REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Energétique

Etude des transferts de chaleur et de masse dans un milieu poreux saturé par un fluide ou mélange d'un fluide non-Newtonien.

Présenté par

Mr. ZAOUIDI Mahdi.

Mr. DJELID Mohamed Islam.

Proposé et Dirigé par

Dr. REBHI Redha.

Dr. ALLICHE Mounir.

Promotion 2019

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A la mémoire de mon père que Dieu ait son âme

A ma très chère mère qui a enluminé mon parcours

A mes très chers frères

A ma très chère sœur

A toute ma famille sans exception

A tous les professeurs et les enseignants

A mon binôme Islam

A tous mes amis

A tous mes collègues de la promotion de Génie mécanique

Mahdi

Dédicace

A mes très cher parents et que je remercie Allah de les avoir protégé pour être témoin de ma réussite

A mes chères frères et sœurs

A tous les professeurs et enseignants

A toute ma promotion de génie mécanique

A Toutes ces personnes que j'ai senties redoutable de leur dédier ce modeste travail en termes d'amour et de profonde gratitude

A mon binôme mahdi

A tous mes amis et mes collègues

Mohamed Islam

REMERCIEMENT

Nous remercions avant tout, Allah le Tout Puissant, pour nous avoir permis de présenter ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer nos vifs Remerciements à : Notre promoteur **Dr. REBHI Redha**, et notre Co-promoteur **Dr. ALLICHE Mounir** pour leurs conseils, leurs assistances, leurs suivis et leurs soutiens, pour nous avoir longuement soutenu et aidé sans relâche.

Nous adressions aussi nos remercîment à tous les enseignants de l'université, et surtout nos professeurs durant notre cursus, pour la connaissance que vous avez toujours su nous transmettre et pour votre disponibilité dans la réalisation de ce travail. Notre bonheur est d'avoir été vos étudiants et permettez-nous de le rester.

Nos vifs remerciements à nos chers parents qui rêvaient de nous voire le pied à l'étrier sans oublier nos collègues qui par leur suggestions et leur attitude à la fois pleine d'humour et de sérieux ont énormément facilité notre travail.

Espérant à la fin Je tiens également à adresser mes remerciements aux membres du jury que notre travail va satisfaire tout en acceptent leur évaluation qui nous fait plaisir.

ملخص

في هذا البحث قمنا بدراسة عددية حول تـأثير المعلمات الريولوجية n, E, s, a على الحمل الطبيـعي ثنائي الإنتشار, في وسط مسامي مشبع بمائع غير نيوتني. قمنا بـاستخدام نموذج كارو-يازودا (CY) لنمذجة السلوك الريولوجي للمائع الغير نيوتني. تم وضع برنامج رقمي يعتمد على طريقة الفروق المحدودة لحل المعادلات الأساسية لوسط مسامي مشبع وهي معادلة الاستمرارية, معادلة الحركة, معادلة حفظ الطاقة و الكتلة. النموذج الرياضي المستخدم للتدفق هو دارسي. أما النموذج الفيزيائي المختار لهذه الدراسة هو مربع مسامي مجوف مشبع بمائع غير نيوتني حيث تخضع جدران المربع العلوية و السفلية إلى تدفق ثابت للحرارة و التركيز, في حين أن الجدارين العموديان كاظمين و غير نافدين. يخضع سريان الحمل الحراري والكتلي الطبيعي. إلى عوامل تحكم و مراقبة وهي كل من عدد رايلي R_T , عدد لويس Le , نسبة قوى الحجوم N, والأعداد n, E, s, a. النتائج المتحصل عليها بعد الدراسة العددية تمثلت في مايلي : انخفاض قيمة الأعداد n, s, a و ارتفاع قيمة العدد E تؤدي الى تحسن كبير في معدل النقل الحراري والكتلي.

. **الكلمات المفتاحية:** الحمل الطبيعي ثنائي الانتشار ، وسط مسامي ، طريقة الفروق المحدودة ، نموذج كارو-يازودا

RÉSUMÉ

Dans ce travail de recherche nous étudions numériquement les effets des paramètres rhéologique *n, E, s, a* sur la convection naturelle thermosolutale dans une couche poreuse saturée par un fluide non-newtonien. Le modèle Carreau-Yasuda (CY) a été retenu pour modéliser le comportement rhéologique du fluide non-Newtonien. Dans ce travail, nous avons utilisé la méthode des différences finies pour la résolution des équations gouvernantes : de continuité, de mouvement, de l'énergie et de masse. Le modèle physique opté pour cette étude c'est une cavité carré tel que les parois supérieures et inférieures sont maintenues à des flux uniforme de chaleur et de masse, tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatiques. Les paramètres régissant dans cette étude sont le nombre de Rayleigh thermique, R_T, le rapport des forces de volumes, *N*, le nombre de Lewis, *Le* et les paramètres rhéologique *n, E, s, a.* Les résultats obtenus après l'étude numérique sont les suivants: La diminution de la valeur de *n, s, a* et l'augmentation de la valeur du nombre *E* entraînent une amélioration significative du taux de transport de chaleur et de masse.

Mots-clés : Convection naturelle thermosolutale, Milieu poreux, Méthode des différences finies, modèle Carreau-Yasuda.

ABSTRACT

In this work, we investigate numerically the effects of rheological parameters *n, E, s, a,* on the thermosolutal natural convection in porous layer. The non-Newtonian fluid rheological behavior was modeled using the Carreau-Yasuda model. The CY flow model, energy and species transport equations are solved numerically using the classical finite difference method. The physical model chosen for this study is a square cavity such that the upper and lower walls are maintained at uniform heat and mass flux, whereas the left and right walls are assumed to be adiabatic and impermeable. The parameters governing in this study are the Rayleigh number R_T, the buoyancy ratio, *N*, the Lewis number, *Le* and the rheological parameters *n, E, s, a*. The results obtained after the numerical study are as follows: The decrease of the value of *n, s, a* and the increase of the value of the number *E* bring about a significant improvement of the rate of transport of heat and mass.

Keywords: Thermosolutal natural convection, Porous medium, finite difference method, Carreau-Yasuda model.

Tables des matières

Dédicaces .....

Remerciement .....

Résumé .....

Tables des matières .....

Liste des Figures .....

Liste des Tableaux .....

Liste des Symboles et des abréviations .....

Introduction générale 1

CHAPITRE I : GENERALITE ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Revue bibliographique : 4

I.1 Introduction 8

I.2 Les Transferts De Chaleur : 8

I.2.1 Conduction 9

I.2.2 Convection : 9

I.2.3 Rayonnement : 10

I.3 Le phénomène de transfert de masse : 10

I.3.1 Types de phénomènes de transfert de masse : 11

I.3.1.1 Le transfert de masse par diffusion : 12

I.3.1.2 Le transfert de masse par convection : 12

I.3.2 La première loi de Fick : 13

I.4 Milieux Poreux : 13

I.4.1 Milieu poreux consolidé : 14

I.4.2 Milieu poreux non consolidé : 15

I.4.3 Différents pores : 15
I.4.4 Paramètre du système 16
I.4.4.1 Volume élémentaire représentatif (V.E.R) : 16
I.4.4.2 Porosité : 16
I.4.4.3 Perméabilité : 17
I.4.4.4 Tortuosité : 18
I.4.5 Transfert thermique dans un milieu poreux : 19
I.4.6 Transfert de matière dans un milieu poreux: 19
I.4.7 La combinaison du transfert thermique et de matière 20
I.5 Model d'écoulement utilisé en milieu poreux : 20
I.5.1 Loi de Darcy : 20
I.5.2 Modèle de Brinkman : 22
I.5.3 Loi de Darcy-Forchheimer (dupuit) : 22
I.5.3 Model général de darcy-brinkman- Forchheimer (dupuit): 23
I.6 Fluides Newtoniens et non-Newtoniens : 23
I.6.1 Comportement rhéologique : 23
I.6.2 Fluides Newtoniens : 24
I.6.3 Fluides non-Newtoniens : 24
I.6.3.1 Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps : 25
I.6.3.2 Fluide non newtonien au comportement dépendant du temps : 27
I.6.4 Modèles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants : 28
I.7 Conclusion: 30

CHAPITRE II : MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1 Introduction : 31

II.2 Géométries du problème : 31

II.3. Équation constitutive (comportement rhéologique) : 32

II.4 Hypothèses simplificatrices : 33

II.5 Les Formulations mathématiques : 34

II.5.1 Équation de continuité: 35

II.5.2 Équation de conservation de quantité de mouvement : 36

II.5.3 Équation de conservation de l'énergie : 36

II.5.4 Équation de conservation de masse : 36

II.5.5 Les Équation adimensionnelles : 37

II.6 Approximation de Boussinesq : 39

II.7 Conditions aux limites : 41

II.7.1 Conditions aux frontière hydrodynamiques : 41

II.7.2 Conditions aux frontière thermiques et massique : 42

II.7.3 Conditions aux frontière thermiques et massique adimensionnelles : 42

II.8 Transfert thermiques et massique : 42

II.9 Conclusion : 43

CHAPITRE III : METHODE NUMERIQUE

III.1 Introduction : 44

III.2 Discrétisation des conditions aux frontières thermiques : 46

III.3 Discrétisation de l'équation de l'énergie : 47

III.4 Discrétisation de l'équation de concentration : 49

III.5 Discrétisation de l'équation du mouvement : 50
III.6 Discrétisation des champs de vitesse : 53
III.7 Discrétisation des conditions aux frontières de vitesses : 54
III.8 Algorithme de calcul : 55

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1 Introduction : 56
IV.2 Validation de code numérique : 56
IV.3 Effet de maillage 59
IV.4 La convection à amplitude finie pour un faible rapport de forme (A=1) 60
IV.4 .1 L'effet de l'indice de puissance n 61
IV.4.2 L'effet de la constant de temps adimensionnelle E 64
IV.4.3 L'effet de paramètre a 67
IV.4.5 L'effet de paramètre s 68
IV.4.6 L'effet du rapport du force de volume N 71
IV.4.7 L'effet de nombre de Lewis Le 72
IV.4.8 L'effet de l'inclinaison 75
IV.5 Conclusion 78
Conclusion Générale 79
Référence bibliographique 81

Liste des figures

Figure I.1 : conduction, convection et rayonnement modes de transfert de chaleur. 8

Figure I.2 : Processus de transfert de chaleur par convection. (a) Convection forcée. b) convection naturel. c) ébullition. d) Condensation. 10

Figure I.3: Schéma présentatif de phénomène de diffusion. 12

Figure I.4: Schéma présentatif de phénomène de (a) diffusion (b) convection forcé. 13

Figure I.5: Milieu poreux..... 14

Figure I.6: Exemples de milieux poreux. 15

Figure I.7: Schéma illustrant les différents volumes accessible ou non accessible lors du passage du fluide. 15

Figure I.8: Phase liquide, gazeuse et solide dans le V.E.R..... 16

Figure I.9: Les deux types de porosité..... 17

Figure I.10: Détermination de la tortuosité du milieu poreux 18

Figure I.11: Schéma de l'équipement utilisé par Darcy pour les essais « à charge constante » dans le calcul de la perméabilité 22

Figure I.12: Types de fluides. 23

Figure I.13: Rhéogramme fluides non-Newtonien indépendants du temps. 25

Figure I.14: Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dependants du temps. 27

Figure II.1: La géométrie du modèle physique et le système de coordonnées..... 32

Figure II.2: Evolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement. 32

Figure III.1 : Maillage du domaine de calcul en (i,j). 45

Figure IV.1 : L'effet du maillage sur les profils de la fonction de courant Ψ, de la vitesse U, de la température T, et de la viscosité apparente η, Pour CFI=1, $A = 1$, $\Phi=0°$, $N=0$, $R_T =50$, $Le=1$, $s=0.01$, $E=0.2$, $a=2$, et $n=0,8$. 60

Figure IV.2 : L'effets de n et R_T sur: (a) le nombre Sherwood local, (b) le nombre Nusselt local, (c) l'intensité de l'écoulement et (d) la viscosité apparente pour A=1, E=0.2, s=0.01, a=2, Le=5, N= -0.1. 62

Figure IV.3(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes T, isoconcentrations S et la viscosité apparente η pour R_T =100, Le=5, N= -0.1, s=0.01, E=0.2 et ε=1, n=0.2, Ψ_0=12.325, Nu_L=5.355, Sh_L=10.823, η =0.050..... 63

Figure IV.3(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes T, isoconcentrations S et la viscosité apparente η pour R_T =100, Le=5, N= -0.1, s=0.01, E=0.2 et ε=1, n=1, Ψ_0=3.146, Nu_L=2.929, Sh_L =7.397, η =1000. 64

Figure IV.4 : L'effets de E et R_T sur: (a) le nombre Sherwood local, (b) la viscosité apparente, (c) le nombre Nusselt local et (d) l'intensité de l'écoulement pour A=1, n=0.5, s=0.01, a=2, Le=5, N= -0.1..... 65

Figure IV.5(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes T, isoconcentrations S et la viscosité apparente η pour R_T=100, Le=5, N= -0.1, s=0.01, n=0.5 et ε=1, E=0.2, Ψ_0=6.002, Nu_L=4.439, Sh_L =9.138, η =0.238..... 66

Figure IV.5(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes T, isoconcentrations S et la viscosité apparente η pour R_T=100, Le=5, N= -0.1, s=0.01, n=0.5 et ε=1, E=1, Ψ_0=9.887, Nu_L=5.439, Sh_L=11.036, η =0.095..... 67

Figure IV.6 : L'effets de a et R_T sur: (a) le nombre Sherwood local, (b) le nombre Nusselt local, (c) la viscosité apparente et (d) l'intensité de l'écoulement pour A=1, n=0.4, s=0.01, E=0.4, Le=5, N= -0.1..... 68

Figure IV.7 : L'effets de s et R_T sur: (a) l'intensité de l'écoulement, (b) la viscosité apparente, (c) le nombre Nusselt local et (d) le nombre Sherwood local pour A=1, n=0.4, E=0.4, a=2, Le=5, N= -0.1. 69

Figure IV.8(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes T, isoconcentrations S et la viscosité apparente η pour R_T=100, Le=5, N= -0.1, n=0.4, E=0.4 et ε=1. s=0, Ψ_0=11.318, Nu_L=6.030, Sh_L=10.729, η =0.063..... 70

Figure IV.8(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentrations *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *Le*=5, *N*= -0.1, *n*=0.4, *E*=0.4 et ε=1. *s*=1, Ψ_0=3.146, Nu_L=2.929, Sh_L =7.397, η =1.000. 71

Figure IV.9 : L'effet de *N* sur: (a) le nombre Nusselt local, (b) la viscosité apparente , (c) l'intensité de l'écoulement et (d) le nombre Sherwood local, pour différentes valeurs de *n* et *A*=1, *E*=0.2, *s*=0.01, *a*=2, *Le*=5. 72

Figure IV.10 : L'effet de *Le* sur: (a) l'intensité de l'écoulement, (b) la viscosité apparente, (c) le nombre Nusselt local et (d) le nombre Sherwood local, pour différentes valeurs de *n* et *A*=1, *E*=0.2, *s*=0.01, *a*=2, *N*= -0.1. 73

Figure IV.11(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentration *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *n*=0.6, *N*= -0.1, *s*=0.01, *E*=0.2 et ε=1. *Le*=10, Ψ_0=5.008, Nu_L=4.112, Sh_L=12.147, η =0.368. 74

Figure IV.11(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentration *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *n*=0.6, *N*= -0.1, *s*=0.01, *E*=0.2 et ε=1. *Le*=5, Ψ_0=4.981, Nu_L=4.098, Sh_L =8.738, η= 0.366.....75

Figure IV.12 : diagramme de bifurcation: (a) Nusselt local versus R_T, (b) la viscosité apparente versus R_T, (c) intensité de l'écoulement versus R_T et (d) Sherwood local versus R_T, pour différentes valeurs de *a* avec *A*=1, *n*=0.5, *s*=0.01, *a*=2, *Le*=5, *N*= -0.1. 76

Figure IV.13 : diagramme de bifurcation: (a) Nusselt local versus R_T, (b) la viscosité apparente versus R_T, (c) intensité de l'écoulement versus R_T et (d) Sherwood local versus R_T, pour différentes valeurs de *a* avec *A*=1, *n*=0.5, *s*=0.01, *a*=2, *Le*=5, *N*= -0.1. 77

Liste des Tableaux

Tableau I.1 : Conductivité thermique de certains matériaux..... 9

Tableau I.2: Propriétés de quelques matériaux poreux. 18

Tableau II.1: Paramètres du modèle de Carreau-Yasuda pour certains fluides non newtoniens typiques. 33

Tableau II.2 : Les propriétés des fluides pour l'eau et l'air à T_0=15°C, P_0=1atm. 41

Tableau IV.1 : Comparaison des valeurs de la fonction de courant Ψ_0 et de nombre de Nusselt avec les résultats données par khechiba et al [12].En différents choix de maillage. Pour CFI=1, A = 1, Φ=0°, N=0, R_T =50, Le=1, s=0.01, E=0.2, a=2, et n=0,8..... 57

Tableau IV.2 : Comparaison des valeurs de la fonction de courant Ψ_0 et de nombre de Nusselt avec les résultats données par khechiba et al [12]. En différents choix de maillage. Pour CFI=0, A = 1, Φ=0°, N=0, R_T 70, Le=1, s=0.01, E=0.7, a=2, et n=0,8. 58

Tableau IV.3 : L'erreur relative entre les valeurs de la fonction de courant Ψ_0 et de nombre de Nusselt local et moyen de notre présente étude et les résultats données par khechiba et al [12].de maillage (50x50) 59

Liste des symboles et des abréviations

A	Rapport de forme de la cavité, $A = H' / L'$
D	Diffusivité massique, $m^2 s^{-1}$
g	Accélération de la pesanteur, m/ s^2
H'	Hauteur de la cavité, m
j'	Flux de masse $kgm^{-1}s^{-1}$
k	Conductivité thermique du fluide, W / mK
K	Perméabilité du milieu poreux m^2
L'	Largeur de la cavité, m
Le	Nombre de Lewis
n	Indice de la loi en puissance, paramètre réel
n, E, a, s	Les paramètres rhéologique
N	Le rapport des forces de volumes
Nu_L	Nombre de Nusselt local
Nu_m	Nombre de Nusselt moyen
P'	pression hydrodynamique $kgm^{-1}s^{-1}$
Pr	Nombre de Prandtl
q'	Flux de chaleur constant par unité de surface, W / m^2
R_T	Nombre de Rayleigh thermique en milieux poreux

S Concentration dimensionnelle

S' Concentration adimensionnelle

S'_0 Concentration de référence

Sh_L Nombre de Sherwood local

Sh_m Nombre de Sherwood local

τ Température adimensionnelle

T' Température du milieu K

T'_0 Température de référence

u, v Vitesse dimensionnelles $m.s^{-1}$

u', v' Vitesse adimensionnelles

x, y Coordonnées cartésiennes dimensionnelles

Symboles Grecs

α Diffusivité thermique du fluide, m^2 / s

β_T Coefficient d'expansion thermique, K^{-1}

β_S Coefficient d'expansion solutale, m^3 / kg

$\Delta T'$ Température caractéristique

$\Delta S'$ Concentration caractéristique

ε Porosité normalise du milieu poreux

τ La tortuosité

μ Viscosité dynamique d'un fluide Newtonien, $Pa\ s$

ν Viscosité cinématique $m^2.s^{-1}$

μ_{eff} Viscosité effective $kg.m^{-1}s^{-1}$

η Viscosité apparente adimensionnelle

ψ Fonction du courant adimensionnelle

ρ Masse volumique du fluide, Kg / m^3

$(\rho C)_f$ Capacité calorifique du fluide $Jm^{-3}k^{-1}$

$(\rho C)_p$ Capacité calorifique du milieu poreux saturé $Jm^{-3}k^{-1}$

ϕ L'angle d'inclinaison

Souscripts

i Couche poreuse

f Milieu fluide

p Milieu poreux

eff effective

fil filtration

Les indices

V.E.R Volume élémentaire représentatif

S.O.R Sur relaxation successive

A.D.I Implicite aux directions alternées

CFI=1 Flux de chaleur imposé constant

CFI=0 Température imposé constante

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Dans un milieu poreux, quand un fluide saturant à plusieurs composants est soumis à des gradients de densité causés par des variations locales de température et de concentration, des forces volumiques dues aux champs de gravité induisent un mouvement convectif, c'est la convection naturelle thermosolutale. La convection naturelle dans les milieux poreux a une importance fondamentale et trouve des applications dans de nombreux domaines (astrophysique, océanographie, géophysique, pollution de l'air, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, isolation thermique, métallurgie, extractions pétrolières, exploitation géothermique et stockage de certains produits agricoles). Les travaux consacrés à la convection thermique des fluides non-Newtoniens demeurent peu nombreux à cause des facteurs suivants :

- La complexité de l'écoulement qui dépend fortement de la viscosité qui est fonction du taux de cisaillement pour certains fluides, et de la température, pour d'autres;
- Le manque de connaissance du comportement de bifurcation de l'état de repos qui reste toujours en cours de recherches expérimentales et numériques.

L'intérêt porté à la compréhension et la maitrise du comportement rhéologique des fluides, dans les écoulements convectifs, est indispensable afin d'apporter des solutions aux problèmes rencontrés dans les divers branches d'activités telles que; les processus industriels, chimiques, pétrochimiques, pharmaceutiques et particulièrement dans l'industrie agro-alimentaires.

La convection naturelle désigne les processus de transfert thermique et massique résultants du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures et des concentrations différentes. Ce mouvement entraine un mélange intense des particules fluides, qui échange de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles.

La présente étude porte une simulation numérique par la méthode des différences finis de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée poreuse saturée par un fluide non-newtonien. Cette cavité est soumise à des gradients de température et de concentration verticale. Ces

gradients sont imposant des flux de chaleur et de masse constants sur les parois actives horizontales, tout en maintenant isolées les parois verticales (adiabatiques et imperméables).

Ce travail a été mené en prenant en considération les conditions aux frontières. Les travaux antérieurs menés sur les aspects fondamentaux relatifs à la convection naturelle ont été réalisés par des modèles rhéologiques simples et idéals. Nous citons, dans ce cas, le modèle Ostwald-de-Waele (la loi de puissance) lequel a été largement utilisé pour représenter les fluides non-Newtoniens rhéofluidifiants dont leur viscosité diminue avec le taux de cisaillement. L'originalité de notre travail réside dans le choix d'un autre modèle, à savoir le modèle rhéologique de Carreau-Yasuda (CY). Ce modèle est certainement le plus représentatif du comportement physique des écoulements des fluides non-Newtoniens car, d'une part, il permet de décrire avec précision le profil de viscosité des fluides rhéofluidifiants allant de zéro à l'infini, chose qui était absente dans le modèle de la loi de puissance, et d'autre part, il donne une meilleur interpolation des données expérimentales dérivantes des essais rhéomètrique.

L'étude a pour objectifs de déterminer l'influence des principaux paramètres du problème sur la structure de l'écoulement et sur la variation des taux de transfert de chaleur et de la masse. Notre mémoire est devisé en quatre chapitres :

- **Le premier chapitre** présentera une étude bibliographique axée essentiellement sur la contribution scientifique relative à la convection naturelle dans les milieux poreux, suivit d'une présentation des transferts de chaleur et de la masse ainsi que les milieux poreux et ses caractéristiques avec leurs propriétés, et les différents modèles d'écoulement et des différents modèles rhéologiques de quelques fluides.
- **Le deuxième chapitre** détailles la géométrie, le modèle mathématique, les hypothèses simplificatrice, le choix des variables adimensionnelles et les conditions initiales et aux limites. Ensuite, nous établissant les équations adimensionnelles et nous définissons les principales grandeurs adimensionnelles caractérisant les transferts de la chaleur et de masse.
- **Le troisième chapitre** dans ce chapitre, les équations gouvernant du problème sont réduites à des équations différentielles ordinaires. Toutes les étapes de la démarche

numérique (méthode des différences finis) ainsi que l'algorithme de calcul utilisé sont présentés dans ce chapitre.

- **Le quatrième chapitre** porte sur les différents résultats obtenus dans ce travail et leurs discussions. Finalement, nous avons montré les principaux résultats trouvés le long de cette étude avec une conclusion générale et les perspectives futures.

Chapitre I: GENERALITE ET REVUE BIBILOGRAPHIQUE

Revue bibliographique :

De nombreuses recherches ont été menées sur la modélisation du phénomène de la convection double diffusive. Une synthèse des travaux effectués dans le passé est présentée dans le livre de Nield et Bejan [1] pour les milieux poreux.

Khair et Bejan [2] ont considéré le phénomène de la convection thermosolutale qui survient au voisinage d'une plaque verticale plongée dans un milieu poreux saturé par un fluide. Une analyse d'échelle a permis d'identifier quatre régimes possibles de convection selon les valeurs des forces de volume N et le nombre de Lewis Le.

Trevisan et Bejan [3] ont utilisé une méthode numérique pour étudier la convection double diffusive dans une cavité carrée poreuse avec des parois verticales maintenues à des températures et des concentrations constantes et des parois horizontales adiabatiques et imperméables. Une analyse d'échelle a été utilisée pour traiter ce problème dans les cas limites des écoulements entraînés par les effets thermiques ou massiques et de dégager les divers effets qui influencent les résultats globaux de transfert de chaleur et de masse. Il a été trouvé que l'écoulement du fluide était possible au-delà d'un certain nombre de Rayleigh critique quand $Le \sim 1$. Cependant, le mouvement du fluide disparaît complètement pour $Le = 1$ et $N = -1$. Les résultats de cette analyse ont été trouvés en accord avec les calculs numériques.

