REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE EPOPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

Faculté de Technologie

Département de Génie de Procédés et Environnement

PROJET DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du Diplôme de Master en
Génie des Procédés
Option : Génie chimique

Thème

Etude Numérique Des Effets De Soret Et Dufour Sur La Convection Double Diffusive Dans Une Cavite Poreuse Inclinée

Soutenu le 03/06/2018 et présenté par :

- TANI Keltoum
- AHMED SERIR Cherifa

Encadré par :

Dr. HADIDI Noureddine
Dr.REBHI Redha

Membre du jury :

- **Dr.**RAHAL Soufian
- **Dr.**KERCHICHE Yacine

Année Universitaire 2017/2018

Dédicace

A ma Mère

Tu m'a donné la vie, la tendresse et le courage pour réussir

Aucun hommage ne pourraitêtre à la hauteur de dont tu ne cesse de me combler.

Que dieu te procure bonne santé et longue vie

A mon père

L'épaulesolide, l'œil attentif compréhensif et la personne le plus digne de mon estime et mon respect,Aucune dédicace ne saurait exprimer mes sentiments,

Que dieu te préserve et te procure santé et longue vie

A mes chères sœurs

Karima et son marie Ismail, Souad et son marie Berkane et Asouma

A mes très chèrs frères

Mohamed,Zouhir et leur femme Karima ,Khaled leur femme Fatiha ,Bilel et leur femme Ilhem,et Ramzi

A ma très chèrebinôme

Keltoum je te souhaite le bon réussit

A mes très chères amies

Naima,Ilhem,Anissa,Sarah ,Selma ,Asma,Amel ,Djamila ,

AUX fruits de la famille

Zaki,siradje,ilaf,imad,rafaa,racha,ishak,lodjeine, et yakoub

Et toutes la promotion de génie de procèdes et environnement

A tous mes professeurs qui m'enseigner

Et tous ceux qui me sont chèrs

« Chérifa »

DEDICACE

Je dédie ce travail

A la source de la tendresse

ma mère, Kheira

A mon père

Rabah qui m'appris que la patience est le Secret du succès.

A touts mes frères

Walid, Youssouf, Kamel et sa femme Aicha,et son fille ritadje ,Abd El-Nasser et sa femme Aidaet son fille meriem

A mes très chères sœurs

Samira, Ahlem, Zahra et son marié Aziz et son fils Siradj

Et Aya.

A ma binôme

chocho

A toutes mes amies

Fatima, Akila, chocho, Amel, Fatiha, Khadija,Feriel, Rania, salima, Djamila, Marwa, Ahlem, Nassima, Souàde, Nour, Zahoua, Amel,Sara,salmaIlhem, Afaf, Anissa,radhia ,Houria

Tous ceux qui ont une relation de proche ou de loin

Avec

la réalisation du présent mémoire

Á Toutes la promotion de génie chimiques et génie des procédés

Tous ceux qui m'ont aidé.

akila ,ishak,fatima

A toutes qui connaît Keltoum,

Keltoum

REMERCIEMENT

Avant tout, nous remercions ALLAH de nous avoir donné le courage,

La patience et la volonté pour achever ce travail.

Nous remercions notre encadreur Noureddine Hadidi

qui a toujours été à l'écoute et disponible lors de

L'établissement de ce mémoire et pour la confiance qu'ils ont

placés en nous tout au long de ce travail

Et Co-promoteur REBHI Redha pour nos avoir suivi

avec patience et intérêt dans ce travail

Leur conseils précieux et leurs encouragement nos ont été d'une

aide très importante dans la réalisation de ce projet

Nous tenons tout d'abord à remercier les membres de

jury qui nos font l'honneur de participer à ce travail

nous remercions chaleureusement nos mère et nos père

nous remercions également tout le personnel de la

faculté ainsi que les intervenants et les professeurs

en charge des enseignements.

ملخص

في هذا البحث قمنا بالدراسة العددية لتأثيرات Dufour وSoret على الانتشار الحراري الطبيعي في طبقة مائلة مسامية، قمنا باستخدام طريقة الفروق المحدودة لحل المعادلات الأساسية: معادلة الاستمرارية ،معادلة الحركة ،معادلات الطاقة و الكتلة. النموذج الرياضي للتدفق المستخدم هو Darcy.النموذج الفيزيائي المختار لهذه الدراسة هو تجويف مربع مسامي حيث تخضع الجدران العلوية والسفلية إلي تدفق ثابت للحرارة موحدة والكتلة، في حين أن الجداران العموديان للنطاق كاظمين وغير نافدين.المعلمات التي تحكم هذه الدراسة هي عدد Rayleigh، عدد لويس،نسبة قوى الحجم وأعدادDufourوSoret.

الكلمات الرئيسية: الحمل الحراري الطبيعي ، Dufour، Soret، تجويف مربع ، وسط مسامي

RESUME

Dans ce travail de recherche nous étudions numériquement les effets Dufour et Soret sur la convection naturelle thermosolutale dans une couche poreuse inclinées, nous avons utilisé la méthode des différences finies pour la résolution des équations gouvernantes : de continuité, du mouvement, de l'énergie et de masse, le modèle mathématique d'écoulement utilisé est celui de Darcy. Le modèle physique opté pour cette étude c'est une cavité poreuse carrée tel que les parois supérieurs et inferieurs sont maintenues à des flux uniformes de chaleur et de masse sont appliqués, tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatiques. Les paramètres régissant cette étude sont le nombre de Rayleigh thermique, le rapport des forces de volumes, le nombre de Lewis, et les nombres de Dufour et de Soret.

Les mots clés : Convection naturelle, dufour, soret, cavité carrée, milieu poreux.

Abstract

In this work, we investigate the Dufour and Soret effects on natural thermosolutal convection in a inclined porous layer, we used the finite difference method for solving the governing equations of continuity, motion, energy and mass and the mathematical model used is that of Darcy. The model physic opted for this study is square porous cavity bottoum and top walls are maintained to uniform flows of heat and mass, while the vertical walls are impermeable and adiabatic. The parameters governing this study are the thermal Rayleigh number, the ratio of the forces of volumes, the number of Lewis, and the numbers of Dufour and Soret.

Key words : Naturel convection**,** , Dufour effect ,Soret effect, Porous medium, square cavity.

TABLES DES MATIERES

DEDICACE

REMERCIEMENTS

RESUME

ABSTRACT

LISTE DES FIGURE

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

INTRODUCTION ……....1

CHAPITRE I Généralité sur les Milieux Poreux

I.1. Généralité ……...……....3

I.2.Définition……...……5

I.3. Paramètre caractérisant le milieu poreux …….

I.3.1.Volume élémentaire représentatif (V. E. R)

I.4. caractérisation géométrique des milieux poreux

I.4.1 La Porosité

I.4.2 La perméabilité

I.4.3 La tortuosité

I.5. caractérisation thermodynamique du milieu poreux

I.5.1. Viscosité effective

I.5.2. Conductivité effective

I.6.Convection naturelle

I.7. Modèles d'écoulement en milieu poreux

I.7.1. Loi de Darcy

I.7.2.Loi de Darcy -forchheimer

I.7.3.Modèle de Brinkman

I.7.4.Modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer

I.8.Conclusion

CHAPITRE II MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1 Description du problème

II.2 Hypothèses simplificatrices

II.3 Formulation mathématique

II.3.1 Équation de continuité

II.3.2 Équation de mouvement : Loi de Darcy

II.3.3 Équation de conservation de l'énergie

II.3.4 Équation de conservation de masse

II.4 Équation de fonction de courant

II.5 Conditions aux limites

II.5.1 Conditions aux frontières hydrodynamiques

II.5.2 Conditions aux frontières thermiques et massiques

II.5.3 Conditions aux frontières thermiques adimensionnelles

II.6 Transfert thermique et massique

CHAPITRE III METHODE NUMERIQUE

III.1 Introduction

III.2 Discrétisation des conditions aux frontières thermiques

III.3 Discrétisation de l'équation d'énergie

III.4 Discrétisation de l'équation de concentration

III.5 Discrétisation de l'équation du mouvement

III.6 Discrétisation des champs de vitesse

III.7 Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses

III.8 Algorithme de calcul

CHAPITRE IV résultats et discussions

IV.1 Validation de code numérique

IV.2 Effet du maillage

IV.3 Effet de Soret

IV.4 Effet de Dufour

IV.5 Conclusion

CONCLUSION GENERALE

REFERENCE BIBILIOGRAPHIQUE

LISTE DES FIGURES

Figure I.1 Exemple de milieu poreux.

Figure I.2 représentation schématique de la taille intermédiaire « l » du volume élémentaire représentatif (V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique « L » et à l'échelle des pores « d »

Figure I.3 détermination de la tortuosité du milieu poreux**.**

Figure I.4 Bloc poreux soumis à un écoulement.

Figure II.1 Représentation schématique du modèle physique et du système de coordonnées.

Figure. III.1 Maillage du domaine de calcul en (*i*, *j*).

Figure IV.1 L'effet du maillage sur les profils de la fonction de courant, Ψ, de la vitesse, u, de la température, T, et de la concentration.

Figure IV.2 Les lignes de courant (gauche), isothermes (centre) et isoconcentrations (droit).

Figure IV.3 Les lignes de courant (gauche), isothermes (centre) et isoconcentrations (droit).

Figure IV.4 Profile de la concentration, S, dans le plan médiane horizontal.

Figure IV.5 Profile de la concentration, S, dans le plan médiane horizontal.

Figure IV.6 Diagramme de bifurcation en fonction de R_T et S_r sur : a) l'intensité de l'écoulement au centre de la cavité, Ψ_0, (b) taux de transfert de chaleur Nu_m et (c) taux de transfert de masse, Sh_m .

Figure IV.7 Diagramme de bifurcation en fonction de R_T et D_u sur : a) l'intensité de l'écoulement au centre de la cavité, Ψ_0, (b) taux de transfert de chaleur Nu_m et (c) taux de transfert de masse, Sh_m .

Figure IV.8 Effets de l'angle d'inclinaison, Φ, pour $R_T = 500$, $Le = 5$, $N = -0.5$ et $S_r = D_u = 0$ sur (a) l'intensité de l'écoulement Ψ_0 , (b) le nombre de Nusselt Nu_m et le nombre de Sherwood, Sh_m.

Figure IV.9 Effets du rapport des forces de volume, N, et la nombre de Lewis, Le.

Figure IV.10 Les lignes de courant (gauche), isothermes (centre) et isoconcentrations (droit).

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 Les domaines d'application pour les écoulements dans les milieux poreux.

Tableau. I.2 Porosité de quelque milieu poreux.

Tableau. I.3 Présente la perméabilité de quelque matériau poreux.

Tableau IV.1 Comparaison des valeurs de la fonction de courant maximum $\Psi_{\max}$ et de nombre de Nusselt,Nu avec les résultats donnés par Kalla [1] et Mahdjiba [2].

Tableau IV.2 Comparaison des valeurs de la fonction de courant maximum$\Psi_{\max}$, des nombres moyens de Nusselt, Nu_m et de Sherwood,Sh_m avec les résultats donnés par Kalla [1] et Benhadji [3].

Tableau IV.3 Comparaison des valeurs de la fonction de courant maximum, Ψ_0, des nombres moyens de Nusselt, Nu et de Sherwood, Sh avec les résultats donnés par Attia et al [4].

