k] :

$$[K] = \int [B]^T \lambda [B] dv = \int_0^L \lambda A [B]^T [B] dx = \frac{\lambda A}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(III-26)}$$

La densité de flux calculée avec la formule :

$$\varphi_x(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda [B] \{T\} = \frac{-\lambda}{L}(T_2 - T_1) \quad \text{(III-7)}$$

III-6/Conclusion :

Les modèles physiques mis en place dans le chapitre précédent permettent de prendre en compte tout les couplages entre les principaux phénomènes physiques entrant en jeux, et le passage du domaine contenu au domaine discontinu pour la résolution du problème était nécessaire.

Dans ce chapitre on a présenté les trois grands méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles, et choisie la méthode des éléments finis pour discrétisé la forme générale des équations du system et l'équation de chaleur.

Chapitre IV:
Résultats et discussion

IV-1/Introduction :

Dans ce chapitre les résultats obtenus par le calcul numérique sont discutés et interprétés.

Pour résoudre des problèmes d'écoulement, transfert de chaleur, et variation de pression ou bien les pertes de charge ; on a utilisé un logiciel de calcul qui traite ces paramètres des fluides incompressibles en régime variable.

Le principe de cette étape repose sur l'étude de l'influence de la géométrie sur les paramètres liés à la sortie de l'éjecteur.

Nous avons donc essayé d'appliquer les modèles mathématiques et physiques par l'application du modèle k-ε en suit comparer les résultats pour les différentes cas des géométries.

Les résultats obtenus sur les profile de vitesse, champ de température ainsi que le champ de pression ont été réalisés à l'aide du logiciel « ANSYS » on 2D ; on a utilise ce logiciel de simulation « ANSYS », qui est l'un des codes de calcul, basé sur la méthode des éléments finis.

VI-2/Introduction sur l'ANSYS :

ANSYS est un code éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment : analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique.

De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes :

1°/ Préparation des données:

Définir le problème; les étapes majeurs sont données ci-dessous:

- Définition des points clés /lignes/surfaces/volumes ;
- Définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques des matériaux ;
- Maillage des lignes /surfaces/volume.

Les données nécessaires dépendent évidemment de la de la dimension du problème. (1D, 2D, 3D).

2°/ Traitement:

Assigner les charges, contraintes (conditions aux limites) et résolution; on spécifie notamment la nature des grandeurs physiques (température, pression, vitesse …), contraintes ou conditions aux limites et, finalement, on résout le système d'équations.

3°/ Analyse et visualisation des résultats :

- Lors de cette étape, on peut examiner ;
- La liste des déplacements nodaux ;
- Les forces et des moments au niveau des éléments;
- Tracé des Iso contours des contraintes.

IV-3/Description :

Le projet porte sur l'étude de pression et l'écoulement de vapeur d'eau (vapeur motrice au niveau de tuyau primaire, vapeur secondaire au niveau de tuyau secondaire et mélange au niveau de mélangeur et la sortie de thermocompresseur) ; ainsi que le transfert de chaleur par convection avec l'air extérieur (on à étudier on cas réel « irréversibilité »)

Au vue de ce qui précède ; le travail a été effectué sous trois géométries différents :

Le premier et le deuxième aient même dimensionnements et différents entré de vapeur secondaire ; et par rapport le troisième éjecteur la différence ces les diamètres de diverge et la sortie du tuyau primaire.

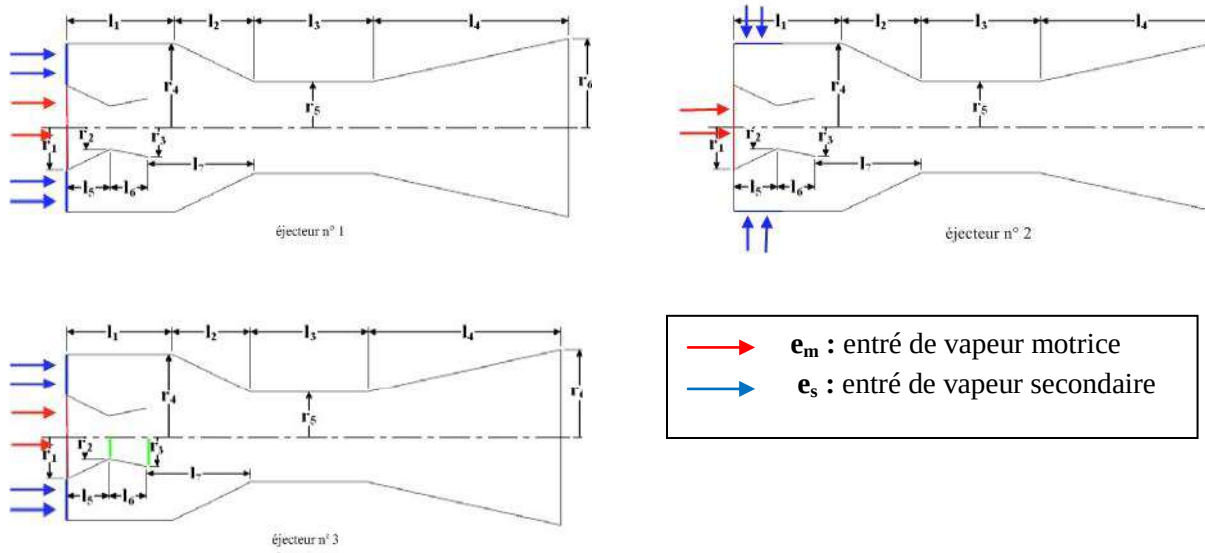


Figure IV-1 : Différents géométrie des thermocompresseurs à étudier

	Langueur [m]													
	e_s	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6
éjecteur 1	*0.0049*	*0.04*	*0.03224*	*0.0356*	*0.05694*	*0.01832*	*0.01832*	*0.0356*	*0.00665*	*0.00132*	*0.00225*	*11.55 E-3*	*0.00349*	*7.04 E-3*
éjecteur 2	*0.0049*	*0.04*	*0.03224*	*0.0356*	*0.05694*	*0.01832*	*0.01832*	*0.0356*	*0.00665*	*0.00132*	*0.00225*	*11.55 E-3*	*0.00349*	*7.04 E-3*
éjecteur 3	*0.0049*	*0.04*	*0.03224*	*0.0356*	*0.05694*	*0.01832*	*0.01832*	*0.0356*	*0.00665*	*0.00232*	*0.00325*	*11.55 E-3*	*0.00349*	*7.04 E-3*

