République Algérienne Démocratique et Populaire

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

وزارة التعليـــم العالـي و البحـــث العلمـــي

Université **Y**ahia **F**arès de **M**édéa

Mémoire de fin d'étude en vue de l'obtention

du diplôme de Master en Mathématique

Option : Recherche Opérationnelle

THEME

Conception et optimisation d'un modèle de gestion de foule dans le Tawaf pendant la période de pèlerinage



Réalisé Par :

- ALLOUN ABDELMADJID
- BELAISSA AHMED

Encadré Par :

- Mr. BOUDJEBBOUR KARIM

Membres de jury :

- Mr. M. ZEMIR UYF Médéa
- Mme. S. KOUIDER AIAD UYF Médéa

ملخص

الطواف حول الكعبة هو أحد أهم الأركان التي يقوم بها المسلمون خلال فريضة الحج أو العمرة. وبسبب الزيادة الملحوظة في عدد المسلمين القادمين لأداء الطواف كل عام، حيث يتجاوز عددهم 2 مليون حاج خلال فترة الحج، أصبح من الصعب تنفيذ هذه الشعيرة بشكل سليم بسبب الازدحام والتدافع، بدون الحديث عن الوقت الذي يقضيه الحجاج المتعبون في ظروف مناخية صعبة جدًا.

في هذا العمل المتواضع، نقدم حلاً لازدحام وانتظار الحجاج أثناء الطواف، حيث يتم تقديم نمذجة للمشكلة واقتراح تقني يأخذ في الاعتبار القيود المختلفة الممكنة.

الكلمات المفتاحية: الطواف، ازدحام الحجاج، الشكل الحلزوني، قائمة الانتظار، إدارة الحشود.

RESUME

Le Tawaf (circumambulation) autour de la Kaaba est l'un des piliers les plus importants que les musulmans accomplissent pendant le Hajj ou la Omra, et en raison de l'augmentation significative chaque année du nombre de musulmans venant accomplir le tawaf, dépassant les 2 millions de pèlerins pendant la période du hadj, il est devenu difficile d'accomplir convenablement ce rituel en raison de l'encombrement et de la bousculade, sans parler du temps passé par les pèlerins fatigués dans des conditions climatiques très difficiles.

Dans ce modeste travail, nous développons une solution au congestion et d'attente lors de la circumnavigation, où une modélisation du problème ainsi qu'une proposition technique sont présentées prenant en compte les différentes contraintes possibles.

Mots clés: circumambulation (tawaf), encombrement des pèlerins, forme en spirale, liste d'attente, Gestion de foules, flow shop.

Abstract

The Tawaf (circumambulation) around the Kaaba is one of the most important pillars that Muslims perform during Hajj or Umrah. Due to the significant increase in the number of Muslims coming to perform Tawaf each year, surpassing 2 million pilgrims during the Hajj period, it has become difficult to properly perform this ritual due to congestion and pushing, not to mention the time spent by tired pilgrims in extremely difficult weather conditions.

In this modest work, we develop a solution to congestion and waiting during circumnavigation, where a problem model and a technical proposal are presented, taking into account the various possible constraints.

Keywords: circumambulation (Tawaf), congestion of pilgrims, spiral form, waiting list, crowd management, flow shop.

Remerciements

Toute notre gratitude, grâce et remerciement vont à ALLAH le tout puissant et miséricordieux de nous avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail.

Nous remercions également nos familles pour les sacrifices qu'elles ont fait pour que nous terminions nos études.

Nous tenons à remercier chaleureusement notre promoteur ***Mr.BOUDJEBBOUR KARIM*** *pour son aide et son encadrement, ainsi que les enseignnats qui nous ont orienté durant toute la période de préparation de ce mémoire, et nous tenons a remercier également les membres de jury qui ont accepté d'evaluer ce travail.*

Nous souhaitons exprimer nos gratitudes à tous les enseignants qui nous ont formé pendant nos cinq années d'etudes à La université de Médéa.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont de prés ou de loin contribué à l'aboutissement et à l'amélioration de ce travail.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à mon père et ma mère qui m'ont toujours soutenus durant toutes les périodes de vie que dieu le tout puissant les protége et les garde en bonne santé

A toute ma famille sans aucune exception.

A toute la promotion 2023 et tous ceux qui m'aiment et que j'aime.

A tous ce qui ont m'aidé de loin ou de prés pour la réalisation de ce mémoire.

En fin, je remercie mon binôme BELAISSA AHMED qui a contribué à la réalisation de ce modeste Travail et qui m'a toujours soutenu pour le meilleur et pour le pire.

ABDELMADJID ALLOUN

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à mon père et ma mère qui m'ont toujours soutenus durant toutes les périodes de vie que dieu le tout puissant les protége et les garde en bonne santé

A toute ma famille sans aucune exception.

A toute la promotion 2023 et tous ceux qui m'aiment et que j'aime.

A tous ce qui ont m'aidé de loin ou de prés pour la réalisation de ce mémoire.

En fin, je remercie mon binôme ALLOUN ABDELMADJID qui a contribué à la réalisation de ce modeste Travail et qui m'a toujours soutenu pour le meilleur et pour le pire.

BELAISSA AHMED

`

SOMMAIRE

CHAPITRE I : Concepts des bases et généralités

- I.1 Introduction 5
- I.2 L'ordonnancement 5
- I.3 Catégories d'ordonnancement 5
- I.4 Caractérisation des machines 7
  - ☑ I.4.1 Machines parallèles (parallel machines) : 8
  - ☑ I.4.2 Machines spécialisées ou dédiées (dedicated machines) : 8
- I.5 Description des tâches 10
- I.6 Complexité 11
- I.7 Résolution du problème de Flow-shop 12
- I.8 Diagramme de Gantt 13
- I.9 Spirale d'Archimède 13
  - ☑ I.9.1 Formule mathématique de spirale d'Archimède : 14
  - ☑ I.9.2 Utilisations de spirale d'Archimède 15
- I.10 Conclusion 17

CHAPITRE II : Modélisation Mathématique du problème de Tawaf

- II.1 Introduction 19
- II.2 Collecte des données 19
- II.3 Modèle de circumnavigation en spirale 21

- *II.4 Description le problème 22*
- *II.5 Détermination des longueurs du chemin en spirale 23*
- *II.6 Temps moyen d'attente dans le système..... 27*
- *II.7 Effet de l'inclusion d'une voie pour les fauteuils roulants..... 29*
- *II.8 Proposition d'une deuxième solution..... 31*
- *II.9 Conclusion..... 34*

CHAPITRE III : Le problème d'ordononcement du Tawaf

- *III.1 Introduction..... 36*
- *III.2 Concepts sur les objectifs d'optimisation 36*
- *III.3 Détermination des tâches..... 36*
- *III.4 Descriptions et traitement des tâches 38*
- *III.5 Clarification du rôle et la nature des machines..... 38*
- *III.6 Ttraitement des Tâches 40*
- *III.7 Conclusion 40*

LISTE DES FIGURES

LISTE DES FIGURES CHAPITRE I :

- ✓ *Figure I-1 Modèle flow-shop..... 9*
- ✓ *Figure I-2 Modèle open-shop..... 9*
- ✓ *Figure I-3 Modèle job-shop 10*
- ✓ *Figure I-4 le Traitement par la Modèle flow-shop..... 13*
- ✓ *Figure I-5 spirale d'Archimède 15*
- ✓ *Figure I-6 utilisations de la spirale d'Archimède dans l'agriculture 17*

LISTE DES FIGURES CHAPITRE II :

- ✓ *Figure II-1 la grande mosquée..... 20*
- ✓ *Figure II-2 Les dimension de la Sainte Kaaba..... 21*
- ✓ *Figure II-3 Diagramme montrant la méthode de division de la forme en spirale 23*
- ✓ *Figure II-4 Le chemin en spirale est composé de sept boucles avec un tunnel souterrain à la fin 24*
- ✓ *Figure II-5 Les arcs circulaires qui relient les quatre parties..... 25*
- ✓ *Figure II-6 Temps total dans le système dans le cas d'une voie piétonne uniquement. 30*
- ✓ *Figure II-7 Temps d'attente total dans le système pour les piétons et les fauteuils roulants : deux voies..... 30*
- ✓ *Figure II-8 Optimal spiral width..... 31*
- ✓ *Figure II-9 Division la plaque de Tawaf..... 32*

LISTE DES FIGURES CHAPITRE III :

- ✓ *Figure III-1 La division des tâches dans la forme en spirale..... 37*
- ✓ *Figure III-2 la dévision des Tâches en opérations..... 38*
- ✓ *Figure III-3 la répartition des machines..... 39*
- ✓ *Figure III-4 diagramme de Gantt représente le traitement des Tâches..... 40*



INTRODUCTION



Introduction

La popularité croissante des événements à forte affluence a compliqué leur gestion, ce qui a conduit à l'exploration de nouvelles stratégies de gestion des foules visant à rationaliser les opérations pour faire face aux risques de bousculades, d'effondrement des infrastructures, de menaces sanitaires et terroristes. L'accent a été mis sur la réduction des pertes financières, la protection des organisateurs d'événements contre toute responsabilité et, surtout, la sécurité des participants. Cependant, peu d'universitaires ont étudié ces stratégies parmi les foules hétérogènes qui se rassemblent sur les sites religieux. Le Tawaf est l'un des rituels religieux de base du Hadj et de la Omra dans l'Islam, dans lequel la circumambulation eu lieu autour de la Kaaba dans la Mosquée Sacrée, située dans la ville sainte de la Mecque, en Arabie Saoudite. La circumambulation est une marche de sept tours autour de la Kaaba dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, tel que chaque tour commence et se termine en parallèle de la pierre noire. Le Tawaf est exécuté en conjonction avec la récitation du dhikr, Dua et Tasbeeh, ce qui en fait un acte religieux et spirituel nécessaire pour accomplir parfaitement le Hadj ou la Omra et de ce fait oblige sa gestion convenable et délicate.

Le Tawaf est pratiqué à différents moments de la journée, et la demande augmente pendant le Hadj et la Omra, lorsque des millions de musulmans du monde entier affluent pour accomplir cet important rituel religieux. Avec ce nombre considérable de pèlerins, la gestion de la foule est une tâche compliquée, notamment en raison de la zone géographique de déplacement des pèlerins, de l'infrastructure fixe du réseau routier sous-jacent, de l'augmentation annuelle du nombre de pèlerins et de la courte durée du Hajj. En conséquence, les mouvements de personnes s'arrêtent parfois complètement et la foule immense a conduit à des accidents mortels parmi les pèlerins.

Ce phénomène d'encombrement et les difficultés de contrôle provoquent certains autres problèmes et défis auxquels sont confrontés les pèlerins et les fidèles pendant le Tawaf, tels que la difficulté à se déplacer à l'intérieur de la Grande Mosquée et le manque de places et l'impossibilité de se déplacer librement peuvent également entraîner suffocation et stress ou chute, écrasement et même décès.

Dans ce travail, nous essayons de proposer une solution qui aide à réduire ces problèmes, à savoir :

- Réduire la distance parcourue par les pèlerins autour de la Kaaba, cela aide les handicapés, les malades et les personnes âgées.
- Réduire le temps du Tawaf, c'est-à-dire la durée nécessaire pour compléter le Tawaf dans son ensemble.
- Organiser le processus de marche et de se débarrasser du flux aléatoire de pèlerins.
- S'assure que le nombre de cycles pendant la circumambulation ne dépasse pas les 7 cycles par pèlerin.
- Gérer mieux la foule devant la Pierre Noire
- Accélérer le Tawaf ce qui permet un nombre maximum de pèlerins qui achèvent leur rituel dans de bonne conditions.

Notre mémoire est organisé en trois chapitres : après l'introduction générale, le premier chapitre est consacré à la présentation des concepts de bases et généralités liées à notre sujet. Le second chapitre est consacré à la modélisation du problème avec ses différents aspects. Le dernier chapitre présente l'ordonnancement de la solution construite dans le chapitre précédent. Nous finissons par une conclusion et les perspectives espérés pour la suite du travail.



CHAPITRE 1

Concepts de base et Généralités



I.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous donnerons plusieurs généralités sur des concepts basiques utilisés dans notre travail tel que les techniques de modélisation mathématique et les méthodes d'ordonnancement des tâches où nous donnerons des détails explicatifs sur chaque terme.

I.2 L'ordonnancement

Définition :

L'ordonnancement, également connu sous le nom de planification, est le processus de planification et d'affectation des ressources disponibles (tel que le temps, la main-d'œuvre, les machines, les matériaux) pour exécuter efficacement un ensemble de tâches ou d'activités.

L'objectif de l'ordonnancement est d'optimiser l'utilisation des ressources en minimisant les temps d'attente, en maximisant l'efficacité de la production et en réduisant les coûts. L'ordonnancement est souvent utilisé dans des environnements de production tels que les usines, les entrepôts, les hôpitaux, les compagnies de transport, les centres d'appels et les projets de construction.

Il existe différents types d'ordonnancement, tels que l'ordonnancement à court terme, qui est axé sur la planification de la production quotidienne ou hebdomadaire, et l'ordonnancement à long terme, qui est axé sur la planification à plus long terme des ressources nécessaires pour atteindre les objectifs de l'entreprise. Les méthodes d'ordonnancement courantes incluent la méthode du plus court délai d'exécution (Shortest Job First), la méthode de la date limite la plus proche (Earliest Due Date) et la méthode du temps de traitement restant (Remaining Processing Time).