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

A	Rapport de forme carrée, (H'/L')
D	Diffusivité massique, [$m^2 s^{-1}$]
g	Accélération gravitationnelle, [$m\ s^{-1}$]
H'	Hauteur du carrée, [m]
j'	Flux de masse, [$kg\ m^{-1} s^{-1}$]
k	Conductivité thermique du fluide [w $m^{-1} k^{-1}$]
K	Perméabilité du milieu poreux, [m^2]
L'	Longueur de la cavité, [m]
Le	Nombre de Lewis (α/D)
N	Rapport des forces de volume($\beta_s'\ \Delta s'/\beta_T'\ \Delta T'$)
Nu	Nombre du Nusselt
p'	Pression hydrodynamique, [kg $m^{-1} s^{-1}$]
Pr	Nombre de Prandtl (v/α)
q'	Flux de chaleur, [w/m^{-2}]
R_T	Nombre de Rayleigh thermique en milieu poreux
S	Concentration dimensionnelle ((S'-S_0')/$\Delta S'$)
S'	Concentration adimensionnelle
S_0'	Concentration de référence
Sh	nombre de sherwood
t	temps adimensionnel, ($t'\alpha/L'$)
T	Température adimensionnelle $((T'-T_0')/\Delta T')$

T' Température du milieu [k]

T_0' Température de référence

u Vitesse adimensionnelle $(u'L'/\alpha)$

v Vitesse adimensionnelle $(v'L'/\alpha)$

Symboles Grecs

α Diffusivité thermique, $[m^2/\mathrm{s}^{-1}]$

β_s Coefficient d'expansion solutale, $[m^3/\mathrm{kg}^{-1}]$

β_T' Coefficient d'expansion thermique, $[k^{-1}]$

$\Delta S'$ Concentration caractéristique

$\Delta T'$ Température caractéristique

ε Porosité normalise du milieu poreux (ϕ/σ)

μ Viscosité dynamique, $[\mathrm{kg}\, m^{-1}s^{-1}]$

ν Viscosité cinématique, $[m^2s^{-1}]$

ρ Densité du fluide, $[\mathrm{kg}\, m^{-3}]$

$(\rho c)_f$ Capacité calorifique du fluide, $[\mathrm{J}\, m^{-3}k^{-1}]$

$(\rho c)_p$ Capacité calorifique du milieu poreux saturé, $[\mathrm{J}\, m^{-3}k^{-1}]$

σ Rapport du capacité calorifique $\left(\rho c\right)_p / (\rho c)_f$

ψ Fonction de courant adimensionnelle, $(\psi'/\alpha L')$

ϕ Porosité du milieu poreux

Φ l'angle d'inclinaison

SUPERSCRIPTS

$'$ Variable dimensionnelle

SOUSCRIPTS

i Couche poreuse

f Milieu fluide

p Milieu poreux

AUTRES SYMBOLES

∇^2 Laplacien

LES INDICES

V .E.R	Volume élémentaire représentatif
A.D.I	Implicite aux directions alternées
S.O.R	Sur relaxation successive

Introduction générale

Dans un milieu poreux, quand un fluide saturant à plusieurs composants est soumis à des gradients de densité causés par des variations locales de température et de concentration, des forces volumiques dues aux champs de gravité induisent un mouvement convectif : c'est la convection naturelle thermosolutale. La convection naturelle dans les milieux poreux a une importance fondamentale et trouve des applications dans de nombreux domaines (astrophysique, océanographie, géophysique, pollution de l'air, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, isolation thermique, métallurgie, extractions pétrolières, exploitation géothermique et stockage de certains produits agricoles).[1-4] l'intérêt de milieu poreux il est bien détaillé dans les livres trouvés dans la littérature [5-11].

La convection naturelle désigne le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce mouvement entraine un mélange intense des particules fluides, qui échange de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles.

La convection par double diffusion est essentiellement caractérisée par les phénomènes de transfert de chaleur et de masse, qui sont à l'origine de la production d'entropie, dus à la compétition des forces volumiques d'origine thermique et solutale. Le flux de chaleur induit par un gradient de concentration et le flux de matière induit par un gradient de température sont respectivement, connus sous les noms des effets Dufour et Soret.

La présente étude porte une simulation numérique par la méthode de différences finis de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée poreuse inclinée. L'étude à pour objectifs de déterminer l'influence des principaux paramètres du problème sur la structure de l'écoulement et sur la variation des taux de transfert de chaleur et de masse. Notre mémoire est divisé en quatre chapitres :

- **Le premier chapitre** est consacré à la présentation du milieu poreux et ses caractéristiques avec leurs propriétés, et les différents modèles d'écoulement.
- **Le deuxième chapitre** détailles la géométrie, le modèle mathématique, les hypothèses simplificatrice, le choix des variables adimensionnelles et les conditions initiales et aux limites. Ensuite, nous établissant les équations adimensionnelles et nous définissons les principales grandeurs adimensionnelles caractérisant le transfert de la chaleur et de masse.

- **Le troisième chapitre** Dans ce chapitre, les équations gouvernant du problème sont réduites à des équations différentielles ordinaires. Toutes les étapes de la démarche numérique (méthode des différences finies) ainsi que l'algorithme de calcul utilisé sont présentés dans ce chapitre.
- **Le quatrième chapitre** porte sur les différents résultats obtenus dans ce travail et leurs discussions. Finalement, nous avons montré les principaux résultats trouvés le long de cette étude avec une conclusion générale et les perspectives futures.

Chapitre I

Généralités sur les milieux poreux

I.1. Généralités

Durant les dernières années, les écoulements dans les milieux poreux n'ont cessé d'avoir une importance de plus en plus grandissante jusqu'à devenir un pôle d'attraction durant la dernière décennie .En effet un grand nombre de chercheurs ont porté un intérêt particulier aux milieux poreux. Ceci est dû au fait que le transfert massiques et thermique dans ces milieux occupe une place de plus en plus importante dans plusieurs secteurs de l'industrie et des technologies avancées. Les premières recherches qui ont été menées dans ce domaine ont toutes portées sur des écoulements monophasiques, pour ensuite englober les écoulements polyphasiques durant ces dernières années.

Les phénomènes de transfert massiques et thermiques dans les milieux poreux (en monophasiques où en polyphasiques) interviennent dans de nombreuses applications et touches à des domaines multiples tel que représenté ci-dessous

Tableau I.1 : les domaines d'application pour les écoulements dans les milieux poreux.

Domaine d'utilisation	**Application**
Mécanique	-Isolement thermique -Capacité de séchage -Récupération de l'énergie géométrique -Accroissement du transfert de chaleur par modification de surface -Lubrification -Réacteurs nucléaires utilisant des gaz de refroidissement s'écoulant à travers des particules radioactives -Fusion et solidification des alliages binaires -Déshumidification -Pré chauffeurs et stabilisateurs de flamme poreux -Stockage de l'énergie solaire -Pots catalytiques dans le domaine de l'automobile

Génie-chimique	-Réacteurs chimiques -Filtration -Adsorption -L'échange d'ion -Les réactions catalytiques sur une surface solide -Séchage -Réacteurs chromatographiques -Convertisseurs catalytiques pour la réduction de la pollution de l'air des produits de combustion -Transfert de masse à travers les membranes
Environnement	-Ecoulement des eaux souterraines -contamination des eaux souterraines -Ecoulement d'eau, de vapeur d'eau et d'air à travers des matériaux de construction -Recyclage de déchets nucléaires -Irrigation -Nettoyage des sols par injection de vapeur
Géologie	-Migration des eaux et minéraux -Exploitation de l'énergie géothermique
Pétrole	-Ecoulement de gaz et pétrole dans les réservoirs -Accroissement de la production de gaz naturel
Médecine	-Stimulation du transport des gaz dans l'organisme [12]

Un exemple concret, d'application des écoulements poly-phasiques en milieux poreux, est l'exploitation des gisements d'hydrocarbures qui fait appel à différents procédés, parmi lesquels on trouve des méthodes thermiques qui consistent à injecter un fluide chaud (eau chaude, vapeur chaude, gaz….) au sein du gisement. Ces méthodes tendent à faciliter l'écoulement des fluides dans le réservoir en réduisant la viscosité dans l'huile brute. Actuellement, l'injection de vapeur est la plus utilisée. En 1988 par exemple, aux états unis, 72% de la production par l'application des méthodes améliorées était faite de vapeur par A.E.Scheidegger. [13]

Autre exemple le cas d'un écoulement dans un milieu poreux avec changement de phase (ébullition). Phénomène qui se rencontre entre autres lors de la

stimulation d'accidents nucléaires (désintégration du cœur radioactif en débris poreux, particulièrement ou entièrement saturés en liquide de refroidissement. [14]

I.2. Définition

Un milieu poreux est un matériau massif formé de cavité de volume et de surfaces variées appelés les pores, interconnectés partiellement ou totalement entre eux par des canaux. L'écoulement du fluide se fait seulement à travers les pores interconnectés. [15]

Milieu poreux peut se présenter généralement sous les deux formes suivantes :

- Milieu poreux non consolidé dans lequel la phase solide est formée de grains ou de fibres non soudés entre eux (graviers, sable, bille de verre, et d'acier, laine de verre, coton et matériaux divers).
- Milieu poreux consolidé dans lequel la phase solide est formée de grains cimentés (roches calcaires, grès, argiles, bois, céramique, poudre frittées, tissus végétaux et animaux...).

D'une manière générale les milieux poreux sont définis par deux critères :

- Le matériau doit contenir de petits espaces vides, appelés pores, délimités par une matrice solide.
- Le matériau doit être perméable à un écoulement de fluide (gaz ou liquide). [16]

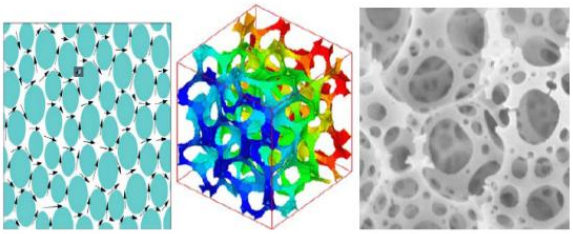


Figure I.1. Exemple de milieu poreux. [16]

I.3. Paramètre caractérisant le milieu poreux

I.3.1.Volume élémentaire représentatif (V. E. R)

L'échelle du pore d varie généralement de 0.05µm pour les nano-pore à 0.5 mm pour les macro-pores. Or la distribution des pores et des grains est généralement très irrégulière. A cette échelle, la pression, la vitesse, la température, varient donc très irrégulièrement d'un point à l'autre du domaine.

On est donc menacé à effectuer une moyenne spatiale de ces grandeurs. Elles ont pour but d'éliminer les fluctuations à l'échelle du pore, mais pas les fluctuations à l'échelle macroscopique du milieu poreux « L ». Cette moyenne s'effectue donc sur des nombreux pores par l'intermédiaire d'un volume élémentaire représentatif (V.E. R) du milieu (voir figure I.2). Du plus l'échelle « 1 » du V.E.R doit donc vérifier $d<<1<<L$. Les grandeurs macroscopiques moyennées varient d'une manière régulière dans le temps et dans l'espace, ce qui permet un traitement théorique et une formulation mathématique des principes de conservation plus appropriés. [17]

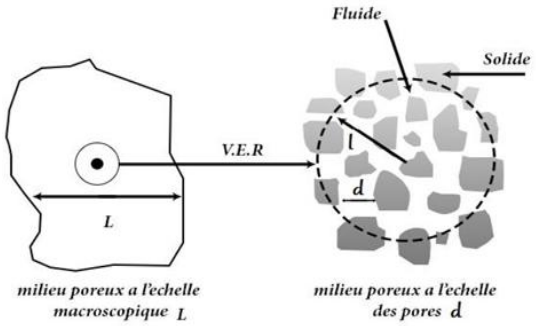


Figure I.2 : Représentation schématique de la taille intermédiaire « l » du volume élémentaire représentatif (V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique « L » et à l'échelle des pores «*d*».[18]

Le volume élémentaire représentatif doit respecter nécessairement les conditions suivantes :

- ✓ Les dimensions du V. E. R sont généralement grandes par rapport à la taille du grain.

