REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de Technologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique

Identification des fissures dans les poutres par analyse fréquentielle

---

Présenté par
Abdenour HANOUN
Slimane BENNOUR

Proposé et dirigé par
Dr Nasreddine AMOURA

Promotion 2019

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier **ALLAH** *pour nous avoir guidés vers le bon chemin de la lumière et du savoir et pour nous avoir donné du courage, de la volonté afin de pouvoir réaliser ce modeste travail.*

Nos remerciements à nos parents, pour leurs soutiens et leurs encouragements pendant toute la vie et qui continueront à nous aider dans tous les projets de l'avenir. Ainsi que tous les membres de nos familles qui ont participé de près ou de loin à nous encourager et nous aider dans notre projet.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre promoteur ***Dr. Nasreddine AMOURA*** *pour l'encadrement de ce mémoire son aide, sa patience et sa confiance qu'elle nous a accordée. Nous tenons à remercier : les membres de jury pour avoir accepté de juger notre travail.*

Tenons à remercier également ***Dr. Redha REBHI*** *pour leur disponibilité et leurs orientations précieuses, et à tous les enseignants du département de Génie mécanique.*

Enfin nous remercions tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

« MERCI »

Dédicaces

Tout d'abord je tiens à rendre grâce à **ALLAH** *qui m'a guidé sur la bonne voie.*

Je dédie avec grand plaisir, ce modeste travail à :

Je puisse les honores ;

A mon père ;

A ma chère mère ;

A mes frères et mes chères sœurs ;

*A tout la famille (**BENNOUR**) et la famille (**SAMAH**) ;*

*A particulièrement mon cousin **Nabil** ;*

*A mes amis **Islam** et **Hamid** ;*

Et à tous les amis sans exception ;

*A mon binôme **Abdenour***

Et à Tous mes collègues génie mécanique promotion 2019.

Slimane BENNOUR

Dédicaces

Tout d'abord je tiens à rendre grâce à **ALLAH** *qui m'a guidé sur la bonne voie.*

Je dédie avec grand plaisir, ce modeste travail à :

Je puisse les honores ;

A mon père ***Bachir*** *;*

A ma chère mère ***Hassina*** *;*

A mes frères et ma chère sœur ***Cilia*** *;*

A tout la famille ***HANOUN*** *;*

A tous mes amis(e) sans exception ;

A mon binôme ***Slimane*** *;*

A Tous mes collègues génie mécanique avec qui j'ai partagé les meilleurs moments.

.

Abdenour HANOUN

Résumés

ملخص:

الكسر عن طريق الانشقاق هو أحد الأضرار الرئيسية التي تؤدي الى تعطل الأجهزة والهياكل الميكانيكية، فغالبا ما يحدث الانكسار في أعمدة المحركات بسبب الإرهاق المادي، ويمكن استخدام خصائص الاهتزاز المختلفة للكشف عن الشروخ فيها. غير أن هناك سؤالا لا يزال مطروحا عن أكثر الخصائص حساسية التي يمكن استخدامها في الكشف عن الأضرار. يتمحور العمل الحالي، حول تحليل ترددات الاهتزاز لعارضة باستخدام برنامج ANSYS 16.0، ويتم استخراج أول ثلاثة ترددات طبيعية للاهتزاز العرضي و بناء عليه يتم مقارنة خصائص العارضة السليمة (الخالية من الشقوق) والمتضررة (التي تحتوي على شرخ). عمليا يتم اقتراح استراتيجية باستخدام التردد الطبيعي الأول للاهتزازات العرضية لتحديد مكان وعمق الشرخ في العارضة.

الكلمات المفتاحية: تردد طبيعي، عارضة، شرخ، عناصر متناهية، الاهتزازات.

Abstract

Crack is one of the major damage that lead to failure of machine components. Today, failure of shaft mostly takes place due to material fatigue. Different characteristics of vibration can be used to detect crack in beams. However, a question remains that which is most sensitive that could be used for damage detection .In present work, a modal analysis of a beam using Ansys16.0 is released and first three natural frequencies of transverse mode are extracted. Based on which the behavior of healthy and cracked beam is compared, and a practical strategy is proposed using the first natural frequency of transverse vibrations to detect crack in cantilever shaft beam

Key words: natural frequencies, beam, crack, finite element, vibrations.

Résumé

La fissuration est l'une des principaux dommages qui conduisent à la rupture des composants de machines. Aujourd'hui, la rupture d'un arbre est due, principalement, à la fatigue structurelle. Les caractéristiques vibratoires peuvent être utilisées pour détecter la fissure dans les poutres. Cependant, une des questions qui reste posée est lequel est le plus sensible pour la détection des dommages (fissures). Dans présent le travail, l'analyse par éléments finis d'une poutre utilisant ANSYS 16.0 est faite et les trois premières fréquences naturelles, des modes transverses, sont extraites. A la base des résultats obtenus, on propose une stratégie pratique utilisant la première fréquence naturelle des vibrations transversales pour détecter la fissure dans une poutre console.

Mots clés : fréquence propres, poutre, fissure, éléments finis, vibrations.

Sommaire

Remerciements 2

Résumés 5

Sommaire 6

Introduction générale 12

I. Synthèse des méthodes d'identification des fissures 13

I.1 Généralités sur les ruptures par fissuration 14

I.2 Les modes de rupture et le facteur d'intensité de contraintes (FIC) 15

I.3 Détection des fissures 16

I.3.1 Classification des méthodes de détection et localisation des fissures 17

I.3.2 Techniques de mesure de la propagation des fissures de fatigue 18

I.4 Méthodes statiques 20

I.4.1 Introduction 20

I.4.2 La corrélation d'image numérique 21

I.4.3 La méthodologie par corrélation d'image numérique 23

I.4.4 Identification des discontinuités 24

I.4.5 Quantification des sauts de déplacement 25

I.5 Méthodes dynamiques (mesure des fréquences propres) 27

I.5.1 Introduction 27

I.5.2 Vibrations des structures mécaniques 29

I.5.3 Détection des fissures de respiration de fatigue par excitation harmonique et analyse temps-fréquence 30

I.5.4 Simulation numériques des poutres fissurées 30

I.5.5 Réponse fréquentielle et analyse temps-fréquence pour une excitation harmonique a la moitié de la fréquence naturelles 33

I.5.6 Méthodes basées sur les déformées modales 35

II. La MEF en dynamique des poutres fissurées 36

II.1 Généralité sur MEF 37

II.2 Démarche MEF 38

II.3 Utilisation d'un logiciel éléments finis 38

II.4 MEF appliquée pour une poutre console 39

II.4.1 La MEF pour une poutre console (1 élément avec 2 nœuds) 39

II.4.2 MEF appliquée pour notre poutre 40

II.4.3 MEF pour une poutre console (2 élément avec 3 nœuds) 41

II.4.4 MEF appliquée pour notre poutre (2 élément 3 nœuds) 43

II.5 Les méthodes numériques d'extraction modale 43

II.5.1 Classifications des méthodes 43

II.6 La méthode d'itération d'un sous espace 44

II.6.1 Principe général de la méthode 44

II.6.2 Algorithme de sous espace pratique 44

II.7 La méthode de Lanczos 45

II.7.1 Principe général de la méthode 45

II.7.2 Algorithme de Lanczos pratique 46

II.8 Méthode analytique 46

II.8.1 Comportement élastique d'une poutre fissurée 46

II.8.2 Solution analytique pour la vibration libre de la poutre 47

II.8.3 Analyse de la poutre avec fissures à l'aide d'une approche rotationnelle 48

II.8.4 Détection de fissures dans la poutre par approche ressort rotationnel 49

III. Simulation par la MEF des poutres fissurées 51

III.1 Introduction 52

III.2 Approche numérique de l'analyse modale théorique 52

III.3 L'analyse par éléments finis d'une poutre console 53

III.3.1 Présentation du modèle de la poutre fissurée 53

III.4 Présentation du modèle numérique de la poutre en utilisant 54

ANSYS Workbench 16 54

III.4.1 Description de l'élément SOLID 186 54

III.5 Vibration libre de flexion d'une poutre à section rectangulaire 55

III.5.1 Méthode numérique 55

III.5.2 La solution analytique 57

III.6 Influence du changement de L'épaisseur et de la longueur sur les fréquences propres 58

III.7 Effet des conditions aux limites sur les fréquences naturelles 59

III.8 Modes de vibration pour une position et une taille de la fissure données 60

III.9 Résultats et discussions 67

III.10 Conclusion 68

IV. Démarche pour l'identification de fissures dans les poutres 69

IV.1 Introduction 70

IV.2 Démarche pour l'identification de fissures 70

- Classification des fréquences par ordre croissant 70
- Détermination de la fréquence expérimentale 71
- Calcul des paramètres α et β concordants 71
- Calcul de la profondeur et de la position pour la fréquence mesurée 71

IV.3 Applications numériques 71

IV.4 Comparaison les résultats obtenus avec les résultats numériques 75

Conclusion générale 76

Références bibliographiques 78

Listes des figures

Figure I-1 Cinématiques de rupture 15
Figure I-2 Exemple type de technique expérimentale utilisée pour la mesure de longueur de fissure sur éprouvette (CT) sous chargement cyclique. 19
Figure I-3 Principe de la chaîne de mesure et de contrôle des fissures de fatigue par ultrasons 20
Figure I-4 Principe de la technique d'emplacement et de détection de fissures par ultrasons sur plaque d'ostéosynthèse. 20
Figure I-5 Exemple d'une analyse par technique DIC. (a) Image de référence ; (b) image à corréler ; (c) déplacements horizontaux (mm) ; (d) déplacements verticaux (mm) ; (e) intensités et orientation des déformations principales ; (f) intensités des déformations volumiques ; (g) déformations de cisaillement maximum. 22
Figure I-6 Discontinuité dans un élément 24
Figure I-7 Méthode d'identification des fissures : (a) fenêtre contenant une fissure bien marquée, (b) carte des valeurs originales (à gauche) et filtrées (à droite) (ici, K_{mini} = 7µm). 25
Figure I-8 Quantification des sauts de déplacements le long de la fissure. 3 points choisis de part et d'autre de la fissure 27
Figure I-9 Stratégie de détection 30
Figure I-10 Poutres fissurées 31
Figure I-11 Modélisation de la fissure par éléments de contact 31
Figure I-12 Réponse harmonique de poutre fissurée à celle intacte 32
Figure I-13 Chaîne de mesure pour l'analyse modale expérimentale 32
Figure I-14 Réponse temporelle de la poutre à la mi- fréquence de résonance 33
Figure I-15 Variation de l'amplitude à la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation en fonction de la profondeur de la fissure. 34
Figure I-16 Réponse fréquentielles des poutres 34
Figure II-1 Poutre console avec un élément et 2 nœuds 39
Figure II-2 Poutre console avec 2 éléments et 3 nœuds 41
Figure II-3 poutre encastrée-libre avec fissure et représentation de fissure par 46
Figure III-1 Modèle de la poutre console fissurée 53
Figure III-2 Géométrie et Maillage de la poutre 54
Figure III-3 Les trois premiers modes de vibration de la poutre saine 56

Figure III-4 L'effet de l'épaisseur sur les fréquences naturelles 58
Figure III-5 Effet de la longueur de la poutre sur les fréquences naturelles..... 59
Figure III-6 Effet des conditions aux limites sur les fréquences naturelles..... 60
Figure III-7 Géométrie et Maillage de la poutre fissurée à(X=200mm et a=5mm). 61
Figure III-8 Les trois premiers modes de vibration de la poutre fissurée..... 62
Figure III-9 Fréquence normalisée du 2ième mode en fonction de la profondeur de la fissure pour différentes positons 64
Figure III-10 Fréquence normalisée du 1ier mode en fonction de la profondeur de la fissure pour différentes positons 64
Figure III-11 Fréquence normalisée du 1ier mode en fonction du positon de la fissure pour différentes profondeurs..... 65
Figure III-12 Fréquence normalisée du 3ième mode en fonction de la profondeur de la fissure pour différentes positions 65
Figure III-13 Fréquence normalisée du 2ième mode en fonction de la position de la fissure pour différentes profondeurs 66
Figure III-14 Fréquence normalisée du 3ième mode en fonction de la position de la fissure pour différentes profondeurs 66
Figure IV-1 Les fréquences normalisées en fonction de la profondeur $f_{norm} = f(a/w)$ avec les courbes de tendances..... 73
Figure IV-2 Les fréquences normalisées en fonction de la position $f_{norm} = f(X/L)$ avec les courbes de tendances..... 74

Liste des tableaux

Tableau I-1 Fréquences naturelles expérimentales (Hz)..... 32
Tableau III-1 Les dimensions de la poutre 53
Tableau III-2 Les propriétés du matériau 53
Tableau III-3 Les trois premières fréquences naturelles de la poutre saine. 57
Tableau III-4 Influence de la longueur et de l'épaisseur de la poutre sur les trois premières fréquences naturelles. 58
Tableau III-5 Résultats de variation de la longueur avec les fréquences naturelles 59
Tableau III-6 Fréquences naturelles selon les conditions aux limites 60
Tableau III-7 Première fréquence naturelle normalisée en fonction de la position et de la profondeur de la fissure 63
Tableau III-8 Deuxième fréquence naturelle normalisée en fonction de la position et de la profondeur de la fissure 63
Tableau III-9 Troisième fréquence naturelle normalisée en fonction de la position et de la profondeur de la fissure 63
Tableau IV-1 Les fréquences naturelles par ordre croissant du premier mode 70
Tableau IV-2 La classification d'ordre croissant des fréquences normalisées pour les deux premiers mode de vibration libre notre poutre console..... 72
Tableau IV-3 Comparaison des fréquences obtenues avec ANSYS et des fréquences mesurées en utilisant les paramètres évalués. 75

Introduction générale

Dans les installations industrielles, les méthodes courantes d'inspection et de contrôle non destructif (détection acoustique, Radiographie par rayon X, ultrasons…) sont généralement employées pour détecter et localiser les dommages dans le but d'empêcher les défaillances et les sinistres inattendus.

Ces méthodes de CND sont très utiles dans le cadre de l'évaluation de l'intégrité des composants et des systèmes mécaniques de ces installations, mais parfois elles sont inadaptées pour la surveillance continue (monitoring), elles sont basées sur une évaluation locale des défauts, elles exigent à priori une certaine connaissance de la distribution des dommages et nécessitent que le voisinage de la zone endommagée et la portion de la structure inspectée soient aisément accessible.

Ainsi, pour palier à ces difficultés, les techniques basées sur une évaluation globale ont été développées, et les techniques fondées sur l'essai modal ont constitué des méthodes globales prometteuses pour l'identification de dommages. Ces méthodes sont basées sur le fait que la présence des dommages dans les structures mécaniques cause des changements de leurs rigidités qui impliquent des variations des paramètres modaux de ces structures. En conséquence, la détection des défauts structurels peut être obtenue par l'observation des changements des paramètres modaux résultants. La comparaison de ces paramètres mesurés de la structure saine à ceux de la structure endommagée peut donner une estimation de la sévérité et de l'endroit des dommages [1]

L'objectif de ce travail est d'élaborer une étude numérique de l'effet de la profondeur et de la position de la fissure sur les deux paramètres modaux en l'occurrence la fréquence naturelle et la déformée modale les structures mécaniques type poutres.

Afin d'atteindre cet objectif, le présent mémoire a été réparti en quatre chapitres. Le premier chapitre est une synthèse bibliographique des méthodes d'identifications des fissures dans les structures mécaniques où l'on présente aussi bien les méthodes statiques que dynamiques. Dans le deuxième chapitre, est donnée la théorie des éléments finis en dynamique des poutres fissurées avec un rappel des méthodes utilisées pour l'extraction des modes propres. Le troisième chapitre est consacré à la simulation des poutres fissurées par utilisation du logiciel commercial ANSYS Workbench® où l'on définit l'influence de la position et de la taille d'une fissure, sur les fréquences naturelles de la poutre. Dans le quatrième chapitre, une démarche de localisation d'une fissure dans une poutre console est explicitée avec une application aux poutres consoles.

CHAPITRE I

I. Synthèse des méthodes d'identification des fissures

I.1 Généralités sur les ruptures par fissuration

Parmi les processus de ruine des matériaux et des structures, les processus mécaniques sont nombreux à savoir **:**

- Le Flambage,
- La rupture ductile par surcharge,
- La rupture fragile sous des contraintes généralisées inferieures à la limite élastique,
- La rupture par fatigue a grand nombre de cycles,
- La rupture par fluage à haute température.

La rupture par fissuration est la création de la surface de discontinuité. L'échelle dimensionnelle de cette discontinuité dépend, en fait, directement du moyen de mesure utilisé, et bien entendu, de la nature de l'approche recherché.

La mécanique des solides aborde les problèmes de calculs de structures, où l'on parle d'un élément de volume dont les dimensions de 1 mm, et de structure de 10 mm à 10^3mm. Dans ce domaine on traite des problèmes de « Rupture par fissuration ».

La fissuration prend en compte l'existence de défauts comme inclusions ou des vides dans le matériau ou encore des zones de l'endommagement à partir desquels des fissures vont s'initier puis se propager pour parvenir à une taille provoquant la ruine de la structure.

En générale, on distingue deux types de fissuration :

1. La fissuration stable qui comprend,
   - ✓ La fissuration quasi-statique sous une charge constante
   - ✓ La fissuration par fatigue sous une charge répétée (cyclique),
   - ✓ La fissuration dynamique lorsque la charge est appliquée soudainement.
2. La fissuration instable est instantanée

La mécanique de la rupture a pour objet d'étudier et de prédire l'amorçage et la propagation des fissures. L'idée de base est la suivante : une fissure se propage si l'énergie reçue par le matériau dépasse son énergie de cohésion.

Dans cette discipline, l'ensemble des matériaux est divisé en 2 catégories. Un matériau est dit fragile si la rupture apparaît sous une contrainte inférieure à sa limite d'élasticité.

Dans ce cas les phénomènes de rupture apparaissent notamment avant les phénomènes de plasticité, ce qui signifie qu'il y a rupture alors que le comportement du matériau reste élastique linéaire. Dans le cas contraire, si la rupture se produit au-delà du seuil d'élasticité, on parle de matériau ductile.

La branche qui étudie les matériaux fragiles s'appelle la Mécanique Linéaire de la Rupture. C'est le modèle de rupture le plus simple à étudier, mais il apporte des renseignements intéressants et très pertinents, qui peuvent parfois être suffisants selon l'application mécanique étudiée. Le verre, et les aciers à basse température sont des exemples de matériaux dits fragiles[2]

I.2 Les modes de rupture et le facteur d'intensité de contraintes (FIC)

D'un point de vu macroscopique, on distingue deux modes principaux de rupture : la rupture plate correspond à une surface de rupture globalement perpendiculaire à la direction de contrainte principale maximale, et la rupture inclinée dans le sens transversale par rapport à la direction de propagation s'accompagne souvent de grandes déformations.

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties, appelées lèvre de la fissure, ce qui introduit une discontinuité au sens des déplacements. Les mouvements possibles des lèvres de chaque fissure sont des combinaisons de trois modes indépendants (Figure I-1).

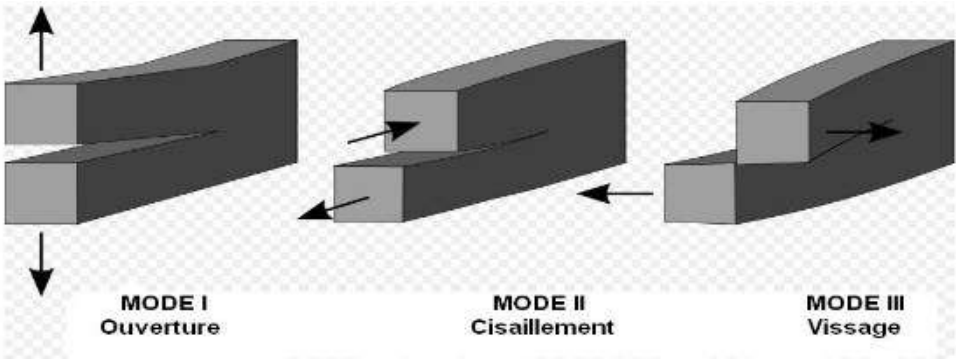


Figure I-1 Cinématiques de rupture

Mode I ou mode « Ouverture »

Mode II ou mode « Glissement plan »

Mode III ou mode « Glissement anti-plan (vissage) »

- Pour obtenir le mode I il faut charger l'éprouvette perpendiculairement à l'entaille.
- Pour obtenir le mode II il faut charger l'éprouvette parallèlement à l'axe de l'entaille.
- Le mode pour la propagation des fissures sous chargement variable se fait différemment selon les modes de sollicitation.

En sollicitation en mode I, l'état de contraintes et de déformations au voisinage immédiat de la pointe de la fissure est donné par les équations de Westergaard obtenues à partir des équations générales d'élasticité :

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) \\
\sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) \\
\sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2} \\
\sigma_{zz} &= \upsilon\left(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}\right) \\
\sigma_{xz} &= \sigma_{yz} = 0
\end{aligned} \tag{1.1}$$

K_I : Facteur d'intensité de contraintes en mode I.

r, θ: Coordonnées polaires d'un point M en amont de la pointe de la fissure.

Selon le type de structure (poutre, plaque...), l'expression des singularités est différente. Du point de vue mathématique, les modèles de plaques présentés ici sont des problèmes elliptiques. En domaine fissuré, leur solution μ se décompose comme la somme d'une partie régulière μ^r et d'une partie singulière μ^s la partie singulière est composée d'un nombre réduit de modes, définis à une constante multiplicative près.