Tableau IV-1 : Dimensionnement des thermocompresseurs à étudier

Le fluide qui cerclé dans le thermocompresseur c'est l'eau « R718 » ainsi que on l'air extérieur ; le tableau suivant reprend les principales paramètres de l'eau et l'air « R729 » qu'il faut déclarer avant d'exécuté le programme :

	Eau	***Air extérieur***
Coefficient de convection [W/m°C]	-	*0.0262*
Conductivité thermique [W/m°C]	*0.6106*	-
Chaleur spécifique [j/kg°C]	*4.212*	-
Densité [Kg/m^3]	*1000*	-
Viscosité [Kg/m s]	*0.008723*	-

Tableau IV-2 : Les propriétés thermiques des différents paramètres.

IV-4/Conditions aux limites :

IV-4-1/ Maillage de système :

On utilise le même maillage pour les différentes géométries des thermocompresseurs.

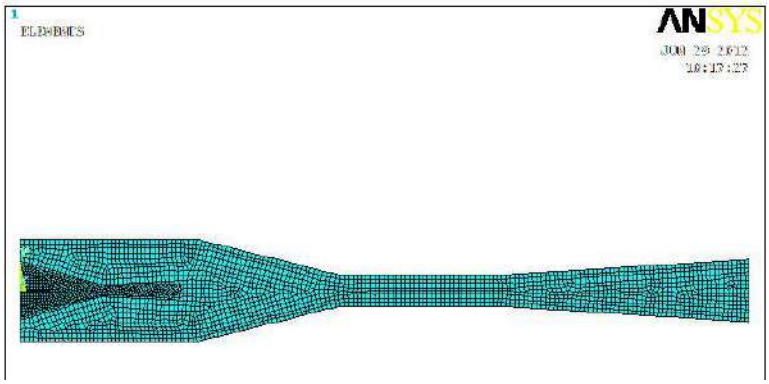


Figure IV-2 : Maillage du système.

D'après plusieurs essai pour nous système « thermocompresseur » on a choisir un bon maillage à 3172 pour nœuds le long du système chaque géométrie:

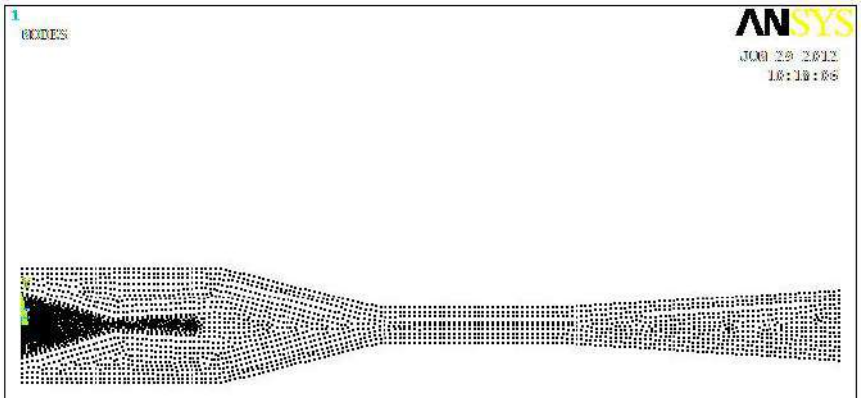


Figure IV-3: Présentation des nœuds.

IV-4-2/ Condition d'entre :

Les conditions initiales sont nécessaires au début ou bien démarrage de calcul ; Dans la section d`entrée de la conduite, les profils de vitesse, pression et température initiaux sont considérés comme uniformes.

Entre de vapeur primaire (motrice)			***Entre de vapeur secondaire***			***Air extérieur***
vitesse [m/s]	***pression [bar]***	***température [°C]***	***vitesse [m/s]***	***pression [bar]***	***température [°C]***	***température [°C]***
0.006	25	320	0.07	2.5	128	35

Tableau IV-3 : Les conditions d'entre des vapeurs d'eau dans différents tuyaux du thermocompresseur.

IV-5/Interprétation des résultats :

Pour mieux connue que ce passe dans le thermocompresseur ; on a choisir quelque point différents dans le système (la ***figure IV-4***) et lire ces résultats suivant le temps et présenter sur des diagrammes.

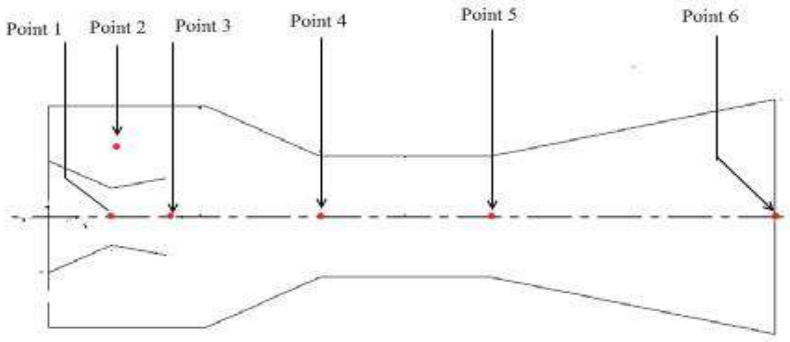


Figure IV-4: Présentation des différents points pour présenté ces résultats.