La convection à amplitude finie dans une cavité poreuse de forme carrée, soumise a des flux horizontaux uniformes de chaleur et de masse a été considérée par Mamou et al [4]. Ils ont montré que pour une même combinaison des paramètres, le problème peut avoir plusieurs solutions quand les forces thermique et massique sont opposées et de même ordre de grandeur. Ces solutions sont fortement dépendantes du nombre de Rayleigh thermique et du nombre de Lewis. Les mêmes auteurs [5] ont revu numériquement et analytiquement le problème précédent mais cette fois pour le cas d'une couche poreuse inclinée. La solution analytique, basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle, a été trouvée être en bon accord avec les résultats numériques. Ils ont observé que les nombres de Nusselt et de Sherwood étaient minimums à proximité de $N = -1$ et que des solutions multiples étaient aussi possibles. Les nombres de Rayleigh critiques correspondant à l'apparition des mouvements convectifs ont été également déterminés dans le cas limite d'une couche horizontale. L'effet de

l'inclinaison de la cavité sur la nature de l'écoulement convectif a été aussi discuté dans leur étude.

Mamou et al. [6] (cavité inclinée, chauffée et salée sur ces parois verticales et adiabatiques selon les parois horizontales) ont développés une méthode numérique des éléments finis, qui leur a permis d'étudier la stabilité linéaire transitoire en fonction de l'angle d'inclinaison de la cavité, du rapport de forme et du nombre de Lewis. Ils ont démontré que le principe de l'échange de stabilité n'est valide que lorsque la porosité du milieu poreux est égale à l'unité. Les résultats trouvés viennent compléter les travaux de Charrier-Mojtabi et al. [6]

Les premières études sur la convection naturelle dans les fluides non-Newtoniens ont été menées dans le but de comprendre certains phénomènes géophysiques tels que le mouvement du manteau terrestre Parmentier et Turcotte. [7] et Christensen.[8] Ces études étaient fondées sur l'hypothèse d'un nombre de Prandtl infini et d'une viscosité obéissante au comportement de la loi de puissance. La majorité de ces études ont porté essentiellement sur la convection naturelle et sur la structure de l'écoulement dans les fluides non-Newtoniens dans une couche de fluide horizontale soumise à un gradient de température vertical.

Le cas de la cavité horizontale, remplie par un fluide non-Newtonien, chauffée par un flux de chaleur constant a été considéré par Lamsaadi et al. [9] Une solution analytique a été développée basée sur le concept de l'écoulement parallèle. Les auteurs ont démontré que les fluides rhéofluidifiants causent une apparition précoce de la convection et améliorent le taux de transfert de chaleur, contrairement aux fluides dilatants, où une tendance inverse a lieu. En outre, les auteurs sont montré que pour les deux types de fluides (rhéofluidifiants et dilatants) le nombre de Rayleigh supercritique dépend fortement de l'indice de loi de puissance.

Alloui et al. (2009) [10] ont utilise le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq pour etudier la convection naturelle dans un milieu poreux sature par un fluide binaire. La géométrie considérée est une cavité carrée dont une partie de la paroi basse est isothermement chauffée, la surface supérieure est refroidie a une température constante et les deux autres parois verticales sont adiabatiques. La méthode des volumes finis a été employée pour la discrétisation des équations du système et l'algorithme SIMPLER a été employé pour le couplage pression vitesse. Les paramètres gouvernants du problème sont le nombre de

Rayleigh thermique, le nombre de Lewis, le rapport de buoyancy, la longueur de la partie chauffée, le rapport d'aspect de la cavité, la porosité du milieu poreux et la position relative de la partie chauffée avec la ligne médiane verticale de la cavité. Les deux écoulements de convection monocellulaire et bicellulaire sont étudies et leurs particularités sont décrites. Aussi l'existence possible d'un écoulement tricellulaire est démontrée.

Récemment, Ben Khalifa et al. [11] ont examiné analytiquement et numériquement le problème de la convection naturelle dans une cavité horizontale poreuse remplie d'un fluide non-Newtonien binaire et soumis à des gradients verticaux de température et de concentration. Le comportement rhéologique de la solution binaire obéit au modèle de la loi de puissance. Ces auteurs ont également analysé l'influence des paramètres de contrôles sur les taux de transfert de chaleur et de masse. Pour un fluide dilatant ($n > 1$), ces auteurs ont montré que l'apparition de la convection supercritique a eu lieu pour un certain nombre de Rayleigh critique nul. Alors que pour un fluide rhéofluidifiant ($n < 1$), le nombre de Rayleigh critique tend vers l'infini, ce qui est loin d'être physique.

Le cas de l'effet des paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda sur la convection de Lapwood sous-critique dans une cavité poreuse horizontale saturée par un fluide non-newtonien a été étudie par Khechiba et al. [12] cette étude est centrée sur le comportement rhéologique non-newtonien du fluide est modélisé à l'aide du modèle de viscosité générale de Carreau-Yasuda. La configuration de convection consiste en une cavité peu profonde et poreuse avec un rapport d'aspect fini et soumise à un flux de chaleur vertical constant, alors que les parois verticales sont maintenues imperméables et adiabatiques. Une solution analytique approximative est développée sur la base de l'hypothèse d'écoulement parallèle, et des solutions numériques sont obtenues en résolvant toutes les équations qui régissent. Le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq et les équations de transport d'énergie est résolu numériquement à l'aide d'une méthode de différences finies. Les résultats sont obtenus en fonction du nombre de Nusselt et des champs de flux en fonction des paramètres déterminants. Un bon accord est obtenu entre l'approximation analytique et la solution numérique.

Positionnement de notre travail par rapport à la littérature

L'étude bibliographique montre que la majorité des travaux expérimentaux, numériques et analytiques réalisés sur la convection naturelle dans une cavité poureuse de forme rectangulaire ou carrée ont été effectués pour des fluides non-Newtoniens dont le comportement rhéologique obéit au modèle de la loi de puissance. Par contre, très peu de recherches sont disponibles dans le domaine des transferts convectifs relatif aux fluides rhéofluidifiants où la viscosité obéit au modèle de Carreau-Yasuda. Les récentes études de Mamou et al. [4] et Khechiba et al. [12] Ont constitué le point de départ de notre recherche. La première motivation repose sur le choix du modèle alors que la seconde réside dans le choix des conditions de frontières :

Première motivation : Dans leur étude Mamou et al. [4] Ont étudié la convection à amplitude finie dans une cavité poreuse de forme carrée, soumise à des flux horizontaux uniformes de chaleur et de masse. Ces solutions sont fortement dépendantes du nombre de Rayleigh thermique et du nombre de Lewis.

Seconde motivation : La motivation réside aussi dans les études rapportées par Khechiba et al. [12] Qui Ont décrit physiquement l'effet rhéologique du fluide sur le déclanchement des mouvements convectifs avec des conditions aux frontières idéales. Notre contribution est de compléter leur travail en prenant des conditions frontières expérimentales afin de mieux décrire le phénomène de la convection naturelle des fluides non-Newtonien. Et enfin, notre recherche ne s'est pas limitée à ces deux motivations, elle a porté aussi sur les effets des paramètres rhéologiques et l'effets de l'inclinaison sur l'intensité de l'écoulement ainsi que les taux de transferts de chaleur et de masse, Ce travail a le privilège d'être original compte tenue de l'absence de travaux antérieurs relatifs à la convection naturelle dans les milieux poreux remplie par un fluide non-newtonien.

I.1 Introduction

Un phénomène de transfert est un phénomène irréversible durant lequel une grandeur physique est transportée par le biais de molécules. C'est un phénomène transversal présent dans tous les domaines de la science et en ingénierie. Tous les phénomènes de transport ont pour origine l'inhomogénéité d'une grandeur intensive.

C'est la tendance spontanée des systèmes physiques et chimiques à rendre uniformes ces grandeurs qui provoquent le transport.

Les entités transférées les plus connues sont la chaleur (transfert thermique), la matière (transfert de masse) et la quantité de mouvement (transfert de quantité de mouvement).

I.2 Les Transferts De Chaleur :

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre.

Chaque fois qu'il existe une différence de température dans un milieu ou entre les milieux, le transfert de chaleur doit se produire. Comme le montre la Figure I.1 nous nous référons à différents types de processus de transfert de chaleur comme modes. Lorsqu'un gradient de température existe dans un milieu stationnaire, ce qui peut être un solide ou un fluide, nous utilisons le terme conduction pour désigner le transfert de chaleur se produira à travers le milieu. En revanche, le terme convection fait référence au transfert de chaleur qui se produira entre une surface et un fluide en mouvement quand ils sont à différent

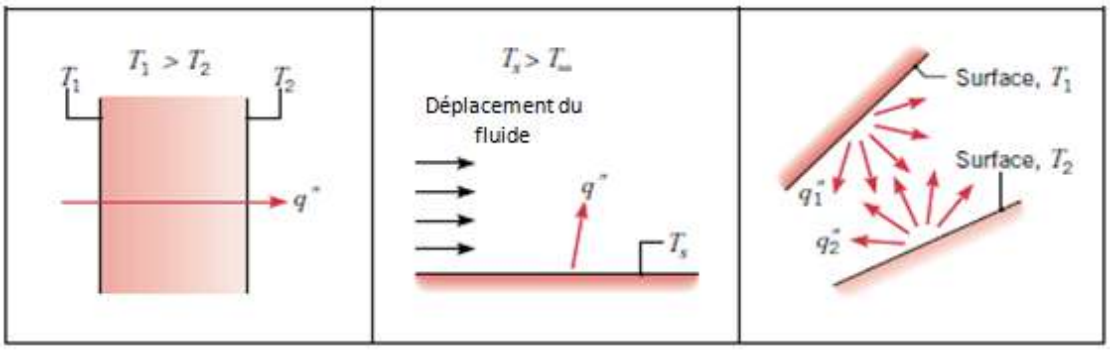


Figure I.1 : conduction, convection et rayonnement modes de transfert de chaleur. [13]

I.2.1 Conduction

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

On trouvera dans le (tableau 1.1) les valeurs de la conductivité thermique l de certains matériaux parmi les plus courants.

Matériau	λ (W.$m^{-1}.°C^{-1}$)	Matériau	λ (W.$m^{-1}.°C^{-1}$)
Argent	419	Plâtre	0,48
Cuivre	386	Amiante	0,16
Acier doux	45	Aluminium	204
Liège	0,044-0,049	Bois (feuillu-résineux)	0,12-0,23
Acier inox	15	Laine de verre	0,035-0,051
Verre	1,0	Polystyrène extrudé	0,028
Eau	0,60	Air	0,026

Tableau 1.1 : Conductivité thermique de certains matériaux. [14]

I.2.2 Convection :

La convection est un des trois modes de transfert de chaleur. Le terme de convection fait référence aux transferts de chaleur se produisant entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont à des températures différentes. En plus du transfert d'énergie dû à la diffusion, il y a également transfert par le biais du mouvement du fluide. Ce dernier est associé au fait que de multiples molécules ont un mouvement collectif, ce qui implique un transfert de chaleur dans le cas où il existe un gradient thermique.

Le transfert thermique par convection est divisé en deux parties suivant la nature de l'écoulement :

- la convection forcée apparaît lorsque l'écoulement est engendré par des moyens externes comme un ventilateur ou les vents atmosphériques.
- la convection naturelle se produit lorsque l'écoulement est induit par une différence de masse volumique qui varie en fonction de la température au sein du fluide.

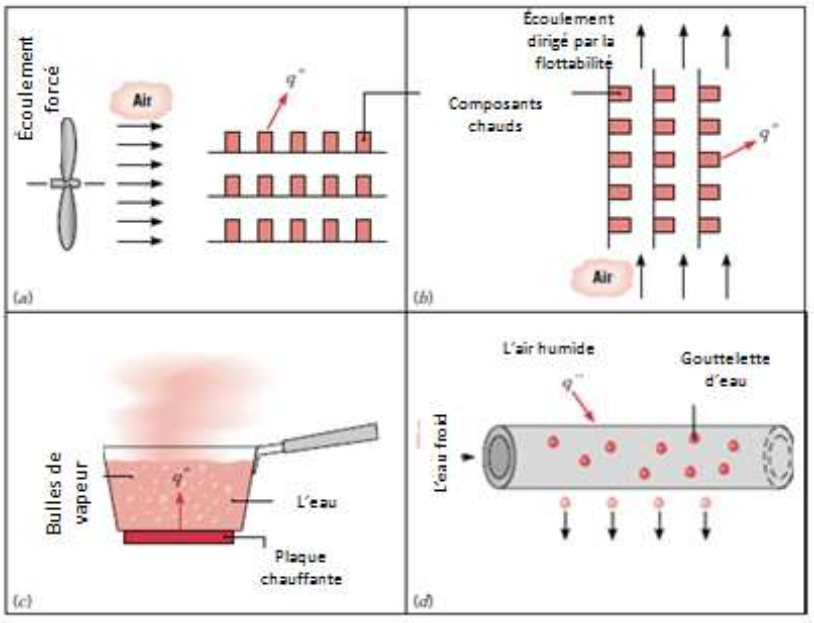


Figure I.2 : Processus de transfert de chaleur par convection. (a) Convection forcée. b) convection naturel. c) ébullition. d) Condensation. [13]

I.2.3 Rayonnement :

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Le rayonnement thermique résulte de la transition d'électrons entre deux états d'énergie. Selon la loi de Planck, le passage d'un niveau d'énergie à un niveau d'énergie inférieur s'accompagne de l'émission d'un rayonnement. Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant.

I.3 Le phénomène de transfert de masse :

Le transfert de masse (ou transfert de matière) joue un rôle très important dans les opérations unitaires de base mises en œuvre au cours de la transformation des aliments ou de produits biologiques (séchage, salage, sucrage, absorption, adsorption, cristallisation, extraction, distillation, ...), Au cours de ces opérations, le transfert de matière est classiquement le facteur limitant la vitesse du procédé, même si le transfert de chaleur et le flux du produit peuvent aussi être en cause.

Le transfert de matière a aussi un rôle important lors de l'emballage des produits et de leur entreposage, (transfert d'humidité, de gaz, de composés de saveur à travers le matériau d'emballage).

Le transfert de matière consiste en la migration de composés à l'intérieur d'une phase ou entre des phases. Cette migration résulte d'un changement dans l'équilibre d'un système causé par des différences de potentiels, différence de concentration d'une espèce d'un point à un autre, différence de température et différence de pression.

Toute différence de potentiel entraîne une évolution spontanée vers l'uniformité, une différence de concentration d'un composé entre deux points d'un système entraine donc un transfert de matière jusqu'à atteindre l'uniformité de concentration.

Le transfert de matière peut être caractérisé par différentes grandeurs :

- Le taux de transfert de matière, qui correspond à la quantité de matière transférée par unité de temps :

$$Q = \frac{m}{t} \tag{I.1}$$

- Le flux de matière, qui correspond à la quantité de matière transférée par unité de temps et de surface (normale à la direction du transfert) :

$$N = \frac{m}{S.t} \tag{I.2}$$

Avec : m la Quantité de matière transférée, t est le Temps, Q le Taux de transfert de de matière, N le Flux de matière

I.3.1 Types de phénomènes de transfert de masse :

Selon le mécanisme mis en jeu, on distingue deux types de transfert de matière

- Transfert de masse par diffusion.
- Transfert de masse par convection.

I.3.1.1 Le transfert de masse par diffusion :

Est le transport microscopique de masse comme les atomes, les molécules et les ions dans un milieu sous l'effet des différences de concentration, depuis les zones concentrées en matière vers les zones moins concentrées. Elle désigne la tendance naturelle d'un système à rendre homogènes les concentrations des espèces chimiques en son sein.

C'est un phénomène spontané, irréversible et incontournable (phénomène dispersif) conduisant à un équilibre, se produisant par suite de l'agitation thermique des molécules.

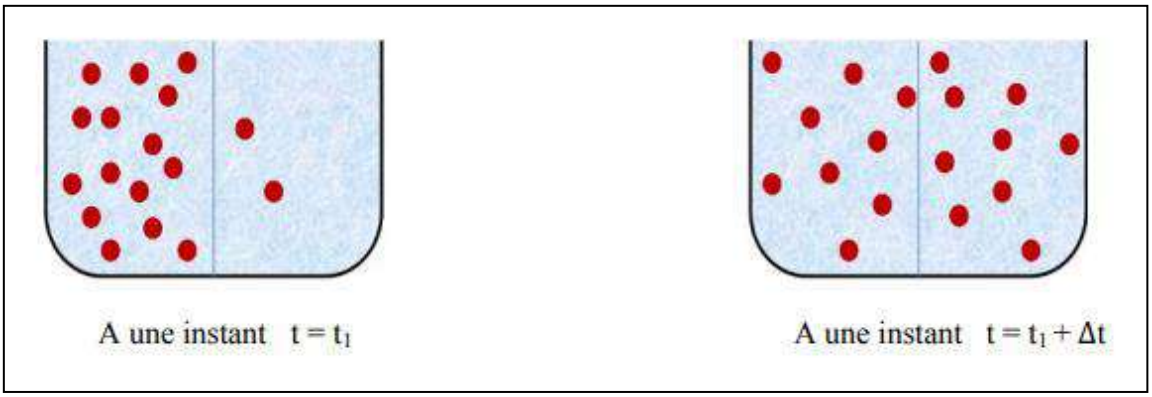


Figure I.3: Schéma présentatif de phénomène de diffusion. [14]

I.3.1.2 Le transfert de masse par convection :

La convection est un phénomène qui se produit lorsqu'un gradient induit un mouvement dans le fluide. Le gradient peut concerner différentes grandeurs intensives telles la concentration d'un soluté. La masse volumique dépendant de la concentration, un gradient de concentration engendre des différences de masse volumique au sein du fluide, d'où résultent des variations latérales de la poussée d'Archimède qui sont à l'origine du mouvement. De tels déplacements s'appellent des mouvements de convection.

Le transfert de masse par convection est un processus rapide les molécules sont entraînées dans un courant de fluide naturel ou forcé (convection naturelle ou forcée).

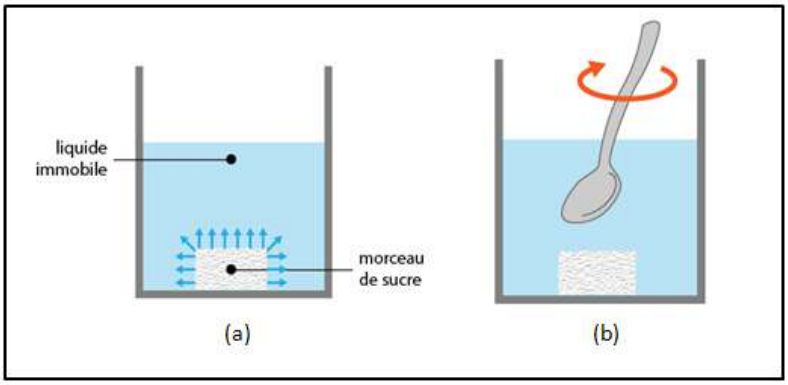


Figure I.4: Schéma présentatif de phénomène de (a) diffusion (b) convection forcé. [15]

I.3.2 La première loi de Fick :

La première loi de Fick est la loi qui rapporte le flux d'un composant au son gradient de composition, pour le calcul d'un flux diffusif assume que la diffusion de matière résulte uniquement d'un gradient de concentration. En réalité, la diffusion peut aussi résulter d'un gradient de température, de pression ou d'une force externe. Cependant, dans la plupart des cas, ces effets sont négligeables et la force motrice dominante est le gradient de concentration.

$$\vec{J}_i = -D_{AB}.\overrightarrow{grad}S_A \tag{I.3}$$

Formule pour un flux unidirectionnel (ici suivant l'axe y) :

$$J_A = -D_{AB}.\frac{dS_A}{dy} = -D_{AB}\frac{\Delta S_A}{\Delta y} \tag{I.4}$$

Avec : J_A le Flux de diffusion du composé A, D_{AB} Coefficient de diffusion du composé A dans le milieu B, S_A la Concentration en composé A, ΔS_A la Variation de concentration en composé A, Δy la Distance de transfert ou épaisseur (m)

I.4 Milieux Poreux :

Le milieu poreux est l'ensemble des grains solides ou d'agrégats autour desquels existent des espaces vides appelés pores, qui peuvent être interconnectés ou non. Ces vides peuvent être occupés par de l'eau, de l'air au d'autres fluides. Les pores reliés entre eux permettent l'écoulement d'un ou plusieurs fluides, le milieu est dit monophasique et lorsqu'il est occupé par plusieurs phases fluides, le milieu est dit multiphasique. Nous devons noter

qu'un milieu occupé uniquement par la phase liquide est dit « saturé » et « insaturé » dans le cas contraire.

Un milieu poreux saturé par un fluide conducteur est caractérisé par un facteur de formation défini par :

$$H = \frac{K_{eff}}{K_f} \tag{I.5}$$

k_{eff} : Conductivité du milieu poreux.

k_f : Conductivité du fluide.

Dans ces domaines qui dépendent des propriétés de ces milieux poreux, parmi lesquelles nous retiendrons :

- les possibilités de stockage des fluides sous forme adsorbée sur les parois du solide, ou bien en remplissant les pores.
- Les propriétés de transfert : transfert de masse, transfert de quantité de mouvement et d'énergie.

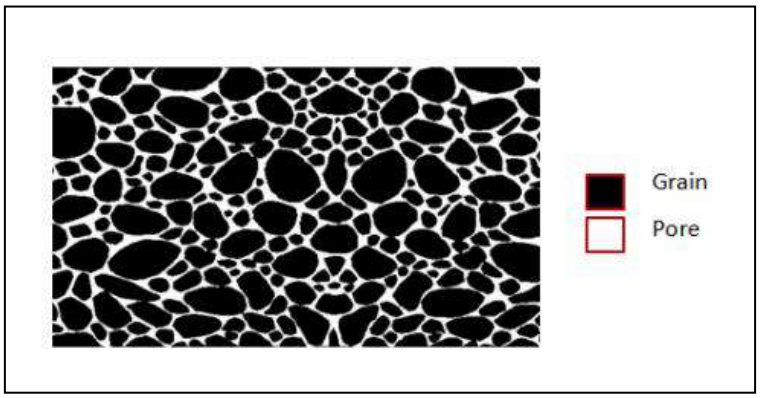


Figure I.5: Milieu poreux. [16]

La phase solide d'un milieu poreux (matrice) ou squelette peut se présenter sous deux formes: Milieu poreux consolidé, Milieu poreux non consolidé.

I.4.1 Milieu poreux consolidé :

Dans ce genre de milieu, la matière solide est compacte et ne peut se diviser en grains ou en fibres. À titre d'exemple, les roches calcaires qui présentent des séries de fissures reliées entrent elles ou encore les grés qui sont des roches constituées par des grains de sable soudés entrent eux par un ciment et des argiles.

I.4.2 Milieu poreux non consolidé :

La phase solide est faite de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sables, limons, billes de verre ...). Les billes de verre sont très couramment utilisées pour réaliser les appareils destinés à étudier les lois qui régissent les écoulements et les phénomènes de transfert. Quant aux fibres, nous pouvons rencontrer soit les fibres minérales (amiante, laine de verre), ou les fibres organiques (coton...)

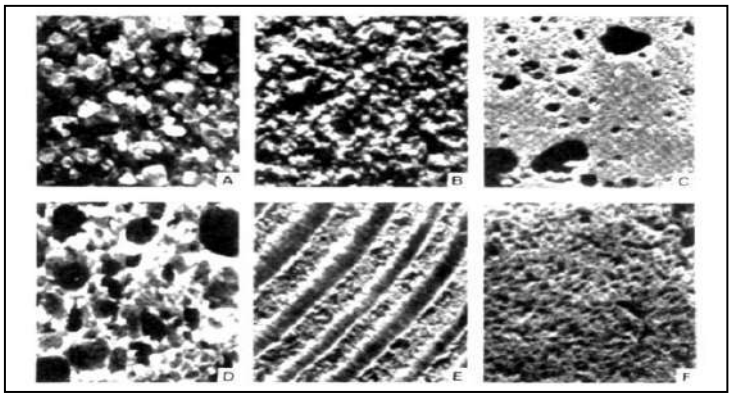


Figure I.6: Exemples de milieux poreux. [16]

A) sable de plage, B) grés, C) calcaire, D) pain, E) bois, F) poumons humains.

I.4.3 Différents pores :

On distingue quatre formes de pores qu'on peut retrouver dans un milieu poreux, cité dans la (Figure I.7) suivante :

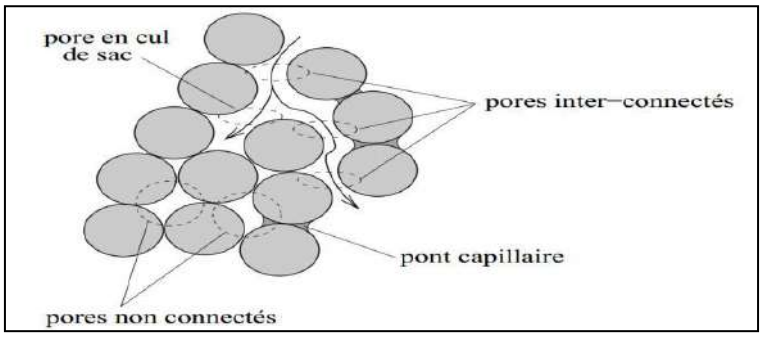


Figure I.7: Schéma illustrant les différents volumes accessible ou non accessible lors du passage du fluide. [17]

I.4.4 Paramètre du système

I.4.4.1 Volume élémentaire représentatif (V.E.R) :

Pour résoudre un problème de la physique en utilisant les outils mathématiques de solution qui offrent les équations différentielles, dans notre cas, il est nécessaire d'avoir un milieu continu pour établir des relations aux dérivées partielles. Dans le cas d'un milieu poreux les propriétés physiques (porosité, perméabilité,…) sont discontinues au niveau microscopique. La dérivation de solution du problème d'écoulement doit donc définir la notion d'un volume élémentaire représentatif (V.E.R) à l'intérieur duquel les propriétés moyennes du fluide et du matériau sont supposées uniforme et continues (Lefebvre, 2003). [18] Le volume élémentaire représentatif doit respecter nécessairement les conditions suivantes :

- Les dimensions du V.E.R sont généralement grandes par rapport à la taille du grain.
- Les V.E.R doivent cependant être suffisamment petits pour que les variations d'un paramètre dans le domaine d'étude puissent être représentées par des fonctions continues.