I.3 Catégories d'ordonnancement

Il existe plusieurs catégories d'ordonnancement, qui sont utilisées pour planifier et gérer efficacement les ressources disponibles. Voici quelques exemples :

- Ordonnancement à court terme : L'ordonnancement à court terme concerne la planification quotidienne des tâches et des activités qui doivent être effectuées dans un délai relativement court, généralement inférieur à un mois. Cette catégorie d'ordonnancement est souvent utilisée dans la gestion de la production, de la logistique et des services.
- Ordonnancement à moyen terme : L'ordonnancement à moyen terme concerne la planification des ressources pour une période de quelques mois à un an. Cette catégorie

d'ordonnancement est souvent utilisée pour la planification de projet et la gestion de personnel.

- Ordonnancement à long terme : L'ordonnancement à long terme concerne la planification à long terme des ressources, généralement pour une période de plus d'un an. Cette catégorie d'ordonnancement est souvent utilisée dans la planification stratégique des entreprises et la gestion de projets d'infrastructure à grande échelle.
- Ordonnancement préemptif : L'ordonnancement préemptif permet de changer l'ordre d'exécution des tâches en cours d'exécution. Cette catégorie d'ordonnancement est souvent utilisée dans les systèmes à temps partagé, où plusieurs tâches peuvent être exécutées simultanément.
- Ordonnancement non préemptif : L'ordonnancement non préemptif signifie que l'ordre d'exécution des tâches ne peut pas être modifié une fois qu'il a été déterminé. Cette catégorie d'ordonnancement est souvent utilisée dans les systèmes en temps réel, où la fiabilité et la prévisibilité sont des priorités.

Chacune de ces catégories d'ordonnancement présente des avantages et des inconvénients, en fonction du contexte d'application et des objectifs à atteindre. Les décideurs peuvent choisir la méthode qui convient le mieux à leur situation spécifique en fonction de leurs contraintes et de leurs objectifs.

Il existe plusieurs types de problèmes d'ordonnancement, en fonction de différents critères tels que la nature des tâches et des ressources, le type de contraintes, les objectifs à optimiser, etc. Voici quelques exemples de types de problèmes d'ordonnancement courants :

a) Problèmes d'ordonnancement de machines :

Dans ce type de problème, les tâches doivent être affectées à des machines en respectant des contraintes de temps et de capacité. Le but est souvent de minimiser le temps d'exécution totale ou de maximiser le taux d'utilisation des machines.

b) Problèmes d'ordonnancement de projets :

Dans ce type de problème, les tâches doivent être planifiées dans un ordre donné pour atteindre les objectifs d'un projet. Les contraintes peuvent inclure des délais, des ressources et des relations de précédence entre les tâches. Le but est souvent de minimiser la durée totale du projet.

c) Problèmes d'ordonnancement de personnel :

Dans ce type de problème, les tâches doivent être affectées à des travailleurs avec des compétences et des disponibilités spécifiques. Les contraintes peuvent inclure des temps de travail maximum, des compétences requises et des temps de trajet. Le but est souvent de minimiser les coûts de main-d'œuvre ou de maximiser l'utilisation des travailleurs.

d) Problèmes d'ordonnancement de la production :

Dans ce type de problème, les tâches doivent être planifiées pour produire des produits finis en respectant des contraintes de capacité de production et de disponibilité des ressources. Les contraintes peuvent inclure des délais, des capacités de production et des relations de précédence entre les tâches. Le but est souvent de maximiser la production ou de minimiser les coûts de production.

e) Problèmes d'ordonnancement de la logistique :

Dans ce type de problème, les tâches doivent être planifiées pour gérer efficacement le transport et le stockage des produits finis et des matières premières. Les contraintes peuvent inclure des capacités de stockage, des délais de livraison et des coûts de transport. Le but est souvent de minimiser les coûts de transport et de stockage ou de maximiser la satisfaction du client.

Chacun de ces types de problèmes d'ordonnancement peut être subdivisé en sous-types plus spécifiques, en fonction des besoins de la planification et de la gestion des ressources. Les décideurs peuvent choisir la méthode qui convient le mieux à leur situation spécifique en fonction de leurs contraintes et de leurs objectifs.

Les problèmes d'ordonnancement sont l'exemple même de problèmes combinatoires où le nombre de solutions envisageables est si élevé que leur énumération complète ou même leur évaluation n'est pas envisageable. Il est donc naturel que certains problèmes d'ordonnancement aient été l'objet d'une attention particulière de la part des chercheurs qui les considèrent comme des problèmes d'optimisation combinatoire difficiles. Leurs résolutions consistent à trouver un algorithme efficace pour ordonnancer l'exécution des tâches de façon à optimiser une mesure de performance donnée.

I.4 Caractérisation des machines

Il existe en général 2 types de machines [1] :

I.4.1 Machines parallèles (parallel machines) :

Ces machines exécutent les même traitement et sont donc capable de traiter n'importe quelle tâche. En fonction de la vitesse de traitement, nous distinguons 3 types de machines parallèles :

- **Les machines identiques (identical machines) :**

Pour ces machines, les vitesses de traitement des tâches sont toutes égales.

- **Les machines uniformes (uniform machines) :**

Pour ces machines, les vitesses de traitement des tâches sont différentes mais que la vitesse de chaque machine est constante et ne dépend pas de la tâche T.

Par exemple si une opération est exécutée deux fois plus rapidement sur une machine M_1 que sur une machine M_2, cela reste vraie pour toute autre opération exécutable par ces machines parallèles.

- **Les machines générales (unrelated machines) :**

Contrairement au cas précédent, pour ces machines, la vitesse de traitement d'une machine dépend de la tâche qui est traitée.

I.4.2 Machines spécialisées ou dédiées (dedicated machines) :

Ces machines sont spécialisées à l'exécution de certaines tâches. Dans le cas de machines spécialisées, nous distinguons 3 systèmes ou mode de traitement :

Flow shop :

Dans le modèle de $flow - shop$, les ordres de fabrication visitent les machines dans le même ordre, avec des durées opératoires pouvant être différentes. Chaque job va être s'exécuter sur les m machines en série et tous les jobs vont suivre le même ordre de passage sur ces machines.

Ce type de modèle est aussi appelé modèle linéaire.

$La\ Figure\ I-1$ illustre le cas d'un $flow - shop$ avec quatre machines et quatre jobs.

Les quatre jobs suivent le même ordre de traitement sur les quatre machines [2].

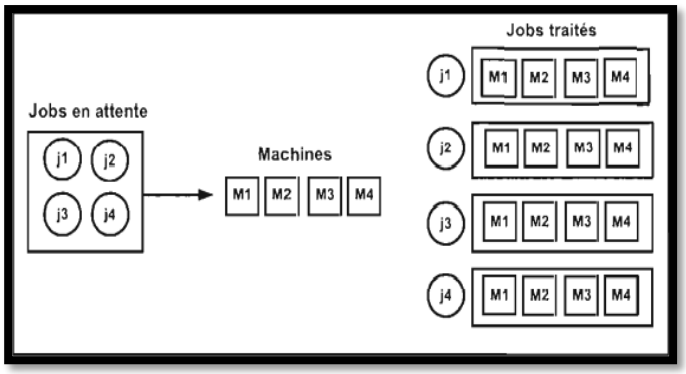


Figure I-1 Modèle flow-shop [2].

Open shop :

Dans le modèle $d'open\ shop$, l'ordre de passage des n jobs sur les m machines n'est pas connu à l'avance. Cet ordre est déterminé lors de la construction de la solution. Chaque job j peut avoir son propre ordre de passage sur toutes les machines. Le fait qu'il n'y ait pas d'ordre prédéterminé rend la résolution du problème d'ordonnancement de ce type plus complexe, mais offre cependant des degrés de liberté intéressants. À la $Figure\ I-2$, nous avons un ensemble de quatre jobs et un ensemble de quatre machines. À droite de la figure nous pouvons remarquer que chaque job a suivi un ordre de passage différent sur les quatre machines [2].

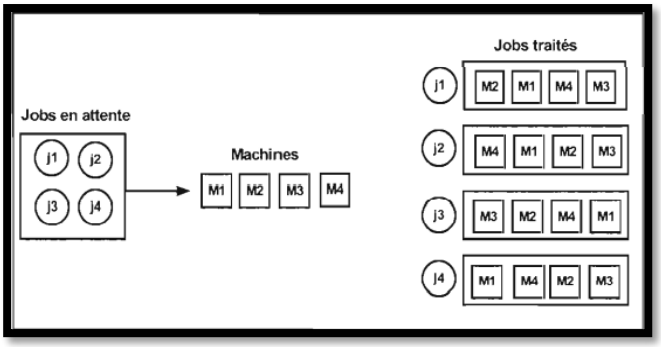


Figure I-1 Modèle open-shop [2].

Job shop :

Concernant le modèle de $job-shop$, chaque job à un ordre à suivre et chacun d'entre eux peut s'exécuter plusieurs fois sur la même machine, ce qui n'est pas le cas du $flow-shop$. Il s'agit dans ce cas de déterminer les dates de passage sur différentes ressources d'ordres de fabrication ayant des trajets différents dans l'atelier.

Ces ordres de fabrication partageant des ressources communes, des conflits sont susceptibles de survenir, résultant des croisements de flux illustrés à la $Figure\ I-3$. Dans cette figure l'ordre de passage de chaque job est indiqué par un chemin de même couleur que celui du job.

Par exemple, le job j_1 passe par toutes les machines, alors que le job j_3 ne passe que par la deuxième et la quatrième machine. Dans son expression la plus simple, le problème consiste à gérer ces conflits tout en respectant les contraintes données, et en optimisant les objectifs poursuivis. Les types de ressources et de contraintes prises en compte peuvent toutefois considérablement compliquer le problème. Plus on intégrera de contraintes, plus on se rapprochera d'un cas réel, mais moins on disposera de méthodes de résolution satisfaisantes. Parmi ces contraintes, nous pouvons citer l'ordonnancement multiressources (une opération nécessite plusieurs ressources), la possibilité d'effectuer des chevauchements, la prise en compte de temps de reconfiguration dynamique, etc [2].

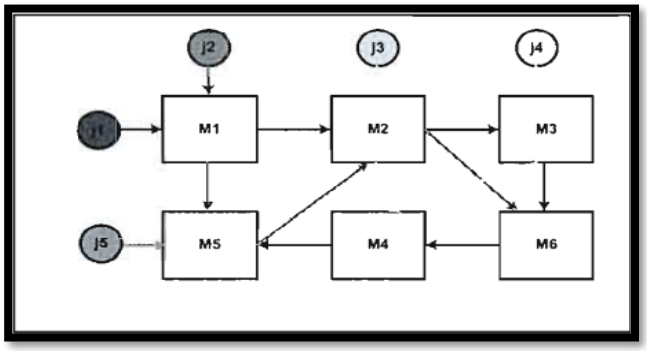


Figure I-3 Modèle job-shop [2].

I.5 Description des tâches

Dans le cas de machines parallèles, chaque tâche peut être traitée par n'importe quelle machine. Si les machines sont spécialisées, chaque tâche T_i est divisée en un nombre fini d'opérations O_{i1}, O_{i2}, ... , O_{ik} chacune pouvant nécessiter une machine différente. (k_i étant le nombre d'opérations de la tâche T_i) Dans un système $Flow\ shop$, le nombre d'opérations par tâche est égal à m ($k_i = m$ pour $i = 1,\dots,n$) et leurs ordre de traitement est tel que l'opération O_{ij} est traitée sur la machine M_j avant l'opération O_{ij+1}traitée sur la machine M_{j+1}. Dans un système $Open\ shop$, le nombre d'opérations par tâche est égal à m ($k_i = m$ pour $i = 1,\dots,n$) comme dans un système $Flow\ shop$ sans contrainte de précédence entre les opérations (l'ordre de traitement n'est pas nécessairement le même pour toutes les tâches) [1].

I.6 Complexité

Définition :

La complexité d'un algorithme est la durée d'exécution de cet algorithme en fonction de la taille des données. Un algorithme est dit efficace ou encore polynomial lorsque le nombre total d'opérations élémentaires (opérations mathématiques, comparaison) effectuées pour aboutir à la solution est borné par un polynôme en la taille du problème en entrée. Donc un problème est dit polynomial s'il existe un algorithme polynomial pour le résoudre. Il est dit pseudo-polynomial si sa complexité est bornée par un polynôme en fonction de la taille de la plus grande instance du problème.

Pour la plupart des problèmes d'optimisation combinatoires que l'on connaît on ne dispose pas d'algorithmes de résolution efficaces. On dit alors que ces problèmes sont difficiles ou de façon équivalentes qu'il n'existe pas d'algorithmes polynomiaux pour les résoudre [1].

Classes de complexité :

Le but de la théorie de la complexité est la classification des problèmes de décision suivant leur degré de difficulté de résolution. Dans la littérature, il existe plusieurs classes de complexité, mais les plus connues sont les suivantes [1]:

- **Classe P :**

Un problème de décision est dans P s'il existe un algorithme déterministe pour le résoudre en temps polynomial par rapport à la taille des données. Le problème de cette classe est dit facile.

- **Classe NP :**

Un problème de décision est dans NP (Non déterministe Polynomial) s'il existe un algorithme non déterministe (un algorithme non déterministe s'il comporte des instructions de choix) pour vérifier qu'une solution donnée satisfait la question posée en un temps polynômial.

Classe NP-complet :

Parmi l'ensemble des problèmes appartenant à NP, il existe un sous-ensemble qui contient les problèmes les plus difficiles : on les appelle les problèmes $NP - complet$.

I.7 Résolution du problème de Flow-shop

Problème de flow-shop :

Définition :

Un problème d'ordonnancement flow-shop met en œuvre m machines, notées M_1, M_2,...,M_m , et n jobs, noté j_1, j_2,... , j_n . Chaque job doit être exécuté, au plus une seule fois, sur M_1 , puis M_2 et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'il soit exécuté sur la dernière machine $M_m$dans cet ordre. Chaque job est donc composé de m opérations élémentaires O_{j1}, O_{j2}, ... , O_{jm}. Pour chaque opération O_{ji}, on désigne par p_{ji} son temps d'exécution [2].