D'après la convergence ; l'ANSYS donne les résultats qui sont interpréter comme suivant :

IV-5-1/ Champ de vitesse :

Les figures suivantes représentent la variation de la vitesse dans les différents thermocompresseurs.

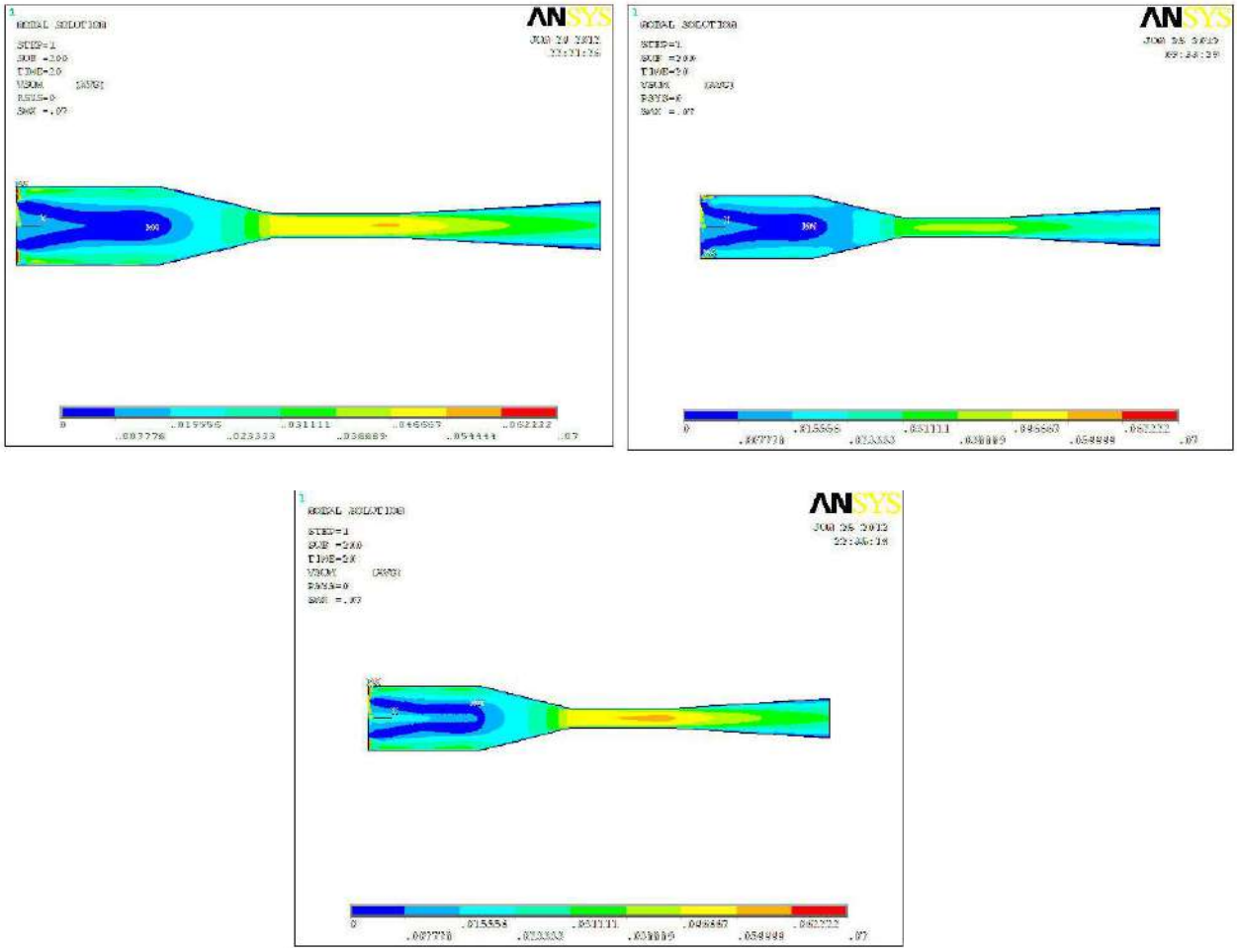


Figure IV-5: Représentation spatiale de la vitesse pour les thermocompresseurs (1,2 et 3).

On constat que la vitesse des vapeurs d'eau se dégrade à chambre d'aspiration car le choc avec les parois convergence des conduits (tuyau d'aspiration et tuyau primaire) avant l'augmentation du mélange au niveau du mélanger puis il prend ça valeur maximale à la sortie du mélangeur (au point 5); puis il ce dégrade jusqu'à la sortie du thermocompresseur comme il est clairement illustré par les échelles du couleur.