Ces constantes multiplicatives sont appelées Facteur d'Intensité de Contraintes (FIC), et notées K_1 et K_2 pour le modèle de Kirchhoff-Love, et K_I, K_{II}, K_{III} pour celui de Mindlin-Reissner. Elles indiquent la présence ou non de la singularité, et l'amplitude de celle-ci. Elles ont donc une grande importance en pratique, car elles permettent d'interpréter le risque de propagation de fissure [3].

I.3 Détection des fissures

D'une manière générale, deux types de techniques, non destructives et destructives, sont utilisées pour le contrôle de l'état de la structure (poutre).

Les techniques non destructives sont généralement les plus utilisées pour surveiller l'intégrité des structures ou des matériaux sans les dégrader. Parmi les techniques les plus

connues de ce type nous pouvons citer les contrôles par rayons X, les techniques à base d'ultrasons, les émissions acoustiques, les courants de Foucault, etc. Les méthodes de surveillance de l'intégrité des structures (SHM) (Structural Health Monitoring) se subdivisent généralement en deux catégories : méthodes locales et globales.

- La première catégorie comprend les méthodes destinées à fournir des informations sur une région relativement petite du système analysé en utilisant des mesures locales. De plus, il est nécessaire que les capteurs soient situés à proximité de la zone endommagée.
- La deuxième catégorie consiste généralement en l'utilisation des modes à basse fréquence. Elle utilise des mesures réalisées à partir d'un ensemble de capteurs repartis sur la structure pour obtenir des informations globales sur l'état du système.

Il n'est pas nécessaire que les capteurs soient situés à proximité du site d'endommagement. Evidemment, ces deux approches (locale et globale) sont complémentaires et le choix optimal de la méthode dépend fortement de la nature du problème et du positionnement des capteurs.

L'inspection régulière de l'état des structures permet de détecter les défauts éventuels et d'assurer la fiabilité de ces ouvrages pour leur usage quotidien[4].

I.3.1 Classification des méthodes de détection et localisation des fissures

Le développement de méthodes précises et efficaces pour l'identification de l'endommagement et la prédiction du comportement dynamique de la structure est un sujet de grande importance pour la communauté scientifique ces dernières années.

Rytter 1993 proposa quatre niveaux d'évaluation d'endommagement :

- Niveau 1 : Détermination de l'existence de défaut dans la structure.
- Niveau 2 : Localisation de l'endommagement.
- Niveau 3 : Quantification de la sévérité de l'endommagement.
- Niveau 4 : Prédiction de la durée de vie résiduelle.

Saadat et al ont classé en deux types les méthodes de détection d'endommagement en fonction de leur aptitude et niveau de détection : Méthodes globales et méthodes locales. Les méthodes globales indiquent simplement la présence de l'endommagement alors que les méthodes locales vont jusqu'à sa localisation. Les méthodes globales tentent d'évaluer la condition de toute la structure contrairement aux méthodes locales qui mettent au point des instruments non destructifs pour tous les éléments constitutifs de la structure.

En conséquence, les méthodes globales peuvent être utilisées de manière continue ou bien intermittente pour la surveillance de la santé des structures en amont alors que les méthodes locales sont utilisées en aval pour détecter, localiser et caractériser l'endommagement plus exactement. Lee et al résument les différents types méthodes de détection d'endommagement en les catégories suivantes :

- Méthodes utilisant la variation des paramètres modaux : changement en fréquences naturelles et déformée des modes propres.
- Méthodes des matrices basées sur la matrice de raideur ou la variation de flexibilité.
- Méthodes basées sur le changement de la fonction de la réponse fréquentielle (FRF)[5].

I.3.2 Techniques de mesure de la propagation des fissures de fatigue

Pour détecter, contrôler, suivre la propagation des fissures de fatigue plusieurs techniques expérimentales sont utilisées et dont les plus connues sont :

- La méthode de chute de potentiel ;

- La méthode optique ;

- La méthode de la jauge de propagation ;

- La méthode par ultrason.

I.3.2.1 Méthode de chute de potentiel

Méthode couramment utilisée pour la mesure des longueurs de fissure (a), sur des céramiques. Cette méthode consiste à mettre un dépôt de cuivre sur la céramique à tester, puis faire circuler un courant électrique d'intensité I entre deux points situés de part et d'autre du plan de fissuration (Figure I-2). La résistance de la pièce dépend de la surface conductrice de courant entre la partie supérieure et la partie inférieure de l'éprouvette donc de la longueur de fissure (a). Dans le cas où l'intensité du courant reste constante la différence de potentiel entre deux points de mesure situés de part et d'autre de la fissure, donnerait une mesure de la résistance issue de la loi d'Ohm $\Delta V = I.\Delta R$ avec $R = \rho\ l/s$.

ΔR étant inversement proportionnel à la surface non rompue. On peut donc établir une relation entre la longueur de fissure (a) et la chute de potentiel (ΔV) (Potentiel Drop).

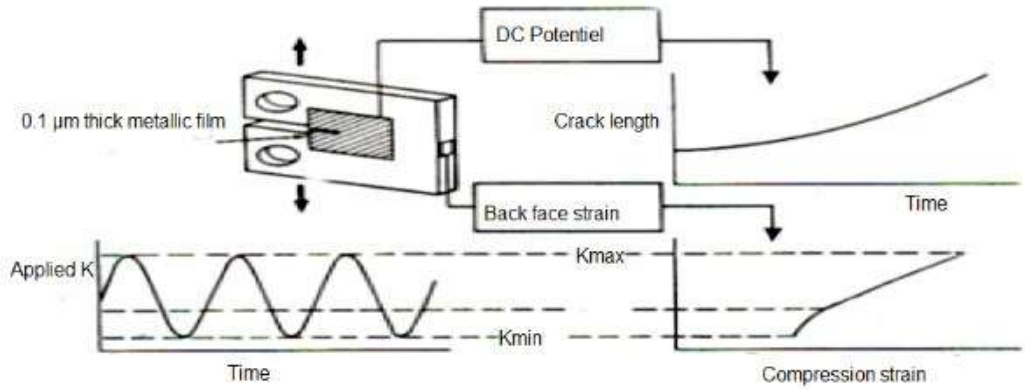


Figure I-2 Exemple type de technique expérimentale utilisée pour la mesure de longueur de fissure sur éprouvette (CT) sous chargement cyclique.

I.3.2.2 Méthode Optique

Technique visuelle très utilisée pour sa simplicité, la méthode optique permet de lire directement la longueur (a) de la fissure à l'aide d'une lunette optique ou d'une mini-caméra de haute résolution, sur une face polie de l'éprouvette. L'erreur de mesure de (a) étant de l'ordre de quelques centièmes de millimètres.

I.3.2.3 Méthode de la jauge de fissuration

Cette méthode utilise des résistances électriques spéciales dites Jauges de fissuration. Cette technique est préférée dès que l'endroit de la fissure est difficile à localiser comme le cas des structures mécano soudées ou des structures subissant des chargements multiaxiaux provoquant des bifurcations des fissures dans des plans arbitraires.

I.3.2.4 Méthode par ultrason

La méthode par ultrason utilise la réponse des ondes ultrasonores transmises à l'aide d'une sonde émettrice d'ondes élastiques à travers une éprouvette fissurée et un récepteur de signal. La (Figure I-3) montre le schéma de principe de la technique. Son avantage réside dans son aspect non destructif et la localisation de la fissure (a) quelle que soit la complexité de la structure à contrôler.

Cette technique basée sur la méthode des ultrasons est utilisée dans le contrôle postopératoire de certains implants orthopédiques à haut risque de rupture et de fissuration tel que le cas des plaques d'ostéosynthèse à compression dynamique (Figure I-4)[6].

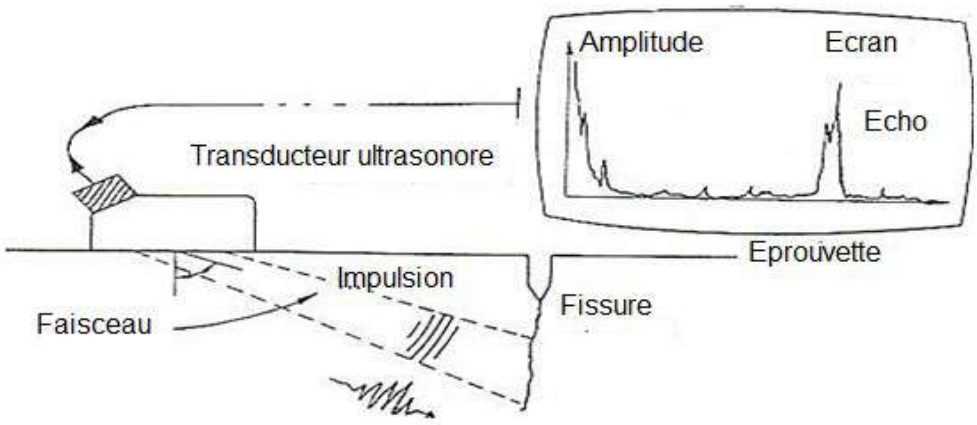


Figure I-3 Principe de la chaîne de mesure et de contrôle des fissures de fatigue par ultrasons

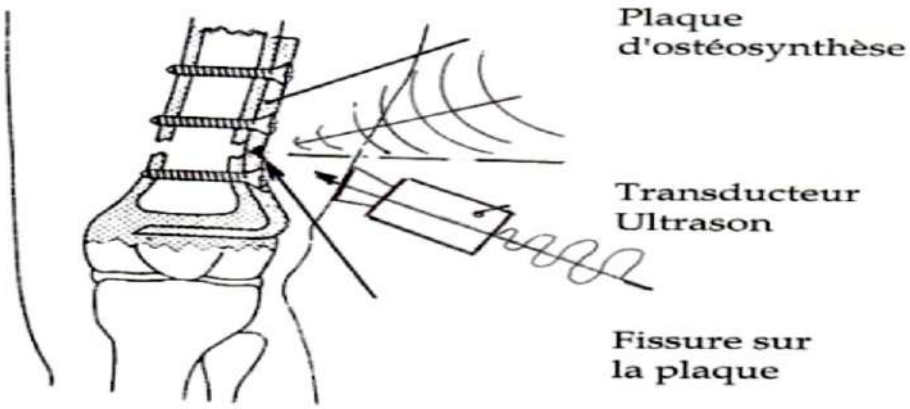


Figure I-4 Principe de la technique d'emplacement et de détection de fissures par ultrasons sur plaque d'ostéosynthèse.

I.4 Méthodes statiques

I.4.1 Introduction

La plupart des méthodes de mesure de déplacement à partir d'image numérique en lumière blanche fournissent les champs de déplacement sur la région de mesure.

Pour certaine applications, comme la détection des fissures correspondant à un saut du champ de déplacement ou l'identification par moindres-carres des propriétés des matériaux, cette donnée en déplacement est suffisante. Tout fois, pour d'autres applications, comme la description qualitative des zones d'endommagement diffus ou l'identification par la méthode des champs virtuels, il est nécessaire de reconstruire les déformations à partir des déplacements.

Dans les dernières décennies, diverses techniques de mesure de champs ont été développées et utilisées pour la caractérisation du comportement des matériaux. Ces mesures permettent d'identifier différentes variables physiques : des champs cinématiques, des champs de densité, de température, *etc*. Dans le but de suivre le processus de la déformation dans les roches au cours d'un chargement mécanique, nous utilisons trois techniques de mesure non destructives *:*

- la corrélation d'images numériques (Digital image corrélation-DIC) pour les mesures des champs cinématiques à la surface d'échantillons,
- l'utilisation de techniques d'émissions acoustiques (EA) qui reflète l'activité de déformation inélastique (micro-ruptures) dans l'échantillon et ainsi aide à évaluer la localisation de ces micro-ruptures et la caractérisation des modes de rupture,
- l'étude comparative d'un échantillon sain et *post-mortem* par tomographie à rayon X (RX) utilisée pour la caractérisation de la structure interne et l'identification de l'endommagement localisé au cœur des matériaux[7].

I.4.2 La corrélation d'image numérique

Dans les essais mécaniques utilisant les techniques de mesure classiques avec capteurs à jauges positionnés aux limites des éprouvettes, la réponse mécanique des matériaux fournie une information à l'échelle globale ; le point de mesure devient représentant de l'ensemble de l'échantillon. La réponse mécanique obtenue ne reflète le comportement « vrai » du matériau que dans le cas où ce dernier est parfaitement homogène, les conditions aux limites parfaitement contrôlées et la déformation parfaitement uniforme, ce qui n'est en effet jamais le cas.

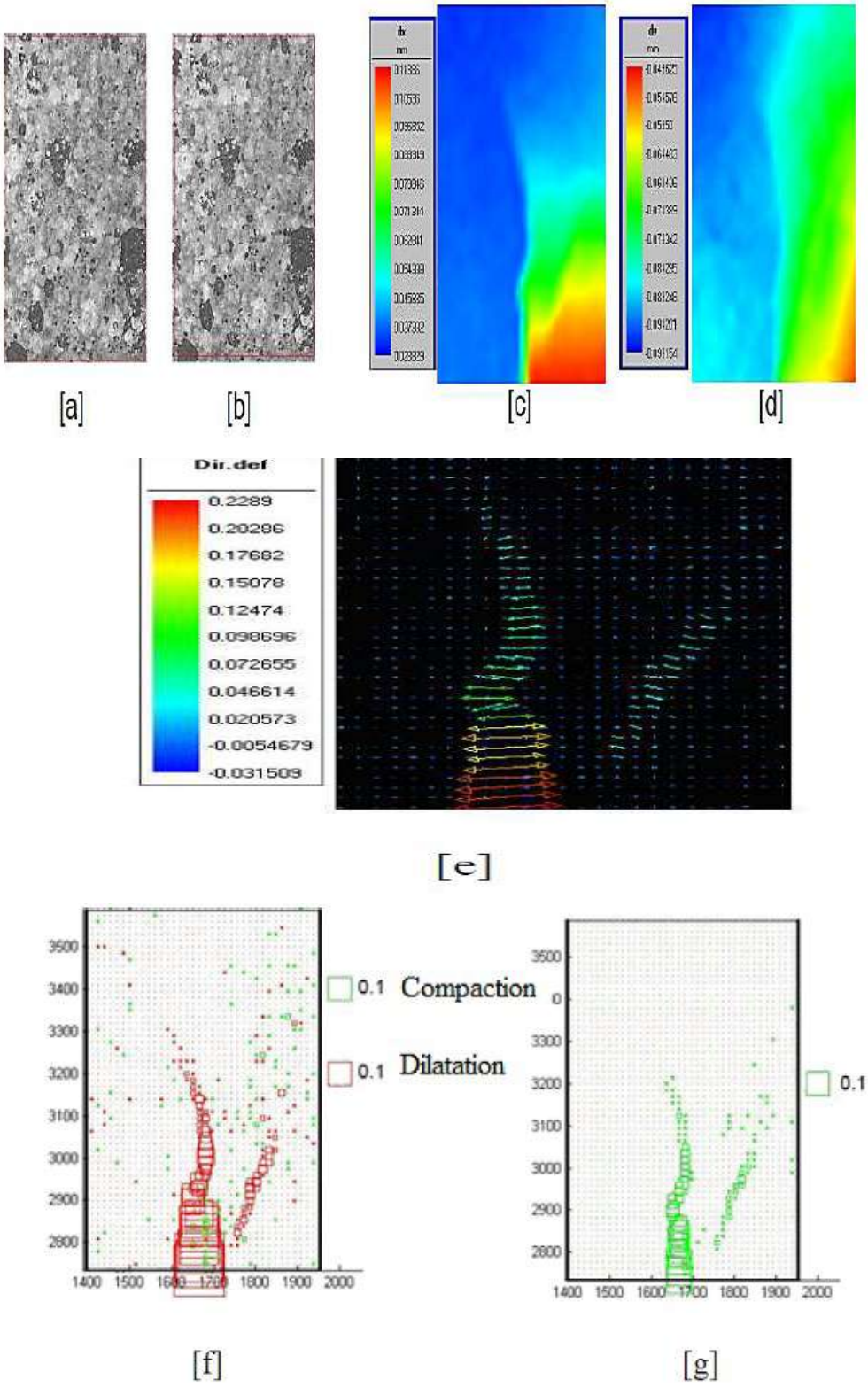


Figure I-5 Exemple d'une analyse par technique DIC. (a) Image de référence ; (b) image à corréler ; (c) déplacements horizontaux (mm) ; (d) déplacements verticaux (mm) ; (e) intensités et orientation des déformations principales ; (f) intensités des déformations volumiques ; (g) déformations de cisaillement maximum.

La corrélation d'images numériques (Digital Image Corrélation, DIC), pour la mesure de champs de déplacement, est essentiellement une analyse de type continu qui suppose qu'il n'y a aucune discontinuité forte (discontinuité de déplacement) sur la surface étudiée. Dans le cas d'une fissure, cette hypothèse est clairement violée. Par conséquent, la déformation calculée dans la région de la fissure sera dénuée de sens. Ce fait est lié aux deux raisons suivantes. Le premier est de nature fondamentale : les fissures sont des discontinuités du champ de déplacement qui ne peuvent pas être correctement décrits en termes de déformation. La deuxième raison est plus technique et concerne la distorsion de l'image produite par l'apparition d'une fissure qui a pour conséquence qu'une bonne corrélation entre les images ne peut pas exister en zone fissurée[7].

I.4.3 La méthodologie par corrélation d'image numérique

La corrélation d'images numériques est utilisée pour quantifier efficacement les champs de déplacements à la surface d'échantillons et ainsi donner accès aux champs de déformation après une étape de post-traitement. Un exemple d'analyse DIC est fourni en Figure I-5 : les Figure I-5 (a) et (b) présentent deux photos de la surface d'un échantillon, enregistrées avant et après l'apparition de fissures lors d'un essai de compression en déformation plane ($\varepsilon z = \varepsilon 2 = 0$).

Les Figure I-5 (c) et (d) montrent les champs des composantes horizontales et verticales du déplacement issus de l'analyse DIC.

Soulignions tout d'abord que la notion de « déformation » telle qu'elle est utilisée ici n'est pas vraiment correcte en présence de discontinuités. Nous devrions dans ce cas avoir localement des déformations infinies. Toutefois, en considérant le matériau comme homogène sur la zone du motif considéré et en utilisant une condition de déformation plane $\varepsilon 2 = 0$, nous pouvons estimer la déformation volumique par : $\varepsilon_{v=} \varepsilon_{1+}\varepsilon_{3,}$ et la déformation de cisaillement maximum par : $\varepsilon_{s\text{-}max} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/2$, ou ($\varepsilon 1$, $\varepsilon 2$, $\varepsilon 3$) sont les valeurs majeure, intermédiaire et mineure du tenseur de déformation logarithmique (Tenseur de Hencky). Les déformations principales, volumiques et de déformations de cisaillement maximum sont présentées respectivement dans la Figure I-5 (e-g). Les champs de déformations volumiques apportent ainsi des informations en termes de dilatance du matériau en zones de fissures. Les champs de déformations de cisaillement maximum mettent clairement en évidence les éléments contenant des discontinuités[7].

Une description plus pertinente de la fissure dans le cas de telles discontinuités de déplacement consiste à quantifier les sauts de déplacement à travers la fissure.

La nouvelle méthode (DIC-F) décrite ci-dessous a pour objectif d'identifier les discontinuités puis de quantifier les sauts de déplacement le long de ces discontinuités.

Cette méthode est composée des trois étapes suivantes :

- détection de forte probabilité de présence de discontinuités ;
- tracé des fissures en surface ;
- calcul des déplacements relatifs entre les deux faces le long de chaque fissure.

I.4.4 Identification des discontinuités

La présence d'une discontinuité de déplacement peut être détectée sur des images par différents critères, en localisant par exemple des zones de déformations élevées (comme présentée dans la Figure 1.5-e-g), des zones de faibles valeurs de coefficient de corrélation, des zones de fort changement de niveaux de gris, etc... Nous pouvons citer également l'algorithme de Sobel « edge-finding » utilisé pour identifier les fissures à partir de la recherche les lieux ou le gradient d'intensité de déplacement tend vers un maximum [7].

Considérons (Figure I-6) un élément carré correspondant à l'une des mailles de la grille d'analyse. Son centre est noté P et les quatre coins A, B, C, D sont les quatre nœuds d'analyse dont les déplacements ont été calculés par la technique DIC.

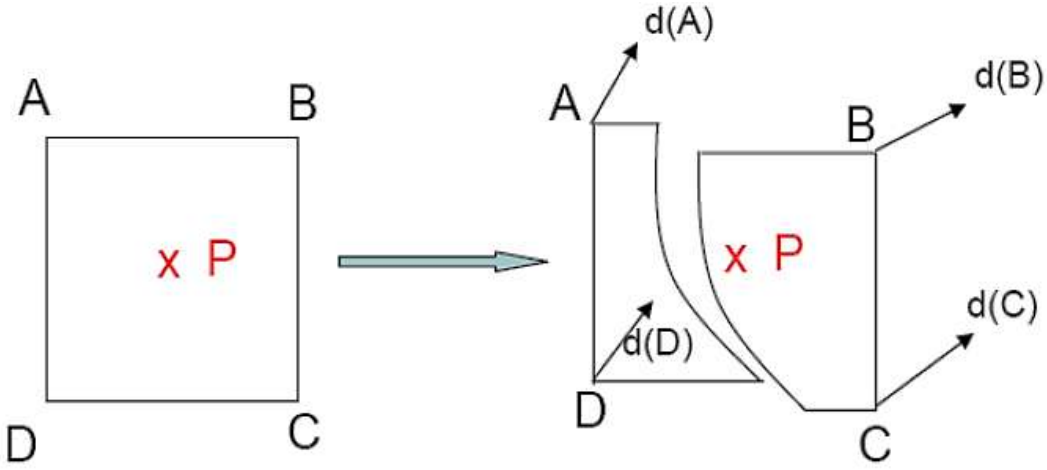


Figure I-6 Discontinuité dans un élément

Nous reprenons l'idée d'un critère proposé par Grégoire et *al.* (2005) basé sur la différence des déplacements entre les points opposés du quadrilatère :

K ($p^{\rightarrow}$) = max (||d ($c^{\rightarrow}$) - d ($A^{\rightarrow}$) || ; ||d ($D^{\rightarrow}$) - d ($B^{\rightarrow}$) ||) ;

où et $d(A^{\rightarrow})$ $d(B^{\rightarrow})$ $d(C^{\rightarrow})$et $d(D^{\rightarrow})$ sont, respectivement, les vecteurs déplacement des points A, B, C,D. Les valeurs de K, calculées pour tous les quadrilatères analysés à la surface de l'échantillon, sont filtrées. Seuls sont conservés les éléments ayant des valeurs de K supérieures à un seuil donné. Les éléments ainsi identifiés ont de fortes probabilités de contenir une discontinuité. La valeur du seuil Kmin est une variable donnée par l'utilisateur. Elle doit être attentivement choisie de manière à ne conserver que les éléments présentant une discontinuité probable (par exemple, l'élément traversé par une fissure) et donc être assez élevée pour filtrer les secteurs non concernés par une fissure[7].

