REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA



Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Energétique

Effet De La Rugosité Artificiel Sur Les Propriétés De L'écoulement Turbulent

---

Présenté par

Mr. ABDELLAH EL HADJ Salim

Proposé et Dirigé par

Dr. ALLICHE Mounir.

Promotion 2019

Dédicace

A mes très chers parents et que je remercie Allah de les avoir protégés pour être témoin de ma réussite

A ma petite famille

A ma chère femme

A tous les professeurs et enseignants

A toute ma promotion de génie mécanique
A tous mes amis et mes collègues

A Toutes ces personnes que j'ai senties redoutable de leur dédier ce modeste travail en termes d'amour et de profonde gratitude

ABDELLAH EL HADJ Salim

REMERCIEMENT

Nous remercions avant tout, Allah le Tout Puissant, pour nous avoir permis de présenter ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer nos vifs Remerciements à : Notre promoteur **Dr. ALLICHE Mounir**, pour leur conseil, leur assistance, leur suivi et leur soutien, pour nous avoir longuement soutenu et aidé sans relâche.

Nous adressions aussi nos remercîments à tous les enseignants de l'université, et surtout nos professeurs durant notre cursus, pour la connaissance que vous avez toujours su nous transmettre et pour votre disponibilité dans la réalisation de ce travail. Notre bonheur est d'avoir été vos étudiants et permettez-nous de le rester.

Nos vifs remerciements à nos chers parents qui rêvaient de nous voir le pied à l'étrier sans oublier nos collègues qui par leurs suggestions et leur attitude à la fois pleine d'humour et de sérieux ont énormément facilité notre travail.

Espérant à la fin Je tiens également à adresser mes remerciements aux membres du jury que notre travail va satisfaire tout accepte leur évaluation qui nous fait plaisir.

ABDELLAH EL HADJ Salim

Résumé :

Le but de cette étude est d'obtenir des données numériques pour définir une loi de paroi hydraulique et thermique spécifique, utilisée par les codes industriels de CFD. L'étude numérique basée sur des données expérimentales pour reproduire les conditions d'écoulement turbulent, a été menée afin de mesurer les profils de vitesse et Reynolds rugueux. L'écoulement turbulent a été caractérisé sur une plage du nombre de Reynolds allant de 20 000 à 90 000, avec différentes sections d'essais, présentant une rugosité. Les trois composantes de l'écoulement ont été mesurées, en utilisant le CFD (CFX). Les résultats obtenus donnent accès aux grandeurs turbulentes, aux profils de vitesse adimensionnée, et au déficit de vitesse dans la couche limite. Ces résultats sont satisfaisants pour définir une loi de paroi hydraulique appropriée au régime rugueux.

Mots clefs : écoulement en conduite, Rugosité.

Abstract :

The main goal of this study is to obtain experimental data to develop adapted hydraulic and thermal wall functions used by industrial CFD codes. An experimental study, based on a test rig designed to reproduce automotive engine cooling flow characteristics, has been conducted in order to explore velocity and temperature profiles. Hydraulic characterization of turbulent pipe flow was conducted over a Reynolds number range of 20 000 to 90 000, with three different test sections, presenting an increasing sand grain roughness. The results obtained give access to turbulent quantities, to non – dimensional velocity profiles and to velocity defect in the boundary layer. These results are considered sufficient to cover the hydraulic requirements of an adequate wall-function related to surface roughness.

Keywords: pipe flow, Roughress.

الملخص:

الغرض من هذه الدراسة هو الحصول على بيانات تجريبية لتحديد قانون الجدار الهيدروليكي والحراري المحدد، والذي تستخدمه الأكواد الصناعية للعقود مقابل الفروقات. أجريت الدراسة التجريبية، المستندة إلى منضدة اختبار مصممة لإعادة إنتاج ظروف التدفق النموذجية لتبريد محرك السيارات، لقياس ملامح السرعة والحرارة. تم وصف التدفق المضطرب على مدى من عدد رينولدز يتراوح بين 20،000 إلى 90،000، مع أقسام اختبار مختلفة، مع زيادة خشونة الحبوب الرملية. النتائج التي تم الحصول عليها تتيح الوصول إلى كميات مضطربة، وملامح سرعة أبعاد، ونقص السرعة في الطبقة الحدودية. هذه النتائج مرضية لتحديد قانون الجدار الهيدروليكي المناسب للنظام الخام.

الكلمات الرئيسية: تدفق الأنابيب، الخشونة.

Table des matières

Dédicaces
Remerciement
Résumé
Tables des matières
Liste des Figures
Liste des Tableaux
Liste des Symboles et des abréviations
Introduction générale…… 1
CHAPITRE I : SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'EFFET DE LA RUGOSITE 4
I-1/ Etude bibliographique…… 4
CHAPITRE II : INFLUENCE DE LA RUGOSITE ARTIFICIELLE 8
II-1/ Rugosité ……... 8
II-2 Rugosités aléatoires…… 8
II-3 Rugosités organisées - Analyse d'une surface……. 8
II-4/ Influences de la rugosité dans les écoulements hydrauliques…… 9
II-4-1/Couche limite turbulente sur plaque plane…… 11
Etude de la turbulence sur plaques planes - Région logarithmique…… 11
Etude de la turbulence sur plaques planes - Transition à la turbulence dans une couche limite. 18
Conclusion…….. 19
CHAPITRE III : APERÇU SUR LES MODELES DE TURBULENCE 21
III-1 Introduction……. 21
III-2 Equations fondamentales…… 21
III-2-1 Equation de continuité…… 21
III-2-2 Equations de conservation de quantité de mouvement…… 21
III-2-3 Equation d'énergie……... 22
III-4 Caractéristique de l'écoulement turbulent……... 23
III-4-1Nombre de Reynolds……. 23
III-4-2 Notion de turbulence…… 24
III-5 Différentes approches de la turbulence……... 25

TABLE DES MATIERES

III-5-1 Approches directes…….. 25

III-5-2 Décomposition de Reynolds…… 25

III-5-3 Modèles de turbulence……. 26

III-5-3-1 Modèle k-ε standard……. 27

III-5-3-2 Modèle *RNG k-ε*…….. 28

III-5-3-3 Modèle *k-ε Réalisable*……. 30

III-5-3-4 Modèle *k-ω*…….. 31

III-5-3-5 Modèle *k- ω SST*…….. 34

III-5-3-6 Modèles du tenseur de Reynolds (RSM)……. 35

Chapitre IV : liaison entre maillage et modèle de turbulence 38

IV.1. Introduction……. 38

IV.1. Principe de la méthode des volumes finis……... 38

VI.2.1. Maillage…….. 40

IV.2.1. 1 Choix de maillage……. 41

IV.2.1. 2 Connectivité…….. 42

IV-3/ Présentation de la Méthode des Volumes Finies Et Modélisation Numérique ……... 42

IV-3/ -1 Introduction……. 42

I-4/ Choix de la méthode numérique……... 42

IV-5 / Méthode des volumes finis……... 43

Discrétisation …….. 43

1°/ Discrétisation Temporelle …….. 44

2°/Discrétisation Spatiale……..…… 46

Linéarisation du terme source…… 49

Schéma P.L.D.S. (Power-Law Différencia) …… 50

3)/ Discrétisation des termes Sources 50

a/ Terme source pour la composante axiale de la vitesse **U** …….. 51

b/ Terme source pour la composante axiale de la vitesse **V** …….. 52

c/ Terme source pour la composante axiale de la vitesse **W** …… 53

d/ Terme source pour la température **T** ……. 54

e/ Terme source pour l'énergie cinétique de la turbulence **k** ……. 54

TABLE DES MATIERES

f/ Terme source pour le taux de dissipation ε …… 55
Chapitre V : Résultats et Interprétation…… 57
V.1/ Introduction…… 57
V-2/ Configuration de maillage…….. 57
V-3/ Validation de des résultats numérique……. 58
V-2-1/ profil de vitesse…….. 61
V-3/ Profils de vitesse adimensionnée……..... 62
Conclusion général…… 67
Bibliographie …….. 70

Liste des figures

Figure II -1 : Diagramme de Nikuradse …… 20
Figure II-2 : Evolution du champ des vitesses autour d'éléments rugueux…….. 28
Figure .IV. 1 volume de contrôle bidimensionnel……..... 49
Figure .IV. 2Schéma de maillage (a) maillage décalé pour $\boldsymbol{ue}$(b) maillage décalé pour $\boldsymbol{vn}$(c)…….. 51
Figure .IV. 3. Exemples de maillages……... 52
Fig. (IV-4) : Volume de Contrôle…… 54
Fig. (IV-5) : Volume de Contrôle pour un cas Unidimensionnel…… 56
Fig. (IV-6) : Le Flux total entre deux nœuds de maillage…….. 57
Fig. (IV-7) : Variation de A et B en fonction du Nembre de Peclet « P »…….. 58
Fig. (IV-8) : Volume de contrôle pour U…….. 61
Figure V-1 : Profils de vitesse adimensionnée Expérimental ……. 71
Figure V-2 : Profils de vitesse adimensionnée U^+ numérique Re 22000……. 71
Figure V-3 : Profils de vitesse adimensionnée U^+ numérique Re 41000…….. 72
Figure V-4 : Profils de vitesse adimensionnée U^+ numérique Re 90000 …… 72

NOMENCLATURE

Lettres romaines

U	Vitesse du fluide	*m/s*
L	Dimension caractéristique de l'écoulement	*m*
g	Accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
ν	Viscosité cinématique du fluide	m^2/s
φ	Champ (φ = u, T ou P)	
k	Energie cinétique turbulente	m^2/s^2
μ_t	Viscosité turbulente	*kg/ms*
μ_{eff}	Viscosité effective	*kg/ms*
ε	Taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence	m^2/s^3
c_μ	Constante déterminée empiriquement	
G_b	Contribution à la turbulence de flottabilité	
η	Taux de déformation	
w	Taux de dissipation spécifique	
ρ	Masse volumique	kg/m^3
p	Pression	*Pa*
T	Température	*K*
τ	Tenseur de contrainte	
μ	Viscosité dynamique	*kg/ms*
c_p	Capacité calorifique à pression constante	*J/Kg.K*
λ	Conductivité thermique	*w/mK*
B	Coefficient de dilatation isobare du fluide	
D	Coefficient d'inter diffusion moléculaire du contaminant	
C	Concentration	kg/m^3
c_i	Concentrations moléculaires de l'espèce *i*	$molécule.m^{-3}$
c	Concentrations moléculaires de l'air	$mole.l^{-1}$
m_i	Masse molaire de l'espèce *i*	*kg/mol*
R	Constante molaire des gaz	$Pa.l.K^{-1}.mole^{-1}$
t	Temps	*s*

I_t	Intensité turbulente	
R_h	Rayon hydraulique	*m*
D_h	Diamètre hydraulique	*m*
N	Nombre d'Avogadro	
u^*	Estimation de la vitesse axiale.	
v’	Correction de la vitesse axiale,Fluctuation .	
w’	Fluctuation de la vitesse tangentielle.	
V^*	Estimation de la vitesse radiale.	
V’	Correction de la vitesse radiale,Fluctuation .	

Abréviations

CFD	Computational Fluid Dynamics
RSM	Reynolds Stress Model
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Simulation des grandes structures turbulentes
FVM	Méthode des volumes finis
$\frac{\partial}{\partial}$	Dérivée partielle par rapport au temps
∇	Opérateur gradient
$\sum$	Symbole de sommation
$\int$	Symbole d'intégration

Nombre sans dimension

Re	Nombre de Reynolds
Rek	Nombre de Reynolds Rugueux
Pr_t	Nombre de Prandtl turbulent

INTRODUCTION

GENERALE

Introduction générale

La simulation numérique de l'écoulement et du transfert thermique est utilisée pour la conception dans l'industrie, bien que la modélisation présente des différences sensibles avec les données expérimentales existantes [1-3]. Les différences observées proviennent des approximations inhérentes au modèle k-epsilon, qui fait appel à des lois de parois qui ne sont pas destinées à modéliser l'écoulement et le transfert thermique en présence de parois rugueuses [4-5]. De plus, la principale difficulté de l'application industrielle est de déterminer l'importance de l'état de surface dans le transfert thermique et l'écoulement des fluides ou gaz. Parmi les références, seulement [6] considère un état de surface de même type que celui étudié ici, les rugosités.

L'étude classique qui sert de référence pour l'écoulement turbulent en conduite rugueuse a été présentée par Nikuradse [7], ce travail a démontré que le frottement pariétal, les profils de vitesse moyenne et de vitesse adimensionnée sont affectés par l'état de surface. En 1998, Zagarola et Smits [8] ont exploré un écoulement turbulent en conduite lisse à l'aide de l'anémométrie fil chaud. Leurs résultats sont très précis y compris dans la zone proche paroi. Ce travail récent, confirme l'influence du nombre de Reynolds sur le profil de vitesse moyenne, et la limite des lois de type logarithmique lorsque y^+ est inférieur à 50.

L'étude numérique présentée ici, a été menée en utilisant le code de simulation ANSYS CFX présentant une rugosité artificiel, identique à celle rencontrée dans les conduites. Le dispositif numérique est dimensionné pour obtenir un écoulement turbulent établi dans la section de mesure.

L'étude de l'écoulement est basée sur des mesures de pression, et des mesures de vitesse. Les résultats obtenus permettent de caractériser la vitesse adimensionnelle U^+ en fonction de l'état de surface.

Ce travail a été mené en prenant en considération les conditions aux frontières. Les travaux antérieurs menés sur les aspects fondamentaux relatifs à la convection naturelle ont été réalisés par des

modèles rhéologiques simples et idéals.

L'étude a pour objectif de déterminer l'influence de la rugosité sur les caractéristiques de l'écoulement turbulent. Notre mémoire est devisé en Cinque chapitres :

Le premier chapitre présentera une étude bibliographique sur l'effet de la rugosité, et présenté les différentes études dans ce domaine par plusieurs chercheures, et concentrés tous sur leurs rôles dans l'écoulement hydraulique dans l'industrie.

Le deuxième chapitre Nous parlons de l'Influence de la Rugosité artificielle des surfaces sur l'écoulement turbulente.

Le troisième chapitre Nous présentons dans ce chapitre sur l'Aperçu sur les Modèles de turbulence, et la modélisation des écoulements dans des conduits. Nous verrons que les équations fondamentales de la mécanique des fluides que nous utilisons doivent être complétées, en raison du caractère turbulent des phénomènes, par un modèle de turbulence.

Le quatrième chapitre on parlera sur la liaison entre maillage et modèle de turbulence, l'objectif des méthodes numériques est de fournir une solution approchée de comportement réel des phénomènes physiques. L'objet d'un maillage est de procédé à une simplification d'un système par un modèle représentant ce système et éventuellement son environnement (le milieu) dans l'optique de simulation de calcule ou de représentation graphique.

Le dernier chapitre présente les résultats obtenus dans la simulation de ce travaille avec le code ANSYS CFX et leurs discussions, nous avons montré les principaux résultats trouvés le long de cette étude avec une conclusion générale.

Chapitre I

Synthèse bibliographique sur l'effet de la rugosité

I-1/ Etude bibliographique

[1] Slack (2002) Cet article a pour but de valider les résultats expérimentaux publié par ayers et al (1982) par le code commercial FLUENT. Il a fait une comparaison des champs de vitesses tangentielles et axiales avec des différents modèles de turbulence comme le RNG k-ε, RSM, LES et les résultats expérimentaux. Il s'est basé sur les modèles RSM et LES pour bien capter les deux vortex, force et libre. Ce travail a donné de bons résultats comparativement aux résultats expérimentaux.

[2] Slack et al (2003) ont présenté un développement d'une interface faite pour augmenter la disponibilité du CFD en améliorant l'utilisation du Fluent et Gambit par les utilisateurs pour faciliter la simulation des cyclones.

[3] Avci et karagoz (2003) ont montré que le cône set une partie importante dans la nature du comportement de l'écoulement. c'est un élément accélérateur de tourbillons et provocateur de perte de pression.

[4] B. HEROUT, A. GIOVANNINI, H-C. BOISSON, R. BENSAID, D. LO JACONO (2011) Le but de cette étude est d'obtenir des données expérimentales pour définir une loi de paroi hydraulique et thermique spécifique, utilisée par les codes industriels de CFD. L'étude expérimentale basée sur un banc de mesure conçu pour reproduire les conditions d'écoulement typiques du refroidissement des moteurs automobile, a été menée afin de mesurer les profils de vitesse et de température. L'écoulement turbulent a été caractérisé sur une plage du nombre de Reynolds allant de 20 000 à 90 000, avec différentes sections d'essais, présentant une rugosité de type grain de sable croissante. Les trois composantes de l'écoulement ont été mesurées, en utilisant la vélocimétrie laser Doppler, et la vélocimétrie par image de particules. Les résultats obtenus donnent accès aux grandeurs turbulentes, aux profils de vitesse adimensionnée, et au déficit de vitesse dans la couche limite. Ces résultats sont satisfaisants pour définir une loi de paroi hydraulique appropriée au régime rugueux.

