RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ Dr. YAHIA FARES DE MÉDÉA

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

Mémoire de Projet de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme Master en Génie Climatique

Option : Énergie et Froid Industriel

Thème :

Etude numérique de l'effet de température d'entrée du fluide sur l'établissement du régime turbulent dans un échangeur ailettes coaxial en présence d'encrassement

Encadrer par :

Mr. KHAZRANE Mohamed

Co-encadreur:

Dr. ZIRARI Mounir

Préparé par :

DAOUDI Faiza

BOUKHARI Louiza

Promotion (2012-2013)

Remerciements

Nous remercions ALLAH de nous avoir donné la volonté et

le courage afin d'arriver de ce modeste travaille.

Nous tenons à exprimer vivement notre profonde gratitude à notre

Promoteur DOCTEUR: zirari Mounire .est

M .R khzeran Mohamed

Et chef département DR. Bachene Mourad.

Pour sa confiance, ses encouragements, son suivit et pour les

Conseils qu'il a apporté pour l'achèvement de ce projet.

Nous remercions également tous les enseignants qui ont contribué de

Prés ou de loin à notre formation et à cette thèse.

Nous tenons également à remercier l'ensemble de membres de jury qui

Nous avons fait l'honneur de juger notre travail.

Mercie.



Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

A mes chers parents

A mes chers frères.

A mon encadreur Dr. ZIRARI Mounir pour ça conseil et soutient.

*À toutes mes sœurs *FATIHA*AMINA*et ma nièc*RIHAB* à tous les membres de ma famille et toute personne qui porte le nom DAOUDI et AROUS.*

A mes chers amis

faiza-A*zakia-B*zahia-B*asma-B

*Et ma fiencie *FETHI**

Et à mon binôme

LOUIZA

D.FAIZA



Dédicaces



Je dédie ce modeste travail à :

A mes chers parents

A mes chers frères.

A mon encadreur Dr. ZIRARI Mounir pour ça conseil et soutient.

*À ma sœur *SALIHA* , ma cousine *selma*et à tous les membres de ma famille et toute personne qui porte le nom BOUKHARI et BENMAHIEDDIN*

A mes chers amis

amina*mayada*karima*fouzia*zoulikha*samira

*Et ma fiencie *HAMZA**

Et à mon binôme

FAIZA

B.LOUIZA

Résumé :

Ce travail comporte sur l''étude de l'effet de changement de température d'entré du fluide chaud et froid sur la longueur et la température d'établissement du régime turbulent dans un échangeur coaxial avec circulation contre courant. L'étude est basé sur une simulation numérique au sein du logiciel ANSYS. Afin de mieux illustrer cette étude, nous présentant un modèle mathématique qui régie un écoulement conjugué et en présence d'un transfert de chaleur (l'équation de continuité, l'équation de Navier-Stokes et l'équation d'énergie pour le fluide et le solide).

Mots clés :

- échangeur coaxial, simulation numérique, éléments finis; Ecoulement; Modélisation, Ansys**,** encrassement.

Abstract :

This work involves the study of the effect of changing inlet temperature of the hot fluid and cold on the length and temperature of the establishment of turbulent flow in a coaxial heat exchanger with flow against the current. The study is based on a numerical simulation in fluent ANSYS software. And to better illustrate this study, we presented a mathematical model which governs flow in the presence of heat transfer (continuity equation, Navier-Stokes equation and energy equation).

Keywords:

- Coaxial exchanger**,** numerical simulation, finite elements, flow, modeling ANSYS, fouling.

ملخص:

ينطوي هذا العمل على دراسة تغير درجة حرارة السوائل الدافئة والباردة على طول ودرجة الحرارة لإقامة مضطربة في مبادل محور متحد محور مع الدورة الدموية ضد التيار

تستند الدراسة إلى محاكاة عددية داخل برنامجANSYS لتوضيح أفضل لهذه الدراسة فإننا نقدم نموذج رياضي ينظم تدفق حصادات

حضور نقل الحرارة (معادلة الاستمرارية ، معادلة Navier-Stokes ،معادلة الطاقة لسائل والصلب).

كلمات البحث :

* أنبوب المبادلات الحرارية ، المحاكاة العددية ، عناصر محدودة ،النمذجة Ansys ، الترسبات.

SOMMAIRE

Remerciements……i
Résumé..... iv
Table des matières.....vi
Liste des figures..... x
Liste des tableaux xiii
Nomenclature……...xiv
INTRODUCTION GÉNÉRALE……..… 01

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1.Introduction……..……4
I.2. Le problème industriel…….4
I.3. Quelques notions sur les échangeurs……...5
I.3.1. Différents types d'échangeurs de chaleur…….5
I.3.1.1. Les échangeurs tubulaires……..…6
I.3.1.2 Échangeur coaxial……7
I.3.1.3. Les échangeurs à plaques……...8
I.3.1.4. Autres types d'échangeurs…….9
I.4. Notions sur l'encrassement des échangeurs……9
I.4.1. Aspect physique de l'encrassement……..9
I.4.2. Aspect économique et environnemental de l'encrassement……...10
I.5. Catégories et types d'encrassement……...11
I.5.1. La corrosion……11
I.5.2. L'encrassement biologique…….12
I.5.3. L'encrassement par réaction chimique……...12
I.5.4. L'entartrage…….12
I.5.5. L'encrassement particulaire……13
I.6. Nature du dépôt……..13
I.6.1 Dépôt dur…….13
I.6.2 Dépôt poreux……...13
I.6.3 Dépôt mou……13
I.7. Les processus fondamentaux de l'encrassement……13
I.7.1. L'initiation…….....13
I.7.2. Transport…….14
I.7.3. Déposition……...14

I.7.4. Le réentraînement (Enlèvement)……15
I.7.5. Le Vieillissement……15
I.8.Conclusion……...15

CHAPITRE II

Formulation mathématique

II- Formulation mathématique du problème……17
II-1: Introduction…….....17
II-2: Position du problème physique……....17
II-3 : Modélisation de L'écoulement des Fluides…….18
II-3-1 : Equation de Navier-Stokes…….....18
II-3-2 : Equation de continuité……..18
II-3-3 : La décomposition statique (La décomposition de Reynolds)……...18
II-3-4 : Les équation des mouvements moyennes…….19
II-3-4-1 : Équation de continuité de mouvement moyen……..19
II-3-4-2 : Équation de Navier-stocks moyenne…….19
II-3-4-3 : Equation de transport des tensions de Reynolds……...20
II-3-4-4 : Équation de l'énergie cinétique fluctuante……....21
II-3-4-5 : Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante……....21
II-3-5 : Problème de fermeture des équations……...21
II-3-6 : Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence……...22
II-3-6-1 : Hypothèse de chou……....22
II-3-6-2 : Hypothèse de viscosité turbulente de bousines…….22
II-2-6-3 : hypothèse de longueur de mélange de Prandtl……..23
II-3-6-4 : Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov……...23
II-3-7 : Les modèles de turbulence et leurs classifications……...23
II-3-7-1 : Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports)……..23
II-3-7-2 : Les modèles à une équation de transport……...23
II-3-7-3 : le modèle k-ε et RNG (modèle a deux équations de transport)……24
II-3-7-4 : Le modèle k-ε deux couches…….25
II-3-7-5 : Le modèle k-ε étendu……....25
II-3-7-6 : Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM)……..25

II-4 : Modélisation du transfert de chaleur…….....27
II-4-1 : Equation d'énergie……27
II-4-1-1 :Transferts de chaleur en écoulements incompressibles……..28
II-5 :conclusion…….28

CHAPITRE III

RESOLUTION NUMERIQUE

III-1-Introduction……..30
III-2- Les méthodes numérique…….....30
III-2-1-méthode des différences finies……..30
III-2-2- méthode des éléments finis……..30
III-2-3- méthode des volumes finis…….....31
III-3- Résolution des équations par éléments finis……31
III-3-1-Introduction : Méthodes des éléments finis……..30
III-3-2-Mise en œuvre de la méthode des éléments finis……..32
III-3-2-1Formulation variationnelle forte…….32
III-3-2-2-Formulation variationelle faible…….32
III-3-3 forme générale des équations du système…….33
III-4-Choix d'un maillage……..33
III-4-1- Discrétisation……...34
III-4-1-1-Terme temporelle……...35
III-4-1-2- Terme d'advection……35
III-4-1-2-1- Monotone Streamline Upwind Approach (MSU) ……....36
III-4-1-2-2- La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin)……37
III-4-1-2-3- Approche Colloquée De Galerkin (COLG)……...37
III-4-1-3- Terme de Diffusion……...38
III-4-1-4 -Termes source……...38
III-5- Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini…….39
III-5-1- Bilan Thermique : Equation De Chaleur……..39
III-5-2- Forme discrétisée : éléments finis……39
III-5-2-1-Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures……..40
III-5-2-2- Représentation globale du champ de températures……..40
III-5-3- Discrétisation de la forme intégrale faible……...41

III-5-4-Exemple de calcul élémentaire……..……41
III-6- Conclusion……...42

CHAPITRE IV

RESULTAS ET DISCUSSIONS

IV-1- Introduction……44
IV-2- Conditions de fonctionnement et description du domaine…….44
IV-3- Action de prévention – Remèdes……...45
IV-3-1- Paramètres physico-chimiques du lait……46
IV-4- Les Conditions initiales et Les conditions aux limites……...47
IV-4-1-Les conditions initiales…….....47
IV-4-2-Les conditions aux limites……47
IV-5- Calcul de l'épaisseur optimale de la couche poreuse……..…….....48
IV-6- résultats et interprétation……..…50
IV-6-1- champs de vitesse……50
IV -6-2 champs de température……..…53
IV -6-3- champs de pression…….56
IV -7- l'échange thermique et dynamique en présence d'encrassement……..57
IV -8-Etude de l'échange thermique et dynamique en présence du coude……..…….60
IV -9- Conclusion……...…62

CONCLUSION GENERALE……...…….63

LISTE DES FIGURES

Figure I-1 : Echangeur à faisceau tubulaire (Guo, Xu et al. 2009)…….4

Figure I-2 : Echangeur coaxial……4

Figure I-3 : Echangeur à plaques (Lund 1998)…….....5

Figure I.4: L'encrassement dans un échangeur tubulaire ……...…….....7

Figure II.1 : Ecoulement dans un canal à section circulaire……..…….....18

Figure III-1 a) éléments tétraédrique ; b) éléments hexaédrique……....34

Figure III-2 :L'approche de ligne de courant d'Upwind……....36

Figure III-3 : Bilan thermique…….....39

Figure III-4 :Domaine plan discrétisé en 12 éléments relies entre eux par 15 nœuds……40

Figure III-5 :Elément a deux nœuds……...42

Figure IV-1: Les différentes couches d'encrassement……..46

Figure IV.2: déférent point qui étudie……...48

Figure IV-3 : représentation spatial de champs de vitesse dans le domaine d'application pour trois nombre de Reynolds…….50

Figure IV-4 : profils de vitesse pour les trois positions (v=0.4m/s)…….51

Figure IV-5: profils de vitesse pour les trois positions (v=0.6m/s)……..51

Figure IV-6 : profils de vitesse pour les trois positions (v=0.8m/s)…….52

Figure IV-7 : représentation spatiale de champs de température dans le domaine d'application pour trois températures différentes……53

Figure IV-8: profils de température pour les trois positions ((Tc=50c°et Tf=14c°))……..54

Figure IV-9: profils de température pour les trois positions ((Tc=120c°et Tf=10c°))……55

Figure IV-10: profils de température pour les trois positions ((Tc=100c°et Tf=12c°))……..55

Figure IV-11 : représentation spatiale de champs de pression dans le domaine D'application pour deux cotés différentes……...56

Figure IV-12 : profils de pression pour deux coté (p=0pas).....56

LISTE DES FIGURES

Figure IV-13: Représentation spatiale de champ de vitesse……..……...57

Figure IV-14: Représentation spatiale de champ de température…….57

Figure IV-15: Représentation spatiale de champ de pression……...57

Figure IV-16: profils de vitesse pour les trois positions au présence l'encrassement……..58

Figure IV-17: profils de température pour les trois positions au présence l'encrassement…..59

Figure IV-18: profils de pression pour les trois positions au présence l'encrassement……....59

Figure IV-19:représente une variation de pression……...60

Figure IV-20:représente une variation de température……..……..61

Figure IV-21: représente une variation de vitesse.....…...62

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II-1 : la décomposition de Reynolds dans les équations de Navier-Stokes…….22
Tableau II-2 : constantes du modèle k-ε……24
Tableau II-3 : constantes du modèle RNG……....25
Tableau II-4 : les constantes du modèle ASM……..27
Tableau III-1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables……..33
Tableau IV-1 : Les propriétés thermiques d'acier à déférant température……45
Tableau IV-2 : Les propriétés thermiques d'eau à déférant température…….....45
Tableau IV-3 Paramètres physico-chimique du lait……..47
Tableau IV-4 : Les Conditions initiales et Les conditions aux limites…….48
Tableau IV-5 : valeurs des points étudie…….....48

Notation	Signification	Unité
a_{i1} , a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}, b_i	Coefficient dans le système d'équation algébrique	
C_μ ,$C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$	Coefficient du mode k-ε	
C_s , C_1, C_2	Constantes du modèle RSM	
C'_1 ,C'_2	Constantes du modèle ASM	
D_e , D_n , D_s , D_w	Flux diffusif à travers les faces e, n, s et w	
D_{ij} :	Diffusion visqueuse.	
F_e ,F_n , F_s , F_w	Flux convectif à travers les faces e, n, s et w	
F	Distances équivalentes représente la proximité de surface Solide	
h	Coefficient d`échange de convection	
J_X, J_Y	La densité de flux par convection et par diffusion	
K	énergie cinétique turbulente	J/Kg
L_m	Longueur de mélange	m
P	Pression instantanée	N/m^2
p	Fluctuation de pression	N/m^2
$\bar{P}$	Pression moyenne	N/m^2
P_k	Production de l`énergie turbulente	
R_{ij}	Tenseur de Reynolds	
$S_\square$	Terme source	
T	temps	S
T	Température	$K°$
U	Composante de la vitesse moyenne dans la direction X	
V	Composante de la vitesse moyenne dans la direction Y	
$\overline{U_\iota U_J U_k}$	Terme de diffusion	m/s
$\overline{u_\iota u_J}$	Tension de Reynolds	
u, v	Fluctuation de vitesse	

Symboles grecs

α	La diffusivité thermique
δ_{ij}	Symboles de Kronecker

ε	Taux de dissipation de l`énergie cinétique turbulente	m^2/s^2
λ	La conductivité thermique	j/s. m. k
μ	La viscosité dynamique	Kg/m. s
μt	La viscosité dynamique turbulente	Kg/m. s
μ_{eff}	La viscosité dynamique effective	Kg/m. s
ν	La viscosité cinématique	m^2/s^2
ν_t	La viscosité cinématique turbulente	m^2/s^2
σ_k , σ_ε	Constante numérique dans le modèle k- ε	
ρ	La masse volumique	kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement	N/m^2
τ_{ij}	Tenseur des contraintes de cisaillement	N/m^2
τ_p	Frottement pariétal	N/m. s^2
ϕ	Variable généralisée par unité de masse	
ϕ'	Composition de fluctuation	
$\bar{\phi}$	Grandeur moyenne	
Γ	Coefficient d`échange dans les termes de transport	
Γ□	Coefficient de diffusion	
L_s	Échelle de longueur des grandes structures	
Q`	flux de chaleur par unité de volume	
C_p	Chaleur massique	

Abréviation

2D	Deux dimensions
ASM	algebraic stress model
COLG	colloquées de Galerkin
EDP	Equation aux dérivées partielles
LES	large Eddy simulation
MSU	monotone Streamupwind
PNC	Plug and cool
RSM	Reynolds stress model
SUPG	Stream line Upwind/Petro-Galerkin
COLG	Colloquée De Galerkin

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale :

Dans l'industrie, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute politique de maîtrise de l'énergie et donc, par voie de conséquence, de protection de l'environnement.
Une grande part de l'énergie thermique utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ceux-ci. Ils sont utilisés principalement dans les secteurs de l'industrie (chimie, pétrochimie, sidérurgie, agro-alimentaire, production d'énergie, …etc.), du transport (automobile, aéronautique) et dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, …etc.). Ils constituent donc un des dispositifs clé du thermicien, et sont un composant quasi inévitable dans la maîtrise de l'énergie.

L'échangeur de chaleur est un équipement qui permet d'assurer un transfert de chaleur d'un fluide chaud à un fluide froid sans contact direct entre les deux. Le même fluide peut conserver son état physique liquide ou gazeux, ou se présenter successivement sous les deux phases : c'est le cas des condenseurs, évaporateurs, bouilleurs, ou des tours de refroidissement.

Les principaux types d'échangeurs de chaleur rencontrés sont les échangeurs tubulaires et les échangeurs à plaques. Le concept de ces derniers date du début du siècle, ils ont été étudiés à l'origine pour répondre aux besoins de l'industrie laitière, puis utilisés ensuite dans divers branches de l'industrie (chimie, nucléaire, …etc).

De création plus récente que les échangeurs tubulaires, les échangeurs à plaques ont subi depuis leur création, des améliorations substantielles. Ils sont formés par l'empilement d'un ensemble de plaques métalliques embouties, au travers desquelles s'effectue le transfert de chaleur entre deux fluides. S'ils ne peuvent pas toujours être utilisés pour les températures élevées et les fortes pressions, les échangeurs à plaques bénéficient d'avantages tenant notamment à leur meilleur rendement et à leur compacité. Plusieurs technologies sont en concurrence dont la principale voire la plus ancienne, est celle des échangeurs à plaques avec joints. Un joint par plaque assure l'étanchéité de l'échangeur ainsi que la répartition des fluides dans les canaux formés par deux plaques Introduction générale

D'autres technologies plus récentes permettent de remédier aux inconvénients de l'existence
de joints, tels que les échangeurs à plaques soudées. Ces derniers sont adaptés à l'utilisation de fluides encrassant, corrosifs, chauds, sous pression et présentant des débits très différents de part et d'autre de la surface d'échange.

Il existe d'autres échangeurs à plaques dont la diffusion est moins importante tels que les échangeurs à spirales et les échangeurs à plaques brasées. Les échangeurs à plaques brasées sont formés de plaques embouties, mais sans joints, qui forment ainsi un appareil compact et résistant aux hautes pressions. Les échangeurs à spirales sont constitués de deux rubans de tôle gaufrée, enroulés et maintenus parallèles et où la circulation du fluide est de type monocanal à courants parallèles ou croisés.

Reste encore les échangeurs à plaques serties qui sont constitués d'un assemblage de tôles planes parallèles entre lesquelles sont disposées des ailettes.

Ce souci d'efficacité dans les échangeurs a rendu nécessaire l'essai de nombreux dispositifs : ailettes, obstacles divers, rugosités, ondulations… etc. Dans ce contexte, le présent mémoire porte sur l'étude du dispositif des parois de formes ondulées. Les performances de ces dernières sont bien meilleures que celles des parois planes. Les résultats obtenus dans cette étude montrent que la forme ondulée est favorable au transfert de chaleur par la présence des deux effets suivants : Un accroissement sensible de la surface d'échange par rapport à une surface plane, qui engendre une augmentation du transfert convectif de part et d'autre de la paroi ondulée.

Notre travail est axé sur la simulation numérique d'un écoulement supposé incompressible avec transfert thermique d'un échangeur à plaque et joint. Pour La résolution des équations régissant cet écoulement en utilise le logiciel code ANSYS.

Les propriétés étudient :

- La vitesse d'écoulement d'échange thermique
- La température

Ce travail est réparti en quatre chapitres :

- Le premier chapitre présente une analyse bibliographique sur l'encrassement par le lait et résume un certain nombre de travaux antérieurs sur l'encrassement dans les échangeurs de chaleurs et les études traitant de la convection forcée en présence du milieu poreux.
- Modélisation mathématique des écoulements dans le second chapitre.
- Les déférentes méthodes de discrétisation et choix de La méthode des éléments finis et en particulier la discrétisation des équations sont exposées au troisième chapitre.
- Les différents résultats obtenus sont présentés au quatrième chapitre.
- Pour finir, une conclusion générale relatant les principaux résultats.

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1 Introduction :

Dans les sociétés industrielles, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute politique de maîtrise de l'énergie et donc, par voie de conséquence, de protection de l'environnement. Une grande part de l'énergie thermique (90%[*Tech 1993*]) utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ces procédés. Ils sont utilisés principalement dans les secteurs de l'industrie (chimie, pétrochimie, sidérurgie, agro-alimentaire, production d'énergie, etc.), du transport (automobile, aéronautique), mais aussi dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, etc.). Ils constituent donc un des dispositifs clé du thermicien, et sont un composant quasi inévitable dans la maîtrise de l'énergie [*Finkbeiner et al. 1993*]. Comptetenu de leurs multiples utilisations, les difficultés rencontrées par les utilisateurs d'échangeurs de chaleur sont diverses et variées. Toutefois, un des principaux problèmes de fonctionnement auxquels ils se heurtent a trait aux phénomènes d'encrassement. En effet, l'encrassement reste encore, de nos jours, l'un des phénomènes le moins compris et le moins prédictible de l'industrie.

I.2. Le problème industriel :

Les principaux problèmes rencontrés par les utilisateurs d'échangeurs thermiques ont relation avec les phénomènes d'encrassement, de corrosion, de vibrations et de tenue mécanique. Malgré tout, un certain nombre d'études publiées [*Bott 1992, Bott 1995, Goyhenetche 1991, Pritchard 1988*] montre que l'encrassement reste au premier rang des préoccupations des industriels du secteur des équipements de transferts thermiques. Le couplage encrassement – dégradation des échanges thermiques a de fortes répercutions sur la rentabilité de l'opération. Les coûts liés à l'encrassement des échangeurs avoisinent les 700 millions d'euros par an [*Sheikh et al. 2000*]. Ces coûts intègrent les dépenses liées, d'une part, au dimensionnement (surdimensionnement de la surface d'échange à mettre en oeuvre, incorporation d'équipements de nettoyage) à hauteur de 20% et, d'autre part, au fonctionnement (perte de production, diminution du transfert, frais de maintenance et nettoyage) à hauteur de 80%. Malgré les efforts considérables déployés depuis les premiers travaux de Kern & Seaton [*Kern et Seaton 1959*] en 1959, l'encrassement demeure encore un phénomène bien mal compris où l'empirisme reste le moyen le plus couramment utilisé.