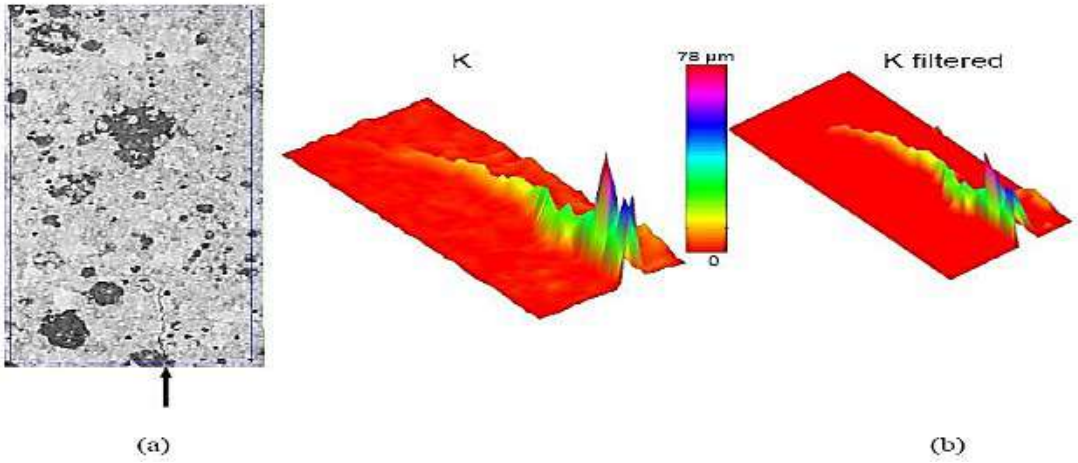


Figure I-7 Méthode d'identification des fissures : (a) fenêtre contenant une fissure bien marquée, (b) carte des valeurs originales (à gauche) et filtrées (à droite) (ici, K_{mini} = 7µm).

La Figure I-7 (a) présente un exemple où une partie d'une fissure peut être facilement identifiée à l'œil dans la photographie. La Figure I-7 (b) présente les valeurs de K non filtrées et filtrées. La valeur de K_{mini} est choisie ici à 7 mm, la taille des éléments étant de 10x10 pixel 2. Nous constatons qu'il est ainsi possible de suivre une fissure sur une longueur bien supérieure à celle détectable à l'œil.

I.4.5 Quantification des sauts de déplacement

Après avoir identifié les fissures, nous cherchons à quantifier les composantes normale et tangentielle des sauts de déplacement, c'est-à-dire des déplacements relatifs des deux lèvres de la fissure. Pour chaque segment identifié le long d'une fissure, le vecteur normal local à la trace de la fissure (n) est calculé au centre du segment. Six points situés de part

et d'autre du segment suivant cette normale sont choisis avec les distances n1 et n2 (Figure I-8). Les distances n1 et n2 sont définies pour satisfaire deux conditions : (i) les 3 points ne sont pas situés dans l'élément contenant la fissure ni dans les éléments immédiatement voisins (la corrélation n'est pas de bonne qualité dans les zones des discontinuités) et (ii) ces 3 points doivent appartenir à 2 éléments de grille différents afin de ne pas dépendre fortement de l'interpolation bilinéaire utilisée dans la technique DIC.

Les vecteurs de déplacement de ces six points sont issus des calculs DIC. Les composantes normale et tangentielle de ces six vecteurs sont extraites par projection sur les axes locaux *n* et *t* de la fissure. Nous proposons trois méthodes pour extraire les sauts de déplacement des points situés sur la ligne de fissure.

- Si la déformation dans la zone voisine d'une fissure est supposée nulle et que l'on néglige les rotations locales, les déplacements sont constants des deux côtés de la fissure. Nous calculerons donc la moyenne des déplacements suivant *n* et *t* des trois points.
- Si la déformation dans la zone autour d'une fissure est supposée constante, les déplacements sur la lèvre de part et d'autre de la fissure peuvent être calculés par l'extrapolation linéaire à partir des déplacements des trois points correspondants.
- Si nous tenons compte d'une déformation non uniforme dans la zone de la fissure, une extrapolation non-linéaire est utilisée pour identifier les composantes du champ de déplacement suivant *n* et *t* Les sauts de déplacement sont enfin déterminés en calculant la différence des composantes à travers la fissure[7].

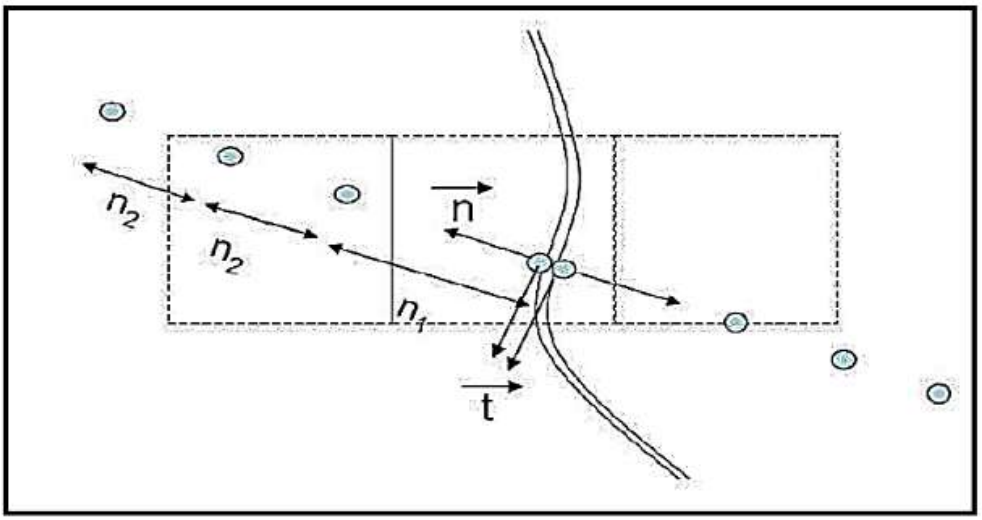


Figure I-8 Quantification des sauts de déplacements le long de la fissure. 3 points choisis de part et d'autre de la fissure

I.5 Méthodes dynamiques (mesure des fréquences propres)

I.5.1 Introduction

Depuis des années 1970, la variation des fréquences, à cause du changement de la masse et de la rigidité, est utilisée pour développer des techniques d'identification d'endommagements. Plusieurs chercheurs ont utilisé les fréquences propres comme un indicateur pour l'identification d'endommagements. Salawu 1997 a résumé 65 articles sur la détection d'endommagements à partir du changement des fréquences.

Une raison importante, d'utilisation des techniques d'identification d'endommagements à partir des fréquences, est que les fréquences propres sont sensibles aux différents types d'endommagement (local ou global) ; et elles peuvent être déterminées facilement dans beaucoup d'applications en utilisant seulement un capteur. Cependant, la difficulté est qu'elles peuvent être facilement influencées par des variations de l'environnement comme la température ou l'humidité ce qui pose un problème pour la détection de l'endommagement des structures réelles. Toutefois, il est nécessaire que le changement des fréquences propres causé par l'endommagement soit supérieur à 5% pour faire confiance aux résultats de détection. Cependant, des changements significatifs des seules fréquences n'impliquent pas systématiquement l'existence d'un endommagement puisque dans certains cas, on a observé en une seule journée des variations des fréquences dues aux conditions ambiantes de plus de 5% pour des ponts en béton ou en acier.

Pour localiser l'endommagement, comme les fréquences modales sont une propriété globale de la structure, il n'est pas évident que les changements de ces paramètres puissent être utilisés pour localiser spatialement les défauts. Autrement dit, les fréquences ne peuvent généralement pas fournir des informations spatiales sur les changements structurels. Cependant, des changements de multiples fréquences peuvent fournir des informations spatiales sur les dommages structurels car les changements dans la structure à différents endroits causeront des combinaisons différentes de changements dans les fréquences modales. Cawley et Adams (1979) ont présenté une méthode de détection et localisation d'endommagement à partir des fréquences. L'idée est que le ratio de changement des fréquences de 2 modes est une fonction pour localiser l'endommagement. Pour localiser le défaut, les changements théoriques des fréquences dues à différentes positions de défauts sont calculés et comparés avec les valeurs mesurées. Des applications de cette méthode pour les poutres en béton précontraint et en acier ont montré qu'il faut au moins 9 fréquences pour obtenir une précision raisonnable. En plus, la précision de cette méthode dépend de la qualité du modèle théorique et de la géométrie d'endommagement. Pour certains types d'endommagements, cette méthode est appréciée cependant, pour d'autres configurations, elle peut ne pas fonctionner. Des résultats similaires sont présentés par Adam et al (1978) ; Banks et al (1996). Friswell, et al. (1994) présentent les résultats d'une tentative d'identification des endommagements basés sur un catalogue connu des dommages potentiels. Les auteurs ont présumé que le modèle existant de la structure était très précis. En utilisant ce modèle, ils ont calculé plusieurs fréquences à la fois pour la structure saine et avec endommagements hypothétiques. Puis, tous les rapports des variations de fréquences ont été calculés. Avec des données expérimentales, les mêmes ratios ont été calculés et une relation en loi de puissance a été ajustée à ces deux séries. Lorsque les données sont sans bruit, et lorsque l'endommagement se trouve dans la catégorie présumée, le bon type de dommage doit produire un ajustement qui est une droite de pente unité. Pour tous les autres types de dommages, l'ajustement sera inexact.

D'autres résultats sont présentés par : Maeck. Il a remarqué que ces méthodes ne sont pas capable de distinguer 2 défauts symétriques dans une structure symétrique et aussi la limite de ces méthodes lorsque le nombre des fréquences disponibles est inférieur au nombre de paramètres inconnus. Cependant, la majeure difficulté de l'application de ces méthodes sur des structures réelles est que la valeur des fréquences est facilement influencée par les conditions environnementales. Certaines observations sur le choix d'utiliser

les premières fréquences ou celles plus élevées sont présentées par Friswell et Mottershead. Morassi présente une technique inverse pour localiser les effets d'entailles dans des poutres en acier en utilisant les changements de fréquence modale. Sous l'hypothèse qu'il n'y a pas de modification de la masse, les changements des fréquences sont corrélés avec des coefficients de Fourier de la variation de rigidité qui est inconnue. Cette méthode a donné des résultats satisfaisants aussi bien pour la détection que pour la localisation en espace des défauts[8].

I.5.2 Vibrations des structures mécaniques

Une analyse statique donne des indications capitales de la résistance des structures aux sollicitations mais dans la réalité, le contrôle des vibrations et des ondes s'avère indispensable car elles peuvent causer des dommages :

- Elles engendrent la ruine de la structure ou la défaillance de ses constituants par rupture (fatigue par endommagement ou dépassement de contraintes élastiques)
- Elles sont souvent source des défauts de fabrication lors de l'usinage des pièces mécaniques.

L'analyse des vibrations et ondes dans les structures mécaniques, doit ainsi porter sur trois points essentiels :

- L'environnement vibratoire (les forces extérieures).
- La structure elle-même.
- La réponse de la structure due aux forces extérieures.

L'étude du comportement vibratoire d'une structure présente dans la plupart des cas deux étapes principales

1. Vibrations libres : détermination des caractéristiques dynamiques de la structure (Fréquences et modes propres de vibration)
2. Vibration forcées : analyse en fréquence ou temporelle de la réponse de la structure suite à un environnement (force d'excitation extérieure)[4].

I.5.3 Détection des fissures de respiration de fatigue par excitation harmonique et analyse temps-fréquence

Un modèle de fissure de respiration est développé. Pour la détection d'une fissure de respiration, une excitation harmonique à la moitié de la fréquence naturelle est appliquée avec une analyse fréquentielle au double de la fréquence d'excitation correspondant à la fréquence naturelle (Figure I-9).

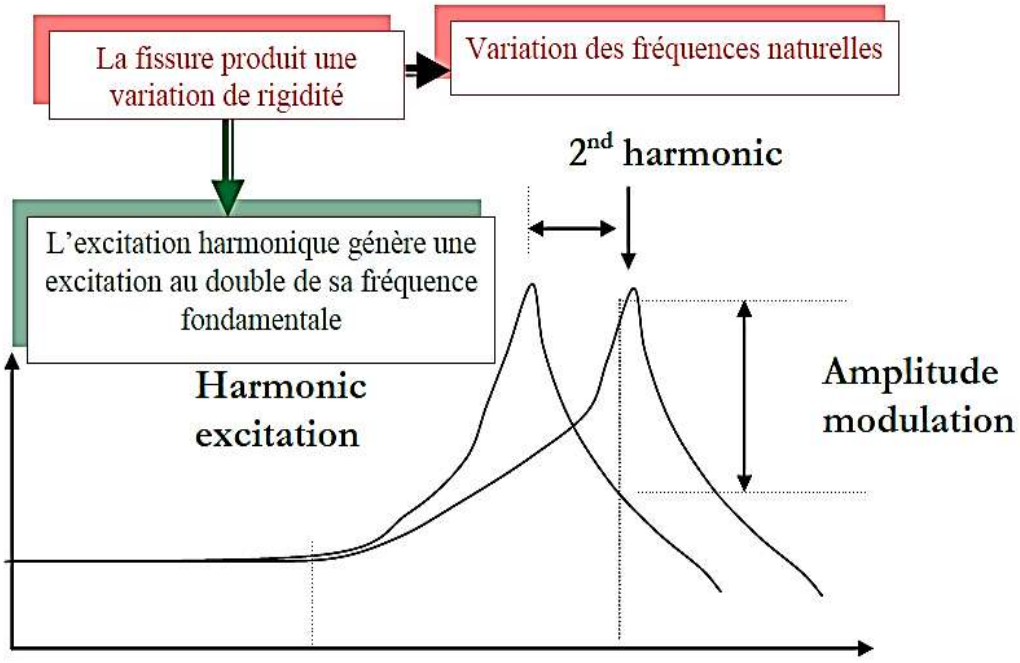


Figure I-9 Stratégie de détection

Les analyses sont effectuées dans les deux domaines, temporel et fréquentiel. La méthode a été développée pour des poutres fissurées avec différentes profondeurs de fissures[9].

I.5.4 Simulation numériques des poutres fissurées

Des essais de fatigue ont été effectués sur trois poutres pour créer des fissures de fatigue. La quatrième a été maintenue intacte. Les paramètres modaux ont été mesurés pour chaque poutre fissurée (Figure I-10). La fissure de chaque poutre a été numériquement modélisée par la méthode des éléments finis en utilisant des éléments de contact (Figure I-11)

La Figure I-12 montre l'effet de la fissure (poutre 4 : 14.4%) sur les fréquences naturelles comparées avec celles de la poutre intacte[9].

On peut remarquer que l'affaiblissement de la fréquence numérique est plus sensible à la troisième fréquence qu'à la première. Pour valider ces résultats numériques, une analyse modale a été réalisée en appliquant la technique d'impact (Figure I-13) [9].



Figure I-10 Poutres fissurées

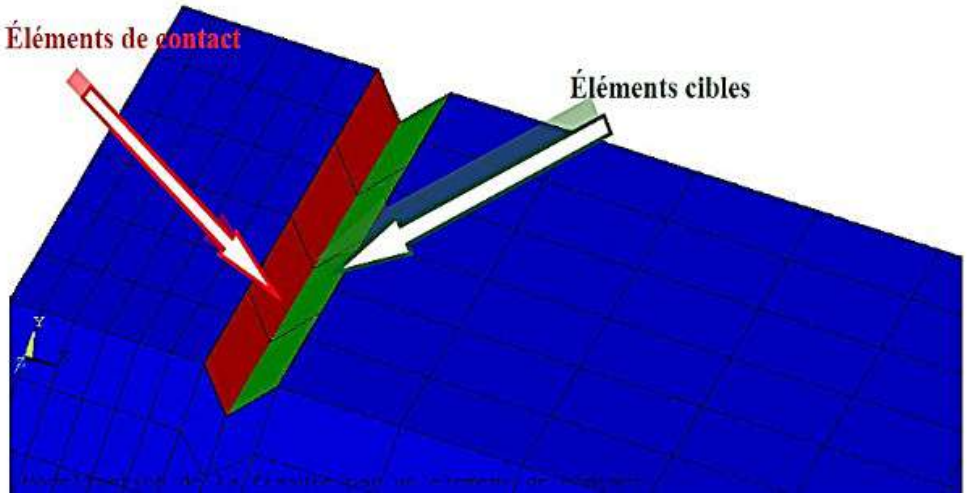


Figure I-11 Modélisation de la fissure par éléments de contact

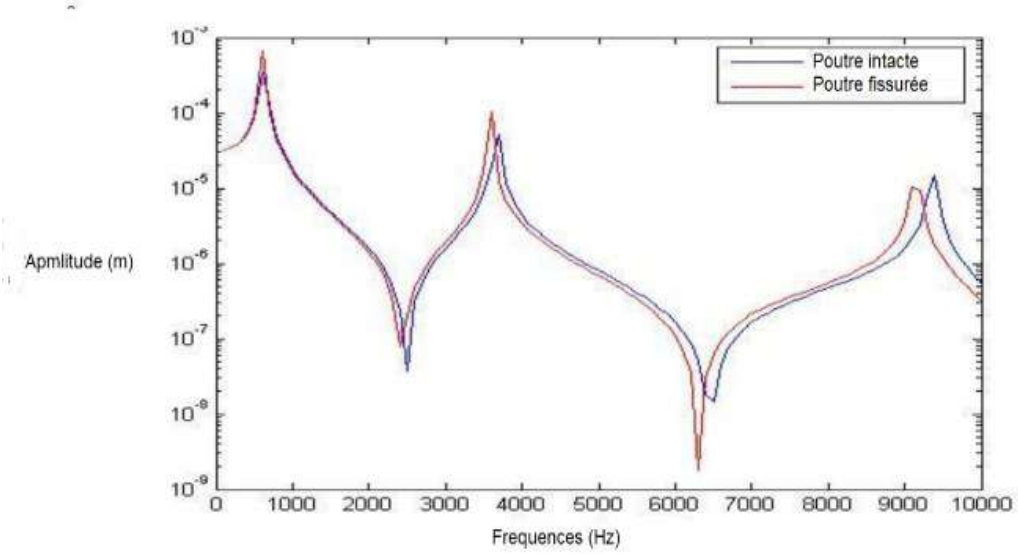


Figure I-12 Réponse harmonique de poutre fissurée à celle intacte



Figure I-13 Chaîne de mesure pour l'analyse modale expérimentale

La comparaison de ces fréquences naturelles numériques avec des mesures expérimentales montre une bonne concordance (Tableau I-1).

Tableau I-1 Fréquences naturelles expérimentales (Hz)

Poutre intacte (0 mm)	Poutre 2(2.60 mm)	Poutre 3 (3.40mm)	Poutre 4 (3.60mm)
594 Hz	578 Hz	569 Hz	541 Hz
3180 Hz	3100 Hz	3045 Hz	3020 Hz
8170 Hz	7940 Hz	7918 Hz	7910 Hz

I.5.5 Réponse fréquentielle et analyse temps-fréquence pour une excitation harmonique a la moitié de la fréquence naturelles

La stratégie proposée consiste à faire subir à la structure une excitation harmonique à la mi- fréquence naturelle de la structure fissurée. La poutre intacte montre une vibration harmonique pure, tandis que la poutre fissurée exhibe une vibration périodique plus complexe dans le domaine temporel (Figure I-14).

La transformée de Fourier de la réponse temporelle montre que dans le domaine fréquentielle, la poutre intacte présente seulement une réponse à la fréquence d'excitation alors que la poutre fissurée montre la fréquence d'excitation et ses harmoniques dues au comportement non linéaire de la rigidité (Figure I-15). De plus, la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation coïncide avec la fréquence naturelle et par conséquent, elle est amplifiée. On peut noter que la surveillance de l'amplitude de vibration à la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation permet l'identification d'une structure endommagée, et cette amplitude croît avec la sévérité de l'endommagement (Figure I-16)[9].