- ✓ Les V. E. R doivent cependant être suffisamment petits pour que les variations d'un paramètre dans le domaine d'étude puissent être représentées par des fonctions continues. [18]

I.4. caractérisation géométrique des milieux poreux

Les phénomènes se développant dans un milieu poreux dépendent des propriétés du fluide et de la géométrie de la matrice solide. Celle-ci est caractérisée par un certain nombre de grandeurs moyennes, géométriques ou statistiques. On définie les différentes caractéristiques qui apparaissent au niveau des différents modèles empiriques de description macroscopique des écoulements en milieu poreux.

I.4.1 La Porosité

La porosité d'un milieu poreux, notée ε désigne la fraction volumique de vide:

$$\varepsilon = \frac{volume\ des\ pores}{volume\ total\ du\ milieu\ poreux} \quad (I.1)$$

Nous présentons dans le tableau (I.2) les valeurs de la porosité pour différents matériaux poreux. [19]

Tableau I.2 porosité de quelque milieu poreux[19]

Matériau	Porosité (ε %)
Poudre de l'ardoise noir	57-66
Poudre de silice	37-49
Garnissage aléatoire des sphères	36-43
Sable	37-50
Pierre de sable, grés	8-38
Calcaire (dolomite)	4-10
Charbon	2-12
Béton	2-7

I.4.2 La perméabilité

Elle est définie comme la capacité du milieu à laisser le fluide sous un gradient de pression. Lorsque le milieu poreux contient un seul liquide la perméabilité est donnée par loi exponentielle de Darcy :

$$K = \mu v/(\Delta P/L) \quad (I.2)$$

Ou :

v : vitesse Darcienne, représentant le rapport du débit s'écoulant à travers le milieu poreux sur une surface de section droite.

μ : viscosité dynamique du fluide.

$(\Delta P/L)$: Gradient de pression. [16]

Tableau. I.3 présente la perméabilité de quelque matériau poreux. [16]

Matériau	Perméabilité K (m^2)
Ardoise(en poudre)	4.9×10^{-14} à 1.2×10^{-13}
Brique	4.8×10^{-15} à 2.2×10^{-13}
Cuivre(en poudre)	3.3×10^{-10} à 1.5×10^{-9}
Sable	2×10^{-11} à 1.8×10^{-10}
Grés	5×10^{-16} à 3×10^{-12}

I.4.3 La tortuosité

La description de la géométrie des pores fait intervenir la notion de connectivité, correspondant à la complexité d'un chemin continu à travers l'espace des pores. Il faut également tenir compte des "bras morts" qui sont nombreux dans les milieux peu poreux et très hétérogènes (Figure I.3). Pour décrire ces différents aspects, on introduit le paramètre τ désignant la tortuosité, que l'on définit de la manière suivante:

$$\tau = L'/L \qquad \text{(I.3)}$$

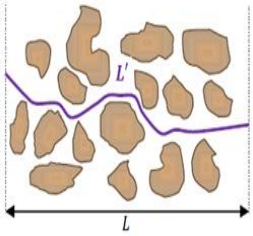


Figure I.3. détermination de la tortuosité du milieu poreux. [**20]**

Où L' est la longueur réelle des lignes de courant du fluide traversant un échantillon de longueur L d'un milieu poreux, modélisé sous la forme d'un réseau de capillaires parallèles ou ondulés. Ce rapport joue un rôle important dans les problèmes de diffusion. [20]

I.5. caractérisation thermodynamique du milieu poreux

I.5.1. Viscosité effective

La notion de viscosité effective a été initialement introduite par Brinkman (1947) afin de traiter la discontinuité des contraintes aux interfaces fluides poreuses. Il a suggéré de prendre la viscosité effective égale à la viscosité de fluide. Lundgren (1972) a montré que la viscosité effective était fonction de la viscosité de fluide et la porosité de milieu. [15]

I.5.2. Conductivité effective

La complexité de la structure géométrique du milieu poreux, ainsi que la présence de deux phases (solide et fluide) et leurs propriétés thermiques différentes, fait que la notion de la conductivité thermique effective soit introduite cette dernière est la somme des conductivités thermiques statiques (stagnante) et de la conductivité thermique de dispersion. [15]

$$\lambda_{eff}=\lambda_d+\lambda_T \qquad \text{(I.4)}$$

Avec :

λ_d : Conductivité thermique stagnante ou statique.

λ_T : Conductivité thermique de dispersion.

La conductivité thermique stagnante dépend de la conductivité thermique du fluide, et celle du solide, ainsi de la porosité. Par contre la conductivité thermique de dispersion représente l'interaction entre le champ de températures et le champ de vitesses à l'échelle des pores.

Il y a plusieurs modèles de conductivité thermique effective (équivalent) on distingue :

- **Modèle en série**

  Dans un modèle en série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solides et fluides. La résistance thermique du milieu est alors égale à la somme des résistances thermique dans chacune des phases

$$\frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{(1+\varepsilon)}{\lambda_s} + \frac{\varepsilon}{\lambda_f} \quad \text{(I.5)}$$

- **Modèle en parallèle**

  Dans le modèle en parallele, le flux de chaleurs traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités phasiques pondérées par leurs taux d'occupation dans l'espace. [15]

$$\lambda_{eff=\varepsilon\lambda_f} + \lambda_s(1-\varepsilon) \quad \text{(I.6)}$$

I.6.Convection naturelle

La convection naturelle désigne le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce mouvement entraine un mélange intense des particules fluides, qui échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles**. [**21]

Le phénomène de la convection naturelle en milieu poreux est fréquemment rencontré dans la nature et dans la technologie. Par exemple le pétrole existe dans un milieu poreux. [22]

Le mode d'écoulement par convection naturelle dans les milieux poreux saturés ayant des pores interconnectés, est provoqué par un gradient de masse volumique du fluide saturant soumis au champ de pesanteur.

La plupart des études sur la convection doublement diffusive dans les milieux poreux se sont basées jusqu'à présent sur l'hypothèse restrictive de l'homogénéité et de l'isotropie de ces milieux. [23]

Le contact d'un fluide avec une paroi plus chaude ou plus froide crée des différences de masse volumique. Cette différence génère un mouvement au sein du fluide. [24]

I.7. Modèles d'écoulement en milieu poreux

En raison de la complexité géométrique de l'espace des pores, l'approche de la mécanique des milieux continus pour établir les modèles de conservation de la

quantité du mouvement et de l'énergie ne peut-être en appliqués qu'après passage à une échelle macroscopique qui permet d'établir une équivalence entre le milieu réel dispersé et un milieu continu fictif, l'établissement des équations macroscopique de conservation est formellement obtenu à partir des équations microscopique. Le premier modèle à été proposé par Darcy (1856).et depuis ce modèle à été développé pour tenir compte de certains effets négligés par ce dernier. [15]

I.7.1. Loi de Darcy:

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, la grande majorité des études utilise la formulation classique de Darcy. L'auteur donne une loi sur l'écoulement isothermes dans un milieu poreux, qui exprime la proportionnalité entre les variations de pression Δp et le débit Q lié à la vitesse filtration V. Ceci se traduit pour un échantillon de longueur L et de section S (voir la figure I.4), par la relation suivante [18] :

$$Q = \frac{k}{\mu_f} s \frac{\nabla P}{L} \tag{I.7}$$

Ou :

μ_f: viscosité dynamique du fluide.

K: Perméabilité, ce paramètre étant indépendant de la nature de fluide et ne dépent que de la géométrie du milieu.

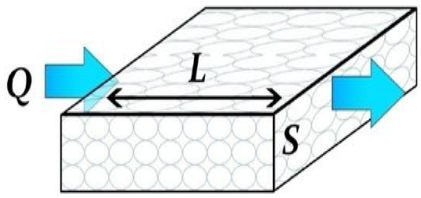


Figure I.4 Bloc poreux soumis à un écoulement.

On peut généraliser loi par :

$$v = -\frac{k}{\mu_f} \nabla P \tag{I.8}$$

Dans le cas de la pesanteur, l'équation précédente devient :

$$v = -\frac{k}{\mu_f}(-\nabla P - \rho_f g) \tag{I.9}$$

ρ_f : Densité du fluide.

P: pression en un point du milieu continu fictif.

Dans le cas d'une couche poreuse isotrope la perméabilité K peut être constante et dans le cas d'une couche poreuse anisotrope la perméabilité est représentée par un tenseur.

Les conditions aux limites sur la vitesse de filtration associée à la loi de Darcy sont, dans le cas d'un milieu confiné par des parois rigides imperméable, uniquement le non pénétration du fluide, à savoir:

$$\vec{v} \times \vec{n} = \vec{0} \tag{I.10}$$

Le modèle de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et visqueuses est valide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\begin{cases} \varepsilon < 0.8 \\ Da \leq 10^{-6} \\ Re_p < 1 \end{cases}$$

Dans lesquelles :

ε : La porosité des milieux poreux

$Da = \frac{k}{H^2}$: est le nombre de Darcy

$R_{e_p} = \frac{V_P\, d}{v}$: Nombre de Reynolds.

V_P: vitesse du pore.

d: diamètre du pore.

$v = \frac{\mu}{\rho}$: viscosité cinématique du fluide.

Il existe trois types de régimes l'écoulement en fonction de Re_p :

- ✓ Pour $Re_p < 1$, le régime est laminaire, les forces de viscosité sont grandes devant les forces d'inertie, la loi de Darcy est valable.
- ✓ Pour $1 < Re_p < 150$, des couches limites se développent au niveau des parois solides. En dehors de cette couche limite, il n'y'a plus proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration ; la loi de Darcy n'est pas applicable ce régime l'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu'à $Re_p = 150$.
- ✓ Pour $150 < Re_p < 300$, un régime l'écoulement instationnaire prend place et pour $Re_p > 300$ on a est en présence d'un écoulement turbulent.

I.7.2.Loi de Darcy -forchheimer

Lorsque la vitesse débitante augmente, les forces d'inertie ne sont plus négligeables, dans ce cas, on montre expérimentalement que pour un gradient de pression fixé, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy, Forchheimer a proposé une modification empirique de la loi de Darcy en rajoutant une relation non linéaire du second ordre entre le gradient de pression et la vitesse de filtration cette formulation appelée de Darcy-Forchheimer. [18]

$$\nabla_P = \rho_f g - \frac{\mu_f}{k} v - F \frac{\rho_p}{\sqrt{k}} |v| v \qquad \text{(I.11)}$$

F: est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux. Généralement appelé paramètre de Forchheimer. Muskat propose (1946) une classification du domaine de validité des lois de Darcy et Darcy-Forchheimer, il distingue 3 zones en fonction du nombre de Reynolds Re_p .

- Zone 1: correspondant à de très faibles $Re_p (Re_p < 1)$ la loi de Darcy est valable.
- Zone 2: correspondant à une zone de transition entre les faibles et les grands nombres de Reynolds.
- Zone 3: correspondant à de fort $Re_p (10 > Re_p > 1)$ la loi de Darcy-Forchheimer est valable.

I.7.3. Modèle de Brinkman :

Dans le cas où la Porosité est importante (de l'ordre de 0.8), il faut tenir compte des effets de diffusion visqueuse au niveau des parois. Pour cette situation Brinkman(1947) propose de modifier l'équation de Darcy de la façon suivante. [18]

$$\nabla p = \frac{\mu}{k} v + \mu_{eff} \nabla^2 v + \rho g \qquad \text{(I.12)}$$

$\mu_{e_{ff}}$: représente la viscosité effective du milieu poreux. En général $\mu_{e_{ff}}$est considéré équivalente à la viscosité dynamique de fluide μ .