En effet, la large gamme d'écoulements et la panoplie des conditions industrielles existantes contribuent grandement à la méconnaissance du phénomène.

Les recherches sont actuellement menées sur deux fronts, totalement différents mais néanmoins complémentaires. Le premier concerne la détection de l'encrassement, et le second, auquel nous souhaitons nous rallier concerne les produits et appareillages permettant le nettoyage de tels dépôts.

Nous travaillons plus particulièrement sur les produits ayant un fort pouvoir encrassant, dans notre cas le lait

I.3. Quelques notions sur les échangeurs :

L'échangeur de chaleur est un équipement qui permet d'assurer un transfert de chaleur d'un fluide chaud à un fluide froid sans contact direct entre les deux fluides. Le même fluide peut conserver son état physique (liquide ou gazeux) ou se présenter successivement sous les deux phases**:** c'est le cas des condenseurs, évaporateurs, bouilleurs, ou des tours de refroidissement.

En principe, pour les échangeurs les plus courants dans l'industrie, les deux fluides s'écoulent dans des espaces séparés par une paroi ou cloison à faible inertie thermique au travers de laquelle les échanges se font par conduction. En effet, la chaleur que l'un des fluides cède à la paroi par convection le long de la surface de contact est transférée par conduction et, est cédée à l'autre fluide par convection le long de l'autre face. Le rayonnement n'intervient de manière significative que s'il existe des différences de température très importantes entre un fluide semi-transparent et la paroi.

De par leurs différentes applications, les caractéristiques des échangeurs se situent dans une gamme très étendue en encombrement, en puissance échangée, en pression et en température. Les exigences de fonctionnement, les différentes normes imposées par le législateur pour la conception de tels appareils, les technologies ainsi que les matériaux utilisés sont inévitablement variés et difficilement comparables.

Il devient donc difficile d'établir une classification rigoureuse sans faire le choix incontestablement restrictif d'un critère. Le plus souvent, les échangeurs de chaleur sont classifiés selon la configuration d'écoulement des fluides considérés et selon leur type de construction.

I.3.1. Différents types d'échangeurs de chaleur :

Les principaux types d'échangeurs de chaleur rencontrés sont les suivants :

- les échangeurs tubulaires ;
- les échangeurs à plaques ;

Compte-tenu des diverses applications dans lesquelles interviennent les échangeurs de chaleur et de leurs développements actuels, nous n'avons pas ici, la prétention de fournir une liste exhaustive des différentes configurations existantes.

I.3.1.1. Les échangeurs tubulaires :

Les échangeurs tubulaires représentent encore près de la moitié des échangeurs thermiques vendus en France et en Europe. Ils présentent un certain nombre d'avantages : en particulier ils sont faciles à fabriquer, relativement bon marché, de maintenance aisée et surtout ils peuvent être utilisés à des pressions élevées et à de fortes températures. Leur robustesse et leur fiabilité contrebalancent leur encombrement. On distingue, le plus souvent, trois catégories :

- les échangeurs monotubes pour lesquels le tube est placé dans un réservoir ;
- les échangeurs coaxiaux pour lesquels les tubes sont le plus souvent cintrés ;
- les échangeurs multitubulaires qui existent sous 4 formes :

i) les échangeurs à tubes séparés : à l'intérieur d'un tube de diamètre suffisant se trouvent placés plusieurs tubes de petit diamètre maintenus écartés par des entretoises.

ii) les échangeurs à tubes rapprochés : les tubes s'appuient les uns sur les autres par l'intermédiaire de rubans enroulés en spirale autour de certains d'entre eux.

iii) les échangeurs à tubes ailettes qui permettent d'améliorer le coefficient d'échange : lorsque l'un des fluides transitant dans l'échangeur s'avère moins bon caloporteur que l'autre, l'utilisation d'ailettes autour des tubes ou dans les tubes s'impose pour que la résistance thermique globale ne soit pas entièrement due au fluide ayant le plus petit coefficient d'échange thermique.

Les ailettes peuvent être disposées de différentes façons :

- les ailettes transversales divisées en deux groupes : les ailettes continues qui sont traversées par plusieurs tubes et qui sont généralement de forme rectangulaire planes ou ondulées, et les ailettes indépendantes qui sont traversées par un seul tube et qui peuvent être annulaires ou hélicoïdales, pleines ou segmentées. Elles peuvent être aussi à fil préformé,

Poinçonnées ou en brosse.

- les ailettes longitudinales qui sont disposées selon l'axe des tubes et qui peuvent être localement torsadées.

iv) les échangeurs à tubes et calandre où la calandre est une enveloppe métallique cylindrique entourant un faisceau de tubes : ils possèdent une boîte de distribution c'est à dire

un dispositif qui distribue ou recueille le fluide aux extrémités des tubes. Ils peuvent être à boîte fixe, à boîte flottante, ou à tubes en U avec une boîte à chaque extrémité de l'échangeur. Les tubes peuvent être supportés par des chicanes afin d'augmenter la vitesse du fluide dans la calandre dans le but d'améliorer le coefficient d'échange. Pour cela, un compromis doit être trouvé pour avoir simultanément un coefficient d'échange global et des pertes de charge acceptables.

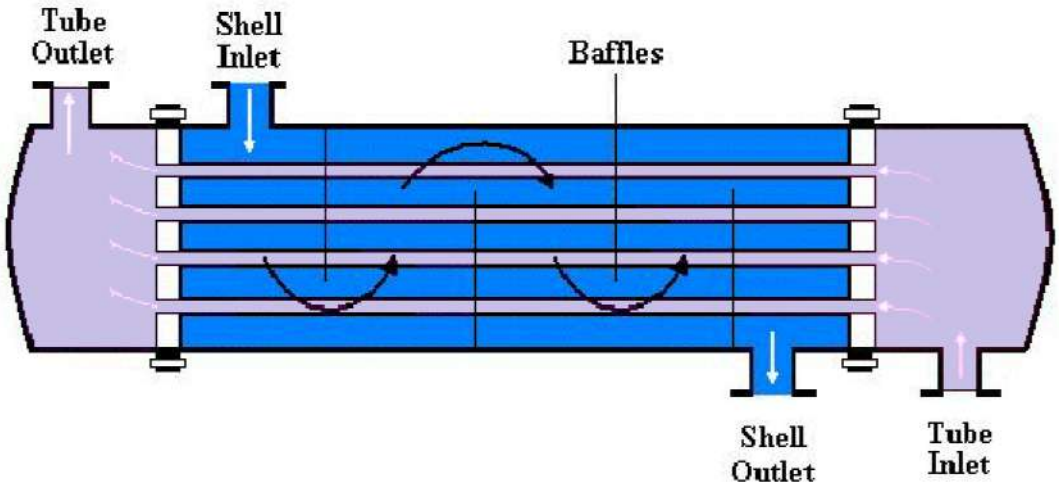


Figure I-1 : Echangeur à faisceau tubulaire (Guo, Xu et al. 2009)

I.3.1.2 Échangeur coaxial :

Dans lequel les tubes sont le plus souvent cintrés; en général, le fluide chaud ou le fluide à haute pression s'écoule dans le tube intérieur comme montré à la figure au dessous.

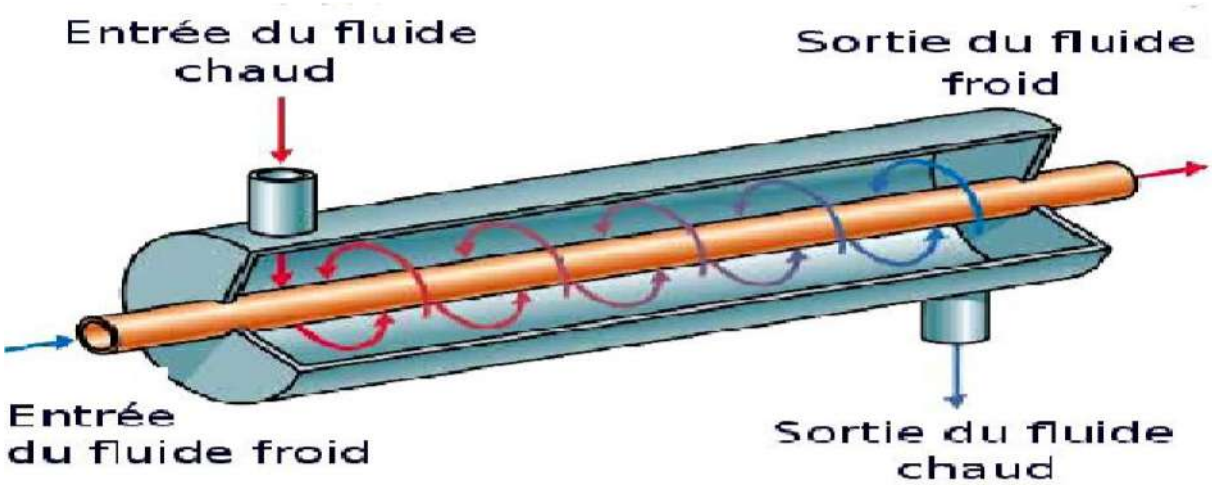


Figure I.2: Échangeur coaxial [2].

I.3.1.3. Les échangeurs à plaques :

De création plus récente que les échangeurs tubulaires, les échangeurs à plaques ont subi depuis leur création, il y a environ 60 ans, des améliorations substantielles. Ils sont formés par l'empilement d'un ensemble de plaques métalliques embouties, au travers desquelles s'effectue le transfert de chaleur entre deux fluides. S'ils ne peuvent pas toujours être utilisés pour les températures élevées et les fortes pressions, les échangeurs à plaques bénéficient d'avantages tenant notamment à leur meilleur rendement et à leur compacité. Plusieurs technologies sont en concurrence. La principale, et la plus ancienne, est celle des échangeurs à plaques avec joints. Un joint par plaque assure l'étanchéité de l'échangeur ainsi que la répartition des fluides dans les canaux formés par deux plaques. Ces échangeurs ne peuvent être utilisés que pour des pressions maximales de 30 bars et des températures maximales de 200 degrés Celsius.

D'autres technologies plus récentes permettent de remédier aux inconvénients de l'existence de joints, comme les échangeurs à plaques soudées. Les échangeurs à plaques soudées sont adaptés à l'utilisation de fluide encrassant corrosif, chaud, sous pression, présentant des débits très différents de part et d'autre de la surface d'échange.

Il existe d'autres échangeurs à plaques dont la diffusion est moins importante tels que les échangeurs à spirales et les échangeurs à plaques brasées. Les échangeurs à plaques brasées sont formés de plaques embouties, mais sans joints, qui forment ainsi un appareil compact et résistant à hautes pressions. Les échangeurs à spirales sont constitués de deux rubans de tôle gaufrée, enroulés et maintenus parallèles et où la circulation du fluide est de type monocanal à courants parallèles ou croisés. Reste encore les échangeurs à plaques serties qui sont constitués d'un assemblage de tôles planes parallèles entre lesquelles sont disposées des ailettes.

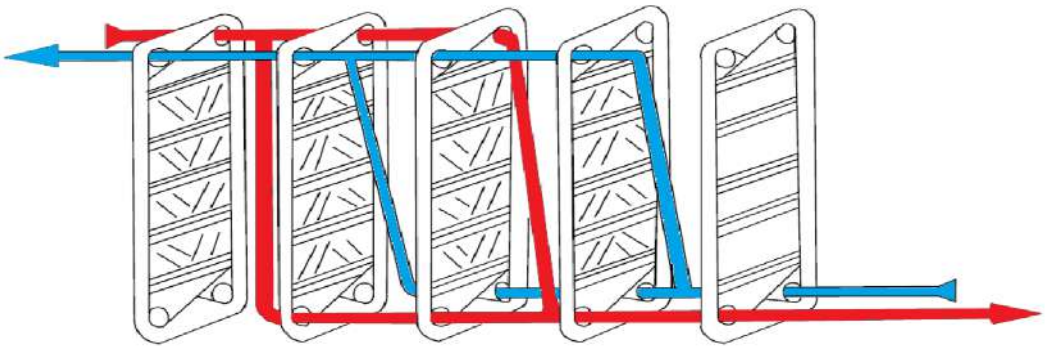


Figure I-3 : Echangeur à plaques (Lund 1998)

I.3.1.4. Autres types d'échangeurs :

Parmi les échangeurs thermiques, il convient également de citer les échangeurs où l'un des deux fluides change de phase. Il s'agit du cas particulier des évaporateurs – tubulaires ou à plaques – où le fluide froid passe de l'état liquide à l'état gazeux, et des condenseurs – tubulaires ou à plaques – où le fluide chaud passe de l'état gazeux à l'état liquide. Ils sont généralement utilisés pour concentrer une solution, refroidir un fluide ou produire de la vapeur.

Pour résoudre ses problèmes d'échanges thermiques, l'utilisateur se trouve devant une grande variété de produits, dont les principales catégories sont, rappelons le, les échangeurs tubulaires et les échangeurs à plaques. Toutefois, la technologie de ces types d'échangeurs porte surtout sur l'utilisation de nouveaux matériaux ainsi que sur les conditions d'amenée des fluides. Les matériaux les plus utilisés dans les échangeurs sont les aciers inoxydables et le titane, mais d'autres matériaux sont également employés, notamment pour limiter l'effet des phénomènes de corrosion, comme le graphite, la céramique, le verre et les plastiques. L'objectif est d'améliorer la résistance des échangeurs afin de les rendre plus fiables lorsqu'ils sont utilisés dans des cycles thermiques.

Une autre technologie vise à diminuer l'encombrement des échangeurs par le développement d'échangeurs compacts ou même de micro échangeurs.

Sont encore des échangeurs, mais un peu moins courants, les appareils suivant :

- les échangeurs à lit fluidisé
- les échangeurs à contact direct
- les échangeurs à fluide complexe

Utilisés depuis plus d'un siècle dans l'industrie agroalimentaire, les échangeurs thermiques ont maintenant de nombreuses applications, majoritairement dans l'industrie, mais également dans l'habitat ou dans les transports. Il existe une grande variété de produits, de tailles, et de performances différentes qui se différencient principalement par leurs fonctions, leurs conditions d'utilisation, les technologies ou les matériaux employés, ainsi que par leur prix.

Avant toutes choses et puisque nous allons y faire souvent référence, il paraît nécessaire de définir les différents coefficients de transfert de chaleur.

I.4. Notions sur l'encrassement des échangeurs :

I.4.1. Aspect physique de l'encrassement :

L'encrassement qui, sous sa forme la plus générale, peut être défini comme l'accumulation d'éléments solides indésirables ou de substances non désirées sur une interface, affecte un

grand nombre d'opérations industrielles (Figure I.4).

Ce dépôt qui évolue dans le temps, peut être constitué de cristaux, de sédiments, de résidus biologiques, des produits d'une réaction chimique ou bien encore être la combinaison de plusieurs de ces éléments.

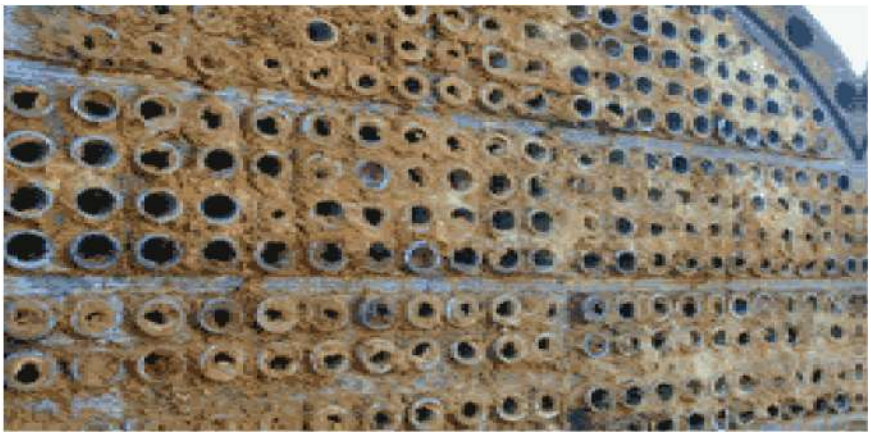


Figure I.4: L'encrassement dans un échangeur tubulaire

Il est très important de considérer ce phénomène d'encrassement pour être en mesure de choisir un échangeur thermique qui ait les dimensions appropriées, car l'encrassement peut réduire considérablement la capacité de transmission de chaleur et d'augmenter la chute de pression. Un nettoyage et un entretien périodiques sont requis. Comme l'encrassement et les difficultés de maintenance augmentent avec le temps, les nettoyages doivent être fréquents.

Il est souvent important de prévoir certains types de cloisons qui filtrent les impuretés de fluides caloporteurs avant son admission dans l'échangeur afin de réduire les risques d'encrassement.

Il a été démontré au cours des longues années passées dans la recherche de moyens de lutte contre l'encrassement, que ce dernier était lié aux conditions opératoires, aux propriétés Physico-chimiques des fluides mis en jeu, à la géométrie du système ainsi qu'à la nature des surfaces. La connaissance de l'origine du phénomène est un facteur déterminant pour répondre aux variations de ces paramètres.

I.4.2. Aspect économique et environnemental de l'encrassement :

Des efforts considérables sont fournis pour analyser le phénomène d'encrassement. Durant le fonctionnement, l'échangeur de chaleur devient encrassé avec l'accumulation des dépôts d'une ou plusieurs espèces sur les surfaces de transfert de l'échangeur. En conséquence, la résistance thermique augmente, ceci fait baisser les performances de l'échangeur. La couche d'encrassement bloque le passage du fluide et augmente la surface rugueuse, est ainsi réduit

le taux de transfert de chaleur.

L'ampleur de l'encrassement sur la surface d'échange thermique par un fluide donné, dépend du type de transfert de chaleur (ébullition, condensation), le type de fluide (liquide, gaz) ou la nature de la surface et le type du matériau utilisé.

Les inconvénients économiques de l'encrassement sont attribués à :

- De grosses pertes d'énergie provoquées par l'inefficacité thermique.
- Le coût élevé de maintenance pendant la période de nettoyage des échangeurs.
- De grosses pertes de production durant la période d'arrêt pour le nettoyage.

Aux Etats Unis d'Amérique, une étude effectuée sur le coût annuel de l'encrassement et de la corrosion dans l'industrie pétrolière annonce le chiffre de 10 millions de dollars par an pour une raffinerie, ce qui extrapolé à l'ensemble du monde occidental, atteint la somme de 4.500 millions de dollars.

Les dépenses relatives à toutes les causes d'encrassement, se traduisent par :

- Une surdimensionnement des appareils, en bureau d'études,
- Une dépense d'énergie supplémentaire,
- Le remplacement du matériel corrodé,
- Des coûts d'arrêt d'installation (nettoyage, démontage…).

I.5. Catégories et types d'encrassement :

Selon la classification établie en 1978 par Epstein , il existe cinq grands types d'encrassement différents : La corrosion; l'encrassement biologique; l'encrassement par réaction chimique; l'entartrage; l'encrassement particulaire.

Quel que soit le phénomène d'encrassement considéré, il est plus ou moins critique selon la nature des fluides employés et/ou la conception des échangeurs. Dans les situations réelles d'encrassement, il est bien évident que ces différents mécanismes interagissent ou se superposent de manière plus ou moins complexe.

I.5.1. La corrosion :

L'encrassement par corrosion est le résultat d'une réaction chimique ou électrochimique entre la surface de transfert de chaleur et le fluide en écoulement.

Les produits qui se forment et s'accumulent sur la surface créent l'encrassement.

Il existe différents types de corrosion :

la corrosion uniforme caractérisée par une perte d'épaisseur régulière mais dont la vitesse

- n'est pas forcément proportionnelle au temps ;
- la corrosion par piqûres où l'attaque est limitée à des zones de très petites surfaces ;

- la corrosion fissurant à l'échelle microscopique intergranulaire ou transgranulaire ;

- la corrosion sélective où seul un élément d'un alliage subit une attaque sélective ;

I.5.2. L'encrassement biologique :

L'encrassement biologique est dû au développement de micro-organismes qui créent un film encrassant au contact de la surface d'échange. Il peut être causé par trois grands types de micro-organismes :

- les bactéries dont le développement est dû à un apport nutritif de type hydrocarbures ;
- les algues dont le développement est dû à la présence d'énergie solaire avec photosynthèse;
- les champignons dont le développement est dû aux changements des conditions ambiantes telles que l'humidité, la température ou le *PH*.

I.5.3. L'encrassement par réaction chimique :

L'encrassement par réaction chimique est dû à la présence d'une réaction chimique au voisinage d'une surface d'échange. Les produits solides ainsi formés s'y déposent. Il s'agit le plus souvent d'une réaction de polymérisation qui implique la formation d'un dépôt de haut poids moléculaire. Les vitesses de telles réactions chimiques dépendent fortement de la température, de la pression, de la concentration et de la présence d'éléments catalyseurs. Toutefois, la vitesse globale du mécanisme de dépôt dépend aussi de la dynamique des phénomènes de surface et de transfert. Il est rencontré dans les industries alimentaires, nucléaire et dans les procédés de raffinage du pétrole.

I.5.4. L'entartrage :

L'entartrage d'une surface d'échange est généralement associé à la production d'un solide cristallin à partir d'une solution liquide. Il dépend donc fortement de la composition des eaux industrielles. L'entartrage se matérialise par une formation d'incrustations adhérentes et dures sur les surfaces d'échanges généralement métalliques.

Il est produit principalement par la dissipation des sels inorganiques dans le processus d'écoulement présente une super saturation durant l'échauffement ou le refroidissement

Pour qu'il y ait entartrage, deux conditions doivent être remplies :

- ✓ la limite de solubilité du sel contenu dans l'eau doit être dépassée ;
- ✓ la vitesse de dépôt doit être suffisamment rapide.

Ce type d'encrassement est conditionné par une grande vitesse de déposition et un excès de concentration par rapport à la limite de solubilité.