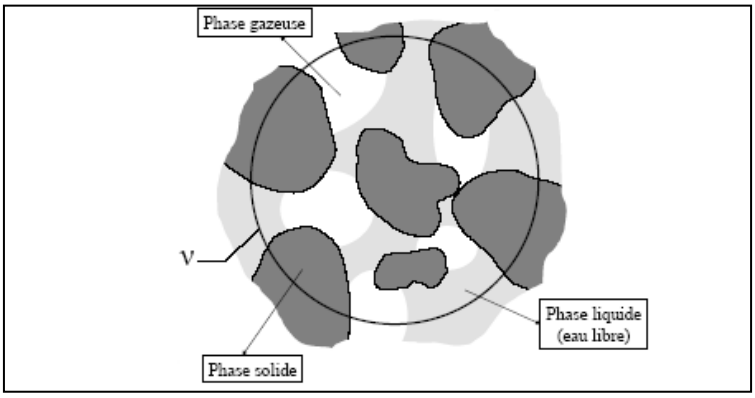


Figure I.8: Phase liquide, gazeuse et solide dans le V.E.R. [17]

I.4.4.2 Porosité :

La première caractéristique d'un milieu poreux est sa porosité : il s'agit du rapport entre le volume ne contenant pas de solide et le volume total du milieu *V*. en réduisant ce rapport aux masses volumiques, on obtient alors :

$$\varepsilon = \frac{V_t - V_s}{V_t} \tag{I.6}$$

$$\varepsilon = \frac{volume\ des\ pores}{volume\ totale\ du\ milieu\ poreux} \tag{I.7}$$

Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unités et elle est souvent exprimée en pourcentage. La porosité peut être de deux formes. La porosité d'interstice (figure I.a), et la porosité de fissure (figure I. b).

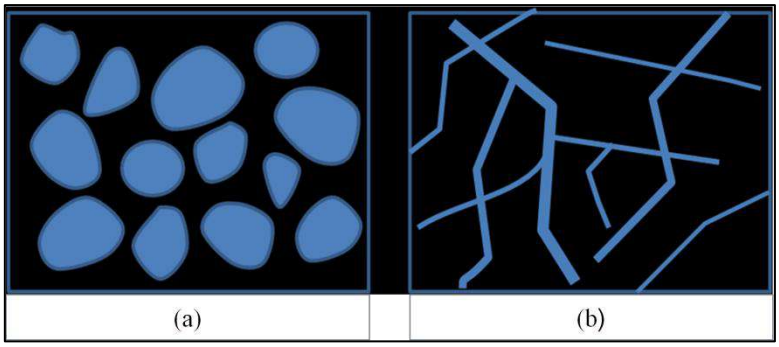


Figure I.9: Les deux types de porosité [16].

I.4.4.3 Perméabilité :

La perméabilité est la propriété d'un corps poreux de se laisser traverser par les fluides sous un gradient de pression. Lorsque le milieu poreux contient un seul liquide la perméabilité est donnée par la loi exponentielle de Darcy

$$K = \frac{\mu U_D}{\frac{\Delta P}{L}} \tag{I.8}$$

Avec: (μ) viscosité dynamique du fluide, (U_D) vitesse Darcienne, et $\left(\frac{\Delta P}{L}\right)$: Gradient de pression. Nous présentons dans le tableau (1.2) les valeurs de porosité et de la perméabilité pour différents matériaux poreux.

Matériaux	Porosité ε	Perméabilité K
Charbon	0,45	/
béton standard	0,02 à 0,07	/
Cuivre (en poudre)	0,09 à 0,34	3,3× 10-10 à 1,5×10^{-9}
Fibre de verre	0,88 à 0,93	/
Sable	0,37 à 0,50	2 × 10-11 à 1,8 × 10^{-10}
Mousses métalliques	0,85 à 0,95	10-9 à 10-10
Cuir	0.56 à 0.59	9.5 10^{-14} à 1.2 10^{-13}
Poudre d'ardoise noire	0.57 à 0.66	4.9 10^{-14} à 1.2 10^{-13}
Calcaire (dolomite)	0,04 à 0,10	2 10^{-15} à 4,5 110^{-14}
Terre	0.43 à 0.54	2.9 10^{-13} à 1.4 10^{-11}

Tableau I.2: Propriétés de quelques matériaux poreux. [19]

I.4.4.4 Tortuosité :

La tortuosité τ, peut être définie simplement dans le cas où le milieu poreux étudié se modélise sous la forme d'un réseau de capillaires ondulés (voir la figure si dessous).

$$\tau = \left(\frac{L'}{L}\right) \tag{I.9}$$

Avec : L' est la longueur réel des lignes.et L est la longueur du milieu.

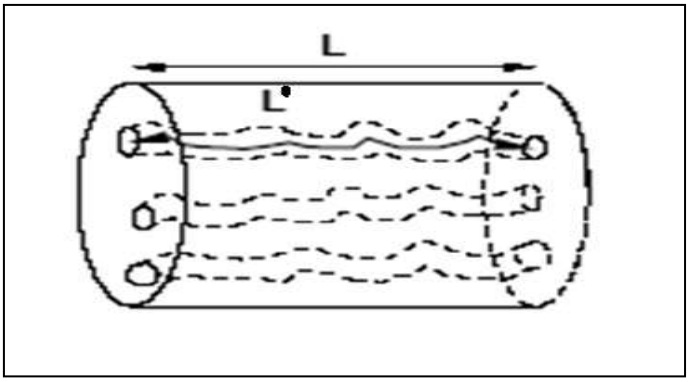


Figure I.10: Détermination de la tortuosité du milieu poreux. [18]

On note que $L' \geq L$, donc $\tau \geq 1$. Dans le cas où les tuyaux capillaires sont rectilignes, on obtient $L' = L$, donc $\tau = 1$. Plus τ est grand plus le milieu est ''tortueux'', il joue un rôle important dans les problèmes de diffusion (Delache, 2005).

I.4.5 Transfert thermique dans un milieu poreux :

Pour établir l'équation d'énergie issue du premier théorème thermodynamique dans un milieu poreux, on fait recours a quelques simplifications et approximations afin de diminuer la complexité et la forme du milieu poreux, en plus des hypothèses citées on considère que les pores du milieu poreux sont interconnectés.

$$(\rho c)_{eff} = (1-\varepsilon)(\rho c_p)_c + \varepsilon(\rho c_p)_f \tag{I.10}$$

$$k_{eff} = (1-\varepsilon)k_s + \varepsilon k_f \tag{I.11}$$

Avec : k_{eff} Conductivité thermique du milieu poreux, et c_p : Chaleur massique à pression constante.

I.4.6 Transfert de matière dans un milieu poreux:

Le terme transfert de matière signifie le transport de substance qui implique comme une composante (constituant, espèce…) dans le mélange du fluide. En général, le transfert de matière est analogue à celui de la chaleur. On applique le principe de la conservation de la matière à chaque composant dans le mélange et puisque la diffusivité est un scalaire**.** On a:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon}\left(\vec{V}\vec{\nabla}S\right) = D\Delta S \tag{I.12}$$

Avec : *D :* La diffusivité massique du milieu poreux, et *S :* La concentration du composant.

I.4.7 La combinaison du transfert thermique et de matière

Dans la convection bi diffusive, le couplage du transfert de chaleur et de matière est nécessaire parce que la densité du mélange de fluide dépend de la température et de la concentration. On a approximativement :

$$\rho_f(T,C) = \rho_f(T_r,C_r)\left[1-\beta_T(T-T_r)-\beta_S(S-S_r)\right] \tag{I.13}$$

Avec : $\rho_f(T,C)$ est la masse volumique à la température (T_r) et à la Concentration (S_r), et (β_T , β_S) sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et solutal du fluide. Ils sont présentés respectivement comme suit :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{P.S} \ , \ \beta_S = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_{P.T} \tag{I.14}$$

I.5 Model d'écoulement utilisé en milieu poreux :

Les lois des écoulements en milieu poreux ne constituent que des approximations. On s'intéresse en général qu'au phénomène à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées, la plus importante est la loi de Darcy, dans le but d'élargir son domaine de validité, des corrections ont été proposées pour tenir compte des effets des parois, les autres lois sont en majorité des extensions de cette loi. (Extension de Brinkman), et des effets d'inertie (extension de Forchheimer).

I.5.1 Loi de Darcy :

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, la grande majorité des études utilise la formulation classique de Darcy (1856). L'auteur donne une loi sur les écoulements isothermes dans un milieu poreux, qui exprime la proportionnalité entre les variations de pression ΔP et le débit Q lié à la vitesse de filtration V_{fil}. Ceci se traduit pour un échantillon de longueur L et de section S par la relation suivante. [20]

$$Q = \frac{K}{\mu_f} S \frac{\nabla P}{L} \tag{I.15}$$

Avec : (μ_f) est viscosité dynamique du fluide. Et (K) est perméabilité, ce paramètre étant indépendant de la nature du fluide et ne dépend que de la géométrie du milieu, on peut généraliser cette loi par :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu_f}\vec{\nabla}P \tag{I.16a}$$

Dans le cas de la présence de la pesanteur, l'équation précédente devient :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu_f}\left(-\vec{\nabla}P - \rho_f \vec{g}\right) \tag{I.16b}$$

Avec (ρ_f) est la densité de fluide, et (P) est la pression en un point de milieu continu fictif.

Le modèle de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et visqueuses est valide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites. [20]

$$\varepsilon < 0$$

$$Da \leq 10^{-6}$$

$$Re_p < 1\varepsilon$$

Avec : (ε) est la porosité du milieu poreux, (Da) le nombre de Darcy, (Re_p) le nombre de Reynolds.

- Il existe trois types de régimes d'écoulement en fonction de Re_p :

Pour Re_p < 1, le régime est laminaire, les forces de viscosité sont grandes devant les forces d'inertie, la loi de Darcy est valable.

- Pour 1< Re_p <150, des couches limites se développent au niveau des parois solides. En dehors de cette couche limite, il n'y'à plus proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration : la loi de Darcy n'est plus applicable. Ce régime d'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu' à Re_p =150.
- Pour 150< Re_p <300, un régime d'écoulement instationnaire prend place. Et pour Re_p >300 on a est en présence d'un écoulement turbulent.

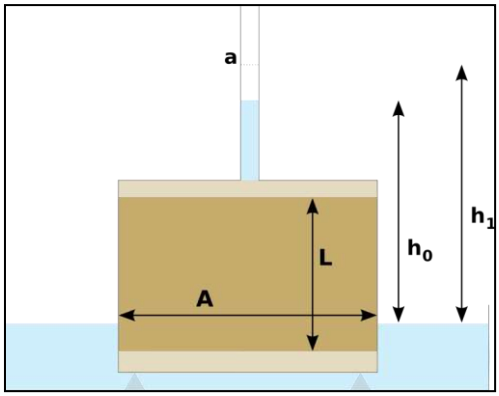


Figure I.11: Schéma de l'équipement utilisé par Darcy pour les essais « à charge constante » dans le calcul de la perméabilité. [20]

I.5.2 Modèle de Brinkman :

Dans le cas où la porosité est importante (de l'ordre de 0.8), il faut tenir compte des effets de diffusion visqueuse au niveau des parois Pour cette situation Brinkman (1947) propose de modifier l'équation de Darcy de la façon suivante :

$$\vec{\nabla}P = \frac{\mu}{K}\vec{v} + \mu_{eff}\vec{\nabla}^2 v + \rho\vec{g} \tag{I.17}$$

Avec : (μ_{eff}), représente la viscosité effective du milieu poreux. En général (μ_{eff}) est considéré équivalente à la viscosité dynamique (μ).

I.5.3 Loi de Darcy-Forchheimer (dupuit) :

Lorsque la vitesse débitante augmente, les forces d'inertie ne sont plus négligeables. Dans ce cas, on montre expérimentalement que pour un gradient de pression fixé, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy Forchheimer a proposé une modification empirique de la loi de Darcy en rajoutant une relation non linéaire du second ordre entre le gradient de pression et la vitesse de filtration. Cette formulation appelée de Darcy-Forchheimer :

$$\vec{\nabla}P = \rho_f\vec{g} - \frac{\mu_f}{K}\vec{V} - F\frac{\rho_f}{\sqrt{K}}\left|\vec{V}\right|\vec{V} \tag{I.18}$$

(F) : est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, généralement appelé paramètre de Forchheimer. Muskat propose (1946) une classification du domaine de validité des lois de Darcy et Darcy-Forchheimer.

I.5.3 Model général de darcy-brinkman- Forchheimer (dupuit):

On généralise les trois modèles en introduisant un terme transitoire et le terme convectif, ce qui conduire à l'équation suivante:

$$\underbrace{\rho\left[\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\vec{v}}{\partial T}+\frac{1}{\varepsilon}\vec{\nabla}.\left(\frac{\vec{v}.\vec{v}}{\varepsilon}\right)\right]}_{(a)}=\underbrace{-\frac{1}{\varepsilon}\vec{\nabla}\left(\varepsilon P\right)}_{(b)}+\underbrace{\rho\vec{g}}_{(c)}+\underbrace{\frac{\mu_{eff}}{\varepsilon}\nabla^2\vec{V}}_{(d)}-\underbrace{\frac{\mu}{K}\vec{V}}_{(e)}-\underbrace{F\frac{\rho_f}{\sqrt{K}}\left|\vec{V}\right|\vec{V}}_{(f)} \qquad \text{(I.19)}$$

Avec : $\vec{v}$ est une quantité moyennée à travers un Volume élémentaire, (*a*) la forces inertielles macroscopiques, (*b*) le gradient de pression, (*c*) la orces de volumes, (*d*) le terme de Darcy, (*e*) le terme de Forchheimer et (*f*) Terme visqueux de Brinkman.

I.6 Fluides Newtoniens et non-Newtoniens :

I.6.1 Comportement rhéologique :

Le comportement rhéologique d'un fluide traduit la réponse mécanique de celui-ci, c'est-à-dire la relation entre les déformations du fluide et les contraintes appliquées. De manière générale, elle s'exprime par une équation constitutive reliant le tenseur des contraintes et le tenseur des taux de déformation. Il existe une grande variété de comportements rhéologiques, depuis une simple relation linéaire entre contraintes et taux de déformation, jusqu'à des comportements complexes, pouvant dépendre des vitesses de déformation, de l'histoire du fluide ou des conditions d'écoulement.

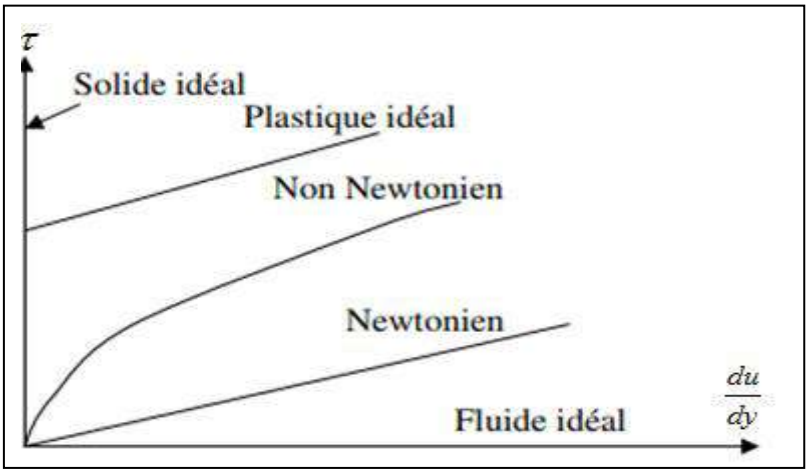


Figure I.12: Types de fluides. [21]

I.6.2 Fluides Newtoniens :

Un fluide est dit newtonien lorsque le tenseur des contraintes visqueuses est une fonction linéaire du tenseur des taux de déformation. Le facteur de proportionnalité se nomme viscosité, il est constant et indépendant du taux de cisaillement . Pour la plupart des fluides usuels [eau, lait, jus de fruits naturels (non concentrés), la plupart des miels, huiles minérales, solvants organiques, etc.] dans des conditions standards, ce modèle est très satisfaisant.

Pour ce type de fluide, l'équation d'évolution est une équation de Navier-Stokes. Pour donner un exemple, dans le cas d'un fluide incompressible et homogène (à masse volumique constante), cette équation s'écrit, dans sa version massique :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \left(\vec{v}.\overrightarrow{grad}\right)\vec{v} = \frac{\overrightarrow{gradP}}{\rho} + \vec{f}_m + \upsilon\Delta\vec{v} \qquad \text{(I.20)}$$

Avec : υ la viscosité cinématique, $\vec{v}$ est le vecteur de vitesse, ρ est la masse volumique, P est la pression et $\vec{f}_m$: sont des forces par unité de masse (par exemple, l'action de la pesanteur $\vec{g}$

I.6.3 Fluides non-Newtoniens :

Un bon nombre de fluides d'usage très courant présentent un comportement qui s'écarte plus ou moins de la loi de Newton. Ce type de fluides sont appelés : fluides non-Newtoniens.

Ces derniers possèdent un comportement non-linéaire dans le sens où leur viscosité dite apparente est influencée par l'écoulement et dépend considérablement du taux de déformation. Cet état de fait peut être expliqué par la complexité observée dans la structure interne de ces fluides.

La compréhension des caractéristiques d'écoulement de ces fluides constitue une discipline appelée la rhéologie: c'est la science des déformations et des écoulements de la matière, des contraintes qui en résultent et des efforts qu'il faut appliquer pour les obtenir. [22]

On peut classer ces fluides en trois grandes catégories:

- Fluides à viscosité indépendantes du temps ;
- Fluides à viscosité dépendantes du temps ;
- Les fluides viscoplastiques

I.6.3.1 Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps :

Le comportement des fluides non-Newtoniens indépendant du temps ne peut plus être représenté par la formule simple. Du fait que la relation entre la contrainte de cisaillement τ' et le taux de déformation γ' est plus complexe et peut prendre plusieurs formes. Dans ce type de fluide, la viscosité dite apparente μ dépend toujours de la température et de la pression mais aussi du taux de déformation ou de la contrainte de cisaillement. Cette catégorie comporte à son tour les trois types de fluides suivants:

- Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) ;
- Les fluides rhéoépaissisants (dilatants) ;
- Les fluides à seuil (viscoplastiques).

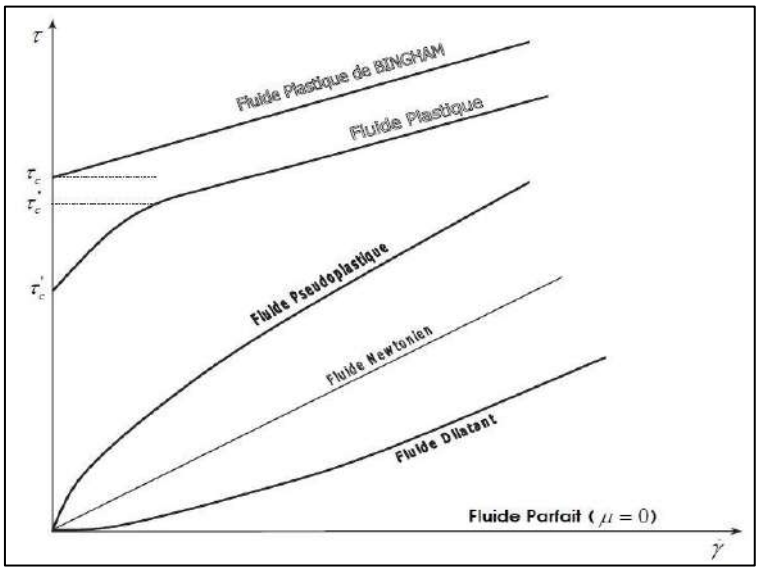


Figure I.13: Rhéogramme fluides non-Newtonien indépendants du temps. [21]

I.6.3.1.1 Fluide rhéofluidifiant ou pseudoplastique :

Il s'agit du comportement rhéologique le plus répandu. Dans un tel fluide, la viscosité apparente diminue avec l'augmentation de la contrainte de cisaillement. Plus l'agitation est importante, plus la viscosité est faible. Ce phénomène peut être expliqué par les modifications de la structure interne dufluide entre les états de repos et d'écoulement :

- Au repos, l'ordre interne irrégulier de ces fluides provoque une résistance interne importante ce qui implique une viscosité élevée.
- À la suite de l'augmentation de la contrainte de cisaillement, la structure moléculaire du fluide devient régulière, par conséquence un meilleur glissement et donc une baisse de la viscosité.

I.6.3.1.2 Fluide rhéoépaississant ou dilatant :

A l'inverse des fluides rhéofluidifiants, les fluides rhéoépaissisants possèdent une viscosité apparente qui croit avec l'augmentation du cisaillement. Ce comportement est moins fréquent que celui des rhéofluidifiants. On le rencontre dans les suspensions fortement concentrées, dans lesquelles la phase liquide n'occupe pratiquement que les espaces entre les particules solides.

I.6.3.1.3 Fluide à seuil ou viscoplastique :

Pour ces fluides, aucun écoulement ne se produit tant que la contrainte appliquée ne dépasse pas une valeur critique appelée contrainte seuil. Au-delà de cette valeur seuil, on peut retrouver, suivant le fluide, les comportements Newtoniens, pseudo-plastiques ou dilatants.

I.6.3.2 Fluide non newtonien au comportement dépendant du temps :

Certains fluides non-Newtoniens possèdent un comportement qui varie en fonction du temps et du taux de cisaillement. Ces fluides se caractérisent par une viscosité apparente qui dépend de la durée d'application de la contrainte sans interruption. Cette catégorie de fluide peut se subdiviser en deux classes:

- Les fluides thixotropes.
- Les fluides rhéopectine (antithixotropes).

I.6.3.2.1 Fluide thixotropes :

Les fluides thixotropes ont une viscosité apparente qui diminue avec le temps lorsqu'ils sont soumis à une contrainte constante. L'application d'une contrainte constante détruit certaines parties du fluide, conduisant ainsi, à une diminution de la viscosité apparente dans le temps. Après la suppression de cette contrainte, le fluide retrouve sa viscosité initiale.

I.6.3.2.2 Fluide antithixotrope :

L'antithixotropie est le phénomène inverse de la thixotropie, c'est un comportement rare auquel le fluide durcit par agitation, par exemple : les suspensions aqueuses de gypse et le ciment.

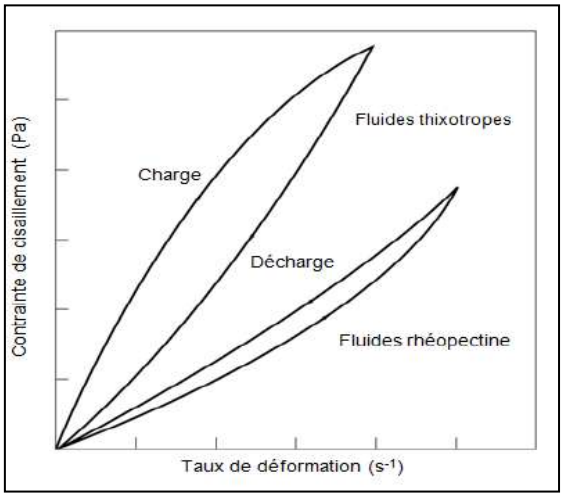


Figure I.14: Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dependants du temps. [21]

I.6.3.3 Les fluides viscoélastiques (rhéoplastiques) :

Les fluides viscoélastiques possèdent à la fois des propriétés de viscosité et d'élasticité. Ils se manifestent sous l'effet d'une contrainte. Leur comportement dépend à la fois de la déformation, du taux de cisaillement et du temps. Ainsi, après la suppression des contraintes, ces fluides peuvent récupérer une partie de leurs déformations. L'importance du caractère solide pour ces fluides dépend de la manière dont la contrainte est appliquée. Si cette contrainte est brutale alors ces fluides se comportent comme des solides, par contre si elle est régulière, ils se comportent comme des fluides.

Si on prend à guise d'exemple le silli-putti (élastomère à base de silicone), on le posant sur une table, il s'étale en forme de boule, si on le jette, il rebondit. Si on le frappe avec un marteau, il se brise comme du verre (à la température ambiante).

I.6.4 Modèles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants :

Différentes lois permettant de modéliser les fluides non-Newtoniens peuvent être trouvés dans la littérature (Bird et al. [23] Baird et al [24**]**), y compris certaines recommandations et les limitations d'emplois. Dans la présente étude, on s'est intéressé au cas des fluides non-Newtoniens les plus répandus dans les procédés industriels et dont leur viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Il s'agit éventuellement du comportement rhéofluidifiant. Dans ce paragraphe, on s'est limité à citer les modèles rhéologiques les plus utilisés à savoir :

- **Le modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance :** C'est un modèle mathématique simple permettant de modéliser facilement un fluide non-Newtonien sans seuil.

$$\mu = K\,\dot{\gamma}^{n-1} \tag{I.21}$$

Avec : (μ) la viscosité apparente, (K) l'indice de consistance, (n) l'indice rhéologique, si:

- $0 < n < 1$, le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;
- $n = 1$, il est Newtonien;
- $n > 1$, il est rhéoépaississant ou dilatant.

- **Le modèle de Sisko :**

$$\mu = \mu_{\infty} + K\,\dot{\gamma}^{n-1} \tag{I.22}$$

Avec : (μ) la viscosité apparente, (K) l'indice de consistance, (n) l'indice rhéologique, et (μ_{∞}) la viscosité à taux de cisaillement élevé.