I.7.4.Modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer

Les modifications initialement proposées par Forchheimer et Brinkman conduisent à l'équation suivante [15]:

$$\underset{(\alpha)}{\rho\left[\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon}\nabla.\left(\frac{v.v}{\varepsilon}\right)\right]} = \underset{(b)}{-\frac{1}{\varepsilon}\nabla(\varepsilon p)} + \underset{(c)}{\rho g} + \underset{(d)}{\frac{\mu_{eff}}{\varepsilon}\nabla^2 V} - \underset{(e)}{\frac{\mu}{k}V} - \underset{(f)}{F\frac{\rho_f}{\sqrt{k}}|V|V} \qquad \text{(I.12)}$$

v : est une quantité moyennée à travers un Volume élémentaire.

(a) Forces inertielles macroscopiques.

(b) Le gradient de pression.

(c) Force de volume.

(d)Terme visqueux de Brinkman.

(e)Terme de Darcy.

(f)Terme de forchheimer (forces inertielles microscopiques). [25]

I.8. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté généralité sur les milieux poreux et leurs caractérisations et leurs différents modèles d'écoulement. Ainsi la convection naturelle et l'étude de la convection double diffusive dans les milieux poreux et dans le chapitre suivant on va présenter la modélisation de notre phénomène physique.

Chapitre II

Modèle physique et formulation mathématique

II.1 Description du problème

On se propose d'étudier le phénomène de la convection double-diffusive dans un espace confiné. La configuration géométrique bidimensionnelle de notre écoulement est représentée sur la Figure II.1 Nous considérons le cas d'une cavité carrée de dimensions géométriques suivantes : longueur L' et hauteur H' contenant un milieu poreux saturé par un fluide binaire.

Les axes des coordonnées x' et y' sont respectivement orientés suivant les directions horizontale et verticale. Les frontières (parois actives) sont soumises à des flux de chaleur, q', et de masse, j', uniformes, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatiques et imperméables.

Dans la présente étude, la cavité est placée dans un champ de pesanteur uniforme constant g . L'interaction entre la gravité et les gradients de température et soluté, donnent naissance à des mouvements convectifs naturels. Ces derniers sont dus essentiellement à la distribution non uniforme de la densité du fluide engendrée par les facteurs cités ci-dessus. La problématique de cette étude est la détermination du nombre de Rayleigh critique marquant le début de la convection. En régime de convection à amplitude finie, on déterminera les transferts de chaleur et de masse induits par les mouvements de convection naturelle. Dans cette étude quelques hypothèses simplificatrices seront adoptées afin d'alléger la complexité du problème.

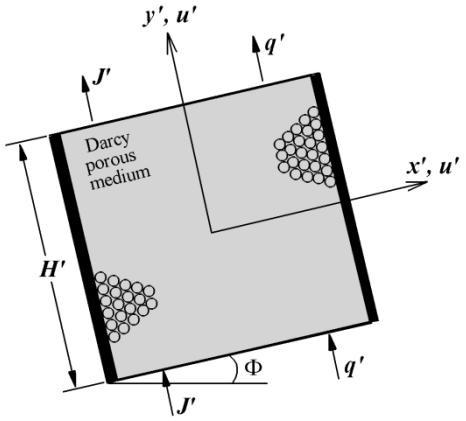


Figure II.1 : Représentation schématique du modèle physique et du système de coordonnées.

II.2 Hypothèses simplificatrices

Lors de notre étude plusieurs approximations ont été adoptées afin de simplifier la formulation du modèle mathématique :

- La largeur de l'enceinte est supposée suffisamment grande par rapport aux autres dimensions (*W'/L'* et *W'/H'* >> 1) de façon à ce que les effets de bouts deviennent négligeables. Ceci nous amène alors à un problème bidimensionnel comme le montre la Figure II.1.
- la solution est un fluide newtonien et incompressible.
- L'écoulement engendré est supposé laminaire et transitoire.
- La matrice poreuse est isotrope, perméable et homogène.
- Il n'y a ni réaction chimique ni source de chaleur ou de masse.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- L'interaction entre les transferts de chaleur et de masse, connues sous le nom d'effets Soret et Dufour respectivement, ne sont pas négligeables.
- Le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- Les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température de référence. Cependant, la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta_T \left(T' - T'_0 \right) - \beta_S \left(S' - S'_0 \right) \right] \qquad \text{(II.1)}$$

où : T' et S' représentent respectivement, la température et la concentration de fluide en un

point du système. T_0', S_0' et ρ_0 représentent la température, la concentration et la masse volumique de référence. β_T, β_S sont respectivement les coefficients d'expansion thermique et solutal du fluide. Ils sont définis par :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T'}\right)_{P',S'} \qquad \beta_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial S'}\right)_{P',S'} \qquad \text{(II.2)}$$

Pour la plupart des fluides β_T est positif sauf l'eau au voisinage de 4°C, par contre β_S peut être négatif ou positif en fonction de la contribution des composantes de diffusion à la densité du fluide. La relation (II.1) est d'une bonne approximation tant que la condition $(\Delta\rho/\rho) \leq 0.1$ est vérifiée par Gray et Giorgini. [26]

II.3 Formulation mathématique

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées, le système d'équations différentielles aux dérivées partielles décrivant ce problème est composé de l'équation de continuité, des équations de la conservation de la quantité de mouvement et des équations de la conservation de l'énergie et de la matière dans un milieu poreux.

Le modèle de Darcy est pris en considération. Pour que la validation de la loi de Darcy soit effective, les conditions suivantes doivent être satisfaites:

$$\varepsilon' < 0.8 \qquad Da = \frac{K}{H'^2} \leq 10^{-6} \qquad Re = \frac{V_a\sqrt{K}}{\upsilon} \qquad \text{(II.3)}$$

où : V_a est la vitesse moyenne des particules de fluide à travers la matrice solide, K la perméabilité du milieu poreux, ν la viscosité cinématique du fluide et $\sqrt{K}$ est la longueur représentative du diamètre des pores.

- Dans le cas d'un milieu poreux de Darcy, Re<1.

Pour que les résultats obtenus soient valides, il faut que la porosité du milieu poreux soit inférieure à 0.8. Dans le cas contraire, les forces visqueuses (connues sous les noms de termes de Brinkman) doivent être prises en considération.

Pour l'étude de la convection naturelle dans des milieux poreux, nous supposons que la matrice poreuse est solide, perméable, homogène, isotrope et saturée

par le fluide. Les équations relatives aux flux de chaleur et de la matière en présence des gradients thermique et solutal sont données par Nield and Bejan [1] :

$$q' = -k\nabla T' - D_{TS}\nabla S' \tag{II.5}$$

$$\vec{j}' = -D\nabla S' - D_{ST}\nabla T' \tag{II.6}$$

Où k est la conductivité thermique, D est la diffusivité massique de la concentration dans la matrice poreuse saturée, D_{TS} est le coefficeint de Dufour et D_{ST} est le coefficent de Soret.

Pour une cavité remplie par un fluide binaire les équations de base régissant l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse sont données respectivement par :

II.3.1 Équation de continuité

L'équation de continuité exprimant le principe de conservation de masse d'un fluide en mouvement est donnée par :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \tag{II.7}$$

II.3.2 Équation de mouvement : Loi de Darcy

La formulation locale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit comme suit :

$$u' = -\frac{K}{\mu}\left[\frac{\partial P'}{\partial x'} + \rho_0 g\left(\beta_T\left(T' - T'_0\right) + \beta_S\left(S' - S'_0\right)\right)\cos\Phi\right] \tag{II.8}$$

$$v' = \frac{K}{\mu}\left[-\frac{\partial P'}{\partial y'} + \rho_0 g\left(\beta_T\left(T' - T'_0\right) + \beta_S\left(S' - S'_0\right)\right)\sin\Phi\right] \tag{II.9}$$

II.3.3 Équation de conservation de l'énergie

La première loi de thermodynamique permet d'établir des relations entre les différentes formes d′énergie mises en jeu dans les milieux poreux. L'équation de l'énergie, dans laquelle les termes de dissipation visqueuse sont négligés, s'écrit comme suit :

$$\sigma\frac{\partial T'}{\partial t'} + V'.\nabla T' = \alpha\nabla^2 T' + D_{TS}\nabla^2 S' \tag{II.10}$$

II.3.4 Équation de conservation de masse

Le principe de conservation de la masse mène à l'équation de concentration suivante :

$$\varepsilon' \frac{\partial S'}{\partial t'} + V'.\nabla S' = D\nabla'^2 S' + D_{ST}\nabla'^2 T' \qquad \text{(II.11)}$$

où V' est le vecteur de vitesse dont les composantes sont u' et v' dans les directions x' et y', respectivement, μ est la viscosité dynamique, s le rapport des chaleurs massiques respectivement α est la diffusivité thermique du milieu poreux saturé est la conductivité thermique de milieu poreux, ε' est la porosité de milieu poreux, P' est la pression hydrodynamique.

La hauteur H' entre les deux parois horizontales actives de la cavité a été choisie comme longueur de référence pour adimensionnaliser les équations gouvernantes (II.7)-(II.11). La vitesse adimensionnalisée par rapport à la diffusivité thermique. Par ailleurs la température et la concentration sont adimensionnalisées par rapport à l'écart de température et de concentration entre les deux parois horizontales de la cavité.

Les variables adimensionnelles sont données par :

$$\begin{gathered}(x,y) = \left(\frac{x'}{H^*}, \frac{y'}{H^*}\right), \quad (u,v) = \left(\frac{u'}{U^*}, \frac{v'}{U^*}\right), \quad t = t'/t^*, \quad P = P'/P^* \\ \Psi = \Psi'/k, \quad T = \frac{(T' - T'_0)}{\Delta T^*}, \quad S = \frac{(S' - S'_0)}{\Delta S^*}, \quad \varepsilon = \varepsilon'/\sigma\end{gathered} \qquad \text{(II.13)}$$

où P^*, t^*, U^* sont respectivement la pression, le temps et la vitesse caractéristique. Ces grandeurs sont définies comme suit :

$$P^* = \frac{P_r}{Da} r_0 U^{*2}, \quad t^* = s\,\frac{H'}{U^*}, \quad U^* = \frac{a}{H'} \qquad \text{(II.14)}$$

En introduisant les variables sans dimensions (II.13) dans les équations (II.7)-(II.11), nous obtenons les équations gouvernantes adimensionnelles suivantes décrivant respectivement, la conservation du mouvement, de l'énergie et de masse.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad \text{(II.17)}$$

$$u = -\frac{\partial P}{\partial x} + DaR_T \left(T + NS\right)\cos\Phi \tag{II.18}$$

$$v\,\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + DaR_T \left(T + NS\right)\sin\Phi \tag{II.19}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T - D_u \nabla^2 S \tag{II.20}$$

$$\varepsilon\frac{\partial S}{\partial t} + u\frac{\partial S}{\partial x} + v\frac{\partial S}{\partial y} = Le^{-1}\left(\nabla^2 S - S_r \nabla^2 T\right) \tag{II.21}$$

À partir de ces équations, cinq groupements adimensionnels émergent dans les équations ci-dessus, à savoir le nombre de Rayleigh thermique R_T, le rapport des forces de volume N, le nombre de Prandtl P_r, le nombre de Darcy Da, le nombre de Lewis Le, le coefficient de Soret, S_r, et le coefficient de Dufour, D_u qui sont définis par :

$$R_T = \frac{gK\beta_T \Delta T^* H'}{\alpha\nu}, \quad N = \frac{\beta_S \Delta S^*}{\beta_T \Delta T^*}, \quad P_r = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Da = \frac{K}{H'^2}$$
$$Le = \frac{\alpha}{D}, \quad S_r = \frac{D_{TS}\,\Delta S^*}{\alpha\,\Delta T^*}, \quad D_u = \frac{D_{ST}\,\Delta T^*}{D\,\Delta S^*} \tag{II.22}$$

II.4 Équation de fonction de courant

Etant donné que l'écoulement est considéré bidimensionnel, il existe alors une fonction de courant $\Psi(x, y)$ définie par :

$$u\,\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \tag{II.23}$$

Après l'élimination de la pression dans les équations (II.18) et (II.19) l'équation de mouvement, se réduit à :

$$\nabla^2 \Psi = -R_T \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T + NS\right)\cos\Phi - \frac{\partial}{\partial y}\left(T + NS\right)\sin\Phi\right] \tag{II.24}$$

II.5 Conditions aux limites

II.5.1 Conditions aux frontières hydrodynamiques

Ces conditions expriment l'imperméabilité des parois de la cavité, elles sont données par :

$$\left.\begin{array}{llll} u'=0, & \Psi'=0, & pour & x'=\pm\dfrac{L'}{2} \\ v'=0, & \Psi'=0, & pour & y=\pm\dfrac{H'}{2} \end{array}\right\} \qquad \text{(II.25)}$$

Dans un milieu poreux de Darcy, le glissement des particules fluides sur les parois est permis.