I.5.5. L'encrassement particulaire :

Il s'agit du dépôt puis de l'accumulation, sur les surfaces d'échange, de particules transportées par l'écoulement de fluides industriels tels que :

- ✓ l'eau des chaudières contenant des produits de corrosion ;
- ✓ l'eau des tours de refroidissement ;
- ✓ les écoulements gazeux chargés de particules tels les résidus solides de combustion, ou les

poussières résultant de l'incinération de déchets ménagers.

I.6. Nature du dépôt :

I.6.1 Dépôt dur :

Il s'agit d'une structure dense et renforcée qui ne s'atténue pas lors d'un simple jet d'eau ou de vapeur mais qui nécessite un traitement mécanique ou un nettoyage chimique approprié.

C'est le cas de dépôt corrosif ou cristallin.

La résistance thermique d'un dépôt dur est directement proportionnelle à son épaisseur.

I.6.2 Dépôt poreux :

C'est le matériau d'un dépôt dur qui se présente en une structure moins dense, sous l'effet des conditions opératoires. Ce cas est plus sérieux que le précédent quand le fluide emprisonné dans les pores a une conductivité thermique plus faible que le matériau solide.

I.6.3 Dépôt mou :

C'est le cas de boues, poudres de coke ou de fibres végétales. La résistance dans ce cas est plutôt liée au fluide emprisonné qu'au matériau constituant la matrice.

Un simple soufflage peut donner des résultats satisfaisants lors du nettoyage.

I.7. Les processus fondamentaux de l'encrassement :

Phénoménologiquement, l'encrassement est un problème transitoire de chaleur et de masse qui nécessite l'action simultanée de plusieurs processus complexes. Epstein a décomposé les mécanismes d'encrassement selon 5 événements séquentiels :

I.7.1. L'initiation :

L'initiation comme étant le temps nécessaire avant la formation du dépôt sur une surface propre. Il faut signaler que, dans la grande majorité des études expérimentales traitant de l'encrassement particulaire sur des tubes d'échangeurs, la phase d'initiation du processus d'encrassement n'est pas détectée.

Pendant l'initiation, la surface est conditionnée par l'encrassement qui aura lieu plus tard.

La température de surface, le matériau et la rugosité influencent le retard initial (l'induction) ou la période d'incubation. Cette phase est associée au temps nécessaire avant de pouvoir observer la formation d'un dépôt encrassant sur la surface d'échange.

Beaucoup de travaux de recherche donnent de plus en plus l'importance à cette phase initiale avant la formation du noyau cristallin encrassant. Actuellement, l'un des principaux objectifs des chercheurs est de donner un modèle capable de décrire la phase d'initiation de l'encrassement. Parmi leurs objectifs : augmenter du temps d'induction (le plus long possible). L'utilisation de nouveaux matériaux de surface, tel que le DLC (Diamond-Like Carbon), permet de prolonger la phase d'induction.

La surface rugueuse tend à diminuer le délai de la période. Elle fournie une situation favorable pour la cristallisation pendant que les rainures fournissent des régions pour le dépôt des particules

I.7.2. Transport :

Pendant cette phase, les substances d'encrassements du volume de fluide sont transportées à la surface de transfert. Le transport est gouverné par un nombre de phénomènes y compris la diffusion, la sédimentation et la thermophorèse (thermophoresis). Une grande quantité d'information disponible pour chacun de ces phénomènes est appliquée pour étudier les mécanismes de transports pour les différentes catégories d'encrassement.

La thermophorèse est le mouvement de petites particules dans l'écoulement de fluide quand le gradient de température est présent. Les murs froids attirent les particules colloïdales pendant que les murs chauds repoussent ces particules. La thermophorèse est importante pour des particules autour de 5 μm de diamètre et devient dominante autour de 0.1 μm.

Un autre type de ces processus est électrophorèse (electrophoressis). L'impact inertiel et les tourbillons de turbulence peuvent être présentés. Le modèle théorique qui expose ce processus est disponible dans la littérature.

I.7.3. Déposition :

Une partie de la matière encrassant transportée est attachée à la surface. Les forces agissantes des particules proches de la surface sont importantes à déterminer l'attachement.

En plus, les propriétés du matériel tel que la densité, la viscosité et les conditions de surface sont importantes. L'adhésion des particules sous l'effet des forces de Van der Waals, des forces électrostatiques ou capillaires.

Les forces de London-Van der Waals sont dues aux interactions entre les moments dipolaires générés par le mouvement des électrons autour des noyaux d'atomes neutres

voisins. Dans des fluides de phase unique, les forces résultant entre particules et entre les particules et la paroi sont toujours attractives. Pour $d_p \leq 100 \mu m$, les forces de Van Der Waals l'emportent sur les forces de gravité.

I.7.4. Le réentraînement (Enlèvement) :

Le réentraînement des particules déposées dû aux forces de cisaillement s'exerçant sur le dépôt, à l'érosion ou à l'écaillage. Une certaine proportion de la matière est enlevée de la surface immédiatement après leur dépôt et une autre est enlevée plus tard. En général, les forces de cisaillement à l'interface entre le fluide et la couche de dépôt encrassante sont responsables de cet enlèvement. Les forces de cisaillement dépendent du gradient de la vitesse à la surface, de la viscosité du fluide et de la rugosité de la surface.

I.7.5. Le Vieillissement :

Le vieillissement du dépôt caractérisé par un changement de texture et une usure dudit dépôt. Une fois le dépôt est posé sur la surface, le vieillissement commence. Les propriétés mécaniques de ce dépôt seront modifiées durant cette phase, à cause du changement de cristal ou de la structure chimique, par exemple, l'empoisonnement lent du micro-organisme causé par la corrosion à la surface affaiblira et appauvrira la couche du bio-encrassement. La réaction chimique attire la surface du dépôt pour modifier la composition chimique du dépôt, et de cette façon changer les propriétés mécaniques.

I.8.Conclusion :

Ce premier chapitre constitue une étude bibliographique assez générale mais non exhaustive sur les différents types et mécanismes d'encrassement. Il met en évidence que la perspective de l'encrassement des surfaces d'échange est un frein non négligeable à la récupération d'énergie. Par le biais de notions sur le dimensionnement, l'évaluation de l'énergie récupérable et la conduite économique des échangeurs, il montre que les informations nécessaires aux choix de ces éléments sont peu nombreuses et relèvent souvent d'un certain empirisme lié à un savoir-faire.

CHAPITRE II

FORMULATION MATHEMATIQUE

II- Formulation mathématique du problème :

II-1- Introduction :

Cette partie du travail est consacrée à la mise en équations du problème physique considéré, en utilisant les équations de conservation gouvernant les transferts de chaleur dans un canal plan 2D en régime turbulent. Le modèle de turbulence standard κ - ε est utilisé.

La formulation mathématique est présentée dans ce chapitre en explicitant d'abord le problème physique et les principales hypothèses qui ont été introduites. La formulation proprement dite sera scindée en deux parties: Le modèle d'équation pour un écoulement turbulent en milieu fluide, et le modèle d'équation en présence d'un milieu poreux.

Dans les deux cas, les équations de conservation, le modèle de fermeture des équations en écoulements turbulents, les hypothèses de travail et les conditions aux limites sont présentées.

II-2- Position du problème physique :

Cette étude porte sur l'analyse de l'encrassement dans un échangeur de chaleur.
La géométrie considérée est un canal plan, entièrement remplie par un liquide ayant un fort pouvoir encrassant (le lait).
Les simulations numériques sont basées sur la résolution des équations de transport modélisant des écoulements turbulents dans une conduite plane partiellement remplie par un milieu poreux. Le fluide entre dans la conduite avec une vitesse *Ue* et à une température uniforme en moyenne *Te*. La longueur *L* du canal est choisie de sorte que l'écoulement soit dynamiquement et thermiquement établi dans la section de sortie pour les nombres de Reynolds considérés. L'écoulement est supposé instationnaire, incompressible et axisymétrique en moyenne et le milieu poreux homogène et isotrope
Le modèle physique choisi ainsi que le système de coordonnées utilisé est représenté sur la Figure II.1.

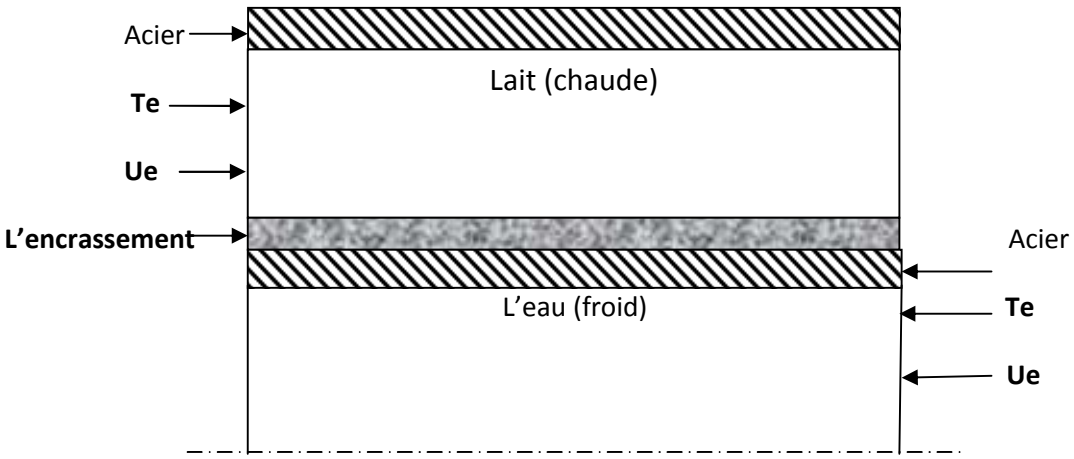


Figure II.1 : **Ecoulement dans un canal à section circulaire**

II-3 - Modélisation de L'écoulement des Fluides :

II-3-1 - Equation de Navier-Stokes :

On considère l'écoulement de deux fluides incompressibles, newtoniens et non-miscibles.

La dynamique de chaque phase k est déterminée par les équations de Navier- Stokes [5]:

$$\frac{\partial \rho k V k}{\partial t} + \nabla (\rho k Vk\, Vk) = \rho k\, g - \nabla \rho k + \nabla(2\mu k\, sk) \qquad \text{(II-1)}$$

II-3-2 - Equation de continuité :

Cette équation concerne le principe de conservation de la masse dans un élément. Elle exprime l'égalité de la variation de la masse d'élément et de la déférence entre la quantité de fluide qui entre la quantité de fluide pendant le même temps.

$$\frac{\partial Ui}{\partial x i} = 0 \qquad \text{(II-2)}$$

II-3-3 - La décomposition statique (La décomposition de Reynolds) :

Elle consiste à décomposé chaque grandeur instantané φ des équations des Navier-Stokes en une grandeur moyenne φ et une fluctuation turbulenteφ . Les équations de Navier - Stokes étant non linéaires, l'opération de moyenne fait apparaître de nouveaux termes qui traduisent l'influence de la turbulence sur l'écoulement moyen.

$$\varphi = \bar{\varphi} + \dot{\varphi} \qquad \text{(II-3)}$$

Avec la valeur moyenne de φ est exprimée par la relation suivante :

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi\, dt \qquad \text{(II-3-a)}$$

Dans le cadre de la modélisation en un point de la turbulence, on ne s'intéresse qu'aux moyennes statiques de la vitesse et de la pression. On décomposé ainsi les grandeurs instantanées selon la règle de Reynolds :

$$U_i = \overline{U}_\iota + U_i \tag{II-4}$$

$$P = \bar{P} + p$$

II-3-4 - Les équation des mouvements moyennes :

II-3-4-1 - Équation de continuité de mouvement moyen :

L'équation de continuité du champ moyen est obtenue par moyenne de l'équation [3]:

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \tag{II-5}$$

II-3-4-2 - Équation de Navier-stocks moyenne :

Toutes les opérations de l'équation (II-1) sont linéaires à l'exception de celui du terme d'advection donc on obtient immédiatement l'équation moyenne suivante [3]:

$$\frac{\partial \overline{U}_j}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + U_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{II-6}$$

Après avoir introduise la décomposition de **Reynolds** on écrit finalement :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij} + R_{ij}) \tag{II-7}$$

L'effet de la moyenne engendre bien entendu une perte d'information, caractérisée ici par l'apparition d'une corrélation inconnue $\overline{U_\iota U_j}$ appelé tenseur de Reynolds.

La condition d'incompressibilité implique :

$$U_i \frac{\overline{\partial U_\iota}}{\partial x_j} = \frac{\overline{\partial U_\iota U_J}}{\partial x_j} \tag{II-8}$$

Les tensions de **Reynolds** ou les contraintes de **Reynolds** U_iU_j peuvent être s'écrit sous la forme suivante :

$$[Rij] = -\rho \begin{bmatrix} \overline{UU} & \overline{VU} & \overline{UW} \\ \overline{UV} & \overline{VV} & \overline{VW} \\ \overline{UW} & \overline{VW} & \overline{WW} \end{bmatrix} \tag{II-9}$$

Où $[\tau_{ij}]$ est le tenseur des contraintes visqueuse, défini par :

$$[\tau_{ij}] = \Gamma \left[\frac{\partial \overline{U_\iota}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] \tag{II-9-a}$$

Avec :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_{ij}} = \Gamma \frac{\partial^2 \overline{U_\iota}}{\partial x_j \partial x_j}\left[\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] \tag{II-9-b}$$

II-3-4-3 - Equation de transport des tensions de Reynolds :

Les équations de transport sont de la forme générale [6] : $R_{ij} = \overline{u_i u_j}$

$$\frac{d\phi}{dt} = \text{Production+ diffusion –dissipation+sources additionnelles}$$

Ou $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}$: représente la dérivée particulaire (rappelons que $\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + U_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j}$).

Les équations de départ sont les équations (II.1) et (II.2) dans lesquelles on a introduit l'équation (II.3) et (II.4). On part de l'équation de [6] :

$$\frac{\partial(\overline{U}_i+U_i)}{\partial t} + (\overline{U}_k + U_k)\frac{\partial(\overline{U}_i+U_i)}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\overline{\mathrm{p}}+\mathrm{p})}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2(\overline{U}_i+U_i)}{\partial x_k \partial x_k} \quad \text{(II-10)}$$

On fait la différence (II.11)-(II.7) en tendent compte de (II.8):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \overline{U}_k\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_k\frac{\overline{\partial U}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial(u_k u_i - \overline{u_k u_i})}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k} \quad \text{(II-11)}$$

On peut écrire (II.12) pour l'indice j :

$$\frac{\partial x_j}{\partial t} + \overline{U}_K\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + u_k\frac{\overline{\partial U}_j}{\partial x_k} + \frac{\partial(u_k u_j - \overline{u_k u_j})}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k} \quad \text{(II-12)}$$

On multiple (II-12) par uj et (II-13) par ui et on somme les deux équations obtenus. En regroupant certains termes, il vient [6]:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + U_k\frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} = -R_{ik}\frac{\overline{\partial U_j}}{\partial X_K} - R_{jk}\frac{\overline{\partial U_j}}{\partial X_K} + \frac{\bar{p}}{\rho}\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_J} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\overline{U_\iota U_J U_k}\right) - \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\frac{\bar{p}}{\rho}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right] - 2\nu\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \nu\frac{\partial^2 R_{ij}}{x\partial_k \partial x_k} \quad \text{(II-13)}$$

Cette équation fait apparaitre au second membre plusieurs contributions : les deux premiers termes traduisent l`action des gradients de vitesse moyenne sur le champ turbulent et représentent la production des tensions de Reynolds (son signe peut dans certain cas être négatif). Le terme de corrélation pression-déformation s`annule par contraction et réalise dance une redistribution d`énergie sur les composantes des tenseurs de Reynolds.

Schématiquement on écrira :

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \overline{U_k} + \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} = p_{ij} + T_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + \nu\frac{\partial^2 R_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} \quad \text{(II-14)}$$

T_{ij}: Transport diffusif du à la fluctuation de vitesse et aux fluctuations de pression

P : production.

ε_{ij} : Dissipation visqueuse (car il constitue un puits du a la viscosité' moléculaire).

D_{ij} : Diffusion visqueuse.

L'équation (II.12) est appelée équation de tension de Reynolds ou équation des corrélations doubles $R_{ij} = \overline{U_\iota U_j}$

II-3-4-4 - Équation de l'énergie cinétique fluctuante [8]: K=$\frac{1}{2} R_{ij}$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u_\iota u_k}\frac{\partial \overline{U_\iota}}{\partial x_k} - \frac{1}{2}\frac{\partial \overline{u_\iota u_j u_k}}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{U_k p}}{\partial x_k} + \nu\frac{\partial^2 k}{\partial x_k \partial x_k} - \nu\overline{\frac{\partial U_\iota \partial U_j}{\partial x_k \partial x_k}} \quad \text{(II-15)}$$

Cette équation que l'on peut obtenir par contraction tensorielle de l'équation aux tensions de Reynolds, exprimé que la variation de l'énergie cinétique de la turbulence est due aux effets des termes du second membre :

Production d'énergie par action des gradients de vitesse moyenne sur la turbulence, transport par diffusion sous l'action des fluctuations de vitesse et de pression ; dissipation visqueuse et enfin diffusion visqueuse.

Schématiquement on écrira [8]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial k}{\partial x_k} = P + D - \varepsilon + \nu\frac{\partial^2 k}{\partial x_k \partial x_k} \quad \text{(II.16)}$$

II-3-4-5 - Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante :

Multipliant l'équation (II.11) par $\left(-2\nu\frac{\overline{u_k u_\iota}}{\partial x_j \partial x_j}\right)$ et prenant la moyenne, on obtient le résultat final après quelques regroupements simple [7]:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_J}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = -2\nu\left[\frac{\partial \overline{U_k}\partial^2 \overline{U_\iota}}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k} + \frac{\overline{\partial U_k \partial U_\iota} U_i}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k} + \frac{\overline{U_J U_j}\partial \overline{U}_k}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}\right] \quad \text{(II-17)}$$

L'équation du taux de dissipation de l'énergie turbulente est plus délicate a interpréter et a modéliser, elle est utilisée pour calculer l'échelle de longueur caractéristique de la turbulence. Cette équation est analogie à celle citée par Biesel [4] en 1972.

II-3-5 - Problème de fermeture des équations:

Le système à résoudre comporte alors plus d'inconnues que d'équation, d'où la nécessite d'utiliser des modèles de fermeture pour le fermer.

On pourrait poursuivre la démarche, on trouve de nouvelles équations qui introduiraient à leur tour de nouvelles inconnues, ainsi que l'équation exacte d'un moment d'ordre *n* ($\overline{u_{\iota,1} u_{\iota,2} u_{\iota,3} \ldots\ldots u_{\iota,n}}$) implique nécessairement un moment d'ordre supérieur.

Il est donc nécessaire de modéliser les inconnues supplémentaires à l'aide de lois complémentaire n'introduisant pas de nouvelle inconnue : modèle de fermeture.

Tableau II-1 : la décomposition de Reynolds dans les équations de Navier-Stokes.

Inconnue à Calculer	Equation disponible	Nombre des équation	Inconnues supplémentaires Des inconnues	Nombre total
Champ de Vitesse Moyenne U_i(3) **Pression** Moyenne (1)	(1) Continuité (3)N_S **moyenne**	Tension de (4) **Reynolds** $\overline{u_\iota u_J}$ (6)		10
Champ de Vitesse Moyenne u_i (3) **Pression** Moyenne (1) **Tension de Reynolds** $\overline{u_\iota u_J}$ **(6)**	**(1) Continuité** (3)N_S **Moyenne (6)Tension de Reynolds**	**10** Corrélation Triple $\overline{u_\iota u_J u_k}$ Pression **Vitesse** $\overline{u_\iota \frac{\partial p}{\partial x_j}}$ **(9) Corrélation Gradient de Vitesse** $\overline{\frac{\partial U_\iota}{\partial x_k}\frac{\partial U_J}{\partial x_k}}$ **(6)**	**Corrélation**	**(35)**

Le problème donc est celui de la liaison entre les tensions de Reynolds et le champ moyen. Pour réaliser la fermeture, des hypothèses et des modèles supplémentaires seront nécessaires pour traduire le comportement du milieu turbulent, il permet alors d'obtenir un nombre d'équation égale à celui des inconnues et ces équations peuvent ensuite être résolues par voie numérique.

II-3-6 - Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence :

II-3-6-1 - Hypothèse de chou :

$$vt=c\mu\frac{K^2}{\varepsilon} \qquad \text{(II.18)}$$

II-3-6-2 - Hypothèse de viscosité turbulente de bousines :

$$-\overline{u_i u_j} = \nu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}k\delta_{ij} \qquad \text{(II.19)}$$

II-2-6-3 - hypothèse de longueur de mélange de Prandtl :

$$v_t = L_m^2 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{(II.20)}$$

Qui devient en écoulement de type couche limite :

$$v_t = L_m^2 \frac{\partial U_1}{\partial U_2} \quad \text{(II.21)}$$

Lm : Etant la longueur de mélange qui peut être détermine' facilement pour un certain nombre d`écoulement.

II-3-6-4 - Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov :

$$v_t = C_v \sqrt{KL}$$

II-3-7 - Les modèles de turbulence et leurs classifications :

II-3-7-1 - Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports)

Aucune équation de transport n'est utilisée dans ce modèle, les tensions de Reynolds sont directement liées aux valeurs moyennes. En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz Prandtl, (La première génération de la modélisation de la turbulence 1925). Suggéra que la viscosité turbulente soit mise sous la forme de produit d'une vitesse et d'une longueur caractéristique du mouvement turbulent.

La longueur utilisée est dite « longueur de mélange » et la vitesse caractéristique s'exprime par l'hypothèse suivante [5]:

$$V = L_m \sqrt{(2d_{ij})^2} \quad \text{(II-22)}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$V_T = L_m V = L_m^2 \sqrt{\left(\frac{\overline{oc_i}}{ox_j} + \frac{\overline{oc_i}}{ox_i} \right)^2} \quad \text{(II-22a)}$$

Lm : Longueur de mélange

La longueur de mélange se calcul suivant le type d'écoulement des expressions variées, obtenus en générale a partir de l'expérience, sont en effet disponibles pour les écoulements standard.

Cependant, ces modèles ignorent complètement le caractère non local de la turbulence.