Sur cette définition du problème de flow-shop peuvent venir se greffer des nombreuses notions pour rendre compte des contraintes réelles d'un atelier. Nous ne présentons ici que les plus usuelles, même si cette liste non exhaustive peut être très largement complétée [2]:

- Les stocks inter-machines : les jobs transitent par un stock limité pour aller d'une machine à l'autre. La politique de gestion de ce stock, ainsi que le nombre de jobs qui peuvent y être entreposées modifient la structure du problème.
- Les temps de montage : lorsqu'une machine finit d'exécuter un job pour en commencer une autre, elle peut avoir besoin de subir un changement quelconque de son mode opératoire. La durée de ces changements peut alors être prise en compte dans les solutions.
- Les moyens et les temps de transports ou de latence : pour qu'un job puisse passer d'un centre à un autre, ce dernier doit emprunter un moyen de transport. La distance entre les centres, et donc le temps de transport des opérations d'un centre à l'autre, est une contrainte à prendre en compte lors de la construction d'une solution.
- La disponibilité des machines : les machines peuvent être soumises à des périodes d'inactivité qui peuvent être des périodes de maintenance.
- La nature des machines: certaines machines d'un même centre peuvent par exemple être plus rapides que d'autres Pour les besoins de notre étude, nous supposons également ce qui suit:
- La non préemption des opérations: une fois que l'exécution d'un job a débuté sur une machine celle-ci ne peut pas être interrompue. Aucune opération ne peut commencer sur cette machine avant la fin de l'opération en cours.
- Les durées des opérations sont entières. Cette hypothèse n'est pas réductrice en général. Elle permet simplement de traiter le problème en évitant la manipulation de nombres réels. Les

machines ne peuvent exécuter qu'une opération à la fois. Ces machines sont disponibles sans restriction du début à la fin de l'ordonnancement.

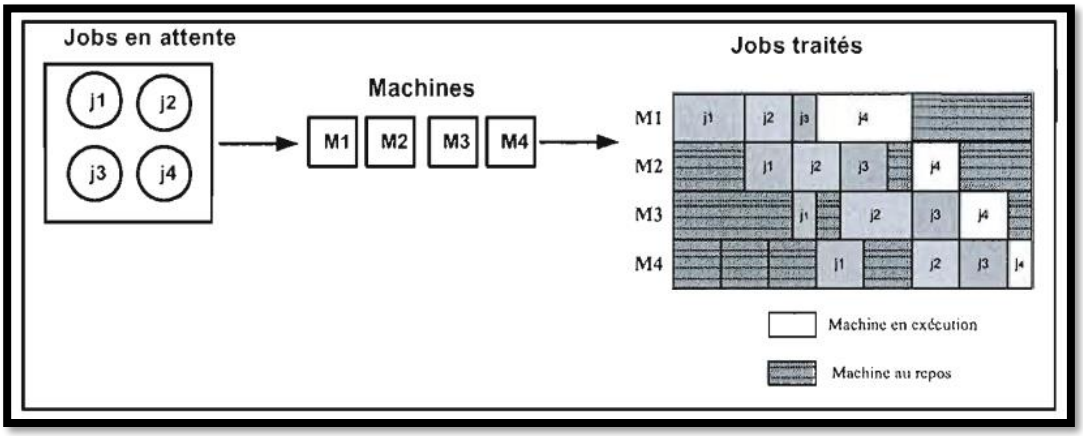


Figure I-4 le Traitement par la Modèle flow-shop [2].

I.8 Diagramme de Gantt

Ce type de modélisation graphique est la méthode la plus utilisée pour la représentation des solutions aux problèmes d'ordonnancement compte tenu de sa facilite de lecture et d'interprétation. Le diagramme de Gantt est un graphique a barre horizontale ou chaque ligne est composée de différents rectangles qui sont pour chacun la représentation du temps nécessaire a la réalisation d'une opération : le temps de réalisation est proportionnel à la longueur du rectangle.

Dans le cadre d'un problème d'ordonnancement, le diagramme de Gantt prend en ordonnée les différentes ressources utilisées et en abscisses les temps opératoires correspondant à une échelle temporelle. Ce type de modélisation graphique sera utilisé pour la représentation des affectation et séquencement de tâches sur les machines.

I.9 Spirale d'Archimède

Définition :

La spirale d'Archimède est une courbe mathématique qui est produite en traçant un point mobile le long d'une ligne droite qui tourne autour d'un point fixe tout en avançant à une vitesse constante le long de la ligne droite. Cette courbe a été décrite pour la première fois par le mathématicien grec Archimède dans son traité "De spiralis".

Plus précisément, si l'on constitue un point mobile P qui se déplace le long d'une ligne droite et un point fixe O, alors la spirale d'Archimède est produite en traçant la courbe décrite par P lorsque

la ligne droite tourne autour de O. La distance parcourue par P le long de la ligne droite est proportionnelle à l'angle de rotation de la ligne droite autour de O.

I.9.1 Formule mathématique de spirale d'Archimède :

La formule mathématique de la spirale d'Archimède en coordonnées polaires est :

$$r = a + b\theta$$

Où r est la distance entre le point P et le point fixe O, θ est l'angle formé entre OP et la droite initiale, et a et b sont des constantes qui déterminent la forme et la taille de la spirale.

Lorsque θ augmente, r augmente également de manière linéaire. La constante a déterminé la distance entre le point initial de la spirale et le centre O, tandis que la constante b détermine la distance entre chaque tour de la spirale. Si b est positif, la spirale s'enroule dans le sens horaire tandis que si b est négatif, la spirale s'enroule dans le sens anti-horaire.

Cette formule peut également être écrite en coordonnées cartésiennes en utilisant les équations suivants :

$$\begin{cases} x = r\cos(\theta) \\ \text{et} \\ y = r\sin(\theta) \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$x = (a + b\theta)\cos(\theta)$$

$$y = (a + b\theta)\sin(\theta)$$

Où x et y sont les coordonnées cartésiennes du point P.

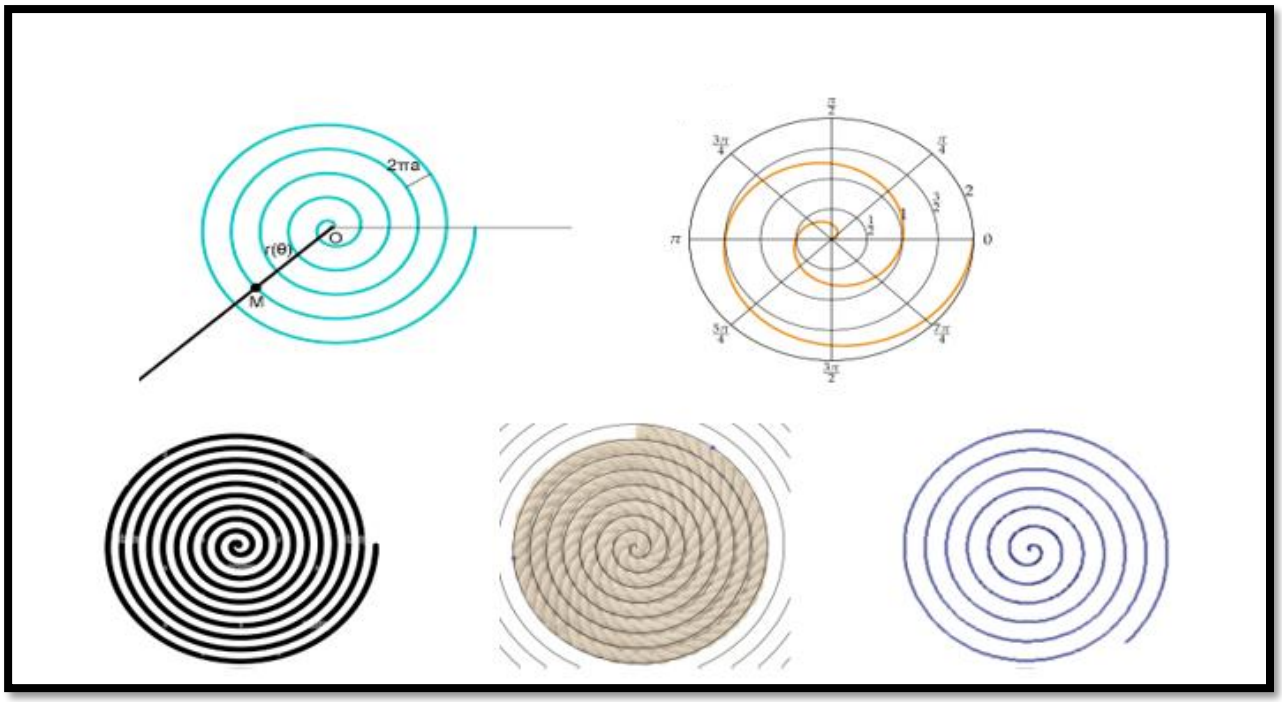


Figure I-5 spirale d'Archimède

I.9.2 Utilisations de spirale d'Archimède :

Cette courbe a été utilisée dans divers domaines, notamment en mathématiques, en physique, en biologie, en art et en architecture. Voici quelques exemples d'utilisation de la spirale d'Archimède à travers l'histoire :

- **Mathématiques :**

  La spirale d'Archimède a été étudiée par de nombreux mathématiciens au fil des siècles. Elle est souvent utilisée pour illustrer des concepts mathématiques tels que les nombres complexes, la géométrie analytique et les équations différentielles.

- **Physique :**

  La spirale d'Archimède est utilisée en physique pour décrire le mouvement spiralé d'un objet dans un champ magnétique ou électrique. Elle est également utilisée pour modéliser les trajectoires des rayons lumineux dans les fibres optiques.

- **Biologie :**

  La spirale d'Archimède est utilisée en biologie pour décrire les structures de nombreux organismes vivants, tels que les coquillages, les cornes d'animaux et les queues de certains reptiles.

- **Art :**

La spirale d'Archimède a été utilisée dans de nombreuses œuvres d'art à travers l'histoire, notamment dans les motifs décoratifs des tapisseries, des tissus et des céramiques.

- **Architecture :**

La spirale d'Archimède a été utilisée dans l'architecture pour créer des formes élégantes et courbes dans les bâtiments. Par exemple, la Tour Eiffel à Paris comporte une structure en spirale qui suit la courbe de la spirale d'Archimède.

❖ **Voici quelques utilisations possibles de la spirale d'Archimède dans l'agriculture :**

- **Irrigation :**

La spirale d'Archimède peut être utilisée pour concevoir des systèmes d'irrigation efficaces. En utilisant cette courbe, les ingénieurs peuvent créer des canaux qui distribuent l'eau uniformément sur un terrain en pente, Cette technique est particulièrement utile pour les cultures en terrasse.

- **Équipement agricole :**

La spirale d'Archimède peut être utilisée pour concevoir des machines agricoles telles que des convoyeurs à vis. Ces machines sont utilisées pour transporter des graines, des aliments pour animaux ou d'autres matériaux à travers une ferme ou une usine.

- **Séchage des récoltes :**

Les spirales d'Archimède peuvent également être utilisées pour concevoir des systèmes de séchage efficaces pour les récoltes. En utilisant cette courbe, les ingénieurs peuvent créer des ventilateurs qui soufflent de l'air chaud sur les récoltes, accélérant le processus de séchage.

- **Stockage de grain :**

La spirale d'Archimède peut être utilisée pour concevoir des silos à grain. Les ingénieurs peuvent utiliser cette courbe pour concevoir des silos qui maximisent l'espace de stockage tout en minimisant les pertes dues à l'humidité ou à la condensation.

- **Conception de serres :**

La spirale d'Archimède peut être utilisée pour concevoir des serres qui maximisent la lumière du soleil et la ventilation. En utilisant cette courbe, les ingénieurs peuvent créer des serres qui permettent à la lumière et à l'air de pénétrer uniformément, ce qui peut aider à optimiser la croissance des plantes.

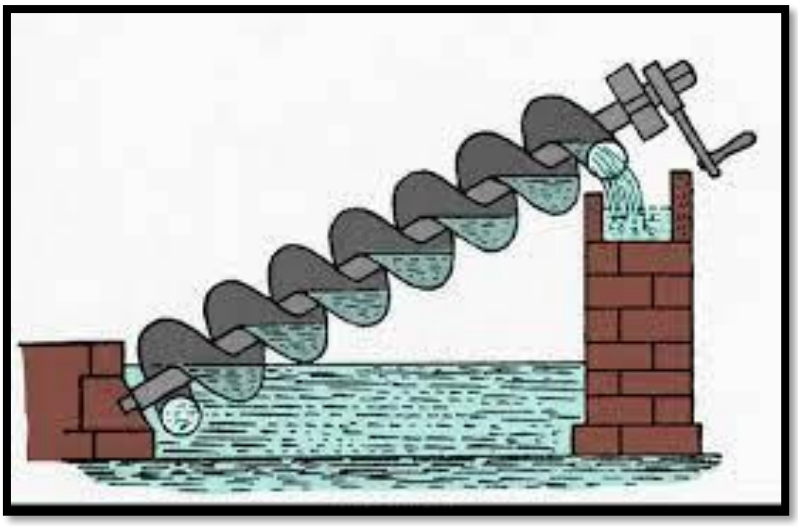


Figure I-6 utilisations de la spirale d'Archimède dans l'agriculture

Ces utilisations de la spirale d'Archimède dans l'agriculture ne sont que quelques exemples de la façon dont cette courbe mathématique peut être appliquée pour améliorer l'efficacité et la productivité dans le domaine agricole.

