RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIQUE

UNIVERSITÉ YAHIA FARÈS DU MÉDÉA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE DES POCÉDÉS ET ENVIRONNEMNT

Cette thèse intitulée:

Étude des phénomènes de transfert dans un milieu poreux saturé par un polluant organique

EST PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE DOCTORAT EN GÉNIE DES PROCÉDÉS ET ENVIRONNEMENT

Option : Science et Génie de l'Environnement
Spécialité : Génie des Procèdes et Environnement
PAR

BENSILAKHAL Sarah

Soutenue le 16 /10/2023

DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

Directeur de thèse	M.HADIDI Noureddine	Professeur	U. Médéa
Co-Directeur de thèse	M.KERCHICH Yacine	Professeur	ENP. Alger
Président	M.ZIRARI Mounir	Professeur	U. Médéa
Examinateur 1	M.RAHAL Soufiane	MCA	U. Médéa
Examinateur 2	M.KADDOUR Abdelmadjid	Directeur de Recherche	URAER. Ghardaïa

Remerciements

«الحمد لله الذي هداني لهذا و ما كنت لأهتدي لولا أن هداني الله »

Cette thèse n'aurait pas pu être ce qu'elle est, sans l'aide d'*ALLAH* qui nous a donné la force afin de l'accomplir.

Je souhaite remercier en premier lieu Monsieur **HADIDI NOURDINNE**, Professeur à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, qui a dirigé et encadré au quotidien mon travail de thèse pour ses conseils et son orientation efficace et pour ses idées originales qui ont servi à enrichir cette thèse. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse ma gratitude pour tout cela.

Ma profonde gratitude et mes remerciements vont particulièrement à mon Co-encadreur de recherche Monsieur **KERCHICHE YACINE**, Professeur à l'école Nationale Polytechnique - Alger, pour son implication dans cette expérience, ses qualités pédagogiques et scientifiques, sa franchise et sa sympathie.

J'adresse de chaleureux remerciements à Monsieur **REBHI REDHA**, Maître de conférences à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour son attention de tout instant sur mes travaux, pour ses conseils avisés et son écoute qui ont été prépondérants pour la bonne réussite de cette thèse, Merci à lui de m'avoir donné un exemple de chercheur infatigable, d'une passion absolue pour la recherche, et faisant preuve d'une disponibilité à toute épreuve lorsque j'avais des questions. Son énergie et sa confiance ont été des éléments moteurs pour moi. J'ai pris un grand plaisir à travailler avec lui.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur **ZIRARI MOUNIR**, Professeur à l'Université de YAHIA FARES - MEDEA pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Je remercie également Monsieur **RAHAL SOUFIANE**, Maître de conférence A à l'Université de YAHIA FARES - MEDEA, et Monsieur **KADDOUR ABDELMADJID** Directeur de Recherche aux URAER. Ghardaïa, pour l'honneur qui m'ont fait d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecture de cette thèse.

Je remercie vivement le Pr. **KREA MOHAMED**, Président du Conseil Scientifique de la faculté de Génie des procèdes de l'environnement, et mon ancien enseignant.

Je tiens à remercier aussi tous les responsables du laboratoire (LME) pour leur gentillesse et leur disponibilité .Je n'oublie pas non plus tous les moments de bonheur au travail avec les doctorants et les docteurs qui ont passé par le laboratoire, que mes remerciements leur soient adressés.

Enfin et surtout, mes remerciements les plus sincères se tournent vers mes parents pour toutes les peines endurées, les privations et les sacrifices consentis. Ses encouragements au cours de ces années de doctorat, Sans tout cela, ce travail n'aurait pas connu cette fin heureuse.

Je remercie infiniment mon fiancé pour son soutien quotidien, sa patience angélique, particulièrement dans ces derniers mois, pour le fait d'avoir accepté et permis ces longues et innombrables heures consacrées à ce travail.

Merci aussi à mon cher frère, mes grands-mères, mes tantes, mes cousines et toute ma famille pour le soutien qui me ressourçait dans les moments pénibles.

Résumé

L'apparition de la convection thermosolutale non linéaire dans une couche poreuse horizontale saturée en fluide non Newtonien est étudiée. Le comportement d'amincissement par cisaillement du fluide est décrit par le modèle Carreau-Yasuda, qui inclut l'effet des paramètres rhéologiques du fluide. Des flux constants de chaleur et de masse sont imposés aux parois horizontales de l'enceinte tandis que les parois verticales sont supposées adiabatiques et imperméables. Un nouveau phénomène de bistabilité apparaît lorsque le système à deux solutions à l'état stationnaire se produisant dans la même condition. Les paramètres déterminants du problème à l'étude sont le nombre de Rayleigh, R_T , le taux de flottabilité, φ , le nombre de Lewis, Le , la porosité normalisée du milieu poreux, ε , et les paramètres rhéologiques (n, λ_{CY} , a, s). Une solution analytique approximative est dérivée sur la base de l'approximation des flux parallèles, et le modèle Carreau-Yasuda avec l'approximation de Boussinesq, les équations de transport d'énergie et de concentration sont résolues numériquement en utilisant la méthode des différences finies avec un schéma précis en temps. En considérant une perturbation infinitésimale, l'analyse de stabilité linéaire des états diffusif et convectif est menée sur la base de la méthode des éléments finis. La théorie de la stabilité linéaire est utilisée pour prédire le nombre de Rayleigh critique pour le début du mouvement à partir de l'état de repos ainsi que le début de la bifurcation de Hopf, transition de la convection stationnaire à la convection oscillatoire. L'effet de la variation des paramètres du modèle Carreau-Yasuda sur la région de bistabilité et le transfert subséquent de chaleur et de masse par convection se sont avérés significatifs. Globalement, les paramètres rhéologiques Carreau-Yasuda ont une forte influence sur les seuils de convection.

Mots clés : Convection non-linéaire, Couche poreuse, Non-Newtonien, Fluide rhéofluidifiant, Bistabilité, Bifurcation de Hopf.

Abstract

The onset of thermosolutal non-linear convection in a horizontal porous layer saturated by non-Newtonian fluid is studied. The shear-thinning behavior of the fluid is described by the Carreau-Yasuda model, which includes the effect of the rheological parameters of the fluid. Constant fluxes of heat and mass are imposed on the horizontal walls of the enclosure while the vertical walls are assumed adiabatic and impermeable. A new bistability phenomenon arises when the system has two steady-state solutions occurring under the same condition. The governing parameters of the problem under study are the Rayleigh number, R_T , the buoyancy ratio, φ, the Lewis number, Le, the normalized porosity of the porous medium, ε, and the rheological parameters (n, λ_{CY}, a, s). An approximate analytical solution is derived on the basis of the parallel flow approximation, and the Carreau-Yasuda model with the Boussinesq approximation, energy and concentration transport equations are solved numerically using the finite difference method with a time-accurate scheme. By considering an infinitesimal perturbation, the linear stability analysis of the diffusive and convective states is conducted based on the finite element method. The linear stability theory is used to predict the critical Rayleigh number for the onset of motion from the rest state as well as the onset of Hopf bifurcation, transition from stationary to oscillatory convection. The effect of varying the parameters of the Carreau-Yasuda model on the bistability region and the subsequent convective heat and mass transfer were found to be significant. Overall, the Carreau-Yasuda rheological parameters have a strong influence on the thresholds of convection.

Keywords: Non-Linear convection, Porous layer, Non-Newtonian, Shear-thinning fluid, Bistability, Hopf bifurcation.

ملخص

تمت دراسة ظهور الحمل غير الخطي الحراري المادي في طبقة مسامية أفقية مشبعة بسائل غير نيوتوني. يتم وصف سلوك القص الخفيف للسائل بواسطة نموذج كارو-ياسودا والذي يتضمن تأثير المعاملات الانسيابية للسائل.

يتم فرض تدفقات ثابتة للحرارة والكتلة على الجدران الأفقية للحاوية بينما يُفترض أن تكون الجدران العمودية ثابتة الحرارة وغير منفذة. تظهر ظاهرة جديدة للثباتية عندما يكون لدى النظام حلين للحالة المستقرة يحدثان في نفس الشروط. المعاملات المحددة للمشكلة قيد الدراسة هي رقم رايلي، معدل الطفو، رقم لويس، المسامية الطبيعية للوسط المسامي، والمتغيرات الريولوجية. يتم اشتقاق حل تحليلي تقريبي بناءًا على تقريب التدفق المتوازي، ونموذج كارو-ياسودا مع تقريب بوسينسك. حل معادلات نقل الطاقة والكتلة عدديًا باستخدام طريقة الفرق المنتهية بجدول زمني دقيق. بالنظر إلى الاضطراب المتناهي الصغر، يتم إجراء تحليل الاستقرار الخطي للحالات المنتشرة والحمل الحراري على أساس طريقة العناصر المحدودة. تُستخدم نظرية الاستقرار الخطي للتنبؤ برقم رايلي الدال لبداية الحركة من حالة السكون وكذلك بداية تشعب هوبف، والانتقال من الحمل الحراري الثابت إلى الحمل الحراري المتذبذب. تم العثور على تأثير تغيير معاملات نموذج كارو-ياسودا على منطقة الثبات والحرارة اللاحقة وانتقال الكتلة بالحمل الحراري لتكون معبرة. بشكل عام، فإن المعاملات الريولوجية كارو-ياسودا لها تأثير قوي على عتبات الحمل الحراري.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري غير الخطي، الطبقة المسامية، السائل غير النيوتوني، سائل ترقق القص، الثبات، تشعب هوبف.

Résumé

Abstract

ملخص

Liste des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Table des Matières

Introduction générale……...1

Chapitre I: Généralité et Recherche Bibliographique

Partie A: Généralité Sur Les Milieux Poreux ……...4

1.1. Introduction……...4

1.2. Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R.) ……..4

1.3. Classification et caractérisation des milieux poreux……..……6

1.3.1. Classification…….....6

1.3.2. Caractérisation……..... ..6

1.3.2.1. Porosité…….....6

1.3.2.2. Perméabilité……...8

1.3.2.3. Tortuosité…….....8

1.3.2.4. Surface spécifique…….....9

1.3.2.5. Conductivité thermique effective……..9

1.4. Modèles d'écoulement dans les milieux poreux……..……11

1.4.1. Modèle de Darcy (1856) ……...……11

1.4.2. Modèle de Dupuit ……...13

1.4.3. Modèle de Forchheimer (1901) ……..15

1.4.4. Modèle de Brinkman (1947)……..……16

1.4.5. Modèle général ……....17

1.5. Régimes d'écoulement dans les milieux poreux……...18

1.5.1. Écoulement rampant ou écoulement de Darcy……..……18

1.5.2. Régime d'écoulement inertiel (Régime de Forchheimer)……..……18

1.5.3. Régime laminaire instationnaire……18

1.5.4. Régime instationnaire et chaotique……..……19

1.5.5. Transition à la turbulence……..……19

1.6. Conditions aux limites à l'interface Fluide / Poreux……19

1.6.1. Modèle de Beavers et Joseph (1967) ……20

1.6.2. Modèle utilisant la viscosité effective……....24

1.6.3. Modèle de Taylor Richardson (1971) ……..……25

Partie B: Phénomènes de transfert thermique et massique ……...….27

1.1. Introduction……27

1.2. Convection de Rayleigh-Bénard (RB) ……..…..27

1.3. Mécanisme fondamental de la convection de Rayleigh-Bénard…….....29

1.4. Convection à double diffusion ……...…30

1.5. Fluides newtoniens et fluides non newtoniens……31

1.5.1. Fluides newtoniens……...…….....31

1.5.2. Fluides non-Newtoniens……...…….....32

1.5.2.1. Fluides aux viscosités indépendantes du temps……33

1.5.2.1.1. Fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques)……...34

1.5.2.1. 2. Fluides rhéoépaissisants (dilatants) …….....35

1.5.2.1.3. Fluides à seuil (viscoplastiques) …….....35

1.5.2.2. Fluides à viscosité dépendants du temps ……..…….....35

1.5.2.2.1. Fluides thixotropes……..…….....36

1.5.2.2.2. Fluides rhéopectine (antithixotropes) ……..…….....36

1.5.2.3. Fluides viscoélastiques (rhéoplastiques) …….....36

1.5.2.4. Modèles rhéologiques pour les fluides non newtoniens……..……..37

Partie C : polluants organique ……...……41

1. Définition d'un polluant ……....……....41

2. Types de pollution…….....…41

3. Définition des polluants organique……44

4. Propriétés des polluants organique…….....44

Synthèse bibliographique ……..45

Conclusion.....56

Chapitre II : Modèle Physique et Formulation Mathématique

2.1. Problème physique …….....59

2.1.1. Hypothèses simplificatrice…….……..…….....59

2.1.2. Approximation de Boussinesq ……..…….....60

2.2. Formulation mathématique…….…….....61

2.2.1. Équation de continuité …….....61

2.2.2. Équation de conservation de la quantité de mouvement…….....62

2.2.3. Équation de conservation de l'énergie …….....62

2.2.4. Équation de concentration …….……..…….....62

2.2.5. Conditions aux limites …….…….....63

2.3. Adimensionnalisation.…….....63

2.3.1. Paramètres d'adimensionnalisation……..…….……...63

2.3.2. Équations adimensionnelle…….……...63

2.4. Équation de transports adimensionnels en formulation fonction de courant……....65

2.5. Transfert de chaleur et transfert de masse ……..…….……....67

Chapitre III: Solution Numériques

3.1. Méthode des éléments finie (MEF) …….....68

3.2. Méthode de volume finie (MVF) …….....69

3.3. Méthode des différences finies (MDF) …….....69

3.4. Comparaison entre les trois méthodes (MDF, MVF, MEF)……71

3.5. Discrétisation des équations par la méthode des différences finie …….....71

3.5.1. Discrétisation des équations de conservation……..……72

3.5.1.1. Discrétisation de l'équation d'énergie et l'équation de concentration…….……..73

3.5.1.2. Discrétisation de l'équation de mouvement…….76

3.5.2. Discrétisation des conditions aux limites……78

3.6. Algorithme de résolution……80

Chapitre IV : Solution analytique

4.1. Solution analytique des équations gouvernantes…….…….....82

4.2. Validation des résultats……85

Chapitre V : Résultats et Discutions

5.1. Effet de l'indice de loi de puissance, n , sur la vitesse horizontale, viscosité apparente, température et la concentration……..…….....87

5.2 .Influence du nombre de Lewis, Le , sur le nombre de Rayleigh sous-critique R_{TC}^{sous} et nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup} …….....89

5.3. Effet du nombre de Lewis`$Le$` et de l'indice de loi de puissance`$n$` sur l'apparition de la convection……..…….....90

5.4. Effet de Taux de flottabilité, φ , et indice de loi de puissance, n , sur les nombres de Rayleigh critiques R_{TC}^{sup} , R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{tur} …….....92

5.5. Effet de nombre de Rayleigh critique R_T et le taux de flottabilité φ sur l'apparition de la convection …….....93

5.6. Structure de l'écoulement …….....94

5.7. Effet de l'indice de loi de puissance, n , sur la région de bistabilité…….....96

5.8. Effet des paramètres rhéologiques sur la région de bistabilité…….....98

5.9. Effet du rapport de flottabilité sur l'apparition de la convection…….....99

Chapitre VI : Analyse de la Stabilité Linéaire

6.1. Théorie de la stabilité linéaire de l'écoulement convectif…….…...104

6.2. Solution numérique: éléments finis……..……105

6.2.1. Formulation variationnelle……...……..……105

6.3. Stabilité de l'état de repos……..…....107

6.3.1 .Stabilité marginale : début de la convection stationnaire (R_{TC}^{sup}) …….……..….108

6.3.2. Stabilité transitoire : début de la convection oscillatoire (R^{sur} et R_{TC}^{osc})…….109

6.4. Stabilité de l'état convectif : bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf})…….110

6.5. Résultats et discussions …….....110

Conclusion générale ……....122

Références……....126

Liste des Figures

Figure 1.1 : Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)……...….....5

Figure 1.2 : Définition schématique de la tortuosité…….…...……...….9

Figure 1.3: Modèle série de la conductivité thermique effective…….....10

Figure1.4 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective…….....11

Figure 1.5: Schéma de l'équipement utilisé par Darcy pour les essais « à charge constante » dans le calcul de la perméabilité…….12

Figure 1.6 : Cellules hexagonales obtenues dans des conditions similaires à celles de Bénard observées par Koschmiedder et al……..29

Figure 1.7 : Comparaison des modes de transfert de chaleur : (a) par conduction (b) par convection……..29

Figure 1.8: convection à double diffusion……...……31

Figure 1.9: Rhéogramme fluides non-Newtonien indépendants du temps……...…….34

Figure 1.10: Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dependants du temps…...……...…...36

Figure 1.11 : Variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement à 25°C. les traits plein sont ajustés par le model de Carreau Yasuda …….40

Figure 2.1: Représentation schématique du système et du système de coordonnées…...…...…..59

Figure 3.1 : Maillage 1D……...…….....70

Figure 3.2 : Organigramme général de résolution……...……..81

Figure.5.1: Effet de l'indice de loi de puissance, n , sur (a) vitesse horizontale, u , (b) température,T, (c) concentration, s , et (d) viscosité apparente, μ_{CY} , profils à mi-largeur de la couche poreuse (x = 0) pour $R_T = 50$, $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et1 $\varepsilon = 1$……...……...…..89

Figure 5.2: Nombre de Rayleigh sous-critique, R_{TC}^{sous} , et nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup} , en fonction du nombre de Lewis Le , et diverses valeurs de l'indice de loi de puissance, n , pour $\varphi = -0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$ et $s = 10^{-2}$ ……90

Figure5.3: L'effet du nombre de Lewis`$Le$` et de l'indice de loi de puissance`$n$` sur (a) l'intensité du débitψ_0, (b) le nombre de Nusselt`$Nu$` (c) le nombre de Sherwod`$Sh$` et (d) la viscosité apparente`$\mu_{CY}$` pour$R_T = 50, \varphi = -0.8, \lambda_{CY} = 0.2, a = 2, s = 10^{-2}et\varepsilon = 1$. ……...……..…92

Figure. 5.4: Taux de flottabilité,φ, et indice de loi de puissance,n, effets sur les nombres de Rayleigh critiques R_{TC}^{sup}, R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{tur} pour$Le = 5, \lambda_{CY} = 0.2, a = 2$ et$s = 10^{-2}$ ……...…….....….95

Figure. 5.5: Diagramme de bifurcation en fonction de R_T et φ pour $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$,a) intensité du débit , (b) nombre de NusseltNu, c) nombre de Sherwood Sh et (d) viscosité apparente μ_{CY} ……..……96

Figure 5.6: Contours du cours d'eau ψ, temperature, T, concentration, S, et la viscosité apparente , μ_{CY}, pour $R_T = 10.4$, $\varphi = 0.04$, $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ and $\varepsilon = 1$: (a) $\psi_0 = 0.214$, $Nu = 1.020$, $Nu_m = 1.012$, $Sh = 1.460$, $Sh_m = 1.298$, $\mu_{CY} = 0.952$; (b) $\psi_0 = 1.141$, $Nu = 1.518$, $Nu_m = 1.379$, $Sh = 4.687$, $Sh_m = 4.047$, $\mu_{CY} = 0.521$ ……..……96

Figure.5.7: Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0, Nu, Sh etμ_{CY} versus $n$et R_T pour$Le = 5$, $\varphi = 0.02$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$.e) Diagramme de stabilité montrant la région de bistabilité (haché) ……..……..……...…..98

Figure5.8: Effet de la variation des paramètres Carreau-Yasuda (λ_{CY}, S et) et du taux de flottabilité, φ , sur la région de bistabilité pour$Le = 5$……. ……...……100

Figure 5.9: Diagramme de bifurcation en fonction deR_T etφ pour$Le = 5, a = 5, n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$ et $s = 10^{-2}$ (a) intensité du débitψ_0 , (b) nombre de NusseltNu, (c) nombre de SherwoodSh et (d) viscosité apparente μ_{CY} ……..……..……...……...101

Figure 6.1: Représentation schématique de l'élément de Hermite cubique. ……106

Figure. 6.2: Effets de l'indice de loi de puissance, n , et du paramètre de constante de temps, λ_{CY} , sur : (a) seuil de bifurcation de Hopf, R_{TC}^{Hopf} , (b) longueur d'onde, A_C , et (c) fréquence d'oscillation, f_r , pour $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$……...112

Figure. 6.3: les Profils de perturbation ψ_p, T_p et S_p , et au seuil de bifurcation de Hopf, R_{TC}^{Hopf} ,pour $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $n = \lambda_{CY} = 0.6$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$: $R_{TC}^{Hopf} = 226.07$, $A_C = 0.923$ et $p_i = \pm 233.592$ ($f_r = 37.11$)……...112

Figure.6.4: Diagrammes de stabilité dans le plan $R_{TC} - \varphi$ pour $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$ et $\varepsilon = 1$: (a) $a = 2$ et (b) ……...114

Figure 6.5: Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0 versus φ et R_T pour $Le = 5, n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2, a = 5$ et $\varepsilon = 1$……...114

Figure 6.6: Diagramme de stabilité dans le plan ($R_{TC} - \varepsilon$) pour. $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $s = 10^{-2}$ et $a = 5$……115

Figure 6.7: Effet des paramètres de Carreau sur les seuils de convection (R_{TC}^{sous} ,R^{sur}, R_{TC}^{osc} , R_{TC}^{sup} et R_{TC}^{Hopf}) pour $Le = 8$, $\varphi = -0.1$ et $\varepsilon = 0.2$ ……...118

Figure 6.8: (a) lignes de courant, isothermes, isoconcentrations et viscosité apparentes à un instant donné, (b) lignes de courant, isothermes et isoconcentrations du temps solution moyenne sur la période ,(c)l'Historique temporel de la fonction d'écoulement, ψ , telle que prédite par la solution numérique, pour $R_T = 570$, $Le = 8$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.8$, $\lambda_{CY} = 0.02$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\varepsilon = 0.2$ et $\tau = 0.4$ ……..120

Figure.6.9: Instantanés de la fonction de flux de perturbation, ψ_p , température, T_p , concentration S_p , et viscosité apparente, μ_{CYp} , contours, respectivement pour $R_T = 570$, $Le = 8$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.8$, $\lambda_{CY} = 0.02$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 0.2$ ……...121

Liste des Tableaux

Tableau 1.1 : Porosité de quelques matériaux. …...……7

Tableau 1.2 : Perméabilité de quelques matériaux. ……...…….……....8

Tableau 1.3 : Principaux types de pollution, nature de produits polluants et leur origine…..…...43

Tableau 2.1 : Paramètres du modèle Carreau-Yasuda pour certains fluides typiques non Newtoniens ….……..67

Tableau 1.4 : Sensibilité de la solution numérique au maillage …….....86

Tableau 6.1 : l'Effets de l'indice de loi de puissance, n , et du paramètre de constante de temps, λ_{CY} , sur les seuils de bifurcation de Hopf, R_{TC}^{Hopf} , la longueur d'onde A_C et la fréquence d'oscillation, f_r .....……111

NOMENCLATURE

V.E.R : volume élémentaire représentatif.

d : Diamètre du pores

l : Longueur caractéristique de V.E.R.

ε : Porosité.

V_{pore} : Volume des pores (m3).

V_{total} : Volume total de la matrice poreuse (m3).

ε_t : Porosité totale.

ε_e : Porosité effective.

K : Perméabilité.

L : Longueur du milieu poreux.

L_m : Longueur moyenne du chemin parcouru par une particule fluide.

A_s : Surface spécifique.

V : volume totale du milieu poreux.

k_e : Conductivité thermique effective.

k_s : Conductivités thermiques des phases solides.

k_f : Conductivités thermiques des phases fluides.

C_D: Coefficient de traînée de profil.

C_{DF} : Coefficient de traînée (lié à Dupuit).

C_{DV} : Coefficient de traînée visqueuse (lié à Darcy).

C_f : Constante adimensionnelle (coefficient inertiel ou coefficient d'Ergun).

W : Longueur du lit poreux.

A : Rapport de forme de la cavité $A = H' / L'$.

P' : Pression.

g : Accélération de la pesanteur, $m/s^{2.}$

H' : Hauteur de la cavité, *m.*

L' : Largeur de la cavité, *m.*

λ : Conductivité thermique du fluide, $W/mK.$

n : Indice de la loi en puissance, paramètre réel.

q' : Flux de chaleur constant par unité de surface, $W/m^{2.}$

$Nu(x)$: Nombre de Nusselt local.

Nu_m : Nombre de Nusselt moyen.

Pr : Nombre de Prandtl ; $Pr = \frac{\mu_0}{\rho_0 \alpha}$.

Ra_T : Nombre de Rayleigh thermique ; $Ra_T = \frac{\rho_0 g \beta \Delta T' H'^3}{\mu_0 \alpha}$.

Ra_T^{sous} : Nombre de Rayleigh sous-critique.

Ra_T^{sup} : Nombre de Rayleigh supercritique.

Ra_{TC} : Nombre de Rayleigh critique.

T : Température adimensionnelle.

$\Delta T'$: Différence de température.

u : Composante de la vitesse adimensionnelle, direction x .

v : Composante de la vitesse adimensionnelle, direction y .

x, y : Coordonnées cartésiennes à partir du centre de la cavité

Symboles Grecs :

δ : Fraction de Dirac.

δ_{ij} : Symbole de Kronecker.

α : Diffusivité thermique du fluide, $m^2/s.$

β : Coefficient d'expansion thermique, K^{-1}

ψ : Fonction du courant adimensionnelle.

ρ : Masse volumique du fluide, $Kg / m.^3$

Ω : Vorticité adimensionnelle

η : Viscosité apparente adimensionnelle

μ : Viscosité dynamique d'un fluide Newtonien, $Pa\ s$

τ : Tenseur des contraintes

INTRODUCTION GENERALE

La convection thermique naturelle dans la configuration de Rayleigh-Bénard semble être bien maîtrisée dans les fluides Newtoniens en raison d'énormes travaux de recherche entre pris dans ce domaine. Les travaux consacrés à la convection thermique des fluides non-Newtoniens demeurent peu nombreux à cause des facteurs suivants [1-4]:

- La complexité de l'écoulement qui dépend fortement de la viscosité qui est fonction du taux de cisaillement pour certains fluides, et de la température, pour d'autres;

- Le manque de connaissance du comportement de bifurcation de l'état de repos qui reste toujours en cours de recherches expérimentales et numériques

La pollution par des polluants organiques et des pesticides ayant des conséquences toxicologiques et écotoxicologiques est principalement perçue au travers de leur présence dans les eaux et dans les denrées alimentaires. Cependant, beaucoup de polluants transitent par les sols où leur comportement va conditionner la manifestation de leur caractère polluant. La réduction de leur impact environnemental nécessite de comprendre les processus auxquels ils sont soumis dans les sols, principalement les phénomènes de transfert [5-9]. La double diffusion par convection naturelle à travers des milieux poreux saturés de fluides Newtoniens et non-Newtoniens a fait l'objet de nombreuses investigations en raison de sa pertinence dans de nombreuses applications naturelles et technologiques telles que ; agroalimentaire, procédés de filtration, océanographie, géophysique, ingénierie des polymères, technologies de séchage, forage pétrolier, transport chimique en lit fixe Réacteurs, biomédical, cosmétique, procédés de moulage, exploitation géothermique, transport d'un contaminant en sol saturé, stockage souterrain de radioactifs déchets, stockage de gaz et certains produits agricoles [10-17].

Originalité du travail de la thèse :

Vers un enrichissement des connaissances et une compréhension physique de l'influence des effets de cisaillement sur la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte horizontale à couche poreuse remplie d'un fluide non-Newtonien a été envisagée. Les conditions aux limites de Neuman sont appliquées sur les parois horizontales de la cavité. Le comportement d'amincissement par cisaillement du fluide est décrit par le modèle Carreau-Yasuda. Notre étude

porte plus particulièrement sur l'influence, des nombres de Rayleigh modérés, de certains paramètres géométriques et physiques, du nombre de Lewis sur la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse.Le nombre de Rayleigh critique pour le début de la convection sous-critique a été déterminé analytiquement en utilisant l'approximation du flux parallèle. La théorie de la stabilité linéaire a été menée sur la base de la méthode des éléments finis pour prédire le nombre de Rayleigh critique pour le début du mouvement à partir de l'état de repos pour une large gamme des paramètres directeurs. La stabilité linéaire du mouvement convectif a été menée également afin de prédire le début de la bifurcation de Hopf. Afin d'étudier l'influence du signe des paramètres de flottabilité, c'est-à-dire lorsque les forces de flottabilité thermique et solutale s'opposent ($\varphi \leq 0$) et coopèrent ($\varphi \geq 0$). Ce type des conditions aux limites pour un fluide non-Newtonien a reçu relativement peu d'attention jusqu'à présente. A la connaissance des auteurs, l'effet du comportement rhéologique du fluide et des forces de flottabilité sur les seuils de bifurcation ne semble pas avoir été systématiquement étudié dans le passé. La découverte la plus importante de ce travail pour un ensemble donné du paramètre directeur est démontrée sur l'existence d'un phénomène de bistabilité, c'est-à-dire l'existence de deux solutions à l'état stationnaire, qui n'était pas observée auparavant dans la convection des fluides non-Newtoniens.

Contenu de la thèse

Le manuscrit de cette thèse est constitué de six chapitres :

- Le premier chapitre présentera une étude bibliographique axée essentiellement sur une Généralité sur le milieu poreux puis une contribution scientifique relative à la convection naturelle des fluides non-Newtoniens, suivit d'une présentation des différents modèles rhéologiques de quelques fluides. Par ailleurs, une exposition détaillée des polluants organiques est retenue. Une synthèse bibliographique sur la contribution scientifique relative aux travaux analytiques, numériques et expérimentaux de la convection naturelle des fluides Newtoniens ou non-Newtoniens est présentée à la fin de ce chapitre.
- Le deuxième chapitre donnera une présentation physique et mathématique détaillée du problème considéré. Les équations dimensionnelles régissantes, les hypothèses adoptées et les principales grandeurs adimensionnelles caractérisant notre modèle.

- Dans le troisième chapitre nous avons présenté les méthodes numériques de résolution, on a choisi la méthode des déférences finis pour discrétiser les équations régissant notre modèle. A la fin de ce chapitre nous avons présenté l'algorithme de résolution.
- Le quatrième chapitre est consacré à la méthode analytique basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle
- Dans le cinquième chapitre nous présentons les effets des paramètres de contrôles sur les champs d'écoulement et de température et concentration, sur l'apparition de la convection sous-critique et sur le transfert de chaleur et de masse résultant. Dans le cas d'une cavité allongée, les résultats relatifs à l'approximation de l'écoulement parallèle seront confrontés à ceux obtenus numériquement
- Le sixième chapitre regroupe les résultats obtenus par la stabilité linéaire ainsi que leur interprétation.
- En dernier, une conclusion générale est consacrée à la mise en évidence des différents points majeurs de cette étude, ainsi que les perspectives envisagées.

Chapitre I

Généralité et Recherche Bibliographique

Partie A : Généralité Sur Les Milieux Poreux

1.1.Introduction

De nombreuses configurations d'intérêts pratiques rencontrées en transfert thermique, se caractérisent par la présence d'un écoulement fluide dans un milieu poreux. Il est donc important de relier la structure de l'écoulement et les échanges thermiques ou mécaniques aux propriétés physiques caractérisant le fluide et le milieu poreux.

On appelle un milieu poreux toutes matrices solides comportant des vides ou cavités au travers des quelles un fluide peut s'écouler. Ces espaces vides qui peuvent être connectés sont appelés pores. On rencontre plusieurs matériaux poreux dans la nature ou l'industrie. Il peut s'agir d'empilement de billes, de panneaux de fibre de verre, de béton, de roche, de gisement de pétrole, de sable,…, etc.

Un milieu poreux est caractérisé principalement par, deux propriétés macroscopiques liées entre elles et qui sont la porosité et la perméabilité.

Du fait que la disposition et la taille de ces pores soient irrégulières, la variation des paramètres régissant cet écoulement, sera elle aussi irrégulière. En pratique, ces paramètres sont mesurés à l'échelle macroscopique (moyenné). La technique utilisée et la méthode spatiale, définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) suffisamment large.

1.2.Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R.)

Lorsqu'on s'intéresse à l'étude des phénomènes physiques dans les milieux poreux, échelles s'imposent pour leurs analyses :

- L'échelle du pore ou des fissures (microscopique) à l'intérieur de laquelle les grandeurs (vitesses, pression,…) locales ou microscopiques peuvent largement varier (à cause de l'irrégularité de la disposition et de la taille des pores).

- L'échelle du milieu poreux ou macroscopique caractéristique de variations significatives de ces mêmes grandeurs définies en moyenne sur un certain volume du milieu poreux.

En pratique, ces grandeurs sont mesurées sur des surfaces contenant plusieurs pores et donc moyennées (quantités macroscopiques), ce qui fait que ces quantités varient dans le temps et dans l'espace.

L'approche la plus simple de moyenne utilisée est l'approche du volume élémentaire représentatif (V.E.R). Dans cette approche la variable macroscopique est définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif suffisamment large. Ce (V.E.R.) est considéré :

- Suffisamment grand pour renfermer un grand nombre de pores nécessaires à la définition d'une propriété moyenne globale, de manière à s'assurer que les fluctuations d'un pore à un autre se traduisent par des effets négligeables.
- Suffisamment petit par rapport à la longueur caractéristique de la matrice solide.

Autrement dit on peut considérer, par la suite, que le milieu poreux est un ensemble V.E.R. Cette conceptualisation introduite par J. Bear permet de raisonner en terme de milieu continu équivalent.

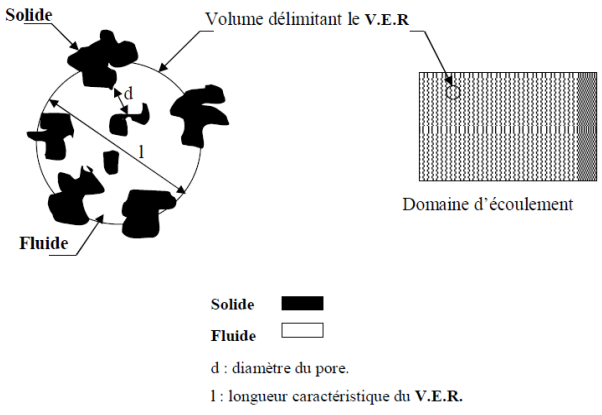


Figure 1.1:Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)

1.3. Classification et caractérisation des milieux poreux

Les milieux poreux sont de nature très variée, en particulier du point de vue de la structure géométrique délimitant l'espace poral. Dans ce paragraphe sont introduites un certain nombre de notions de base associées aux propriétés structurales des milieux poreux.

1.3.1. Classification

La matrice solide d'un milieu poreux peut être :

- **Non consolidée** : la phase solide est alors formée de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sables, limons, billes de verre et d'acier, matériaux divers...) ; les billes de verre sont notamment très utilisées en laboratoire pour étudier les phénomènes de transfert en milieu poreux [18].
- **consolidée :** dans ce cas, la matrice solide compacte ne peut pas se diviser en grains ou fibres (roches calcaires, grés, argiles, bois, céramiques, poudres frittées, tissus végétaux et animaux...).

1.3.2. Caractérisation

Différentes grandeurs géométriques et thermo-physiques sont utilisées pour caractériser l'écoulement et le transfert de chaleur se produisant dans un milieu poreux, nous pouvons citer :

1.3.2.1. Porosité

C'est la fraction du volume V du système qui n'est pas occupée par la phase solide.

Soit :

$$\varepsilon = \frac{V_{pore}}{V_{total}} \tag{1.1}$$

V_{pore}: Volume des pores (m^3).

V_{total}: Volume total de la matrice poreuse (m^3).

Cette grandeur ne donne aucune information sur la distribution des pores.

En effet, deux matériaux de même porosité peuvent avoir des propriétés physiques différentes.

Un pore peut être connecté à d'autres pores (pores interconnectés), comme il peut être isolé.

On définit alors:

- La porosité totale :

$$\varepsilon_t = \frac{V_{tous\ les\ pores}}{V_{total}} \tag{1.2}$$

- La porosité effective :

$$\varepsilon_e = \frac{V_{des\ pores\ accessibles}}{V_{total}} \tag{1.3}$$

Pour les milieux poreux non consolidés $\varepsilon_t = \varepsilon_e$ alors que pour les milieux poreux consolidés la différence entre les deux porosités peut être significative.

Des mesures expérimentales faites par Kaviany [19] donnent dans le tableau (1.1) ci-dessous quelques valeurs de la porosité pour différents matériaux.

Tableau 1.1 : Porosité de quelques matériaux.

Matériaux	Porosité
Matériau mousseux	0.98
Fibre de verre	0.88 – 0.93
Fil à tisser	0.68 – 0.76
Grains de silice	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57 – 0.66
Cuir	0.56 – 0.59
Catalyseur	0.45
Granulé de pierres	0.44 – 0.45
Terre	0.43 – 0.54
Sable	0.37 – 0.50
Poudre en silice	0.37 – 0.49
Sphère bien empilée	0.36 – 0.43
Filtre de cigarettes	0.17 – 0.49
Briques	0.12 – 0.34
Poudre de cuivre	0.09 – 0.34
Pierre à chaud, Dolomite	00.04 – 0.10
Houille	0.02 – 0.07

1.3.2.2. Perméabilité

Elle est définie comme étant l'aptitude de circulation qu'offre un milieu poreux à un fluide lors de son écoulement à travers les pores de ce milieu. Selon la loi de Darcy (1856), la perméabilité mesure la conductance de l'écoulement d'une matrice poreuse, c'est-à-dire:

$$K = -\frac{\mu . u_D}{d_p/d_x} \quad (1.4)$$

où μ, u_Det d_p/d_xsont respectivement la viscosité dynamique du fluide, la vitesse de filtration (ou Darcienne) et le gradient de pression.

L'unité de la perméabilité est le m^2, mais elle est souvent exprimée en Darcy:

1 Darcy= $9.87\times10^{-13}m^2$.

Le tableau ci-dessous représente la perméabilité de quelques matériaux poreux définis d'après Sheidegger [20].

Tableau 1.2 : Perméabilité de quelques matériaux.

Matrices	Perméabilité [m^2]
Briques	$4.8.\ 10^{-15}$– $2.2.10^{-13}$
Pierre à chaud, Dolomite	$2.0.\ 10^{-15}$– $4.5.10^{-14}$
Cuir	$9.5.\ 10^{-14}$– $1.2.\ 10^{-13}$
Poudre d'ardoise noire	$4.9.\ 10^{-14}$– $1.2.\ 10^{-13}$
Terre	$2.9.\ 10^{-13}$– $1.4.10^{-11}$
Fibres de verre	$2.4.\ 10^{-11}$– $5.1.\ 10^{-11}$
Sable	$2.0.\ 10^{-11}$– $1.8.10^{-10}$
Cheveux artificiels	$8.3.\ 10^{-10}$– $1.2.10^{-9}$
Plaque de liège	$3.3.\ 10^{-10}$– $1.5.\ 10^{-9}$
Fils à tisser	$3.8.\ 10^{-9}$– 1.10^{-8}
Cigarette	$1.1.\ 10^{-9}$

1.3.2.3. Tortuosité

Dans un milieu poreux formé d'un empilement de grains solides, la vitesse réelle locale du fluide n'est pas tout à fait parallèle à la direction moyenne de l'écoulement du fait des obstacles constitués par la phase solide. Le fluide contourne les différentes particules s'opposant à son passage.

Le trajet suivi par un filet fluide est $L_e > L$ où 'L'est la longueur du milieu poreux.

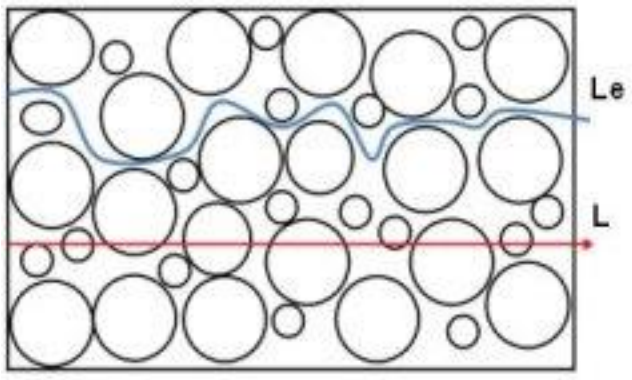


Figure 1.2 : Définition schématique de la tortuosité

On appelle tortuosité le rapport entre la longueur moyenne du chemin parcouru par une particule fluide et la longueur de l'échantillon.

$$\tau = \frac{L_m}{L} \tag{1.5}$$

Dans le cas des milieux poreux constitués d'empilement de particules sphériques, la tortuosité varie peu et reste sensiblement égale à $\pi/2$.

1.3.2.4. Surface spécifique

La surface spécifique est définie comme l'aire totale des vides rapportée à l'unité de volume, soit:

$$A_s = \frac{Aire\ totale\ des\ vides}{volume\ total\ du\ milieu} \tag{1.6}$$

Ce paramètre sert d'élément comparatif pour différents milieux poreux de volume total V.