II-3-7-2 - Les modèles à une équation de transport :

Ces modèles introduisent dans la définition de V_T au moins une grandeur turbulente décrire par une équation d'évolution si on utilise l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence K sous forme modélisé. On pourra déterminer VT par l'expression du type

kolmogrov-Prandtl [6].

$$V_T = C_\alpha L_S \sqrt{K} \quad \text{(II-23)}$$

Où Ls est une échelle de longueur des grandes structures turbulentes donnée en chaque Pt de l'écoulement.

II-3-7-3 - le modèle k-ε et RNG (modèle a deux équations de transport) :

Le modèle k-ε [launder & spalding, 1974] est certainement le modèle le plus répandu.

La viscosité turbulente est donnée par la relation [6]:

$$\square_t = \rho c_\alpha \frac{K^2}{\varepsilon} \quad \text{(II-24)}$$

Où ε taux de dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulent, est donnée par la relation suivante:

$$\varepsilon = \square\ \overline{\nabla \bar{u} : \nabla^t \bar{u}} \quad \text{(II-24a)}$$

Les deux équations de fermeture s'écrivent :

$$\rho\left(\frac{\partial K}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)K\right) = \nabla\left(\left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_t}\right)\nabla K + P + G - \rho\varepsilon\right)$$

(II-24b)

$$\rho\left(\frac{\partial_\varepsilon}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)\varepsilon\right) = \nabla\left(\left(\alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon + C_{\varepsilon 1}(P + C_{\varepsilon 3}G)\frac{\varepsilon}{K} - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{K}\right)$$

Avec :

$$\text{P} = \square_t\ tr(\square\bar{u} : \nabla\bar{u} + \nabla^t\bar{u} : \nabla\bar{u})$$

$$G = -\frac{\square_t}{\sigma_t}\beta g.\square\bar{T} \quad \text{(II-24-c)}$$

Les constantes, déterminées empiriquement par les auteurs du modèle, sont données dans le tableau suivant :

Tableau II-2 : constantes du modèle k-ε

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_T	$C_{\varepsilon 1}C_{\varepsilon 2}$
0,09	1,44	1,92	1	1,3	1	0,7

Cette modèle est très répandu de part sa simplicité, sa robustesse et sa facilité de mise en oeuvre .Bien que les aspects généraux des écoulements soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances dues notamment à la valeur des constantes et au fait que le modèle est

trop diffusif. Les modifications apportées au modèle k−ε sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes:

II-3-7-4 - Le modèle k-ε deux couches :

[Chen & patel, 1988] qui, a proximité des parois, utilise un modèle a une équation (pour k) et exprime ε a l'aide d'une longueur caractéristique déterminée par une formule algébrique fonction du nombre de Reynolds.

II-3-7-5 - Le modèle k-ε étendu :

[Chen & Kim, 1987], qui ajoute un terme a l'équation du taux de dissipation pour que le transfert d'énergie réponde plus efficacement à la déformation moyenne de l'écoulement, rend le modèle moins d'effusif, le modèle RNG, développe' par le groupe de re-normalisation [yakhot & Smith, 1992]. Il consiste en une estimation au cours du calcul de la constante$C_{\varepsilon 1}$, remplacée dans l`équation de dissipation par $\acute{C}_{\varepsilon 1}$ donnée par l'expression (II.27). Cette expressions ajoute un terme fonction du taux de déformation η à l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$\acute{C}_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1} - \eta \frac{(1-\eta_0)}{1+\beta\eta^3} \qquad \text{(II-25)}$$

Tableau II-3 : constantes du modèle RNG.

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}C_{\varepsilon 2}$	η_0	β
0,005	1,42	1,68	0,7179	0,7179	1	0,7	4,33	0,012

II-3-7-6 : Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM):

A partir des équations de Reynolds, Robin (1972) a proposé que le transport (convection plus diffusion) des contraintes de Reynolds est proportionnel a celui de l'énergie cinétique turbulente on a [4] :

$$\frac{\partial(\rho U_k \overline{U_\iota U_J})}{\partial x_k} - D_{ij} = \frac{\overline{U_\iota U_J}}{K} \qquad \text{(II.26)}$$

Où :$\frac{\overline{U_\iota U_J}}{K}$ Est le coefficient de proportionnalité qui n'est pas une constante en générale

L'introduction de cette hypothèse (II. 19) Dans l'équation de transport est de la forme suivante :

$$\frac{\partial(\rho U_k \overline{U_\iota U_J})}{\partial x_k} = Dij + Pij + Rij = \frac{2}{3}\rho E\delta ij \qquad \text{(II.27)}$$

Où :

$$\overline{U_\iota U_J}=K\left|\left(\frac{2}{3}\delta_{ij}+\left((1-C_2)\left(\frac{P_{ij}}{\varepsilon}-\frac{2}{3}\frac{P_k}{\varepsilon}\delta_{ij}\right)\right)\right/\left(\rho C_1+\frac{P_k}{\varepsilon}-\rho\right)\right| \quad \text{(II.28)}$$

Avec :

$$P_{ij}=-\rho\overline{U_\iota U_k}\frac{\partial U}{\partial x_t}-\rho\overline{U_\iota U_k}-\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad \text{(II.29)}$$

La sommation de (3.17) donne la production d'énergie turbulente :

$$P_k=\frac{1}{2}P_{ij} \quad \text{(II.30)}$$

Pour la redistribution d'énergie, différents modèles sont proposés dans le présent code (TEAM), ils ont utilisés le modèle suivant :

$$R_{ij}=R_{ij,1}+R_{ij,2}+R_{ij,w} \quad \text{(II.31)}$$

Où :

$$R_{ij,1}=-C_1\rho\varepsilon\left(\frac{\overline{U_\iota U_J}}{K}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\right) \quad \text{(II.32)}$$

$$R_{ij,2}=-C_2\left(P_{ij}-\frac{2}{3}P_k\delta_{ij}\right) \quad \text{(II.33)}$$

Et R_{ij} , w (les termes a la proximité de la paroi) :

$$R_{11,w}=\left\{C'_1\frac{\varepsilon}{k}V'^2-C_2C'_2\left(P_{22}-\frac{2}{3}P_k\right)\right\}F$$

$$R_{11,w}=\left\{-2C'_1\frac{\varepsilon}{K}V'^2-C_2C'_2\left(P_{22}-\frac{2}{3}P_k\right)\right\}\text{F} \quad \text{(II.34)}$$

$$R_{11,w}=\left\{C'_1\frac{\varepsilon}{K}V'^2-C_2C'_2\left(P_{22}-\frac{2}{3}P_k\right)\right\}F$$

$$R_{11,w}=\left\{-1.5C'_1\frac{\varepsilon}{K}\overline{UV}+1.5C_2C'_2P_{12}\right\}F$$

Et le terme F est donnée par:

$$F=\frac{K^{2/3}}{2.\varepsilon X_n} \quad \text{(II.35)}$$

La fermeture de l'équation (II, 28) est enfin achevée par l'équation suivante pour l'énergie turbulente K:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho UK)=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_\varepsilon\frac{K}{\varepsilon}\overline{U_kU_\iota}\frac{\partial K}{\partial x_j}\right)+P_k-\rho\varepsilon \quad \text{(II.36)}$$

Et pour la fermeture de l`équation de dissipation s on a :

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_1 \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_\varepsilon \frac{K}{\varepsilon}\overline{U_k U_j}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right) + \frac{\varepsilon}{K}(C_{\varepsilon 1}P_k - C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon) - \rho\varepsilon \quad \text{(II.37)}$$

Tableau II-4 : les constantes du modèle ASM.

C_S	C_1	C_2	C_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	C'_1	C'_2
0 ,02	1,8	0,6	0,15	1,44	1,92	0,5	0,3

L'ensemble des équations (II.36), (II.37) et (II.28) constitue le modèle de contrainte algébrique.

La distribution des équations (II-37) à (II-36) dans l'équation (II-28) donne le système algébrique suivant :

$$a_{i1}\overline{U'^2} + a_{i2}\overline{U'^2} + a_{i3}\overline{U'V'} + a_{i4}\overline{W'^2} = b_i \quad \text{(II-38)}$$

La condition de contraintes normales inconditionnellement positives est assurée par la détermination simultanée de toutes les contraintes normales par la résolution du système algébrique suivant :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{\rho U^2} \\ \overline{\rho V^2} \\ \overline{\rho W^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \text{(II-39)}$$

Où les coefficients sont définis tel que :

$a_{ij} \leq 0$ Pour $i \neq j$ (II-40)

Le système algébrique (II-39) est résolu par le théorème de cramer.

Soit : $\overline{\rho U^2} = \frac{\nabla_1}{\nabla}$, $\overline{\partial V^2} = \frac{\nabla_2}{\nabla}$, $\overline{\rho W^2} = \frac{\nabla_3}{\nabla}$

Une fois les contraintes normales déterminées, nous calculons la contrainte de cisaillement par :

$$\overline{U'V'} = -\frac{a_{31}}{a_{33}}U'^2 - \frac{a_{33}}{a_{33}}V'^2 - \frac{a_{32}}{a_{33}}W'^2 - \frac{b_3}{a_{33}} \quad \text{(II-41)}$$

II-4 - Modélisation du transfert de chaleur:

II-4-1 - Equation d'énergie :

La modélisation des transferts de chaleur est basée sur une formulation en température des échanges thermiques, dans laquelle le changement de phase ou la dissipation visqueuse sont pris en compte grâce à des termes sources ou polynomiaux formulés en terme de température.

II-4-1-1 -Transferts de chaleur en écoulements incompressibles :

La modélisation des transferts thermiques convectif et conductif en interaction avec un écoulement incompressible sont modélisés à partir d'une formulation conservative et d'une approche non-conservative [2].

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(VT)T\nabla V\right) + \alpha T = \nabla(\lambda \nabla T) + \phi + S \qquad \text{(II-42)}$$

Le terme αT est un terme linéaire laissé à la libre utilisation de l'utilisateur ainsi que le terme source S.

Le terme ϕ est le terme de dissipation visqueuse donnée par la relation suivante :

$$\phi = 2\mu D_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \qquad \text{(II-43)}$$

Avec :

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$$

II-5 conclusion :

Le présent chapitre a pour mission de qualifier et de quantifier les modes d'action de l'évacuation de chaleur par l'écoulement d'eau.

L'intérêt des modèles ASM et RSM par rapport aux modèles du premier ordre K-ε est qu'ils permettent de s'affranchir d'une relation locale entre les tensions de Reynolds et l'écoulement moyen.

Ces modèles permettent donc de mieux prendre en compte les effets d'histoire ou encoure d'anisotropie de la turbulence.

Il est à présent nécessaire de modéliser numériquement le problème de la turbulence dans le poreux. Pour cela, la méthode des volumes finis a été sélectionnée pour la modélisation numérique. Les questions relatives au choix de la méthode numérique, au traitement des interfaces ainsi qu'à la technique de résolution sont traitées dans le quatrième chapitre.

CHAPITRE II

RESOLUTION NUMERIQUE

III-1-Introduction :

Pour résoudre un problème de la physique il faut distinguer le modèle physique du modèle mathématique. Le modèle physique peut s'exprimer en mots et phrases qu'il est nécessaire de traduire en expressions mathématiques. Lorsque le problème est ainsi bien Posé, il est alors possible de le résoudre soit mathématiquement (solution analytique) ou numériquement (solution numérique). Les solutions analytiques, basées sur la forme locale du problème (Equations aux Dérivées Partielles: « E.D.P. » associées aux conditions initiales et aux limites), ne peuvent être déterminées dans le cas général sauf dans certains cas classique connus depuis bien longtemps. Dans le cas général où il y'a des difficultés si l'on résoudre les équations aux drivées partielles qui régissent les phénomènes étudiés, on fait appel aux méthodes numériques, le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques.

III-2- Les méthodes numérique :

Il y'a trois méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles régissant les écoulements. Ces méthodes sont :

- la méthode des différences finies.
- la méthode des éléments finis.
- la méthode des volumes finis.

III-2-1-méthode des différences finies :

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans Le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la Fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

Inconvénients : limitation de la géométrie des domaines de calculs, difficultés de prise en Compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue.

III-2-2- méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à rapprocher les équations différentielles régissant pour un système avec un ensemble d'équations algébriques concernant un nombre limité de variables. Ces méthodes sont populaires parce qu'ils peuvent facilement être programmés. Les techniques des éléments finis ont été initialement développées pour des problèmes structurels, mais ils ont été étendus à de nombreux problèmes du terrain. Le solide est décomposé en éléments de forme géométrique simple ayant des côtés communs et dont les sommets ou nœuds sont les points d'articulation de plusieurs éléments entre eux.

Ces nœuds seront les points d'application des forces intérieures ou extérieures. L'opération de décomposition est le maillage. Un bon maillage doit faciliter les opérations Prévues par un programme d'ordinateur. Il faut donc adopter une méthode systématique de numérotation des éléments et des nœuds.

Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle Des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence.

Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul et en mémoire.

III-2-3- méthode des volumes finis :

Cette méthode est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis mais, contrairement à la méthode de différence finies qui utilise des approximations de dérivées, la méthode de volume fini utilise comme la méthode d'éléments finis, des approximations d'intégrales. Dans la méthode des volumes finis les lois de conservations (de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie) sont exprimées localement sons une forme intégrale. La clé de cette méthode réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème d'Ostrogradski, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface. L'un des principaux avantages de la méthode des volumes finis est d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage et c'est pour raison qu'elle est très largement utilisée pour la résolution des phénomènes gouvernés par des équations à dérivées partielles.

III-3- Résolution des équations par éléments finis :

III-3-1-Introduction : Méthodes des éléments finis

La méthode des éléments finis est fondée sur deux idées principales : une méthode D'interpolation et une méthode vibrationnelle.

Etant donnés un domaine continu et une fonction u solutions de L(u) = 0,

• a) la méthode d'interpolation fournira une fonction proche de u construite 'a partir d'un nombre finis de réels

• b) la méthode vibrationnelle remplacera L(u) = 0 par un nombre fini d'équations.

Si l'on suppose la fonction approchée connue en un certain nombre de points de l'élément, Elle est évaluée en n'importe quel point de l'élément par interpolation.

La restriction de la fonction approchée à un élément K (quadratique) du maillage, notée $\square_n^k$, est de la forme :

$$\square_n^k(x, y) = \sum_{i=0}^{nk} \square_i N_i(x, y) \qquad \text{(III-1)}$$

Ou □*i*désigne la valeur de la fonction approchée □□au point xi de coordonnées (xi, yi), Ni la fonction d'interpolation associée à xi, N_k le nombre de fonctions utilisées pour l'élément K. Les coefficients □*i*de cette combinaison linéaire sont les inconnues ou degré de liberté du problème discret. Les fonctions d'interpolation sont les fonctions de base d'un espace vectoriel de dimension finie N_h dans lequel on cherche à priori la solution discrète□$_h$.
Afin de déterminer les inconnus du problème discret, une méthode de résidus pondérés est utilisée : on minimise l'erreur commise est minimisée en remplaçant dans les équations aux dérivées partielles la fonction exacte par la fonction approchée. Pour cela, on projette l'erreur sur un espace de fonction□$_h$ à préciser.
La méthode de Galerkin est un cas particulier de la méthode des résidus pondérés, l'espace de projection est le même que l'espace d'approximation de la solution du problème, autrement dit □$_h$ = N_h.

III-3-2-Mise en œuvre de la méthode des éléments finis :

III-3-2-1Formulation variation elle forte :

La formulation forte d'un problème aux conditions aux limites s'écrit alors comme suit:
Trouver u(x) u(x)□ espace des solutions Us tel que [10]

$$\mathcal{L}(u) - F = 0 \; \square x \; \square \; \Omega \; B(u) = u_0 \; \square \; X \; \square \; \Gamma_{u0} \qquad \text{(III-2)}$$

On note que l'espace Us dans lequel nous recherchons la fonction u, doit être défini Judicieusement.

III-3-2-2-Formulation variation elle faible:

La formulation variation elle faible peut être obtenue par les étapes suivantes :

1. approcher la solution u, partout dans le domaine Ω, par u tel que [10]

   $$\tilde{u}=\sum_{i}^{n}=1 N_i \tilde{u}_i \qquad \text{(III-3)}$$

Ou Ni =Ni (x, y) désignent les fonctions de forme ũ et des valeurs nodales indéterminées.

2. introduire (III-3) dans (III-2) il en résulte une erreur ou un résidu ε tel que

   $$\varepsilon = \mathcal{L}(\tilde{u}) - F \neq 0 \qquad \text{(III-4)}$$

Ou ε = 0, ũ = u c.à.d. lorsqu'une solution exacte existe.

3. obtenir une valeur nulle de ε en introduisant une fonction de point arbitraire W tel que

   $$\int w(\mathcal{L}(\tilde{u}) - F)\, d\Omega = 0, K = 1,2 \ldots \ldots . N \qquad \text{(III-5)}$$

Ou N Nombre d'inconnues indépendants du système (III-2).

En formulation de Galerkine les fonctions tests sont assimilées aux fonctions de forme.

On pose

$$w_k = N_k \Longrightarrow \int N_k \mathcal{L}\left(\sum_{i=1}^{n} N_i \tilde{u}_i\right) d\Omega = 0 \qquad \text{(III-6)}$$

On dit que u □ $H_0^1(\Omega)$ est une solution faible de (III5 ?) si :

$$\square\ v \square\ H_0^1(\Omega) \text{ a } (\tilde{u}, v) \qquad \text{(III-7)}$$

a $(\tilde{u}, v)$ est la forme bilinéaire associée à $(\mathcal{L})$ Soit Ω un ouvert borné de R^d et $\partial\Omega$ est régulier.

On considère alors le problème :

$$L_u = f \text{ sur } \Omega \text{ et } u = 0 \text{ sur } \partial\Omega = 0 \qquad \text{(III-8)}$$

III-3-3 forme générale des équations du système [10]:

Les équations du système sont écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_{\square}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x c_{\square}\square) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y c_{\square}\square) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\square}\frac{\partial \square}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_{\square}\frac{\partial \square}{\partial y}\right) + S_{\square} \qquad \text{(III-9)}$$

Ou :

□: Variable généralisée

$c_{\square}$: Coefficient d'advection transitoire.

$\Gamma_{\square}$: Coefficient de diffusion.

$S_{\square}$: Termes source.

Le tableau (III-9) regroupe les expressions des différents termes dans les différentes équations du système.

Tableau III-1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables.

Variable □	Coefficient d'advection $c_{\square}$	Diffusivité Γ_{ϕ}	Termes source $S_{\square}$
V_X	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) - \sigma\nabla\left\lvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}\right\rvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}$
V_Y	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \sigma\nabla\left\lvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}\right\rvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}$
T	1	$\frac{k}{\rho c^e}$	$\frac{\varphi}{\rho c^e}$
ρ	1	0	0

III-4-Choix d'un maillage :

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des

maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts (par exemple aux endroits où l'on pense que la solution va beaucoup varier), cependant il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « Vraie » solution de l'équation aux dérivés partiels.

Même si une structure géométriquement complexe peut être maillée avec des éléments tétraédriques, elles mai exigent de nombreux éléments et que mai conduire à l'échec parce que la simulation des ressources informatiques. Même un volume de forme régulière mai exigent de nombreux éléments tétraédriques si elle a un ratio très grand aspect. Ici, les éléments hexaèdres ou d'un coin serait un meilleur choix. (Figure III-1) "Objet avec un aspect ratio Large", illustre cette différence. Il montre que le nombre d'éléments tétraédrique (a) est beaucoup plus grand quelle nombre d'éléments hexaédrique (b), si une densité de maillage similaire est maintenue sur la section transversal

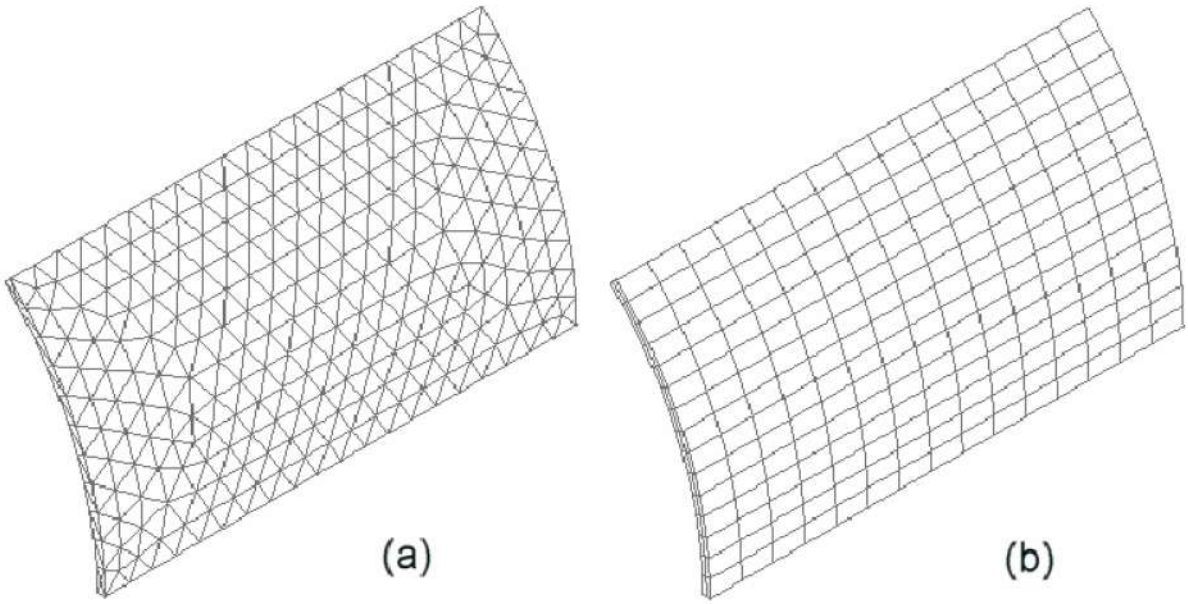


Figure III-1 a) éléments tétraédrique ; b) éléments hexaédrique

III-4-1- Discrétisation :

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles. Le procédé de discrétisation par élément fini consiste à écrire, après intégration, l'équation généralisée, sous forme matricielle élémentaire [10].

$$\left(\left[A_e^{transient}\right] + \left[A_e^{advection}\right] + \left[A_e^{diffusion}\right]\right)\{\emptyset_e\} = \{S_e^{\emptyset}\} \quad \text{(III-10)}$$

Pour les intégrales élémentaire, La méthode Galerkin des résiduels pesés est employé.