Un nouveau dispositif expérimental a été mis en œuvre dans le but d'obtenir des données originales sur l'écoulement en conduite circulaire, présentant des rugosités de type grain de sable, représentative de l'état de surface présent dans les chambres de refroidissement de moteurs thermiques. Les résultats des mesures de pression et de vélocimétrie laser Doppler permettent d'obtenir avec une bonne précision les profils de vitesse axiale, et ce au plus près de la paroi. L'approche de la paroi est limitée à 500 μ m en raison du système optique, cependant les points de mesures les plus proches de la paroi sont suffisants pour détecter le déficit + de vitesse adimensionnelle U dû à la présence des rugosités. Les mesures obtenues confirment la présence de la loi logarithmique pour tous les cas étudiés.

[5] Etude de l'influence des rugosités artificielles sur les performances thermiques des capteurs solaires plans à air (2008) Cet article décrit l'optimisation du coefficient de transfert par convection dans un collecteur solaire plan entre le fluide caloporteur et la plaque absorbante du rayonnement solaire. Cette optimisation peut être obtenue par augmentation de la surface d'échange par introduction des obstacles de formes géométriques différentes. Pour cela, nous avons garni la veine d'écoulement d'air par plusieurs rangées d'obstacles de formes cylindriques placées perpendiculairement à l'écoulement. Ces obstacles sont assimilés à des rugosités artificielles dites chicanes. Le travail consiste à déterminer les performances thermiques et dynamiques de la configuration proposée par la méthode pas à pas tout en utilisant les corrélations de Zukauskas concernant le nombre de Nusselt et le régime d'écoulement.

[6] REBHI Redha[1], ALLICHE Mounir[1], MAMOU Mahmoud[2], KORICHI Abdelkader[1] Dans ce travail, on a étudié numériquement un écoulement autour d'un obstacle bidimensionnel 2D à l'aide de la technique de dynamique de fluide computationnelle (CFD). Le but de cette étude est d'évaluer les performances de ANSY CFX v12.1 pour la simulation des écoulements turbulents du vent en utilisant les équations de Navier-Stokes avec plusieurs modèles de turbulence. L'évaluation est basée sur la comparaison des résultats prédits avec ceux obtenus expérimentalement CEDVAL 1-3. Les résultats expérimentaux ont été produits dans une soufflerie à l'Institut Métrologique de l'Université de Hambourg. Notre objectif principal dans cette étude est de trouver le modèle de turbulence approprié pour la simulation d'un écoulement complexe en présence de séparation et de rattachement. Nous avons considéré cinq modèles de turbulences, à savoir le modèle k-ε standard, le modèle k-ε

réalisable, le modèle RNG k-ε, le model k-ω standard et le modèle SST k-ω. Des maillages adéquats ont été utilisés pour répondre aux critères exigés par chaque modèle de turbulence.

[7] A. Bekhti et O. Guerri (2012) L'étude des effets de la rugosité sur les performances aérodynamiques des pales d'éoliennes est très importante, car dans la pratique l'état de surface des pales n'est pas souvent lisse et propre. Il y a toujours des impuretés qui les couvrent, ce qui provoque d'importantes variations des performances aérodynamiques.

Les résultats obtenus ont montré que les rugosités de la surface du profil ont pour effet de dégrader les performances aérodynamiques des pales: la trainée augmente et la portance diminue. Cependant, pour les grandes incidences, après décrochage, la rugosité n'influe pas sur les caractéristiques aérodynamiques.

Le cas traité dans cette étude concerne une rugosité qui couvre toute la surface du profil et qui est distribuée uniformément. Les résultats obtenus ont la même allure que les données expérimentales trouvées dans la littérature. La simulation de l'écoulement autour d'une pale en 3D avec une distribution de rugosité non homogène permettra une meilleure validation des modèles appliqués.

Chapitre II

Influence de la Rugosité artificielle

II-1/ Rugosité :

La confusion est souvent faite entre le degré de propreté et la rugosité d'une surface. Ces deux notions sont totalement différentes et totalement indépendantes. Il est possible d'avoir une surface rugueuse et de surcroît propre et une surface lisse et sale.

- La ***rugosité*** pourrait être assimilée comme élément complémentaire du degré de soins ou comme l'élément essentiel de contrôle, suivant la nature des traitements ou revêtements postérieurs. Ces revêtements sont diverses et variés, on évoque la peinture, la métallisation, le nickelage, le chromage, …
- La ***propreté*** relève d'une caractéristique chimique (présence de corps étrangers sur une surface) ; alors que la rugosité relève d'une caractéristique physique de l'objet.

Au terme « rugosité », on peut associer la définition suivante : ***« La rugosité est le résultat de la modification micro-géométrique d'une surface, provoquée par le bombardement intensif de cette surface par des projectiles. Apparaissent alors des aspérités (pics) ou des cavités (creux). »*** **[57]**

II-2 Rugosités aléatoires

On définit la *« rugosité aléatoire »* comme étant celle qui a été conçue de façon imprévisible ou de manière stochastique. Elle diffère des rugosités organisées, engendrées par une machine-outil. La rugosité devient donc l'ensemble des irrégularités d'une surface de longueur micro ou macroscopique.

Dans l'absolu, tous matériaux (de même ceux qui sont dits « polis miroir ») sont rugueux. On parlera donc de *« rugosité relative »*. Ainsi un matériau sera considéré comme « lisse » en fonction de l'usage pour lequel il a été conçu ; mais il ne sera jamais lisse de façon « absolue ».

II-3 Rugosités organisées - Analyse d'une surface

Le profil de la surface est obtenu par la coupe de la surface par un plan normal à celle-ci. C'est à partir de ce profil que l'analyse de l'état de surface est réalisée. On distingue donc des défauts géométriques de 4 ordres de grandeur (voir Annexe B).

- ***Défauts d'ordre 1 :*** Ils correspondent aux défauts géométriques des surfaces (planéité, rectitude, circularité)
- ***Défauts d'ordre 2 :*** Ils sont relatifs aux ondulations inscrites dans le profil et sont représentés par une ligne ondulée caractérisée par une ligne dite « ligne enveloppe supérieure » ou LES. Ces irrégularités sont dues aux vibrations machines, à leurs défauts et aux traitements thermiques appliquées à ces surfaces. Le pas de ces irrégularités (distance entre deux sommets) est de l'ordre du millimètre.
- ***Défauts d'ordre 3 :*** Ce sont les stries de rugosités de la surface de la pièce. Ce sont ceux qui caractérisent la rugosité (avec les défauts d'ordre 4). Ces sillons et stries sont tracés avec régularité sur la pièce avec un pas compris entre 0.02 et 0.5 mm environ. Ils sont dus aux vibrations à hautes fréquences de la pièce et de l'outil, et au mouvement d'avance lors de l'usinage.
- ***Défauts d'ordre 4 :*** Ces derniers sont les plus irréguliers et sont souvent accidentels : arrachement de la matière, fente, etc… Le pas entre deux irrégularités est au maximum de 20 micromètres

II-4/ Influences de la rugosité dans les écoulements hydrauliques

En mécanique des fluides, surtout en hydraulique et en aéraulique, une attention particulière est portée sur la rugosité des conduits étant donné que les pertes de charges occasionnées sont directement liées à l'état de surface des conduits.

Sur la figure II-1, qui représente le diagramme de Nikuradse, on identifie un coefficient de frottement en ordonnée et le nombre de Reynolds en abscisse. L'évolution du coefficient de frottement dans le cas d'un revêtement lisse est différente du cas rugueux; on identifie donc deux zones d'influence distinctes – 2 « turbulent lisse – 3 « turbulent rugueux».

Les rugosités stabilisent l'évolution du coefficient de friction ce qui engendre des pertes de charges qui diffèrent selon la qualité *des « surfaces frottantes »*.

En hydraulique, la perte de charge correspond à l'énergie dissipée par le frottement du liquide. Cette énergie doit être compensée afin de permettre au liquide de se déplacer ; lorsqu'on est en présence de frottement, le théorème de Bernoulli ne peut plus s'appliquer car il y a perte de charge.

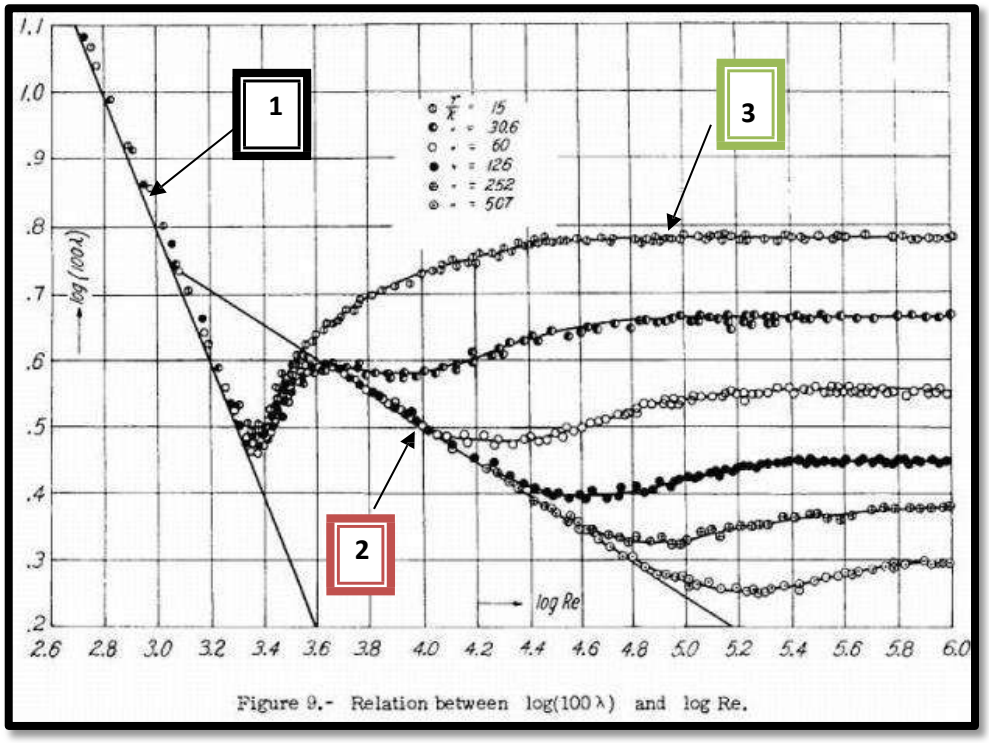


Figure II -1 : Diagramme de Nikuradse [25]

1 - Droite de Poiseuille - laminaire

2 – Droite de Blasius - turbulent lisse

3 - Droite de Nikuradse - turbulent rugueux

Remarque *:* Δh *correspond à la dissipation d'énergie (ou perte de charges) exprimée en mètre entre le point 1 et 2*

En pratique les hydrauliciens utilisent pour leurs calculs de pertes de charge des formules empiriques ou des abaques donnant la relation entre la chute de pression et le débit.

En régime turbulent plusieurs formules sont utilisées :

- Formule de Lechapt et Calmon.

$J = L * \frac{Q^M}{D^N}$ où $\Delta h = 1.1 \,.\, 10^{-3} \,.\, Q^{1.89} \,.\, D^{-5.01} \,.\, L$

- Selon l'équation de Hazen-Williams, le débit volumique trouve son expression empirique sous la formulation suivant :

$$Q = 0.849 C.A.R_h^{0.63}.J^{0.54}$$

Cette relation empirique est utilisée en hydraulique pour calculer les pertes de charge dues à la friction dans une conduite hydraulique. Elle peut seulement s'appliquer aux écoulements turbulents dans le cas de l'eau.

Avec : **L** - longueur du tuyau, **Q** - le débit, **D** - diamètre du tuyau, **A** - Aire de la section de la conduite - : Rayon hydraulique de la conduite exprimé en mètre, **J** - gradient d'énergie hydraulique, **C** - coefficient de rugosité de Hazen-Williams du matériau constituant la conduite (nombre sans dimension).

Le paramètre le plus utilisé pour introduire l'influence de la rugosité dans les expériences hydrodynamiques est la hauteur moyenne de la rugosité. Mais la rugosité des parois ne peut être définie uniquement que par la hauteur des aspérités. Il y a un autre paramètre qui s'impose de lui-même, à savoir, l'espacement des éléments rugueux.

En effet, Schlichting [**53**] a fait des expériences dans lesquelles il faisait varier l'espacement de plusieurs sortes d'éléments rugueux et il a exprimé la perte de charge mesurée en fonction des dimensions de grains de sable uniformes utilisés par Nikaradse [**43**].

Ces différentes expérimentations ont fait l'objet d'une synthèse rédigée par Koloseus et Davidian [**34**]. Deux chercheurs, O'Loughlin et Macdonald ont fait des mesures additionnelles de pertes de charges pour des valeurs de la concentration allant jusqu'à 64 fois la valeur minimale pour des éléments cubiques [**46**].

II-4-1/Couche limite turbulente sur plaque plane :

Etude de la turbulence sur plaques planes - Région logarithmique

Une couche limite turbulente se divise en trois régions « distinctes » ; pour distinguer ces zones, on les nomme comme suit : « région laminaire », « région logarithmique » et « région turbulent ».

Pour la compréhension de cette sous-partie, la définition de certaines grandeurs nous sera utile.

- La vitesse de cisaillement est définie comme suit : $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$

- Les variables de vitesse et de distance par rapport à la paroi sont définies comme suit :

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}$$

$$y^+ = \frac{y.u_\tau}{\nu}$$

- Le nombre de Reynolds : $R_e = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{uL}{\nu}$

La « région laminaire » est défini par $y^+ \leq 5$. Dans cette zone, le profil de vitesse est linéaire.

La « zone tampon » est définie par : $5 < y^+ \leq 30$. Cette zone est dite de « transition ».

La « région turbulente » est définie par $y^+ > 30$. Le profil de vitesse est donné par la relation

$$u^+ = \frac{1}{\kappa}\ln(y^+) + B.$$

En 1954, Clauser [**17**] montra les conséquences d'un état de surface rugueux dans un écoulement en mettant en évidence une relation du profil de vitesse dans la région logarithmique à savoir :

$$U^+ = k^{-1}\ln(y^+) + B - \Delta U^+$$

Avec :

k : Constante de Von Karman

$y^+ = \frac{y}{y^*}$ $(\text{Avec } y^* = \frac{\nu}{u^*})$,hauteur de la rugosité adimensionnée.

B : Fonction de rugosité

La vitesse de frottement est définie comme suit :

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\mu}}$$

Grâce à cette nouvelle expression de vitesse de frottement, on introduit une nouvelle vitesse adimensionnelle, à savoir :

$$U^+ = \frac{U}{u^*}$$

Il est particulièrement difficile de définir géométriquement les paramètres qui peuvent représenter tout type de surface au travers d'une seule relation.

ΔU^+ dépend de k^+ où de k qui représente la hauteur des éléments de rugosité. Dans une autre étude menée par Perry, Schofield et Joubert [**49**], ils affirment que ΔU^+ ne dépend pas de k^+ mais de d^+ ou d qui représente le diamètre de la tuyauterie ; pour l'heure cette dépendance reste encore à confirmer.

Depuis **1980**, grâce à des performances de calcul toujours plus performant des ordinateurs, la DNS (Direct Numerical Simulation) est devenue un moyen permettant de fournir des valeurs précises sur les coefficients de turbulence [**33**].

Leonardi et al. [**40**] viennent de montrer que la valeur maximale de ΔU^+ apparait pour une valeur de $w/k = 7$.

En **1976** Furuya, Miyata et Fujuta [**28**] donnent des résultats expérimentaux sur une plaque rugueuse dont la rugosité fut matérialisée par des barres longitudinales de formes cylindriques. Ils trouvent que ΔU^+ est maximal quand $w/k = 7$. Lorsque les valeurs de w/k deviennent plus petites, les valeurs de ΔU^+ varient également mais aussi diffèrent avec le type de rugosité simulé. Ces résultats viennent d'une étude menée par Leonardi et al. [**40**] qui avait pour but de varier les formes de rugosité : trois types (barres longitudinales carrées, barres longitudinales triangulaires et des barres longitudinales cylindriques). Il n'a pas été possible suite à cette étude de trouver la dépendance de ΔU^+ en fonction d'un paramètre géométrique caractérisant l'état de surface.

Dans la même année Orlandi [**47**] s'intéresse à la vitesse normale non nulle provenant de la couche limite, étant due principalement à l'effet de rugosité, qui affecte l'écoulement extérieur. En conséquence de quoi la valeur $\langle u'^2 \rangle^2$ pourrait être la plus appropriée pour paramétrer la rugosité.

Dans le cas d'une rugosité de type grain de sable, la fonction de rugosité (ΔU^+) s'écrit alors :

$$\Delta U^+ = \ln(1 + 0{,}3k^+_s$$

Avec k_S longueur spécifique des grains de sable. Dans le cas bidimensionnel, la fonction de rugosité s'écrit alors :

$$\Delta U^+ = k^{-1} \ln k^+ + C$$

Avec C qui dépend du type de surface et de la densité de rugosité. C'est justement la forme des rugosités qui fut mise en évidence dans les diverses études qui ont été menées [**47**]. Nous obtenons des rugosités de formes géométriques variées qui peuvent dans la plupart des cas faire l'objet d'une simulation numérique en tenant compte de chacune de leurs spécificités.