- **Le modèle de Cross :** Le modèle de Cross a l'avantage de présenter le plateau Newtonien à faible taux de cisaillement:

$$\mu - \mu_{\infty} = \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + \left(E'\,\dot{\gamma}\right)^n} \tag{I.23}$$

Avec : (E') représente le temps caractéristique de l'enchevêtrement, (μ_0) la viscosité du premier plateau Newtonien à faible taux de cisaillement, (n) l'indice rhéologique, et (μ_{∞}) la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

- **Le modèled'Ellis :**

$$\mu = \frac{\mu_0}{1+\left(\tau / \tau_{1/2}\right)^{n-1}} \tag{I.24}$$

Avec : (μ_0) représente la viscosité apparente à taux de cisaillement nul, *n* (*n>1)* représente le degré du comportement rhéofluidifiant du fluide, et ($\tau_{1/2}$) la contrainte à laquelle $\mu = \frac{\mu_0}{2}$;

- **Le modèle de Carreau-Bird :** Généralement, pour un grand nombre de polymère, on choisit la valeur de *a*=2, on parle alors du modèle de Carreau-Bird à quatre paramètres [21], le paramètre *a* fut ajoute plus tard par Yasuda.

$$\mu = \mu_\infty + \left(\mu_0 - \mu_\infty\right)\left[1+\left(E'\dot{\gamma}'\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \tag{I.25}$$

Avec : (*E'*) représente le temps caractéristique de l'enchevêtrement, (μ_0) la viscosité du palier Newtonien à faible taux de cisaillement (*n)* l'indice rhéologique, et (μ_∞) la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

- **Le modèle de Carreau-Yasuda :** Ce modèle est largement utilisé pour décrire avec précision la viscosité des fluides rhéofluidifiants pour les faibles et fort taux de cisaillement.

$$\mu = \mu_\infty + \left(\mu_0 - \mu_\infty\right)\left[1+\left(E'\dot{\gamma}'\right)^a\right]^{\frac{n-1}{a}} \tag{I.22}$$

Avec : (*E'*) le temps caractéristique de relaxation du fluide, (μ_0) la viscosité du fluide à cisaillement nul ou faible (*n*) l'indice de puissance, et (μ_∞) la viscosité du fluide à cisaillement infinie ou fort, ($\dot{\gamma}'$) représente le second du tenseur de déformation, (*a*) décrit la région de transition entre la viscosité à taux de cisaillement nul et la viscosité de la loi de puissance.

I.8 Conclusion:

Bien que l'étude des phénomènes de transferts (transferts de quantité de mouvement, transfert de chaleur et transfert de masse) en milieu poreux soit encore en pleine évolution, avec la considération de problèmes de plus en plus complexes ou nouveaux, le chercheur dispose d'un ensemble de connaissances (résultats et modèles) et d'outils expérimentaux et numériques permettant des prédictions satisfaisantes pour un grand nombre de problèmes. Il s'agit principalement des connaissances acquises sur les écoulements et transferts conductifs et convectifs. Aussi bien du point de vue théorique qu'expérimentale, l'exploitation de ces connaissances se heurte cependant encore souvent, non seulement aux difficultés de détermination des propriétés de transfert effectives et des coefficients optiques, mais également aux difficultés associées à la mesure locale d'un grand nombre de variables.

Chapitre II : MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons présenter la géométrie de la configuration considérée, ainsi que les équations de conservation régissant le problème traité dans ce mémoire. Elles sont fondées sur les principes de conservation de la masse (continuité), de la quantité de mouvement, de l'énergie, de concentration, et les conditions aux limites et les conditions aux frontières, ainsi que les équations des modèles de Carreau-Yasuda.

II.2 Géométries du problème :

La Configuration géométrique bidimensionnelle de notre écoulement est illustrée sur (la figure II.1). Il s'agit d'une cavité carré inclinée par rapport à l'horizontale de dimensions géométriques suivantes : longueur *L'* et hauteur *H'* contenant un milieu poreux saturée par un fluide non-newtonien.

Les axes des cordonnées *x'* et *y'* sont respectivement orientés suivant les directions horizontale et verticale, les frontières (parois actives) sont soumises à des flux de chaleur *q'*, et de masse *j',* uniformes, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatique et imperméables.

Dans la présente étude, la cavité est placée dans un champ de pesanteur uniforme constant $\vec{g}$. L'interaction entre la gravité et les gradients de température et de concentration, donnent a des mouvements convectifs naturels. Ces derniers sont essentiellement à la distribution non uniforme de la densité de fluide. La problématique de cette étude est la détermination les transferts de chaleur et de masse induits par les mouvements de convection naturelle. Dans cette étude quelques hypothèse simplificatrices sont adoptées afin d'alléger la complexité du problème.

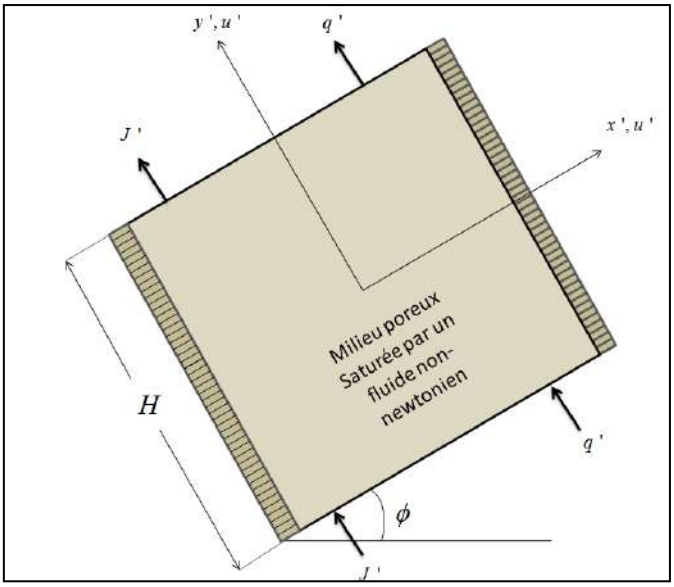


Figure II.1: La géométrie du modèle physique et le système de coordonnées.

II.3. Équation constitutive (comportement rhéologique) :

Dans le présent travail, le fluide considéré est un fluide purement visqueux, c'est un fluide rhéofluidifiant dont sa viscosité μ, obéit au modèle de Carreau-Yasuda

$$\mu = \mu_\infty + \left(\mu_0 - \mu_\infty\right)\left[1+\left(E'\dot{\gamma}'\right)^a\right]^{\frac{n-1}{a}} \qquad \text{(II.1)}$$

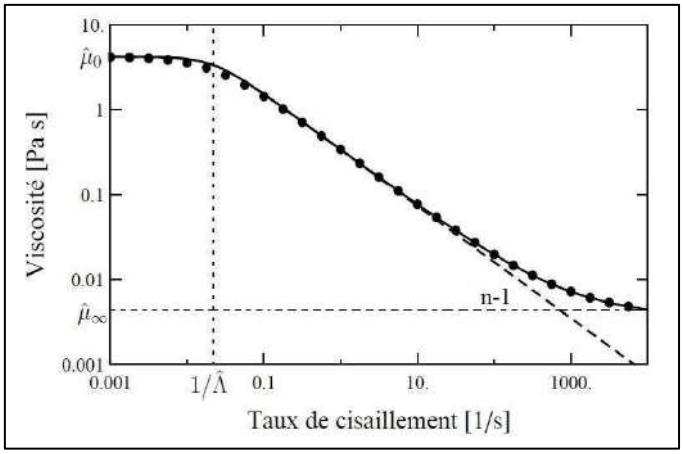


Figure II.2: Evolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement, les points correspondent au modèle de Carreau-Yasuda, le trait continu au modèle de Carreau-Bird, avec n= 0.66, E' = 45.8 *s*, μ_0 = 4.22 *Pa.s* et μ_∞ = 0.00372 *Pa. s*. Les pointillés correspondent au modèle de Carreau-Bird mais avec μ_∞ = 0. [21]

Le Tableau II.1 représente les paramètres rhéologiques du modèle carreau-yasuda pour différents fluides et solutions.

Fluide	μ_0 (Pa.s)	$\mu_\infty \times 10^{-3}$ (Pa.s)	λ_{CY} (s)	n	a	$s \times 10^{-3}$ (μ_∞ / μ_0)
PDMS	16	0	0.28	0.082	0.56	0
0.1% CARB LIV	5.92	1.65	1300	0.376	7.4	0.278
0.25% CMC LIV	0.0599	5.51	0.0125	0.562	0.669	91.986
0.09% CMC/0.09%XG	0.342	1.93	6.26	0.484	0.656	5.643
LIV	0.235	2.19	1.12	0.572	0.910	9.319
0.125% PAA LIV	2.94	3.55	11.1	0.660	2.01	1.207
0.2% PAA LIV	0.431	2.35	0.778	0.673	1.29	5.452
0.2% XG LIV	0.344	5.45	0.0378	0.514	0.686	15.843

Tableau II.1 : Paramètres du modèle de Carreau-Yasuda pour certains fluides non newtoniens typiques, Escudier et al. [25]

II.4 Hypothèses simplificatrices :

Afin de simplifier la formulation mathématique du modèle, on a considéré quelques approximations qui sont largement utilisées par de nombreux auteurs dans leurs études sur la convection naturelle.

On a supposé que:

- La troisième dimension est suffisamment grande par rapport aux deux autres dimensions (*L*' et *H*') rendant les effets de bords négligeables et ramenant la configuration à un problème bidimensionnel.
- Le fluide non-Newtonien confiné à l'intérieur de la cavité est supposé incompressible.
- L'écoulement engendré est supposé laminaire et transitoire.
- La matrice poreuse est isotrope, perméable et homogène.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Le travail des forces visqueuses et de pression est négligeable.

- Il n'y a ni réaction chimique ni source de chaleur ou de masse.
- Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes (indépendantes de la température). Cependant, la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta_T \left(T' - T_0' \right) - \beta_s \left(S' - S_0' \right) \right] \quad \text{(II.2)}$$

Où : T' et S' représente respectivement, la température et la concentration de fluide en un point du système.

T'_0 S'_0 et ρ_0 représente respectivement la température, la concentration et la masse volumique de référence;

β_T β_S sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et solutale à pression constante, Ils sont définit par :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T'}\right)_{P'S'} \quad \beta_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial S'}\right)_{P'T'} \quad \text{(II.3)}$$

Pour la plupart des fluides β_T est positif sauf l'eau au voisinage de 4°C, par contre β_S peut être négatif ou positif en fonction de la contribution des composantes de diffusion à la densité du fluide. La relation (II.13) est d'une bonne approximation tant que la condition $(\Delta\rho / \rho) \leq 0.1$ est vérifiée par Gray et Giorgini. [26]

II.5. Les Formulations mathématiques :

En tenant compte toutes les hypothèses considérées, le système d'équations différentielles aux drivées partielles décrivant ce problème est composé de l'équation de continuité, l'équation de conservation de la quantité mouvement et des équations de conservation de l'énergie et de la matière dans un milieu poreux, ainsi les équations de comportement rhéologique.

Le modèle de Darcy est pris en considération. Pour que la validation de la loi de Darcy soit effective, les conditions suivantes doivent être satisfaites :

$$\varepsilon < 0.8 \; Da = \frac{K}{H'^2} \leq 10^{-6} \; Re = \frac{V_a \sqrt{K}}{\nu} \tag{II.4}$$

Où : V_a est la vitesse moyenne des particules de fluide à travers la matrice *K* la perméabilité du milieu poreux, ν la viscosité cinématique du fluide et $\sqrt{K}$ est la longueur représentative du diamètre des pores.

❖ Dans le cas d'un milieu poreux de Darcy, *Re* < 1.

Pour que les résultats obtenus soient valides, il faut que la porosité du milieu poreux soit inférieure à 0.8. Dans le cas contraire, les forces visqueuses (connues sous les noms de termes de Brinkman) doivent être prise en considération.

Pour l'étude de la convection naturelle dans milieux poreux, nous supposons que la matrice poreuse est solide, perméable, homogène, isotrope et saturée par le fluide non-newtonien, les équations relatives aux flux de chaleur et de la matière en présence des gradients thermique et solutale sont données par Nield and Bejan [1] :

$$\vec{q}' = -k\nabla T' \tag{II.5}$$

$$\vec{j}' = -D\nabla S' \tag{II.6}$$

Où : *k* est la conductivité thermique et *D* est la diffusivité massique de la concentration dans la matrice poreuse saturée.

Pour une cavité remplie par un fluide binaire les équations de base régissant l'écoulement et le transfert de chaleur et de la masse sont données respectivement par : L'équation de continuité, l'équation de conservation de quantité de mouvement, l'équation de conservation de l'énergie, Équation de conservation de masse**.**

II.5.1 Équation de continuité:

L'équation de continuité exprimant le principe de conservation de masse d'un fluide en mouvement est donnée par :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \tag{II.7}$$

II.5.2 Équation de conservation de quantité de mouvement :

La formulation locale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$\nabla^2 \psi' = -\frac{gK\beta_T}{\nu}\frac{\partial}{\partial x'}\left(T' + \frac{\beta_S}{\beta_T}S'\right) \tag{II.8}$$

Où : ν la viscosité cénitique, g l'Accélération de pesanteur et ψ le fonction de courant.

Il a noté que pour la partie analytique on utilise la vitesse de filtration d'après la loi de Darcy suivant la direction x :

$$u' = \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \tag{II.9}$$

La vitesse de filtration suivant la direction y :

$$v' = -\frac{\partial \psi'}{\partial x'} \tag{II.10}$$

II.5.3 Équation de conservation de l'énergie:

$$(\rho C)_p \frac{\partial T'}{\partial t'} + (\rho C)_f \left(u'\frac{\partial T'}{\partial x'} + v'\frac{\partial T'}{\partial y'}\right) = k_p \nabla^2 T' \tag{II.11}$$

Où : $(\rho C)_p$, $(\rho C)_f$ et k_p sont respectivement la capacité calorifique thermique du milieu poreux saturé, la capacité calorifique thermique du fluide et la conductivité thermique.

II.5.4 Équation de conservation de masse :

Le principe de conservation de la masse méne à l'équation de concentration suivante :

$$\varepsilon' \frac{\partial S'}{\partial t'} + \left(u'\frac{\partial S'}{\partial x'} + v'\frac{\partial S'}{\partial y'}\right) = D_p \nabla^2 S' \tag{II.12}$$

Où : D_p est la diffusivité massique du milieu poreux.

II.5.5 Les Équation adimensionnelles :

Pour mettre les équations précédentes de (II.7) à (II.12) sous une forme adimensionnelle nousintroduisons les variables adimensionnelles suivantes:

$$(x,y)=\left(\frac{x'}{H'},\frac{y'}{H'}\right),(u,v)=\left(\frac{u'}{\alpha/H'},\frac{v'}{\alpha/H'}\right)$$

$$t=\frac{t'}{\left(\sigma H'^{2}/\alpha\right)},P=\frac{P'}{P^{*}},P^{*}=\frac{P}{Da}\rho_0 U^{*2} \qquad \text{(II.13)}$$

$$T=\frac{T'-T'_0}{\Delta T^{*}},S=\frac{S'-S'_0}{\Delta S^{*}},\psi=\frac{\psi'}{k}$$

$$\mu_{CY}=\frac{\mu}{\mu_0},\lambda_{CY}=\frac{\lambda'\alpha}{\varepsilon H'^{2}},\varepsilon=\frac{\varepsilon'}{\sigma}$$

Avec : α et σ désigne réspéctivement la diffusivité thermique du fluide et le rapport des chaleursmassiques. Les différences caractéristiques de température et de concentration sont définies par:

$$\Delta T^{*}=\frac{q'H'}{k_p}\ \Delta S^{*}=\frac{j'H'}{D_p} \qquad \text{(II.14)}$$

En introduisant les variables adimensionnelles dans les équations précédentes de (II.7) à (II.12) on obtient les adimensionnelles suivantes, décrivant réspéctivement, la continuité, la conservation de mouvement, de l'énergie et de la masse :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad \text{(II.15)}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\mu_{CY}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x}\right)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\mu_{CY}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}y}\right)=-R_T\left(\frac{\partial T}{\partial x}+N\frac{\partial S}{\partial y}\right) \qquad \text{(II.16)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2 T \qquad \text{(II.17)}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial S}{\partial x}+\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial S}{\partial y}\right)=\frac{1}{Le}\nabla^2 S \qquad \text{(II.18)}$$

Compte tenu de l'équation (II.1), la viscosité apparente adimensionnelle du modèle de Carreau-Yasuda se réduit à :

$$\eta(\dot{\gamma}) = s + (1-s)\left[1+(E\dot{\gamma})^{a}\right]^{\frac{n-1}{a}} \tag{II.19}$$

Où : $s = \mu_\infty / \mu_0$: représente le rapport de la viscositéàtaux de cisaillement infini sur taux de cisaillement nul.

$E = E'\alpha / H'^2$: représente le temps caractéristiqueadimensionnelle du fluide.

$\dot{\gamma}$: représente le second invariant du tenseur de taux de déformation (taux de cisaillement) définit par :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \tag{II.20}$$

Le problème considéré fait intervenir le groupement de paramètres adimensionnels suivants :

- Le rapport de forme *A.*
- Le nombre de Rayleigh thermique R_T qui exprime le transfert de chaleur à l'intérieur d'un fluide.
- Les paramètres rhéologiques *n, E, s et a.*
- Le nombre de Lewis *Le.*
- le rapport des forces de volume *N.*

Dans les équations ci dessus on définie les paramètres caractéristiques adimensionnelles. Le rapport de forme *A*, le nombre de Rayleigh thermique R_T , le rapport des forces de volume *N* et le nombre de Lewis *Le*

$$A = \frac{H'}{L'} \qquad R_T = \frac{g\beta_t \Delta T' K H'}{\alpha \mu_0}$$

$$N = \frac{\beta_S \Delta S^*}{\beta_T \Delta T^*} \qquad Le = \frac{\alpha_p}{D_p} \tag{II.21}$$

II.6 Approximation de Boussinesq :

L'approximation de Boussinesq est la base pour la plupart de ce qui est connu à propos de la convection naturelle. L'application de cette approximation aux problèmes technologiques et environnementaux ne peut avoir un sens que lorsque les conditions dans lesquelles les équations de Boussinesq sont valides et explicitement connues. L'approximation que nous allons reprendre attribuée à Boussinesq (1903), a en fait été également proposée par Oberbeck (1879) pour la premier fois en 1879.

Cette approximation commence avec les formes habituelles des équations: la continuité, le mouvement et l'énergie, pour le fluide newtonien à des propriétés variables et zéro seconde viscosité, Batchelor (1967) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V_j}{\partial x_j} = 0 \tag{II.22}$$

$$\rho \frac{DV_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} - \rho g k_i + \frac{\mu \partial \Gamma_{ij}}{\partial x_j} + \Gamma_{ij} \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \tag{II.23}$$

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \frac{K \partial^2 T}{\partial x_j^2} + \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \alpha T \frac{DP}{Dt} + \mu \Phi \tag{II.24}$$

Où :

$$\Gamma_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad \text{et} \quad \Phi = \frac{1}{2} \Gamma_{ij} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$$

Afin de compléter la description du problème, il faut aussi connaitre des relations pour la détermination des propriétés des fluides. Etant donné que le seul mode réversible de travail pour un fluide newtonien est la compression. Ses propriétés sont des fonctions de deux variables thermodynamiques. Par conséquent, les équations nécessaires peuvent être écrites comme :

$$\begin{gathered} \rho = \rho(T,\ P), \quad C_P = C_p(T,\ P), \quad \mu = \mu(T,\ P) \\ \beta = \beta(T,\ P), \quad k = k(T,\ P) \end{gathered} \tag{II.25}$$

Habituellement, ces fonctions sont imparfaitement connues et doivent être déduites des données tabulaires. Finalement, nous allons exiger que la plupart de ces propriétés soient estimées de manière adéquate par des valeurs constantes. Il n'y a généralement pas de

difficulté à assumer des développements de Taylor linéarisés, mais le cas particulier de l'eau à 4°C doit toujours être gardé à l'esprit. Il convient également de noter que l'approche générale de cette dérivation ne repose pas sur l'utilisation des variations des propriétés linéarisées.

Les approximations linéarisées aux équations (II.25) sont:

$$\left.\begin{aligned} \rho &= \rho_0\left[1-\beta_T\left(T-T_0\right)+\beta_P\left(P-P_0\right)\right] \\ C_P &= C_{P0}\left[1-a_0\left(T-T_0\right)+b_0\left(P-P_0\right)\right] \\ \mu &= \mu_0\left[1-a_1\left(T-T_0\right)+b_1\left(P-P_0\right)\right] \\ \alpha &= \alpha_0\left[1-a_2\left(T-T_0\right)+b_2\left(P-P_0\right)\right] \\ k &= k\left[1-a_3\left(T-T_0\right)+b_3\left(P-P_0\right)\right] \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II.26)}$$

Où :

$$\begin{gathered} \beta_T=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial T},\quad \beta_P=\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial P},\quad a_0=\frac{1}{C_p}\frac{\partial C_p}{\partial T},\quad b_0=\frac{1}{C_p}\frac{\partial C_p}{\partial P},\quad a_1=\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial T} \\ b_1=-\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial P},\quad a_2=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial T},\quad b_2=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial P},\quad a_3=\frac{1}{k}\frac{\partial k}{\partial T},\quad b_3=\frac{1}{k}\frac{\partial k}{\partial P} \end{gathered} \qquad \text{(II.27)}$$

Et avec l'indice 0 indique l'état de référence $\left(T_0,\ P_0\right)$.

Comme exemples concrets de la méthode qu'on vient de présenter, cette dernière examine les cas de l'eau et de l'air à T_0 =15°C et P_0=1atm. Tableau II.2 présente les constantes requises, obtenues à partir de Batchelor (1967), sauf indication contraire. Pour l'eau, les conditions la plus exigeante sont exprimées par :

$$\left.\begin{aligned} &\theta \le 1.25^\circ\mathrm{C} \\ &L \le 2.4\times10^5\ \mathrm{cm} \\ &L/\theta = 9.9\times10^4\ \mathrm{cm/^\circ C} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II.28)}$$

Dans le cas de l'air, on obtient des résultats similaires. Les conditions la plus exigeante sont exprimées par :

$$\left.\begin{aligned} &\theta \le 28.6^\circ\mathrm{C} \\ &L \le 8.3\times10^4\ \mathrm{cm} \\ &L/\theta < 1020\ \mathrm{cm/^\circ C} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II.29)}$$

	Eau	Air
$\rho_0 \left[g/cm^3 \right]$	1.00	1.2×10^{-3}
$C_{P0} \left[ergs/gm\ C \right]$	4.2×10^{7}	10
$\upsilon_0 \left[cm^2/s \right]$	1.1×10^{-2}	0.145
Pr	8.1	0.72
$\beta_T \left[C^{-1} \right]$	1.5×10^{-4}	3.5×10^{-3}
$\beta_P \left[cm^2/dyn \right]$	4.9×10^{-11}	10^{-6}
$a_0 \left[C^{-1} \right]$	-2.4×10^{-4}	4.5×10^{-5}
$b_0 \left[cm^2/dyn \right]$	-2.5×10^{-10}	1.9×10^{-9}
$a_1 \left[C^{-1} \right]$	$-2.7\times10^{-}$	2.8×10^{-3}
$b_1 \left[cm^2/dyn \right]$	8.0×10^{-2}	-3.6×10^{-3}
$b_2 \left[cm^2/dyn \right]$	0.0	0.0
$a_3 \left[C^{-1} \right]$	1.7×10^{-3}	2.4×10^{-3}
$b_3 \left[cm^2/dyn \right]$	4.3×10^{-10}	0.0

Tableau II.2 : Les propriétés des fluides pour l'eau et l'air à T_0=15°C, P_0=1atm.[27]

II.7. Conditions aux limites :

II.7.1 Conditions aux frontière hydrodynamiques :

Ces conditions expriment l'imperméabilité des parois de la cavité, elles sont données par :

$$u' = v' = 0 \quad pour \ \ y' = \pm \frac{H'}{2} \tag{II.30}$$

$$u' = v' = 0 \quad pour \ \ x' = + \frac{L'}{2} \tag{II.31}$$

Dans un milieu poreux de Darcy, le glissement des particules fluides sur les parois est permis.

II.7.2 Conditions aux frontière thermiques et massique :

Les conditions aux frontières sur les parois adiabatique et imperméables de ka cavité sont exprimées par :

$$\frac{\partial S'}{\partial x'} = \frac{\partial T'}{\partial x'} = 0 \quad pour \quad x' = \pm \frac{L'}{2} \tag{II.32}$$

Par ailleurs, les conditions thermique sur les parois actives sont

$$q' = -\lambda \frac{\partial T'}{\partial y},\ j' = -D \frac{\partial S'}{\partial y},\quad pour \quad y' = \pm \frac{H'}{2} \tag{II.33}$$

II.7.3 Conditions auxfrontière thermiques et massique adimensionnelles :

$$\left.\begin{aligned} u = 0,\ \psi = 0,\quad pour \quad x = \pm \frac{1}{2} \\ v = 0,\ \psi = 0,\quad pour \quad y = \pm \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \tag{II.34}$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad pour \quad x = \pm \frac{1}{2} \tag{II.35}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x} = -1\ ,\quad \frac{\partial T}{\partial x} = -1 \qquad pour \quad y = \pm \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \tag{II.36}$$

II.8 Transfert thermiques et massique :

Dans la présence étude, nous nous intéressons particulièrement aux calculs du taux de transfert de chaleur et de masse à une position x donnée, qui sont exprimés en termes de nombre du Nusselt et Sherwood défini par :

$$Nu(x) = \frac{q'}{k \dfrac{\Delta T'}{H'}} = \frac{1}{\Delta T} \tag{II.37}$$

$$Sh(x) = \frac{j'}{D \dfrac{\Delta S'}{H'}} = \frac{1}{\Delta S} \tag{II.38}$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et Sherwood sur les parois actives sont exprimées par :

$$Nu_m = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} Nu\left(x\right)dx \qquad (\text{II.39})$$

$$Sh_m = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} Sh\left(x\right)dx \qquad (\text{II.40})$$

II.9 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté la formulation mathématique de notre problème

- La géomértrie du problème et les conditions aux limites
- Les équations dimenssionnelles de continuité,de quantité de mouvement, d'énergie, de masse et les équations de comportement rhéologique
- Le modèle mathématique adimensionnel.
- Les nombres adimensionnelles qui gouvernent l'écoulement.

Dans le chapitre suivant nous présontons la méthode numérique des différences finies .

