RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE MÉDÉA

FACULTÉ DES SCIENCES

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de **Master**

En physique

Spécialité : Physique Théorique

Par :

SEDER Meriem
MANSOURINE Abir

Thème :

La dynamique des modèles en physique moderne :

La théorie espace-temps comme exemple.

Soutenue à distance le : 06 /07 /2021, Devant le jury composé de :

RADJAI Missoum	Grade : MCA	UYF-Médéa	Président
ZITOUNI Hannachi	Grade : Professeur	UYF-Médéa	Examinateur
BOUCHACHIA Karim	Grade : MCB	UYF-Médéa	Examinateur
HOUATIS Djamel	Grade : MCB	UYF-Médéa	Encadreur

Année universitaire 2020-2021

Résumé, Abstract, ملخـص

الخلاصة: تتكون هذه الدراسة من شِقّين: شق تاريخي-إبستمولوجي حيث ندرس تاريخياً ظهور مفهوم النموذج في الفيزياء، كما نُجيب على السؤال الإبستمولوجي (أو العلمياتي): ما هو النموذج في الفيزياء؟ وشق فيزيائي حيث ندرس تطور مفهومين أساسيين: المكان والزمان. سنقوم بعرض بعض جوانب من طبيعتهما كما هو مقترح في مختلف النماذج الفيزيائية. النماذج الميكانيكية وفقًا للرُؤْية الكلاسيكية لنيوتن وجاليليو والنماذج الرياضية وفقًا للنسبية الخاصة لآينشتاين وبوانكاريه. تبين لنا من نتائج هذه الدراسة أن الدَّور المُهم الذي تلعبه النماذج المقترحة من قِبَل العلماء مرهون، ليس فقط بمساهمتها في اثراء الفيزياء بمعلومات جديدة، ولكن أيضًا بالتأثير الكبير على تصورنا للمفاهيم العلمية المكتسبة، وبالتالي تصورنا للعالم الخارجي.

كلمات المفاتيح: نموذج، النمذجة، المكان، الزمان، الزمكان.

Abstract: This study had two parts: A historical-epistemological part where we think historically on the emergence of the concept of model in physics and answer epistemologically the following question; what is a model in physics? and a physical part, where we study the evolution of two fundamental concepts: space and time. We propose some aspects of their natures as described in the different models of physics. Mechanical models according to the classical vision of Newton and Galileo and mathematical models according to the special relativity of Einstein and Poincare. The results show that the important role played by the models proposed by scientists is conditioned not only by their contribution in enriching physics but also by the major influence on our conception of the world.

Keywords: Model, Modeling, space, time, space-time.

Résumé : Cette étude comportait deux volets : Un volet historico-épistémologique où nous réfléchissons historiquement à l'émergence du concept de modèle en physique et répondons épistémologiquement à la question : qu'est-ce qu'un modèle en physique ? et un volet physique où nous étudions l'évolution de deux concepts fondamentaux : l'espace et le temps. Nous proposons quelques aspects de leurs natures telles que décrites dans les différents modèles de la physique. Les modèles mécaniques selon la vision classique de Newton et Galilée et les modèles mathématiques selon la relativité restreinte d'Einstein et Poincaré. Les résultats montrent que le rôle important joué par les modèles proposés par les scientifiques est conditionné non seulement par leur enrichissement de la physique mais aussi par l'influence majeure sur notre conception du monde.

Mots clés : Modèle, Modélisation, espace, temps, espace-temps.

شكر وإهـــــداء

مرت قاطرة البحث بكثير من العوائق .. ومع ذلك حاولت أن أتخطاها بثبات بفضل من الله عزوجل.

إلى من أفضلها على نفسي التي كانت الدافع لإكمالي المرحلة الجامعية (أمي الحبيبة).

إلى صاحب الوجه الطيب وقدوتي في طلب المعرفة (أبي العزيز).

أقدم كل الشكر والإحترام إلى أستاذي الرائع والمتواضع جدا (الأستاذ جمال حواتيس) على تشجيعه لنا في دخول هذا الميدان من فلسفة العلوم، داعية من الله أن يحفظه ويبارك له في حياته .

أقدم شكر وإحترام لرئيس لجنة تقييم مذكرتنا (الأستاذ راجعي ميسوم)

أقدم شكري الخاص للأستاذ زيتوني حناشي والأستاذ بوشاشية كريم لقبولهما لمناقشة مذكرتنا.

أقدم شكري إلى كل الأساتذة الذين ساهموا في تكويننا من السنة الأولى إلى السنة النهائية.

تحياتي إلى إخوتي...

و(أولغا) و أصدقائي ومعارفي ..

وشكرا .....

عبير منصورين

إلى نفسي أولا بعد سنوات من التعب، الجهد، السهر، بعد الألم والدموع.

إلى عائلتي أمي وأبي، انجيلا، أختاي آمال وفايزة، أحبتي عبد الرحمان، إبتهال، تسنيم.

إلى نسيمه بن حفري التي لن تكفيني الكلمات لشكرها ولو كتبت دهرا.

إلى كل من علمني حرفا منذ ان وَطِئَت قدماي المدرسة الابتدائية إلى يومنا هذا على رأسهم الأستاذ الدكتور حيرش سفيان الذي ترك فينا عظيم الأثر وضرب لنا المثل في تفانيه وحبه لمهنته ولم يبخلنا يوما في تقديم يد المساعدة.

إلى الأستاذ الدكتور فريد خليلي بجامعة سكيكدة الذي لم يتوانى في مساعدتي بالرغم من انشغاله الدائم.

إلى أخواتي في الله اللواتي كنَّ نعم الصديقات لي: رميساء وخديجه لعجال، أسماء لحرش، خديجة حيوله، رقيه فكراش، عبير منصورين فقد كنَّ لي السند والدَّعم يوم ان احتجتهن.

إلى كل من احبني، الي كل من تمنى لي الخير من قريب او من بعيد، الي كل من ساندني ولو بالكلمة الطيبة.

إلى كل هؤلاء أهدي هذ العمل سائله المولى عز وجل أن ينفعنا بيه ويمدنا بتوفيقه.

مـريـم سيـــدر

Remerciements

Après avoir rendu grâce à Dieu le Tout-Puissant et le Miséricordieux, nous tenons à remercier vivement tous ce qui ont participé de près ou de loin à la rédaction de ce document.

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de Dr. HOUATIS Djamel, on le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, pour sa rigueur et sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire.

Nos remerciements s'adressent également aux Pr. ZITOUNI Hannachi et le Dr. BOUCHACHIA Karim qui ont consacré généreusement de leur temps pour nous enrichir avec leur conseils et directives tout au long du travail.

Nous exprimons nos remerciements les plus chaleureux au président de jury ainsi que les examinateurs de ce mémoire. Merci à vous de faire partie de ce jury.

Nos remerciements s'adressent également à tous nos professeurs pour leurs générosités et la grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leurs charges académiques et professionnelles.

Table des matières

Résumé, Abstract, ملخص ..... *ii*

شكر وإهـــداء ..... *iii*

Remerciements ..... *iv*

Table des matières ..... *v*

Liste des figures ..... *vii*

Introduction *1*

Chapitre 1 La notion de modèle en physique *3*

1.1 L'étymologie et l'évolution du terme modèle **3**

1.2 Qu'est-ce qu'un modèle en physique ? **4**

1.2.1 Les différents sens du mot « modèle » 5

1.2.1.1 La reproduction physique 5

1.2.1.2 La simplification et l'idéalisation de la représentation 10

1.2.1.3 La représentation formelle 14

1.3 En guise de définition, les particularités des modèles **20**

Chapitre 2 La notion de l'espace et de temps dans les modèles mécaniques *26*

2.1 Les modèles mécaniques **26**

2.2 Modèles mécaniques et naissance de l'espace et de temps scientifiques **28**

2.2.1 L'espace et le temps comme variable de la cinématique de Galilée 28

2.2.2 L'espace absolutisé et le temps instantané de la dynamique de Newton 31

2.2.2.1 Espace absolutisé 31

2.2.2.2 Temps instantané 32

2.2.2.3 Référentiel Galiléen : 34

2.2.3 Étude de principe d'invariance des lois physiques 37

2.2.3.1 Le principe de la relativité et groupe de transformation de Galilée 37

2.2.3.2 Lois de newton et les transformations de Galilée 41

Chapitre 3 Les modèles mathématiques et la naissance du concept Espace-Temps *44*

3.1 Les modèles mathématiques 44

3.2 Modèles mathématiques et naissance du concept espace-temps 45

3.2.1 Mise en défaut du principe de relativité galiléen 46

3.2.1.1 Les équations de maxwell et les transformations de Galilée 46

3.2.1.2 La loi de propagation de ondes électromagnétiques et les transformations de Galilée 47

3.2.1.3 la formulation des lois de l'électromagnétismes. 48

3.2.2 Expérience de Michelson et Morley 49

3.2.3 Fondements de la relativité restreinte 51

3.2.3.1 Postulats d'Einstein comme principes fondamentaux de la Relativité restreinte 52

3.2.3.2 Transformation de Lorentz 52

3.2.3.3 Conséquences de la transformation de Lorentz 56

3.2.3.4 La notion d'espace-temps de Minkowski 60

3.2.4 La formulation covariante des équations de maxwell 63

3.2.4.1 La transformation des composantes des champs électromagnétiques 63

3.2.4.2 L'invariance de l'équation de Maxwell-Gauss 65

3.3 La dynamique des modèles dans la physique moderne 66

Conclusion 68

Bibliographie 69

Liste des figures

Figure 1: Principaux termes représentatifs du mot modèle 4
Figure 2: Des termes dans le sens de modèle à travers l'histoire 5
Figure 3: Le mouvement brownien décrit par le centre de gravité d'une particule de pollen en suspension. 6
Figure 4: Découverte de l'électron par J.J ; Thomson..... 9
Figure 5: Découverte de du noyau par Rutherford..... 10
Figure 6: Molécules de gaz enfermées dans l'enceinte cubique..... 12
Figure 7: La voie "octuple" des hadrons. Multiplet de baryons (à gauche), Multiplet de mésons (à droite) classés selon leur hypercharge et la troisième composante de leur isospin..... 20
Figure 8: Intervalles de temps et distances données par Galilée..... 29
Figure 9: folio 182, brouillons personnels de Galilée, dessiner par lui avec des données chiffrées correspondant à la mesure de différentes distances, parcourues en des temps successifs égaux par une bille lâchée. (Droits réservés Bibliothèque Centrale de Floren 30
Figure 10: Un Repère cartésien..... 33
Figure 11; L'axe de temps 33
Figure 12: Un référentiel : un repère spatial et un chronomètre 35
Figure 13: Exemples de référentiel Galiléen 36
Figure 14: Un référentiel galiléen 37
Figure 15: Référentiels inertiels ($\mathcal{R}$) et ($\mathcal{R}$') en mouvement de translation rectiligne uniforme l'un rapport à l'autre. 38
Figure 16: Vecteur de position dans les repères galiléens ($\mathcal{R}$) et ($\mathcal{R}$') 42
Figure 17: L'expérience de Michelson-Morley 49
Figure 18: Transformation de Lorentz entre les repères R et R' 53
Figure 19: La contraction physique des longueurs..... 58
Figure 20 : Deux évènements E1 et E2 en un seul point B 59

Introduction

Les modèles aujourd'hui sont omniprésents dans toutes les branches de la physique, les physiciens ne peuvent pas s'en passer, et l'emploi du terme "modèle" est devenu très fréquent dans leurs discours et leurs écrits scientifiques. Ils font des modèles des outils méthodologiques constitutifs de leur démarche d'investigation et de leur méthode de diffusion. On peut même dire que la physique toutes entière n'est en fait que des modèles.

Dans les activités des physiciens, théoriciens et praticiens, les ensembles indissociables théorie et modèle, expérimentation et modélisation sont omniprésents. La question de passage du concret à l'abstrait, de l'abstrait à l'abstrait et de l'expérimentation à sa traduction formalisée passe obligatoirement par la prise en compte de modèles. Cette composante pour un physicien est donc incontournable, elle est au cœur de sa démarche d'investigation.

La notion de modèle bien que fort répandue dans tous les autres champs disciplinaires, mathématiques, chimiques ou biologiques, possède en sciences physiques une spécificité toute particulière, et sa signification présente une résonance et une portée propre à cette discipline. Nous nous intéresserons dans cette recherche plus particulièrement aux modèles en sciences physiques. Cet intérêt est motivé par le fait que les modèles en sciences physiques ont une importance remarquable, ne serait-ce que parce qu'ils ont, pendant longtemps, offert aux autres sciences un nombre considérable de modèles différents et variés qui restent valables pendant des décennies.

Comme exemple de la dynamique des modèles en physique, nous avons choisi la théorie de l'espace et du temps. Ceux-ci sont des concepts fondamentaux de la nature, dès l'origine, la physique moderne s'est trouvée confrontée à ces deux notions fondamentales.

Nous proposons dans cette étude, certains aspects de la nature de l'espace et du temps tel que décrits les différents modèles en physique. Compte tenu du temps court consacré à cette étude, nous nous sommes limités dans un premier temps à l'introduction du temps comme paramètre de la cinématique par Galilée, puis avec la définition du temps «absolu et mathématique» par Newton en vue de constituer le «temps instantané» de la loi fondamentale de la mécanique, et enfin avec la critique des limites de cette conception qui aboutit à la formulation de la relativité du temps et de son lien de constitution à l'espace (construction de l'espace-temps).

L'objectif principal de notre mémoire de master est de discuter de la théorie de l'espace et du temps à partir des différents modèles de la physique moderne. Il s'agit d'une étude qui se développe sur deux volets : le premier sur les modèles en physique et le deuxième sur la définition physique de l'espace et du temps. Nous commençons notre travail par une introduction générale. Puis, dans un premier chapitre nous exposons les différentes significations du mot « modèle » en physique avec une illustration par des exemples, suivis de certaines particularités de la notion de modèle en physique. Dans le deuxième chapitre, nous étudions certains aspects de la nature de l'espace et de temps tel que décrit par les modèles mécaniques. Nous expliquons la structure physique avancée par ces modèles et le mode de représentation de ces deux concepts. Le troisième chapitre est réservé à la présentation de la place de l'espace-temps dans les nouveaux modèles en physique : les modèles mathématiques. Enfin, nous terminerons cette étude par une conclusion générale et perspectives.

Chapitre 1

La notion de modèle en physique

Préambule

Le présent chapitre traite des questions liées à la signification et à l'utilisation du *modèle*, à la clarification du vocable *modèle*, à la richesse de sa sémantique et à l'aspect épistémologique fondamental de l'édification des sciences notamment la physique par des *modèles*.

En premier lieu une analyse étymologique du terme *modèle* est présentée. En second lieu une tentative de réponse à la question : qu'est-ce qu'un modèle en physique ? y est suggérée. Un exposé est fait des différents sens du mot « *modèle* » en physique avec illustration par des exemples physiques. Enfin certaines particularités de la notion de *modèle en physique* y sont données.

1.1 L'étymologie et l'évolution du terme modèle

Selon les étymologistes français [Marchive, 2008], Le terme modèle dérive du mot Latin *modellus*, variante du latin classique *modulus* qui signifie petite mesure ou règle. *Modulus* devient *modus* qui veut dire manière, façon ou mode, il a aussi le sens de module, qui est une unité de mesure en architecture, ainsi que le sens de moule qui est un objet creux ou plein sur lequel on applique une substance malléable. Donc dès l'origine, il y a l'idée de moulage, de modelage et de conservation d'une forme.

Vers 1670, le substantif modèle serait un emprunt au vocable italien *modello*. Il désignait alors une figure ou une chose à l'objet destinée à être reproduite. Il était employé aussi dans le sens d'une représentation miniature de ce qui sera construit en grand, disons « modèle réduit » ou « prototype ». (Fig.1)

Vers les années 1700, il a pris le sens d'objet référent, il apparaît à l'époque des locutions comme : servir de modèle ou sur le modèle de.

Vers le milieu de 19ème siècle, d'autres expressions apparaissaient comme : prendre le modèle sur, dans le sens d'une personne ou quelque chose d'idéal à être imité.

Au cours de 20ème siècle, apparaît le sens moderne ou scientifique du concept modèle, on trouve dans le petit Robert « représentation simplifiée d'un processus d'un système ». Signalons

que Paul Valery avait déjà utilisé cette acception en 1894 dans son « Introduction à la méthode de Léonard de Vinci ». Il convient cependant de signaler que l'usage technoscientifique de ce terme ne daterait que des années 1950 seulement où le concept a connu une très large utilisation. Ce terme est utilisé dans tous les champs disciplinaires, aussi bien dans les sciences humaines que dans les sciences physiques, économiques… En mathématiques il existe même une théorie des modèles.

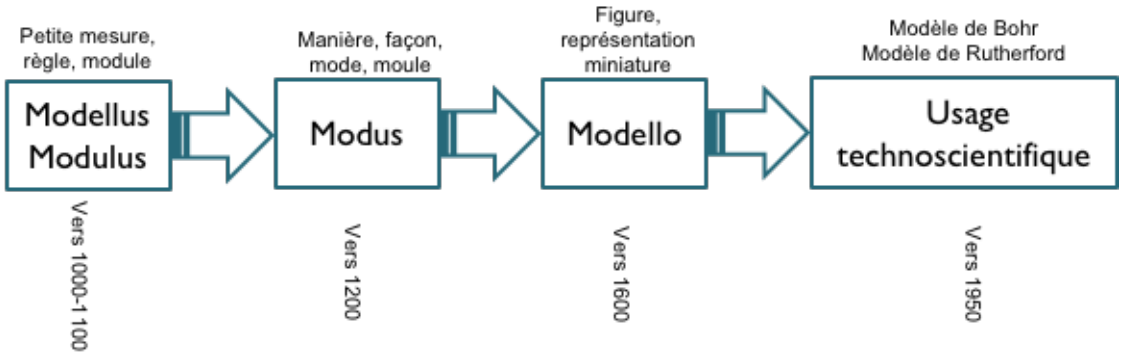


Figure 1: Principaux termes représentatifs du mot modèle

1.2 Qu'est-ce qu'un modèle en physique ?

La notion de modèle bien que fort répandue dans tous les champs disciplinaires, exactes ou humaines, possède en sciences physiques une spécificité toute particulière, sa signification présentant une résonance et une portée propre à cette discipline.

Les textes scientifiques de la physique dite moderne depuis la naissance de la mécanique classique ont connu divers termes qui désignaient à peu près ce que nous entendons aujourd'hui par modèle (Fig.2). Au 17ème siècle ces textes mentionnaient la notion de « **loi** ». Selon ces textes, la loi est définie comme une expression mathématisée d'une corrélation répétable, d'un comportement constant ou d'une fréquence statistique observée parmi un ensemble de faits [Sagaut, 2008]. On peut citer comme exemples : la loi de la chute des corps, la loi du mouvement périodique du pendule, les trois lois de Kepler sur la trajectoire elliptique des planètes, les lois de la réfraction et de la diffraction de la lumière, les lois newtoniennes du mouvement, la loi de la gravitation universelle. On parlait aussi de la notion de « **principe** » qui est une loi d'un haut degré de généralité, qui dépasse de très loin les faits qui l'ont suggérée [Sagaut, 2008], par exemple, le principe d'inertie, le principe de moindre action, le principe fondamental de la dynamique.

Au 18ème siècle on note l'émergence de la notion de « système » dans le domaine de la connaissance par l'intermédiaire de l'astronomie [Gusdorf, 1971]. Ce mot qui vient du grec «

sustèma » de sun-istémi, qui veut dire : « je compose », prend le sens de « théorie » qui s'applique à certaines procédures de pensée.

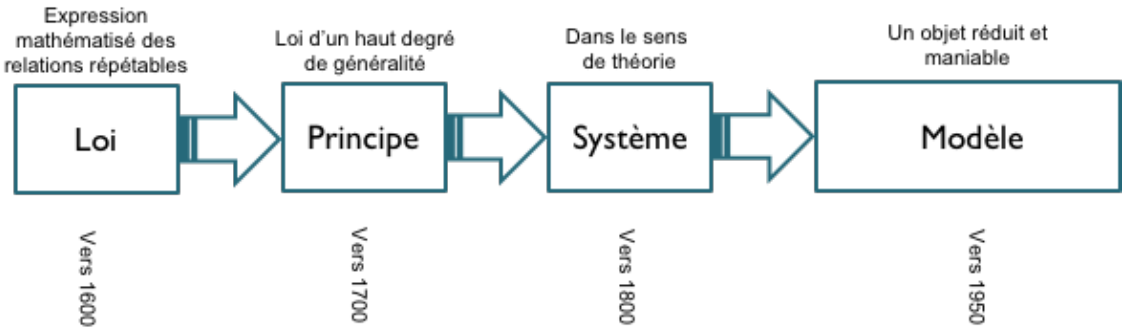


Figure 2: Des termes dans le sens de modèle à travers l'histoire

L'origine de la notion de modèle est donc technologique et renvoie à l'idée de « maquette » ou « prototype ». Ce mot désigne l'objet réduit et maniable qui peut être soumis à des mesures, des calculs, des tests physiques qui ne sont pas appliqués commodément à ce qu'il représente [Noël, 2004]. C'est dans cette perspective que le terme « modèle » a commencé à être fréquemment utilisé dans ces activités scientifiques, notamment la physique, il désigne les différents moyens de représentation utilisés pour comprendre et concevoir divers phénomènes.