II.5.2 Conditions aux frontières thermiques et massiques

Les conditions aux frontières sur les parois adiabatiques et imperméables de la cavité sont exprimées par :

$$x'=\pm\frac{L'}{2} \qquad \frac{\partial T'}{\partial x'}=\frac{\partial S'}{\partial x'}=0 \qquad \text{(II.26)}$$

Par ailleurs, les conditions thermiques sur les parois actives sont :

$$y'=\pm\frac{H'}{2} \qquad -k\frac{\partial T'}{\partial y'}=q', \quad -D\frac{\partial S'}{\partial y'}=j' \qquad \text{(II.27)}$$

II.5.3 Conditions aux frontières thermiques adimensionnelles

$$\left.\begin{array}{llll} u=0, & \Psi=0 & \text{pour} & x=\pm\dfrac{1}{2} \\ v=0, & \Psi=0 & \text{pour} & y=\pm\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \qquad \text{(II.28)}$$

$$x=\pm\frac{1}{2}, \qquad \frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\partial S}{\partial x}=0 \qquad \text{(II.29)}$$

$$y=\pm\frac{1}{2}, \qquad \frac{\partial T}{\partial y}-D_u\frac{\partial T}{\partial y}=-1, \qquad \frac{\partial S}{\partial y}-S_r\frac{\partial T}{\partial y}=-1 \qquad \text{(II.30)}$$

II.6 Transfert thermique et massique

Dans la présente étude, nous nous intéressons particulièrement aux calculs du taux de transfert de chaleur et de masse à une position x donnée, qui sont exprimés en terme de nombres de Nusselt et Sherwood défini par :

$$Nu = \frac{q'}{k\dfrac{\Delta T'}{H'}} = \frac{1}{\Delta T + S_r \Delta S} \tag{II.31}$$

$$Sh = \frac{j'}{D\dfrac{\Delta S'}{H'}} = \frac{1}{\Delta S + D_u \Delta T} \tag{II.32}$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et de Sherwood sur les parois actives sont exprimées par :

$$Nu_m = \int_{-1/2}^{1/2} Nu \, dx \tag{II.33}$$

$$Sh_m = \int_{-1/2}^{1/2} Sh \, dx \tag{II.34}$$

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la formation mathématique de notre problème :

- ✓ La géometrique du problème et les conditions aux limites.
- ✓ Les équations dimensionnelles de continuité, de quantité de mouvmement et d'energie.
- ✓ Le modèle mathématique adimensionnel.
- ✓ Les nombres adimentionnels qui gouvernent l'ecoulement.

Dans le chapitre suivant nous présentons la méthode numérique des différences finies.

Chapitre III
Méthode numérique

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous utilisons une des méthodes numériques pour la résolution du système d'équations différentielles non-linéaires. La méthode proposée est basée sur la technique des différences finies. Cette méthode est la plus ancienne des méthodes numériques. Elle a été introduite au 18eme siècle par Euler, elle s'avère la plus adaptée et la plus facile à utiliser pour les problèmes à géométrie simple. Cette méthode consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini (voir Figure III.1).

Dans un repère cartésien, chaque nœud est désigné par le couple d'indices (i, j) désignants les lignes d'intersection du maillage. Les nœuds voisins sont implicitement définis en augmentant ou en abaissant l'un des indices par un incrément unitaire.

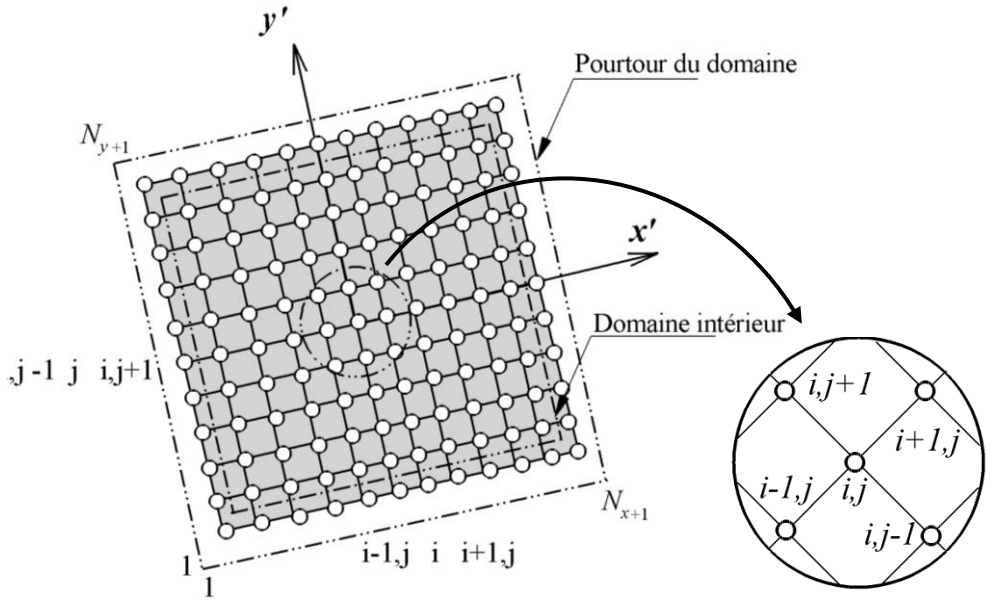


Figure III.1: Maillage du domaine de calcul en (*i*, *j*).

Les équations de l'énergie (II.20) et de la concentration (II.21) sont discrétisées avec un schéma centré de deuxième ordre et en utilisant la forme conservatrice pour les termes convectifs. Pour chaque pas de temps la méthode implicite aux directions alternées (ADI) donne lieu à deux systèmes matriciels tri-diagonaux à résoudre, l'un résultant de la discrétisation implicite en x et l'autre de la discrétisation implicite en y . la méthode (ADI) divise le pas de temps en deux parties égales, dans le premier demi-pas de temps, le système est implicitement en x mais explicitement en y et le deuxième demi-pas de temps, le système est implicitement en y et explicitement en x .Pour chaque étape de temps, la solution est obtenue en balayant le domaine de calcul dans la direction des x puis dans celle

des y . Connaissant les champs de la température et de la concentration à l'instant $(n+1)\Delta t$, l'étape suivante consiste à déterminer le champ de la fonction de courant à partir de l'équation (II.24), une fois discrétisée avec un schéma centré classique, et résolue avec la méthode de sur-relaxation successive (SOR) par points proposée par Frankel (1950)[27],qui est une méthode explicite donnant directement la valeur de Ψ à l'instant $(n+1)\Delta t$, au nœud considéré, moyennant un nombre suffisant d'itérations pour que le critère de convergence souhaité soit satisfait.

III.2 Discrétisation des conditions aux frontières thermiques

Les conditions aux frontières (II.29) et (II.30) sont discrétisées selon un schéma aux différences finies décentré à droite et à gauche selon la paroi considérée :

Selon les parois adiabatiques et imperméables : $\dfrac{\partial T}{\partial x}=\dfrac{\partial S}{\partial x}=0$

$$T_{1,j}=\frac{4T_{2,j}-T_{3,j}}{3}, \qquad S_{1,j}=\frac{4S_{2,j}-S_{3,j}}{3} \qquad \text{à} \qquad x=-\frac{1}{2} \qquad \text{(III.1)}$$

$$T_{Nx+1,j}=\frac{4T_{Nx,j}-T_{Nx-1,j}}{3}, \qquad S_{Nx+1,j}=\frac{4S_{Nx,j}-S_{Nx-1,j}}{3} \qquad \text{à} \qquad x=\frac{1}{2} \qquad \text{(III.2)}$$

Selon les parois actives : $\dfrac{\partial T}{\partial y}-D_u\dfrac{\partial S}{\partial y}=-1$, $\qquad \dfrac{\partial S}{\partial y}-S_r\dfrac{\partial T}{\partial y}=-1$

$$T_{i,1}=\frac{4T_{i,2}-T_{i,3}-D_u\left(4S_{i,2}-S_{i,3}-3S_{i,1}\right)+2\Delta y}{3} \qquad \text{à} \qquad y=-\frac{1}{2} \qquad \text{(III.3)}$$

$$T_{i,Ny+1}=\frac{4T_{i,Ny}-T_{i,Ny-1}-D_u\left(4S_{i,Ny}-3S_{i,Ny+1}-S_{i,Ny-1}\right)-2\Delta y}{3} \qquad \text{à} \qquad y=\frac{1}{2} \qquad \text{(III.4)}$$

$$S_{i,1}=\frac{4S_{i,2}-S_{i,3}-S_r\left(4T_{i,2}-T_{i,3}-3T_{i,1}\right)+2\Delta y}{3} \qquad \text{à} \qquad y=-\frac{1}{2} \qquad \text{(III.5)}$$

$$S_{i,Ny+1}=\frac{4S_{i,Ny}-S_{i,Ny-1}-2\Delta y-S_r\left(4T_{i,Ny}-3T_{i,Ny+1}-T_{i,Ny-1}\right)}{3} \qquad \text{à} \qquad y=\frac{1}{2} \qquad \text{(III.6)}$$

III.3 Discrétisation de l'équation d'énergie

L'équation d'énergie étant parabolique par rapport au temps et elliptique par rapport aux coordonnées spatiales, la méthode implicite aux directions alternées ADI est choisie comme outil de résolution. Compte tenu de l'équation de l'énergie (II.20) cette dernière se réécrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial(uT)}{\partial x}+\frac{\partial(vT)}{\partial y}=\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-D_u\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right)\right) \qquad \text{(III.7)}$$