I.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons essayé de parcourir les notions de base en relation avec notre étude, ou l'accent a été mis surtout sur les principes de la fonction spirale et l'utilisation des concepts de machines parallèles et spécialisées dans la modélisation des problèmes.



CHAPITRE 2

Modélisation du problème de Tawaf



II.1 Introduction

La modélisation du problème du Tawaf autour de la Kaaba reste très difficile vu la complexité du problème, et peut d'études scientifiques se sont focaliser sur ce domaine. Cependant, dans ce qui suit, nous allons proposer deux modèles de représentation afin de remédier aux problèmes liés au Tawaf utilisant des concepts mathématiques tel que la circumnavigation en spirale.

II.2 Collecte des données

Les données ont été obtenues de nombreuses sources différentes pour initialiser et valider les modèles, notamment des images et des enregistrements vidéo du Hajj.

- La Grande Mosquée est une grande zone qui couvre $356800\ m^2$.
- La Grande Mosquée peut accueillir jusqu'à $2{,}5\ millions$ de fidèles à la fois.
- La zone de Tawaf autour de la Kaaba a une superficie de $16185\ m^2$. Et permet 50000 pèlerins par heure (p/h).

  La zone du Tawaf est composé de 3 niveaux, La capacité du niveau 1 et du niveau du toit sont différentes, en raison des différentes vitesses de pèlerinage sur ces niveaux.

  - Le niveau du sol, d'une superficie de $11778\ m^2$, autorise entre 10000 et 25000 pèlerins par heure.
  - Le niveau 1 a une superficie de $10318m^2$ et permet entre 7000 et 26000 pèlerins p/h.
  - Le niveau du toit a une superficie de $10318m^2$et permet d'accueillir de 12000 à 30000 pèlerins par heure.

- La zone du Tawaf ($154\ m$ de long et $105\ m$ de large) comprend une zone circulaire, avec la Ka'aba au milieu.
- Les distances de marche varient entre $200\ m$ et $585\ m$ par cercle, ce qui conduit à des distances de circumambulation comprises entre $1{,}4$ et $4{,}1\ km$ (selon l'endroit où elle est effectuée).
- La moyenne générale du niveau de services (NDS) est de $4\ pèlerins/m^2$, ce qui est considéré comme une densité élevée. Cependant, à certains endroits tels que le Tawaf, la zone préférée des pèlerins, le niveau de service peut atteindre $6-8\ pèlerins/m^2$.

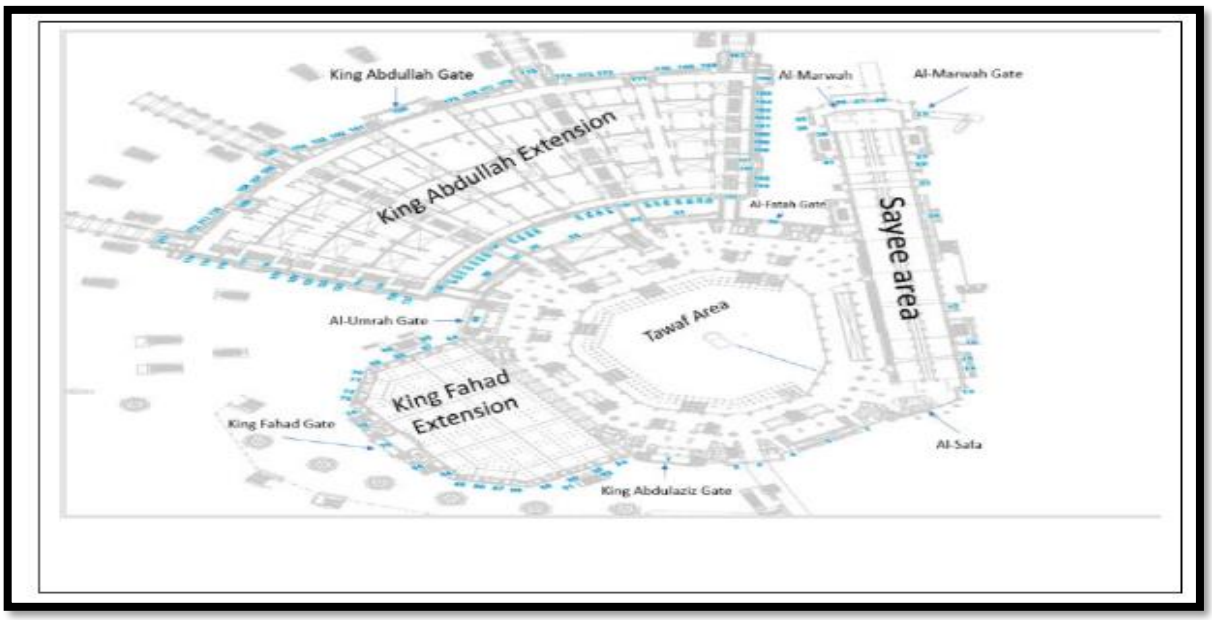


Figure II-1 la grande mosquée

- La moyenne d'accomplissement du Tawaf est de 60 à 90 $minutes$, cette durée a été réduite avec les mesures barrières prises pendant la période de $covid19$.
- Le Centre de recherche sur $le\ Hadj\ de\ l'Université\ Umm\ UI\ Qura$ à $La\ Mecque\ \ Al-Mukarramah$ a mené une étude sur la circulation dans la circumambulation zone. L'étude a abouti à un croquis détaillé de la Sainte Kaaba et du Hujir Ismail. Ses particularités sont les suivantes [3] :
  - Du coin de la Pierre Noire au coin Shaini, il est 11,68 $mètres$, y compris la porte de la Sainte Ka'bah.
  - Du coin Yamani au coin Ouest est de 12,04 $mètres$.
  - Du coin de la Pierre Noire au coin Yamani est de 10,18 $mètres$
  - Du coin Shami au coin Ouest est de 9,90 $mètres$.

Selon la construction faite par Abraham (la paix soit sur lui), la hauteur était de 4,32 $mètres$ après la conversion en unité métrique. Chez les Quraish bâtiment, il était de 8,64 $mètres$ de haut, et il était de 12,95 $mètres$ dans la reconstruction par $Abdullah\ IN\ AI-Zubair$ (qu'Allah soit satisfait d'eux) [3].

Le calife Abdul Malik Ibn Marwan a conservé la même hauteur dans l'œuvre fait par Al-Hajjaj.

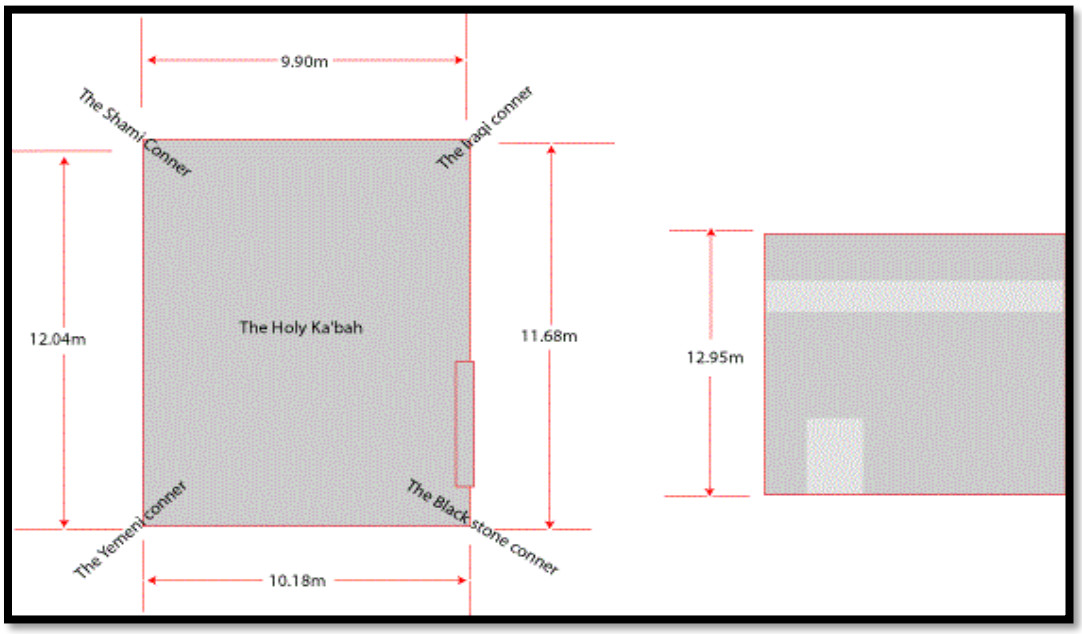


Figure II-2 Les dimension de la Sainte Kaaba [3].

II.3 Modèle de circumnavigation en spirale

Le modèle en spirale de la circumnavigation de la Kaaba est l'un des modèles importants pour l'étude de la gestion des foules dans les zones densément peuplées. Ce modèle est particulièrement utile pour la conception des lieux saints, qui sont visités par des millions de pèlerins chaque année. Ce modèle peut être utilisé pour réduire la congestion et les charges de foule, offrant ainsi plus de temps et de confort aux pèlerins pour effectuer facilement le Tawaf. Nous mentionnons certains des avantages de ce modèle :

- Minimiser le temps d'attente des pèlerins dans les files d'attente.
- Vérifier que tous les pèlerins ont effectué les sept tours (certains pèlerins oublient le nombre de tours effectués, ce qui augmente le nombre de tours et donc le temps d'attente).
- Éviter les collisions entre pèlerins.
- Assurer que tous les pèlerins font le tour près de la Kaaba et touchent la Pierre noire.
- Éviter la mixité entre hommes et femmes.
- Ce modèle peut également être utilisé pour améliorer la sécurité et la protection des pèlerins ayant des besoins spéciaux en fournissant un passage spécial pour les chaises roulantes.

- Équivalence dans la distance parcourue entre les pèlerins.
- Facilite les opérations d'intervention pour les soins des blessés ou des malades.
- Minimiser les interventions des agents de sécurité pour séparer les foules dans la zone du Tawaf.

L'utilisation du modèle en spirale pour faire le tour de la Kaaba est très importante pour une gestion efficace des foules dans les zones denses du Hadj.

Ce modèle peut aider à réduire la congestion de foule. Les avantages de ce modèle incluent une amélioration du confort et de la sécurité des pèlerins. En bref, le modèle en spirale est un outil précieux pour les autorités qui cherchent à améliorer l'expérience des pèlerins et à assurer leur sécurité, Nous allons voir comment modéliser ce modèle mathématiquement.

II.4 Description le problème

Nous ferons un chemin en spirale de 7 tours autour de la Kaaba et la fin sera reliée à un tunnel de Terre ou à un pont qui servira de sortie aux pèlerins. Nous utiliserons la spirale d'Archimède, que nous avons indiquée précédemment, nous développerons des équations mathématiques qui modélisent ce problème Où la Pierre Noire est le point de départ des pèlerins, c'est-à-dire le début de la circumambulation, et la modélisation mathématique est la suivante :

D'abord, nous divisons la forme en spirale en quatre parties :

La partie A va de coin de la Pierre Noire au coin Yamani se compose de sept couloirs d'une longueur de 13,65 m, tandis que la Partie B se situe entre le coin levantin et le coin yéménite de la même longueur de 13,65 m.

Quant à la Partie C, elle part du coin irakien jusqu'au coin levantin avec sept couloirs de même longueur de 25,6 m, correspondant à la Partie D, qui part du coin droit jusqu'à la pierre noire avec les mêmes 25,6 m.

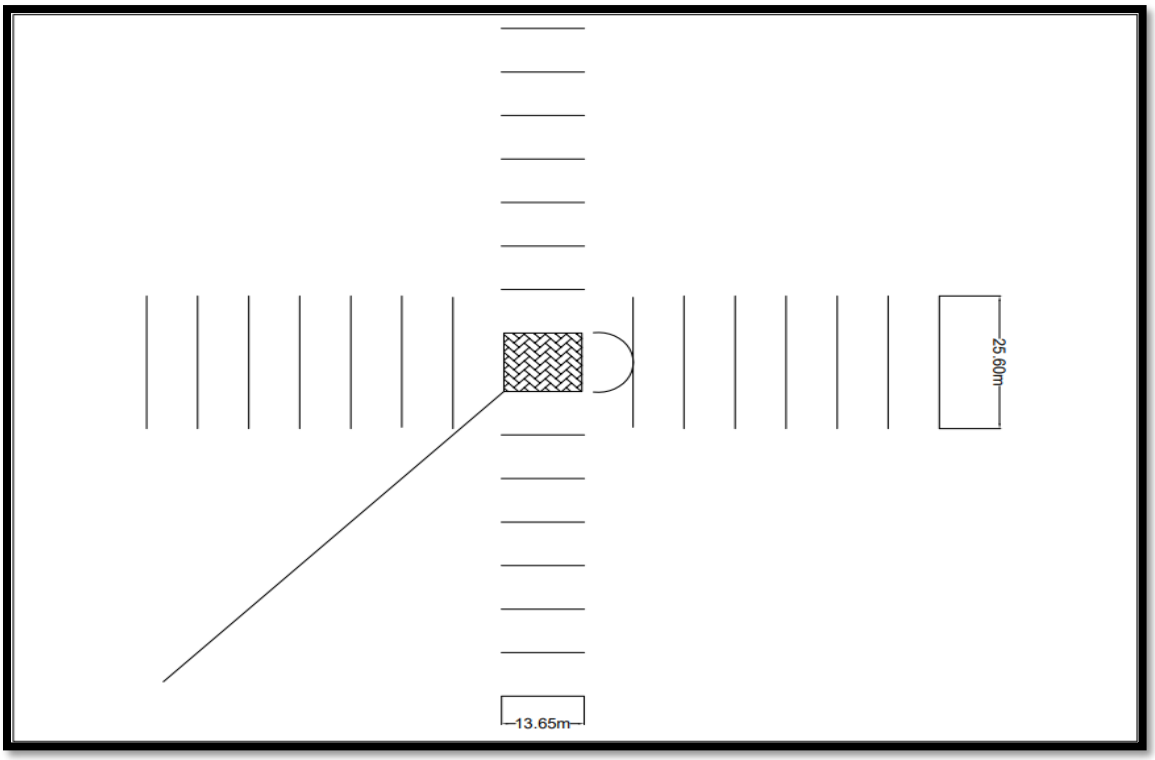


Figure II-3 Diagramme montrant la méthode de division de la forme en spirale

Nous connectons les quatre parties les unes aux autres où nous connectons chacune deux des quatre parties avec un arc

Nous connectons les parties comme suit :

- La partie A avec C.
- La partie C avec B.
- La partie B avec D.
- La partie D avec A.