Historiquement l'emploi du mot modèle a progressivement évolué, sa signification oscille, selon le cas, entre l'idéalité, de norme abstraite, d'idée réalisable, et celle - d'origine pratique -d'une représentation concrète simplifiée d'un réel complexe. Les sciences contemporaines semblent bien s'accommoder avec cette polysémie. Elles font des modèles un outil méthodologique constitutif de leur démarche d'investigation et de leur mode d'exposition. C'est dire le rapport étroit désormais bien établi entre les modèles ou plus exactement la modélisation et la connaissance que nous avons du réel.

1.2.1 Les différents sens du mot « modèle »

La construction de modèles est désormais devenue indispensable dans les sciences physiques, soit pour la construction, soit pour la réfutation. Ils sont utilisés dans des sens différents :

1.2.1.1 La reproduction physique

Le terme modèle a été employé depuis longtemps pour désigner une représentation réduite ou simplifiée, communément appelé « maquette » ou « prototype » d'où l'expression « modèle

réduit ». Une reproduction physique est une représentation matérielle simplifiée qui montre à quoi ressemble l'objet imité ou comment il fonctionne. La simplification apparait dans la forme miniaturisée de la chose reproduite qui devient maniable, et génère une quantité variable de données quantitatives et qualitatives inaccessibles à travers l'objet dupliqué.

Exemple1 : **Le modèle du phénomène des mouvements browniens.**

Quand on observe des particules microscopiques et ultramicroscopiques (particules colloïdales) en suspension dans un liquide, on voit qu'elles sont animées de mouvements désordonnés et incessants. Chose que nous observons, à l'intérieur d'un local, avec la poussière dans le faisceau d'une lampe de forte intensité. Ce phénomène a été rapporté en 1828 par le botaniste Robert Brown (1773-1858) en observant au microscope les petites particules éjectées par les grains de pollen lorsqu'ils étaient dispersés dans de l'eau (Fig.3).

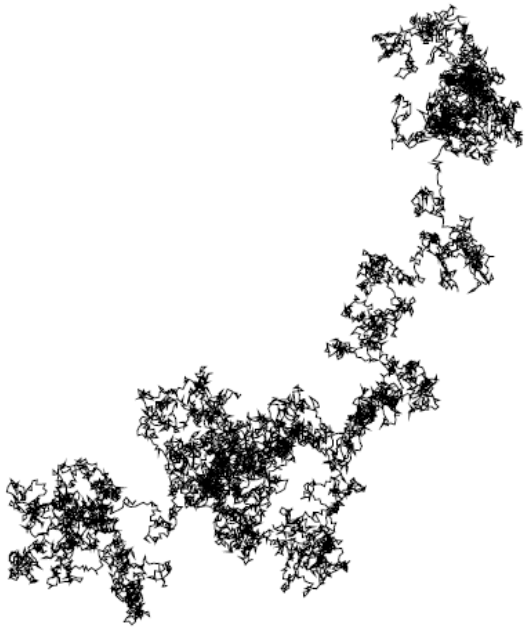


Figure 3: Le mouvement brownien décrit par le centre de gravité d'une particule de pollen en suspension.

Bien que la découverte du mouvement brownien occupe une place assez marginale dans l'œuvre de Brown, elle suscita à partir des années 1860 l'attention d'éminents physiciens, notamment celle d'Albert Einstein (1879-1955). Ce phénomène a joué un rôle déterminant dans le développement de la physique statistique, dès la fin du 19ème siècle, ainsi que dans la preuve décisive de l'existence des atomes, au début du 20ème siècle.

Les molécules composant un gaz, ou un liquide sont trop petites pour être visibles, La reproduction physique du mouvement brownien est un bon modèle qui décrit le comportement des molécules, ce modèle imite l'échelle atomique ou microscopique d'un fluide qui devient maniable,

il permet de rendre compte de certaines propriétés essentielles et de retrouver les caractéristiques de son comportement macroscopique en fonction de l'agitation ou du mouvement des molécules.

De nombreuses élaborations de ce modèle ont montré que ce mouvement n'est soumis à aucune influence extérieure, que son intensité augmente avec la température et dépend des dimensions des particules et de la viscosité du liquide. Plus les particules sont fines, et plus la viscosité du liquide est faible, plus le mouvement des particules est plus intense.

Le même phénomène est observé dans le cas de particules en suspension dans un gaz. Daniel Bernoulli (1700-1782), dans sa conception cinétique des gaz, proposa en 1730 une hypothèse de déplacement aléatoire des molécules d'un gaz, et supposa que la pression d'un gaz résultait des chocs entre les molécules et les parois du récipient qui les contient. Le modèle du phénomène des mouvements browniens est un bon témoignage de la conception de Bernoulli, il justifie même la croyance des physiciens en l'existence de molécules constitutives d'un gaz. Ces dernières sont inobservables vu leur dimension très réduite, il est impossible d'en obtenir une image sous les grossissements les plus puissants. Au moyen de ce modèle on a pu déduire le comportement de ces molécules, interpréter nos conceptions, valider nos hypothèses, introduire des concepts, avoir une preuve macroscopique de leur existence, et aboutir à harmoniser les descriptions microscopique, macroscopique et intermédiaire d'un gaz.

Albert Einstein proposa en 1905 une théorie quantitative du mouvement brownien et remarqua que la description mathématique de ce modèle était une preuve de l'existence des atomes. Cette théorie lui a permis de déduire la taille des atomes même si ceux-ci ne peuvent observer directement car la taille est infiniment petite. C'est alors qu'à partir du modèle de déplacements des particules browniennes, la taille des atomes est expérimentée et déduite.

Examinons comment Albert Einstein a utilisé cette production physique du phénomène brownien pour rendre possible la détermination du nombre d'Avogadro et par conséquent le volume de l'atome.

Il combina deux théories qui avaient des domaines d'application complètement différents. La première est celle de Jacobus Van't Hoff, chimiste néerlandais (1852-1911) qui avait montré en 1885 que la pression osmotique dans les solutions suffisamment diluées était proportionnelle à la concentration et à la température et qu'elle suivait une loi identique à celle des gaz parfaits.

$$p = \frac{n}{N} RT \qquad (1.1)$$

Où R est la constante des gaz parfaits, T la température absolue, et n le nombre de particules diluées par unité de volume, ou densité particulaire et N est le nombre d'Avogadro. La deuxième est l'application des méthodes statistiques sur le modèle du mouvement brownien. Einstein a montré dans son article[1] que le déplacement d'une particule au sein d'un liquide, sous l'influence du mouvement brownien libre, était donné par la relation (1.2):

$$\overline{x^2} = \frac{2RT}{N\omega} t \qquad (1.2)$$

Ou $\overline{x^2}$ est le carré moyen de l'écart x, par rapport à la position d'équilibre. ω est le coefficient de frottement ou la résistance visqueuse du liquide.

Dans le cas d'une molécule de masse m(kg) en équilibre thermique dans un groupe de molécules similaires, le déplacement moyen est donné en fonction du coefficient de diffusion *D* :

$$\overline{x^2} = 2Dt \qquad (1.3)$$

De sorte que le coefficient de diffusion *D* est égal à :

$$D = \frac{RT}{N\omega} \qquad (1.4)$$

Einstein utilisa enfin la théorie de l'électrodynamique, il supposa que les particules en suspension sont toutes des sphères de rayon a, il détermina la résistance que le fluide oppose au mouvement à partir de la relation de Stokes donnant le coefficient de frottement ω d'une sphère plongée dans un fluide de viscosité η

$$\omega = 6\pi a\eta \qquad (1.5)$$

où a est le rayon de la particule.

On arrive alors à la relation (1.6) :

$$D = \frac{RT}{N} \frac{1}{6\pi a\eta} \qquad (1.6)$$

Cette analyse théorique permit à Jean Perrin (1870-1942), dans des expériences célèbres menées en 1908, de déterminer précisément la valeur de la constante d'Avogadro N. Ces expériences ont constitué une preuve décisive de l'existence des atomes ou des molécules, et de leur rôle dans le mouvement aléatoire des grains.

[1] Article écrit le *11 mai 1905* : "Sur le mouvement de particules en suspension dans un fluide au repos impliqué par la théorie cinétique moléculaire de la chaleur". Einstein répond dans son article à la question : est-ce que les atomes existent vraiment ?

Il ressort de ce qui précède que la production physique du mouvement brownien, et les discutions statistiques d'Einstein sur ce comportement ont donné des méthodes expérimentales pour calculer les dimensions atomiques par un microscope conventionnel. C'est dans le cadre du modèle du mouvement brownien que la discontinuité de la matière a reçu l'acceptation générale. Au moyen de ce modèle l'hypothèse de l'existence des molécules et des atomes a été reliée à des phénomènes directement observables.

Par la suite, le mouvement brownien a constitué un modèle fondamental d'une grande importance conceptuelle. Il nous a permis même de concevoir plusieurs phénomènes découverts ultérieurement : fluctuation du courant électrique dans les conducteurs, vibration du miroir d'un galvanomètre suspendu à un fil élastique au sein d'un gaz, les bruits thermiques, le bruit d'une antenne micro-onde …

Exemple2 : **Le modèle de J.J. Thomson et de Rutherford**

Dès 1897, J. J. Thomson (1856-1940) découvrit à travers sa reproduction physique l'électron (Fig.4), qui est une particule de charge électrique négative et proposa dès 1904 un premier modèle de l'atome : le modèle du plum-pudding où l'électron est un composant de l'atome.

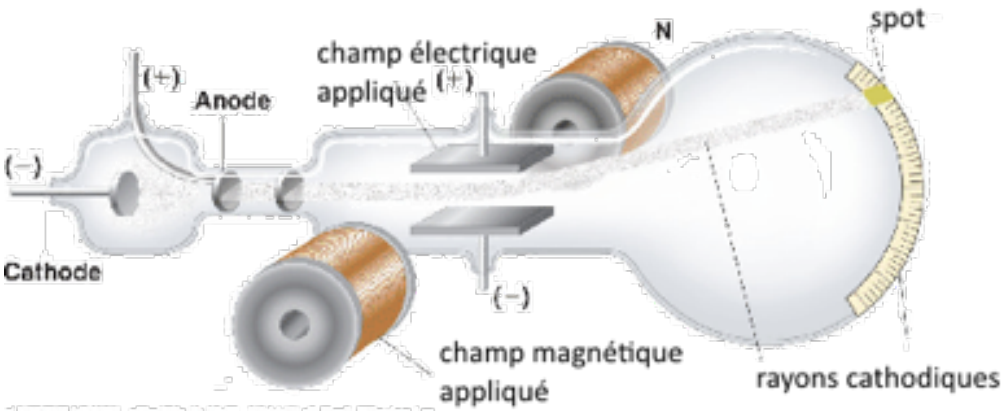


Figure 4: Découverte de l'électron par J.J ; Thomson

Dès 1911, E. Rutherford (1871-1937), voulant valider le modèle théorique proposé par Thomson, déduisit à travers sa reproduction physique (Fig.5), des résultats expérimentaux de son équipe – notamment Hans Geiger et Ernest Marsden – la faiblesse du modèle du plum-pudding et en proposa un nouveau : l'atome est constitué d'un noyau chargé positivement et, autour de ce noyau, tournent des électrons tournant autour comme des planètes autour du Soleil.

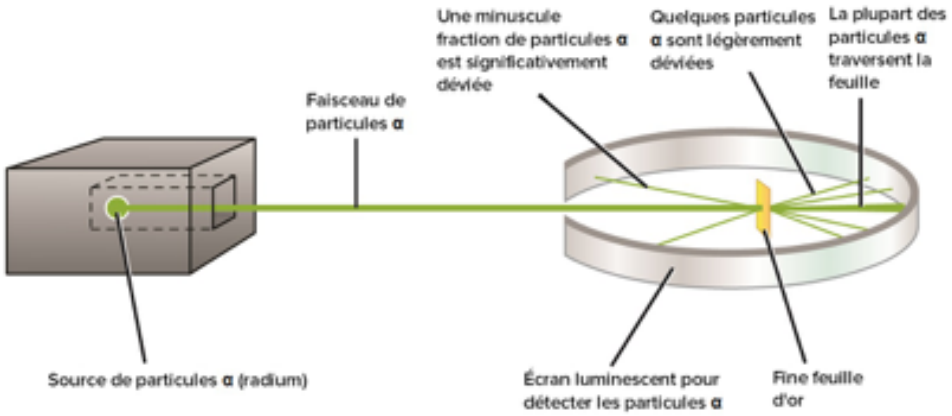


Figure 5: Découverte de du noyau par Rutherford

La reproduction physique a joué un rôle fondamental dans la production du savoir, c'est une nouvelle façon de développer la connaissance scientifique. Au 17ème siècle Christiaan Huygens (1629 - 1695) utilise les ondes mécaniques comme modèle pour développer une première théorie ondulatoire de la lumière. Au 19ème siècle, Michael Faraday (1791 - 1867) s'appuie sur des considérations mécaniques pour développer les notions de champ magnétique et de champ électrique. Dans les années 1920, Louis de Broglie (1892 - 1987) et Erwin Schrödinger (1887 - 1961) exploitent les ondes mécaniques stationnaires, pour formuler l'équation d'onde de l'électron.

1.2.1.2 La simplification et l'idéalisation de la représentation

Une autre modalité d'acquisition de la connaissance en physique est de proposer des explications scientifiques à des phénomènes naturels par l'élaboration de modèles sous forme de représentations idéales et schémas mentaux simplifiés par rapport à la réalité. Ces derniers sont suggérés par des observations expérimentales et suscitent eux-mêmes des expériences.

Dans le dictionnaire Culturel de la Langue Française : « Un modèle est une représentation simplifiée d'un système ou d'un phénomène physique, permettant de reproduire son fonctionnement, de l'analyser, de l'expliquer, et d'en prédire certains aspects. » [Alain, 2005]

En physique, nous avons généralement affaire à un système qui est, en réalité, très complexe. La simplification et l'idéalisation de la représentation apparaissent d'une part dans l'exclusion de certaines composantes complexes du système qui dépassent les limites ou notre compréhension intuitive, et d'autre part dans l'inclusion de certains détails pertinents dans le but de rendre notre système plus traitable. Les modèles que nous élaborons facilitent et favorisent de ce fait le développement de notre compréhension.

Selon Soler un modèle peut être défini comme : « un cadre représentatif, idéalisé et ouvert, reconnu approximatif et schématique mais jugé fécond par rapport à un but donné : prévoir, agir sur la nature, la connaître mieux, etc. » [Soler, 2000]

La physique permet d'établir des lois et des principes, et développe des théories. Les modèles comme constructions simplifiées ou représentations idéales constituent un cadre de réflexion qui permette de synthétiser ces lois et de construire ces théories.

Exemple 1 : **Système isolé**

Tout système de corps ne pouvant échanger ni matière ni énergie avec les corps environnants est nommé système isolé. L'utilité de ce modèle s'est imposée progressivement dans divers domaines de la physique. Soit en mécanique classique avec la notion de la conservation de la quantité de mouvement ou de l'énergie, soit en thermodynamique avec la définition des notions d'équilibre thermique et de température, la postulation de son premier principe, ou la justification du postulat de l'augmentation de l'entropie de sa seconde loi, soit en physique statistique avec l'ensemble micro canonique et la définition des notions d'équilibre statistique, et son postulat fondamental sur l'équiprobabilité des micros-états.

On attribue délibérément en physique le modèle du système isolé en vue de simplifier son étude théorique, il est utilisé pour décrire, expliquer et prévoir divers phénomènes.

Une semblable représentation est un système idéalisé qu'on ne peut parfaitement réaliser dans la pratique. Même lorsqu'à proximité des corps se trouvant en contact il n'y a aucun autre corps, ils ne constituent pas un système isolé parce qu'ils émettent et absorbent continuellement de l'énergie radiante, échangée avec des corps se trouvant à grande distance. Par ailleurs les enceintes adiabatiques est une abstraction physique irréalisable dans la pratique, et ce que nous réalisons en science généralement n'est qu'un artifice qui rend négligeable l'échange d'énergie entre le système étudié et tous les autres corps.

Exemple 2 : **Corps indéformables**

Un solide rigide ou indéformable est un ensemble de points matériels dont les distances mutuelles restent constantes au cours du temps. L'invariance de la distance s'écrit simplement :

$$\overrightarrow{AB}.\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} = 0 \qquad (1.7)$$

Aucun procédé n'est donné pour justifier qu'un système est déformable ou indéformable, aucun solide n'est parfaitement rigide, à l'échelle microscopique, un observateur disposant des moyens d'observation adéquats verrait des déformations de sa surface. Mais ce modèle idéal est indispensable pour définir beaucoup de concepts physiques. La notion de déplacement par exemple est indissociable de celle de déformation, et l'assimilation des boules comme solides rigides est fondamentale pour appliquer les trois lois de Newton (1642-1727) et par conséquent décrire et prévoir leurs mouvements pendant les chocs.

Pour expliquer le comportement macroscopique d'un gaz à partir des caractéristiques des mouvements des corpuscules qui le composent, le physicien anglais James Clerk Maxwell (1831-1879) propose un modèle théorique dont l'hypothèse fondamentale est l'assimilation des molécules qui composent ce gaz à des sphères rigides, leur mouvement peut être décrit au moyen des lois de Newton.

Considérons N molécules enfermées dans un cube de côté L (Fig.6).

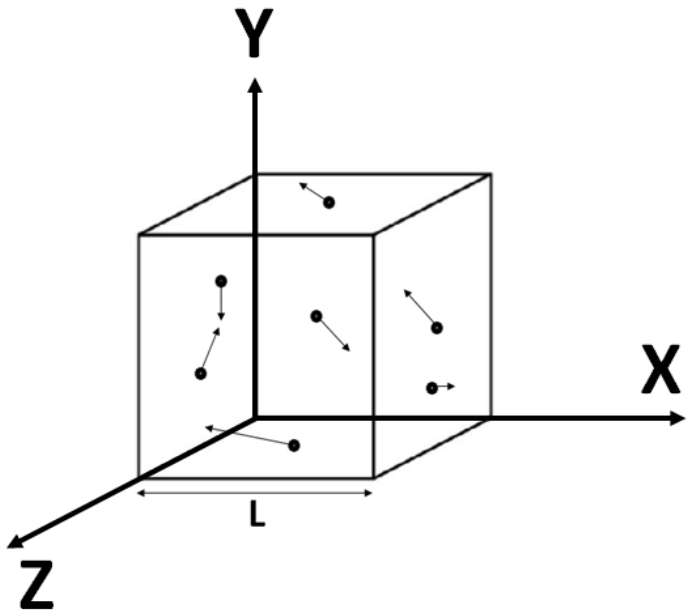


Figure 6: Molécules de gaz enfermées dans l'enceinte cubique

L'idéalisation consiste à assimiler le gaz comme parfait, et les molécules qui le composent comme des sphères rigides quasi-ponctuelles. Ces sphères dures s'entrechoquent et rebondissent sur les parois, leurs interactions sont purement locales et sans dissipation, c'est à dire qu'elles interagissent uniquement lors de chocs élastiques. La simplification consiste en ce que les vitesses

de ces particules sont aléatoires à la fois en direction et en norme, et que la distribution des vitesses, est stationnaire, homogène et isotrope.

Il s'agit bien entendu d'un modèle, il permet de rendre compte de certaines propriétés essentielles de leur évolution, et permet notamment, en faisant une moyenne sur un grand nombre de molécules, de retrouver les caractéristiques macroscopiques d'un gaz.

À chaque collision sur la face perpendiculaire à x la quantité de mouvement varie de mv_x à $-mv_x$ par conséquent sa variation est :

$$\Delta p_x = -mv_x - mv_x = -2mv_x$$

L'intervalle de temps entre deux collisions de la molécule sur cette face vaut :

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x}$$

Pour une molécule, le transfert de quantité de mouvement par unité de temps sur la face sera :

$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{m{v_x}^2}{L}$$

$\frac{\Delta p_x}{\Delta t}$ est la force extérieure F_x exercée sur la face.

La pression résultante de cette force est :

$$\mathrm{P} = \frac{F_x}{L^2} = \frac{m{v_x}^2}{L^3} \qquad (1.8)$$

En sommant (1.8) sur toutes les molécules N on trouve la pression du gaz :

$$P = \frac{1}{L^2}\sum_{1}^{N}\frac{m{v_{x,i}}^2}{L} = \frac{Nm}{L^3}({v_x}^2)_{moy} = \frac{Nm}{L^3}\langle {v_x}^2\rangle \qquad (1.9)$$

Pour toute molécule : $v^2 = {v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2$

Les moyennes des carrés des composantes selon $x, y\ et\ z$ sont égales :

$$\langle {v_x}^2\rangle = \langle {v_y}^2\rangle = \langle {v_z}^2\rangle = \frac{1}{3}\langle v^2\rangle$$

Donc :

$$P = \frac{Nm}{3V}\langle v^2\rangle \qquad (1.10)$$

L'utilisation de ce modèle, idéal et simplifié, nous a permis d'expliquer le comportement macroscopique d'un gaz à partir des caractéristiques des mouvements des particules qui le

composent. Elle permet notamment de donner une interprétation microscopique aux notions de: pression, température, énergie cinétique.