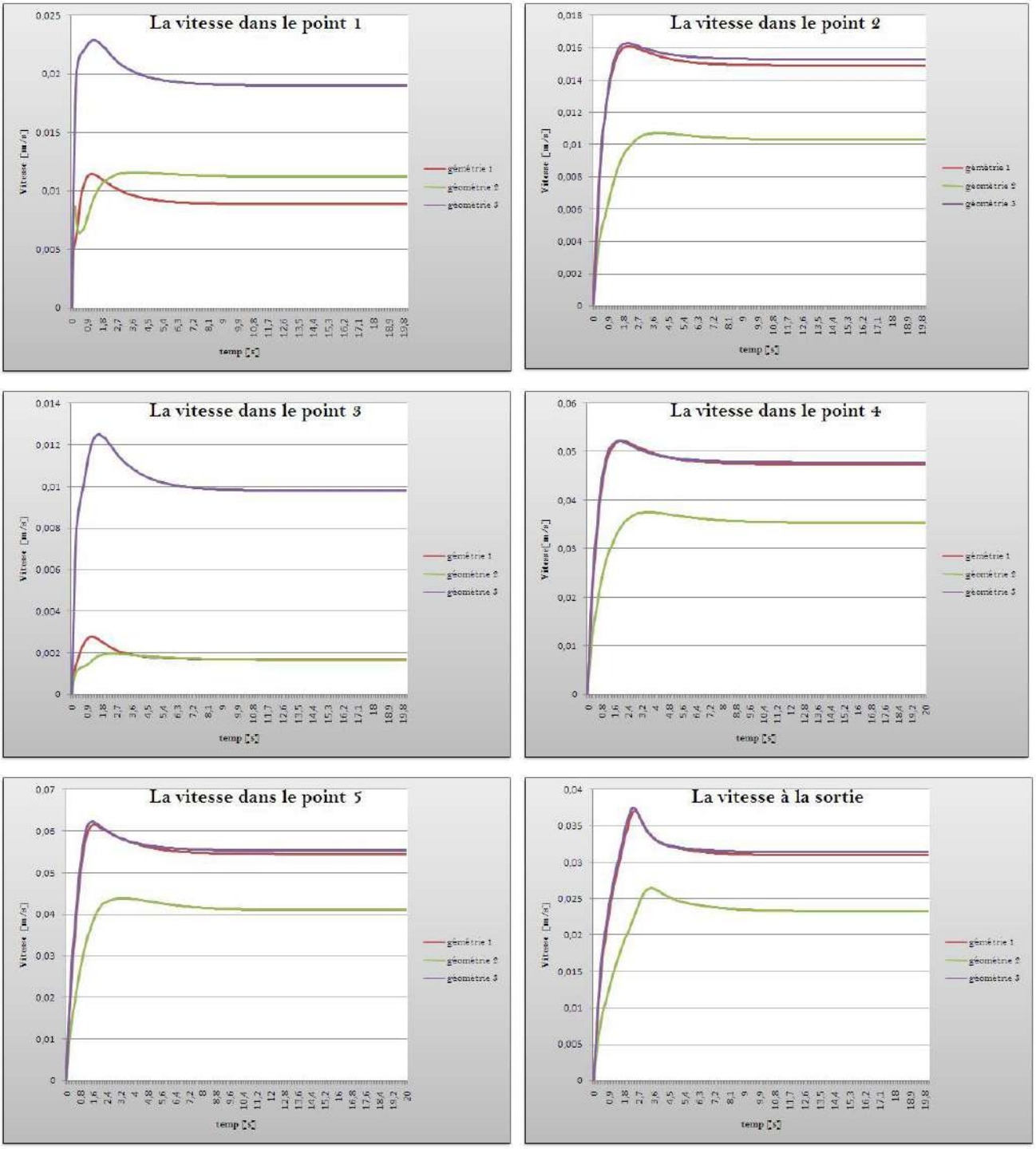


***Figure IV-6*: Diagrammes des vitesses dans les différents points des thermocompresseurs.**

On constat que la vitesse de la géométrie -2- et le plus faible que les autres car un grand choc avec les parois du tuyau primaire ; et pour la géométrie -3- ; on observe que la vitesse au conduite primaire est élevée par rapport les autres géométries et dans le mélangeur et diffuseur la vitesse sont presque égale à la vitesse de le thermocompresseur -1-.

IV-5-2/ Champ de pression :