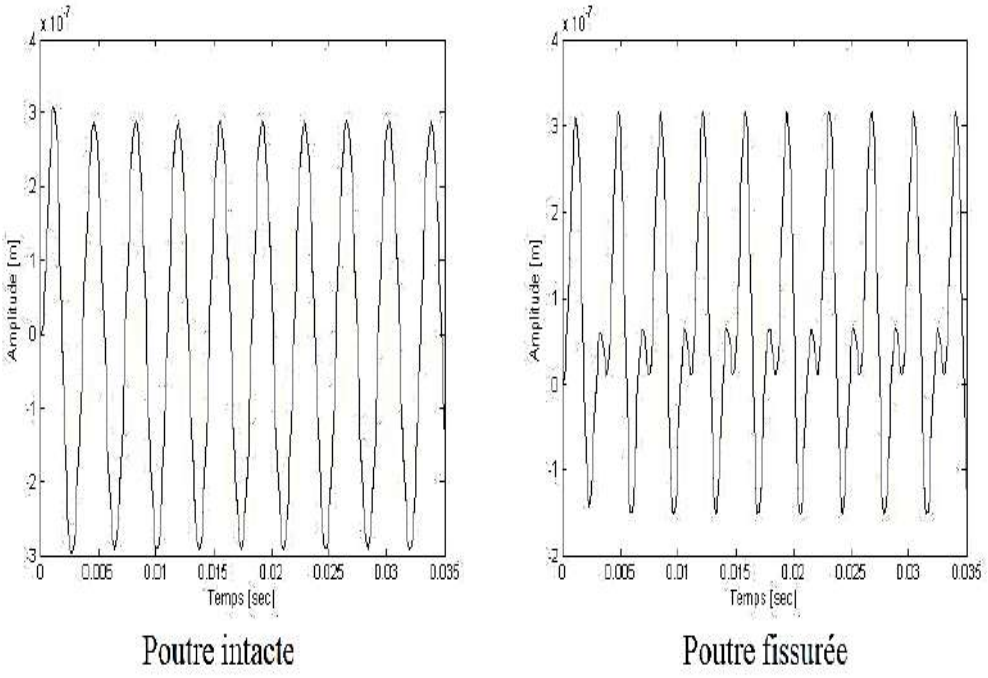


Figure I-14 Réponse temporelle de la poutre à la mi- fréquence de résonance

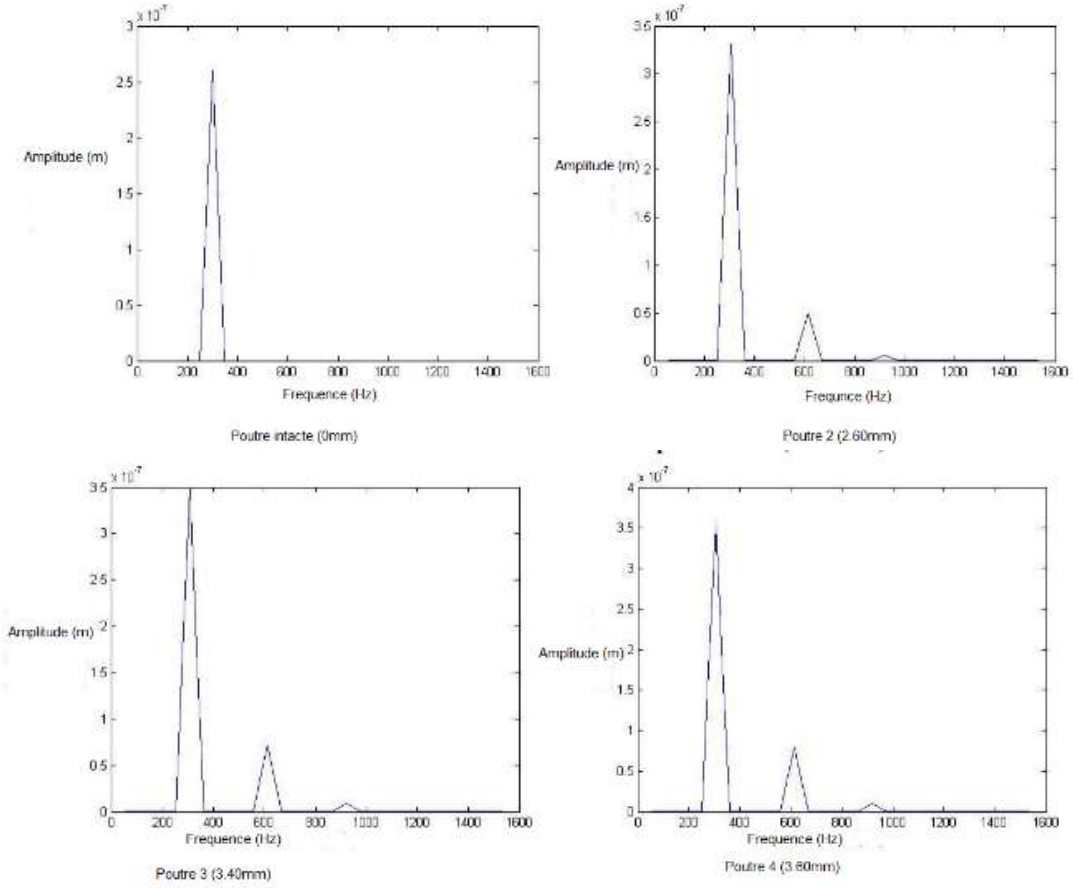


Figure I-15 Réponse fréquentielles des poutres

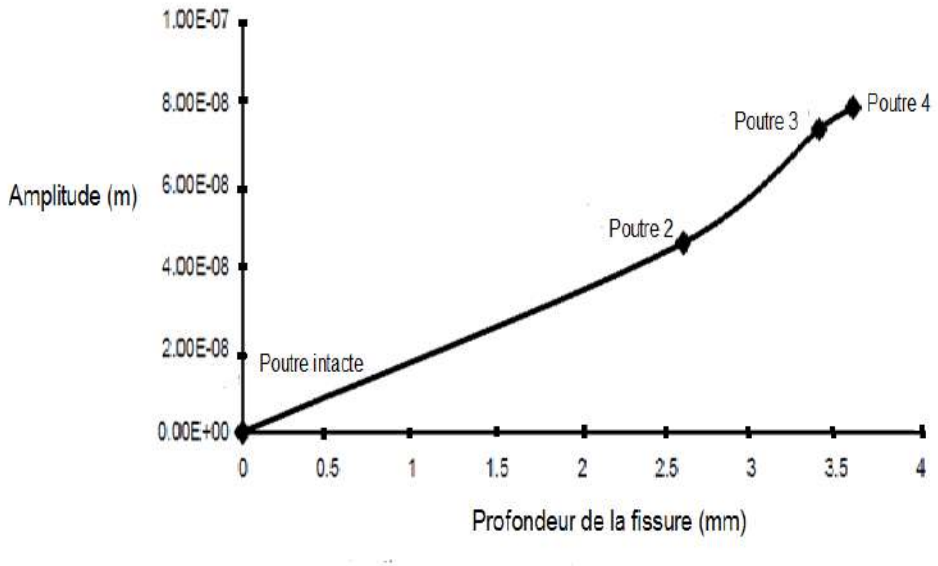


Figure I-16 Variation de l'amplitude à la deuxième harmonique de la fréquence d'excitation en fonction de la profondeur de la fissure.

I.5.6 Méthodes basées sur les déformées modales

Les déformées modales représentent la description spéciale de l'amplitude de chaque fréquence résonante. Il existe plusieurs techniques d'identification d'endommagement basées directement sur des déformées modales ou leurs dérivées.

Allemang et Brown 1983 ont présenté une méthode, appelée "Modal Assurance Criterion" (MAC) se basant sur la comparaison entre 2 suites de déformées modales correspondant à 2 états différents, pour détecter l'endommagement. Le coefficient MAC est considéré comme l'indice de similarité entre 2 modes. Supposons que Φ_A de taille $n \times m_A$ et Φ_B de taille $n \times m_B$ qui représentent 2 collections des déformées modales correspondant aux 2 états différents où n est le nombre de dégrées de liberté, m_A m_B le nombre des modes à considérer de l'état A et B. Le coefficient MAC est définie par :

$$MAC_{j,k} = \frac{\left|\sum_{i=1}^{n} \phi^{A}_{i,j} \phi^{B}_{i,k}\right|^2}{\sum_{i=1}^{n} (\phi^{A}_{i,j})^2 \sum_{i=1}^{n} (\phi^{B}_{i,k})^2} \quad (\forall j = 1,....m_A \ \forall k = 1,....m_B) \tag{1.2}$$

La valeur $\boldsymbol{MAC_{j,k}}$ peut être utilisée comme un indicateur d'endommagement. Lorsque le coefficient *MAC* est égal à 1, les deux modes sont parfaitement corrélés ; au contraire lorsque le coefficient *MAC* est égal à 0, les deux modes sont complètement décorrélés.

Chez Lieven et Erwin 1988, dans le cas $m_A = m_B = m$, les coefficients "coordinate modal assurance criterion" (CoMAC) sont utilisés pour localiser l'endroit où les déformées modales ne sont pas corrélées :

$$CoMAC_i = \frac{\left|\sum_{j=1}^{m} \phi^{A}_{i,j} \phi^{B}_{i,j}\right|^2}{\sum_{j=1}^{m} (\phi^{A}_{i,j})^2 \sum_{j=1}^{m} (\phi^{B}_{i,j})^2} \quad (\forall i = 1,....m) \tag{1.3}$$

L'utilisation de ces deux techniques pour l'identification d'endommagement a donné de bons résultats dans certains cas. Cependant, ces techniques sont principalement appliquées sur des données numériques et tendent aujourd'hui à être remplacées par d'autres méthodes plus sensibles[4]

CHAPITRE II

II. La MEF en dynamique des poutres fissurées

II.1 Généralité sur MEF

Les codes éléments finis font maintenant partie des outils couramment utilisés lors de la conception et à l'analyse des produits industriels. Les outils d'aide à la modélisation devenant de plus en plus perfectionnés, l'utilisation de la méthode des éléments finis s'est largement développée et peut sembler de moins en moins une affaire de spécialistes. Si l'utilisation de la méthode se démocratise de par la simplicité croissante de mise en œuvre, la fiabilité des algorithmes et la robustesse de la méthode, il reste néanmoins des questions essentielles auxquelles l'ingénieur devra répondre s'il veut effectuer une analyse par éléments finis dans de bonnes conditions :

− formaliser les non-dits et les réflexions qui justifient les choix explicites ou implicites de son analyse du problème ;

− évaluer la confiance qu'il accorde aux résultats produits ;

− analyser les conséquences de ces résultats par rapport aux objectifs visés.

L'objectif de cette partie est de présenter les principes de base de cette méthode en insistant sur l'enchaînement des tâches (démarche et hypothèses associées) qui assurent la cohérence du processus de calcul. Ces connaissances vous seront utiles pour maîtriser les deux principales difficultés de mise au point d'un modèle numérique :

− Problèmes préliminaires à la phase de calcul ;

− Problèmes liés à l'exploitation des résultats et le retour à la conception.

Il ne faut pas perdre de vue que l'analyse des résultats nécessite une bonne compréhension des différentes étapes mathématiques utilisées lors de l'approximation, pour pouvoir estimer l'erreur du modèle numérique par rapport à la solution exacte du problème mathématique. Sans oublier que le modèle numérique ne peut fournir que de résultats relatifs aux informations contenues dans le modèle mathématique qui découle des hypothèses de modélisation.

Nous nous limiterons à la présentation de modèles élémentaires utilisés dans le cadre des théories linéaires. Bien que simples ces modèles permettent déjà de traiter un grand nombre d'applications liées aux problèmes de l'ingénieur. Du point de vue pédagogique, ils sont suffisamment complexes pour mettre en avant les difficultés de mise en œuvre de la méthode. L'idée fondamentale de cette méthode est de discrétiser le problème en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments de forme géométrique simple. Sur chacun de ces éléments il sera plus simple de définir une approximation nous permettant d'appliquer les méthodes présentées dans la première partie de chapitre. Il ne reste alors

qu'à assembler les formes matricielles élémentaires pour obtenir les équations relatives à la structure à étudier. C'est sous cette forme pragmatique qu'elle est utilisée par les ingénieurs, et que nous allons maintenant l'aborder [10].

Dans la MEF, la structure étudiée est subdivisée en formes discrètes appelées éléments. Les types d'éléments les plus communs comprennent les éléments poutres (1-D), les éléments 2-D en contrainte plane ou déformation plane, et les briques ou les tétraèdres en trois dimensions. Les éléments sont reliés en des points « nœuds » où la continuité des champs des déplacements est assurée. La dimension de la structure ne doit pas correspondre à la dimension de l'élément. Par exemple, un treillis en trois dimensions peut être construit à partir d'éléments de poutre [11].

II.2 Démarche MEF

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, qui sont détaillées par la suite, sont les suivantes :

− Discrétisation du milieu continu en sous domaines ;

− Construction de l'approximation nodale par sous domaine ;

− Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème ;

− Assemblage des matrices élémentaires ;

− Prise en compte des conditions aux limites ;

− Résolution du système d'équations [10].

II.3 Utilisation d'un logiciel éléments finis

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de logiciels : NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, etc. Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

− analyse linéaire ou non d'un système physique continu ;

− analyse statique ou dynamique ;

_ prise en compte de Lois de comportement complexes ;

_ prise en compte de phénomènes divers (élasticité, thermiques, électromagnétiques, de plasticité [10],

Au cours des dernières décennies, de nombreux programmes commerciaux sont devenus disponibles pour la réalisation de la MEF. Parmi une gamme complète de solution de simulation d'élément finis par les principales sociétés CAE, ANSYS® Workbench est une plateforme conviviale pour intégrer sans difficultés, la série de simulation d'ingénieur avancé ANSYS, Inc. Technologie.

Il offre une connexion bidirectionnelle aux principaux systèmes de CAO. Environnement de travail vise à améliorer la productivité et la facilité d'utilisation du génie équipes. Elle a évolué comme outil incontournable pour le développement de produits a un nombre croissant des entreprises trouver des applications dans de nombreux domaines d'ingénierie différents [12].

II.4 MEF appliquée pour une poutre console

II.4.1 La MEF pour une poutre console (1 élément avec 2 nœuds)

On considère des vibrations libre pour une poutre encastrée-libre avec un élément et deux nœuds 1 et 2 comme la montre la figure suivante :

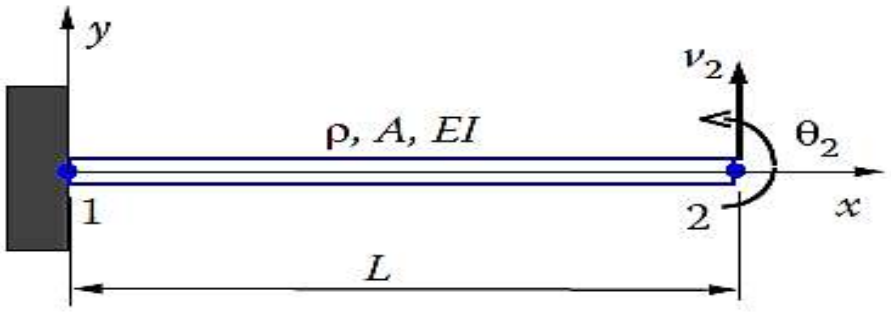


Figure II-1 Poutre console avec un élément et 2 nœuds

Avec $\vartheta 2\ et\ \theta 2$ déplacement (m) et rotation (rd) à l'extrémité de la poutre

On définit les matrices de masse et de raideur comme suivant :

$$M = \frac{\rho AL}{420}\begin{pmatrix} 156 & -22L \\ -22L & 4L^2 \end{pmatrix}$$

$$K = \frac{EI}{L^3}\begin{pmatrix} 12 & -6L \\ -6L & 4L^2 \end{pmatrix}$$

Ce qui revient à trouver les valeurs de $\lambda = \omega^2$ telles que le déterminant de la matrice

(K -λM) soit nul. Cette matrice a pour dimension le nombre de degrés de liberté indépendants du modèle :

$$\left[K-\omega^2 M\right]\begin{pmatrix}\upsilon_2\\ \theta_2\end{pmatrix}=0 \Rightarrow \left|\begin{pmatrix}12-156\omega^2 & -6L-22L\omega^2\\ -6L-22L\omega^2 & 4L^2-4L^2\omega^2\end{pmatrix}\right|=0$$

Equation aux valeurs propres suivantes :

$$\left(12-156\omega^2\right).\left(4L^2-4L^2\omega^2\right)-\left(-6L-22L\omega^2\right)^2=0$$

Les solutions aux valeurs propres

$$\omega_1=5.53\left(\frac{EI}{\rho AL^4}\right)^{\frac{1}{2}},\begin{pmatrix}\upsilon_2\\ \theta_2\end{pmatrix}_1=\begin{pmatrix}1\\ \frac{1.38}{L}\end{pmatrix}_1$$

$$\omega_2=34.81\left(\frac{EI}{\rho AL^4}\right)^{\frac{1}{2}},\begin{pmatrix}\upsilon_2\\ \theta_2\end{pmatrix}_2=\begin{pmatrix}1\\ \frac{7.62}{L}\end{pmatrix}_2$$

II.4.2 MEF appliquée pour notre poutre

- Les dimensions de la poutre

Longueur (L) (mm)	Largueur(l) (mm)	Epaisseur (e) (mm)
400	50	10

- Les propriétés du matériau

Acier standard	----------
Module d'élasticités (E) GPA	200 GPA
Masse volumique $\rho(kg/m^3)$	7850 kg/m^3
Coefficient de poisson μ	0.3

- Calculer les matrices M et K

$$M=\begin{pmatrix}0.583 & -0.032\\ -0.032 & 0.00239\end{pmatrix}$$

$$K=\begin{pmatrix}156250 & -31250\\ -31250 & 8333.33\end{pmatrix}$$

- L'équation aux valeurs propres

$$\left(156250-0.583w^2\right)*\left(8333.33-0.00239w^2\right)-(-31250-0.032w^2)^2=0$$

- Les solutions aux valeurs propres

$$\omega_1 = 321.75 \frac{rad}{s} \Rightarrow \quad f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 51.20\,Hz$$

$$\omega_2 = 3170.091 \frac{rad}{s} \Rightarrow \quad f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 504.53\,Hz$$

II.4.3 MEF pour une poutre console (2 élément avec 3 nœuds)

On considère des vibrations libres d'une poutre ayant 2 éléments et 3 nœuds avec une longueur $L_e = L/2$ comme la montre la figure suivante [13].

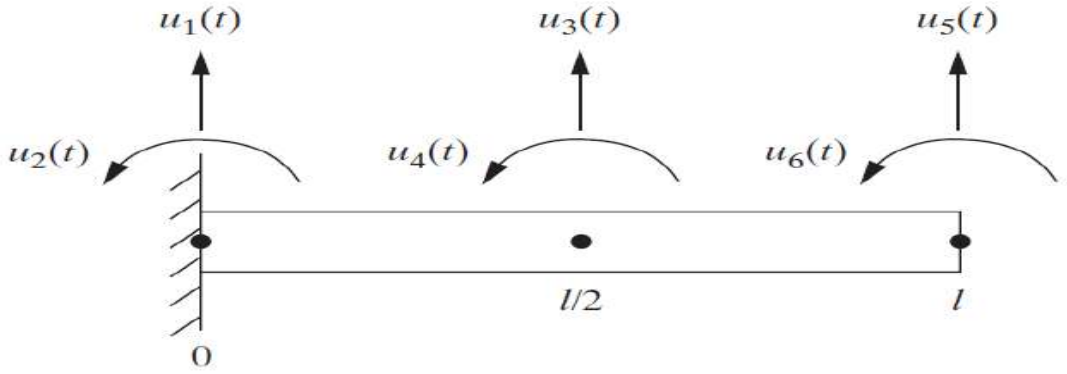


Figure II-2 Poutre console avec 2 éléments et 3 nœuds

On définit l'équation d'élément finis générale par :

$$[M]_1 \{\ddot{\ } \quad _{-1}\{U\} = 0 \qquad (2.1)$$

- Calcul les matrices de masse M et de raideur K pour chaque éléments

- Equation d'élément finis E_1

$$[M]_1 \{\ddot{\ } \quad _{-1}\{U\} = 0$$

$$\frac{\rho AL}{840}\begin{bmatrix} 156 & 11L & 54 & -\frac{13}{2}L \\ 11L & L^2 & \frac{13}{2}L & -\frac{3}{4}L^2 \\ 54 & \frac{13}{2}L & 156 & -11L \\ -\frac{13}{2}L & -\frac{3}{4}L^2 & -11L & L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{\ } \\ \ddot{\ } \\ \ddot{\ } \\ \ddot{\ } \end{Bmatrix} \quad \underline{I}\begin{bmatrix} 12 & 3L & -12 & 3L \\ 3L & L^2 & -3L & 0.5L^2 \\ -12 & -3L & 12 & -3L \\ 3L & 0.5L^2 & -3L & L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Equation d'élément finis E_2

$$[M]_2\{\ddot{U}\}_{-2}\{U\}=0$$

$$\frac{\rho AL}{840}\begin{bmatrix} 312 & 0 & 54 & -\frac{13}{2}L \\ 0 & 2L^2 & \frac{13}{2}L & -\frac{3}{4}L^2 \\ 54 & \frac{13}{2}L & 156 & -11L \\ -\frac{13}{2}L & -\frac{3}{4}L^2 & -11L & L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{U} \\ \ddot{U} \\ \ddot{U} \end{Bmatrix} \quad \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 24 & 0 & -12 & 3L \\ 0 & 2L^2 & -3L & 0.5L^2 \\ -12 & -3L & 12 & -3L \\ 3L & 0.5L^2 & -3L & L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les C.A.L ($U_1=U_2=0$)

L'équation d'élément finis globale pour la poutre devient

$$\frac{\rho AL}{840}\begin{bmatrix} 312 & 0 & 54 & -\frac{13}{2}L \\ 0 & 2L^2 & \frac{13}{2}L & -\frac{3}{4}L^2 \\ 54 & \frac{13}{2}L & 156 & -11L \\ -\frac{13}{2}L & -\frac{3}{4}L^2 & -11L & L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{U} \\ \ddot{U} \\ \ddot{U} \end{Bmatrix} \quad \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 24 & 0 & -12 & 3L \\ 0 & 2L^2 & -3L & 0.5L^2 \\ -12 & -3L & 12 & -3L \\ 3L & 0.5L^2 & -3L & L^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- L'équation aux valeurs propres $\left[K-\omega^2 M\right](U)=0$, nous permet de déterminer les pulsations propres d'une poutre telles que le déterminant de la matrice soit nul $\left|K-\omega^2 M\right|=0$.