1.3.2.5. Conductivité thermique effective

Vu la complexité de la structure des milieux poreux ainsi que la présence des différentes phases (solide et fluide), la modélisation du transfert de chaleur et de masse à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective k_e . En effet, les phases solides et fluide présentes dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes au mode de conduction (le plus souvent $k_{solide} > k_{fluide}$).

Cette conductivité effective dépend de la porosité et des conductivités thermiques des phases solide k_s et fluide k_f.

De manière générale, il n'existe pas de modèles exacts de conductivité thermique effective qui peuvent être appliquées aux cas pratiques d'écoulement dans les milieux poreux. Les modèles existants sont plutôt des modèles approchés construits pour des géométries simples en utilisant des hypothèses simplificatrices et en se basant sur des données expérimentales. Les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles basés sur l'analogie électrique.

- Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du milieu est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases; (Figure. 1.3).

$$\frac{1}{k_e} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1-\varepsilon}{k_s} \tag{1.7}$$

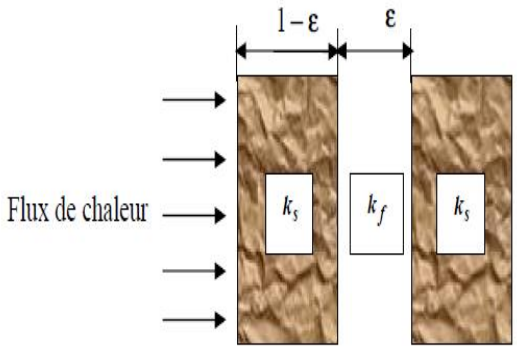


Figure 1.3: Modèle série de la conductivité thermique effective

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités thermiques dans chacune des phases (Figure. 1.4).

$$k_e = (1-\varepsilon)k_s + \varepsilon k_f \tag{1.8}$$

La conductivité thermique effective est toujours comprise entre celle du fluide et celle du solide.

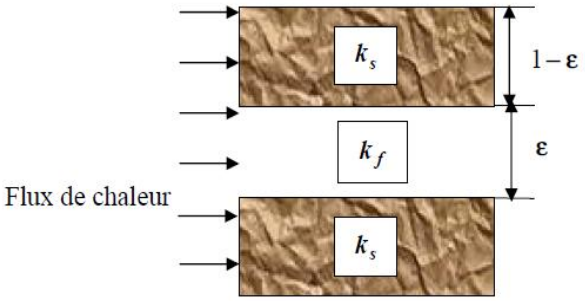


Figure 1.4 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective

1.4. Modèles d'écoulement dans les milieux poreux

Pour décrire les écoulements dans les milieux poreux, différents modèles ont été élaborés.

1.4.1. Modèle de Darcy (1856)

Cette loi a été établie en 1856 par Henry Darcy, après qu'il eut réalisé divers expérimentations visant à déterminer les lois régissant « l'écoulement de l'eau à travers le sable ». Les bases expérimentales de Darcy ont ensuite pu être confirmées par exemple par le traçage isotopique et justifiée par la théorie par la méthode de prise de moyenne volumique ou par homogénéisation comme correspondant à un écoulement de Stokes en milieu poreux.

Un an plus tard, dans une seconde publication, Darcy propose une interprétation de la loi en termes d'ensemble de microcanaux, anticipant ainsi les modélisations ultérieures de la perméabilité.

150 ans plus tard, la loi de différents types de substrats, les débits potentiels d'écoulements souterrains de l'eau (de Darcy et ses dérivées jouent encore un rôle majeur en hydrogéologie et notamment dans le domaine de l'hydraulique souterraine. Elles ont d'abord été utilisée pour évaluer les propriétés hydrauliques ou d'un autre liquide), verticalement à travers le sol ou une couche géologique (stratifiée ou karstique notamment) par exemple vers une nappe phréatique sous-jacente ou vers un captage d'eau dont on voudrait savoir à partir de quel débit il risquerait de ne plus être alimenté, ou de manière générale au travers d'un milieu poreux (par exemple une roche calcaire, du sable ou au travers d'un barrage en terre, ou dans la terre située sous un barrage). Elle a ensuite notamment été utilisée pour déterminer les d'aires d'alimentation (et le cas échéant de protection) de captages d'eau souterraine.

Dans la réalité, à grande échelle, le substrat est rarement isotrope mais hétérogène et parfois faillé, avec un coefficient moyen de perméabilité qui varie rapidement dans l'espace voire dans le temps (en zone sismiquement active par exemple ou dans un sédiment jeune), ce pourquoi les physiciens ont aussi exploré (depuis la fin du xxe siècle) des approches de « géostatistique appliquée à l'écoulement et au transport en milieu poreux et reposant sur la prise en compte des propriétés du milieu de manière stochastique » .

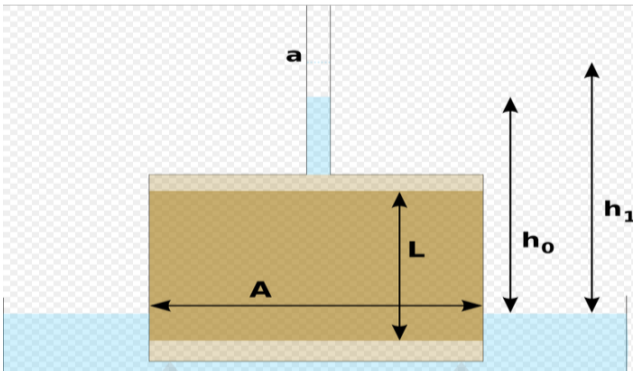


Figure 1.5: Schéma de l'équipement utilisé par Darcy pour les essais « à charge constante » dans le calcul de la perméabilité

A : la surface de la section étudiée (m^2) ;

$\frac{\Delta H}{L}$: Le gradient hydraulique, où ΔH est la différence des hauteurs piézométriques en amont et en aval de l'échantillon, L est la longueur de l'échantillon.

- ***Formulation :***

Darcy a montré, pour un écoulement unidimensionnel à travers un milieu poreux non consolidé, que le gradient de pression est lié à la vitesse par la relation suivante:

$$\frac{d_p}{d_x} = -\frac{\mu}{K} U_D \qquad (1.9)$$

où:

$\frac{d_p}{d_x}$: Gradient de pression (Pa/m)

μ : Viscosité dynamique du fluide (Pa.s)

K : La perméabilité (m^2)

U_D : Vitesse de filtration obtenue à partir de la mesure du débit (m/s).

Il est important de noter que le modèle de Darcy devient inadéquat dans certaines situations d'écoulement et de transfert de chaleur. En effet, quand la vitesse de filtration augmente, on note une déviation des résultats par rapport à la loi de Darcy.

Cette déviation est due aux effets combinés de l'inertie et de la viscosité. Ces deux effets opposent une résistance à l'écoulement du fluide. Pour tenir compte de tous ces effets, d'autres modèles ont été proposés et utilisés.

1.4.2. Modèle de Dupuit

Le domaine de la convection en milieu poreux devient encore plus intéressant lorsque Dupuit a étendu la loi de Darcy pour tenir compte du taux élevé de Reynolds (Re> 1). Injustement reconnu pour sa percée exceptionnelle en incluant le terme de traînée sous forme de matrice poreuse, qui est un terme quadratique de vitesse et connu à tort comme un terme d'inertie dans les études passées, le terme est largement répandu dans la communauté scientifique sous le nom de terme d'inertie Forchheimer .La métamorphose historique de la loi de Darcy au cours du dernier siècle a été illustrée dans un seul chapitre complet. L'auteur a souligné la nécessité de changer l'histoire en accordant un crédit complet à Dupuit alors qu'il publiait ses résultats 38 ans avant les travaux de Forchheimer.

La forme compacte générale de la loi de Dupuit incluant la force corporelle, pour les écoulements dans des milieux poreux isotropes, est donnée par :

$$\nabla P' = -\frac{\mu}{K} V' - \frac{\rho C_{DF}}{K^{1/2}} |V'|V' - \rho g \qquad (1.10)$$

où P' est la pression, V' le vecteur de vitesse d'infiltration, μ est la viscosité du fluide, ρ est la densité du fluide, K est la perméabilité de la matrice poreuse, g est l'accélération de la gravité et C_{DF} est un coefficient indépendant des propriétés du fluide mais dépend du comportement de l'écoulement et régime au-delà de la géométrie de la matrice poreuse ou de la forme et de la taille du grain moyen poreux . En d'autres termes, le coefficient C_{DF} est directement lié à la forme (pression) du coefficient de traînée d'un grain ou le matériau solide poreux élémentaire qui délimite les pores à l'intérieur de la matrice poreuse solide. Du point de vue hydrodynamique ou aérodynamique, un écoulement visqueux autour d'un grain immergé induit une force de traînée, appelée traînée de profil dont le coefficient, $C_D = C_{DV} + C_{DF}$, est une somme de la traînée visqueuse (lié à Darcy) le coefficient C_{DV} et le coefficient de traînée de forme (lié à Dupuit) C_{DF} .

Pour toute Nombre de Reynolds la traînée visqueuse est toujours présente, mais la traînée de forme ou la traînée de pression dépend sur le comportement d'écoulement autour du grain, qu'il soit attaché ou séparé. Si le flux est attaché, à très lent Nombre de Reynolds, la récupération du gradient de pression autour du grain se produit et la traînée de forme est presque nulle et la traînée visqueuse est la dominante.

Cependant, pour un nombre de Reynolds relativement élevé et en raison de la forme émoussée du grain, l'écoulement se sépare et la traînée de forme devient significative et surmonte la traînée visqueuse. Dans une matrice poreuse, un grain est entouré par d'autres et la forme de tout grain individuel prend en compte l'interférence hydrodynamique / aérodynamique mutuelle entre les grains. Un grain est alors soumis à un écoulement entrant très complexe et la force du coefficient de traînée de forme C_{DF} dépend fortement de la forme du grain et du nombre de Reynolds qui influencent le comportement de l'écoulement. Ainsi, elle ne peut pas être considérée comme une constante universelle, probablement pour une sphère solide où le coefficient de traînée de forme (au-delà du régime d'écoulement de Stokes) est fonction du nombre de Reynolds du régime laminaire jusqu'au régime d'écoulement turbulent. Globalement, le coefficient de traînée de forme C_{DF} dépend de la taille et de la forme du grain de la matrice poreuse et du comportement d'écoulement après le grain.

Depuis l'émersion de la loi Dupuit, des progrès significatifs ont été réalisés dans la conception de systèmes thermiques performants où se produit la convection thermique.

Quelques exemples Sur les applications de convection thermique, dans les milieux poreux comprennent les systèmes artificiels tels que la mousse, les isolants cellulaires, fibreux et granulaires et les réacteurs nucléaires. L'utilisation de la loi de Darcy pour modéliser le Rogers naturel à faible Reynolds Lapwood s'écoule par convection à travers des milieux poreux bien emballés, Horton-Rogers et Lapwood ont été les pionniers dans l'étude de la stabilité de l'écoulement par convection dans des couches poreuses horizontales soumises à un gradient thermique vertical. Maintenant les parois poreuses horizontales à différentes températures constantes, les auteurs ont démontré analytiquement que le début de la convection s'est produit à un seuil de R_{TC}=$4\pi^2$.

1.4.3. Modèle de Forchheimer (1901)

La loi de Darcy n'est valable que pour des écoulements à faible vitesse caractérisés par un nombre de Reynolds, basé sur le diamètre moyen des particules Re_d=$\frac{(U_d d)}{\vartheta}$, ayant une valeur entre

0 et 1. Pour des nombres de Reynolds Re_d supérieurs à l'unité, la loi de Darcy s'éloigne du comportement linéaire, et elle doit être alors corrigée par un terme inertiel non linéaire du second ordre qui tient compte des effets inertiels microscopiques.

Forchheimer (1901) fût le premier à proposer une relation non linéaire du second ordre pour les écoulements à grande vitesse.

$$\overrightarrow{\Delta P} = -[\overrightarrow{AU} + \mathrm{B} \left|\vec{U}\right| \vec{U}] \tag{1.11}$$

où A et B sont des constantes, et le terme B $\left|\vec{U}\right| \vec{U}$ est introduit pour tenir compte des effets inertiels qui deviennent négligeables à faibles vitesses par rapport aux effets visqueux. Depuis, plusieurs équations non linéaires basées sur des résultats expérimentaux ont été proposées avec différentes expressions pour ***A*** et ***B*** dépendant de la porosité, du diamètre moyen des particules solides et de la viscosité du fluide.

Selon Joseph, Nield et Papanicolaou (1982), la modification à apporter à l'équation de Darcy est la suivante:

$$\overrightarrow{\nabla P} = -\frac{\mu}{K}\vec{U} - \frac{C_f}{\sqrt{K}}\rho_f \left|\overrightarrow{U}\right| \vec{U} \tag{1.12}$$

où :

C_f: Constante adimensionnelle (coefficient inertiel ou coefficient d'Ergun).

ρ_f: Masse volumique du fluide.

Remarque : dans la littérature plusieurs expressions sont utilisées pour exprimer le coefficient inertiel C_f telles que F,εF ,$\frac{F}{K^{1/2}}$,$\frac{b}{K^{1/2}}$,b $k^{1/2}$

- Ward (1964) avait proposé C_f comme une constante universelle avec une valeur approximative de 0.55, mais plus tard il a trouvé que C_f dépend de la nature du milieu poreux et peut être inférieure à 0.1 dans le cas de mousses métalliques fibreuses.
- Beavers, Sparrow et Rodenz (1973) ont montré que les frontières solides (parois) peuvent avoir un effet considérable sur la valeur de C_f et ils ont trouvé que leurs données s'ajustent bien par l'expression:

$$C_f = 0.55\left(1 - 5.5\frac{d}{D_e}\right) \tag{1.13}$$

où:

d : est le diamètre de leurs sphères.

D_e: est le diamètre équivalent de leur lit poreux.

avec:

$$D_e=\frac{wh}{(w+h)} \tag{1.14}$$

w : Longueur du lit poreux.

h : Hauteur du lit poreux.

➢L'étude numérique de Coulaud, Morel et Caltagirone (1988) autour de cylindres circulaires suggèrent une variation du coefficient inertiel C_f en $\frac{1}{\varepsilon}$ pour $\varepsilon < 0.61$.

Lorsque l'écoulement est unidirectionnel, l'équation devient:

$$\frac{d_p}{d_x} = -\frac{\mu}{K}U_D\text{-}\rho_f C U_D^2 \tag{1.15}$$

L'équation est appelée équation d'Ergun, avec:

$$K =\frac{d^2\varepsilon^2}{150-(1-\varepsilon)^2} \tag{1.16}$$

et

$$C =1.75\,\frac{1-\varepsilon}{d\varepsilon^3} \tag{1.17}$$

Les expressions de *K* et *C* ont été développées par Ergun (1952) pour un écoulement dans un lit de particules sphériques de diamètre *d.*

1.4.4. Modèle de Brinkman (1947)

Dans l'effort d'obtenir une expression pour la perméabilité *K* dans un empilement de particules sphériques, Brinkman (1947) a abouti à l'équation suivante:

$$\overrightarrow{\nabla P}=-\frac{\mu}{K}\vec{U}\text{-}\mu_e\nabla^2\vec{U} \tag{1.18}$$

Une telle équation est la superposition d'un écoulement où les effets visqueux sont dominants (terme 2, écoulement de Stokes: étendre la force de traînée de Stokes obtenue sur une sphère placée dans un domaine infinie à une sphère entourée cette fois-ci d'autres sphères, c'est-à-dire tenir compte des sphères avoisinantes) avec l'équation de Darcy (terme1).

μ_e : représente la viscosité dynamique effective ($\mu_e = \mu$ dans le modèle de Brinkman mais en réalité, elles sont approximativement égales)

$\mu_e\nabla^2\vec{U}$: est le terme de Brinkman qui représente les forces visqueuses causées par les forces de cisaillement macroscopiques le long des frontières solides.

Il est très significatif dans les régions près des parois solides.

Polikakos et Renken ont montré l'influence du terme de Brinkman sur le champ dynamique: il permet de mettre en évidence l'effet "Channeling" près des parois solides, et aussi de satisfaire la condition d'adhérence près des parois.

Ce modèle a permis de prédire l'épaisseur de la couche limite au voisinage des parois délimitant la matrice poreuse. Cette couche est plutôt mince comme l'ont montré les résultats expérimentaux: elle est de l'ordre de quelques diamètres de particules. De même il a permis de mettre en évidence la différence entre la viscosité effective et la viscosité du fluide.

Dans un premier temps, cette viscosité effective a été évaluée en utilisant la formule d'Enstein:

$$\mu_e = \mu\ (1+ 2.5\ (1- \varepsilon\ )) \qquad (1.19)$$

Lundgren (1972) a abouti à l'équation de Brinkman en utilisant une formulation statistique. Il a trouvé en plus que le rapport $\left(\frac{\mu_e}{\mu}\right)$ n'est pas toujours supérieur à 1.

1.4.5. Modèle général

Pour tenir compte de tous les effets cités auparavant (effets inertiels et de parois…), le modèle général s'écrit alors d'après Vafai et Tien sous la forme suivante:

$$\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\overrightarrow{\partial U}}{\partial t}+\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\overrightarrow{U}\ \vec{\nabla}\right)\vec{U}=-\overrightarrow{\nabla P}-\frac{\mu}{K}\vec{U}+\mu_e\nabla^2\vec{U}- P\frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}}\ \left|\overrightarrow{U}\right|\overrightarrow{U}+\ \rho\vec{F_v} \qquad (1.20)$$

Le terme $\frac{\rho}{\varepsilon}\left(\overrightarrow{U}\ \vec{\nabla}\right)\vec{U}$ est généralement négligé sauf dans les régions d'entrée d'écoulement.

Chacun des termes de l'équation (1.20) est désigné comme suit :

- Le deuxième terme: terme des forces macroscopiques d'inertie.
- Le troisième terme: gradient de pression.
- Le quatrième terme: contrainte de viscosité microscopique, terme de Darcy.
- Le cinquième terme: terme de Brinkman ou contraintes visqueuses macroscopiques (effet de paroi).
- Le sixième terme: forces d'inertie microscopiques ou terme d'inertie d'Eurgun.
- Le septième terme: forces de volume.

1.5 .Régimes d'écoulement dans les milieux poreux

En 1984 Dybbs et Edwards ont réalisé un travail expérimental où ils ont mesuré la distribution de vitesse (3D) en considérant un nombre de Reynolds Re_d basé sur une vitesse moyenne des pores U_p et un diamètre moyen des particules d:

$$Re_d = \frac{(U_p d)}{v} \quad (1.21)$$

Ils ont mis en évidence quatre régimes d'écoulement basés sur ce nombre de Reynolds.

1.5.1. Ecoulement rampant ou écoulement de Darcy: $Re_d < 1$

La seule force dominante est celle de viscosité (terme de Darcy) par rapport aux forces d'inertie. Il peut arriver qu'approximité des parois, qui délimitent la matrice poreuse, l'empilement des particules est plus perméable qu'au centre ce qui provoque l'effet "Channeling" (vitesse au niveau des parois supérieure à la vitesse au centre). Ces effets de parois sont confinés sur une distance de 1 à 2*d.* A l'entrée du milieu poreux, l'écoulement s'établit à partir d'une longueur 3*d.*

1.5.2. Régime d'écoulement inertiel (Régime de Forchheimer) (1−10 < Re_d < 150)

Pour un nombre de Reynolds compris entre 1 et 10, l'écoulement laminaire stationnaire non linéaire (effet des forces d'inertie) apparaît. Les couches limites sont très prononcées et il y a présence de noyau à vitesses uniformes. Quand le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement principal (à vitesse uniforme) devient plus important que la couche limite, ceci veut dire que les forces d'inertie deviennent plus dominantes que les forces de viscosité.

1.5.3. Régime laminaire instationnaire : (150 < Re_d< 300)

Dans ce cas, on observe des oscillations avec une fréquence de 1hz et une amplitude de 1/10 du diamètre des particules. Ces visualisations sont faites par injection d'un jet coloré.

Il n'a pas été observé de dispersion locale (dans le pore), indiquant que l'écoulement reste laminaire dans ce régime.

L'instabilité du sillage laminaire peut être responsable de la transition du régime laminaire stationnaire vers les écoulements instationnaires.

1.5.4. Régime instationnaire et chaotique: (Re_d> 300)

L'écoulement fortement instationnaire chaotique observé, n'apparaît pas être un mélange d'écoulement laminaire et turbulent (dispersion turbulente).

Des études ont montré que pour des nombres de Reynolds Re_d élevés la chute de pression a un comportement asymptotique; c'est-à-dire qu'elle ne change pas avec le nombre de Reynolds.

A partir des classifications des régimes d'écoulement, il apparaît que cette asymptote est dans le régime instationnaire et chaotique (qui peut être le régime turbulent).

Dybbs et Edwards (aussi Ling (1988)) définissent le régime inertiel comme étant un régime où le développement de l'écoulement (donc des couches limitent) dans les pores est important: à partir de Re_d =1, les couches limites commencent à se développer prés des parois solides des pores, et pour un nombre de Reynolds $Re_d > 1 - 10$, la couche limite est plus prononcée et un noyau inertiel apparaît. Le développement de ce noyau en dehors de la couche limite est la cause du comportement non linéaire du gradient de pression par rapport à la vitesse.

1.5.5. Transition à la turbulence

Plusieurs valeurs du nombre de Reynolds de transition vers la turbulence ont été proposées, cependant on peut dire que la valeur est largement supérieure à celle qui donne une déviation par rapport à la loi de Darcy (>>300).

1.6. Conditions aux limites à l'interface Fluide / Poreux

La présence de deux régions de nature différentes dans un même domaine physique, une région poreuse à travers laquelle s'écoule un fluide et une région complètement fluide (sans milieu poreux), nécessite l'introduction de la notion d'interface Fluide /Poreux pour définir les conditions aux limites associées.

Un traitement semi-empirique des conditions aux limites est nécessaire. Parmi les méthodes semi-empiriques utilisées, on peut citer les méthodes basées sur la vitesse de glissement, la viscosité effective ou encore les écoulements à travers les surfaces comportant des rainures.

1.6.1. Modèle de Beavers et Joseph (1967)

Beavers et Joseph (1967) ont réalisé des expressions dans un écoulement permanent, établi et parallèle.

Leur écoulement unidirectionnel est donné par:

- Dans la couche fluide:

$$\frac{d^2u}{dy^2}=\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx} \qquad 0 \leq y \leq h \tag{1.22}$$

- Dans la couche poreuse:

$$u_D=-\frac{K}{\mu}\frac{dp}{dx} \qquad -L \leq y \leq 0 \tag{1.23}$$

à ($y = h$) et ($y = -L$) les surfaces sont imperméables.

Les conditions aux limites sont:

$$u(h) = 0 \text{ et } u(0) = u_i \tag{1.24}$$

où u_i est la vitesse interfaciale.

Les résultats expérimentaux montrent les comportements suivants:

- Le débit massique à travers le fluide est plus grand quand la surface à $y = 0$ est perméable $(K \neq 0)$ et la vitesse (à $y = 0$) n'est pas nulle quand $(K \neq 0)$.
- Ce débit massique est plus grand que celui prédit par l'écoulement de Poiseuille-Couette avec $u_i = u_D$. Ce résultat est interprété comme une indication d'une vitesse de glissement à $y= 0$, c'est-à-dire $u_i > u_D$. La distribution de la vitesse dans le milieu fluide est alors donnée par :

$$u=u_i \left(1 - \frac{y}{h}\right) - \frac{h^2}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left(1 - \frac{y}{h}\right) \frac{y}{h} \tag{1.25}$$

$0 \leq y \leq h$; $u(h)=0$, $u(0)= u_i$.

- Cette vitesse de glissement peut être corrélée avec $K^{1/2}$ et le gradient de la vitesse dans la couche fluide évalué à l'interface. L'idée derrière la construction d'une telle corrélation est la notion de continuité des contraintes de cisaillement à travers l'interface.

Beavers et Joseph suggèrent $K^{1/2}$ comme échelle de longueur: $K^{1/2}$ n'est pas de l'ordre de ***d*** mais de l'ordre de 10^{-2}à 10^{-1} ***d.*** La relation semi empirique de Beavers et Joseph à l'interface fluide/poreux est la suivante:

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = \frac{\alpha}{K^{1/2}} (u_i - u_D) \quad \text{à } y = 0 \tag{1.26}$$

où:

α : est le coefficient de glissement.

u_i: La vitesse à l'interface évaluée en $y = 0^+$ (milieu fluide).

u_D: La vitesse Darcienne évaluée en $y = 0^-$ (milieu poreux).

En utilisant la relation semi-empirique de Beavers et Joseph, ***u*** s'écrit alors:

$$u= u_i \left(1 + \frac{\alpha y}{\sqrt{K}}\right) + \frac{K}{2\mu} \frac{dp}{dx} \left(\frac{2 \alpha y}{\sqrt{K}} + \frac{y^2}{K}\right) \tag{1.27}$$

$$0 \leq y \leq h \text{ ; } u_i = u(0) \text{ ; } \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}} (u_i - u_D) \tag{1.28}$$

En utilisant la condition $u(y) = 0$, on obtient l'expression suivante pour u_i :

$$u_i = \frac{-\frac{K}{2\alpha}\frac{dp}{dx}\left(\frac{h^2}{K}+2\alpha\frac{h}{\sqrt{K}}\right)}{1+\frac{\alpha h}{\sqrt{K}}} \tag{1.29}$$

où $\frac{h}{K^{1/2}}$ est le rapport de la grande échelle à la petite échelle.

Le coefficient de glissement α est adimensionnel, indépendant de la viscosité du fluide mais dépend des paramètres qui caractérisent la structure du matériau perméable à l'intérieur de la région limite. La valeur de α est déterminée expérimentalement par la mesure du débit massique.

La fraction d'accroissement du débit massique à travers le canal pour $u_i \neq 0$ (surface perméable) sur celui pour $u_i = 0$ (surface imperméable) est:

$$\frac{\dot{m}(k>0)}{\dot{m}\ (K=0)} = \frac{2\left(\frac{h}{\sqrt{K}}+2\alpha\right)}{\frac{h}{K}\left(1+\alpha\frac{h}{K}\right)} \tag{1.30}$$

où K est mesuré séparément.

Beavers et Joseph trouvent que Pour des matrices à haute porosité la valeur de α change beaucoup, elle croit avec la perméabilité. Pour un autre type de matrices avec de plus faibles perméabilités, ils trouvent des valeurs plus faibles du coefficient de glissement α.

Dans des exemples classiques d'un écoulement développé en régime laminaire de deux fluides non miscibles dans un canal, les conditions aux limites appliquées à l'interface est la continuité des contraintes de cisaillement (continuité des contraintes tangentielles interfaciales) et la continuité de la vitesse tangentielle (condition cinématique). Ces conditions ne peuvent pas être appliquées facilement à l'interface fluide/ poreux. En plus avec ce genre d'interface est la détermination de la position exacte de cette interface.

Saffman (1971), par un traitement statistique, a donné une justification théorique à la condition de Beavers et Joseph:

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}}(u_i - u_D) \tag{1.31}$$

Il a aussi montré que α dépend de la position de l'interface, et qu'avec une incertitude de l'ordre de O(d), il varie significativement

La formulation mathématique de Saffman est basée sur un écoulement parallèle similaire aux conditions expérimentales de Beavers et Joseph. Les équations sont écrites pour des écoulements 3D, cependant l'analyse est limitée pour un écoulement 1D avec u le long de x.

- Externe I (milieu fluide): $y > 0$.

$$\mu \nabla^2 \overrightarrow{u^0} = \overrightarrow{\nabla} p \tag{1.32}$$

- Interne (interface):

$$\mu \int K_{ij}(\vec{x},\vec{r})\, u_D(\vec{r})\overrightarrow{dr} = \mu \nabla^2 u_{D,i} - \varepsilon \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} \tag{1.33}$$

$\overrightarrow{r}$ (r1, r2, r3), K_{ij} possède les propriétés: $\begin{cases} K_{ij}(\vec{x},\vec{r}) \to 0, y > 0 \\ K_{ij}(\vec{x},\vec{r}) \to \frac{\varepsilon}{K}\delta_{ij}\delta(\vec{x} - \vec{r}), y < 0 \end{cases}$ (1.34)

où δ est la fraction de Dirac et δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

- Externe II (milieu poreux): $y < 0$.

$$\varepsilon = \varepsilon^0, \frac{\mu}{K} - \vec{\nabla}(\langle p \rangle) \tag{1.35}$$

Comme la couche limite est de l'ordre de $K^{1/2}$, alors les conditions aux limites sont:

$$\frac{y}{K^{1/2}} \to \infty : u_D \to u_i \tag{1.36}$$

$$y=0,\ p=\langle p \rangle, \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} \tag{1.37}$$

$$\frac{y}{K^{1/2}} \to -\infty : u_D \to u_D^0 \tag{1.38}$$

où $u_D et\ u_D^0$ sont des asymptotes (solutions externes).

En résolvant ce système d'équations on trouve :

$$u \to -\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\lambda k\left(\frac{y}{\sqrt{K}} + c\right) \tag{1.39}$$

$$\frac{du}{dy} \to -\frac{1}{\mu}\frac{dp}{dx}\lambda\sqrt{K} \tag{1.40}$$

c : Constante de l'ordre de l'unité.

λ : Paramètre arbitraire.

Soit :

$$u = \frac{du}{dy}\left(\frac{y}{\sqrt{K}} + c\right)\sqrt{K} \tag{1.41}$$

Donc par analogie avec la condition de Beavers et Joseph on trouve:

$$\alpha = \left(\frac{y}{\sqrt{K}} + c\right)^{-1} \tag{1.42}$$

C'est-à-dire que α dépend de la position où l'interface est sélectionnée (position de l'interface O(d) ou O($K^{1/2}$) c'est-à-dire à $\boldsymbol{y}$ = 0).

Saffman a indiqué que la condition de BJ est spéciale pour la géométrie plane considérée. Il a montré que:

$$\text{u}=\frac{\sqrt{K}}{\alpha}\frac{\partial u}{\partial n}+\text{o(k)} \tag{1.43}$$

où *n* est la normale à l'interface.

Dans la condition de BJ u_D(K) ≈O(K) et peut être donc négligée.

- Jones (1973) a supposé que la condition de BJ est une relation qui concerne essentiellement les contraintes de cisaillement que les contraintes normale et donc elle doit être généralisée à:

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}}(u_D) \tag{1.44}$$

Dans la situation où $v \neq 0$ ceci peut être possible ça n'a pas été confirmé jusqu'à maintenant.

- Près d'une limite rigide, la porosité d'un lit de particules est plus grande qu'ailleurs (particules mal compactées). Dans le but de trouver un lien avec l'effet "Channeling" qui peut survenir, la situation a été modélisée par une mince couche fluide entre la paroi rigide et le milieu poreux, avec l'équation de Darcy appliquée dans le milieu poreux et la condition de BJ appliquée entre la couche fluide et le milieu poreux

1.6.2. Modèle utilisant la viscosité effective

Neale et Nader (1974), en considérant un écoulement unidimensionnel, ont introduit la notion de viscosité m_e et le terme de Brinkman à la loi de Darcy. Ils ont alors montré que le coefficient de glissement αde BJ est lié à $\frac{\mu_e}{\mu}$.

Neale et Nader ont considéré l'écoulement parallèle de BJ et ont résolu le problème 1D des domaines suivants:

- Milieu fluide: $0 \leq y \leq h$

$$\frac{dp}{dx} = \mu\frac{d^2u}{dy^2}, \quad u(h) = 0 \tag{1.45}$$

- Interface:

$$\mu \frac{du}{dy}, = \frac{du_D}{dy} , \qquad u = u_i \tag{1.46}$$

- Milieu poreux: $-\infty < y < 0$

$$\frac{dp}{dx} = \mu_e \frac{du_D}{dy^2} - \frac{\mu}{K} u_D \tag{1.47}$$

$$(y \to -\infty) = -\frac{K}{\mu}\frac{dP}{dx} \approx u_D(-\infty) \tag{1.48}$$

Les C.A.L. pour $y \to -\infty$ sont basées sur l'hypothèse qu'un régime de couche limite existe à l'intérieur du milieu poreux dans la zone immédiatement voisine dans le milieu poreux est donnée par:

$$u_D = u_i + \left(-u_i + u_D(-\infty)\right)\left(1 - \exp\left[\left(\frac{\mu}{\mu_e}\right)^{1/2} y\right]\right) \tag{1.49}$$

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_e}{\mu}}}{\sqrt{K}}\left(u_i - u_D(-\infty)\right) \tag{1.50}$$

Cette relation est identique à la condition de BJ si on prend $\alpha = \left(\frac{\mu_e}{\mu}\right)^{1/2}$.

Remarque:

- L'écoulement dans le milieu fluide est le même que celui de BJ.
- Une couche limite d'épaisseur d peut être définie tel que:

$$\mu_D(-\delta) = 1.01\mu_D(-\infty) \tag{1.51}$$

On a alors:

$$\delta = K^{1/2}\left(\frac{\mu_e}{\mu}\right)^{1/2} \ln\left[\frac{50\left(\frac{h^2}{K} - 2\right)}{1+\sqrt{K}\left(\frac{\mu_e}{\mu}\right)^{1/2}}\right] \tag{1.52}$$

Donc l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de $K^{1/2}$.

1-6-3-Modèle de Taylor Richardson (1971)

Dans le but d'étudier la dépendance du coefficient de glissement avec la structure de la matrice poreuse et la dimension transversale *h*, Taylor (1971) a construit un modèle d'interface fluide- poreux.

Son modèle consiste en un premier disque fixe comportant des rainures (qui constituent les surfaces perméables), le second disque plat et mobile est placé à une distance ***h*** à partir des rainures. Il en résulte alors un écoulement de Couette (avec un gradient de pression nul) avec une vitesse de glissement u_i à l'interface.

Richardson quant à lui, a résolu le problème de l'écoulement pleinement développé dans le domaine vide-rugueux.

Les résultats de Taylor-Richardson concernent la variation du coefficient de glissement αavec le rapport $\left(\frac{h}{\delta_2}\right)$ pour ε =0.67, et la porosité pour $\left(\frac{h}{\delta_2}\right) \to \infty$.

Ces résultats montrent que:

- Pour les faibles rapports de $\left|\left(\frac{h}{\delta_2}\right)\right.$, αdépend de h avec un comportement asymptotique pour$\left(\frac{h}{\delta_2}\right) \to \infty$

- Le coefficient α diminue quand la porosité ε augmente et atteint une valeur asymptotique de l'ordre de 1.308 quand $\varepsilon \to 1$ (c'est-à-dire $\frac{\partial \alpha}{\partial \varepsilon} \to 0$ quand $\varepsilon \to 1$).

Remarque:

La dépendance de α avec la dimension transversale *h*, quand elle est exprimée en terme de $K^{1/2}$, donne une valeur critique de h au-delà de laquelle α devient indépendant de *h*.

$h \geq 0.6, \delta_2 = 2.5K^{1/2}$, $\varepsilon = 0.67$.

Partie B : Phénomènes de transfert thermique et massique

1.1. Introduction

Dans notre environnement quotidien, les manifestations de la convection libre sont plus présentes que les effets de la convection forcée, même si elles ne sont pas toujours directement perceptibles par nos sens : c'est ainsi que dans n'importe quelle salle d'habitation nous sommes entourés en permanence de mouvements d'air ; celui-ci se réchauffe en montant le long des parois les plus chaudes et se refroidit en descendant le long des parois les plus froides. La diversité des situations est également plus grande en convection libre.

Les domaines d'applications sont donc vastes, et concernent aussi bien l'isolation des canalisations que le refroidissement des circuits électriques et électroniques, la thermique du bâtiment et le confort humain, les panaches et la dispersion des effluents, ou encore la thermique de l'atmosphère et des océans. En ce qui concerne la mécanique des écoulements de convection naturelle on observe que, puisque les gradients de masse volumique à l'origine du mouvement sont eux-mêmes dus à des gradients de température, il y a là un couplage structurel entre bilan de quantité de mouvement et bilan d'énergie, c'est à dire entre champ de vitesse et champ de température. D'autre part, une spécificité de la convection libre concerne les faibles niveaux de vitesse atteints, avec pour conséquence immédiate des flux thermiques également modestes. L'aspect le plus important des transferts en convection libre est (comme en convection forcée) ce qui se passe au voisinage des parois. On y retrouve en particulier des structures de couche limite dont nous allons parler bientôt.

Cette diversité de présence et ses importantes applications nous ont conduits à prêter une attention particulière à ce domaine de recherche en vue d'apporter une contribution dans le domaine de la convection thermique, en prenant comme analyse un cas particulier à savoir:

La convection de Rayleigh-Bénard (RB) relatif aux fluides non-Newtoniens.

1.2. La convection de Rayleigh-Bénard (RB)

En 1900, Henri Bénard a mis en évidence expérimentalement les mouvements convectifs en mettant dans un récipient une couche de fluide mince de blanc de baleine liquide (1mm) chauffé par le bas alors que la surface supérieure était libre. Bénard s'est intéressé seulement à la structure des cellules convectives obtenues en motif hexagonale (Figure 1.6), sans pour autant chercher à

comprendre l'effet de la température sur la mise en mouvement du fluide. Bénard a commenté le résultat de son travail en ces termes : ≪*Je n'ai pas la prétention d'avoir épuisé un sujet aussi nouveau : bien que des points restent à éclaircir, même sans sortir du point de vue expérimental ; mais je serais heureux si mon travail, tout incomplet qu'il est, contribuait à attirer l'attention des expérimentateurs sur les domaines inexplorés de la Physique moléculaire et de la Mécanique des fluides.*≫.

Des années plus tard, et plus précisément en 1916, le souhait de Bénard semble être réalisé, un physicien Anglais du nom de Lord Rayleigh a formulé mathématiquement ce processus physique expliquant le déclanchement des mouvements convectifs. Ce dernier, partant des équations de Navier Stokes et en se plaçant dans l'approximation de Boussinesq, il propose un calcul de la différence de température ainsi que la longueur d'onde critique pour un mouvement de convection, au sein d'une couche infinie de fluide contenue entre deux interfaces planes horizontales infinies sujettes à des températures imposées et le long des quelles le fluide peut glisser librement. Lors de son calcul du seuil d'instabilité, l'auteur a introduit une quantité adimensionnelle qui deviendra par la suite le nombre de Rayleigh.

Dans la première phrase de son article, Rayleigh place lui-même son travail dans la continuité de celui de Bénard en disant: « *The present is an attempt to examine how far the interesting results obtained by Benard in his careful and skilful experiments can be explained the oretically* »

Et depuis les travaux suscités, tout phénomène relatif à un fluide chauffé par le bas est nommé par : la convection de Rayleigh-Bénard. Mais malgré, la simplicité dans la géométrie et le peu des paramètres de contrôles, des zones d'ombre persistent, dans la compréhension du mécanisme de transport de la chaleur ayant trait aux fluides non-Newtoniens.

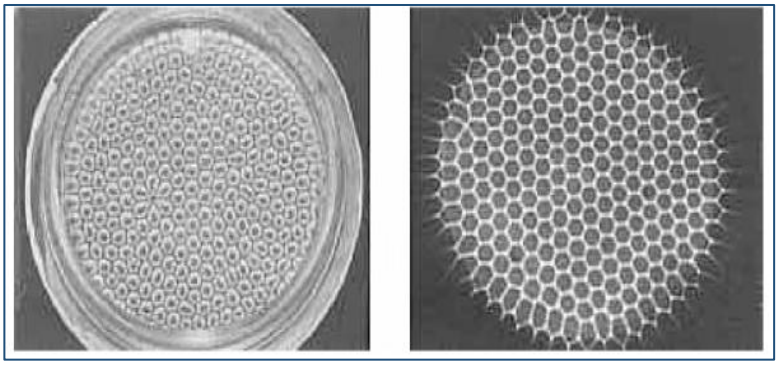


Figure 1.6 : Cellules hexagonales obtenues dans des conditions similaires à celles de Bénard observées par Koschmiedder et al. [21]

1.3. Mécanisme fondamental de la convection de Rayleigh-Bénard

Pour des faibles gradients de température, le principal mécanisme de transfert de chaleur est la conduction thermique. En dépassant une valeur seuil du gradient ΔT, le mécanisme de la conduction n'assure pas le transfert de chaleur et par conséquent le mécanisme de convection se met en jeu: on observe alors un mouvement globale du fluide qui se développe pour donner naissance à des rouleaux de convection caractérisant l'instabilité de Rayleigh Bénard. Le nombre adimensionnel qui régit l'écoulement et détermine la stabilité de l'état conductif est le nombre de Rayleigh:

$$Ra = \frac{poussee\ d'Archimede}{force\ visqueuse \times dissipation\ thermique} \tag{1.53}$$

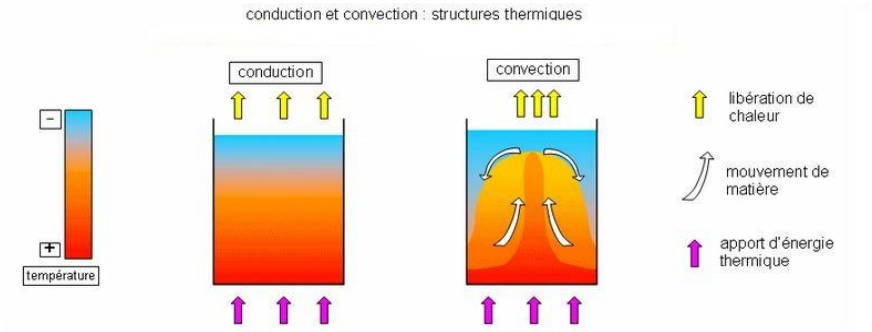


Figure 1.7 : Comparaison des modes de transfert de chaleur : (a) par conduction (b) par convection

1.4. Convection à double diffusion

La convection dans les fluides est entraînée par les variations de densité en leur sein sous l'influence de la gravité. Ces variations de densité peuvent être provoquées par des gradients dans la composition du fluide, ou par des différences de température (par dilatation thermique). Les gradients thermiques et de composition peuvent souvent diffuser avec le temps, réduisant leur capacité à entraîner la convection et nécessitant que des gradients existent dans d'autres régions du flux pour que la convection continue. Un exemple courant de la convection à double diffusion est en océanographie, où les concentrations de chaleur et de sel existent avec différents gradients et diffusent à des vitesses différentes. Un effet qui affecte ces deux variables est l'apport d'eau douce froide à partir d'un iceberg.