Exemple 3 : **ensemble microcanonique**

L'ensemble microcanonique est utilisé pour l'étude de système fermés (nombre de particules N constant) et isolés (énergie E_0 constante (à Δ près)). Considérons donc un tel système, son énergie E est telle que :

$$E_0 - \frac{1}{2}\Delta < E < E_0 + \frac{1}{2}\Delta \qquad (1.11)$$

Où Δ est beaucoup plus petit que E_0 (c'est l'incertitude sur la mesure de E_0), la donnée importante dans ce cas est la probabilité thermodynamique W (ou le nombre d'états microscopiques qui peut réaliser cet état macroscopique). Les états microscopiques étant équiprobables, la probabilité d'un état est :

$$P = \frac{1}{W}$$

L'entropie de ce système est :

$$S = KlogW$$

La connaissance de W en fonction des paramètres $N, V, E, \ldots$ Permet d'écrire S comme fonction de $N, V, E, \ldots$ On peut alors en déduire les autres fonctions thermodynamiques, par exemple :

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}|N, V \qquad (1.12)$$

$$\frac{P}{T} = \frac{\partial S}{\partial V}|N, E \qquad (1.13)$$

$$-\frac{\mu}{T} = \frac{\partial S}{\partial N}|E, V \qquad (1.14)$$

1.2.1.3 La représentation formelle

Le terme modèle désigne aussi une représentation formelle, à savoir un construit **symbolique**, **logique** ou, le plus souvent, **mathématique** : un algorithme, une équation, un système d'équations, qui sont ensuite manipulées de diverses manières.

Représenter formellement un phénomène naturel c'est le décrire par un langage formel et abstrait, c'est souvent l'exprimer à l'aide de lois générales universellement applicables, qui prennent l'expression de relations mathématiques entre diverses grandeurs physiques bien construites, ces relations sont de nature logique, stable et formelle.

Au fil du temps, de nombreux scientifiques renommés ont déclaré que la compréhension du fonctionnement fondamental de la nature se trouve dans son expression à l'aide d'un langage précis relevant des mathématiques. Autrement dit la physique ne peut être pensée et véritablement comprise sans faire appel au langage mathématique. C'est ce qu'attestent les citations suivantes :

Galilée :

> *"La philosophie est écrite dans cet immense livre qui continuellement reste ouvert devant les yeux (ce livre qui est l'Univers), mais on ne peut le comprendre si, d'abord, on ne s'exerce pas à en connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit dans une langue mathématique, et les caractères en sont les triangles, les cercles, et d'autres figures géométriques, sans lesquelles il est impossible humainement d'en saisir le moindre mot; sans ces moyens, on risque de s'égarer dans un labyrinthe obscur"* [Galileo, 1980, p.232].

Poincaré :

> *"Toutes les lois sont tirées de l'expérience, mais, pour les énoncer, il faut une langue spéciale ; le langage ordinaire est trop pauvre, il est d'ailleurs trop vague, pour exprimer des rapports si délicats, si riches et si précis. Voilà donc une première raison pour laquelle le physicien ne peut se passer des mathématiques; elles lui fournissent la seule langue qu'il puisse parler"* [Poincaré, 1911, p.141].

Einstein :

> *"D'après notre expérience à ce jour, nous avons le droit d'être convaincus que la nature est la réalisation de ce qu'on peut imaginer de plus simple mathématiquement. Je suis persuadé que la construction purement mathématique nous permet de trouver ces concepts et les principes les reliant entre eux, qui nous livrent la clef de la compréhension des phénomènes naturels"* [Einstein, Cité par Lévy Leblond dans penser les mathématique, p.195].

Heisenberg :

> *"Les mathématiques constituent pour ainsi dire le langage à l'aide duquel une question peut être posée et résolue. « Les formules mathématiques ne représentent plus la nature, mais la connaissance que nous en possédons ». « L'idée que les mathématiques peuvent s'adapter aux objets de notre expérience est remarquable et passionnante ; notre connaissance de la nature est représentée par des formules"* [Heisenberg, 2000, p.67].

Les physiciens ne peuvent donc s'en passer des mathématiques car elles leur permettent de modéliser et ainsi d'étudier des phénomènes qui sont généralement très complexes. La plupart des

branches et des concepts des mathématiques sont devenu des outils fréquents de la physique, à noter, l'analyse, l'algèbre, la géométrie, la topologie, les probabilités et l'arithmétique.

Comme exemples, les équations différentielles ordinaires ainsi que les équations aux dérivées partielles modélisent divers phénomènes physiques dans des situations très variées, la résolution algébrique de ces équations donne la fonction solution modélisant le phénomène, cette fonction peut être représentée graphiquement par la courbe intégrale. Les fonctions périodiques notamment les fonctions trigonométriques sont des outils de modélisation des phénomènes cycliques et des phénomènes oscillatoires et périodiques.

Les fonctions d'une variable complexe sont aussi très utiles pour modéliser et décrire les propriétés physiques telles que, les phénomènes dynamiques, qu'ils soient mécaniques ou électromagnétiques, thermiques ou associés à une diffusion de particules, possédant une fonction de réponse suite à une sollicitation extérieure. Les nombres complexes, qui n'ont pas été tirés de l'expérience, offrent la possibilité de construire un formalisme mathématique abstrait qui peut servir à modéliser et prédire des phénomènes physiques. [Bächtold, Hausberger, 2013]

La théorie des probabilités permet de modéliser les phénomènes aléatoires, elle est très utilisée en mécanique quantique et en physique statistique. L'algèbre linéaire forme le langage de base dans lequel la mécanique quantique est exprimée, c'est un outil indispensable à l'étude rigoureuse de l'évolution d'un système quantique. La théorie des groupes sert de fondement à la classification des états de la matière. La topologie connaît un élan considérable en mécanique quantique et relativiste comme en physique des hautes énergies, le modèle standard et la cosmologie. La géométrie différentielle possède un intérêt considérable pour la physique, elle propose un cadre de réflexion où l'on fait ressortir l'identité géométrique des objets manipulés et la formulation de nombreuses théories physiques : l'électromagnétisme, la relativité générale, les théories de Jauge.

Les mathématiques interviennent, à la fois, comme outil, et sont constitutives de concepts de la physique, tous les concepts de la physique trouvent leurs représentations mathématiques et aucun domaine des mathématiques n'est dispensé par la physique. Le physicien crée parfois les mathématiques qui lui sont nécessaires, d'ailleurs, bon nombre de mathématiciens ont été aussi physiciens.

Exemple 1 : **Le modèle classique de l'électromagnétisme.**

En 1865, James Clerk Maxwell (1831-1879) a unifié l'électricité et le magnétisme en une seule théorie, appelée *électromagnétisme*. Les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ ne peuvent pas

être considérés comme indépendants, car la variation de l'un dans le temps nécessite la présence de l'autre. Ainsi, ils constituent une seule entité physique, appelée champ électromagnétique.

Dans sa théorie, Maxwell créa le concept fondamental de « champs » en abandonnant son *modèle mécanique* conçue sur l'analogie avec les lois des solides élastiques et le mouvement des fluide visqueux dans l'éther, ainsi en utilisant comme analogie physique le *modèle géométrique* de Michael Faraday (1791-1867) conçue sur l'imagerie des lignes de force. Les champs électriques et magnétiques ont été introduits comme des *modèles mathématiques* conçues pour faciliter le calcul des forces exercées entre les charges électriques et entre les fils porteurs de courants.

C'est à travers la représentation formelle, que Maxwell a obtenu une nouvelle idée permettant de mathématiser un nouveau domaine de la physique, Albert Einstein qualifie ce nouveau mode de conception comme une nouvelle théorie qui donne à l'espace une fonction en exprimant :

> *"Cette théorie était fascinante. Désormais, à l'idée classique de force qui fait jouer un rôle muet à l'espace, le concept de champ consiste en une interaction baignant dans l'espace. Cet espace a la propriété d'interagir avec les corps"* [Einstein, cité par Thierry, 2005].

Le modèle classique de l'électromagnétisme repose sur les célèbres équations de Maxwell, ces dernières constituent une description complète du comportement classique des champs électriques et magnétiques. Au moment de leur publication, les équations de Maxwell ne sont pas démontrables, de manière logique, ou axiomatique, elles étaient seulement cohérentes avec les résultats connus, en particulier d'électrostatique, et de magnétostatique [Hulin, 1991]

Les équations de Maxwell modélisent mathématiquement les interactions entre charges électriques, courants électriques, champs électriques et champs magnétiques.

Le champ électrique $\vec{E}$ et le champ d'induction magnétique $\vec{B}$ sont définis par leur action sur une particule de charge q et de vitesse $\vec{v}$, appelée force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

La représentation formelle a joué un grand rôle dans la formulation des équations de Maxwell, la formalisation mathématique des travaux antérieures sur l'électricité et le magnétisme réalisés par Gauss (1777-1865), Faraday (1791-1867), et Ampère (1775-1836) a permis en 1873 à Maxwell de publier ces huit équations, et le formalisme des vecteurs et les opérateurs du calcul différentiel donné par Oliver Heaviside (1850-1925) et Willard Gibbs (1839 - 1903) ont permis d'en réduire le nombre à quatre équations. Actuellement et en utilisant l'algèbre vectorielle, les quatre

équations (vectorielles) de Maxwell se réduisent à seulement deux équations tensorielles, ou même à une seule équation multi-vectorielle.

En présence de la matière, les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ sont déterminés, dans le cas général, à partir des densités de charge ρ et de courant $\vec{J}$par les quatre équations fondamentales de Maxwell sous forme locale :

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{Équation de maxwell-Gauss} \tag{1.15}$$

$$\vec{\nabla}\vec{B} = O \quad \text{Équation de conservation du flux} \tag{1.16}$$

$$\vec{\nabla}\Lambda\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad \text{Équation de maxwell-Faraday} \tag{1.17}$$

$$\vec{\nabla}\Lambda\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad \text{Équation de maxwell-Ampère} \tag{1.18}$$

D'un autre côté, le recourt à certains objets mathématiques peut permettre de prédire de nouveaux phénomènes dont les physiciens ne soupçonnaient pas l'existence. La représentation formelle de Maxwell nous a permis donc de coupler le champ électrique $\vec{E}$ et le champ d'induction magnétique $\vec{B}$ dans une seule entité physique, appelée champ électromagnétique. Si l'un des champs varie nécessairement, l'autre champ est induit. Similaire à la relation entre déplacement et pression, responsables de la propagation des ondes sonores, le couplage entre $\vec{E}$ et $\vec{B}$ est responsable de la prédiction théorique de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et dans la matière à la vitesse calculée théoriquement dont sa valeur est celle de la lumière. Il n'était pas possible de prévoir cet effet remarquable avant la représentation formelle des équations de Maxwell et de la théorie électromagnétique.

Cette représentation formelle a résolu donc le vieux problème de la nature de la lumière: c'est une onde électromagnétique de très courte longueur d'onde. L'existence de ces ondes ayant les mêmes propriétés de polarisation et de propagation que les ondes lumineuses a été vérifiée expérimentalement vingt ans après par Hertz en 1884. La formulation de l'électromagnétisme était un événement très important dans l'histoire de la science.

Pour représenter ce qu'est une onde électromagnétique, il faut l'exprimer mathématiquement, autrement dit la représentation formelle est l'unique modèle des ondes électromagnétiques. Feynman atteste en essayant de donner une description approximative des ondes électromagnétiques :

"Je suis navré, mais je ne peux pas, je ne sais pas comment, je n'ai aucune image de ce champ électromagnétique, Je ne peux vraiment pas me construire une image qui se rapproche même à peu près des vraies ondes." [Feynman, 1965]

Exemple 2 : **La découverte des nouvelles particules**

L'idée première de la découverte des nouvelles particules est purement formelle. Elle est la réponse à une sorte de problème dont l'énoncé a été rendu possible par la formulation d'Einstein dans le cadre de prolongement de la relativité restreinte. Il formula en 1905 :

$$E = mc^2 \qquad (1.19)$$

Selon Einstein : Un corps qui perd de l'énergie perd aussi de la masse $m = \frac{E}{c^2}$. Et cela est due à la constante de la vitesse de la lumière c.

Parmi les résultats de cette formule, si deux particules en hautes énergies entrent en collision, cette collision engendre des nouvelles particules dont la somme des masses est bien plus grande que la masse des particules incidents. Les énergies des particules à grandes vitesses se transforment par cette formule en masse c'est-à-dire en nouvelles particules

Dès lors, et à partir des années 30 commença une course aux hautes énergies – qui n'est d'ailleurs pas finie aujourd'hui avec le LHC – pour découvrir des particules de plus en plus énergétiques. Les avancées théoriques surtout avec l'avènement de la mécanique quantique entrainèrent des découvertes toujours plus nombreuses de particules et l'élaboration de théories toujours plus audacieuses.

De nouvelles théories qui tiennent compte à la fois du coté relativiste des phénomènes et du caractère quantique du comportement des particules : ce sont des théories de jauge. L'ensemble de ces théories, basées sur une même approche mathématique – la théorie quantique des champs (constitue le Modèle Standard) qui sera peu à peu complété pour être aujourd'hui considéré comme le modèle le plus précis, le plus testé et admis par la très grande majorité de la communauté scientifique. D'ailleurs les dernières particules découvertes dans les années 80 et 90 – bosons intermédiaires $W^{\mp}$et Z^0 en 1983 et les quarks – avaient été prévues formellement par le Modèle Standard et constituèrent un triomphe pour celui-ci. En 2012, le LHC a mis en évidence la dernière particule annoncée en 1964 par le Modèle Standard, le boson de Higgs.

Exemples :

- Le physicien américain Murray Gell-Mann à publier en 1961 un modèle théorique -ce qu'il donne le nom de Eightfold Way (La voie octuple)- fondée sur l'existence d'une particule plus fondamentale qui constitue les hadrons 2.

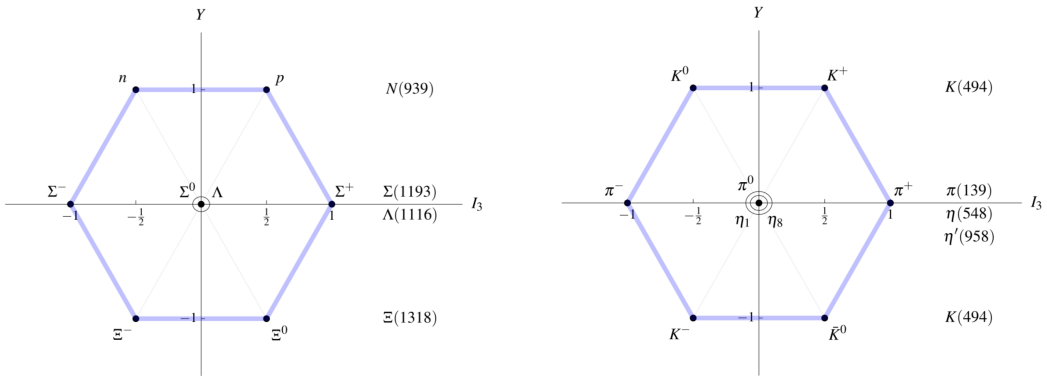


Figure 7: La voie “octuple” des hadrons. Multiplet de baryons (à gauche), Multiplet de mésons (à droite) classés selon leur hypercharge et la troisième composante de leur isospin.

- Parallèlement à Gell-Mann on a aussi la relation (1.19) de Gell-Mann-Nakano-Nishijima, si la valeur de l’hypercharge change d’une valeur de 1, l’isospin varie d’une valeur de -1/2 ou +1/2. Faisant un lien avec la charge électrique Q.

$$Q = I_z + \frac{Y}{2} \quad \text{Chaque composante de l’iso multiplet} \qquad (1.19)$$

Ce que Gell-Mann a remarqué, c’est qu’il existe une symétrie sous-jacente aux hadrons, symétrie qui peut s’expliquer par l’existence de nouvelles particules, qui seront plus tard appelées quarks. La recherche en physique des particules continuera sur l’idée formelle de la symétrie sous-jacente, pour peut-être, un jour, prouver l’existence de nouvelles particules élémentaires. [Poirier, 2018]

1.3 En guise de définition, les particularités des modèles

En physique il y a une diversification associée aux types de modèle, ils étaient d’abord matériels, physiques ; ils sont aujourd’hui symboliques, mathématiques et logiques ; ils seront de plus en plus informatiques.

En propos liminaire, la variété des modèles dans les sciences physiques, et les nombreux phénomènes qu’ils peuvent expliquer ont rendu difficile leurs définitions, leurs formulations dans une conception unificatrice, ou leurs conceptions dans un cadre unique.

En se référant à quelques travaux significatifs et aux différentes définitions proposées par des scientifiques, nous n’avons pas aboutis à une définition parfaitement stable et consensuelle du terme modèle. On considère ces définitions comme un ensemble de caractérisations les plus

importantes qui décrivent le modèle, d'où la clarification de ce concept et l'extraction de la richesse de sa sémantique citons :

1- Un modèle scientifique est un modèle réduit, c'est à dire : reproduction à petite échelle. L'établissement de modèle fait progresser la connaissance de phénomènes ou de systèmes très complexes (astrophysique, physique nucléaire, économie, gestion, etc.). Le modèle constitue la simplification du système étudié. [Hachette, 2008]
2- Le modèle est d'abord la « maquette », l'objet réduit et maniable qui reproduit en lui, sous une forme simplifiée, « miniaturisée », les propriétés d'un objet de grandes dimensions, qu'il s'agisse d'une architecture ou d'un dispositif mécanique ; l'objet réduit peut être soumis à des mesures, des calculs, des tests physiques qui ne sont pas appliqués commodément à la chose reproduite. [Noël, 2004]
3- Le modèle peut être une matérialisation des énoncés de la science dans un objet concret presque autonome, pour qui l'intuition ou la pensée ont des facilités pour le cerner : la mécanique élémentaire réalisait les relations physiques dans des collections de particules on assignait une forme et un mouvement pour mieux comprendre leurs interactions. [Jaulin, 2004]
4- Le modèle est une image, une représentation simplifiée et abstraite de la réalité. [Nouvel, 2002]
5- Le modèle peut être la transcription abstraite, mais contrôlée par la pensée logique et mathématique, d'une réalité concrète et empirique, dont l'étude directe ne donnerait que des relations approximatives : c'est surtout le cas dans les sciences naturelles et les sciences humaines, où l'on se donne des modèles théoriques des faits observés et décrits. [Noël, 2004]
6- Un modèle est un système matériel - ou mental- qui simule la situation naturelle de départ […] Un modèle est un système ou une loi analogique d'un être réel […] Un modèle fournit à l'observateur une réponse à une question. [Thom, 1984]
7- Un modèle scientifique est une représentation de ce qu'on ne peut pas voir directement pour différentes raisons. Il aide les scientifiques à concevoir, à analyser ou à imaginer des concepts scientifiques. La communauté scientifique ne s'entend toutefois pas sur la délimitation du concept de « modèle scientifique » et celui de « théorie scientifique ». Mais, d'une façon globale, on peut dire que les deux sont utilisées « voir essentielles » dans toutes les branches de la science. [Noël, 2004]

8- Le terme de modèle signifie simplement ensemble d'expressions mathématiques d'écrivant formellement certains phénomènes. [Nouvel, 2002]

9- En mathématique et en logique le terme modèle connaitre une définition plus syntaxique : un modèle est un système formé d'expressions formelles que l'on peut déduire à partir d'une théorie." [Jaulin, 2004]

10- Un modèle, pour le théoricien, est une construction intellectuelle qui va l'aider à approcher la réalité des phénomènes, pour élaborer progressivement ses théories. [Tannoudji, 1999]

11- Un modèle, pour le scientifique, est une construction intellectuelle qui va servir d'outil de raisonnement en vue de la compréhension d'un phénomène qui aura été repéré." [Nouvel, 2002]

Ces affirmations révèlent plusieurs caractéristiques distinctes du modèle plutôt qu'une définition :

1- Un modèle n'est pas nécessairement une reproduction matérielle. Il n'est pas nécessairement une conception abstraite.

2- L'existence du modèle se justifie toujours par le fait qu'il simplifie facilite, décrit, précise ou donne la réponse à une question.

   a- Rendre sensible, accessible aux cinq sens.

   b- Faciliter l'expérimentation et la mesure.

   c- Faciliter une présentation via une conceptualisation ou production de concepts.

   d- Décrire une réalité complexe de manière simple.

   e- Mettre en relation des concepts explicitement définis.

   f- Décrire et illustrer de manière réductrice, simplifiée et fonctionnelle les traits essentiels d'un objet, d'un système ou d'un processus.

3- Le modèle est lui-même un objet, objet intermédiaire entre la théorie et le phénomène dont la fonction est de représenter, d'expliquer et de prédire.

   a- Objet heuristique (instrument d'exploration des phénomènes).

   b- Découvrir des nouveaux faits.

   c- Prédire des évènements ainsi que leurs déroulements.

   d- Élaborer progressivement une théorie en proposant des modèles conceptuels hypothétiques.

e- Interpréter et simplifier une théorie via des modèles.

f- Tester la cohérence interne d'une théorie via des modèles.

g- Prévoir avec une plus grande probabilité et une meilleure certitude différents comportements ou différentes situations.

4- Différents modèles peuvent représenter un même référent et un même modèle peut représenter plusieurs référents.