  Apres la résolution l'équation on trouve les pulsations propres suivantes

$$\omega_1=3.516\left(\frac{EI}{\rho AL^4}\right)^{\frac{1}{2}},\quad \omega_2=24.5\left(\frac{EI}{\rho AL^4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

II.4.4 MEF appliquée pour notre poutre (2 élément 3 nœuds)

$$\omega_1 = 3.516\left(\frac{EI}{\rho AL^4}\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \omega_1 = 3.516\left(\frac{2*10^{11}*\frac{5}{12}*10^{-8}}{7850*500.10^{-6}*0.4^4}\right) \rightarrow \omega_1 = 320.19\frac{rd}{s}$$

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 50.961\,Hz$$

$$\omega_2 = 24.5\left(\frac{EI}{\rho AL^4}\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \omega_2 = 24.5\left(\frac{2*10^{11}*\frac{5}{12}*10^{-8}}{7850*500.10^{-6}*0.4^4}\right) \rightarrow \omega_2 = 2231.185\frac{rd}{s}$$

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 355.104\,Hz$$

II.5 Les méthodes numériques d'extraction modale

II.5.1 Classifications des méthodes

La recherche analytique des paramètres modaux d'un système vibratoire n'est guère envisageable d'un point de vue pratique, le recours à une procédure numérique constituant la règle usuelle.

La nature même du problème dynamique entraine cependant que la résolution par voie numérique de l'équation aux valeurs propres est nettement plus couteuse que celle d'un problème statique, étant donné que la solution ne peut être trouvée que de manière itérative et non plus en un seul pas. D'importants efforts ont dès lors été consacrés à l'extraction numérique des caractéristiques modales d'une structure, donnant ainsi jour à de nombreux algorithmes performants, adaptées au départ exclusivement au problème aux valeurs propres standard.

Parmi les techniques courantes, rappelons tout d'abord les méthodes d'itération sur les vecteurs et les valeurs propres, comme la méthode de la puissance, l'itération inverse avec ou sans translation spectrale et l'itération inverse de Rayleigh, basées sur les problèmes aux matrices éparses ou à faible largeur de bande. Elles ne sont toutefois efficaces que lorsque le nombre de paires propres à extraire n'est pas trop élevé, et peuvent connaître certaines difficultés en présence de fréquences propres multiples.

Les extracteurs modaux, alliant différentes techniques de base et sachant exploiter efficacement leurs avantages respectifs lorsque la taille des matrices structurelles est

importante, ne sont malheureusement pas abondants. Des rares stratégies performantes de résolution modale, nous retiendrons ici la méthode de sous espaces et la méthode de Lanczos, qui sont bien adaptées à la recherche des fréquences propres les plus basses de grands systèmes [14].

II.6 La méthode d'itération d'un sous espace

La méthode d'itération d'un sous espace ou méthode des sous espace constitue un outil particulièrement puissant de résolution modale, surtout si seul un nombre limité d'éléments propres correspondant à un domaine spectral étroit est à extraire de systèmes algébriques de grande taille et à matrices associées symétriques[14].

II.6.1 Principe général de la méthode

Dérivée de la technique de l'itération inverse, la méthode de sous-espaces combine l'itération inverse, appliquée simultanément à un ensemble de vecteurs, et un processus d'orthogonalité basé sur la propriété de stationnarité du quotient de Rayleigh.

Permettant le calcul des p paramètres solutions propres $\{(\lambda_i, p_i)\}$ $(i = 1, 2....., p << n)$ du problème généralisé d'ordre n, cette procédure comporte étapes fondamentales consistant à :

Choisir un ensemble de q vecteurs d'itération de départ $(q > p)$ engendrant le sous espace initial S_0. Générer, par l'itération inverse appliquée simultanément aux q vecteurs d'itération, une suite de sous espace S_k (k =1,2...) k convergeant vers le sous espace S engendré par les vecteurs propres associés aux q premières valeurs propres ;

Orthogonalité les q itérés par une analyse classique de Ritz à la fin de chaque itération, afin d'extraire les p valeurs propres approchées de plus faible amplitude [14].

II.6.2 Algorithme de sous espace pratique

La méthode sous espace est un algorithme itératif qui convient aux problèmes ayant des matrices de rigidité symétrique et de masse (et). Il utilise en interne le résolveur fragmenté ou le résolveur dispersé réparti (selon que la solution utilise ou non ANSYS distribué) pour la logique décalage-inversion. Le résolveur sous espace fonctionne bien lorsque l'objectif est d'obtenir un nombre moyen à moyen de valeurs propres sur de grands modèles exécutés en mode parallèle distribué.

La vérification de la séquence Sturm est disponible pour cette méthode (elle est désactivée par défaut) et peut être contrôlée via la commande SUBOPT. L'utilisation de la mémoire de l'algorithme peut également être configurée via la commande SUBOPT [15].

II.7 La méthode de Lanczos

Elle a été longtemps considérée à tort comme une technique de résolution modale peu robuste, voire même comme un simple procédé de tri- diagonalisation matricielle-de surcroit moins efficace que les procédées de Givens et de Householder, la méthode de Lanczos est maintenant reconnue, depuis la maitrise des principales instabilités numériques, en tant que technique performante d'extraction des solutions propres de systèmes de très grand taille [14].

II.7.1 Principe général de la méthode

Permettant l'estimation des p paramètres paires propres $\{(\lambda_i, p_i)\}$ $(i = 1, 2....., p << n)$ du problème aux valeurs propres généralisées d'ordre n, la méthode de Lanczos, associant la procédure traditionnelle de Rayleigh Ritz à une séquence classique de Krylov obtenue par la technique de l'itération inverse, se distingue par trois phases principales revenant à

- Choisir un vecteur arbitraire, orthonormé dans la métrique de la matrice de masse et engendrant le sous-espace de Krylov initial K_0
- Construire, par la méthode de l'itération inverse, une suite de sous-espaces de Krylov

(K_k=1,2....) Convergeant vers les sous-espaces S engendrés par les vecteurs propres correspondant aux k+1valeurs propres de plus faible module ;

- Orthogonalité par une analyse de Ritz les k+1vecteurs de la séquence courante de Krylov à la fin d'un cycle, afin d'extraire les ***p*** valeurs propres approchées les plus faibles en amplitude $(P \le K + 1)$.

Le principe de base de la méthode de Lanczos se différencie toutefois de la démarche caractérisant la technique d'itération d'un sous-espace par le fait que le sous-espace itéré n'est plus de taille fixe durant le déroulement de processus, mais est enrichi d'un nouveau vecteur à chaque itération [14].

II.7.2 Algorithme de Lanczos pratique

Le résolveur de valeur propre Block Lanczos utilise l'algorithme Lanczos dans lequel la récursivité de Lanczos est effectuée avec un bloc de vecteurs. La méthode Block Lanczos utilise le résolveur de matrice creuse, en remplaçant tout résolveur spécifié via la commande EQSLV.

La méthode de Block Lanczos est particulièrement puissante pour rechercher des fréquences propres dans une partie donnée du spectre de valeurs propres d'un système donné. Le taux de convergence des fréquences propres sera à peu près le même lors de l'extraction des modes situés dans les médiums et les extrémités supérieures du spectre que lors de l'extraction des modes les plus bas. Par conséquent, lorsque vous utilisez une fréquence de décalage (FREQB sur MODOPT) pour extraire n modes au-delà de la valeur de départ de FREQB, l'algorithme extrait les n modes au-delà de FREQB à peu près à la même vitesse que les n premiers modes.

Alors que le Block Lanczos est généralement très robuste pour une large gamme d'applications, certains types d'éléments peuvent rendre difficile la solution finale. Ceux-ci incluent les éléments MPC184 qui utilisent la méthode du multiplicateur de Lagrange et les éléments FLUID30, FLUID220 et FLUID221 qui utilisent la formulation matricielle des éléments symétriques pour les analyses modales (KEYOPT (2) = 2) [15].

II.8 Méthode analytique

II.8.1 Comportement élastique d'une poutre fissurée

Rizos et al ont représenté la fissure comme ressort rotationnel dans l'analyse modale pour une poutre encastrée-libre ayant une section transversale rectangulaire comme indiqué à la Figure II-3

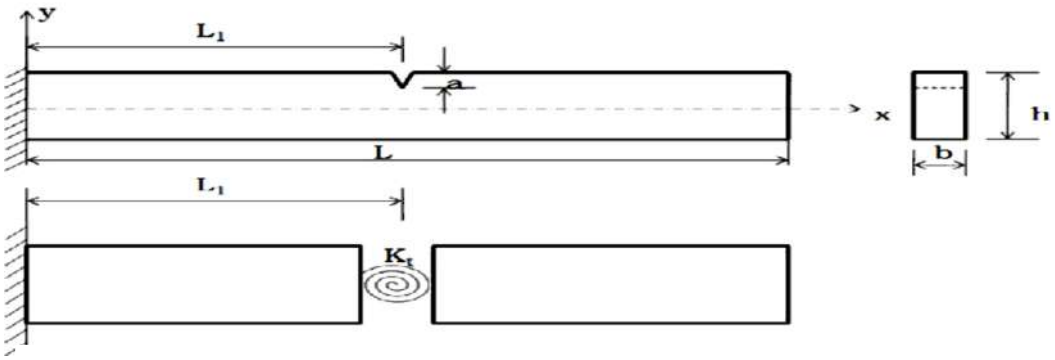


Figure II-3 poutre encastrée-libre avec fissure et représentation de fissure par ressort rotationnel

Dimaragonas et Paipetis ont défini la constante de ressort de la torsion k_t proximité de la section fissurée d'une poutre lorsqu'une fissure latéral de profondeur uniforme existe, à partir de la fonction d'énergie de fissure [16].

$$c = \frac{5,346.h.f\left(a/h\right)}{EI} \tag{2.1}$$

$$K_t = \frac{1}{C} \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned} f\left(a/h\right) = 1,8624\,f\left(a/h\right)^2 - 3,95\left(a/h\right)^3 + 16,375\left(a/h\right)^4 - 37,226\left(a/h\right)^5 \\ + 76,81\left(a/h\right)^6 - 126,9\left(a/h\right)^7 + 172\left(a/h\right)^8 - 143,97\left(a/h\right)^9 + 66,56\left(a/h\right)^{10} \end{aligned} \tag{2.3}$$

Où, E est le module de Young, I est le moment d'inertiel, $à$ la profondeur de fissure, h est la hauteur de la poutre, c 'est conforme et K_t le coefficient de la rigidité de ressort, $f(a/h)$ est une fonction de conformité locale moins dimension.

La fissure ou les dommages dans la structure réduisent la rigidité etaugmentent l'amortissement (Adams et al). La fréquence naturelle est touchée par le changement de rigidité et ceci peut être la base de la technique de détection des dommages basée sur la fréquence(FBDD).

Chondros et Dimarogonas, Liang et al, etc. Ont utilisé l'approche de ressort rotationnel et ont établi la relation entre la rigidité du ressort K, l'emplacement de la fissure et la fréquence naturelle de certains mode dans le formulaire.

$$K = \frac{\left|\Delta_1\left(\beta,\lambda\right)\right|}{\left|\Delta_2\left(\beta,\lambda\right)\right|} \tag{2.4}$$

Ici, $\Delta_1\ (\beta,\lambda) et\ \Delta_2\ (\beta,\lambda)$ peuvent être obtenus à partir des équations caractéristiques du système. La fissure est modélisée comme source rotationnelle l'effet de l'emplacement de la fissure et de la taille de la fissure surnaturel est étudiée. De plus, la stratégie de détection des fissures est présentée.

Les résultats sont comparés avec les résultats expérimentaux résultats et conclus en accord étroit [16].

II.8.2 Solution analytique pour la vibration libre de la poutre

L'équation de la vibration transversale de la poutre avec une coupe uniforme sans fissures peut être donnée,

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^4} \tag{2.5}$$

Où, x axe est alignés avec l'axe de poutre et est situé à la fin gauche de la poutre,
t est le temps, ρ est la densité du matériel de poutre et *EI* est le module de rigidité.
Ici, la déformation de cisaillement et l'inertie rotationnelle ont été négligées. Pour les vibrations gratuites, équation (2.5) peut-être écrit comme,

$$\frac{\partial^4 y(\beta)}{\partial x^4} + \lambda^4 y(\beta) \tag{2.6}$$

Où, $\beta = X / L$ est localisation de la fissure normalisée et λ qu'il s'agit d'un paramètre de fréquence non dimensionnelle donné comme,

$$\lambda^4 = \frac{w^2 \rho AL}{EI} \tag{2.7}$$

Où, *w* la fréquence naturelle de la vibration libre et *L* est la langueur de la poutre.
Les formes de mode des vibrations peuvent être données par,

$$Y(R) = A_1 \sin(\beta\lambda)\ A_2 \cos(\beta\lambda)\ A_3 \sinh(\beta\lambda)\ A_4 \cosh(\beta\lambda) \quad [16] \tag{2.8}$$

II.8.3 Analyse de la poutre avec fissures à l'aide d'une approche rotationnelle

- Les modes d'une poutre fissurée

Si la fissure est supposée être ouverte et de profondeur uniforme, le mode de vibration du côté gauche et droit de fissure de la poutre est donné par,

$$Y_1(R) = A_4 \sin(\beta\lambda)\ A_3 \cos(\beta\lambda)\ A_2 \sinh(\beta\lambda)\ A_1 \cosh(\beta\lambda) \tag{2. 9}$$

$$Y_2(R) = B_4 \sin(\beta\lambda)\ B_3 \cos(\beta\lambda)\ B_2 \sinh(\beta\lambda)\ B_1 \cosh(\beta\lambda) \tag{2.10}$$

Où, $Y_1(R)$ et $Y_2(R)$ sont des modes harmoniques de vibration du côté gauche et droit de la fissure de la poutre. A_i et B_i sont les constantes où *i = 1, 2, 3, 4*. Ici, $\beta = X / L$ la normalisation de la position de fissure et $R = L_1 / L$ est la position de ressort, λ est le paramètre de fréquence.

Le paramètre de fréquence λ donné par,

$$\lambda^4 = \frac{w^2 \rho AL}{EI}$$

Où, λ est le paramètre de fréquence, *E* est le module de Young, *I* est le moment d'inertie, *w* est la fréquence naturelle des vibrations libre, *A* est la section de la poutre libre, *X* la coordonnée de longue de la poutre et ρ est la densité du matériel de poutre.

Appliquant les conditions limites fondées sur l'état final sur la poutre et la condition compatibilité avec les conditions de continuité au ressort rotationnel, huit équations caractéristiques peuvent être dérivées. Résoudre pour une solution non-triviale des équations caractéristiques, l'emplacement des dommages à la fissure peut-être localisé avec l'utilisation des deux premières fréquences naturelles [16].

II.8.4 Détection de fissures dans la poutre par approche ressort rotationnel

- **Les conditions aux limites**

À la localisation de fissure, la continuité du déplacement, du moment et de force de cisaillement et de la condition de compatibilité, c'est-à-dire.

La pente peut-être donné par,

$$Y_1(R) = Y_2(R) \tag{2.11}$$

$$Y_1^{''}(R) = Y_2^{''}(R) \tag{2.12}$$

$$Y_1'''(R) = Y_2'''(R) \tag{2.13}$$

$$Y_1'(R) + \left(\frac{EI}{K_T}\right) Y_1^{''}(R) = Y_2'(R) \tag{2.14}$$

Les conditions aux limites pour la poutre encastrée-libre sont les suivantes :

- À l'extrémité fixe : Déplacement $Y_1(R) = 0$ et la pente $Y_1'(R) = 0$ à $\beta = 0$
- À l'extrémité libre : Moment $Y_2^{''}(R) = 0$ et la force de cisaillement $Y_2'''(R) = 0$ à $\beta = L$

Appliquer ces huit conditions aux équations de forme mode [Eqs. (2.9)-(2.10)], huit équations caractéristiques peuvent être obtenues.

Ayant la valeur des deux premières fréquences naturelles de vibration de la poutre fissurée, la fissure présente dans la poutre peut être détectée.

L'équation caractéristique sera du formulaire,

$$A.B = 0 \tag{2.15}$$

Où,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cosh(\beta\lambda) & \sinh(\beta\lambda) & \cos(\beta\lambda) & \sin(\beta\lambda) & -\cosh(\beta\lambda) & -\sinh(\beta\lambda) & -\cos(\beta\lambda) & -\sin(\beta\lambda) \\ \sinh(\beta\lambda) & \cosh(\beta\lambda) & \sin(\beta\lambda) & -\cos(\beta\lambda) & -\sinh(\beta\lambda) & -\cosh(\beta\lambda) & -\sin(\beta\lambda) & \cos(\beta\lambda) \\ \cosh(\beta\lambda) & \sinh(\beta\lambda) & -\cos(\beta\lambda) & -\sin(\beta\lambda) & -\cosh(\beta\lambda) & -\sinh(\beta\lambda) & \cos(\beta\lambda) & \sin(\beta\lambda) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cosh(\beta\lambda) & \sinh(\beta\lambda) & -\cos(\beta\lambda) & -\sin(\beta\lambda) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sinh(\beta\lambda) & \cosh(\beta\lambda) & \sin(\beta\lambda) & -\cos(\beta\lambda) \\ \frac{K}{\lambda}sinh(\beta\lambda)+\cosh(\beta\lambda) & \frac{K}{\lambda}cosh(\beta\lambda)+\sinh(\beta\lambda) & -\frac{K}{\lambda}sin(\beta\lambda)-\cos(\beta\lambda) & \frac{K}{\lambda}cos(\beta\lambda)-\sin(\beta\lambda) & -\frac{K}{\lambda}sinh(\beta\lambda) & -\frac{K}{\lambda}cosh(\beta\lambda) & \frac{K}{\lambda}sin(\beta\lambda) & \frac{K}{\lambda}cos(\beta\lambda) \end{bmatrix}$$

(2.16)

$$B = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Pour la solution non-triviale, l'état $|A| = 0$ doit être satisfait. Emplacement de la fissure sur la composante peut être obtenu en trouvant l'emplacement de la fissure satisfaisant à cette condition [16].

CHAPITRE III

III. Simulation par la MEF des poutres fissurées

III.1 Introduction

La présence de fissures, dans les structures mécaniques, cause des changements de leurs rigidités qui impliquent des variations des paramètres modaux de ces structures, ce qui peut provoquer une défaillance soudaine du système, sans indications ni avertissements préalables. En conséquence, la détection des défauts structurels peut être obtenue par l'observation des changements des fréquences propres et des déformées modales résultantes. La comparaison des paramètres mesurés, de la structure saine à ceux de la structure endommagée, peut donner une estimation de la sévérité et de l'emplacement des dommages [17].

Le but de ce chapitre est la simulation numérique, par ANSYS Workbench®, de l'influence de la position et de la taille d'une fissure sur les trois premières fréquences naturelles d'une poutre console. La comparaison entre les fréquences numériques et analytiques est donnée ; et les résultats sont présentés et discutés.

III.2 Approche numérique de l'analyse modale théorique

L'équation différentielle du mouvement, d'une structure mécanique linéaire discrétisée par la méthode des éléments finis, est donnée par :

$$[M]\{(t)\}+[C]\ \{(t)\}\ +\ [K]\ \{X(t)\}=\ \{f(t)\} \tag{3.1}$$

Où $[M]$, $[C]$, $[K]$, $\{X(t)\}$ et $\{f(t)\}$ sont respectivement la matrice des masses, des amortissements, des rigidités, le vecteur déplacement et le vecteur des forces extérieurs.

A partir de l'équation (3.1) et en régime libre $(\{f(t)\}=\ 0)$, il est possible d'établir le problème aux valeurs propres suivant (solution de type = $X(e^{\lambda t})$

$$\lambda^2[M]+\lambda[C]+[K])\{X\}=0 \tag{3.2}$$

Pour déterminer les paramètres modaux on résout le problème aux valeurs propres associé par l'une des méthodes connues (Méthode de Ritz, Méthode de Lanczos, Méthode de Rayleigh, etc…) [17].

III.3 L'analyse par éléments finis d'une poutre console

III.3.1 Présentation du modèle de la poutre fissurée

L'étude paramétrique est réalisée pour une poutre en acier (encastrée-libre) à section rectangulaire (Tableau III-1).

Les dimensions géométriques et les propriétés physiques choisies sont données au tableau (Tableau III-1 ,Tableau III-2) [18].