III-4-1-1-Terme temporelle :

Le premier des contributions de la matrice élémentaire est le terme de transition. Sa forme générale est simplement [10]:

$$\left[A_e^{transient}\right] = \int w^e \frac{(\partial \rho c_{\emptyset} \square)^e}{\partial_t} d(vol) \quad \text{(III-11)}$$

Avec :

w^e: La fonction pesante pour l'élément, qui est également la fonction de forme.

Pour le nœud i:

$$\int w^e \frac{(\partial \rho c_{\emptyset} \square)^e}{\partial_t} d(vol) = \int w_i^e \rho c_{\square} w_j^e d(vol) \frac{\partial \square_i^e}{\partial t} + \int w_i^e \frac{\partial \rho c_{\square}}{\partial t} w_j^e \, d(vol) \square_j^e \quad \text{(III-12)}$$

Les indices inférieurs i et j indiquent le nombre de nœud. Si la deuxième partie de l'équation (III-11) est négligée, la matrice de masse peut être exprimée comme

$$M_{ij} = \int w_i^e \rho c_{\square} w_j^e d(vol) \quad \text{(III-13)}$$

Si l'approximation localisée de masse est employée.

$$M_{ij} = \delta_{ij} \int w_i^e \, \rho c_{\square} d \, (vol) \quad \text{(III-14)}$$

Ou: δ_{ij} = delta de Kronecker (0 si i ≠ j, 1 si i = j)

Il y a deux méthodes d'intégration temporelles : Newmark et (backward différence) différence en arrière.

La méthode d'intégration de temps de Newmark ou, la formulation implicite de base nodale, exprime l'étape de temps courant comme la nième étape de fois et l'expression comporte les résultats précédents d'une étape de temps.

$$(\rho \square)_n = (\rho \square)_{n-1} + \Delta t \left[\delta \left(\frac{\partial(\rho \emptyset)}{\partial t}\right) + (1 - \delta)\left(\frac{\partial(\rho \emptyset)}{\partial t}\right)_{n-1}\right] \quad \text{(III-15)}$$

Ou:

δ = coefficient d'intégration en temps pour la méthode Newmark

L'équation (III-14) est écrite comme suite:

$$\left(\frac{\partial(\rho \emptyset)}{\partial t}\right)_n = \frac{1}{\Delta t \delta}(\rho \square)_n - \frac{1}{\Delta t \delta}(\rho \square)_{n-1} + \left\{1 - \frac{1}{\delta}\right) \quad \text{(III-16)}$$

III-4-1-2- Terme d'advection:

Il ya trois approches pour la discrétisation du terme d'advection. L'approche dite ligne de courant monotone upwind (MSU), La ligne profilée upwind/Petro-Galerkin (SUPG), et les approches colloquées de Galerkin (COLG).

III-4-1-2-1- Monotone Streamline Upwind Approach (MSU):

Le terme d'advection est manipulé par une approche de ligne de courant monotone basée sur l'idée que le transport pur d'advection est le long des lignes caractéristiques. Il est utile de penser à la formulation de transport d'advection en termes de quantité étant transportée dans un domaine connu de vitesse.

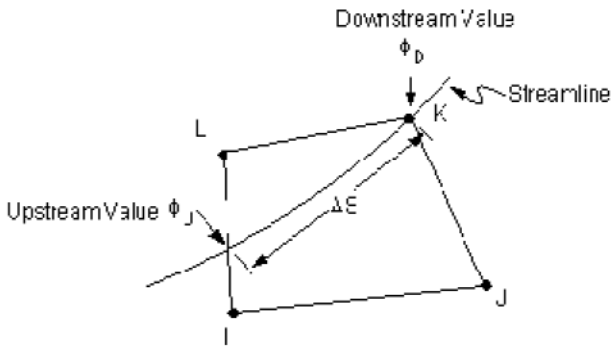


Figure III-2 : l'approche de ligne de courant d'Upwind

Le champ de vitesse lui-même peut être envisagé partout comme ensemble de tangente de lignes profilées aux vecteurs de vitesse. Les limites d'advection peuvent donc être exprimées en termes de vitesses aérodynamiques.

Dans le transport pur d'advection, on suppose qu'aucun transfert ne se produit à travers les lignes caractéristiques, c.-à-d. tout le transfert se produit le long des lignes profilées. Par conséquent on peut supposer que le terme d'advection, s'écrit [10]:

$$\frac{\partial(\rho V_x c_{\square\square})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y} = \frac{\partial(\rho V_s c_{\square\square})}{\partial s} \qquad \text{(III-17)}$$

Une fois exprimé le long d'une ligne profilée, et donc constant dans tout l'élément, on peut écrire:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \frac{d(\rho V_s c_{\square\square})}{ds} \int w^e d(vol) \qquad \text{(III-18)}$$

Cette formulation est faite pour chaque élément, dont chacun aura seulement un nœud qui obtient des contributions de l'intérieur de l'élément. Le dérivé est calculé en utilisant une différence simple:

$$\frac{d(\rho V_s c_{\square})}{ds} = \frac{(\rho V_s c_{\square\square})_u - (\rho V_s c_{\square\square})_D}{Ds} \qquad \text{(III-19)}$$

Ou :

D : l'indice de la valeur on niveau du nœud aval.

U : l'indice de la valeur prise à l'endroit où la rationalisation dans le nœud sous le vent pénètre dans l'élément.

Δ_S = la distance du point situé en amont à l'aval du nœud.

La valeur à l'endroit ascendant est inconnue mais peut être exprimée en termes de valeurs nodales inconnues qu'il est entre l'amont et l'aval.

Le processus consiste à cycler par tous pour l'élément et identifier les nœuds arrière. Le calcul effectué est basé sur les vitesses, pour voir d'où elle est venue la ligne profilée dans le nœud. Des facteurs pesants sont calculés, basé sur la proximité de l'endroit d'upwind aux nœuds voisins.

III-4-1-2-2- La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin) :

L'approche de SUPG se compose d'une discrétisation de Galerkin du terme d'advection et d'un additionnel de diffusion-un terme de perturbation qui agit seulement dans la direction d'advection [10]:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \int w^e \left\{\frac{\partial(\rho V_x c_{\square\square})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y}\right\} d(vol) + C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{mag}} \left\{\frac{V_x \partial w^e}{\partial_x} + \frac{V_y \partial w^e}{\partial_y}\right\} \left\{\frac{V_x \partial(\rho c_{\emptyset\emptyset})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y}\right\} d(vol) \quad \text{(III-20)}$$

Ou:

C2τ = coefficient global réglé à 1,0.

h = longueur d'élément le long de la direction d'advection.

$$U_{mag} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \begin{cases} 1 & si 0 \le p < 3 \\ \frac{p_e}{3} & si p_e \ge 0 \end{cases}$$

$$p_e = \frac{\rho c_p U_{mag} h}{2\Gamma_{\square}}$$ Nombre de peclet

Il est clair que pour l'approche de SUPG la maille est raffinée, les termes de perturbation tend à zéro et la formulation de Galerkin approche à l'exactitude du second degré.et donc le terme de perturbation fournit la stabilité nécessaire qui est absente dans la discrétisation pure de Galerkin.

III-4-1-2-3- Approche Colloquée De Galerkin (COLG):

L'approche de COLG emploie le même arrangement de discrétisation avec l'approche de SUPG avec un concept colloqué. Dans cet arrangement, un deuxième ensemble de vitesses, (les vitesses nodales élément-élément-based) qui sont faites pour satisfaire l'équation de continuité, tandis que les vitesses traditionnelles sont faites pour satisfaire les équations de quantité de mouvement [10].

$$\left[A_e^{advection}\right] \int W^e \left\{\frac{\partial(V_x c_{\emptyset\square})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y}\right\} d(vol) + C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{mag}^e} \left\{\frac{v_x^e \partial W^e}{\partial_x} + \frac{v_y^e \partial W^e}{\partial_y}\right\} \left\{\frac{v_x^e \partial(\rho c_{\emptyset\emptyset})}{\partial x} + \frac{v_y^e \partial(\rho V_y c_{\square\square})}{\partial y}\right\} d(vol) \quad \text{(III-21)}$$

Dans cette approche, l'équation de pression est dérivée à partir des vitesses nodales (élément-élément-basé), et elle est généralement asymétrique. La conservation exacte soit préservée même sur les mailles brutes.

III-4-1-3- Terme de Diffusion :

L'expression pour les termes de diffusion vient d'une intégration au-dessus du domaine de problème après la multiplication par la fonction pesante [10].

$$\text{Diffusion contribution} = \int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right) \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) + \int \mathrm{W^e} \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial y}\right) \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \quad \text{(III-22)}$$

Toutes les variables en x ou y sont traitées de mode semblable. Par conséquent, l'illustration est avec le terme dans la direction de x. Une intégration par partie est appliquée [10]:

$$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_\square \frac{\partial \square}{\partial x})\mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) = \int \frac{\partial \mathrm{w^e}}{\partial x} \Gamma_\square \frac{\partial \square}{\partial x} \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \quad \text{(III-23)}$$

Une fois que la dérivé du φ est remplacé par les valeurs nodales et les dérivés de peser fonctionnent, les valeurs nodales seront enlevées des intégrales

$$\frac{\partial \square}{\partial x} = W_x^e \square \quad \text{(III-24)}$$

$$W_x^e = \frac{\partial W^e}{\partial x} \quad \text{(III-25)}$$

La matrice de diffusion peut maintenant être exprimée comme:

$$\left[A_e^{diffusion}\right] = \int \left(W_x^e \Gamma_\square W_x^e + W_y^e \Gamma_\square\right) \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \quad \text{(III-26)}$$

III-4-1-4 -Termes source :

L'évaluation des termes de source se fait comme suite [10]:

$$S_\emptyset^e = \int W^e S_\square \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \quad \text{(III-27)}$$

III-5- Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini :

III-5-1- Bilan Thermique : Equation De Chaleur

Soit v une partie quelconque de **V** limitée par la surface s

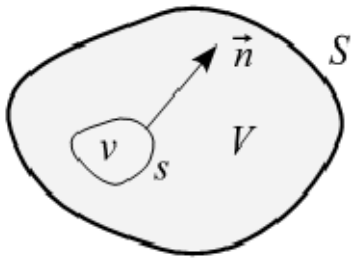


Figure III-3 : Bilan thermique

La puissance thermique stockée dans **v** est égale a la somme de la puissance thermique q générée par les sources volumiques contenues dans **V** et de la puissance thermique reçue sous forme de flux a travers la surface **S [12]**:

$$\int \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dv = \int q dv + \int -\vec{n}\left(-\bar{\bar{\lambda}}\overrightarrow{grad\ T}\right) ds \qquad \text{(III-28)}$$

Le domaine v étant arbitraire, on en déduit : en tout point du solide :

$$\rho C_p \dot{T} - div(\bar{\bar{\lambda}}\overrightarrow{grad}\ T) + q = 0 \qquad \text{(III-29)}$$

Pour un matériau homogène et isotrope, l'équation (III-28) s'écrit dans le repère orthonormé {x, y}[12] :

$$\rho c_p \dot{T} = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + q\right) \qquad \text{(III-30)}$$

Où : $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$

III-5-2- Forme discrétisée : éléments finis :

La solution analytique de l'équation (III- 30) est en général inaccessible. On est donc conduit à chercher une solution approchée par une méthode numérique : la méthode des éléments finis. Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures et les fonctions test appartiennent au même espace de dimension finie.
Le domaine V est décomposé en sous-domaines Ve de forme géométrique simple (les éléments) relies entre eux en des points appelés nœuds. Cette opération s'appelle maillage.

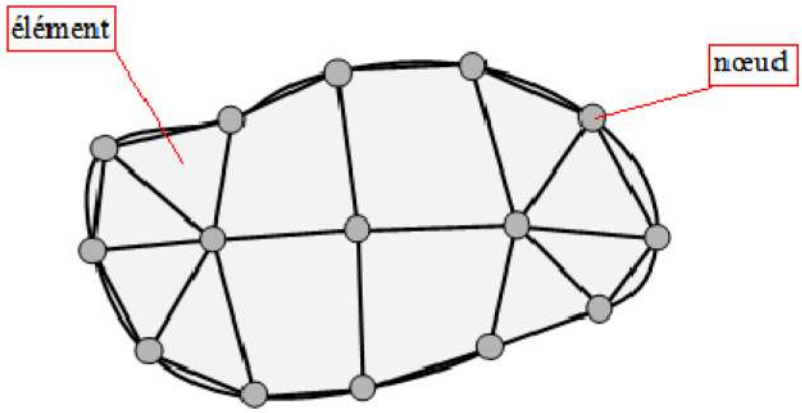


Figure III-4 : Domaine plan discrétisé en 12 élément reliés entre eux par 15 nœuds.

III-5-2-1-Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures

Le champ de températures T (x, y, t) dans l'élément (e) à pour expression [11].

$$T^e(x,y,T) = [N_1^e(x,y) \dots . N_i^e(x,y) \dots . N_n^e e(x,y)] \begin{Bmatrix} T_1^e(t) \\ T_i^e(t) \\ T_n^e e(t) \end{Bmatrix} \quad \text{(III-31)}$$

$$T^e(x,y,T) = [N_1^e(x,y)]\{T_{(t)}^e\}$$

Ou :

- n^e est le nombre de nœuds de l'élément.
- les fonctions$N_i^e\,(x,\,y)$ sont les fonctions d'interpolation élémentaires
- la matrice $N^e\,(x,\,y)$ est la matrice d'interpolation élémentaire
- le vecteur $T_{(t)}^e$ regroupe les températures des nœuds de l'élément (e)

III-5-2-2- Représentation globale du champ de températures :

Le champ de températures T(x, y, t) a pour expression sur l'ensemble du domaine V

$$T\ (x,\ y,\ t) = [N_1(x,y) \dots N_i(x,y) \dots N_n(x,y)] \begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_i(t) \\ T_n(t) \end{Bmatrix} \quad \text{(III-32)}$$

T (x, y, t) = [N(x, y)]{T(t)}

Ou :

- n est le nombre de nœuds du maillage.
- les fonctions $N_i(\mathrm{X},\mathrm{y})$ sont les fonctions d'interpolation (ou fonction de forme).
- la matrice $N\ [(\mathrm{x},\mathrm{y})]$ est la matrice d'interpolation.
- $\{T\ (t)\}$ est le vecteur des températures nodales.

Les fonctions d'interpolation vérifient les relations :

$N_i^e(x_j, y_j) = \delta_{ij}$ $N_i(x_j, y_j) = \delta_{ij}$; $\forall i, j$

Ou (x_i, y_j) sont les coordonnées du nœud j

III-5-3- Discrétisation de la forme intégrale faible :

De l'expression du champ de températures T sur le domaine: $T = [N]\ \{T\}$

Et {grad T} = [B]{T} avec [B]= [$\{B_1\}$… $\{B_i\}$… $\{B_n\}$]

Où : B_i dépend du problème traité (spatial, plan, axisymétrique…) pour un problème spatial , $\{B_i\}$ s'écrit dans le repère orthonormé (x, y).

$$\{B_i\} = \begin{cases} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} \end{cases}$$

T^*= [N] $\{T^*\}$= $\{T^*\}^T[N]^T$ et {gradT^*} = [B] $\{T^*\}$, $\{gradT^*\}^T = \{T^*\}^T[B]^T$.

En portant ces relations dans l'équation (III-28), il vient :

$\{T^*\}$([C] $\{\dot{T}\}$ + [k] {T}- {F}) = 0 (III-33)

[K] = $\int_V [B]T\lambda[B]dv + \int_s h[N]^T[N]ds$ (III-34)

Ou :

[C]: est la matrice de capacité thermique [j /c°]

[K] : est la matrice de conductivité thermique [W/m°C]

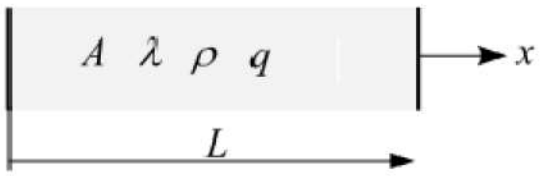
$\{F\}$: est le vecteur des flux nodaux [W]

$\{T\}$: est le vecteur des températures nodales [C°]

III-5-4-Exemple de calcul élémentaire :

Elément a deux nœuds (problème a une dimension)

Considérons un élément à deux nœuds de longueur L dont les caractéristiques A, λ, ρ et q sont constants.



Fonctions d'interpolation sur un élément à deux nœuds :

$N_1^e = 1 - \frac{x}{L}$

$N_2^e = \frac{x}{L}$

$L = x_1 + x_2$

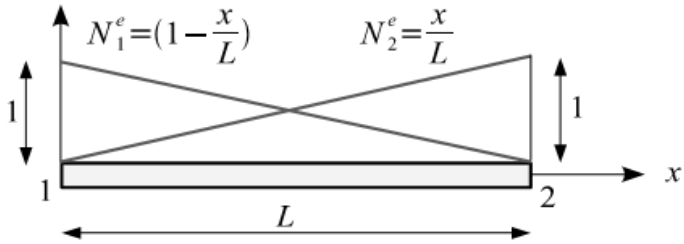


Figure III-5 : Elément a deux nœuds

Le champ de températures dans l'élément s'écrit [12]:

$$T(X) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) T_1 + \frac{x}{L} T_2 = \frac{1}{L}[L - X \quad X] \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = [N]\{T\} \qquad \text{(III-35)}$$

Où T_1 et T_2 les températures nodales. On en déduit la matrice [B] :

$$[B] = \left[\frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_2}{\partial x}\right] = \frac{1}{L}[-1 \;\; 1], [B]^T = \frac{1}{L}\begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} \qquad \text{(III-36)}$$

La matrice de conductivité [k] :

$$[K] = \int [B]^T \lambda [B] dv = \int_0^L \lambda A [B]^T [B] dX = \frac{\lambda A}{L}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{(III-37)}$$

La densité de flux calculée avec la formule :

$$\varphi_x(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda [B]\{T\} = \frac{-\lambda}{L}(T_2 - T_1) \qquad \text{(III-38)}$$

III-6- Conclusion :

Les modèles physiques mis en place dans le chapitre précédent permettent de prendre en compte tout les couplages entre les principaux phénomènes physiques entrant en jeux, et le passage du domaine contenu au domaine discontinu pour la résolution du problème était nécessaire.

Dans ce chapitre on a présenté les trois grands méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles, et choisie la méthode des éléments finis pour discrétisé la forme générale des équations du system et l'équation de chaleur.

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE II

IV-1- Introduction:

Dans ce chapitre les résultats obtenus par le calcul numérique sont discutés et interprétés. Pour résoudre un problème d'écoulement turbulent ; on à utilisé un logiciel de calcul qui traite les problèmes conjugués d'écoulements des fluides et parois solide.

Dans cette étude et en premier lieu on s'intéresse à l'étude de l'influence de la vitesse d'attaque et la température à l'entré de l'échangeur, sur les performances dynamique et thermique pour un échangeur à plaque.

En deuxième lieu en s'intéresse à la simulation d'écoulement en présence d'encrassement sur les parois coté chaud de l'échangeur, et par suite leur influence sur l'efficacité énergétique et dynamique.

Nous avons donc essayé d'appliquer le modèle mathématique pour le cas d'un écoulement entre les défirent forme de plaque et comparer les profiles des vitesses et température et pression turbulente par l'application du modèle K-ε.

Les résultats obtenus sur les profils de vitesse, de l'énergie turbulent ainsi que le champ de pression et de température ont été réalises avec de logiciel ANSYS.

ANSYS Inc., créé en 1970 aux Etats-Unis, est le numéro un mondial des logiciels de modélisation et simulation. Depuis, son objectif est de développer et de fournir des logiciels de simulation en mécanique des structures, mécanique des fluides, électromagnétique et explicite (très grande vitesse et très grandes déformations). Pour mener notre étude par modélisation numérique, on a utilisé le logicielle numérique ANSYS, qui est l'un des codes de calcul, basé sur la méthode d'éléments finis.

Le logicielle « ANSYS » comprend plusieurs composantes telles que : ANSYS/Professionnel, ANSYS/ Multiphisics, ANSYS/ Structural….etc. Chaque composante est destinée à l'un des domaines d'ingénierie, et son choix met automatiquement à la disposition de l'utilisateur les processus adéquats (type d'élément, conditions aux limites, tracés,…etc.). Dans notre analyse, on a utilisé les modules thermal dans ANSYS/ Multiphasique, qui permet de traiter la majorité des problèmes du mécanique des fluides et des transferts de chaleur.

IV-2- Conditions de fonctionnement et description du domaine :

Dont ce projet étude le transfert de chaleur et l'écoulement d'eau turbulent et incompressible au niveau de la zone intérieur du l'échangeur à plaque, Les modèles montres dans la figure (IV-1). Les matériaux utilisés dans cette étude est l'acier inoxydable et l'eau dont les caractéristiques

Thermiques sont données dans les tableaux (IV.1) et (IV-2) à différentes températures Les aciers inoxydables présentent une excellente résistance à la corrosion. Ces aciers riches en chrome sont ductiles et ont une résistance mécanique élevée. Ils sont amagnétiques et sont formables et soudables. Le procédé d'écrouissage permet d'augmenter leur résistance mécanique, bien que cela rende parfois le métal légèrement magnétique et peut éventuellement réduire la résistance à la corrosion.