II.5 Détermination des longueurs du chemin en spirale

Comme indiqué ci-dessus, les pèlerins commencent le Tawaf à partir de la boucle extérieure de la spirale, la spirale a sept boucles autour de la Kaaba, la dernière boucle mène à une rampe descendante qui emmène les pèlerins piétons sous terre dans un tunnel et les décharge par une autre rampe jusqu'au niveau du sol et en dehors du périmètre de la spirale.

La figure suivante montre le chemin en spirale et le tunnel terrestre d'où sortent les pèlerins qui ont terminé la circumambulation :

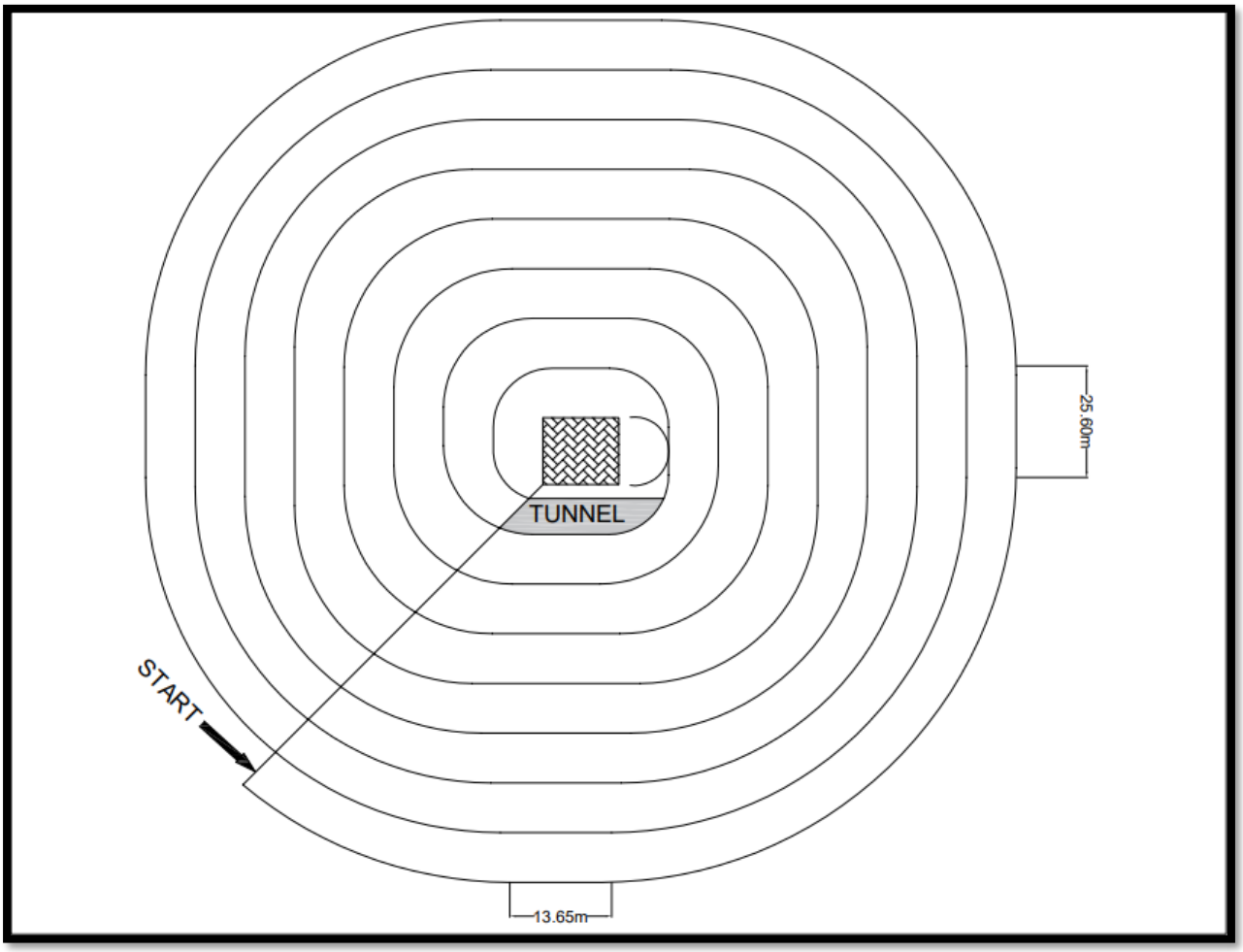


Figure II-4 Le chemin en spirale est composé de sept boucles avec un tunnel souterrain à la fin

Comme indiqué dans les $figures$ $(II-3)$ et ($II-4$), les lignes du chemin en spirale se composent de lignes droites reliées par des arcs circulaires, nous allons calculer les longueurs relatives au chemin en spirale.

Les couloirs présents dans les parties A et B ont la même longueur de 13,65 mètres et leur somme est de 14 couloirs, donc nous obtenons une longueur totale dans ces deux parties estimées à 13,65 mètres multiplié par 14.

De même, les couloirs présents dans les parties $C\ et\ D$ ont la même longueur de 25,6 mètres donc en utilisant la même méthode, nous trouvons que la longueur totale est de 14 multiplié par 25,6 mètres.

Et ainsi, nous obtenons les équations suivantes :

$$[14 \times 13.65 + 14 \times 25.6 = 549.5]$$

Où la valeur 549.5 est la somme de la longueur des couloirs dans la forme en spirale avec mètres.

Il nous reste donc à calculer la longueur des arcs circulaires, nous savons que la largeur du couloir est d, donc pour calculer la longueur de l'arc du couloir sur lequel marchent les pèlerins nous mettons $d' = 0{,}8\ d$ dans chaque couloir, car les pèlerins ne marchent pas sur l'arc lui-même

Où les figures suivantes montrent l'interconnexion des quatre parties avec les arcs de cercle et comment le cercle est divisé en quatre arcs :

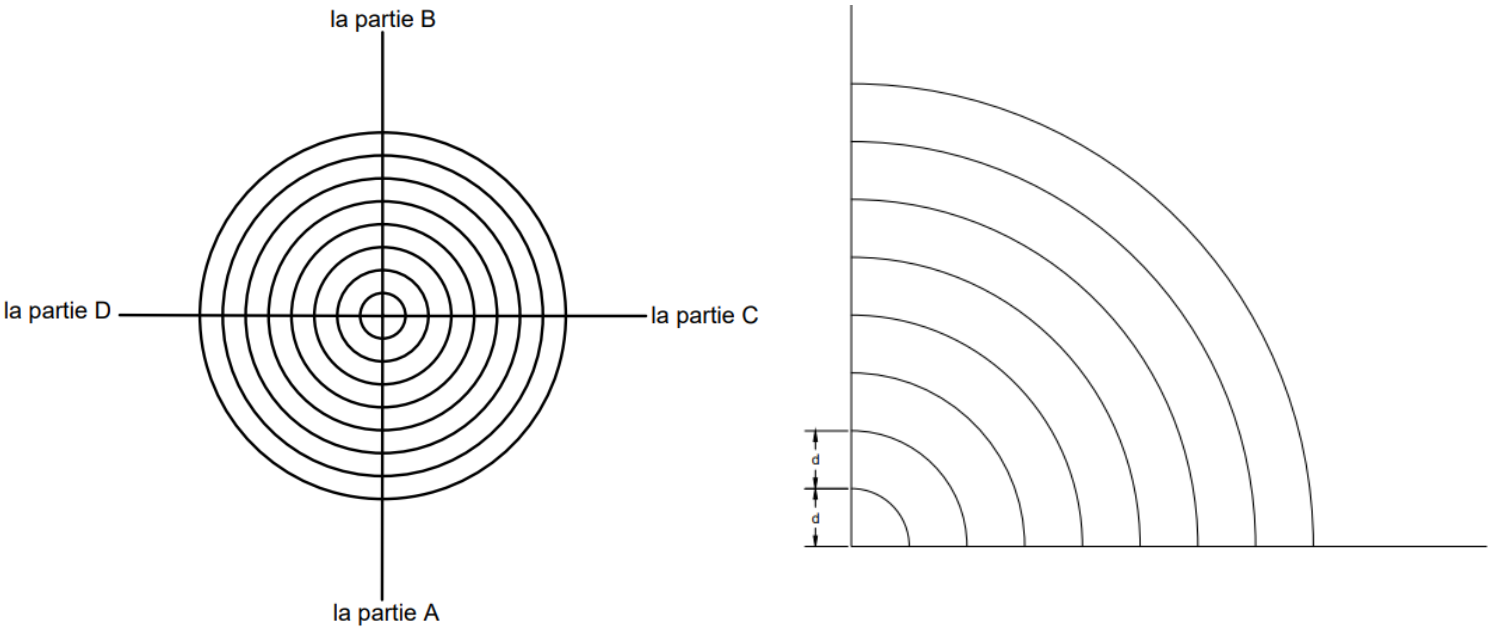


Figure II-5 Les arcs circulaires qui relient les quatre parties

Nous mettons r_i est le rayon du cercle formé par l'Union de quatre arcs circulaires dans le Couloir i

Par conséquent, l'équation mathématique sera la suivante :

$r_i = (i-1)d + d'$ Tels que $i\epsilon\{1,..,7\}$.

Alors

$P = 2\,\pi \sum_{i=1}^{7} r_i$

$P = 2 \times \pi(0.8d + 1.8d + 2.8d + \cdots + 6.8d)$

Donc

$P = 167.048\,d$

Nous exprimons le périmètre de la forme en spirale par l'équation suivante [4] :

$f(d) = 549.5 + 167.048\,d$

Le choix de la largeur de la spirale d affecte la longueur du chemin à parcourir par les pèlerins comme illustré en $(II-4)$. Cela affecte également la capacité du chemin.

La capacité du chemin C'est le nombre de pèlerins autorisés à entrer dans la spirale par unité de temps.

Il y a Plusieurs objectifs pourraient être sélectionnés qui affecteront le choix de d tels que :

- Minimiser la distance parcourue. C'est un facteur important car la distance parcourue est directement liée à la fatigue. Par exemple, une largeur de $10m$ donne une longueur de spirale de $2218m$ alors que la moitié de cette largeur fait que la longueur de la spirale n'est que de $1384m$. La distance parcourue est proportionnelle au temps pour terminer le Tawaf et à la surface totale occupée par la spirale.
- Minimiser le temps d'attente de préférence à zéro. Ceci est essentiel pour réduire la frustration et fatigue résultant de longs temps d'attente.
- Minimiser la longueur maximale de la file d'attente, c'est-à-dire le nombre maximum de pèlerins en attente à tout moment pour réduire ou éliminer le besoin d'une salle d'attente.
- Minimiser le temps total passé dans le système (c'est-à-dire le temps consacré au Tawaf) qui est la somme du temps de marche et du temps d'attente. Cet objectif est probablement le meilleur qui fournirait les pèlerins avec le plus grand confort, car pendant les mois d'été, les pèlerins seront exposés au soleil et la température pourrait atteindre $45°C$ vers midi. Par conséquent, nous avons choisi de minimiser le temps passé dans le système sous réserve des contraintes suivantes :

- La vitesse de marche ne dépasse pas $66{,}6\ m/min$, ce qui est un rythme confortable. La marche les vitesses pour un groupe d'hommes et un groupe de femmes sont respectivement de $70{,}2$ et $66{,}6\ m/min$. Puisque les pèlerins forment des groupes mixtes, la vitesse plus lente est utilisée comme limite.
- Les dimensions de la boucle extérieure du chemin en spirale ne doivent pas dépasser les dimensions du espace ouvert environnant disponible. Cette contrainte est imposée pour éviter la démolition de parties de la Mosquée. La zone entourant la spirale a une forme rectangulaire. La plus petite distance entre les côtés de cette zone rectangulaire et de la Kaaba sont estimés à $59\ m$. Cela impose une limite sur la taille de la spirale qui à son tour limite la largeur du chemin d. Soit d_{max} le maximum autorisé largeur du chemin. Ensuite, d_{max} est estimé à $\frac{59}{7} = 8{,}4\ m$.

On obtient les équations suivantes [4] :

$$S = A - B/a$$

$$F = S/a$$

S: la vitesse de marche en m/min.

F: est le débit(the flow), c'est-à-dire le nombre de pèlerins autorisés à entrer par minute par pied de largeur.

a: est un espace alloué à chaque personne qui est déterminé par le niveau de service souhaité.

A: est une constante représentant la vitesse maximale théorique à écoulement libre.

B: est une constante représentant la vitesse à laquelle la vitesse diminue avec la densité.