Pour comprendre l'évolution d'un certain nombre de systèmes qui ont de multiples causes de variations de densité, l'étude de La convection à double diffusion est devient important, Comme la convection dans les océans de la Terre dans les chambres magmatiques et au soleil (où la chaleur et l'hélium diffusent à des vitesses différentes).

Le mouvement de fluide est devisé en deux types différents, sont classés -selon la stratification stable est fournie par le composant affectant la densité ayant la diffusivité moléculaire la plus faible ou la plus élevée. La stratification est appelée de type "diffusif quand la stratification est fournie par le composant ayant la diffusivité moléculaire la plus faible (par exemple dans le cas d'un océan de strate saline stable perturbé par un gradient thermique dû à un iceberg - un rapport de densité entre 0 et 1), sinon il est de type "doigt", fréquent dans les études océanographiques sous forme de doigts de sel. Ces longs doigts d'eau montante et descendante se produisent lorsque l'eau saline chaude se trouve sur l'eau douce froide d'une densité plus élevée. Une perturbation de la surface de l'eau salée chaude entraîne un élément d'eau salée chaude entouré d'eau douce froide. Cet élément perd sa chaleur plus rapidement que sa salinité car la diffusion de la chaleur est plus rapide que celle du sel; ceci est analogue à la façon dont le café juste non remué se refroidit avant que le sucre n'ait diffusé vers le haut. Parce que l'eau devient plus froide mais reste salée, elle devient plus dense que la couche fluide en dessous. Cela fait croître la perturbation et provoque l'extension vers le bas d'un doigt de sel. À mesure que ce doigt grandit, une diffusion thermique supplémentaire accélère cet effet.

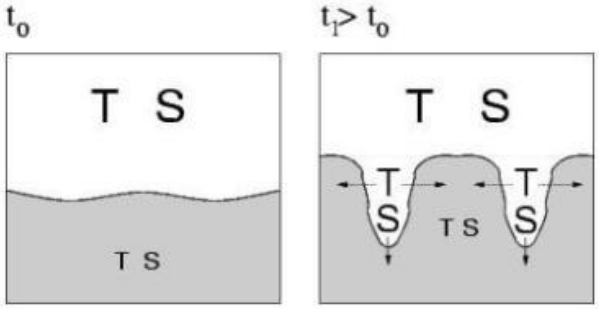


Figure 1.8 : Convection à double diffusion

1.6. Fluides Newtoniens et les fluides non-Newtoniens

1.6.1. Fluides Newtoniens

Un fluide Newtonien est un fluide dont la viscosité ne dépend pas des contraintes qui lui sont appliquées. Autrement dit sa viscosité ne varie pas quand on agite le fluide. Elle peut néanmoins dépendre d'autres facteurs tels que la température. Plus le fluide est chaud moins celui-ci est visqueux, car les molécules sont plus agitées et par conséquent les liaisons entres elles sont moins fortes. A l'inverse plus le fluide est froid, plus il se solidifie, car ses molécules se figent et leur liaisons sont donc plus fortes.

La viscosité du fluide newtonien sera donc constante quelques soient les contraintes exercées.

Des exemples de fluides newtoniens : l'eau, le miel, le sirop de sucre de canne...

- **La loi de Newton:**

Le comportement Newtonien est le plus simple que l'on connaisse. Il est caractérisé par la relation linéaire suivante :

$$\overline{\overline{\tau}}' = \mu \overline{\overline{\dot{\gamma}}}' \tag{1.54}$$

entre le tenseur déviateur des contraintes (noté $\overline{\overline{\tau}}'$) et tenseur du taux de déformation (noté $\overline{\overline{\dot{\gamma}}}'$) une constante μ est présente. Elle est appelée la viscosité dynamique du fluide qui ne dépend que de la température et de la pression.

Pour un écoulement laminaire à cisaillement simple, l'équation (1.54) se réduit à :

$$\tau' = \mu\dot{\gamma}' \tag{1.55}$$

où τ' et $\dot{\gamma}'$ sont respectivement, la contrainte et le taux de cisaillement.

De la relation linéaire (1.55), il en ressort que les principaux critères des fluides Newtoniens sont:

- La viscosité dynamique μ est indépendante des paramètres de l'écoulement et du temps;
- La viscosité dynamique varie qu'en fonction des paramètres étrangers à l'écoulement, comme la température ou la pression;
- Les contraintes s'annulent immédiatement lorsque l'écoulement est en repos.

Éventuellement, ces critères, décrivent le comportement d'un fluide idéal. A l'exception de certains fluides comme les gaz et quelques liquides composés de molécules simples (eau, certaines huiles).

Toutes déviations à ces règles est le signe d'un comportement non-Newtonien.

1.6.2. Fluides non-Newtoniens

Pratiquement, un bon nombre de fluides d'usage très courant présentent un comportement qui s'écarte plus ou moins de la loi de Newton. Ce type de fluides sont appelés : fluides non-Newtoniens.

Ces derniers possèdent un comportement non-linéaire dans le sens où leur viscosité dite apparente est influencée par l'écoulement et dépend considérablement du taux de déformation. Cet état de fait peut être expliqué par la complexité observée dans la structure interne de ces fluides.

La compréhension des caractéristiques d'écoulement de ces fluides constitue une discipline appelée la rhéologie: c'est la science des déformations et des écoulements de la matière, des contraintes qui en résultent et des efforts qu'il faut appliquer pour les obtenir [22].

Cette science date seulement des années 20, Bingham (1878-1945) est considéré comme son fondateur. C'est une nouvelle branche de la physique, elle s'occupe des substances dont les propriétés physiques se situent entre les corps idéalement élastique (le solide de Hooke) et les liquides idéalement visqueux (le fluide de Newton).

Son domaine d'application est très vaste, il couvre l'ensemble des fluides complexes, tels que les polymères, les pâtes alimentaires, les liquides physiologiques, (sang, bile, liquides lymphatiques, etc..), les vernis, les peintures, les boues de forage, les plastiques à l'état fondu… Bref, pratiquement tous les matériaux susceptibles d'être mis en écoulement et dont le comportement ne révèle manifestement pas des lois de la mécanique des fluides classiques.

Selon Chhabra et Richardson [23], on peut classer ces fluides en trois grandes catégories:

- ***Fluides à viscosité indépendantes du temps.***
- ***Fluides à viscosité dépendantes du temps.***
- ***Les fluides viscoplastiques.***

1.6.2.1. Fluides aux viscosités indépendantes du temps

Le comportement des fluides non-Newtoniens indépendant du temps ne peut plus être représenté par la formule simple (1.55). Du fait que la relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation est plus complexe et peut prendre plusieurs formes. Dans ce type de fluide, la viscosité dite apparente dépend toujours de la température et de la pression mais aussi du taux de déformation ou de la contrainte de cisaillement. Cette catégorie comporte à son tour les trois types de fluides suivants (voir figure 1.12) :

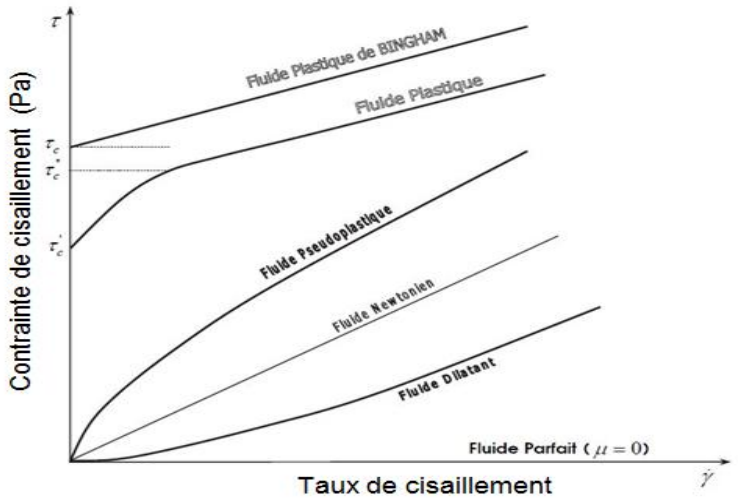


Figure 1.9 : Rhéogramme fluides non-Newtonien indépendants du temps [23].

- **Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) ;**
- **Les fluides rhéoépaississants (dilatants) ;**
- **Les fluides à seuil (viscoplastiques).**

1.5.2.1.1. Fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques)

Il s'agit du comportement rhéologique le plus répandu. Dans un tel fluide, la viscosité apparente diminue avec l'augmentation de la contrainte de cisaillement. Plus l'agitation est importante, plus la viscosité est faible. Ce phénomène peut être expliqué par les modifications de la structure interne du fluide entre les états de repos et d'écoulement :

- Au repos, l'ordre interne irrégulier de ces fluides provoque une résistance interne importante ce qui implique une viscosité élevée.
- À la suite de l'augmentation de la contrainte de cisaillement, la structure moléculaire du fluide devient régulière, par conséquence un meilleur glissement et donc une baisse de la viscosité.

Cependant, toute augmentation du cisaillement entraine une modification de la structure interne du fluide, causant ainsi une réduction de la dissipation visqueuse laquelle par la suite facilite l'écoulement du fluide.

À titre d'exemple, on peut citer les suspensions diluées de particules solides, les suspensions de vésicules déformables (le sang) et les solutions diluées des polymères. De même, les jus de fruits concentrés, les encres d'imprimerie, shampoing et pâte à papier.

1.6.2.1.2. Fluides rhéoépaissisants (dilatants)

A l'inverse des fluides rhéofluidifiants, les fluides rhéoépaissisants possèdent une viscosité apparente qui croit avec l'augmentation du cisaillement. Ce comportement est moins fréquent que celui des rhéofluidifiants. On le rencontre dans les suspensions fortement concentrées, dans lesquelles la phase liquide n'occupe pratiquement que les espaces entre les particules solides. Dans ce cas, quand le taux de cisaillement augmente , les particules solides tendent à freiner le déplacement d'une couche par rapport à l'autre, à cause de la disparition du liquide interstitiel [24]. L'accroissement des frottements, entraine une augmentation considérable de la viscosité dynamique apparente. On observe ce type de comportement dans les solutions aqueuses d'amidon ou dans l'eau avec du sable et du quartz.

1.6.2.1.3. Fluides à seuil (viscoplastiques)

Pour ces fluides, aucun écoulement ne se produit tant que la contrainte appliquée ne dépasse pas une valeur critique appelée contrainte seuil. Au-delà de cette valeur seuil, on peut retrouver, suivant le fluide, les comportements Newtoniens, pseudo-plastiques ou dilatants.

Dans cette catégorie de fluides, on peut citer par exemple : les pâtes de fruits et de chocolat, les peintures à l'huile, les pommades, le dentifrice, la pâte à papier, les boues de forage et le ciment frais.

1.6.2.2. Fluides à viscosité dépendants du temps

Certains fluides non-Newtoniens possèdent un comportement qui varie en fonction du temps et du taux de cisaillement. Ces fluides se caractérisent par une viscosité apparente qui dépend de la durée d'application de la contrainte sans interruption. Cette catégorie de fluide peut se subdiviser en deux classes (voir la figure 1.13) :

- **Les fluides thixotropes**
- **Les fluides rhéopectine (antithixotropes)**

1.6.2.2.1. Fluides thixotropes

Les fluides thixotropes ont une viscosité apparente qui diminue avec le temps lorsqu'ils sont soumis à une contrainte constante. L'application d'une contrainte constante détruit certaines parties du fluide, conduisant ainsi, à une diminution de la viscosité apparente dans le temps. Après la suppression de cette contrainte, le fluide retrouve sa viscosité initiale.

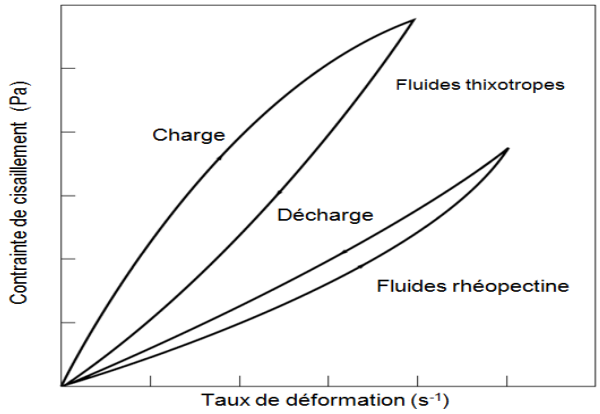


Figure 1.10: Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dependants du temps [23].

Ces fluides admettent une contrainte seuil comme les fluides rhéoplastiques. Ce seuil augmente avec le temps lorsque le fluide est au repos et s'abaisse après agitation. Comme la caractéristique du fluide dépend de son histoire, les mesures rhéologiques deviennent complexes car il existe des effets d'hystérésis (effets de mémoire). Parmi ces fluides on cite le cas de la moutarde, du ketchup, du yaourt, des peintures, des boues de forage, du béton et certains polymères.

1.6.2.2.2. Fluides rhéopectine (antithixotropes)

L'antithixotropie est le phénomène inverse de la thixotropie, c'est un comportement rare auquel le fluide durcit par agitation, par exemple : les suspensions aqueuses de gypse et le ciment.

1.6.2.3. Fluides viscoélastiques *(rhéoplastiques)*

Les fluides viscoélastiques possèdent à la fois des propriétés de viscosité et d'élasticité. Ils se manifestent sous l'effet d'une contrainte. Leur comportement dépend à la fois de la déformation, du taux de cisaillement et du temps. Ainsi, après la suppression des contraintes, ces fluides peuvent récupérer une partie de leurs déformations.

L'importance du caractère solide pour ces fluides dépend de la manière dont la contrainte est appliquée. Si cette contrainte est brutale alors ces fluides se comportent comme des solides, par contre si elle est régulière, ils se comportent comme des fluides.

Si on prend à guise d'exemple le silli-putti (élastomère à base de silicone), on le posant sur une table, il s'étale en forme de boule, si on le jette, il rebondit. Si on le frappe avec un marteau, il se brise comme du verre (à la température ambiante).

1.6.2.4. Modèles rhéologiques pour les fluides non-Newtoniens

Différents modèles qui permettent de caractériser le comportement des fluides non-Newtonien. Le comportement rhéologique de chaque fluide va permettre la sélection du modèle approprié. Dans notre étude, on s'est intéressé au cas des fluides non-Newtoniens les plus répandus dans les procédés industriels.

- ✓ **Le modèle d'Ostwald (Loi de puissance)**

Ce modèle permet de caractériser les fluides ayant un comportement rhéoépaississant et rhéofluidifiant.

$$\mu = K\dot{\gamma}^{n-1} \tag{1.56}$$

où :

μ : la viscosité apparente;

K: l'indice de consistance;

n: l'indice rhéologique.

si :

- $0 < n < 1$, le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;
- $n = 1$, il est Newtonien
- $n > 1$, il est rhéoépaississant ou dilatant.

On peut ajouter à cette loi de puissance une dépendance avec la température afin de prendre en compte la modification des propriétés physique du fluide par l'évolution de la température du milieu considéré, car la consistance K est en général fortement thermodépendante.

- ✓ **Le modèle d'Ellis**

Le modèle d'Ellis est un modèle à trois paramètres(μ_0,$\tau_{1/2}$, n) en cisaillement simple il s'exprime sous forme :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1+\left(\tau / \tau_{1/2}\right)^{n-1}} \tag{1.57}$$

où :

μ_0 : représente la viscosité apparente à taux de cisaillement nul.

$\tau_{1/2}$: La contrainte à laquelle $\mu = \frac{\mu_0}{2}$.

n : représente le degré du comportement rhéofluidifiant du fluide.

- ✓ **Le modèle de Sisko**

$$\mu = \mu_\infty + K\dot{\gamma}^{n-1} \tag{1.58}$$

où :

μ : La viscosité apparente.

K: L'indice de consistance.

n : L'indice rhéologique.

μ_∞ : La viscosité à taux de cisaillement élevé.

- ✓ **Le modèle de Cross**

$$\mu - \mu_\infty = \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1+\left(E'\dot{\gamma}\right)^n} \tag{1.59}$$

où :

E' : Le temps caractéristique de l'enchevêtrement;

μ_0 : La viscosité du premier plateau Newtonien à faible taux de cisaillement;

μ_∞ : La viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

- ✓ **Le modèle de Carreau-Bird**

Le modèle de Carreau-Bird est fonction de quatre paramètres :

$$\mu = \mu_\infty + \left(\mu_0 - \mu_\infty\right)\left[1+\left(E'\dot{\gamma}'\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \qquad (1.60)$$

où :

E' : le temps caractéristique de l'enchevêtrement.

μ_0 : la viscosité du palier Newtonien à faible taux de cisaillement.

μ_∞ : la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

n : L'indice de puissance.

- ✓ **Le modèle de Carreau-Yasuda**

Ce modèle est t'utilisé pour caractériser la viscosité des fluides rhéofluidifiants Pseudo plastique .Il est donné par la relation suivante :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left[1 + (\lambda'\dot{\gamma}')^a\right]^{(n-1)/a} \qquad (1.61)$$

où :

μ_0 : La viscosité du fluide à cisaillement nul ou faible.

μ_∞ : La viscosité du fluide à cisaillement infinie ou fort.

λ_{CY} : Le temps caractéristique de relaxation du fluide.

$\dot{\gamma}'$: Le second du tenseur de déformation.

a : décrit la région de transition entre la viscosité à taux de cisaillement nul et la viscosité de la loi de puissance ;

n : L'indice de puissance.

Afin de modéliser la rhéologie des fluides non newtoniens le modèle de carreau yasuda a été utilisé.

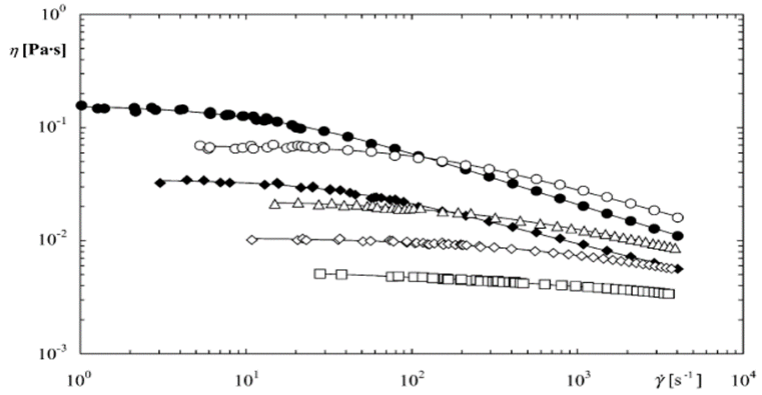


Figure 1.11 : Variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement à 25°C. les traits plein sont ajustés par le model de Carreau Yasuda [25].

Dans le modèle de CY, les fluides non newtonien ont un indice de puissance *n* (0.1< n <1) et une constante de temps λ_{CY} ' (0.1< λ_{CY} <100 s), le modèle de CY tend vers le modèle de la loi de puissance lorsque la valeur de E' est très grande .par contre dans les fluides newtoniens on retrouve n =1, ou λ_{CY} =0.

- **<u>La signification physique de certain paramètres :</u>**
  - si n <1 le fluide est rhéofluidifiant, si n>1 le fluide est dilatant, si n=1 le modèle newtonien est obtenu.
  - Dans le modèle de Carreau et ses variantes, le paramètre *a* est relié à la transition entre le plateau de viscosité constante à faible cisaillement et la partie loi de puissance.

Partie C : Polluants organiques

La pollution est toute modification anthropique d'un écosystème entraînant une modification de la concentration des constituants chimiques naturels ou la diffusion directe ou indirecte de substances chimiques artificielles, une perturbation du flux énergétique, de l'intensité du rayonnement, du flux de matière ou l'introduction d'espèces exotiques dans un milieu naturel.

Tous les secteurs d'activités humaines sont responsables d'émettre des polluants d'eaux: les activités industriels, les traitements des déchets et les chantiers, le transport, les activités domestiques (chauffage en particulier) et l'agriculture.

L'eau est renouvelable, elle est restituée au milieu extérieur après toute utilisation, plus ou moins polluée. Cette pollution la rend impropre à un autre usage et constitue un danger pour la santé, l'hygiène et l'environnement... Les polluants les plus connus aujourd'hui sont les métaux lourds, comme le plomb et le mercure, ainsi que les polluants organiques.

1. Définition d'un polluant

Le polluant est un altéragène biologique, physique ou chimique, qui au-delà d'un certain seuil, et parfois dans certaines conditions (potentialisation), développe des impacts négatifs sur tout ou partie d'un écosystème ou de l'environnement en général. Un polluant est une substance naturelle ou artificielle que l'homme a introduite dans un milieu où elle était absente ou présente en quantité différente.

Ceci revient à définir, le polluant comme un contaminant d'un ou plusieurs compartiments des écosystèmes (air, eau, sol) et/ou d'un organisme (qui peut être l'être humain) où ayant une incidence sur l'écosystème, au-delà d'un seuil ou norme.

2. Les différents types de pollution

Il existe trois types de pollution de l'eau :

- ✓ **Pollution Physique**

La pollution physique désigne la pollution thermique due à la température élevée qui entraîne une diminution de la teneur en oxygène dissous et une réduction de la solubilité des gaz et la pollution mécanique, qui correspond à la présence dans l'eau de particules de tailles et de matières diverses dans l'eau, ce qui lui confère un caractère trouble.

- ✓ **Pollution biologique**

Un grand nombre de micro-organismes peut multiplier dans le milieu (sol, air et l'eau) qui sert l'habitat naturel ou comme une simple moyenne de transport pour ces microorganismes. Les principaux organismes pathogènes qui se multiplient dans l'eau sont : les bactéries, les virus, les parasites et les champignons, on parle ainsi de la pollution bactérienne, virale ou parasitaire.

- ✓ **La pollution chimique :**

La pollution chimique des eaux résulte du rejet de certaines substances minérales toxiques dans les cours d'eau, par exemple : nitrates, phosphates, ammoniac et autres sels, ainsi que sels, ainsi que des ions métalliques. Ces substances ont un effet toxique sur les matières organiques et les rendent plus et les rendent plus dangereuses.

On regroupe les polluants chimiques en cinq principaux types. Quel que soit le type de polluant chimique, la consommation quotidienne d'eau polluée par des traces de ces substances peut avoir des effets néfastes sur la santé humaine

Tableau 1.3 : Principaux types de pollution des eaux

Type de pollution	Nature	Source ou gent causal
Pollution thermique	Rejets d'eau chaude	Centrales thermiques
Pollution radioactive	Radio-isotopes	Installations nucléaires.
Pollution mécanique	Matières en suspension	Eaux résiduaires Industrielles.
Fertilisants	Nitrates, phosphates	Agriculture, lessives
Métaux et métalloïdes	Mercure, cadmium, plomb Aluminium, arsenic	Industries, agriculture, pluies acides, combustion
Pesticides	Insecticides, herbicides, fongicides.	Agriculture, industries
Organochlorés	PCB, solvants	Industries
Composés organiques de Synthèse	Nombreuses molécules	Industries
Hydrocarbures	Pétrole et dérivés	Industrie pétrolière, transports
Matières fermentescibles	Glucides, lipides, protéines Ammoniac, nitrates	Elevages et pisciculture s
Pollution microbiologique	Bactéries, virus, champignons	Effluents urbains et d'élevages
Espèces invasives	Espèces végétales, espèces animales, OGM	Jardins botaniques, laboratoires de recherche

3. Définition des polluants organiques

La contamination de l'eau par les composés chimiques est devenue une préoccupation majeure dans presque toutes les régions du monde Ceci est en raison des effets inconnus à long terme des composés chimiques sur la vie aquatique et sur la santé humaine Parmi les composés chimiques qui ont reçu une attention particulière on trouve les polluants organiques.

Les polluants organiques renferment des substances chimiques soit synthétisées pour leur usage à des fins industriels ou agricoles (les polychlorobiphényles, les pesticides organochlorés…) soit produits par des procédés industriels et la combustion (les dioxines, les hydrocarbures aromatiques polycycliques (HAPs)…) soit naturellement présents (HAPS) (US EPA1). Leur production et leur usage ont subi une augmentation importante après la fin de la deuxième guerre mondiale. Selon l'organisation mondiale de la santé et la convention de Stockholm2 (convention des Nations-Unies sur l'environnement).

4. Propriétés des polluants organiques

Une substance appartient au groupe des polluants organique si elle répond aux critères suivants :

- ✓ **Persistance :** Ces composes sont persistants dans l'environnement, et leur dégradation peut durer des décades ;
- ✓ **Ubiquité :** sont transportés par les matrices environnementales (air, sol, eau) sur de longues distances entrainant la contamination des tissus et des compartiments environnementaux sur une échelle mondiale ;
- ✓ **Lipophile :** ont tendance à s'accumuler préférentiellement au niveau des matrices solides et en particulier au niveau des sédiments et des tissus adipeux ;
- ✓ **Bioaccumulation et biomagnification:** se retrouvent à des concentrations plus élevées à travers la chaîne alimentaire. Les poissons, les oiseaux prédateurs, les mammifères et les humains se trouvant en haut de la chaîne alimentaire, présentent potentiellement les concentrations les plus élevées ;
- ✓ **Toxicité** : Ces composés sont toxiques pour les humains et la faune. De plus leurs effets cancérigènes, mutagènes et toxiques pour le système immunitaire ont été reportés.

Synthèse Bibliographique

La convection naturelle à double diffusion à travers des milieux poreux saturés par des fluides Newtoniens ou non Newtoniens a fait l'objet de nombreuse investigations en raison de sa pertinence dans des nombreuses applications naturelles et technologiques telles que; industrie alimentaire, procédés de filtration, océanographie, géophysique, génie des polymères, technologies de séchage, forage pétrolier, transport chimique dans des réacteurs à lit fixe, biomédical, cosmétique, procédés de moulage, exploitation géothermique, transport d'un contaminant dans un sol saturé, élimination souterraine de radioactivité déchets, stockage de gaz et certains produits agricoles Escudier et al [26], Piau et al [27], Hadidi et Bennacer [11], De Vahl-Davis[12], Beghein et al[28], Ostrach (1980) [14], Ostrach (1988)[15], Bejan [16] . Au cours des dernières années, des efforts de recherche considérables ont été consacrés à l'étude de la convection naturelle dans des cavités différemment chauffées et salées remplies des fluides newtoniens ou non newtoniens.

Dans cette revue nous présentons une analyse sur les travaux liés au phénomène de transfert dans un milieu poreux ou fluide saturé par un fluide Newtonien ou non Newtonien qui ont une relation avec la configuration géométrique qui nous intéresse a fin d'extraire les principaux résultats.

Parmentier et al [29] sont les premiers qui ont mené des études sur la convection naturelle dans les fluides non-Newtoniens dans le but de comprendre certains phénomènes géophysiques, ces études ont porté dans une couche de fluide horizontale soumise à un gradient de température vertical et étaient fondées sur l'hypothèse d'un nombre de Prandtl infini et d'une viscosité obéissante au comportement de la loi de puissance. Au cours des dernières années, des efforts de recherche considérables ont été consacrés à l'étude de la convection naturelle dans des cavités différemment chauffées et salées remplies de fluides newtoniens ou non Newtoniens. Shenoy [30] a effectué une analyse théorique sur le transfert de chaleur par les fluides viscoélastiques chauffée par le bas dans un milieu poreux ,il a montré que l'élasticité a un effet déstabilisant au début de convection et les paramètres rhéologiques n'ont fondamentalement aucune influence sur le début de convection et l'effet de la viscoélasticité est de déstabiliser un fluide Oldroyd, tandis que l'augmentation de la porosité a pour effet de le stabiliser. Mehta et Rao [31] ont analysé l'écoulement induit par la flottabilité de fluides non-Newtoniens dans un milieu poreux au-delà

d'une plaque verticale avec un flux de chaleur de surface non uniforme. Goyeau et al [32] ont étudié la convection naturelle dans une cavité poreuse rectangulaire, ils ont proposé des corrélations pour le transfert de chaleur et de masse dans le cas coopérant. Gobin et Bennacer [33] ont mené une étude numérique sur la convection naturelle bidimensionnelle à double diffusion dans une enceinte remplie d'un fluide binaire soumis à des gradients horizontaux de température et de concentration avec des forces de flottabilité coopérantes, le régime de la couche limite a été étudié .D'autres recherches ont été faites sur la double convection diffusive dans des couches horizontales superposées, généralement un fluide au-dessus d'une couche poreuse. Le mouvement dans la couche fluide est régi par l'équation de Navier-Stokes, Une formulation à deux domaines ou une approche à un domaine sont utilisées dans ces études. Aussi bien que des études analytiques et numériques de la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte rectangulaire remplie de couches fluides ou poreuses ont été présentées par Mamou et al (1995) [34] et Mamou et al (1996) [35]. L'étude numérique de la convection naturelle des fluides non newtoniens sur des surfaces verticales dans des milieux poreux a été présentée par Chen et Chen [36] de même Mehta et Rao [37] ont étudié l'écoulement induit par la flottabilité des fluides non newtoniens sur une plaque horizontale non isotherme noyé dans un milieu poreux. Une étude analytique et numérique de la convection naturelle à double diffusion au sein d'une cavité poreuse rectangulaire saturée par un fluide non newtonien, et caractérisée par un modèle en loi de puissance, a été réalisée par Getachew et al [38]. Le problème de la convection à double diffusion dans une cavité peu profonde soumise à des flux croisés de chaleur et de masse a été traité par Kalla et al [39]. Ils ont constaté que, pour des conditions de convection sous-critique, jusqu'à cinq différentes solutions étaient possibles pour un ensemble donné des paramètres directeurs. Amari et al [40] ont étudié analytiquement et numériquement la Convection naturelle des fluides non newtoniens dans une couche poreuse horizontale et soumis à des gradients verticaux et horizontaux de température. Ils ont constaté que le modèle d'écoulement laminaire d'un fluide non newtonien à travers un milieu poreux est écrit comme suit $\overrightarrow{v'}=\frac{-K}{\mu_a'}\nabla p'$.

L'apparition de la convection à double diffusion dans une couche poreuse soumise à des conditions aux limites mixtes à l'aide d'une analyse de stabilité linéaire a été étudiée par Bahloul et al. (2003) [41] et Bahloul et al (2007) [42], les seuils pour les instabilités de convection d'amplitude finie, oscillatoire et monotone ont été déterminés en fonction des paramètres directeurs.

La stabilité de l'état de repos et de l'état convectif au sein d'une couche poreuse peu profonde a été étudiée par Mamou [43], Les seuils d'apparition de la surstabilité et de la bifurcation de Hopf ont été prédits en fonction des paramètres directeurs, il a été rapporté que les deux seuils étaient significativement affectés par le coefficient d'accélération et la porosité normalisée du milieu poreux. Une étude analytique et numérique a été réalisée par Lamsaadi et al [44], sur une cavité horizontale rectangulaire, remplie par un fluide non-Newtonien, chauffée par un flux de chaleur constant. Une solution analytique a été développée basée sur le concept de l'écoulement parallèle. Les auteurs ont montré que les fluides rhéofluidifiants causent une apparition précoce de la convection et améliorent le taux de transfert de chaleur, contrairement aux fluides dilatants produit un effet opposé et ont montré aussi que le nombre de Rayleigh supercritique dépend fortement de l'indice de loi de puissance .aussi bien que L'effet du comportement non-Newtonien sur le début de la convection, l'écoulement du fluide, le champ de température et le transfert de chaleur a été examiné par Lamsaadi et al [45] à travers une étude analytique et numérique pour un écoulement bidimensionnel en régime permanent de flottabilité d'un fluide de loi de puissance non Newtonien confiné dans une cavité horizontale rectangulaire peu profonde uniformément chauffée par le bas, tandis que les côtés verticaux étaient considérés comme adiabatiques. Le cas d'une enceinte verticale, remplie d'un fluide non-Newtonien à loi de puissance, et chauffée dans les côtés par des flux de chaleur uniformes tandis que les autres parois sont maintenues adiabatiques, a été étudié par Lamsaadi et al [46].

Barletta et Nield [47] ont étudié analytiquement l'instabilité convective d'un fluide de loi de puissance saturé dans une couche poreuse horizontale chauffée par le bas. Ces auteurs ont constaté que la valeur du nombre de Rayleigh pour le dé but de la convection, avec un état de repos de base, est nulle pour un fluide dilatant et infini pour un fluide pseudoplastique. Lorsque le taux de cisaillement à l'échelle des pores tend vers zéro, la loi de puissance implique une petite disparition de la viscosité efficace pour un fluide dilatant, et une viscosité effective infinie pour un fluide pseudoplastique. Un très petite vitesse de cisaillement à l'échelle des pores est la condition attendue lorsque de petites perturbations d'amplitude sont imposées à l'état de repos .Vinogradov et al [48] ont étudié numériquement la convection naturelle bidimensionnelle des fluides non Newtoniens à loi de puissance dilatante dans les cavités carrées et rectangulaires .Dans toutes les expériences numériques, le canal est chauffé par le bas et refroidi par le haut avec des parois latérales isolées et l'angle d'inclinaison est varié. La comparaison entre les cas Newtoniens et non

Newtoniens est basée sur la dépendance du nombre moyen de Nusselt sur l'angle d'inclinaison. Les résultats de cet étude montrent que les fluides d'épaississement par cisaillement ont taux de transfert de chaleur modérément inférieurs à ceux des fluides Newtonien pour les nombres de Rayleigh et Prandtl considérés et ont tendance à avoir un effet stabilisateur sur le flux avec un transition rapide vers une structure à rouleau unique. Une étude analytique et numérique sur la convection naturelle dans une cavité horizontale poreuse remplie d'un fluide non-Newtonien binaire et soumis à des gradients verticaux de température et de concentration a été menée par Ben khelifa et al [49], Le comportement rhéologique de la solution binaire obéit au modèle de la loi de puissance. Ces auteurs ont analysé l'influence des paramètres de contrôles sur les taux de transfert de chaleur et de masse. Ils ont montré que pour un fluide dilatant ($n > 1$) l'apparition de la convection supercritique a eu lieu pour un certain nombre de Rayleigh critique nul, et pour un fluide rhéofluidifiant ($n < 1$), le nombre de Rayleigh critique tend vers l'infini, ce qui est loin de la physique. Alloui et al [50] ont mené une étude analytique et numérique de la convection naturelle d'un fluide non-Newtonien obéissant au modèle de loi de puissance. Pour les fluides rhéofluidifiants, la convection est toujours sous-critique. Par contre, pour fluides dilatants, elle est toujours stationnaire du fait que le nombre de Rayleigh supercritique est nul. Alors que pour les faibles valeurs du taux de cisaillement, ce modèle a une valeur infinie du nombre de Rayleigh critique. Ces deux valeurs limites critiques du nombre de Rayleigh semblent être irréalistes et c'est probablement la conséquence du modèle de loi de puissance, qui n'est pas conçu pour les écoulements à faible taux de cisaillement. Récemment des études numériques de transfert de chaleur et de masse par convection naturelle dans une cavité carrée remplie de mélange gazeux, l'influence du taux de flottabilité varié de 0 à 2 sur le transfert de chaleur est également analysée, foulée par Valencia-Lopez et Ochoa-Tapia Serrano-Arellano [51]. Aussi Bian et al [52] ont mené une étude analytique et numérique sur la convection naturelle des fluides non-Newtoniens dans une cavité poreuse rectangulaire mince et inclinée. La cavité poreuse est chauffée ou refroidie avec un flux de chaleur uniforme des parois latérales tandis que les autres parois sont isolées. Ces auteurs ont constaté que par rapport aux fluides Newtoniens, une diminution de l'indice de loi de puissance améliore le transfert de chaleur par convection tout en augmentant le réduit.

Benouared et al [53] ont mené une Analyse numérique non linéaire de la convection sous-critique de Rayleigh-Bénard dans une enceinte confinée horizontale rectangulaire remplie de fluides non-Newtoniens. L'enceinte a été chauffée et refroidis par un flux de chaleur constant, ou

des températures constantes. Les fluides étudiés obéissent au modèle Carreau-Yasuda. Les effets des paramètres de contrôle, à savoir les nombres de Rayleigh et de Prandtl, et les paramètres rhéologiques des fluides ont été étudiés. Les résultats ont été présentés en termes de fonction de flux et de profils de température, et de taux de transfert de chaleur et d'intensité de flux en fonction des paramètres de contrôle. Ils ont montré que quelle que soit la valeur des paramètres rhéologiques des fluides le débit de convection supercritique est le même pour la convection Newtonienne et non Newtonienne. Alloui et Vasseur [13] ont examiné une étude numérique sur la convection naturelle à l'intérieur d'une enceinte rectangulaire verticale remplie d'un fluide non-Newtonien d'amincissement par cisaillement .La cavité est soumise à des flux de chaleur uniformes, le modèle Carreau – Yasuda est adopté pour caractériser le comportement du fluide non-Newtonien. Ces auteurs ont constaté que la force de convection et le taux de transfert de chaleur sont favorisés (annihilés), par rapport à celle d'un fluide Newtonien ($n=1$), lorsque on diminuer (augmenter) la valeur de n, une tendance similaire est trouvé lorsque on diminuant (augmentant) la valeur de s et augmenter (diminuer) la valeur de k.

Khechiba et Hachemi [54] ont mené une étude numérique sur la convection de Rayleigh-Bénard dans une cavité poreuse horizontale saturée par un fluide d'amincissement par cisaillement non-Newtonien avec un comportement rhéologique obéissant au modèle général développé par Carreau-Yasuda. Leurs résultats ont été exprimés par une corrélation liant les nombres de Nusselt et de Rayleigh. Raisi [55] a étudié numériquement la convection naturelle d'une source de chaleur placée au fond d'une cavité remplie d'un fluide non-Newtonien. La source de chaleur produit un flux de chaleur uniforme. L'auteur a montré que le nombre de Rayleigh augmente, en particulier lorsque $n<1$, les performances thermiques de la cavité sont améliorée. En outre, L'augmentation de la longueur de la source de chaleur améliore la convection naturelle à l'intérieur de la cavité, mais augmente simultanément la température de la source de chaleur et réduit également son nombre moyen de Nusselt. Les résultats montrent également que, Lorsque la source de chaleur s'approche de la section médiane de la paroi inférieure de la cavité, le comportement thermique de la cavité varie selon que la valeur de l'indice de loi de puissance est supérieure, inférieure ou égale à l'unité. La simulation du flux convectif forcé magnétohydrodynamique (MHD) à travers un milieu poreux perméable moelleux (sables bitumineux, sable) a été étudiée numériquement par krishna et Reddy [56]. Ils ont utilisé la méthode Lattice Boltzmann. La simulation est effectuée pour les fluides non-Newtoniens, à la fois l'amincissement et l'épaississement par cisaillement, ils

ont varié l'indice de la loi de puissance de 0,5 à 1,5 dans le modèle Carreau Yasuda, l'objectif de ce recherche est étudier l'influence des propriétés des matériaux du milieu poreux sur les propriétés d'écoulement telles que la vitesse, profils de température et nombre de Nusselt. Les auteurs montrent que pour les fluides d'amincissement par cisaillement le transfert de chaleur est plus fort lorsque la valeur de n augmente de 0,5 à 1,5, la viscosité à tendance à augmenter, ce qui entraîne une convection de chaleur plus faible à travers le fluide. Ils ont montré aussi que l'influence de la perméabilité n'est pas aussi important que n, ce qui est dû au fait que le fluide de telles géométries s'écoule à une vitesse très faible.