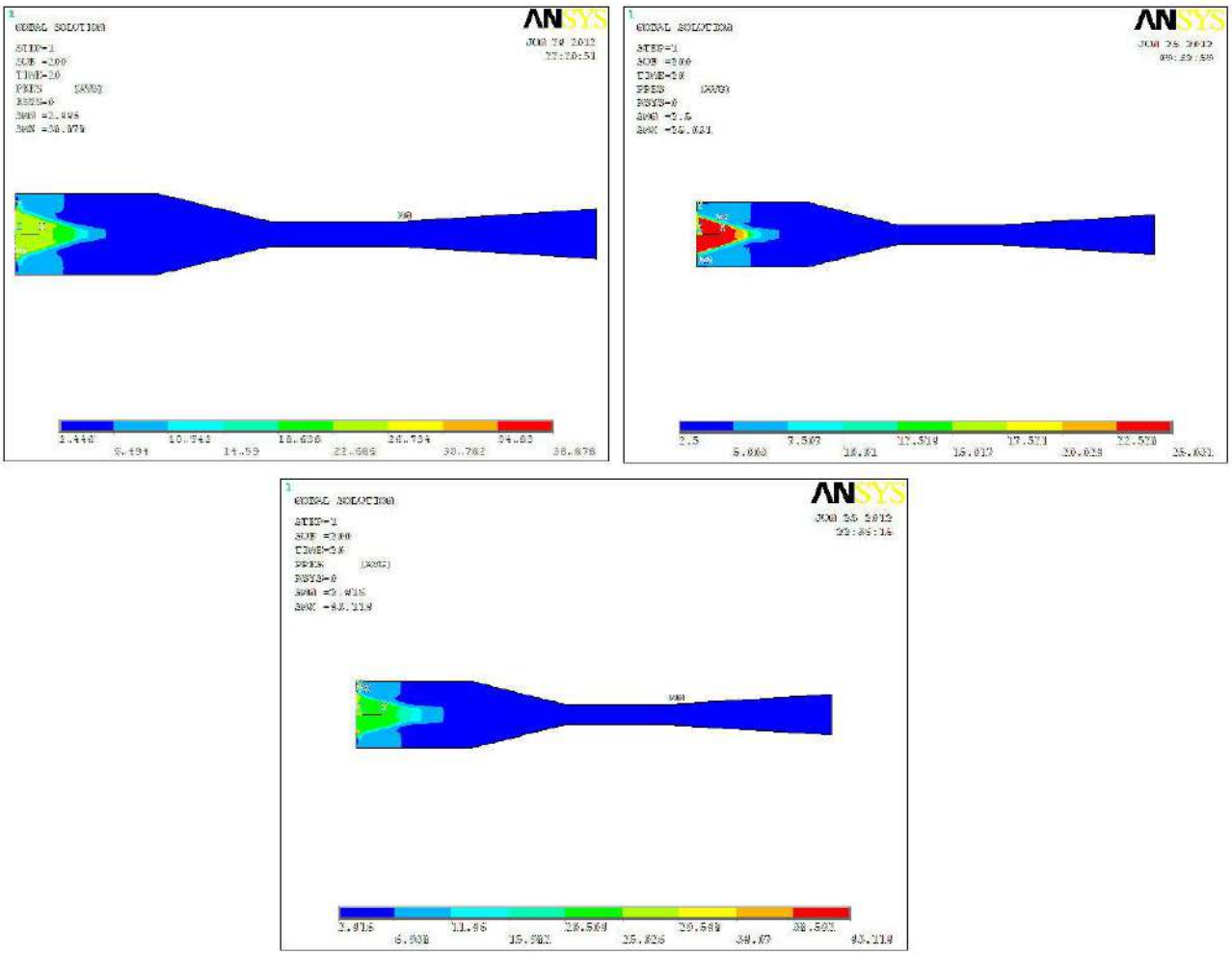


***Figure IV-7*: Représentation spatiale de la pression pour les thermocompresseurs (1,2 et 3).**

On constat que la pression des vapeurs d'eau se dégrade à chambre d'aspiration car le choc avec les parois convergence des conduits (tuyau d'aspiration et tuyau primaire) jusqu'à la sortie du mélangeur ou il prend ça valeur minimale car la transformation de la pression à l'énergie cinétique (dans le point 5); puis il ce augmenté partiellement jusqu'à la sortie du thermocompresseur comme il est clairement illustré par les échelles du couleur.

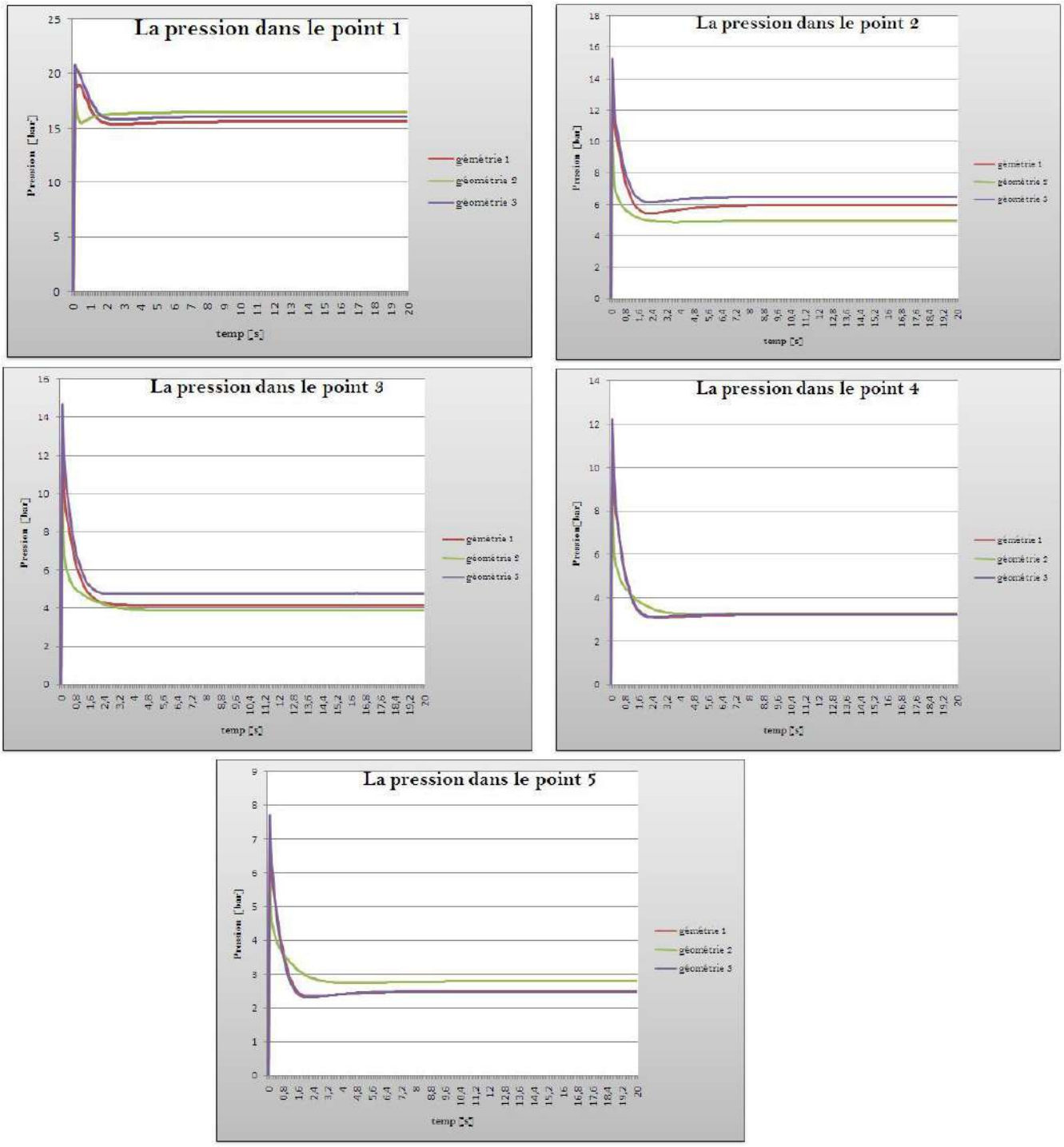


Figure IV-8: Diagrammes des pressions dans les différents points des thermocompresseurs.