Cherukat et al. [**13**], Henn et Sykes [**30**] et Sullivan et al. [**56**] ont réalisé des simulations numériques sur les écoulements turbulents autour d'un profil rugueux. Cependant la hauteur de la rugosité était trop importante pour être considérée comme telle.

Nakayama et Sakio [**42**] ont réalisé des calculs autour d'un profil rugueux en vue d'obtenir un faisceau de valeurs sur une grille d'échelle.

Des résultats de la DNS (Direct Numerical Simulation) sur un écoulement incompressible entre une paroi lisse et une paroi ondulée ont été publiés par Bhaganagar et al. [**9**]. L'attention fut portée sur l'interaction entre l'écoulement proche paroi et l'écoulement externe et sur l'importance de l'influence de l'écoulement proche paroi sur l'écoulement externe. Ils ont observé que la rugosité tend à augmenter l'intensité de la vitesse dans la couche interne. Dans la couche externe, bien que la rugosité altère les fluctuations de vitesse, les fluctuations de vorticité sont relativement peu affectées. Ainsi les interactions entre la couche interne et externe sont grandement influencées par la taille des éléments de rugosité.

Choi, Moi et Kim [**14**] ont utilisé la DNS dans le cas d'un écoulement dont la rugosité était matérialisée par des 'riblets' triangulaires, ils ont découvert que la réduction de la trainée était possible dans le cas où les lignes de courants tourbillonnaires ne pouvaient pénétrer dans l'espace entre les 'riblets'. Bien que les tourbillons viennent accroître la surface de frottement

sur les bords des ‘riblets’, la surface globale de frottement est réduite.

Dans la même veine, Goldstein, Handler et Sirovich [**29**] ont accentué la recherche sur le rôle des tourbillons latéraux produits sur le bord des ‘riblets’. Un effet ondulatoire bénéfique se produirait en proche paroi ce qui expliquerait le mécanisme de réduction de trainée. La formation de vortex sur le bord des structures augmente le taux de dissipation de l’énergie et réduit par corU^{rms} ($U_{rms} \equiv \langle u^2 \rangle^{1/2}$, il s’agit de l’écart type de chaque composante de la vitesse, avec rms : Root Mean Square).

Chu et Karniadakis [**16**] ont su visualiser un écoulement inverse en proche paroi autour des ‘riblets’. Cette découverte n’explique pas à elle seule la réduction de la trainée. Une conclusion commune fut tirée à savoir que les ‘riblets’ doivent avoir des dimensions plus petites que la zone située en proche paroi où les vitesses d’écoulements sont plus faibles. Bien que les recherches menées sur les ‘riblets’ sont accrues, les mécanismes détaillés pour lesquels les ‘riblets’ diminuent significativement la trainée ne sont pas encore pleinement compris.

Lorsqu’un modèle de turbulence est utilisé dans la simulation numérique, celui-ci doit correspondre aux conditions aux limites. Un profil logarithmique du vecteur vitesse existe en proche paroi, ce qui peut être utilisé pour calculer les contraintes aux limites. Pour une paroi lisse on obtient :

$$u_{\tan} = u_s \left[\frac{1}{k} \ln\left(\frac{\rho u_s y_0}{\mu} \right) + 5.0 \right] \quad (1)$$

Avec :

k : Constante de Von Karman

u_s : Vitesse des contraintes de cisaillement proche paroi

Cette valeur de vitesse est utilisée pour définir les conditions aux limites dans le cas des variables K-epsilon. Dans le modèle K-epsilon, les conditions aux limites sont :

$$K = \frac{u_s^2}{\sqrt{c_\mu}} \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{u_s^3}{k y_0} \quad (3)$$

Dans le cas d'une paroi rugueuse, nous obtenons :

$$u_{\tan} = u_s\left[\frac{1}{k}\ln\left(\frac{y_0}{rough}\right)+8.5\right] \quad (4)$$

L'idée de l'étude menée fut de dire que la rugosité a une contribution supplémentaire pour la valeur de la viscosité moléculaire définie de la forme suivante :

$$\mu_{eff} = \mu + \rho.a.u_s.rough \quad (5)$$

u_s : Vitesse de cisaillement proche paroi

a : Constante

ρ : Masse volumique

$rough$: Valeur de rugosité d'une surface solide

L'avantage d'une telle formulation, c'est de permettre de conserver la formule pour une paroi lisse et de lui adjoindre l'expression de la viscosité effective, ce qui donne :

$$u_{\tan} = u_s\left[\frac{1}{k}\ln\left(\frac{\rho u_s y_0}{\mu+\rho.a.u_s.rough}\right)+5.0\right] \quad (6)$$

Dans le cas d'une viscosité trop importante, l'expression de la vitesse tangentielle évolue de la façon suivante :

$$u_{\tan} = u_s\left[\frac{1}{k}\ln\left(\frac{y_0}{a.rough}\right)+5.0\right] \quad (7)$$

Cette dernière expression est similaire à la formulation (**4**) pour **a = 0.246**. Ainsi l'utilisation d'une viscosité effective qui correspond à la somme de la viscosité moléculaire et la contribution de la rugosité offre l'avantage de permettre une transition continue entre les deux cas de figures (lisse et rugueux). Cette combinaison de vitesse est utilisée dans *« FLOW-3D »* pour calculer les contraintes de cisaillement. Cependant, si le nombre de Reynolds est plus petit que 5.0, cela signifie que nous sommes dans la sous couche laminaire. Dans ce cas la vitesse de cisaillement est égale à la valeur correspondant à la tension de

contrainte laminaire, à savoir :

$$u_s = \sqrt{\frac{\mu u_{\tan}}{\rho y_O}} \text{ (8), lorsque } \frac{\rho u_s y_O}{\mu} \leq 5.0 \text{ (9)}$$

Pour un écoulement laminaire ou avec des modèles de non transport de la turbulence comme dans le cas LES, il est fait usage de μ_{eff} avec a = 0.246 pour calculer la tension de cisaillement proche paroi, ce qui donne :

$$\tau_{wall} = \frac{\mu_{eff}\mu_{\tan}}{y_O} \text{ (10)}$$

Afin de valider ce modèle, une comparaison des résultats théoriques avec les résultats expérimentaux consisterait à analyser la valeur de la vitesse de l'écoulement en milieu de section.

On retrouve des valeurs des expressions de ces vitesses moyennes dans le cas lisse et rugueux [**55**], à savoir

$$V = u_s\left[A_{smooth} + 5.75\log\left(\frac{R_h u_s}{\nu}\right)\right] \text{ (11) cas lisse.}$$

$$V = u_s\left[A_{rough} + 5.75\log\left(\frac{R_h}{k}\right)\right] \text{ (12) cas rugueux.}$$

A_{smooth} et A_{rough}

Ce qui entraine l'introduction des constantes

$$\log\frac{R_h}{k} = \frac{0.046}{n}R_h^{1/6} - 1.088 \text{ (13)}$$

$$u = 5.75u_s\log\left(\frac{9yu_s}{\nu}\right) \text{ (14)}$$

- **Etude de la turbulence sur plaques planes - Transition à la turbulence dans une couche limite**

Dans le rapport de thèse d'Estelle Piot [**50**], l'auteur développe une « *Evaluation de l'effet stabilisant de la présence des pré-stries* ». Elle tire ses conclusions d'une autre thèse rédigée par Anke Wörner [**61**]. D'après Von Doenhoff et al. [**60**], il fut déterminé que le nombre de Reynolds critique de déclenchement de la turbulence pour une rugosité de forme conique est :

$$\mathrm{Re}_c = 600(h_0 / d)^{0,4}$$

Avec :

d : diamètre

h_0 : hauteur

Il a été observé de part et d'autre de la rugosité, deux tourbillons longitudinaux contra-rotatifs situés à une hauteur légèrement au-dessus du sommet de la rugosité qui s'élèvent au sein de la couche limite au fur et à mesure le long de l'écoulement. Ces tourbillons sont complétés par un champ de vorticité proche de la paroi.

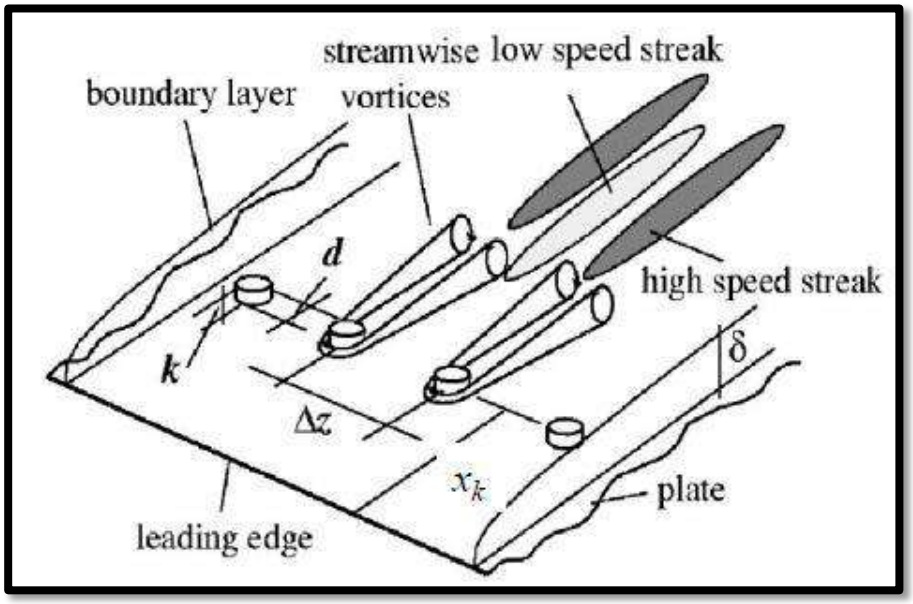


Figure II-2 : Evolution du champ des vitesses autour d'éléments rugueux [15]

Ces travaux montrent que les rugosités génèrent une zone centrale de sillage caractérisée par un déficit de vitesse, et des tourbillons longitudinaux, qui à la fois poussent du fluide de haute vitesse vers la paroi et remontent du fluide de basse vitesse de la paroi vers leur sommet (figure 2 - 9). La force respective de ces deux phénomènes dépend de la hauteur de la rugosité (h/δ_1) comme le montrent Fransson et al. [**27**] et de la transversale (l_z/δ_1) relevé par Choudhary et al. [**15**].

Conclusion

Cette réflexion portée sur l'importance de la stratégie d'usinage et les conséquences de l'influence des rugosités dans la « circulation aéraulique » (*étude de l'écoulement des liquides et des gaz dans des conduits)* ou hydraulique a son importance. Plus la surface est lisse, plus le temps d'usinage est conséquent et plus son coût augmente, et l'inverse est aussi vrai.

Chapitre III

Aperçu sur les Modeles de turbulence

III-1 Introduction :

Nous présentons dans cette partie la modélisation des écoulements dans des conduits. Nous verrons que les équations fondamentales de la mécanique des fluides que nous utilisons doivent être complétées, en raison du caractère turbulent des phénomènes, par un modèle de turbulence.

III-2 Equations fondamentales :

Ces équations décrivent le comportement du fluide et sont à la base de toutes les considérations hydrodynamiques, qu'elles soient physiques ou numériques. Elles sont obtenues à partir de l'équation de continuité, de l'équation de la quantité de mouvement et de la définition du tenseur des contraintes. Il est uniquement question dans ce chapitre de rappeler les équations sans chercher à les démontrer.

Nous faisons l'hypothèse d'écoulement incompressible et réduisons les forces extérieures au seul champ de pesanteur (la force de Coriolis est négligeable).

III-2-1 Equation de continuité :

L'équation de continuité (en l'absence de terme sources volumiques) qui exprime la conservation de masse est donnée comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\partial \vec{u}) = 0 \qquad (2.1)$$

Avec ρ la masse volumique *(kg/m^3)* et *u* la vitesse du fluide *(m/s)*

III-2-2 Equations de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + div(\rho \vec{u}.\vec{u}) = -\overrightarrow{grad}P + div\vec{\vec{\tau}} + \vec{f} \qquad (2.2)$$

Avec:

P la pression (Pa) régnant au sein du fluide.

τ le tenseur des contraintes (Pa).

$\vec{f} = \rho\vec{g}$, représente les forces de volume principalement le poids et g est l'accélération de la pesanteur (m.s^{-2}).

Pour notre étude de la dispersion d'un polluant, on considère le fluide comme étant un fluide incompressible newtonien (expression de $\vec{\vec{\tau}}$ reliée directement au gradient de vitesse par la viscosité $\vec{\vec{\tau}} = \mu\overrightarrow{grad(\vec{u})}$ avec μ, viscosité dynamique).

D'après ces considérations, les équations de continuité et Navier-Stokes se réduisent à

$$div(\vec{u}) = 0 \tag{2.3}$$

$$\rho\frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \rho div(\vec{u}\vec{u}) = -\overrightarrow{grad}(p) + \rho\vec{g} + \mu\Delta\vec{u} \tag{2.4}$$

III-2-3 Equation d'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue à partir de premier principe de la hermodynamique, Son expression est la suivante :

$$\frac{D}{Dt}\left(\rho c_p T\right) = \Delta(\lambda T) + q + \beta T\frac{Dp}{Dt} + \mu\Phi \tag{2.5}$$

Avec:

$\frac{D}{Dt}\left(\rho c_p T\right)$: la variation totale d'énergie.

$\Delta(\lambda T)$: La variation d'énergie par conduction, dans notre cas $\Delta(\lambda T) = 0$

q : La puissance vokumique déssipée

$\beta T \frac{Dp}{Dt}$: La variation d'énergie due à la comprissibilité (pour un écoulement incompressible $\beta T \frac{Dp}{Dt} = 0$).

$\mu\Phi$: La dissipation irreversible due aux la frottement.

Les coeffitions c_p ,β et λ sont respectivements la capacité calorifique, le coefition de dilatation isobare du fluide et la conductivité thermique.

III-4 Caractéristique de l'écoulement turbulent :

III-4-1Nombre de Reynolds :

Deux nombres sans dimension caractérisent en général le régime turbulent, tous les deux comparent d'un point de vue général, les facteurs déstabilisateurs au facteur stabilisateur. Lorsque le rapport de ces deux forces est supérieur à une valeur critique, le régime d'écoulement est alors turbulent. Le premier est le nombre de Reynolds qui est le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité. U et L sont une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement et ν la viscosité cinématique du fluide, il s'écrit:

$$Re = \frac{UL}{\nu} \qquad (2.6)$$

U: vitesse moyenne du fluide (m/s).

L : dimension caractéristique de l'écoulement (m).

ν: viscosité cinématique du fluide ($m^2.s^{-1}$).

On définit généralement un nombre de Reynolds critique au-delà duquel l'écoulement est turbulent et ses caractéristiques fluctuent de manière non déterministe. En ce qui concerne les écoulements que nous rencontrons, il est aisé de voir qu'ils sont turbulents, à partir des mesures expérimentales, on trouve que :

III-4-2 Notion de turbulence :

La turbulence ne constitue pas une propriété intrinsèque du fluide. Elle est caractérisée à l'aide d'un ensemble d'observations sur l'état du mouvement. Un écoulement turbulent tend d'une façon générale à qualifier un état d'agitation du mouvement où les vitesses évoluent d'une façon apparemment irrégulière, désordonnée et chaotique, si bien que le comportement du détail des trajectoires des particules fluides semble imprévisible à long terme. Ces mouvements aléatoires s'effectuent dans toutes les directions. La turbulence est par nature un phénomène tridimensionnel. A ces fluctuations de vitesse, sont associées des fluctuations de pression suivant la loi du mouvement du fluide qui est supposée satisfaire à chaque instant les équations de Navier-Stokes. Si l'écoulement turbulent a un comportement aléatoire, il est également rotationnel de vitesse. Ce mouvement tourbillonnaire est présent sur un très large éventail d'échelles temps et d'espace, qui donne à l'observation l'effet d'un enchevêtrement de tourbillons de structures et durées de vie très variées. En réalité, les plus petites échelles présentes dans l'écoulement sont fixées par la viscosité du fluide, alors que les plus larges échelles sont limitées par la taille des cisaillements présents dans le mouvement moyen, c'est-à-dire en pratique, par les limitantes de l'écoulement. Les dimensions des plus grosses structures sont donc de l'ordre de grandeur du domaine fluide.

III-5 Différentes approches de la turbulence :

III-5-1 Approches directes :

Cette approche suppose que l'écoulement peut être complètement caractérisé par la résolution directe des équations de Navier-Stokes. Cependant, la recherche des solutions turbulentes de ces équations nécessite des temps de calculs faramineux étant donné le nombre de points de discrétisations (N^3) nécessaire pour représenter les plus petites échelles. Les pas d'espace et de temps doivent être de l'ordre de grandeur des échelles de Kolmogorov.

III-5-2 Décomposition de Reynolds :

Dans l'absolu, le système d'équations fondamentales que nous avons présenté dans ce chapitre permet de modéliser la turbulence. Cependant, malgré le caractère aléatoire de la turbulence, il est possible par une approche statistique de modéliser les écoulements turbulents. Cette approche consiste à l'aide d'un système d'équations approprié à filtrer les irrégularités de la turbulence pour n'en retenir qu'une valeur moyenne.