5- Un modèle est assujetti à des révisions.

a- Un modèle ne peut s'appliquer à tous les niveaux d'analyse et à tous les objectifs de recherche.

b- Un modèle doit toujours être vérifié et confronté aux différentes circonstances, situations et aux cas auxquels il s'applique.

c- Un modèle est provisoire, il peut être transformé, corrigé, validé, développé ou rejeté.

Les modèles sont donc des constructions matérielles ou formelles servant à représenter quelque chose, cette chose pouvant être réelle ou fictive. Mais en faisant cette reproduction, on a tendance d'une part à considérer les modèles comme étant d'abord de l'ordre de la représentation pour décrire et illustrer de manière réductrice, simplifiée et fonctionnelle les traits essentiels d'un objet, d'un système ou d'un processus, et d'autre part nous sommes clairement conscients que les modèles servent à transformer le réel, à l'anticiper ou parfois à le supplanter.

Un modèle n'est donc qu'une représentation simplifiée, relative, incomplète et temporaire d'une partie du réel ou d'un phénomène. Il ne représente pas toutes les caractéristiques de l'objet ou du phénomène étudié mais uniquement certaines d'elles. Un modèle est toujours plus simple que l'objet, le phénomène ou le processus qu'il est supposé représenter et expliquer. Un modèle est toujours nettement plus pauvre que la réalité représentée. L'élaboration du modèle n'est donc qu'une autre approximation d'un système plus élaboré.

Dans le cas de la simplification et de l'idéalisation de la représentation, la question est toujours de savoir quoi inclure et quoi exclure. Si les composants pertinents sont exclus, le modèle peut être trop simple et ne soutient pas le développement de la compréhension souhaitée. D'autre part, si trop de détails sont inclus, le modèle peut devenir si compliqué que, encore une fois, il échoue à promouvoir le développement des niveaux plus profonds de compréhension que l'on cherche. Un modèle doit donc être assez spécifique pour représenter correctement certains aspects de l'objet, système ou le processus étudié. En physique, un modèle idéalisé est une version

simplifiée du système physique qui élimine les aspects inutiles de la situation. Il ne comporte que les fonctionnalités qui seront nécessaires pour notre analyse, les plans sans frottement, les masses ponctuelles, les sphères rigides, les vitesses infinies, les systèmes isolés, ne sont que quelques exemples bien connus.

La simplification et l'idéalisation sont des manières de construction des hypothèses qui revêtent une importance déterminante pour donner au travail une dimension scientifique. Le cas du modèle des sphères dures s'entrechoquant utilisé en physique statistique et en théorie des gaz est un bon exemple. Ce nouveau modèle de gaz approximatif fait l'objet d'une hypothèse physique. Il est indispensable pour la représentation visuelle, l'abstraction mathématique, et par conséquent la facilité de développement de notre compréhension.

En plus de la formulation des hypothèses de recherche, à travers le modèle, on peut modifier les composantes et les modes de fabrication d'un objet ou d'un processus, énoncer une nouvelle problématique, ou d'anticiper et de prédire des événements ainsi que leur déroulement.

Un modèle est un moyen servant tant à la représentation qu'à l'étude d'un phénomène. C'est également un outil qui sert à créer un certain ordre entre les concepts d'un tout complexe et à représenter les liens qui existent entre eux.

C'est à travers le modèle qu'on parvient à produire une image d'une partie du réel qu'on ne pourrait probablement pas percevoir autrement, comme par exemple, le mouvement brownien qui nous a permis de calculer la masse d'une molécule, ou la théorie cinétique des gaz qui a donné des résultats très importants telles que les caractéristiques physiques et chimiques d'un gaz, et prédit l'existence d'un nombre universel (le nombre d'Avogadro) et nous rend possible de le déterminer.

Parmi toutes les sciences, la physique est la plus proche des mathématiques. Cette relation particulière est universellement reconnue. Les mathématiques s'appliquent mieux à la physique qu'aux autres sciences à un degré qu'il y a une adéquation biunivoque entre les concepts mathématiques et les concepts physiques. En physique la mécanique classique ne peut être conçu sans recourt au calcul différentiel et intégral, l'électromagnétisme de Maxwell sans les équations aux dérivées partielles, la relativité générale sans le calcul tensoriel, et la mécanique quantique sans les espaces de Hilbert. De plus les lois et les concepts de la physique se caractérisent par un polymorphisme mathématique. En effet ils possèdent une multitude de mathématisations possibles, d'un autre coté les concepts mathématiques se caractérisent par une plurivalence physique autrement dit toute structure mathématique trouve son application dans divers chapitres de la physique.

L'introduction d'objets mathématiques en physique offre une nouvelle possibilité de modélisation des phénomènes, et encore une intuition significative par la puissance des symboles qui constituent leur langage. Les problèmes les plus difficiles en physique peuvent être résolus par un raisonnement mathématique. Ce raisonnement rigoureux élargit nos connaissances et donne le moyen de passer d'un énoncé à un autre, et rend possible des expériences et des connaissances nouvelles. [Feynman 1980]

Les mathématiques permettent de construire des modèles en physique, ils font également partie du langage naturel des physiciens. Ils offrent à ce langage ou à ce modèle scientifique *l'objectivité* qui stipule que la réalité ne correspond pas nécessairement à la manière dont nous la percevons, et *l'intelligibilité* qui précise que la réalité est compréhensible dans la mesure où l'on recherche des relations déterminées entre les faits, ainsi que *la rationalité*, qui énonce que les relations entre les faits peuvent s'exprimer de manière cohérente par un raisonnement structuré suivant des règles logiques [Gilles, 1996].

Depuis le 19ème siècle, les mathématiques sont devenues l'un des éléments fondamentaux de beaucoup de progrès en physique. Depuis lors, la nécessité d'exprimer les lois de la physique en termes mathématiques est devenue dominante dans la pensée physique, autrement dit, on ne peut pas penser la physique sans passer par les mathématiques. En effet notre langage est devenu imprécis, lourd ou même impossible d'exprimer en mot les lois fondamentales de la physique telles que : les équations de Maxwell, de Boltzmann ou de Schrödinger, les relations de Heisenberg ou les formules de Newton ou d'Einstein.

Chapitre 2

La notion de l'espace et de temps dans les modèles mécaniques

Préambule

La construction de l'abstraction de l'espace et de temps a commencé bien avant la physique de Galilée (1564-1642) dite science moderne ou contemporaine, notamment par la fabrication des instruments de mesure : les gnomons, les cadrans solaires, les clepsydres, les sabliers, les calendriers, les coudées royal et sacré. Les prédictions d'éclipses par les mésopotamiens, La concordance de la nouvel an dans l'Égypte antique avec le lever héliaque de l'étoile Sirius et les paradoxes de Zénon soutiennent cette proposition.

Galilée considère le temps à l'instar de l'espace comme également passible d'un traitement mathématique. Autrement dit, il fait du temps mis à parcourir un espace une variable analogue à celle de l'espace parcouru, pour étudier le mouvement d'un corps. En fait, la construction de variables de l'espace et de temps est une étape capitale qui fait passer du monde général et approximatif au monde scientifique ou au monde de la précision. C'est à cette vision scientifique que nous nous en tiendrons dans ce qui suit.

Le présent chapitre se propose d'étudier certains aspects de la nature de l'espace et de temps tel que décrit par les modèles mécaniques. Il explique la structure physique avancée par ces modèles et la façon de représentation de ces deux concepts.

2.1 Les modèles mécaniques

Le modèle mécanique possède sa propre manière de concevoir et de percevoir les faits et d'organiser leurs représentations. Historiquement le modèle mécanique précède le modèle mathématique (Objet d'étude du chapitre III), avant la théorie des champs, le monde physique était expliqué par des lois des mouvements matériels ; c'est-à-dire en termes concrets de mouvement de corps comme les chocs entre particules ayant des propriétés mécaniques très simples.

L'introduction des repères devient indispensable, l'algèbre et l'analyse deviennent prédominants et la géométrie euclidienne modélise avec pertinence l'espace physique.

Avec Galilée et Newton, la physique a acquis une nouvelle démarche avec de nouveaux outils. Elle a commencé par la mécanique qui a donné des nouvelles propriétés qui la distinguait des autres sciences de la nature. Cette mécanique s'intéressa tout d'abord aux mouvements des corps, elle attribua des lois exactes de relations entre des grandeurs d'expression mathématique (position, vitesse, accélération, quantité de mouvement, force, masse, etc.), constituées sur la base de principes ou propriétés générales (principe d'inertie, composition des mouvements et des forces, équilibre…). Avec l'étude de la chute libre par Galilée, le temps fut devenu une véritable variable physique fondamentale, il fut inclus dans les équations permettant de formuler la loi des espaces et des vitesses. Et à la suite de la loi fondamentale de la dynamique newtonienne, les grandeurs de la mécanique furent ensuite constituées de manière à ce que les lois soient exprimées sous forme différentielle.

Cette conception basée sur les modèles mécaniques a été étendue à l'ensemble des corps solides et aux fluides, ainsi qu'à des corps terrestres et célestes, puis elle s'est élargie progressivement à l'ensemble des branches de la physique, d'abord la mécanique, la thermodynamique, l'acoustique, puis l'optique, l'électricité, le magnétisme, la physique atomique…

Dans le modèle mécanique, – la réalité physique se caractérise donc par les concepts d'espace, de temps, de points matériels, de force, autrement dit le point matériel avec son mouvement dans l'espace au cours du temps est le représentant exclusif de la réalité, quelle que soit la versatilité de la nature [Einstein, 1979]. L'espace et le temps dans ce modèle possède des aspects particuliers que beaucoup considèrent comme fondamentaux.

Dans le modèle mécanique, la lumière par exemple est modélisée par des particules qui se meuvent en ligne droite formant des rayons lumineux. Ainsi la théorie de la lumière est en quelque sorte unifiée à celle des points matériels.

Le modèle mécanique est un modèle qui fait intervenir les propriétés mécaniques (grandeurs caractéristiques de la mécanique), ces grandeurs peuvent être directement observables ou non.

Des grandeurs qui sont directement observables comme : La pression, le volume, la quantité de chaleur, la température. Ou des grandeurs qui ne sont pas directement observables comme : La masse, la force, le moment. Tous ces concepts sont élaborés à l'aide de grandeurs mathématiques représentées sous forme de symboles.

Un modèle mécanique peut être : une expérience, une loi mathématique, une figure, une maquette, un objet réduit… ou toute autre représentation mais utilisant toujours les propriétés mécaniques du phénomène étudié.

2.2 Modèles mécaniques et naissance de l'espace et de temps scientifiques

Le mot temps est un mot ancien qui fait partie du langage courant, il a une signification polysémique, on utilise le mot temps pour exprimer le moment, la durée, la succession, la simultanéité, le changement, la synchronisation, le devenir… La signification que le mot temps acquiert dans une phrase dépend généralement de sa position dans cette phrase ; par conséquent, le langage ne peut pas éclairer le sens du concept temps.

La notion de temps intéresse grandement les philosophes et les épistémologues comme Kant, Bergson, Heidegger et Poincaré, elle ne fait pas l'objet d'une unique définition, les opinions sur sa nature sont multiples et différentes. Il existe un consensus entre ces chercheurs sur le fait que le temps est un concept difficile à cerner. La plupart des scientifiques contemporains notamment les physiciens qui ont réfléchi aux problèmes du temps se sont beaucoup plus intéressé à la représentation et l'usage que nous pouvons faire du temps qu'à la manière de le définir. C'est pourquoi Nous limiterons notre étude aux seules notions d'espace et de temps convenables ou propres à l'étude des phénomènes physiques.

Dans les modèles mécaniques, comme dans les autres modèles, les physiciens, n'essaient pas de résoudre directement la délicate question de la nature du temps. Ils cherchent plutôt la meilleure façon de le représenter. Cela vise précisément à mieux appréhender le problème de la mesure physique du temps et des prédictions qui s'y rapportent.

2.2.1 L'espace et le temps comme variable de la cinématique de Galilée

Pour décrire le mouvement des objets matériels permanents dans un théâtre d'espace et de temps, Galilée a abouti à l'introduction des variables espace et temps en physique. Il a soumis l'espace et le temps à un traitement mathématique, i.e. il fait du temps mis à parcourir un espace une variable analogue à celle de l'espace parcouru, pour étudier le mouvement d'un corps. Cette nouvelle construction scientifique qui a donné à l'espace et le temps une place fondamentale en physique est régie par les convictions :

1- Ce n'est pas en observant ces phénomènes qu'on comprend les lois qui les gouvernent.

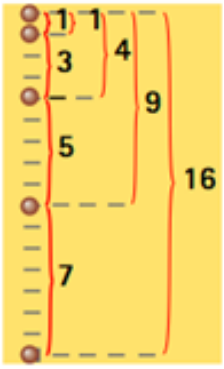
2- Le livre de la nature est écrit dans un langage mathématique[2].

Comme exemple, Galilée quantifia l'évolution temporelle de la chute libre[3] la décrivant comme « continûment et uniformément accélérée », ce qui marqua réellement la naissance de la cinématique. Il fait l'hypothèse que ce mouvement suit une certaine loi mathématique, Il supposa que la vitesse d'une chute d'un corps dépend de la durée de la chute (hypothèse théorique)

Si au bout d'une durée t_1 l'objet lâché a atteint une certaine vitesse V_1 alors au bout d'une durée $t_2 = 2t_1$ la vitesse double $V_2 = 2V_1$ et la vitesse $V_3 = 3V_1$ si la durée $t_3 = 3t_1$ … etc. (hypothèse théorique).

Alors il tire une conséquence mathématique de son hypothèse : la distance parcourue est proportionnelle au carré du temps (à vérifier qu'elle est confirmée par l'expérience)

Si au bout d'une durée t_1 l'objet parcourt une distance x, au bout de t_2 il parcourt $4x$ et il parcourt $9x$ au bout de t_3 …etc. Cette conséquence, elle, est plus facilement vérifiable par une mesure.



Temps de parcours	Déviation (chute)
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

Figure 8: Intervalles de temps et distances données par Galilée.

On note qu'une des créativités mathématiques de Galilée due à la mathématisation de l'espace et de temps, est l'introduction de concept de vitesse instantanée, c'est-à-dire de valeur mathématique de la vitesse, à chaque instant. Plus précisément il donne à ce concept une forme suffisamment précise pour le mettre en jeu dans des raisonnements mathématiques quantitatifs. Avec cette démarche scientifique, Galilée inaugure une nouvelle façon de faire de

[2] Cf. Le texte de Galilée à la page 15

[3] Un nom donné par Galilée parce que le concept de force à distance était ignoré par les prédécesseurs de Newton à l'époque.

la physique, i.e. il a donné une nouvelle construction de concepts d'espace et de temps mathématiquement manipulable en physique.

Et depuis, les phénomènes de la nature sont convertis par les physiciens en objets mathématiques :

- Recourir à la géométrie pour expliquer les phénomènes. (c'est aux propriétés des lignes droites et des lignes courbées qu'on se réfère pour étudier le mouvement d'un corps qui tombe en mouvement uniformément accéléré, ou qui parcourt des distances différentes avec des vitesses égales.)
- Faire appel à un formalisme mathématique très perfectionné. (le mouvement d'un corps s'exprime au moyen d'une équation algébrique.)
- Faire appel à des symboles chargés d'une signification qui a trait à la nature, et d'une manière plus générale. (le recours à la lettre t pour représenter le temps, la lettre x pour la distance et la lettre v pour la vitesse.

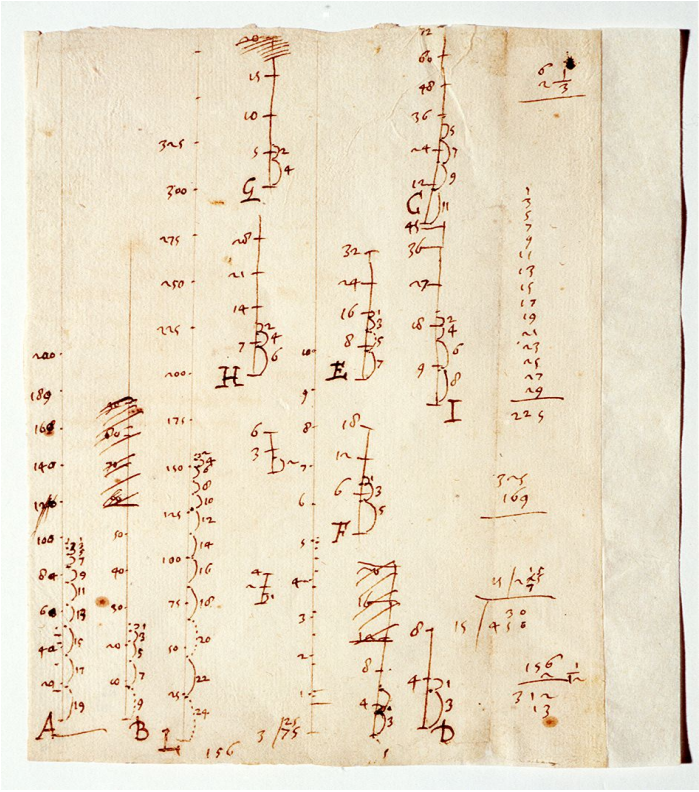


Figure 9: folio 182, brouillons personnels de Galilée, dessiner par lui avec des données chiffrées correspondant à la mesure de différentes distances, parcourues en des temps successifs égaux par une bille lâchée. (Droits réservés Bibliothèque Centrale de Floren

2.2.2 L'espace absolutisé et le temps instantané de la dynamique de Newton

Nous avons vu avec les travaux de Galilée sur les mouvements des corps, que dès l'origine, la physique moderne s'est trouvée confrontée aux notions fondamentales d'espace et de temps. Galilée refonde l'étude du mouvement, en utilisant la méthode expérimentale et en introduisant le langage mathématique, l'espace et le temps sont entrés dans la description du mouvement et était née la cinématique.

Grâce à Newton, on assista à la naissance de la dynamique, celle-ci se distinguant de la première par le fait que le mouvement y est considéré en même temps que ses causes, ou plutôt les causes de ses modifications. Les conceptualisations de l'espace et du temps décrites par Newton se trouvent dans ses Principes mathématiques de philosophie naturelle, publiés en 1686.

Chez Newton, le temps et l'espace deviennent le fondement d'une pensée du mouvement à laquelle tout phénomène doit pouvoir être réduit. Les lois auxquelles sont soumis les phénomènes naturels présupposent que soient donnés un temps et un espace absolus.

2.2.2.1 Espace absolutisé

Newton faisait avancer ce que Galilée avait commencé. Selon lui, la cinématique passe sous silence la cause de la production et du changement du mouvement, en prétendant qu'« un mouvement peut être produit sans qu'aucune force ne soit imprimée [Newton,1995, pp.118-119]

Il pose les hypothèses suivantes :

- Un corps peut-il avoir une infinité de mouvements, selon les corps qui servent de référentiels ?
- Qu'en est-il du mouvement qui n'est pas sans effet ? Tel est le cas du mouvement de la Terre, mais aussi celui du mouvement uniformément accéléré comme la chute libre où le corps ne cesse de changer de vitesse, qui est précisément un effet réel et le signe de la présence d'une force.

Pour « sauver » les mouvements réels qui s'effectuent indépendamment du référentiel, tout en produisant des effets réels, Newton postule que ces mouvements doivent se rapporter, non pas à tels ou tels corps, mais à quelque chose qui est totalement distinct de tout corps, « à quelque être immobile tel que l'étendue seule ou l'espace considéré comme quelque chose de réellement distinct des corps » [Newton,1995, p.122]

Ce « quelque être immobile », quelque chose de réellement « distinct des corps », sera nommé par Newton « l'espace absolu » :

"L'espace absolu, de par sa nature, sans relation à quoi ce soit d'extérieur [sans relation aux choses externes], demeure toujours similaire et immobile. L'espace relatif est cette mesure ou dimension mobile de l'espace absolu, laquelle tombe sous nos sens par sa relation aux corps, et que le vulgaire confond avec l'espace immobile"[4]

Par la considération de la Dynamique, par opposition à la seule cinématique, Newton introduit donc la notion : d'espace absolu, fait de vide et distinct de tous les corps matériels. Autrement dit, c'est par les forces, qui sont les causes des mouvements vrais, et par leurs effets, que nous allons pouvoir distinguer l'espace absolu.

2.2.2.2 Temps instantané

Newton construit un nouveau concept de temps, un temps mathématique, exact et réel comme les objets du monde qu'il régit.

"Le temps absolu, vrai et mathématique, qui est sans relation à quoi que ce soit d'extérieur, en lui-même et de par sa nature coule uniformément; on l'appelle aussi "durée". Le temps relatif, apparent et vulgaire est toute mesure sensible et externe – qui est précise ou non- de la durée et dont on se sert couramment à la place du temps vrai. Tels sont l'heure, le jour, le mois, l'année".[5]

Par la considération dynamique, Newton introduit le temps absolu intimement lié à la succession causale d'événements (positions successives d'un corps au cours de son mouvement). Il fait la distinction entre le temps physique (durée objective) et le temps mesuré (temps relatif). Le temps relatif est la mesure du temps (objectif) à l'aide d'horloges. Une horloge est en général un système mécanique ou autre siège d'un phénomène périodique comme : le pendule pesant. Chaque type d'horloge définit une unité de temps (étalon de temps).

