الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DR. YAHIA FARES DE MEDEA

FACULTE DE TECHNOLOGIE
Département du Génie Electrique

Projet de Fin d'Etudes

Présenté pour l'obtention du Diplôme
de Master en électrotechnique
Spécialité : *Réseaux électriques*

THEME :

Calcul de champ électrique dans les systèmes de diélectrique homogène et non-homogène

Proposé et dirigé par :

Dr. ABDI.Sif Eddine
Dr. HOUASSINE. Hamza

Préparé et présenté par :

SEGHOUAN Merwa.
HAMIDIA Halima.

Année Universitaire 2016-2017



Remerciement :

Nous tenons à remercie

On premier lieu dieu qui nous avons

permis d'achever notre travail.

Nous remerciemons aussi vivement à notre

promoteur et co-promoteur

Dr. Abdi, Dr. Houassine, qui nous a guider

encourager et aider durantToute la durée de notre travail.

Aussi à Mme Abbadi et Mrs Gesmi

Nous remerciements vont aussi aux membres

de jury Qui vont évaluer notre

travail. Et un grand merci à tous ceux

qui nous ont aidés de prés ou de loin.



Marwa

Je dédie ce modeste travail :

A ma mère et mon père, je vous remercie beaucoup pour tout que vous avez fait pour moi.

A mon marie Salim

A ma très chère sœur Hadjer que j'aime, et mes frères

Oussama et Riadh

A ma cher amies et sœur Halima aussi a Fethia

A mes amies Soumia et Salma et samia

A tous que me connaitre et tous que m'encourager pour finir ce travail.

A tous mes ami(e)s de l'université de Médéa.

Et pour notre promoteur Dr.ABDI.S

Et co-promoteur Dr. HOUASSINE.H





Halima

Je dédie ce travail :

A ma mère et mon père, je vous remercie beaucoup pour tout que vous avez fait pour moi.

A mes très chère sœurs Marwa et Lina que j'aime, et mes frères Med_Amine et Nadhir

A ma cher amies et sœur Marwa aussi a Fethia ,

A mes amies Soumia Salma

A ma cher tante Naima et toutes mes tantes

A tous mes oncles et mes cousines

A tous que me connaitre

A tous mes ami(e)s de l'université de Médéa.

Et pour notre promoteur Dr.ABDJ.S

Et co-promoteur Dr. HOUASSINE.H



Résumé :

Ce projet de fin d'étude présente le calcul de champ électrique dans les systèmes de diélectrique homogène et non homogène pour différentes formes d'électrodes. Pour le calcul on a utilisé le logiciel FEMM basé sur la méthode des éléments finis. Les résultats obtenus présentent des variations similaires avec une bonne concordance entre les résultats numériques et les calculs analytiques.

Mots clés :

Le champ électrique, permittivité, diélectrique, méthodes des éléments finis, système homogène, système non-homogène.

ملخص

تقدم هذه الدراسة النهائية للمشروع حساب الحقل الكهربائي في الأنظمة العازلة ذات الأقطاب الكهربائية المختلفة متجانسة وغير متجانسة. للحساب استخدمنا برنامجا استنادا إلى طريقة العناصر المحددة. النتائج المحصل عليها تمثل تغيرات متقاربة و توافق جيد بين النتائج العددية و الحسابية.

كلمات مفتاحيه:

المجال الكهربائي، السماحية، عازل، طريقة العناصر المحددة، نظام متجانس، نظام غير متجانس.

Summury :

This end-of-study project presents the calculation of electric field in homogeneous and non-homogeneous dielectric systems for different electrode shapes. For the calculation, the FEMM software based on the finite element method was used. The results obtained show similar variations with good agreement between the numerical results and the analytical calculations.

key word :

The electric field, permittivity, dielectric, finite element methods, homogeneous system, non-homogeneous system.

Tables des matières

Remerciement

Dédicaces

Résumé

Introduction générale 1

Chapitre I : Généralité sur le champ électrique.

I.1. Introduction **..... 3**

I.2. Notion de champ électrique **..... 3**

I.2.1.Expérience fondamentale 3

I.2.2. Définition du champ électrique 4

I.2.3. Champ uniforme et non uniforme 5

I.2.3.1. Champ uniforme 5

I.2.3.2. Champ non uniforme 6

I.3.Généralité sur les diélectriques **..... 6**

I.3.1.Définition 6

I.3.2.Utilisation des isolants 7

I.3.3.Caractéristiques des diélectriques 7

I.3.3.1.Résistivité électrique 7

I.3.3.2.Permittivité relative 7

I.3.3.3.Rigidité diélectrique 8

I.3.4.Types des isolants 9

I.3.4.1.Isolants solides 9

I.3.4.2. Isolants liquides 9

I.3.4.3.Les isolants gazeux 10

I.3.5.Classification des matériaux diélectriques 10

I.3.5.1.Matériaux homogènes 10

I.3.5.2.Matériaux non-homogènes (ou hétérogènes) 10

I.4. Comportement d'un diélectrique en présence d'un champ électrique 10

I.4.1. Description de la polarisation 10

I.4.2. Types de polarisation 11

I.4.2.1.Polarisation électronique 11

I.4.2.2.polarisation ionique 11
I.4.2.3.Polarisation macroscopique 12
I.4.2.4.Polarisation dipolaire 12
I.5. Influence de la forme des électrodes **.....**Error! Bookmark not defined.**3**
I.5.1. Système plan-plan ..... **Error! Bookmark not defined.**3
I.5.2. Système sphérique ..... **Error! Bookmark not defined.**3
I.5.3. Système cylindrique ..... **Error! Bookmark not defined.**4
I.5.3.1. Cylindre concentrique (câble coaxial) 14
I.5.3.2. Cylindres excentriques 14
I.5.3.3. Conducteur-plan 15
I.5.3.4.Trois conducteur en triangle 15
I.5.3.5.Conducteurs en nappe 16
I.5.4. Système pointe-pointe 16
I.6. Conclusion : **..... 17**

Chapitre II : Les méthodes numériques de calcul du champ électrique.

II.1. Introduction **.....**Error! Bookmark not defined.**8**
II.2. Méthodes des éléments finis **.....**Error! Bookmark not defined.**8**
II.2.1.Les équations électromagnétiques 18
II.2.2. Equations de Maxwell en électrostatique 19
II.2.3. Equation d'interface 20
II.2.4. Equation en potentiel scalaire :Poisson et Laplace 20
II.2.5. Loi de comportement des matériaux 21
II.2.6. Conditions aux limites 22
II.2.7. Formulation mathématique 22
II.2.8. Le maillage initial 26
II.3. Méthode des élements finies **..... 26**
II.3.1.Formulation intégrale 28
II.3.1.1.Formulation variationnelle 28
II.3.1.2. Méthode de Galerkine ou méthode des résidus pondérés 31

II.3.2.Calcul des champ par Elements Finis (EF)..... 33
II.4. Méthode des différences finies..... 33
II.5. Le logiciel d'application FEMM..... 35
II.5.1. Etapes de simulation..... 35
II.5.2. Composantes principales de logiciel de calcul des champs..... 36
II.6. Conclusion :..... **37**

Chapitre III : Application sur les systèmes de diélectrique homogène et non-homogène.

III.1.Introduction..... **38**
III.2.La configuration plan-plan..... **38**
III.2.1.Système d'isolation homogène..... 38
III.2.2.Système d'isolation non-homogène..... 40
III.2.2.1.Air-Liquide..... 40
III.2.2.2.Liquide-Solide..... 43
❖ Calcul numérique des champs électriques..... 43
❖ Calcul analytique des champs électriques..... 44
III.2. Configuration Cylindre-plan..... **45**
III.2.1. Système homogène..... 45
❖ Calcul numérique de champ..... 45
❖ Calcul analytique de champ..... 46
III.2.2. Système non-homogène..... 47
III.3. Configuration cylindre-cylindre (cable coaxial)..... **48**
III.3.1.Système homogène..... 48
❖ Calcul numérique de champ électrique..... 48
❖ Calcul analytique de champ électrique..... 49
III.3.2.Système non-homogène..... 49
❖ Calcul numérique de champ électrique..... 49
❖ Calcul analytique de champ électrique..... 50
III.4.Configuration pointe-plan..... **51**
III.4.1. Système homogène..... 51

III.4.2. Système non-homogène 52
III.5. Configuration pointe-pointe **53**
III.5.1.Système homogène 53
III.5.2. Système non homogène 54
III.6. Comparaison et interprétation des résultats **56**
III.6.1. système d'isolation homogène 56
III.6.2. Système d'isolation non-homogène 57
III.6.3. Les configurations dans les systèmes d'isolation homogène et non-homogène 58
III.7. Conclusion **61**
Conclusion générale **62**
Références **63**

Liste des figures :

Chapitre I :

Figure I.1 : Action de force électrique a une boule. **3**

Figure I.2 : La force électrique entre deux boules. **4**

Figure I.3 : Condensateur plan infini. **6**

Figure I.4 : Champ non uniforme pour une électrode de Rogowski. **6**

Figure I.5 : Condensateur plan à vide. **7**

Figure I.6 : Moyenne temporelle de distribution de charges dans un atome normal et un atome placé dans un champ électrique. **11**

Figure I.7 : Polarisation électronique : déplacement du nuage électronique de l'atome. .....Error! Bookmark not defined.**1**

Figure I.8 : Polarisation ionique : déplacement de l'atome au sein de molécule. .....Error! Bookmark not defined.**1**

Figure I.9 : Polarisation macroscopique. **12**

Figure I.10 : Polarisation dipolaire : orientation des dipôles permanents. ...Error! Bookmark not defined.**2**

Figure I.11 : La forme plan-plan. .....Error! Bookmark not defined.**3**

Figure I.12 : La forme sphérique. .....Error! Bookmark not defined.**3**

Figure I.13 : Cylindres concentriques. .....Error! Bookmark not defined.**4**

Figure I.14 : Cylindres excentriques. .....Error! Bookmark not defined.**5**

Figure I.15 : Conducteur-plan. .....Error! Bookmark not defined.**5**

Figure I.16 : trois conducteurs en triangle. **16**

Figure I.17 : conducteurs en nappe. **16**

Figure I.18 : la forme pointe-pointe. **17**

Chapitre II:

Figure II.1 : Le domaine d'integration et les conditions aux limites dans le cas de lame hyperbolique-plan **23**

Figure II.2 : Discrétisation par élément finis en deux dimensions **27**

Figure II.3 : Symbole de logiciel FEMM **35**

Figure II.4 : Utilisation interactive du logiciel FEMM **36**

Chapitre III:

Figure III.1 : Géométrie de domaine d'étude plan-plan avec de l'air **38**

Figure III.2 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système homogène (air)..... **39**

Figure III.3 : Cartographie de potentiel électrique avec de l'airError! Bookmark not defined.**9**

Figure III.4 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système homogène (air)..... **40**

Figure III.5 : Géométrie de domaine d'étude plan-plan avec air-liquide **41**

Figure III.6 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système non homogène (air-liquide) **41**

Figure III.7 : Cartographie de potentiel électrique avec air liquide **42**

Figure III.8 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système non homogène (air-liquide)..... **42**

Figure III.9 : Géométrie de domaine d'étude avec liquide-solide..... **43**

Figure III.10 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système non homogène (liquide-solide). **43**

Figure III.11 : Représentation électrique d'un système d'isolation non-homogène à deux couches **44**

Figure III.12 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-plan avec de l'air **45**

Figure III.13 : Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-plan système homogène (air)...... **46**

Figure III.14 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-plan avec air-liquide **. 47**

Figure III.15 : Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-plan système non homogène (air-liquide)...... **47**

Figure III.16 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-cylindre (cable coaxial) avec de l'air **48**

Figure III.17 : Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-cylindre (câble coaxial) système homogène (air)...... **48**

Figure III.18 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-cylindre (cable coaxial) avec air-liquide..... **49**

Figure III.19 : **Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-cylindre (câble coaxial) système non homogène (air-liquide) 50**

Figure III.20 : Géométrie de domaine d'étude pointe-plan avec de l'air **..... 51**

Figure III.21 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-plan système homogène (air). 52

Figure III.22 : Géométrie de domaine d'étude pointe-plan avec air-liquide **.... 52**

Figure III.23 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-plan système non homogène (air-liquide) 53

Figure III.24 : Géométrie de domaine d'étude pointe-pointe avec de l'air **..... 54**

Figure III.25 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-pointe système homogène (air) 54

Figure III.26 : Géométrie de domaine d'étude pointe-pointe avec air-liquide **. 55**

Figure III.27 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-pointe système non homogène (air-liquide) 55

Figure III.28 : L'évolution du champ électrique dans les différentes configurations homogènes. **..... 56**

Figure III.29 : L'évolution du champ électrique dans les différentes configurations non homogènes. **..... 57**

Figure III.30: L'évolution du champ dans les différentes configurations homogène et non homogène. **..... 59**

Liste des tableaux :

Chapitre I :

Tableau I.1 : les valeurs de β 14

Chapitre II :

Tableau II.1: éléments des équations de Maxwell**..... 19**

Introduction générale

Introduction générale :

Dans les réseaux électriques, les systèmes d'isolation sont utilisés pour la séparation entre les différents éléments des appareils sous haute tension, aussi qu'à un rôle de refroidissement de ces appareils.

Les appareils du réseau prennent des formes différents ; ils peuvent être plan, sphérique, cylindrique, pointe,…etc. et l'effet de l'application de la tension agit sur des valeurs de champ électrique qui dépendent de cette forme. Le champ est aussi influencé par l'homogénéité et la non homogénéité du système d'isolation, du fait de la variation de la permittivité relative des matériaux isolant qui présente la polarisation de ce dernier lorsqu'il est soumis à un champ électrique.

Pour les formes d'électrodes délicates, le calcul analytique du champ électrique devient difficile, d'où la nécessité de recouvrir à des méthodes numériques pour faciliter le calcul, et économiser le temps.

Parmi ces méthodes, la méthode des éléments finis constitue un moyen très efficace pour bien calculer le champ électrique dans différentes formes et différentes systèmes d'isolation. La méthode des différences finie est un autre moyen numérique pour réaliser ce calcul.

Nous nous sommes intéressés dans notre travail, au calcul du champ électrique crée par plusieurs formes d'électrodes : plan-plan, cylindre-plan, cylindre-cylindre, pointe-plan et pointe-pointe, avec deux systèmes d'isolation : le premier est un système d'isolation homogène (air : $\varepsilon_r = 1$), et le deuxième est un système d'isolation non homogène à deux couches (air $\varepsilon_r = 1$, liquide $\varepsilon_r = 2$)

Le premier chapitre est destiné aux généralités sur les notions utilisées en électrostatique, les diffèrent types d'isolement utilisé en électricité et enfin l'influence de la forme des électrodes sur le champ électrique.

Dans le deuxième chapitre, les méthodes numériques de calcul du champ électrique sont présentées : la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies.

Le troisième chapitre présent les résultats de simulation du calcul de champ électrique par le logiciel FEMM, par la MEF pour les différentes configurations, et différentes systèmes d'isolation homogène et non homogène.

Ainsi nous terminons notre mémoire par une conclusion générale.

Chapitre I : Généralité sur le champ électrique

I.1.Introduction :

La notion de champ a été introduite par les physiciens pour tenter d'expliquer comment deux objets peuvent interagir à distance, sans que rien ne les relies. A la fois la loi de la gravitation universelle de Newton et la loi de Coulomb en électrostatique, impliquent une telle interaction à distance. Il n'y a pas de fil qui relie la terre au soleil; celui-ci exerce son attraction à distance. De même, deux charges électriques s'attirent ou se repoussent dans le vide sans que rien ne les relie, sans aucun support matériel **[1].**

L'utilisation de matériaux diélectriques dans l'appareillage électrique, haute tension comme basse tension, a pour but de séparer entres les pièces métalliques portées à différents potentiels électriques **[2].**

I.2.Notion de champ électrique :

I.2.1.Expérience fondamentale :

Les deux expériences suivantes présentent l'interaction entre deux objets :

Expérience 1 :

Une boule est prenne (faite de sureau ou de polystyrène, par ex.) et est suspendue par un fil. Elle est approchée à une tige de verre ou d'ambre après l'avoir frottée préalablement : la tige attire la boule. Par contre, si elle est approchée simultanément à deux tiges (ambre et verre) côte à côte, on peut arriver à une situation ou rien ne se passe.

Tout se passe donc comme si chacune des tiges était, depuis son frottement, porteuse d'électricité, mais celle-ci se manifeste en deux états contraires (car capable d'annuler les effets de l'autre). Ainsi a été qualifié arbitrairement de positive l'électricité contenue dans le verre (frotté avec de la soie), et de négative celle portée par l'ambre (idem, ou encore du plastique frotté avec de la fourrure).

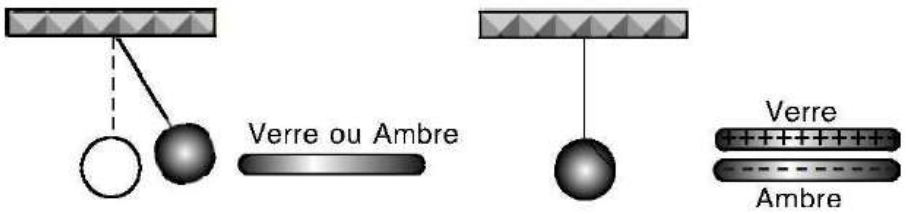


Figure I.1 : Action de force électrique a une boule **[3]**.

Expérience 2 :

Maintenant deux boules A et B sont prennent, préalablement mises en contact avec une tige frottée (elles sont électrisées), et sont suspendues-les côtes à côte. Si elles ont été mises en contact toutes deux avec une tige de même matériau, elles se repoussent.

Par contre, si elles ont été mises en contact avec des tiges de matériau différent (ex. A avec du verre frotté et B avec de l'ambre frotté), alors elles s'attirent. Si, du fait de leur attraction, elles viennent à se toucher, elles sont observées qu'elles perdent alors toute électrisation : elles prennent une position d'équilibre vis-à-vis de leur poids.

Alors deux corps portant une électricité de même nature (soit positive, soit négative) se repoussent, tandis qu'ils s'attirent s'ils portent des charges opposées.

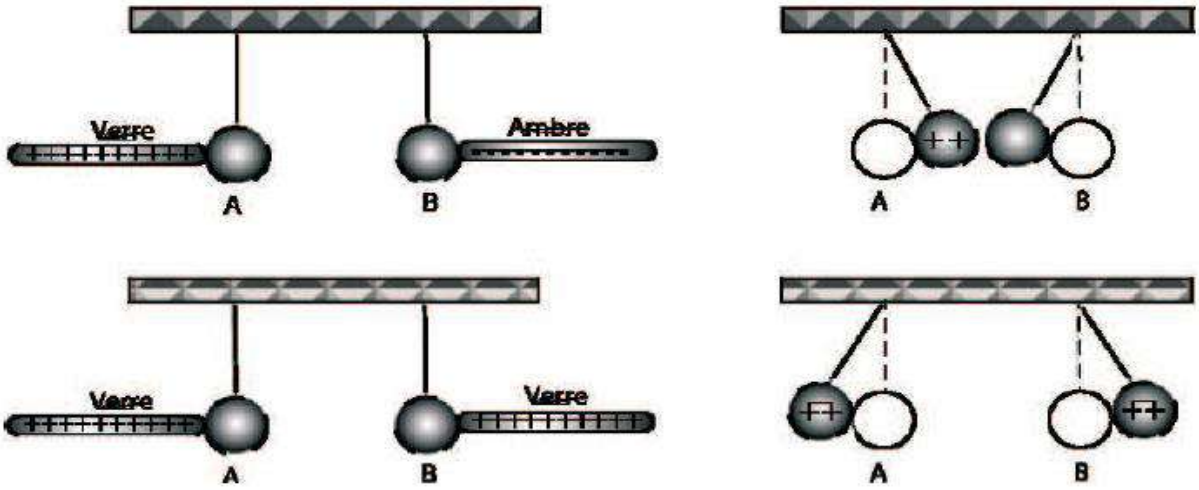


Figure I.2 : La force électrique entre deux boules **[3].**

I.2.2.Définition du champ électrique :

Pour définir le champ électrique en un point de l'espace, une petite charge d'essai positive q été placée et la force de Coulomb F qui s'exerce sur elle est regardée, due à la présence des charges électriques environnantes qui créent le champ électrique.