Boutaraa [57] a mené étude expérimentale de la convection de Rayleigh Bénard pour un fluide rhéofluidifiant dans une géométrie cylindrique. Une méthode de shadowgraph a été utilisée pour visualiser la convection .les résultats expérimentales ont étés représentés sous formes des figures .la convection naturelle induite par différentes conditions aux limites des parois dans des cavités poreuses verticales et horizontales remplies d'un fluide binaire, en utilisant le modèle de Darcy-Dupuit, a été étudiée numériquement et analytiquement par Rebhi et al (2016) [58] et Rebhi et al (2017) [59]. Ils ont constaté que l'effet de traînée n'affecte pas le nombre de Rayleigh critique pour le début du mouvement à partir de l'état de repos, Cependant, le début de la bifurcation sous-critique et de Hopf est considérablement affecté par les paramètres de traînée, qui ont joué un rôle d'effet stabilisateur. De plus, lorsque l'effet de traînée peut pousser le nœud de bifurcation sous-critique en selle bien au-delà du début de la convection stationnaire donnant lieu à un phénomène de bistabilité. La convection sous-critique du Lapwood dans une cavité poreuse horizontale saturée de fluide d'amincissement par cisaillement a été étudiée analytiquement et numériquement par Khechiba et al [17]. Le comportement rhéologique du fluide non-Newtonien est modélisé par le modèle général de Carreau – Yasuda. Les résultats montrent que le mouvement convectif et le taux de transfert de chaleur s'est avéré être amélioré lorsque la diminution de la loi de puissance index *n* et du paramètre *a,* ou lorsque en augmentant la constante de temps, *E,* La diminution du paramètre, s, a eu un léger effet sur le début de la convection par rapport aux autres paramètre ils ont montré aussi que lorsque le fluide devient de plus en plus amincissant par cisaillement, une transition précoce vers des écoulements oscillatoires s'est produite.

Aussi bien que les effets de Dufour et Soret sur la convection naturelle à double diffusion dans une couche poreuse horizontale ont été étudiés analytiquement et numériquement par Attia et all [60], la couche poreuse a été soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes sur les

parois horizontales. Le début de la convection sous-critique, supercritique et oscillatoire a été analysé. L'effet du champ magnétique et l'angle de l'enceinte sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte en forme L remplie d'un fluide non-Newtonien a été étudié numériquement par Jahanbakhshi et al [61]. Les équations gouvernantes sont résolues par la méthode des volumes finis. Le modèle rhéologique de loi de puissance est utilisé pour caractériser le comportement des fluides non-Newtoniens. Les résultats ont montré que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de l'angle de l'enceinte par rapport à la direction horizontale. Veera Krishna et Subba Reddy [62] ont étudié numériquement l'écoulement convectif forcé magnétohydrodynamique (MHD) à travers un milieu poreux perméable et trapu (sables bitumineux, sable) ont utilisé la méthode Lattice Boltzmann, à la fois par amincissement et épaississement par cisaillement, en faisant varier l'indice de loi de puissance de 0,5 à 1,5 dans le modèle Carreau-Yasuda, qui a été utilisé pour représenter les fluides non-Newtoniens. Un modèle fluide de loi de puissance simple avec un indice de loi de puissance et un coefficient de cohérence a été adopté par les auteurs pour caractériser le fluide non-Newtonien. Une analyse d'échelle, menée pour éliminer les caractéristiques des fluides à loi de puissance, s'est avérée être en bon accord qualitatif avec leurs résultats numériques. La corrélation du nombre de Nusselt à l'état stationnaire est proposée. Une étude analytique de la convection de fluides d'amincissement par cisaillement dans une couche horizontale chauffée par le bas a été effectuée par Bouteraa et al [63]. L'objectif est d'examiner les effets de la variation de la viscosité sur la nature de la bifurcation. Le comportement du fluide est décrit par le modèle Carreau. Ces auteurs ont constaté que Le nombre critique de Rayleigh diminue et le nombre d'onde critique augmente lorsque le glissement augmente. Pour un fluide à faible cisaillement, la bifurcation est supercritique et le coefficient de transfert thermique augmente, par rapport au cas Newtonien. Lorsque le caractère d'amincissement par cisaillement est suffisamment grand, la bifurcation est sous-critique. Bihich et all [64] ont examiné une étude sur la multiplicité des solutions à l'état stationnaire et de l'effet du taux de flottabilité dû au transfert de chaleur et de masse sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire horizontale remplie d'un fluide non-Newtonien de loi de puissance. Les côtés verticaux sont supposés soumis à des densités de flux thermique et solutal horizontal, et les parois horizontales sont imperméables et adiabatiques. Ces auteurs ont constaté que la solution analytique approximative, développée sur la base de l'hypothèse d'écoulement parallèle dans la région centrale de la cavité, est en parfait accord avec la solution numérique. L'indice de comportement

d'écoulement et le nombre de Rayleigh thermique ont des effets opposés sur l'écoulement du fluide et les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse.

Plus récemment une étude numérique a été réalisée par rebhi et al [65] pour évaluer l'effet du comportement rhéologique des fluides non-Newtoniens sur les instabilités de convection thermosolutale Rayleigh-Bénard dans des enceintes peu profondes et à rapport d'aspect fini, des types de conditions aux limites thermiques et solutales de Neumann et Dirichlet ont été appliqués sur les parois horizontales de l'enceinte, Les résultats obtenus ont contribué à une meilleure compréhension de l'effet de divers paramètres de contrôle sur diverses bifurcations convectives, les formes des branches de bifurcation ont été considérablement altérées par les paramètres rhéologiques notamment dans le cas de l'aide aux écoulements à double diffusion, les auteurs montrent aussi l'apparition d'une bifurcation de bistabilité lorsque le fluide devenait de plus en plus fluctuant.Ce type de bifurcation a conduit à deux solutions distinctes d'amplitude finie se produisant dans les mêmes conditions d'écoulement, ce qui n'était pas observé auparavant dans le cas des fluides Newtoniens . Une étude sur les écoulements de convection à double diffusion magnéto-hydrodynamique instables entre deux plaques parallèles verticales infinies a été réalisée par Qiang et al [66]. En présence d'un champ magnétique incliné, d'une génération ou d'une absorption de chaleur et d'une réaction chimique .Les auteurs présentent les résultats analytiques et numériques obtenus sous forme graphique et tabulaires.

Tizakast et al [67] ont examiné une étude numérique et analytique sur la convection mixte à double diffusion dans une cavité rectangulaire fermée et remplie de fluide non-Newtonien de loi de puissance et soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes de ses côtés courts verticaux, tandis que les horizontaux sont isolés et imperméables et se déplaçant dans des directions opposées. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique ou du nombre de Peclet améliore le transfert de chaleur et de masse, Comme pour *Le* et N, des résultats intéressants sont trouvés, où l'augmentation de *Le* augmente la contribution de la convection forcée tandis que le rapport de flottabilité N produit un effet opposé. Une étude numérique et analytique sur les transferts de chaleur et de masse par convection naturelle pour des fluides binaires non-Newtoniens cisaillant confinés dans une cavité carrée a été réalisée par Makayssi et al [68]. Les résultats de cette approche sont validés numériquement et un bon accord est trouvé entre les deux méthodes. Aussi Parvin et al [69] ont mené une étude numérique sur un modèle d'écoulement 2D-double diffusion de couche limite de convection mixte dans un fluide de Maxwell

magnétohydrodynamique induit par une feuille rétractable inclinée, les résultats montrent les caractéristiques du fluide de Maxwell pour les différentes distributions, à savoir les contours de la vitesse, de la chaleur et de la concentration, joignant le coefficient de frottement cutané (SFC), les nombres locaux de Nusselt et de Sherwood.

Maatki et al [70] ont étudié numériquement la convection doublement diffusive dans une chambre cubique remplie d'un mélange binaire soumis à un champ magnétique. Les résultats de cette étude indiquent que l'augmentation de l'intensité du champ magnétique conduit à une réduction monotone des intensités des écoulements transversaux principaux tridimensionnels lorsque l'écoulement est dominé par la chaleur, mais qu'il y a une intensification significative de l'écoulement tridimensionnel avec une structure multi-cellulaire de l'écoulement secondaire lorsque l'écoulement est dominé par la chaleur. Guha et Pradhan [71] ont mené une étude sur la convection naturelle de fluides non-Newtoniens sur une plaque horizontale. Les résultats présentés indiquent que les fluides non-Newtoniens à épaississement par cisaillement ont un meilleur transfert de chaleur que les fluides Newtoniens et à épaississement par cisaillement. Ouiriemi et al [72] ont étudié le cas d'une couche horizontale d'un fluide binaire soumis à des gradients thermiques et solutaux horizontaux. Les conditions aux limites de type Neumann ont été appliquées aux parois verticales de l'enceinte. Ils ont considéré deux cas, celui de la convection doublement diffusive (a = 0) et celui de la convection induite par l'effet Soret (a = 1). Une solution analytique basée sur le concept d'écoulement parallèle a été dérivée pour le cas d'une cavité peu profonde A>>1. Une étude numérique de l'effet des nombres de Bingham, Prandtl et Rayleigh sur le taux de transfert de chaleur pour les fluides à contrainte seuil a été réalisée par Turan et al [73].Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation des valeurs du nombre de Rayleigh pour les deux fluides Newtonien et de Bingham. Alors que pour les grandes valeurs du nombre de Bingham, l'état de conduction demeure.

Kaddiri et al [74] ont mené une étude numérique sur la convection de Rayleigh-Bénard des fluides en loi de puissance dont la viscosité dépend de la température. Le fluide est confiné dans une cavité carrée, chauffée par le bas et refroidie par le haut avec des flux de chaleur uniforme. Les effets des paramètres de contrôles sur l'apparition de la convection, la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur ont été étudiés. Pour les fluides rhéofluidifiants, ils ont observé qu'une augmentation du nombre de Pearson favorise l'apparition de la convection sous-critique.

Tatyana Lyubimova (75) à étudié l'effet des vibrations longitudinales haute fréquence de faible amplitude sur la stabilité d'une couche horizontale d'un fluide ternaire. L'instabilité des ondes longues a été étudiée analytiquement et l'instabilité aux perturbations avec des nombres d'onde finis a été étudiée numériquement. Les résultats ont montré l'effet des vibrations qui était déstabilisantes dans le cas d'un chauffage par le bas, et stabilisantes dans le cas d'un chauffage par le haut. Les conditions critiques pour le mélange ternaire réel ont été analysées, et de nouveaux modes d'instabilité vibratoire ont été trouvés.

La convection naturelle dans une cavité horizontale peu profonde remplie d'un nanofluide a été étudiée par, Fakhreddine et al (76). Des flux de chaleur constants étaient appliqués sur la paroi inférieure de la cavité, alors que sur la paroi verticale était soumise à un flux de chaleur variable. La solution analytique, basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle, était jugée en bon accord avec la solution numérique. L'existence d'écoulements naturels et anti-naturels a été démontrée. En effet, le nombre de Rayleigh sous-critique pour le début de l'instabilité avait tendance à disparaître lorsque le seuil supercritique était largement affecté. Mojtabi et al (77) ont étudié l'effet du coefficient de Soret sur la convection naturelle induite dans une cavité rectangulaire remplie d'un fluide binaire. Les conditions aux limites utilisées dans cette étude correspondent à celles des parois rigides imperméables et conductrices de la chaleur. Ces derniers ont trouvé la température moyenne à laquelle le coefficient de l'effet Soret peut changer de signe. Différents modèles de l'interface fluide-poreux ont été étudies par HIrata et al (78). Ces auteurs ont comparé les résultats de l'approche d'un seul domaine avec ceux du modele classique de Darcy impliquant deux domaines et également avec ceux de l'approche de Brinkman. Ils ont trouvé une bonne concordance entre les modèles de Beavers-Joseph et de Brinkman et ils ont montré que l'inclusion de la condition de Brinkman joue un rôle secondaire et peu important sur la stabilité linéaire du système.

Une étude sur les fluides viscoélastiques avec viscosité dépendante de la température a été réalisée par Sakhar et al [79]. Ces auteurs ont démontré l'existence de la convection stationnaire des fluides de type de Maxwell, Rivlin-Ericksen et Jeffreys. La condition de l'apparition de la convection oscillatoire et l'effet de la température sur la viscosité apparente ont été aussi étudiés. Parmi les fluides considérés, les fluides de type Maxwell se sont avérés instables, alors que les fluides de type Rivlin - Ericksen sont stables et se comportent comme des fluides Newtoniens soit avec une viscosité constante ou dépendante de la température. Solomatov et Barr [80] ont mené

une étude numérique sur l'apparition de la convection pour des fluides non-Newtoniens en loi de puissance et ayant une viscosité fortement dépendante de la température. La valeur critique du nombre de Rayleigh trouvée était beaucoup plus petite que celle de la convection Newtonienne, indiquant clairement l'existence de convection sous-critique.

Lyubimova et al [81]ont étudié le début de la convection induite par effet Soret dans une couche horizontale remplie de fluide ternaire, avec l'application d'un flux de chaleur vertical constant sur les parois supposées rigides et imperméables. Ils ont trouvé qu'il existait deux modes d'instabilité à longueur d'onde, monotone et oscillatoire. Dans le plan (nombre de Rayleigh, taux de séparation), deux branches d'instabilité monotone de type hyperbolique existaient, correspondant aux nombres de Rayleigh (négatif et positif).

Teamah [82] à réalisé une étude numérique d'un écoulement convectif double-diffusif dans une enceinte rectangulaire. Les parois verticales de l'enceinte étaient soumises à des températures et des concentrations constantes et à un champ magnétique horizontal uniforme, tandis que les surfaces supérieure et inférieure étaient isolées et imperméables. Les résultats montrent que les taux de transfert de chaleur et de masse et les caractéristiques de l'écoulement dans l'enceinte dépendaient fortement de l'intensité du champ magnétique et des effets de génération ou d'absorption de chaleur. En outre, la présence d'une source ou d'un puits de chaleur réduit légèrement le nombre de Sherwood moyen. Plus récemment, l'influence des effets d'amincissement par cisaillement sur la convection Rayleigh-Benard dans le fluide Carreau avec une viscosité dépendant de la température a été étudiée par Vare et al [83]. Kefayati [84] a étudié le transfert de chaleur d'un polymère fondu non-newtonien en utilisant la méthode du réseau de Boltzmann dans une cavité carrée. Les résultats ont montré que la méthode de Boltzmann en treillis était une méthode appropriée pour résoudre ce problème. Balmforth et Rust [85] ont considéré un système limite sans contrainte et ont utilisé une analyse faiblement non linéaire pour étudier la convection viscoélastique dans la configuration Rayleigh-Benard. Les auteurs ont montré que pour un écoulement à fort cisaillement (c'est-à-dire une viscosité finie), la bifurcation était sous-critique et le seuil de stabilité neutre de la convection correspondait au cas de la convection Newtonienne.

Conclusion

Dans ce contexte, nous nous intéressons à l'étude des transferts de chaleur et de masse induits par la convection naturelle thermo-solutale dans un milieu poreux .Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence une généralité sur le milieux poreux et de faire une définition des fluides et de comprendre les fluides Newtoniens et non-Newtoniens ou ces derniers sont composés de plusieurs paramètres tels que les fluides pseudo-plastiques, rhéoépaissant. A la fin de ce chapitre, nous noterons une définition des polluants organiques.

Après la recherche bibliographique et la définition des axes de cette étude, on aborde le choix du modèle mathématique ainsi que les conditions aux limites, qui lui sont associés, dans le chapitre suivant.

CHAPITRE II

Modèle Physique et Formulation Mathématique

Dans ce chapitre nous décrivons et formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices, la formulation mathématique ainsi que les conditions aux limites appropriées. Le comportement rhéologique du fluide non-Newtonien est modélisé en utilisant le modèle général de Carreau-Yasuda.

2.1. Problème physique

Le schéma du système considéré est représenté sur la figure (2.1). La configuration considérée dans cette étude est une couche poreuse horizontale de longueur L' et d'hauteur H', saturée de fluide Réofluidifiant non-Newtonien. Les conditions aux limites de Neumann sont appliquées pour la température et la concentration sur les parois horizontales de la couche, tandis que les parois latérales gauche et droite sont isolées.

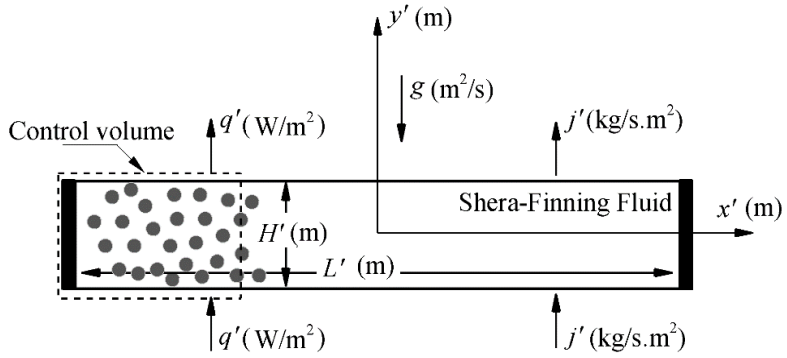


Figure. 2.1 : Représentation schématique du système et du système de coordonnées.

2.1.1. Hypothèses simplificatrices

Comme dans la majorité des études portant sur la convection naturelle, quelques approximations sont considérées afin d'obtenir une formulation simple du modèle mathématique. Les approximations suivantes sont utilisées dans cette étude :

- La matrice poreuse est isotrope et homogène.

- La troisième dimension est suffisamment grande par rapport aux deux autres dimensions (*L*' et *H*') rendant les effets de bords négligeables et ramenant à configuration à un problème bidimensionnel.
- Le fluide non-Newtonien confiné à l'intérieur de la cavité est supposé incompressible.
- L'écoulement étudie est laminaire et transitoire.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Les interactions entre les transferts de chaleur et de masse, connues sous le nom d'effets Soret et Dufour respectivement, sont négligeables.
- On néglige le travail, induit par les forces visqueuses et de pression.
- Toute réaction chimique, ou source de chaleur ou de masse est absente.
- Les propriétés thermo-physiques sont constantes et sont évaluées à la température et à la concentration de référence.
- La densité du fluide varie avec la température et la concentration selon l'hypothèse de Boussinesq.

2.1.2. Approximation de Boussinesq

Une des questions, fondamentale en mécanique des Fluides, réside dans le couplage des équations et le choix des variables de résolution. La physique contenue dans les équations, peut être opérée par un couplage inapproprié des équations, et l'introduction de variables non naturelles, qui facilitent leur résolution, mais qui dénature la réalité simulée.

Même dans une formulation simplifiée des équations de Navier-Stocks et de l'énergie, de nombreux couplages subsistent entre les différentes équations, la vitesse dans plusieurs termes de l'équation de l'énergie, la température intervient implicitement dans l'équation de Navier-Stokes à travers la masse volumique qui apparait à son tour dans différents termes. Les différentes non-linéarités empêchent évidemment toute résolution directe de l'une de ces équations et à fortiori du système.

L'approximation de Boussinesq est utilisée pour la simplification de l'équation d'état du fluide. Normalement, dans les problèmes de fluides incompressibles les variations de densité au sein du fluide sont faibles. Par conséquent, les variations de la masse volumique peuvent être négligées partout, sauf dans le cas de la convection naturelle ou elles constituent le moteur du mouvement du fluide. L'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme

des forces volumiques varie linéairement avec la température et la concentration. Pour un fluide binaire l'hypothèse de Boussinesq conduit à la relation suivante :

$$\rho = \rho_0\left[1-\beta_T\left(T-T_0\right)-\beta_S\left(S-S_0\right)\right] \tag{2.1}$$

ρ_0 : représentent la densité à la température de référence et les fractions de masse

T_0 et S_0: sont des valeurs de référence (valeurs initiale ou moyenne)

β_T : est le coefficient de dilatation thermique du fluide ou du mélange de fluides :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right) \tag{2.2}$$

β_S : est le coefficient d'expansion massique :

$$\beta_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial S}\right) \tag{2.3}$$

En général, pour la plupart des fluides, une augmentation de la température entraîne une diminution de la densité du fluide. Ceci est dû au fait que le coefficient de dilatation thermique β_T est normalement positif pour tous les fluides, à l'exception de l'eau entre 0°C et 4°C. Cependant, β_S peut être négatif ou positif en fonction du fluide considéré.

Le fluide est parfois appelé incompressible car le champ de vitesse est sans divergence, bien que la compressibilité se manifeste dans les variations de flottabilité.

2.2. Formulation mathématique :

Dans cette section nous allons établir les équations de base régissant notre problème. La résolution d'un problème de convection naturelle consiste en la détermination des champs de vitesse, de température et de concentration en chaque point du domaine occupe par le fluide.

2.2.1. Équation de continuité :

L'équation de continuité s'écrit : L'équation de continuité est simplement une expression mathématique du principe de conservation de la masse au sein d'un écoulement.

Pour un fluide incompressible, la densité est constant dans le temps et l'espace, ce qui nous immédiatement :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \tag{2.4}$$

Les composantes de la vitesse u' et v' peuvent s'exprimer comme suite :

$$u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial y} \qquad \text{et} \qquad v' = -\frac{\partial \psi'}{\partial x'} \tag{2.5}$$

où ψ' représente la fonction de courant.

2.2.2. Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de quantité de mouvement est donnée par la relation suivante :

- **Suivant la direction x** : $u' = -\frac{k}{\mu}\left(\frac{\partial P'}{\partial x'} - \rho_0 g\left[\beta_T (T - T_0) - \beta_S (S - S_0)\right]\right)$ (2.6)
- **Suivant la direction y** : $v' = -\frac{k}{\mu}\left(\frac{\partial P'}{\partial y'} - \rho_0 g\left[\beta_T (T - T_0) - \beta_S (S - S_0)\right]\right)$ (2.7)

où : k est la perméabilité du milieu poreux, g est la constante gravitationnelle, μ la viscosité dynamique du fluide, P' la pression en un point du système et t' représente le temps (quantité dimensionnelle).

2.2.3. Équation de conservation de l'énergie

L'équation de conservation d'énergie d'un fluide incompressible en général est donné par :

$$(\rho c)_p \frac{\partial T'}{\partial t'} + (\rho c)_f \left(u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'}\right) = K \nabla^2 T' \tag{2.8}$$

où $(\rho c)_p, (\rho c)_f \; et \; K$ sont respectivement la capacité thermique du milieu poreux saturé, la capacité thermique du fluide et la conductivité thermique

2.2.4. Équation de concentration

L'équation de conservation de masse est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon' \frac{\partial S'}{\partial t'} + u' \frac{\partial S'}{\partial x'} + v' \frac{\partial S'}{\partial y'} = D \nabla^2 S' \tag{2.9}$$

où D est la diffusivité massique de la concentration dans la matrice poreuse et ε' est la porosité du milieu poreux.

2.2.5. Conditions aux limites :

Les conditions aux limites sans dimension correspondantes appliquées sur les parois du système sont :

$$x = \pm\frac{A}{2} \quad u = \psi = 0 \qquad \text{et} \qquad y = \pm\frac{1}{2} \quad v = \psi = 0 \tag{2.10}$$

$$x = \pm\frac{A}{2} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \quad \text{et} \quad y = \pm\frac{1}{2} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial S}{\partial y} = -1 \tag{2.11}$$

2.3. Adimensionnalisation

2.3.1. Paramètres d'adimensionnalisation

L'emploi des variables adimensionnelles, permet de faire apparaître des nombres sans dimension dans les équations de la "Mécanique", appelés paramètres de contrôle, ce qui permet de simplifier la résolution, en faisant disparaître des termes, en justifiant les approximations, et en réduisant les équations aux dérivées partielles à leurs termes principaux. On donne ainsi, un sens physique aux équations, en retenant les termes qui ont effectivement de l'importance, et on obtient des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. Pour ramener les équations phénoménologiques sous la forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir, moyennant des grandeurs caractéristiques, des changements de variables. Nous introduisons les variables adimensionnelles ci-dessous, afin de mettre les équations de conservation sous forme adimensionnelle :

$$(x, y) = \frac{(x', y')}{H'}, \quad t = \frac{t'\alpha}{\sigma H'^2}, \quad (u, v) = \frac{(u', v')H'}{\alpha}, \quad , \quad \psi = \frac{\psi'}{\alpha}, \varepsilon = \phi / \sigma \ , \ P = \frac{P'}{P * k}$$

$$T = \frac{(T' - T'_0)}{\Delta T^*}, \quad S = \frac{(S' - S'_0)}{\Delta S^*}, \quad \Delta T^* = \frac{q'H'}{k}, \quad \Delta S^* = \frac{j'H'}{\rho_0 D}, \quad \mu_{CY} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \lambda_{CY} = \frac{\lambda'\alpha}{\varepsilon H'^2} \tag{2.12}$$

2.3.2. Equations adimensionnelle :

Les équations de conservation adimensionnelles s'obtiennent comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.13}$$

$$u = -\frac{1}{\mu_{cy}} - \frac{\partial p}{\partial x} - R_T\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \phi\frac{\partial S}{\partial y}\right) \tag{2.14}$$

$$v = -\frac{1}{\mu_{cy}} - \frac{\partial p}{\partial y} - R_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \phi \frac{\partial S}{\partial y} \right) \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \tag{2.16}$$

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v' \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{Le} \nabla^2 S \tag{2.17}$$

Les équations ci-dessus remarquent la présence de 5 paramètres sans dimension, à savoir le nombre de Rayleigh thermique, le rapport de flottabilité, le nombre de Lewis**,** la porosité normalisée, et le rapport d'aspect de l'enceinte, exprimé comme :

$$R_T = \frac{\rho_0 \beta_T \Delta T' K H'}{\mu_0 \alpha} \; , \varphi = \frac{\beta_S \Delta S^*}{\beta_T \Delta T^*} , Le = \frac{\alpha}{D} \; , \; \varepsilon = \frac{\phi}{\sigma} \; , \; A = \frac{L'}{H'} \tag{2.18}$$

- Le nombre de Rayleigh thermique**,** Ra_T **,** caractérise le transfert de chaleur au sein du fluide, il exprime le rapport des forces d'inerties (poussée d'Archimède) sur les forces visqueuses.
- Le nombre de Lewis, Le , compare la diffusivité de masse avec la diffusivité thermique. Il caractérise les écoulements de fluides, dans lesquels ont lieu simultanément un transfert de masse et un transfert de chaleur par conduction thermique.
- Le rapport des forces de volume thermique et solutal,φ , Ce paramètre peut être positif ou négatif. Deux situations peuvent se présenter, celle de la convection coopérante, lorsque le coefficient $\beta_s > 0$ ($\varphi > 0$) ; les effets thermiques et solutaux dans ce cas coopèrent. La deuxième situation concerne la convection dite opposée, correspondante à $\beta_s < 0$ ($\varphi < 0$) ; où les effets thermiques et solutaux s'opposent.

2.4. Équation de transports adimensionnels en formulation fonction de courant :

Dans la plupart des travaux relatifs à la convection naturelle, l'étude de la pression ne présente pas un intérêt majeur. L'utilisation de la formulation fonction de courant fait non seulement réduire le nombre d'équation mais elle présente aussi l'avantage de tracer directement les lignes de courant qui apportent d'importantes informations sur la structure de l'écoulement.

Sous la forme adimensionnelle la fonction de courant est écrite comme suit :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\Omega \tag{2.19}$$

où, Ω : représente la vorticité adimensionnelle definie comme suit :

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \tag{2.20}$$

avec :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{2.21}$$

On introduisant la fonction de courant (2.19) dans les équations adimensionnelle on obtient le système d'équations suivant :

- ✓ **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.22}$$

- ✓ **Equation de mouvement :**

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\mu_{CY}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x}\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\mu_{CY}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}y}\right) = -R_T\left(\frac{\partial T}{\partial x} + \varphi\frac{\partial S}{\partial y}\right) \tag{2.23}$$

- ✓ **Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \tag{2.24}$$

- ✓ **Equation de concentration :**

$$\varepsilon\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial S}{\partial y} = Le^{-1}\nabla^2 S \tag{2.25}$$

Le modèle Carreau-Yasuda (Carreau-Yasuda et al [86]) est utilisé pour représenter les fluides non-Newtoniens est donné par :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left[1 + (\lambda' \dot{\gamma}')^a\right]^{(n-1)/a} \tag{2.26}$$

où μ_0 et μ_∞ sont les viscosités à taux de cisaillement faible et élevé, ($n < 1$) est l'indice de fluidification par cisaillement, λ' est la caractéristique temporelle du fluide, $\dot{\gamma}'$ est l'amplitude du taux de cisaillement et a est un paramètre sans dimension décrivant la transition entre deux régions à taux de cisaillement nul et la région de loi de puissance. La viscosité de cisaillement infini, μ_∞, est généralement associée à une rupture du fluide, est souvent significativement plus petite (10^{-3} à 10^{-4} fois plus petite) que μ_0, voir (Bird et al [87]). Le comportement des fluides newtoniens, $\mu = \mu_0$, est obtenu en fixant $n = 1$ ou $\lambda_{CY} = 1$.

Le choix du modèle Carreau-Yasuda par rapport aux autres modèles est celui qui est continu pour tous $\dot{\gamma}' \geq 0$. Pour $n < 1$, on note cette limite $\lim_{\dot{\gamma}\to 0} \mu(\dot{\gamma}) = \mu_0$ et $\lim_{\dot{\gamma}\to \infty} \mu(\dot{\gamma}) = \mu_\infty$, indiquant qu'à des taux de cisaillement élevés μ_∞, alors qu'à des taux de cisaillement faibles, le fluide agit comme un fluide newtonien de viscosité μ_0. Les paramètres n, λ_{CY} , a et s contrôlent le comportement du fluide dans le régime non newtonien entre ces deux limites.

La présente étude du comportement du fluide non newtonien est décrit par le modèle de comportement phénoménologique de Carreau-Yasuda où la viscosité (μ_{CY}) est donnée par :

$$\mu_{CY}(\dot{\gamma}) = s + (1-s)\left[1 + (\lambda_{CY} |\dot{\gamma}|)^a\right]^{(n-1)/a} \tag{2.27}$$

où μ_{CY} est la viscosité apparente sans dimension dépendant du cisaillement, $s = \mu_\infty / \mu_0$ est le rapport des viscosités à taux de cisaillement infini et nul et $\dot{\gamma}$ est le taux de déformation sans dimension est défini comme suit :

$$\dot{\gamma} = \left[4\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}\right) + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}\right)\right]^{1/2} \tag{2.27}$$

Le modèle des paramètres pour les solutions, qui sont représentés par le modèle Carreau-Yasuda, sont répertoriés dans le tableau (2.1).

Tableau 2.1 : Paramètres du modèle Carreau-Yasuda pour certains fluides typiques non Newtoniens [26]

Fluide	μ_0 (Pa.s)	$\mu_\infty \times 10^{-3}$ (Pa.s)	λ_{CY} (s)	n	a	$s \times 10^{-3}$ (μ_∞ / μ_0)
PDMS	16	0	0.28	0.082	0.56	0
0.1% CARB LIV	5.92	1.65	1300	0.376	7.4	0.278
0.25% CMC LIV	0.0599	5.51	0.0125	0.562	0.669	91.986
0.09% CMC/0.09%XG LIV	0.342	1.93	6.26	0.484	0.656	5.643
0.125% PAA LIV	0.235	2.19	1.12	0.572	0.910	9.319
0.2% PAA LIV	2.94	3.55	11.1	0.660	2.01	1.207
0.2% XG LIV	0.431	2.35	0.778	0.673	1.29	5.452
0.6% CMC CSIRO	0.344	5.45	0.0378	0.514	0.686	15.843

2.5. Transfert de chaleur et transfert de masse :

Les taux de transfert de chaleur et de masse à n'importe quelle section, x , sont exprimés en termes de nombres de Nusselt, Nu , et de Sherwood, Sh , définis comme :

$$Nu^{-1} = \Delta T = T_{(0,-1/2)} - T_{(0,1/2)} \tag{2.28}$$

$$Sh^{-1} = \Delta S = S_{(0,-1/2)} - S_{(0,1/2)} \tag{2.29}$$

Les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood sont calculés en utilisant l'intégrale suivante :

$$Nu_m = A^{-1} \int_{-A/2}^{A/2} Nu\,dx \tag{2.30}$$

$$Sh_m = A^{-1} \int_{-A/2}^{A/2} Sh\,dx \tag{2.31}$$

Chapitre III

Solution Numériques

L'objet de l'analyse numérique est la conception et l'étude des méthodes de résolutions numériques de certains problèmes mathématiques. En général, ces problèmes sont issus de la modélisation des problèmes réels. Ses développements récents sont intimement liés à ceux des moyens de calcul offert par l'informatique.

En analyse numérique pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles on utilise l'un des méthodes suivantes : la méthode des volumes finis, la méthode des différences finies et celle des éléments finis.

Contrairement à la méthode des différences finies qui met en jeu des approximations des dérivées, les méthodes des volumes finis et des éléments finis exploitent des approximations d'intégrales. Toutefois, la méthode des volumes finis se base directement sur la forme dite forte de l'équation à résoudre, alors que la méthode des éléments finis se fonde sur une formulation variationnelle de l'équation (on parle aussi de formulation faible).

Le but de ce chapitre est de fournir, de manière succincte, les principes de base des méthodes numériques les plus utilisées pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles et de faire une transformation des équations différentielles du modèle mathématique en un système d'équations algébriques non linéaires, qui peuvent être résolues 'avec des techniques numériques.

3.1. Méthode des éléments finie (MEF)

La méthode de l'élément fini est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.).

La recherche d'une solution approchée par la méthode des éléments finis comporte deux étapes. La première concerne le choix des fonctions d'interpolation et la seconde est liée au choix des fonctions de pondération qui minimisent l'erreur entre la solution approximée et la solution exacte.

✓ ***Avantage***

- Adapté aux géométries complexes.

✓ ***Inconvénients***

- Formalisme mathématique plus compliqué et plus difficile à mettre en œuvre
- Coûteux en stockage mémoire (matrices pleines) et en temps de calcul (inversion)
- Caractère conservatif des équations non forcément assuré

3.2. Méthode de volume finie (MVF)

L'équation aux dérivées partielles est résolue de manière approchée à l'aide d'un maillage constitué de volumes finis qui sont des petits volumes disjoints en 3D (des surfaces en 2D, des segments en 1D) dont la réunion constitue le domaine d'étude. Les volumes finis peuvent être construits autour de points d'un maillage initial, mais ce n'est pas une nécessité.

Les méthodes de volumes finis ont été initialement mises au point pour des lois de conservation hyperbolique, mais des développements récents permettent à présent de les utiliser pour des équations elliptiques et paraboliques.

L'avantage de la méthode des volumes finis est qu'elle est facilement utilisable avec des maillages non structurés car, en matière de discrétisation des lois de conservation, sa formulation ne tient aucun compte de la complexité du maillage. En revanche, les caractéristiques géométriques du maillage peuvent jouer un rôle prépondérant lorsque des flux diffusifs entrent en jeu.

✓ ***Avantages***

- Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle (Continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage ;
- Mise en œuvre relativement facile ;
- Applicable aux géométries complexes ;
- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable (matrice de type bande).

✓ ***Inconvénient***

- Moins précis que les méthodes spectrales.

3.3. Méthode des différences finies (MDF)

La méthode MDF est très classique, simple à mettre en œuvre et convient pour beaucoup de problèmes rencontrés en pratique. Les calculs sont effectués suivant un maillage obtenu par un double réseau de parallèles aux axes et régulièrement espacées.

La mise en équation à l'aide des différences finies comporte les étapes suivantes :

- Définir un maillage couvrant le domaine et sa frontière
- En tout nœud intérieur au domaine, exprimer les dérivées à l'aide des différences finies. ces termes contiennent des points situés sur la frontière
- Exprimer les valeurs de la fonction en tout point sur la frontière en tenant compte des conditions aux limites

On obtient alors un système de n équations à n inconnus dont on résout par l'une des techniques de résolution.

Les calculs sont effectués suivant un maillage obtenu par un double réseau de parallèles aux axes régulièrement espacées.

Soit le maillage régulier 1D :

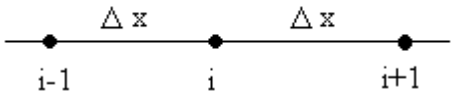


Figure. 4.1 : Maillage 1D.

où

$$Dx = x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i \tag{3.1}$$

✓ **Principe des différences finies**

On calcule des approximations :

$$u_n^j \approx u(t_n, x_j) \tag{3.2}$$

On remplace les dérivées par des différences finies

$$\frac{\partial u}{\partial x}(t_n, t_j) \approx \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} \quad \text{ou bien} \quad \approx \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x} \quad \text{ou bien} \quad \approx \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} \tag{3.3}$$

✓ ***Avantages de la méthode***

- simplicité de mise en œuvre ;
- encombrement mémoire raisonnable (matrice de type bande) et temps de calcul raisonnable.

✓ ***Inconvénients de la méthode***

- le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation ;
- l'apparition d'instabilités numériques ;
- difficulté pour traiter les géométries plus complexes.

3.4. Comparaison entre les trois méthodes (MDF, MVF, MEF)

Cette introduction aux différences finies et volumes finis nous permet de remarquer que les différences finies sont particulièrement bien adaptées dans le cas de domaines rectangulaires ou parallèle lipidiques, pour lesquels on peut facilement définir des maillages structures (cartésiens dans le cas présent) c.à.d. dont on peut indexer les mailles par un ordre (i, j) naturel.

Dans le cas de domaines plus complexes, on maille souvent à l'aide de triangles et dans ce cas la méthode des différences finies ne se généralise pas facilement. On a alors recours soit aux volumes finis, dont on vient de donner le principe, soit aux ´éléments finis, que nous aborderons ultérieurement.

Par contre la méthode des éléments finis exploite des approximations d'intégrales et se fonde sur une formulation variationnelle .

3.5. Discrétisation des équations par la méthode des différences finie

Les équations de conservation munies des conditions aux limites appropriées sont discrétisées par la méthode des différences finies. Cette méthode est la plus ancienne des méthodes numériques. Elle s'avère la plus adaptée et la plus facile à utiliser pour les problèmes à géométrie simple. Cette méthode consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini suivant les deux directions de l'espace. Ainsi, chaque point est appelée nœud et peut être identifié par un couple d'indice(i, j).Les inconnues du problème, à savoir, la température, la concentration, la fonction de courant et la viscosité apparente sont calculées sur chaque nœud en résolvant les équations gouvernantes. Quant à la vitesse, elle est déduite de la fonction de courant.

L'équation d'énergie et l'équation de concentration sont discrétisées par un schéma centré du deuxième ordre en utilisant la forme conservatrice des termes convectifs.

Puis elles sont résolues numériquement par le biais de la méthode implicite aux directions alternées (A.D.I). modifiée par Peaceman et al[88]. Cette méthode très puissante est largement utilisée avec succès pour les problèmes de convection naturelle en régime transitoire. Quant à

l'équation de la mouvement , qui ne contient pas de termes transitoires, celle-ci est résolu par la méthode de sur-relaxation (S.O.R) [89]. À partir des champs de Température et de concentration déjà établis.

3.5.1. Discrétisation des équations de conservation

A l'intérieur du domaine, les dérivées partielles spatiales, apparaissant dans les équations adimensionnelles de conservation de mouvement d'énergie et de concentration sont discrétisées selon un schéma centré aux différences finies. Ce choix est lié à la nature du problème considéré où les informations sont connues à l'amont et à l'aval (cavité fermée).

A l'intérieur du domaine, les dérivées partielles de premier et deuxième ordre sont approchées selon un schéma centré aux différences finies :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x} \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y} \tag{3.4}$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \qquad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \tag{3.5}$$

En effectuant une combinaison linéaire des quatre équations précédentes, nous on obtient une approximation de la dérivée croisée à l'ordre 1 :

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}}{4(\Delta x)(\Delta y)} \tag{3.6}$$

où :

i et j sont les indices du point courant où l'on évalue la dérivée, (Δx) et (Δy) : représentent l'espacement entre deux nœuds voisins respectivement.

f : représente soit la température *T*, la concentration *C*, soit la fonction de courant ψ , ou soit la viscosité apparente μ .

<u>Les termes convectifs</u>

Les termes convectifs des équations de vorticité et d'énergie sont approximés comme suit :

$$\left(\frac{\partial uf}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} f_{i+1,j} - u_{i-1,j} f_{i-1,j}}{2(\Delta x)} \tag{3.7}$$

Les termes temporels

La dérivée temporelle est approximée par une discrétisation implicite du premier ordre, c'est-à-dire :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i,j}^{n+1} - f_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{3.8}$$

Les équations d'énergie et de concentration sont résolues numériquement par la méthode implicite aux directions alternées (A.D.I). Son principe consiste, comme son nom l'indique, à écrire au cours d'un premier demi pas de temps les équations de conservation dont les inconnues sont respectivement Ω, T et C de manière implicite dans la direction des x, puis implicite dans la direction des y au cours du second demi pas de temps, en utilisant à chacune de ces étapes les derniers résultats obtenus.

3.5.1.1. Discrétisation de l'équation d'énergie et l'équation de concentration

L'équation d'énergie et équation de concentration étant parabolique par rapport au temps et elliptique par rapport aux coordonnées spatiales, la méthode implicite aux directions alternées ADI est choisie comme outil de résolution. Compte tenu de l'équation de l'énergie et l'équation de concentration peuvent se réécrire de la façon suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \tag{3.9}$$

$$\varepsilon\frac{\partial S}{\partial t} + u\frac{\partial S}{\partial x} + v'\frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{Le}\nabla^2 S \tag{3.10}$$

Forme implicite en x et explicite en y :

On utilise une discrétisation implicite dans la direction x, en optant pour des différences centrées au temps $n+1/2$ pour les dérivées en x et au temps n pour les dérivées en y.