Cette description repose sur la décomposition d'une grandeur caractéristique instantanée de l'écoulement turbulent en une partie macroscopique et une partie turbulente d'apparence aléatoire. C'est la décomposition de Reynolds où tout champ φ ($\varphi=u$, T ou p) se décompose en un champ moyen $\bar{\varphi}$ et en un champ fluctuant φ' de moyenne nulle.

$$\varphi(x,t) = \bar{\varphi}(x,t) + \acute{\varphi}(x,t) \qquad (2.7)$$

Pour des écoulements à faible nombre de Mach, il est courant de considérer comme négligeables les fluctuations de la masse volumique, ce qui se traduit par la relation suivante :

$$\rho = \bar{\rho} \qquad (2.8)$$

En remplaçant dans les équations fondamentales les expressions instantanées des champs par leur expression sous la forme de la relation (2.10), et en moyennant les équations obtenues, ce traitement fait apparaitre des termes inconnus supplémentaires qui sont

interprétés comme des tensions turbulentes dites de Reynolds. Les équations de Navier-Stokes et de continuité s'écrivent en prenant la moyenne de chaque équation et donnent :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \overline{U_j}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\overline{p}}{\rho}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \overline{u_i' u_j'}\right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.10)$$

Les termes de Reynolds ($\overline{u_i' u_j'}$) donnent naissance aux tensions de Reynolds et proviennent du non linéarité des équations de Navier-Stokes. Ils traduisent l'interaction entre mouvement moyen et mouvement fluctuant. Le système ci-dessus est un système ouvert : il comporte plus d'inconnues que d'équations. Le problème de fermeture est résolu en introduisant des hypothèses plus ou moins physiques correspondant au modèle de turbulence. Trois modèles de fermeture basés sur l'approche statistique sont présentés dans ce qui suit.

III-5-3 Modèles de turbulence:

Il existe différents niveaux de modèles, se distinguant par leur degré de complexité, c'est-à-dire par le nombre d'équations de transport supplémentaires introduites pour les quantités turbulentes pour fermer le problème: on parle ainsi de modèle de turbulence à zéro, une ou deux équations. Il existe également des méthodes de résolution plus complexes et plus onéreuses en ressources informatiques (simulation directe, Simulation à grandes échelles). Les modèles de turbulence les plus utilisés à l'heure actuelle dans les codes CFD sont les modèles à 2 équations, et plus particulièrement le modèle de turbulence dit ***k-ε standard*** qui est de loin le plus répandu.

- Spalart-Allmaras model.
- modèles ***k -ℰ*** **:**
- Standard ***k -ℰ*** model.
- Renormalization-groupe **(RNG)** ***k -ℰ*** model.
- Realizable ***k -ℰ*** model.
- modèles ***k-ω***:
- Standard ***k-ω*** model.
- Shear-stress transport **(*SST*)** ***k-ω*** model.

- υ2-f model.
- Reynolds stress model (RSM).
- Detached eddy simulation (DES) model.
- Simulation à grandes échelles (LES).

III-5-3-1 Modèle *k-ε standard :*

Le modèle *standard k-ε* est le plus simple des modèles complets dits à deux équations. Ce modèle suppose que le régime de turbulence est pleinement établi dans tout le domaine et que les effets de la viscosité moléculaire sont négligeables par rapport à ceux de la viscosité turbulente (loin des parois).

Il est basé sur l'hypothèse de Boussinesq, à savoir qu'il existe une analogie entre l'action des forces visqueuses et les contraintes de Reynolds dans l'écoulement moyen, soit :

$$-\rho\overline{u_i'u_j'} = \mu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)-\rho\frac{2}{3}k\delta_{ij} \qquad (2.11)$$

Le modèle calcule la viscosité turbulente μt en faisant intervenir l'énergie cinétique de turbulence k et le taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence ε comme suit :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \qquad (2.12)$$

Deux équations de transport sont utilisées : une pour l'énergie cinétique de turbulence *k* et l'autre pour le taux de dissipation de l'énergie cinétique ε.

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\overline{u_i}\frac{\partial k}{\partial x_i} = \nu_t\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right]-\varepsilon \qquad (2.13)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\overline{u_i}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = c_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}\overline{u_i'u_j'}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]-c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad (2.14)$$

Selon la valeur des constantes empiriques $C\mu$, σk, $\sigma\varepsilon$, $C1\varepsilon$ et $C2\varepsilon$, les résultats du calcul peuvent différer. Cela constitue une faiblesse de ce modèle, bien que les auteurs admettent le plus souvent des mêmes valeurs.

Comme nous allons utiliser par la suite le code Fluent pour les simulations numériques des écoulements, nous présentons dans le tableau 2.1 les valeurs de ces constantes utilisées par défaut :

$C1\varepsilon$	$C2\varepsilon$	C_μ	σ_k	σ_ε	σ_h
1.44	1.92	0.09	1.0	1.3	0.9

Tableau III.1: Coefficient empirique du modèle *k-ε standard*

Ce modèle est très largement utilisé en ingénierie. Il est en effet robuste, économique en temps de calcul et suffisamment précis et validé pour une large gamme d'écoulements turbulents.

III-5-3-2 Modèle *RNG k-ε* :

Dans ce modèle, les constantes sont évaluées par des calculs théoriques et non empiriquement. Ce modèle est donc applicable beaucoup plus largement que *k-ε*. En particulier, les effets liés aux bas Reynolds sont pris en compte et des comportements de type laminaire peuvent également être prédits.

Les écoulements turbulents ont des tourbillons de taille variant entre l'échelle intégrale L et des vortex de taille $L/R^{3/4}$ (échelles de Kolmogorov). Il existe d'autres tourbillons de taille inférieure mais leur énergie est faible. La méthode RNG supprime une bande étroite voisine des tourbillons les plus faible en les remplacent par d'autres modes. Une fois débarrassé de cette bande étroite, ce qui permet de réduire notablement les besoins de stockage, on dispose d'un système d'équations de Navier Stokes avec une viscosité effective, des forces et un couplage non linéaire modifiés. En enlevant les tourbillons de petites échelles, le Reynolds effectif est diminué tandis que la viscosité est augmentée. La théorie RNG conduit à une

relation utilisée pour déterminer de manière plus précise la viscosité effective et permet une meilleure description des variations des propriétés de transport turbulent avec le Reynolds effectif.

Par rapport au *k-ε* Standard, la détermination de la viscosité effective est plus élaborée mais RNG utilise aussi les équations de Navier Stokes moyennées :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho U_i U_j\right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{effe}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{2.15}$$

Les équations de transport pour *k* et $\mathcal{E}$ sont :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho U_i k\right) = \mu_t S^2 - \rho\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\alpha\,\mu_{effe}\left(\frac{\partial k}{\partial x_i}\right)\right] \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho U_i \varepsilon\right) = C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\mu_t S^2 - C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} - R + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\alpha\,\mu_{effe}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right)\right] \tag{2.17}$$

Où α est l'inverse du nombre de Prandtl turbulent, tiré de l'expression ci-dessous, qui permet d'inclure les variations de ce nombre avec le nombre de Reynolds :

$$\left|\frac{\alpha - 1{,}3929}{\alpha_0 - 1{,}3929}\right|^{0{,}6321} \cdot \left|\frac{\alpha + 2{,}3929}{\alpha_0 + 2{,}3929}\right|^{0{,}6379} = \frac{\mu}{\mu_{eff}} \tag{2.18}$$

Avec $\alpha_0 = 1$ Ce résultat issu de la théorie de RNG permet d'appliquer les équations de transport dans les régions à bas Reynolds, sans avoir recours à des fonctions de paroi. Puisque μ_t et α varient continûment avec le nombre de Reynolds turbulent des valeurs moléculaires aux valeurs pleinement turbulentes, les équations de *k* et $\mathcal{E}$ incluent une atténuation naturelle dans les zones voisines des parois. Le taux de déformation *R* est donné par la relation suivante

$$R = 2\mu S_{ij}\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_i}\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} \tag{2.19}$$

Où *Sij* est le tenseur des déformations moyennes. Dans le modèle RNG, le taux de déformation prend pour expression :

$$R = \frac{C_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1 + \beta \eta^3} \frac{\varepsilon^2}{k} \qquad (2.20)$$

Où $\eta = \frac{Sk}{\varepsilon}$, $\eta_0 = 4,38$, $\beta = 0,012$ *et* $S^2 = 2S_{ij}S_{ij}$.

La principale amélioration par rapport au *k* - $\mathcal{E}$ Standard provient de R, qui permet une prise en compte plus exacte de certaines anisotropies liées aux variations du Reynolds local. Grâce à une base théorique plus solide que le modèle *k* - $\mathcal{E}$ classique qui conduit notamment à des valeurs typiques un peu différente des coefficients empiriques, le modèle RNG *k* – $\mathcal{E}$ donne de meilleurs résultats dans une grande variété de cas.

Les constantes du modèle RNG ont pour valeur :

C_μ	$C\varepsilon 1$	$C\varepsilon 2$	σ_k	σ_ε	σ_t	$C\varepsilon 1 C\varepsilon 3$	η_0	β
0.085	1.42	1.68	0.7179	0.7179	1	0.7	4.377	0.012

Tableau III-2 : Constantes du modèle *RNG k-ε*

III-5-3-3 Modèle *k-ε Réalisable* :

Le dernier modèle de la famille *k-ε* diffère du modèle standard principalement par deux choses importantes :

- Une nouvelle formulation pour la viscosité turbulente ;

- Une nouvelle équation pour le taux de dissipation ε.

Le terme « Realizable » ou réalisable que le modèle satisfait certaines contraintes mathématiques sur les contraintes de Reynolds, logiques avec la physique des écoulements turbulents. Ainsi, ce modèle prédit avec plus de précision le taux de propagation des jets. Il procure aussi des performances supérieures dans les écoulements impliquant la rotation, les couches limites sous de forts gradients de pression adverses, la séparation et les recirculations.

Là aussi, la viscosité turbulente est calculée à partir de l'équation (2.15), sauf que $C\mu$ n'est plus constant. Il est fonction de la déformation moyenne, des taux de rotation, de la vitesse angulaire de la rotation du système et des champs de la turbulence (k et ε).

III-5-3-4 Modèle k-ω : [39,50]

La structure du modèle ***k-ω*** est proche de celle du modèle k-ε. Ce modèle fait intervenir deux équations de transport : une pour l'énergie cinétique de turbulence k et l'autre pour le taux de dissipation spécifique ω défini par le rapport entre ε et k.

L'énergie cinétique de turbulence k et le taux de dissipation ω sont obtenus respectivement à partir des deux équations de transport suivantes :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_k\frac{\partial k}{\partial x_j}\right)+G_k-Y_k+S_k \qquad (2.21)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho \omega u_i)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\omega\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right)+G_\omega-Y_\omega+S_\omega \qquad (2.22)$$

Avec :

Gk : production d'énergie cinétique turbulente par les gradients de vitesse moyenne.

Gω : production de ω.

Γ_k et Γ_ω : coefficients de diffusions de k et w.

Y_ω et Y_ω: dissipations de k et w due à la turbulence.

S_k et S_ω: termes sources.

Les coefficients Γ_k et Γ_ω sont donnés par:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \tag{2.23}$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \tag{2.24}$$

σ_k et σ_ω tant les nombres de Prandtl pour k et ω respectivement, et μ_t la viscosité turbulente.

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \tag{2.25}$$

Pour les faibles nombres de Reynolds, un nouveau α^* est utilisé qui tient compte de la diminution de la viscosité turbulente.

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{\alpha_0^* + \mathrm{Re}_t / R_k}{1 + \mathrm{Re}_t / R_k} \right) \tag{2.26}$$

Avec $\mathrm{Re}_t = \rho k / \mu\omega$, R_k=6, $\alpha_0^* = \beta_i / 3$ et $\beta_i = 0.072$.

Les termes de productions G_k et G_w sont définis respectivement par :

$$G_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \tag{2.27}$$

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \tag{2.28}$$

Avec : $$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*}\left(\frac{\alpha_0 + \mathrm{Re}_t/R_\omega}{1+\mathrm{Re}_t/R_\omega}\right), R_\omega = 2.95 \quad (2.29)$$

La dissipation de k due à la turbulence est donnée par :

$$Y_k = \rho\beta^* f_{\beta^*} k\omega \quad (2.30)$$

Avec : $$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 \ldots\ldots\ldots\ldots \chi_k \le 0 & (2.31) \\ \dfrac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} \ldots \chi_k > 0 & (2.32) \end{cases}$$

$$\chi_k = \frac{1}{\omega^3}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \beta^* = \beta_i^*\left(1+\zeta^* F(M_t)\right) \quad (2.33)$$

$$\beta_i^* = \beta_\infty^*\left(\frac{4/15 + \left(\mathrm{Re}_t/R_\beta\right)^4}{1+\left(\mathrm{Re}_t/R_b\right)^4}\right), \zeta^* = 1.5, R_\beta = 8 et \beta_\infty^* = 0.09 \quad (2.34)$$

La dissipation de ω due à la turbulence est donnée par :

$$Y_w = \rho\beta_i f_\beta \omega^2$$

Avec : $$f_\beta = \frac{1+70\chi\omega}{1+80\chi_\omega}, \chi_\omega = \left|\frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{\left(\beta_\infty^*\omega\right)^3}\right| et \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (2.35)$$

Finalement, les constantes du modèle adoptées par Fluent sont les suivantes :

α_∞^*	α_∞	α_0	β_∞^*	β_i	R_β	R_K	R_W	ζ^*	σ_K	σ_ω
1	0.52	1/9	0.09	0.072	8	6	2.95	1.5	2.0	2.0

Tableau III.3 : Valeurs des constantes empiriques du modèle *k* - *ω*

III-5-3-5 Modèle *k- ω SST* :

Le modèle *k- ω SST* (Shear-Stress-Transport) ou transport des contraintes de cisaillement turbulentes, est dérivé du modèle *k- ω* standard. Ce modèle combine la robustesse et la précision de la formulation du modèle *k- ω* dans la région proche de la paroi avec le modèle *k-ε* et toutes ses qualités citées plus haut pour les écoulements libres loin de la paroi. Ce modèle inclus les améliorations suivantes:

- Une fonction de combinaison est multipliée à la fois au modèle *k- ω* standard et au modèle *k-ε*. Cette fonction commutera entre les valeurs zéro ou un suivant que l'on soit dans la région proche de la paroi, pour activer le modèle *k- ω* standard ou dans la région loin de la paroi, pour activer le modèle *k-ε*.
- La définition de la viscosité turbulente est modifiée pour prendre en compte le transport des contraintes de cisaillement turbulentes, dont voici une forme simplifiée :

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, f(\Omega, k, \omega, y)\right]} \qquad (2.36)$$

- f(Ω, k, ω, y) est une fonction dépendant du taux de rotation (Ω), de k, de ω et de la distance normale à la paroi (y).

Pour relier les deux modèles, des modifications sont apportées au modèle *k- ω*, la plus significative étant l'ajout à l'équation de transport de la dissipation d'un terme cross- diffusion *Dw* qu'on écrit :

$$D_\omega = 2\rho\sigma_\omega \frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \qquad (2.37)$$

Donc ce modèle prend même équation de l'énergie cinétique turbulente k que le modèle *k-ω*.

L'équation de transport de taux de dissipation spécifique ω est :

$$\rho\frac{D\omega}{Dt}=\frac{\gamma}{\nu_t}\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\rho\beta\omega^2+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial\omega}{\partial x_j}\right]+3\rho(1-F_1)\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial\omega}{\partial x_j} \quad (2.38)$$

Les améliorations apportées à ce modèle le rendent plus fiable pour une classe d'écoulements plus étendue, par rapport aux modèles *k- ω* standard et la famille des modèles *k-ε*.