Le champ électrique en ce point est défini par :

$$E = \frac{F}{q},\ q > 0 \qquad \text{(I.1)}$$

Avec :

E : le champ électrique.

F : la force électrique.

q : une charge électrique positive.

A une distance r d'une charge ponctuelle Q, le champ électrique est donné par la loi de Coulomb : **[1]**

$$F = K\frac{qQ}{r^2} \qquad \text{et} \qquad E = \frac{F}{q} = K\frac{Q}{r^2} \tag{I.2}$$

Avec :

Q : une charge ponctuelle.

r : la distance entre les deux charges q et Q.

K : la constante électrostatique qui est égale à 9.10^9.

I.2.3.Champ uniforme et non uniforme :

I.2.3.1.Champ uniforme :

Un champ électrique est dit uniforme s'il est constant en direction, en sens et en valeur, les lignes de champs sont alors toutes parallèles.

Du point de vue du champ électrique maximal, la géométrie d'un intervalle isolant peut être caractérisée en première approximation par un nombre : le facteur de Schwaiger.

Le facteur de Schwaiger η d'un tel intervalle est défini par :

$$\eta = \frac{U}{d.E_{max}} \tag{I.3}$$

Avec :

η : le facteur de Schwaiger.

U : la tension électrique.

d : la distance inter électrodes.

E_{max} : le champ électrique maximal.

- Dans un condensateur plan infini, le champ électrique est uniforme. Par définition, le facteur de Schwaiger **η**= 1. **[4]**

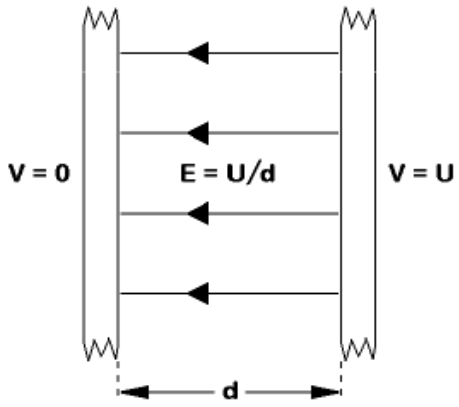


Figure I.3 : Condensateur plan infini **[4].**

I.2.3.2.Champ non uniforme :

Dans un intervalle isolant, compris entre deux électrodes réelles, le champ n'est pas uniforme: il atteint un maximum en un certain point. Le facteur de Schwaiger dans se cas est $\eta \neq 1$.

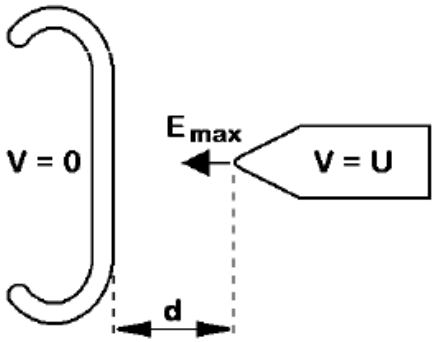


Figure I.4 : Champ non uniforme pour une électrode de Rogowski **[4].**

I.3.Généralités sur les diélectriques :

I.3.1.Définition :

Un matériau est dit diélectrique lorsqu'il ne contient pas de charges libres dans sa structure et ne permet pas la circulation d'un courant électrique significatif. Cependant, les diélectriques réels peuvent comporter des molécules polaires et des molécules plus ou moins facilement polarisables. Ils peuvent aussi contenir des charges libres qui proviennent des impuretés et susceptibles de se déplacer sous l'action d'un champ électrique externe **[5].**

I.3.2.Utilisation des isolants :

Les isolants sont utilises dans les appareils de haute tension dans le but :

- D'assurer une séparation électrique entre des conducteurs portés à des potentiels différents afin de diriger l'écoulement du courant dans les conducteurs désirés → protection des personnes et des équipements ;
- De supporter les éléments d'un réseau électrique et les isoler les uns par rapport aux autres et par rapport à la terre ;
- De remplir les fonctions de diélectrique d'un condensateur.

I.3.3.Caractéristiques des diélectriques :

I.3.3.1.Résistivité électrique :

Les isolants ou diélectriques sont des matériaux ayant une résistivité très élevée : 10^8 à 10^{16} Ω.m, car ils contiennent très peu d'électrons libres. Un bon isolant ne devrait pas laisser passer de courant lorsqu'il est soumis à une tension continue. Autrement dit, sa résistance en court circuit doit être infiniment grande.

I.3.3.2.Permittivité relative :

Soit un condensateur plan à vide (ou à air) :

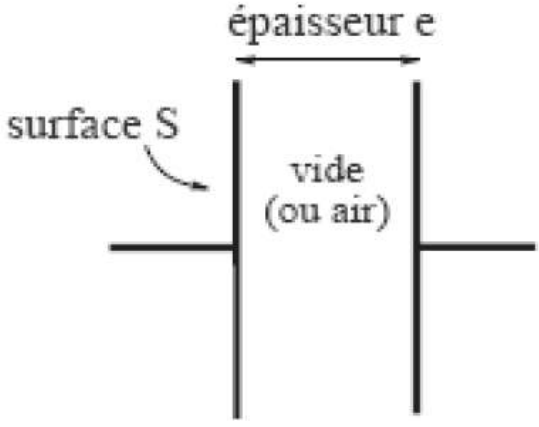


Figure I.5 : Condensateur plan à vide **[6].**

Sa capacité est :

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{e} \quad \text{(I.4)}$$

Ou :

ε_0= 8,85.10^{-12} F/m est la permittivité absolue du vide (ou de l'air).

e : la distance entre les deux électrodes.

s : la surface de l'électrode.

Si le même condensateur est rempli par un isolant, sa capacité devient :

$$C = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{e} \quad \text{(I.5)}$$

La permittivité relative du matériau est définie par :

$$\varepsilon_r = \frac{C}{C_0} \quad \text{(I.6)}$$

La permittivité absolue est : $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ (I.7)

Pour l'air, les gaz et le vide, ε_r= 1.

Donc : $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ F/m$

Pour tous les autres isolants, ε_r > 1.

I.3.3.3.Rigidité diélectrique :

Si la tension appliquée à un isolant dépasse une certaine valeur appelée tension de claquage, il apparait un arc électrique dans l'isolant : courant intense traversant l'isolant en suivant un chemin formé par l'arc lui même. Par rapport aux positions relatives de la direction du champ électrique et des surfaces principales de l'isolant, la rigidité diélectrique peut être transversale ou longitudinale.

La rigidité diélectrique dépend de :

- la fréquence, la forme et la durée d'application de la tension ;

- la température, la pression et l'humidité de l'atmosphère ;

- la présence d'impuretés dans l'isolant (bulles d'air, humidité, ...).

I.3.4.Types des isolants :

Les isolants peuvent être classés selon trois types de la matière : les isolants liquides, solides et gazeux, on peut aussi les classer sous forme naturels (minéraux et organiques) et synthétiques.

I.3.4.1.Isolants solides :

Les isolants solides sont classés comme suit :

- **Isolants naturels :**

Minéraux : on trouve le verre de permittivité $\varepsilon_r = 7$, céramique de permittivité $\varepsilon_r = 10$ et le mica qui a une permittivité de $\varepsilon_r = 6$ à 7.

Organiques : on trouve le papier d'une permittivité $\varepsilon_r = 4$ à 6, le textiles a une permittivité $\varepsilon_r = 3$ et le caoutchouc qui a une permittivité $\varepsilon_r = 3$.

- **Isolants synthétiques : matières plastiques :**

Les matières plastiques utilisées en électrotechniques sont :

Bakélite de permittivité $\varepsilon_r = 5$ à 6, PVC (Polychlorure de vinyle) $\varepsilon_r = 5$, Polyéthylène de permittivité $\varepsilon_r = 2.3$ et le Téflon qui a une permittivité $\varepsilon_r = 2$.

I.3.4.2.Isolants liquides :

Les isolants liquides présentent l'avantage de se régénérer après un claquage ; ils servent aussi au refroidissement par convection ou par évaporation. Ils sont utilises seuls ou bien imprégnés dans un isolant solide, comme dans le cas du papier avec de l'huile dans les transformateurs de puissance.

- **Huile minérales :**

Dérivés du pétrole, utilisées dans les transformateurs, les disjoncteurs, les condensateurs et les câbles, a une permittivité de $\varepsilon_r = 2$ à 4.

- **Huiles synthétiques :**

Huiles chlorées, Huiles silicones, Huiles végétales (ricin) **[6].**

I.3.4.3.Les isolants gazeux :

Les isolants gazeux peuvent être mélangés dans différents proportions et sont utilisées sous différentes pressions.

On trouve les isolants gazeux suivants :

Air, azote, gaz carbonique (CO_2), hexafluorure de soufre (SF_6) **[4].**

I.3.5.Classification des matériaux diélectriques :

I.3.5.1.Matériaux homogènes :

Le matériau homogène se compose d'un seul constituant (une seule matière). En d'autres termes, les propriétés électromagnétiques sont supposées identiques dans tout le volume du matériau.

I.3.5.2.Matériaux non-homogènes (ou hétérogènes) :

Au contraire du cas précèdent, les matériaux hétérogènes ne possèdent pas les mêmes propriétés électromagnétiques en tout point dans l'espace. Le matériau multicouche ou stratifié est un milieu divisé en couches de matériaux de différentes natures **[5].**

I.4.Comportement d'un diélectrique en présence d'un champ électrique :

I.4.1.Description de la polarisation :

La propriété la plus importante d'un diélectrique est la polarisation sous l'action d'un champ électrique externe.

A l'échelle atomique : en l'absence d'un champ électrique, le moment électrique est nul car la somme algébrique des charges dans toutes les molécules dans un volume donné est nulle, du fait que les centres de gravite des charges positives et négatives coïncident. Lors de l'application d'un champ électrique, les centres de gravité ne coïncident plus et les particules (atomes et molécules) sont alignées suivant la direction de E et acquièrent un moment p_0(voir la Figure I.6) **[6].**

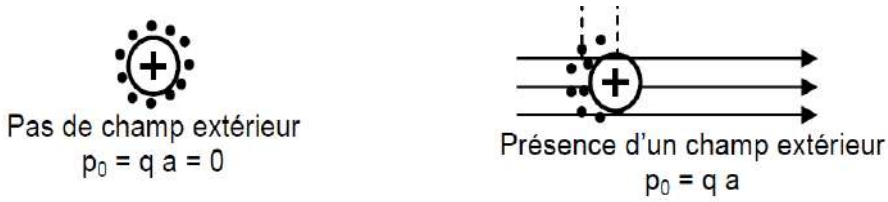


Figure I.6 : Moyenne temporelle de distribution de charges dans un atome normal et un atome placé dans un champ électrique **[6].**

I.4.2.Types de polarisation :

I.4.2.1.Polarisation électronique :

Cette polarisation est due au déplacement du nuage d'électrons par rapport au noyau positif, sous l'action d'un champ E. Dans ce cas, la polarisation se produit rapidement durant un bref moment (de l'ordre de 10^{-15}s). Elle se produit dans les atomes et les ions.



Figure I.7 : Polarisation électronique : déplacement du nuage électronique de l'atome **[6].**

I.4.2.2.Polarisation ionique (ou atomique) :

Cette polarisation est due au déplacement mutuel des ions formant ainsi une molécule asymétrique. Le temps requis pour ce déplacement, afin d'assurer la polarisation est de l'ordre de $10^{-12}s$ a 10^{-13}s.

Les polarisations électronique et ionique ont beaucoup en commun. Dans les deux cas, il s'agit de déplacement de charges (et non pas rotation) dans la direction du champ électrique.



Figure I.8 : Polarisation ionique : déplacement de l'atome au sein de molécule **[6].**

I.4.2.3.Polarisation macroscopique :

Cette polarisation est due a des déplacements de charges dans l'ensemble du matériau.

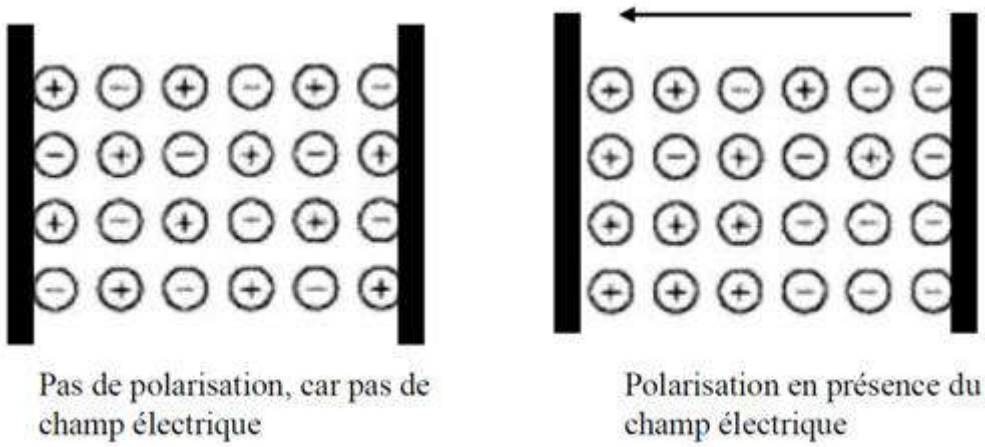


Figure I.9 : Polarisation macroscopique **[6].**

I.4.2.4.Polarisation dipolaire (d'orientation) :

Elle est spécifique aux diélectriques polaires, les dipôles s'orientent suivant la direction du champ électrique appliqué (voir la Figure I.10). En l'absence de champ, les dipôles sont orientés de façon désordonnée, de telle façon que la polarisation globale est pratiquement nulle. Pour cette raison, la polarisation d'orientation est influencée et liée avec l'agitation thermique des molécules, la température exerce un effet appréciable sur ce type de polarisation.

La polarisation d'orientation peut exister seulement dans les gaz, les liquides et les matières amorphes visqueuses. Dans les matières solides, les dipôles sont «figés» et ne peuvent être orientés.

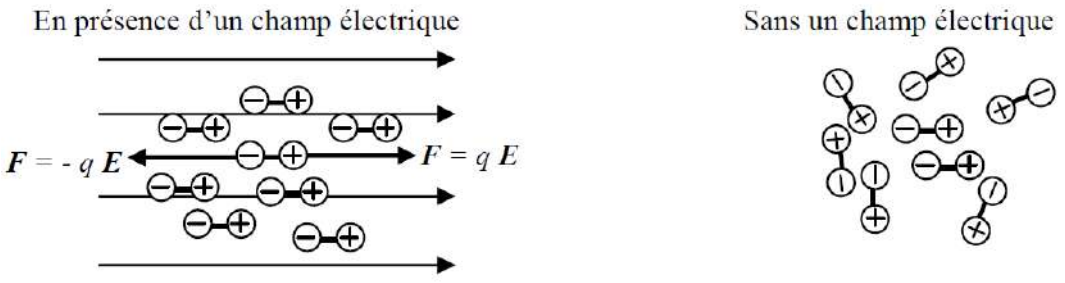


Figure I.10 : Polarisation dipolaire : orientation des dipôles permanents **[6].**

I.5.Influence de la forme des électrodes sur le champ électrique :

I.5.1.Système plan-plan :

Le champ est uniforme : $$E = \frac{U}{d} \quad (I.8)$$

Avec :

U : le potentiel électrique.

E : le champ électrique.

d : la distance entre les électrodes.

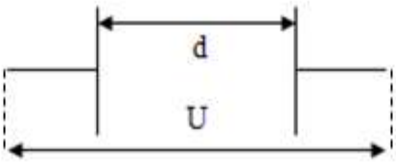


Figure I.11 : La forme plan-plan **[7].**

I.5.2.Système sphérique :

Le champ électrique entre deux électrodes sphériques est calculé selon l'équation suivante :

$$E_{max} = \beta . \frac{U}{d} \quad (I.9)$$

$$\beta = f\left(\frac{d}{r}\right) \quad (I.10)$$

Avec :

β : Coefficient géométrique dont les valeurs sont présentés dans le tableau I.1.

r : Rayon de l'électrode.

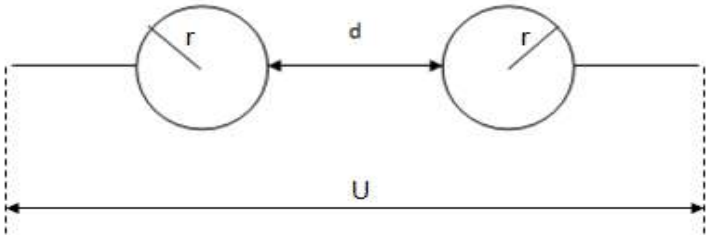


Figure I.12 : La forme sphérique **[7].**

d/r	0	0.2	0.5	1
β_{sym}	1	1.07	1.17	1.36
$\beta_{non\ sym}$	1	1.07	1.20	1.52

Tableau I.1 : Les valeurs de *β.*

I.5.3.Système cylindrique :

I.5.3.1.Cylindre concentrique (câble coaxial) :

Le champ électrique dans ce cas est calculé selon l'équation :

$$E_{max} = \frac{U}{r.ln\frac{R}{r}} = \beta \frac{U}{d} \quad \text{(I.11)}$$

$$\beta = \frac{d}{r.ln\frac{R}{r}} \quad \rightarrow \quad d = R - r \quad \text{(I.12)}$$

Avec :

R : rayon de l'électrode extérieur.

r : rayon de l'électrode intérieur.

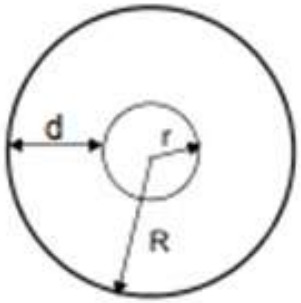


Figure I.13 : Cylindres concentriques (câble coaxial) **[7].**

I.5.3.2.Cylindres excentriques :

On peut calculer le champ selon l'équation suivante :

$$E_{max} = \frac{U}{2rln\frac{d}{r}} = \beta \frac{U}{d} \quad \text{(I.13)}$$

$$\beta = \frac{d}{2rln\frac{d}{r}} \quad (I.14)$$

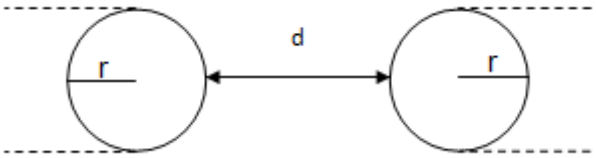


Figure I.14 : Cylindres excentriques **[7].**

I.5.3.3.Conducteur-plan :

Le champ est calculé par l'équation suivante :

$$E_{max} = \frac{U}{rln\frac{2h}{r}} = \beta\frac{U}{h} \quad (I.15)$$

$$\beta = \frac{h}{rln\frac{2h}{r}} \qquad h>>r \quad (I.16)$$

Avec :

h : la hauteur.