Chaque terme des deux équations est discrétisé comme suit :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j}^{n+1/2} - f_{i,j}^{n}}{\frac{\Delta t}{2}} \tag{3.11}$$

$$\left(\frac{\partial uf}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} f_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n} f_{i-1,j}^{n+1/2}}{2(\Delta x)} \tag{3.12}$$

$$\left(\frac{\partial (vf)}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} f_{i,j+1}^{n} - v_{i,j-1}^{n} f_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} \tag{3.13}$$

$$\left(\nabla^2 f\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j}^{n+1/2} - 2 f_{i,j}^{n+1/2} + f_{i-1,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{f_{i,j+1}^{n} - 2 f_{i,j}^{n} + f_{i,j-1}^{n}}{(\Delta y)^2} \tag{3.14}$$

On remplaçant les expressions (3.11) -(3.14) dans l'équation d'énergie et de concentration on obtient la forme discrète implicite en x sous la forme matérielle suivante :

$$A_i\ f_{i-1,j}^{n+1/2} + B_i\ f_{i,j}^{n+1/2} + C_i\ f_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i \tag{3.15}$$

Pour l'équation de l'énergie :

$$A_i = \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \qquad B_i = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta x)^2} \qquad C_i = \frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} \tag{3.16}$$

$$D_i = -\left[\frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j-1,}^{n}}{2(\Delta y)}\right] T_{i,j-1}^{n} + \left[\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta y)^2}\right] T_{i,j}^{n} + \left[\frac{-1}{(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j+1,}^{n}}{2(\Delta y)} + \right] T_{i,j+1}^{n} \tag{3.17}$$

Pour l'équation de concentration :

Les coefficients précédant prennent les valeurs suivantes :

$$A_i = \frac{u_{i-1,j}^{n}}{2(\Delta x)} + \frac{1}{Le(\Delta x)^2} \qquad Bi = \frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{-2}{Le(\Delta x)^2} \quad C_i = \frac{1}{Le(\Delta x)^2} - \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)} \tag{3.18}$$

$$D_i = -\left[\frac{1}{Le(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j-1,}^{n}}{2(\Delta y)}\right] S_{i,j-1}^{n} + \left[\frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{2}{Le(\Delta y)^2}\right] S_{i,j}^{n} + \left[-\frac{1}{Le(\Delta y)^2} + \frac{v_{i,j+1,}^{n}}{2(\Delta y)} + \right] S_{i,j+1}^{n} \tag{3.19}$$

Forme implicite en y et explicite en x :

C'est un schéma aux différences centrées au temps n pour les dérivées en x et au temps n+1 pour les dérivées partielles par rapport à y .les termes des équations d'énergie et de concentration seront discrétisées comme suit :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j}^{n+1/2} - f_{i,j}^{n}}{\frac{\Delta t}{2}} \tag{3.20}$$

$$\left(\frac{\partial (uf)}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} f_{i+1,j}^{n+1} - u_{i-1,j}^{n} f_{i-1,j}^{n+1}}{2(\Delta x)} \tag{3.21}$$

$$\left(\frac{\partial (vf)}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} f_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n} f_{i,j-1}^{n+1}}{2(\Delta y)} \tag{3.22}$$

$$\left(\nabla^2 f\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j}^{n} - 2 f_{i,j}^{n} + f_{i-1,j}^{n}}{(\Delta x)^2} + \frac{f_{i,j+1}^{n+1} - 2 f_{i,j}^{n+1} + f_{i,j-1}^{n+1}}{(\Delta y)^2} \tag{3.23}$$

On obtient alors la forme implicite en y suivant :

$$A_i' f_{i,j-1}^{n+1} + B_i' f_{i,j}^{n+1/2} + C_i' f_{i,j+1}^{n+1/2} = D_i' \tag{3.24}$$

Pour l'équation de l'énergie :

$$A_i' = \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \quad B_i' = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta y)^2} \quad C_i' = \frac{1}{(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} \tag{3.25}$$

$$D_i' = -\left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i-1,j,}^{n}}{2(\Delta x)}\right] T_{i-1,j}^{n} + \left[\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta x)^2}\right] T_{i,j}^{n} + \left[\frac{-1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i+1,j}^{n}}{2(\Delta x)} + \right] T_{i+1,j}^{n} \tag{3.26}$$

Pour l'équation de concentration :

$$A_i' = \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{Le(\Delta y)^2} \quad B_i' = \frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{-2}{Le(\Delta y)^2} \quad C_i' = \frac{1}{Le(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j-1}^{n}}{2(\Delta y)} \tag{3.27}$$

$$D_i' = -\left[\frac{1}{Le(\Delta x)^2} + \frac{u_{i-1,j,}^n}{2(\Delta x)}\right] S_{i-1,j}^n + \left[\frac{-2\varepsilon}{(\Delta t)} + \frac{2}{Le(\Delta x)^2}\right] S_{i,j}^n + \left[\frac{-1}{Le(\Delta x)^2} + \frac{u_{i+1,j}^n}{2(\Delta x)} + \right] S_{i+1,j}^n \quad (3.28)$$

En tenant compte de l'ensemble des nœuds on obtient un système d'équations dont la solution se ramène à l'inversion d'une matrice tridiagonale .le champ de Température, obtenu pour l'ensemble des nœuds du domaine, sera utilisé pour résoudre l'équation de mouvement.

3.5.1.2. Discrétisation de l'équation de mouvement

Chaque terme de l'équation de mouvement est discrétisé selon un schéma centré classique.

On trouve l'expression générale suivante :

$$\psi_{i,j}^{n+1} = a_1\left[T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}\right] + a_2\left[S_{i,j+1}^{n+1} - S_{i,j-1}^{n+1}\right] + b\left[\psi_{i+1,j}^{n+1} + \psi_{i-1,j}^{n+1}\right] + c\left[\psi_{i,j+1}^{n+1} + \psi_{i,j-1}^{n+1}\right] \quad (3.29)$$

avec a, b et c sont des constantes définis par :

$$a_1 = R_T \frac{\Delta y^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} \; a_2 = R_T \theta \frac{\Delta x^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} \; b = \mu_{cy} \frac{\Delta y^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} \; c = \mu_{cy} \frac{\Delta x^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} \quad (3.30)$$

La résolution de l'équation (3.29) se fait par la méthode de sur-relaxation (S.O.R) qui n'est qu'une méthode itérative de Gauss Seidel relaxée. À chaque nœud, les nouvelles valeurs de la fonction de courant sont relaxées de la manière suivante :

$$\psi_{i,j}^{l} = (1-\omega)\psi_{i,j}^{l} + \frac{\omega}{2\left(1+b^2\right)}\left(\psi_{i-1,j}^{l+1} + \psi_{i+1,j}^{l} + b^2\psi_{i,j-1}^{l+1} + b^2\psi_{i,j+1}^{l+1} + \Delta x^2 \Omega_{i,j}\right) \quad (3.31)$$

où : l'exposant l indique le nombre d'itération [2]

b : Représente le rapport : $\Delta x / \Delta y$

ω : Représente le coefficient de sur-relaxation, compris entre 1 et 2, son rôle est d'accélérer le processus de converge et donc diminuer le nombre d'itérations. Sa valeur optimale, pour un maillage rectangulaire uniforme, est donnée par les paramètres suivants :

$$\omega_{opt} = \frac{2}{\zeta^2}\left(1 - \sqrt{1-\zeta^2}\right) \quad (3.32)$$

avec:

$$\zeta = \frac{\cos(\pi/Nx) + b^2 \cos(\pi/Ny)}{1+b^2} \tag{3.33}$$

Nx, Ny : Désignent respectivement le nombre d'intervalles selon les directions des x et y .

A chaque pas de temps Δt, la fonction de courant ψ est déduite de la vorticité Ω , et comparée à celle obtenue de l'itération précédente. Cette opération est répétée jusqu'à ce que le critère de convergence ci-dessous soit satisfait :

$$\frac{\sum_{i,j} \psi_{i,j}^{l+1} - \sum_{i,j} \psi_{i,j}^{l}}{\sum_{i,j} \psi_{i,j}^{l}} \leq 10^{-8} \tag{3.34}$$

Après, les champs de vitesse et de viscosité apparente seront déduits :

$$u_{i,j}^{l+1} = \frac{\psi_{i,j+1}^{l+1} - \psi_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y} \tag{3.35}$$

$$v_{i,j}^{l+1} = \frac{\psi_{i-1,j}^{l+1} - \psi_{i+1,j}^{l+1}}{2\Delta x} \tag{3.36}$$

$$\eta_{i,j}^{l+1} = s + (1-s)\left[1 + \left(E\,\dot{\gamma}_{i,j}^{l+1}\right)^a\right]^{\frac{n-1}{a}} \tag{3.37}$$

avec:

$$\dot{\gamma}_{i,j}^{l+1} = 2\left(\left(\frac{u_{i+1,j}^{l+1} - u_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{v_{i,j+1}^{l+1} - v_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y}\right)^2\right) + \left(\frac{u_{i,j+1}^{l+1} - u_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y} + \frac{v_{i+1,j}^{l+1} - v_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 \tag{3.38}$$

3.5.2. Discrétisation des conditions aux limites

Les conditions aux limites de type Neumann sont discrétisées suivant un schéma décentré en amont ou en aval selon les conditions frontières considérées.

- ✓ **Amont :**

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i-2,j} + f_{i-1,j} + 3f_{i,j}}{2(\Delta x)}$$
$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j-2} + f_{i,j-1} + 3f_{i,j}}{2(\Delta y)} \quad (3.39)$$

- ✓ **Aval:**

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{4f_{i+1,j} - f_{i+2,j} - 3f_{i,j}}{2(\Delta x)}$$
$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{4f_{i,j+1} - f_{i,j+2} - 3f_{i,j}}{2(\Delta y)} \quad (3.40)$$

Les conditions aux limites sont discrétisées comme suit :

- Paroi horizontale inferieure ($y = -\frac{1}{2}$) :

$$u_{i,1} = v_{i,1} = \psi_{i,1} = 0, \quad \Omega_{i,1} = \frac{1}{2}\Omega_{i,2} - \frac{3}{(\Delta y)^2}\psi_{i,2} \quad (3.41)$$

$$T_{i,1} = \frac{4T_{i,2} - T_{i,3} + 2\Delta y}{3} \qquad S_{i,1} = \frac{4S_{i,2} - S_{i,3} + 2\Delta y}{3} \quad \text{(Type Neumann)} \quad (3.42)$$

- Paroi horizontale supérieure ($y = \frac{1}{2}$) :

$$u_{i,Nny} = v_{i,Nny} = \psi_{i,Nny} = 0, \quad \Omega_{i,Nny} = \frac{1}{2}\Omega_{i,Nny-1} - \frac{3}{(\Delta y)^2}\psi_{i,Nny-1} \quad (3.43)$$

$$T_{i,Nny} = \frac{4T_{i,Nny-1} - T_{i,Nny-2} - 2\Delta y}{3} \qquad S_{i,Nny} = \frac{4S_{i,Nny-1} - S_{i,Nny-2} - 2\Delta y}{3} \quad \text{(Type Neumann)} \quad (3.44)$$

- Sur la paroi verticale gauche ($x = -\frac{A}{2}$) :

$$u_{1,j} = v_{1,j} = \psi_{1,j} = 0, \; T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \quad \text{et} \quad S_{1,j} = \frac{4S_{2,j} - S_{3,j}}{3} \quad \text{(Adiabatique)} \quad (3.45)$$

- Sur la paroi verticale droite ($x = \frac{A}{2}$) :

$$u_{Nnx,j} = v_{Nnx,j} = \psi_{Nnx,j} = 0, \Omega_{Nnx,j} = \frac{1}{2}\Omega_{Nnx-1,j} - \frac{3}{(\Delta x)^2}\psi_{Nnx-1,j} \tag{3.46}$$

$$T_{Nnx,j} = \frac{4T_{Nnx-1,j} - T_{Nnx-2,j}}{3} \quad \text{et} \quad S_{Nnx,j} = \frac{4S_{Nnx-1,j} - S_{Nnx-2,j}}{3} \qquad \text{(Adiabatique)} \tag{3.47}$$

3.6. Algorithme de résolution

L'algorithme de calcul à chaque étape de temps se résume comme suit :

- Introduction des paramètres de contrôle
- Génération de maillage
- Calcul du facteur de sur-relaxation
- Initialiser les champs de la température, T, sur la concentration, S et de la fonction de courant, Ψ par l'utilisation de la solution au temps précèdent.
- Début de la boucle sur le temps.
- Résolution de l'équation de l'énergie par la méthode ADI et calcul du champ de température.
- Résolution de l'équation de concentration par la méthode ADI et calcul le champ de concentration.
- Résolution de l'équation de mouvement par la méthode SOR et calcul du champ de la fonction du courant.
- Calcul du champ de la fonction de courant par la méthode S.O.R.
- Détermination du champ de vitesse (u, v) à partir de la fonction de courant.
- Fin de la boucle sur le temps, quand le critère de convergence suivant est Satisfait :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-8} \tag{3.49}$$

Pour accélérer la convergence du programme et éviter la divergence de la solution à chaque pas de temps, nous avons utilisé la technique de sous-relaxation. Pour minimiser le temps de calcul.

- ✓ Stockage des Résultats.
- ✓ Fin du programme.

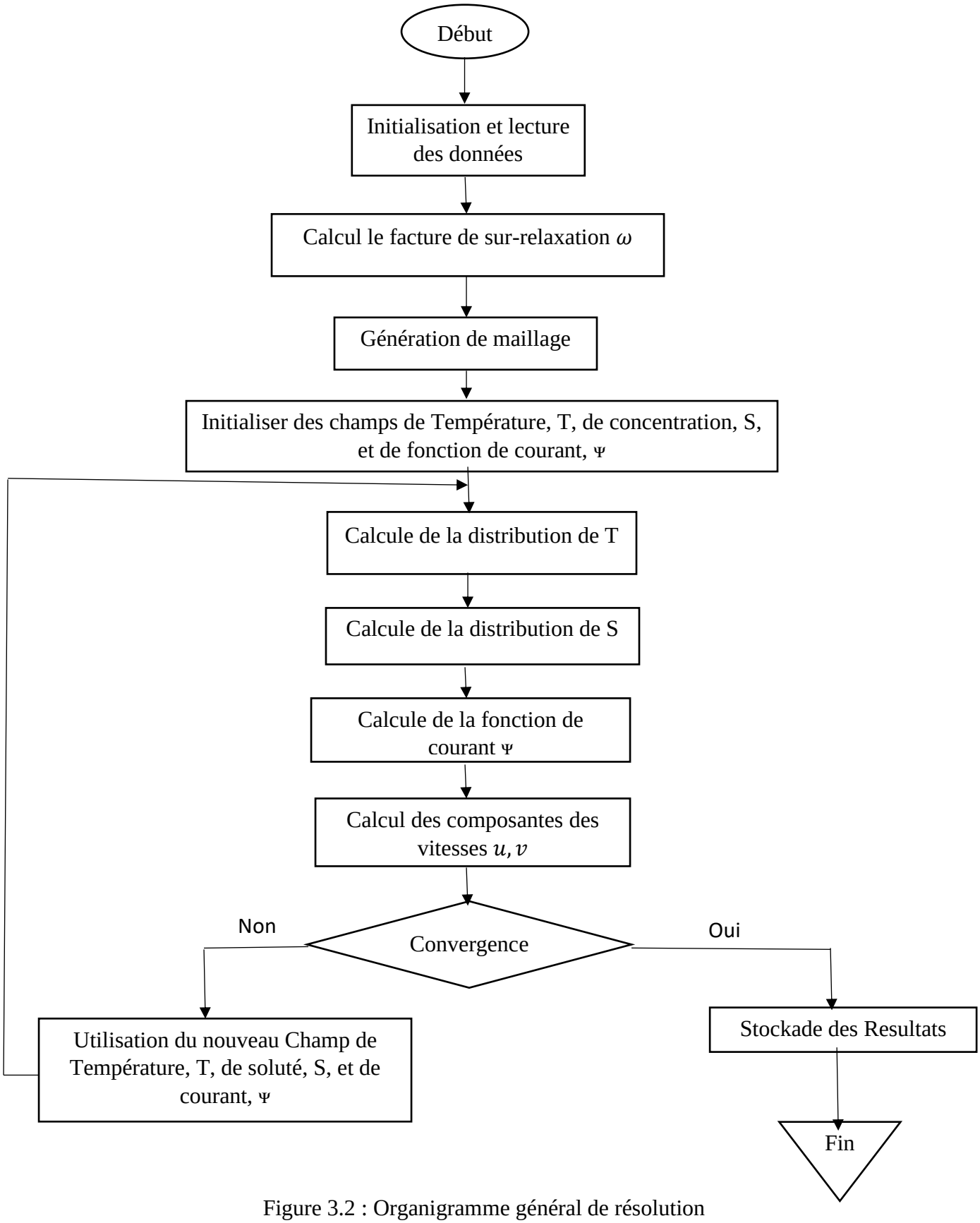


Figure 3.2 : Organigramme général de résolution

Chapitre IV

Solution Analytique

Pour la convection à double diffusion dans une cavité horizontale ayant un rapport d'aspect important, plusieurs auteurs ont développé une solution analytique approximative basée sur l'approximation d'écoulement parallèle. Pour notre problème l'écoulement convectif dans la région centrale de l'enceinte est supposé parallèle aux parois horizontales. Ainsi, la composante de vitesse verticale est négligée et la composante de vitesse horizontale ne dépend que de y.

4.1 Solution analytique des équations gouvernantes

La fonction du flux, la température et la concentration peuvent être approximées et écrites comme suit :

$$\psi(x,y) \approx \psi(y)\,,\; T(x,y) \approx C_T x + \theta_T(y) \;\text{ et}\; S(x,y) \approx C_S x + \theta_S(y)\,, \tag{4.1}$$

où C_T et C_S sont respectivement, les gradients de température et de concentration inconnus dans la direction x.

On substituant les équations (4.1) dans (2.23)-(2.25), le système d'équations différentielles ordinaires obtenu:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\mu_{CY}\,\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}y}\right) = -R_T\,(C_T + \varphi C_S) \tag{4.2}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}y^2} = C_T\,\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}y} \tag{4.3}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 S}{\mathrm{d}y^2} = Le^{-1} C_S\,\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}y} \tag{4.4}$$

L'équation de la viscosité apparente (μ_{CY}) est donnée par :

$$\mu_{CY}(\dot{\gamma}) = s + (1-s)\left[1 + (\lambda_{CY}\,|\dot{\gamma}|)^a\right]^{(n-1)/a} \tag{4.5}$$

L'équation du taux de cisaillement ($\dot{\gamma}$) est donnée par :

$$\dot{\gamma} = \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right| \tag{4.6}$$

L'approximation d'écoulement parallèle n'est applicable que dans la région centrale de l'enceinte. Evidemment, avec cette approximation, la condition aux limites dans la direction x ne peut pas être satisfaite. Les équilibres d'énergie et de soluté, dans un volume de contrôle arbitraire sont considérés pour découvrir les deux constantes et compenser l'application des conditions aux limites des parois d'extrémité. Ci-après (Trevisan et Bejan [90]), la chaleur et le transport des espèces à travers n'importe quelle section transversale, sont donnés par:

$$C_T = 2\int_0^{1/2} u(y)\theta_T(y)dy \text{ et } C_S = 2Le\int_0^{1/2} u(y)\theta_S(y)dy \tag{4.7}$$

Lorsque la viscosité apparente était supposée constante l'effet d'extrémité de cavité devient de plus en plus négligeable. Pour cette situation, il est possible de résoudre analytiquement le système d'équations différentielles obtenues.

Par conséquent l'équation de mouvement, Eq. (4.2), a été réduit:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \psi}{\mathrm{d}y^2} = -\Re \tag{4.8}$$

où: $\Re = R_T (C_T + \phi C_S) / \mu_{CY}$ (4.9)

La solution de l'équation. (4.8), satisfaisant les conditions aux limites définies dans les équations (2.10) et (2.11), s'obtient comme suit:

$$\psi(y) = \Re\left(\frac{1}{8} - \frac{y^2}{2}\right) \tag{4.10}$$

De l'équation. (4.10), le champ de vitesse, dérivé de la fonction de courant est donné par l'expression suivante:

$$u(y) = -\Re y \tag{4.11}$$

De l'équation (2.27), la viscosité apparente peut s'écrire comme suit:

$$\mu_{CY} = s + (1-s)\left[1 + (\lambda_{CY} \left|\Re\right|)^{a}\right]^{n-1/a} \tag{4.12}$$

Lors de la résolution (4.3) et (4.4), les profils de température et de concentration sont obtenus par les solutions suivantes:

$$T(x, y) = C_T x - C_T \Re\left(\frac{y}{8} - \frac{y^3}{6}\right) - y \tag{4.13}$$

$$S(x, y) = C_S x - LeC_S \Re\left(\frac{y}{8} - \frac{y^3}{6}\right) - y \tag{4.14}$$

Après avoir remplacé les profils de température, de concentration et de vitesse, dans l'équation précédente (4.7) et avoir effectué les intégrales résultantes, on constate que les gradients constants de température et de concentration le long de la direction x, respectivement, sont exprimés comme suit:

$$C_T = \frac{10\Re}{120 + \Re^2} \qquad \text{et} \qquad C_S = \frac{10Le\,\Re}{120 + Le^2\Re^2} \tag{4.15}$$

Les équations (4.15) ont été résolues numériquement en utilisant la méthode de Newton Raphson.

Selon les profils de température et de concentration, les expressions de nombres du Nusselt local, et Sherwood, sont réduits à:

$$Nu = \frac{12\Re^2 + 1440}{2\Re^2 + 1440} \qquad \text{et} \qquad Sh = \frac{12\Re^2 Le^2 + 1440}{2\Re^2 Le^2 + 1440} \tag{4.16}$$

En remplaçant les expressions ci-dessus de C_T et C_S (4.15), dans l'expression de $\Re = R_T (C_T + \varphi C_S) / \mu_{CY}$, on obtient l'expression polynomiale suivante:

$$\frac{10R_T\Re}{\mu_{CY}}\left[\frac{1}{120 + \Re^2} + \varphi\frac{Le}{120 + Le^2\Re^2}\right] - \Re = 0 \tag{4.17}$$

Le seuil pour le début du mouvement, exprimé en termes du nombre de Rayleigh R_{TC}^{sup} supercritique, est obtenu avec la limite $\mathscr{R} \to 0$, et le nombre de Rayleigh R_{TC}^{sous} sous-critique, et les deux points de retournement (R_{TC}^{tur1} et R_{TC}^{tur2}) sont obtenus en dérivant l'équation (4.17) par rapport à R_T la condition au limite $\mathrm{d}\mathscr{R} / \mathrm{d}R_T = \infty$ au point de nœud de selle. Les nombres critiques de Rayleigh sont exprimés comme suit:

$$R_{TC}^{sup} = \frac{\mu_{CY} R^{sup}}{1 + \varphi Le} \tag{4.18}$$

$$R_{TC}^{sous}(R_{TC}^{tur1,2}) = \frac{\mu_{CY}^2 \hbar^2 \ell^2}{10\lambda} \tag{4.19}$$

où :

$$\begin{aligned} \lambda = -\lambda_{CY}(n-1)(1-s)(\lambda_{CY}|\mathscr{R}|)^{a-1}\left[1+(\lambda_{CY}|\mathscr{R}|)^a\right]^{\chi}(\ell\hbar + \varphi Le\hbar^2)\ell\mathscr{R} + \\ \mu_{CY}\left[\ell^2(120-\mathscr{R}^2) + \varphi\hbar^2 Le(120-\mathscr{R}^2 Le^2)\right] \\ \hbar = 120+\mu_{CY}^2\ ,\quad \ell = 120+Le^2\mu_{CY}^2\ ,\quad \chi = \frac{n-1}{a}-1 \end{aligned} \tag{4.20}$$

4.2. Effet de maillage

Pour un calque horizontal infini, la constante R^{sup}, dans l'équation. (4.18), est calculé avec précision est donné par $R^{sup} = 12$. Ce résultat est indépendant du type de conditions aux limites thermiques et solutales imposées aux parois horizontales du système.

Il est évident que la précision des résultats numériques est liée à la taille du maillage. Le choix de ce dernier dépend des valeurs des paramètres de contrôles. Pour optimiser le temps de calcul et préserver la précision de la solution numérique, L'approximation du flux parallèle est comparée à la sensibilité de la solution numérique au maillage dans le tableau 1 pour A = 10, R_T = 50, Le = 5, φ = −0,1, n = 0,4, λ_{CY} =0,1, a = 2 et $s = 10^{-2}$

D'après ce tableau, il est justifié de prendre un maillage uniforme de 100×200 pour modéliser convenablement l'écoulement et le transfert de chaleur au sein de la cavité considérée.

Le pas de temps considéré dépend aussi des valeurs des paramètres de contrôle et il est compris entre : $10^{-6} \leq \Delta t \leq 10^{-4}$.

Tableau4.1 : Sensibilité de la solution numérique au maillage

	Solution numérique				Solution analytique
$N_x \times N_y$	60×120	80×160	100×200	120×240	
Ψ_0	1.379	1.389	1.396	1.399	1.395
Nu	1.714	1.728	1.736	1.739	1.737
Sh	4.824	4.919	4.973	5.005	5.061
μ	0.789	0.787	0.786	0.786	0.786

Chapitre V
Résultats et Discutions

Les résultats présentés dans ce chapitre se concentrent sur l'effet des paramètres de carreau yassuda sur le flux convectif également sur le taux de transfert de chaleur et de masse et près de début de la convection et sur le seuil de convection sous-critique ainsi que surstable et supercritique, jusqu'à Bifurcation de Hopf. L'effet des paramètres directeurs sur la chaleur convective et le transfert de masse, tel que prédit par l'approximation d'écoulement parallèle non linéaire, est maintenant comparé aux résultats des solutions numériques obtenus en résolvant les équations directrices complètes. Les nouveaux résultats les plus importants et à signaler ici est l'existence d'un régime de bistabilité, se produit entre les deux seuils, induit principalement par l'effet des paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda dans l'écoulement convectif à travers des milieux poreux saturés par un fluide fluidifiant par cisaillement, à savoir n ,$\lambda_{CY}, s\ et\ a.$ Les résultats analytiques et numériques rapportés dans cette étude couvrent la plage $10^0 \leq R_T \leq 10^2, 10^{-2} \leq Le \leq 10^3, -0.6 \leq \varphi \leq 0.8\ ,0 \leq \varepsilon \leq 1,\ 0 \leq \lambda_{CY} \leq 10,1 \leq a \leq 10$ et $0 \leq s \leq 10$.

5.1. Effet de l'indice de loi de puissance, *n*, sur la vitesse horizontale, viscosité apparente, la température et la concentration

La Comparaison supplémentaire entre les profils analytiques, basés sur l'approximation d'écoulement parallèle, et les solutions numériques pour la composante de vitesse horizontale u ,température T, concentration S, et viscosité apparente μ_{CY} , respectivement, à mi-largeur de la couche poreuse (c.-à-d. x = 0) sont illustrés sur les Figures.5.1 (a) - (d). Les résultats ont été obtenus pour, $R_T = 50$, $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $\varepsilon = 1$,et diverses valeurs de l'indice de loi de puissance n. D'après ces figures, il est clair que la solution d'écoulement parallèle qui est représentée en traits pleins est en excellent accord avec la solution numérique, présentée par des cercles pleins. La figure 5.1 (a) indique les profils verticaux de la vitesse horizontale u , est symétrique par rapport à y. La vitesse est maximale sur la paroi ($y = \pm 0.5$) où l'amincissement par cisaillement est annulé car les forces de flottabilité sont égales et opposées. De plus, la vitesse u , diminue brusquement de la forme $(u = u_{max})$ au niveau ($y = -0.5$) de la paroi vers le centre de la cavité ($y = 0$), puis redescend à

($u = -u_{max}$) vers la paroi ($y = 0.5$). En augmentant la valeur de l'indice de loi de puissance n, on voit que la vitesse au voisinage des parois est considérablement réduite, car le fluide devient de plus en plus fluidifié par cisaillement ($n < 1$). L'effet de n, sur la température et les profils de concentration est illustré sur les Figure.5.1 (b) et (c). L'évolution des profils de température et de concentration est assez similaire à celle présentée sur la figure 5.1 (a) lors de l'étude de l'évolution de u. Il est vu des Figures. 5.1 (b) et (c) la température et la concentration à proximité des parois pleines sont favorisées avec une augmentation de l'indice de loi de puissance, n. De plus, la différence de température (concentration) entre le long des parois verticales ($y = \pm 0.5$) diminue avec la diminution n, provoquant une augmentation significative des taux de transfert de chaleur convective (Nu) et de masse (Sh). Selon l'équation de de viscosité (4.12) on voit sur la figure 5.1(d) que la viscosité apparente, μ_{CY}, reste constante car la vitesse de cisaillement reste constante à travers la couche le long des axes Verticaux.

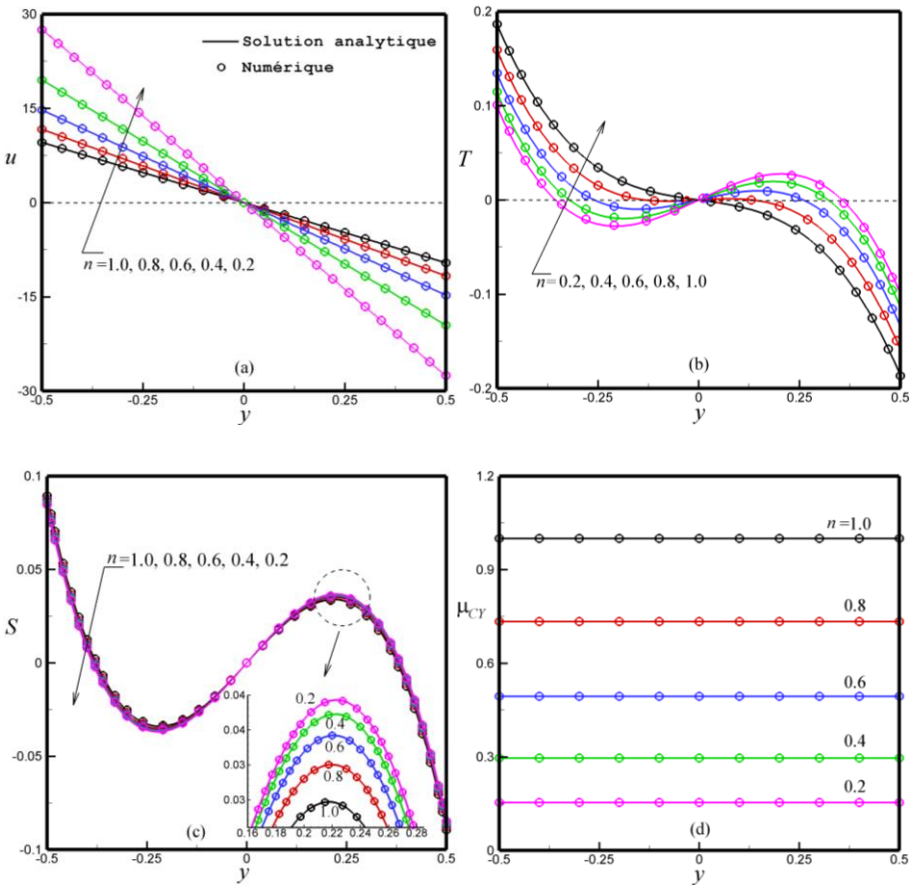


Figure.5.1 : Effet de l'indice de loi de puissance, n , sur (a) vitesse horizontale, u , (b) température, *T*, (c) concentration, S , et (d) viscosité apparente, μ_{CY} , profils à mi-largeur de la couche poreuse (x = 0) pour $R_T = 50$, $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$.

5.2. Influence du nombre de Lewis, *Le*, sur le nombre de Rayleigh sous-critique R_{TC}^{sous} et le nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup}

L'influence du nombre de Lewis, Le , sur le nombre de Rayleigh sous-critique R_{TC}^{sous} , est représentée sur la figure 5.2 (a) pour $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\varphi = -0.1$, $\varepsilon = 1$ et diverses valeurs de l'indice de loi de puissance, n . Les résultats, représentés par des lignes pleines dans le graphique, correspondent aux seuils d'un unicellulaire sous-critique, R_{TC}^{sous} , Eq. (4.19), et les lignes pointillés correspondent au nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup} , Eq. (4.18).de $n = 1$ Pour la même évolution des nombres critiques de Rayleigh (R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{sup}) avec le nombre de Lewis a été rapporté par (Rebhi et al [59]). Les graphiques illustrent clairement que le nombre de Lewis à un effet dominant sur les nombres critiques de Rayleigh (R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{sup}). On observe que, lorsque le nombre de Lewis diminue de 10^3 à 2.16, le nombre de Rayleigh sous-critique, R_{TC}^{sous} , augmente, recherche un pic R_{TC}^{sous} =16, à $Le = 3.2$, puis diminue vers $R_{TC}^{sous} = R_{TC}^{sup}$ =15.32comme $Le \to Le_C(2.16)$. En dessous de cette valeur ($Le \le Le_C(2.16)$), la convection sous-critique n'est pas possible. Cela découle du fait que lorsque le nombre de Lewis est suffisamment petit, le processus de transfert de masse à travers la couche poreuse est régi par une diffusion pure. Le début du mouvement est alors supercritique (R_{TC}^{sup}) dans la gamme ($Le_C(2.16) \le Le \le 10^{-2}$). Une diminution de l'indice de loi de puissance, n , à partir de($1 \le n \le 0.2$) conduit en réponse comme illustré sur la figure 5.2 (a). Les graphes indique que pour une valeur donnée du nombre de Lewis, le nombre de Rayleigh sous-critique en continu avec une diminution de n . On constate que les pics de R_{TC}^{sous} , pour différentes valeurs de n , varient considérablement. Ainsi pour $n = 1$, le pic se produit à peu près $Le = 3.2$ tandis que pour $n = 0.2$ qu'il se produit à environ $Le = 1.6$. Enfin, on observe que l'indice de loi de puissance, n , affecte également la plage d'occurrence de Le_C . La figure 5.2 (b) montre la variation du nombre critique

de Lewis Le_C en fonction de n . On constate que ,si en diminuant l'indice de loi de puissance entre ($0.56 \le n \le 1$), le nombre critique de Lewis Le_C diminue brusquement. En dessous $n \le 0.56$, le seuil de convection supercritique (R_{TC}^{sup}) disparaît complètement et le seul nombre de Rayleigh critique existant est le sous-critique (R_{TC}^{sous}), comme illustré sur la figure 5.2(a) pour $n = 0.4$ et 0.2.

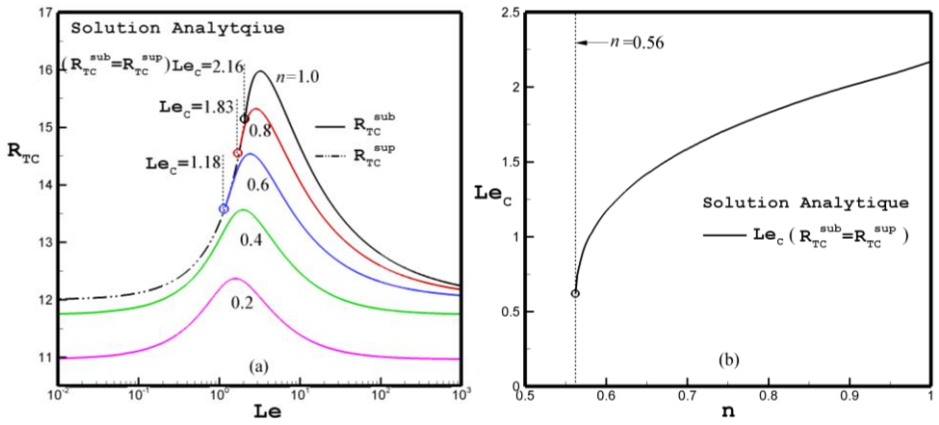
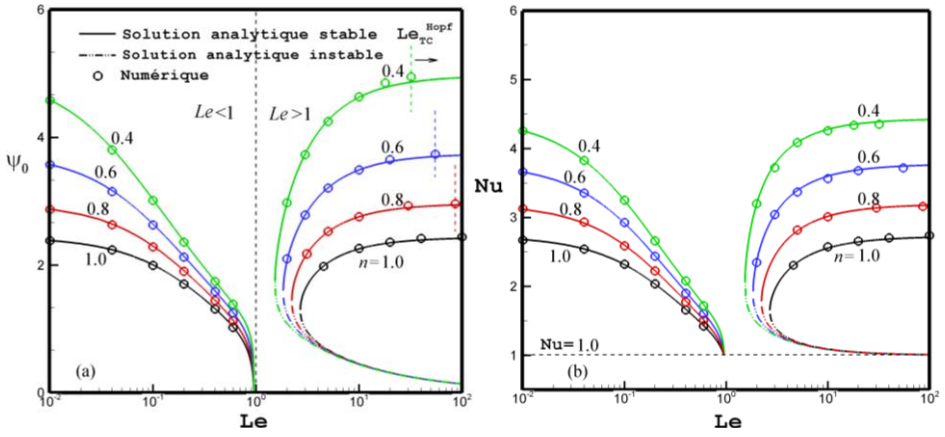


Figure 5.2 : Nombre de Rayleigh sous-critique, R_{TC}^{sous} , et nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup} , en fonction du nombre de Lewis Le , et diverses valeurs de l'indice de loi de puissance, n , pour $\varphi = -0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$ et $s = 10^{-2}$.

5.3. Effet du nombre de Lewis, *Le,* et de l'indice de loi de puissance, *n,* sur l'apparition de la convection

Les Figures 5.3 (a) - (d) montre la dépendance de la fonction du courant au centre de la cavité, ψ_0 , le nombre de Nusselt, Nu , le nombre de Sherwood Sh , et la viscosité apparente, μ_{CY} , sur Le et n pour $R_T = 50$, $\varphi = -0.8$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$. À partir des Figures 5.3 (a) - (d) on l'observe clairement pour $Le < 1$ la seule solution possible est stable. Très loin du début de la convection, une petite valeur de l'indice de loi de puissance n , induit un écoulement oscillatoire. Les résultats montrent que pour $n = 0.4$ et $Le > 32$, la force de la convection devient assez grande, ce qui a finalement donné lieu à un écoulement oscillant. Ainsi, le graphique indique que dans la gamme ($0.95 \le Le \le 1.53$) l'état de repos prévaut puisque, pour cette plage de nombre de Lewis $R_T = 50$, est inférieur au nombre de Rayleigh sous-critique (R_{TC}^{sous}), pour le début du mouvement

convectif. A $Le = 1.53$ et 0,95, la bifurcation du régime conducteur au régime convectif se produit ($\psi_0 = 1.74$, $Nu = 2.06$, $Sh = 2.93$ et $\mu_{CY} = 0.52$ pour $Le = 1.53$ et $\psi_0 = 0.00$, $Nu = Sh = \mu_{CY} = 1.00$ pour $Le = 0.95$). L'effet du nombre de Lewis sur le flux convectif, les taux de transfert de chaleur et de masse et la viscosité apparente est clairement illustré dans le graphique. En général, on le voit sur les Figures. 5.3 (a) et (b) que, à mesure que le nombre de Lewis augmente (diminue) au-dessus (en dessous) $Le = 1.53$ (0.95), la force du mouvement convectif et le taux de transfert de chaleur augmentent progressivement puis tend asymptotiquement vers une valeur constante comme $Le \to \infty$ et $Le \to 0$, et cela dépend de l'indice de loi de puissance n . Cependant, il est clair d'après la figure 5.3 (c) que, pour $Le < 1$, c'est-à-dire, à mesure que le nombre de Lewis diminue de (0.95 à 10^{-2}), le taux de transfert de masse (Sh) augmente d'abord, passe par un pic et commence à diminuer vers $Sh = 1$, où cette valeur n'est pas affectée par l'indice de loi de puissance, n . Pour cette situation, s'explique par le fait que le coefficient de diffusion de masse devient important et que le champ de concentration des espèces est dominé par la diffusion. Comme on peut l'observer sur les Figures. 5.3 (b) et (c) lorsque le nombre de Lewis est inférieur à l'unité ($Le < 1$), le transfert de chaleur est dominant par rapport le transfert de masse. Cependant, lorsque le nombre de Lewis est supérieur à l'unité ($Le > 1$), la composante de diffusion la plus rapide est la chaleur et le transfert de masse est dominé par la convection. L'effet de la diminution de la valeur de l'indice de loi de puissance, n , est représenté sur les Figures 5.3 (a) - (d). Comme déjà discuté sur la figure 5.1, toute diminution de l'indice de loi de puissance provoquait une diminution de la viscosité apparente μ_{CY} , dont le rôle principal était de réduire la résistance visqueuse et d'améliorer l'écoulement convectif.