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

C'est un schéma aux différences centrées, au temps $(n+1/2)$ pour les dérivées en x et au temps (n) pour les dérivées en y , chaque terme de l'équation (III.7) est discrétisé comme suit :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j}=\frac{T_{i+1,j}^{n+1/2}-2T_{i,j}^{n+1/2}+T_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j}=\frac{T_{i,j+1}^{n}-2T_{i,j}^{n}+T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \qquad \text{(III.8)}$$

$$\left.\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\right|_{i,j}=\frac{S_{i+1,j}^{n+1/2}-2S_{i,j}^{n+1/2}+S_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right|_{i,j}=\frac{S_{i,j+1}^{n}-2S_{i,j}^{n}+S_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \qquad \text{(III.8)}$$

$$\left.\frac{\partial(uT)}{\partial x}\right|_{i,j}=\frac{u_{i+1,j}^{n}T_{i+1,j}^{n+1/2}-u_{i-1,j}^{n}T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial(vT)}{\partial y}\right|_{i,j}=\frac{v_{i,j+1}^{n}T_{i,j+1}^{n}-v_{i,j-1}^{n}T_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.9)}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j}=2\frac{T_{i,j}^{n+1/2}-T_{i,j}^{n}}{\Delta t} \qquad \text{(III.10)}$$

En substituant les équations (III.8)-(III.10) dans l'équation (III.7), on obtient un système de la forme:

$$A_i T_{i+1,j}^{n+1/2}+B_i T_{i,j}^{n+1/2}+C_i T_{i-1,j}^{n+1/2}=D_i \qquad \text{(III.11)}$$

Avec :

$$A_i=\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x}-\frac{1}{\Delta x^2}\right] \qquad B_i=2\left[\frac{1}{\Delta t}+\frac{1}{\Delta x^2}\right] \qquad C_i=-\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^2}\right]$$

$$D_i=\left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^2}\right]T_{i,j+1}^{n}+2\left[\frac{1}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta y^2}\right]T_{i,j}^{n}+\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^2}\right]T_{i,j-1}^{n}-$$

$$D_u\left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(S_{i+1,j}^{n}+S_{i-1,j}^{n}\right)+\frac{1}{\Delta y^2}\left(S_{i,j+1}^{n}+S_{i,j-1}^{n}\right)-\frac{2\left(\Delta y^2-\Delta x^2\right)}{\Delta x^2\Delta y^2}S_{i,j}^{n}\right]$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

C'est un schéma aux différences centrées, au temps $(n+1/2)$ pour les dérivées en x et au temps $(n+1)$ pour les dérivées en y . La discrétisation des dérivées partielles est donnée par :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{III.12}$$

$$\left.\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{S_{i,j+1}^{n+1} - 2S_{i,j}^{n+1} + S_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{III.12}$$

$$\left.\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{III.13}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \tag{III.14}$$

En substituant les équations (III.12)-(III.14) dans l'équation (III.7), on obtient un système de la forme :

$$A_i' T_{i,j+1}^{n+1} + B_i' T_{i,j}^{n+1} + C_i' T_{i,j-1}^{n+1} = D_i' \tag{III.15}$$

$$A_i' = \left[\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2Dy} + \frac{1}{Dy^2}\right] \qquad B_i' = 2\left[\frac{1}{Dt} + \frac{1}{Dy^2}\right] \qquad C_i = -\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2Dy} - \frac{1}{Dy^2}\right]$$

$$D_i' = \left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i+1,j}^{n+1/2} + 2\left[\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i,j}^{n+1/2} + \left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right] T_{i-1,j}^{n+1/2} -$$

$$D_u\left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}\right) + \frac{1}{\Delta y^2}\left(S_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + S_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}\right) - \frac{2\left(\Delta y^2 - \Delta x^2\right)}{\Delta x^2 \Delta y^2} S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}\right]$$

III.4 Discrétisation de l'équation de concentration

De même pour l'équation de concentration (II.21), nous exposons dans ce qui suit sa discrétisation en suivant exactement les mêmes démarches que le paragraphe précédent.

L'équation de concentration (II.21) se réécrit de la façon suivante:

$$\varepsilon\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{\partial(uS)}{\partial x}+\frac{\partial(vS)}{\partial y}=Le^{-1}\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}-S_r\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)\right) \tag{III.16}$$

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

Similairement aux démarches précédentes, l'équation algébrique correspondant à la discrétisation de l'équation de concentration donne :

$$A_i S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}+B_i S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+C_i S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}=D_i \tag{III.17}$$

Avec :

$$A_i=\left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x}-\frac{1}{\Delta x^2 Le}\right],\qquad B_i=2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t}+\frac{1}{\Delta x^2 Le}\right],\qquad C_i=-\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]$$

$$D_i=\left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]S_{i,j+1}^{n}+2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]S_{i,j}^{n}+\left[\frac{v_{j,j-1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]S_{i,j-1}^{n}-$$

$$S_r Le^{-1}\left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(T_{i+1,j}^{n}+T_{i-1,j}^{n}\right)+\frac{1}{\Delta y^2}\left(T_{i,j+1}^{n}+T_{i,j-1}^{n}\right)-\frac{2\left(\Delta y^2-\Delta x^2\right)}{\Delta x^2\Delta y^2}T_{i,j}^{n}\right]$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

$$A_i^{'}S_{i,j+1}^{n+1}+B_i^{'}S_{i,j}^{n+1}+C_i^{'}S_{i,j-1}^{n+1}=D_i^{'} \tag{III.18}$$

$$A_i^{'}=\left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y}+\frac{1}{\Delta y^2 Le}\right],\qquad B_i^{'}=2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t}+\frac{1}{\Delta y^2 Le}\right],\qquad C_i=-\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y}-\frac{1}{\Delta y^2 Le}\right]$$

$$D_i^{'}=\left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}+2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}+\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x}+\frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}-$$

$$S_r Le^{-1}\left[\frac{1}{\Delta x^2}\left(T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}+T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}\right)+\frac{1}{\Delta y^2}\left(T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}+T_{i,j-1}^{\frac{1}{2}}\right)-\frac{2\left(\Delta y^2-\Delta x^2\right)}{\Delta x^2\Delta y^2}T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}\right]$$

III.5 Discrétisation de l'équation du mouvement

L'équation de mouvement du milieu poreux basée sur le modèle de Darcy peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\nabla^2\Psi = -R_T\left(\frac{\partial}{\partial x}(T+NS)\cos\Phi - \frac{\partial}{\partial y}(T+NS)\sin\Phi\right) \tag{III.19}$$

Chaque terme de l'équation de mouvement (4.19) est discrétisé selon un schéma centré classique.

$$\left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - 2\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - 2\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \tag{III.20}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{III.21}$$

En remplaçant les expressions (III.20) et (III.21) dans l'équation (III.19) on obtient l'expression générale de la fonction suivante :

$$\begin{aligned}\Psi_{i,j}^{(n+1),(k+1)} = (1-\omega)\Psi_{i,j}^{(n+1),k} + \omega\{a_1\left(\Psi_{i+1,j}^{(n+1),k} + \Psi_{i-1,j}^{(n+1),(k+1)}\right) + a_2\left(\Psi_{i,j+1}^{(n+1),k} + \Psi_{i,j-1}^{(n+1),(k+1)}\right) + \\ a_3\left[\left(T_{i+1,j}^{(n+1)} - T_{i-1,j}^{(n+1)}\right) + N\left(S_{i+1,j}^{(n+1)} - S_{i-1,j}^{(n+1)}\right)\right] + a_4\left[\left(T_{i,j+1}^{(n+1)} - T_{i,j-1}^{(n+1)}\right) + N\left(S_{i,j+1}^{(n+1)} - S_{i,j-1}^{(n+1)}\right)\right]\}\end{aligned} \tag{III.22}$$

où a_1, a_2, a_3 et a_4 sont des constantes définies par :

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{\Delta y^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)}, \qquad a_3 = R_T\cos\Phi\frac{\Delta x\,\Delta y^2}{4\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)} \\ a_2 &= \frac{\Delta x^2}{2\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)}, \qquad a_4 = -R_T\sin\Phi\frac{\Delta x^2\Delta y}{4\left(\Delta x^2 + \Delta y^2\right)}\end{aligned}\right\} \tag{III.23}$$

Le paramètre ω est le facteur de sur-relaxation, compris entre 1 et 2, pour accélérer la convergence. Sa valeur optimale, ω_{opt} dépend de la forme du domaine, du maillage et du type des conditions aux limites.

Pour un domaine rectangulaire avec un maillage uniforme, ω_{opt} est donnée par :

$$\omega_{opt} = \frac{2}{\zeta^2}\left[1 - \sqrt{1-\zeta^2}\right] \tag{III.24}$$

où :

$$\zeta = \left[\frac{\cos\left(\pi / N_{x+1}\right) + \left(\Delta x^2 / \Delta y^2\right)\cos\left(\pi / N_{y+1}\right)}{1 + \left(\Delta x^2 / \Delta y^2\right)}\right]$$

où N_{x+1} et N_{y+1} désignent les nombres des nœuds suivant les directions horizontales et verticales respectivement.

III.6 Discrétisation des champs de vitesse

Les composantes du champ de vitesse sont obtenues à partir de la fonction de courant selon les relations (II.23). La discrétisation de ces équations par un schéma de différence finies centré du deuxième ordre donne :

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \tag{III.29}$$

$$v_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{III.30}$$

III.7 Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses

$$\left.\begin{array}{llll} u_{1,j} = 0, \quad , & v_{i,1} = -\dfrac{4\Psi_{2,j} - 3\Psi_{1,j} - \Psi_{3,j}}{2\Delta x} & \text{à} & x = -\dfrac{1}{2} \\ u_{Nx+1,j} = 0, & v_{i,Ny+1} = \dfrac{4\Psi_{Nx,j} - 3\Psi_{Nx+1,j} - \Psi_{Nx-1,j}}{2\Delta x} & \text{à} & x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \tag{III.31}$$

$$\left.\begin{array}{llll} v_{i,1} = 0, & u_{1,j} = \dfrac{4\Psi_{i,2} - 3\Psi_{i,1} - \Psi_{i,3}}{2\Delta y} & \text{à} & y = -\dfrac{1}{2} \\ v_{i,Ny+1} = 0, & u_{Ny+1,j} = -\dfrac{4\Psi_{i,Ny} - 3\Psi_{i,Ny+1} - \Psi_{i,Ny-1}}{2\Delta y} & \text{à} & y = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \tag{III.32}$$