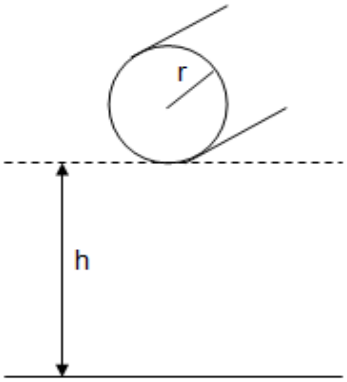


Figure I.15 : Conducteur-plan **[7].**

I.5.3.4.Trois conducteur en triangle :

On utilise l'équation suivante pour calculer le champ :

$$E_{max} = 1.15\frac{U}{2rln\frac{d}{r}} \quad (I.17)$$

$$\beta = 1.15 \frac{d}{2rln\frac{d}{r}} \quad \text{(I.18)}$$

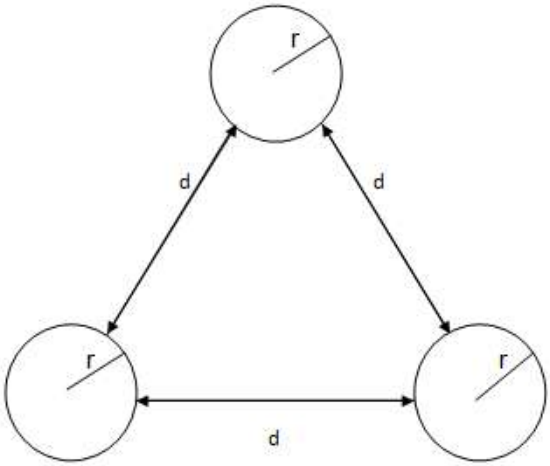


Figure I.16 : Trois conducteurs en triangle **[7].**

I.5.3.5.Conducteurs en nappe :

Le champ est calculé selon l'équation :

$$E_{max} = 1.19 \frac{U}{2rln\frac{d}{r}} \quad \text{(I.19)}$$

$$\beta = 1.19 \frac{d}{2rln\frac{d}{r}} \quad \text{(I.20)}$$

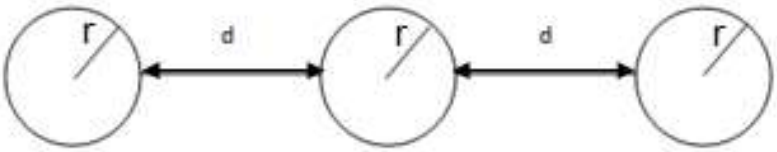


Figure I.17 : Conducteurs en nappe **[7].**

I.5.4.Système pointe-pointe :

Pour cette forme le champ est calculé selon l'équation suivante :

$$E_{max} = \frac{U}{d} \frac{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) ln\left[ctg\left(\frac{\alpha}{4}\right)\right]} \quad \text{(I.21)}$$

$$\beta = \frac{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) ln\left[ctg\left(\frac{\alpha}{4}\right)\right]} \quad \text{(I.22)}$$

Avec :

α : angle de courbure de la pointe.

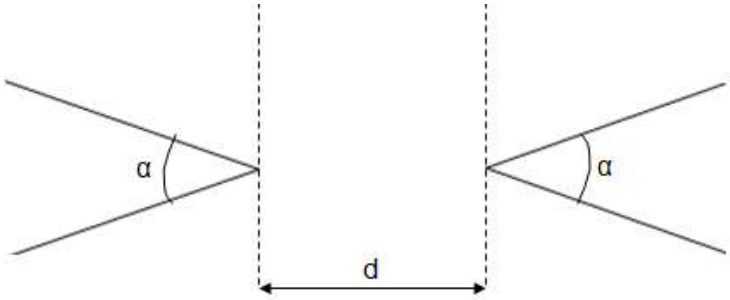


Figure I.18 : La forme pointe-pointe **[7].**

I.6. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté des notions générales sur le champ électrique, ainsi que les diélectriques et leurs caractéristiques avec leur utilisation. Ensuite on a établi le comportement d'un diélectrique en présence d'un champ électrique et enfin nous avons cité l'influence des électrodes sur le calcul du champ électrique.

Chapitre II : Les méthodes numériques de calcul du champ électrique

II.1. Introduction :

La méthode des éléments finis connue, au moins dans son principe, depuis d'un demi-siècle, n'a vraiment pris son essor qu'avec l'avènement des moyens informatiques modernes, en effet, si les formulations intégrales sont connues depuis longtemps grâce aux travaux de Galerkine, Ritz, Courant et Hilbert leur application n'a pu se généraliser de manière très large que lors de la résolution facile des systèmes algébriques linéaires et non linéaires de grande dimension.

De point de vue mathématique la méthode des éléments finis (MEF) est basée sur des formulations intégrales, par comparaison avec la méthode des différences finis (MDF) qui reste toujours basée sur une formulation différentielle. De point de vue physique, la MEF par son principe variationnel est en lien étroit avec l'énergie du système physique, par comparaison avec la MDF qui n'est qu'une méthode numérique pure pour la résolution des EDP. Ajouter à ça la difficulté de la MDF de s'adapter aux géométries très complexes **[8]**.

Dans ce chapitre nous allons d'abord rappeler brièvement les équations de Maxwell en électrostatique et magnétostatique, ce qu'on trouve dans de nombreux ouvrages; ensuite nous présenterons des méthodes numériques appliquées à la résolution des équations en électromagnétisme. Les principales méthodes sont les méthodes d'éléments finis (FEM), et la méthode des différences finies (MDF). Ce sont des méthodes basées sur la discrétisation du domaine d'étude.

II.2. Les équations de Maxwell :

Les équations de Maxwell modélisent mathématiquement les interactions entre charges électriques, courants électriques, champs électriques et champs magnétiques, donc elles décrivent les phénomènes électriques, magnétiques et lumineux.

Ces équations sont très importantes en physique et tirent leur grande élégance de leur simplicité : juste quatre équations pour décrire le vaste monde de l'électromagnétisme.

II.2.1. Les équations électromagnétiques :

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier dans les dispositifs électrotechniques sont régis par les quatre équations de Maxwell et par les relations de milieu considéré (dérivées partielles : position, temps)

Equation de Maxwell-faraday :

$$rot\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{B} = \mu \vec{H} \qquad \text{(II.1)}$$

Equation de Maxwell-Ampère :

$$rot\ \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \qquad \text{(II.2)}$$

Equation de conservation du flux :

$$div\vec{B} = 0 \qquad \vec{B} = \mu \vec{H} \qquad \text{(II.3)}$$

Equation de Maxwell- Gauss :

$$div\vec{D} = \rho \qquad \text{(II.4)}$$

Le tableau II.1 présente les éléments des équations de Maxwell.

$\vec{E}$ Champ Electrique (V/m)	$\vec{H}$ Champ Magnétique (A/m)	$\vec{j}$ Densité de Courant surfacique
$\vec{D}$ Déplacement Electrique (C/m^2)	$\vec{B}$ Induction Magnétique (Wb/m^2)	ρ Densité de charges volumique
ε permittivité	μ perméabilité	σ Conductivité Electrique

Tableau II.1 : éléments des équations de Maxwell **[9]**.

II.2.2. Équations de Maxwell en électrostatique :

En statique, on obtient pour les grandeurs électriques et magnétiques l'ensemble des équations dans la forme différentielle suivante:

Équations du couplage électromagnétique :

$$\text{rot}\ \vec{E} = 0 \qquad \text{(II.5)}$$

$$\text{rot}\ \vec{\text{H}} = J \qquad \text{(II.6)}$$

Équations de conservation:

$$\text{div}\ \vec{D} = \rho \qquad \text{(II.7)}$$

$$\text{div}\,\vec{B} = 0 \qquad \text{(II.8)}$$

Équations phénoménologiques, présentant les propriétés des matériaux:

$$\vec{B} = \mu\vec{\mathrm{H}} \qquad \text{(II.9)}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \qquad \text{(II.10)}$$

$$J = \sigma\vec{E} \qquad \text{(II.11)}$$

Avec :

$\vec{E}$ - Champ électrique [V/m].

$\vec{\mathrm{H}}$ - Champ magnétique [A/m].

$\vec{D}$ - Déplacement [C/m^2]

$\vec{B}$ - Induction magnétique [T]

Les équations (II.5) à (II.11) sont valables dans un milieu continu, c'est-à-dire dans lequel les propriétés μ, ε varient de manière continue dans l'espace.

II.2.3. Équations d'interface :

A la frontière de deux milieux de propriétés différentes, et en absence de charge et de courant superficiels, les équations dites d'interface, s'écrivent:

$$B_1.n_1 = B_2.n_2 \qquad H_1 \times n_1 = H_2 \times n_2 \qquad \text{(II.12)}$$

$$D_1.n_1 = D_2.n_2 \qquad E_1 \times n_1 = E_2 \times n_2 \qquad \text{(II.13)}$$

Où n, et n_2 représentent les normales à la frontière dans les milieux 1 et 2.

Elles indiquent la conservation de la composante normale des inductions magnétique B et électrique D, et la conservation des composantes tangentielles des champs magnétique H et électrique E.

II.2.4. Équations en potentiel scalaire : Poisson et Laplace :

De l'équation (II.5) et de l'identité $\nabla x(\nabla u) = 0$ on déduit que le champ électrique dérivé d'un potentiel scalaire:

$$E = -\nabla V \tag{II.14}$$

Également pour le champ magnétique dans une région simplement sans courant :

$$H = H_0 - \nabla\varphi \tag{II.15}$$

H : Champ total

H_0 : Champ de Biot et Savart

$\nabla\varphi$: Champ réduit

La combinaison des équations (II.7) et (II.10) s'écrit :

$$\varepsilon\nabla.\boldsymbol{E} + \boldsymbol{E}.\nabla\varepsilon = \rho \tag{II.16}$$

Comme **E** dérive du potentiel V, on a :

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon}\nabla V.\nabla\varepsilon \tag{II.17}$$

Si ε est constant dans la région considérée, on obtient dans cette région l'équation de poisson:

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{II.18}$$

Et en absence de charges, l'équation de Laplace:

$$\Delta V = 0 \tag{II.19}$$

De même en magnétostatique on obtient pour une région à perméabilité constante:

$$\Delta\varphi = 0 \tag{II.20}$$

Où φ est le potentiel scalaire réduit défini en (II.15) **[10]**.

II.2.5. Lois de comportement des matériaux :

Résoudre un problème électromagnétique revient à déterminer les champs H, B, E et D vérifiant le système d'équation de Maxwell. Si la densité de courant J et de charges électriques ρ sont connues, ce système comporte douze inconnues scalaires pour seulement huit équations scalaires. Il convient alors d'ajouter à ces équations des relations dites constitutives caractérisant le milieu considéré. Elles s'écrivent :

$$\vec{B} = \mu\vec{\mathrm{H}} \quad \text{(II.21)}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \quad \text{(II.22)}$$

Où μ est la perméabilité magnétique et ε est la permittivité électrique du matériau.

Dans le vide, ces deux constantes valent : $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ H/m et $\varepsilon_0 = 8.854\ 10^{-12}$ F/m. Notons que $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \simeq 2.998\ 10^8$ m/s est la vitesse de la lumière. Les relations **(**II.21) et **(**II.22) sont appelées respectivement lois de comportement magnétique et diélectrique. Pour un milieu homogène, isotrope et linéaire, μ et ε ne dépendent pas respectivement de H et E.

Ces constantes sont définies par $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ et $\mu = \mu_0\mu_r$ où ε_r permittivité relative et μ_r la perméabilité relative. D'une manière générale μ et ε ont des valeurs tensorielles comme c'est le cas pour les milieux conducteurs où les charges électriques sont libres, le champ électrique E et la densité de courant J sont liés par la loi d'Ohm locale **[11]** :

$$J = \sigma\vec{E} \quad \text{(II.23)}$$

Où σ est la conductivité électrique ($\Omega^{-1}m^{-1}$).

II.2.6. Conditions aux limites :

Les conditions aux limites sont les mêmes pour l'équation de Laplace et pour l'équation de

Poisson; pour cette dernière nous avons besoin de la densité de charge qui sera calculée soit par la méthode des caractéristiques, soit par la méthode des volumes finis.

Condition de Dirichlet sur les deux électrodes :

$V_{lame} = V_{appliquée}$ $\qquad$ $V_{plan} = 0$

Dans le cas général où les équations sont normalisées, nous obtenons :

$V_{lame} = 1$ $\qquad$ $V_{plan} = 0$

- **Condition de Neumann sur l'axe de symétrie et sur la frontière extérieure** : la frontière extérieure est une ellipse (Figure II-1). Soit n le vecteur normal sur l'axe de la symétrie de la géométrie ou sur la frontière extérieure de la géométrie. En

positionnant la frontière extérieure suffisamment loin de l'axe de symétrie (c'est-à-dire loin de la zone chargée), nous pouvons supposer que la condition:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0 \qquad \text{(II.24)}$$

Cette condition est exacte pour l'équation de Laplace, puisque l'ellipse est une ligne de champ, restera acceptable pour l'équation de Poisson. Dans la suite on utilisera l'abscisse curviligne *s* sur la lame injectrice (*s* = 0 au point d'intersection entre la lame et l'axe de symétrie de la configuration).

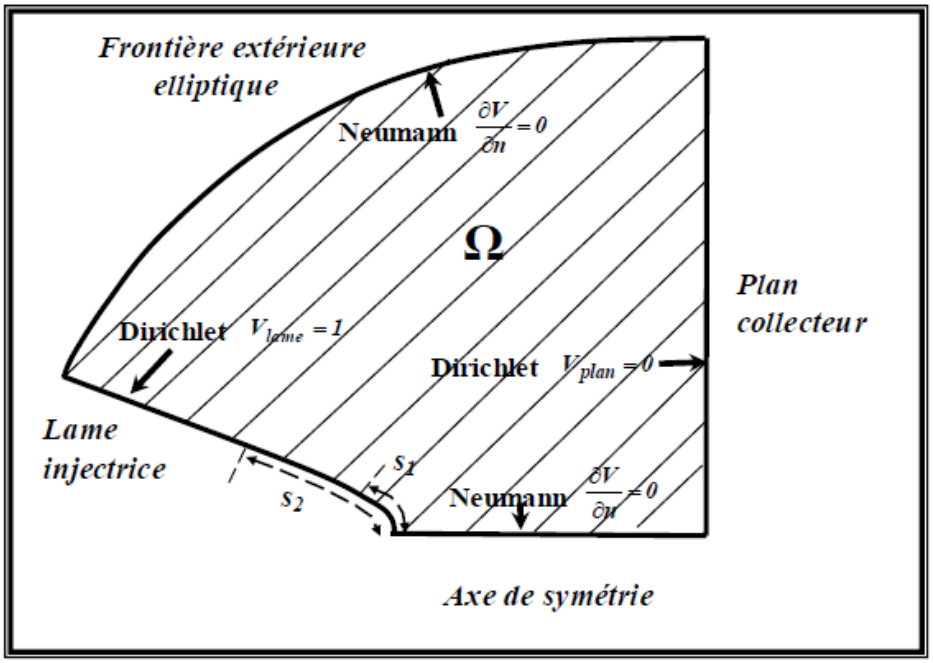


Figure II.1 : Le domaine d'intégration et les conditions aux limites dans le cas de lame hyperbolique – plan **[12]**.

Comme nous l'avons indiqué précédemment, nous utilisons des éléments finis triangulaires du premier ordre. Dans un maillage structuré, il y a deux possibilités de découpage des quadrilatères élémentaires suivant le choix de la diagonale. Cette constatation nous a amené à considérer des éléments quadrangulaires particuliers obtenus par combinaison des deux maillages triangulaires possibles **[12]**.

II.2.7. Formulation mathématique:

En coordonnées cartésiennes et pour un problème *2-D* où les conditions aux limites sont bien définies, nous pouvons utiliser une approche variationnelle. Ainsi, la détermination de *V(x,y)* solution de :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\rho \qquad \text{(II.25)}$$

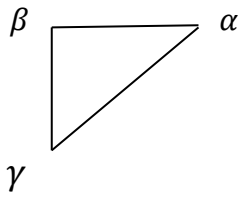
Avec les conditions aux limites définies précédemment, peuvent êtres effectuées en minimisant l'intégral (la fonctionnelle) suivant sur tout le domaine :

$$F\big(V(x,y)\big) = \frac{1}{2}\iint_{\Omega} \varepsilon[\nabla V]^2 \, dx \, dy - \iint_{\Omega} V \, \rho \, dx \, dy \qquad \text{(II.26)}$$

Le choix des éléments finis triangulaires du premier ordre revient à imposer sur chaque élément l'approximation ci-dessous pour le potentiel

$$V(x,y) = \varphi_\alpha(x,y)V_\alpha + \varphi_\beta(x,y)V_\beta + \varphi_\gamma(x,y)V_\gamma \qquad \text{(II.27)}$$

Où α, β, γ représente les trois sommets d'un triangle.



Les fonctions locales sont définies par :

$$\varphi_\alpha(x,y) = \big[\big(x_\beta y_\gamma - x_\gamma y_\beta\big) + \big(y_\beta - y_\gamma\big)x + \big(x_\gamma - x_\beta\big)y\big]/2S \qquad \text{(II.28)}$$

Avec :

$$2S = x_\beta y_\gamma - x_\gamma y_\beta + x_\gamma y_\alpha - x_\alpha y_\gamma + x_\alpha y_\beta - x_\beta y_\alpha \qquad \text{(II.29)}$$

S: surface du triangle. V_α *:* Potentiel au nœud α

Ces fonctions possèdent les propriétés suivantes :

$$\varphi_\alpha(x_\alpha, y_\alpha) = 1 \qquad \varphi_\alpha\big(x_\beta, y_\beta\big) = 0 \qquad \varphi_\alpha\big(x_\gamma, y_\gamma\big) = 0$$

Ces approximations élémentaires permettent de définir une approximation globale sur tout le domaine :

$$V(x,y) = \sum_{j=1}^{Nn} \varphi_j\,(x,y) V_j \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial V}{\partial V_i} = \varphi_i(x,y) \tag{II.30}$$

V_j : est le potentiel au nœud j, N_n : est le nombre total de nœuds.