Selon Newton, le continuum temps comporte une dimension (droite réelle). Le temps présente une indépendance vis-à-vis de la matière et de l'espace : le temps s'écoule même dans un univers vide de matière.

Par toutes ses considérations, Newton et Galilée ont établi les hypothèses fondamentales de la mécanique classique sont :

(i) L'espace absolu, auquel on apporte les mouvements, qui ne sont que relatifs,
(ii) Le temps absolu, par lequel on mesure l'égalité des durées

[4] Isaac NEWTON, Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, 1687 (trad. M.-F. Biarnais, in Isaac NEWTON, Principia Mathematica, Paris, Bourgois, 1985).
[5] Ibid

(iii) L'intuition directe sur le temps, qui sert à définir l'égalité de deux durées et la simultanéité de deux événements

(iv) La géométrie euclidienne.

L'espace absolu est indépendant des phénomènes qui s'y déroulent. Il est infini, il est représenté mathématiquement d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ à tout point M correspond un unique triplet (x, y, z) de nombres appartenant à $\mathcal{R}$ appelés coordonnées de M. Géométriquement et dans l'espace x est *l'abscisse* de M, il représente l'ensemble de points situés sur une seule ligne et qui s'étend à l'infini. De même pour son ordonnée y et sa cote z.

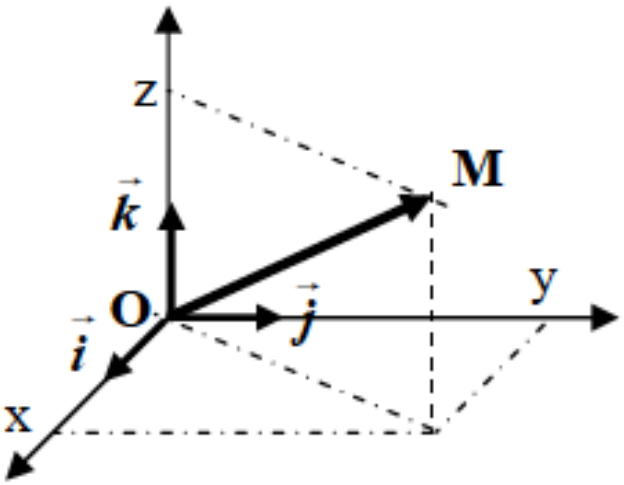


Figure 10: Un Repère cartésien

Mêmes remarques pour le temps que pour l'espace. Le temps absolu qui est complètement indépendant des phénomènes, il est une sorte de cadre temporel dans lequel se déroulent les événements successifs. C'est un paramètre t représenté mathématiquement par un point dans une droite venant de moins l'infini à plus l'infini.

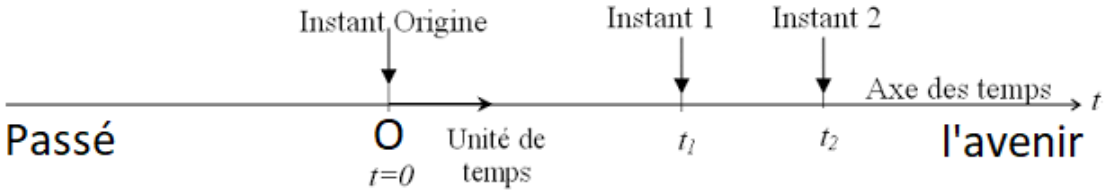


Figure 11; L'axe de temps

Chaque position $A(x, y, z)$ est définie par sa date t, appelé instant $t_1, t_2, \ldots$

Une longueur est une intégration sur l'espace dx

$$L = \int_{x_1}^{x_2} dx \qquad (2.1)$$

Une durée est une intégration sur le temps dt

$$T = \int_{t_1}^{t_2} dt \qquad (2.2)$$

Les équations (2.1) et (2.2) montre qu'on traite le temps t comme on traite l'espace dans une dimension x.

Selon Einstein [Cité par Klein, 2016], le temps est aplati dans l'espace, par conséquent on a raté le temps. Quand on établit la transposition entre l'espace et le temps ou entre durée et longueur, il y a quelque chose qu'on rate.

La durée est faite par des instants qui se succèdent mais par définition ne coexistent pas ensemble, chaque nouvel instant remplace le temps qui le succède, donc lorsqu'on parle d'une durée on parle d'une chose mystérieuse, chose qui n'existe pas lorsqu'on parle de la longueur.

Tous les points qui représentent le calcul d'une longueur sont en même temps présents, alors que pour calculer une durée ces points ne coexistent pas. Cette différence profonde entre l'espace et le temps est masquée par nos calculs et un scientifique peut nous dire : en faisant ce travail, vous masqué le temps et la place que vous raccordez au temps dans votre théorie est une place qui n'est pas juste.

Le temps des physiciens est donc un modèle ou un avatar de temps et non pas le temps même.

2.2.2.3 Référentiel Galiléen :

Dans les modèles mécaniques, l'ensemble formé par le repère spatial et le repère temporel est nommé : *Référentiel*

C'est un outil mathématique permettant de décrire les phénomènes physiques dans l'espace et dans le temps. L'espace de l'observateur est assimilé à un espace affine à trois dimensions auquel est associé un temps utilisé pour paramétrer les mouvements des corps observés. Un référentiel est l'association d'un tel repère d'espace, qui implique l'existence d'un «solide de référence» qui sert d'origine et auquel on rapporte l'étude des mouvements, et d'un repère de temps ou «horloge» qui compte le temps.

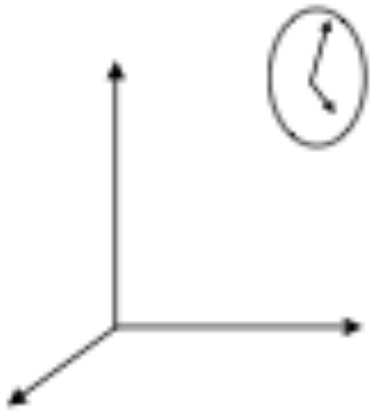


Figure 12: Un référentiel : un repère spatial et un chronomètre

En 1632, Galilée publie son Dialogue concernant les deux plus grands systèmes du monde, dans lequel on trouve le merveilleux passage suivant :

> "Enfermez-vous avec un ami dans la cabine principale à l'intérieur d'un grand bateau et prenez avec vous des mouches, des papillons, et d'autres petits animaux volants. Prenez une grande cuve d'eau avec un poisson dedans, suspendez une bouteille qui se vide goutte à goutte dans un grand récipient en dessous d'elle. Avec le bateau à l'arrêt, observez soigneusement comment les petits animaux volent à des vitesses égales vers tous les côtés de la cabine. Le poisson nage indifféremment dans toutes les directions, les gouttes tombent dans le récipient en dessous, et si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'avez pas besoin de le lancer plus fort dans une direction que dans une autre, les distances étant égales, et si vous sautez à pieds joints, vous franchissez des distances égales dans toutes les directions."[6]

De cette expérience de pensée, Galilée déduit que « **le mouvement est comme rien** », l'étude du mouvement est intimement liée au référentiel dans lequel on l'étudie que l'on résume par cette affirmation : Le mouvement est relatif.

Parce que l'action d'une force modifie l'état de mouvement d'un corps, Galilée en déduit que le mouvement fondamental, minimal, de la nature est celui du corps libre, ou, ce qui revient au même, celui de corps dotés d'une inertie suffisante à rendre inefficace l'action des forces agissant sur eux. Il découvre ainsi le rôle privilégié des systèmes inertiels à servir de systèmes de référence,

[6] Galilée, Dialogue concernant les deux plus grands systèmes du monde, 1632

ainsi que les deux seules formes possibles de ce mouvement naturel de corps libre, le mouvement nul (immobilité) ou le mouvement droit (mouvement rectiligne uniforme), dont il pose par principe l'équivalence. Ce sont les mouvements à vitesse constante, éventuellement nulle.

En physique, un référentiel galiléen est un référentiel ou le principe d'inertie est vérifié. i.e. c'est un référentiel dans lequel un objet isolé (sur lequel ne s'exerce aucune force ou sur lequel la résultante des forces est nulle) est soit immobile, soit en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à ce référentiel.

Exemples :

Le référentiel de Copernic $\mathcal{R}_c$ *:* l'origine est le barycentre du système solaire et la base est composée de trois vecteurs ortho-normaux pointant vers des étoiles lointaines, donc fixes.

Le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_G$ dans le cas où l'étude ne dépasse pas quelques jours.

Le référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ dans le cas où l'étude ne dépasse pas quelques heures.

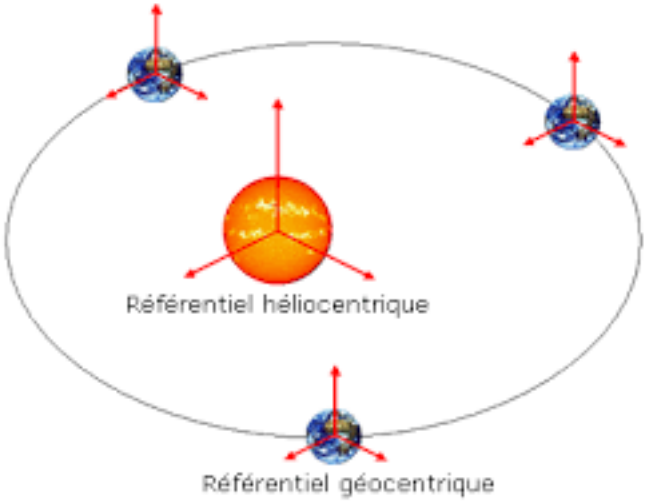


Figure 13: Exemples de référentiel Galiléen

Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen l'est à son tour. Dans le cas contraire, le référentiel est dit non galiléen

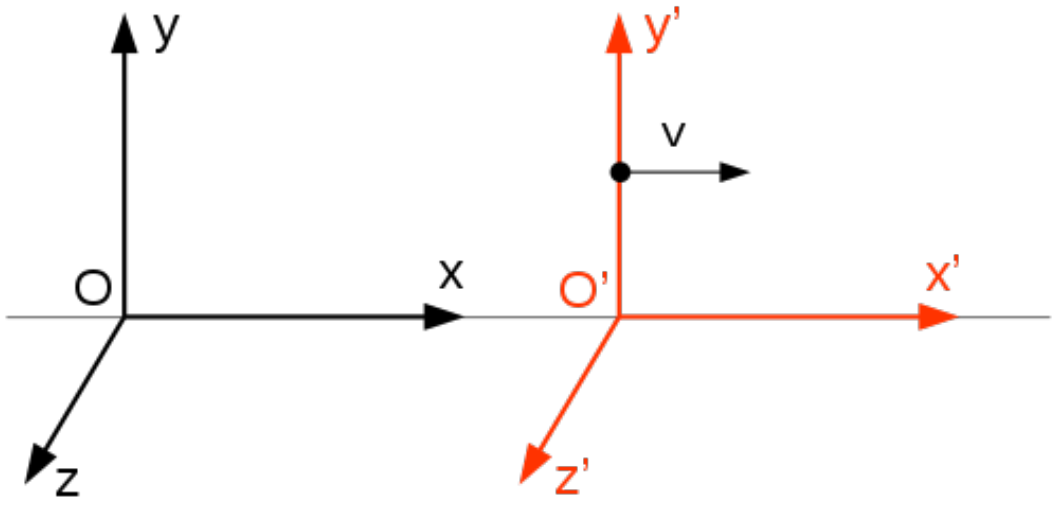


Figure 14: Un référentiel galiléen

2.2.3 Étude de principe d'invariance des lois physiques

Galilée a explicitement introduit le principe de relativité en physique. Il a été le premier à reconnaître l'existence de transformations inertielles, reliant différents cadres de référence dans lesquels les lois de la physique sont invariants i.e. elles prennent la même forme. Cette théorie pertinente de la relativité joue un rôle fondamental dans la structuration d'une théorie physique donnée.

Notons que l'invariance imposée par la relativité est liée aux propriétés de l'espace et de temps, théâtre des phénomènes physiques. C'est une invariance par translation dans le temps, i.e. l'énoncé des lois de la physique ne doit pas dépendre de l'origine choisie pour le repérage des instants et encore une invariance par translation dans l'espace, i.e. les lois de la physique doivent être les mêmes à Alger et à Oran, sur la Terre et sur la Lune. L'invariance porte donc sur les relations entre grandeurs physiques dont la conception de l'espace et le temps est primordiale.

2.2.3.1 Le principe de la relativité et groupe de transformation de Galilée

Tous les phénomènes de la nature se déroulent dans l'espace et le temps. Le système de référence est indispensable pour mesurer ces deux grandeurs. Mais le choix de référentiel, dans une certaine mesure, est arbitraire et encore n'étant qu'un moyen auxiliaire. Ils ne doivent aucunement influer sur les lois physiques fondamentales qui sont objectives et indépendantes de nous.

Le principe de la relativité est donc une nécessité il est cité par Galilée comme une propriété que confirme l'expérience :

Dans tous les référentiels inertiels, toutes les lois de la physique prennent la même forme

Tous les observateurs sont égaux pour décrire les lois de la physique.

Pour Galilée et Newton, il s'agit des lois de la mécanique.

Exemples : Les observations astronomiques et les résultats qui découlent peuvent se faire soit par un observateur sur terre ou à l'aide des appareils installés au bord d'un satellite artificiel ou d'un vaisseau cosmique.

On dispose donc des données d'observateurs situés dans des diverses systèmes de références. Pour les analyser il faut savoir les transformer mutuellement. L'objectivité des lois de la nature consiste en ce que les résultats d'observation dans un référentiel d'inertie peuvent être transformé en ceux dans l'autre.

Soit un phénomène mécanique observé du point de vue de deux systèmes de référence $\mathcal{R}(x, y, z)$ et $\mathcal{R}'(x', y', z')$, se déplaçant d'un mouvement rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre :

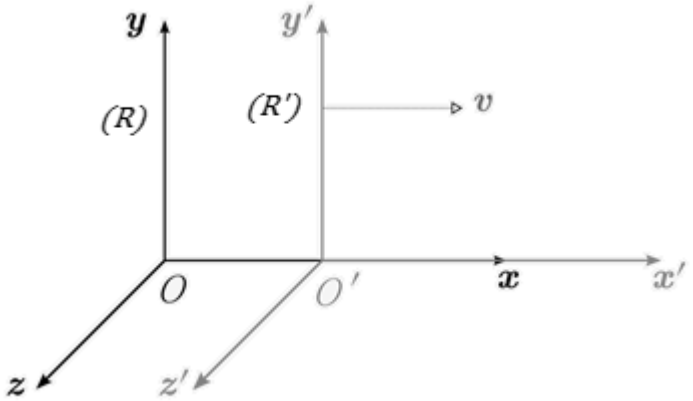


Figure 15: Référentiels inertiels ($\mathcal{R}$) et ($\mathcal{R}'$) en mouvement de translation rectiligne uniforme l'un rapport à l'autre.

Soit (x, y, z) sont les coordonnées d'un point quelconque sur l'axe ($\mathcal{R}$) à l'instant t et (x', y', z') ses coordonnées sur l'axe ($\mathcal{R}'$).

Les origines O et O' sont confondues à l'instant t = 0 ;

Soit v la vitesse du référentiel ($\mathcal{R}$) par rapport à ($\mathcal{R}'$)

Du référentiel inertiel ($\mathcal{R}$) à ($\mathcal{R}'$) la question qui se pose : le temps, comment se transforme-t-il ? le "bon sens"[7] nous suggère que le temps s'écoule de la même façon : $t = t'$, on dit que le temps est "absolu".

Le groupe de transformation de Galilée permet de passer d'un référentiel galiléen ($\mathcal{R}$), (ou inertiel) à un autre référentiel galiléen ($\mathcal{R}'$), (également inertiel), il laisse invariant l'intervalle d'espace :

$$\Delta S^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 \tag{2.3}$$

Il s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \tag{2.4}$$

On note ici que d'après les concepts de Newton, le temps et l'espace existent en soi et sont indépendants des corps matériels qui se trouvent dans l'espace. Cette idée de Newton sur l'espace et le temps arrive à soutenir la mécanique classique durant trois siècles.

Le passage de ($\mathcal{R}$), à ($\mathcal{R}'$) peut se faire en utilisant la matrice de transformation de Galilée :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -v \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

Soit $\varphi(x, y, z, t)$ une grandeur physique exprimée dans un référentiel ($\mathcal{R}$), elle se transforme en $\varphi'(x', y', z', t')$ dans un référentiel ($\mathcal{R}'$), s'agissant de la même grandeur, sa différentielle totale doit être égale à elle-même :

$$d\varphi(x, y, z, t) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz + \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt$$

$$= \frac{\partial \varphi}{\partial x} (dx' + v dt') + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy' + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz' + \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt'$$

[7] Newton écrivait dans son principia mathématica que le temps absolu, le vrai temps mathématique, pris dans son propre sens sans rapport à l'extérieur, est d'un cours uniforme et s'appelle autrement durée

On peut écrire la même chose pour le second référentiel ($\mathcal{R}$') :

$$d\varphi'(x', y', z', t') = \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} dx' + \frac{\partial \varphi'}{\partial y'} dy' + \frac{\partial \varphi'}{\partial z'} dz' + \frac{\partial \varphi'}{\partial t'} dt'$$

Par principe, le champ scalaire φ est indépendant du référentiel, c'est-à-dire $d\varphi' = d\varphi$.

On déduit que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi'}{\partial y'} &= \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi'}{\partial z'} &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi'}{\partial t'} &= \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi}{\partial x} \end{aligned} \qquad \text{Ou} \qquad \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} &= \frac{\partial \varphi'}{\partial y'} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= \frac{\partial \varphi'}{\partial z'} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \frac{\partial \varphi'}{\partial t'} - v \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} \end{aligned}$$

Les transformations des dérivées partielles entre deux référentiels galiléens s'écrient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x'} \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y'} \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z'} \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'} \end{aligned} \qquad (2.6) \qquad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x'} &= \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y'} &= \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z'} &= \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial t'} &= \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \end{aligned} \qquad (2.7)$$

Tout phénomène de la nature est une suite de réalisation dans le temps et dans l'espace, d'un ou plusieurs évènements. La description d'un certain évènement est la base de description de tout phénomène. Un point d'espace, affecté d'un évènement, doit être rattaché à un repère et un temps et cela avant l'étude des phénomènes physiques concrets.

L'invariance des lois physiques est un concept fondamental de la physique, les lois de la nature doivent être covariante par changement de référentiel, elles prennent la même forme dans tous ces référentiels. Autrement dit un système physique ou une succession de phénomènes ont un caractère « intrinsèque », c'est-à-dire indépendant du repère utilisé pour les décrire.

Cette caractéristique importante, basée sur la modélisation des notions d'espace et de temps, attribue aux lois de la physique une portée ontologique générale, universelle, indépendante

des phénomènes étudiés. L'un des procédés le plus fructueux et le plus convaincant de la physique consiste à donner une structure mathématique basée sur le principe de l'invariance capable de décrire une réalité physique objective [Provost, Tonnelat, 1996].

2.2.3.2 Lois de newton et les transformations de Galilée

Les trois lois de Newton constituent le cœur de la mécanique newtonienne. Énoncées dans son livre les "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica", elles fournissent tous les outils nécessaires pour poser et analyser un problème physique.

Les trois lois de Newton peut être formulées ainsi :

1. Un corps persiste dans son immobilité ou dans son mouvement de translation rectiligne et uniforme dès lors qu'il n'est soumis à aucune force externe.$\sum \vec{F} = \vec{0}$
2. Si l'on applique des forces externes $\vec{F_i}$ à un corps, sa quantité de mouvement $\vec{p}$ varie dans le sens et da la direction de la force nette appliqué. Cette variation et d'autant plus élevée que l'intensité de la force est grande. $\vec{p} = m\vec{v}$ et $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$
3. Lorsqu'un corps A exerce une force sur un corps B : $\vec{F}_{A\to B}$, le corps B exercera une force sur le corps A : $\vec{F}_{B\to A}$ de même grandeur, mais dans le sens opposé. $\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$

Remarques :

- La troisième loi s'applique uniquement entre deux systèmes mécaniques.
- Les forces doivent être de même nature.
- Les deux apparaissent en même moment.

On peut vérifier facilement que les trois lois de la mécanique newtonienne sont invariantes par les transformations Galiléen.