Les valeurs des pressions sont très rapproché car la géométrie extérieur des thermocompresseur sons les même ; la petite différence des valeurs c'est a cause de la différence de géométrie du tuyau primaire (pour thermocompresseur 3) et l'entre du vapeur secondaire (pour thermocompresseur 2).

IV-5-3/ Champ de température :

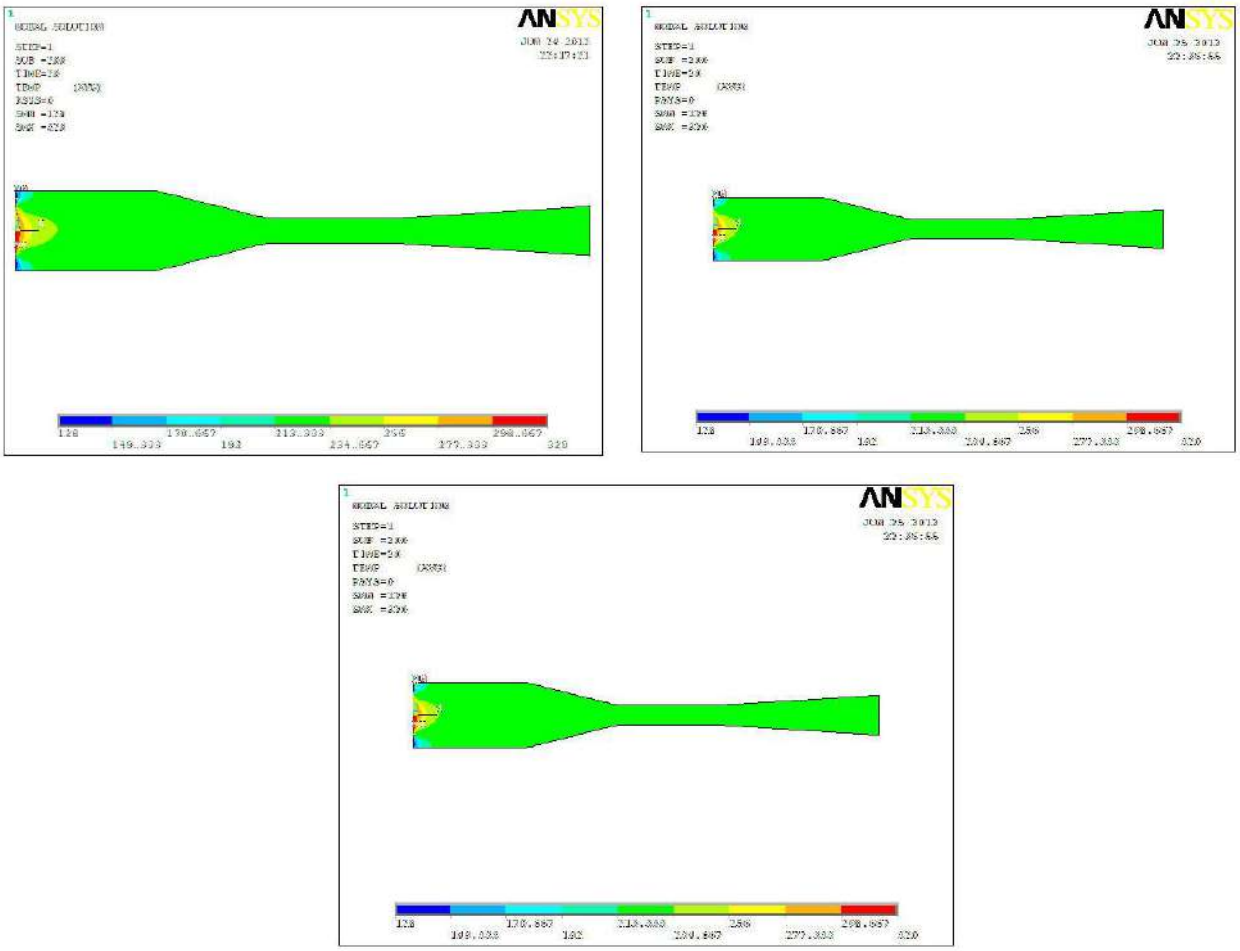
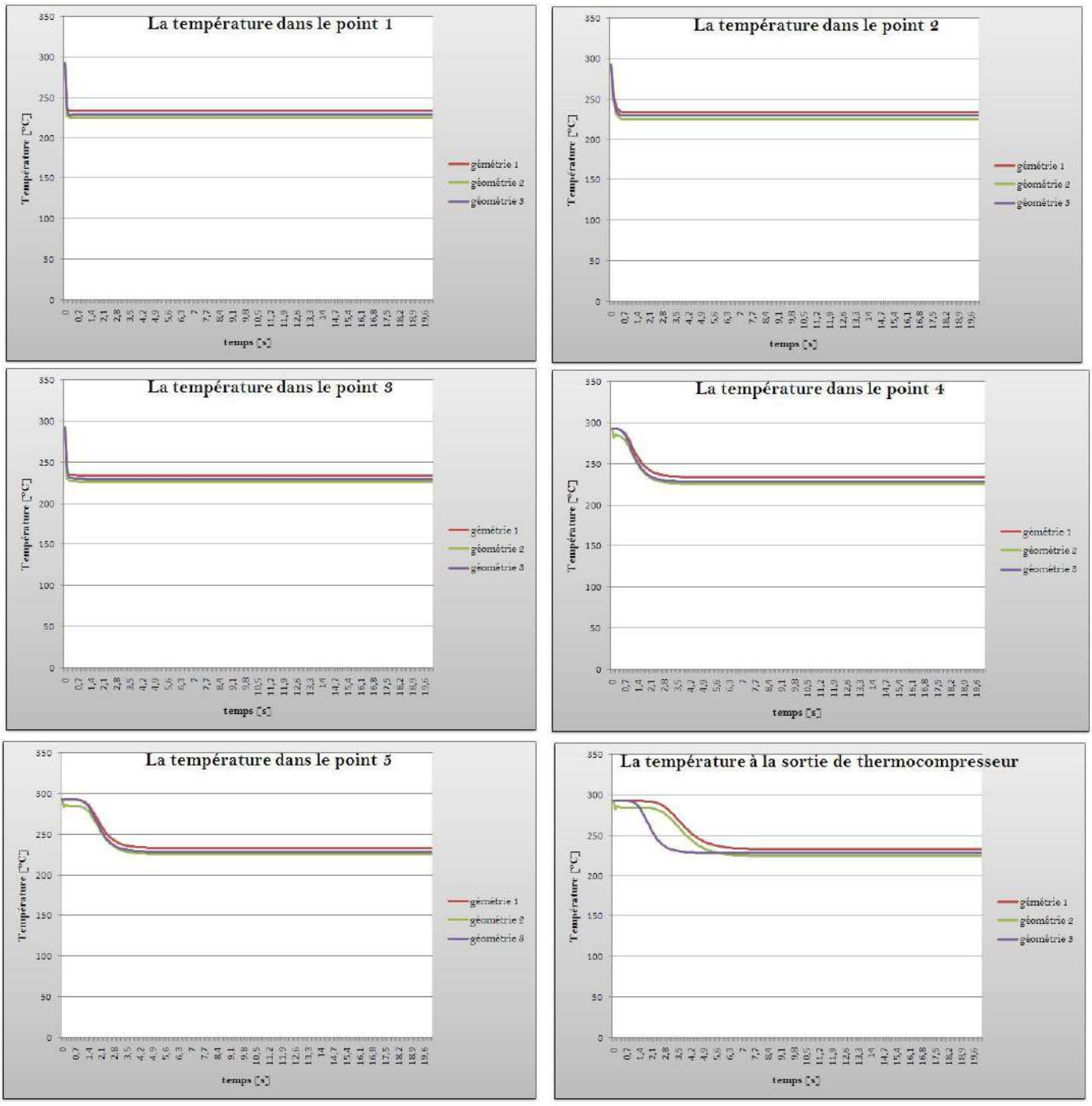