On suppose que les pèlerins ont les mêmes caractéristiques de marche, Soit C la capacité du chemin, c'est-à-dire le nombre maximum de pèlerins autorisés à entrer par minute, alors:

$$C = d \times F.$$

II.6 Temps moyen d'attente dans le système

Soit $n(t)$ le nombre de pèlerins arrivant pour effectuer le Tawaf pendant l'intervalle de temps $[t\ , t + \Delta_t]$ et

$q(t)$: est le nombre de pèlerins en attente à l'instant t, alors :

$$q(t + \Delta_t) = max\{(q(t) + n(t) - C \times \Delta_t)\ , O\}$$

Où Δ_t: le temps nécessaire pour que le chemin soit plein.

Puisque C est la capacité du chemin qui représente le nombre maximum de pèlerins autorisés à entrer par minute et Δ_t est le temps nécessaire pour que le chemin se remplisse, est donc $C \times \Delta_t$ est le nombre de pèlerins dans le chemin.

Nous supposons que T le temps nécessaire pour que tous les pèlerins soient admis dans la spirale.

Tels que $T = k \times \Delta_t$.

k: est le nombre de fois que la spirale est remplie.

q(Δ_t) : est le nombre de pèlerins en attente à l'instant Δ_t.

q($2\Delta_t$) : est le nombre de pèlerins en attente à l'instant $2\Delta_t$ (tels que $2\Delta_t$le temps nécessaire pour que le chemin soit plein pour la deuxième fois).

Par suit :

q($r\Delta_t$) : est le nombre de pèlerins en attente à l'instant $r\Delta_t$ (tels que $r\Delta_t$le temps nécessaire pour que le chemin soit plein pour la $r^{\text{ème}}$ fois).

Maintenant, nous calculons le nombre de pèlerins en attente :

q(Δ_t)+ q($2\Delta_t$)+...+ q($r\Delta_t$)=$\sum_{r=0}^{k} q(r\Delta_t)$

Alors la longueur moyenne $\boldsymbol{L_q}$ de la file d'attente est donnée par :

$$L_q = \sum_{r=0}^{k} q(r\Delta_t)/k$$

Comme $T = k \times \Delta_t$ donc :

$$L_q = \sum_{r=0}^{k} q(r\Delta_t)\Delta_t/T$$

Et le temps d'attente moyen $\boldsymbol{W_q}$ dans la file d'attente est donné par :

$W_q = L_q/C$

$N = C \times k \times \Delta_t$

$N = C \times T$

$W_q = \frac{L_q}{C} = \frac{\sum_{\boldsymbol{r=0}}^{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{q(r\Delta_t)}\Delta_t}{C \times T}$

Comme $N = C \times T$ donc :

$$W_q = \sum_{r=0}^{k} q(r\Delta_t)\Delta_t /N$$

Où N représente le nombre total de pèlerins arrivant pour effectuer le Tawaf au cours d'une période donnée (par exemple, 24 heures) [4].

Dans le modèle suivant, nous limitons la vitesse de marche à $66{,}6\, m/min$. Nous proposons de sélectionner la largeur du chemin, d, qui minimise le temps total passé dans le système, c'est-à-dire les temps d'attente et de déplacement.

Par conséquent, le modèle mathématique adopté devient [4] :

$$\text{Minimiser} \quad W_q + f'(d)/\, S$$

$$\text{Sous Contraintes} \begin{cases} q(t+\Delta_t) = max\{(q(t) + n(t) - C \times \Delta_t), O\}\ t \in \{0, \Delta_t, 2\Delta_t, \dots, k\Delta_t\} \\ C = d \times F \\ S = A - B/a \\ F = S/a \\ S \leq 66.6m/\min \\ d \leq 8.4m \\ d \geq 3.75m \\ a \geq 0.35m^2 \end{cases}$$

En simplifiant la fonction objective et les contraintes, on obtient la programmation mathématique non convexe suivante :

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{r=0}^{k} q(r\Delta_t)\Delta_t\ /N + (549.5 + 167.048\ d)a/(aA - B)$$

$$\text{Sous Contraintes} \begin{cases} q(t+\Delta_t) = max\{q(t) + n(t) - d(aA - B)\Delta_t\ , O\}, t \in \{0, \Delta_t, 2\Delta_t, \dots, k\Delta_t\} \\ 0.35 \leq a \leq B/(A - 66.6) \\ 3.75 \leq d \leq 8.4 \end{cases}$$

II.7 Effet de l'inclusion d'une voie pour les fauteuils roulants

Le concepteur a utilisé la construction de la spirale pour créer deux voies distinctes. La voie de droite est destinée aux utilisateurs de fauteuils roulants, tandis que la voie de gauche est réservée aux autres utilisateurs. La largeur de la voie pour les fauteuils roulants a été déterminée à un mètre, ce qui est suffisant pour assurer un fonctionnement sûr des fauteuils. Cette configuration peut être considérée comme deux spirales qui se chevauchent. Les longueurs de spirale suivantes sont obtenues en traçant la ligne médiane des deux spirales :

$f'_w = 716.3\ + 180.2d$

et

$f'_0 = 693.9\ +\ 166.8\text{d}$

Maintenant, nous comparons un modèle à une voie et un modèle à deux voies (une voie spéciale pour les handicapés) [4]:

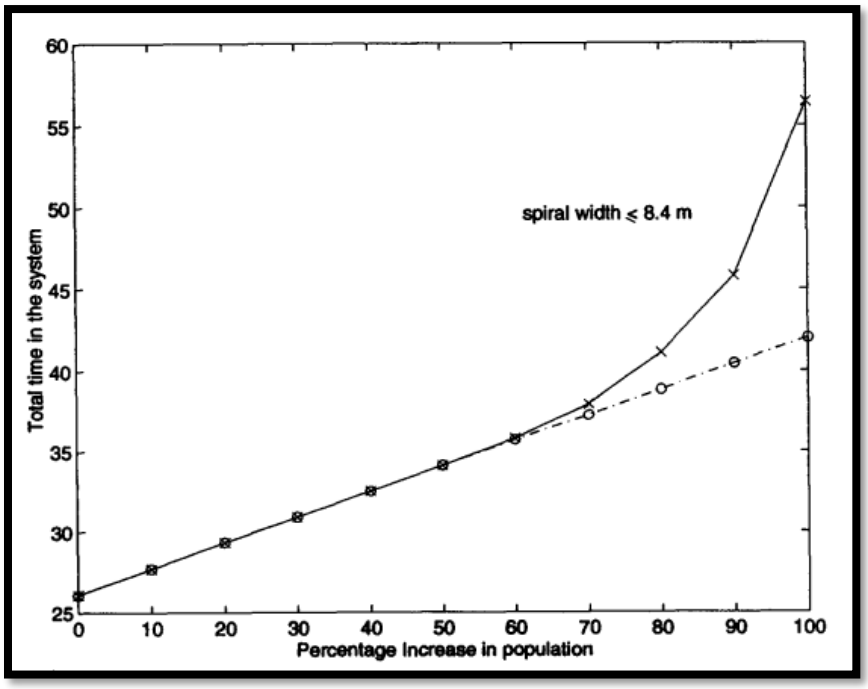


Figure II-6 Temps total dans le système dans le cas d'une voie piétonne uniquement [4].

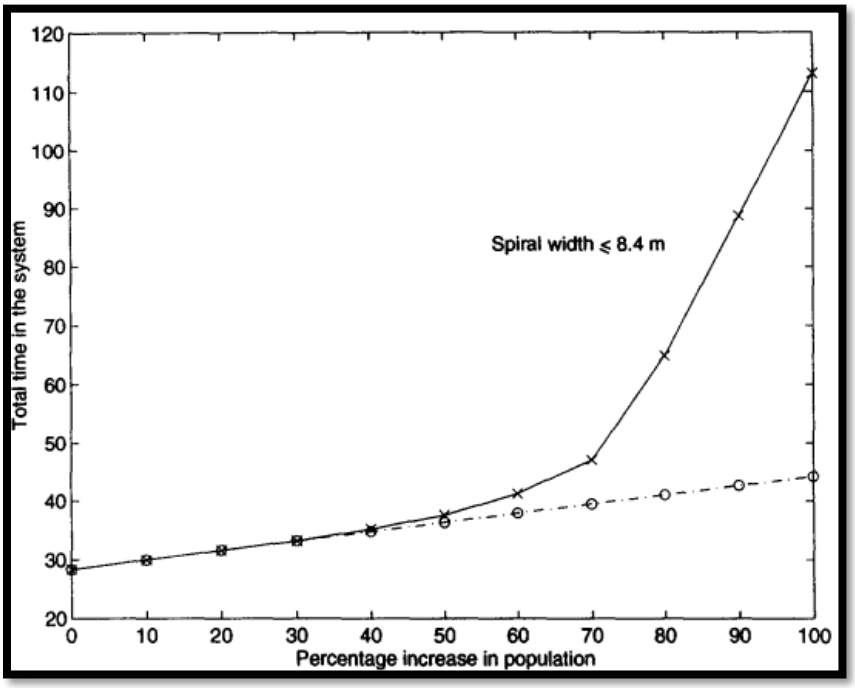


Figure II-7 Temps d'attente total dans le système pour les piétons et les fauteuils roulants : deux voies [4].

Dans cette situation, f'_w représente la longueur de la spirale pour fauteuils roulants, tandis que f'_0 est la longueur de la spirale utilisée par les autres pèlerins.

Les hypothèses suivantes sont faites [4] :

- La vitesse des fauteuils roulants est de $3{,}5km/h$. Cette vitesse est acceptable car il est courant d'avoir des opérateurs pour aider les utilisateurs.
- L'espace de mouvement alloué à chaque fauteuil roulant est de 2 $mètres$.
- Le nombre d'utilisateurs de cette voie représente 1% de la population totale.

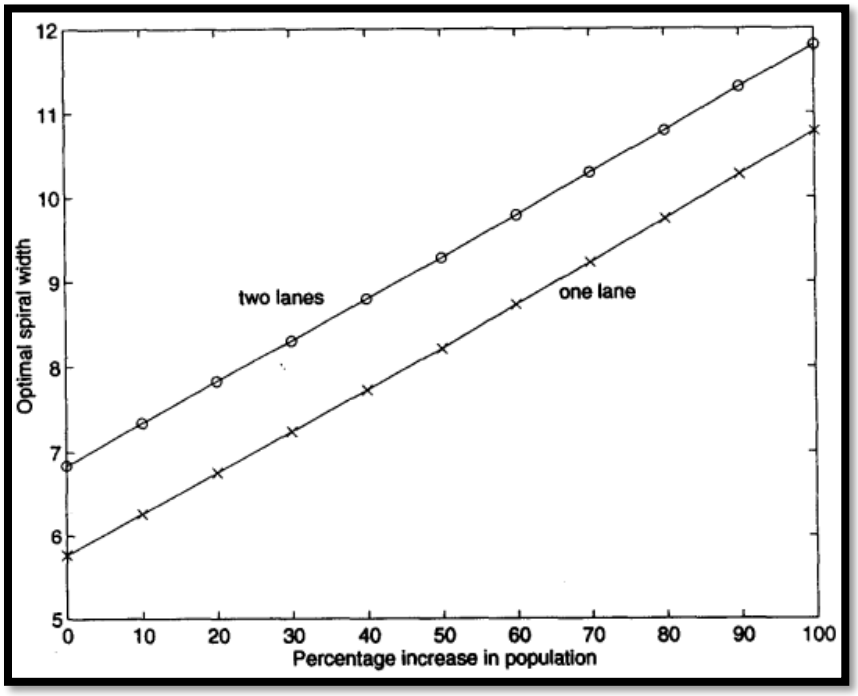


Figure II-8 Optimal spiral width [4].

II.8 Proposition d'une deuxième solution

Nous proposons une autre solution qui peut être utilisée pour réduire le temps d'attente des pèlerins dans la file d'attente. Cette solution consiste à diviser la plaque de la *Tawaf* autour de la Kaaba en deux sections :

- La première section est réservée aux pèlerins âgés de plus de 50 ans.
- La deuxième section est réservée aux pèlerins âgés de moins de 50 ans.

Nous avons choisi de réserver la première section aux pèlerins âgés de plus de 50 ans pour la circumambulation près de la Kaaba en raison de plusieurs raisons :

- Leur marche est plus lente.
- Cela réduit la fatigue liée à la longue distance à parcourir pendant la circumambulation.
- Cela évite les collisions avec l'autre groupe.