Chapitre III : METHODE NUMERIQUE

III.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous utilisons une des méthodes numériques pour la résolution du système d'équations différentielles non-linéaires. La méthode proposée est basée sur la technique des différences finies. Cette méthode est la plus ancienne des méthodes numérique. Elle a été introduite au 18eme siècle par Euler, elles » avère la plus adaptée et la plus facile à utiliser pour les problèmes à géométrie simple. Cette méthode consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini voir la Figure III.1.

Dans un repère cartésien, chaque nœud est désigné par le couple d'indices (*i*,*j*) désignant les lignes d'intersection du maillage. Les nœuds voisins sont implicitement définis en augmentant ou en abaissant l'un des indices par un incrément unitaire.

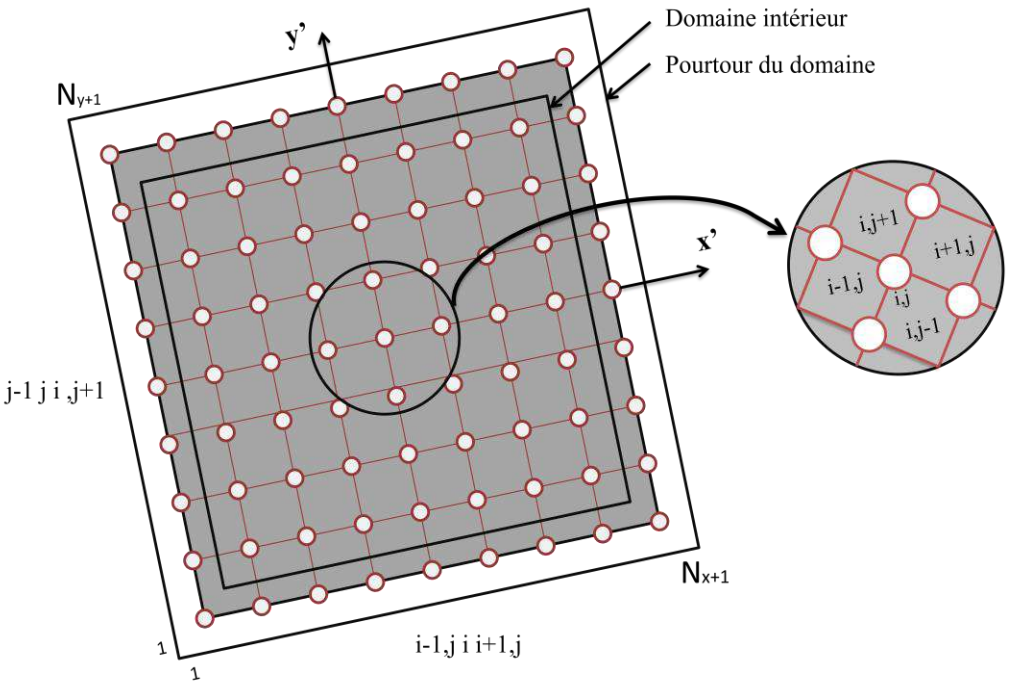


Figure III.1 : Maillage du domaine de calcul en (i,j).

Les équations de l'énergie (II.17) et de la concentration (II.18) sont discrétisées avec un schéma centré de deuxième ordre et en utilisant la forme conservatrice pour les termes convectifs. Pour chaque pas de temps la méthode implicite aux directions alternées (ADI) donne

lieu à deux systèmes matriciels tri-diagonaux à résoudre, l'un résultant de la discrétisation implicite en *x* et l'autre de la discrétisation implicite en *y*. la méthode (ADI) devise le pas de temps en deux parties égales, dans le premier demi-pas de temps, le système est implicitement en x mais explicitement en *y* et le deuxième demi-pas de temps, le système est implicitement en *y* et explicitement en *x*. Pour chaque étape de temps, la solution est obtenue en balayent le domaine de calcul dans la direction des *x* puis dans celle des *y*. Connaissant les chaque de la température et de la concentration à l'instant (n+1)Δt, l'étape suivante consiste à déterminer le champ de la fonction de courant à partir de l'équation (II.16), une fois discrétisée avec un schéma centré classique, et résolue avec la méthode de sur-relaxation successive (SOR) par points proposée par Frankel (1950), qui est une méthode explicite donnant directement la valeur de ψ à l'instant (n+1)Δt, au nœud considéré, moyennant un nombre suffisant d'itérations pour que le critère de convergence souhaité soit satisfait.

III.2 Discrétisation des conditions aux frontières thermiques :

Les conditions aux frontières (II.34) (II.35) et (II.36) sont discrétisées selon un schéma aux différences finies décentré à droite et à gauche selon la paroi considérée :

- **Selon les parois adiabatiques et imperméables :**

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \tag{III.1}$$

$$\left.\begin{aligned} T_{1,j} &= \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3}, \quad S_{1,j} = \frac{4S_{2,j} - S_{3,j}}{3}, \quad à \quad x = -\frac{1}{2} \\ T_{Nx+1,j} &= \frac{4T_{Nx,j} - T_{Nx-1,j}}{3}, \quad S_{Nx+1,j} = \frac{4S_{Nx,j} - S_{Nx-1,j}}{3}, \quad à \quad x = \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \tag{III.2}$$

- **Selon les parois actives :**

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -1\ , \qquad \frac{\partial S}{\partial y} = -1 \tag{III.3}$$

$$\left.\begin{aligned} T_{i,1} &= \frac{4T_{i,2} - T_{i,3} + 2\Delta y}{3} \quad \grave{a} \quad y = -\frac{1}{2} \\ T_{i,Ny+1} &= \frac{4T_{i,Ny} - T_{i,Ny-1} - 2\Delta y}{3} \quad \grave{a} \quad y = \frac{1}{2} \\ S_{i,1} &= \frac{4S_{i,2} - S_{i,3} + 2\Delta y}{3} \quad \grave{a} \quad x = -\frac{1}{2} \\ S_{i,Ny+1} &= \frac{4S_{i,Ny} - S_{i,Ny-1} - 2\Delta y}{3} \quad \grave{a} \quad x = \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.4)}$$

III.3 Discrétisation de l'équation de l'énergie :

L'équation d'énergie étant parabolique par rapport au temps et elliptique par rapport aux cordonnées spatiales, la méthode implicite aux directions alternées ADI est choisie comme outil de résolution compte tenude l'équation de l'énergie (II.17) cette dernière se réécrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \qquad \text{(III.5)}$$

Schéma implicite en x et explicite en y

C'est un schéma aux différences centrées, au temps (n+$\frac{1}{2}$) pour dérivées en x et au temps (n) pour les dérivées en y, chaque terme de l'équation (III .5) est discrétisé comme suit :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}, \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \qquad \text{(III.6)}$$

$$\left.\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}, \left.\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{S_{i,j+1}^{n} - 2S_{i,j}^{n} + S_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \qquad \text{(III.7)}$$

$$\left.\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x}, \left.\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.8)}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} \tag{III.9}$$

En substituant les équations (III.6)-(III.9) dans l'équation (III.5), on obtient un système de la forme :

$$A_i T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + B_i T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_i T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_i \tag{III.10}$$

Où :

$$A_i = \left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}\right],\ B_i = 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2}\right],\ C_i = -\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2}\right]$$

$$D_i = \left[\frac{v_{i-1,j}^{n}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2}\right] T_{i,j+1}^{n} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2}\right] T_{i,j}^{n} + \left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2}\right] T_{i,j-1}^{n}$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

C'est un schéma aux différences centrées, au temps (n+$\frac{1}{2}$) pour les dérivées en *x* et au temps (n+1) pour les dérivées en *y*. La discrétisation des dérivées partielles est donnée par :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2},\ \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{III.11}$$

$$\left.\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2},\ \left.\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{S_{i,j+1}^{n+1} - 2S_{i,j}^{n+1} + S_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{III.12}$$

$$\left.\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x},\ \left.\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{III.13}$$

En substituent les équations (III.11) et (III .13) dans l'équation (III.7) on obtient un système de la forme :

$$A_i^{'} T_{i,j+1}^{n+1} + B_i^{'} T_{i,j}^{n+1} + C_i^{'} T_{i,j-1}^{n+1} = D_i^{'} \tag{III.14}$$

Où :

$$A_i^{'} = \left[\frac{v_{i,j+1}^n}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2} \right], \; B_i^{'} = 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2} \right], \; C_i^{'} = -\left[\frac{v_{i,j-1}^n}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2} \right]$$

$$D_i^{'} = \left[\frac{u_{i+1,j}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2} \right] T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2} \right] T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[\frac{u_{i-1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2} \right] T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}$$

III.4 Discrétisation de l'équation de concentration :

De même pour l'équation de concentration (II.18), nous exposons dans ce qui sa discrétisation en suivant exactement les mêmes démarches que le paragraphe précédent.

L'équation de concentration (II.18) se réécrit de la façon suivante :

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (vS)}{\partial y} = Le^{-1} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \right) \tag{III.15}$$

Schéma implicite en *x* et explicite *y*

Similairement aux démarches précédentes, l'équation algébrique correspondant à la discrétisation de l'équation de concentration donne :

$$A_i S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + B_i S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_i S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_i \tag{III.16}$$

Où :

$$A_i = \left[\frac{u_{i+1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le} \right], \; B_i = 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2 Le} \right], \; C_i = -\left[\frac{u_{i-1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le} \right]$$

$$D_i = \left[\frac{v^n_{i-1,j}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S^n_{i,j+1} + 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S^n_{i,j} + \left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S^n_{i,j-1}$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

$$A'_i S^{n+1}_{i,j+1} + B'_i S^{n+1}_{i,j} + C'_i S^{n+1}_{i,j-1} = D'_i \qquad \text{(III.17)}$$

Où :

$$A'_i = \left[\frac{v^n_{i,j+1}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right],\ B'_i = 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right],\ C'_i = -\left[\frac{v^n_{i,j-1}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]$$

$$D'_i = \left[\frac{u^n_{i+1,j}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S^{n+\frac{1}{2}}_{i+1,j} + 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S^{n+\frac{1}{2}}_{i,j} + \left[\frac{u^n_{i-1,j}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right] S^{n+\frac{1}{2}}_{i-1,j}$$

III.5 Discrétisation de l'équation du mouvement :

L'équation de mouvement du milieu poreux basé sur le modèle de darcy peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\mu_{CY}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}x}\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\mu_{CY}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}y}\right) = -R_T\left(\frac{\partial T}{\partial x} + N\frac{\partial S}{\partial y}\right) \qquad \text{(III.18)}$$

Chaque terme de l'équation de mouvement est discrétisé selon un schéma centré classique.

$$\left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i+1,j} - 2\Psi_{i,j} + \Psi_{i-1,j}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j+1} - 2\Psi_{i,j} + \Psi_{i,j-1}}{\Delta y^2}, \qquad \text{(III.19)}$$

$$\left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial y}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i+1,j+1} - \Psi_{i+1,j-1} - \Psi_{i-1,j+1} + \Psi_{i-1,j-1}}{4\Delta x\ \Delta y}, \qquad \text{(III.20)}$$

Calcul de μ :

$$\mu = s + (1-s)\left[1+\left(\lambda\left|\dot{\gamma}\right|^{a}\right)\right]^{\frac{n-1}{a}} \quad \text{(III.21)}$$

$$\gamma = \left[4\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x\partial y}\right)+\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}-\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{(III.22)}$$

Pour i=1,N_x :

$$\left.\begin{aligned}\gamma_{i,1} &= \frac{2\Psi_{i,2}}{\Delta y^2}\\ \mu_{i,1} &= ss + (1-ss)\left[1+\left(\lambda\left|\dot{\gamma}_{i,1}\right|^{a}\right)\right]^{\frac{n-1}{a}}\end{aligned}\right\} \quad \text{(III.23)}$$

Pour j=1,N_y :

$$\left.\begin{aligned}\gamma_{1,j} &= \frac{2\Psi_{2,j}}{\Delta x^2}\\ \mu_{1,j} &= ss + (1-ss)\left[1+\left(\lambda\left|\dot{\gamma}_{1,j}\right|^{a}\right)\right]^{\frac{n-1}{a}}\end{aligned}\right\} \quad \text{(III.24)}$$

Pour j=2,N_{x-1} :

$$\gamma\big|_{i,j} = \left[4\left(\frac{\Psi_{i+1,j+1}-\Psi_{i+1,j-1}-\Psi_{i-1,j+1}+\Psi_{i-1,j-1}}{4\Delta x\ \Delta y}\right)+\left(\frac{\Psi_{i+1,j}-2\Psi_{i,j}+\Psi_{i-1,j}}{\Delta x^2}\right)^2+\left(\frac{\Psi_{i,j+1}-2\Psi_{i,j}+\Psi_{i,j-1}}{\Delta y^2},\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{(III.25)}$$

$$\mu_{i,j} = ss + (1-ss)\left[1+\left(\lambda\left|\dot{\gamma}_{1,j}\right|^{a}\right)\right]^{\frac{n-1}{a}} \quad \text{(III.26)}$$

Pour i=1,N_x :

$$\left.\begin{aligned}\gamma_{i,N_{y+1}} &= \frac{2\Psi_{i,N_y}}{\Delta y^2} \\ \mu_{i,N_{y+1}} &= ss+(1-ss)\left[1+\left(\lambda\left|\dot{\gamma}_{i,N_{y+1}}\right|^a\right)\right]^{\frac{n-1}{a}}\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.27)}$$

Pour j=1,N_{x+1} :

$$\left.\begin{aligned}\gamma_{N_{x+1},j} &= \frac{2\Psi_{Nx,j}}{\Delta x^2} \\ \mu_{N_{x+1},j} &= ss+(1-ss)\left[1+\left(\lambda\left|\dot{\gamma}_{N_{x+1},j}\right|^a\right)\right]^{\frac{n-1}{a}}\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.28)}$$

Métohde SOR:

$$\Psi_{i,j} = (1-\omega)\Psi_{i,j} + \omega\left[-\frac{AE}{AP}\Psi_{i+1,j} - \frac{AW}{AP}\Psi_{i-1,j} - \frac{AN}{AP}\Psi_{i,j+1} - \frac{AS}{AP}\Psi_{i,j-1} - \frac{SP}{AP}\right] \qquad \text{(III.29)}$$

Où :

$$AP = -2\left[\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta y^2}\right],$$

$$AW = \frac{1}{\Delta x^2} - \frac{Ax_{i,j}}{\left(2\Delta x\mu_{i,j}\right)}, \qquad AE = \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{Ax_{i,j}}{\left(2\Delta x\mu_{i,j}\right)},$$

$$AN = \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{Ay_{i,j}}{\left(2\Delta y\mu_{i,j}\right)}, \qquad AS = \frac{1}{\Delta y^2} - \frac{Ay_{i,j}}{\left(2\Delta y\mu_{i,j}\right)},$$

$$\Delta x_{i,j} = \frac{n-1}{a}(1-s)\lambda^2\left[1+\left(\lambda\left|\gamma_{i,j}\right|^2\right)\right]^{\left(\frac{n-1}{a}-1\right)}\gamma x_{i,j},$$

$$\Delta y_{i,j} = \frac{n-1}{a}(1-s)\lambda^2\left[1+\left(\lambda\left|\gamma_{i,j}\right|^2\right)\right]^{\left(\frac{n-1}{a}-1\right)}\gamma y_{i,j}$$

$$\gamma x_{i,j} = \left(8Dux2_{i,j}\times Dux_{i,j}\right)+2\left(Dvx2_{i,j}+D2uDxDy_{i,j}\right)\times\left[Duy_{i,j}+Dvx_{i,j}\right] \qquad \text{(III.30)}$$

$$\gamma y_{i,j} = \left(8D2udxdy_{i,j}\times Dux_{i,j}\right)+2\left(Duy2_{i,j}+D2vdxdy_{i,j}\right)\times\left[Duy_{i,j}+Dvx_{i,j}\right] \qquad \text{(III.31)}$$

$$Dux_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2Dx}, \quad Duy_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2Dy} \tag{III.32}$$

$$Dux2_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2Dx^2}, \; Duy2_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{Dy^2} \tag{III.33}$$

$$Dvx_{i,j} = \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2Dx}, \quad Dvx2_{i,j} = \frac{v_{i+1,j} - 2v_{i,j} + v_{i-1,j}}{Dx^2} \tag{III.34}$$

$$d2udxdy_{i,j} = \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{4DxDy}, \; d2vdxdy_{i,j} = \frac{v_{i+1,j+1} - v_{i+1,j-1} - v_{i-1,j+1} + v_{i-1,j-1}}{4DxDy} \tag{III.35}$$

$$SP = -\frac{R_T}{2Dx\mu_{i,j}}\left[\left(T_{i+1,j} - T_{i-1,j}\right) + N\left(S_{i+1,j} - S_{i-1,j}\right)\right] \tag{III.36}$$

III.6 Discrétisation des champs de vitesse :

Les composantes du champ de vitesse sont obtenues à partir de la fonction de courant selon les relations (II.9) et (II.10) . La discrétisation de ces équations par un schéma de différence finies centré de deuxième ordre donne :

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{III.37}$$

$$v_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{III.38}$$

III.7 Discrétisation des conditions aux frontières de vitesses :

$$\left.\begin{array}{lll} u_{1,j}=0, & v_{i,1}=-\dfrac{4\Psi_{2,j}-3\Psi_{1,j}-\Psi_{3,j}}{2\Delta x}, & x=-\dfrac{1}{2} \\ u_{Nx+1,j}=0, & v_{i,Ny+1}=\dfrac{4\Psi_{Nx,j}-3\Psi_{Nx+1,j}-\Psi_{Nx-1,j}}{2\Delta x}, & x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \quad \text{(III.39)}$$

$$\left.\begin{array}{lll} v_{i,1}=0, & u_{1,j}=\dfrac{4\Psi_{i,2}-3\Psi_{i,1}-\Psi_{i,3}}{2\Delta y}, & y=-\dfrac{1}{2} \\ u_{Nx+1,j}=0, & u_{Ny+1,j}=-\dfrac{4\Psi_{i,Ny}-3\Psi_{i,Ny+1}-\Psi_{i,Ny-1}}{2\Delta y}, & y=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \quad \text{(III.40)}$$

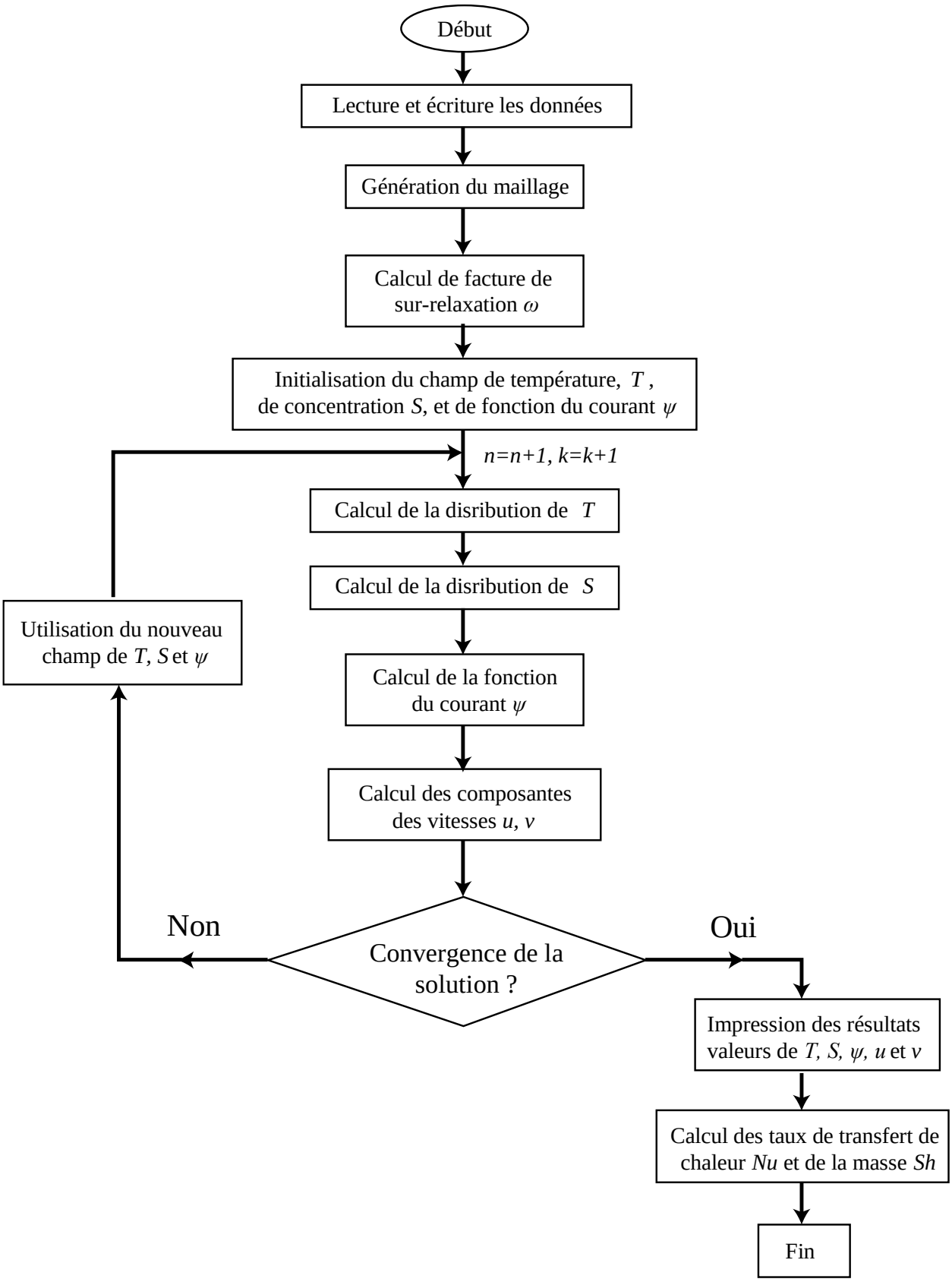
III.8 Algorithme de calcul :

Les principales étapes de notre algorithme de calcul sont :

1. Génération du maillage.
2. Initialisation et lecture des données.
3. Calcul du facteur de sur-relaxation.
4. Introduction des conductions initiale sur la température T, sur la concentration S, et sur la fonction de courant Ψ.
5. Evaluation du champ de vitesse initiale $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$.
6. Début de la boucle dans le temps.
   - 6.1. Résolutions de l'équation de l'énergie (III.10) et (III.14) par la méthode ADI et calcul champ de température $T_{i,j}$.
   - 6.2. Résolutions de l'équation de concentration (III.16) et (III.17) par la méthode et calcul le champ de concentration $S_{i,j}$.
   - 6.3. Résolutions de l'équation de mouvement (III.29) et (III.36) par la méthode de SOR et calcul du champ de la fonction du courant $\Psi_{i,j}$.
   - 6.4. Détermination du champ de vitesse $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$.
   - 6.5. Refaire l'étape (6.1) jusqu' à l'obtention de la convergence de la solution.
7. Fin de la boucle sur le temps : une fois la solution permanente ou la solution transitoire est atteinte.
8. Impression des résultats.
9. Fin du programme.

Le critère de convergence lors de la résolution des équations (III. 29) et (III.36) est donné par :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \left|\psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-6} \qquad \text{(III.41)}$$


Début
Lecture et écriture les données
Génération du maillage
Calcul de facture de sur-relaxation ω
Initialisation du champ de température, T, de concentration S, et de fonction du courant ψ
$n=n+1$, $k=k+1$
Calcul de la disribution de T
Calcul de la disribution de S
Calcul de la fonction du courant ψ
Calcul des composantes des vitesses u, v
Convergence de la solution ?
Non
Oui
Utilisation du nouveau champ de T, S et ψ
Impression des résultats valeurs de T, S, ψ, u et v
Calcul des taux de transfert de chaleur Nu et de la masse Sh
Fin

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons discuter l'influence des paramètres de contrôle sur l'écoulement et le mécanisme du transfert de chaleur et de la masse en convection naturelle stationnaire dans un milieu poreux saturé par un fluide non-newtonien.

Les résultats de cette étude sont présentés en termes d'intensité de courant Ψ_0, les nombres de Nusselt local Nu_L , de Sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η, en fonction du nombre de Rayleigh R_T, du nombre de Lewis *Le*, le rapport de volume *N*, du l'angle de l'inclinaison Φ, du plus, les profils de fonction de courant au centre de cavité Ψ de température *T*, et de concentration *S*. sont présentés pour voir l'effets des paramètres rhéologique du modèle de carreau-yasuda *n, E, s* et *a*,

IV.2 Validation de code numérique :

Afin de vérifier l'exactitude du programme développé dans le présent travail, on a comparé les calculs numériques en se basant sur la détermination des trois paramètres souvent traités dans l'étude des écoulements convectifs, à savoir les nombres de Nusselt Nu , et de Sherwood Sh , caractérisant respectivement les taux de transfert de chaleur et de masse au sein de la cavité, et l'intensité de l'écoulement exprimée par la fonction de courant Ψ . D'abord, nous présentons quelques comparaisons en convection naturelle dans le cas d'une cavité horizontale, dont les parois verticales de la cavité sont adiabatiques et imperméables et les parois verticales sont soumises à des flux de chaleur constants comme illustré dans le Tableau. IV.1. On considère aussi le cas d'une cavité horizontal, dont les parois horizontales de la cavité sont chauffées à une température constante comme illustré dans le Tableau. IV.2. Le programme élaboré pour résoudre les équations de base a été validé en se référant aux différentes études numériques disponibles dans la littérature. Les Tableaux. IV.1 et IV.2 comparent nos résultats avec ceux de Khechiba et al. [12]

Le Tableau IV.1 compare nos résultats avec ce de Khechiba et al, [12] pour le cas d'une cavité horizontale chauffée par le bas à des flux de chaleur constants pour d'aspect A = 1, Φ=0°, N=0, R_T =50, *Le*=1, *s*=0.01, *E*=0.2, *a*=2, et *n*=0,8. Dans le Tableau IV.2 on compare aussi nos résultats avec ce de Khechiba et al [12], pour CFI=0, A = 1, Φ=0°, N=0, R_T =70, *Le*=1, *s*=0.01, *E*=0.7, *a*=2, et *n*=0,8.