Tableau IV-1 : Les propriétés thermiques d'acier à déférant température

Température C°	Densité $[Kg/m^3]$	Conduction Thermique $[W/m°C]$	Chaleur Spécifique $[KJ/Kg°C]$
25	7780	14.92	0.456
50	7788	15.23	0.463
80	7795	15.61	0.470
110	7805	15.89	0.477
130	7825	15.92	0.481
160	7830	16.63	0.487

Tableau IV-2 : Les propriétés thermiques d'eau à déférant température

Température C°	Viscosité Dynamique $[Kg/ms]$	Densité $[Kg/m^3]$	Conduction Thermique $[W/m°C]$	Chaleur Spécifique $[Kj/Kg°C]$
25	0.000893	1000	0.609	4.21
50	0.000529	999	0.642	4.22
80	0.000355	997	0.669	4.193
110	0.0000125	0.573	0.025	2.017
130	0.0000133	0.54	0.0267	1.996
160	0.0000145	0.5	0.029	1.98

IV-3- Action de prévention - Remèdes

Il est peu probable d'arriver à éliminer complètement ce type d'encrassement, par contre, certaines actions peuvent être entreprises pour le minimiser :

- Eliminer les sels et les produits non organiques, l'oxygène, l'air, les composés soufrés et azotés, les hydrocarbures non saturés ;
- Eliminer les matériaux particuliers ;
- Prévenir la corrosion à l'aide d'inhibiteur ;
- Prévenir l'encrassement organique à l'aide d'antioxydants, d'agents désactivateurs

du métal et autres anti-encrassant;

- Contrôler les paramètres organiques en minimisant les températures de surface, en utilisant de fortes vitesses de circulation et en surveillant les températures et les pressions pour éviter la vaporisation du produit transporté.

Les remèdes utilisés sont habituels :

- Méthode purement mécanique,
- Méthode hydrodynamique (jet de liquide à grand vitesse avec ou sans matériaux abrasifs),
- Méthode chimique.

La couche encrassante n'est pas homogène. Dans la plupart des cas, 4 couches sont produites tel qu'illustré sur la Figure *IV-1*.

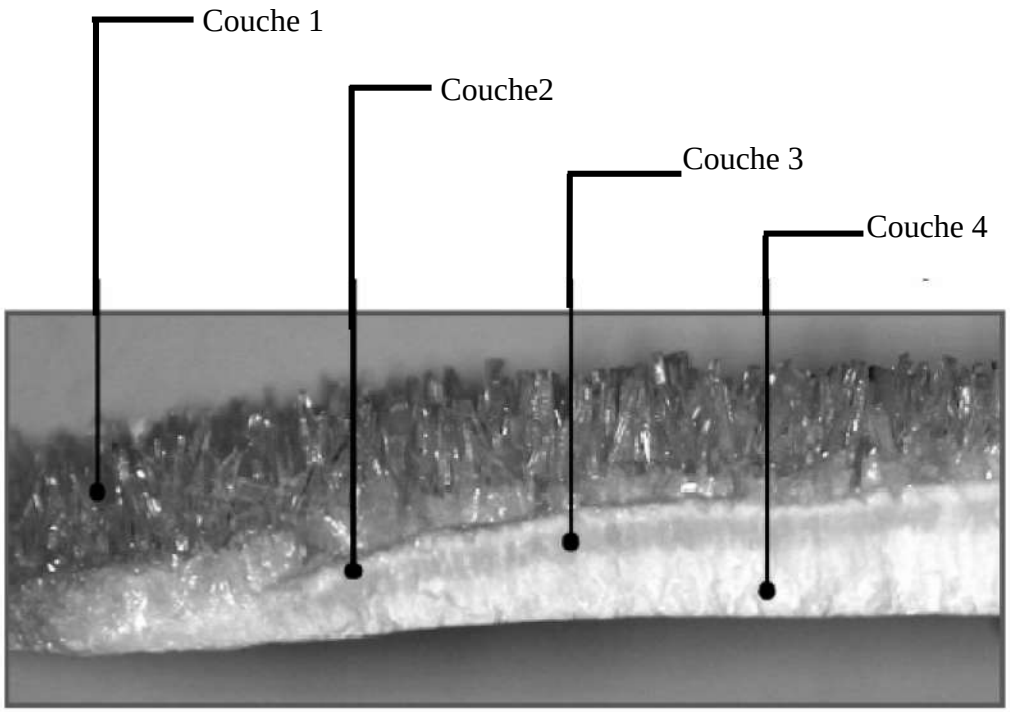


Figure IV-1: Les différentes couches d'encrassement

IV-3-1- Paramètres physico-chimiques du lait :

Le lait est un mélange complexe constitué à 90% d'eau et qui comprend du sucre, des protéines solubles, des minéraux et des vitamines hydrosolubles.

Le pH du lait est proche de la neutralité, varie entre 6,6 et 6,8.

Les propriétés physiques et thermique du lait et celles du dépôt encrassant utilisées dans notre étude sont : la masse volumique (ρ), la viscosité dynamique (μ), la conductivité thermique (λ) et la chaleur spécifique (C_p).

Les lois de variations de ces grandeurs en fonction de la température sont données dans le Tableau IV-3.

La température est donnée en degré Celcus.

Tableau IV-3 Paramètres physico-chimique du lait

Paramètres	Valeurs calculée	Source
Viscosité du lait [Pas]	$\mu = (-0.00445 \times T + 0.947) \times 10^{-3}$	Sahoo (2001)
Conductivité thermique du lait [W/m K]	$\lambda = 0.00133 \times T + 0.539911$	Sahoo (2001)
Densité du lait [kg/m3]	$\rho = 1033.7 - 0.2308 \times T - 0.00246 \times T^2$	Sahoo (2001)
Chaleur spécifique du lait [J/kg K]	$Cp = 2.976 \times T + 3692$	Bertsch (1982)
Chaleur spécifique du lait écrémé [J/kg K]	$Cp = 2.814 \times T + 3824$	Bertsch (1982)
Densité du dépôt du lait [kg/m3]	$\rho = 1030$	*Georgiadis et al (1998)*

IV-4- Les Conditions initiales et Les conditions aux limites :

IV-4-1-Les conditions initiales :

- **Section d'entrée :**

Les conditions limites sont nécessaires au démarrage du calcul et peuvent avoir un effet important sur les résultats. Donc il faut faire définie des valeurs de profile de vitesse et Température.

IV-4-2-Les conditions aux limites:

La procédure de résolution de l'équation d'un écoulement turbulent exige que les conditions aux limites doivent être spécifiées le long du domaine d'écoulement pour chaque propriété physique gouvernée par une équation différentielle.

Le tableau ce dessous donnée condition initiale et limite de déférant propriété.

Tableau IV-4 : Les Conditions initiales et Les conditions aux limites :

		V(m/s)	T(C°)
Couté Froid Eau	Entrée	0.4	15
	Sortie	-	-
	Paroi	0	-
Couté Chaude Lait	Entrée	0.4	80
	Sortie	-	-
	Paroi	0	-
Acier	Paroi	0	25

Tableau IV-5 : valeurs des points étudie

Point	Coté chaude		point	Coté froid	
	X(m)	Y(m)		X(m)	Y(m)
X1	1	0.84	**X1**	$0.40\ 10^{-2}$	0.39
X2	$0.40\ 10^{-2}$	0.84	**X2**	0.22	0.39
X3	0.20	0.84	**X3**	0.42	0.39

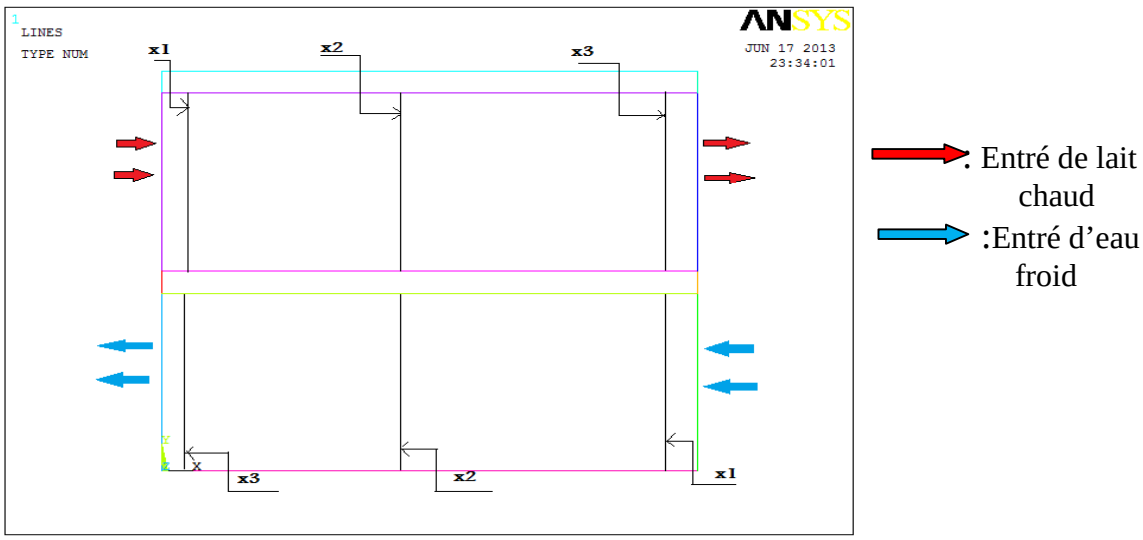


Figure IV.2: déférent point qui étudie

IV.5. Calcul de l'épaisseur optimale de la couche poreuse :

Dans le but d'avoir un meilleur transfert de chaleur au fluide, il est indispensable de déterminer l'épaisseur optimale du milieu poreux «e_p» à insérer sur les parois du canal. La simulation numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite plane partiellement et totalement remplie par un milieu poreux fait l'objet de cette étude [*Sadouk et al. 2008*].

Les propriétés thermophysiques du fluide sont évaluées à la température moyenne $(T_p+T_e)/2$.

L'écoulement est supposé stationnaire, incompressible et axisymétrique en moyenne et le milieu poreux homogène et isotrope.

L'effet du nombre de Reynolds sur la distribution de température dans la section de sortie. On remarque que, pour un même rapport de conductivité thermique , la température augmente quand le nombre de Reynolds diminue, ce qui était prévisible puisque la longueur d'établissement du régime thermique augmente avec le nombre de Reynolds. En comparant les courbes correspondant à *Rc=1* et à $R_c = 10{,}9$ pour $R_e = 4.10^4$, on observe que la température du fluide est beaucoup plus élevée lorsque la conductivité de la matrice poreuse est d'un ordre de grandeur supérieur à celle du fluide.

Les paramètres principaux de l'étude sont l'épaisseur *e* (%) des deux couches poreuses et le nombre de Darcy.

Les résultats montrent qu'attacher des couches poreuses de perméabilité et de conductivité thermique effective élevées permet d'augmenter les transferts de chaleur fluide-parois en régime turbulent, à condition que l'épaisseur des couches poreuses soit relativement modérée ($e \leq 20\%$). Dans la suite de notre travail, l'épaisseur des couches poreuses insérées dans le canal occuperont 20% de la hauteur totale du canal.

IV-6- résultats et interprétation :

IV-6-1- champs de vitesse :

Coté chaud : **Coté froid :**

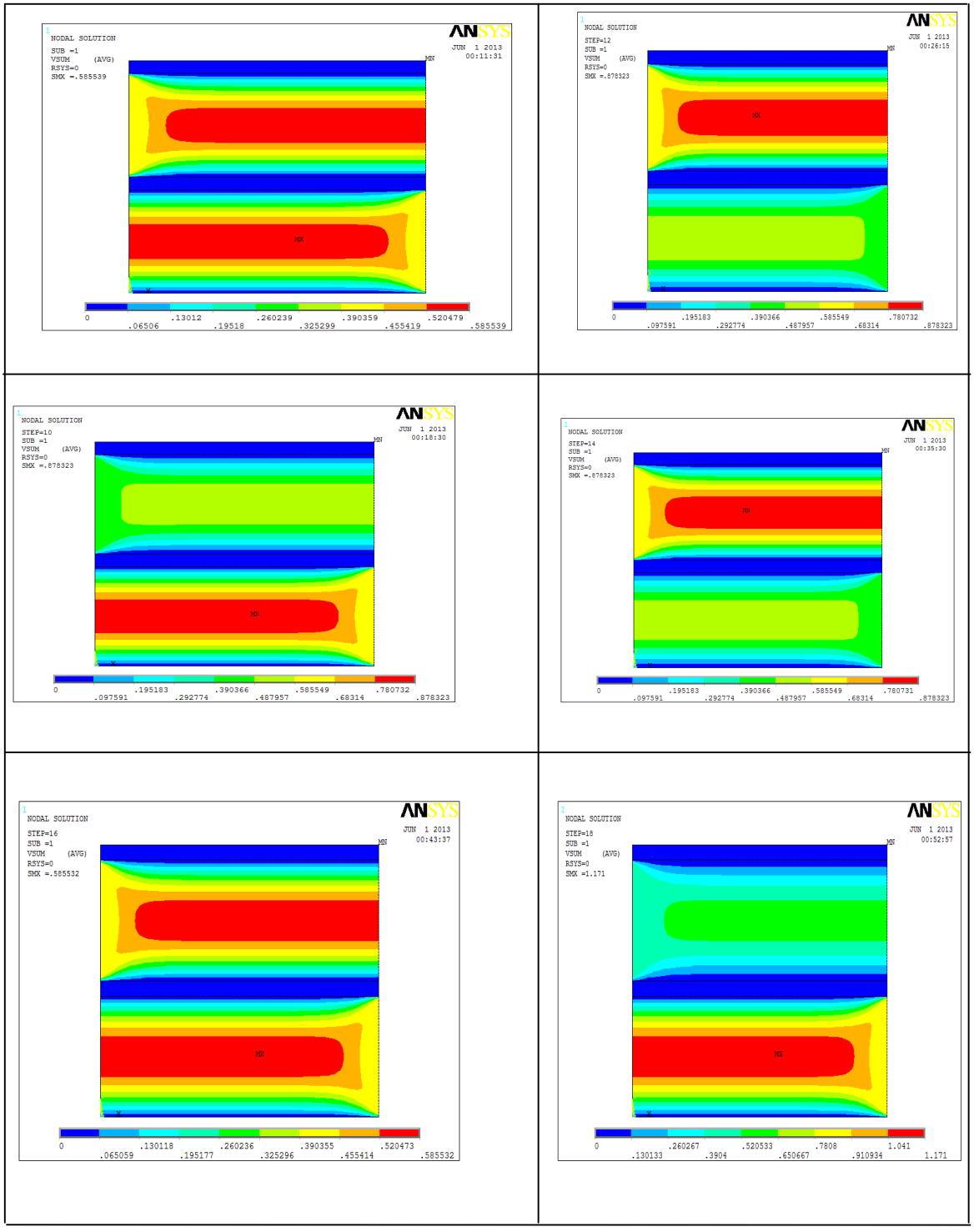


Figure IV-3 : représentation spatial de champs de vitesse dans le domaine d'application pour trois nombre de Reynolds

La figure (IV.3) montre l'allure générale de l'écoulement par des lignes de courant et les champs des vecteurs vitesses pour les deux écoulements de l'échangeur avec une vitesse d'entrée dans le coté froid v=0,4 m/s et dans le coté chaud v=0,8 m/s. Dans cette section, nous examinons la variation des lignes de courant a partir de la géométrie, on constate qu'il y a une régularité dans les champs de vitesse**.**

Coté chaud Coté froid

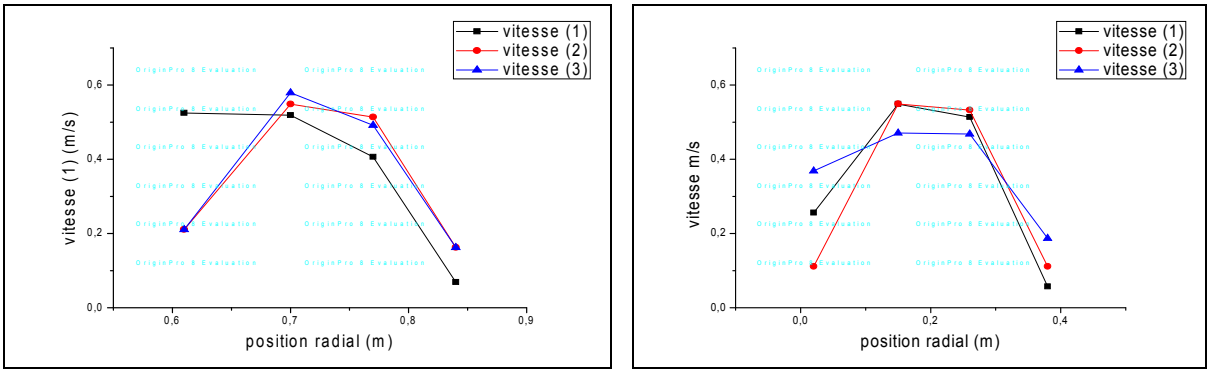


Figure IV-4 : profils de vitesse pour les trois positions (v=0.4m/s)

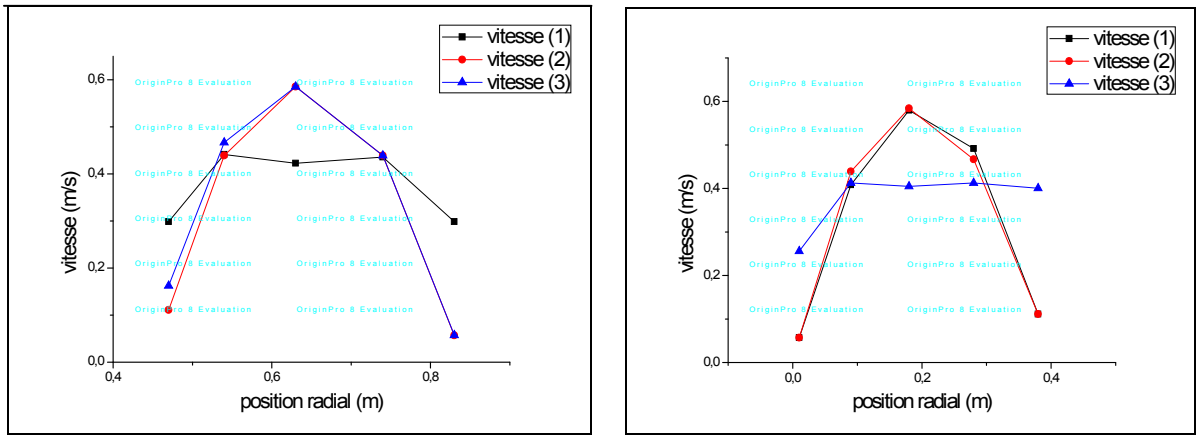


Figure IV-5 : profils de vitesse pour les trois positions (v=0.6m/s)

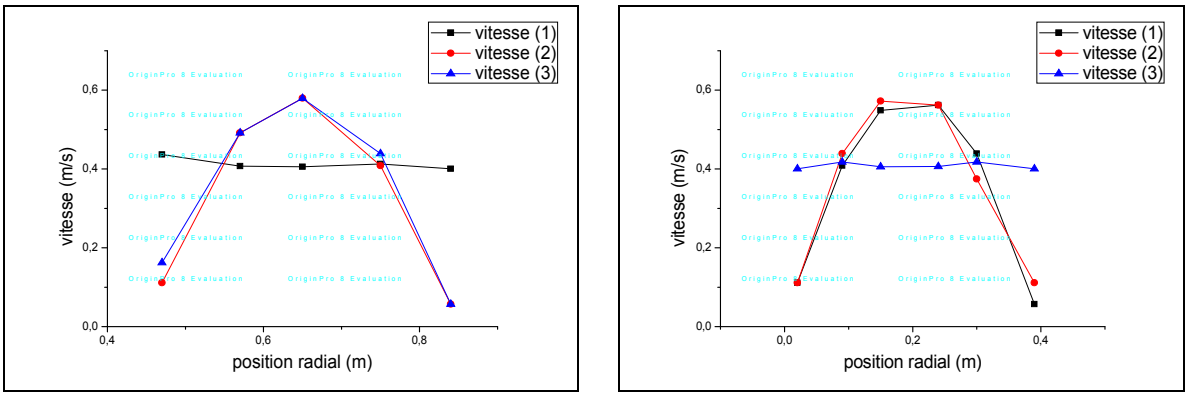


Figure IV-6 : profils de vitesse pour les trois positions (v=0.8m/s)

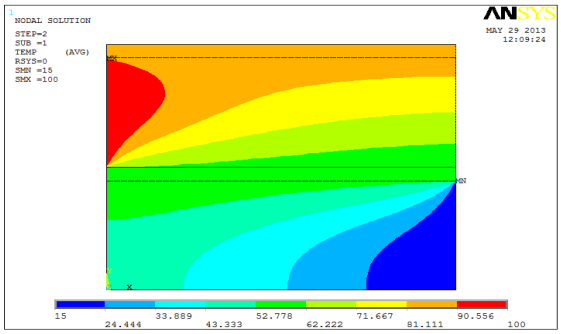
La variation de la vitesse par rapport à la position radiale est examinée. Pour bien étudier cette évolution de vitesse dans l'écoulement avec les trois différentes formes de géométries traitées on a tracé des courbes de vitesse pour les trois positions à deux coté (froid et chaud).

les *Figure (IV.4),(IV.5),(IV.6)* on observe que le profile les vitesse est symétries par rapport au centre(point unitaire)

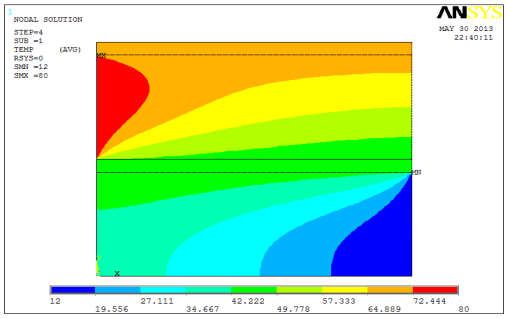
IV -6-2 champs de température :