III-5-3-6 Modèles du tenseur de Reynolds (RSM) : [50]

Le modèle de contraintes de Reynolds (RSM) est un modèle de fermeture du second ordre. Dans certains cas (couches limites, courbes, écoulements tourbillonnaires, écoulements en rotation), l'approximation est basée sur l'hypothèse de Boussinesq pour représenter les tensions de Reynolds $R_{ij}=:\overline{u_i u_j}$ Ces equations s'écrivent sous la forme générale suivante :

$$\frac{DR_{ij}}{D_t}=P_{ij}+D_{ij}-\varepsilon_{ij}+\Pi_{ij}+\Omega_{ij} \quad (2.39)$$

Les équations exactes de transport pour chaque composante du tenseur de Reynolds, $\rho u_i' u_j'$

peuvent être écrites comme suit:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\overline{u_i'u_j'}\right)}_{\text{Inertie}}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_l}\left(\rho U_l\overline{u_i'u_j'}\right)}_{\text{Convection}}=\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_l}\left[\rho\overline{u_i'u_j'u_l'}+\overline{p'\left(\delta_{jl}u_i'+\delta_{il}u_j'\right)}\right]}_{J_{ij}^T\equiv\text{Diffusion Turbulente}}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_l}\left(\mu_t\frac{\partial\overline{u_i'u_j'}}{\partial x_l}\right)}_{J_{ij}^L\equiv\text{Diffusion Moléculaire}}- \quad (2.40)$$

$$\underbrace{\rho\left(\overline{u_i'u_l'}\frac{\partial U_j}{\partial x_l}+\overline{u_j'u_l'}\frac{\partial U_i}{\partial x_l}\right)}_{P_{ij}\equiv\text{Production}}\underbrace{-2\mu\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_l}\frac{\partial u_j'}{\partial x_l}}}_{\varepsilon_{ij}\equiv\text{Dissipation}}+\underbrace{\overline{p'\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)}}_{\Phi_{ij}\equiv\text{Corrélation de pression/déformation}} \quad (2.41)$$

$$\Phi_{ij} = -C_3 \frac{\varepsilon}{k}\left(\overline{u_i' u_j'} - \frac{2}{3}\delta_{ij} k\right) - C_4\left(P_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\Pi\right) \quad (2.42)$$

Ou : $\Pi = \frac{1}{2}P_{ii}$, C_3 et C_4 sont des constantes empiriques dont les valeurs sont :

$$C_3 = 1{,}8 \text{ et } C_4 = 0{,}60 \text{ , et } k = \left(\overline{u_i' u_i'}\right)/2.$$

- Le terme de dissipation est approché par le taux de dissipation isotropique $\mathcal{E}$:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\delta_{ij}\varepsilon \quad (2.43)$$

- Le terme de diffusion turbulente est modélisé de la même manière que les corrélations doubles pour les modèles de viscosité turbulente. Elles sont calculées en fonction du gradient des corrélations doubles :

$$J_{ij}^{T} = \frac{\partial}{\partial x_l}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_l}\right) \quad (2.44)$$

Où la viscosité turbulente μ_t est calculée à l'aide de la relation **(2.12).**

Ce modèle est potentiellement le plus général et le plus complet des modèles de turbulence classiques, seules les conditions initiales et/ou limites sont à fournir. Les calculs sont satisfaisants pour les propriétés de l'écoulement moyen et toutes les tensions de Reynolds pour beaucoup d'écoulements simples et d'autres plus complexes incluant les jets de murs, les tunnels asymétriques, les écoulements en conduit non circulaire et les écoulements courbes. Il est très coûteux en moyens informatiques.

Chapitre IV

Liaison entre maillage et modèle de turbulence

IV.1. Introduction

L'objectif des méthodes numériques est de fournir une solution approchée de comportement réel des phénomènes physiques. La physique possède des caractères tris dimensionnels, temporelles et non linéaire c'est à dire très complexe. Le rôle de modélisateur est de simplifié suffisamment le problème tout en conservant l'originalité du phénomène physique étudié

En mécanique des fluides, les écoulements que ce soit on régime laminaire ou turbulent, sont décrits par le système d'équation aux dérivée partielle (E.D.P). Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie qu'il convient de résoudre pour les caractéristiques du champ d'écoulement et du champ thermique [24].

Parmi les méthodes numériques les plus fréquemment utilisées dans les problèmes d'écoulement et de transfert de chaleur en peut citer :

- La méthode des déférences finies.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.

Le choix de l'utilisation de telle méthode numérique va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : la nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et le problème stationnaire ou in stationnaire.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis, car elle présente des avantages considérables du fait qu'elle soit simple, sa fiabilité quand aux résultats, son adaptation au problème physique, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes numériques.

IV.2. Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis à été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [25], consiste à transformer les dérivées en expressions algébriques faciles à résoudre.la résolution par cette méthode passe par quatre étapes principales :

a) Effectuer un maillage du domaine d'étude : ceci se fait en plaçant un certain nombre de nœuds dans ce domaine et en construisant un volume fini ou un volume de contrôle autour de chaque nœud. Ce volume de contrôle est délimité par des interfaces.

b) Intégrer l'équation aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle.

c) Choisir un profil de variation de la quantité à trouver (par exemple : température, pression, etc….) entre deux nœuds consécutifs pour pouvoir évaluer les dérivées à l'interface.

Ceci nous conduit à l'obtention d'une équation algébrique simple appelée « équation discrétisée » qui est propre à chaque nœud du domaine.

Donc, si celui-ci est constitué de n-nœuds, on aurait n-équations algébriques à résoudre, il y a donc, autant de nœuds que volumes de contrôle d'où la performance de la méthode des volumes finis comparativement aux autres méthodes.

d) Résoudre le système d'équations obtenu par l'une des méthodes de résolution des équations algébriques linéaires.

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, la méthode de volume fini comporte essentiellement **[22]** :

- La discrétisation du domaine considérée en volume de contrôle ;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles ;
- Le choix d'un schéma représentant la variation de la quantité physique et l'assemblage des diverses équations;
- Le modèle doit être stable est convergent.

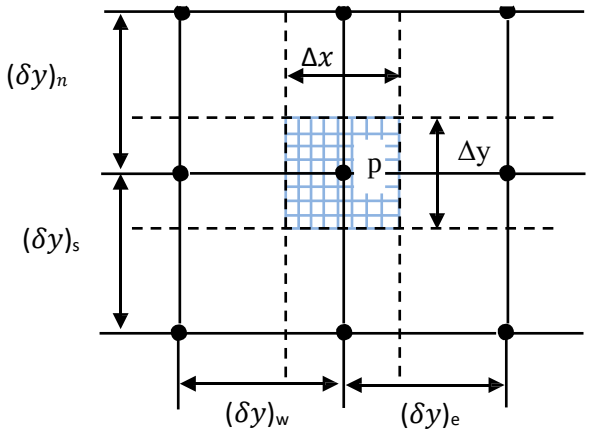


Figure .IV. 1 volume de contrôle bidimensionnel

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, comme indiqué dans la figure (IV.1). Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal P, les point E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points **e** et **w** dans la direction x, n et s dans la direction y **[26].**

Dans ce mémoire nous avons effectué la résolution de problème par logiciel FLUENT, basée sur la méthode des volumes finis.

VI.2.1. Maillage

Un maillage est la discrétisation spatiale d'un milieu continue, ou aussi une modélisation géométrique d'un domaine par des éléments proportionnés finis et bien définit. L'objet d'un maillage est de procédé à une simplification d'un système par un modèle représentant ce système et éventuellement son environnement (le milieu) dans l'optique de simulation de calcule ou de représentation graphique.

Ainsi, un élément de volume de contrôle est défini autour de chaque nœud. Les grandeurs scalaires pression et température sont stockées dans le nœud P de maillage figure (IV.2 (a)), tandis que les grandeurs vectorielles *u* et *v* sont stockée au milieu des segments reliant les nœuds. L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composants de vitesse. **[27]**

Le volume de contrôle de la composante longitudinale *u* est décalé suivant la direction *x* par rapport au volume de contrôle principale figure (IV.2 (b)), celui de la composante transversale *v* est décalé suivant la direction *y* figure (IV.2 (c)). Ce type de maillage dit "maillage décalé "permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution. La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans figure (IV.2). **[27]**

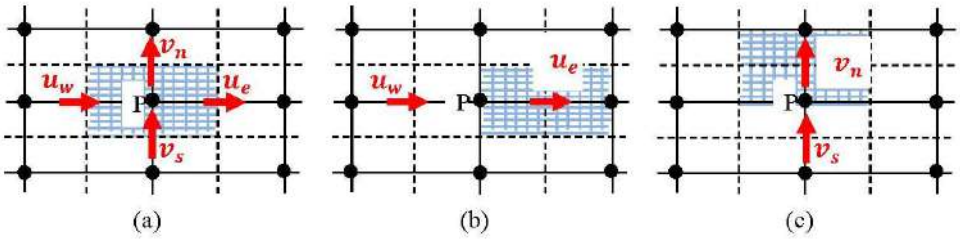


Figure .IV. 2Schéma de maillage (a) maillage décalé pour ue(b) maillage décalé pour vn(c)

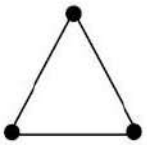
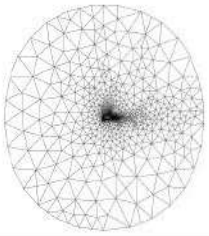
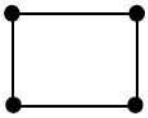
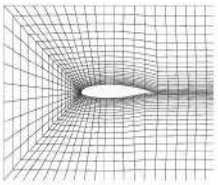
IV.2.1. 1 Choix de maillage

Le choix de maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour ce faire, on doit déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie de maillage qui répond à nos objectifs, parmi ces paramètres, on peut citer [28] :

- Le nombre de la maille.
- La distance entre les mailles (concentration des mailles).
- La forme de la maille.
- Les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable.

Les différentes formes de maillage des faces montré dans le tableau (IV.1):

Tableau .IV. 1. Différents formes de maillage des faces [29]

Type des cellules en 2D	La forme de maillage	Exemple
Triangulaire		
Quadrilatérale		

IV.2.1. 2 Connectivité

La connectivité décrit les liaisons entre les sommets des éléments. Un maillage structuré si les nœuds de même type (dans le domaine, sur une limite ou sur un coin) ont toujours le même nombre des nœuds voisins. Ou sont associés au même nombre des éléments.

La connectivité associée ces nœuds est alors toujours de même type. Dans le cas d'un maillage non structuré, la connectivité est de type quelconque et le nombre de voisin de chaque nœud diffère localement, comme indique dans la figure (IV.3) [10].

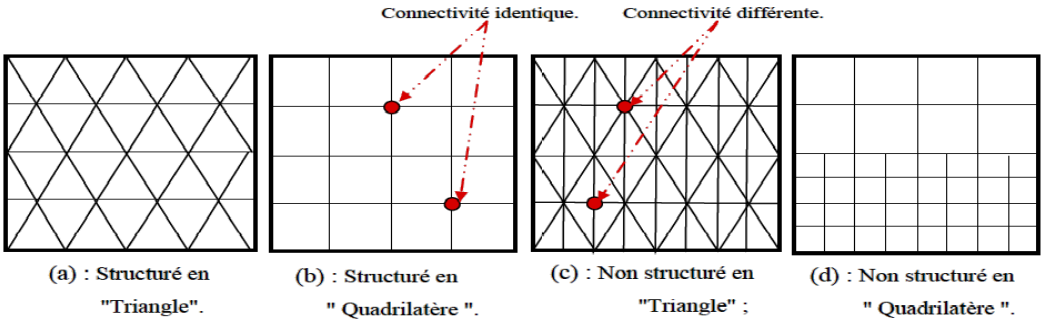


Figure .IV. 3. Exemples de maillages

IV-3/ Présentation de la Méthode des Volumes Finies Et Modélisation Numérique

IV-3/ -1 **Introduction :**

La forme finale du modèle mathématique élaboré est un système d'équations aux dérivées partielles elliptiques. A cause de leur non linéarité et la complexité du problème physique, elle ne peuvent pas être résolues analytiquement. La seule approche à envisager ici est la procédure numérique.

I-4/ **Choix de la méthode numérique :**

La résolution des problèmes de l'aérodynamique intèrne des écoulements pourra être abordée par plusieurs méthodes numériques. Parmis ces méthodes les plus couramment utilisées sont celle des Différences Finies (***MDF***), celle des Eléments Finies (***MEF***) et des Volumes Finis (***MVF***).

La méthode des Différences Finies (***MDF***) procède par approximation des dérivées

d'une fonction en termes de ces valeurs approchées aux nœuds du maillage.

La Méthode Eléments Finies (***MEF***) en plus de ça, procède par rechèrche de fonction d'interpolation approchant la solution entre ces nœuds.

Dans le présent travail, on a choisi la Méthode des Volumes Finis pour la modélisation du problème posé.

IV-5 / Méthode des volumes finis :

Contrairement aux deux méthodes précédentes, celle des volumes finies (développé par ***Patankar***) procède par intégration des équations locales sur un ensemble discret de volumes jointifs recouvrant la totalité du domaine d'écoulement, ***méttant*** ainsi en œuvre les bilans macroscopiques. Cette méthode apporte une généralité beaucoup plus importante, par son formalisme et traitement conservatifs (conservation de toute quantité transportable) et son aptitude à résoudre des écoulements complexes.**[2,12]**

Deux étapes sont nécessaires pour la résolution :

- Le maillage du domaine d'écoulement ;
- La désrcétisation des équations de l'écoulement ;

Déscrétisation :

Elle consiste à transformer l'équation différentielle générale de transport en un système d'équations algébriques non linéaires qui peuvent être résolues en chaque point du maillage par une méthode numérique convenable. **[2,3,12]**

On réécrit l'équation générale de transport sous la forme suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial\left(r\,H(t)\,\rho\,\phi\right)}{\partial t}}_{\substack{taux\ de\ variation\\ temporelle}}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(r\,J_x\right)+H(t)\frac{\partial}{\partial x}\left(r\,J_r\right)}_{terme\ des\ \ flux\,total\,(convection+diffusion)}=\underbrace{r\,c}_{terme\,source}\qquad\text{----------}(II-01)$$

où :

$$\delta\phi=H(t)\delta\phi+W_P\frac{\partial(x\rho\,\phi)}{\partial x}\qquad\text{----------}(II-02)$$

$$J_x=\left(\rho\,\overline{u}\,\phi-\frac{\Gamma_\phi}{H(t)}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\qquad et\qquad J_r=\left(\rho V\phi-\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\qquad\text{----------}(II-03)$$

Suivant la classification des termes de l'équation (II-01), la discrétisation peut

s'effectuer en trois étapes :

1°/ Discrétisation Temporelle ;

2°/ Discrétisation Spatiale ;

3°/ Discrétisation des termes sources ;

1°/ Discrétisation Temporelle : **[2,12]**

Elle consiste à intégrer l'équation (II-01) sur le volume de contrôle de la figure (II-3) entre les instants « t » et « t+Δt ».

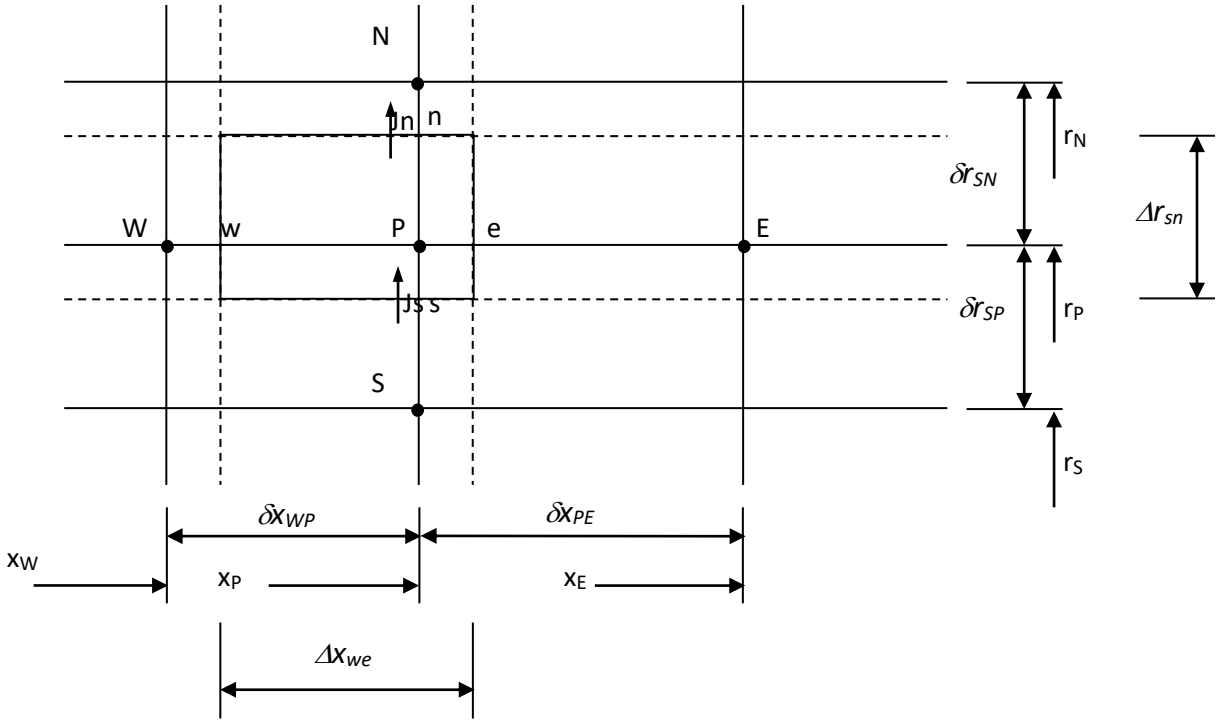


Fig. (IV-4) : Volume de Contrôle

Nous obtenons la solution dans le temps par l'initialisation de la distribution de la grandeur ϕ.

Avec le pas de temps, la tache est comme suite :

On donne à chaque point du maillage les valeurs de ϕ au temps ***t*** et on cherche les valeurs de ϕ au temps t+Δt.

Les valeurs anciennes données de ϕ à chaque point du maillage seront notées par ϕ°, et celle nouvelles inconnues par ϕ^1.