	25x25	50x50	75x75	100x100	150x150	200x200	Khechiba et al.[12]
Ψ_0	2.217	2.235	2.238	2.254	2.312	2.394	**2.235**
Nu_L	2.203	2.220	2.224	2.236	2.281	2.346	**2.221**
Nu_m	1.882	1.963	1.944	1.976	2.012	2.062	**1.964**
Sh_L	2.203	2.220	2.224	2.236	2.281	2.346	…
Sh_m	1.882	1.963	1.944	1.976	2.012	2.346	…
μ_a	0.829	0.816	0.816	0.815	0.814	0.813	…

Tableau IV.1 : Comparaison des valeurs de la fonction de courant Ψ_0 et de nombre de Nusselt avec les résultats données par Khechiba et al. [12] En différents choix de maillage. Pour CFI=1, A = 1, Φ=0°, N=0, R_T =50, Le=1, s=0.01, E=0.2, a=2, et n=0,8.

	25x25	50x50	75x75	100x100	150x150	200x200	Khechiba et al.[12]
Ψ_0	6.609	6.688	6.689	6.621	6.451	6.109	**6.685**
Nu_L	3.171	3.261	3.220	3.233	3.185	3.091	**3.253**
Nu_m	2.969	3.184	3.107	3.159	3.119	3.061	**3.178**
Sh_L	3.171	3.261	3.220	3.233	3.185	3.091	…
Sh_m	2.969	3.184	3.107	3.159	3.119	3.061	…
μ_a	0.536	0.524	0.525	0.527	0.535	0.595	…

Tableau IV.2 : Comparaison des valeurs de la fonction de courant Ψ_0 et de nombre de Nusselt avec les résultats données par Khechiba et al [12]. En différents choix de maillage. Pour CFI=0, A = 1, Φ=0°, N=0, R_T 70, Le=1, s=0.01, E=0.7, a=2, et n=0,8

Le Tableau IV.3 compare les valeurs numériques. D'après ce tableau, il est justifié et suffisant de prendre un maillage uniforme de (50×50) pour modéliser convenablement l'écoulement et le transfert de chaleur au sein de la cavité considérée. La comparaison des champs de la fonction de courant, ainsi que le taux de transfert de chaleur avec ceux de Khechiba et al. [12] sont en excellente concordance. Avec une erreur relative Confiné entre 000.1% et 0%. Pour le nombre de Rayleigh R_T est égal à 100 et les paramètres rhéologiques a, n, E et s sont pris respectivement égal à 2, 0,2, 0.8 et 0.01.

	CFI=0 maillage (50x50)		CFI=1 maillage (50x50)	
	Présente étude	Khechiba et al. [12]	Présente étude	Khechiba et al. [12]
Ψ_0	6.688 (0.0004%)	**6.685**	2.235 (0.00%)	**2.235**
Nu_L	3.261 (0.002%)	**3.253**	2,22 (0.0002%)	**2.221**
Nu_m	3.184 (0.001%)	**3.178**	1,963 (0.0002%)	**1.964**

Tableau IV.3 : Comparaison les valeurs de la fonction de courant Ψ_0 et les nombre de Nusselt local et moyen de notre présente étude avec les résultats donnés par Khechiba et al. [12] pour un choix de maillage de (50x50)

IV.3 Effet de maillage :

Les Figures IV.1(a)-(d) montrent l'influence du maillage sur la précision des résultats obtenus pour les profils de la fonction de courant Ψ, la vitesse U , de la température T, la concentration S et la viscosité apparente η, Pour CFI=1, A = 1, Φ=0°, N=0, R_T =50, Le=1, s=0.01, E=0.2, a=2, et n=0,8. On constate que l'influence du maillage devient négligeable à partir d'un maillage de (50x50). Pour différents valeurs de nombre de Rayleigh R_T, un taux de cisaillement fort est attendu à la ligne centrale de la couche poreuse. Comme illustré sur la Figure IV.1(c), pour la prédire avec précision la solution numérique, un maillage de haute densité est nécessaire. La meilleure approche pour obtenir une solution précise avec un maillage raisonnable est d'utiliser une distribution de maillage non uniforme avec des nœuds concentrés ou la vitesse d'écoulement tend vers zéro.

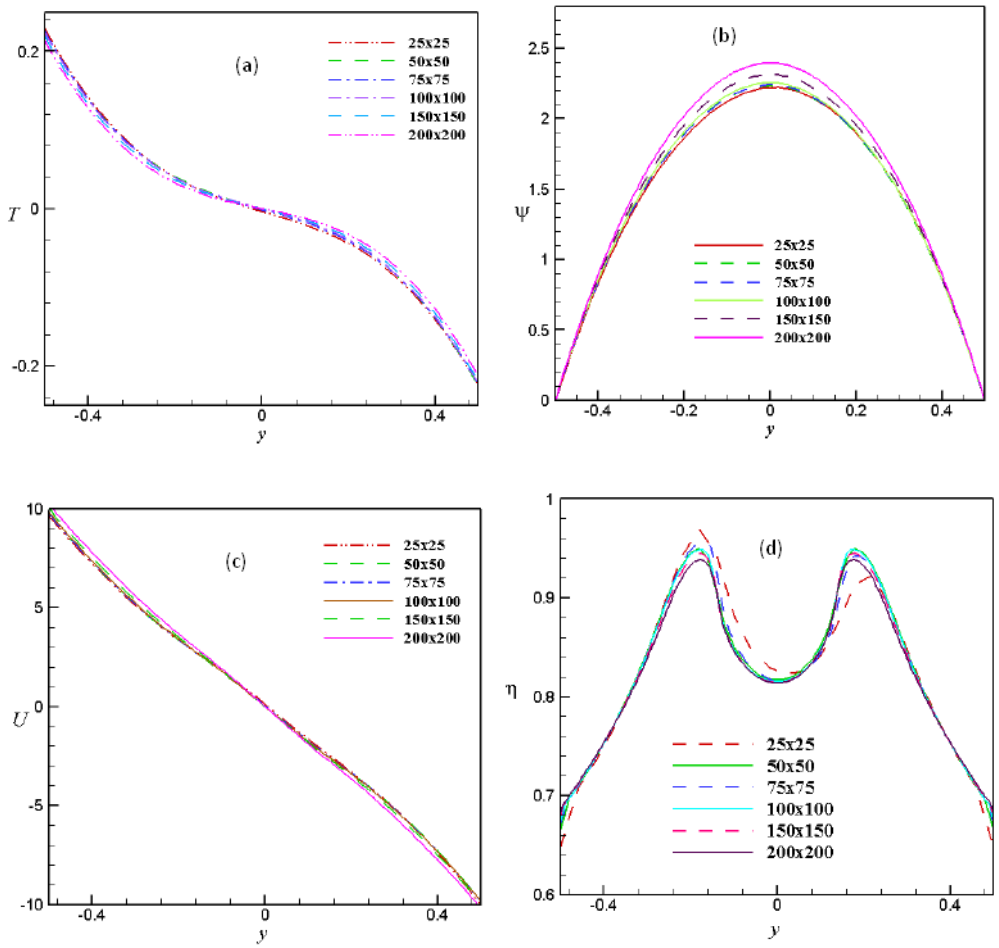


Figure IV.1 : L'effet du maillage sur les profils de la fonction de courant Ψ, de la vitesse U, de la température T , et de la viscosité apparente η, Pour CFI=1, A = 1, Φ=0°, N=0, R_T =50, Le=1, s=0.01, E=0.2, a=2, et n=0,8.

IV.4 La convection à amplitude finie pour un faible rapport de forme (A=1) :

L'effet des paramètres rhéologiques, n et E est examiné sur l'apparition de la convection dans le cas d'une cavité ayant un faible rapport de forme (A=1) (cavité carrée) et dont les parois actives sont soumises soit à un flux de chaleur constant (type Neumann)

IV.4 .1 L'effet de l'indice de puissance *n* :

Dans cette partie, nous présentons les résultats numériques à une cavité carrée (A = 1). La Figure IV.2 illustre, l'évolution de l'intensité de l'écoulement, Ψ_0, et le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de Sherwood Local Sh_L et la viscosité apparente η en fonction du nombre de Rayleigh R_T, pour des différentes valeurs de l'indice de loi de puissance n, La Figures IV.2(c) montre que lorsque l'indice de puissance n diminue et le nombre de Rayleigh R_T augment, l'intensité de l'écoulement augmente la même chose pour les nombres de Sherwood Local Sh_L et Nusselt local Nu_L respectivement dans les Figures VI.2(a),(b) et par conséquent, la circulation de l'écoulement et le transfert de chaleur et de la masse à l'intérieur de la cavité augmente,Concernant l'effet du paramètre n, lorsque celui-ci prend des faibles valeurs, on remarque dans la Figure VI.2(d) la diminution de la viscosité apparente avec la diminution de paramètre rhéologique n. L'équation (II.13) ne fait que confirmer cet état. En effet, une diminution de la viscosité apparente tend à renforcer les mouvements convectifs en réduisant les effets visqueux et ainsi améliorer le transfert de chaleur et de la masse par convection.

Les résultats numériques confirment également cet état de fait (Figure IV.2).ils montrent que lorsque n=0.2, l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur et de la masse sont beaucoup plus meilleurs, pour (R_T =100) on a (Ψ_0=12.325, Nu_L=5.355, Sh_L=10.823) que ceux obtenus au cas Newtonien, (n=1), (Ψ_0=3.146, Nu_L=2.929, Sh_L =7.397).

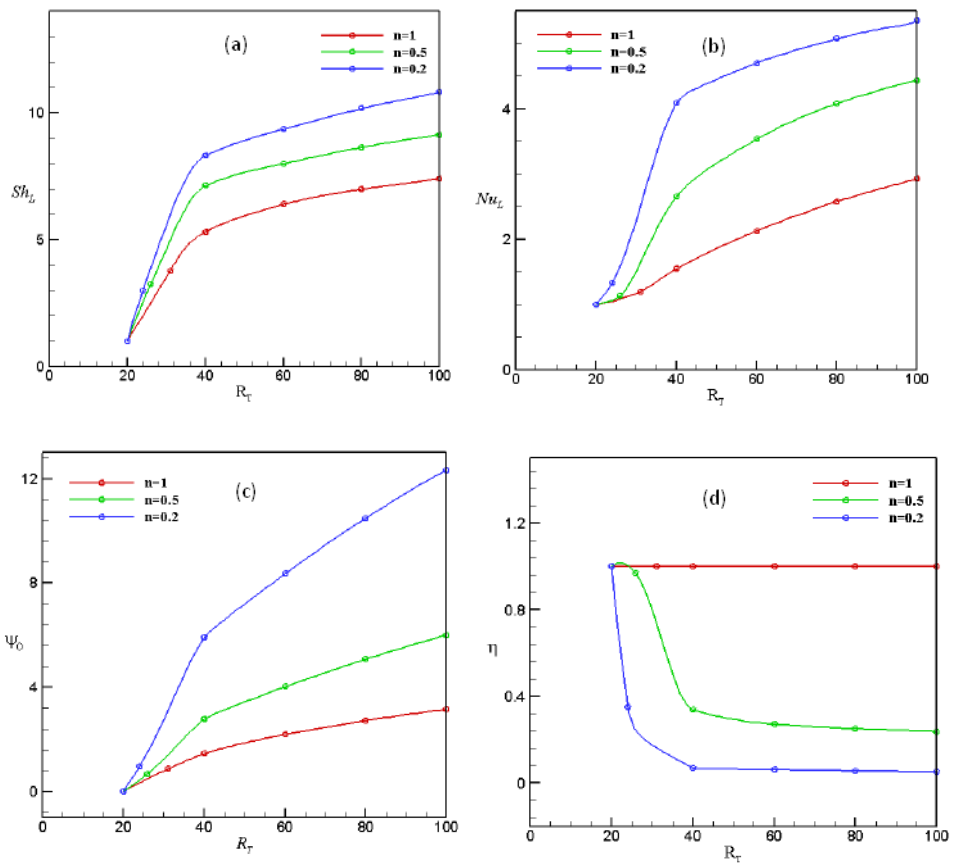


Figure IV.2 : L'effets de n et R_T sur: (a) le nombre Sherwood local, (b) le nombre Nusselt local, (c) l'intensité de l'écoulement et (d) la viscosité apparente pour A=1, E=0.2, s=0.01, a=2, Le=5, N= -0.1.

Pour montrer les effets du paramètre de la loi de puissance n, les résultats présentés sont obtenus pour le paramètre n, (n=0,2 et n=1), les lignes de courant, les isothermes, les isoconcentrations et la viscosité apparente. Sont présentés dans la Figure IV.3 pour R_T=100, Le=5, N= -0.1, s=0.01, E=0.2 et ε=1 et deux diférents valeur de paramètre n.Les résultats montrent clairement que lorsque le paramètre n (n=0.2), la force de la circulation du fluide augmente et elle atteint un maximum, ou Ψ_0=12.078 par rapport au cas newtonien (n=1), Ψ_0=3.146. Les isothermes et les isoconcentrations sont augmentés aussi et ils atteignent un maximum pour (n=0,2). La Figure IV.3 montre clairement que dans le cas ou (n=0,2), la viscosité apparente diminue avec la diminution de la valeur de paramètre n et elle atteint un minimum, Par contre dans le cas newtonien (n=1), la viscosité apparente prend une valeur maximum constante, ou η=1.

Quant à l'effet du paramètre rhéologique *n*, l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur et de la masse par convection sont accentués par la diminution de ce dernier.

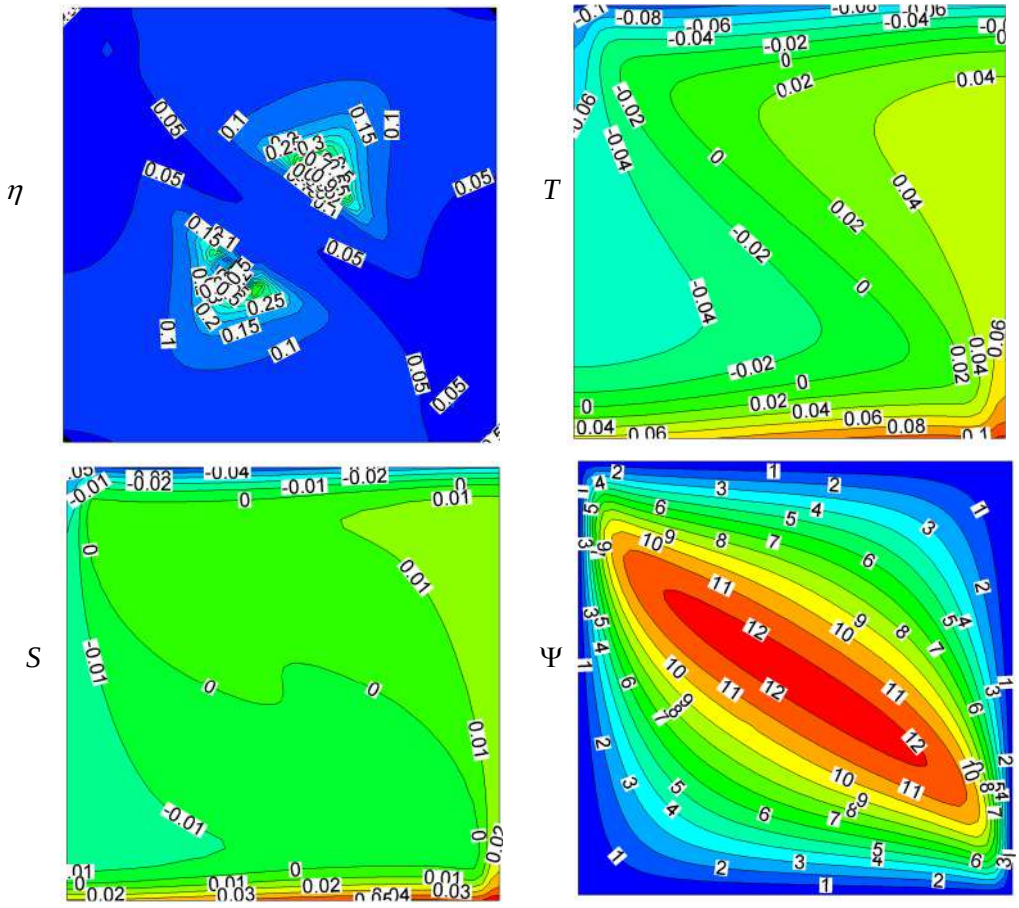


Figure IV.3(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentrations *S* et la viscosité apparente η pour R_T =100, *Le*=5, *N*= -0.1, *s*=0.01, *E*=0.2 et ε=1, *n*=0.2, Ψ_0=12.325, Nu_L=5.355, Sh_L=10.823, η =0.050.

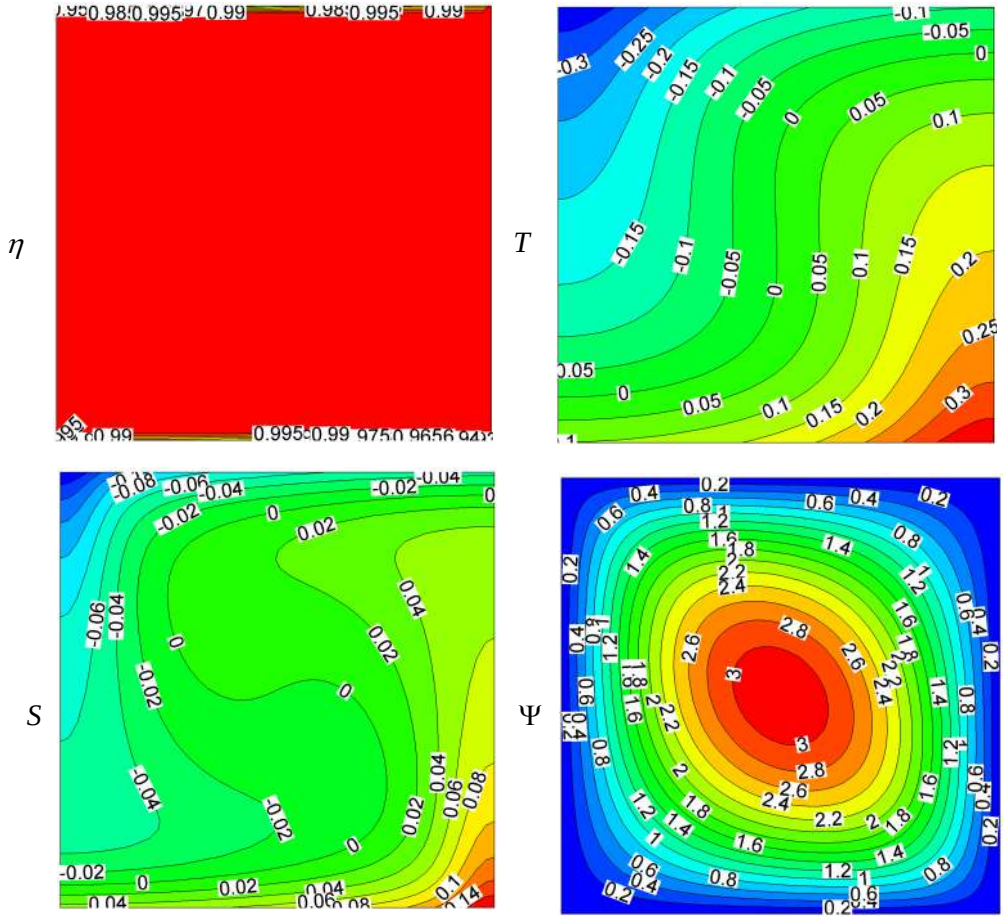


Figure IV.3(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentrations *S* et la viscosité apparente η pour R_T =100, *Le*=5, *N*= -0.1, *s*=0.01, *E*=0.2 et ε=1, *n*=1, Ψ_0=3.146, Nu_L=2.929, Sh_L =7.397, η =1000.

IV.4.2 L'effet de la constant de temps adimensionnelle *E* :

La figure IV.4 montre l'intensité de l'écoulement Ψ_0 , le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η en fonction de nombre de rayleigh R_T, pour des différents valeurs de la constante de temps adimensionnelle *E* .

On constate d'après la Figure IV.4, que les mêmes conclusions que celles tirées dans le cas précèdent (l'effet de *n*), peuvent être dégagées ici pour l'effet de *E*. La seule différence qui existe c'est quedans le cas présent, une augmentation de ce paramètre améliorent les intensité de courant ,les mouvements convectives de transfert de chaleur et le de la masse et on remarque aussi que l'augmentation de *E* diminue de la viscosité apparente tend à

renforcer les mouvements convectifs en réduisant les effets visqueux et ainsi améliorer davantage l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur et de la masse par convection.

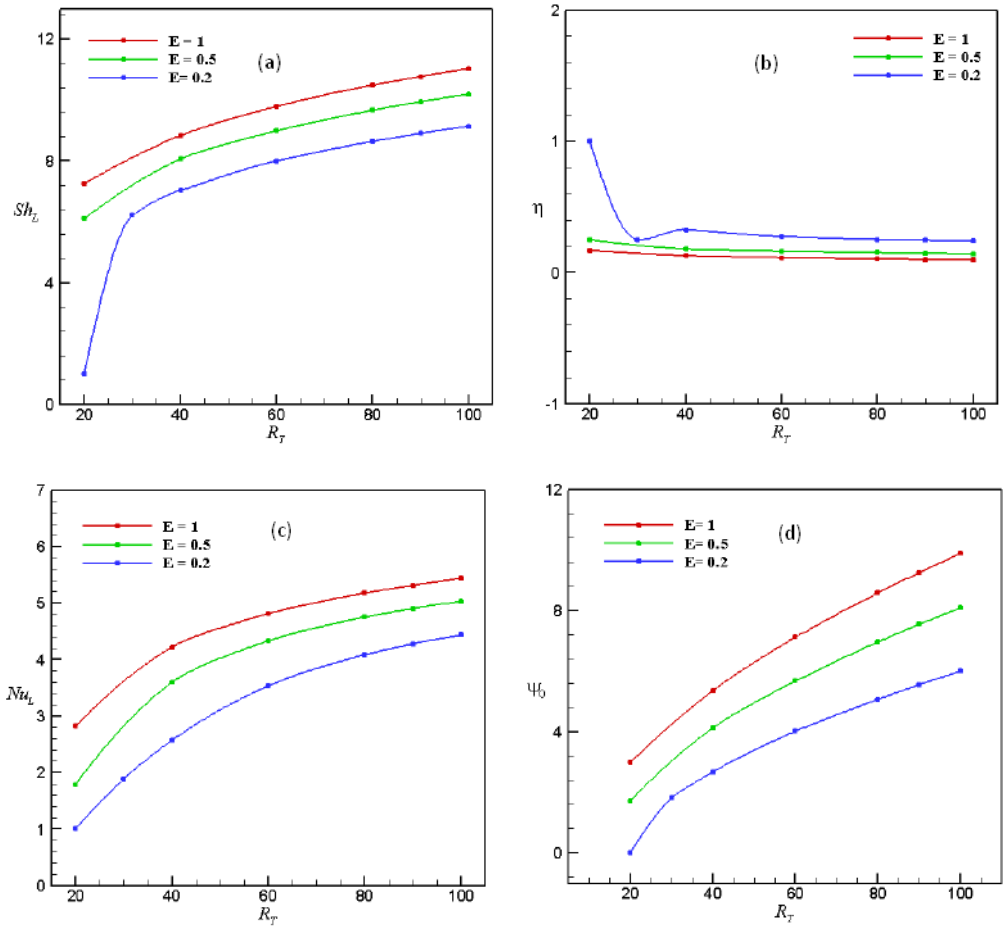


Figure IV.4 : L'effets de E et R_T sur: (a) le nombre Sherwood local, (b) la viscosité apparente, (c) le nombre Nusselt local et (d) l'intensité de l'écoulement pour A=1, n=0.5, s=0.01, a=2, Le=5, N= -0.1.

Pour montrer les effets du paramètre de la constante de temps adimensionnelle E, les résultats présentés sont obtenus pour le paramètre E, (E=0,2 et E=1), les lignes de courant, les isothermes, les isoconcentrations et la viscosité apparente. Sont présentés dans la Figure IV.5 pour R_T=100, Le=5, N= -0.1, s=0.01, n=0.5 et ε=1 et deux diférents valeur de paramètre E. Les résultats montrent clairement que lorsque le paramètre (E=1), la force de la circulation du fluide augmente et elle atteint un maximum, ou Ψ_0=9.887 par rapport au cas (E=0.2), Ψ_0=6.002. Les isothermes et les isoconcentrations sont augmentés aussi et ils atteignent un maximum pour (E=1). La Figure IV.5 montre clairement que dans le cas ou (E=0.2), la

viscosité apparente diminue avec l'augmentation de la valeur de paramètre *E* et elle atteint un minimum, Par contre dans le cas (*E*=1), la viscosité apparente prend une valeur maximum.