Soit $x, y, z \in \mathbb{R}$ les coordonnées d'un point matériel M à l'instant $t \in \mathbb{R}$ dans un repère $\mathcal{R}(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$,

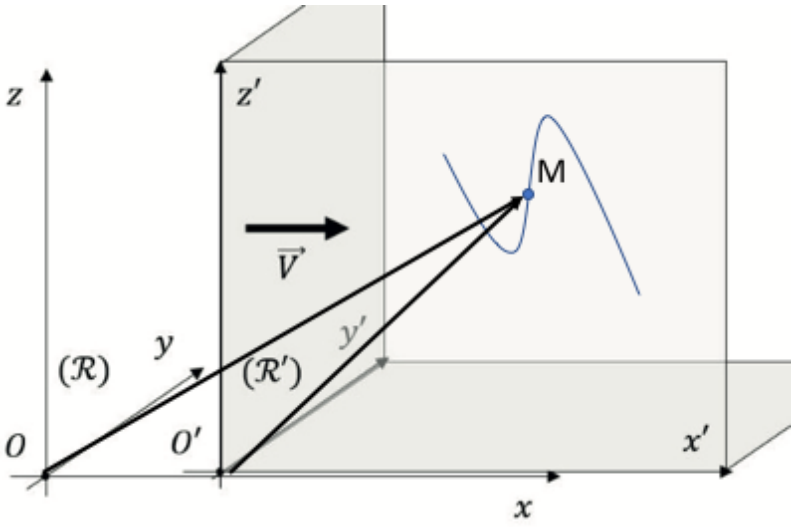


Figure 16: Vecteur de position dans les repères galiléens ($\mathcal{R}$) et ($\mathcal{R}$')

Selon la 2ème loi de Newton : La somme des forces d'un point matériel de masse $m > 0$ est donnée par : $\vec{F}(x,y,z,t) = m\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = m\vec{a}$

Le vecteur position du point M dans le repère ($\mathcal{R}$) s'écrit :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

Soit $\mathcal{R}'(O', \vec{\imath'}, \vec{\jmath'}, \vec{k'})$ un repère galiléen en mouvement rectiligne uniforme à vitesse constante $\vec{V}$ par rapport à ($\mathcal{R}$)

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$$

$$\overrightarrow{OM} = \vec{V}t + x'\vec{\imath'} + y'\vec{\jmath'} + z'\vec{k'}$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt^2}\vec{\imath'} + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{\jmath'} + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k'} \qquad (2.8)$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}\vec{\imath'} + \frac{d^2y'}{dt'^2}\vec{\jmath'} + \frac{d^2z'}{dt'^2}\vec{k'} = \frac{d^2\overrightarrow{O'M'}}{dt'^2}$$

On obtient la loi de transformation des accélérations en la relativité galiléenne.

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

En tenant compte des transformations de Galilée (2.5) et que la masse est une constante $m = m'$ on obient la seconde loi de Newton dans le référentiel ($\mathcal{R}$') telle que :

$$\overrightarrow{F'}(x',y',z',t') = m\frac{d^2\overrightarrow{O'M'}}{dt'^2} = m\overrightarrow{a'}$$

On déduit que la 2ème loi de Newton satisfait donc par construction le principe de relativité vis à vis des transformations galiléennes. On plus, on déduit la loi de transformation des forces :

$$\vec{F}(x,y,z,t) = \vec{F}'(x',y',z',t') \tag{2.9}$$

De cette dernière équation, on déduit l'invariance de la première loi telle que:

$$\vec{F}(x,y,z,t) = \vec{0} \implies \vec{F}'(x',y',z',t') = \vec{0}$$

L'invariance de la troisième loi est évidente étant donné que l'action-réaction est indépendante du repère choisi.

En mécanique classique, les lois physiques doivent être covariantes, les forces qu'on peut déduire de ces lois aient la même expression dans tout référentiel galiléen.

Appliquons cette covariance à la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

La présence de la vitesse $\vec{v}$ qui est invariante montre que $\vec{E}$ et $\vec{B}$ ne peuvent pas être invariants :

Trouvons les relations entre les champs électriques et les champs magnétiques lors de passage d'un référentiel à un autre.

Soit une charge q de vitesse $\vec{v}$ dans un repère $\mathcal{R}$ et $\vec{v}'$ dans un repère $\mathcal{R}'$ en mouvement rectiligne selon x avec une vitesse $\overrightarrow{v_e}$

$$\vec{F} = \overrightarrow{F'}$$

$$q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) = q(\overrightarrow{E'} + \overrightarrow{v'} \wedge \overrightarrow{B'})$$

$$\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} = \overrightarrow{E'} + (\vec{v} - \overrightarrow{v_e}) \wedge \overrightarrow{B'}$$

$$\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} = (\overrightarrow{E'} - \overrightarrow{v_e} \wedge \overrightarrow{B'}) + \vec{v} \wedge \overrightarrow{B'} \tag{2.10}$$

En comparant les deux membres de l'équation (2.10), on déduit donc :

$$\vec{E} = \overrightarrow{E'} - \overrightarrow{v_e} \wedge \overrightarrow{B'} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \overrightarrow{B'}$$

En coordonnées cartésiens on écrit les composantes des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x \\ E_y &= E'_y + v_e B'_z \\ E_Z &= E'_z - v_e B'_y \\ B_x &= B'_x \\ B_y &= B'_y \\ B_z &= B'_z \end{aligned} \tag{2.11}$$

Chapitre 3

Les modèles mathématiques et la naissance du concept Espace-Temps

Préambule

Une brève réflexion historique sur l'émergence des nouveaux concepts en physique moderne montre que l'emploi de la notion de modèle a progressivement évolué, il a acquis de nouvelles significations, et est donc devenu polysémique et que les sciences contemporaines semblent bien s'accommoder avec cette polysémie.

L'émergence de concepts tels que : le champ, l'espace-temps, le quanta, le principe d'incertitude, l'invariabilité de la vitesse de la lumière, l'équivalence masse-énergie, qui n'ont rien à voir avec les modèles mécaniques a donné à la physique moderne une nouvelle manière de concevoir et de percevoir les faits et d'organiser leurs représentations. Dans ce qui suit nous présenterons la place de l'espace-temps dans les nouveaux modèles en physique : les modèles mathématiques.

3.1 Les modèles mathématiques

Historiquement, les modèles mathématiques ont succédé aux modèles mécaniques, ils font appel à des grandeurs avec des propriétés non mécaniques.

Au début du 19ème siècle, des nouvelles expériences ont été réalisés, comme les phénomènes électriques, les phénomènes optiques, ils ont créé des difficultés sérieuses aux interprétations mécaniques. Des tentatives de mettre en évidence leur parfait parallélisme avec des phénomènes mécaniques bien choisis et bien connus ont échoué [Poincaré, 1983]. De nouveaux modèles conceptuels ont pris naissance et tentent de décrire ces phénomènes physiques. Ce changement conceptuel réside dans la compréhension que certaines caractéristiques de la nature n'étaient pas attachées aux objets matériels.

Avec Maxwell et Faraday, la physique a acquis une nouvelle conceptualisation et explication d'un ensemble d'observations en oubliant définitivement les corps matériels et les particules. En

1861, après avoir analysé les travaux d'Œrsted (1777-1820) et de Faraday, Maxwell créa le concept fondamental du « champ », abandonnant celui des fluides électriques dans l'éther. Un champ qui s'étend dans le milieu, c'est une grandeur physique défini en chaque point d'un espace donné. L'interaction entre les particules est déterminée donc par l'état du milieu qui les sépare, ce qui donne à cet espace la propriété d'interagir avec le corps. Einstein considère le concept de champ et la théorie du mouvement des masses et de la gravitation comme deux évènements fondamentaux qui ont placé la physique sur une nouvelle base.

> *"Avant lui (Maxwell), je conçois le réel physique — c'est-à-dire je me représente les phénomènes de la nature ainsi — comme un ensemble de points matériels. Quand il y a changement, les équations différentielles partielles décrivent et règlent les mouvements. Après lui, je conçois le réel physique comme représenté par des champs continus, non explicables mécaniquement mais réglés par des équations différentielles partielles"* [Einstein, 1979, p.171].

Cette modification de la conception du réel, d'un ensemble de points matériels régi par les équations différentielles, aux champs continus, définis en tout point de l'espace, non explicables mécaniquement et régis par des équations différentielles partielles est considéré par Einstein comme une véritable révolution conceptuelle en exprimant :

> *"Pendant la seconde moitié du XIX^{ème} siècle des idées nouvelles d'un caractère révolutionnaire ont été introduites en physique, qui ont frayé la voie à un nouveau point de vue philosophique, différent du point de vue mécanique. Les résultats de l'œuvre de Faraday, de Maxwell et de Herz ont conduit au développement de la physique moderne et à la création de concepts nouveaux, qui forment une nouvelle image de la réalité"* [Feynman, Infeld, 1983, p.117].

Le modèle mathématique est donc un modèle qui fait intervenir les propriétés non mécaniques complètement indépendantes des objets matériels.

3.2 Modèles mathématiques et naissance du concept espace-temps

Nous avons vu que dans les modèles mécaniques, la physique sous sa forme mathématique rigoureuse qui lui a donné Newton et Galilée repose sur les deux concepts fondamentaux d'espace et de temps absolus. L'espace euclidien et la durée sont indispensables pour déterminer un évènement ponctuel. La théorie électromagnétique de Maxwell allait matérialiser cet espace géométrique absolu par la notion d'éther, substratum universel pour tous les phénomènes

physiques. Mais ces efforts ont été infructueux, ce qui a conduit les scientifiques comme Einstein à faire une analyse critique des méthodes de mesure des longueurs et du temps, avec la théorie de la relativité restreinte.

3.2.1 Mise en défaut du principe de relativité galiléen

Nous présenterons ici une mise en contradiction élémentaire du principe de relativité galiléen.

3.2.1.1 Les équations de maxwell et les transformations de Galilée

Vérifions si l'équation (1.15) dite équation de Maxwell - Gauss est invariante sous une transformation Galiléenne, i.e. examinons si :

$$\overrightarrow{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \Leftrightarrow \quad \nabla'.\overrightarrow{E'} = \frac{\rho'}{\epsilon_0}$$

Rappelons-nous des équations (2.11) des composantes du champs $\vec{E}$ du chapitre précédent tels que:

$$E_x = E'_x$$
$$E_y = E'_y + v_e B'_z$$
$$E_Z = E'_z - v_e B'_y$$

Les transformations de Galilée des dérivées partielles (2.6) entre deux référentiels inertiels appliquées au champs électrique donnent :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E'_x}{\partial x'}$$
$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + v_e \frac{\partial B'_z}{\partial y'}$$
$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E'_z}{\partial z'} - v_e \frac{\partial B'_y}{\partial z'}$$

On a donc :

$$\overrightarrow{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad \Leftrightarrow$$
$$\left(\frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + \frac{\partial E'_z}{\partial z'}\right) + v_e \left(\frac{\partial B'_z}{\partial y'} - \frac{\partial B'_y}{\partial z'}\right) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \Leftrightarrow$$

$$\overrightarrow{\nabla'}.\overrightarrow{E'} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - v_e\left(\frac{\partial B'_z}{\partial y'} - \frac{\partial B'_y}{\partial z'}\right) = \frac{\rho}{\epsilon_0} - v_e\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z}\right)$$

$$\overrightarrow{\nabla'}.\overrightarrow{E'} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - v_e.\overrightarrow{rot_x}\overrightarrow{B'} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - v_e\mu_0\left(j_x + \epsilon_0\frac{\partial E_x'}{\partial t}\right) \neq \frac{\rho'}{\epsilon_0}$$

Par conséquent dans ces deux référentiels galiléens, ($\mathcal{R}$) et ($\mathcal{R}$'), l'équation de Maxwell-Gauss n'est donc pas invariante lors du changement de référentiels. De la même manière, on peut montrer que l'équation de Maxwell-Ampère (1.18) n'est pas invariante dans les référentiels galiléens.

3.2.1.2 La loi de propagation de ondes électromagnétiques et les transformations de Galilée

Soit une onde électromagnétique qui se propage dans le vide. On se limite à sa propagation dans une régions loin des sources :

La densité volumique de charge est nulle : $\rho = 0$

Le vecteur densité de courant est nul : $\vec{j} = \vec{0}$

$$\vec{\nabla}\vec{E} = O \qquad \text{et} \qquad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

Le calcul des Laplaciens : $\Delta\vec{E}$ et $\Delta\vec{B}$ donnent :

$$\Delta\vec{E} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \tag{3.1}$$

$$\Delta\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \tag{3.2}$$

Les deux équations (vectorielles) (3.1) et (3.2) sont les équations de propagation des champs (vectoriels) électriques et magnétiques.

Utilisons l'opérateur d'alembertien :

$$\square = \Delta - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \qquad \frac{1}{c^2} = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

$$\square = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

On écrit :

$$\square\vec{E} = 0$$

$$\square\vec{B} = 0$$

Cherchons la transformation de d'alembertien $\square$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} \Longrightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x'^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'} \Longrightarrow \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y'^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'} \Longrightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \frac{\partial^2}{\partial z'^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - v_e \frac{\partial}{\partial x'} \Longrightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial t'^2} - 2v_e \frac{\partial^2}{\partial x' \partial t'} + {v_e}^2 \frac{\partial^2}{\partial x'^2}$$

$$\square = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \left(1 + \frac{{v_e}^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{2v_e}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial x' \partial t'} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2} \qquad (3.3)$$

Le d'alembertien n'est pas donc invariant sous transformation de Galilée.

3.2.1.3 Formulation des lois de l'électromagnétisme.

Le principe de relativité galiléen ne semblait pas s'étendre aux phénomènes électromagnétiques et optiques. On dit que la formulation explicite d'un "principe de relativité" s'accompagne d'une confrontation entre la mécanique et l'électromagnétisme.

Or tous modèle ou théorie en physique doit :

1- Bien décrire les phénomènes naturels
2- Être les même dans tous référentiel (principe de la relativité)
3- Satisfaire les transformations de Galilée.

Ces problèmes colossaux ont conduit les scientifiques de l'époque à émettre les hypothèses suivantes :

1- Soit l'électromagnétisme ne représente pas la réalité, i.e. les équations de maxwell ne sont pas la bonne théorie pour modeler les phénomènes électromagnétiques.
2- Soit la mise en défaut du principe de relativité galiléen, i.e. les référentiels ne sont pas équivalents, il existe un seul référentiel privilégié dans l'univers immobile qu'on doit tenir compte pour faire la physique.
3- Soient les transformations de Galilée ont torts, i.e. la conception du l'espace et de temps n'est pas la bonne façon de représenter les coordonnés pour passer d'un référentiel (x, y, z, t) à un autre (x', y', z', t').

La première hypothèse est rejetée car l'électromagnétisme est probablement la théorie physique qui a le pouvoir prédictif le plus grand et le plus précis, cette théorie est appliquée avec tant de succès au niveau subatomique aux photons électromagnétiques localisés et aucun

exemple n'a été trouvé qui pourrait contrecarrer cette théorie, par conséquent elle décrit parfaitement la réalité.

Si l'on raisonne dans le cadre des modèles mécaniques, les phénomènes d'électromagnétisme nous conduisent à définir un référentiel privilégié unique, le seul dans lequel la vitesse de propagation serait égale à c. Les physiciens du 19ème siècle appelèrent ce référentiel "l'éther", milieu hypothétique matériel absolument immobile nécessaire pour la propagation des ondes électromagnétiques.

3.2.2 Expérience de Michelson et Morley

L'hypothèse de cette expérience était de mettre en évidence le mouvement de la terre par rapport à l'éther luminifère qui était alors considéré comme un référentiel absolu. Albert A. Michelson (1852-1931) et Edward W. Morley (1838-1923) tente à travers un protocole d'expérimentation de mettre en évidence le mouvement de la terre par rapport à l'éther (considéré selon les modèles mécaniques comme le support matériel pour la propagation des ondes électromagnétiques selon la théorie de Maxwell). Ils visent donc la mesure de la vitesse de la lumière dans son support supposé (l'éther) et en se basant sur la loi classique d'addition des vitesses.

Le principe de cette expérience est de comparer les temps mis par deux rayons lumineux provenant d'une même source monochromatique pour faire des allers et retours de longueurs identiques dans des directions parallèle et perpendiculaire à celle du mouvement de la terre autour du soleil à la vitesse v. (Fig. 17)

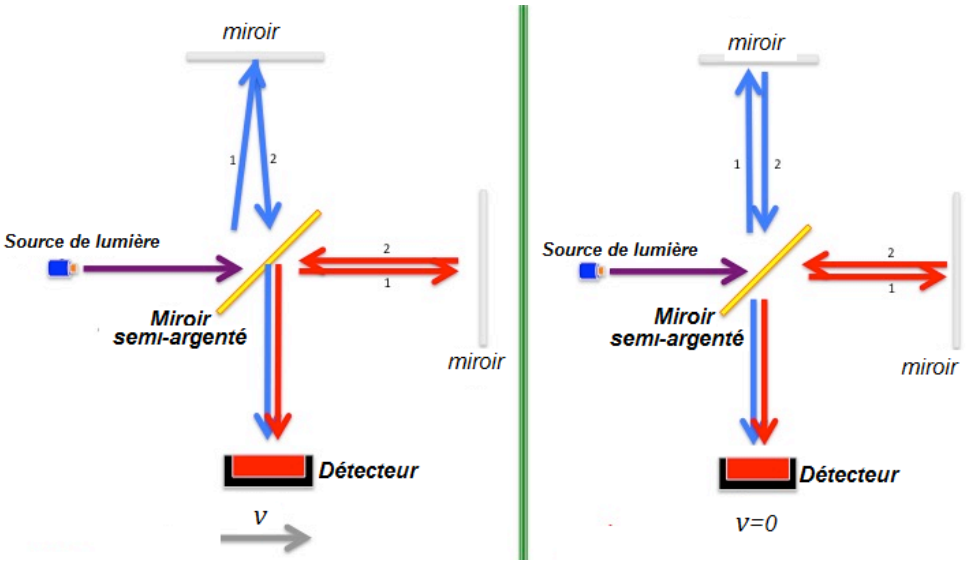


Figure 17: L'expérience de Michelson-Morley

La différence de temps de parcours entre les deux trajets est alors :

$$t_1 = \frac{d}{c-v} + \frac{d}{c+v} = \frac{2d}{c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} = \frac{2d}{c}\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$t_2 = \frac{2d}{c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \frac{2d}{c}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\Delta t = t_1 - t_2 \approx \frac{2d}{c}\left[1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right]$$

$$\Delta t \approx \frac{d}{c}\frac{v^2}{c^2} \tag{3.4}$$

Lorsque l'appareil est tourné de 90° on a :

$$\Delta t_0 = t_2 - t_1 = \frac{d}{c}\frac{v^2}{c^2} \quad \text{et} \quad \Delta t_{90} = t_2 - t_1 = -\frac{d}{c}\frac{v^2}{c^2}$$

Alors : $\Delta t = \Delta t_0 - \Delta t_{90} = \frac{2d}{c}\frac{v^2}{c^2}$

La différence de temps totale de parcours entre les deux rayons dans les deux expériences double :

$$\Delta\tau = 2\Delta t = 2\frac{d}{c}\frac{v^2}{c^2} \tag{3.5}$$

Théoriquement le nombre de franges d'interférences déplacé est donné par la relation :

$$\frac{\Delta\tau}{T} = \frac{\Delta\tau}{\lambda}c$$

En appliquant cette relation et en y introduisant les valeurs suivantes :

$$d = 11m \qquad \lambda = 500nm \qquad c = 3 \times 10^8\, m/s \qquad v = 30\, km/s$$

On trouve :

$$\frac{\Delta\tau}{T} = 0.44 \tag{3.6}$$

Mais l'expérience de Michelson-Morley, reproduite de nombreuse fois depuis et avec notables progrès dans la précision des mesures, n'a jamais mis en évidence ce déplacement lors de

la rotation d'interféromètre. La lumière se comporte comme s'il n'y avait pas de vent d'éther (indétectable).

Cette expérience est sans doute la plus célèbre des expériences négatives donnant un résultat contraire à ce qui était recherché et ces résultats sont inexplicables dans le cadre théorique de l'époque. Par contre vingt ans plus tard, cette expérience retrouve sa célébrité avec les hypothèses de la relativité restreinte. Elle a été considérée avec cette théorie son explication intrinsèques et son application immédiates et constitue ses fondements de base.

En juin 1905, Einstein commence son papier intitulé : "De l'électrodynamique des corps en mouvement."[8] par la phrase "l'éther nous pose des problèmes, supprimons l'éther et les problèmes qui les pose seront résolu, la lumière se propage donc dans le vide, elle n'a pas besoin de support". En disant cela, il invente la théorie des champs. Le champs électromagnétiques pensée comme une vibration d'un milieu particulier devient donc un objet qui existe physiquement sans support.

Einstein montra dans le même article, que le fait de supprimer l'éther va obliger à formuler une nouvelle théorie de l'espace et de temps. Il a su comprendre et imposer la formidable remise en cause des concepts newtoniens d'espace et de temps. Il a analysé de manière approfondie les processus de mesures macroscopiques dans l'espace et le temps. Il en tire une formulation relativiste de la physique, connue sous le nom de théorie de la relativité restreinte.

3.2.3 Fondements de la relativité restreinte

La relativité restreinte fut créée au début du 20ème siècle en se basant sur un phénomène particulier : les ondes électromagnétiques. En cherchant l'invariance des équations de Maxwell, Lorentz (1853-1928) et Poincaré (1854-1912) aboutirent aux formules relativistes de passage des coordonnées d'espace et de temps entre deux référentiels en translation uniforme l'un par rapport à l'autre. Ces formules fondamentales de la relativité restreinte constituent la transformation de Lorentz-Poincaré.

[8] Texte originalement publié en allemand en 1905 dans la revue Annalen der Physik, sous le titre : "Zur Elektrodynamik bewegter Körper". Traduit en français en décembre 2012, relecteur de la version française, Simon Villeneuve.