Le schéma suivant illustre comment les deux sections sont divisées :

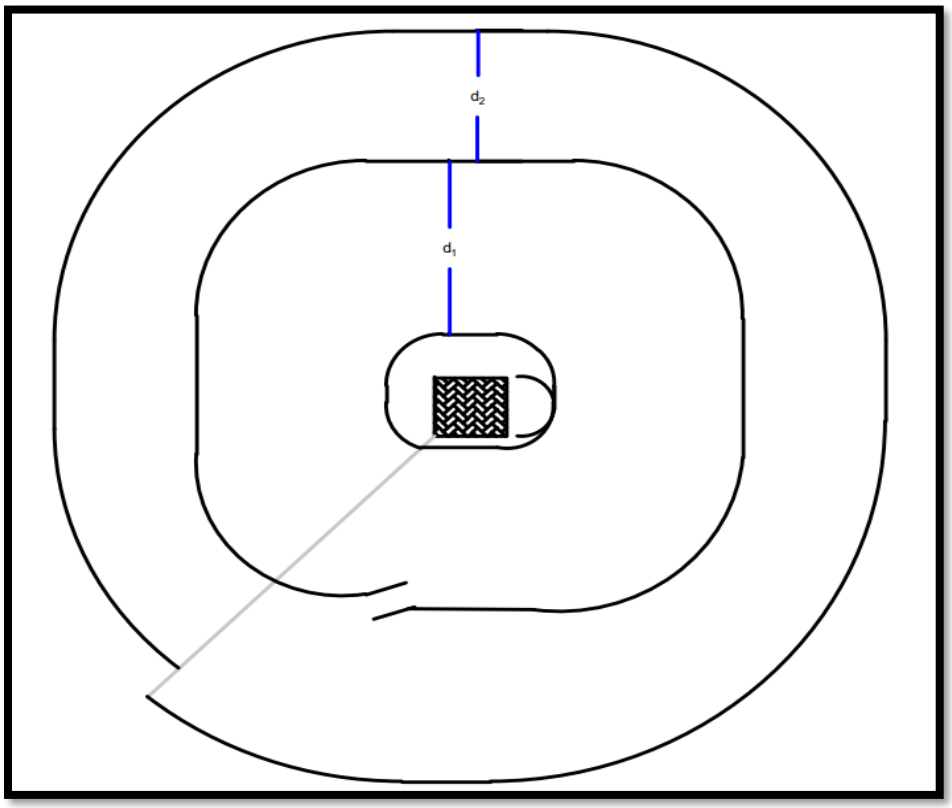


Figure II-9 Division la plaque de Tawaf

Nous appelons d_1 la largeur du couloir destiné aux pèlerins de plus de 50 ans et d_2 pour l'autre catégorie.

Nous allons construire un modèle selon les statistiques suivantes :

- Les pèlerins de plus de 50 ans représentent 60% du nombre total de pèlerins.
- Les pèlerins de moins de 50 ans représentent 40% du nombre total de pèlerins.

Voici le pourcentage suivant :

$\frac{d1}{d2} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$

Étant donné que le premier couloir réduit la distance parcourue par les pèlerins et que le deuxième couloir est plus long mais que les pèlerins ont une vitesse de marche plus élevée en raison de leur jeune âge, en plaçant des gardiens pour chaque couloir afin d'aider à organiser la circulation des pèlerins, il est possible que le temps nécessaire pour accomplir 7 tours dans le premier couloir soit égal au temps nécessaire pour accomplir 7 tours dans le deuxième couloir.

Nous calculons la longueur du chemin pour le premier couloir :

$f(d_1) = (13{,}65 + 25{,}60) \times 2 \times 7 + 7 \times (0{,}8d_1 \times 2 \times 3{,}14)$

$f(d_1) = 549{,}5 + 35{,}168d_1$

Et la longueur du chemin pour le deuxième couloir donner par :

$f(d_2) = 549{,}5 + 101{,}108d_2$

Si l'on considère v_1 comme la vitesse des pèlerins dans le premier couloir et v_2 comme la vitesse des pèlerins dans le deuxième couloir alors :

$v_1 = \frac{f(d_1)}{\Delta_{t1}}$ Et $v_2 = \frac{f(d_2)}{\Delta_{t2}}$ Tels que :

Δ_{t1}: Le temps nécessaire pour compléter 7 tours dans le premier couloir.

Δ_{t2}: Le temps nécessaire pour compléter 7 tours dans le deuxième couloir.

Supposons que :

$$\Delta_{t1}=\Delta_{t2}$$

Alors :

$$\Delta_{t1} = \frac{f(d_1)}{v_1} = \frac{f(d_2)}{v_2} = \Delta_{t2}$$

Donc $\Delta_{t1} = \frac{549.5+35.168\times d_1}{v_1}$ et $\Delta_{t2} = \frac{549.5+101.108\times d_2}{v_2} = \frac{549.5+67.406\times d_1}{v_2}$

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{549.5+67.406\times d_1}{549.5+35.168\times d_1}$

Approximativement, nous pouvons trouver que :

$v_1 = \frac{3}{2}v_2$

Par conséquent, la vitesse des pèlerins dans le premier couloir et la vitesse dans le deuxième couloir doivent être données par la relation $v_1 = \frac{3}{2}v_2$ pour que le temps de terminer sept tours soit identique ($\Delta_{t1}=\Delta_{t2}$). On trouve que cette relation représente la réalité.

Maintenant, nous allons proposer le modèle suivant:

$$\text{Minimiser} \quad W_{q1} + \frac{f(d_1)}{S_1} + W_{q2} + \frac{f(d_2)}{S_2}$$

$$\text{Sous Contraintes} \begin{cases} q(t+\Delta_t) = max\{(q(t) + n(t) - (C_1 + C_2)\Delta_t), O\}\ t \in \{0, \Delta_t, 2\Delta_t, \dots, k\Delta_t\} \\ C_1 = \frac{A_1}{a} \\ C_2 = \frac{A_2}{a} \\ S_1 \leq 50\ m/\min \\ S_2 \geq 66.6\ m/\min \\ 29.5m < d_1 \leq 35.4m \\ 17.6m < d_2 \leq 23.5m \\ a \geq 0.35m^2 \end{cases}$$

Avec

$\Delta_t = \Delta_{t1} = \Delta_{t2}$

La superficie de la Kaaba, y compris le demi-cercle (la pierre d'Ismaël), est de 329 mètres carrés, Nous désignons par A_1 l'aire du premier couloir et A_2 l'aire du deuxième couloir :

$A_1 = d_1^2 \times \pi - 329$

$A_2 = 10931 - d_1^2 \times \pi$

C_1: La capacité du premier couloir.

C_2: La capacité du deuxième couloir.

II.9 Conclusion

La proposition d'une forme en spirale pour organiser et réduire le temps de circumambulation des pèlerins est considérée comme un modèle qui assure le même parcours minimal pour tous les pèlerins en termes de distance et de temps sans tenir compte des contraintes liés aux personnes. Par contre, la solution de division du tawaf en deux parties est considérée comme un modèle qui prend en compte les différents catégories des pèlerins ainsi que leur état physique.



CHAPITRE 3

Ordonnancement du Tawaf



III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons un modèle de planification des tâches pour le pèlerinage avec la première solution en spirale proposée dans le chapitre précédant. Nous fournirons également des concepts et des informations sur la répartition de ces tâches et le système utilisé pour les traiter.

III.2 Concepts sur les objectifs d'optimisation

La solution d'un problème d'ordonnancement conduit à l'optimisation d'un objectif, qui peut s'exprimer par la minimisation ou la maximisation d'un ou plusieurs critères. Ces critères ont pour but de déterminer l'efficacité de la solution en évaluant la qualité des résultats obtenus.
Dans les problèmes d'ordonnancement, les objectifs sont classés selon les critères suivants :

- **Les objectifs dépendant du temps :**
  - Le temps d'exécution total de toutes les tâches, qui correspond également à l'achèvement de la dernière opération. Cet objectif (C_{max}) représente l'objectif le plus étudié dans l'ordonnancement des tâches.
  - Les temps de retard : ce type d'objectif peut avoir différentes variantes d'optimisation (maximale, moyenne, somme).
- **Les objectifs dépendant des ressources :**
  - Charge des ressources : cet objectif générique peut générer deux types de objectifs : charge totale ou charge moyenne par ressource.
  - Quantité de ressources : telles que la maximisation ou la minimisation d'une certaine charge de ressources, le nombre total ou moyen de ressources nécessaires pour réaliser toutes les opérations.
- **Les objectifs dépendant des coûts :**
  - Il peut s'agir de coûts de fabrication, de transport, de stockage, etc.

III.3 Détermination des tâches

Étant donné que l'objectif que nous voulons améliorer est lié au temps, c'est-à-dire que nous réduirons la durée de rotation (circumambulation) à l'intérieur de la forme en spirale, car la forme en spirale nous garantit la circumambulation des pèlerins à égale distance parcourue, nous avons

le deuxième objectif, qui est d'accélérer le processus de circumambulation des pèlerins, ce qui est autrement réduire le temps passé pendant la circumambulation.

Si nous considérons que la tâche est le cycle complet effectué par les pèlerins, comme indiqué dans la figure suivante :

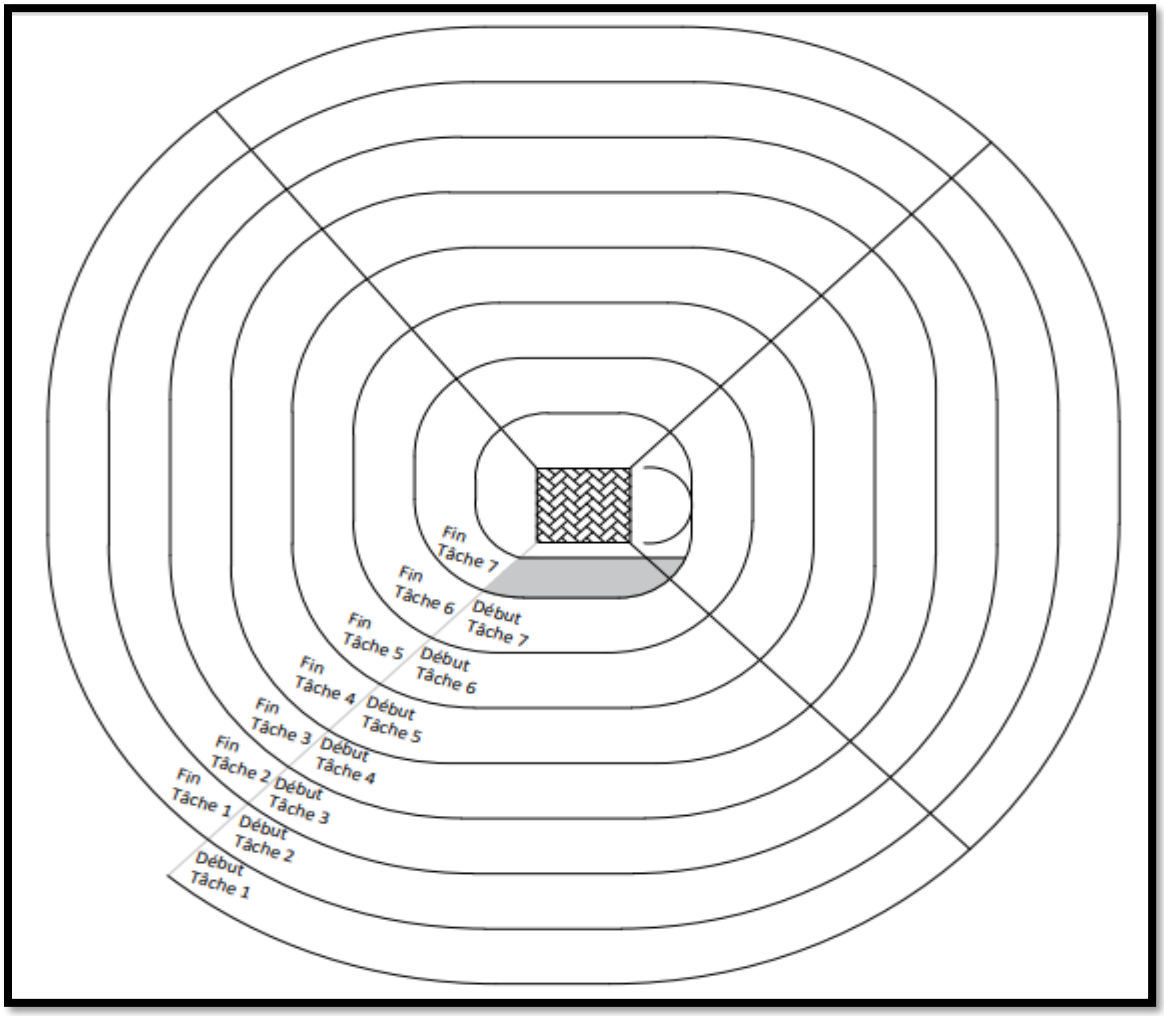


Figure III-1 La division des tâches dans la forme en spirale.

Alors nous obtenons donc 7 tâches différentes, dès que la première tâche se termine, la seconde démarre immédiatement, et ainsi de suite jusqu'à ce que toutes les tâches soient terminées, en utilisant le système flow-shop pour traiter ces Tâches.

III.4 Descriptions et traitement des tâches

Nous divisons chaque tâche en plusieurs opérations, dans ce modèle nous divisons chaque tâche en 4 opérations.

La tâche T_i est divisée en 4 opérations : O_{i1} , O_{i2} , O_{i3} , O_{i4}, Tels que $i\epsilon\{1,..,7\}$.