***Figure IV-7*: Représentation spatiale de la température pour les thermocompresseurs (1,2 et 3).**

On constat que les températures sont faiblement variée juste au l'entre des vapeurs puis ils sont constants le long des thermocompresseurs car faible de transfert de chaleur par convection avec le milieu extérieur.



<u>Figure IV-9</u>: Diagrammes des températures dans les différents points des thermocompresseurs.

Les valeurs de la température sont très rapprochées ; donc la température est indépendante de la géométrie des thermocompresseurs.

IV-6/Conclusion :

Ce chapitre était consacre a l'analyse des modèles numériques de le thermocompresseur développes sous ANSYS.

D'après les résultats ; on peut conclure que la géométrie jeu un grand rôle sur la performance de thermocompresseur, lorsqu'elle avait un grand influence sur la pression et la vitesse des vapeurs cerclant le long d'éjecteur ou bien de thermocompresseur.

Par contre la géométrie du thermocompresseur ne jeu aucune rôle a la température des vapeurs tournant dans l'éjecteur.

Conclusion générale

Les deux objectifs principaux de cette étude étaient, d'une part de modéliser les écoulements des vapeurs internes aux thermocompresseurs mieux concevoir leur principe par le modèle k-ε et simulé a l'aide d'un logicielle de simulation « ANSYS »; et d'autre part étudier l'influence de la géométrie sur les grandeurs physiques et la performance du thermocompresseur et l'éjecteur.

Dans ce travail on a définir premièrement les types des éjecteurs, fonctionnement des éjecteurs et thermocompresseurs et on a déduire qu'ils sont largement utilisable dans plusieurs importants domaines ainsi qu'il avent plusieurs rôle ou bien applications (recompression des vapeurs ; pompe à vide …), puis on a présenté les différents modèles physiques et mathématiques des écoulements et transfert de chaleurs, ainsi que les méthodes numériques pour discrétiser les modèles par élément fini.

Finalement ; après la simulation des différents géométries du thermocompresseur, on à sortie par les résultats suivants :

- La géométrie extérieur et très importants pour la performance des thermocompresseurs; tel que le rapport de diamètre de mélangeur et de diffuseur est le plus important que le rapport de diamètre de convergence et la sortie de tuyau secondaire.
- Les sens des entrés des vapeurs (primaire et secondaire) à la même direction mieux que des directions traverser.
- La géométrie avent une grande influence à la pression et la vitesse par contre la température N'affecté pas au changement de la géométrie.

Bibliographie et référence

[1]:F. BISEL, calculs numériques d'écoulements à nombre de Reynolds élevées avec simulation semi-empirique de la turbulence .A.I.R.H.page 17-18, (1972).