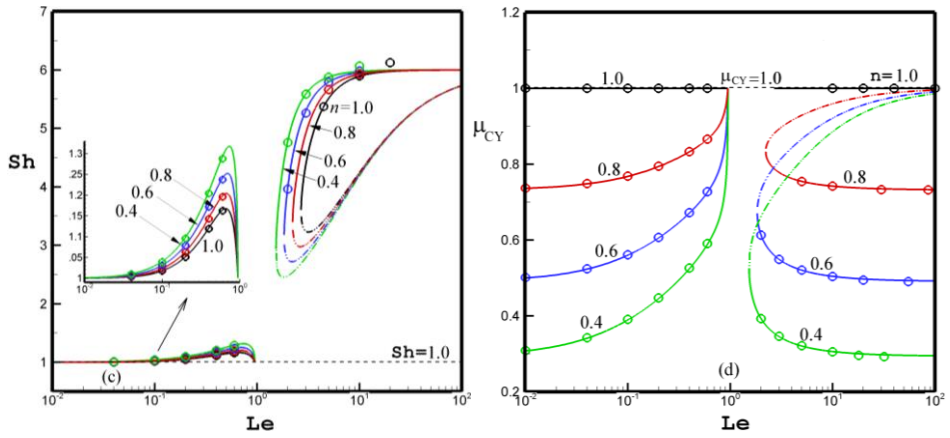


Figure.5.3 :Effet du nombre de Lewis` $Le$ ` et de l'indice de loi de puissance` $n$ ` sur **(a)** l'intensité du débit ψ_o, **(b)** le nombre de Nusselt` $Nu$ ` **(c)** le nombre de Sherwod` $Sh$ ` et **(d)** la viscosité apparente` $\mu_{CY}$ ` pour $R_T = 50$, $\varphi = -0.8$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$.

5.4. Effet de Taux de flottabilité,φ, et indice de loi de puissance,n, sur les nombres de Rayleigh critiques, R_{TC}^{sup} R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{tur}

La figure 5.4 montre la variation des nombres de Rayleigh critiques R_{TC}^{sous}, R_{TC}^{tur} et R_{TC}^{sup} avec le rapport de flottabilité φ pour $Le = 5$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, et $s = 10^{-2}$. Le graphique indique que dans la gamme ($-0.1 \le \varphi \le 0.1$), le nombre de Rayleigh sous-critique, R_{TC}^{sous}, diminue avec le rapport de flottabilité croissant, φ, pour différentes valeurs de n, donc le rapport de flottabilité à un effet déstabilisant. A $\varphi = 0$ On constate que, et ceci indépendamment de la loi de puissance $R_{TC}^{sous} = R_{TC}^{sup}$ =12, l'indice varie entre $n = 1$ et 0,6. En continuant à diminuer la valeur de l'indice de loi de puissance n, et à augmenter la valeur du rapport de flottabilité $\varphi > 0$, il apparaît clairement que le phénomène de bistabilité se produit quel que soit l'indice de loi de puissance, n. Cependant, on peut voir que l'étendue de la région de bistabilité dépend de l'indice de loi de puissance, n. Cette région survient lorsque le système à deux solutions en régime permanent se produisant dans les mêmes conditions. Dans cette situation, une région de bistabilité se produit entre les deux points tournants du nœud de celle R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{tur}, comme illustré dans le zoom présenté sur la figure 5.4. Des résultats similaires ont été rapportés par (Rebhi et al [59]). Les résultats indique que, pour le cas où $n = 0.1$, dans la gamme ($-0.1 \le \varphi \le 0.035$), le nombre de Rayleigh sous-critique (R_{TC}^{sous}) est le

nombre de Rayleigh critique inférieur, c'est-à-dire ($R_{TC}^{sous} < R_{TC}^{sup} < R_{TC}^{tur}$), de sorte que le début du mouvement est sous-critique $R_T \geq R_{TC}^{sous}$.

5.5. Effet de nombre de Rayleigh critique, R_T, et le taux de flottabilité, φ, sur l'apparition de la convection

Comme illustrée dans les Figures. 5.5 (a) - (d) pour la valeur de $\varphi = -0.01$, le nombre de Rayleigh critique pour le mouvement, tel que prédit par les équations. (4.18) et (4.19), sont donnés par R_{TC}^{sous} =10.50 et R_{TC}^{sup} =12.64. Dans le graphique, la solution représentée par la ligne continue, appelée solution stable. Ce n'est pas le cas de la ligne point-point-pointillé, reliant le nombre de Rayleigh sous-critique et supercritique, qui correspond à une solution instable. À $\varphi = 0.035$, il est trouvé $R_{TC}^{sous} = R_{TC}^{sup}$ =10.12. En continuant à augmenter la valeur de φ , on observe que, dans l'intervalle ($0.035 \leq \varphi \leq 0.082$), l'existence du phénomène de bistabilité, où la région de bistabilité est délimitée par la zone hachurée. Pour cette situation, la courbe de bifurcation se compose d'une branche inférieure et d'une branche supérieure qui existe pour, comme illustré sur les Figures.5.5 (a) - (d) $\varphi = 0.04$. Pour cette valeur, la courbe de bifurcation résultante est considérée comme assez particulière et les débuts de mouvement sont donnés par $R_{TC}^{sup} = 10$, R_{TC}^{sous} =10.17et $R_{TC}^{tur} = 10.47$. Les graphes indiquent l'existence de deux branches différentes stables, représentées par des lignes pleines. La branche supérieure, à partir de R_{TC}^{sous} , est la branche standard observée est la bifurcation sous-critique tandis que la branche inférieure stable R_{TC}^{sup} , qui commence à correspond à une bifurcation supercritique. Cependant, on observe que la branche stable inférieure n'existe que dans la gamme ($R_{TC}^{sup} \leq R_T \leq R_{TC}^{tur}$), où R_{TC}^{tur} correspondent à un point tournant de selle-nœud. Ces deux solutions ont la même structure d'écoulement mais des intensités d'écoulement différentes, et présentent des taux de transfert de chaleur et de masse différents. Ces deux solutions sont généralement reliées par une troisième solution instable. Ce point est confirmé par les résultats numériques obtenus dans la zone de convection de bistabilité qui sont présentés dans le graphique par des symboles pleins.

5.6. Structure de l'écoulement

Les figures 5.6 (a) et (b) illustrent les lignes de courant, ψ , isothermes T , isoconcentration S et viscosité apparente μ_{CY} ,obtenues pour $R_T = 10.4$ et $\varphi = 0.04$ .Des conditions initiales appropriées ont dû être spécifiées pour simuler les deux solutions stables différentes. La solution présentée sur la figure 5.6 (a), qui correspond à la branche inférieure, est obtenue en commençant les calculs numériques en utilisant l'état de repos ($\psi_0 = 0$) comme condition initiale. Cependant, la solution correspondant à la branche supérieure, la figure 5.6 (b), ne peut être obtenue qu'en suivant la boucle d'hystérésis indiquée par les flèches, comme illustré dans le petit encart inclus dans le graphique. Les résultats obtenus pour $\varphi = 0.082$ indiquent que la condition est atteinte. Pour $0.082 \le \varphi \le 0.1$, le seul nombre de Rayleigh critique existant est le supercritique R_{TC}^{sup} , comme illustré sur la figure 5.5 (a) pour $\varphi = 0.1$. On observe que l'apparition d'un mouvement régulier n'est pas sous-critique, mais plutôt supercritique. La bifurcation de type fourche qui en résulte caractérisée par une transition de l'état de repos $(\psi_0 = 0)$ au régime convectif, prendre la place à un nombre de Rayleigh supercritique de $R_{TC}^{sup} = 8$.

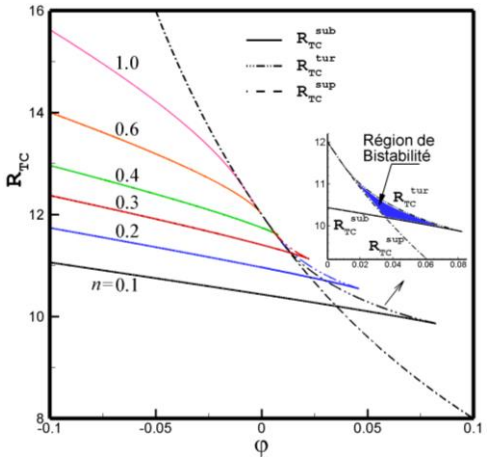


Figure. 5.4 : Effet de Taux de flottabilité, φ , et indice de loi de puissance, n , sur les nombres de Rayleigh critiques R_{TC}^{sup} , R_{TC}^{sous} et R_{TC}^{tur} pour $Le = 5$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$ et $s = 10^{-2}$.

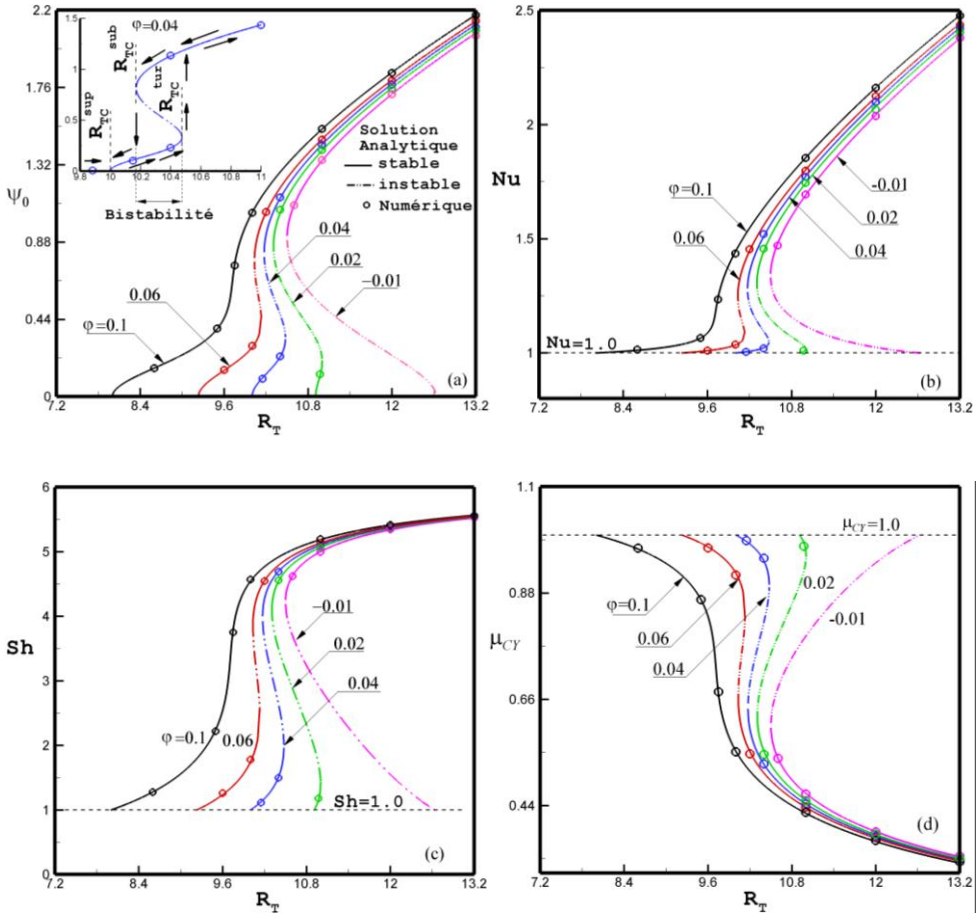
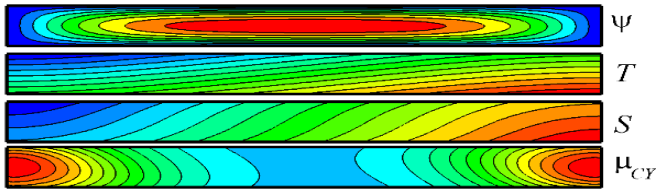
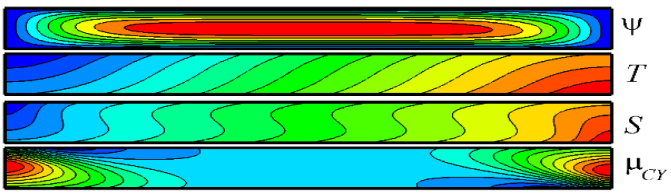


Figure. 5.5 : Diagramme de bifurcation en fonction de R_T et φ pour $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $S = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$, **a)** intensité du débit , **(b)** nombre de Nusselt Nu , **c)** nombre de Sherwood Sh et (d) viscosité apparente μ_{CY}



(a)



(b)

Figure. 5.6 :Contours du cours d'eau ψ, température, T, concentration, S, et la viscosité apparente, μ_{CY}, pour $R_T = 10.4$, $\varphi = 0.04$, $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ and $\varepsilon = 1$: **(a)** $\psi_0 = 0.214$, $Nu = 1.020$, $Nu_m = 1.012$, $Sh = 1.460$, $Sh_m = 1.298$, $\mu_{CY} = 0.952$; **(b)** $\psi_0 = 1.141$, $Nu = 1.518$, $Nu_m = 1.379$, $Sh = 4.687$, $Sh_m = 4.047$, $\mu_{CY} = 0.521$.

5.7. Effet de l'indice de loi de puissance, *n*, sur la région de bistabilité

Une vue plus complète de l'effet de l'indice de loi de puissance, n sur la région de bistabilité est illustrée à la Figure.5.7 pour $Le = 5$, $\varphi = 0.02$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$. Les résultats sont obtenus pour des valeurs de l'indice de loi de puissance, *n*, comprises entre ($0.1 \le n \le 1$). Les graphes indique que les résultats sont qualitativement similaires à ceux obtenus sur la figure 5.5 lors de l'étude de l'effet du taux de flottabilité, φ. Ainsi, en diminuant la valeur de l'indice de loi de puissance, n, on voit que les courbes de bifurcation évoluent d'un comportement sous-critique à un comportement supercritique. Comme déjà mentionné, le nombre de Rayleigh supercritique, R_{TC}^{sup}, n'est pas affecté par l'indice de loi de puissance, n. Pour les valeurs des paramètres directeurs considérés ici, le nombre de Rayleigh supercritique est donné par $R_{TC}^{sup} = 10.90$ .Pour les valeurs intermédiaires de l'indice de loi de puissance n, Les courbes de bifurcation indiquent l'apparition de branches supercritiques et sous-critiques stables reliées par une branche instable. Ce point est illustré par la courbe pour $\varphi = 0.04$ représenter sur la figure 5.5, montrant à nouveau la région où la convection de bistabilité se produit. Un diagramme de bistabilité ($R_{TC} - n$) est illustré sur la figure 5.7(e), où la région de bistabilité est délimitée par la zone hachurée.

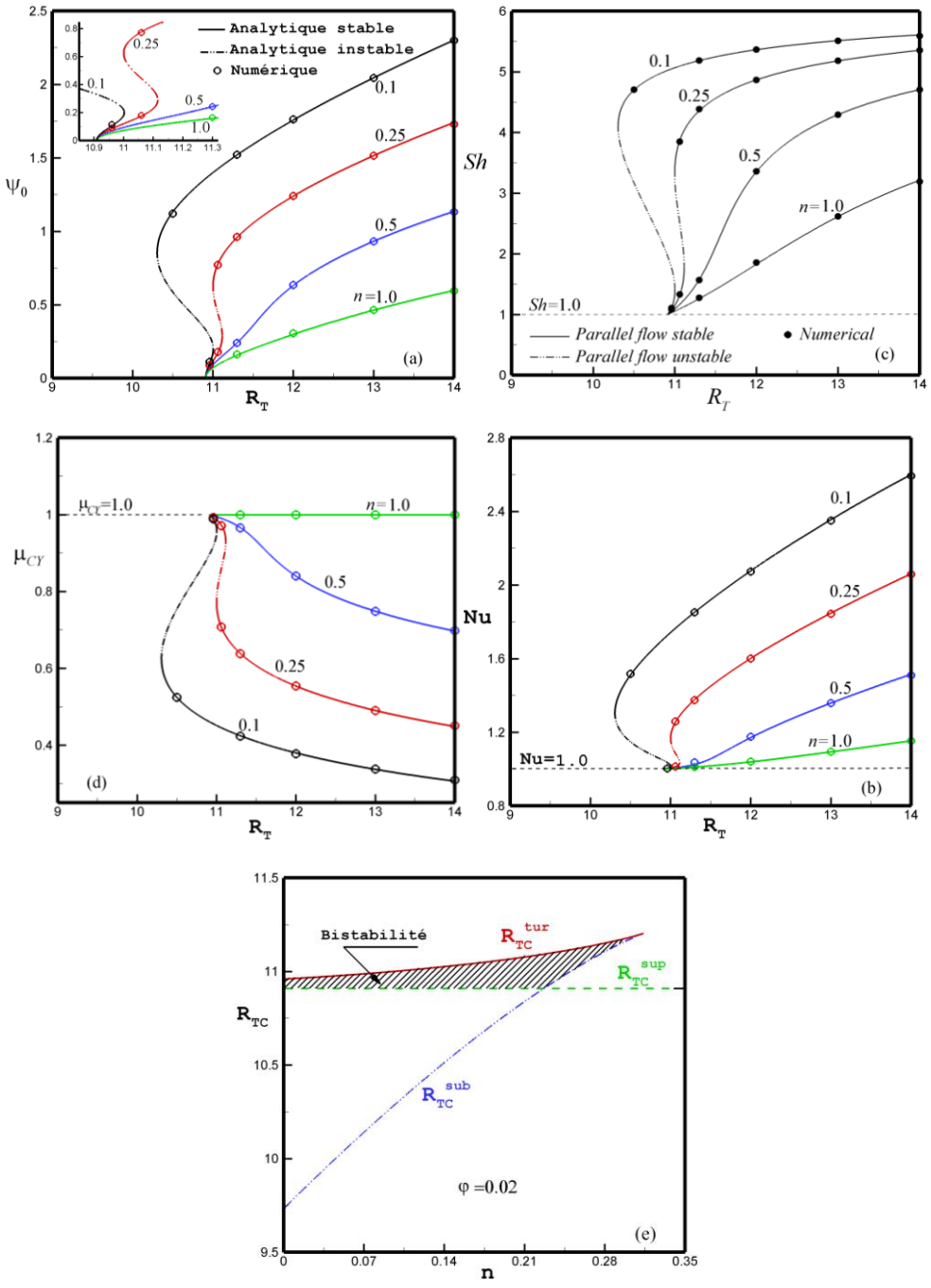


Figure.5.7 (a)-(d) :Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0, Nu, Sh et μ_{CY} versus n et R_T pour $Le = 5$, $\varphi = 0.02$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$.(e) Diagramme de stabilité montrant la région de bistabilité (haché)

5.8. Effet des paramètres rhéologiques et du taux flottabilité φ sur la région de bistabilité

L'effet de la variation des paramètres du modèle Carreau-Yasuda sur la région de bistabilité est présenté dans les Fig. 5.8(a)-(d) pour $Le = 5$. Les résultats indiquent clairement qu'en augmentant (diminuant) le taux de flottabilité, la région de bistabilité est de plus en plus affectée par les paramètres rhéologiques. Dans les Fig. 5.8(a) et (b) l'évolution de la région de bistabilité avec λ_{CY} et$S$ est similaire à celle discutée dans la Fig. 5.4. En général, on augmentant (diminuant) progressivement à partir de zéro la constante de temps du matériau, λ_{CY} , (paramètre, s) la région de bistabilité se rétrécit, et elle disparaît complètement lorsque $\lambda_{CY} = 0$ et $s = 1$. .Sauf indication contraire, les résultats, affichés sur la figure 5.8(c) pour versus de$a$. Les courbes obtenues pour a inférieure ou égale à 2 sont les mêmes que celles discutées ci-dessus pour les Fig. 5.8(a) .Ainsi, comme illustré dans les Fig. 5.8(c) et (d) pour$a = 5$, on remarque que le nombre de Rayleigh critique, R_{TC}^{tur} , devient inférieur à R_{TC}^{sup} , de sorte qu'il dégénère en un second point de retournement, $R_{TC}^{tur\,2}$. on continuant d'augmenter la valeur du coefficient de flottabilité on constate que dans l'intervalle ($-0.019 \le \varphi \le -0.032$), la courbe de bifurcation consiste en une branche supercritique supérieure s'étendant entre $(R_{TC}^{sup} \le R_T \le R_{TC}^{tur\,1})$ et une branche inférieure qui existe pour la condition, $R \le R_{TC}^{tur\,2}$. Ce point n'a pas été observé pour l'effet de la variation des paramètres$n$, λ_{CY} et$S$. Les résultats obtenus en$\varphi = -0.032$, pour les quels $R_{TC}^{tur\,1} = R_{TC}^{tur\,2} = 13.55$, c'est-à-dire les deux branches de retournement se confondent et en $\varphi = -0.018$ ($\varphi = -0.009$) on trouve que $R_{TC}^{tur\,1} = R_{TC}^{sup} = 13.26$ ($R_{TC}^{tur\,2} = R_{TC}^{sup} = 12.56$).Les graphiques montrent également clairement l'effet de l'existence des différents types de courbes de bifurcation.

5.9. Effet du rapport de flottabilité sur l'apparition de la convection

Une autre vue de l'effet du rapport de flottabilité φ sur, ψ_0 Nu , Sh et μ_{CY} , est illustrée sur les Fig. 5.9(a)-(d). Pour l'ensemble du paramètre déterminant considéré ici, il est prédit par le modèle analytique que la bifurcation est sous-critique pour $\varphi = -0.035$. En diminuant le rapport de flottabilité entre ($-0.035 \le \varphi \le 0$), les comportements de bifurcation subissent un changement remarquable. Il est noté sur les Fig. 5.9(a)-(d) que dans l'intervalle ($-0.03 \le \varphi \le -0.01$), quatre

solutions différentes (deux stables et deux instables) sont possibles pour un R_T , confirmant l'existence du phénomène de bistabilité discuté ci-dessus .Le cas $\varphi = -0.02$, qui est une valeur intermédiaire du nombre de rapport de flottabilité entre ceux considérés ci-dessus, est représenté sur la Fig.5.9(a). Une vue plongeante sur le graphique indique l'existence de deux branches différentes stables, représentées par des lignes pleines. La partie supérieure en partant de R_{TC}^{sous} , est la branche standard observée dans les bifurcations sous-critiques existant pour $\left(R_T \geq R_{TC}^{sous} \geq 11.91 \right)$. En revanche, la branche stable inférieure, qui débute en $R_{TC}^{tur\,2} = 13.11$, correspond à une bifurcation tournante. Cependant, on observe que cela existe plus tard dans la gamme $(R_{TC}^{tur\,2} \leq R_T \leq R_{TC}^{tur\,1})$, où $R_{TC}^{tur\,1} = 13.28$. Les branches stables (supérieure et inférieure) sont reliées entre elles par une branche instable supérieure, représentée par une ligne pointillée. De plus, en raison de l'effet du taux de flottabilité, le graphique indique l'existence d'une branche instable inférieure s'étendant entre $(R_{TC}^{sup}(13.33) \leq R_T \leq R_{TC}^{tur\,2}(13.11))$. Les deux R_{TC}^{sup} et $R_{TC}^{tur\,2}$ sont reliés l'un à l'autre par une branche instable représentée par une ligne pointillée. En augmentant progressivement le taux de flottabilité, la branche instable inférieure rétrécit et disparaître complètement tandis que la branche stable inférieure devient très résistante. D'autre part, la branche stable inférieure, qui commence à R_{TC}^{sup} , correspond à une bifurcation supercritique, comme illustré par exemple sur la figure 5.9(a) pour $\varphi = 0$. Ce type de bifurcation est similaire à celui représenté sur la figure 5.7 lors de l'étude de l'effet de l'indice de loi de puissance, n . En augmentant ou en diminuant le nombre de Rayleigh R_T , et en commençant les calculs avec un état conducteur ou une convection d'amplitude finie, la solution résultante suit la boucle d'hystérésis représentée par le chemin de la flèche dans le zoom inclus dans la figure 5.9 (a).

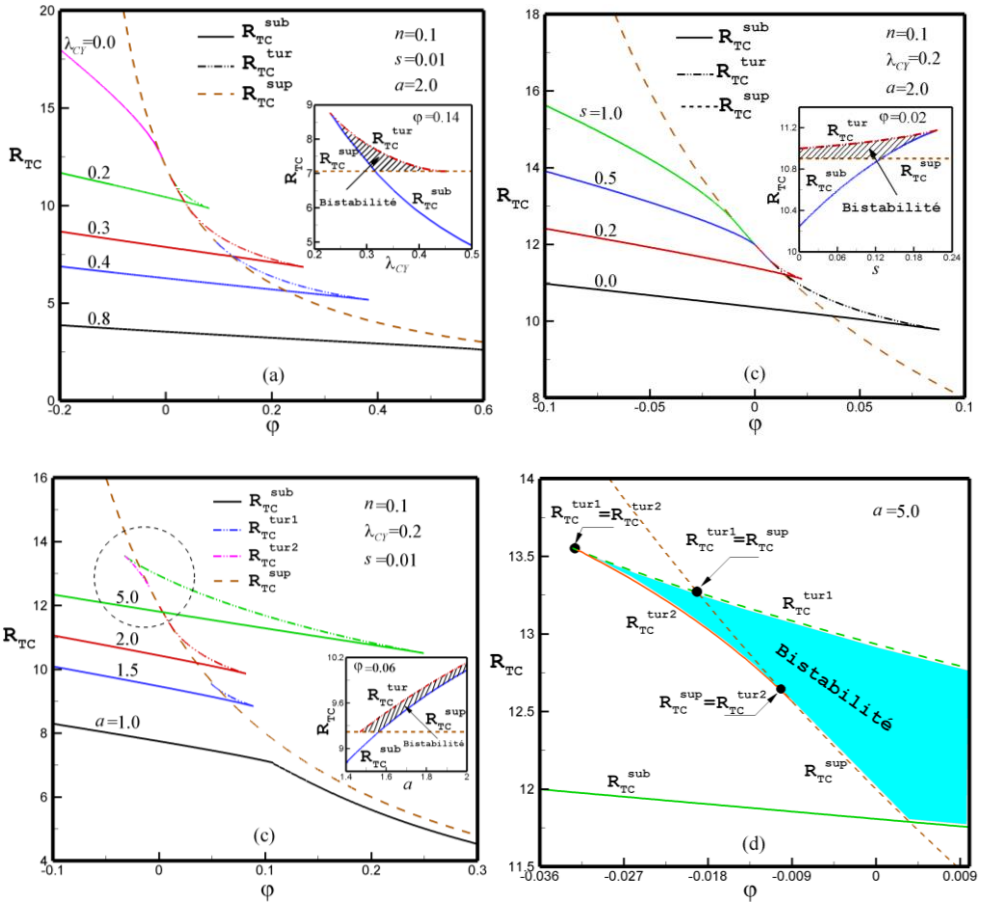


Figure. 5.8 : Effet de la variation des paramètres Carreau-Yasuda (λ_{CY} , s et a) et du taux de flottabilité, φ , sur la région de bistabilité pour $Le = 5$.

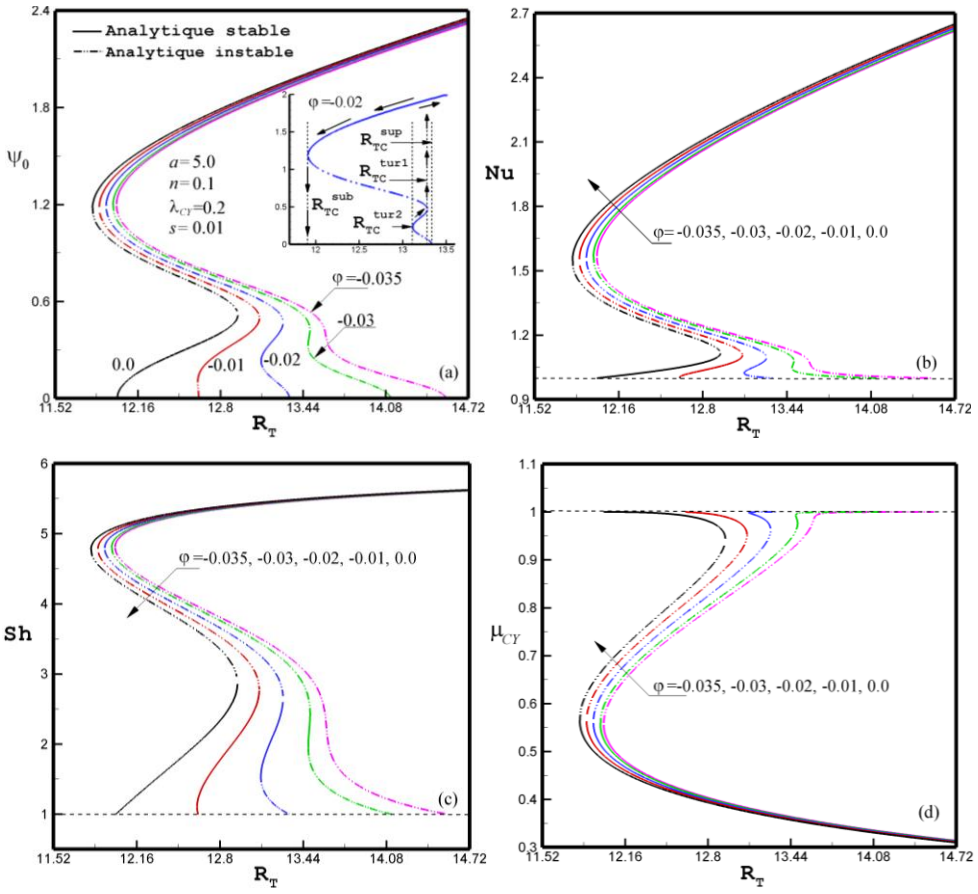


Figure. 5.9 : Diagramme de bifurcation en fonction de R_T et φ pour $Le = 5$, $a = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$ et $s = 10^{-2}$ **(a)** intensité du débit ψ_0 , **(b)** nombre de Nusselt Nu , **(c)** nombre de Sherwood Sh et **(d)** viscosité apparente μ_{CY} ,

Chapitre VI
Analyse de la Stabilité Linéaire

La différence fondamentale entre la convection naturelle dans les cavités chauffées latéralement et celles chauffées par le bas est bien connue, théoriquement et expérimentalement, [91] .Cette différence réside dans le fait que pour les cavités chauffées par le bas, le gradient thermique imposé doit excéder une certaine valeur, dite seuil critique, pour pouvoir observer l'apparition des mouvements convectifs. De nombreuses études du problème d'instabilité dans une couche poreuse horizontale, soumise à diverses conditions aux limites, ont été entreprises dans le passé par de nombreux d'auteurs comme Nield [92], Taunton et Lightfoo[93] , Poulikakos [94], Nield and Bejan [95], Mamou et al. (1995) [96], Mamou (2003) [43], ont montré l'existence de nombres de Rayleigh supercritiques caractérisant le seuil de la convection. Ils ont aussi étudié, le régime de la convection surstable et oscillante ainsi que les conditions d'existence de ces régimes. Dans le cas d'une couche verticale, il est également possible que le fluide se trouve dans un état de repos lorsque les forces de volume thermique et solutal sont de la même intensité, mais de sens opposé N=-1. La stabilité de ce type de configuration a été très peu étudiée dans le passé. Ceci est dû à la complexité des équations de base pour lesquelles il est difficile de trouver des solutions analytiques. Dans le cas d'une couche poreuse verticale infinie soumise à des gradients de température et de concentration constante, Bertholz [97], et Ghorayeb et Mojtabi [98], Joly et al. [99], Mamou [100], se sont intéressés à l'étude de l'enclenchement de la convection double-diffusive et à effet de Soret en cavité verticale pour différentes conditions aux limites. Ils ont déterminé les valeurs des nombres de Rayleigh critiques marquant le seuil critique de la convection. L'occurrence du mouvement de convection sous critique, c'est-à-dire ayant lieu à un nombre de Rayleigh inférieur au Rayleigh supercritique, ainsi que l'existence des solutions multiples ont été mises en évidence.

Dans ce chapitre nous avons étudié la stabilité linéaire d'une couche saturant un milieu poreux. Il est réparti en deux volets :

- Le premier volet est consacré à l'étude du cas de l'instabilité de l'état de repos, qui aura lieu lorsque les forces de volume induites par les effets thermique et solutal sont opposées

$(N < 0)$ où la concentration est l'agent stabilisant dans le système et contribue ainsi à retarder le déclanchement de la convection.

- Le deuxième volet de ce chapitre est consacré à l'étude de l'écoulement convectif afin de prédire le déclenchement de la bifurcation oscillatoire dite de Hopf. Par la suite et pour déterminer le nombre de Rayleigh critique, ainsi que la structure de l'écoulement au seuil de la convection, nous utilisons l'approche classique de la stabilité linéaire. Cette dernière consiste à perturber hydrodynamiquement l'état stable du système et étudier, par la suite l'évolution de la perturbation dans le temps. L'analyse de la stabilité linéaire permet de préciser si cette bifurcation est stationnaire ou oscillatoire. Comme nous allons voir plus loin dans ce chapitre, cette analyse permet non seulement de déterminer le seuil critique de stabilité mais encore la structure de l'écoulement.

l'état de repos de fluide caractérisé par :

$$\left.\begin{aligned} \Psi_b &= 0 \\ T_b &= S_b = -y \end{aligned}\right\} \tag{6.1}$$

Au début de la convection, la solution est de la forme:

$$\left.\begin{aligned} \Psi &= \Psi_b + \psi(t,x,y) \\ T &= T_b + \theta(t,x,y) \\ S &= S_b + \phi(t,x,\mathrm{y}) \end{aligned}\right\} \tag{6.2}$$

Elle est la somme de la solution de base et une perturbation hydrodynamique $(\psi,\ \theta,\ \phi)$. La solution de base $\Psi_b,\ T_b,\ S_b$ représente l'état de conduction pure ou un état convectif établi.

La viscosité effective totale, μ_{CY} , est donnée par :

$$\mu_{CY} = \mu_{CY\,(b)} + \mu_{CY\,(p)} \tag{6.3}$$

avec : $\mu_{CY\,(b)} = s + (1-s)\left[1 + (\lambda_{CY}\,|\dot{\gamma}_b|)^a\right]^{(n-1)/a}$ (6.4)

Des développements ultérieurs conduisent à une expression explicite $\mu_{CY\,(p)}$ donnée par :

$$\mu_{CY\,(p)} = \frac{1}{\dot{\gamma}_b}\left(\frac{\partial \mu_{CY}}{\partial \dot{\gamma}}\right)\left[\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)_b \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)_p\right] \tag{6.5}$$

avec: $\left(\frac{\partial \mu_{CY}}{\partial \dot{\gamma}}\right) = \frac{(n-1)(\lambda_{CY}\,|\dot{\gamma}_b|)(\mu_{CY} - s)}{|\dot{\gamma}_b|\left[1 + (\lambda_{CY}\,|\dot{\gamma}|_b)^a\right]}$ (6.6)

6.1 .Théorie de la stabilité linéaire de l'écoulement convectif

La stabilité de l'écoulement parallèle décrit par (4.10)-(4.14) est étudiée dans cette section. Au-delà d'un nombre de Rayleigh critique R_{TC}^{Hopf} , l'écoulement devient oscillant. Dans le but de déterminer ce point de bifurcation, une analyse de la stabilité de l'écoulement est requise. Considérons l'écoulement parallèle décrit par les équations (4.10.)-(4.14). Au tout début de l'instabilité, l'écoulement global est supposé être la superposition de l'écoulement de base $\Psi_b(x,y) \approx \Psi(y)$, $T_b(x,y) \approx C_T x + \theta_T(y)$ et $S_b(x,y) \approx C_S x + \theta_S(y)$ et une perturbation infinitésimale :

$$\left.\begin{aligned} \Psi_p(x,y,t) &= \psi_0 e^{pt+iky} F(y) \\ T_p(x,y,t) &= \theta_0 e^{pt+iky} G(y) \\ S_p(x,y,t) &= \phi_0 e^{pt+iky} H(y) \end{aligned}\right\} \tag{6.7}$$

où *p* est le taux de croissance de la perturbation, *i* est le nombre complexe pure i^2=-1, *k* est un nombre réel qui désigne le nombre d'onde, *F*(*y*), *G*(*y*) et *H*(*y*)sont des fonctions inconnues qui satisfont les conditions aux limites, données par (2.10)et (2.11). Les fonctions perturbées de la fonction de courant, de la température et de la concentration sont décrites par $\Psi_p(x,y,t)$, $T_p(x,y,t)$ et $S_p(x,y,t)$, alors que ψ_0, θ_0 et ϕ_0 sont des petites amplitudes constantes.

En introduisant (6.5) et (6.7) dans les équations (2.23)-(2.25), et en négligeant les termes non linéaires de second ordre nous obtenons le système linéaire suivant:

$$\mu_{CY}(D^2 f - \ell^2 f) - D(\partial\mu_{CY}/\partial\dot{\gamma})_b D\psi_b (D^2 f + \ell^2 f) = i\ell R_T (g + \varphi h) \tag{6.8}$$

$$pg + i\ell D\psi_b g - i\ell T_b f + C_T D f = D^2 g - \ell^2 g \tag{6.9}$$

$$\varepsilon p h + i\ell D\psi_b h - i\ell S_b f + C_S D f = Le^{-1}(D^2 h - \ell^2 h) \tag{6.10}$$

où $D = \mathrm{d}/\mathrm{d}y$, $f = \psi_0 \mathcal{F}$, $g = \theta_0 \mathcal{G}$ et . $h = \phi_0 \mathcal{H}$. (6.11)

Les conditions aux limites correspondantes sont :

$f = Df = 0$, $= Dg = Dh = 0$ à $y = \pm 1/2$ (6.12)

6.2. Solution numérique: éléments finis

La solution numérique des équations de perturbation peut être obtenue par la méthode des éléments finis.

6.2.1 Formulation variationnelle

Le comportement de notre système est représenté par des équations aux dérivées partielles associées à des conditions aux limites en espace et en temps. La discrétisation des équations (6.8)-(6.10) nécessite alors, l'utilisation de la méthode des résidus pondérés de Galerkin, dite formulation faible. En multipliant l'équation (6.8) par $\omega(y)$ et les équations (6.9) et (6.10) par $\vartheta(y)$ et en intégrant sur le domaine de *y*, la formulation variationnelle des équations (6.8)-(6.10) obtenue est la suivante :

$$\mu_{CY}\int_{-1/2}^{1/2}(DfD\omega-\ell^2f\omega)dy-\int_{-1/2}^{1/2}D(\partial\mu_{CY}/\partial\dot{\gamma})_bD\psi_b\,(DfD\omega+\ell^2f\omega)dy=$$
$$i\ell R_T\left(\int_{-1/2}^{1/2}g\omega dy+\varphi\int_{-1/2}^{1/2}h\omega dy\right) \tag{6.13}$$

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(C_TD-i\ell DT_b)f\vartheta dy+\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(\ell^2+i\ell D\psi_b)\,g\vartheta dy+\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}DgD\vartheta dy=-p\int_{-1/2}^{1/2}g\vartheta dy \tag{6.14}$$

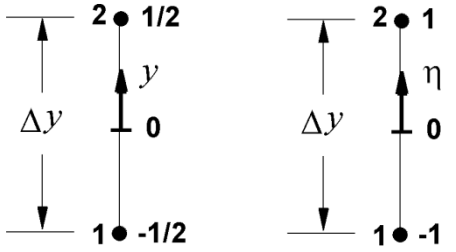
$$\int_{-1/2}^{1/2}(C_SD-i\ell DS_b)f\vartheta dy+\int_{-1/2}^{1/2}(Le^{-1}\ell^2+i\ell D\psi_b)\,h\vartheta dy+Le^{-1}\int_{-1/2}^{1/2}DhD\vartheta dy \tag{6.15}$$
$$=-p\varepsilon\int_{-1/2}^{1/2}h\vartheta dy$$

Les codes des éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisée lors de conception et à l'analyse des produits industriels. L'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée. Le passage de l'élément de référence à l'élément réel sera réalisé par une transformation géométrique. Comme les équations (6.13)-(6.15) sont uni-dimensionnelles nous choisissons l'élément de Hermite cubique d'ordre trois à deux nœuds avec un maillage uniforme (Fig 6.1). En chaque nœud, les inconnues sont la fonction et sa première dérivée.

Dans chaque élément de référence, les fonctions d'interpolation de l'élément de Hermite sont données pars les expressions suivantes:

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}\left(2-3\eta+\eta^3\right) \quad , \quad N_2 = \frac{l}{8}\left(1-\eta-\eta^2+\eta^3\right) \\ N_3 &= \frac{1}{4}\left(1-\eta-\eta^2+\eta^3\right), \quad N_4 = \frac{l}{8}\left(-1-\eta+\eta^2+\eta^3\right) \end{aligned}\right\} \tag{6.16}$$

où $y = y_0 + \frac{\Delta y}{2}\eta$, $dy = \frac{\Delta y}{2}d\eta$ et $y_0 = \left(y_1 + y_2\right)/2$, (voir la fig.6.1).



a) Élément réel b) Élément de référence

Figure 6.1 : Représentation schématique de l'élément de Hermite cubique.