Coté chaud : **Coté froid**

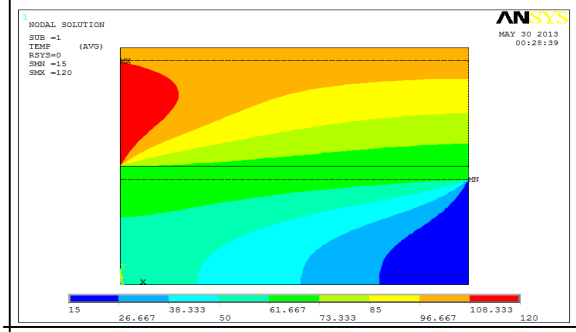
T_{ec} = 100C°



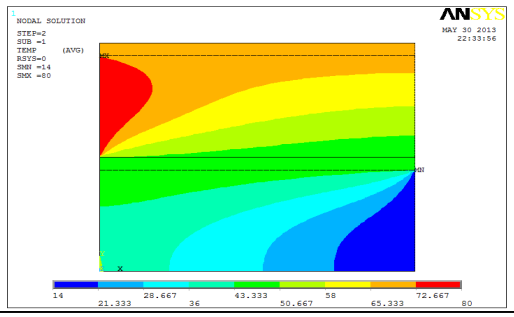
T_{ef} = 12C°



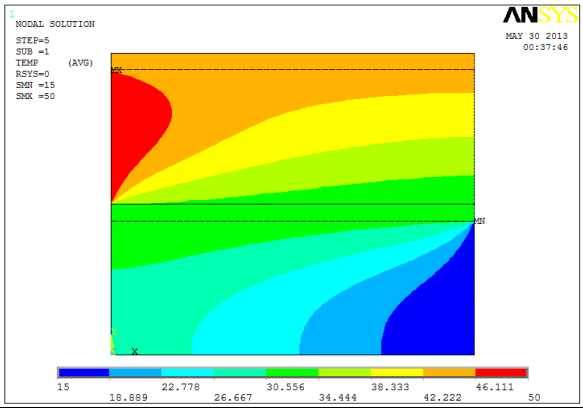
T_{es} = 120C°



T_{ef} = 10C°



T_{ec} = 50C°



T_{ef} = 14C°

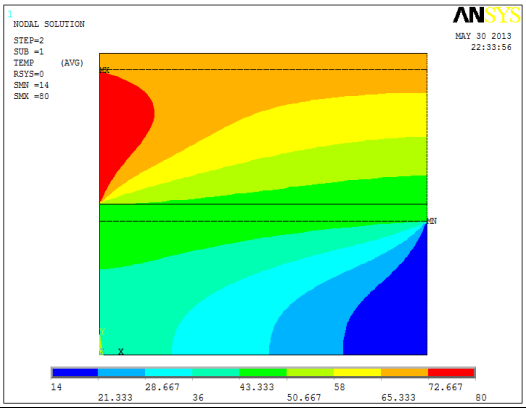


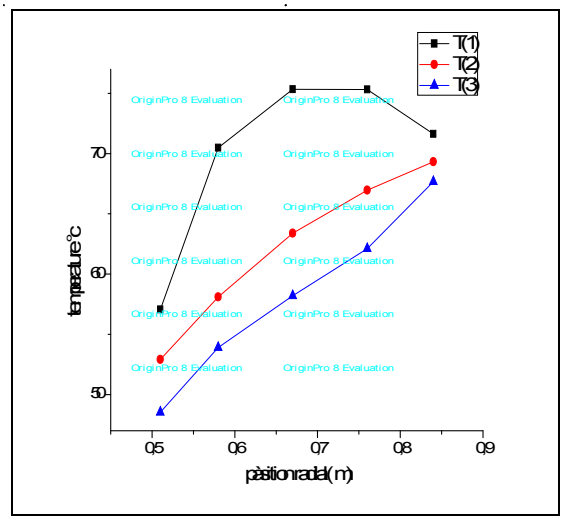
Figure IV-7: représentation spatiale de champs de température dans le domaine D'application pour trois températures différentes

La figure (IV.7) montre une structure d'écoulement complexe où le fluide est dévié vers les parois supérieures et inférieures avec présence de zones de recirculation. Cette structure d'écoulement va influencer considérablement la répartition du champ de température et va permettre un meilleur brassage du fluide qui va stimuler le transfert de chaleur comme on le verra par la suite.

Le champ de température totale des cas traités comme indiqué sur les figures (IV.7) montre une basse température dans les régions situées entre le bout les murs de canal.

Les zones les plus chaudes et les plus froids sont pour la plupart localisées au voisinage des parois extérieur de l'échangeur, On constate aussi que les valeurs de température totale sont sensiblement élevées ou cotés froids et plus faible aux coté chauds au voisinage des parois intérieur de l'échangeur.

Coté chaud



Coté froid

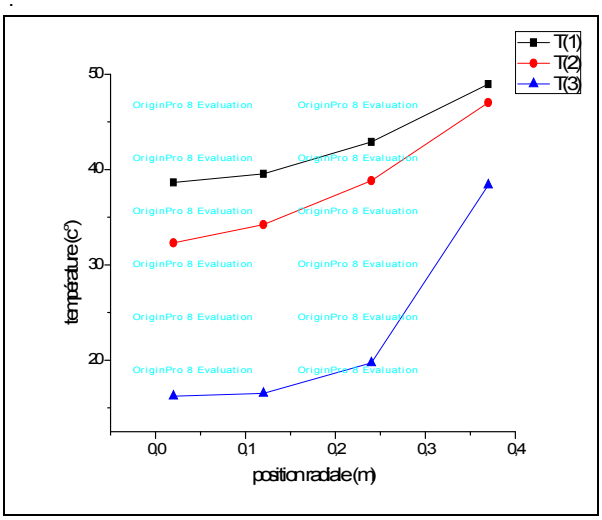


Figure IV-8: profils de température pour les trois positions ((Tc=50c°et Tf=14c°))

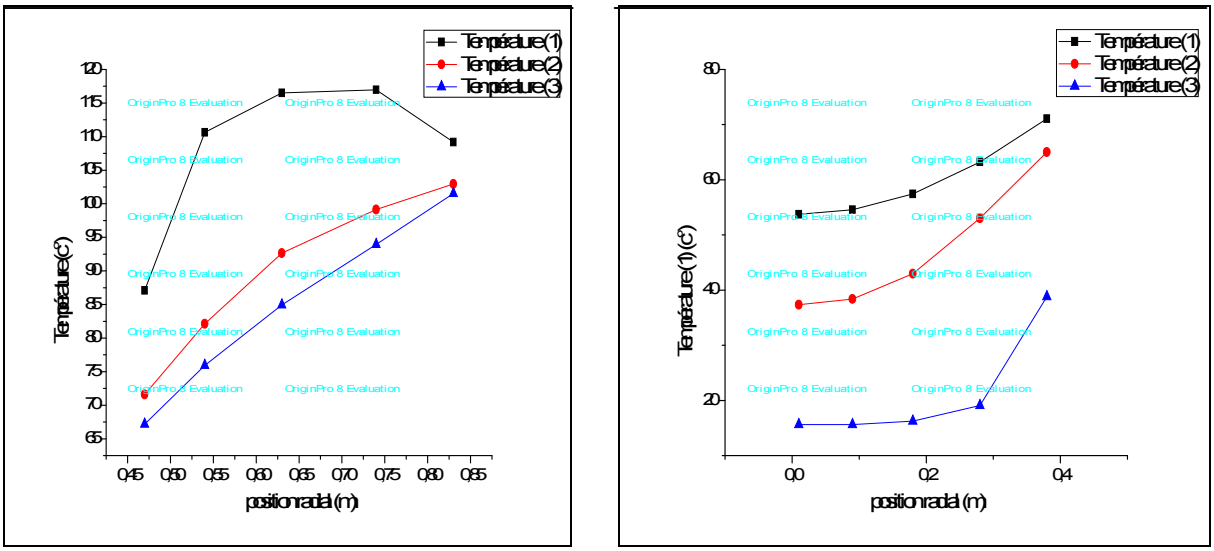


Figure IV-9: profils de température pour les trois positions ((Tc=120c°et Tf=10c°))

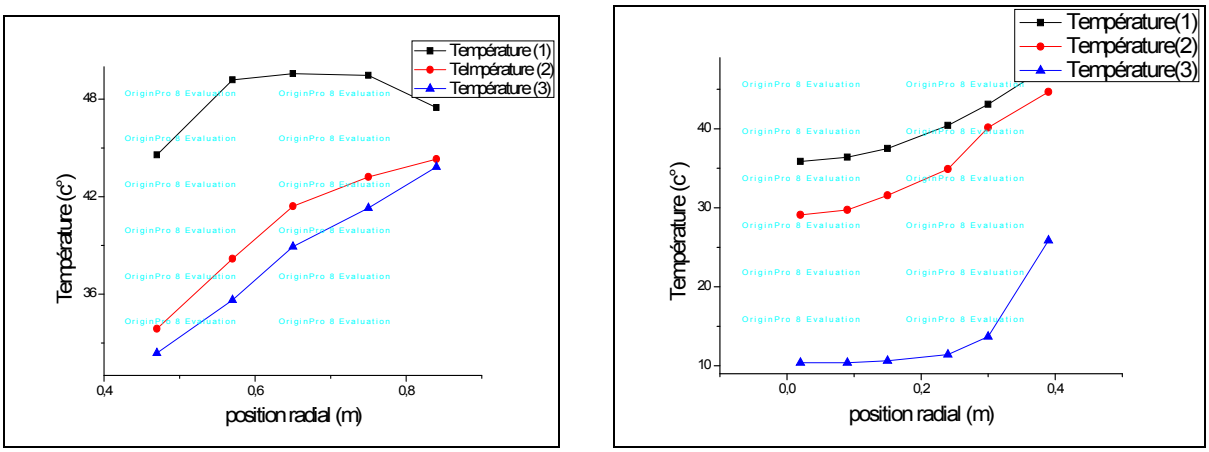


Figure IV-10: profils de température pour les trois positions ((Tc=100c°et Tf=12c°))

Les figures (IV.8),(IV.9),(IV.10) montrent l'évolution du profil de températures en fonction de la hauteur x pour les différents points (X1), (X2), (X3) sur la paroi de la marche et avec une température d'entré dans le coté froid T=15 C° et une température d'entré T=80C° dans le coté chand.

Ces figures (IV.8), (IV.9), (IV.10) montrent l'effet de la position radiale sur le profile des les températures, Les courbes obtenues indiquent que la température varie avec la géométrie de l'échangeur à plaque, l'échange de la chaleur entre les deux parois augmente Car l'intensité thermique dépend fortement de plusieurs paramètres comme la vitesse d'écoulement, la température du milieu, …etc.

IV -6-3- champs de pression:

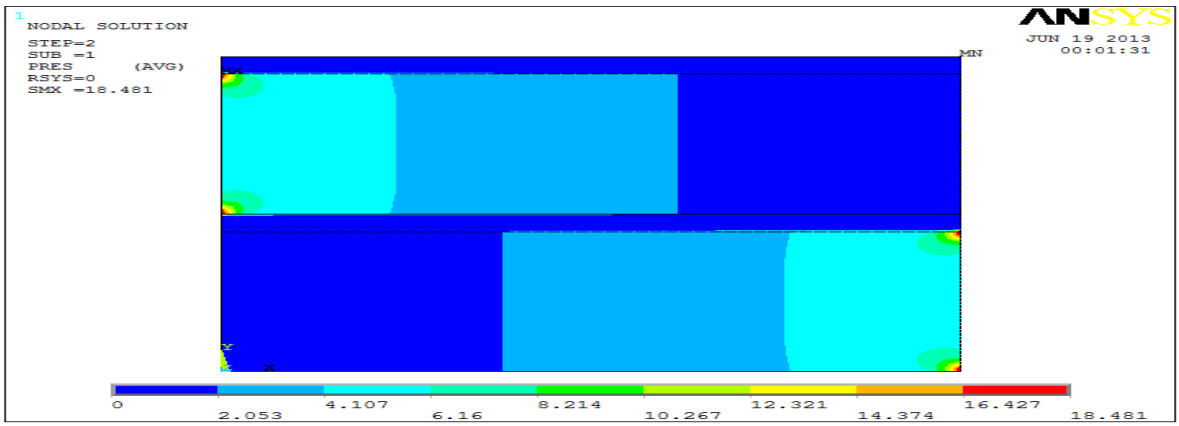


Figure IV-11 : représentation spatiale de champs de pression dans le domaine D'application pour deux cotés différentes

Coté chaud **Coté froid**

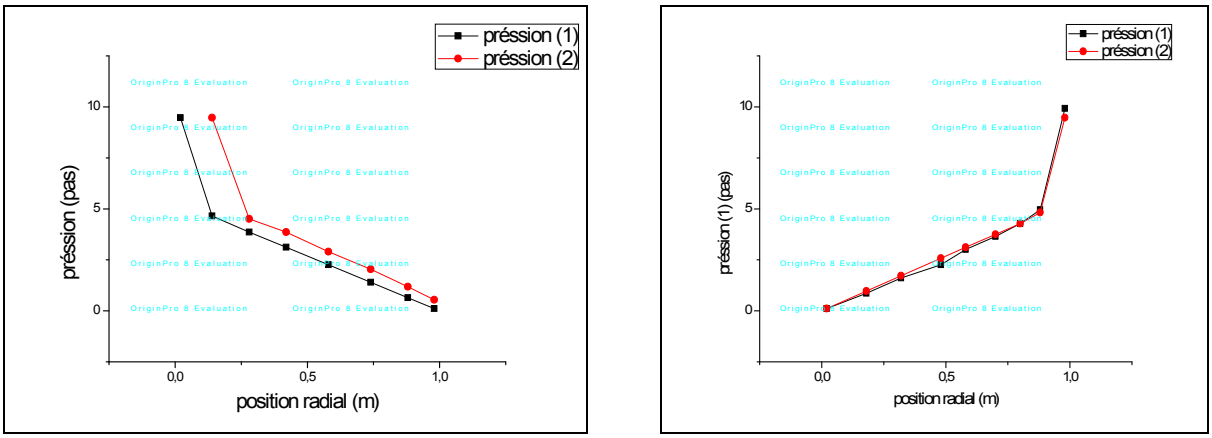


Figure IV-12 : profils de pression pour deux coté (p=0pas)

Les figures (IV.11), (IV-*12)* représentent les contours de la pression pour deux écoulements (coté froid et coté chaud) avec des vitesses d'entrée de coté froid de coté chaud (v=0,4m/s) et une pression de sortie nulle c'est-à-dire aucune différence entre les deux cotés (chaud et froid).

IV -7- l'échange thermique et dynamique en présence d'encrassement:

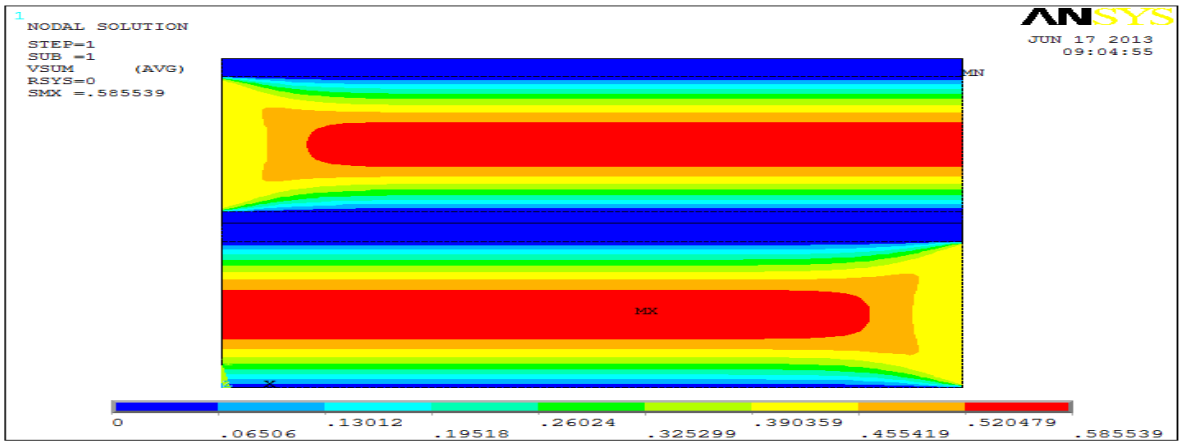


Figure IV-13: Représentation spatiale de champ de vitesse

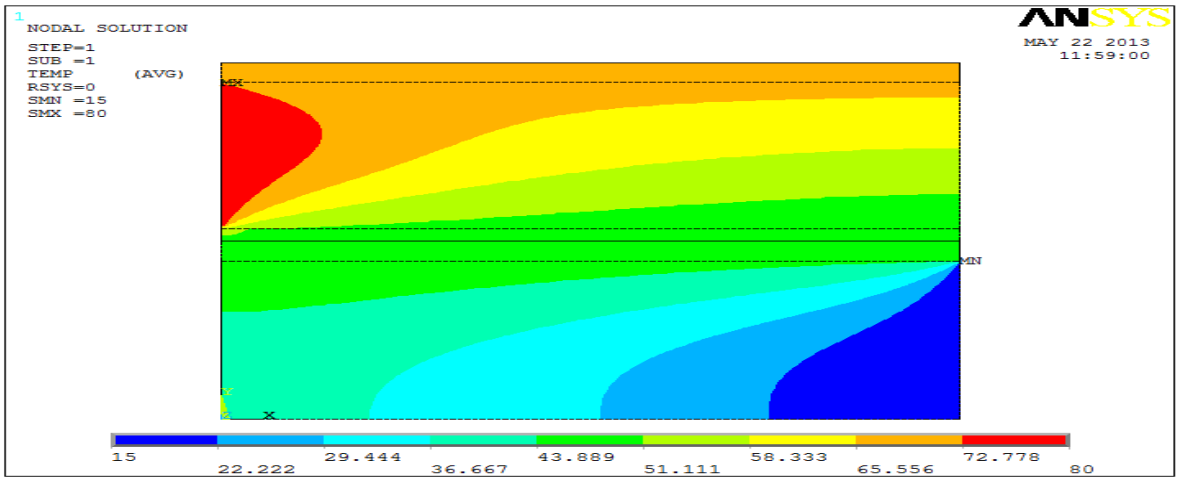


Figure IV-14: Représentation spatiale de champ de température

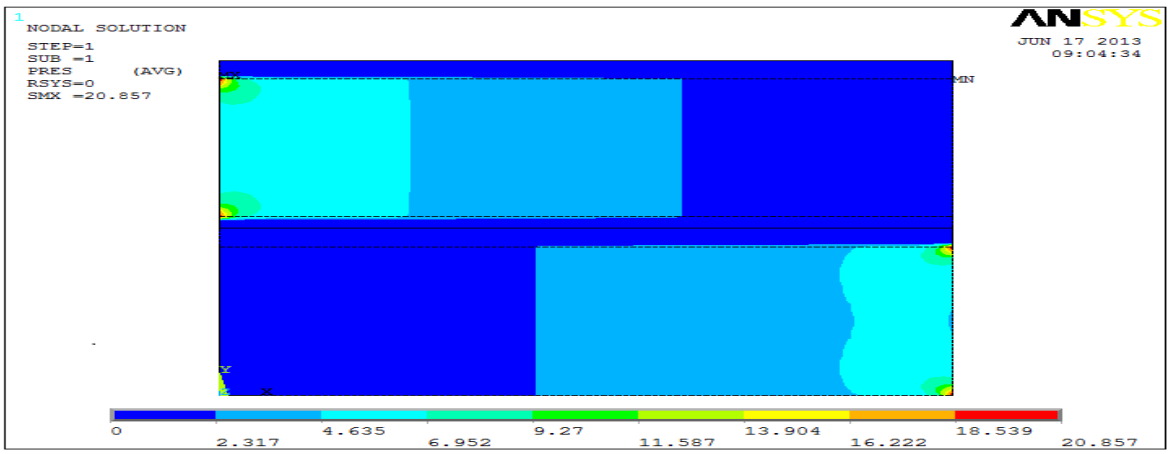


Figure IV-15: Représentation spatiale de champ de pression

Dans les figures (*IV-13),(IV-14),(IV-15)on* étudiée de l'échange thermique et dynamique en présence d'encrassement. On remarque une bonne interaction entre coté chaud, qui favorise le transfert de chaleur transversale dans le type en présence d'encrassement, mais le transfert de chaleur transversale rapide dans le type sans encrassement.

On montre une représentation spatiale de la variation de champ de vitesse dans l'échangeur.

On constate qu'il ya une régularité dans les champs de vitesse pour le premiers cas (sans encrassement).

Par contre dans le cas de présence d'encrassement, il ya une irrégularité de champ de vitesse de coté chaud.

Coté chaud Coté froid

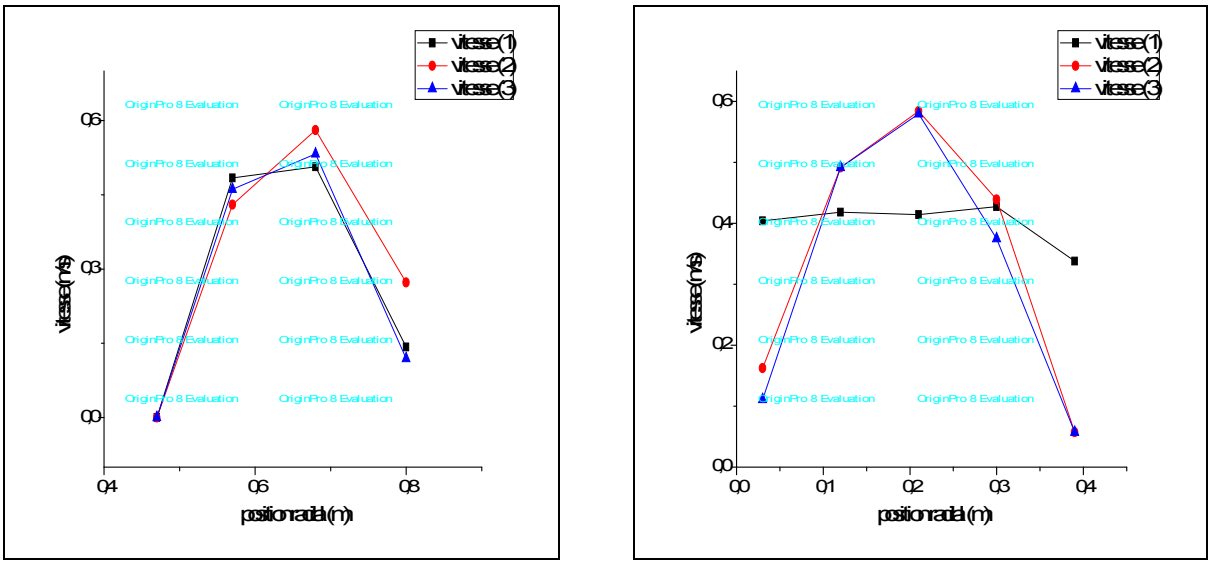


Figure IV-16: profils de vitesse pour les trois positions en présence l'encrassement

Les figures IV (16) montre les profils des vitesses pour différents points dans les côtés chaud et froid de l'échangeur de chaleur.