3.2.3.1 Postulats d'Einstein comme principes fondamentaux de la Relativité restreinte

Pour obtenir des nouvelles lois de transformation des coordonnées d'un évènement lors du passage d'un référentiel d'inertie à un autre, il suffit d'admettre deux affirmations connues sous le nom de *postulats d'Einstein*[9] :

1- Tous les phénomènes physiques se déroulent identiquement dans les référentiels d'inertie si les conditions initiales sont les mêmes. i.e. on ne peut distinguer parmi tous les référentiels d'inerties un système privilégié et il est également impossible de déceler le mouvement absolu.

2- La vitesse de la lumière dans le vide est constante pour tous les référentiels d'inertie dans toutes les directions et ne dépend ni de la vitesse de la source, ni de la vitesse de l'observateur.

Le premier postulat n'est autre que le principe de relativité galiléen étendu à tous les phénomènes de la nature, il réduit à néant l'idée de l'éther (résultat de l'expérience de Michelson-Morley), il met fin également l'idée de l'espace absolu de Newton en tant que référentiel privilégié.

Le second postulat a rendu la vitesse de la lumière dans le vide isotrope ou invariante, elle est indépendante de mouvement de la source et de l'observateur, le principe de l'additivité des vitesses ne s'applique pas à la lumière, elle a toujours la valeur c.

Aux postulats d'Einstein peut être associée une certaine transformation des coordonnées et de temps lors de passage d'un système d'inertie à un autre. Cette transformation est dite transformation de Lorentz.

3.2.3.2 Transformation de Lorentz

En théorie de la relativité, la transformation de Lorentz permet de donner les formules qui permettraient, d'après les variables d'espace et de temps (x, y, z, ct) d'un évènement, par rapport au système $\mathcal{R}$ au repos, de déterminer les coordonnées (x', y', z', ct') du même évènement dans le système $\mathcal{R}'$ mobile à une vitesse v par rapport au premier. Ces transformations doivent satisfaire aux postulats d'Einstein.

[9] Le postulat est un principe non démontré utilisé dans la construction d'une théorie physique

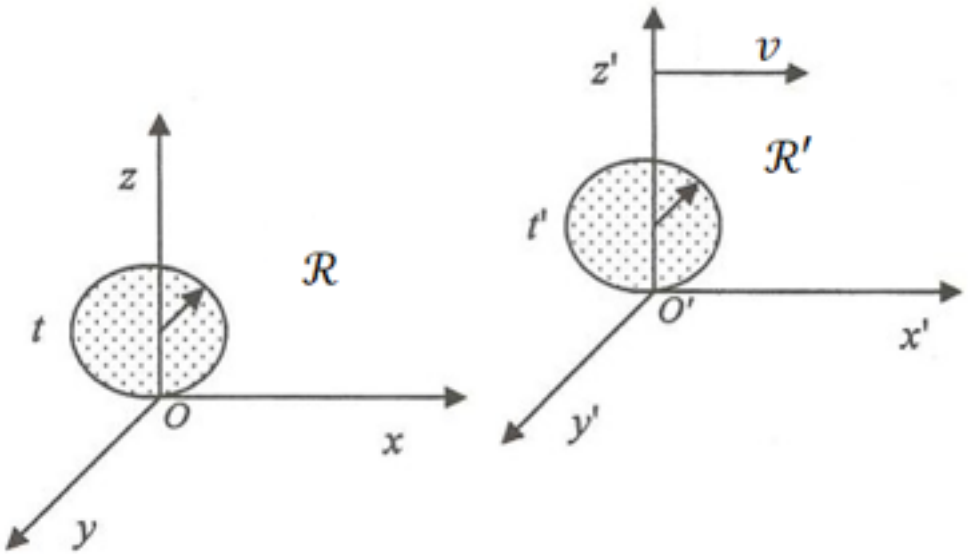


Figure 18: Transformation de Lorentz entre les repères R et R'

Intuitivement, les postulats d'Einstein peuvent être étendus par d'autres basés uniquement sur des propriétés de l'espace et du temps :

L'espace est homogène : l'espace a les mêmes propriétés en chaque point. Autrement dit, l'espace est invariant par translation ; les origines de l'espace sont arbitraires pour l'expression des lois physiques.

L'espace est isotrope : toutes les directions dans l'espace sont physiquement équivalentes. Autrement dit, après rotation dans l'espace d'un référentiel, celui-ci reste équivalent au référentiel d'origine.

Le temps est homogène : le temps est identique en tout point d'un même référentiel. Toutes les horloges d'un référentiel donné doivent être strictement réglées à une même heure.

Principe de causalité : tout phénomène physique peut être relié à une cause. Ce postulat est celui de l'existence même des lois de la nature.

Il découle de l'homogénéité de l'espace et du temps dans tous les référentiels d'inertie que la relation entre les coordonnées de l'évènement dans les systèmes $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ est *linéaire*. La contrainte de vitesse constante de la lumière est écrite le long des axes des x ($Si\ x = \pm ct\ alors\ x' = \pm ct'$) Les autres coordonnées ne sont pas modifiées ($y = y'\ \ et\ z = z'$)

Cherchons une transformation linéaire générale entre (x, ct) et (x', ct') :

$$ct = \alpha_1 ct' + \alpha_2 x' \qquad (3.7)$$

$$x = \alpha_3 x' + \alpha_4 ct' \qquad (3.8)$$

Les coefficients α_i à déterminer pour que le d'Alembertien ne change pas pour toute fonction $\varphi(x, y, z, ct)$.

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz + \frac{\partial\varphi}{\partial(ct)}cdt$$

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}d(\alpha_3 dx' + \alpha_4 cdt') + \frac{\partial\varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z}dz + \frac{\partial\varphi}{\partial(ct)}(\alpha_1 cdt' + \alpha_2 dx')$$

$$= \frac{\partial\varphi'}{\partial x'}dx' + \frac{\partial\varphi'}{\partial y'}dy' + \frac{\partial\varphi'}{\partial z'}dz' + \frac{\partial\varphi'}{\partial(ct')}cdt'$$

En identifiant les coefficients de dx', dy', dz', cdt' dans le référentiel $\mathcal{R}'$ on a :

$$\frac{\partial\varphi'}{\partial x'} = \alpha_3\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial\varphi}{\partial(ct)} \qquad \frac{\partial}{\partial x'} \Longrightarrow \alpha_3\frac{\partial}{\partial x} + \alpha_2\frac{\partial}{\partial(ct)}$$

$$\frac{\partial\varphi'}{\partial y'} = \frac{\partial\varphi}{\partial y} \qquad \frac{\partial}{\partial y'} \Longrightarrow \frac{\partial}{\partial y}$$

$$\frac{\partial\varphi'}{\partial z'} = \frac{\partial\varphi}{\partial z} \qquad \frac{\partial}{\partial z'} \Longrightarrow \frac{\partial}{\partial z}$$

$$c\frac{\partial\varphi'}{\partial(ct')} = \alpha_1 c\frac{\partial\varphi}{\partial(ct)} + \alpha_4 c\frac{\partial\varphi}{\partial x} \qquad \frac{\partial}{\partial(ct')} \Longrightarrow \alpha_1\frac{\partial}{\partial(ct)} + \alpha_4\frac{\partial}{\partial x}$$

Le d'Alembertien doit être écrit dans le référentiel $\mathcal{R}'$:

$$\square' = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2}{\partial(ct')^2} \tag{3.9}$$

avec :

$$\frac{\partial^2}{\partial x'^2} = {\alpha_3}^2\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2\alpha_2\alpha_3\frac{\partial^2}{\partial x\partial(ct)} + {\alpha_2}^2\frac{\partial^2}{\partial(ct)^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial(ct'^2)} = {\alpha_1}^2\frac{\partial^2}{\partial(ct)^2} + 2\alpha_2\alpha_4\frac{\partial^2}{\partial x\partial(ct)} + {\alpha_4}^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y'^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z'^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

On a finalement :

$$\square' = ({\alpha_3}^2 - {\alpha_4}^2)\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2(\alpha_2\alpha_3 - \alpha_1\alpha_4)\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial (ct)}$$

$$- ({\alpha_1}^2 - {\alpha_2}^2)\frac{\partial^2}{\partial (ct)^2} \qquad (3.10)$$

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial (ct)^2}$$

Pour qu'il ne change pas de forme, c'est-à-dire $\square = \square'$, il faut :

$$\begin{cases} {\alpha_3}^2 - {\alpha_4}^2 = 1 \\ {\alpha_1}^2 - {\alpha_2}^2 = 1 \\ \alpha_2\alpha_3 - \alpha_1\alpha_4 = 0 \end{cases} \qquad (3.11)$$

La solution générale dépend d'un paramètre θ :

$$\alpha_1 = \alpha_3 = ch\,\theta \qquad (3.12)$$

$$\alpha_2 = \alpha_4 = sh\,\theta \qquad (3.13)$$

$$ct = ch\theta \times ct' + sh\,\theta \times x' \qquad (3.14)$$

$$x = ch\theta \times x' + sh\,\theta \times ct' \qquad (3.15)$$

Par analogie avec les équations de la transformation de Galilée, qui s'écrivent en synchronisant les horloges lors de la coïncidence des origines :

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z$$

$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = O \\ z' = O \end{cases}$ Dans $\mathcal{R}'$ $\qquad$ $\begin{cases} x = vt \\ y = O \\ z = O \end{cases}$ Dans $\mathcal{R}$

$$\begin{cases} ct = ch\theta \times ct' \\ vt = sh\,\theta \times ct' \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad th = \frac{v}{c} = \beta_e$$

Or

$$sh\theta = \frac{th\theta}{\sqrt{1 - th\theta^2}} = \frac{v}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \beta_e\gamma_e$$

$$ch\theta = \frac{1}{\sqrt{1 - th\theta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \gamma_e$$

En conséquence de quoi, les transformations de Lorentz s'écrivent :

$$\begin{cases} ct = \gamma_e(ct' + \beta_e x') \\ x = \gamma_e(x' + \beta_e ct') \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \quad (3.16)$$

Les transformations inverses de Lorentz s'écrivent :

$$\begin{cases} ct' = \gamma_e(ct - \beta_e x) \\ x' = \gamma_e(x - \beta_e ct) \\ y = y' \\ z' = z \end{cases} \quad (3.17)$$

Ces transformations linéaires peuvent, être représentées par des matrices, nous pouvons écrire la matrice de transformation de Lorentz appropriée, et réécrire ces équations comme une équation vectorielle :

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_e & \gamma_e\beta & 0 & 0 \\ \gamma_e\beta & \gamma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

3.2.3.3 Conséquences de la transformation de Lorentz

La transformation des grandeurs physiques est un problème cardinal de la relativité restreinte. Il faut analyser donc le procédé de mesure des grandeurs physiques fondamentales. Or, les mesures physiques fondamentales sont celles de l'espace (longueur) et de temps.

Dans les modèles mécaniques, ces mesures sont assez faciles, habituelles et ne pose aucun problème à notre pensée intuitive.

La question qui se pose maintenant : Quelle est la longueur d'un corps en mouvement relatif à une grande vitesse par rapport à un référentiel inertiel R ? Quelle est le temps donné par une horloge en mouvement relatif à une grande vitesse par rapport à un référentiel inertiel R?

Dans les modèles mathématiques, la tâche n'est pas tellement facile pour un seul observateur, car lors de la confrontation des évènements dans les référentiels d'inertie il heurte des circonstances peu habituelles et donne des conséquences plutôt contre-intuitives. La relativité restreinte nous montre que chaque référentiel d'inertie possède son propre système de référence et tout point nécessaire est muni d'une horloge immobile.

Il découle immédiatement de la transformation de Lorentz :

- **La remise en cause de la simultanéité absolu**

Envisageons deux évènements simultanés dans le référentiel $\mathcal{R}$, soient $(x_1, y_1, z_1, ct_1 = ct)$ et $(x_2, y_2, z_2, ct_2 = ct)$ leurs coordonnées.

Le temps du premier et de second évènement dans le référentiel $\mathcal{R}'$

$$ct'_1 = \gamma_e(ct_1 - \beta_e x_1) = \gamma_e(ct - \beta_e x_1) \quad (3.19)$$

$$ct'_2 = \gamma_e(ct_2 - \beta_e x_2) = \gamma_e(ct - \beta_e x_2) \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} c\Delta t' = c(t'_2 - t'_1) &= \gamma_e\beta_e(x_1 - x_2) \\ &= \beta_e(x'_1 - x'_2) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Nous trouvons que, bien que les évènements dans le système $\mathcal{R}$ soient simultanés ($t_1 = t_2$), ils ne le sont plus ($t'_1 \neq t'_2$) dans $\mathcal{R}'$. La simultanéité des évènements n'est pas un fait absolu comme dans les modèles mécaniques.

On conclut que la simultanéité en tant que concept universel doit être abandonnée. Deux évènements simultanés dans le repère $\mathcal{R}$ ne le sont point dans $\mathcal{R}'$. Ceci signifie que la simultanéité de deux évènements s'avère relatif : i.e. elle n'est possible qu'au sein d'un seul référentiel.

- **La contraction des longueurs et la dilatation du temps**

Une conséquence du facteur γ qui apparaît dans la transformation de Lorentz est l'effet relativiste de dilatation du temps et celui, inverse, de contraction des longueurs.

Entreprenons la mesure de la longueur d'une règle en mouvement.

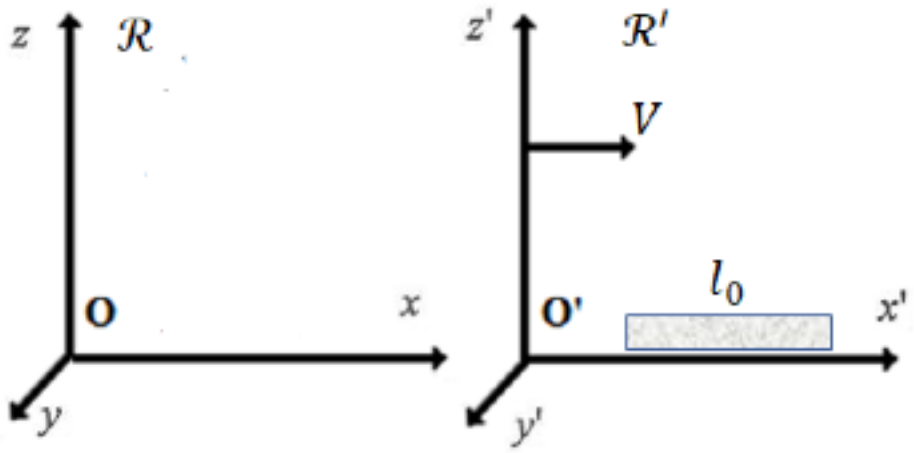


Figure 19: La contraction physique des longueurs

Une règle parallèle à l'axe x se meuve à la vitesse V par rapport à $\mathcal{R}$

On associe à cette règle un repère $\mathcal{R}'$.

Soit l_0 la longueur de la règle immobile dans $\mathcal{R}'$ (sa longueur propre).

$$l_0 = x'_2 - x'_1 \qquad (3.22)$$

Dans le système les coordonnées de la règle définies selon les transformations (3.17) :

$$x'_2 = \gamma_e(x_2 - Vt_2) \qquad (3.23)$$

$$x'_1 = \gamma_e(x_1 - Vt_1) \qquad (3.24)$$

Pour déterminer la longueur de la règle dans le système $\mathcal{R}$, il faut y considérer deux évènements simultanés : la coïncidence de l'extrémité gauche avec le repère $\mathcal{R}$ (soit x_1) et la coïncidence de l'extrémité droite avec le repère $\mathcal{R}$ (soit x_2) :

$t_1 = t_2$; on a alors :

$$x'_2 - x'_1 = \gamma_e(x_2 - x_1) \qquad (3.25)$$

La longueur l de la règle dans le système $\mathcal{R}$ est donnée :

$$l = \frac{l_0}{\gamma} = l_0\sqrt{1 - \frac{V}{c}} \qquad (3.26)$$

Entreprenons maintenant la mesure des intervalles de temps entre deux évènements :

Admettons que deux évènements (l'envoie d'un signal) aient lieu en un seul point (x', y', z') du système $\mathcal{R}'$ aux moments t'_1 et t'_2. Dans ce système, les deux évènements ne sont pas simultanés mais ont lieu en un même point d'espace $(x'_1 = x', y'_1, z'_1, ct'_1)$ et $(x'_2 = x', y'_2, z'_2, ct'_2)$

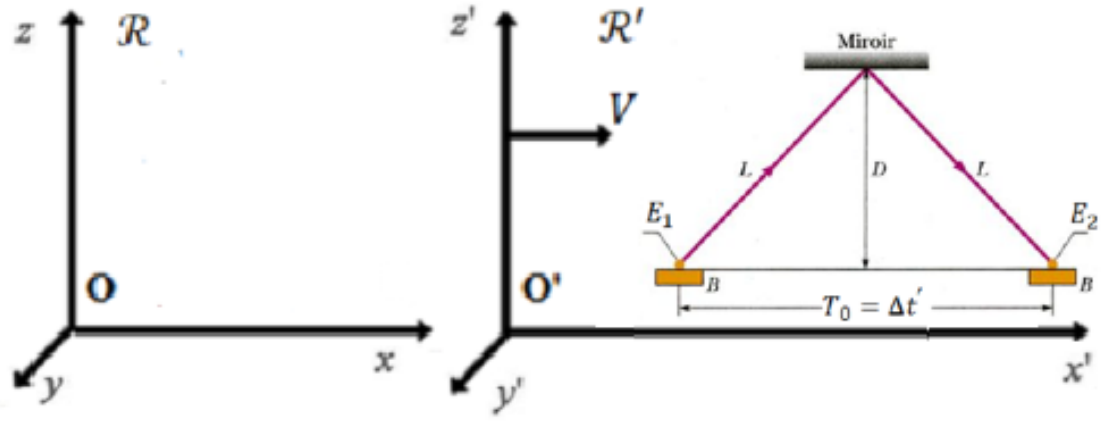


Figure 20 : Deux évènements E1 et E2 en un seul point B

Soit T_0 l'intervalle de temps entre E_1 et E_2 en un point B:

$$T_0 = \Delta t' = t'_2 - t'_1$$

Selon les transformations (3.16) nous aurons dans $\mathcal{R}$

$$x_1 = \gamma_e(x'_1 + \beta_e c t'_1) = \gamma_e(x' + \beta_e c t'_1) \quad (3.27)$$

$$x_2 = \gamma_e(x'_2 + \beta_e c t'_2) = \gamma_e(x' + \beta_e c t'_2) \quad (3.28)$$

Par conséquent :

$$x_2 - x_1 = \gamma_e \beta_e c(t'_2 - t'_1) = \gamma_e V(t'_2 - t'_1) \quad (3.29)$$

Remarquons que $x_2 - x_1 \neq 0$, les deux évènements n'ont pas lieu au même point dans le système $\mathcal{R}$

$$ct_1 = \gamma_e(ct'_1 + \beta_e x') \quad (3.30)$$

$$ct_2 = \gamma_e(ct'_2 + \beta_e x') \quad (3.31)$$

$$c(t_2 - t_1) = \gamma_e c(t'_2 - t'_1) = \gamma_e c T_0 \quad (3.32)$$

L'intervalle de temps T entre deux évènements dans le système $\mathcal{R}$ est donné par la relation :

$$T = \gamma_e T_O = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (3.33)$$

- **La notion de temps propre**

L'intervalle de temps d'un même couple d'évènement est fonction d'un référentiel. On dit que la durée minimale entre deux évènements est propre au système où ils ont lieu en un même

point i.e. une même horloge mesure l'intervalle de temps propre en un point donné dans son référentiel propre.

En théorie relativiste, on appelle temps propre $\Delta\tau$ d'un objet le temps mesuré dans "le référentiel de cet objet", i.e. dans un référentiel où il est immobile.

$$\Delta\tau = T_O = \Delta t' = \frac{T}{\gamma_e} = \frac{\Delta t}{\gamma_e}$$

$$\Delta\tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (3.34)$$

3.2.3.4 La notion d'espace-temps de Minkowski

Nous avons vu que la propagation d'une onde lumineuse était en contradiction avec la représentation des modèles mécaniques. Afin de résoudre cette contradiction, il fut amené à remettre en question les concepts de temps et d'espace de ces modèles. La nouvelle conception de l'écoulement de temps et des valeurs spatiales attribuées aux évènements ainsi que la notion de temps propre imposent aux nouveaux modèles mathématiques à considérer en chaque point de l'espace une infinité d'observateurs possédant, une règle et une horloge et effectuant des mesures de temps et d'espace pour chaque événement physique. L'ensemble de ces événements auxquels on coordonne des valeurs de temps et d'espace est justement ce qu'on appelle l'espace-temps.

La théorie ainsi obtenue conduisit Minkowski (1864-1909) à introduire une géométrie nouvelle pour les événements du monde, la géométrie de l'espace-temps. Tous les effets de la relativité restreinte peuvent être vus comme dérivant de cette géométrie.

En relativité restreinte, lieux et instants, ou évènements, sont modélisés par un ensemble de points dans un espace affine M_4 l'espace-temps absolu pseudo-euclidien, à quatre dimensions de sorte que les points-évènements peuvent être distingués par un système de quatre coordonnées minkowskiennes (ou pseudo-cartésiennes) (ct, x, y, z) muni d'une forme quadratique :

$$q(ct, x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - ct^2 \qquad (3.35)$$

Le temps t est une coordonnée *indissociable* des variables d'espaces (x, y, z).