Remarquons que certains nœuds situés sur les électrodes, ont un potentiel imposé. Nous convenons de numéroter les nœuds à potentiel inconnu de 1 à N_{in} et les nœuds à potentiel connu de $N_{in}+1$ à N_n : L'approximation globale est introduite dans la fonctionnelle qui doit être minimisée par rapport aux N_{in} potentiels inconnus. Nous obtenons donc un système de N_{in} équations linéaires, pour i=1 à N_{in}.

$$\frac{\partial F}{\partial V_i} = 0 \tag{II.31}$$

$$\frac{\partial F}{\partial V_i} = \iint_{\Omega} \varepsilon \nabla V \nabla \left(\frac{\partial V}{\partial V_i}\right) dxdy - \iint_{\Omega} \rho \frac{\partial V}{\partial V_i} dxdy = 0 \tag{II.32}$$

$$\frac{\partial F}{\partial V_i} \sum_{j=1}^{N_n} V_j \,.\, M_{ij} - T_i = 0 \tag{II.33}$$

$$T_i = \sum_{e \epsilon \Omega} T_i^e \qquad o\grave{u} \qquad T_i^e = \iint_e \rho.\mathrm{i}\,.\,dxdy \tag{II.34}$$

e : triangle, T_i est la somme sur tous les triangles qui ont ***i*** comme nœud commun.

m_k**:** La matrice élémentaire d'un triangle, a la forme suivante :

$$m_k = \begin{bmatrix} m_{\alpha\alpha} & m_{\alpha\beta} & m_{\alpha\gamma} \\ m_{\beta\alpha} & m_{\beta\beta} & m_{\beta\gamma} \\ m_{\gamma\alpha} & m_{\gamma\beta} & m_{\gamma\gamma} \end{bmatrix}$$

$$m_{\alpha\beta} = \varepsilon.[(y_\beta - y_\gamma).(y_\gamma - y_\alpha) + (x_\gamma - x_\beta).(x_\alpha - x_\gamma)]/(4S) \tag{II.35}$$

$$m_{\alpha\alpha} = \varepsilon.[(y_\beta - y_\gamma).(y_\beta - y_\gamma) + (x_\gamma - x_\beta).(x_\gamma - x_\beta)]/(4S) \tag{II.36}$$

$$M_{ij} = \sum_{\mathrm{A}} m_{ij} \tag{II.37}$$

A : est l'ensemble des triangles qui ont les points ***i*** et ***j*** comme des points communs, M_{ij} est un élément de la matrice globale *M*. Donc nous obtenons le système d'équations linéaires

dans lequel $\boldsymbol{V}$ est le vecteur des potentiels et $\boldsymbol{M}$ est la matrice globale correspondant au domaine global :

$$\boldsymbol{M}.\boldsymbol{V} = \boldsymbol{T} \tag{II.38}$$

On sépare les valeurs du vecteur de potentiel $\boldsymbol{V}$ en deux vecteurs, $\boldsymbol{V_{in}}$ (les potentiels inconnus) et $\boldsymbol{V_{cn}}$ (les potentiels connus). Dans la matrice globale $\boldsymbol{M}$, on distingue deux blocs ou deux sous matrices : $\boldsymbol{M_{in}}$ est la matrice partielle correspondant aux potentiels inconnus. $\boldsymbol{M_{cn}}$ est la matrice partielle correspondant aux potentiels connus :

$$\boldsymbol{M_{in}}.\boldsymbol{V_{in}} = \boldsymbol{T} - \boldsymbol{M_{cn}}.\boldsymbol{V_{cn}} \tag{II.39}$$

La résolution de cette équation donne les inconnus.

II.2.8. Le maillage initial :

Pour résoudre l'équation de Poisson par la méthode des éléments finis, nous construisons un maillage structuré. Les nœuds de ce maillage sont les points d'intersection entre des lignes de champ et des équipotentiels biens répartis.

Pour le maillage initial, nous utiliserons la solution de l'équation de Laplace. Dans le cas de la configuration lame hyperbolique plan, nous connaissons la solution analytique. Lorsque la solution analytique n'est pas disponible, la solution de l'équation de Laplace sera obtenue numériquement sur un premier maillage non structuré **[12]**.

II.3. Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est devenue un outil très répandu quand elle est appliquée à la conception des structures électromagnétiques. Elle consiste à chercher une solution approchée à partir d'une discrétisation du domaine d'étude sur lequel les équations de Maxwell sont résolues.

Cette méthode permet de déterminer un champ scalaire ou vectoriel ou même tensoriel satisfaisant à un ensemble d'équation aux dérivées partielles et d'équation ordinaires en tout point du domaine d'étude et à tout instant, tout en respectant les conditions aux limites **[13]**.

Celle-ci est découpée en petits éléments (triangles, rectangle, …) dans chacun duquel on admet une variation linéaire ou quadratique du champ, ce qui permet une résolution matricielle simple.

Pour une bonne précision, il est cependant nécessaire de diviser une région comportant de grandes variations de champ en de plus nombreux éléments. Cette méthode est très utilisée, car les mêmes algorithmes sont valables pour toutes sortes de champs (électrique, magnétique, thermique, …).

Si le temps n'apparait pas comme variable dans la formulation, ce dernier est dit stationnaire, si non c'est un problème d'évolution.

Le domaine dans le quel est effectuée la simulation, est décomposé en éléments sur les quel sont construite des solutions approchées dont les inconnues sont les valeurs de la solution en un ensemble de points finis qui sont des nœuds de la discrétisation. Sur chaque point est calculé un potentiel, comme il est montré par la figure suivante **[13]**.

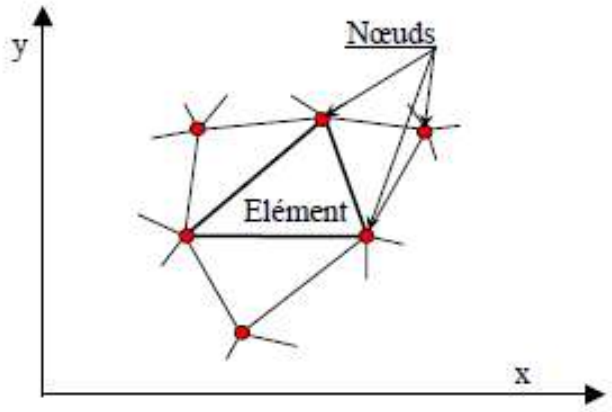


Figure II.2 : Discrétisation par élément finis en deux dimensions **[13]**.

Le principe de calcul par élément finies est basé sur :

- Le principe fondamental de la méthode des éléments finis réside dans le découpage du domaine d'étude en domaines élémentaires de dimension finie. Sur chacun de ces domaines, appelés élément finis, la fonction inconnue est approchée par un polynôme dont le degré peut varier d'une application à l'autre mais reste en général faible (de 1 à 6). Ces éléments doivent réaliser une partition du domaine d'étude **[8]**.

- La MEF est basée sur une idée simple : subdiviser (discrétiser) une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds.
- La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.
- Les nœuds et les éléments n'ont pas forcement de signification physique particulière, mais sont basés sur des considérations de précision de l'approximation **[14]**.

II.3.1. Formulation intégrale :

La méthode des éléments finis est basée sur la formulation intégrale du problème aux dérivées partielles. Les formulations intégrales les plus utilisées dans la méthode des éléments finis appliquée au calcul des champs électromagnétiques sont :

- la méthode variationnelle
- la méthode de Galerkine

II.3.1.1. Formulation variationnelle:

Soit $f(u, v, w)$ une fonction de trois variables, continue et dérivable par rapport à ces variables. Recherchons la fonction scalaire unidimensionnelle $A(x)$, définie sur l'intervalle

$0 \leq x \leq 1$ et vérifiant $A(0) = 1$ et $A(1) = 0$, qui rend extrémale la fonctionnelle I :

$$I = \int_0^1 f(A, A', x)dx \qquad \text{(II.40)}$$

Avec A' dérivée de A par rapport à x.

Pour cela, considérons une fonction g(x) continue, dérivable et telle que g(0)=g(1)=0 et un paramètre δ. Nous définissons à partir de la fonction $A_{op}(x)$, qui rend optimale la fonctionnelle I, son accroissement A(x) par:

$$A(x) = A_{op}(x) + \delta\, g(x) \qquad \text{(II.41)}$$

L'intégral I devient alors une fonction du paramètre δ qui sera extrémale pour $\delta = 0$. Cela entraîne que $dI/d\delta = 0$ pour $\delta = 0$.

Calculons cette dérivée :

$$dI/d\delta = \int_0^1 \left(\frac{\partial f}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial \delta} + \frac{\partial f}{\partial A'}\frac{\partial A'}{\partial \delta}\right) dx \qquad \text{(II.42)}$$

Afin d'expliciter le deuxième terme de cette intégrale, nous réalisons une intégration par parties:

$$\int_0^1 \frac{\partial f}{\partial A'}\frac{\partial A'}{\partial \delta}\,dx = \int_0^1 \frac{\partial f}{\partial A'}\frac{\partial^2 A}{\partial \delta \partial x}\,dx = \left[\frac{\partial f}{\partial A'}\frac{\partial A}{\partial \delta}\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial A'}\right)\frac{\partial A}{\partial \delta}\,dx \qquad \text{(II.43)}$$

D'où :

$$dI/d\delta = \int_0^1 \left[\frac{\partial f}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial A'}\right]\frac{\partial A}{\partial \delta}\,dx + \left[\frac{\partial f}{\partial A'}\frac{\partial A}{\partial \delta}\right]_0^1 \qquad \text{(II.44)}$$

Or, d'après la définition de g et celle de δ, il vient $\partial A/\partial\delta$=g(x), ce qui annule le dernier terme de l'équation (car g(0)=g(1)=0). Par conséquent, la condition d'extrémalisation s'écrit:

$$dI/d\delta = \int_0^1 \left[\frac{\partial f}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial A'}\right] \mathrm{g}\,dx = 0 \qquad \text{(II.45)}$$

Les lemmes fondamentaux du calcul des variations montrent que, l'égalité précédente doit avoir lieu pour toute fonction g(x) définie ci-avant, elle est équivalente à l'équation:

$$\frac{\partial f}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial A'}\right) = 0 \qquad \text{(II.46)}$$

Associée aux conditions aux limites: A(0)=1, A(1)=0

L'équation (II-19) ainsi obtenue s'appelle l'équation d'Euler du problème dont la résolution est équivalente à l'optimisation de la fonctionnelle.

Lorsque nous remplaçons la fonction inconnue A par son approximation $A^*(x)\sum_{j=1}^{NN} A_j N_j(x)$ l'intégrale I devient une fonction des coefficients A_1, A_2, ..., A_{NN}. Nous écrivons alors que cette intégrale est optimale si :

$\partial I/\partial A_i = 0 \quad \forall\, i = 1,2,\ldots,NN$

Ce qui constitue un système de NN équations ordinaires aux NN inconnues A_1, A_2, ..., A_{NN} dont la solution permet de connaître A^*.

Le principe développé ici sur un exemple unidimensionnel, peut être étendu sans difficulté à des problèmes multidimensionnels, la fonctionnelle I s'écrit:

$$I = \iiint_0^1 f(A, A'_x, A'_y, A'_z, x, y, z)dxdydz \quad \text{(II.47)}$$

Et dont l'équation d'Euler s'écrit:

$$\frac{\partial f}{\partial A} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial A'_x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial A'_y}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial f}{\partial A'_z}\right) = 0 \quad \text{(II.48)}$$

La fonction f que nous cherchons est appelée fonction de Lagrange associé au système physique décrit par l'équation étudiée. Cette fonction comprend en général deux termes distincts : un terme quadratique par rapport aux dérivées partielles du premier ordre, qui correspond à une énergie stockée par l'intermédiaire d'un champ, et un terme linéaire par rapport à la fonction inconnue, qui représente l'énergie stockée à travers les sources (énergie potentielle).

Dans notre cas d'étude l'équation d'Euler est :

$$rot\left(\frac{1}{\mu} rot\, \vec{A}\right) = \vec{J} \quad \text{(II.49)}$$

Avec : $J=J_{ex}+J_i$ (en magnétostatique $J_i=0$)

$$I = \iiint_\Omega \left[\int_{\vec{0}}^{\vec{B}} \vec{H}\,.\,d\vec{b} - A.J\right] d\Omega \quad \text{(II.50)}$$

$$I = \iiint_\Omega \left[\frac{1}{2\mu}|B|^2 - A.J\right] d\Omega \quad \text{(II.51)}$$

Avec $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ en 2D $\left|\vec{B}\right|^2 = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)^2$

$$I = \iiint_\Omega \left[\frac{1}{2\mu}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)^2\right] - A.J\right] d\Omega \quad \text{(II.52)}$$

Nous remplaçons A par les fonctions d'approximation suivante :

$$A^e(x,y) = \sum_{j=1}^{NNE} A_j^e\, N_j(x,y) \quad \text{(II.53)}$$

Où :

NNE nombre de nœuds par élément Ni.

$A^e(x,y)$: est la valeur approchée de la variable d'état sur l'élément e.

A_j^e : Les valeurs nodales de A.

$N_j(x,y)$: Des polynômes de degré donné (fonction de forme)

$$I = \iint_\Omega \left[\frac{1}{2\mu}\sum_{i=1}^{NN}\sum_{j=1}^{NN} A_i A_j \left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y}\right) - J\sum_{i=1}^{NN} N_i\, A_i\right] d\Omega. \qquad \text{(II.54)}$$

Ecrivons que les valeurs nodales (inconnues) rendent minimales la fonctionnelle I. Cela implique la condition :

$\partial I/\partial A_i = 0 \quad \forall\, i = 1,2,\dots,NN$

Nous obtenons donc le système d'équations :

$$\sum_{j=1}^{NN} A_i \iint_\Omega \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y}\right) d\Omega = \iint_\Omega J N_i\, d\Omega \qquad \text{(II.55)}$$

Qui est de la forme :

$$\sum_{j=1}^{NN} M_{i,j} A_j = F_i \qquad \text{(II.56)}$$

II.3.1.2. Méthode de Galerkine où méthode des résidus pondérés:

Nous recherchons la solution A(x, y) dans l'ensemble des solutions possibles, c'est-à-dire dans l'ensemble des fonctions continues, dérivables par morceau dans le domaine Ω et qui vérifient, à priori, la condition de Dirichlet ($A=A_0$) donnée sur la partie Γ_1 de la frontière.

En écrivant que, quelle que soit la fonction scalaire W(x, y), continue, dérivable par morceau et telle que W=0 sur Γ_1, nous devons avoir :

$$\iint_\Omega \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial y}\right) + J\right] W\, d\Omega = 0 \qquad \text{(II.57)}$$

La méthode de Galerkine, ou méthode des résidus pondérés, consiste à choisir n fonctions de projection W_i i=1..n, appelées fonctions tests, indépendantes, et si possible orthogonales, pour lesquelles nous écrivons :

$$-\iint_{\Omega}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial y}\right)\right]W_i d\Omega=\iint_{\Omega}JW_i\,d\Omega \qquad \text{(II.58)}$$

Avec une intégration par partie et l'application de propriétés intégrales, nous pouvons écrire:

$$\iint_{\Omega}\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial W_i}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial W_i}{\partial y}\right)d\Omega-\int_{\Gamma}\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial n}W_i d\Gamma=\iint_{\Omega}\mathrm{JW_i}\,\mathrm{d\Omega} \qquad \text{(II.59)}$$

Nous obtenons alors, en tenant compte de la condition $\partial A/\partial n = 0$ sur Γ_2 et du choix W=0 sur Γ_1, le système :

$$\iint_{\Omega}\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial W_i}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial W_i}{\partial y}\right)d\Omega=\iint_{\Omega}\mathrm{JW_i}\,\mathrm{d\Omega} \qquad \text{(II.60)}$$

Considérons maintenant un ensemble de NN fonctions indépendantes, continues et dérivables par morceau N_1, ..., N_i, ..., N_{NN} appelées fonctions d'approximation (NN est le nombre de nœuds).

Nous allons approcher la fonction inconnue A(x,y) par une combinaison linéaire de ces fonctions:

$$A(x,y)=\sum_{j=1}^{NN}A_j N_j(x,y) \qquad \text{(II.61)}$$

Le système devient :

$$\iint_{\Omega}\frac{1}{\mu}\sum_{j=1}^{NN}A_j\left(\frac{\partial N_j}{\partial x}\frac{\partial W_i}{\partial x}+\frac{\partial N_j}{\partial y}\frac{\partial W_i}{\partial y}\right)d\Omega=\iint_{\Omega}\mathrm{JW_i}\,\mathrm{d\Omega} \qquad \text{(II.62)}$$

Ce système peut encore s'écrire :

$$\sum_{j=1}^{NN}A_j\iint\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial N_j}{\partial x}\frac{\partial W_i}{\partial x}+\frac{\partial N_j}{\partial y}\frac{\partial W_i}{\partial y}\right)d\Omega=\iint\mathrm{JW_i}\,\mathrm{d\Omega} \qquad \text{(II.63)}$$

En choisissant un nombre de fonctions tests Wi égal au nombre de coefficients inconnus A_j, nous obtenons un système de NN équations avec NN inconnues. Ce système est de la forme:

$$\sum_{j=1}^{NN}M_{i,j}\,A_j=F_i \qquad \text{(II.64)}$$

Avec :

$$M_{i,j}=\iint_{\Omega}\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial N_j}{\partial x}\frac{\partial W_i}{\partial x}+\frac{\partial N_j}{\partial y}\frac{\partial W_i}{\partial y}\right)d\Omega \qquad \text{(II.65)}$$

$$F_i = \iint_{\Omega} \mathrm{J}\mathrm{W}_\mathrm{i}\, \mathrm{d}\Omega \qquad \text{(II.66)}$$

En choisissons les fonctions de projection égale aux fonctions d'interpolation, nous aurons le même système d'équation que (II.55) **[8]**.

Remarque :

La méthode variationnelle a l'avantage d'être déduite directement de la fonctionnelle d'énergie du système physique. En revanche, pour certains modèles dynamiques plus complexes, il est plus difficile, voire impossible, de trouver une fonctionnelle associée. Cette méthode n'est donc applicable que si nous connaissons une fonctionnelle équivalente au problème différentiel que nous voulons résoudre. Dans le cas des modèles complexes, on fait appel à la méthode de Galerkine.

L'avantage de la méthode de Galerkine réside donc dans le fait qu'elle ne nécessite pas la connaissance d'un principe variationnel associé à l'équation aux dérivées partielles traitée **[8]**.

II.3.2. Calcul des champs par Eléments Finis (EF) :

La méthode des éléments finis est basé sur :

- Discrétisation spatiale du domaine d'étude en éléments triangulaires.
- Equation aux dérivées partielles discrétisées en système d'équations linéaire dont les inconnues sont les potentiels associés à chaque élément.
- Connaissance à priori des potentiels sur les frontières permet de résoudre les systèmes d'équations linéaires par méthode d'inversion de matrice **[9]**.

II.4. Méthode des différences finies :

McDonald et al. **[12]** ont construit un maillage structuré pour appliquer la méthode de différences finies ; ils utilisent la MDF pour résoudre les deux équations : le calcule du champ électrique en absence de charge d'espace ils utilisent la solution harmonique analytique, et le calcul de la densité de charge d'espace à partir du champ calculé.

Après le calcul de la densité de charge d'espace, McDonald et al. Ont calculés la nouvelle distribution du potentiel en utilisant la MDF ; les deux équations sont résolues de manière itérative jusqu'à la convergence (″self-consistent solution″). Cet algorithme donne des

résultats satisfaisants, mais nécessite un grand nombre de nœuds et d'itérations pour arriver à la convergence **[12]**.

En général c'est une méthode numérique basée sur la dérivée de potentiel. Le système d'équation résultant est traité sous la forme matricielle. Cette méthode n'est pas pratique ou peut précise lorsque les champs ne sont pas homogènes.

Elle est basée sur le développement de Taylor de la fonction inconnue, autour d'un point x_0 et pour une fonction $f(x)$ continue et n fois dérivable, nous pouvons écrire :

$$\frac{df(x_0)}{dx} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0-\Delta x)}{2.\Delta x} \quad \text{(II.67)}$$

$$\frac{d^2f(x_0)}{dx^2} = \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0-\Delta x)-2f(x_0)}{\Delta x^2} \quad \text{(II.68)}$$

Cette méthode consiste à avoir une géométrie simple et un seul milieu homogène.