Pour les deux cotés du fluide (chaud, froid), il y a une augmentation de vitesse (atteinte presque les valeurs de v=0.6m/s), suivie d'une chute en vitesse considérable toujours du à la perturbation criée par l'encrassement, favorise mieux la diffusion transversale et par conséquent l'augmentation de vitesse.

Coté chaud Coté froid

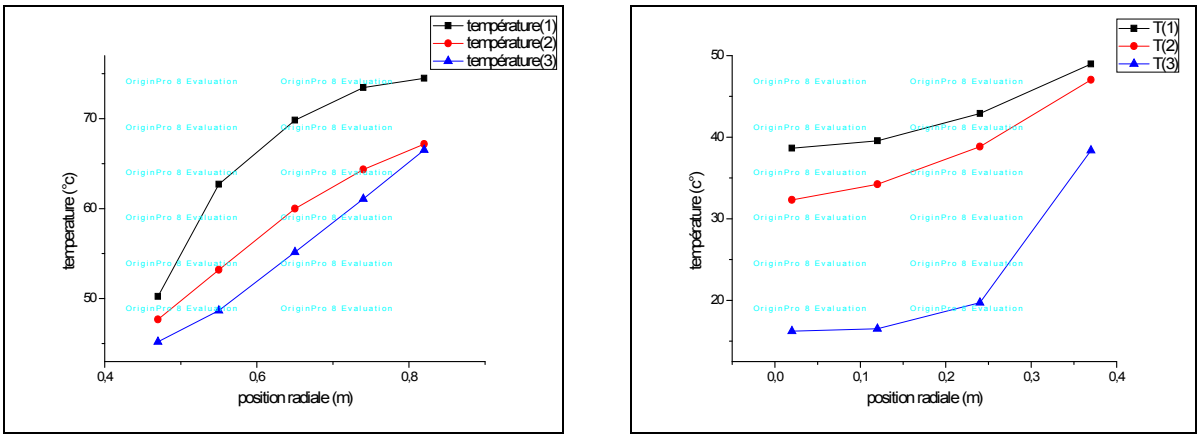


Figure IV-17: profils de température pour les trois positions en présence l'encrassement

La figure (IV.17) montre les profils de la température pour différents points dans les côtés chaud et froid de l'échangeur de chaleur.

A partir de ces résultats, on remarque que pour le fluide chaud, la température augmente graduellement de sa valeur d'entrée (T=80 °C) à une valeur minime.

Cette évolution de température est due aux échanges thermiques entre les deux fluide (propagation thermique du coté chaud vers le coté froid).

Du coté de fluide froid, la température augmente graduellement suivant le sens de l'écoulement en raison de l'apport de chaleur.

Coté chaud Coté froid

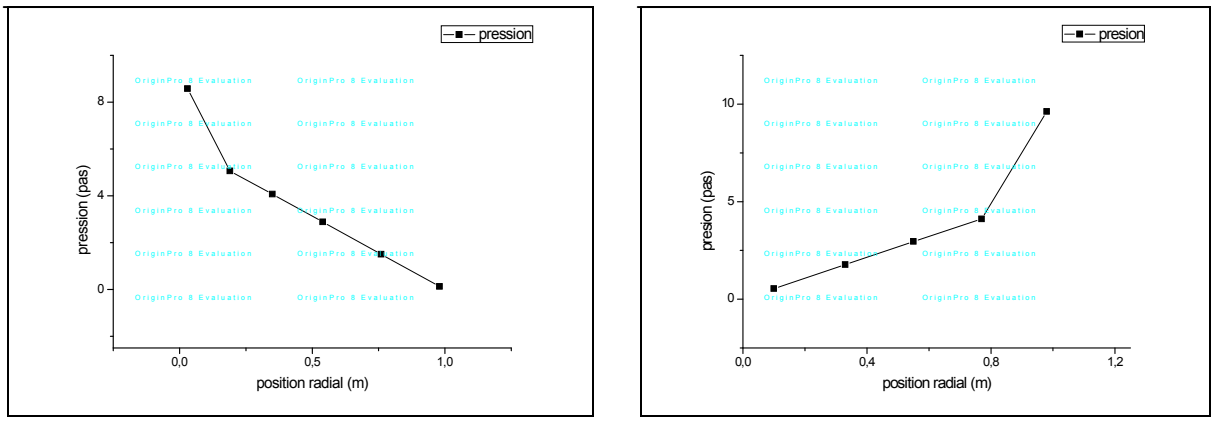
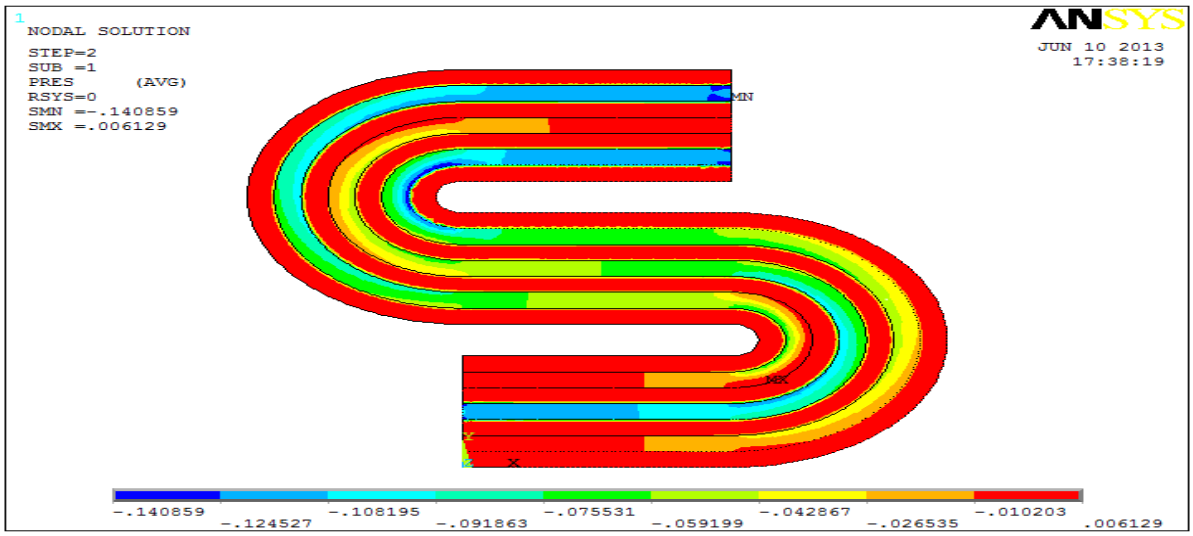


Figure IV-18: profils de pression pour les trois positions en présence l'encrassement

La figure (IV.18) montre les profils de la pression pour différents points dans les côtés chaud et froid de l'échangeur chaleur.

On remarque que la pression diminuée en fonction de l' avancement a l'écoulement vers la sortie (cote chaud). Par contre une augmentation de coté froid, pour les deux cas (avec encrassement et sans encrassement).

IV -8- Etude de l'échange thermique et dynamique en présence du coude :



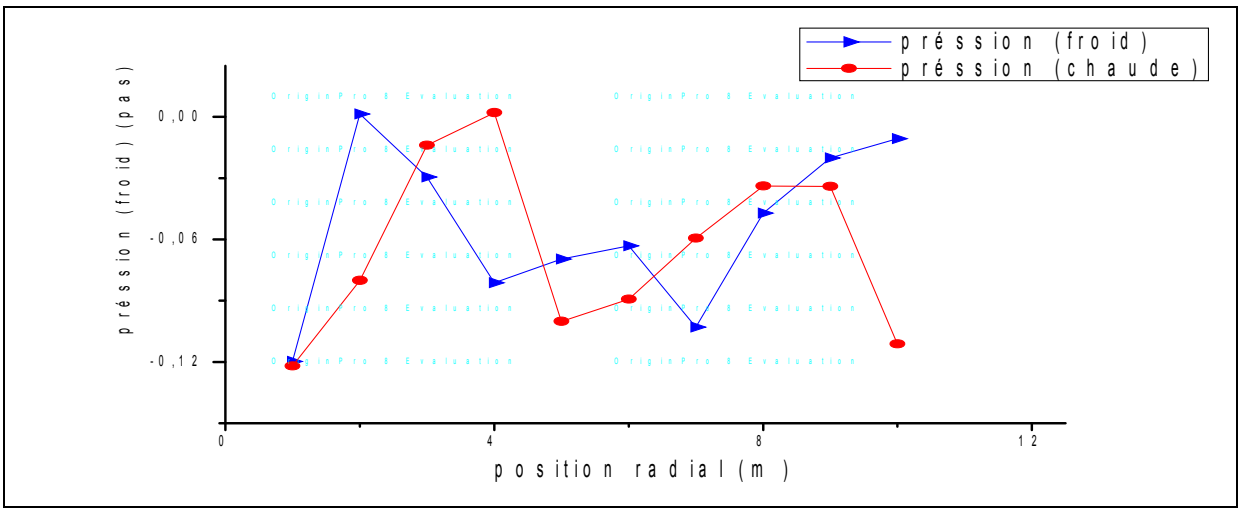
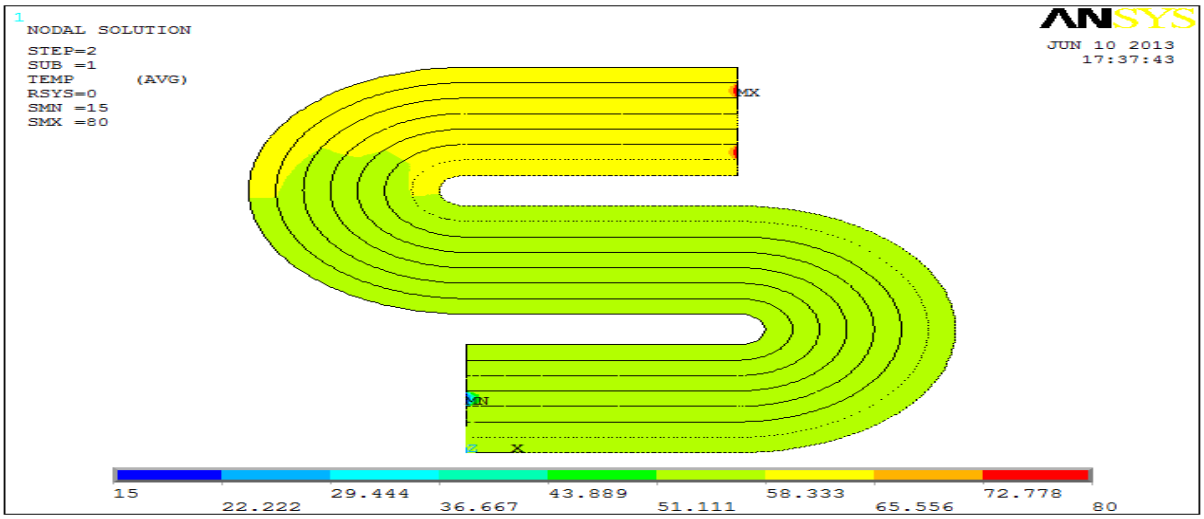


Figure IV-19:représente une variation de pression

La pression de coté froid augmente et la pression coté chaud ne subisse pas un grand changement à la sortie, par contre elle augmente à travers l'échangeur.



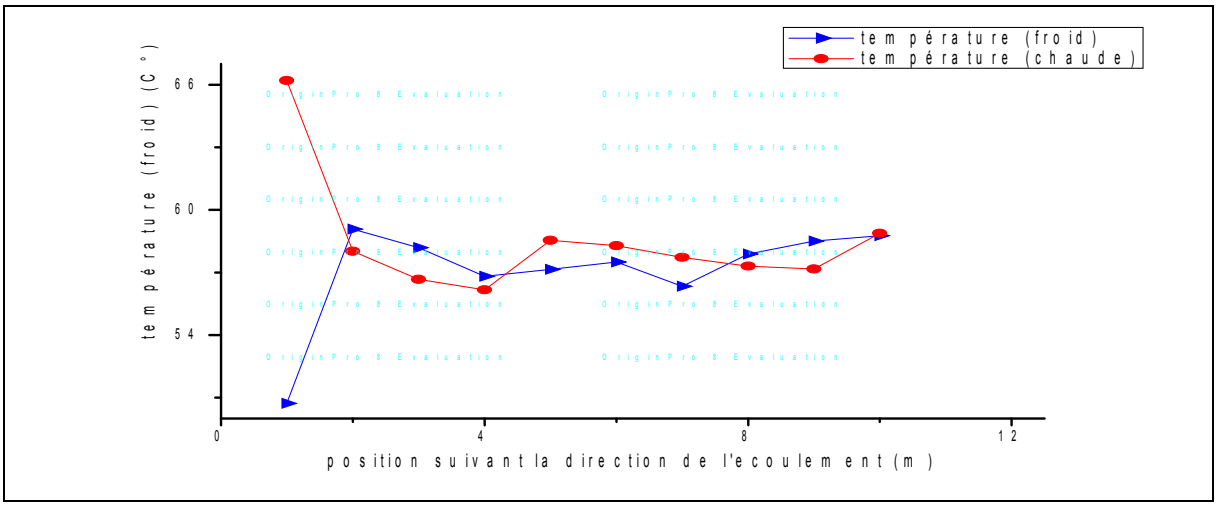
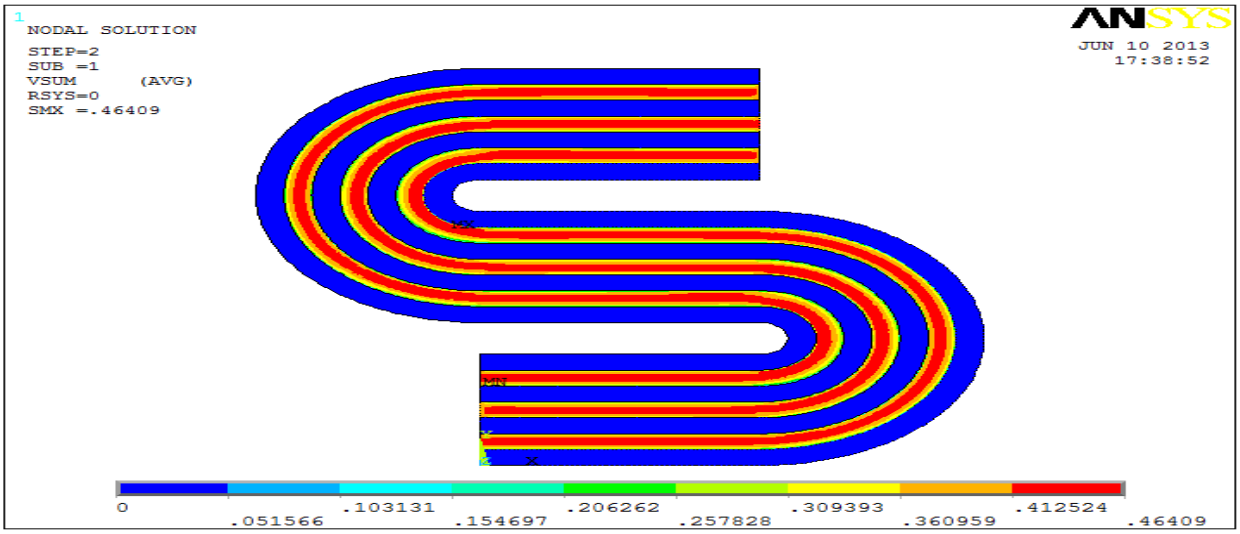


Figure IV-20:représente une variation de température

La température de coté froid augment et la température de coté chaud diminue.



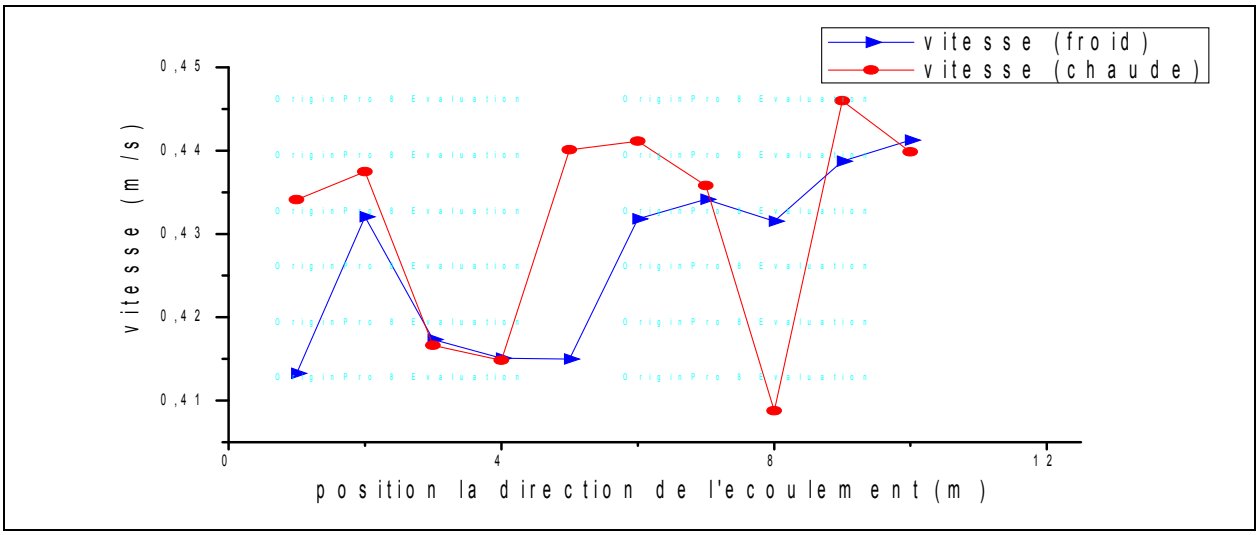


Figure IV-21: représente une variation de vitesse

La vitesse de coté froid augmente et par le coté chaud ne subisse pas un grand changement.

IV -9- Conclusion :

Ce chapitre était consacré à l'analyse des modèles numériques de l'échangeur développé sous « ANSYS ».

Les résultats de simulation ont montré, que le transfert thermique entre le fluide chaud et froid et très avantagé par l'effet d'encrassement et avec l'encrassement.

CONCLUSION GENERALE

Une contribution à l'étude d'un écoulement turbulent dans un échangeur coaxial ailette. Les résultats numériques obtenus par la méthode des éléments finis, sont validés et présentés pour analyser le comportement dynamique et thermique d'un écoulement turbulent stationnaire à l'aide du modèle k-ε. L'évolution de la vitesse, la distribution de la température et les contours de la pression avec le taux du transfert thermique sont traités le long du canal.

Cela doit passer par des notions sur le dimensionnement, l'évaluation de l'efficacité énergétique et l'importance économique des échangeurs. De nombreuses études ont été réalisées dans le but d'apporter des réponses sur le phénomène d'encrassement et les paramètres influents.

Dans le cas du lait, les principales composantes retrouvées dans les dépôts formés sont les protéines et les minéraux. La température joue un rôle prépondérant sur la quantité et la composition des dépôts recueillis. Les dépôts formés à des températures inférieures à 105 - 110 °C sont à forte proportion protéiques. La dénaturation des protéines au voisinage de la paroi peut être envisagée comme facteur prépondérant de la cinétique d'encrassement. L'encrassement débute pour une température variant entre 70 et 80°C et atteint un maximum de formation pour des températures de 83 à 89°C, ce qui rend l'analyse du phénomène plus délicate.

BIBLIOGRAPHIQUE

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

[1] : André BONTEMPS, Alain GARRIGUE, Charles GOUBIER, Jacques HUETZ, Christophe MARVILLET, Pierre MERCIER, Roland VIDIL, « Description des échangeurs » technique de l'ingénieur [B 2 341].

[2] : http://thetis.enscpb.fr.Notice théorique. Janvier 2010.

[3] : PATRICKCHASSING, turbulence en mécanique des fluides analyse analyse du phénomène vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur. I.N.P. de TOULOUSE, (2000).

[4] : F. BISEL, calculs numériques d'écoulements à nombre de Reynolds élevées avec simulation semi-empirique de la turbulence .A.I.R.H.page 17-18, (1972).

[5]: G.GLUSHCO. Turbulent boundary layer on a flat plate in an incompressible fluid Invest. Acad. Nawk. SSSR MEKH, NOY, (1965).

[6]: B. E. LAUNDER, D, B. SPALDING, the numerical computation of turbulent transport, Adv. Geophysics, vo118A, (1974).

[7]: W. P. JONES et B.E LAUNDER: the prediction of laminarization with two equation model of turbulence. INT. JL.Heat Mass transfert, vol. 15(n° 2) : page 301-314, (1972).

[8] : JIUNG ZHU, calcul de jets turbulent confines avec recirculation, thèses de doctorat de l'institut nationale polytechnique de GRENOBLE, (1986).

[9]: M .RAHNEMA, M.YAGHOUBI and A .SABZERVARI, turbulent and flow patterns and pressure fields across a tall building Mechanical Engineering Deparement, Smiras IRAN Mechanical Engineering. Department university of Puerto Rico Mayagnez Puerto Rico engineering vol 20 N°4,(1996).

[10] Chapitre 2 : Modèle D'Etalement Et Traitement Numérique, Discrétisation la forme générale des équations de système par élément fini.

[11] : ITYM YOUCEF.modélisation du comportement thermomécanique d'un pipeline influence des jonctions. MAGISTERE en génie mécanique Constantine (2010).

[12] : Yves Debard, Méthode des éléments finis : thermique, Master Modélisation Numérique et Réalité Virtuelle. Université du Maine, 24 mars 2006.

[13] : http://iut.univ-lemans.fr/ydlogi/index.html, Méthode des éléments finis (thermique). 24 mars 2006 - 29 mars 2011.

[14] : ANDRE FORTIN. ANDRE GARON. Les éléments finis de la théorie à la pratique, Département de mathématiques et de statistique. Université Laval(1997).