On obtient l'équation suivante :

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\int_s^n \frac{\partial H\rho\phi}{\partial t} r\,dr\,dx\,dt}_{a} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial x}\left(r J_x\right)dr\,dx\,dt}_{b} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\int_s^n \frac{\partial}{\partial r}\left(r J_r\right)H\,dr\,dx\,dt}_{c} = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t}\int_w^e\int_s^n S_\phi\, r\,dr\,dx\,dt}_{d} \quad ---(II-04)$$

avec :

$$a = r\,\Delta r\,\Delta x\left(H^1\,\rho_P^1\phi_P^1 - H^0\,\rho_P^0\phi_P^0\right)$$

$$b = \int_t^{t+\Delta t}\int_s^n J_e r_e\,dr\,dt - \int_t^{t+\Delta t}\int_s^n J_w r_w\,dr\,dt = \int_t^{t+\Delta t}\left(J_e a_e - J_w a_w\right)dt$$

$$c = \int_t^{t+\Delta t}\int_w^e H\;J_n r_n\,dx\,dt - \int_t^{t+\Delta t}\int_w^e H\,J_s r_s\,dr\,dt = \int_t^{t+\Delta t}\left(J_n a_n - J_s a_s\right)dt$$

où :

$$a_e = \int_s^n r_e\,dr \qquad ; a_w = \int_s^n r_w\,dr \qquad ; a_n = \int_w^e r_n\,dx \qquad ; a_s = \int_w^e r_s\,dx$$

Qui représente les faces du volume de contrôle respectivement Est, Ouest, Nord et Sud.

Les expressions des flux totaux sont :

$$\Im_e = \int_t^{t+\Delta t}\left[\rho_e\overline{U}_e a_e\phi_e - \frac{\Gamma_e a_e}{H\,\delta x_{PE}}\left(\phi_e - \phi_s\right)\right]dt \quad ----------(II-05)$$

$$\Im_w = \int_t^{t+\Delta t}\left[\rho_w\overline{U}_w a_w\phi_w - \frac{\Gamma_w a_w}{H\,\delta x_{WP}}\left(\phi_p - \phi_w\right)\right]dt \quad ----------(II-06)$$

O

$$\Im_n = \int_t^{t+\Delta t}\left[\rho_n\overline{U}_n a_n\phi_n - \frac{\Gamma_n a_n}{H\,\delta r_{PN}}\left(\phi_N - \phi_P\right)\right]dt \quad ----------(II-07)$$

$$\Im_s = \int_t^{t+\Delta t}\left[\rho_s\overline{U}_s a_s\phi_s - \frac{\Gamma_s a_s}{H\,\delta r_{SP}}\left(\phi_P - \phi_S\right)\right]dt \quad ----------(II-08)$$

n a besoin d'une supposition sur la variation de ϕ_i avec le temps de t à t+Δt. Elle peut être généralisé par la proposition :

$$\int_t^{t+\Delta t}\phi_P\,dt = \left[f\,\phi_P^1 + (1-f)\phi_P^0\right]\Delta t \quad ----------(II-09)$$

où 0 ≤ f ≤ 1

En utilisant cette formule pour les termes $\Im_i = \int_t^{t+\Delta t} J_i a_i\,dt$, on obtient :

$$\mathfrak{I}_i = \left[f\left(J_i a_i\right)^1 - (1-f)\left(J_i a_i\right)^0 \right] \Delta t \quad \text{----------} \quad (II-10)$$
$$i = (e, w, n, s)$$

Deux schémas sont possibles selon le choix de la valeur de valeurs de f : **[2]**

f=0 Conduit au schéma explicite ;

f=0,5 Conduit au schéma de Crank Nicolson ;

f=1 Conduit au schéma implicite ;

Patankar a préféré le schéma implicite pour des raisons de stabilité numérique.

On élimine l'indice 1, car les grandeurs qui lui sont associées prennent leurs nouvelles valeur à l'instant (t+Δt).

Alors l'équation (II-04) devient :

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}\left(H \rho_P \phi_P - H^0 \rho_P^0 \phi_P^0\right) + J_e a_e - J_w a_w + H\left(J_n a_n - J_s a_s\right) = S_\phi \Delta v \quad \text{------} \quad (II-11)$$

2°/*Déscritisation Spatiale :***[2,12]**

Revenons aux expressions {5,6,7 et8} des flux de ϕ dû à la convection et à la diffusion à travers les faces du volume de contrôle ***Fig.(3)***. Pour simplifier le travail, on prend en discussion $\mathfrak{I}_e$. Quant à $\mathfrak{I}_w$, $\mathfrak{I}_n$ et $\mathfrak{I}_s$, ils sont similaires.

L'expression (II-05) montre que $\mathfrak{I}_e$ prend la forme suivante :

$\mathfrak{I}_e$ = [*(flux massique à travers la face e) x (quantité géométrique) x* ϕ_e] - [*(diffusivité à travers la face e) x (quantité géométrique) x (*ϕ_E - ϕ_P*)*]

Les valeurs des quantités géométriques reliées au maillage choisi sont connues. Le flux massique et la diffusivité à l'interface ***e*** peuvent être aproximés par une interpolation linéaire. La tâche la plus difficile dans l'évaluation de $\mathfrak{I}_e$ est donc l'approximation de ϕ_e.

Pour simplir cela, on considère un cas unidimensionnel permanent **[Fig.II-4].**

Soient les deux symboles ***F*** et ***D***, définis comme suite :

$$F = \rho u \qquad ; D = \frac{\Gamma}{\delta x} \quad \text{----------} \quad (II-12)$$

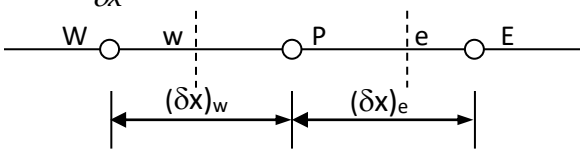


Fig. (IV-5) : Volume de Contrôle pour un cas Unidimensionnel

L'équation gouvernant l'écoulement dans ce cas est :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi)=\frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right) \text{----------} (II-13)$$

Pour pouvoir généraliser la formulation appliquée à la déscrétisation de l'équation (II-10) qui peut être mise sous la forme $\frac{dJ}{dx}=0$ „ on considère deux points ***I et I+1*** entre les-quels l'interface est traversée par le flux total $\mathfrak{J}$, **[voir Fig.(IV-6)]**

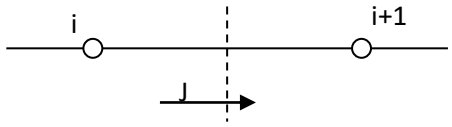


Fig. (IV-6) : Le Flux total entre deux nœuds de maillage

Alors : $J^*=\frac{J\delta}{\Gamma}=P_\phi-\frac{d\phi}{d\left(\frac{x}{S}\right)}$ ----------$(II-14)$

Avec $P=\frac{\rho u\delta}{\Gamma}=$ *le nombre de Peclet*;

La valeur de ϕ est interpolée entre ϕ_i et ϕ_{i+1}, alors que le gradient $\frac{d\phi}{d\left(\frac{x}{\delta}\right)}$ est multiple de (ϕ_{I+1} - ϕ_i), donc :

$$J^*=P\left(\alpha\phi_i+(1-\alpha)\phi_{i+1}\right)-\beta\left(\phi_{i+1}-\phi_i\right) \text{----------} (II-15)$$

J^* peut être exprimé par :

$$J^*=B\phi_i+A\phi_{i+1} \text{----------} (II-16)$$

A et B sont des coefficients dimensionnels qui dépend du nombre de ***Peclet « P »***.

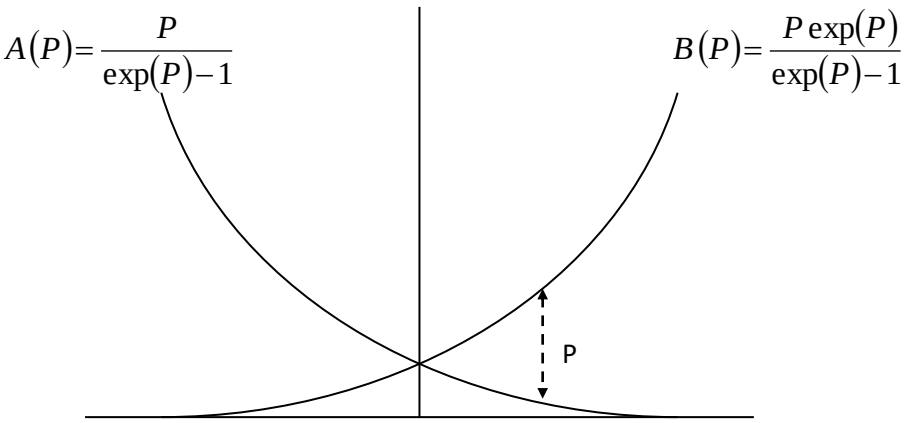


Fig. (IV-7) : Variation de A et B en fonction du Nembre de Peclet « P »

Les propriétés des coefficients de A et B en fonction de « P » sont :

1°/ Si ϕ_i et ϕ_{i+1} sont égales, *J* = 0* (le flux est nul). J est exprimé par le flux convectif $\rho u \phi_i$, alors :

$$J^* = P_{\phi_i} = P_{\phi_{i+1}} \quad \text{----------} \quad (II-17)$$

Les expressions [(II-13) et (II-14)] nous donne :

B = A + P----------*(II-18)*

2°/ La symétrie entre A et B ; si nous reversons l'axe des coordonnées P devient –P, les fonctions *A(P)* et *B(P)* doivent être reliées par :

$$\left.\begin{aligned} A(-P) &= B(P) \\ B(-P) &= A(P) \end{aligned}\right\} \quad \text{----------} \quad (II-19)$$

La variation exacte de A et B avec P peut être déduite de la solution exacte de l'équation (II-10) [la figure (II-6)].

L'implication des deux propriétés est que les fonctions *A(P)* et *B(P)* sont connues seulement pour P>0 :

A(P) = B(P) – P

Linéarisation du terme source : **[2,12]**

La source est une fonction de la variable ϕ. Sa linéarisation est de l'évaluer au point considéré du maillage sous la forme linéaire :

$$S_\phi = S_c + S_P \phi_P \quad \text{----------} (II-20)$$

où :

S_c : Partie du terme source indépendante explicitement de ϕ_P ;

S_P et $\phi_P \geq 0$;

Ecrivons l'équation (II-11) comme une équation de conservation de masse $\left(\phi = 1,\ S'_\phi = 0 \ \ et \ \ J_i = F_i\right) \quad = e, w, n, s$

$$H\left(\frac{\rho - \rho^\circ}{\Delta t}\right)\Delta v + F_e a_e - F_w a_w + H F_n a_n - H F_s a_s = \left(x W_P \frac{\partial \rho_P}{\partial x}\right)\Delta v \quad \text{----------} (II-21)$$

En multipliant (II-21) par ϕ_P, on obtient :

$$H\left(\frac{\phi_P - \phi_P^0}{\Delta t}\right)\rho_P^0 \Delta v + \left(J_e - F_e \phi_P\right)a_e - \left(J_w - F_w \phi_w\right)a_w + H\left(J_n - F_n \phi_n\right)a_n$$

$$- H\left(J_s - F_s \phi_s\right)a_s = \left(H S_\phi + x W_P \rho_P \frac{\partial \phi_P}{\partial x}\right)\Delta v \quad \text{----------} (II-22)$$

Suivant le schéma P.L.D.S. :

$$\left.\begin{array}{lll} Ha_n\left(J_n - F_n\phi_P\right) = A_N\left(\phi_P - \phi_N\right) ; & A_N = Ha_n\left[D_n A\left(\left|P_n\right|\right) + \left\|0, -F_n\right\|\right] \\ Ha_s\left(J_s - F_s\phi_P\right) = A_S\left(\phi_S - \phi_P\right) ; & A_S = Ha_s\left[D_s A\left(\left|P_s\right|\right) + \left\|0, F_s\right\|\right] \\ a_e\left(J_e - F_e\phi_P\right) = A_E\left(\phi_P - \phi_P\right) ; & A_E = a_e\left[D_e A\left(\left|P_e\right|\right) + \left\|0, -F_e\right\|\right] \\ a_w\left(J_w - F_w\phi_P\right) = A_W\left(\phi_W - \phi_P\right) ; & A_W = a_w\left[D_w A\left(\left|P_w\right|\right) + \left\|0, F_w\right\|\right] \end{array}\right\} \quad \text{----------} (II-23)$$

La notation ||A,B|| ⇒ la plus grande valeur de A et B.

$P = F/D$ (nombre de ***Peclet***)

$F = \rho U$ (suivant x) ; $F = \rho V$ (suivant r)

$$D=\frac{\Gamma\,\Delta r}{H\,\Delta x}\qquad (suivant\ x)\qquad ;D=\frac{\Gamma\,\Delta x}{H\,\Delta r}\qquad (suivant\ r)$$

L'équation (II-22) prend la forme suivante :

$$A_P\phi_P=A_E\phi_E+A_W\phi_W+A_N\phi_N+A_S\phi_S+b\text{ ----------}(II-24)$$

avec :

$$A_P^0=H\frac{\Delta\nu}{\Delta t}\rho_P^0\text{ ----------}(II-25)$$

$$A_P=A_E+A_W+A_N+A_S-S_P\Delta\nu+A_P^0\text{ ----------}(II-26)$$

$$b=A_P^0\phi_P^0+S_c\Delta\nu\text{ ----------}(II-27)$$

Schéma P.L.D.S. (Power-Law Différencia) :

Dérivé du schéma exponentiel par interpolation polynomiale, il approxime au mieux la solution exacte (exponentielle) en augmentant le nombre de l'intervalle d'approximation. C'est le schéma dérivé et recommandé par ***Patankar (1982)***.

3°/*Déscritisation des termes Sources :*__**[2,4,12]**__

Les expressions des termes sources pour toute grandeur ϕ sont données par le tableau ci-dessous :

TABLEAU1 : « TERMES SOURCES POUR LES DIFFERENTES GRANDEURS PHYSIQUES »

ϕ	S_P	S_e
L	0	0
U	0	$H(t)S^u-\frac{\partial P}{\partial x}W_P x\,\rho\frac{\partial U}{\partial x}$
V	$-H(t)\frac{2\mu_{eff}}{r^2}$	$H(t)S^V-H(t)\frac{\partial P}{\partial r}W_P\rho_x\frac{\partial V}{\partial x}$
W	$-H(t)\left[\rho\frac{V}{r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\mu_{eff}\right)\right]$	$W_P\rho x\frac{\partial\omega}{\partial x}$
h	0	$H(t)\frac{DP}{Dt}+W_P\rho_x\frac{\partial}{\partial x}C_PT$

k	$-H(t)C_\mu k\dfrac{\rho^2}{\mu_t}$	$H(t)G+W_P\rho_x\dfrac{\partial}{\partial x}k$
ε	$H(t)\left[-\dfrac{C_\mu C_2\rho\varepsilon}{k}+C_2\rho\left(\nabla\vec{U}\right)\right]$	$H(t)C_1C_\mu G\rho\dfrac{k}{\mu_t}+W_P\rho x\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial x}$

a/ <u>*Terme source pour la composante axiale de la vitesse* ***U***</u> :

Sur le volume de contrôle de la composante ***U*** [*fig.(II-7)*]on discrétise le terme S^U :

$$S^U=S_e^U+S_p^U+U_P \text{----------} (II-28)$$

avec . $S_p^U=0$

$$S_e^U=-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_{eff}}{H(t)}\frac{\partial U}{\partial x}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{eff}\frac{\partial V}{\partial r}\right)-\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\,Div\vec{V}+\rho k\right)+W_P\rho_x\frac{\partial U}{\partial x} \text{----} (II-29)$$