Considérons $\Omega =]0, 1[^3$. Soit $N \in \mathbb{N}$. La méthode des différences finies en espace consiste à calculer le champ électromagnétique aux points :

$$(x_i, y_j, z_k) = (i/(N+1), j/(N+1), k/(N+1)) \quad \text{(II.69)}$$

Où $(i ; j ; k) \in (0,\ldots, N+1)$.

Posons h = 1/ (N+1), le pas du maillage, et: $\varepsilon_{i,j,k}(t) \approx \varepsilon(x_i, y_j, z_k; t)$ (de même pour H).

Les dérivées partielles sont approchées par différences finies par exemple de la façon suivante (de même pour H) :

$$\partial_x \varepsilon(x_i, y_j, z_k; t) \approx \frac{\varepsilon_{i+1,j,k}(t)-\varepsilon_{i,j,k}(t)}{h}, \text{ de même pour } \partial_y\varepsilon \text{ et } \partial_z\varepsilon. \quad \text{(II.70)}$$

Les valeurs au bord $(en\ i = 0, ou\ i = N+1, etc)$ sont données par les conditions aux limites. Plus N est grand, plus la méthode est précise. On peut choisir des pas différents selon les directions x,y,z. il existe bien sûr d'autres schémas de discrétisation. L'inconvénient de la méthode des différences finies en espace est qu'elle est difficile à utilisé dans le cas de géométries complexes.

En général, on applique la méthode des différences finies à la discrétisation en temps. Soit T_f le temps final, et N_T le nombre de pas de temps **[15]**. On pose $\Delta t = T_f/N_T \ et \ \varepsilon^n \approx \varepsilon(x;t_n)$, où :

$t_n = n\Delta t, n \epsilon \{0, \dots, N_t\}$. On approche alors $\partial_t \varepsilon$ et $\partial_t^2 \varepsilon$

$$\partial_t \varepsilon\,(\mathrm{x};\mathrm{t_n}) \approx \frac{\varepsilon(\mathrm{x})^{\mathrm{n+1}}-\varepsilon(\mathrm{x})^{\mathrm{n}}}{\Delta \mathrm{t}}; \partial_t^2 \varepsilon(\mathrm{x};\mathrm{t_n}) \approx \frac{\varepsilon(\mathrm{x})^{\mathrm{n+1}}-2\varepsilon(\mathrm{x})^{\mathrm{n}}+\varepsilon(\mathrm{x})^{\mathrm{n-1}}}{\Delta \mathrm{t}} \quad \text{(II.71)}$$

II.5. Le logiciel d'application FEMM :

Le logiciel F.E.M.M (**Finite Element Method Magnetics**) permet de résoudre des problèmes de magnéto statique et d'électromagnétisme.



Figure II.3 : Symbole de logiciel FEMM.

II.5.1. Etapes de la simulation :

La première étape consiste à dessiner en 2D le modèle du circuit magnétique, mais avant choisissons quelques paramètres de la feuille d'édition.

- on sélectionne l'icône Nœuds et on Place les nœuds aux coordonnés X et Y.
- Relier les différents nœuds, sélectionner l'icône Segments puis avec la souris activer le nœud de départ et le nœud d'arrivée.
- Paramètre des matériaux à utiliser, après avoir saisie le schéma de simulation, on doit définir les différents matériaux à utiliser
- Condition aux limites, une étape importante pour le calcul, consiste à définir pour le contour une condition aux limites par exemple un champ nul.
- La saisie de schéma est achevée, vérifier qu'il n'y a pas d'erreurs dans la définition des matériaux et des différents milieux. Sauvegarder le schéma avant de lancer le générateur de triangle. Actionner l'icône Générateur de triangle Le programme fait la résolution des équations magnétiques en un certain nombre de point (éléments finis).

Or plus le nombre de triangle est important plus les résultats sont précis, mais le temps de calcul est alors plus élevé.

- Pour la visualisation des lignes de champs, activer l'icône Algorithme puis l'icône visualisation.
- Tracé de l'induction magnétique, le programme de visualisation autorise de nombreux traitements mathématiques, comme par exemple la répartition de l'induction le long d'un segment.

II.5.2. Composantes principales de logiciel de calcul des champs :

Les composantes du logiciel de calcul sont les suivants :

- **Editeur** : édition géométrie du probléme, propriétés des matériaux utilisés & conditions aux frontiére du domaine d'étude.
- **Mailleur Elements Finis** : Discrétisation spatiale du domaine d'étude en triangle (maillage élements finis).
- **Processeur** : résolution des équations locales aux dérivées partielles discrétisées sur tout le domaine d'étude.
- **Post-Processeur** : Affichage & traitement des résultats.

On peut les représentés dans le diagramme suivant **[9]** :

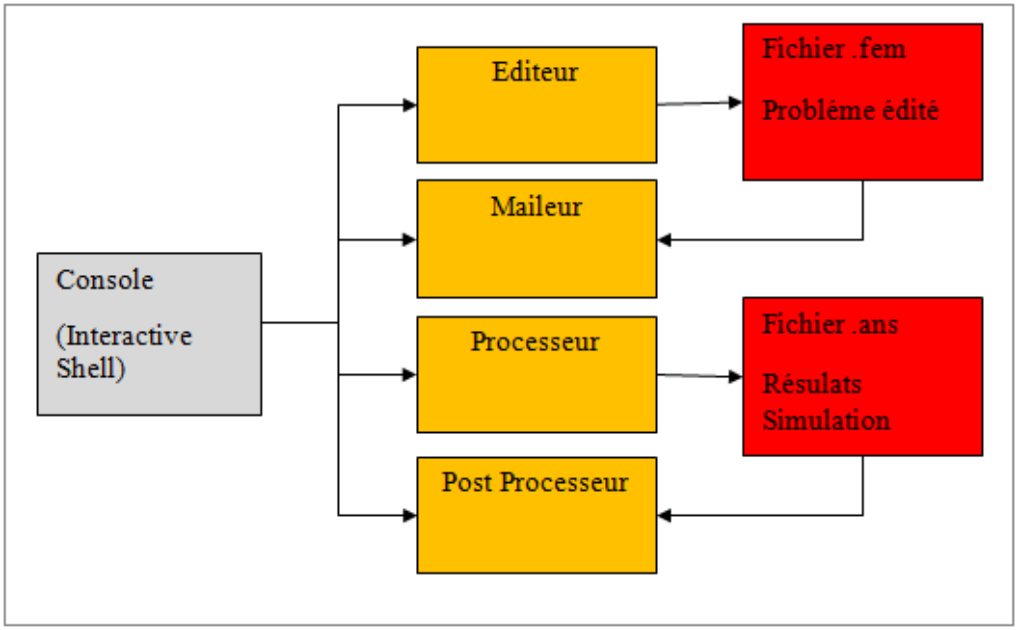


Figure II.4. : Utilisation interactive du logiciel FEMM **[9]**.

II.6. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présentés deux méthodes numériques de calcul du champ électrique : la première est la méthode des éléments finis (MEF) et la deuxième est la méthode des différences finis (MDF). La méthode des éléments finis est celle qui est aujourd'hui la plus universellement utilisée pour les calculs de champs dans le domaine de la physique mathématique. Ceci est du principalement à sa souplesse, sa facilité de programmation.

La modélisation numérique utilisant la méthode des éléments finis est parfaitement adaptée à la résolution des problèmes de conception finie et à l'estimation avec précision des performances des structures électromagnétiques.

Chapitre III : Application sur les systèmes de diélectrique homogène et non-homogène

III.1Introduction :

La détermination du champ électrique d'un matériau consiste à déduire la répartition spatiale du champ électrostatique $\vec{E}$, le vecteur de déplacement $\vec{D}$ et le potentiel V en fonction de la répartition du potentiel sur les surfaces limitant le volume pour le quel le champ est appliqué.

Le calcul du champ peut être effectué par plusieurs méthodes : analytique, ou numérique : la méthode des éléments finis (MEF) utilisé par le logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetics), est utilisée pour calculer le champ électrique pour différentes configurations des électrodes et différents systèmes d'isolation qui sépare les électrodes.

III.2.Configuration plan-plan :

III.2.1.Système d'isolation homogène :

La structure étudiée est donnée par la figure III.1, l'isolation utilisée dans ce domaine est de l'air de permittivité ε_r=1 avec une épaisseur de 4mm entre les deux électrodes planes. Cette structure est soumise à une tension de 30kV.

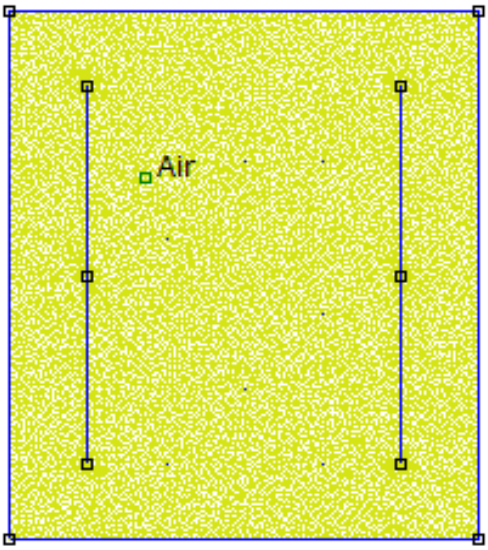


Figure III.1 : Géométrie de domaine d'étude plan-plan avec de l'air.

Après simulation, le champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes est donné par la figure III.2 :

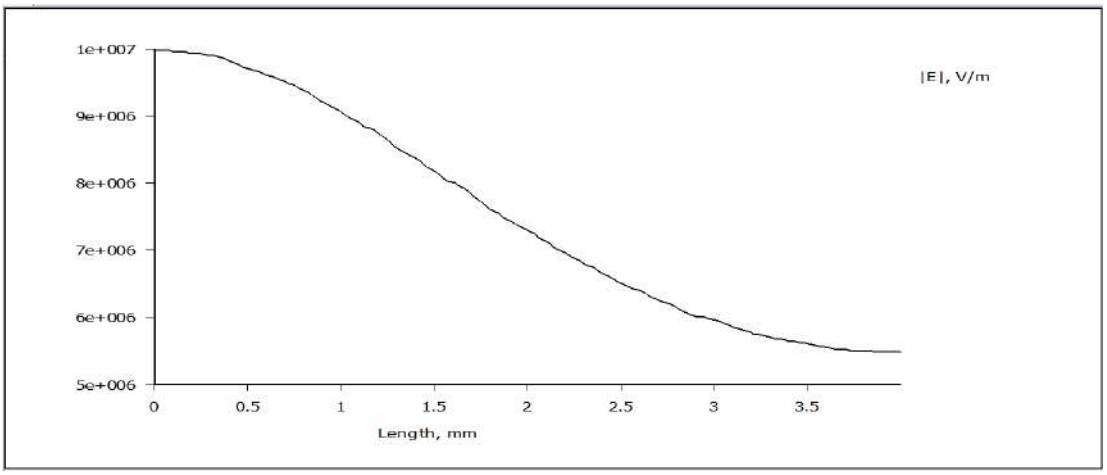


Figure III.2 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système homogène (air).

On remarque que le champ électrique est uniforme, les charges sont réparties uniformément aux électrodes plan. Le champ électrique est maximale à proximité de l'électrode chargée, et diminue tout en s'éloignant vers l'électrode non-chargée. Il passe de 100kV/cm à 56kV/cm à une distance de 4mm de l'électrode chargée.

- Si on charge les deux électrodes par **+15kV** et **-15kV**, selon la figure suivante :

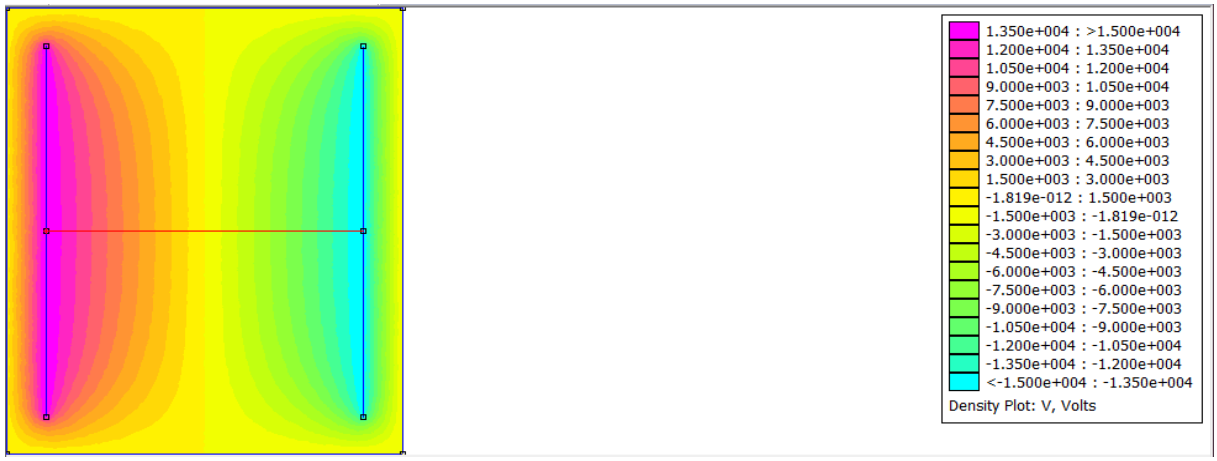


Figure III.3 : Cartographie de potentiel électrique avec de l'air.

La variation du champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes est présentée par la figure III.4 :

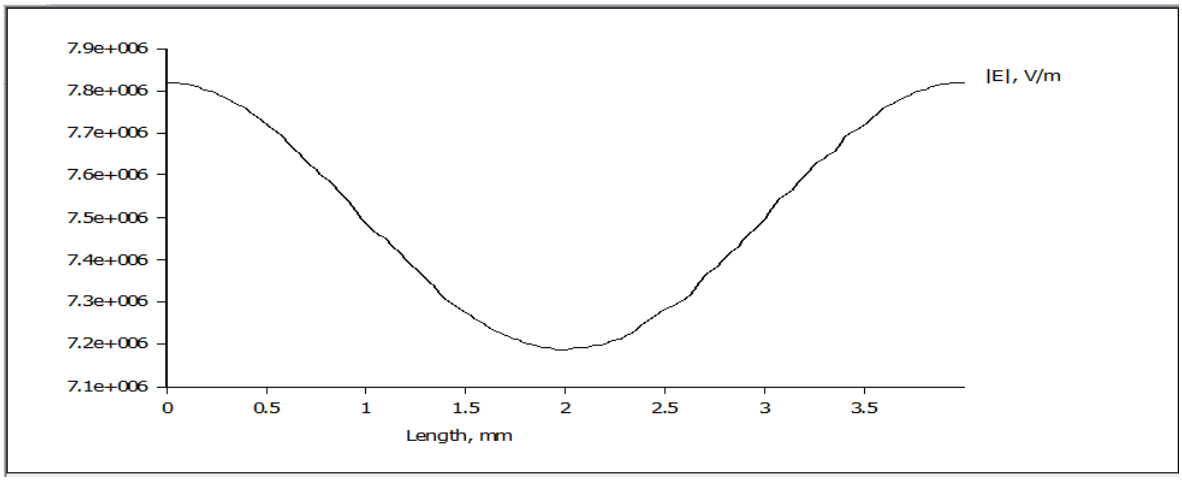


Figure III.4 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système homogène (air).

On remarque bien que le champ électrique est de valeur 78kV/cm dans les électrodes chargés, quand on s'éloigne le champ diminue à une valeur de 72kV/cm.

On remarque que l'évolution du champ électrique est différente par rapport à celle de la figure III.2, elle tend à diminuer puis à augmenter. Toutefois, la valeur maximale est inférieure à celle lorsqu'on a utilisé 30kV, tendis que la valeur minimale est supérieure, ceci est du à la répartition de charge due à l'utilisation des tensions +15kV et -15kV.

III.2.2.Système d'isolation non-homogène :

III.2.2.1.Air-Liquide :

La géométrie étudié est donnée par la figure III.5, le système d'isolation est constitué de deux couches de différentes permittivités : la première est de l'air, de permittivité relative ε_r=1 avec une épaisseur de 2mm, et l'autre est de l'huile de permittivité relative ε_r=2. La tension appliquée est de 30kV.

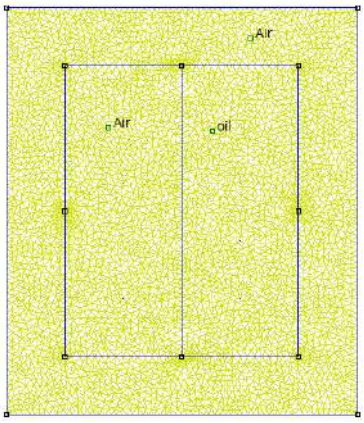


Figure III.5 : Géométrie de domaine d'étude plan-plan avec air-liquide.

La variation du champ électrique pour ce système non-homogène est donnée par la figure III.6 :

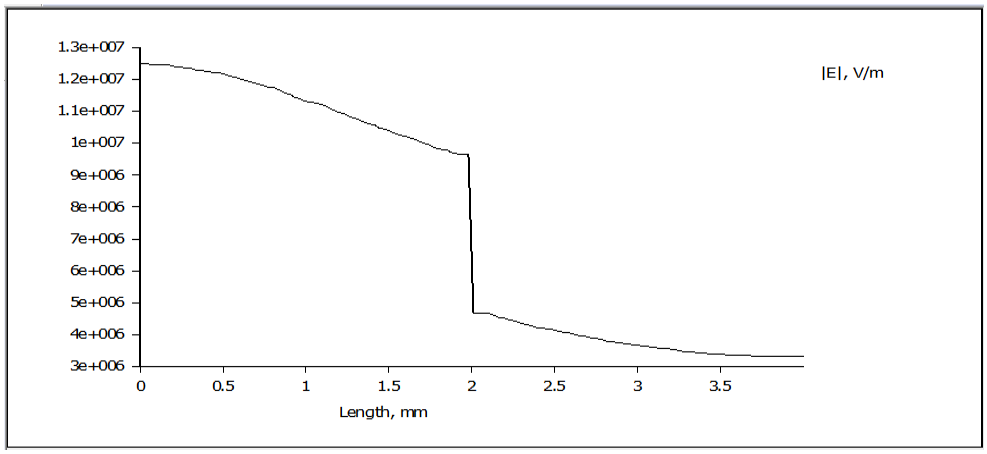


Figure III.6 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système non homogène (air-liquide).

On remarque pour cette configuration que le champ diminue en fonction de la distance inter-électrodes. Toutefois les valeurs du champ dans la couche d'air sont nettement supérieures à celles dans la couche d'huile (125kV/cm, et 100kV/cm).

Les valeurs maximales et minimales du champ dans la couche d'air dans ce système non-homogène sont largement supérieures à celles obtenues pour le système homogène (100kV/cm, 70kV/cm). La valeur minimale de champ, qui correspond à sa valeur dans la

couche liquide (34kV/cm) est nettement inférieure à celle dans l'air pour le système homogène (56kV/cm). Ce qui présente une bonne isolation et moins de risque de claquage.