Dans chaque élément les profils inconnus de la fonction de courant $f\left(y\right)$, de la température $g\left(y\right)$ et de la concentration $h\left(y\right)$ sont approximés par :

$$K^e\left(y\right) = \sum_{j=1}^{4} N_j\left(y\right) K_j^e \tag{6.17}$$

Où K désigne $f\left(y\right)$, $g\left(y\right)$, $h\ y$ et $N_j\ y$ sont les fonctions de Hermite et $f_j^e\ y$, $g_j^e\ y$ et $h_j^e\ y$ sont les valeurs inconnues nodales élémentaires.

En portant les approximations (6.17) dans la formulation variationnelle (6.13)-(6.15) et en substituant $\omega\left(y\right)$ et $\vartheta\left(y\right)$ par $N_j\left(\eta\right)$ et après intégration sur l'élément de référence, on obtient pour chaque équation un système matriciel élémentaire. L'assemblage des matrices élémentaires résultant de chaque élément du domaine de calcul nous donne un système matriciel global suivant :

$$\begin{bmatrix} \left[\mathcal{A}_\psi\right] & -R_T\left[\mathcal{B}_\psi\right] & -R_T\varphi\left[\mathcal{B}_\psi\right] \\ \left[\mathcal{B}_\theta\right] & \left[\mathcal{A}_\theta\right] & 0 \\ \left[\mathcal{B}_\phi\right] & 0 & Le^{-1}\left[\mathcal{A}_\phi\right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f \\ g \\ h \end{Bmatrix} = -p \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left[\mathcal{C}_\theta\right] & 0 \\ & 0 & \left[\mathcal{C}_\phi\right] \end{bmatrix} \tag{6.18}$$

où f, g et h sont les vecteurs inconnus de dimension $m = \mathcal{N}_{ey} + 1$, $\mathcal{N}_{ey}$ c le nombre des éléments dans la direction y ,$\left[\mathcal{A}_\psi\right]$, $\left[\mathcal{A}_\theta\right]$, $\left[\mathcal{A}_\phi\right]$, $\left[\mathcal{B}_\psi\right]$, $\left[\mathcal{B}_\theta\right]$, $\left[\mathcal{B}_\phi\right]$, $\left[\mathcal{C}_\theta\right]$ et $\left[\mathcal{C}_\phi\right]$ sont des matrices carrés de dimension $m \times m$, les vecteurs $\{f\}$, $\{g\}$ et $\{h\}$ sont les fonctions de vapeur de perturbation inconnus , les vecteurs propres de température et de soluté m qui sont défini comme suit :

$$
\left.
\begin{aligned}
\left[\mathcal{A}_\psi\right]^e &= \int_{-1}^{1} \mu_{CY} \left(\frac{d\ell_j}{d\zeta} \frac{d\ell_i}{d\zeta} \frac{2}{\Delta y} + \ell^2 \ell_j \ell_i \frac{\Delta y}{2} \right) d\zeta + \\
&\int_{-1}^{1} \left(\frac{\partial \mu_{CY}}{\partial \dot{\gamma}} \right)_b \left(\frac{d^2\ell_j}{d\zeta^2} \frac{d\ell_i}{d\zeta} \frac{8}{\Delta y^3} + \ell^2 \ell_j \frac{d\ell_i}{d\zeta} \frac{2}{\Delta y} \right) \frac{\partial \psi_b}{\partial \zeta} d\zeta \\
\left[\mathcal{A}_\theta\right]^e &= \int_{-1}^{1} \left(\frac{d\ell_j}{d\zeta} \frac{d\ell_i}{d\zeta} \frac{2}{\Delta y} + \ell^2 \frac{\Delta y}{2} \ell_j \ell_i + i\ell \frac{\partial \psi_b}{\partial \zeta} \ell_j \ell_i \right) d\zeta \\
\left[\mathcal{A}_\phi\right]^e &= \int_{-1}^{1} \left(\frac{d\ell_j}{d\zeta} \frac{d\ell_i}{d\zeta} \frac{2}{\Delta y} + \ell^2 \frac{\Delta y}{2} \ell_j \ell_i + i\ell Le \frac{\partial \psi_b}{\partial \zeta} \ell_j \ell_i \right) d\zeta \\
\left[\mathcal{B}_\psi\right]^e &= \int_{-1}^{1} i\ell \frac{\Delta y}{2} \ell_j \ell_i d\zeta, \quad \left[\mathcal{B}_\theta\right]^e = \int_{-1}^{1} \left(C_T \frac{d\ell_j}{d\zeta} - i\ell \frac{\partial T_b}{\partial \zeta} \ell_j \right) \ell_i d\zeta \\
\left[\mathcal{B}_\theta\right]^e &= \int_{-1}^{1} \left(C_T \frac{d\ell_j}{d\zeta} - i\ell \frac{\partial T_b}{\partial \zeta} \ell_j \right) \ell_i d\zeta, \quad \left[\mathcal{B}_\phi\right]^e = \int_{-1}^{1} \left(C_S \frac{d\ell_j}{d\zeta} - i\ell \frac{\partial S_b}{\partial \zeta} \ell_j \right) \ell_i d\zeta \\
\left[\mathcal{C}_\theta\right]^e &= \left[\mathcal{C}_\phi\right]^e = \int_{-1}^{1} \ell_j \ell_i \frac{\Delta y}{2} d\zeta
\end{aligned}
\right\} \qquad (6.19)
$$

où ℓ_j est une fonction ζ représentant les fonctions de test de l'élément Hermite cubique. Le problème aux valeurs propres donné par l'Eq. (6.19) est résolu en utilisant les routines Eispack pour calculer les valeurs propres et les vecteurs propres.

6.3. Stabilité de l'état de repos

La stabilité aux petites perturbations de l'état de repos où $\psi_b = 0$, et $T_b(S_b) = -y$, de la situation physique décrite par (2.23)-(2.25) est maintenant considérée. Pour déterminer explicitement les seuils de convection stationnaire et oscillatoire, la méthode de Galerkin est très utile à condition que les vecteurs propres soient déterminés avec précision grâce à l'analyse numérique donnée dans les sections (6.1) (6.2) et (6.3). Les vecteurs propres f, g et h obtenus à partir des équations (6.18) sont utilisés comme fonctions de pesée. Pour la solution au repos

($\psi_b = 0$) et($T_b(S_b) = -y$) l'intégration de Galerkin des équations (6.8)-(6.10) conduit à l'équation linéaire scalaire suivante :

$$\psi_0 \mu_{CY} \mathcal{A} = R_T (\theta_0 + \varphi\phi_0)\mathcal{B} \tag{6.20}$$

$$p\theta_0 \mathcal{C}_\theta + \psi_0 \mathcal{K}_\theta = -\theta_0 \mathcal{K}_\theta \tag{6.21}$$

$$\varepsilon p\phi_0 \mathcal{C}_\phi + \psi_0 \mathcal{L}_\phi = -\phi_0 Le \mathcal{K}_\phi \tag{6.22}$$

où $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}_\theta$, $\mathcal{C}_\phi$, $\mathcal{K}_\theta$, $\mathcal{K}_\phi$, $\mathcal{L}_\theta$ et $\mathcal{L}_\phi$ sont des constantes qui peuvent être calculées à partir des intégrales de Galerkin suivantes :

$$\mathcal{A} = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y}\right) dy \ , \quad \mathcal{B} = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y}\right) \mathcal{F} dy \ , \quad \mathcal{C}_\theta = \int_{-1/2}^{1/2} \mathcal{G}^2 dy \ , \quad \mathcal{C}_\phi = \int_{-1/2}^{1/2} \mathcal{H}^2 dy \ ,$$

$$\mathcal{K}_\theta = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial y}\right)^2 dy \ , \mathcal{K}_\phi = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y}\right)^2 dy \ , \quad \mathcal{L}_\theta = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y}\right) \mathcal{G} dy \ , \ \mathcal{L}_\phi = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y}\right) \mathcal{H} dy \tag{6.23}$$

avec : $\mathcal{K}_\theta = \mathcal{K}_\phi = \mathcal{K}$, $\mathcal{C}_\theta = \mathcal{C}_\phi = \mathcal{C}$ et $\mathcal{L}_\theta = \mathcal{L}_\phi = \mathcal{L}$.

En remplaçant les équations. (6.21) et (6.22) dans l'équation. (6.20) on arrive facilement à la relation de dispersion suivante :

$$\mu_{CY} \varepsilon Le \left(p / \gamma\right) + p_1 \left(p / \gamma\right) + p_0 = 0 \tag{6.24}$$

où:

$$p_0 = \mu_{CY} - R_T^0 (1 + \varphi Le), \qquad p_1 = \mu_{CY} (1 + \varepsilon Le) - R_T^0 (\varepsilon + \varphi) Le$$
$$R_T^0 = \frac{R_T}{R^{sup}}, \quad R^{sup} = \frac{\mathcal{A}\mathcal{K}}{\mathcal{B}\mathcal{L}}, \quad \gamma = \frac{\mathcal{K}}{\mathcal{C}} \tag{6.25}$$

6.3.1. Stabilité marginale : début de la convection stationnaire R_{TC}^{sup}

En général, le seuil de convection stationnaire est obtenu lorsque la stabilité marginale se produit ($p = 0$). Après avoir introduit les conditions aux limites dans le système linéaire général, l'équation. (6.24), le problème des valeurs propres peut être réduit à $\left[E - \lambda I\right]\left\{\mathcal{F}\right\} = 0$.

avec: $E = \left[\mathcal{A}\right]^{-1}\left[\mathcal{B}_\psi\right]\left[\mathcal{K}\right]^{-1}\left[\mathcal{B}\right]$ (6.26)

où $\left[I\right]$ est la matrice identité et $\left\{\mathcal{F}\right\}$ est le vecteur propre. L'équation ci - dessus a une solution non triviale $\left\{\mathcal{F}\right\} \neq 0$, uniquement lorsque le déterminant $\left[E - \lambda I\right] = 0$, qui donne $\mathcal{M}$ des valeurs

propres λ_i réorganisées en $\lambda_1 \le \lambda_2 \le ... \le \lambda_m$, et leurs fonctions propres correspondantes sont donnés par $\{\mathcal{F}\}_i$ où $i = 1, 2, ..., m$. λ_m est la valeur propre maximale, qui représente le nombre de Rayleigh thermique critique le plus bas $(R_{TC}^{sup} = 1/\lambda_m)$ au-dessus duquel la convection stationnaire est possible. La valeur critique R_{TC}^{sup} est désignée ci-après par nombre de Rayleigh supercritique. La valeur propre la plus basse, λ_1 , représente le nombre de Rayleigh thermique critique le plus élevé, $(R_{TC}^{sup} = 1/\lambda_1)$. Ainsi, selon l'Éq. (6.24), l'état marginal correspondant à $p = 0$, à partir duquel le nombre de Rayleigh critique pour le début de la convection stationnaire (R_{TC}^{sup}) est obtenu comme :

$$R_{TC}^{sup} = \frac{\mu_{CY} R^{sup}}{(1+\varphi Le)} \tag{6.27}$$

Le nombre de Rayleigh critique, nommé ci-après supercritique, est similaire à celui prédit par la théorie des écoulements parallèles non linéaires, Eq. (4.18).

6.3.2. Stabilité transitoire : début de la convection oscillatoire (R_{TC}^{sur} et R_{TC}^{osc})

L'état marginal de surstabilité correspond à la condition, $p_r = 0$. En substituant la relation, $p = ip_i$, dans l'équation. (6.25), et après avoir séparé les parties imaginaire et réelle, l'expression suivante de p_i a été obtenu :

$$p_i^2 = \gamma^2 \frac{p_0}{\mu_{CY}\, \varepsilon Le} \tag{6.28}$$

Le nombre de Rayleigh critique, R^{sur} , qui caractérise le début de la convection oscillatoire est obtenu par égalisation des deux expressions énoncées dans, Eq. (6.25), cela conduit au nombre de Rayleigh critique surstable comme :

$$R_{TC}^{sur} = \frac{\mu_{CY}(\varepsilon Le + 1) R^{\sup}}{Le(\varepsilon + \varphi)} \tag{6.29}$$

L'existence du mode de convection oscillatoire n'est possible que lorsque la condition $p_1^2 + p_0 < 0$ est satisfaite, c'est-à-dire $R_{TC}^{sur} \le R_T \le R_{TC}^{osc}$ où la valeur de R_{TC}^{osc} est déterminée lorsque $p_1^2 + p_0 = 0$.

L'expression de R_{TC}^{osc} est obtenue comme suit :

$$R_{TC}^{osc} = \frac{\mu_{CY}\,(\varepsilon Le - 1)R^{sup}}{Le(\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{-\varphi})^2} \tag{6.30}$$

6.4. Stabilité de l'état convectif : bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf})

Le seuil de transition est également étudié. Naturellement, lorsque le nombre de Rayleigh est très élevé ou lorsque l'intensité du flux devient importante, la transition vers des flux oscillants est un phénomène courant et la valeur critique est connue sous le nom de seuils de bifurcation de Hopf **(** R_{TC}^{Hopf} **)**.Afin de trouver ce point de bifurcation, connu sous le nom de bifurcation de Hopf. L'analyse de stabilité linéaire est capable de prédire le seuil d'une telle transition ainsi que sa fréquence et son nombre d'onde associés. La procédure pour déterminer le seuil est la même que celle utilisée pour calculer le seuil de surstabilités. Le seuil de bifurcation de Hopf est obtenu lorsque la partie réelle du taux de croissance est nulle ($p_r = 0$), et la valeur minimale est obtenue pour une valeur optimale de ℓ . L'effet des paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda sur le seuil de transition (R_{TC}^{Hopf}) est étudié. La plupart des résultats présentés ici ont été obtenus pour un maillage de 20 éléments finis dans la direction y.

6.5. Résultats et discussions :

Les résultats de l'analyse de la stabilité linéaire de l'état convectif pour une couche poreuse horizontale infinie sont présentés dans le Tableau 6.1 et la Fig.(6.2) qui montre l'influence de l'indice de loi de puissance, n , et de la constante de temps, λ_{CY} , respectivement, sur le seuil de la bifurcation de Hopf, R_{TC}^{Hopf} , la longueur d'onde, A_C , et la fréquence d'oscillation, $f_r = |p_i| / 2\pi$ pour $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$. Il est clair que le nombre de Rayleigh critique, R_{TC}^{Hopf} , auquel une bifurcation de Hopf se produit, diminue (augmente) considérablement lors de la diminution de l'indice de loi de puissance n , (diminution de la caractéristique de temps du fluide λ_{CY}) ci-dessous, $n = 1$ ($\lambda_{CY} = 1$) avec la diminution de la longueur d'onde de perturbation, A_C , et l'augmentation de la fréquence d'oscillation, f_r , qui a joué le rôle d'un paramètre d'écoulement

déstabilisant (stabilisant).Comme déjà mentionné, la situation où $n = 1$ ou $\lambda_{CY} = 0$, c'est-à-dire la viscosité apparente, μ_{CY} , correspond à un fluide newtonien pour lequel , $R_{TC}^{Hopf} = 662.165$, $A_C = 1.282$ et $f_r = 25.378$, qui ont été prédits dans le passé par (Mamou [43]; Rebhi et al [59])pour le problème de la double diffusion dans une couche poreuse horizontale saturée de fluide Newtonien.

Tableau 6.1 : Effets de l'indice de loi de puissance, n , et du paramètre de constante de temps, λ_{CY} , sur les seuils de bifurcation de Hopf, R_{TC}^{Hopf} , la longueur d'onde A_C et la fréquence d'oscillation, f_r

$\lambda_{CY} = 0.6,\ a = 2,\ s = 10^{-2}$				$n = 0.4,\ a = 2,\ s = 10^{-2}$			
n	R_{TC}^{Hopf}	A_C	f_r	λ_{CY}	R_{TC}^{Hopf}	A_C	f_r
1.0	662.165	1.282	25.378	1.0	88.372	0.909	46.672
0.8	407.890	1.246	29.226	0.8	99.875	0.895	47.640
0.6	226.070	1.082	37.117	0.6	116.893	0.880	48. 671
0.4	116.893	0.880	48.671	0.4	146.554	0.861	49.924
0.2	59.928	0.770	56.836	0.2	216.765	0.840	51.349
0.0	33.237	0.802	51.191	0.0	662.165	1.282	25.378

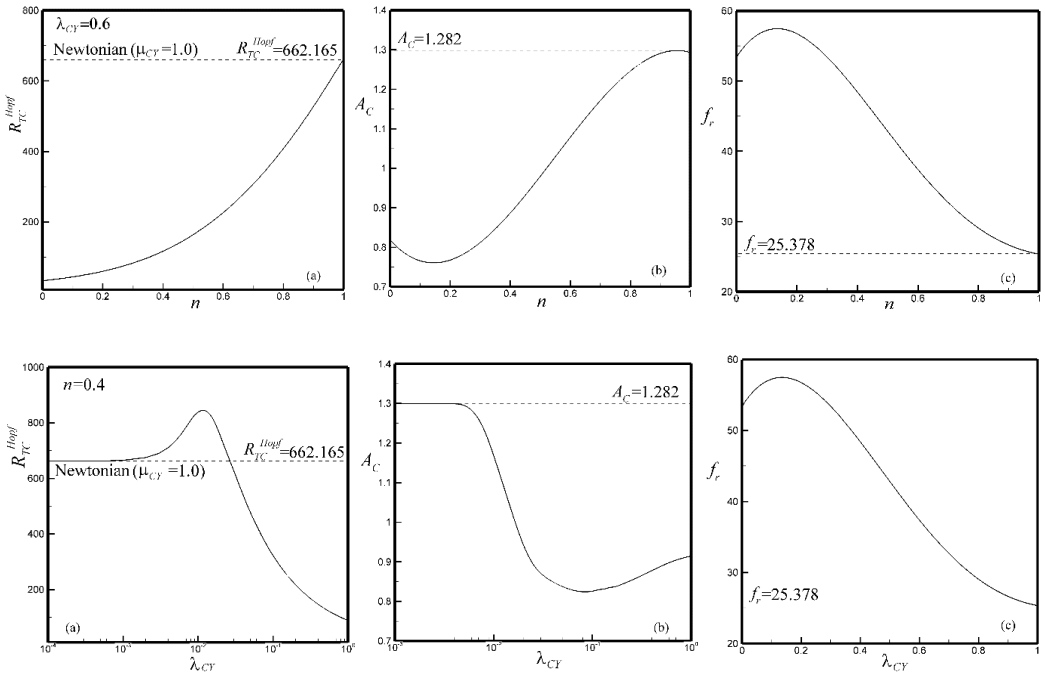


Figure. 6.2 :Effets de l'indice de loi de puissance, n , et du paramètre de constante de temps, λ_{CY} , sur : (a) seuil de bifurcation de Hopf, R_{TC}^{Hopf} , (b) longueur d'onde, A_C , et (c) fréquence d'oscillation, f_r , pour $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$.

De plus, l'analyse de stabilité conduit à deux solutions conjuguées au début de la bifurcation de Hopf. Ces deux solutions sont des images miroir l'une de l'autre, et elles pourraient conduire à des ondes progressives dans la direction horizontale. Les profils de perturbation sont illustrés sur la figure (6.3), au début de la bifurcation de Hopf, pour $n = \lambda_{CY} = 0.6$, $Le = 5$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$. Pour l'ensemble des paramètres directeurs considérés ici, les paramètres critiques au début de la bifurcation de Hopf sont $R_{TC}^{Hopf} = 226.07$, $A_C = 0.923$ et $p_i = \pm 233.592$ ($f_r = 37.11$).

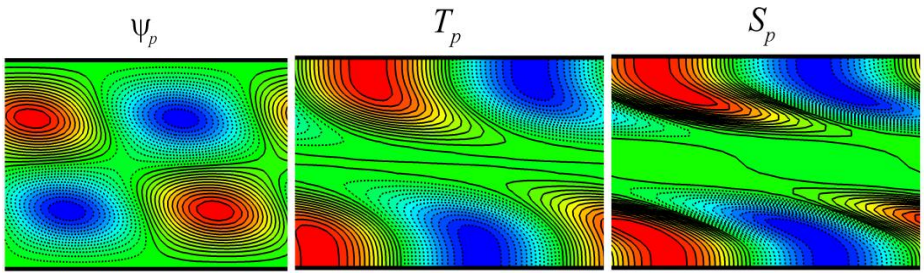


Figure. 6.3 : Profils de perturbation ψ_p, T_p et S_p , et au seuil de bifurcation de Hopf, R_{TC}^{Hopf} ,pour $Le = 5, \varphi = -0.1$, $n = \lambda_{CY} = 0.6$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 1$: $R_{TC}^{Hopf} = 226.07, A_C = 0.923$ et $p_i = \pm 233.592$ ($f_r = 37.11$).

6.5.1. Effet du taux de flottabilité, φ , sur les seuils de bifurcation et sur le début du mouvement

La combinaison des analyses d'écoulement parallèle et de stabilité linéaire pour une couche poreuse horizontale infinie est présentée sur la figure 6.4, qui montre l'influence du taux de flottabilité, φ , sur les seuils de bifurcation (R_{TC}^{sous} , $R_{TC}^{tur\,1}$, $R_{TC}^{tur\,2}$, R_{TC}^{sup} , R^{sur} , R_{TC}^{osc} et R_{TC}^{Hopf}) pour $Le = 5$ et $\varepsilon = 1$. Les nombres de Rayleigh critiques pour le début du mouvement à partir de l'état de repos (R_{TC}^{sup} , R^{sur} , R_{TC}^{osc}) et pour le début de la bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf}) sont prédits par la théorie de stabilité linéaire de l'état de repos et de l'état convectif décrit dans les sections 6.3 et 6.4, tandis que le début de la convection sous-critique (R_{TC}^{sous}) et les deux points de retournement ($R_{TC}^{tur\,1}$, $R_{TC}^{tur\,2}$)

sont prédits par l'approximation d'écoulement parallèle non linéaire, Eq. (4.19). Dans le diagramme de stabilité représenté sur les Figures. 6.4(a) et (b) sont caractérisés par sept zones différentes. La première bifurcation est délimitée par la zone (I), située entre les deux points, une bifurcation sous-critique se produit et étant reliée à une bifurcation supercritique. Pour cette région, le flux convectif est à l'état de repos, ce qui correspond à un régime diffusif stable dans lequel toutes les perturbations décroissent. Dans la région (II), lorsque $R_{TC}^{sous} \le R_T \le R_{TC}^{sur}$, la théorie de la stabilité linéaire prédit un état de repos stable, tandis que la convection d'amplitude finie est possible selon la théorie des écoulements parallèles. La zone (III) est caractérisée par l'existence pour un rapport de flottabilité donné d'une région de bistabilité se produit conduisant à l'existence de trois solutions (deux stables et une instable) ou quatre solutions (deux stables et deux instables). Ainsi, $R_{TC}^{sur} \le R_T \le R_{TC}^{osc}$, zone (IV), la théorie de la stabilité linéaire prédit l'existence possible d'un régime d'écoulement oscillant, où le régime surstable est délimité par la zone hachurée (c'est-à-dire délimité par R^{sur} et oscillatoire R_{TC}^{osc}). Pour cette région, la convection lorsqu'elle est initiée à partir de l'état de repos est amplifiée de manière oscillatoire. On observe également que, pour $\varphi = -0.04$, la condition pour une codimension-2 points est atteinte ($R_{TC}^{sur} = R_{TC}^{osc} = R_{TC}^{\sup}$).

En dessous de cette limite, le régime de surstabilité n'existe pas. La région (V), délimitée par $R_{TC}^{osc} \le R_T \le R_{TC}^{sup}$, le système reste oscillatoire. Dans la région (VI), délimitée par $R_{TC}^{sup} \le R_T \le R_{TC}^{Hopf}$, le système est instable, toute perturbation dynamique arbitraire peut initier un écoulement convectif. Ainsi, pour $R_T \ge R_{TC}^{Hopf}$, la région (VII), correspond à la convection oscillatoire d'amplitude finie qui se produit juste au-dessus du seuil de bifurcation de Hopf. Une vue plus complète des effets du taux de flottabilité, φ , sur le début du mouvement est présentée sur la Fig. 6.5. Les diagrammes de stabilité sont présentés en termes d'intensité d'écoulement, ψ_0 , la valeur de la fonction de flux au centre de la cavité, en fonction de R_T pour $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 5$, $\varepsilon = 1$ et versus φ ($\varphi = -0.1$, -0,02, 0,0 et 0,3). Les résultats numériques obtenus pour une cavité de rapport d'aspect (A>>1) sont en excellent accord avec la prédiction du modèle d'écoulement parallèle. Comme prévu, le taux de flottabilité a eu une forte influence sur le nombre critique de Rayleigh. Dans le graphique, les zones (I)-(VII), sont équivalentes à celles définies sur la Figure. 6.4. Les solutions correspondant aux branches stables supérieure et inférieure, la Figure. 6.5, ne peut être obtenu qu'en suivant le chemin d'hystérésis représenté sur la courbe.

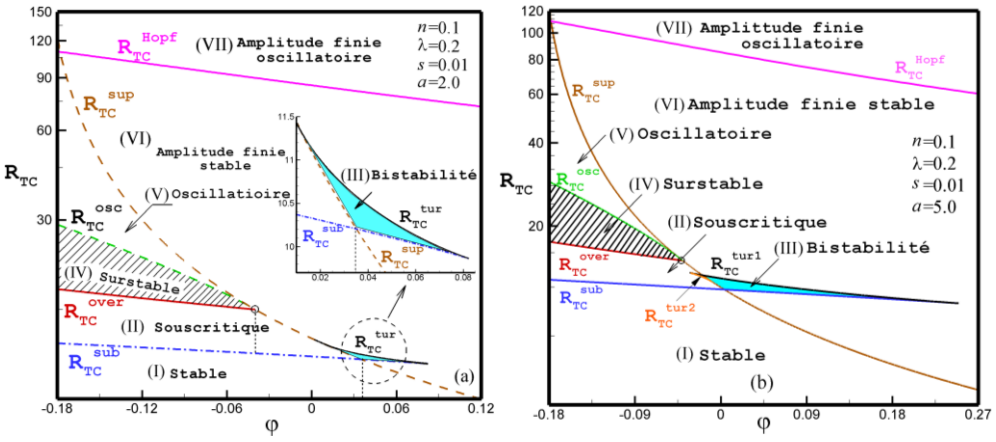


Figure. 6.4 : Diagrammes de stabilité dans le plan $R_{TC} - \varphi$ pour $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$ et $\varepsilon = 1$: **(a)** $a = 2$ et **(b)** a= 5.

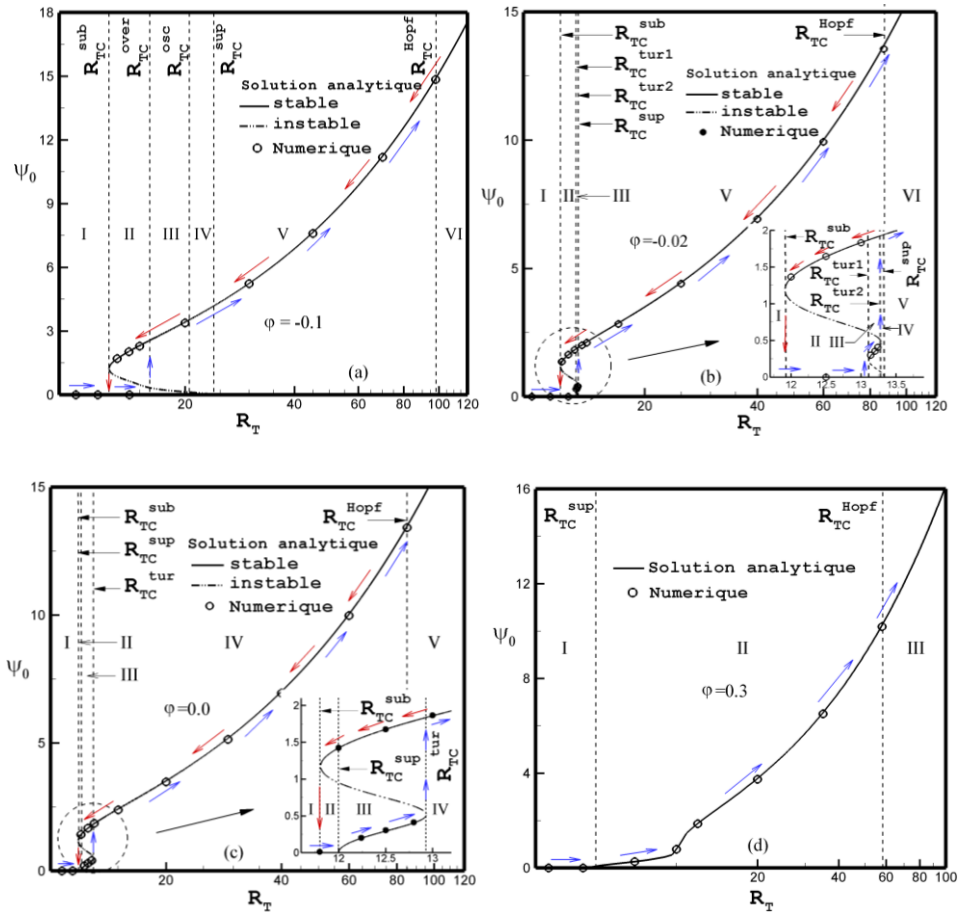


Figure.6.5 : Diagramme de bifurcation en termes de ψ_0 versus φ et R_T pour $Le = 5$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $a = 5$ et $\varepsilon = 1$

6.5.2. Variation des seuils de bifurcation avec la porosité normalisée

La variation des seuils de bifurcation (R_{TC}^{sous} , R^{sur} , R_{TC}^{osc} , R_{TC}^{sup} et R_{TC}^{Hopf}) avec la porosité normalisée, ε , est représentée sur la figure 6.6 pour $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $s = 10^{-2}$ et $a = 5$. Pour ces valeurs des paramètres déterminants, selon l'Eq. (6.27), le nombre de Rayleigh critique pour le début de la convection supercritique, est donné par $R_{TC}^{sup} = 24$, tandis que le début de la convection sous-critique prédit par l'approximation du flux parallèle non linéaire est $R_{TC}^{sous} = 12.40$. Ces nombres de Rayleigh critiques ne sont pas affectés par la porosité normalisée du milieu poreux. En diminuant la porosité normalisée ci-dessous ($\varepsilon \leq 1$), le graphique indique l'existence d'une branche surstable (R_{TC}^{sur}), à laquelle une surstabilité peut survenir. De plus, on montre que le régime surstable existe jusqu'à un nombre de Rayleigh critique (R_{TC}^{osc}), auquel se produit la transition de la convection en mode oscillatoire au mode direct, où le régime surstable est délimité par la zone hachurée. Cette région s'étend jusqu'à $\varepsilon = 0.4$, auquel point la condition $R_{TC}^{sup} = R_{TC}^{sur} = R_{TC}^{osc}$ est atteinte. Comme la porosité normalisée du milieu poreux est inférieure à 0,4, la région de surstabilité (zone III) disparaître complètement. Comme déjà mentionné, les zones (I) à (VI) sont équivalentes à celles définies sur la figure 6.5.

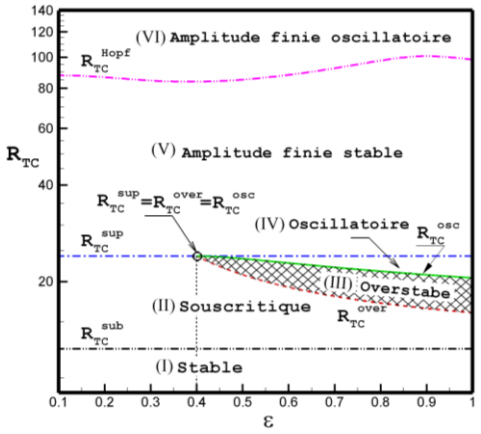
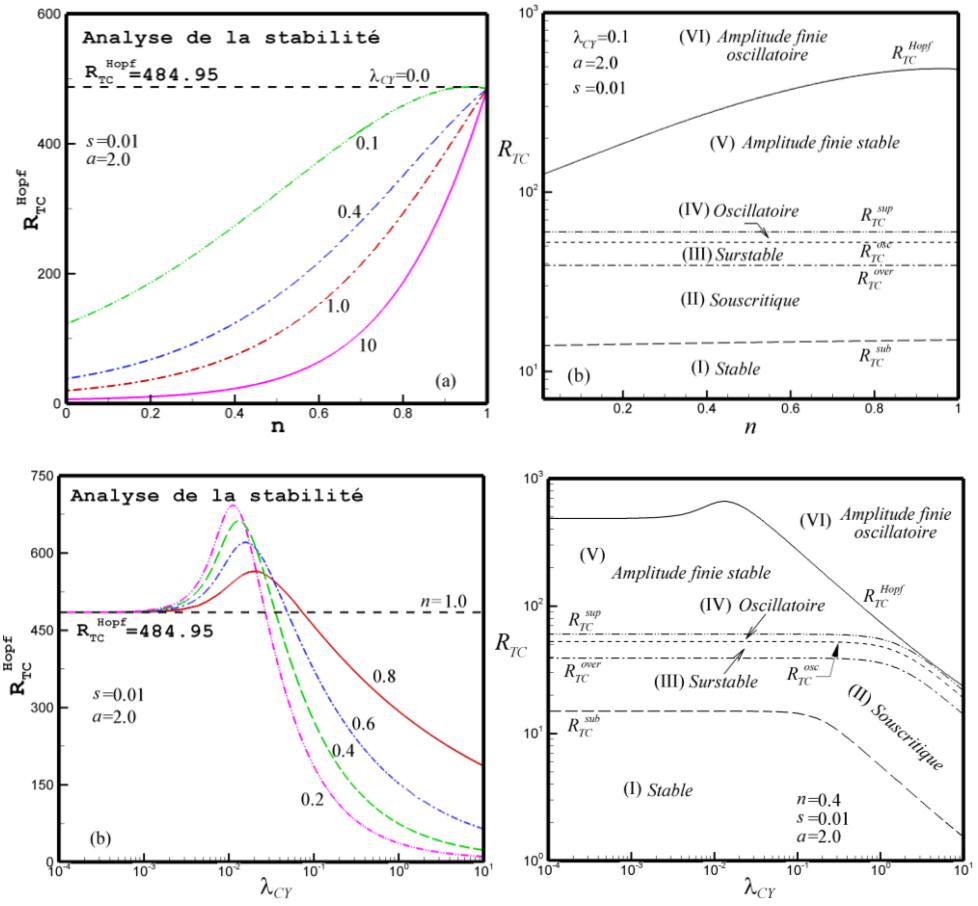


Figure. 6.6 : Diagramme de stabilité dans le plan ($R_{TC} - \varepsilon$) pour. $Le = 5$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.1$, $\lambda_{CY} = 0.2$, $s = 10^{-2}$ et $a = 5$.

6.5.3. Effet des paramètres de Carreau-Yasuda sur les seuils de convection

Les résultats de l'analyse de stabilité linéaire pour une couche horizontale infinie sont présentés sur la figure 6.7, qui montre l'influence des paramètres de Carreau-Yasuda, à savoir n , λ_{CY} , s et a sur le seuil de bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf}), c'est-à-dire d'un flux convectif stationnaire à oscillatoire, les débuts de mouvement à partir de l'état de repos (R^{sur} , R_{TC}^{osc} , R_{TC}^{sup}) et le début de la convection sous-critique (R_{TC}^{sous}) pour. $Le = 8$, $\varphi = -0.1$ et $\varepsilon = 0.2$ .La figure 6.7(a) illustre l'effet de l'indice de loi de puissace, n , caractérisant le régime d'amincissement par cisaillement, sur la bifurcation de Hopf pour des valeurs en fonction du paramètre de constante de temps λ_{CY} .Le graphique indique que, en diminuant l'indice de loi de puissance, n , de $n = 1$ à 0 et l'augmentation de la constante de temps supérieure $(\lambda_{CY} \geq 0)$ au nombre de Rayleigh critique pour la bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf}), prédit par la théorie de la stabilité linéaire, a considérablement diminué à mesure que le fluide devenait de plus en plus amincissement par cisaillement. Il s'ensuit que le mouvement convectif stationnaire est déstabilisé plus tôt avec une diminution de l'indice de loi de puissance, n , et une augmentation de la constante de temps, λ_{CY} . Cependant, il ressort clairement de la figure 6.7(a) que, pour $n = 1$ le seuil de bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf}) tend asymptotiquement vers une valeur constante ($R_{TC}^{Hopf} = 484.95$), indépendant de la valeur de la constante de temps, λ_{CY} . Une autre vue de l'effet de l'indice de loi de puissance, n , est illustrée sur la figure 6.7(b). Les résultats obtenus en terme de R_{TC}^{Hopf} en fonction de, λ_{CY} , pour versus n , s'avèrent différents de ceux discutés sur la figure 6.7(a). On observe que, lorsque la constante de temps diminue de $\lambda_{CY} = 10$ à 0, le seuil de bifurcation de Hopf augmente d'abord en passant par un maximum, puis diminue asymptotiquement vers 484,95, ce qui est indépendant de n , tel que l'indice de la loi de puissance, n ,l'effet final devient de plus en plus négligeable. Les pics de R_{TC}^{Hopf} pour différentes valeurs de n varient considérablement. Pour les valeurs des paramètres directeurs considérés ici, on trouve que $\lambda_{CY} = 0.01$, $R_{TC}^{Hopf} = 692.84$ quand $n = 0.2$ et $\lambda_{CY} = 0.02$, $R_{TC}^{Hopf} = 564.29$ quand $n = 0.8$. L'effet du rapport des viscosités à taux de cisaillement infini à zéro, s , sur R_{TC}^{Hopf} , est illustré sur la figure 6.7(d). On observe que le début de la bifurcation de Hopf augmente lorsque ce paramètre passe de $s = 0$ à 1. D'autre part, la figure 6.7(c) indique que toute augmentation de $a \geq 0$, le début de la

bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf}), est vu augmenter comme l'on augmente a , décrivant la région de transition entre la région de loi de puissance et la région de taux de cisaillement nul. Lorsque le paramètre a devient suffisamment grand ($a \geq 2$), le début de la bifurcation de Hopf tend asymptotiquement vers une valeur constante qui dépend de l'indice de la loi de puissance, n . Les Figures. 6.7 montre le diagramme de stabilité en terme de R_{TC} en fonction des quatre paramètre sans dimension du modèle rhéologique de Carreau-Yasuda (n , λ_{CY} , s et a), et de nombreuses régions sont délimitées. Une vue plongeante sur la figure 6.7 révèle que, comme prévu, les paramètres rhéologiques du modèle Carreau-Yasuda ont un effet important sur les seuils de bifurcation.



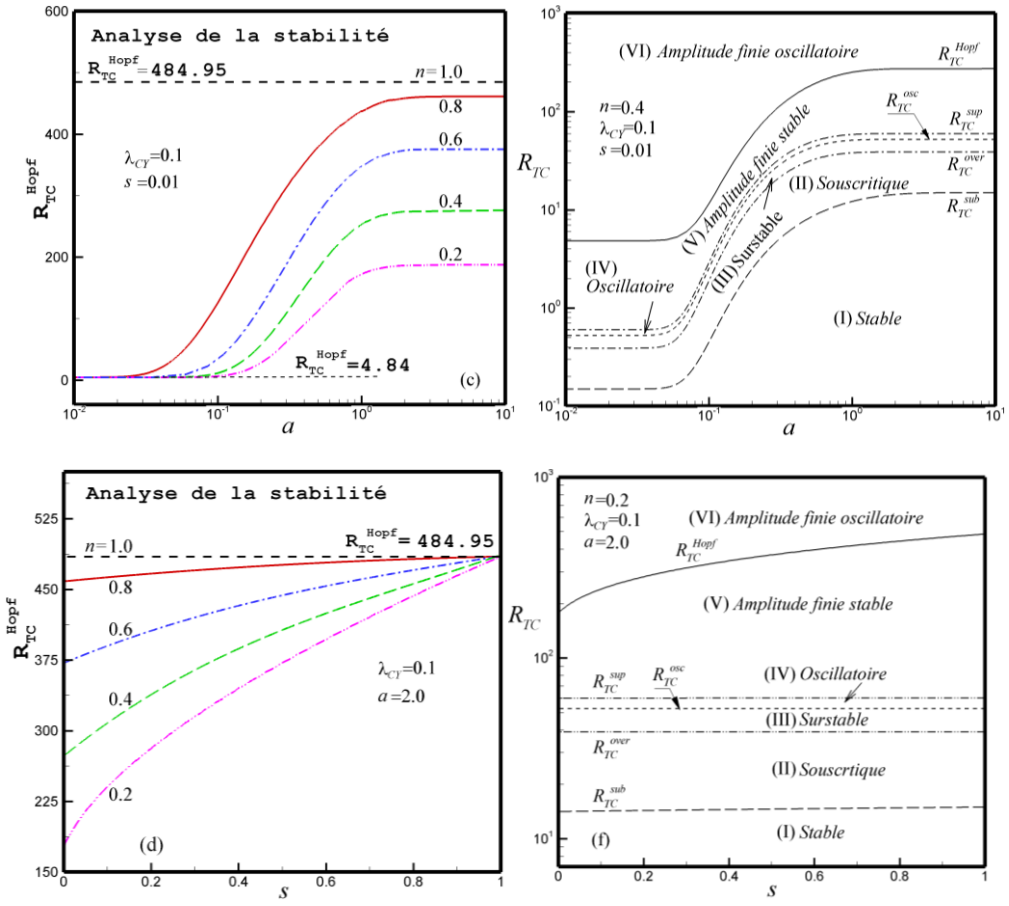


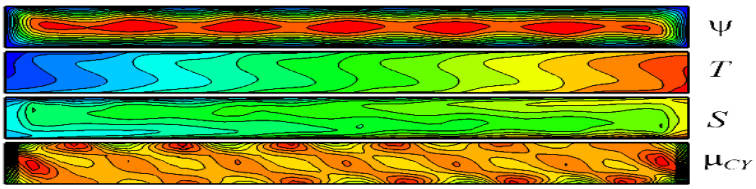
Figure.6.7 : Effet des paramètres de Carreau sur les seuils de convection (R_{TC}^{sous} , R^{sur} , R_{TC}^{osc} , R_{TC}^{sup} et R_{TC}^{Hopf}) pour $Le = 8$, $\varphi = -0.1$ et $\varepsilon = 0.2$.