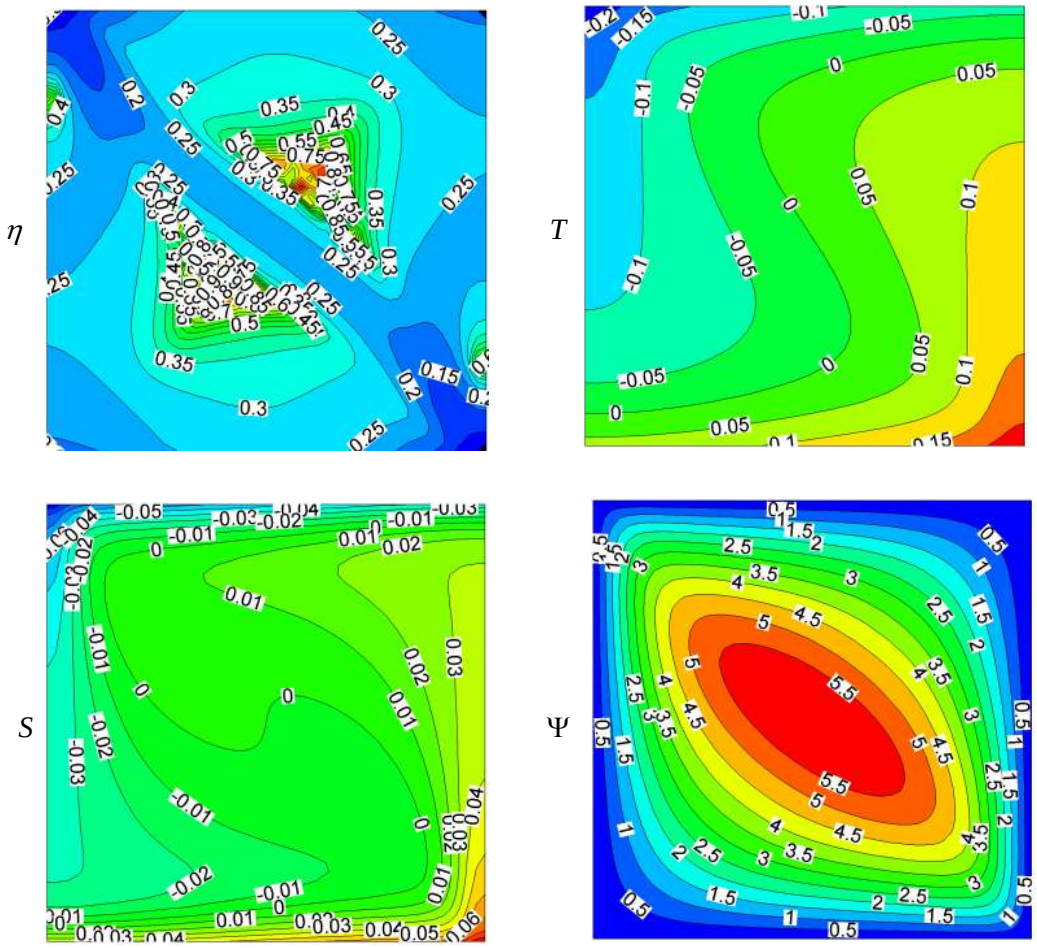


Figure IV.5(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentrations *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *Le*=5, *N*= -0.1, *s*=0.01, *n*=0.5 et ε=1, *E*=0.2, Ψ_0=6.002, Nu_L=4.439, Sh_L =9.138, η =0.238.

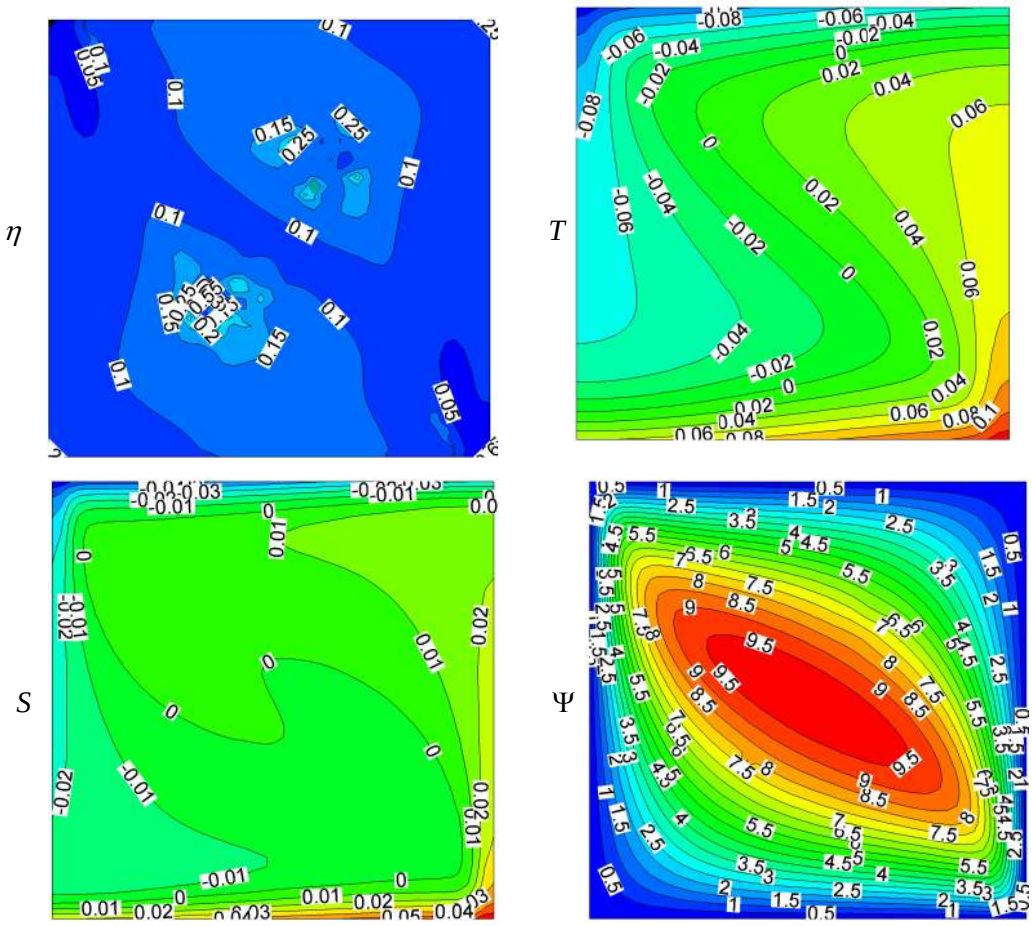


Figure IV.5(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentrations *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *Le*=5, *N*= -0.1, *s*=0.01, *n*=0.5 et ε=1, *E*=1, Ψ_0=9.887, Nu_L=5.439, Sh_L=11.036, η =0.095.

IV.4.3 L'effet de paramètre *a*

La figure IV.6 montre l'évolution de l'intensité de l'écoulement Ψ_0, le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η. En fonction de nombre de rayleigh R_T. Pour différents valeurs de paramètre *a*. L'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux sont illustré sur la Figure IV.6 (a)-(b) Comme on peut l'observer, une diminution de ce paramètre conduit à une légère amélioration de transfert de chaleur et de la masse par convection. Par contre on observe une augmentation monotone de transfert de chaleur et de la masse dans le cas ou (a=0.5) Cette constatation trouve son explication dans l'équation (II.21). En effet, pour les faibles valeurs de *a* ($a\rightarrow0$), la viscosité apparente $\eta\rightarrow s$.

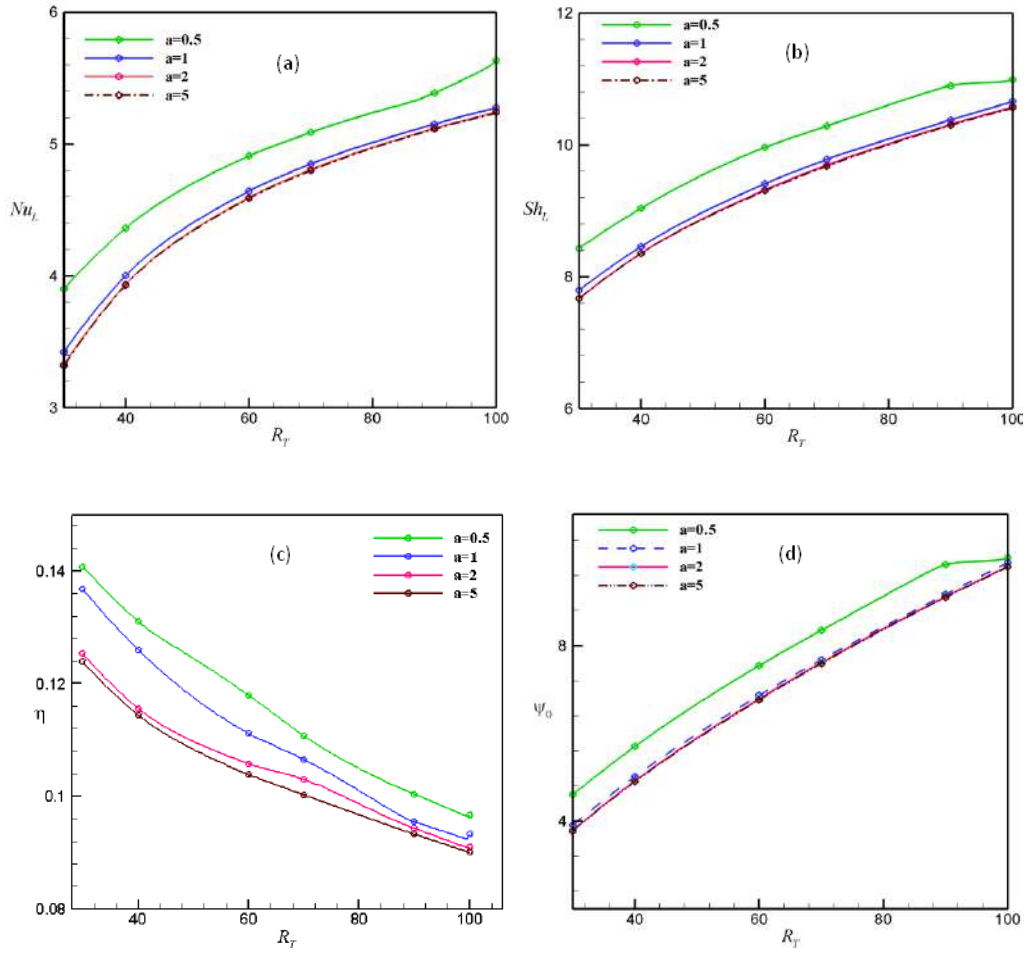


Figure IV.6 : L'effets de *a* et R_T sur: (a) le nombre Sherwood local, (b) le nombre Nusselt local, (c) la viscosité apparente et (d) l'intensité de l'écoulement pour A=1, n=0.4, s=0.01, E=0.4, Le=5, N= -0.1.

IV.4.5 L'effet de paramètre *s* :

La figure IV.7 montre l'évolution de l'intensité de l'écoulement Ψ_0, le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η. En fonction de nombre de rayleigh R_T. Pour différents valeurs de paramètre *s*. L'effet du paramètre rhéologique *s* sur les caractéristiques de l'écoulement et les transferts de chaleur et de la masse est maintenant considéré pour les valeurs, n =0.4, a =2 et E =0.4. Les Figure IV.7(a)(c)(d) illustre que si : On démunie la valeur de paramètre *s* l'intensité de l'écoulement et les transferts de chaleur et de la masse augmentent et pour la viscosité apparent FigureIV.7 (b) elle démunie avec la démunissions de le nombre de paramètre *s* On constate également

que l'intensité de l'écoulement et le transfert de chaleur par convection sont favorisés par la diminution du paramètres.

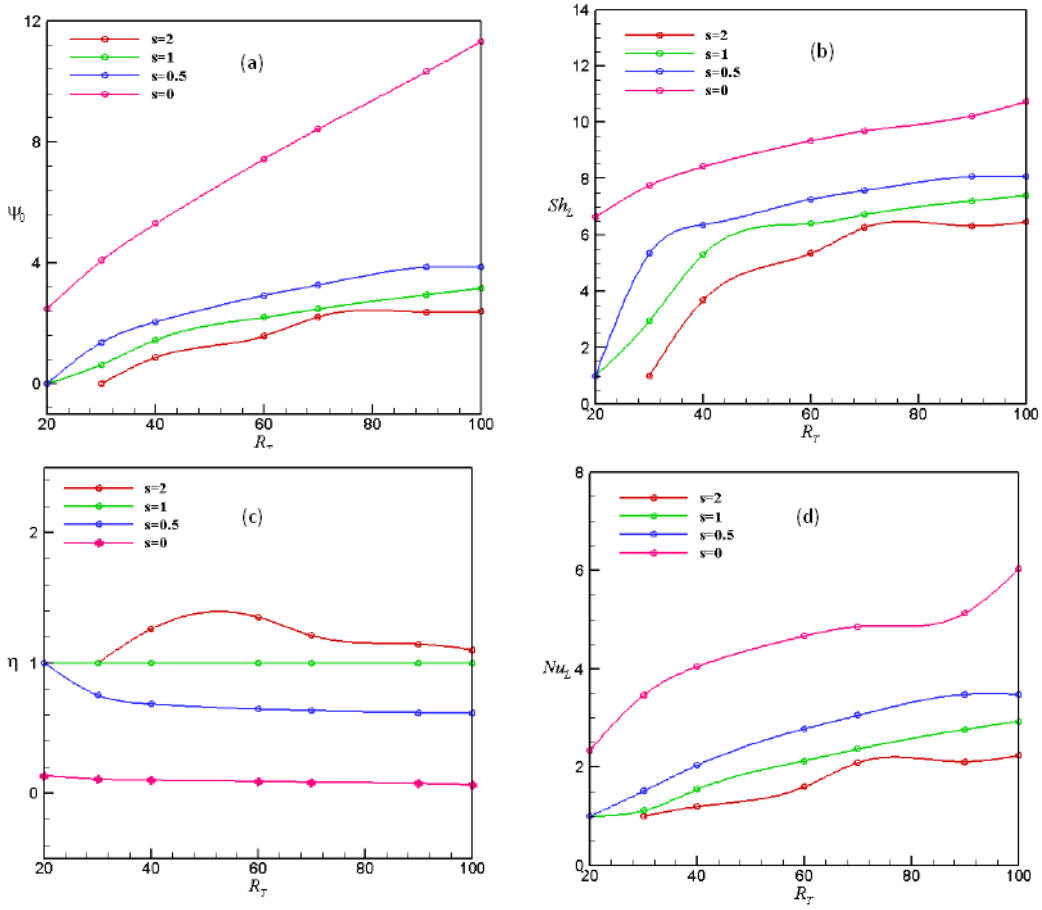


Figure IV.7 : L'effets de *s* et R_T sur: (a) l'intensité de l'écoulement, (b) la viscosité apparente, (c) le nombre Nusselt local et (d) le nombre Sherwood local pour A=1, n=0.4, E=0.4, a=2, Le=5, N= -0.1.

Pour montrer les effets du paramètre *s*, les résultats présentés sont obtenus pour le paramètre *s*, (*s*=0 et *s*=1), les lignes de courant, les isothermes, les isoconcentrations et la viscosité apparente. Sont présentés dans la Figure IV.8 pour R_T=100, Le=5,N= -0.1, n=0.4, E=0.4 et ε=1 et deux diférents valeur de paramètre *s*. Les résultats montrent clairement que lorsque le paramètre *s* (*s*=0), la force de la circulation du fluide augmente et elle atteint un maximum, ou Ψ_0=11.318 par rapport au cas newtonien (*s*=1), Ψ_0=3.146. Les isothermes et les isoconcentrations sont augmentés aussi et ils atteignent un maximum pour (*s=0*). La Figure IV.3 montre clairement que dans le cas ou (*s=0*), la viscosité apparente diminue avec la diminution de la valeur de paramètre set elle atteint un minimum, Dans le cas newtonien (*s*=1), la viscosité apparente prend une valeur constante, ou η=1.

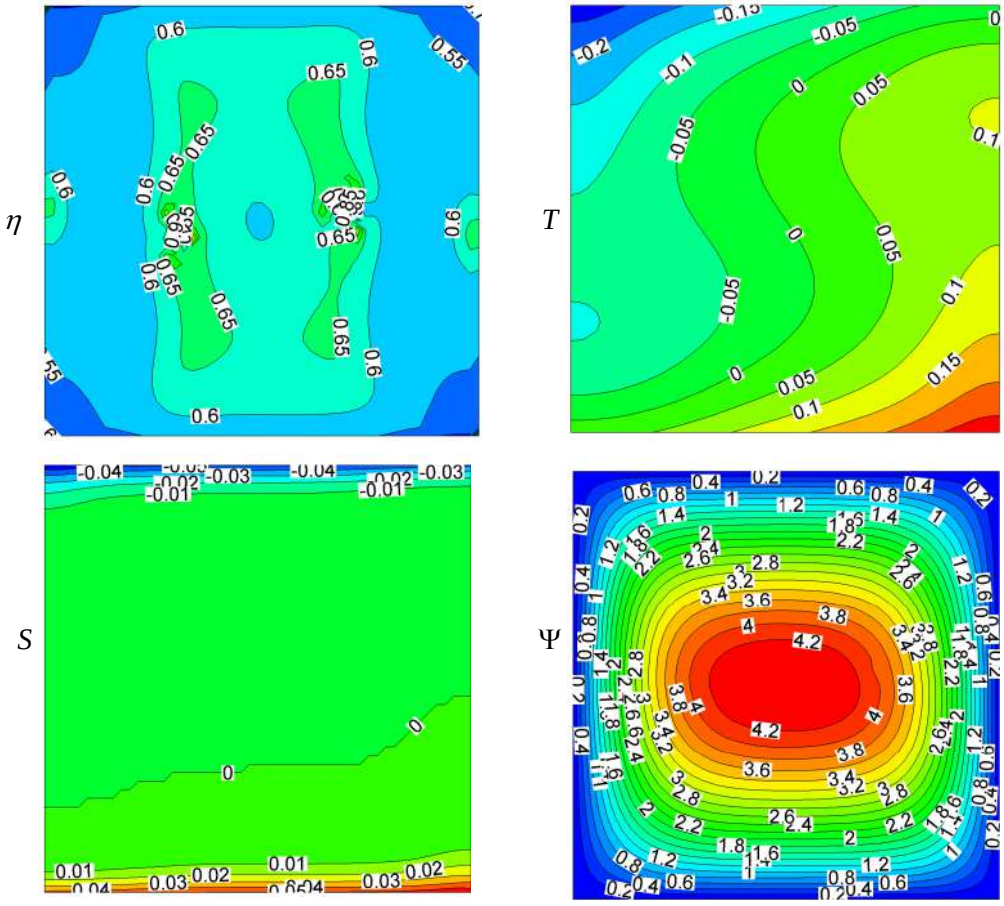


Figure IV.8(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentrations *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *Le*=5, *N*= -0.1, *n*=0.4, *E*=0.4 et ε=1. *s*=0, Ψ_0=11.318, Nu_L=6.030, Sh_L=10.729, η =0.063.

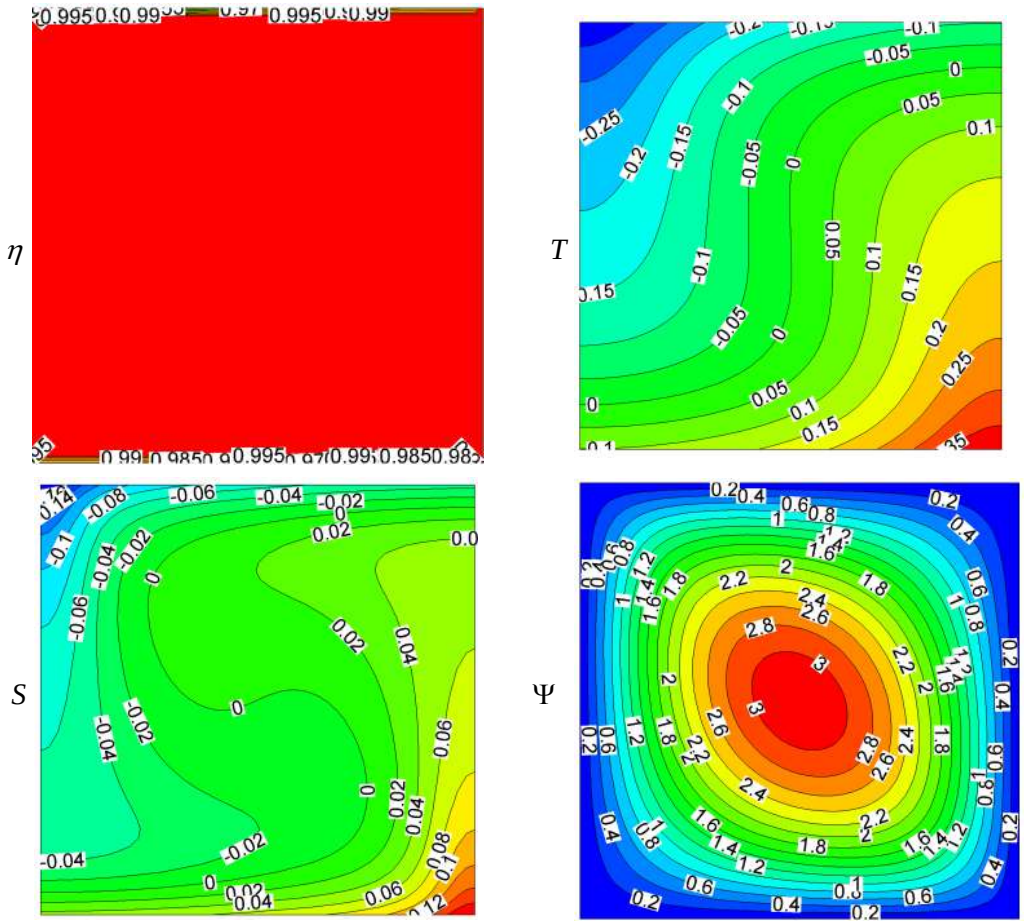


Figure IV.8(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentrations *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *Le*=5, *N*= -0.1, *n*=0.4, *E*=0.4 et ε=1. *s*=1, Ψ_0=3.146, Nu_L=2.929, Sh_L =7.397, η =1.000.

IV.4.6 L'effet du rapport des forces de volume *N* :

La figure IV.9 montre l'évolution de l'intensité de l'écoulement Ψ_0, le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η. En fonction de nombre de force de volume *N*, Pour différents valeurs de paramètre *n*. Le rapport *N*, varie entre -5 à 4. Les Figures IV.9(a)-(d) apparaît clairement que pour des valeurs de *N*>1 les forces de volume solutales sont à l'origine de l'écoulement, Quand *N*=0 le mouvement de convection n'est induit que par des effets thermiques seulement, lorsque N augmente de -5 à -2, Nu_L et Sh_L ressentent constante à Sh_L=Nu_L = 1 c'est-à-dire le mouvement convectif est absent, d'autre part lors de l'augmentation de *N* au-dessus de *N* = -2 Nu_L et Sh_L augmentent de

façon monotone. Comme on observe que si N=0 la viscosité apparente η (η→0) et l'intensité de l'écoulement augmente Ψ_0 ($\Psi_0 \rightarrow \Psi_{max}$), voir les Figures IV.9(b)-(c)

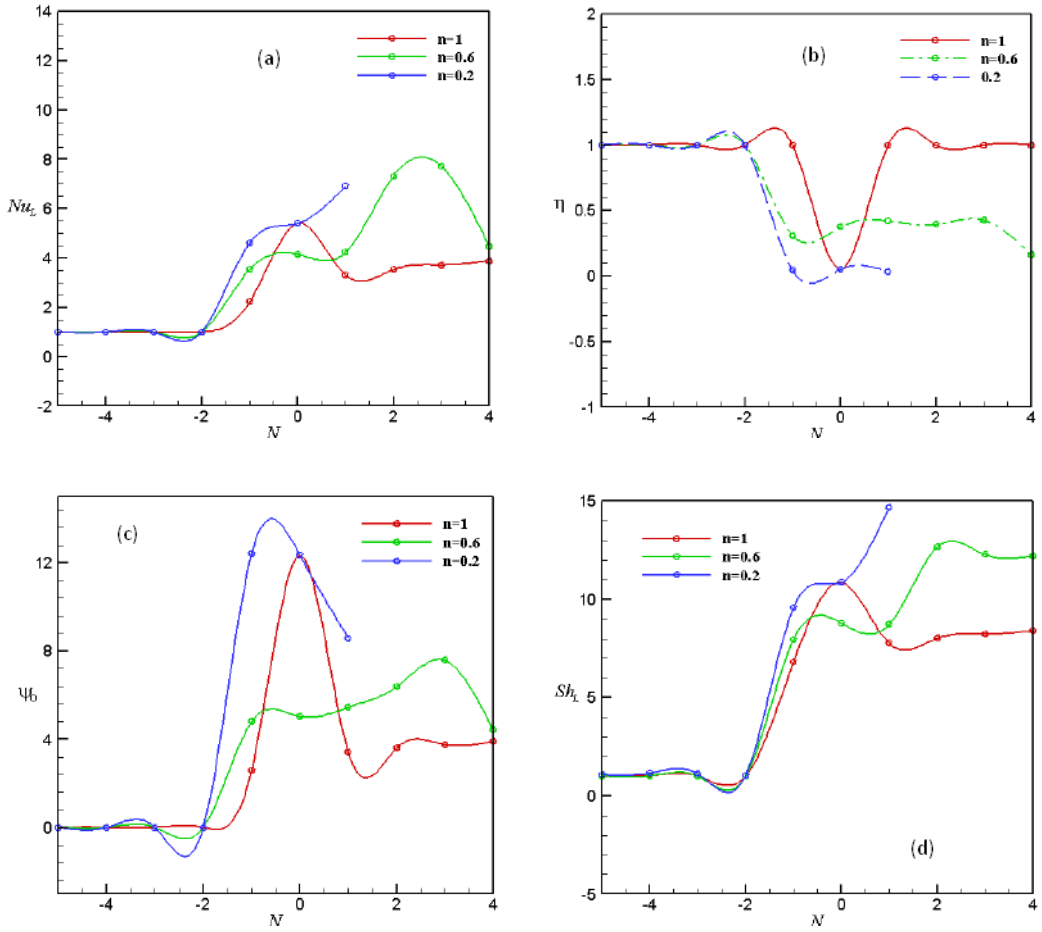


Figure IV.9 : L'effet de N sur: (a) le nombre Nusselt local, (b) la viscosité apparente , (c) l'intensité de l'écoulement et (d) le nombre Sherwood local, pour différentes valeurs de n et A=1, E=0.2, s=0.01, a=2, Le=5.

I.4.7 L'effet de nombre de Lewis *Le* :

La figure IV.10 montre l'évolution de l'intensité de l'écoulement Ψ_0, le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η. En fonction de nombre de Lewis Le. Pour différents valeurs de paramètre n et nombre de Rayleigh R_T =100.