[2]:G.GLUSHCO. Turbulent boundary layer on a flat plate in an incompressible fluid Invest. Acad. Nawk. SSSR MEKH, NOY, (1965).

[3]:W. P. JONES et B.E LAUNDER: the prediction of laminarization with two equation model of turbulence. INT. JL.Heat Mass transfert, vol. 15(n° 2) : page 301-314, (1972).

[4]:JIUNG ZHU, calcul de jets turbulent confines avec recirculation, thèses de doctorat de l'institut nationale polytechnique de GRENOBLE, (1986).

[5]:M .RAHNEMA, M.YAGHOUBI and A .SABZERVARI, turbulent and flow patterns and pressure fields across a tall building Mechanical Engineering Deparement, Smiras IRAN Mechanical Engineering. Department university of Puerto Rico Mayagnez Puerto Rico engineering vol 20 N°4,(1996).

[6]:Paul FERREY, Modèles aux tensions de REYNOLDS avec prise en compte de l'intermittence de frontière, thèse pour l'obtention du Grade de docteur de l'université de POITIERS.

[7]:Manual of Ansys ver 11, Ansys.inc, USA

[8]:Diez P. et Smith R. W. (1993)"The Influence of Powder Agglomeration Methods on Plasma Sprayed Yttria Coatings", Journal of Thermal Spray Technology, 2, (2), pp.165-178.

- ITYM YOUCEF. Modélisation du comportement thermomécanique d'un pipeline influence des jonctions. MAGISTERE en génie mécanique Constantine (2010).
- Vincenzo GUERRIERO EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF COANDA EJECTORS FOR PNEUMATIC SOLID TRANSPORT. Juillet 2008 THESE de Doctorat de l'Université de Toulouse Délivré par l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse Spécialité : Génie Mécanique.
- Jacques PAULON « Ejecteurs » Technique de l'ingérieur [B 4 250]
- Constructeur des composant mécanique : CROLL-REYNOLDS systèmes sous vide ; http://www.croll.com
- http://www.si.ens-cachan.fr/accueil_V2.php?page=affiche_ressource&id=174
- http://jean.garrigues.perso.centrale-marseille.fr/ef.html
- http://www.sndl-cerist.dz
- http://www.sciencedirect.com

Liste des figures

Figure I-1 : Différent géométrie d'un éjecteur 4
Figure I-2 : Diagramme de définition d'un ventilateur à jet liquide.
Figure I-3 : Schéma de principe d'un laveur de gaz. 9
Figure I-4: Diagramme de définition d'un compresseur à jet liquide. 10
Figure I-4: Diagramme de définition d'un compresseur à jet liquide. 11
Figure I-6: Schéma d'implantation de pompes à liquide à jet d'eau dans une installation de dessalement 12
Figure I-7: Schéma d'installation de mélangeurs à jet liquide sur un bac de neutralisation. 12
Figure I-8: Schéma d'implantation d'une pompe à pied éjecteur. 13
Figure I-9: Diagramme de définition d'un ventilateur à jet de gaz. 14
Figure I-10: Groupe de compression à jet de gaz par injection de gaz de raffinerie dans un réseau de chauffage, à l'aide de gaz de process comme fluide moteur. 15
Figure I-11: Ensemble pompe à jet d'air/pompe à anneau liquide. 16
Figure I-12: Diagramme de définition de pompes à vide à jet d'air 16
Figure I-13: Schéma d'un thermocompresseur commandé par servomoteur pneumatique. 18
Figure I-14: groupe d'éjecteur à jet de vapeur à 2 étages. 20
Figure I-15: Schéma de principe d'un éjecteur/réchauffeur à jet de vapeur. 21
Figure I-16 : schéma de principe d'une machine frigorifique à thermocompresseur. 23
Figure I-17: le diagramme P-h d'une machine à thermocompression. 24
Figure I-18: Schéma de recompression du vapeur secondaire d'un concentrateur. 25
Figure II-1 : Bilan thermique. 40
Figure III-1 : Types des maillages 46
Figure III-2 : L'approche de ligne de courant d'Upwind 48
Figure III-3 : Domaine plan discrétisé. 52
Figure III-4 : Elément a deux nœuds. 54
Figure IV-1 : Différents géométrie des thermocompresseurs à étudier 58
Figure IV-2 : Maillage du système. 59
Figure IV-3: Présentation des nœuds. 59
Figure IV-4: Présentation des différents points pour présenté ces résultats. 60
Figure IV-5: Représentation spatiale de la vitesse pour les thermocompresseurs (1,2 et 3). 61
Figure IV-6: Diagrammes des vitesses dans les différents points des thermocompresseurs. 62
Figure IV-7: Représentation spatiale de la pression pour les thermocompresseurs (1,2 et 3). 63
Figure IV-8: Diagrammes des pressions dans les différents points des thermocompresseurs. 64
Figure IV-7: Représentation spatiale de la température pour les thermocompresseurs (1,2 et 3). 65
Figure IV-9: Diagrammes des températures dans les différents points des thermocompresseurs 66

Tableau I-1 : Dénomination générale des éjecteurs avec leurs caractéristiques principales…… 3

Tableau II-1: La décomposition de RENOLDS dans les équations de Navier Stokes ……. 32

Tableau II.2 : constantes du modèle k-ε…… 36

Tableau II-3 : constantes du modèle RNG……. 36

Tableau II-4 : les constantes du modèle ASM…….. 33

Tableau III-1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables…….. 45

Tableau IV-1 : Dimensionnement des thermocompresseurs à étudier …….. 58

Tableau IV-3 : Les conditions d'entre des vapeurs d'eau dans différents tuyaux du thermocompresseur…… 60