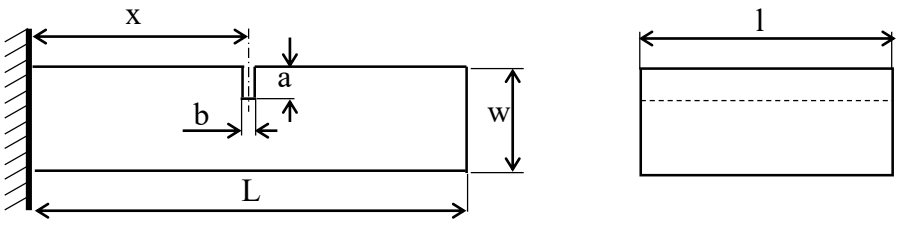


Figure III-1 Modèle de la poutre console fissurée

Tableau III-1 Les dimensions de la poutre

Longueur (L) mm	Largeur(l) : mm	Epaisseur(w) : mm
400	50	10

X = Emplacement de fissure en (mm)

a = profondeur de fissure en (mm)

Tableau III-2 Les propriétés du matériau

Acier standard	----------
Module d'élasticités (E) GPA	200 GPA
Masse volumique$\rho(kg/m^3)$	7850 kg/m^3
Coefficient de poisson μ	0.3

III.4 Présentation du modèle numérique de la poutre en utilisant ANSYS Workbench 16

Le modèle 3D de la poutre a été discrétisée en éléments finis, en utilisant ANSYS Workbench 16.0 avec une taille d'élément de maillage $\Delta x = \Delta y = 5mm$ avec un élément solide 3-D 20-noeuds (SOLID 186) (Figure III-2)

III.4.1 Description de l'élément SOLID 186

SOLID 186 est un solide 3-D 20nœuds qui présente un comportement de déplacement quadratique. L'élément est défini par 20 nœuds ayant trois degrés de liberté par nœud : traductions dans les directions nodal x, y et z. l'élément supporte la plasticité, l'hyper élasticité, le fluage, le raidissement du contrainte, la grande déflexion et les grandes capacités de déformation. Il possède également une capacité de formulation mixte pour simuler les déformations de matériaux élasto-plastiques quasi incompressibles et des matériaux hyper élastiques totalement incompressibles [15].

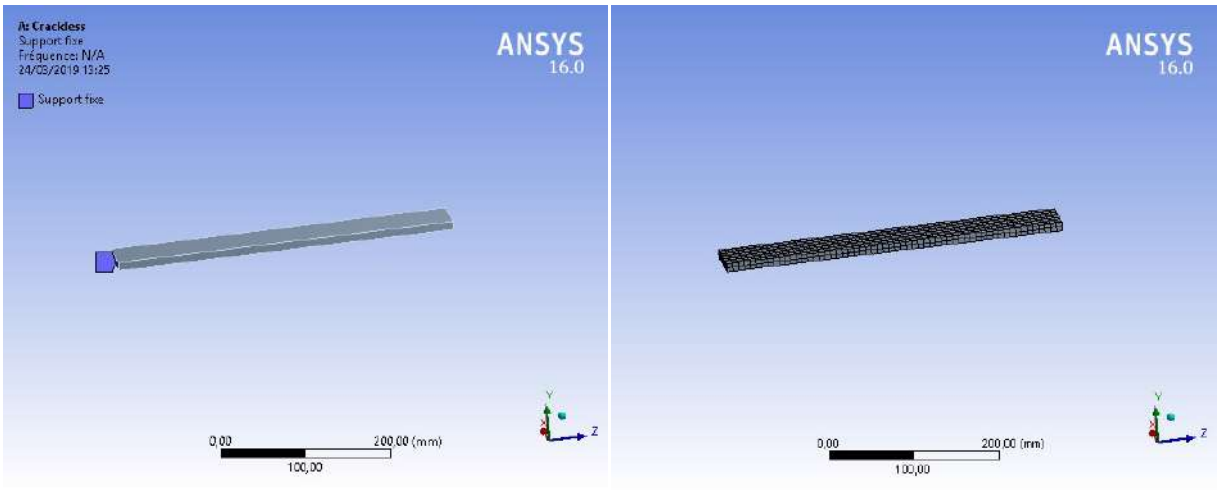


Figure III-2 Géométrie et Maillage de la poutre

III.5 Vibration libre de flexion d'une poutre à section rectangulaire

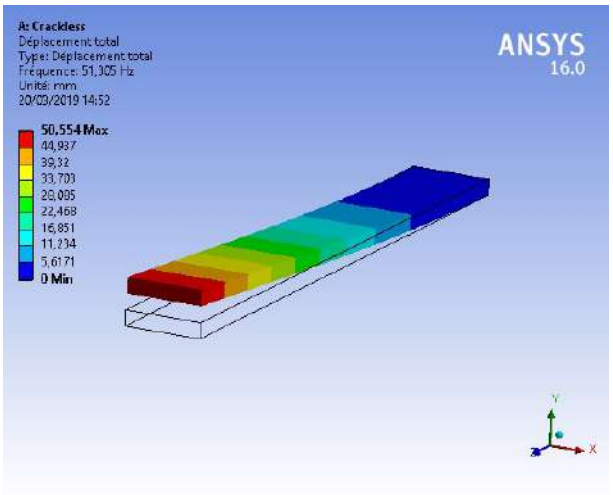
III.5.1 Méthode numérique

Dans cette partie, nous nous intéressons à la détermination des caractéristiques vibratoires de la poutre console en faisant varier la position et la profondeur de la fissure.

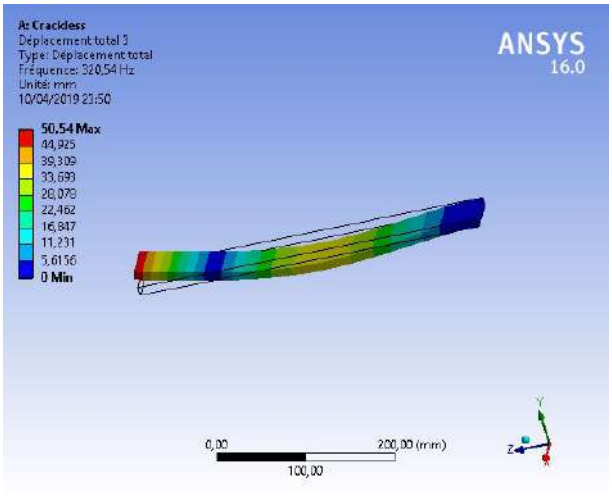
Les trois fréquences propres, à savoir $1^{ère}$; $2^{ème}$ et $3^{ème}$, sont déterminées par la méthode des éléments finis en utilisant le logiciel commercial ANSYS Workbench® Version 16.0

En premier lieu, nous considérons la poutre sans fissure (poutre saine), ensuite nous introduisons une fissure, dont les paramètres sont la position longitudinale et la profondeur ***a*** (***a*** variant de 1 à 8 mm par pas de 1 mm) et cinq positions sur la langueur L (X (mm)=40 ; 80 ; 120 ; 160 et 200).

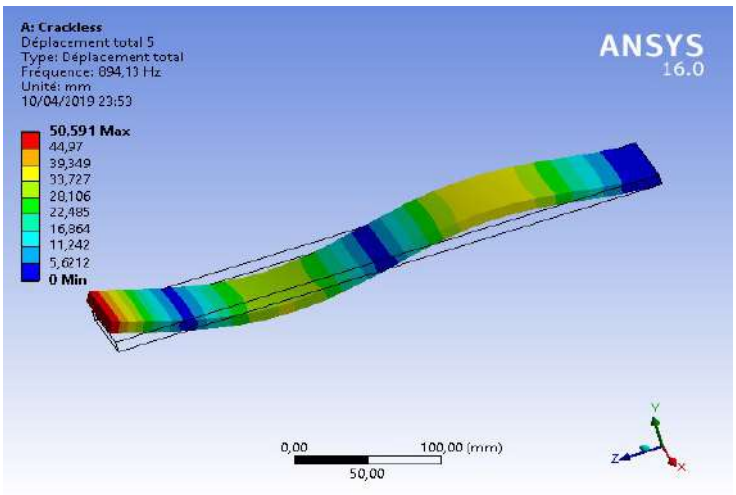
Les modes de vibration, correspondants aux trois premières fréquences naturelles de la poutre, sont illustrés dans la Figure III-3



1er mode de vibration (Poutre saine)
f_1=51,305Hz



2ème mode de vibration (Poutre saine)
f_2=252,4Hz



1er mode de vibration (Poutre saine)
Fr_3=320,54Hz

Figure III-3 Les trois premiers modes de vibration de la poutre saine

III.5.2 La solution analytique

La vibration libre de flexion d'une poutre d'Euler-Bernoulli de section constante est exprimée selon l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$(\partial^4 y(x,t)) / (\partial x^4) + (\rho A) / EI(\partial^2 y(x,t)) / (\partial t^2) = 0 \quad (3.4)$$

Où, x axe est alignés avec l'axe de poutre et est situé à la fin gauche de la poutre, t est le temps, ρ est la densité du matériel de poutre et EI est le module de rigidité.

Ici, la déformation de cisaillement et l'inertie rotationnelle ont été négligées. Pour les vibrations libres, l'équation (3.4) peut-être écrite comme :

$$\frac{\partial^4 y(\beta)}{\partial x^4} + \lambda^4 y(\beta) = 0 \quad (3.5)$$

Où, β=X/L est localisation de la fissure normalisée et λ qu'il s'agit d'un paramètre de fréquence non dimensionnelle donné comme,

$$\lambda^4 = \frac{w^2 \rho A L}{EI} \quad (3.6)$$

Où, w la fréquence naturelle de la vibration libre et L est la langueur de la poutre.

Avec :

$$\omega_i = \lambda_i^2 c = \frac{\lambda_i^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3.7)$$

$\lambda_1 l = 1.87510$; $\lambda_2 l = 4.69409$; $\lambda_3 l = 7.85473$ et pour : $i > 3$ $\lambda_i l \cong (2i-1)\frac{\pi}{2}$

Avec : i l'indice du mode de vibration

La solution générale de l'équation aux dérivées partielles s'écrit :

$$Y_i(x) = c_1 cosh\ \lambda_i x + c_2 \sinh \lambda_i x + c_3 cos \lambda_i x + c_4 sin \lambda_i x \quad [19] \quad (3.8)$$

Les modes propres associés $Y(x)$ sont définis à une constante près.

Tableau III-3 Les trois premières fréquences naturelles de la poutre saine.

Fréquences	ANSYS (Hz)	Analytique (Hz)	Erreur
Mode1	51,305	50,987	0,62%
Mode2	320,54	319,53	0,31%
Mode3	894,13	894,689	0,06%

Les résultats de l'analyse numérique sont en bon accord avec ceux obtenus par voie analytique.

III.6 Influence du changement de L'épaisseur et de la longueur sur les fréquences propres

Les Figure III-4 et Figure III-5 montre l'effet de l'épaisseur et la longueur sur les fréquences naturelles pour divers épaisseur (w (mm)= 2 ; 4 ; 6 ; 8 et 10) et pour divers longueur (L (mm)=200 ; 400 ; 600 ; 800 et 1000).

Tableau III-4 Influence de la longueur et de l'épaisseur de la poutre sur les trois premières fréquences naturelles.

Epaisseurs (mm)	f_1(Hz)	f_2(Hz)	f_3(Hz)
2	10,294	64,475	159,72
4	20,577	128,85	252,24
6	30,847	193,07	252,3
8	41,066	252,35	256,82
10	51,305	252,4	320,54

La Figure III-4 montre les valeurs des trois premières fréquences naturelles en flexion, avec la variation de l'épaisseur à longueur constante (L=400mm).

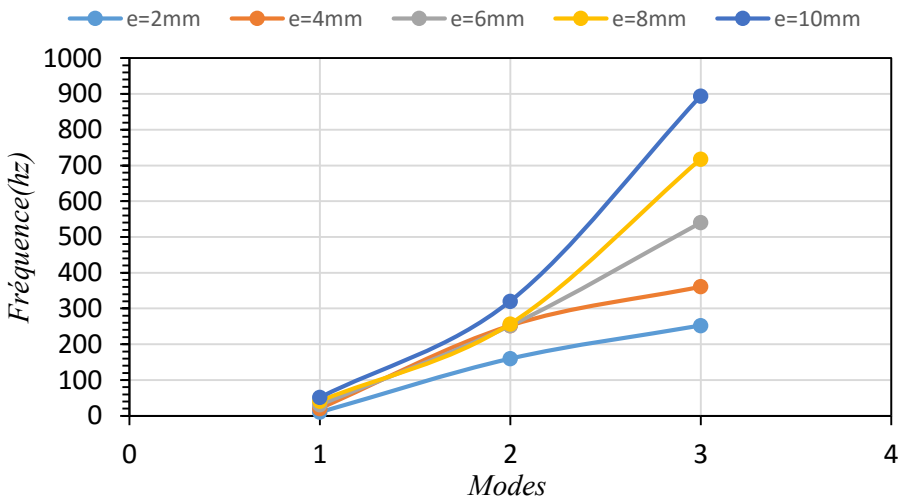


Figure III-4 L'effet de l'épaisseur sur les fréquences naturelles

Tableau III-5 Résultats de variation de la longueur avec les fréquences naturelles

Longueur(mm)	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3(Hz)
200	206,606	978,02	1276,5
400	51,305	252,4	320,54
600	22,756	112,183	142,42
800	12,786	63,591	80,069
1000	8,1776	40,732	51,224

La Figure III-5 montre les valeurs des trois premières fréquences naturelles en flexion, avec la variation de la longueur à épaisseur constante (e=10mm).

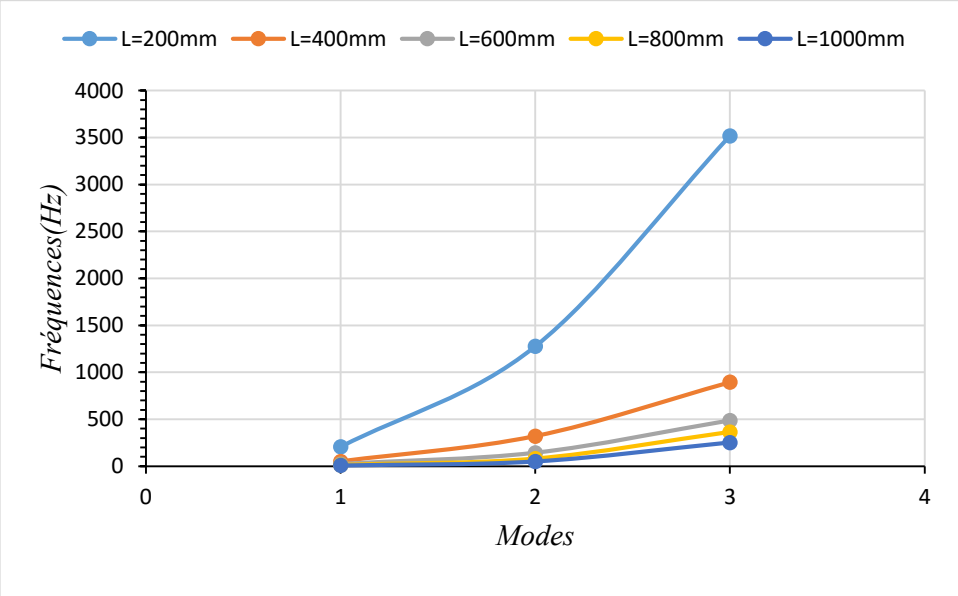


Figure III-5 Effet de la longueur de la poutre sur les fréquences naturelles

L'analyse de ces résultats montre que les valeurs de la fréquence naturelle de flexion d'une poutre console diminuent avec l'augmentation de la longueur et la diminution de l'épaisseur.

III.7 Effet des conditions aux limites sur les fréquences naturelles

Afin de montrer l'effet du mode de fixation sur les fréquences naturelles de flexion, on a varié les modes de fixation de la poutre comme suit :

Console, Encastrée-Encastrée, et Encastrée –Appuyée

Tableau III-6 Fréquences naturelles selon les conditions aux limites

Conditions aux limites	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3(Hz)
En-En	327,36	1481,2	1747,5
Console	51,297	320,54	894,13
En-App	81,726	1083,3	1486

La Figure III-6 montre les valeurs des trois premières fréquences naturelles en flexion, avec différentes conditions aux limites.

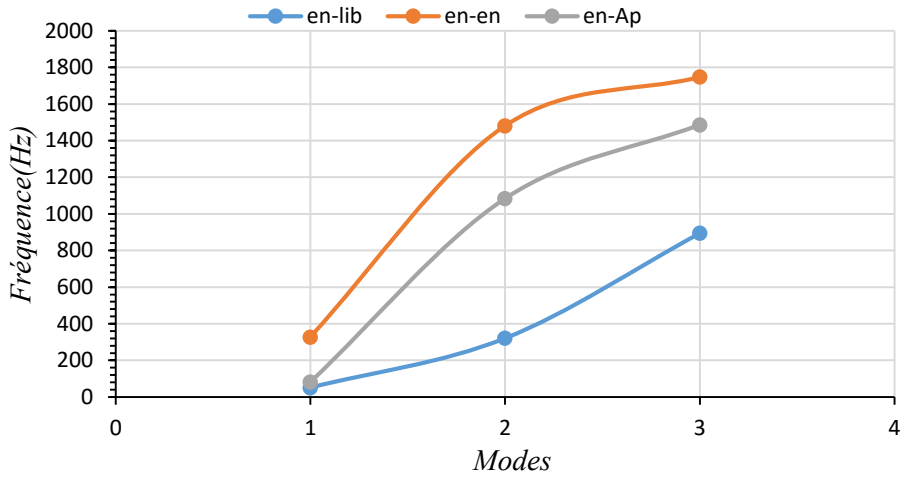


Figure III-6 Effet des conditions aux limites sur les fréquences naturelles

La Figure III-6 donne les trois premières fréquences propres, d'une poutre à section constante, pour différentes conditions aux limites. De cette figure, on peut clairement voir que les fréquences correspondantes aux trois modes de fixation présentent la même allure mais des valeurs distinctes. Les résultats numériques obtenus reflètent bien l'influence des conditions aux limites sur les fréquences naturelles de la poutre.

III.8 Modes de vibration pour une position et une taille de la fissure données

Afin de représenter les trois premiers modes de vibration de la poutre fissurée, nous considérons le cas suivant :

Position de la fissure : X= 200 mm de l'encastrement.

Profondeur (taille) de la fissure : a=5mm.

Un maillage régulier est utilisé avec un raffinement au voisinage de la partie entaillée.

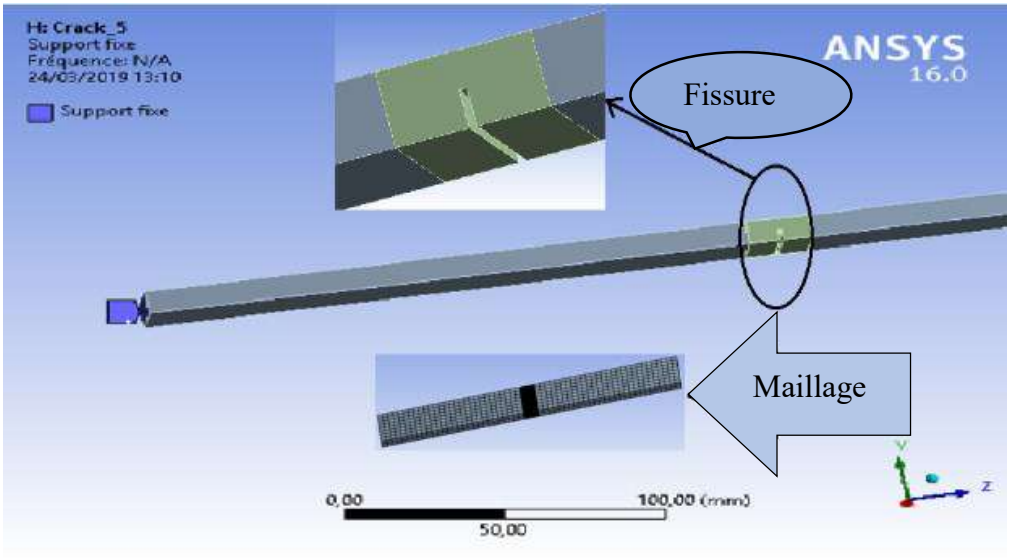


Figure III-7 Géométrie et Maillage de la poutre fissurée à(X=200mm et a=5mm).

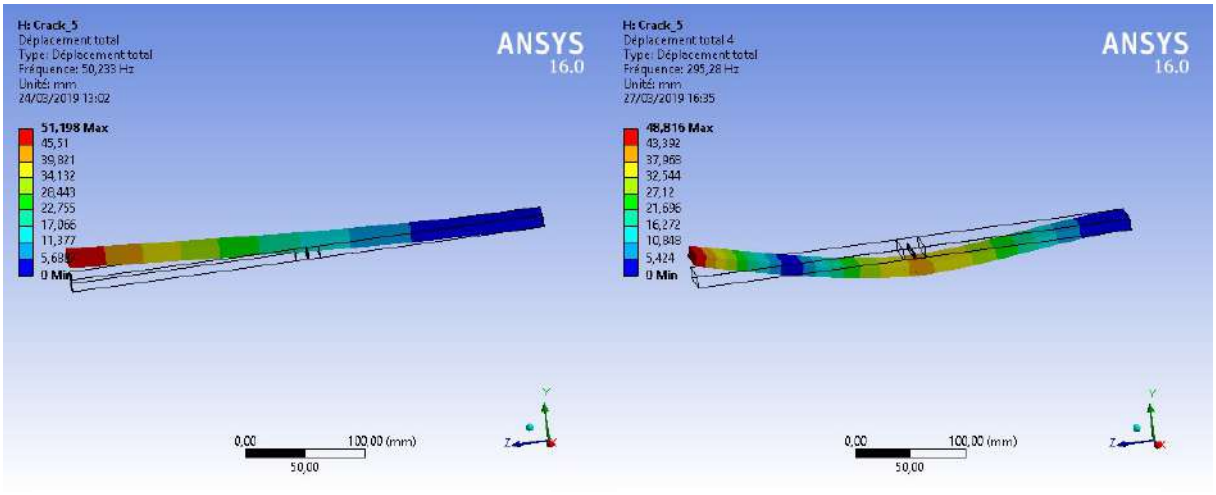
Les trois premières fréquences propres, f_1 ; f_2 et f_3, ont été normalisé par rapport à la fréquence de la poutre saine.