Ces remarques sont essentiellement dues à l'utilisation de deux permittivités différentes :

$$\varepsilon_{r_1} E_1 = \varepsilon_{r_2} E_2 \rightarrow E_2 = \frac{\varepsilon_{r_1}}{\varepsilon_{r_2}} E_1 \qquad \text{(III.1)}$$

- Si on charge les deux électrodes par **+15kV** et **-15kV** on obtient :

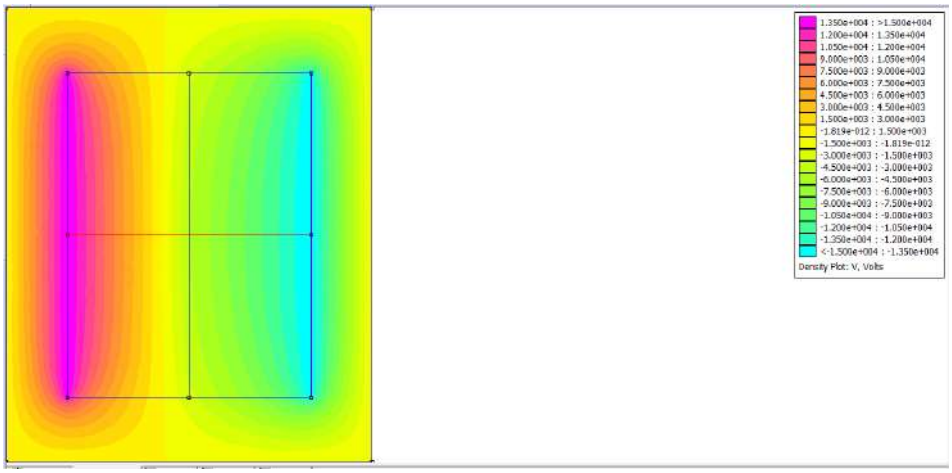


Figure III.7 : Cartographie de potentiel électrique avec air liquide.

La figure III.8 représente la variation du champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes pour ce système non-homogène :

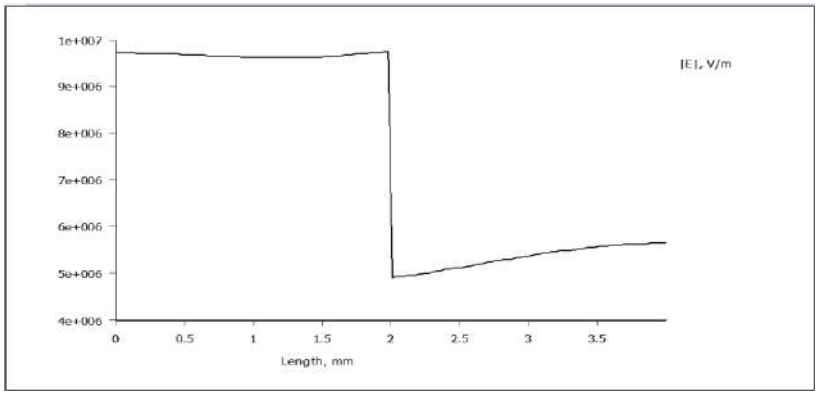


Figure III.8 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système non homogène (air-liquide).

D'après la figure III.8, on remarque que le champ dans le liquide est inférieur à celui dans l'air. Par contre les valeurs dans la couche d'air sont très grandes par rapport au système

homogène avec +15kV et -15kV, et les valeurs du champ dans la couche liquide sont inférieures à celle dans la couche d'air (+15kV et -15kV homogène) (figure III.4).

III.2.2.2.Liquide-Solide :

- **Calcul numériques des champs électriques :**

La géométrie étudié est donnée par la figure III.9, le domaine d'étude est constitué de deux systèmes d'isolation le premier est un liquide (huile) de permittivité relative $\varepsilon_r = 2$ d'une épaisseur de 2mm et l'autre est un solide (mica) de permittivité relative $\varepsilon_r = 6$. Cette structure est soumise à une tension 30kV.

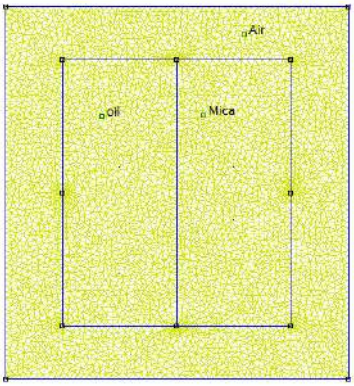


Figure III.9 : Géométrie de domaine d'étude plan-plan avec liquide-solide.

La figure III.10 représente la variation du champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes pour ce système non-homogène :

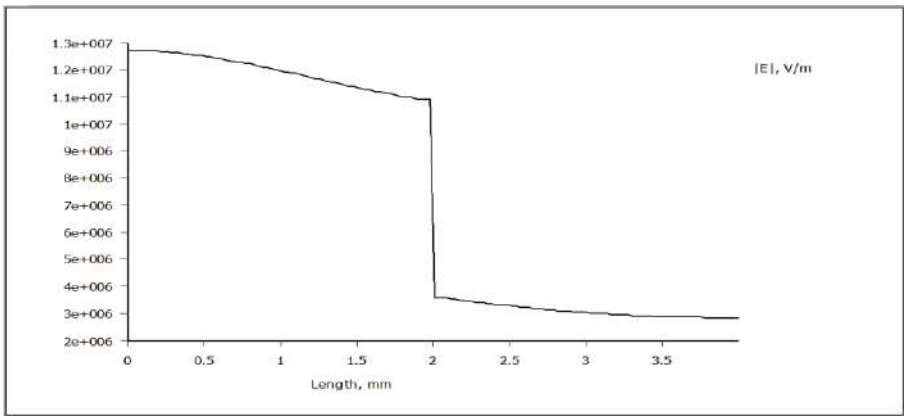


Figure III.10 : Evolution du champ électrique dans la configuration plan-plan système non homogène (liquide-solide).

Le champ électrique diminue en s'éloignant de l'électrode chargée quelque soit la couche d'isolant. Pour cette configuration, les valeurs maximales entre 0 et 2mm augmentent, alors que les valeurs minimales de 2mm à 4mm diminuent d'un coefficient de 3. ($\frac{\varepsilon_{r_l}}{\varepsilon_{r_s}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$).

- **Calcul analytique de champ électrique :**

La densité du champ électrique est constante sur toute la surface qui sépare les électrodes.

$$D = \varepsilon . E \tag{III.2}$$

Avec :

ε : La permittivité des matériaux.

E : le champ électrique.

D : la densité de champ électrique.

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \tag{III.3}$$

$$D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E \tag{III.4}$$

Le système d'isolation peut être schématisé sous forme de condensateurs, chaque condensateur représente une couche du système d'isolation non-homogène :

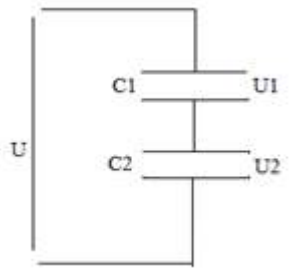


Figure III.11 : Représentation électrique d'un système d'isolation non-homogène à deux couches.

D'après la figure :

$$U = U_1 + U_2 \tag{III.5}$$

$$U = d_1 . E_1 + d_2 . E_2 \tag{III.6}$$

Selon (III.2) et (III.3) on a :

$\varepsilon_{r1}E_1 = \varepsilon_{r2}E_2$

$$E_2=E_1\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \quad \text{(III.7)}$$

U=$d_1E_1+d_2(E_1\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}})$

$$E_1=\mathrm{U}/(d_1+d_2\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}) \quad \text{(III.8)}$$

Dans notre cas, pour le système d'isolation non-homogène liquide-solide, après calcul on trouve :

E_1=1.28 10^7V/m=128kV/cm,

E_2=0.4 10^7 V/m=40kV/cm.

On constate que les résultats obtenus analytiquement sont en concordance avec les résultats de simulation.

III.2.Configuration cylindre-plan :

III.2.1.Système homogène :

- **Calcul numérique de champ :**

La structure étudiée est donnée par la figure III.12, on a utilisé l'air comme un système d'isolation de permittivité relative $\varepsilon_r = 1$ et d'une épaisseur de valeur 4mm, avec une tension appliquée de 30kV.

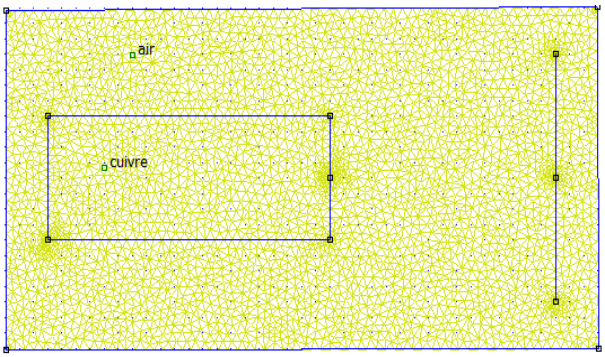


Figure III.12 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-plan avec de l'air.

La figure III.13 représente le champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes :

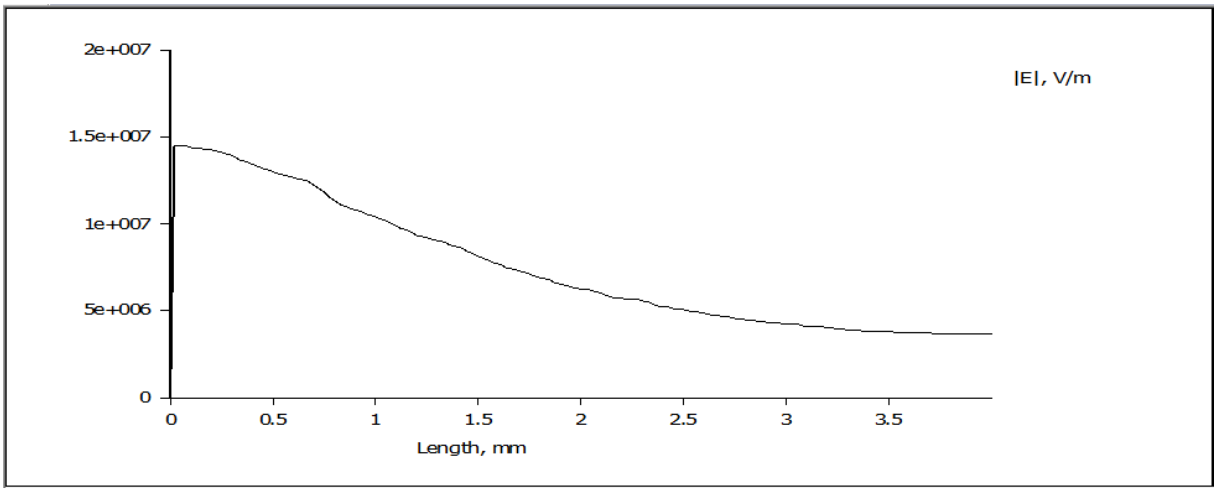


Figure III.13 : Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-plan système homogène (air).

D'après la figure III.13, le champ diminue d'une valeur maximale de 140kV/cm à une valeur minimale de 35kV/cm. Sa valeur maximale est supérieure à celle de la configuration plan-plan (140kV/cm par rapport 100kV/cm), tandis que sa valeur minimale est inférieure (35kV/cm par rapport 56kV/cm).

- **Calcul analytique du champ :**

Pour cette configuration, le champ est calculé selon l'équation suivante :

$$E = \frac{U}{x ln\frac{2h}{r}} \qquad \text{(III.11)}$$

Avec : r =1mm, h =4mm, U=30kV.

Pour la valeur maximale : x =r =1mm, E =144kV/cm.

Pour la valeur minimale : x =h =4mm, E =36kV/cm.

Nous constatons que les résultats analytiques concordent avec ceux qui ont été obtenues numériquement.

III.2.2.Système non-homogène :

La géométrie étudiée est donnée par la figure III.14, le système d'isolement est composé de l'air d'une permittivité $\varepsilon_r = 1$ et d'une épaisseur de 2mm, de l'huile d'une permittivité $\varepsilon_r = 2$ et d'épaisseur d'une valeur de 2mm. Cette configuration est soumise à une tension de 30kV.

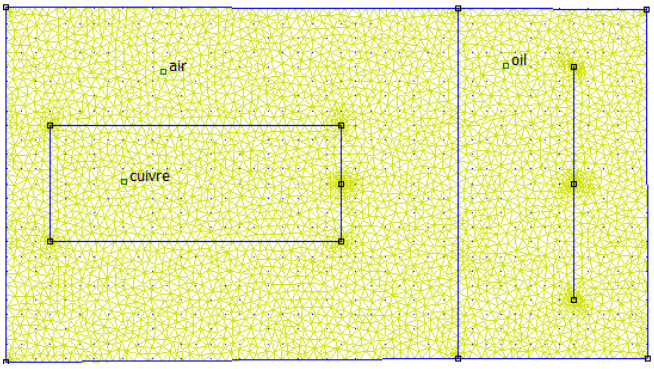


Figure III.14 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-plan avec air-liquide.

La figure III.15 représente le champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes pour le système non homogène :

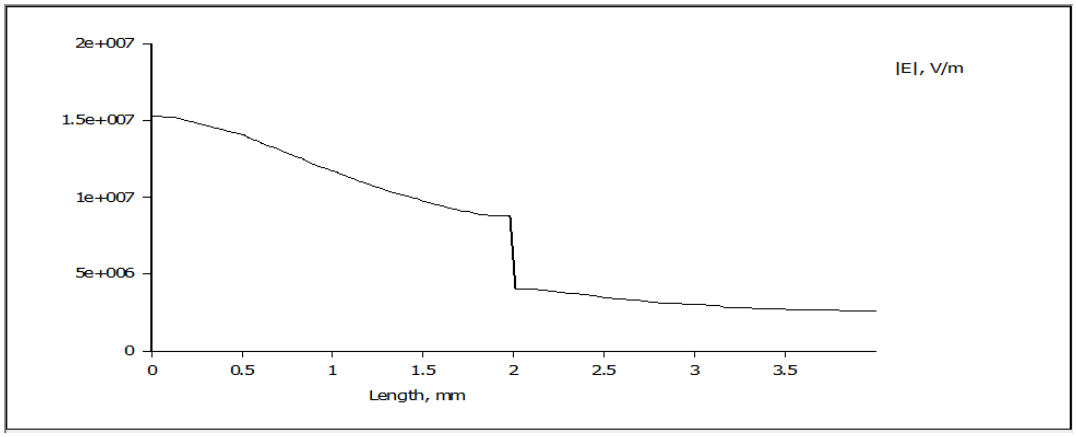


Figure III.15 : Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-plan système non homogène (air-liquide).

Nous remarquons que le champ a une valeur maximale de 152kV/cm dans l'air, au point de transition (2mm) on trouve deux valeur de champ parce qu'on a changé le système d'isolation la première valeur est de l'air (86kV/cm) et l'autre est de liquide (40kV/cm), qui est la valeur maximale dans liquide.

III.3. Configuration cylindre-cylindre (câble coaxial) :

III.3.1.Système homogène :

- **Calcul numérique de champ :**

La structure étudiée est donnée par la figure III.16, on a utilisé l'air comme un système d'isolation de permittivité relative $\varepsilon_r = 1$ et d'une épaisseur de valeur 4mm.

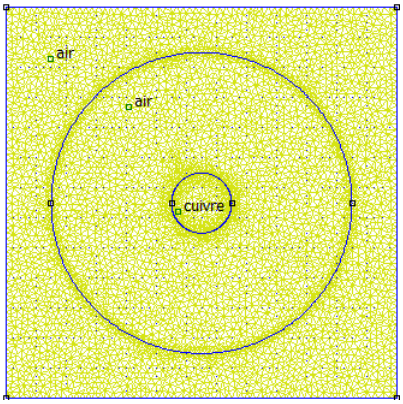


Figure III.16 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-cylindre (câble coaxial) avec de l'air.

Le champ électrique en fonction de la distance inter-électrodes pour la configuration câble coaxial avec un système d'isolation homogène est donnée par la figure III.17 :

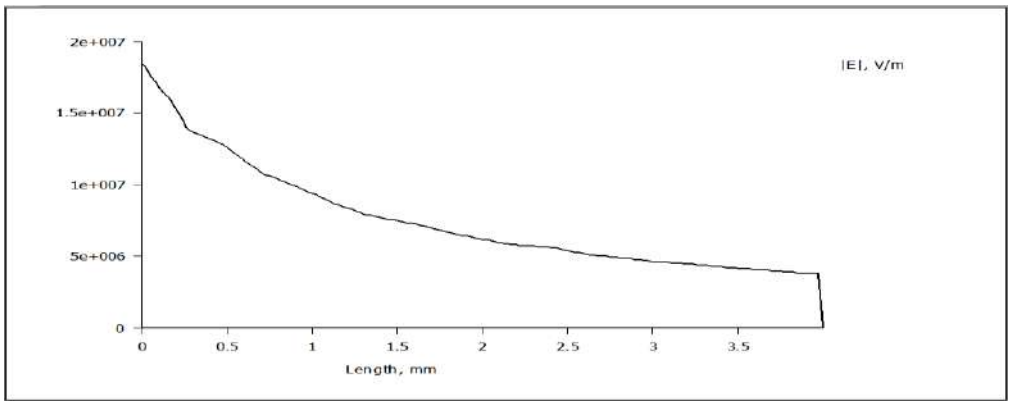


Figure III.17 : Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-cylindre (câble coaxial) système homogène (air).

On remarque que le champ diminue d'une valeur maximale de 184kV/cm à une valeur minimale de 38kV/cm. Pour cette configuration le champ maximale est inférieur à ceux des

configurations pointe-pointe et pointe-plan, et supérieure à celui de plan-plan à cause de l'effet de rayon.

- **Calcul analytique de champ :**

Le champ électrique peut être calculé analytiquement selon l'équation suivante :

$$E = \frac{U}{r.ln\frac{R}{r}} \quad \text{(III.9)}$$

On prend les rayons des électrodes : r=1mm, R=5 mm et U=30kV.

Après calcul :

$E_{max} = 186kV/cm$, $E_{min} = 37.2kV/cm$.

On constate que les résultats obtenus analytiquement et les résultats numériques sont presque similaires.

III.3.2.Système non homogène :

- **Calcul numérique de champ :**

Le système non-homogène représenté dans la figure III.18 est composé de deux couches, la première de l'air avec $\varepsilon_r = 1$, et une épaisseur de 2mm, la deuxième de l'huile de $\varepsilon_r = 2$ et d'épaisseur 2mm.

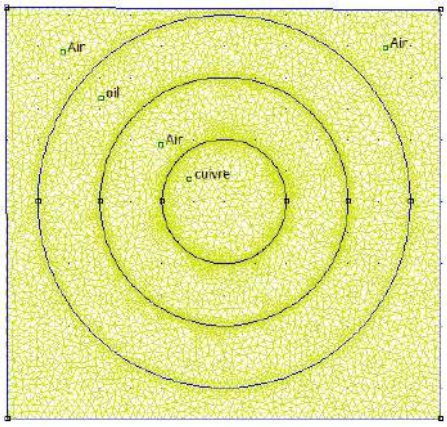


Figure III.18 : Géométrie de domaine d'étude cylindre-cylindre (câble coaxial) avec air-liquide.