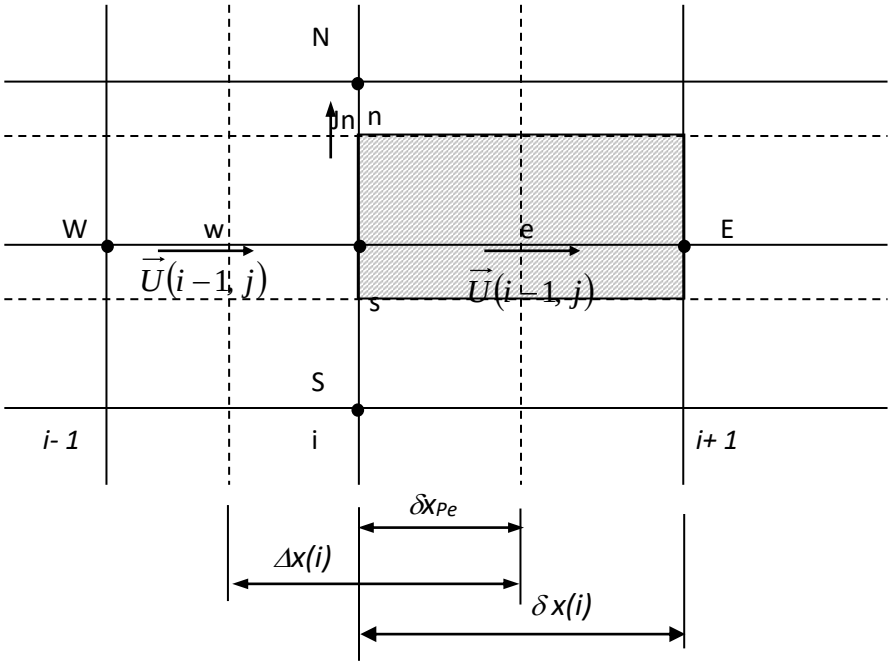


Fig. (IV-8) : Volume de contrôle pour U

$$\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{P_p-P_w}{\delta x_{pw}}=\left(P(i,j)-P(i-1,j)\right)/\delta x_{pw} \quad (II-30)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_{eff}}{H(t)}\frac{\partial U}{\partial x}\right)=\left[\frac{\mu_e}{H(t)}\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_e-\frac{\mu_w}{H(t)}\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_w\right]\Big/\Delta x(i) \quad (II-31)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_e&=\left(U(i+1,j)-U(i,j)\right)/\Delta x(i)\\ \frac{\partial U}{\partial x}\bigg|_w&=\left(U(i,j)-U(i-1,j)\right)/\Delta x(i)\end{aligned}\right\} \quad (II-32)$$

$$\frac{1}{r}\left(\mu_{eff}\, r\frac{\partial V}{\partial x}\right)=\frac{1}{R(j)}\left[\mu_n r_n\frac{\partial V}{\partial x}\bigg|_n-\mu_s r_s\frac{\partial V}{\partial x}\bigg|_s\right]\Big/\Delta r_{ns} \quad (II-33)$$

où :

$$\left.\begin{aligned}r_n\frac{\partial V}{\partial x}\bigg|_n&=r(j)\left(V(i+1,j)-V(i,j)\right)/\Delta x(i)\\ r_s\frac{\partial V}{\partial x}\bigg|_s&=r(j-1)\left(V(i+1,j-1)-V(i,j-1)\right)/\Delta x(i)\end{aligned}\right\} \quad (II-34)$$

$$Div\vec{V}=\frac{1}{H(t)}\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial(rV)}{\partial x} \quad (II-35)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\,\rho k\right)=\mu_e\rho_e k_e-\mu_w\rho_w k_w \quad (II-36)$$

$$W_P\rho x\frac{\partial U}{\partial x}=W_P\left[\rho(i,j)+FX(i)\left(\rho(i+1,j)-\rho(i,j)\right)\right]\left[U(i+1,j)-U(i-1,j)\right]/2\,\Delta x(i) \quad (II-37)$$

FX(I) est le facteur d'interpolation linéaire suivant *x*.

b/ <u>*Terme source pour la composante axiale de la vitesse* ***V***</u> :

Sur le volume de contrôle de la composante ***V*** [*fig.(II-8)*]on discrétise le terme

$$S^V=S_e^V+S_p^V+V_P \quad (II-38)$$

avec : $S_p^V=-2\,\mu_{eff}\,H(t)V\big/r^2$

$$S_e^V = -H(t)\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\rho W^2}{r} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{H(t)}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{eff}\, r\frac{\partial V}{\partial r}\right) -$$
$$\frac{2H(t)}{3}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{eff}\left(Div\vec{V} + \rho k\right)\right) + W_P\,\rho x\,\frac{\partial \rho}{\partial x} \quad ----------(II-39)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \left(P(i,j+1) - P(i,j)\right)/\delta r_{PN} \quad ----------(II-40)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\frac{\partial U}{\partial r}\right) = \left[\mu_e \left.\frac{\partial U}{\partial r}\right|_e - \mu_w \left.\frac{\partial U}{\partial r}\right|_w\right] \Big/ \Delta x(i) \quad ------(II-41)$$

$$\left.\begin{aligned} \left.\frac{\partial U}{\partial r}\right|_e &= U(i,j+1) - U(i,j)/\Delta r(j) \\ \left.\frac{\partial U}{\partial x}\right|_w &= U(i-1,j+1) - U(i-1,j)/\Delta r(i) \end{aligned}\right\} \quad ----------(II-42)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{eff}\, r\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \left[\mu_n r_n \left.\frac{\partial V}{\partial r}\right|_n - \mu_s r_s \left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_s\right] \Big/ \Delta r(j) \quad -------(II-43)$$

où :

$$\left.\begin{aligned} r_n \left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_n &= R(j+1)\left(V(i,j+1) - V(i,j)\right)/\Delta x(j+1) \\ r_s \left.\frac{\partial V}{\partial r}\right|_s &= R(j)\left(V(i,j) - V(i,j-1)\right)/\Delta r(j) \end{aligned}\right\} \quad ----------(II-44)$$

Les autres termes sont définis précédemment.

*c/ <u>Terme source pour la composante axiale de la vitesse **W**</u>* :

La composante tangentielle de la vitesse ***W*** est considérée comme une variable scalaire à cause de l'axisymétrie de la configuration utilisée.

Le terme source de l'équation de quantité de mouvement dans la direction azimutale est :

$$S_w = -H(t)\left[\rho\frac{\nu}{r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\mu_{eff}\right)\right]_w + W_P\,\rho\,x\,\frac{\partial w}{\partial r} \quad ---------- (II-45)$$

où :

$$\rho\frac{V}{r} = \rho(i,j)\left(V(i,j)\right)/\left(r(j)+r(j+1)\right) \quad ---------- (II-46)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\mu_{eff}\right) = \frac{1}{r(j)^2}\left[\left(\mu_n r_n - \mu_s r_s\right)/\Delta r(j)\right] \quad ---------- (II-47)$$

$$\rho\,x\frac{\partial W}{\partial x} = \rho(i,j)\,x(j)\left(\left(W_e - W_w\right)/\Delta x(i)\right) \quad ---------- (II-48)$$

*d/ <u>Terme source pour la température **T**</u>* :

Puisque la température est un scalaire, elle s'évalue donc sur le nœud principal du volume de contrôle (le flux total entre deux points du maillage).

Le terme source de l'équation de l'énergie est :

$$H(t)S_T + W_P\,\rho\,x\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{C_P}\left[H(t)\frac{\partial P}{\partial t} - xW_P\frac{\partial P}{\partial t} + U\frac{\partial P}{\partial t} + H(t)V\frac{\partial P}{\partial r} + W_P\,\rho\,x\frac{\partial T}{\partial x}\right] \quad ---------- (II-49)$$

où :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \left(P(i,j) - P^{\circ}(i,j)\right)/\Delta t \quad ---------- (II-50)$$

$$U\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{2}\left(U(i,j) - U(i-1,j)\right)\frac{P_e P_w}{\Delta x(i)} \quad ---------- (II-51)$$

$$V\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{2}\left(V(i,j) - U(i,j-1)\right)\frac{P_n P_s}{\Delta r(i)} \quad ---------- (II-52)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_e T_w}{\Delta x(i)} \quad ---------- (II-53)$$

*e/ <u>Terme source pour l'énergie cinétique de la turbulence **k**</u>* :

D'une manière similaire, on discrétise le terme source le terme source de ***k*** qui est défini par : $S_P^k = H(t)G$

$$S_P^k = H(t)C_\mu\rho^2 k/\mu_t \quad ---------- (II-54)$$

avec :

$$G=\mu_t\left(2\left[\frac{U_e-U_w}{\Delta x(i)}+\frac{V_n-V_s}{\Delta r(j)}+\left(\frac{V_P}{R(j)}\right)^2\right]+\left(\frac{U_n-U_s}{\Delta r(j)}+\frac{V_e-V_w}{\Delta x(i)}\right)^2+\frac{1}{r(j)}\left(\frac{(W/r)_n-(W/r)_s}{\Delta r(j)}\right)^2\right)\Bigg\}---(II-55)$$
$$-\frac{2}{3}\left(\mu_t\left(Div\vec{V}+\rho k\right)Div\vec{V}\right)$$

f/ <u>*Terme source pour le taux de dissipation* ε</u>:

Similairement au calcul de la source de ***k***, on obtient celle de ε :

$$S_P^{\varepsilon}=-H(t)C_2C_{\mu}\frac{\rho\varepsilon}{k}+H(t)C_3\rho(\nabla U)----------(II-56)$$

$$S_e^{\varepsilon}=H(t)C_1C_{\mu}G\frac{\rho\varepsilon}{\mu_t}----------(II-57)$$

où :

$$\nabla\vec{U}=[(U(i,j)-U(i-1,j))/\Delta x(i)]+\left[\frac{1}{R(j)}(r(j)V(i,j)-r(j-1)V(i,j-1)/\Delta r(j))\right]--(II-58)$$

Chapitre V
Résultats et Discutions

V.1/ Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons discuter l'influence de la rugosité sur l'écoulement turbulence qui à été caractérisé pour les nombres de Reynolds suivants : 22000, 41000 et 90000. Les mesures ont été réalisées sur les trois nombres de Reynolds indiqués, correspondants aux vitesses et température suivantes :

	Vitesse débitante (m/s)	
Température (°C)	0,44	0,82
30	22000	41000
80	-	90000

Tableau V-1 : Nombre de Reynolds étudiés

La variation du nombre de Reynolds est obtenue en changeant la vitesse pour les deux premiers cas (21 000 et 41 000) et en changeant la viscosité par le biais de la température pour le troisième cas (90 000). Nous utilisons quatre surfaces de mesure, la première est usinée alors que les autres ont été obtenues par fonderie **[4]**. En utilisant différentes qualités de sable pour réaliser le noyau de fonderie, on obtient trois états de surfaces, de type grain de sable, présentant une rugosité croissante. En se basant sur les travaux de Nikuradse, on considéra la taille des grains de sable pour définir l'état de surface. Les sables de fonderie utilisés sont normalisés selon la norme AFS (American Foundry Society), et la taille équivalente des grains de sable pour chaque qualité de sable est appelée k_S.**[4]**

V-2/ configuration de maillage :

Afin de valider notre étude numérique, on a adopté la même configuration géométrique de l'étude expérimentale de **B. HEROUT [4] :**

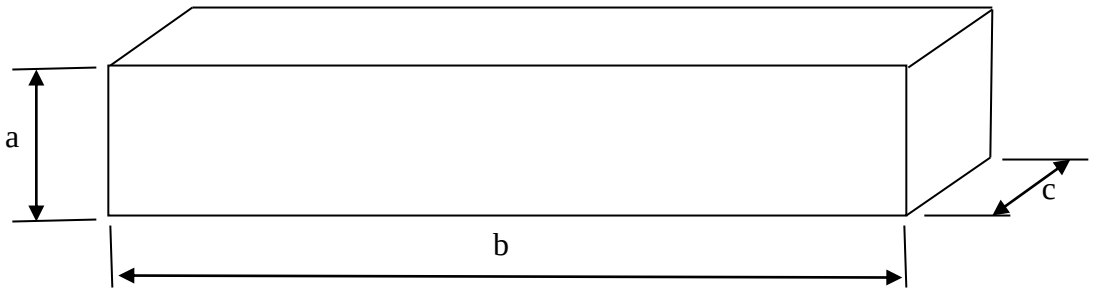
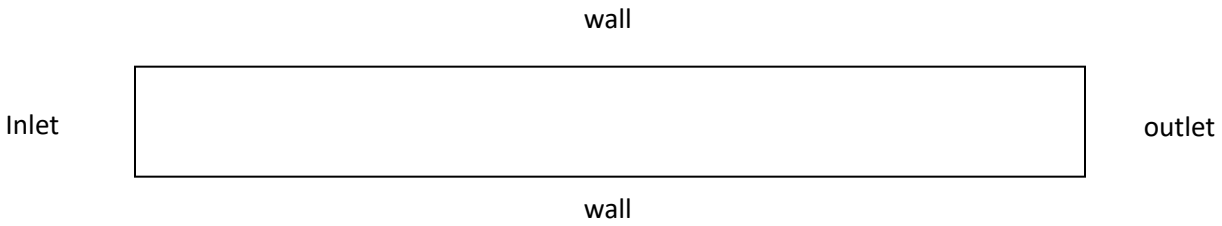


Figure V-1 : Configuration géométrique avec une épaisseur a = c

Les conditions aux limites présentées par la figure



Inlet :

- Fluide eau (Water) à 25°C
- U = 0,44 m/s et 0,82 m/s
- T = 30°C et 80°C

Outlet :

P_{ref} = 1 atm

Δp = 0 atm

D'autre par, on à adopté un maillage raffiné près des parois vérifiant la condition de Y^+ pour le modèle de turbulence k-Ɛ

V-3/ Validation de des résultats numérique :

Afin de vérifier l'exactitude des résultats numérique, on a comparé les calculs numériques par apport au résultats expérimentaux dans l'étude des écoulements turbulents, à

savoir les nombres de Reynolds et la taille de la rugosité k_S.

Le nombre de Reynolds rugueux est défini par la taille de la rugosité (k_s) et la vitesse de frottement (u_τ) :

$$\mathrm{Re}_k = \frac{k_s\, u_\tau}{\nu} \text{ où } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \text{ et } \tau_w = \frac{R}{2}\frac{dP}{dx} \qquad (1)$$

Trois régimes sont déterminés d'après le nombre de Reynolds rugueux, l'hydraulique et lisse si $\mathbf{R_{ek} < 5}$; le régime de transition pour $\mathbf{5 < R_{ek} < 70}$ et le régime pleinement rugueux lorsque $R_{ek} > 70$**.**

Valeurs expérimentale **[4]**					Valeurs Numérique			
Surface	k_S **[µm]**	**22000**	**41000**	**90000**	k_S **[µm]**	**22000**	**41000**	**90000**
120 AFS	**105**	3	6	11	**105**	6,97	6,63	6,63
55 AFS	**210**	10	17	34	**210**	14,98	14,48	14,48
35 AFS	**425**	13	23	47	**425**	33,76	33,09	33,09
		R_{ek}				**R_{ek}**		

Tableau V-2 : Valeurs de k_S et Rek

Le tableau V-2 présente les valeurs du nombre de Reynolds rugueux. On re marque que le régime d'écoulement est reparti équitablement entre le régime hydraulique lisse et le régime de transition. Les conditions d'écoulement choisies et l'état de surface des différentes qualités de rugosité ne nous permettent pas d'atteindre le régime pleinement rugueux. Et on remarque que les résultats obtenus par la simulation numérique nous donne les mêmes valeurs de chaque type de rugosité, et ils sont différentes par rapports au résultats expérimentaux.

Les mesures de pression réalisées sur les différentes degrés de rugosité permettent d'obtenir la vitesse de frottement (u_τ) et le coefficient de pertes de charge (λ).

$$\lambda = \frac{\Delta H \, D_h \, 2g}{L V^2} \qquad (2)$$

Valeurs expérimentale				
	Coefficients	**22000**	**41000**	**90000**
Tube lisse	u_τ	0,027	0,045	0,040
	λ	0,031	0,020	0,019
120 AFS	u_τ	0,025	0,046	0,041
	λ	0,026	0,025	0,020
55 AFS	u_τ	0,028	0,050	0,046
	λ	0,032	0,030	0,026
35 AFS	u_τ	0,033	0,062	0,060
	λ	0,046	0,048	0,045

Tableau V-3 : Valeurs de u_τ et de λ en fonction du Reynolds et de l'état de surface [4]

Valeurs Numérique				
	Coefficients	**22000**	**41000**	**90000**
Tube lisse	u_τ	0,026	0,045	0,064
	λ	0,031	0,02	0,019
120 AFS	u_τ	0,029	0,052	0,052
	λ	0,026	0,025	0,02
55 AFS	u_τ	0,031	0,057	0,057
	λ	0,032	0,03	0,026
35 AFS	u_τ	0,035	0,064	0,064
	λ	0,046	0,048	0,045

Tableau V-4 : Valeurs de u_τ et de λ en fonction du Reynolds et de l'état de surface

Après les calculs numériques on remarque que le coefficient de perte de charge linéaire (**λ)** est identique que les résultats expérimentaux, et la vitesse de frottement ($\mathbf{u_\tau}$) est très proche que les résultats expérimentaux.

C'est-à-dire que la rugosité influe directement sur la vitesse d'écoulement de fluides dans les conduites selon l'état de surface et leurs degrés de rugosité.

V-2-1/ profil de vitesse

Les profils de vitesse obtenus sont intégrés en utilisant la méthode de Simpson et comparés à la valeur de vitesse débitante fournie.

Les mesures présentent une bonne concordance avec la mesure de référence pour les quatre types de surfaces (surface lisse et trois surfaces à un degré de rugosité différentes).