6.5.4. Comparaison des résultats de l'analyse de stabilité linéaire avec les prédictions numériques non linéaires près du début de la bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf})

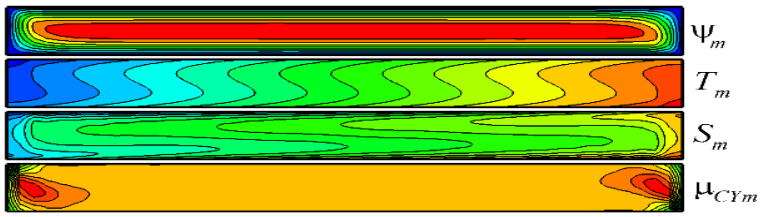
Comme déjà mentionné, il est bien connu que le flux convectif devient oscillant lorsque le nombre de Rayleigh dépasse un certain seuil. Pour cette situation, un exemple typique d'écoulement oscillatoire, près du seuil de bifurcation de Hopf, est illustré en comparant les résultats de l'analyse de stabilité linéaire avec les prédictions numériques non linéaires près du début de la bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf}) pour $Le = 8$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.8$, $\lambda_{CY} = 0.02$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 0.2$. Pour ces valeurs des paramètres directeurs, selon l'analyse de la stabilité linéaire de la section 6.5, le début de l'écoulement oscillant se produit pour $R_T \geq R_{TC}^{Hopf} = 564.30$. Pour cette situation, la longueur d'onde $A_C = 1.417$ et la fréquence de perturbation $f_r = |p_i| / 2\pi = 21.90$, respectivement.

Ce point est confirmé par les résultats numériques obtenus à partir des équations gouvernantes complètes pour une cavité avec un rapport d'aspect de $A=10$ .Comme on peut le voir pour la figure 6.8, la solution numérique a prédit que le flux oscillant commence $R_T=570$, où la longueur d'onde critique et la fréquence d'oscillation sont données par $A_C=1.4$ et $R_T=570$ $f_r=1/\tau=17.34$, respectivement, (τ est la période de temps d'oscillation). Il suffit de souffler cette valeur à $R_T=568$, la solution numérique est en régime permanent. Les historiques temporels de l'intensité d'écoulement, ψ_0, et de l'intensité d'écoulement moyenne sur une période de temps sont illustrés sur la figure 6.8. On observe que pour $R_T=570$, l'écoulement reste unicellulaire mais le caractère parallèle des lignes de courant est légèrement déformé, ce qui indique l'existence de petits tourbillons au cœur de l'enceinte se déplaçant le long de la paroi horizontale, comme le montre la figure 6.8(b). Les isothermes T_m des lignes de courant, ψ_m, l'isoconcentration, S_m , et la viscosité apparente, μ_{CYm}, de la période de temps moyennée sont affichées sur la figure 6.8(b). Le calcul des résultats moyennés par période est effectué comme $\mathcal{F}^{\tau}=(1/\tau)\int_t^{t+\tau}\mathcal{F}dt$. Pour ce phénomène, les instantanés des profils de perturbation de la fonction du courant, ψ_p, température, T_p, concentration, S_p, et viscosité apparente, μ_{CYP} , pendant une période d'oscillation, points (1)-(5), sont représentés sur la Figure.6.9(a)-(d). A chaque pas de temps donné, la perturbation est calculée comme $\mathcal{F}_p=\mathcal{F}-\mathcal{F}_m$, où $\mathcal{F}$ représente ψ, T, S et μ_{CY}. Le modèle de perturbation convective est illustré par deux couches constituées d'une série de petits tourbillons contrarotatifs se déplaçant vers la droite près de la paroi inférieure et la gauche près de la paroi supérieure. Les tourbillons s'affaiblissent au fur et à mesure qu'ils se frayent un chemin le long des parois d'extrémité de la cavité, et reprennent progressivement leur force plus tard lorsqu'ils se déplacent le long des parois horizontales. Les instantanés des profils de perturbation obtenus par l'analyse de stabilité (non présentés ici), indiquent que la configuration des tourbillons est approximativement la même que celle prédite par les solutions numériques des équations gouvernantes complètes (l'animation de l'onde progressive en termes de la fonction du flux, la température, la concentration et les contours apparents de la viscosité peuvent être consultés dans les données supplémentaires). La petite différence observée entre les deux approches peut être attribuée au rapport d'aspect fini considéré ($A=10$) pour les calculs numériques et/ou aux phénomènes non-linéarité. Des animations de

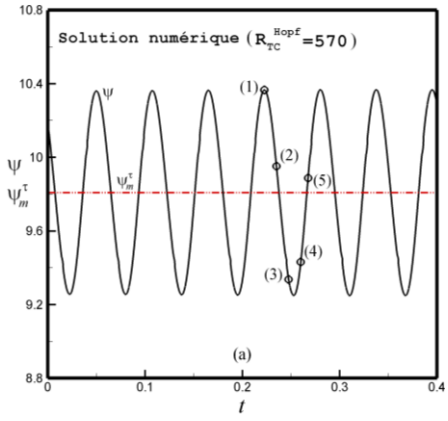
perturbation de la fonction d'écoulement, de la température et de la concentration de soluté peuvent être vues dans les films supplémentaires.



(a)



(b)



(c)

Figure. 6.8: (a) lignes de courant, isothermes, isoconcentrations et viscosité apparentes à un instant donné, (b) lignes de courant, isothermes et isoconcentrations du temps moyenne sur une période, (c) Historique temporel de la fonction d'écoulement, ψ , telle que prédite par la solution numérique pour $R_T = 570$, $Le = 8$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.8$, $\lambda_{CY} = 0.02$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$, $\varepsilon = 0.2$ et $\tau = 0.4$.

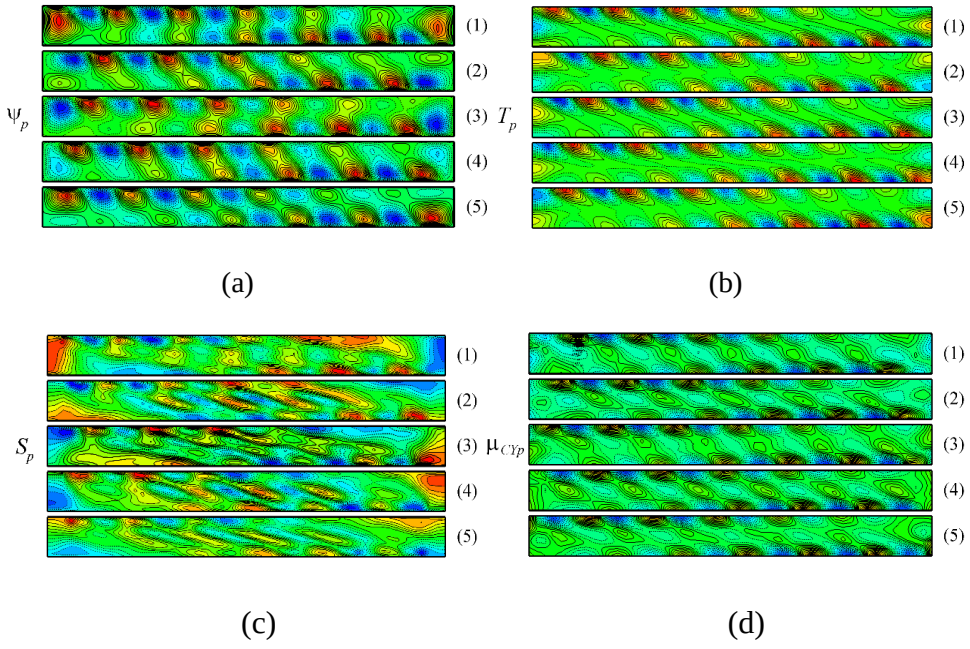


Figure. 6.9 (a)-(d) : contours d'instantanés de la fonction de perturbation de flux, ψ_p , température, T_p , concentration S_p , et viscosité apparente, μ_{CYp} , pour $R_T = 570$, $Le = 8$, $\varphi = -0.1$, $n = 0.8$, $\lambda_{CY} = 0.02$, $a = 2$, $s = 10^{-2}$ et $\varepsilon = 0.2$.

Conclusion Générale

Dans cette étude nous avons présenté analytiquement et numériquement la convection naturelle induite par la double diffusion dans une couche poreuse peu profonde saturée de fluide fluidifiant et chauffée et salée par le fond. Le modèle Carreau-Yassuda est adopté pour caractériser le milieu poreux et une attention particulière est accordée à la manière dont les paramètres rhéologiques des fluides affectent le début du mouvement et le transfert de chaleur et de masse convectif qui en résulte. La solution analytique a été dérivée pour une enceinte peu profonde en supposant une approximation d'écoulement parallèle au centre de l'enceinte, et la solution numérique a été obtenue en résolvant les équations gouvernantes complètes. Une analyse de stabilité linéaire est également effectuée pour prédire le début du mouvement à partir de l'état de repos ainsi que le début de la convection oscillatoire de Hopf. Des résultats ont été obtenus pour une large gamme de paramètres déterminants, à savoir le nombre de Rayleigh thermique, R_T , le nombre de Lewis, Le , le taux de flottabilité, φ , les paramètres rhéologiques (n , λ_{CY} , a et S) et la porosité normalisée, ε . Les principales conclusions de la présente étude sont les suivantes :

1. Pour une couche infinie, une bonne comparaison a été obtenue entre la solution à l'état stationnaire résultante prédite par la théorie des écoulements parallèles et la solution numérique des équations gouvernantes complètes. Les taux de transfert de chaleur et de masse convective résultants ont ensuite été considérablement affectés par les paramètres du modèle Carreau-Yassuda (n , λ_{CY} , a et S). Pour une valeur donnée des paramètres déterminants, la force de convection (ψ_0), les taux de transfert de chaleur et de masse (Nu et Sh) sont favorisés (annihilés) lorsque l'on diminue (augmente) l'indice de loi de puissance dans la plage ($0.1 \le n \le 1$) ou lorsqu'on augmente (diminue) la constante de temps dans la plage ($0 \le \lambda_{CY} \le 1$). Une tendance similaire est trouvée pour la viscosité apparente (μ_{CY}) en augmentant (diminuant) la valeur de n et en diminuant (augmentant) la valeur de λ_{CY} . Ainsi, lorsque le nombre de Rayleigh était très grand, les taux de transfert de chaleur et de masse tendaient asymptotiquement vers une valeur constante $Nu\,(Sh) \to 6.0$, et ce indépendamment de la valeur de n et λ_{CY} . En fonction du taux de flottabilité et des

paramètres Carreau-Yassuda, il a été constaté que les formes des courbes de bifurcation peuvent être considérablement modifiées. Ainsi, pour un ensemble donné de paramètres de Carreau-Yassuda et de taux de flottabilité ($\varphi > 0$), c'est-à-dire lorsque les forces thermiques et solutales sont déstabilisantes, le début de la convection se produit à un supercritique (R_{TC}^{sup}), tandis que pour les forces de flottabilité opposées ($\varphi < 0$), le début du mouvement pourrait être sous-critique (R_{TC}^{sous}). Entre ces deux limites ($0 < \varphi < 0$), les courbes présentent un processus de bifurcation plus complexe conduisant à une convection de bistabilité, à laquelle l'existence des deux solutions distinctes d'amplitude finie, l'une pour $R \geq R_{TC}^{sous}$ et l'autre entre ($R_{TC}^{sup} \leq R_T \leq R_{TC}^{tur}$) ou ($R_{TC}^{tur1} \leq R_T \leq R_{TC}^{tur2}$). Ces deux solutions sont généralement reliées par une troisième ou une quatrième solution instable.

2. Pour un ensemble donné de paramètres directeurs, *Le*, il a été constaté qu'en augmentant (diminuant) la valeur du rapport de flottabilité, φ , la région de bistabilité était de plus en plus affectée par les paramètres rhéologiques de Carreau-Yassuda. La région de bistabilité se rétrécit et disparaître lorsque l'on augmente l'indice de loi de puissance, n , et le rapport des viscosités à taux de cisaillement infini à zéro, s , ou lorsqu'on diminue la constante de temps λ_{CY} et le paramètre a .

3. Comme prévu, on observe que le comportement d'amincissement par cisaillement est amélioré lors de la diminution (augmentation) de l'indice de loi de puissance, n , (constante de temps, λ_{CY}) et conduit à l'apparition précoce de la convection sous-critique. Ainsi, une augmentation de n et s et une diminution de λ_{CY} (i.e. le modèle Carreau-Yassuda réduit au cas d'un fluide newtonien) le seuil de convection sous-critique (R_{TC}^{sous}) augmente de façon monotone vers une valeur constante, et ce indépendamment des valeurs de n , s et λ_{CY} . Cependant, lorsque l'augmentation du paramètre, a , le seuil de comportement de convection sous-critique était légèrement différent de ceux observés pour n , s et λ_{CY} .

4. La stabilité de l'état diffusif a été étudiée sur la base de l'analyse de stabilité linéaire. Pour une couche horizontale infinie, le début du mouvement à partir de l'état de repos (R_{TC}^{sup} , R_{TC}^{sur} , R_{TC}^{osc}) dépend de Le , φ , ε et des paramètres rhéologiques (n , λ_{CY} , a et s). De plus,

la stabilité linéaire de l'écoulement convectif stationnaire a été étudiée sur la base de l'analyse de stabilité linéaire pour prédire les effets du rapport de flottabilité et des paramètres rhéologiques sur le début de la bifurcation de Hopf et les résultats ont été confirmés par la solution numérique des équations gouvernantes complètes.

5. En fonction du signe du rapport de flottabilité et de la porosité normalisée, pour ensemble donné de paramètres Carreau-Yasuda, à la fois la stabilité de l'état de repos et les résultats analytiques ont indiqué l'existence de deux points de codimension-2, qui délimitaient une région morte où seule la convection sous-critique existe et la bifurcation s'est produite sans empiéter sur aucune surstabilité.
6. Pour un ensemble donné de paramètres directeurs Le , φ et ε , il a été constaté que le début du mouvement à partir de l'état de repos (R_{TC}^{sup} ,R_{TC}^{sur}, R_{TC}^{osc}) n'est pas affecté par l'indice de la loi de puissance, n , et le rapport du taux de cisaillement infini à zéro, s , mais d'autre part, la constante de temps, λ_{CY} , et le paramètre, a , ont été trouvés qui ont un effet significatif. Cependant, la théorie de la stabilité linéaire a indiqué que les paramètres rhéologiques avaient une forte influence sur le début de la bifurcation de Hopf (R_{TC}^{Hopf}). Globalement, lorsque le fluide devient de plus en plus fluidifiant, à la fois l'apparition de la convection sous-critique et la bifurcation de Hopf sont réduites, ce qui a joué le rôle d'un paramètre d'écoulement déstabilisant.

Recommandations et perspectives :

Dans une thématique aussi riche que celle-ci, de nombreuses perspectives restent bien ouvertes.

- ✓ Du point de vue numérique, l'étude du problème en configuration 3D pourrait prolonger ce travail de thèse
- ✓ ce travail reste académique en l'absence des résultats expérimentaux. Il serait donc souhaitable de conduire des expériences avec des fluides non-Newtoniens (obéissant au modèle de Carreau-Yasuda) afin de rendre réaliste les conclusions de cette étude.
- ✓ Possibilité de considérer des conditions aux limites de type Dirichlet (Température et concentration imposées)
- ✓ L'effort doit être porté sur la recherche de nouvelles configurations à la fois géométriques et physiques et étudier l'influence des conditions aux limites.

RÉFÉRENCES

[01] Ostrach, S: "Natural convection in enclosures", J. Heat Trans.,V.110,(1988), 1175-1190.

[02] Chandrasekhar, S: "Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability", Dover Publications, Inc., New York, (1961), p.

[03] Bejan, A: "convection heat transfer", John Wiley and Sons Inc., New York, (1984), 477 p.

[04] Platten, J.K., Legros, J.C: "Convection in Liquids", Springer Verlag, New York, (1984).

[05] Barriuso, E: Pesticide pollution of soils: analytical aspects. Analusis, 22, 13-15. (1994)

[06] Barriuso, E., Calvet, R:Soil type and herbicides adsorption. Intern. J.Environ. Anal. Chem., 46, 117-128. (1992)

[07] Barriuso, E., Koskinen,W., Sorenson, B: Modification of atrazine desorption during field incubation experiments. Sci. Total Environ. 123/124,333-344 (1992)

[08] Calvet, R: Modelling pesticides leaching in soils: main aspects and main difficulties. Eur. J. Agron., 4, 473-484. (1995)

[09] Alloui, Z.,Vasseur,P: Natural convection of Carreau-Yasuda non-Newtonian fluids in a vertical cavity heated from the sides, Int. J. of Heat and Mass Transfer 84 (2015) 912-924

[10] Catton,I: Natural convection in enclosures, in: Proceedings of the 6th International Heat Transfer Conference, vol. 6, (1978), pp. 13–31.

[11] Hadidi, N., Bennacer, R: Three-dimensional double diffusive natural convection across a cubical enclosure partially filled by vertical porous layer, Int. J. Therm.Sci. 101 (2016) 143–157.

[12] De Vahl Davis, G: Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution, Int. J. Numer. Methods Fluids 3 (3) (1983) 249–264.

[13] Beghein, C., Haghighat, F., Allard, F: Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity. Int. J. Heat Mass Transfer. 35 (1992), pp. 833-846.

[14] Ostrach, S: Natural convection with combined driving forces. PCH/Physico Chemical Hydrodynamics, 4, (1980), pp. 233-247.

[15] Ostrach, S: Natural convection in enclosures, J. Heat Transfer 110 (1988) 1175-1190.

[16] Bejan, A: Convection Heat Transfer, third ed., John Wiley, New York, (2004).

[17] Khechiba, K., Mamou, M., Hachemi, M., Delenda, N.,Rebhi, R: Effect of Carreau-Yasuda rheological parameters on subcritical Lapwood convection in horizontal porous cavity saturated by shear-thinning fluid, PHYSICS OF FLUIDS **29** (2017), 063101

[18] Bories, S., Mojtabi, A., Prat, M., Quintard, M : Transferts de chaleur dans les milieux poreux-conduction, convection, rayonnement. Technique de l'ingénieur, (2008).

[19] Kaviany, M: Principles of heat transfer in porous media.Springer, (1995).

[20] Scheidegger, E: The Physics of flow through porous media. 3rd Edition, University Toronto Press, (1974).

[21] Koschmieder, E.L., Pallas, S.G: "Heat transfer through a shallow, horizontal convecting fluid layer", Int. J. heat Mass Transfer,V.17,(1974), 991-1002.

[22] Ben Azouz Ahmed, K : "Relation entre propriétés rhéologiques et structure microscopique de dispersions de particules d'argile dans des dispersions de polymères", Université de haute Alsace, Thése de Doctorat,(2010)

[23] Chhabra, R.P., Richardson, J.F: "Fundamentals and Engineering Applications", Butterworth-Heinemann, (1999), 436 p.

[24] Koller, E :"Transport et stockage des fluides dans l'industrie", Dunod, Paris, (2002), 416 p.

[25] Coelho, P.M., Pinho, F.T:Vortex shedding in cylinder flow of shear-thinning fluids. III Pressure measurements", J. Non-Newtonian Fluid Mech,V.121,(2004), 55-68.

[26] Escudier, M.P., Poole, R.J., Presti, F., Dales, C., Nouar, C., Desaubry, C., Graham, L., Pullum, L.: Observations of asymmetrical flow behaviour in transitional pipe flow of yield-stress and other shear-thinning liquids. J. Non Newt Fluid Mech. **127**,143-155 (2005).

[27] Piau, L.M., El-Kiss, N., Tremblay, B.: Low Reynolds number flow visualization of linear and branched silicones upstream of orifice dies. J. Non-Newt. Fluid Mech. **30**,197-232 (1988).

[28] Beghein, C., Haghighat, F., Allard, F.: Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity. Int. J. Heat Mass Transfer. **35**, 833-846 (1992) .

[29] Parmentier, E.M., Turcotte, D.L: Studies of finite amplitude non-Newtonian thermal convection with application to convection in the earth mantle", J. Geophys. Res. :Solid Earth Planets,V.81,(1976), 1839-1846.

[30] Shenoy, A.V: Non-Newtonian Fluid Heat Transfer in Porous Media, ADVANCES IN IlEAT TRANSFER. VOLUME 24, deparetement of Energy and Mechanical Engineering Sh izuoka University, Hamamatsu. Japan (1994).

[31] Mehta, K.N., Rao, K.N.: Buoyancy-induced flow of non-Newtonian fluids in a porous medium past a vertical plate with non-uniform surface heat flux. Int. J. Eng. Sci. **32**, 297-302 (1994).

[32] Goyeau,B., Songbe, J.P., Gobin, D: Numerical study of double-diffusive natural convection in a porous cavity using the Darcy-Brinkman formulation. Int. J. Heat Mass Transfer. **39**, 1363-1378 (1996).

[33] Gobin, D., Bennacer, R.: Cooperating thermosolutal convection in enclosures II: heat transfer and flow structure. Int. J. Heat Mass Transfer. **39**, 2683-2697 (1996).

[34] Mamou, M., Vasseur, P., Bilgen, E.: Multiple solutions for double-diffusive convection in a vertical porous enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer. **38**, 1787-1798 (1995).

[35] Mamou, M., Vasseur, P., Bilgen, E.: Analytical and numerical study of double diffusive convection in a vertical enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer. **32**,115-125 (1996).

[36] Chen, H.T., Chen, C.K.: Free convection of non-Newtonian fluids along a vertical plate embedded in a porous medium. Trans. ASME. J. Heat Transfer. **110**, 257-260 (1998).

[37] Mehta, K.N., Rao, K.N.: Buoyancy-induced flow of non-Newtonian fluids over a non-isothermal horizontal plate embedded in a porous medium. Int. J. Eng. Sci. **32**, 521-525 (1994).

[38] Getachew, D., Poulikakos, D., Minkowycz, J: Double diffusion in a porous cavity saturated with a Non-Newtonian fluid. J. Thermophys Heat Transfer. **38**, 437-446 (1998).

[39] Kalla, L., Mamou, M., Vasseur, P., Robillard, L.: Multiple solutions for double diffusive convection in a shallow porous cavity with vertical fluxes of heat and mass. Int. J. Heat Mass Transfer. **44**, 4493-4504 (2001).

[40] Amari, B.,Vasseur ,B., Bilgen,E: Natural convection of non-Newtonian fluids in a horizontal porous layer, WS.rme- und Stoffiibertragung 29, 185-193 (1994).

[41] Bahloul, A., Boutana, N., Vasseur, P.: Double-diffusive and Soret-induced convection in a shallow horizontal porous layer. J. Fluid Mech. **491**, 325-352 (2003).

[42] Bahloul, A., Vasseur, P., Robillard. L.: Convection of a binary fluid saturating a shallow porous cavity subjected to cross heat fluxes. J. Fluid Mech. **574**, 317-342 (2007).

[43] Mamou, M.: Stability analysis of the perturbed rest state and of the finite amplitude steady double-diffusive convection in a shallow porous enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer. **46**, 2263-2277 (2003).

[44] Lamsaadi, M., Naïmi, M., Hasnaoui, M.: Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below. Heat Mass Transfer. **41**, 239-249 (2005).

[45] Lamsaadi, M., Naimi ,M., Hasnaoui,M : Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below,Heat Mass Transfer (2005) 41: 239–249 DOI 10.1007/s00231-004-0530-8.

[46] Lamsaadi, M., Naimi, M., Hasnaoui, M. Mamou, M: Natural convection in a vertical rectangular cavity filled with a non-Newtonian power-law fluid and subject to a horizontal thermal gradient. Num. Heat Transfer A. **49**, 969-990 (2006).

[47] Barletta, A., Nield, D.A: Linear instability of the horizontal through flow in a plane porous layer saturated by a power-law fluid. Phys. Fluids. **23**, 013102 (2011).

[48] Vinogradov, I., Khezzar, L., Siginer, D: Heat Transfer of Non-Newtonian Dilatant Power Law Fluids in Square and Rectangular Cavities, Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering 62(2016)10, 553-564.

[49] Ben Khelifa, N., Alloui, Z., Beji, H., Vasseur, P: Natural convection in a vertical porous cavity filled with a non-Newtonian binary fluid. AIChE. J. **58**, 1704-1716 (2012).

[50] Alloui, Z., Ben Khelifa, N., Vasseur, P., Guizani, A: "The onset of convection of power-law fluids in a shallow cavity heated from below by a constant heat flux", J. Non-Newtonian Fluid Mech. ,V.196,(2013), 70–82.

[51] Valencia-Lopez, J.J., Ochoa-Tapia, J.A: A study of buoyancy-driven flow in a confined fluid overlying a porous layer. Int. J. Heat Mass Transfer. **44**, 4723-4736 (2001).

[52] Bian, W., Vasseur, P., Bilgen, E: Natural convection of non-Newtonian fluid in an inclined porous layer", Chem. Eng. Commun.,V.129,(1994), 79-97.

[53] Benouared, O., Mamou, M., Messaoudene, N.A: Numerical nonlinear analysis of subcritical Rayleigh-Bénard convection in a horizontal confined enclosure filled with non-Newtonian fluids. Phys. Fluids. **26**, 073101 (2014).

[54] Khechiba, K., Majid, H: RAYLEIGHT-BENARD CONVECTION IN A HORIZONTAL POROUS CAVITY SATURATED BY A SHEAR-THINNING FLUID, SProceedings of CHT-15 ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer May 25-29, 2015, Rutgers University, Piscataway, USA CHT-15-203.

[55] Raisi, A: Natural Convection of Non-Newtonian Fluids in a Square Cavity with a Localized Heat Source, Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering 62(2016)10, 553-564.

[56] Krishnaa Veera , M., Reddy Subba, G : MHD Forced Convective flow of Non-Newtonian fluid through Stumpy Permeable Porous medium, Materials Today: Proceedings 5 (2018) 175–183.

[57] Bouteraa, M: Rayleigh-Bénard convection in shear-thinning fluids : Theoretical and experimental approaches. Fluids mechanics [physics.class-ph]. Université de Lorraine, 2016. English. <NNT : 2016LORR0012>. <tel-01681771>.

[58] Rebhi,R., Mamou, M., Vasseur, P., Alliche, M: Form drag effect on the onset of non-linear convection and Hopf bifurcation in binary fluid saturating a tall porous cavity. Int. J. Heat Mass Transfer. **100**, 178-190 (2016).

[59] Rebhi, R., Mamou, M., Vasseur, P: Bistability and hysteresis induced by form drag in nonlinear subcritical and supercritical double-diffusive Lapwood convection in shallow porous enclosures. J. Fluid. Mech. **812**, 463 500 (2017).

[60] Attia, A., Mamou, M., Benissaad, S., Ouazaa, N: Linear and nonlinear stability of Soret-Dufour Lapwood convection near double Codimension-2 points. Heat Transfer-Asian Res. 1-30 (2018).

[61] Jahanbakhshi, A., Nadooshan, A.A., Nadooshan, M: Magnetic field effects on natural convection flow of a non-Newtonian fluid in an L-shaped enclosure, Journal of Thermal Analysis and Calorimetry (2018) 133:1407–1416.

[62] Veera Krishna, M., Subba Reddy, G: MHD Forced Convective flow of Non-Newtonian fluid through Stumpy Permeable Porous medium. Materials Today: Proceedings. **5**, 175-183 (2018).

[63]Boutaraa,M.,Nouar,C.,Plaut,E.,Metivier,C.,Kalc,A:
Weakly nonlinear analysis of Rayleigh-Bénard convection in shear-thinning fluids: nature of the bifurcation and pattern selection, Under consideration for publication in J. Fluid Mech.

[64] Bihiche, K., Lamsaadi, M., Hasnaoui,M: Multiple steady state solutions for double-diffusive convection in a b shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated and salted from the side and filled with non-Newtonian power-law fluids, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics 283 (2020) 104349.

[65] Rebhi, R., Mamou, M., Hadidi,N: Bistability bifurcation phenomenon induced by non-Newtonian fluids rheology and thermosolutal convection in Rayleigh– Bénard convection, Cite as: Phys. Fluids 33, 073104 (2021).

[66] Qiang, X., Siddique, I., Sadiq, K., Ali Shah, N: Double diffusive MHD convective flows of a viscous fluid under influence of the inclined magnetic field, source/sink and chemical reaction, Alexandria Engineering Journal (2020)

[67] Tizakas,Y., Kaddiri, M., Lamsaadi, M: Double-diffusive mixed convection in rectangular cavities filled with non-Newtonian fluids, International Journal of Mechanical Sciences 208 (2021) 106667.

[68] Makayssi, T., Lamsaadi, M., Kaddiri, M: Natural double-diffusive convection for the Carreau shear-thinning fluid in a square cavity submitted to horizontal temperature and concentration gradients, S0377-0257(21)00138-5, https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2021.104649,JNNFM 104649.

[69] Parvin,S., Isa,P.M., Ibrahim,R.W.,Nisar ,K.S : Numerical treatment of 2D-Magneto double-diffusive convection flow of a Maxwell nanofluid: Heat transport case study.

[70] Maatki,C., Ghachem, K., Kolsi, L., Hussein, A.K., Borjini, M.N., Ben Aissia,H: Inclination effects of magnetic field direction in 3D double-diffusive natural convection. Appl. Math. Comput. 273 (2016) 178–189.

[71] Guha,A., Pradhan,K: Natural convection of non-Newtonian power-law fluids on a horizontal plate, Int . J. Heat Mass Transf. 70 (2014) 930-938.

[72] Ouiriemi, M., Vasseur,P,., Bahloul,A: Natural convection of a binary fluid in a slightly inclined shallow cavity, *Nu*merical Heat Transfer. 48 (2005) 547-565.

[73] Turan, O., Chakraborty, N., Poole, R.J: "Laminar Rayleigh-Bénard convection of yield stress fluids in a square enclosure", J. Non-Newtonian Fluid Mech.,V.171-172,(2012), 83–96.

[74] Kaddiri, M., Naimi,M., Raji,A., Hasnaoui, M: "Rayleigh-Bénard convection of non-newtonian power-law fluids with temperature-dependent viscosity", ISRN Thermodyn.,V.2012,(2012), 614712-614722.

[75] Tatyana, L: ″High-frequency vibration effect on the stability of a horizontal layer of ternary fluid″ Eur. Phys. J. E 38, 43, (2015).

[76] Fakhreddine, S.O., El Cafsi ,R: ″ Competition between the lid driven and the natural convection of nanofluids taking into consideration the Soret effect″, International Journal of Heat and Mass Transfer 114, pp. 1341–1349, (2017).

[77] Mojtabi, A., Platten, J. K., Charrier-Mojtabi, M. C: Onset of free convection in solutions with variable Soret coefficients, Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics, 27 (1), (2002), 244.

[78] Hirata, S.C., Goyeau, B., Gobin, D., Carr, M., and Cotta, R. M: Linear stability of natural convection in superposed fluid and porous layers: Influence of the interfacial modelling, International Journal of Heat and Mass Transfer, 50 (7-8), 2007a, 1356-67.

[79] Sekhar, G.N., Jayalatha, G:"Elastic effects on Rayleigh-Bénard convection in liquids with temperature-dependent viscosity ", Int. J. Therm. Sci.,V.49,(2010), 67–75.

[80] Solomatov, V.S., Barr, A.C: "Onset of convection in fluids with strongly temperature-dependent, power-law viscosity", Phys. Earth Planet. Inter.,V.155,(2006), 140–145.

[81] Lyubimova, T.P., Sadilov, S.A., Prokopev, E.S:″Onset of Soret-induced convection in a horizontal layer of ternary fluid with fixed vertical heat flux at the boundaries ″ The European physical journal, Eur. Phys. J. E, 40: 15.10.1140 /epje/i2017pp.11505-9, (2017).

[82] Teamah, M.A: Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source, Int. J. Therm. Sci. 47 (2008) 237–248.

[83] Vare,T., Nouar,C., Metivier, C: Instabilities of convection patterns in a shear-thinning fluid between plates of finite conductivity, Phys. Rev. E 96, 043109 (2017).

[84] Kefayati, GHR: Simulation of non-Newtonian molten polymer on natural convection in a sinusoidal heated cavity using FDLBM, J. Mol. Liq. 195 (2014) 165-174.

[85] Balmforth, N. J., Rust, A. C:“Weakly nonlinear viscoplastic convection,” J. Non-Newtonian Fluid Mech. 158(1–3) (2009) 36–45.

[86] Yasuda, C., Armstrong, R.C., Cohen, R.E.: Shear flow properties of concentrated solutions of linear and star branched polystyrenes. Rheol. Acta. **20**, 163-178 (1981) [83] Bird, R.B., Amstrong, R., Hassager, O: Dynamics of polymeric liquids. New York, Wiley-Intrscience (1987).

[87] Peaceman, D.W., Douglas,J.r: "Numerical solution of two dimensional heat flow problems", AIChE J.,V.1,(1955), 505–512.[85] Frankel, S.P., "Convergence rates of iterative treatements of partial differential equations", Math. Tables aids compt.,V.4,(1950), 65-75.

[88] Trevisan, O.V., Bejan, A: Mass and heat transfer by natural convection in a vertical slot filled with porous medium. Int. J. Heat Mass Transfer. **29**, 403-415 (1986).

[89] Bejan, A: Convection Heat Transfer. 2nd ed. Wiley, New York (1995).

[90] Nield, D.A: Onset of thermohaline convection in a porous medium. Water Resour. Res. 4 (3), 553-560, (1968).

[91] Tauntom, J., Lightfoot, E. N: Temohaline instability and salt fingers in porous medium. The Physics of Fluids, 15, 748-753, (1972).

[92] Poulikakos, D: Double diffusive convection in a horizontal sparsely packed porous layer. Int. Comm. Heat Mass Transfer, 13, 587-598, (1986).

[93] Nield, D. A., Bejan, A: Convection in porous media, (2nd edn), Springer-Verlag, New York. (2005).

[94] Mamou, M., Vasseur, P., Bilgen, E., Gobin, D: Double-diffusive convection in an inclined slot filled with porous medium. Eur. J. Mechanics, B/Fluids, 14, 629-652, (1995b).

[95] Bertholz, R. F: Instability of steady natural convection in a vertical layer. J. Fluid Mechanics, 84, 743-768, (1978).

[96] Ghorayeb, K., Mojtabi, A: Double diffusive convection in a vertical rectangular cavity. Phys Fluids. 9 (8), 2339-2348, (1997).

[97] Joly, F., Vasseur, P., Labrosse, G: Soret instability in a vertical Brinkman porous enclosure. J. Num. Heat Transfer, Part A, 39 (4), 339-359, (2001).

[98] Mamou, M: Stability analysis of thermosolutal convection in a vertical packed porous enclosure. Physics of Fluids. 14 (12), 4302-4314, (2002).

➢ Publication Internationale

Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences 101, Issue 1 (2023) 137-159



SEMARAK ILMU PUBLISHING

Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences

Journal homepage:
https://semarakilmu.com.my/journals/index.php/fluid_mechanics_thermal_sciences/index
ISSN: 2289-7879

Bi-stability Study of Double Diffusive Convection Using the Carreau-Yasuda Model in a Shallow Horizontal Porous Layer Filled with a Non-Newtonian Fluid

Sara Bensilakhal[1,2], Redha Rebhi[3,4], Noureddine Hadidi[1,2], Giulio Lorenzini[5,*], Yacine Kerchiche[6], Younes Menni[7], Houari Ameur[7], Hijaz Ahmad[8]

[1] Laboratoire Matériaux et Environnement, LME, Université de Médéa, 26000 Médéa, Algeria
[2] Department of Process Engineering and Environment, Faculty of Technology, University of Medea, Medea 26000, Algeria
[3] Department of Mechanical Engineering, Faculty of Technology, University of Medea, Medea 26000, Algeria
[4] LERM-Renewable Energy and Materials Laboratory, University of Medea, Medea 26000, Algeria
[5] Department of Engineering and Architecture, University of Parma, Parco Area delle Scienze, 181/A, 43124 Parma, Italy
[6] National Polytechnic School of Algiers, Algeria
[7] Department of Technology, University Center Salhi Ahmed Naama (Ctr. Univ. Naama), P.O. Box 66, Naama 45000, Algeria
[8] Section of Mathematics, International Telematic University Uninettuno, Corso Vittorio Emanuele II, 39, 00186 Roma, Italy

ARTICLE INFO

Article history:
Received 20 May 2022
Received in revised form 20 October 2022
Accepted 6 November 2022
Available online 26 November 2022

Keywords:
Non-linear convection; porous layer; non-Newtonian liquid; shear-thinning fluid; Bi-stability; Hopf bifurcation

ABSTRACT

The onset of non-linear convection in a horizontal porous layer saturated by a shear-thinning liquid is studied. The Carreau-Yasuda model is utilized for modeling the behavior of the working medium. Constant fluxes of heat and mass are imposed on the horizontal walls of the cavity, while the vertical sides are assumed adiabatic and impermeable. The parallel flow approximation and the finite difference approach are used to conduct the investigation analytically and numerically, respectively. By considering an infinitesimal perturbation, the linear stability analysis of the diffusive and convective states is conducted based on the finite element method. The theory of linear stability is employed to determine the critical Rayleigh number for the onset of motion from the rest state as well as the onset of Hopf bifurcation, transition from the stationary to oscillatory convection. Overall, the Carreau-Yasuda rheological parameters have a significant impact on the thresholds of convection. The most interesting findings of this study is highlighting the existence of a bi-stability phenomenon, i.e., the existence of two steady-state solutions, which was not observed before in non-Newtonian fluids convection.

- Participation Nationale



PREMIER SEMINAIRE NATIONAL
DE L'ENVIRONNEMENT ET DES PHENOMENES DE TRANSPORT
SNEPT20, 03-04 Mars 2020

ATTESTATION DE PARTICIPATION

Cet attestation certifie que,

BENSILEKHAL Sarah

A participé par une communication Orale intitulée,

Etude de l'extraction et caractérisation d'un principe actif d'une plante médicinale pour remède des brulures

Au Premier Séminaire National de l'Environnement et des Phénomènes de Transport (SNEPT20), organisé le 03-04 Mars 2020 à l'Université de Médéa.

Dr. FERHAT Samira
La présidente du SNEPT20

General Chair of SNEPT 20
Dr. FERHAT Samira



Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials
ASREM2022, March 16-17, 2022 Médéa - Algeria

CERTIFICATE OF PARTICIPATION

We hereby certify that

BENSILAKHAL Sarah

Department of Process Engineering and Environment, University of Medea , Algeria

Has presented the paper referenced below in Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials (ASREM2022), which took place in Médéa, Algeria from 16th to 17 th, March 2022.

Title: **Analytical and Numerical Study of Thermosolutal Convection in Shallow Porous Enclosure Saturated by a Shear-Thinning Fluid**

Co-author(s): Redha REBHI and Noureddine HADIDI

ASREM 2022
General Chair
Dr. Younes Chiba

- Participations Internationales



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Bensilakhal Sarah

has participated in 1st International Conference on Engineering, Natural and Social Sciences ICENSOS 2022 on December 20 - 23, 2022 in Konya, Turkey

PAPER TITLE: *Numerical and Analytical Study of doble diffusion Convection of non Newtonian fluids in Shallow Porous rectangulair cavity uniformly heated and massed from below*

PRESENTATION TYPE: Oral

ICENSOS

ICENSOS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



01 - 03 October 2021

ICSuSaT

Online-TURKEY
www.icsusat.net

4th International Conference on Sustainable Sciences and Technology

PARTICIPATION DOCUMENT

Sarah BENSILAKHAL

has participated to "4th International Conference on Sustainable Sciences and Technology (ICSuSaT 2021)" held on October 01-03, 2021 as ONLINE-TURKEY.

Prof. Dr. İskender AKKURT
Conference Chair

CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Bensilakhal Sarah

has participated in 1st International Conference on Scientific and Academic Research on 10-13 December in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE	*Numerical Study of a Basin Type Solar Still with a Double Glass Cover under Winter Conditions*
PRESENTATION TYPE	*Oral*

ICSAR 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA

ICSAR