Les trois modes obtenus sont représentés sur la figure (Figure III-8). Les trois modes se distinguent par le nombre de points nodaux où le déplacement est nul.

Les variations des fréquences normalisées f_1 ; f_2 et f_3 en fonction des profondeurs normalisées (a/w) pour les différents rapports de positions (X/L) sont respectivement présentés dans les figures (Figure III-9, Figure III-10 et Figure III-11).

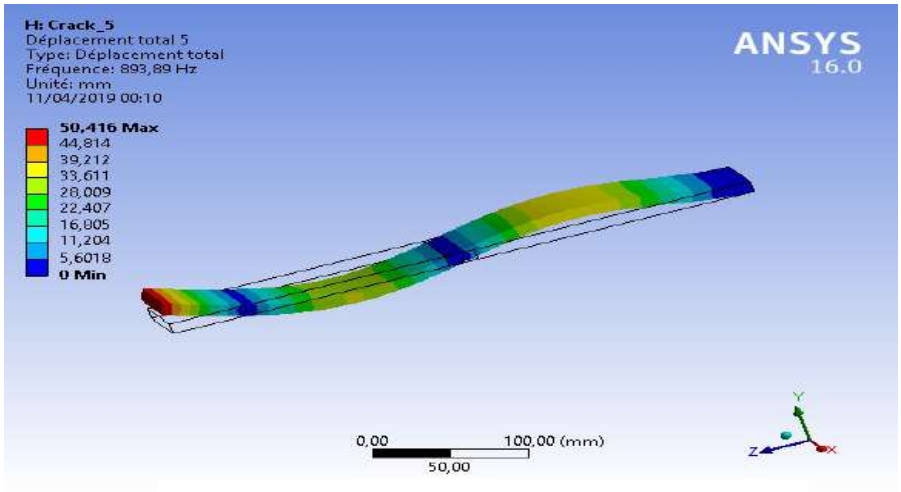
Nous remarquons, selon les figures citées, que pour une position donnée, les fissures dont la taille est inférieure à 20% de la hauteur de la poutre, n'ont pratiquement aucun effet sur les fréquences.

Les variations des fréquences normalisées f_1 ; f_2 et f_3 en fonction des positions normalisées (X/L) pour les différents rapports de profondeurs (a/w) sont respectivement présentés dans les figures (Figure III-12, Figure III- 13et Figure III-14).



1er mode de vibration (Poutre fissurée) (X=200mm et a=5mm)

2ème mode de vibration (Poutre fissurée) (X=200mm et a=5mm)



3ème mode de vibration (Poutre fissurée) (X=200mm et a=5mm)

Figure III-8 Les trois premiers modes de vibration de la poutre fissurée

Tableau III-7 Première fréquence naturelle normalisée en fonction de la position et de la profondeur de la fissure

	a/w=0,1	a/w=0,2	a/w=0,3	a/w=0,4	a/w=0,5	a/w=0,6	a/w=0,7	a/w=0,8
X/L=0,1	0,9948	0,9829	0,9629	0,9317	0,8838	0,8094	0,6926	0,5115
X/L=0,2	0,9963	0,9878	0,9733	0,9502	0,9136	0,8539	0,7528	0,5787
X/L=0,3	0,9976	0,9919	0,9820	0,9661	0,9401	0,8955	0,8140	0,6558
X/L=0,4	0,9985	0,9950	0,9890	0,9790	0,9622	0,9322	0,8730	0,7415
X/L=0,5	0,9992	0,9974	0,9941	0,9886	0,9791	0,9616	0,9246	0,8303

Tableau III-8 Deuxième fréquence naturelle normalisée en fonction de la position et de la profondeur de la fissure

	a/w=0,1	a/w=0,2	a/w=0,3	a/w=0,4	a/w=0,5	a/w=0,6	a/w=0,7	a/w=0,8
X/L=0,1	0,9980	0,9935	0,9863	0,9757	0,9607	0,9401	0,9137	0,8838
X/L=0,2	1.0000	0,9999	0,9998	0,9995	0,9991	0,9984	0,9973	0,9957
X/L=0,3	0,9995	0,9981	0,9956	0,9915	0,9849	0,9741	0,9558	0,9259
X/L=0,4	0,9979	0,9926	0,9836	0,9691	0,9464	0,9099	0,8510	0,7611
X/L=0,5	0,9968	0,9889	0,9755	0,9543	0,9212	0,8687	0,7848	0,7599

Tableau III-9 Troisième fréquence naturelle normalisée en fonction de la position et de la profondeur de la fissure

	a/w=0,1	a/w=0,2	a/w=0,3	a/w=0,4	a/w=0,5	a/w=0,6	a/w=0,7	a/w=0,8
X/L=0,1	0,9995	0,9986	0,9971	0,9949	0,9918	0,9877	0,9823	0,9760
X/L=0,2	0,9992	0,9970	0,9931	0,9870	0,9773	0,9616	0,9363	0,8980
X/L=0,3	0,9973	0,9909	0,9800	0,9632	0,9380	0,9007	0,8474	0,8025
X/L=0,4	0,9986	0,9951	0,9893	0,9803	0,9669	0,9468	0,9178	0,8805
X/L=0,5	0,99997	0,99994	0,99990	0,99983	0,99973	0,99960	0,99938	0,99904

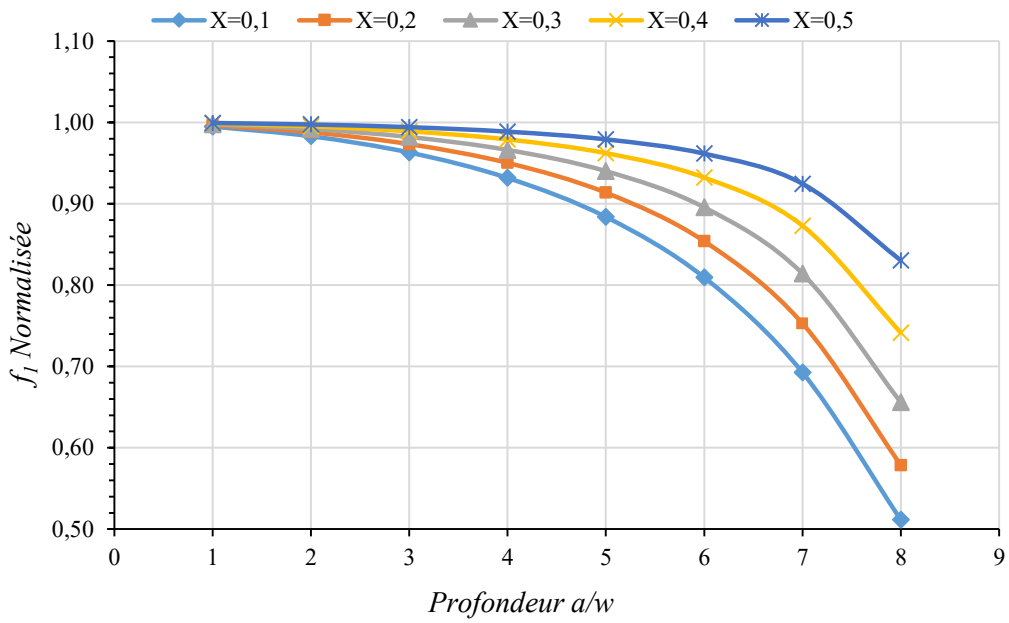


Figure III-9 Fréquence normalisée du 1^{ier} mode en fonction de la profondeur de la fissure pour différentes positons

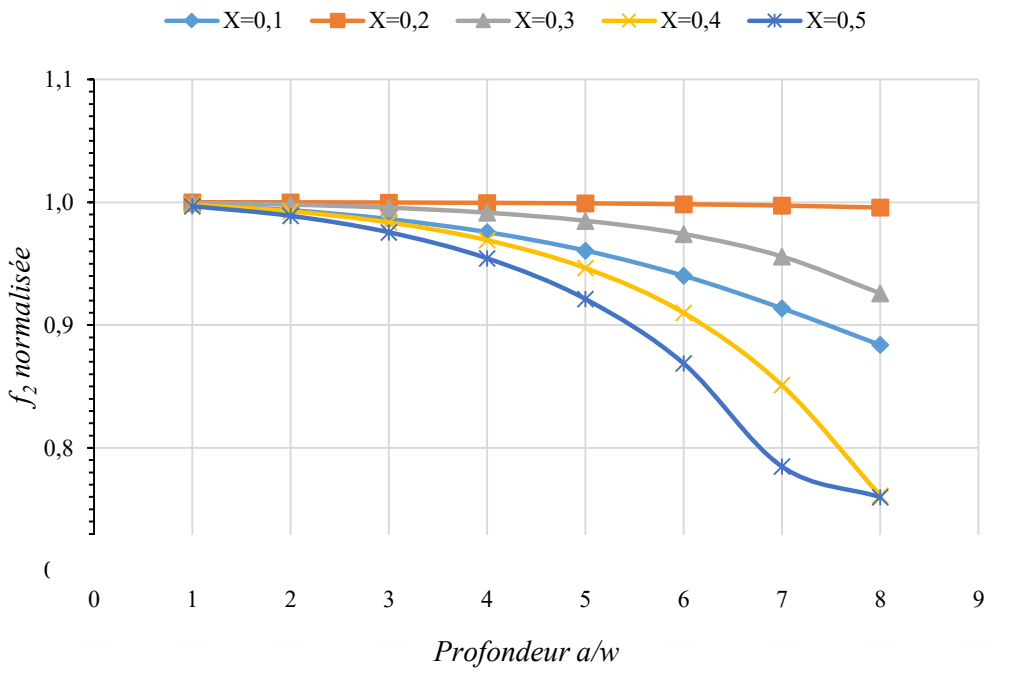


Figure III-10 Fréquence normalisée du 2^{ième} mode en fonction de la profondeur de la fissure pour différentes positons

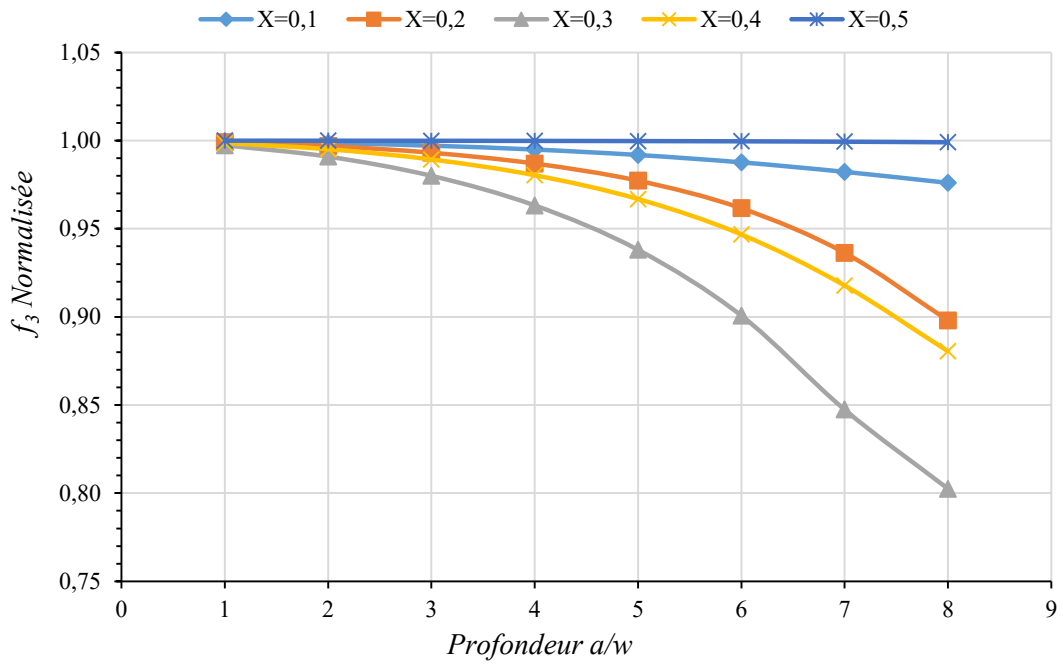


Figure III-11 Fréquence normalisée du 3ième mode en fonction de la profondeur de la fissure pour différentes positions

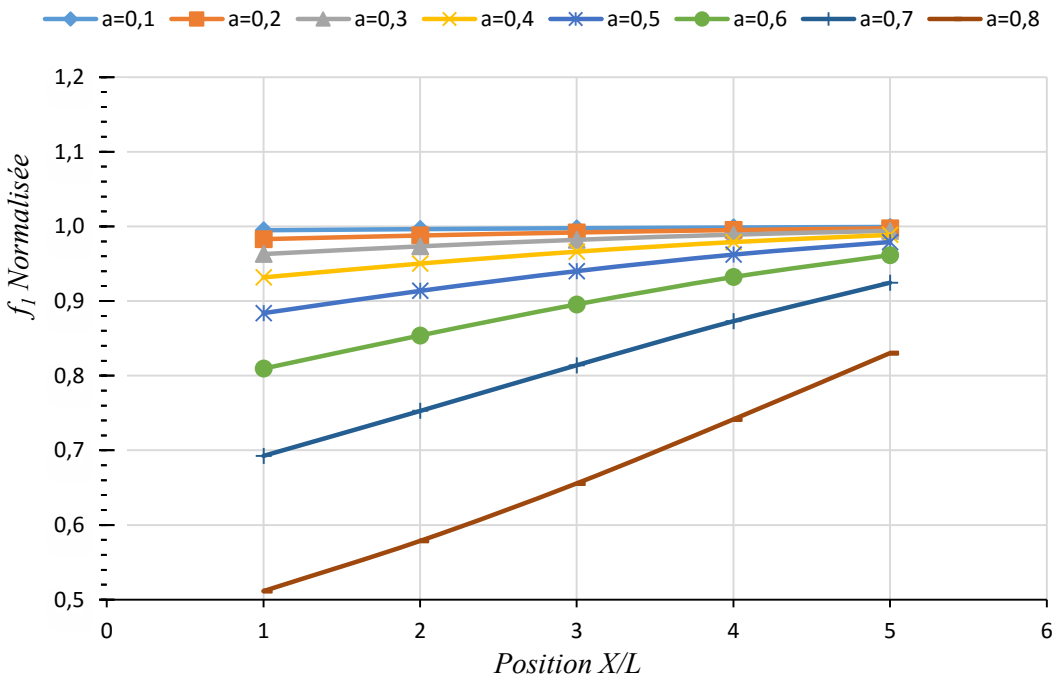


Figure III-12 Fréquence normalisée du 1ier mode en fonction du positon de la fissure pour différentes profondeurs

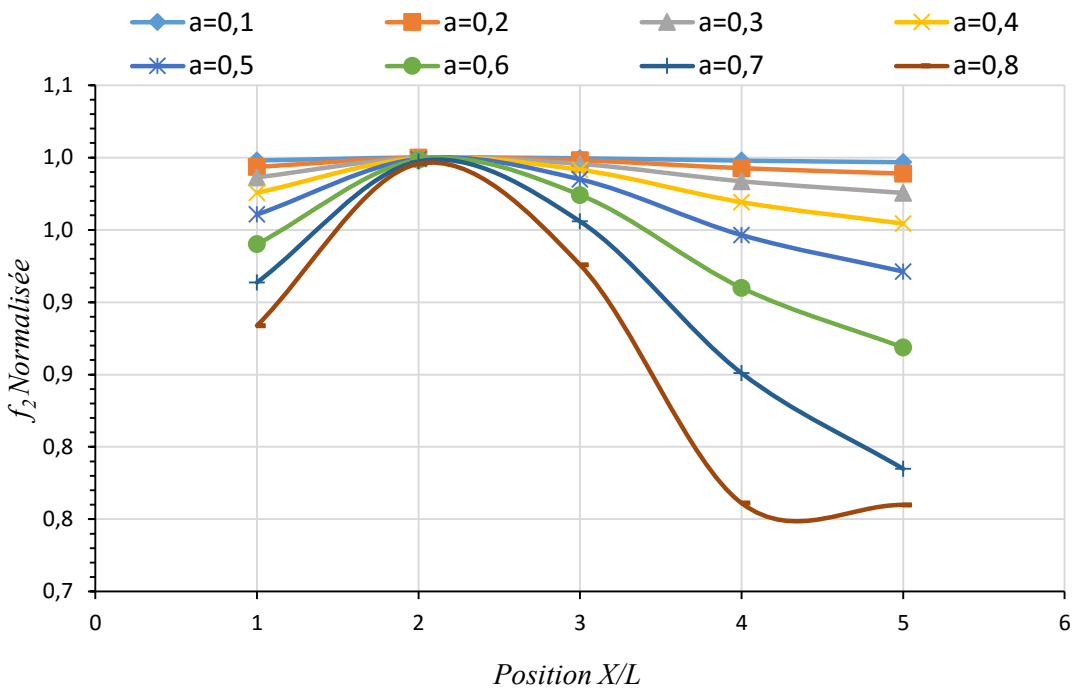


Figure III-13 Fréquence normalisée du 2ième mode en fonction de la position de la fissure pour différentes profondeurs

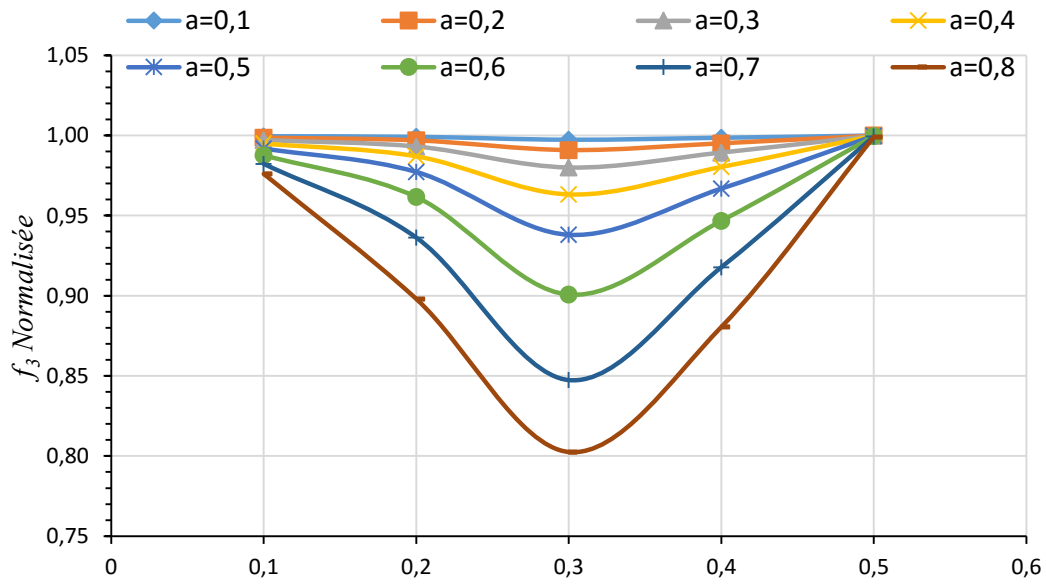


Figure III-14 Fréquence normalisée du 3ième mode en fonction de la position de la fissure pour différentes profondeurs

III.9 Résultats et discussions

L'analyse modale de la poutre console, aussi bien pour le cas de la poutre saine que pour la poutre fissurée, nous a permet d'extraire les fréquences paramétrées par la position et la profondeur de la fissure. Les valeurs prises, pour les profondeurs de la fissure, varient de 0 à 8mm avec un pas de 1mm.

Les positions de la fissure à partir de l'extrémité encastrée pour chaque cas de la poutre sont : 40mm, 80mm, 120mm, 160mm et 200mm.

De la Figure III-9, nous pouvons voir que la première fréquence naturelle est moins affectée lorsque la fissure est située à 200mm(X/L=0,5) de l'encastrement et est largement affectée lorsque la fissure est à 40 mm(X/L=0,1) de l'encastrement. Ceci, est justifié du fait que le moment fléchissant est de plus en plus important lorsqu'on s'approche de l'encastrement où il prend sa valeur maximale.

La Figure III-10, fait remarquer que la $2^{ème}$ fréquence naturelle de la poutre a changé rapidement pour une fissure située à 200 mm(X/L=0,5). On peut déduire que la $2^{ème}$ fréquence est en grande partie affectée lorsque la fissure est située au centre de la poutre et le moins affectée lorsque la fissure est située près de l'extrémité fixe et ceci est directement lié à la forme du deuxième mode.

De la Figure III-11, nous pouvons conclure qu'il y a un changement rapide de la troisième fréquence propre à 120 mm(X/L=0,3) de l'extrémité fixe, et qu'il n'y a pas de changement de fréquence naturelle au centre car le point nodal du troisième mode est situé au centre.

À partir de la Figure III-12, on observe que la fréquence naturelle de premier mode est moins affectée lorsque la profondeur de la fissure est de 1mm (a/w=0,1).

Donc, et pour une poutre console, nous pouvons déduire que la fréquence du premier mode diminue de façon significative à mesure que la profondeur de la fissure augmente au-delà de 50 % de l'épaisseur. Ceci est justifié par une diminution de la rigidité de plus en plus importante à mesure que la profondeur de la fissure augmente, ce qui entraîne une baisse de la fréquence naturelle.

Il semble donc que le changement des fréquences est également fonction de la profondeur de la fissure. La Figure III-13, montre que la deuxième fréquence propre a été principalement affectée pour une profondeur de fissure de 8 mm (a/w=0,8) lorsque l'emplacement de la fissure est à 200mm (X/L=0,5) et moins affectée pour la profondeur de la fissure de 1mm (a/w=0,1).