Experimental					
Comparison des vitesses débitantes					
lisse			**ks 105**		
U_{ref}[m/s]	**U_{exp}**	**ΔU [%]**	**U_{ref}[m/s]**	**U_{exp}**	**ΔU [%]**
0,438	0,47	7,3	0,438	0,453	3,4
0,822	0,878	6,8	0,822	0,846	2,9
0,824	0,883	7,1	0,822	0,851	3,5
ks210			**ks 425**		
U_{ref}[m/s]	**U_{exp}**	**ΔU [%]**	**U_{ref}[m/s]**	**U_{exp}**	**ΔU [%]**
0,434	0,449	3,4	0,435	0,44	1,2
0,818	0,84	2,6	0,819	0,824	0,7
0,817	0,838	2,6	0,812	0,827	1,8

Tableau V-5 : comparaison des vitesses débitante [4]

Numérique					
Comparaison des vitesses débitantes Numérique					
lisse			**ks 105**		
U_{ref}[m/s]	**U_{exp}**	**ΔU [%]**	**U_{ref}[m/s]**	**U_{exp}**	**ΔU [%]**
0,44	1,04106736	2,3660622	0,44	1,0502754	2,3869895
0,82	1,0444831	1,2737599	0,82	1,0544095	1,2858652
0,82	1,0665815	1,3007092	0,82	1,0544095	1,2858653
ks210			**ks 425**		
U_{ref}[m/s]	**U_{exp}**	**ΔU [%]**	**U_{ref}[m/s]**	**U_{exp}**	**ΔU [%]**
0,44	1,0562236	2,4005083	0,44	1,0643612	2,4190028
0,82	1,0596168	1,2922157	0,82	1,0665815	1,3007092
0,82	1,0596169	1,2922158	0,82	1,0665816	1,3007092

Tableau V-6 : comparaison des vitesses débitante

V-3/ Profils de vitesse adimensionnée :

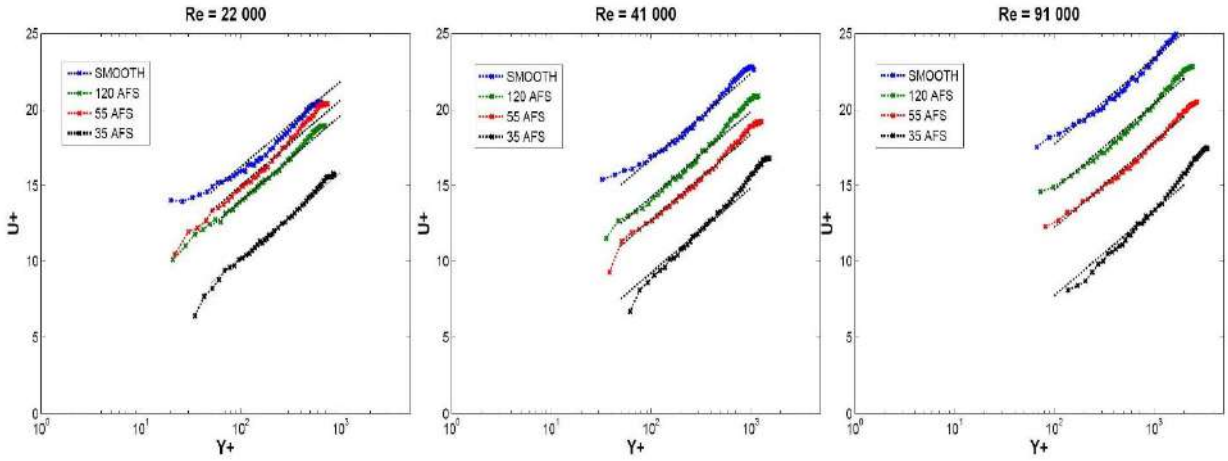


Figure V-1 : Profils de vitesse adimensionnée Expérimental [4]

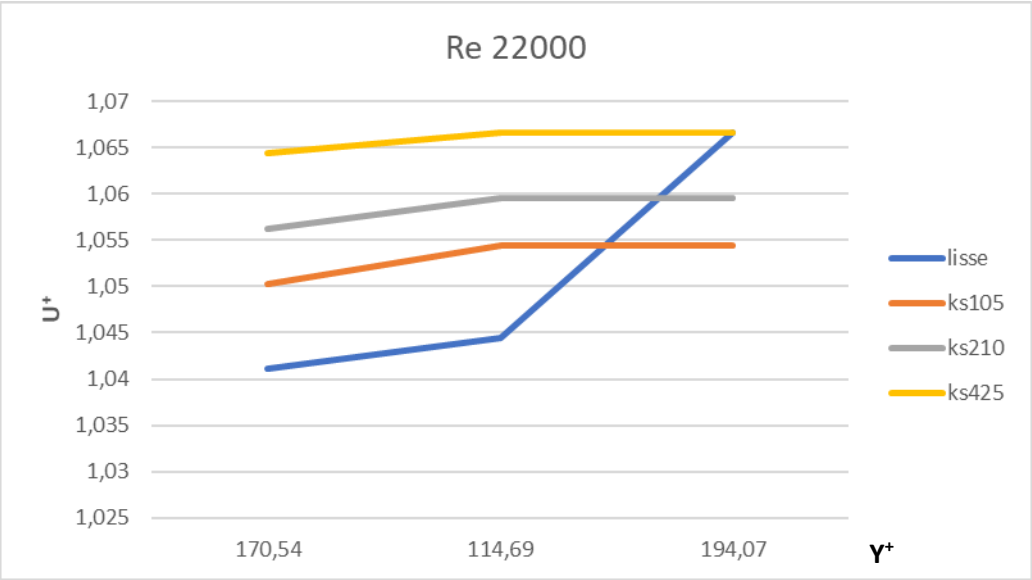


Figure V-2 : Profils de vitesse adimensionnée U^+ numérique Re 22000

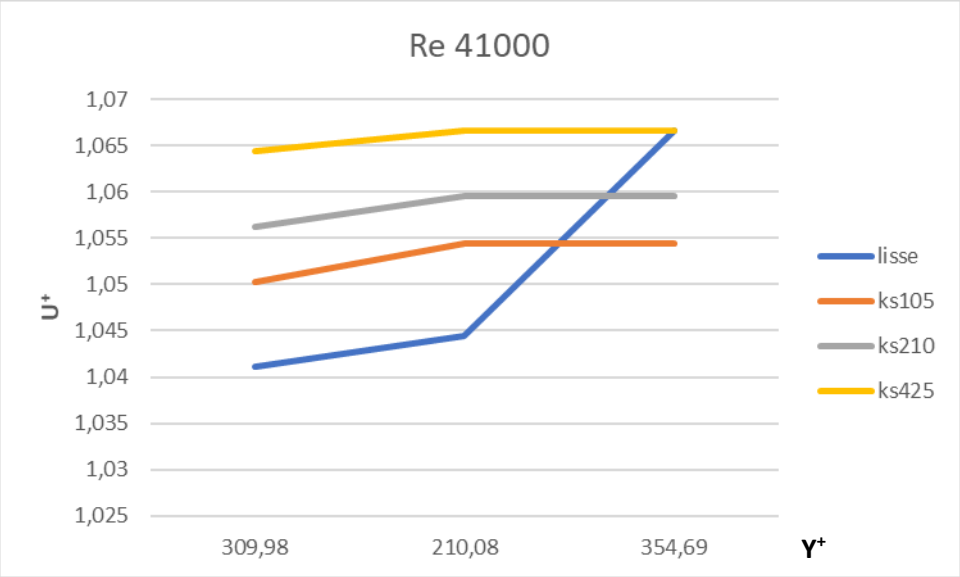


Figure V-3 : Profils de vitesse adimensionnée U^+ numérique Re 41000

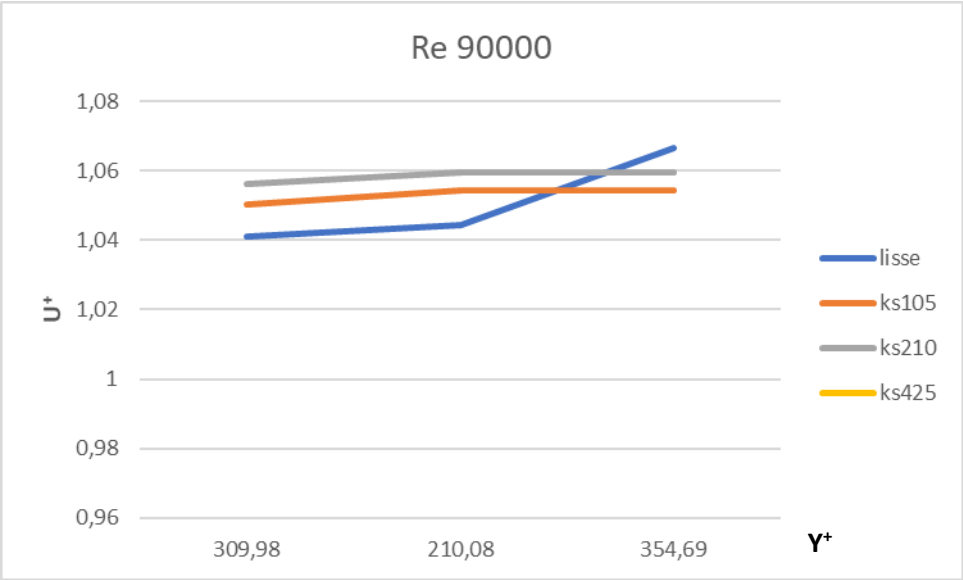


Figure V-4 : Profils de vitesse adimensionnée U^+ numérique Re 90000

Les figures montrent les profils de vitesse U^+ numérique, ce qui permet d'obtenir une loi de paroi en vitesse en fonction de l'état de surface, pour les trois nombre de reynolds considérés. Cette vitesse est diterminée à partir de la vitesse moyenne. Et de la vitesse de frottement, obtenu par calcule de pression. La distance à la paroi Y^+ est difinie par :

$$U^+ = \frac{\overline{u}}{u_\tau} \qquad Y^+ = \frac{y\,u_\tau}{\nu} \tag{3}$$

En remarque que les profils de vitesse adimensionnel, l'effet des rugosités est évident pour tous les régimes d'écoulement étudiés. On observe une région du graphe où la pente tracée correspond parfaitement à la constante de Von-Karman $\kappa = 0.41$. Les lignes tracées sont définies par l'équation 4, où κ est constante et β est ajusté selon le cas considéré.

$$U^+ = \frac{1}{k}\ln(Y^+) + \beta \tag{4}$$

	22 000	41 000	91 000
Lisse	5.0	5.5	6.5
ks 105	3.75	3.0	3.5
ks 210	2.75	1.5	1.0
ks 425	-1.0	-2.0	-3.5

Tableau V-7 : valeur de β expérimentale [4]

Numérique			
	22000	**41000**	**90000**
surface LISSE	-11,4343883	#DIV/0!	#DIV/0!
ks 105	1,001525751	1,00039998	1,00039998
ks210	1,03184882	1,03218928	1,03218937
ks 425	1,047686425	1,05274368	1,05274372

Tableau V-8 : valeur de β numérique

La sous-couche visqueuse de la couche limite n'a pas pu être détectée. Ceci est dû principalement aux difficultés d'approcher de manière satisfaisante les parois dans la configuration imposée.

Les valeurs de β présentées dans le tableau V-7 et V-8 sont importantes pour évaluer le rôle de l'état de surface sur le profil de vitesse dans la couche limite. Traditionnellement, les valeurs proposées dans la littérature sont $\kappa = 0.41$ et $\beta = 5.0$ pour une surface lisse. Expérimentalement nous retrouvons bien la valeur de κ et de β pour l'écoulement dans ce cas lisse. Les données pour les sections de mesure rugueuses permettent de caractériser le déficit de vitesse ΔU^+ en fonction de l'état de surface et du nombre de Reynolds. Physiquement, cette constante traduit la déstabilisation, voire la disparition de la sous couche visqueuse lorsque le nombre de Reynolds augmente. La présente étude met en évidence les effets distincts de l'augmentation du nombre de Reynolds et de l'augmentation de la rugosité.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Cette étude s'inscrit dans la continuité des recherches menées portent sur l'influences des rugosités sur les instabilités de l'écoulement. Les pièces différentes rugueuses qui ont fait l'objet d'expérimentations au cours de ces dernières années, présentaient, pour la plupart, des caractéristiques physiques spécifiques. Leurs rugosités étaient, soient aléatoires, soient orthogonales. Ce dernier type de rugosité était perpendiculaire au sens de l'écoulement. Les divers résultats obtenus en régimes turbulent sur ce type de rugosité ont montré une variation de l'écoulement des fluides dans les conduites à cause de la variation de la rugosité.

Les rugosités orthogonales au sens de l'écoulement participaient activement aux instabilités de l'écoulement.

Ces différents résultats ont montré que la forme de la rugosité est un paramètre important dans les instabilités de l'écoulement dans des conduites.

Notre étude s'est portée sur des lignes de rugosités parallèles au sens de l'écoulement. Les différents résultats ont apporté une meilleure compréhension sur les paramètres qui influent davantage sur les instabilités de la turbulence. En fonction des caractéristiques physiques des indentations, le régime de l'écoulement peut être stationnaires ou instationnaire.

Il devient donc possible par une connaissance plus approfondie sur le rôle des formes des rugosités de réaliser un contrôle (passif ou actif) sur le déclenchement des instabilités de la turbulence.

Cette réflexion portée sur l'importance de la stratégie d'usinage et les conséquences de 'influence des rugosités dans la « circulation aéraulique » (*étude de l'écoulement des liquides et des gaz dans des conduits)* ou hydraulique a son importance. Plus la surface est lisse, plus le temps d'usinage est conséquent et plus son coût augmente, et l'inverse est aussi vrai.

Perspectives

Une prochaine étape consisterait à définir quelles sont les formes tridimensionnelles de rugosité qui participent au mieux au retard d'activation de la cavitation et au passage de poches à nuages de cavitation. Cette connaissance approfondie permettra *sûrement* de définir une stratégie d'usinage optimale des conduites.

Etant donné que la forme des indentations est particulièrement influant, on peut envisager de travailler sur d'autres configurations (utilisation d'une meilleure méthode de fabrications des conduites ou des plaques).

REFERENCES BIBLIOGHRAPHIQUES

Références Bibliographiques

[1] M.Slack. Cyclonic separator. Fluent Europe Ltd. GTC1 - CT99 – 10030. Http//www.qnetcfd.net. 2002.

[2] Slack et al (2003), *CFD Analysis of a Cyclone*. QNET-CFD. Network newsletter. Vol 1.No.4. pp 25-27. 2002.

[3] Avci et karagoz (2003),

[4] B. HEROUT, A. GIOVANNINI, H-C. BOISSON, R. BENSAID, D. LO JACONO (2011), effet de la rugosité de paroi sur un écoulement turbulent en conduite

[5] Kamel Aoues, Abdelhafid Moummi, Moummi Noureddine, Miloud Zellouf (septembre 2008), Etude de l'influence des rugosités artificielles sur les performances thermiques des capteurs solaires plans à air (2008),

[6] REBHI Redha[1], ALLICHE Mounir[1], MAMOU Mahmoud[2], KORICHI Abdelkader[1], Validation des modèles de turbulence pour la simulation des écoulements turbulents de l'air autour d'un obstacle à section carré.

[7] A. Bekhti et O. Guerri (2012), L'étude des effets de la rugosité sur les performances aérodynamiques des pales d'éoliennes.

[8] Menter, F.R., (1992): *Influence of free stream values on k-ω turbulence model predictions*. AIAA Journal, 30(6), pp 1657-1659.

[9] Lesieur, M., (*1994*): *turbulence. Presses Universitaires de Grenoble.*

[10] Abbott, M. B., and Basco, D. R., (1989): *Computational Fluid Dynamics: an introduction for engineers.* Longman, ISBN 0470213167.

[11] Chassaing, P., (2000): *Turbulence en mécanique des fluides : analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*. Cépaduès Édition, INP Toulouse (F.),

[12] Patankar, V.S., (1980): *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw Hill, New York. 1970p.

[13] Versteegand, H.K., Malalaszkera, W., (*1995*): *An Introduction to Computational Fluid Dynamics, the finite volume method,* Prentice Hall, 257p.

[14] Shaw, C.T., (*1992*): *Using Computational Fluid Dynamics.* Prentice Hall International (UK), Hertfordshire, UK.

[15] Menter, F.R., (1994): *Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications*. AIAA-Journal, 32(8), pp. 269-289.

[16] Schlichting, H., (1979): *Boundary Layer Theory.* - 7th ed. - McGraw-Hill - New York –

817 p.

[17] Schulkes, R., (*1996*): *Modeling Flow Characteristics in a Horizontal Well.* FLUENT, Users Conference, London.

[18] ***Fluent Inc*** *Novembre 28.* (2005): *User's Guide, Chapitre 11, Turbulence Modélisation,* Lebanon, New Hampshire 03766.

[19] Sodja, J., (2007): *Turbulence modeling for CFD,* DCW Industries, Canada.

[20] Pnueli, D., Gutenberg, C., (*1992*): *Fluid Mechanics.* Cambridge University Press, Cambridge, UK.

[21] Launder, B.E., and Spalding, D.B., (1974): *The numerical computation of turbulent flows*. Computer Methods Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3,269- 289.

[22] Mohammadi B., Pironneau O., (1994): *Analysis of the k-epsilon turbulence model,* John Wiley & Sons, London.

[23] Glockner, S., (*2000*): *Contribution à la modélisation de la pollution atmosphérique dans les villes.* Thèse de doctorat de Sciences physiques et de l'ingénieur, Université Bordeaux I.174pp.

[24] buil, N., (1992): *Modélisation tridimensionnelle du transport de polluants dans les surfaces libres.* Thèse Docteur, Université Claude Bernard-Lyon1, France.

Sites web:

pour *« Génération du maillage avec gambit »: www.fluent.com*

pour «Apercu sur Fluent»: *http://www.stanford.edu/class/me469b/handouts/geoandgrid.pdf*

http://widget.ecn.purdue.edu/~jmurthy/me608/overview.ppt

http://www.fluentusers.com/fluent/doc/ori/html/ug/node410.htm.