La variation du champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes est représentée dans la figure suivante :

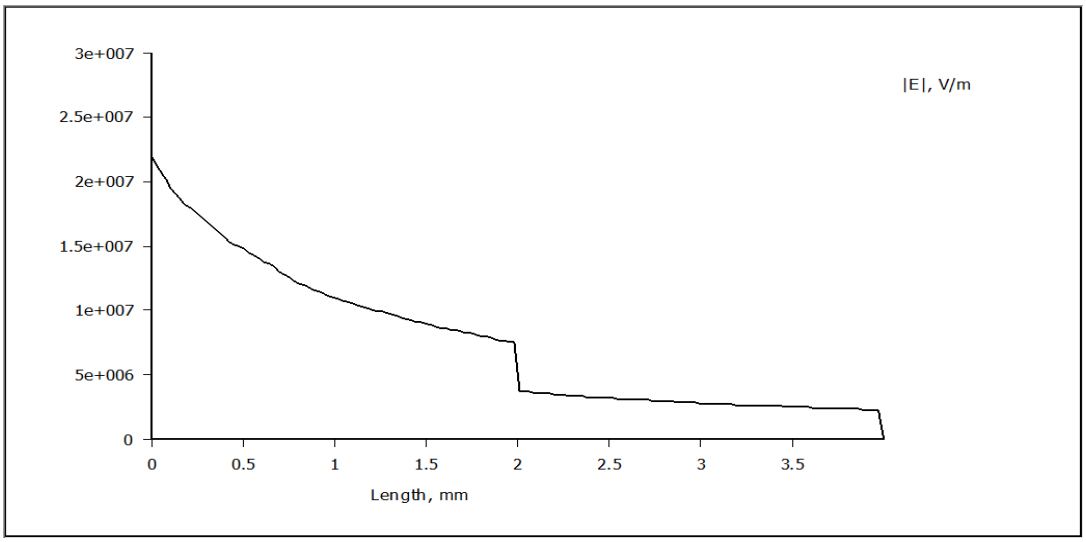


Figure III.19 : Evolution du champ électrique dans la configuration cylindre-cylindre (câble coaxial) système non homogène (air-liquide).

D'après la figure III.19, on remarque que le champ électrique diminue tout en s'éloignant du cylindre chargé. La valeur maximale du champ présente une augmentation par rapport au système homogène (de 184kV/cm à 220kV/cm), et sa valeur minimale diminue (de 37kV/cm à 23kV/cm).

Dans le point 2mm qui correspond au point de transition de couche (entre air et liquide), la valeur du champ est divisée de 2, elle correspond à 75kV/cm dans l'air et 37kV/cm dans l'huile $\varepsilon_r = 2$.

- **Calcul analytique de champ :**

Le calcul du champ est donné par l'équation suivante :

$$E(x) = \frac{U}{\varepsilon_X x \sum \frac{1}{\varepsilon_i} ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \qquad \text{(III.10)}$$

On veut calculer la valeur maximale du champ qui correspond à x=1mm, r=1mm,$r_1 = 3mm$, R=5mm :

$$E(x) = \frac{U}{\varepsilon_1 x[\frac{1}{\varepsilon_1} ln\frac{r_1}{r} + \frac{1}{\varepsilon_2} ln\frac{R}{r_1}]}$$

$E_{max} = 221kV/cm.$

La valeur minimale du champ est calculée à une distance x=R=5mm :

$$E(x) = \frac{U}{\varepsilon_2 x[\frac{1}{\varepsilon_1} ln\frac{r_1}{r} + \frac{1}{\varepsilon_2} ln\frac{R}{r_1}]}$$

$E_{min} = 22kV/cm.$

On constate que les valeurs du champ électrique maximal et minimal calculé numériquement et les valeurs calculées analytiquement sont presque identiques.

III.4.Configuration pointe-plan :

III.4.1.Système homogène :

La structure étudiée est donnée par la figure III.20, le système d'isolation utilisée dans ce cas est de l'air d'une permittivité $\varepsilon_r = 1$ avec une épaisseur de 4 mm, la structure est soumise à une tension 30kV.

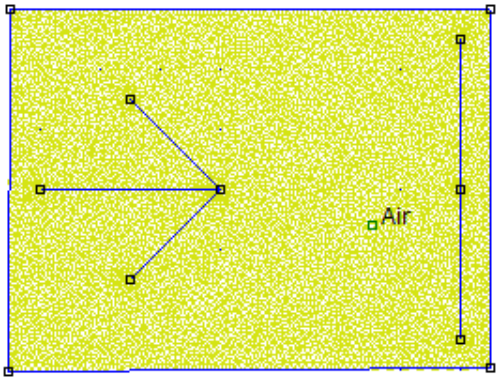


Figure III.20 : Géométrie de domaine d'étude pointe-plan avec de l'air.

Les résultats de simulation du champ électrique sont donnés par la figure III.21 :

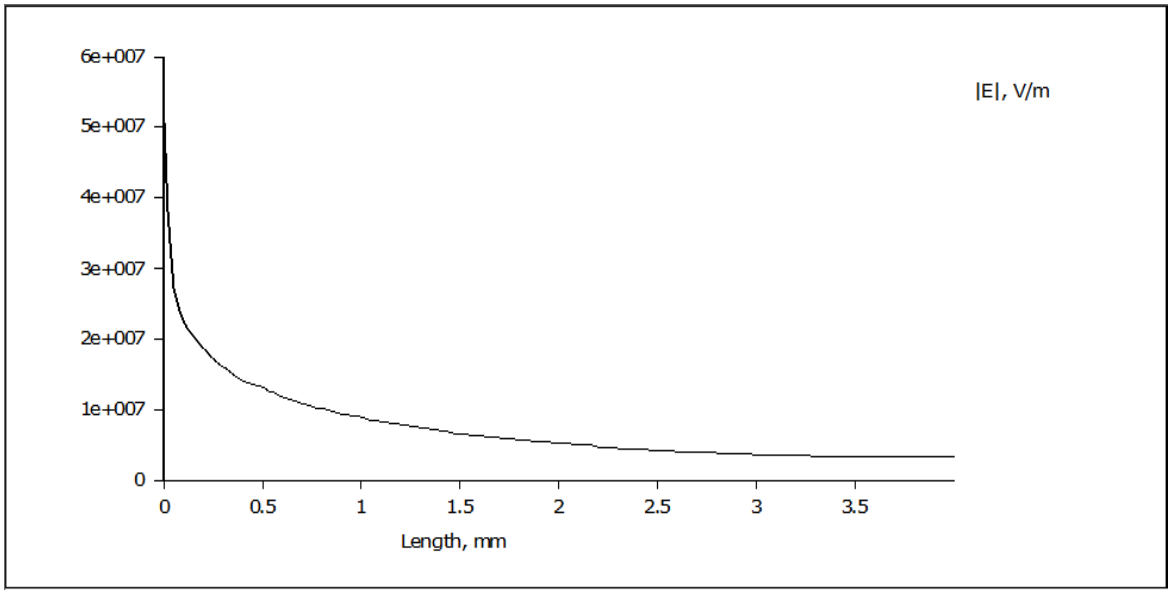


Figure III.21 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-plan système homogène (air).

D'après la figure III.21, le champ électrique diminue en s'éloignant de l'électrode chargée.

La pointe a un effet très important sur le champ électrique, sa valeur maximale dans la pointe est de 500kV/cm qui est très élevée à celle mesurée dans le plan 100kV/cm.

III.4.2.Système non-homogène :

La structure étudiée est donnée par la figure III.22, correspond a un système d'isolation non-homogène avec deux couches le premier est l'air de permittivité relative $\varepsilon_r = 1$ et d'une épaisseur de valeur 2mm, la deuxième est de l'huile d'une permittivité relative $\varepsilon_r = 2$ avec une épaisseur de 2mm. Ce système est soumis à une tension de 30kV.

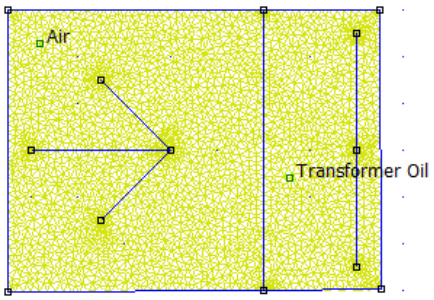


Figure III.22 : Géométrie de domaine d'étude pointe-plan avec air-liquide.

La figure III.23 représente la variation du champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes pour le système pointe-plan non-homogène :

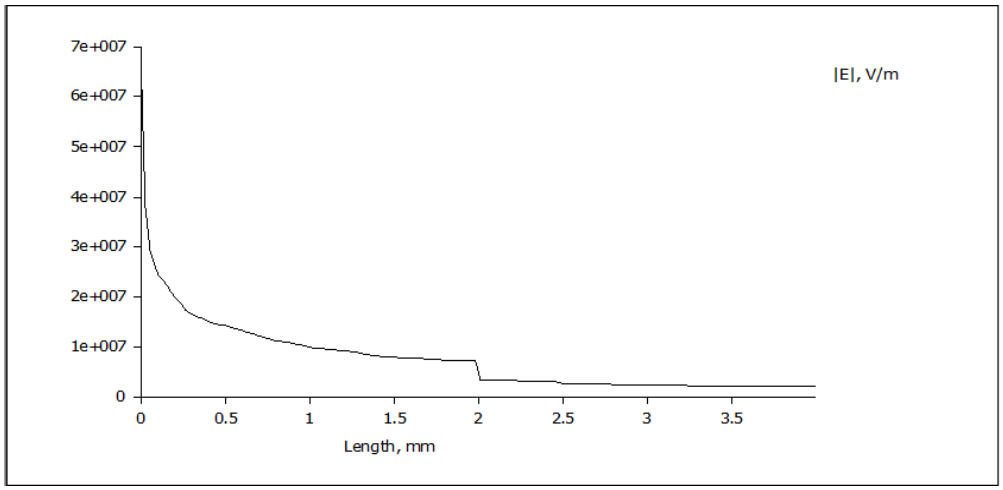


Figure III.23 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-plan système non homogène (air-liquide).

On remarque que l'évolution du champ électrique garde la même tendance. Elle diminue tout en s'éloignent de l'électrode chargé avec une diminution très importante dans la couche liquide ($\varepsilon_r = 2$). Elle passe de 610kV/cm à 73 kV/cm dans la couche air, et de 36kV/cm à 19kV/cm dans la couche liquide.

La valeur maximale pour ce système non-homogène au niveau de la pointe (610kV/cm) est plus élevée à celle correspondante au système homogène (500kV/cm). Au contraire la valeur minimale au niveau de plan (19kV/cm) est plus petite par rapport à celle du système homogène (31kV/cm).

III.5.Configuration pointe-pointe :

III.5.1. Système homogène :

La géométrie étudiée est donnée par la figure III.24, avec un système d'isolation homogène composé de l'air d'une permittivité$\varepsilon_r = 1$, et d'une épaisseur de 4mm. La tension est d'une valeur de 30kV/cm.

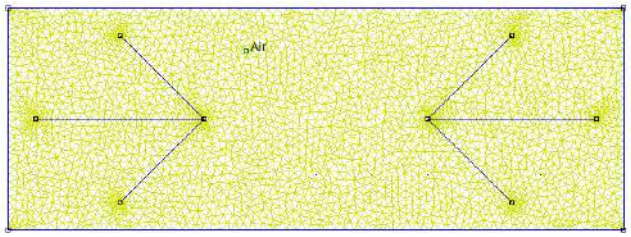
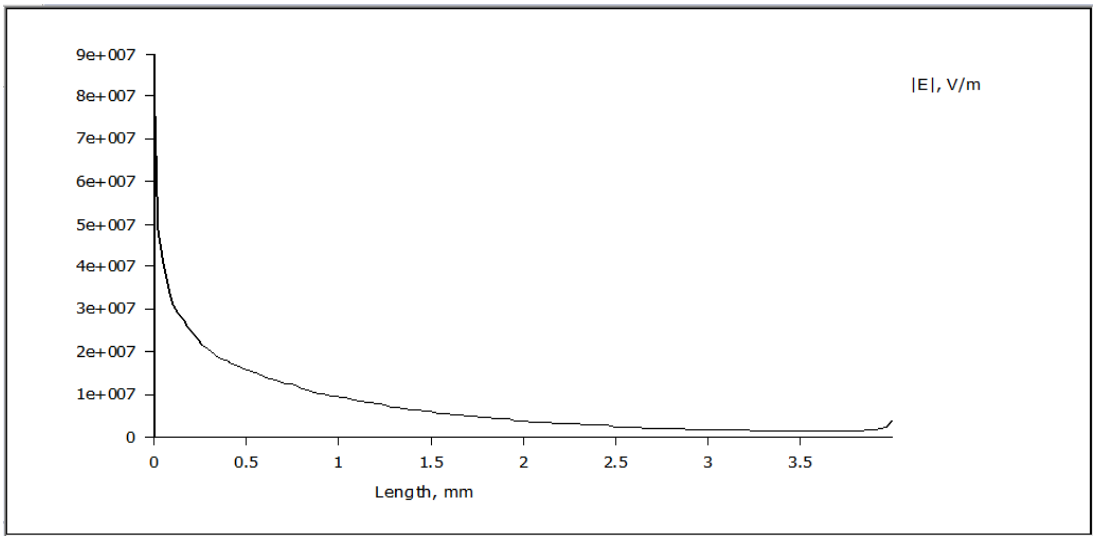


Figure III.24 : Géométrie de domaine d'étude pointe-pointe avec de l'air.

La variation du champ électrique en fonction de la distance entre les électrodes pour ce système pointe-pointe homogène est représentée dans la figure III.25 :



Figue III.25 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-pointe système homogène (air).

Le champ électrique diminue en fonction de la distance inter-électrode, cette diminution est rapide juste en s'éloignant de la pointe chargée. La valeur maximale (752kV/cm) est supérieure à celle des systèmes précédents, et sa valeur minimale (17.71kV/cm) est inférieure à celle des systèmes précédents.

III.5.2.Système non-homogène :

La configuration pointe-pointe étudiée avec un système d'isolation non-homogène (air-liquide),$\varepsilon_{r_{air}} = 1$, $\varepsilon_{r_l} = 2$ est représentée dans la figure III.26 :

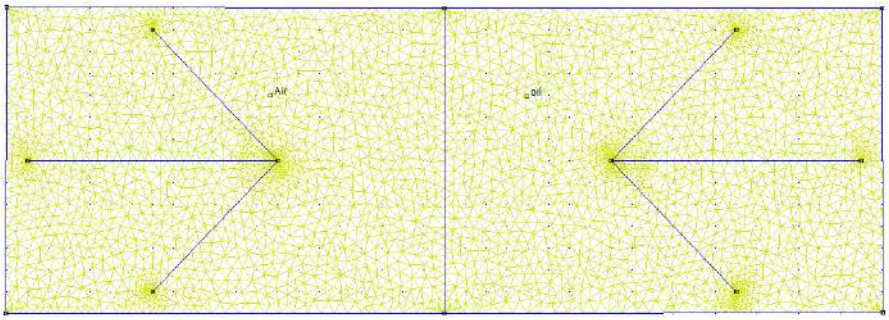


Figure III.26 : Géométrie de domaine d'étude pointe-pointe avec air-liquide.

Les résultats de simulation sont donnés dans la figure III.27 :

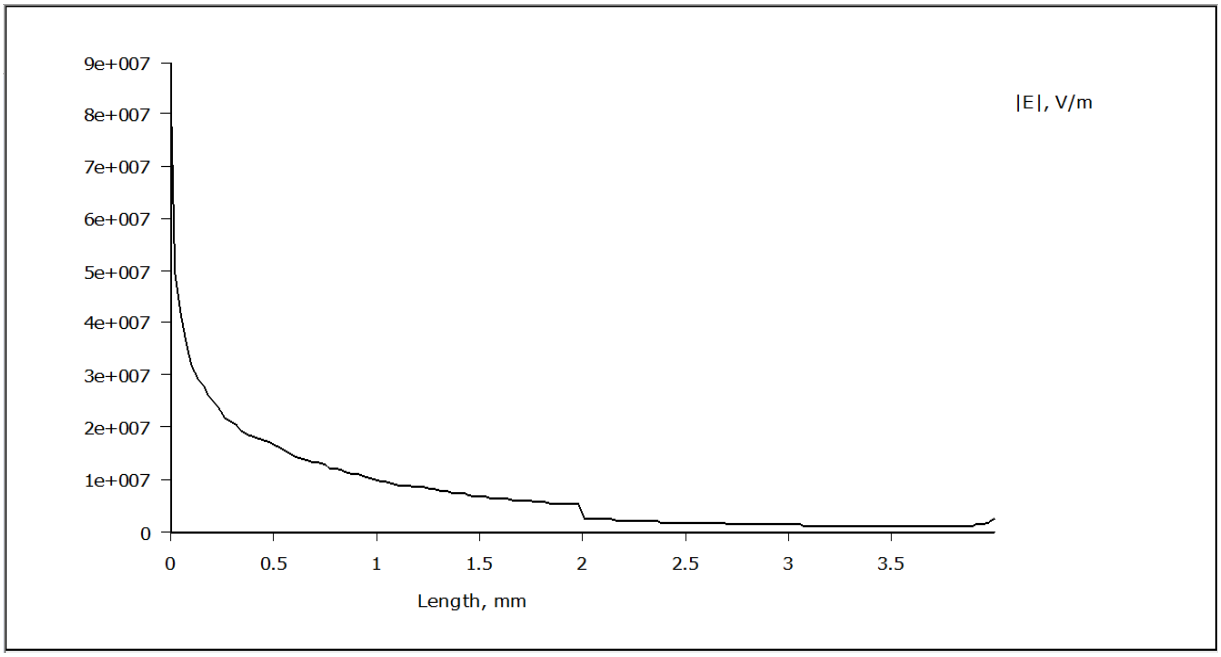


Figure III.27 : Evolution du champ électrique dans la configuration pointe-pointe système non homogène (air-liquide).

Le champ électrique diminue en fonction de la distance inter-électrode. La valeur maximale qui correspond à 775kV/cm est plus importante que celles mesurées pour toutes les configurations précédentes, ainsi que sa valeur minimale est la plus inférieure (10kV/cm).