Comme indiqué ci-dessous :

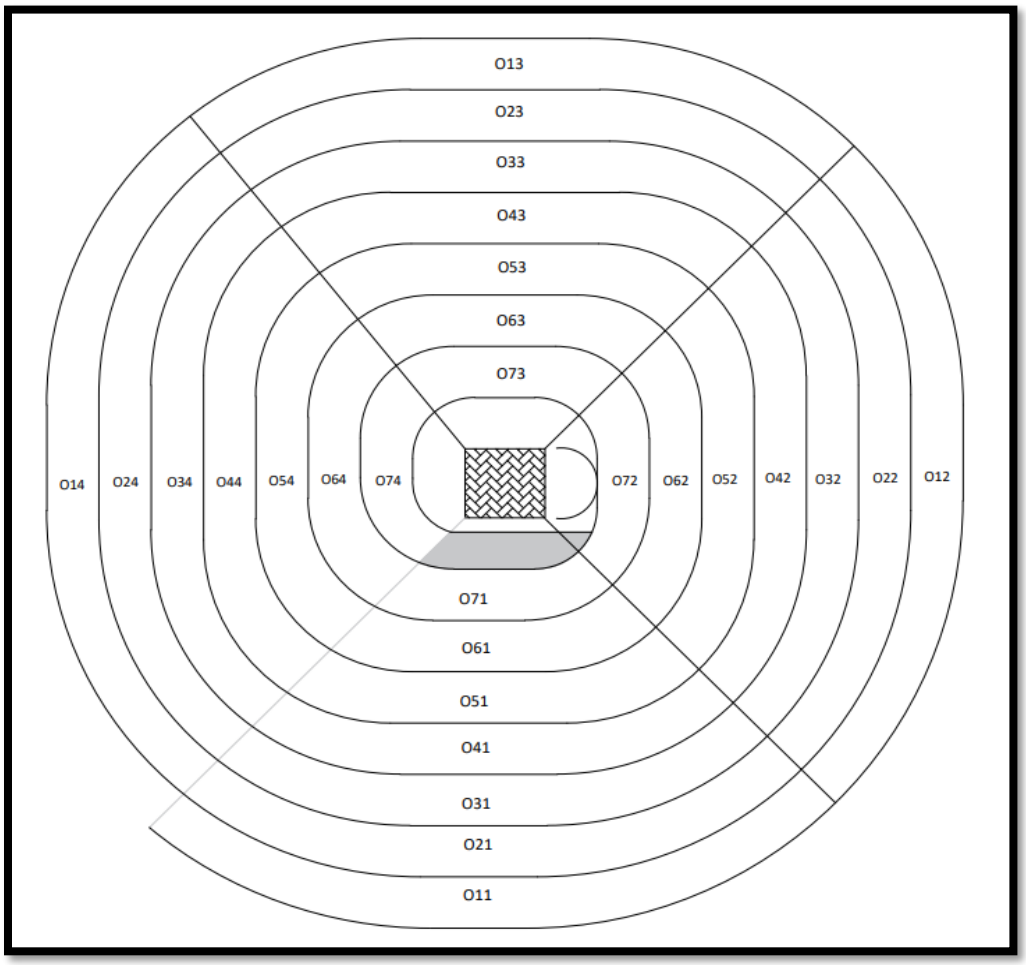


Figure III-2 la dévision des Tâches en opérations

III.5 Clarification du rôle et la nature des machines

Les "machines" dont nous parlons peuvent représenter des processus ou des stratégies qui permettent aux groupes de personnes d'effectuer les tâches de manière plus efficace et plus rapide. Par exemple, les "machines" peuvent inclure des procédures de sécurité et de contrôle de foule pour faciliter le flux de personnes autour de la Kaaba, des itinéraires spécifiques qui doivent être

suivis pour éviter les encombrements et les retards, ainsi que des protocoles de communication clairs pour garantir une coordination efficace entre les groupes.

Les "machines" peuvent également inclure des membres du personnel de sécurité et des bénévoles qui sont chargés de guider les groupes à travers les différentes étapes du Tawaf et de les aider à compléter les tâches plus rapidement. Cependant, il est important de noter que le Tawaf est un acte religieux qui doit être accompli avec dévotion et concentration, et que l'objectif principal est de compléter les tâches dans un cadre de respect et de spiritualité, plutôt que de se concentrer uniquement sur la vitesse ou l'efficacité.

Division des machines et le nombre optimale :

Il est important de tenir compte du nombre de machines nécessaires pour chaque tâche afin de garantir que le flux de circulation reste fluide et que les pèlerins ne soient pas bloqués ou coincés à un endroit donné. Le nombre de machines peut devoir être ajusté en fonction de la taille de la foule pour assurer la sécurité et le confort des pèlerins.

Nous avons placé quatre machines pour traiter les tâches. Pour déterminer le nombre optimal de machines, nous devons effectuer une simulation, puis comparer les résultats. Ensuite, nous pourrons extraire le nombre optimal. Étant donné le manque de données et d'informations nécessaires, nous travaillerons uniquement avec quatre machines. Le schéma suivant illustre la division des machines :

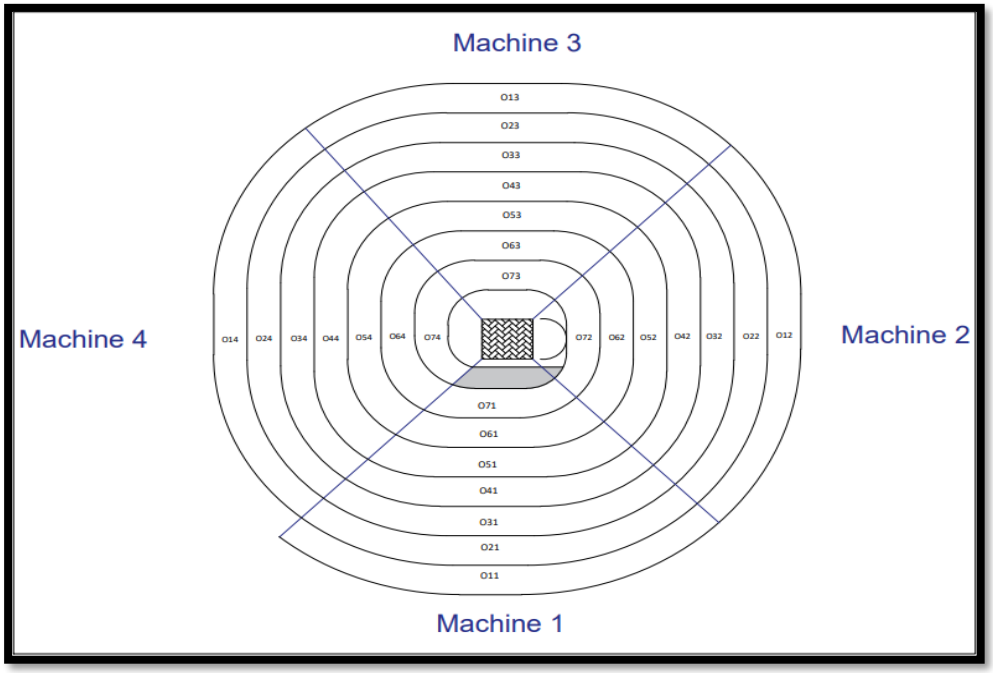


Figure III-3 la répartition des machines

III.6 Traitement des Tâches

Pour traiter les tâches, nous utiliserons un système de type "$flow\ shop$".
Comme l'indique la figure précédente ($Figure\ III-2$) les tâches sont divisées en opérations, et chaque opération est traitée par une machine spécifique ($Figure\ III-3$).

Le diagramme de gant suivant illustre le processus de traitement, où le premier échantillon entre dans la première machine, puis le deuxième, et ainsi de suite jusqu'à la fin. Le temps mort n'intervient qu'avant que la forme en spirale ne soit complètement remplie.

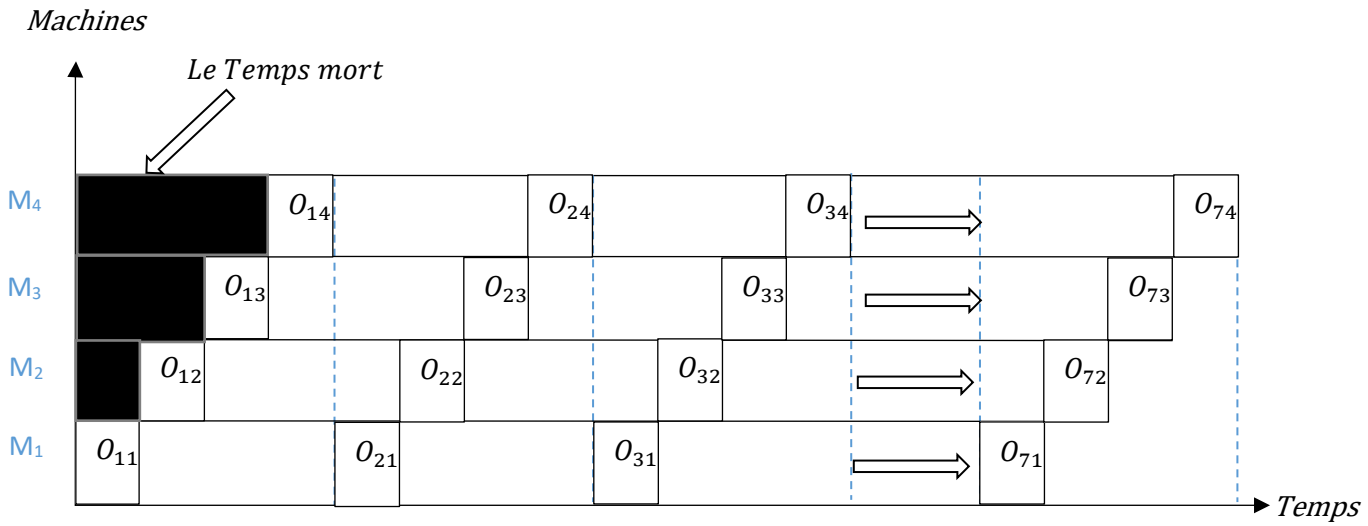


Figure III-4 diagramme de Gantt représente le traitement des Tâches

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle qui soutient la solution en utilisant la forme en spirale pour réduire le temps d'attente dans la file d'attente. Il se concentre sur l'organisation, la planification et le traitement des tâches. Cependant, la planification de la deuxième solution dépend de plusieurs contraintes de gestion et financières influençant l'ordonnancement des taches notamment lors de la régulation de l'entrée et de la sortie des foules, ce qui ouvre un créneau de recherche dans ce domaine.



CONCLUSION



Conclusion

La gestion des foules et la réduction du temps de circulation des pèlerins pendant la période du Hajj sont considérées comme un problème difficile, car il n'y a pas suffisamment de recherches et de solutions à ce sujet.

Dans notre travail, nous avons proposé une solution qui repose sur une modélisation mathématique, ordonnancement des taches, des formes géométriques et des mesures organisationnelles pour ce problème. Nous avons essayé d'utiliser nos connaissances théoriques acquis pendant notre cursus dans un cas pratique. Cependant, cette solution reste basique et approximative qui nécessite une simulation effective avec différents paramètres et une aide certaines de connaisseurs en conception informatique et programmation.

Ce travail ouvre de nombreuses perspectives au sein de ce domaine et reste ouvert pour d'autre amélioration, nous pouvons citer principalement :

- La gestion de foule pendant tous les rituels du Hadj (Safa et marwa, Mina, Arafat, and Muzdalifah).
- Rajouter d'autres contraintes et varier le nombre de machines afin de choisir la meilleure solution.
- Prévoir une équipe pludisiplinaire (principalement informaticiens et mathématiciens) afin de terminer la simulation des solutions proposées.

En fin, nous espérons que notre modeste travail sera utile et réalisera les objectifs espérés et la satisfaction dans son évaluation et que notre document sera un guide utile pour une éventuelle amélioration.

Bibliography

[4] Al-Haboubi, M. H., & Selim, S. Z. (1997). A design to minimize congestion around the Ka'aba. Computers and Industrial Engineering, 32(2), 419–428. https://doi.org/10.1016/s0360-8352(96)00219-7

[5] Bhuiyan, R., Abdullah, J., Hashim, N., Farid, F. Al, Noorshahida, W., Isa, M., Uddin, J., & Abdullah, N. (2022). Deep Dilated Convolutional Neural Network for Crowd Density Image Classification with Dataset Augmentation for Hajj Pilgrimage.

[6] Curtis, S., Guy, S. J., Zafar, B., & Manocha, D. (2011). Virtual Tawaf: A case study in simulating the behavior of dense, heterogeneous crowds. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, 128–135. https://doi.org/10.1109/ICCVW.2011.6130234

[7] Elsagheer Mohamed, S. A., & Parvez, M. T. (2019). Crowd Modeling Based Auto Activated Barriers for Management of Pilgrims in Mataf. Proceedings of 2019 International Conference on Innovative Trends in Computer Engineering, ITCE 2019, February, 260–265. https://doi.org/10.1109/ITCE.2019.8646529

[8] Haghighati, R., & Hassan, A. (2013). Modeling the Flow of Crowd During Tawaf. Jurnal Mekanikal, 36, 2–18.

[1] Kouider Aiad. (2023). Cours Formulation des Problèmes d'ordonnancement, Université Dr Yahia Farès de Médéa.

[9] Kurdi, O., Stannett, M., & Romano, D. M. (2015). Modeling and simulation of tawaf and sa'yee: A survey of recent work in the field. 29th Annual European Simulation and Modelling Conference 2015, ESM 2015, 441–447.

[10] Nuhu Shuaibu, A. (2015). Simulation of Crowd Movement in Spiral Pattern during Tawaf, in Makkah, Saudi Arabia. Modern Applied Science, 9(11), 192. https://doi.org/10.5539/mas.v9n11p192

[3] Obaid Allah Muhammad Amin Kardi, The Holy Ka'bah and The Two Holy Mosques Construction and History.

[11] Owaidah, A. A., Olaru, D., Bennamoun, M., Sohel, F., & Khan, R. N. (2021). Modelling Mass Crowd Using Discrete Event Simulation: A Case Study of Integrated Tawaf and Sayee Rituals during Hajj. IEEE Access, 9, 79424–79448. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3083265

[2] Sana El Bahloul. (2008). Flow-Shop À Deux Machines Avec Des Temps De Latence: Approche Exacte Et Heuristique, Mémoire Présenté Comme Exigence Partielle De La Maîtrise En Informatique, Université Du Québec À Montréal.

[12] Sarmady, S., Haron, F., & Talib, A. (2007). Agent-Based Simulation Of Crowd At The Tawaf Area. 1st National Seminar on Hajj Best Practices through Advances in Science and Technology, 129–136. http://eprints.usm.my/9397/

[13] Tosun, Ö., Marichelvam, M. K., & Tosun, N. (2020). A literature review on hybrid flow shop scheduling. International Journal of Advanced Operations Management, 12(2), 156–194. https://doi.org/10.1504/IJAOM.2020.108263