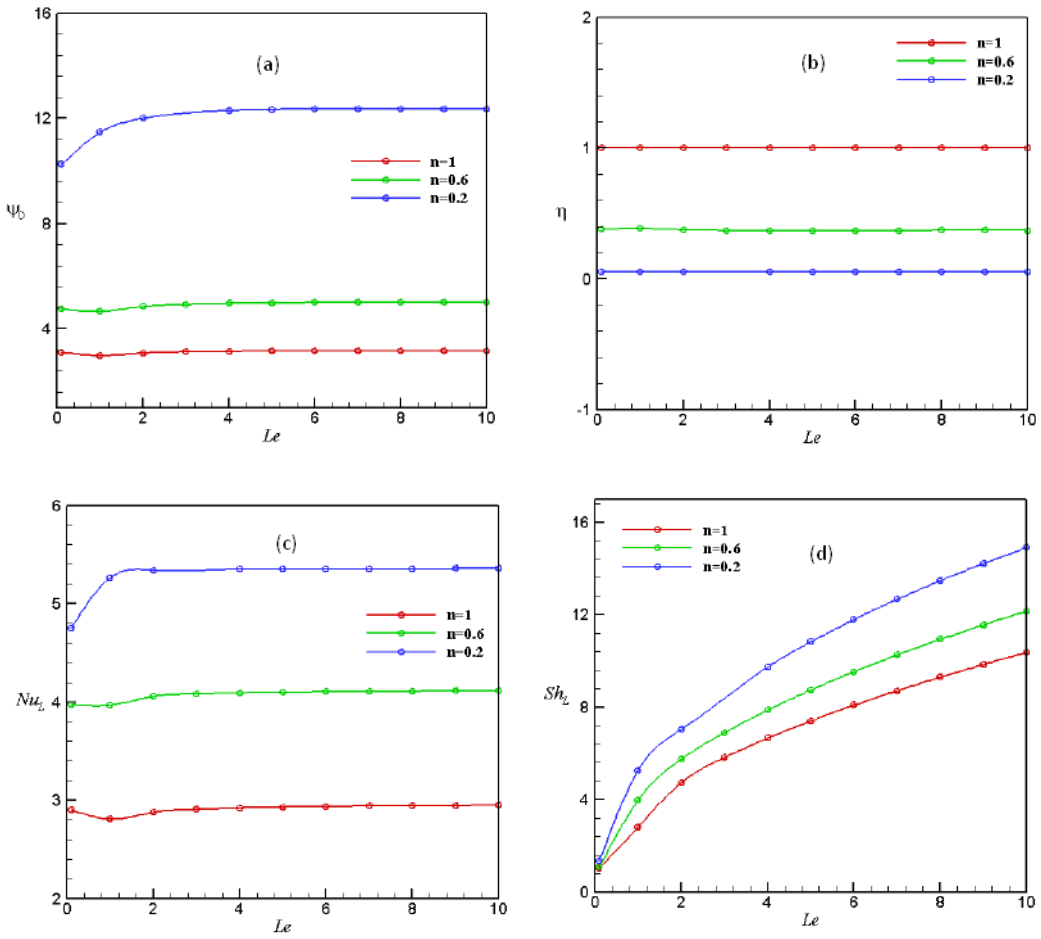


Figure IV.10 : L'effet de *Le* sur: (a) l'intensité de l'écoulement, (b) la viscosité apparente, (c) le nombre Nusselt local et (d) le nombre Sherwood local, pour différentes valeurs de *n* et A=1, E=0.2, s=0.01, a=2, N= -0.1.

Dans ce cas l'influence du nombre de Lewis sur le transfert de chaleur et de la masse ainsi que l'intensité de l'écoulement et la viscosité apparente sont également analysées. Le nombre de Lewis varie entre $0.1 < Le < 10$. Les Figures IV.10(a)-(b) apparaissent clairement que le nombre de Lewis *Le* n'influence pas sur la viscosité apparente η et l'intensité de l'écoulement Ψ_0, lorsque la valeur de *Le* augmente, le nombre de Sh_L augmente de façon monotone, voir la Figure IV.10(d). Le Nombre de Lewis détermine le rapport de la diffusivité thermique sur la diffusivité massique.

Pour montrer les effets de nombre de Lewis *Le*, les résultats présentés sont obtenus pour (*Le*=10 et *Le*=5), les lignes de courant, les isothermes, les isoconcentrations et la viscosité apparente. Sont présentés dans la Figure IV.11 pour R_T=100, n=0.6, N= -0.1, s=0.01, E=0.4 et ε=1 et deux diférents valeur de paramètre *Le*. Les résultats montrent

clairement que lorsque la valeur de *Le* augmente la force de la circulation et les isothermes augmentent légèrement, les isoconcentrations ont des comportements différents, on peut observer à partir de la Figures IV.11, le transfert de masse est dominé par la convection, $Nu_L < Sh_L$.

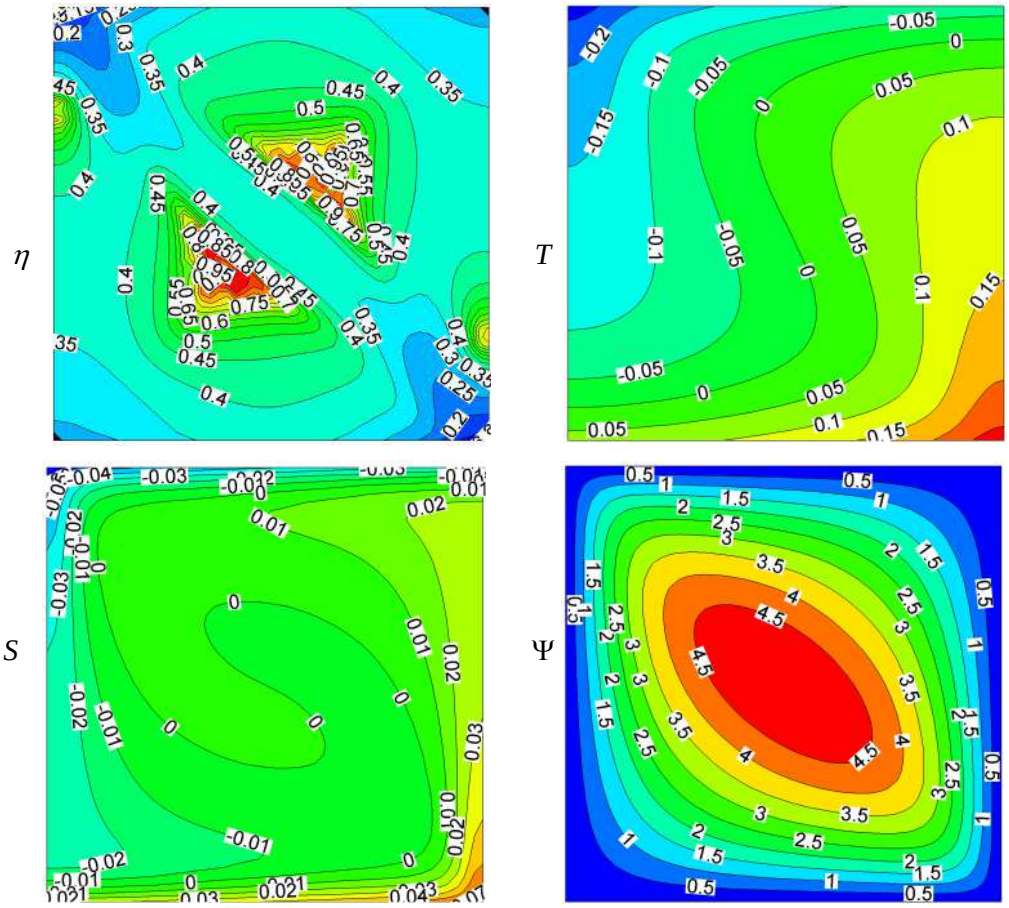


Figure IV.11(a) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentration *S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *n*=0.6, *N*= -0.1, *s*=0.01, *E*=0.2 et ε=1. *Le*=10, Ψ_0=5.008, Nu_L=4.112, Sh_L=12.147, η =0.368.

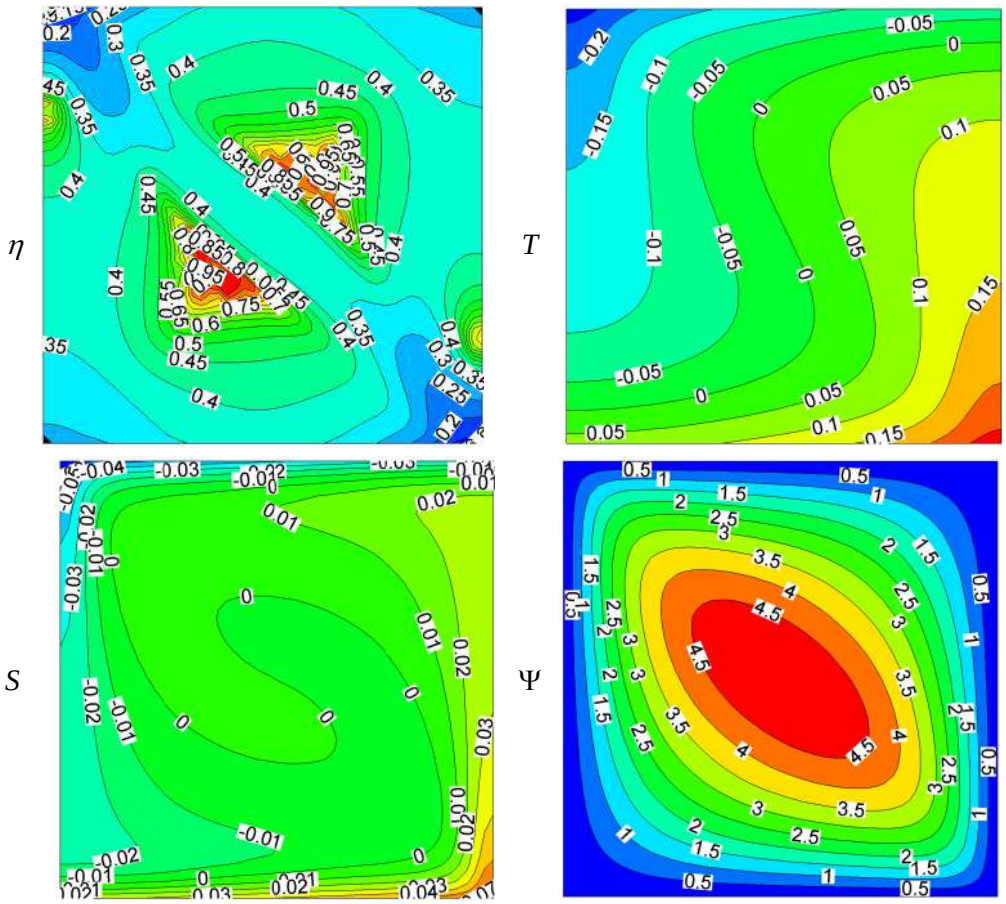


Figure IV.11(b) : Les lignes de courant Ψ, isothermes *T*, isoconcentration*S* et la viscosité apparente η pour R_T=100, *n*=0.6, *N*= -0.1, *s*=0.01, *E*=0.2 et ε=1. *Le*=5, Ψ_0=4.981, Nu_L=4.098, Sh_L =8.738, η= 0.366.

IV.4.8 L'effet de l'inclinaison :

Les Figures IV.12 et IV.13 montrent l'évolution de l'intensité de l'écoulement Ψ_0, le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η. En fonction de nombre de l'angle de l'inclinaisonΦ. Pour différents valeurs des paramètres *n* et *s*. Les Figures IV.12(a)-(b)-(c)-(d) et IV.13(a)-(b)-(c)-(d) apparaissent clairement que les valeurs de l'angle de l'inclinaison n'influencent pas sur l'intensité de l'écoulement Ψ_0, le nombre de Nusselt local Nu_L, le nombre de sherwood local Sh_L et la viscosité apparente η. Pour les effets des paramètres *n* et *s*

❖ L'effet de *n* :

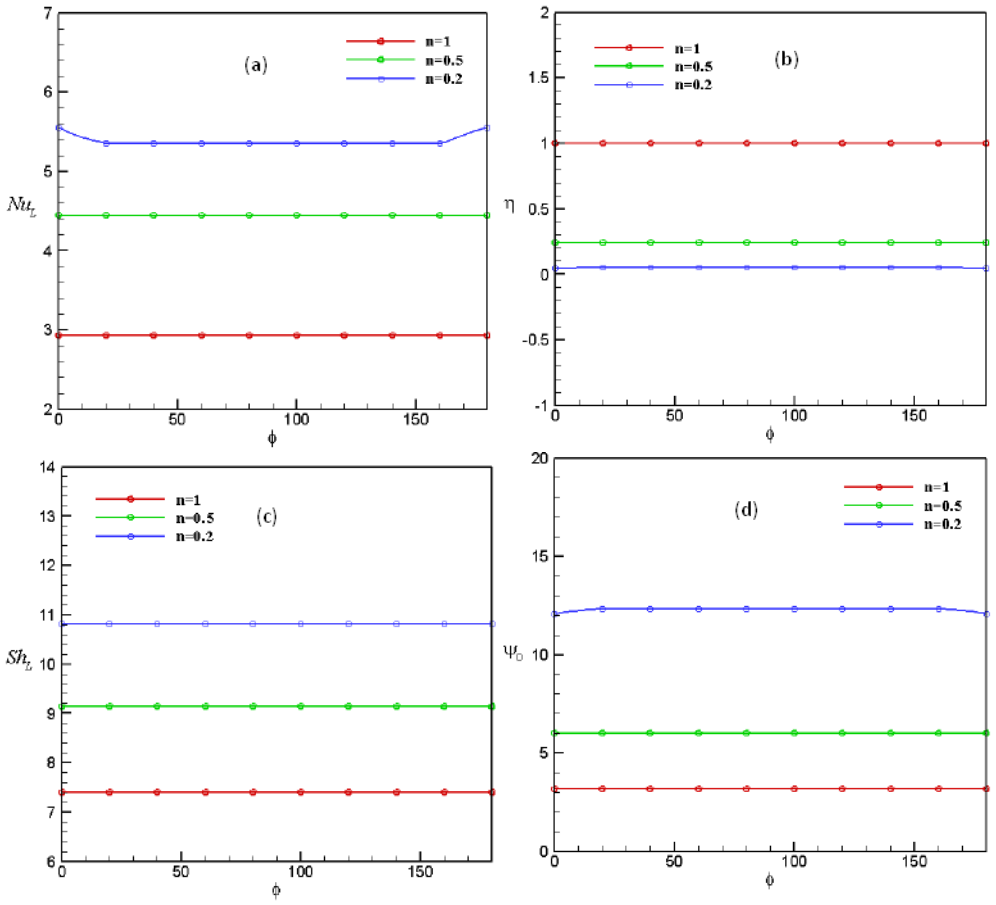


Figure IV.12 : diagramme de bifurcation: (a) Nusselt local versus R_T, (b) la viscosité apparente versus R_T, (c) intensité de l'écoulement versus R_T et (d) Sherwood local versus R_T, pour différentes valeurs de a avec A=1, n=0.5, s=0.01, a=2, Le=5, N= -0.1.

❖ L'effet de *s* :

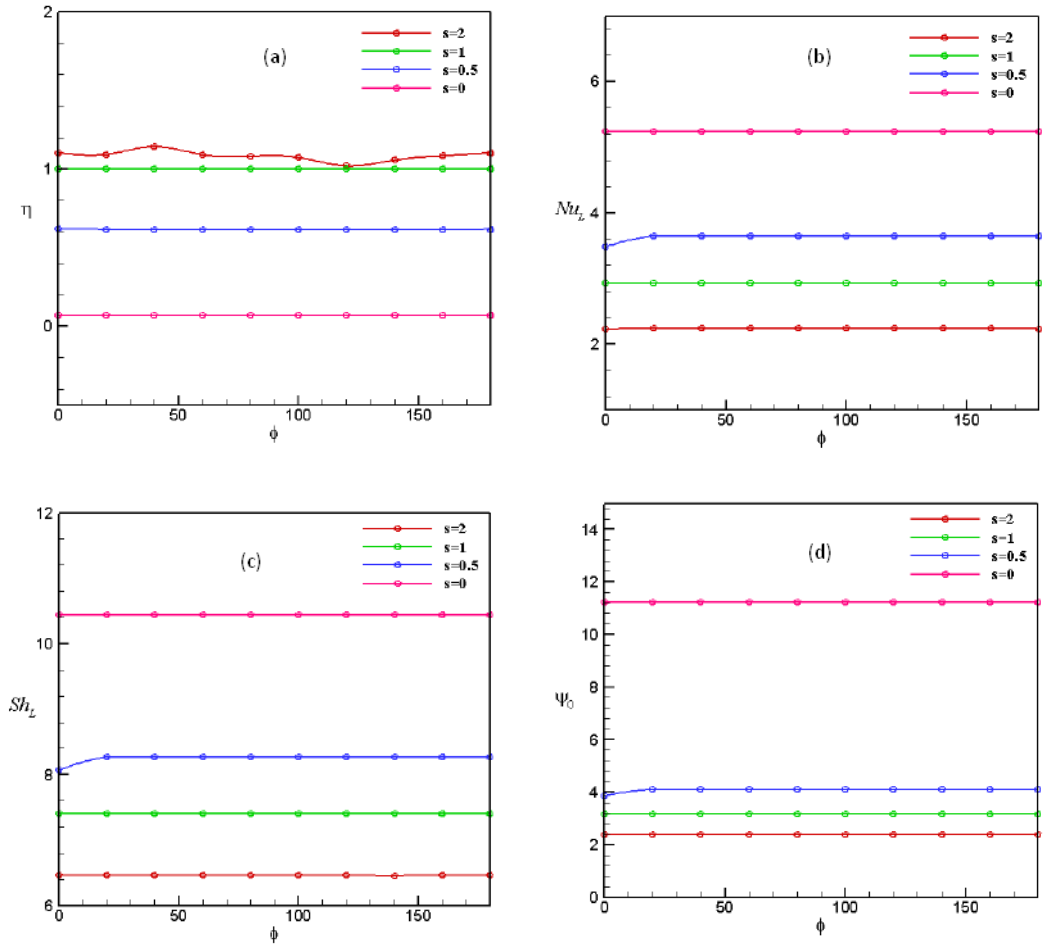


Figure IV.13 : diagramme de bifurcation: (a) Nusselt local versus R_T, (b) la viscosité apparente versus R_T, (c) intensité de l'écoulement versus R_T et (d) Sherwood local versus R_T, pour différentes valeurs de *a* avec A=1, n=0.5, s=0.01, a=2, Le=5, N= -0.1.

IV.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, une étude numérique de la convection naturelle a été menée dans une cavité carrée remplie d'un fluide non-newtonien obéissant au modèle de Carreau-Yasuda. Les résultats des simulations montrent que la circulation du fluide et le transfert convectif sont très affectées par les différents paramètres rhéologiques du modèle de CY. L'apparition de la convection thermique et massique dépend aussi des paramètres rhéologiques du modèle considéré. En effet, cette dernière est accentuée au fur et à mesure que le fluide devient de plus en plus rhéofluidifiant.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire nous a permis d'étudier numériquement les transferts de chaleur et de la masse dans un milieu poreux saturé par un fluide non-Newtonien dans une cavité carrée chauffée et salée par le bas a été effectuée. Des conditions aux frontières de type Neumann (flux de chaleur et de masse constants) ont été considérées. On a utilisé le modèle (CY) Carreau-Yasuda pour nous ont permis de mieux appréhender les effets des paramètres rhéologiques sur le phénomène de la convection thermosolutale au sein du milieu poreux.

Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement par un code de calcul FORTRAN 77 basé sur la méthode des différences finies. L'intensité de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse sont exprimés en termes des paramètres de contrôle du problème. Ces paramètres étant le nombre de Rayleigh thermique $R_{T,}$ le rapport de force de volume N, le nombre de Lewis Le, l'angle d'inclinaison et les paramètres rhéologiques n, E, a, s.

Les principales conclusions de la présente investigation sont résumées comme suit:

✓ D'après cette étude on conclue que le modèle de Carreau-Yasuda n'est pas valable pour les milieux poreux, mais il est valable seulement pour les traitements des fluides non-Newtoniens dans les milieux fluides.

✓ Une diminution de l'indice de loi de puissance n, et une augmentation constante de temps E, améliore le caractère rhéofluidifiant du fluide et provoque le déclenchement précoce de l'intensité de l'écoulement.

✓ Les nombres de Nusselt et de Sherwood sont sensibles à la fois à l'indice de loi de puissance n et à la constante de temps adimensionnelle E. Toutefois, une diminution de n, et une augmentation de E améliore considérablement le taux des transferts de chaleur et de masse par convection.

✓ Une diminution des paramètres rhéologiques s et a améliorent le taux des transferts de chaleur et de masse par convection. Cependant, l'effet de ces paramètres est moins important en comparaison avec ceux de n et E.

✓ Pour les fluides rhéofluidifiants obéissant au modèle de Carreau-Yasuda, le seuil de la convection naturelle est le même que celui des fluides Newtoniens.

Recommandations et perspectives

Les perspectives envisagées sont nombreuses:

- ce travail reste académique en l'absence des résultats expérimentaux. Il serait donc souhaitable de conduire des expériences avec des fluides non-Newtoniens (obéissant au modèle de Carreau-Yasuda) afin de rendre réaliste les conclusions de cette étude.

- Il serait aussi intéressant de considérer des configurations géométriques autres que celles étudiées dans ce mémoire. En gardant le même type de fluide et les mêmes conditions aux frontières.

- Elaborer un code numérique en 3D afin d'étudier l'effet tridimensionnel.

REFERENCES BIBLIOGHRAPHIQUES

Références bibliographiques

[1] Nield D. A. and Bejan A., (2006). Convection in Porous Media, Springer-Verlag.

[2] Nield. D. A., (1968). Onset of Thermohaline Convection in Porous Medium, Water Resources Research, 4, 553-560.

[3] Trevisan O., V. and Bejan A., (1985). Natural Convection with Combined Heat and Mass Transfer Buoyancy Effects in a Porous Medium, Int. J. Heat and Mass Transfer, 28, 1597-1611.

[4] Mamou M., Vasseur P., and Bilgen E., (1995). Multiple Solutions for Double-Diffusive Convection in a Vertical Porous Enclosure: Int. J. Heat and Mass Transfer, 38, 10, 1787-1798.

[5] Mamou M.,Vasseur P., Bilgen E. and Gobin D.,(1995). Double-Diffusive Convection in an Inclined Slot Filled with Porous Medium, Eur. J. Mechanics, B/Fluids, 14, 629-652.

[6] Mamou M., Vasseur P and Bilgen E. (1998). A Galerkin Finite-Element Study of The Onset of Double-Diffusive Convection in an Inclined Porous Enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer, 41, 1513–1529.

[7] Parmentier, E.M., Turcotte, D.L., "Studies of finite amplitude non-Newtonian thermal convection with application to convection in the earth mantle", J. Geophys. Res.:Solid Earth Planets,V.81,(1976), 1839-1846.

[8] Christensen, U., "Convection in a variable viscosity fluid: Newtonian versus power-law rheology", Earth planet. Sci. Lett.,V.64,(1983), 153-162.

[9] Lamsaadi, M., Naimi, M., Hasnaoui, M., Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below, Heat Mass Transfer,V.41,(2005), 239-249.

[10] Alloui Z., Dufaua L., Beji H., Vasseur P., Multiple steady states in a porous enclosure partially heated and fully salted from below Int. J. of Therm. Sci. vol. 48, pp. 521–534, 2009.

[11] Ben Khelifa, N., Alloui, Z., Beji, H., Vasseur, P., Natural convection in a horizontal porous cavity filled with a non-Newtonian binary fluid of power-law type, J. Non-Newtonian Fluid Mech.,V.169-170,(2012), 15–25.

[12] Khechiba K, Mamou M, Hachemi M, Delenda N, and Rebhi R., Effect of Carreau-Yasuda rheological parameters on subcritical Lapwood convection in horizontal porous cavity saturated by shear-thinning fluid, Physics of Fluids 29, 063101(2017).

[13] Frank P. Incropera., Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 6th ed, (2005), 1070 p.

[14] www.patricebacchin.fr/images/doc/teach/intro_tdm.pdf.

[15] http://tech-alim.univ-lille1.fr/intro_gia/co/ch02_02.html.

[16] R. E.Collins, « Flow of Fluids through Porous Materials », Reinhold, New York., 1961.

[17] Salazar G., Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : prise en compte de la pression du liquide, Thèse de Doctorat, Ecoule Nationale Supérieure D'arts et Métiers (2006).

[18] Lefebvre B., Ecoulement multi phase en milieux poreux, (2003).

[19] E. Scheidegger, « The Physics of f low through porous media ». 3rd Edition, University of Toronto Press, (1974).

[20] Coux M., "Contribution a l'étude de la diffusion thermo gravitationnelle en milieu Poreux", Thèse de Doctorat (1997)

[21] Chhabra, R.P., Richardson, J.F., Fundamentals and Engineering Applications, Butterworth-Heinemann, (1999), 436 p.

[22] Ben Azouz Ahmed, K., Relation entre propriétés rhéologiques et structure microscopique de dispersions de particules d'argile dans des dispersions de polymères, Université de haute Alsace, Thèse de Doctorat,(2010).

[23] Bird, B.R., Armstrong, R.C., Hassager, O., Dynamics of Polymeric Liquids, John Wiley and Sons Inc., New York, (1987), p.

[24] Baird, C.G., Collias, D.I., "Polymer Processing: Principles and Design", John Wiley & Sons, New York, (1988), p.

[25] Frenkel, S.P, Convergence rates of iterative treatments of partial differential equation, Math Tables and Other Aids to Computations, 4,65-75, (1950)

[26] M.P. Escudier, R.J. Poole, F. Presti, C. Dales, C. Nouar, C. Desaubry, L. Graham, L. Pullum, Observations of asymmetrical flow behaviour in transitional pipe flow of yield-stress and other shear-thinning liquids, J. Non-Newt. Fluid Mech. 127 (2005) 143-155.