III.6.Comparaison et interprétation des résultats :

III.6.1. Système d'isolation homogène :

Les variations du champ électrique en fonction de la distance inter-électrodes pour les différentes configurations étudiées sont présentées dans la figure III.28 pour le système d'isolation homogène :

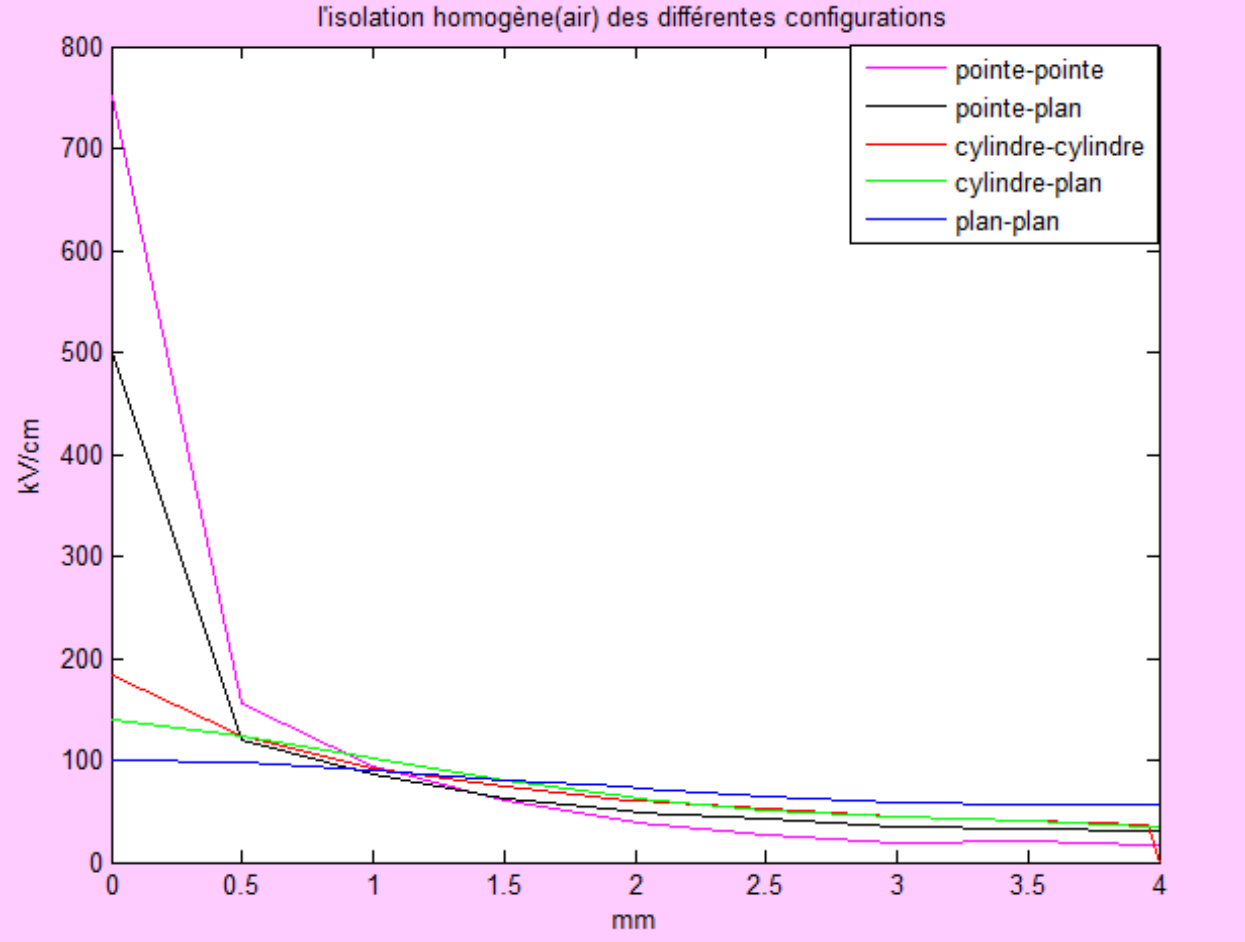


Figure III.28 : L'évolution du champ électrique dans les différentes configurations homogènes.

D'après la figure, on remarque que la valeur maximale du champ électrique est celle de la configuration pointe-pointe (752kV/cm) suivie par la configuration pointe-plan (500kV/cm), puis la configuration cylindre-cylindre (184kV/cm) suivie par la configuration cylindre-plan (140kV/cm), et enfin la configuration plan-plan (100kV/cm).

On observe une diminution très rapide du champ dans les deux structures pointe-pointe et pointe-plan après 0.5mm par rapport aux autres structures. La valeur tombe d'une forme exponentielle, par exemple de 752kV/cm à 156kV/cm avec une décroissance de 596kV/cm pour la configuration pointe-pointe, et pour la configuration pointe-plan, elle décroit de 500kV/cm à 120kV/cm après 0.5mm, avec une décroissance de 380kV/cm.

Par contre, dans la configuration plan-plan, la chute du champ est de 100kV/cm à 98kV/cm avec une décroissance de 2kV/cm. Du fait que pour les petits rayons de courbure, la condensation de charge est localisée dans le rayon, juste on s'éloigne du rayon, la répartition de charge devient très petite. Par contre dans les grands rayons de courbure, la répartition est presque uniforme, et la décroissance du champ devient lente en s'éloignant de l'électrode chargée. Cette discontinuité est traduite par une division du champ électrique sur la permittivité relative du deuxième diélectrique.

III.6.2. Système d'isolation non-homogène :

La figure III.29 regroupe les variations du champ électrique en fonction de la distance inter-électrodes pour les différentes configurations dans un système d'isolation non-homogène :

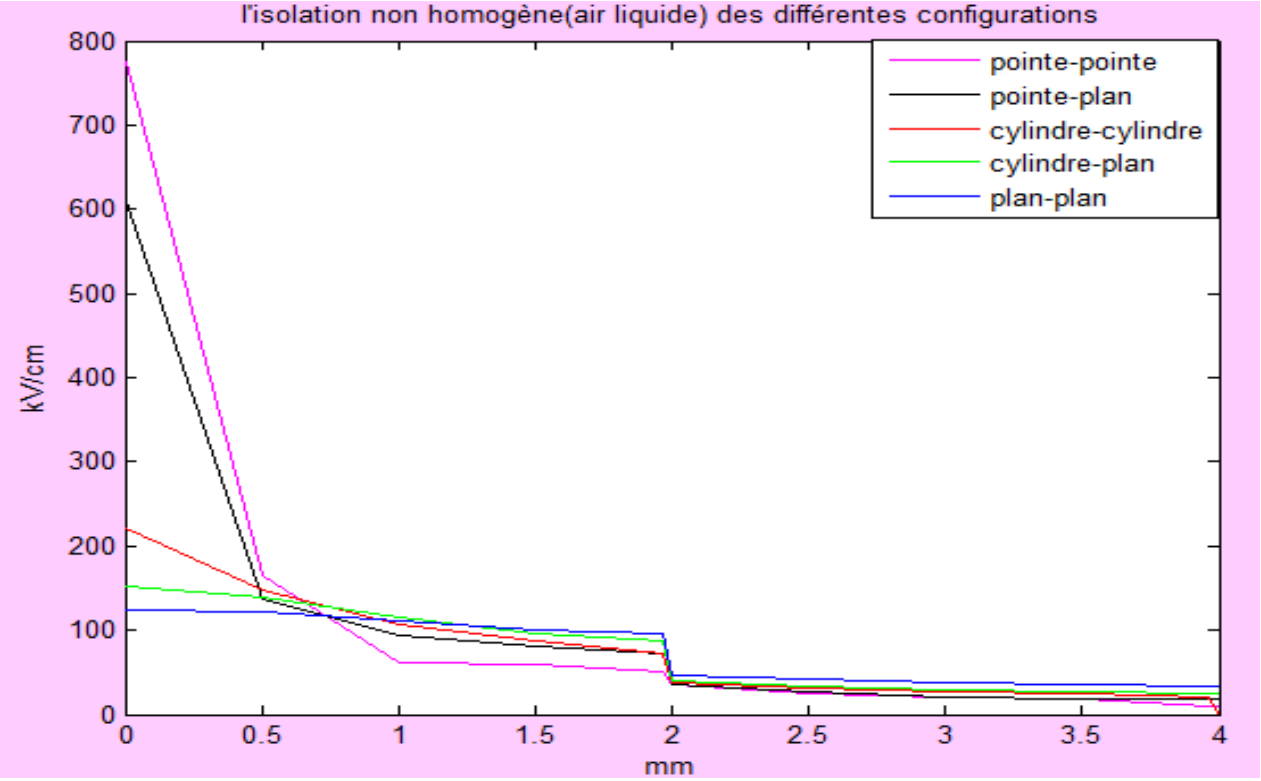


Figure III.29 : L'évolution du champ électrique dans les différentes configurations non homogènes.

Les mêmes observations sur la valeur maximale et l'évolution du champ électrique par rapport aux structures homogène, mais la différence : la transition qui est la résultante du deuxième diélectrique (huile). La distance de 2mm qui correspond à cette transition entre les deux diélectriques air et l'huile de permittivités relatives différentes on remarque une diminution jusqu'à le moitié du champ électrique :

$$D= \varepsilon\ E$$

$$\varepsilon_{r1}E_1 = \varepsilon_{r2}E_2$$

$$\varepsilon_{r1} = 1\ ,\ \varepsilon_{r2} = 2\ \ \rightarrow E_2 = E_1/2$$

Les valeurs du champ électrique pour les différentes configurations dans le système non-homogène sont similaires à celles enregistrés dans les systèmes homogènes. Le champ enregistre des valeurs maximales, puis il chute d'une façon exponentielle pour les configurations de petits rayons, et enfin il continue à diminuer lentement.

La valeur de champ qui correspond à celle de la configuration pointe-pointe (E=775kV/cm) est la plus grande, suivie par la configuration pointe-plan (E=610kV/cm), puis la configuration cylindre-cylindre (E=220kV/cm), après la configuration cylindre-plan (E=151kV/cm), et enfin pour la configuration plan-plan, elle est de 125kV/cm.

A la distance inter électrodes de 2mm, on remarque une discontinuité du champ qui est due à la transition de la structure, on a introduit un nouveau isolant de permittivité relative différente.

III.6.3. Les configurations dans les systèmes d'isolation homogène et non-homogène :

La figure III.30 regroupe les variations du champ électrique en fonction de la distance inter-électrodes pour les différentes configurations avec les deux systèmes d'isolation homogène et non-homogène :

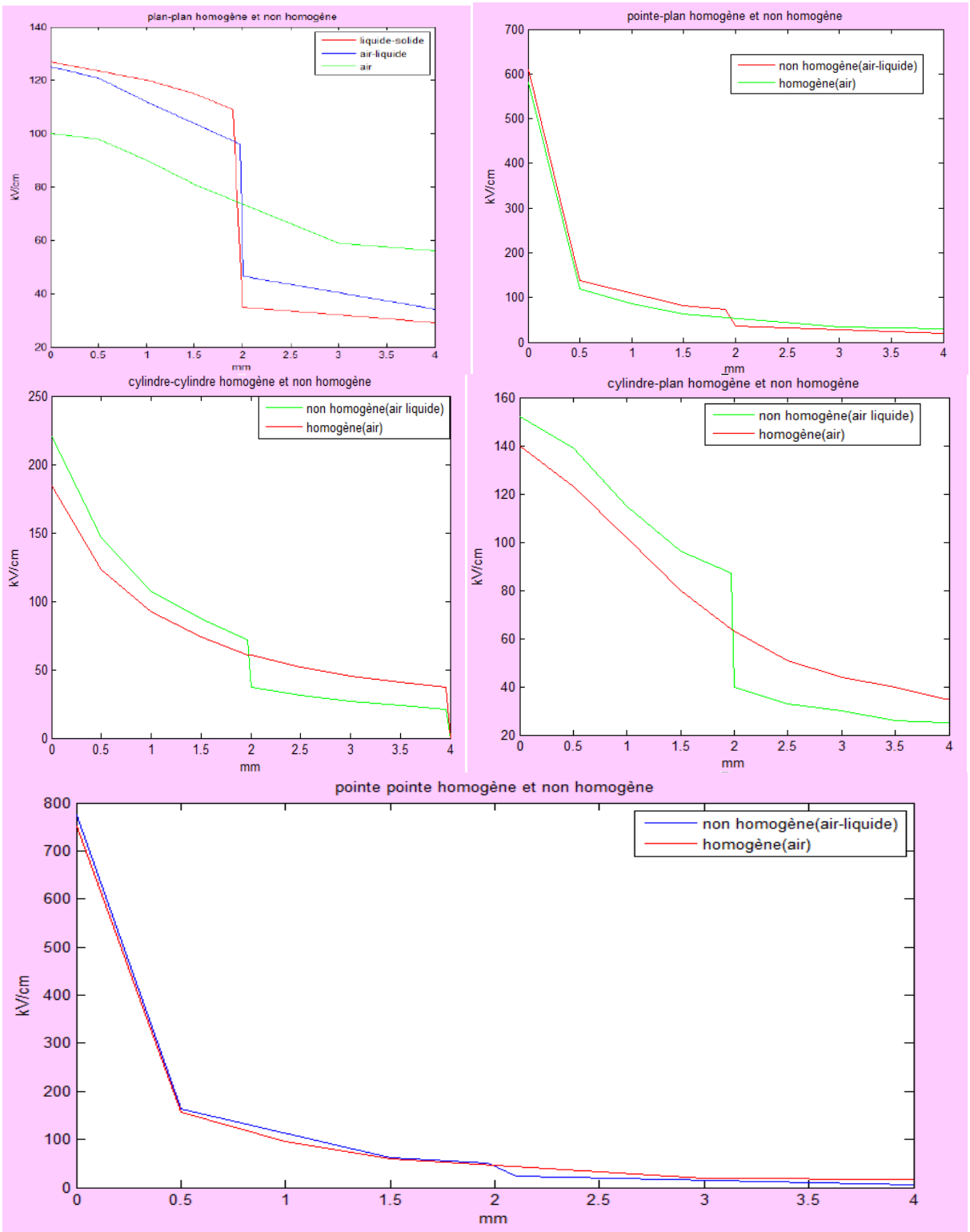


Figure III.30: L'évolution du champ dans les différentes configurations homogène et non homogène.

On remarque une augmentation de la valeur maximale du champ électrique sous l'effet de l'introduction d'une nouvelle couche de permittivité différente dans le système d'isolation. Pour le système plan-plan le champ maximal dans l'air est de 100kV/cm, par contre dans l'air-liquide il est de 125kV/cm et dans le liquide-solide, il est 127kV/cm. Cette augmentation du champ électrique est due à l'augmentation de la permittivité.

L'introduction d'une nouvelle couche d'isolation ($\varepsilon_r = 1$ pour l'air, $\varepsilon_r = 2$ pour le liquide et $\varepsilon_r = 6$ pour le solide) nous a permet de distinguer deux stades de variation de champ électrique.

Le premier stade est celui de 0 à 2mm qui correspond à la couche d'air, les valeurs du champ pour les différentes configurations sont largement supérieures à celles du système homogène :

- Pour plan-plan : $E_{\max\ homo} = 100kV/cm, \quad E_{\max\ non-homo} = 125kV/cm.$
- Pour cylindre-plan :$E_{\max\ homo} = 140kV/cm, \quad E_{\max\ non-homo} = 152kV/cm.$
- Pour cylindre-cylindre :$E_{\max\ homo} = 184kV/cm, \quad E_{\max\ non-homo} = 220kV/cm.$
- Pour pointe-plan :$E_{\max\ homo} = 500kV/cm, \quad E_{\max\ non-homo} = 610kV/cm.$
- pour pointe-pointe :$E_{\max\ homo} = 752kV/cm, \quad E_{\max\ non-homo} = 775kV/cm.$

Le deuxième stade est celui de 2 à 4mm après l'introduction d'une nouvelle couche qui est un liquide de $\varepsilon_r = 2$. Les valeurs du champ pour les différentes configurations sont largement inférieures à celles du système homogène :

- Pour plan-plan : $E_{\min\ homo} = 56kV/cm, \quad E_{\min\ non-homo} = 34kV/cm.$
- Pour cylindre-plan :$E_{\min\ homo} = 35kV/cm, \quad E_{\min\ non-homo} = 25kV/cm.$
- Pour cylindre-cylindre :$E_{\min\ homo} = 38kV/cm, \quad E_{\min\ non-homo} = 23kV/cm.$
- pour pointe –plan :$E_{\min\ homo} = 31kV/cm, \quad E_{\min\ non-homo} = 19kV/cm.$
- Pour pointe-pointe $E_{\min\ homo} = 17.71kV/cm$,$E_{\min\ non-homo} = 10kV/cm,$

Ceci nous ramène à dire que le claquage devient difficile dans cette couche de liquide à cause des phénomènes de polarisation.

III.7. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons étudié la variation du champ électrique pour différentes configurations d'électrodes et différents types d'isolations (air, liquide et solide) en deux cas homogène et non homogène.

Les résultats obtenus présentent des variations similaires du champ électrique, avec une bonne concordance entre les résultats de simulation et ceux calculés analytiquement.

D'après l'étude menée on a conclu que :

- L'intensité du champ électrique dépend étroitement de la forme des électrodes, à cause de la répartition des charges inter électrodes.
- Le champ électrique et donc la rigidité diélectrique d'une structure dépend de la nature de l'isolant placé dans l'intervalle inter électrodes.
- Le logiciel FEMM présente une méthode précise pour le calcul du champ électrique.

Conclusion générale

Conclusion générale :

L'étude que nous avons menée a consisté à calculer de champ électrique dans différentes structure soumise à une différence de potentiel constante, nous avons résolu la modélisation par les dérivés partiels en termes de champ électrique E par la méthode des éléments finis sous le logiciel FEMM.

Les résultats obtenus par le calcul du champ par le logiciel FEMM, appliquées sur des configurations d'électrodes pointe-pointe, pointe-plan, cylindre-cylindre (concentrique), cylindre-plan et plan-plan, avec différentes systèmes d'isolations : un système homogène (air) et non homogène (air-liquide ou liquide-solide).

Nous avons constaté l'influence de la nature du matériau injecté inter électrode sur la valeur du champ électrique.

Le champ électrique dépond étroitement de la géométrie des électrodes : la configuration pointe-pointe à un champ très élevé, le champ est très intense dans la pointe alors le champ est inversement proportionnel à l'augmentation de la courbure des électrodes.

Nous ont permis de tirer les conclusions suivantes :

Les résultats de simulation et ceux calculer analytiquement sont presque identique, d'où le logiciel FEMM présente un bon moyen pour le calcul de champ électrique.

En perspective, pour les études prochaines qui à une relation avec notre travail de calculer le champ électrique pour des systèmes d'isolation dans le cas d'injecté des impuretés (papier, des goutes d'eau, la poussière …etc.) dans le diélectrique pour les deux systèmes d'isolation homogène et non homogène.

Références

[1] : J.C.Sabonnadière, J.L.Couloumb : « Calcul des champs électromagnétiques » : Techniques de l'ingénieur, D 3020, 2000.

[2] : J.L. Parpal, « Les câbles souterrains haute tension à isolation synthétique installé par Électricité de France : homologation et spécification technique », Rapport IREQ, 1989.

[3] : Electromagnétisme, thèse, Aix-Marseille Université, 3 novembre 2016.

[4] : EPFL – STI – SEL. Cours de haute tension, Master semestre 1, 10/01/2016.

[5] : Radwan DIB, thèse de doctorat, université de JEAN MONNET DE SAINT ETIENNE, 2014.

[6] : Amar TILMATINE : Chapitre 7 : Diélectriques, MATERIAUX DIELECTRIQUES.

[7] : Dr.Abdi, Cours Technique de Haute Tension L3 Réseaux électriques,2014/2015.

[8] : Zaoui Abdelhalim : ≪ Elaboration d'un logiciel basé sur la MEF pour l'étude des systèmes inductifs ≫, Mémoire de Magistère, Ecole Militaire Polytechnique Alger, 2008.

[9] : université LAVAL GEL-2004 Design II (modélisation) actionneur électromagnétique linéaire, Expérimentation Simulée par calcul des champs, Utilisation de FEMM.

[10] : Bidjan Haghi-Ashtiani : ≪ Méthodes d'assemblage rapide et de résolution itérative pour un solveur adaptatif en équations intégrales de frontières destiné à l'électromagnétisme≫, Thèse de Doctorat, 1998.

[11] : Mohamed Boutaayamou : ≪Méthode de Perturbation pour la Modélisation par Éléments Finis des Systèmes Électrostatiques en Mouvement - Application aux MEMS Électrostatiques≫, Thèse de Doctorat, université de liège, 2008.

[12] : **Bassem Khaddour :** ≪Modélisation du champ électrique modifie par la charge d'espace injectée≫, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.

[13] : **Lilia El Amraoui**, Conception Electromécanique d'une gamme d'actionneurs Linéaire Tubulaires à Réluctance Variable, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale D'ingénieurs De Tunis, 2002.

[14] : Zhi-Qiang Feng, Jean Michel Cros, Gregory Turbelin : ≪MEF Méthode des Eléments Finis ≫, Licence GMP - ME23, Université d'Evry – Val d'Essonne, France.

[15] : Erell Jamelot: ≪Résolution des équations de MAXWELL avec des éléments finis de GALERKIN continus ≫, Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique X, Français, 2005.