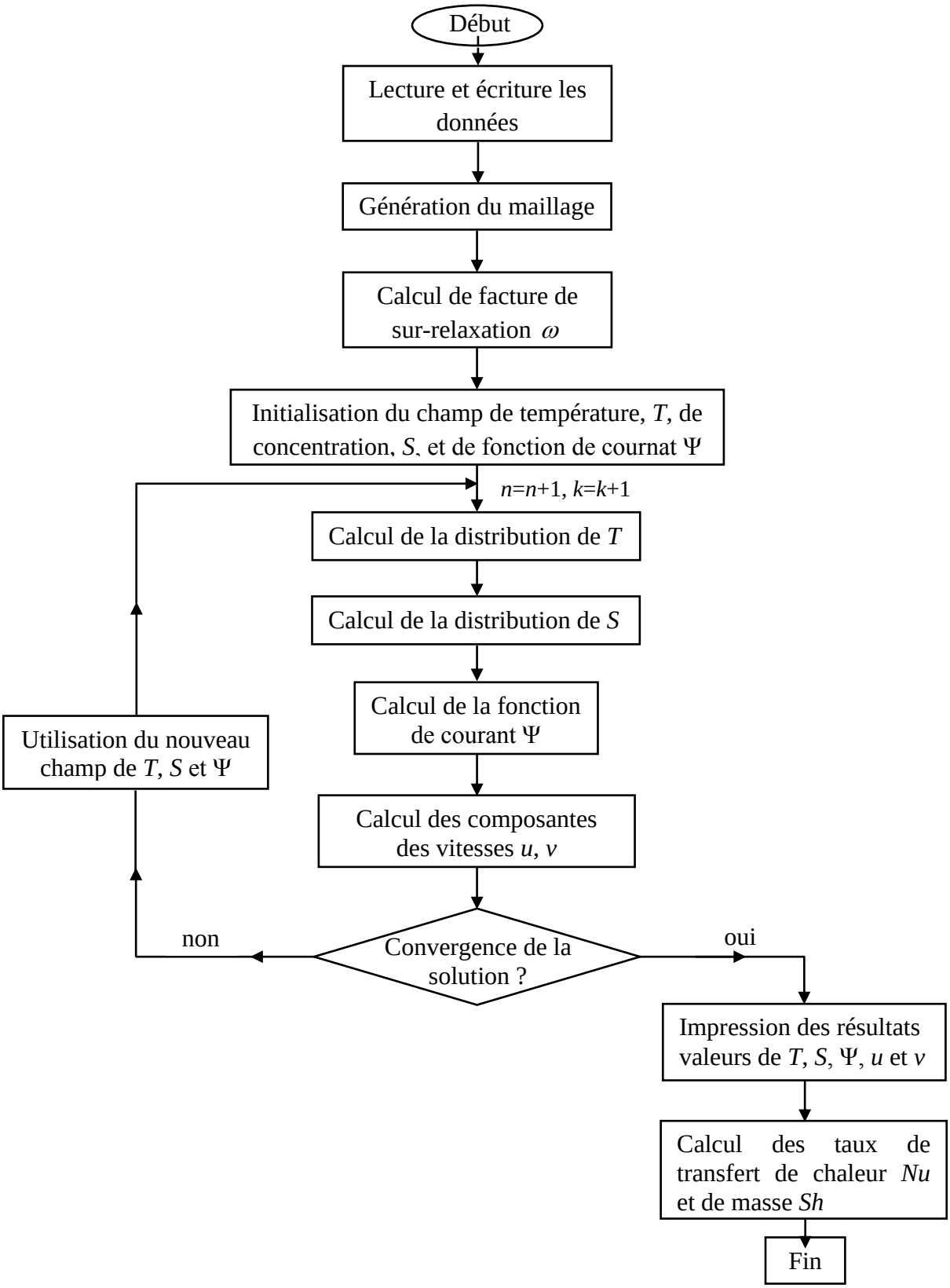
III.8 Algorithme de calcul

Les principales étapes de notre algorithme de calcul sont :

1. Génération du maillage.
2. Initialisation et lecture des données.
3. Calcul du facteur de sur-relaxation.
4. Introduction des conditions initiales sur la température, *T*, sur la concentration, *S*, et sur la fonction de courant, Ψ.
5. Evaluation du champ de vitesse initiale $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$.
6. Début de la boucle dans le temps.
   6.1. Résolution de l'équation de l'énergie (III.11) et (III.15) par la méthode ADI et calcul du champ de température $T_{i,j}$.
   6.2. Résolution de l'équation de concentration (III.17) et (III.18) par la méthode ADI et calcul le champ de concentration $S_{i,j}$.
   6.3. Résolution de l'équation de mouvement (III.22) et (III.27) par la méthode SOR et calcul du champ de la fonction du courant $\Psi_{i,j}$.
   6.4. Détermination du champ de vitesse $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$.
   6.5. Refaire l'étape (6.1) jusqu'à l'obtention de la convergence de la solution.
7. Fin de la boucle sur le temps : une fois la solution permanente ou la solution transitoire est atteinte.
8. Impression des résultats.
9. Fin du programme.

Le critère de convergence lors de la résolution des équations (III.22) et (III.27) est donné par :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-6} \qquad \text{(III.33)}$$


Début
Lecture et écriture les données
Génération du maillage
Calcul de facture de sur-relaxation ω
Initialisation du champ de température, T, de concentration, S, et de fonction de cournat Ψ
$n=n+1$, $k=k+1$
Calcul de la distribution de T
Calcul de la distribution de S
Calcul de la fonction de courant Ψ
Calcul des composantes des vitesses u, v
Convergence de la solution ?
non
oui
Utilisation du nouveau champ de T, S et Ψ
Impression des résultats valeurs de T, S, Ψ, u et v
Calcul des taux de transfert de chaleur Nu et de masse Sh
Fin

Chapitre IV

Résultats et discussion

Dans ce chapitre, les résultats de cette étude sont présentés en termes d'intensité de courant, Ψ_0, les nombres de Nusselt, Nu_m, et de Sherwood, Sh_m, en fonction du nombre de Rayleigh, R_T, du nombre de Soret, S_r, et du nombre de Dufour, D_u, du nombre de Lewis, Le ,le rapport des forces de volume, N, et l'angle d'inclinaison, Φ. Du plus, les profiles de fonction de courant au centre de la cavité, Ψ, de température, T, et de concentration, S, sont présentés pour voir l'effets des paramètres de Soret, S_r, et de Dufour, D_u.

IV.1 Validation de code numérique

Le tableau (IV.1) compare nos résultats avec ceux de Kalla [27] et Mahdjiba [28] pour le cas d'une cavité horizontale chauffée par le bas à des flux de chaleur constants, ayant un rapport d'aspect $A = 4$, $\Phi = 0°$, $S_r = D_u = 0$ et $R_T = 100$. Dans le tableau (IV.2) on compare nos résultats avec ceux données par Kalla. [27] et Benhadji [29] pour le cas d'une cavité chauffée et salée par le bas. Notre simulation a été réalisée pour $A = 8$, $\Phi = 0°$, $R_T = 100$, $N = -8$, $S_r = D_u = 0$ et $Le = 10$. Dans le tableau (IV.3) en comparant nos résultats avec les résultats obtenus par Attia et al. [30] pour le cas d'une cavité chauffée et salée on bas avec les paramètres gouvernants suivantes : $A = 10$,$\Phi = 0°$, $e = 2$,$N = 1$, $D_u = 0.1$ et $S_r = -0.1$

La comparaison des champs de la fonction de courant, ainsi que les taux de transfert de chaleur et de masse sont en excellente concordance. Des erreurs variant entre 0.0% et 3.05% ont été observées.

Tableau IV.1 : Comparaison des valeurs de la fonction de courant maximum Ψ_{max} et de nombre de Nusselt, Nu, avec les résultats donnés par Kalla [27] et Mahdjiba [28] pour $A = 4$, $\Phi = 0°$, $N = 0$, $S_r = D_u = 0$ et $R_T = 100$.

	Kalla [27]	Mahdjiba [28]	Présent étude
Ψ_{max}	3.745(0.02%)	3.730(0.37%)	3.744
Nu	3.750(0.02%)	3.661(2.40%)	3.751

Tableau IV.2 : Comparaison des valeurs de la fonction de courant maximum Ψ_{max}, des nombres moyens de Nusselt, Nu_m, et de Sherwood, Sh_m, avec les résultats donnés par Kalla [27] et Benhadji [28] pour $A = 8$, $\Phi = 0°$, $R_T = 100$, $N = -8$, $S_r = D_u = 0$ et $Le = 10$.

	Kalla [27]	Benhadji [29]	Présent étude
Ψ_{max}	3.675(0.27%)	3.695(0.27%)	3.681
Nu_m	3.649(0.77%)	3.653(0.88%)	3.621
Sh_m	6.742(0.40%)	6.747(0.47%)	6.715

Tableau IV.3 : Comparaison des valeurs de la fonction de courant maximum, Ψ_0, des nombres moyens de Nusselt, Nu, et de Sherwood, Sh, avec les résultats donnés par Attia et al. [30] pour $A = 10$, $\Phi = 0°$, $Le = 2$, $N = 1$, $D_u = 0.1$ et $S_r = -0.1$

	Attia et al. [30]	Présent étude
Ψ_{max}	4.698(0.27%)	4.698
Nu_m	4.242(0.07%)	4.239
Sh_m	5.757(0.05%)	5.760

IV.2 Effet du maillage

Les figures. IV.1(a)-(d) montrent l'influence du maillage sur la précision des résultats obtenus pour les profiles de la fonction de courant, Ψ, de la vitesse, u, de la température, T, et de la concentration, S pour $A = 1$, $R_T = 500$, $Le = 2$, $\Phi = 0°$, $N = 1$ et $D_u = S_r = 1$. On constate que l'influence du maillage devient négligeable à partir d'un maillage de 100×100. Pour des grandes valeurs du nombre de Rayleigh, un taux de cisaillement fort est attendu à la ligne centrale de la couche poreuse. Comme illustré sur la Figure IV.1(b), pour prédire avec précision la solution numérique, un maillage de haute densité est nécessaire. La meilleure approche pour obtenir une solution précise avec un maillage raisonnable est d'utiliser une distribution de maillage non uniforme avec des nœuds concentrés où la vitesse d'écoulement tend vers zéro.

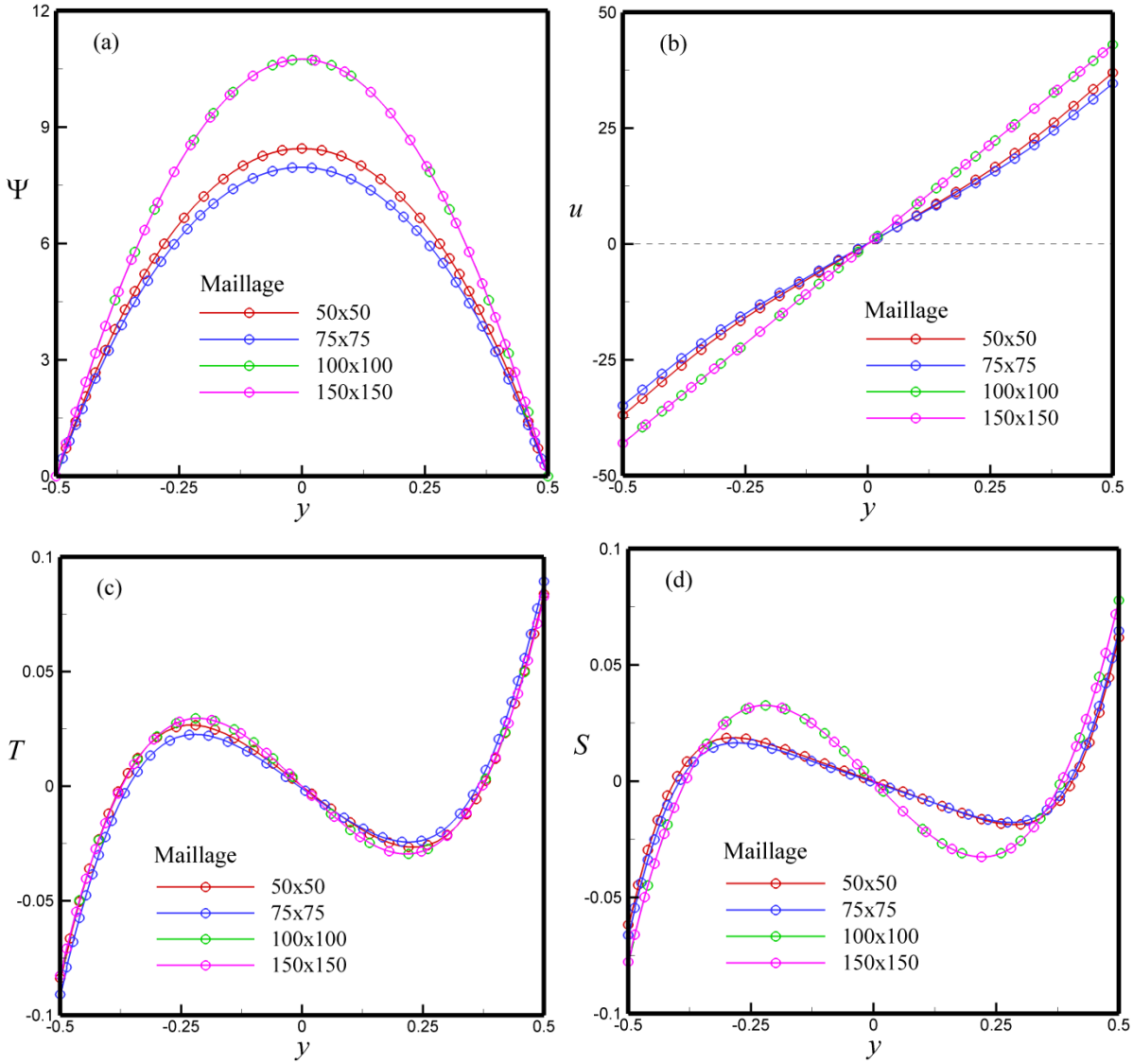


Figure IV.1 : L'effet du maillage sur les profils de la fonction de courant, Ψ, de la vitesse, u, de la température, T, et de la concentration pour $A = 1$, $R_T = 500$, $Le = 2$, $\Phi = 0°$, $N = 1$ et $D_u = S_r = 1$.