Un évènement est représenté par un quadrivecteur dans un espace vectoriel à $4D$: $4x = (ct, x, y, z)$.

En changeant la symbolisation : $4x = x^i$ $(i = 0,1,2,3)$ les transformations de Lorentz entre deux référentiels inertiels s'écrient de façon plus commode :

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_e & \gamma_e\beta & 0 & 0 \\ \gamma_e\beta & \gamma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x'^0 \\ x'^1 \\ x'^2 \\ x'^3 \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

$$x^i = \sum_{j=1}^{3} A_j^i \, x'^j \tag{3.37}$$

La métrique entre deux évènements ou le carré de « l'intervalle d'espace-temps » est inchangée, elle s'écrit :

$$\begin{aligned} dS^2 &= c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \qquad (3.38) \\ &= (dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \\ &= \sum_i \sum_j \eta_{ij} dx^i dx^j \\ &= \eta_{ij} dx^i dx^j \\ &= dx^i dx_i \\ &= c^2dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 \qquad (3.39) \end{aligned}$$

dx^i et dx_i représentent dans la notation covariante :

- dx^i Composantes *contra-variantes* d'un quadrivecteur, une temporelle $dx^0 = cdt$ et trois composantes spatiales (dx, dy, dz)
- dx_i Composantes *covariantes* d'un quadrivecteur, une temporelle d$x_0 = cdt$ et trois composante spatiales $(-dx, -dy, -dz)$.

η_{ij} est le tenseur métrique de Minkowski, définissant les propriétés de l'espace de Minkowski :

$$\eta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

Remarquer que le passage contra-variant covariant s'écrit :

$$dx_i = \eta_{ij} dx^i \qquad dx_i = (A^{-1})^i_j dx'_j \tag{3.41}$$

$$dx^i = \eta^{ij} dx_i \qquad \eta_{ij} = \eta^{ij} \quad dx^i = A^i_j dx'^j \tag{3.42}$$

Dans l'espace-temps de Minkowski, le produit scalaire :

$$dS^2 = dx^i dx_i = A^i_j (A^{-1})^i_j dx'^j dx'_j$$

$$dS^2 = dx'^i dx'_i = dS'^2$$

Le produit scalaire est donc invariant :

$$dS^2 = \eta_{ij} dx^i dx^j = \eta^{ij} dx_i dx_j = dS'^2 \qquad (3.43)$$

Faisons de même avec le quadrivecteur vitesse défini comme suit :

$$u^i = \frac{dx^i}{d\tau}$$

Les composantes *contra-variantes :*

$u^i = (u^0, u^1, u^2, u^3) = (\gamma c, \gamma v_x, \gamma v_y, \gamma v_z)$=$(\gamma c, \gamma \vec{v})$

$\vec{v}$ est le vecteur vitesse de la particule dans le système $\mathcal{R}$ et $\gamma = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^{-1}$

Les composantes *covariantes :*

$u_i = (u_0, u_1, u_2, u_3) = (\gamma' c, \gamma' v'_x, \gamma' v'_y, \gamma' v'_z)$= $(\gamma' c, \gamma' \overrightarrow{v'})$

$\overrightarrow{v'}$ est le vecteur vitesse de la particule dans le système $\mathcal{R}'$ et $\gamma' = \left(\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}\right)^{-1}$

La transformation de Lorentz des quadrivecteurs vitesse entre les deux référentiels inertiels s'écrie :

$$\begin{pmatrix} \gamma c \\ \gamma v_x \\ \gamma v_y \\ \gamma v_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_e & \gamma_e \beta & 0 & 0 \\ \gamma_e \beta & \gamma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \gamma' c \\ \gamma' v'_x \\ \gamma' v'_y \\ \gamma' v'_z \end{pmatrix} \qquad (3.44)$$

la norme d'un quadrivecteur :

$$u^i u_i = \gamma^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) c^2 = c^2$$

$$u'^i u'_i = \gamma'^2 \left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right) c^2 = c^2$$

$$\|u\|^2 = \|u'\|^2 = c^2 \qquad (3.45)$$

Remarquons qu'entre les modèles mécaniques et les modèles mathématiques il y a une structure géométrique nouvelle sur notre "espace-temps", ce qui change nos conceptions de façon assez profonde. Celui-ci n'est plus le produit de l'espace de dimension 3 et du temps de dimension 1, mais un ensemble de dimension 3+1=4, i.e. le cadre géométrique de la relativité restreinte n'est plus un "espace-temps" qui serait obtenu à postériori comme le résultat de la combinaison d'un espace et d'une dimension supplémentaire affectée au temps mais plutôt un "continuum espace-temps". La mesure d'une longueur dans cet espace est la distance minkowskienne car elle contient

du temps et de l'espace en même temps. La perception de ce modèle de Minkowski est compliquée, car un espace à quatre dimensions est inaccessible à nos sens, difficile à visualiser ou même à dessiner.

Comme résumé :

Le changement de conception de l'espace et du temps à "espace-temps", de la géométrie euclidienne à la géométrie minkowskienne est le résultat :

1- Interprétation d'Einstein : La vitesse de la lumière est indépendante du référentiel inertiel.
2- Transformations de Lorentz : l'espace (longueurs) et le temps (durées) se transforment conjointement.
3- Dilatation des durées et contractions des longueurs.

3.2.4 La formulation covariante des équations de maxwell

Nous avons vu que les équations de Maxwell sont des postulats fondamentaux de la physique classique. Notons tout d'abord que les équations (1.16) et (1.17)

$$\left[\vec{\nabla}\Lambda\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad et \quad \vec{\nabla}.\vec{B} = O\right]$$

Soient invariantes galiléennes, elles restent inchangées à la limite $c \longrightarrow \infty$ par conséquent, elles sont invariantes sous transformations de Lorentz.

Maintenant la question est de savoir si l'on peut dire les deux équations de maxwell avec sources (1.15) et (1.18) :

$$\left[\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad et \qquad \vec{\nabla}\Lambda\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right]$$

Sont des covariantes sous transformation de Lorentz

3.2.4.1 La transformation des composantes des champs électromagnétiques

Pour passer des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans le référentiel ($\mathcal{R}$) à ces mêmes champs dans un référentiel ($\mathcal{R}$') on doit passer par les étapes suivantes :

<u>Etape 01 :</u> Le quadrivecteur densité de charge électrique et densité de courant électrique

Les composantes du quadrivecteur densité de charge électrique ρ et densité de courant $\vec{j}$ dans le référentiel ($\mathcal{R}$) sont données par la relation :

$$4J = (\rho c, \vec{j}) \tag{3.46}$$

Ces composantes deviennent dans ($\mathcal{R}$') après transformation de Lorentz :

$$\begin{pmatrix} \rho c \\ j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_e & \gamma_e\beta & 0 & 0 \\ \gamma_e\beta & \gamma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \rho' c \\ j'_x \\ j'_y \\ j'_z \end{pmatrix} \tag{3.47}$$

On obtient la relation entre ρ et ρ' :

$$\rho c = \gamma_e(\rho' c + \beta_e j'_x) \tag{3.48}$$

<u>Etape 02 :</u> Le quadrivecteur des potentiels scalaire et vecteur

Les équations de propagation des potentiels scalaire et vecteur (équation de d'Alembert) en présence de densité de charge électrique et densité de courant électriques s'écrient indépendantes comme suit :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \Delta V = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{3.49}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \Delta \vec{A} = \mu_0 \vec{j} \tag{3.50}$$

En utilisant l'expression du quadrivecteur densité de courant électrique, on peut écrire les deux équations de propagation précédente comme suit :

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right)\left(\frac{V}{c}, \vec{A}\right) = \mu_0(\rho c, \vec{j}) \tag{3.51}$$

$$4\nabla\, 4A = \mu_0 4J \tag{3.51}$$

de sorte que $4\nabla = \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \vec{\nabla}\right)$ et on déduit le quadrivecteur du potentiel :

$$4A = \left(\frac{V}{c}, \vec{A}\right) \tag{3.52}$$

La transformation de Lorentz pour le quadrivecteur du potentiel entre deux repères inertiels est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{pmatrix} \frac{V}{c} \\ A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_e & \gamma_e\beta & 0 & 0 \\ \gamma_e\beta_e & \gamma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{V'}{c} \\ A'_x \\ A'_y \\ A'_z \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

à travers les relations entre le champs électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ et le potentiel qui s'écrient :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (3.54)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (3.55)$$

On peut déduire, les formules de transformation des composantes des deux champs électromagnétiques entre deux repères galiléens :

$$E_x = E_x' \quad (3.56)$$

$$E_y = \gamma_e\left(E'_y + \beta_e B'_z c\right) \quad (3.57)$$

$$E_z = \gamma_e\left(E'_z - \beta_e B'_y c\right) \quad (3.58)$$

$$B_x = B_x' \quad (3.59)$$

$$B_y c = \gamma_e\left(B'_y c - \beta_e E'_z\right) \quad (3.60)$$

$$B_z c = \gamma_e\left(B'_z c + \beta_e E'_y\right) \quad (3.61)$$

3.2.4.2 L'invariance de l'équation de Maxwell-Gauss

Vérifions maintenant si l'équation (1.15) de Maxwell-Gauss est covariante par transformation de Lorentz :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\gamma_e\left(\frac{\partial}{\partial x'} - \beta_e \frac{\partial}{c\partial t'}\right)E'_x + \frac{\partial}{\partial y'}\gamma_e\left(E'_y + \beta_e B'_z c\right) + \frac{\partial}{\partial z'}\gamma_e\left(E'_z - \beta_e B'_y c\right) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\gamma_e\left(\frac{\partial E'_x}{\partial x'} + \frac{\partial E'_y}{\partial y'} + \frac{\partial E'_z}{\partial z'}\right) - \beta_e\gamma_e \frac{\partial E'_x}{c\partial t'} + \beta_e\gamma_e c\left(\frac{\partial B'_z}{\partial y'} - \frac{\partial B'_y}{\partial z'}\right) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\gamma_e \vec{\nabla'}.\vec{E'} - \frac{\beta_e\gamma_e}{c}\frac{\partial E'_x}{\partial t'} + \beta_e\gamma_e c\left(\frac{\partial B'_z}{\partial y'} - \frac{\partial B'_y}{\partial z'}\right) = \frac{\gamma_e}{\epsilon_0}\left(\rho' + \frac{\beta_e}{c}J'_x\right)$$

$$\gamma_e\left(\vec{\nabla'}.\vec{E'} - \frac{\rho'}{\epsilon_0}\right) + \beta_e\gamma_e c\left\{\left(\frac{\partial B'_z}{\partial y'} - \frac{\partial B'_y}{\partial z'}\right) - \left(\mu_0 J'_x + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E'_x}{\partial t'}\right)\right\} = 0$$

Le terme :

$$\left(\frac{\partial B'_z}{\partial y'} - \frac{\partial B'_y}{\partial z'}\right) - \left(\mu_0 J'_x + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E'_x}{\partial t'}\right) \quad = \left(\vec{\nabla'} \wedge \vec{B'}\right)_x - \left(\mu_0 J'_x + \frac{1}{c^2}\frac{\partial E'_x}{\partial t'}\right) = 0$$

Par conséquent :

$$\boxed{\vec{\nabla}.\vec{E}' - \frac{\rho'}{\epsilon_0} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla}.\vec{E}' = \frac{\rho'}{\epsilon_0}}$$

Le même résultat est obtenu pour l'équation (1.18) de Maxwell-Ampère, par conséquent les transformations de Lorentz laissent invariante les équations de maxwell lors du passage à un référentiel en translation uniforme par rapport à un référentiel inertiel.

3.3 La dynamique des modèles dans la physique moderne

Tout au long de cette étude, nous avons vu que la relativité restreinte est une sorte de synthèse entre la mécanique classique et l'électromagnétisme. Elle reprend donc certains principes des modèles mécaniques (comme son principe de la relativité galiléenne) et tire certaines conclusions des modèles mathématiques (comme ses équations de Maxwell). Avec cette dynamique des modèles les objets de la physique (espace, temps, matière, énergie) et les fondements même de sa démarche (principe de causalité) ont été soumis à des révisions radicales. Les modèles mathématiques ont conduit à des réflexions renouvelées sur les modes de production des savoirs scientifiques. Avec cette dynamique des modèles, les outillages mathématiques pures avec les corrélations qu'elles révèlent et la mobilisation d'une approche épistémologique ont remplacé les relations causales (recours aux seules quantités observables, mesurables) que manifestent ces lois physiques.

Bien que l'invariance de la vitesse de la lumière est une donnée expérimentale, le calcul théorique donne de nouvelles notions de l'espace et de temps, paraissant « évidentes », mais vont au-delà de l'expérience et dépassent les limites de notre conception intuitive, faut-il les traité avec prudence ou les acceptés conventionnellement comme des nouveaux modèles ? En conséquence, nos idées d'un espace et d'un temps universels absolus s'évanouissent. Dès lors, nos « certitudes » dans les modèles mécaniques qui supposent un tel espace et temps universels deviennent fausses.

Avec ce bouleversement de notion aussi fondamentale que celles d'espace, de temps, de matière et de causalité, les révolutions des idées en physique aient suscité des réflexions et des questionnements sur le statut, la nature et les pratiques de la science elle-même :

- Comment la science peut-elle en effet faire face à des révolutions aussi radicales ?
- Comment juger si la théorie d'Einstein est « vraie » alors que celle de Newton est « fausse » ? et qu'un modèle est plus vrai qu'un autre ?

- Comment évaluer la « supériorité » d'une théorie ou d'un modèle sur un autre
- Qu'est-ce qu'un modèle en physique et quelle est la différence entre modèle et théorie.

De la reproduction physique à la représentation formelle en passant par la simplification et l'idéalisation de la représentation, la physique a connu au fil du temps une réforme fondamentale. Elle a subi de profonds changements dans ces connaissances scientifiques, dans ces méthodes, dans ces modes de pensée. Elle a connu même une "rupture conceptuelle", i.e. des concepts, des lois et des principes radicalement modifiés. L'exemple de la relativité restreinte et galiléenne est particulièrement propre à nous faire voir les différences d'attitudes face à un même problème : l'espace et le temps.

On note que, malgré ses grands avantages, la reproduction physique confère outre la simplification de l'objet, du phénomène ou du processus étudié, une représentation plus pauvre que la réalité représentée et la perte du réel est un risque incontestable. De même, la simplification et l'idéalisation de la représentation peuvent conduire à des modèles soit trop simples ne soutenant pas le développement de la compréhension souhaitée, soit si compliqués qu'ils entravent à la connaissance requise.

L'introduction de la représentation formelle en physique offre une nouvelle possibilité de modélisation des phénomènes, et encore une intuition significative par la puissance des symboles qui constituent leur langage. Actuellement, avec la physique moderne, la nécessité d'exprimer les lois de la physique en termes mathématiques est devenue dominante dans la pensée physique, autrement dit, on ne peut pas penser la physique sans passer par les mathématiques.

Selon Feynman :

> "Les problèmes les plus difficiles en physique peuvent être résolus par un raisonnement mathématique. Ce raisonnement rigoureux élargit nos connaissances et donne le moyen de passer d'un énoncé à un autre, et rend possible des expériences et des connaissances nouvelles." [Feynman, 1980].

Mais l'usage abusif de la représentation formelle rend les concepts de la physique plus abstraits, difficiles par conséquent plus compliqués au fur et à mesure que nous avançons. [Feynman, 1980, p.40].

Conclusion

Tout au long de cette étude nous avons vu que la physique contemporaine se développe à travers l'évolution de ces modèles. Pour chaque modèle, il apparait une conception de l'espace et du temps. Le rôle important que joue les modèles proposés par les scientifiques (comme Newton et Einstein) est conditionné non seulement par sa contribution à la physique mais aussi par l'influence capitale sur notre conception du monde. Les modèles mathématiques ont permis de faire encore un pas vers la compréhension de l'espace et de temps. Newton tout en admettant l'objectivité de l'espace et du temps, les croyait exister indépendamment l'un de l'autre, plus est indépendamment de la matière et de son mouvement. Conformément à ces conceptions, le temps et l'espace absolus sont les firmaments de la science. Pour Einstein le temps dépend du mouvement le plus simple (mécanique). L'espace et le temps sont interdépendants et fusionnent en formant un "univers" quadridimensionnel (espace-temps).

La dynamique des modèles nous a montré qu'avec les modèles mécaniques, la physique a élaboré un concept de temps et de l'espace pensé au début comme étant le cadre "naturel" dans lequel les phénomènes se produisent, mais qui est en réalité construit, en fonction des nécessité de la physique. Plus tard, ces nécessités amèneront, avec les modèles mathématiques, à une sorte de renversement de point de vue, en faisant voir que le temps et l'espace ne sont pas le contenant ou la forme des phénomènes, indépendamment de ces derniers et condition de leur représentation, mais que ce sont au contraire les phénomènes physiques qui les définissent et les déterminent.

Notons que l'étude historique et épistémologique du problème de l'espace et de temps, nous a mis dans des conditions favorables pour comprendre ce changement conceptuel et savoir que l'ensemble de la physique n'est finalement que des modèles. Notre perspective est l'étude de l'évolution de la conception de l'espace-temps dans le modèle de la relativité générale qui établit une relation entre ses propriétés et la distribution de la matière. Nous pensons entre autres, à l'exploration de la Géométrie Quantique de l'espace-temps qui peut être le modèle de l'unification de deux grandes théories fondamentales sur notre compréhension de l'Univers, la Relativité Générale et la Mécanique Quantique.

Bibliographie

ALAIN, Rey (2005) : *Dictionnaire Culturel de la Langue Française*, 9648p. Paris : Le Robert.

BÄCHTOLD, Manuel & HAUSBERGER, Thomas (2013) : Les nombres complexes : entre mathématiques, physique et philosophie, IREM de Paris - Université Paris Diderot. *La réforme des programmes des lycées : et alors ?* Lyon, France. [en ligne] consulté le 10 Mai 2021 url : https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00879219/document

COHEN-TANNOUDJI, G., SACQUIN, Y. (1999) : *Symétrie et brisure de symétrie*. Paris : EDP Sciences.

EINSTEIN, Albert (1979) : *Comment je vois le monde*, Paris : Flammarion.

FEYNMAN, R. (1965) : *The Feynman Lectures on Physics*. California Institute of Technology.

FEYNMAN, Richard (1980) : *La nature de la physique*. Paris : Le seuil.

FEYNMAN, Richard, INFELD, Leopold (1983) : *L'évolution des idées en physique*. Paris : Flammarion

GALILEO, Galilei (1980) : Il Saggiatore, *traduction française de Christiane Chauviré, L'Essayeur*, Paris : Les Belles-Lettres.

GUSDORF, Georges (1971) : *Les Principes de la Pensée au siècle des lumières*. Paris : Payot.

HACHETTE, (2008) : *Dictionnaire Hachette éd 2008*, 1812p. Paris : Hachette Livre.

HEISENBERG, Werner (2000) : *La nature dans la physique contemporaine*. Paris : Gallimard Folio Essais.

JAULIN, Bernard (2004) : *Modèle*, Encyclopædia Universalis, V. 08, Paris : Collection blanche.

KLEIN, Étienne (2016) : Quelle place pour la notion de temps en physique, [en ligne] consulté le 2 Mai 2021 url : https://www.youtube.com/watch?v=ZoOjRDj9Xzo

LÉVY-LEBLOND, Jean-Marc et al. (1979) : *Penser les mathématiques*. Paris : Le seuil.

MARCHIVE, Alain(2008) : Modèle et statut des modèles, *canal U, DCAM - Département Conception et Assistance Multimédia - Université Bordeaux Segalen*, [en ligne], consulté le 10 Mars 2021 url : https://www.canal-u.tv/video/universite_de_bordeaux/modeles_et_statut_des_modeles.4485

NEWTON, Isaac (1995) : De la gravitation, *trad. par François de Gandt et MarieFrançoise Biarnais, introd. de François de Gandt,* Paris : Gallimard, pp. 118-122.

NOËL, Mouloud (2004) : *Modèle*, Encyclopædia Universalis, V. 08, Paris : Collection blanche.

NOUVEL, Pascal (2002) : *Enquête sur le concept de modèle*. Paris : PUF.

OUGARDOV, V. (1969) : *Théorie de la relativité restreinte*, Moscou : Mir

POINCARE, Henri (1911) : *La Valeur de la Science*, p141, Paris : Flammarion.

POIRIER, Michel (1984) : Sur la trace des Quarks, [en ligne] consulté le 5 juin 2021 url : http://feynman.phy.ulaval.ca/marleau/pp/18/18quarks.pdf

SAGAUT, Pierre (2008) : *Introduction à la pensée scientifique moderne*, p. 34-37, Paris 6 : Université Pierre et Marie Curie.

SOLER, Léna (2000) : *Introduction à l'épistémologie*, Paris : Ellipses.

THIERRY, Lombry (2005) : *Un siècle de Physique : 1 - La Physique Quantique*. Paris : Aegeus.

THOM, René (1984) : *La Science malgré tous*, Encyclopédia Universalis, Paris : Collection blanche.

ZITOUNI, M. ; HACHELFI, M. et HOUATIS Dj. (2019) : *Importance de la notion de temps et d'espace dans le développement des lois de la physique.* ENS, Laghouat, Algérie.