Dans la Figure III-14, la troisième fréquence naturelle de la poutre est en grande partie affectée lorsque la fissure est située à 120mm(X/L=0,3) de l'encastrement. La même fréquence est moins affectée lorsque la position de la fissure est située au milieu de la poutre (X/L=0.5) ou près de l'extrémité fixe. A noter que pour une profondeur de fissure de 1mm (a/w=0,1), la troisième fréquence naturelle reste inchangée.

III.10 Conclusion

Les caractéristiques dynamiques présentées par les fréquences propres et leurs modes associés ont été évaluées pour différentes épaisseurs, différentes longueur, différentes profondeurs de fissure, efférentes localisations de fissure et aussi différentes conditions aux limites.

Nous pouvons conclure que, pour des conditions aux limites données, le changement des fréquences propres est lié à l'emplacement et à la profondeur de la fissure. On observe que les fréquences propres des trois premiers modes de vibration transverse diminuent avec l'augmentation de la profondeur de la fissure et que cette diminution est de plus en plus importante à mesure que l'on s'approche des sections où le moment fléchissant est importants. Ceci s'explique par le fait que la présence d'une fissure dans l'élément structurel introduit des flexibilités locales.

CHAPITRE IV

IV. Démarche pour l'identification de fissures dans les poutres

IV.1 Introduction

Comme dans la plupart des problèmes inverses, le mauvais conditionnement rend difficile la recherche d'une solution parce qu'elle dépend fortement la quantité et de la qualité des données expérimentales.

Les cas de détection des fissures dans les composants structuraux et l'identification de leur taille pour les structures ayant la forme des poutres sont d'une importance cruciale dans de nombreuses applications techniques. De nombreux ouvrages ont abordé ce problème de détection des fissures et les démarches sont nombreuses. Dans ce contexte, nous proposons une démarche basée sur l'hypothèse que la probabilité de présence d'une fissure augmente dans la section ou le moment fléchissant est le plus important.

IV.2 Démarche pour l'identification de fissures

A la lumière des résultats obtenus dans le chapitre 3 par simulation numérique, nous proposons une démarche basée sur la première fréquence naturelle et sur l'hypothèse que la probabilité de l'apparition de la fissure augmente dans la section ou le moment fléchissant est plus important.

- **Classification des fréquences par ordre croissant**

Les fréquences obtenus par simulation numérique dans le chapitre précèdent sont classée par ordre croissant pour le premier et le deuxième mode de vibration de la poutre dans les tableaux suivant :

Tableau IV-1 Fréquences naturelles par ordre croissant du premier mode

$\alpha \downarrow / \beta \rightarrow$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,9948	0,99631557	0,99756321	0,99853793	0,99923972
0,2	0,9829	0,98777706	0,99185138	0,99504844	0,99738776
0,3	0,9629	0,9732538	0,98202624	0,98898571	0,99409322
0,4	0,9317	0,95019202	0,96611888	0,97898513	0,98859582
0,5	0,8838	0,91360119	0,94007447	0,96218102	0,97910209
0,6	0,8094	0,85389009	0,89552995	0,93215978	0,96155721
0,7	0,6926	0,75275357	0,81404371	0,87297503	0,92455699
0,8	0,5115	0,57866932	0,65580833	0,74152485	0,83032146

- **Détermination de la fréquence expérimentale**

On définit un intervalle de deux fréquences contenant la fréquence expérimentale mesurée f_{ex} de telle sorte que $f_1 \le f_{ex} \le f_2$, pour une plage de profondeurs $0.1 \le \alpha \le 0.8$ et de positions $0.1 \le \beta \le 0.5$

- **Calcul des paramètres α et β concordants**

Pour chaque fréquence f_1 et f_2, on calcule les paramètres α et β concordants.

$f_1 \Rightarrow (\alpha_1, \beta_1)$

$f_2 \Rightarrow (\alpha_2, \beta_2)$

- **Calcul de la profondeur et de la position pour la fréquence mesurée**

Au moyen des courbes de tendance tracées par simulation numérique de la fréquence normalisée en fonction de la profondeur $f_{nor} = f(\frac{a}{w})$, nous estimons la profondeur et la position pour la fréquence mesurée.

IV.3 Applications numériques

1er cas

Pour une fréquence mesurée $f_{mesurée} = 0.862\,Hz$, on a les fréquences par ordre croissant pour le mode 1, comme le montre le tableau suivant.

$0.85389009 \le f_{mesurée} \le 0.87297503$

$0.6 \le \alpha_1 \le 0.7$

$0.2 \le \beta_1 \le 0.4$

Tableau IV-2 La classification d'ordre croissant des fréquences normalisées pour les deux premiers mode de vibration libre notre poutre console

f_{norm}	$\alpha = \frac{a}{w}$	$\beta = \frac{X}{L}$	f_{norm}	$\alpha = \frac{a}{w}$	$\beta = \frac{X}{L}$
0,51147241	0,8	0,1	0,96218102	0,5	0,4
0,57866932	0,8	0,2	0,9629413	0,3	0,1
0,65580833	0,8	0,3	0,96611888	0,4	0,3
0,69255512	0,7	0,1	0,9732538	0,3	0,2
0,74152485	**0,8**	**0,4**	0,97898513	0,4	0,4
0,75275357	0,7	0,2	0,97910209	0,5	0,5
0,80944305	0,6	0,1	0,98202624	0,3	0,3
0,81404371	0,7	0,3	0,98292298	0,2	0,1
0,83032146	0,8	0,5	0,98777706	0,2	0,2
0,85389009	**0,6**	**0,2**	0,98859582	0,4	0,5
0,87297503	**0,7**	**0,4**	0,98898571	0,3	0,4
0,88377488	0,5	0,1	0,99185138	0,2	0,3
0,89552995	0,6	0,3	0,99409322	0,3	0,5
0,91360119	0,5	0,2	0,99483401	0,1	0,1
0,92455699	0,7	0,5	0,99504844	0,2	0,4
0,93165292	0,4	0,1	0,99631557	0,1	0,2
0,93215978	0,6	0,4	0,99738776	0,2	0,5
0,94007447	0,5	0,3	0,99756321	0,1	0,3
0,95019202	0,4	0,2	0,99853793	0,1	0,4
0,96155721	0,6	0,5	0,99923972	0,1	0,5

A l'aide de la courbe de tendance de la fréquence normalisée en fonction de la profondeur $f_{norm} = f(a/w)$ de l'équation suivante :

$$y(0,2) = -0,0003x^4 + 0,0032x^3 - 0,0166x^2 + 0,0241x + 0,9855$$

On peut extraire la valeur de la profondeur α approximativement égale $\alpha = 0.5903$ avec une position plus proche de l'encastrement ou le moment fléchissant est important.

Pour $f_{mesurée} = 0.862\,Hz$, on a la profondeur $\alpha = 0.5903\,(a = 5.903\,mm)$ et la position $\beta = 0.2\,(X = 80mm)$

$$y(0,1) = -0,0002x^4 + 0,0019x^3 - 0,0108x^2 + 0,011x + 0,9929$$

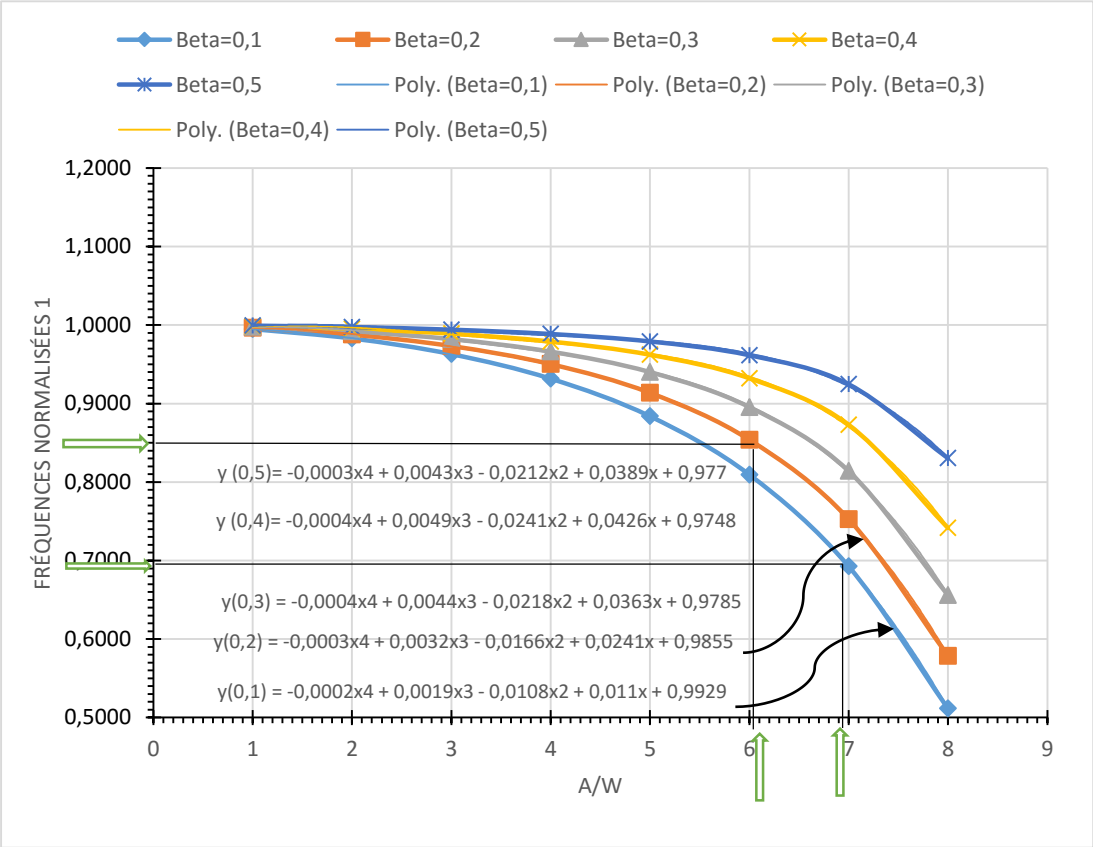


Figure IV-1 Les fréquences normalisées en fonction de la profondeur $f_{norm} = f(a/w)$ avec les courbes de tendances

2em cas

Pour une fréquence mesurée $f_{mesurée} = 0.60Hz$ $(0.57866\,Hz \le f_{mesurée} = 0.60\,Hz \le 0.65580)$ avec une profondeur importante $\alpha = 0.8$ (a = 8mm), on cherche à trouver la position correspondante à l'aide de la courbe de tendance de la fréquence normalisée en fonction de la position $f_{norm} = f(X/L)$ de l'équation parabolique suivante :

$$y(0,8) = 0,0037x^2 + 0,0579x + 0,4493$$

On trouve $\beta = 0.2278 (X = 91.12 mm)$ comme la montre la figure suivante.

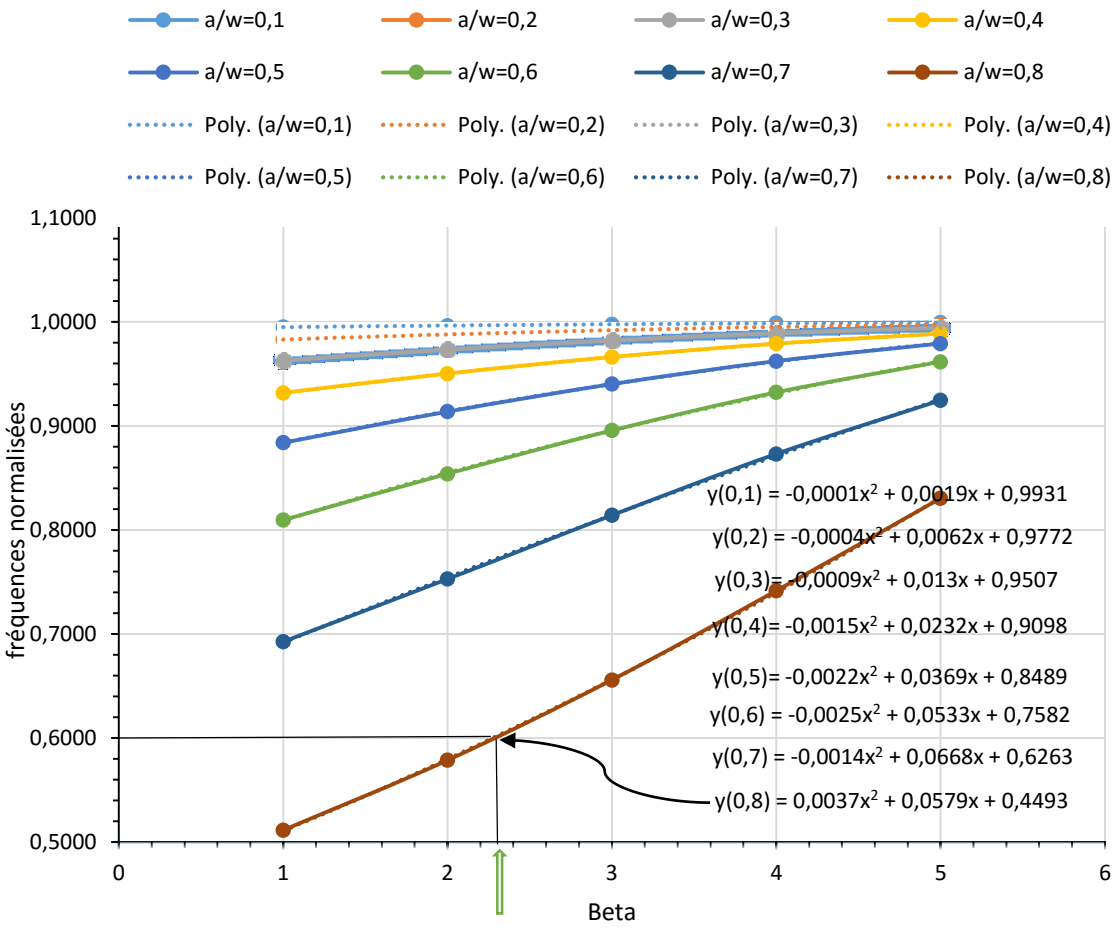


Figure IV-2 Les fréquences normalisées en fonction de la position $f_{norm} = f(X / L)$ avec les courbes de tendances

3ième cas

Pour une fréquence mesurée $f_{mesurée} = 0.715\,Hz\,(0.692555Hz \le 0.715\,Hz \le 0.741524Hz)$

$0.7 \le \alpha \le 0.8$

$0.1 \le \beta \le 0.4$

Une position $\beta(X\,mm)$ plus proche de l'encastrement, le moment fléchissant est plus important dans cette section.

On prend $\beta = 0.1 (X = 100\,mm)$ et on cherche la profondeur α correspondante.

D'après la courbe de tendance de de la fréquence normalisée en fonction de la profondeur $f_{norm} = f(a / w)$ de l'équation suivant : $y(0{,}1) = -0{,}0002x^4 + 0{,}0019x^3 - 0{,}0108x^2 + 0{,}011x + 0{,}9929$

On trouve sur le graphe du 1er cas $\alpha = 0.6836 (a = 6.836mm)$ $\alpha = 0.6836 (a = 6.836mm)$

IV.4 Comparaison les résultats obtenus avec les résultats numériques

Apres avoir supposé les fréquences mesurées, et calculer les paramètres de profondeur et de position α *et* β respectivement, en utilisant les courbes de tendance, nous calculons par ANSYS les fréquences naturelles en utilisant les paramètres trouvés.

Tableau IV-3 Comparaison des fréquences obtenues avec ANSYS et des fréquences mesurées en utilisant les paramètres évalués.

$\alpha = \frac{a}{w}$	$\beta = \frac{X}{L}$	f_{norm} proposées	f_{norm} numériques (ANSYS)
0,1	0,2278	0,6000	0,5955
0,6836	0,1	0,7150	0,7154
0,5903	0,2	0,8620	0,8611

Conclusion générale

L'identification des fissures par analyse fréquentielle est un sujet qui, de nos jours, est d'actualité et préoccupe de nombreux chercheurs. Le problème en lui-même peut être classé parmi les nombreux problèmes inverses d'identification de fissures en mécanique des structures. Dans notre projet de fin d'étude nous avons tenté d'explorer la voie de l'analyse fréquentielle en comparant les trois premières fréquences naturelles d'une poutre endommagée (contenant une fissure) à celles d'une poutre seine (sans fissure).

Au vu des résultats obtenus par simulation numérique, nous avons établi une démarche permettant de définir les paramètres de la fissure (position et profondeur), en utilisant les valeurs des fréquences calculées pour différentes positions et différentes profondeurs. En quelque sorte, nous avons établi une cartographie des fréquences en fonction des positions et des profondeurs pour la poutre en question en fonction de ses conditions de fixation. L'exploitation de cette carte des fréquences, pour le problème inverse, permet d'estimer les deux paramètres de la fissure relatifs à sa profondeur et à sa position longitudinale sur la poutre. Ceci a été fait sous l'hypothèse que la cartographie des fréquences n'est pas influencée par d'autres facteurs tels que la température et la présence de contraintes résiduelles. A noter que lorsque la profondeur de la fissure est faible (inférieure à 20% de la hauteur) et qu'elle est localisé à une position où le mode en question présente un déplacement faible (position nodale), la première fréquence naturelle de la poutre présente une variation inférieur à 2% par rapport à la fréquence de la poutre seine, et ceci rend la stratégie d'identification inapplicable si l'on prend en considération les erreurs de mesures pouvant entachées la fréquence expérimentale. Donc, et pour pouvoir avancer des valeurs fiables des paramètres de la fissure, il faut voir une variation relative de la première fréquence supérieure à 5%.

En utilisant cette approche d'identification des fissures par analyse fréquentielle, les conclusions tirées sont :

- La méthode actuelle pour détecter l'emplacement et la taille des fissures est rapide et efficace.
- Une fissure avec un rapport de profondeur de fissure plus grand (a / w) confère des réductions des fréquences propres plus grandes que celles du rapport de profondeur de fissure plus faible. Par conséquent, la précision des résultats s'améliore à mesure que la profondeur de la fissure augmente.

- La fissure présente près de l'extrémité fixe entraîne une réduction de la fréquence propre plus importante que celle éloignée de l'extrémité fixe.

L’approche adoptée, même si elle constitue une réponse approximative au problème d’identification, elle reste néanmoins beaucoup plus rapide qu’un algorithme itératif d’identification, où il faut plusieurs centaines d’itérations pour converger sur les paramètres de la fissure. En effet les algorithmes itératifs utilisent un couplage de la méthode de résolution modale et d’un algorithme d’optimisation, ce qui transforme leur mise en œuvre en une tache laborieuse.

Références bibliographiques

1. MELLEL, N., et al., *Investigation de l'Influence du Dommage sur les Fréquences Propres et sur les Déformées Modales des Barres Fissurées.* Revue des Sciences et de la Technologie - RST-, 2015. 6.

2. Magdoud, S., *Analyse et calcul par élements finis étendus (XFEM) des poutres fissurées*, 2012, Thèse de Magister de l'Université de Boumerdes, Algérie.

3. Lasry, J., *Calculs de plaques fissurées en flexion avec la méthode des éléments finis étendue (XFEM)*, 2009, Thèse de Doctorat de l'INSA de Toulouse, France.

4. DJEDJIGA, L., *Détection d'Endommagements Multiples dans les Structures Mécaniques par Mesures Vibratoires*, 2015, Magister en Génie Mécanique de L'université de TIZI-OUZOU.

5. Doebling, S.W., C.R. Farrar, and M.B. Prime, *A summary review of vibration-based damage identification methods*, in *The shock and vibration digest*, L.A.N.L. Engineering Analysis Group, Editor 1998: Los Alamos, NM. p. 4-5.

6. HAMZA, S., *Sciences des Matériaux, cours*, 2016: INSAT, Tunisie.

7. NGUYEN, T.L., *Endommagement localisé dans les roches tendres – Expérimentation par mesure de champs*, 2011, Thèse de Doctorat de l'université de Grenoble, France.

8. Thi Thu Ha LE PETIT, *Contribution à la détection et à la localisation d'endommagements par des méthodes d'analyse dynamique des modifications structurales d'une poutre avec tension*, 2014, Thése de doctorat de l'université Paris - Est-France.

9. Ouahabi, A., M. Thomas, and A.A. Lakis. *Détection de fissures de respiration de fatigue par excitation harmonique et analyse temps-fréquence*. in *Proceedings of the 24th seminar on machinery vibration*. 2006. Montreal,Québec. CANADA.

10. Oudin, H., *Méthode des éléments finis*2008, Ecole Centrale de Nantes,France. 68.

11. AMOURA, N., *Cours de mécanique de la rupture*, 2016: Faculté de Technologie,Universite de Medea.

12. Chen, X. and Y. Liu, *Finite element modeling and simulation with ansys workbench*2015.

13. Inman, D.J., *Engineering Vibration*. fourth ed2001, University of Michigan: United States of America.

14. Ouchene, H., *Contribution à la modélisation par éléments finis dans l'analyse dynamique des structures planes*, in *Département de technologie* 2015, Thése de Magister en génie mécanique: Universite de biskra,Algerie.

15. *https://ansyshelp.ansys.com/*. 2016.

16. Barada, K.H., D.S. Charmaa, and V. Vyasb, *Crack detection in cantiliver beam by based method*, in *3rd Nirma university international conference on engineering*, A. Nirma University, Editor 2012. p. 770-775.

17. MELLEL, N., et al., *Etude numérique de l'effet des fissures sur les paramètres modaux, Application sur des barres en Acier.* 2015.

18. Batabyal, A.K., P. Sankar, and T.K. Paul, *Crack detetion in cantiliver beam using vibration reponse*, in *Vibration problems*2007: West Bengal, India

19. Thomson, W.T., *Theory of vibrations witn applications*. 5 ed2005: Pearson education asia limited.