IV.3 Effet de Soret

Dans la Figure IV.2 les lignes de courant (gauche), isothermes (milieu) et isoconcentration (droit) sont présentés pour $R_T = 200$, $Le = 5$, $N = 2$, Φ=90°, $D_u = 0$ et ε=1 avec différents valeurs de paramètre Soret. Comme mentionné dans les chapitres précédents, un rapport de flottabilité positif élevé signifie que le fluide monte en raison de l'influence des variations de la température et de la concentration. En l'absence d'effet de Soret, c'est-à-dire $S_r = 0$, les zones de recirculation voyagent de la paroi inférieure chaude vers la direction de la paroi froide et cela se produit en raison du fluide qui monte due à l'effet de la force de flottabilité. Les résultats montrent clairement que lorsque le paramètre de Soret augmente, la force de la

circulation du fluide augmente et elle atteinte un maximum, où : $\Psi_0 = 5.549$ pour $S_r = 0.8$. Pour les isothermes où le paramètre de Soret est égal à 0, on peut voir que les lignes des isothermes sont presque parallèles près de la paroi inférieure et que le champ des isothermes a augmenté près du coin supérieur droite. De plus, on peut clairement voir que le comportement des isoconcentration est plus sensible que les isothermes et cela est dû au nombre de Lewis considéré, $Le = 5$. De plus, le champ des isoconcentration près des parois vertical et plus épais en comparaison avec le champ des isothermes et cela se produit parce que le rapport de flottabilité est supérieur à l'unité. Lorsque les effets de Soret sont fournis (le paramètre de Soret supérieur à 0), le transfert de chaleur affecte directement le transfert de masse. Pour les raisons mentionnées ci-dessus, on peut voir que lorsque le paramètre de Soret augmente, les couches limites des isothermes près des parois horizontales sont minces et que le champ des isothermes près du coin supérieur droit est petit. Lorsque le paramètre de Soret est égale à 0.4, on peut observer que le comportement des isoconcentrations est presque la même que celui des isothermes. On peut observer aussi que les variations d'isoconcetration dans la moitié supérieur près de la paroi chaud supérieure sont supérieures aux variations des concentrations dans la moitie inférieure. D'autre part, le comportement inverse peut être observé près de la paroi inférieure. De plus, le gradient des concentrations au centre de la cavité augmente lorsque le paramètre de Soret est augmente. Le même comportement a été souligné et présenté pour $S_r = 0.8$.

Pour un paramètre de Soret faiblement négatif, la structure de l'écoulement est monocellulaire et la circulation se fait dans le sens horaire. Les résultats montrent clairement que lorsque le paramètre de Soret diminue (ou augmente dans une direction négative), la force de la circulation du fluide diminue et elle atteinte un minimum, où : $\Psi_0 = 4.659$ pour $S_r = -0.8$. En outre, lorsque le paramètre de Soret négatif diminue, le paramètre non-dimensionnel de la concentration diminue.

Lorsque le paramètre de Soret diminue, la concentration non-dimensionnelle diminue en raison des effets négatifs du terme de Soret dans l'équation d'espèce (masse). Pour cette raison, la force de flottabilité diminue. En outre, on peut voir que le champ d'isoconcentration augmente près du coin supérieur droit et qu'il diminue près du coin inférieur gauche et cela se produit en raison de l'effet des gradients de transfert de chaleur. Pour les raisons mentionnées ci-dessus, on peut voir que lorsque le paramètre Soret négatif diminue, le champ des isothermes près du coin supérieur droit augmente et diminue dans le coin inférieur gauche et les gradients des isothermes au centre de la cavité augmentent également.

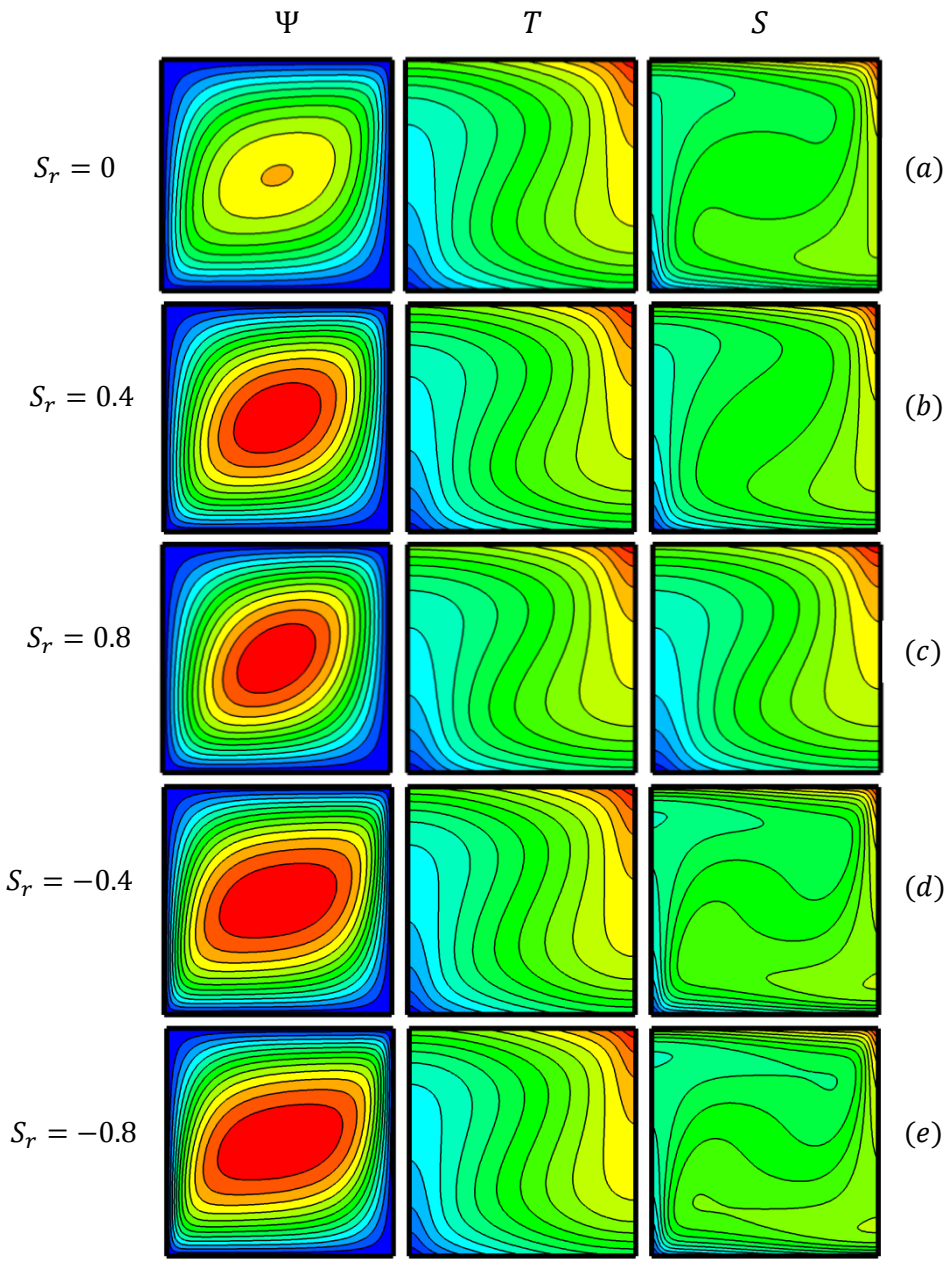


Figure IV.2 : Les lignes de courant (gauche), isothermes (centre) et isoconcentrations (droit) pour $R_T = 200$, $Le = 5$, $N = 2$, Φ=90°, $D_u = 0$ et ε=1:

(a) $S_r = 0$, $\Psi_0 = 5.031$, $Nu_m = 4.115$, $Sh_m = 9.063$.

(b) $S_r = 0.4$, $\Psi_0 = 5.304$, $Nu_m = 4.031$, $Sh_m = 5.555$.

(c) $S_r = 0.8$, $\Psi_0 = 5.549$, $Nu_m = 3.883$, $Sh_m = 3.883$.

(d) $S_r = -0.4$, $\Psi_0 = 4.769$, $Nu_m = 4.148$, $Sh_m = 23.278$.

(e) $S_r = -0.8$, $\Psi_0 = 4.659$, $Nu_m = 4.149$, $Sh_m = 23.640$.

IV.4 Effet de Dufour

Pour montrer les effets du paramètre de Dufour, D_u, les résultats présentés dans cette partie sont obtenus pour le paramètre de Dufour, $(-1 \leq D_u \leq 1)$. Pour les effets positifs et négatifs de Dufour, les lignes de courant (gauche), isothermes (milieu) et isoconcentrations (droit) sont présentés dans la Figure IV.3 pour $R_T = 200$, $Le = 5$, $N = 2$, Φ=90°, $S_r = 0$, ε=1 et différents valeurs du paramètre de Dufour, D_u. Lorsqu'il n'a que des effets Soret négatifs (l'effet de Dufour est égale à 0), la zone de recirculation migre de la paroi chaude inférieure vers la direction de la paroi froide supérieure. Les résultats montrent clairement que lorsque le paramètre de Dufour, D_u, augmente, la force de la circulation du fluide augmente et elle atteint un maximum, où : $\Psi_0 = 5.302$ pour $D_u = 0.8$. Pour les isothermes, on peut voir clairement que les isothermes élevées sont presque parallèles près de la paroi droite et le champ des isothermes augmente près du coin supérieur droit et que le comportement opposé peut être vu près de la paroi gauche pour les isothermes faibles. En général, lorsque le paramètre de Dufour augmente, la source de chaleur augmente et les dissipateurs thermiques diminuent.

En raison des effets de Soret, les lignes isoconcentration ont des comportements différents. Comme mentionner ci-dessus, pour les nombres de Lewis élevées, la plus grande partie de la force de flottabilité est due à l'effet des variations de concentration. Pour cette raison, les gradients élevées des isoconcentrations sont proches des parois et il n'y a pas de changement significative dans le noyau de la cavité. Lorsque le paramètre de Dufour augmente, il n'y a pas de changement significatif dans les isoconcentrations.

Pour les effets négatifs de Dufour, les résultats montrent clairement l'écoulement principal est dans la recirculation antihoraire et lorsque le paramètre de Dufour augmente, la force de recirculation de l'écoulement diminue et elle atteinte un minimum, ou : $\Psi_0 = 4.770$ pour $D_u = -0.8$.

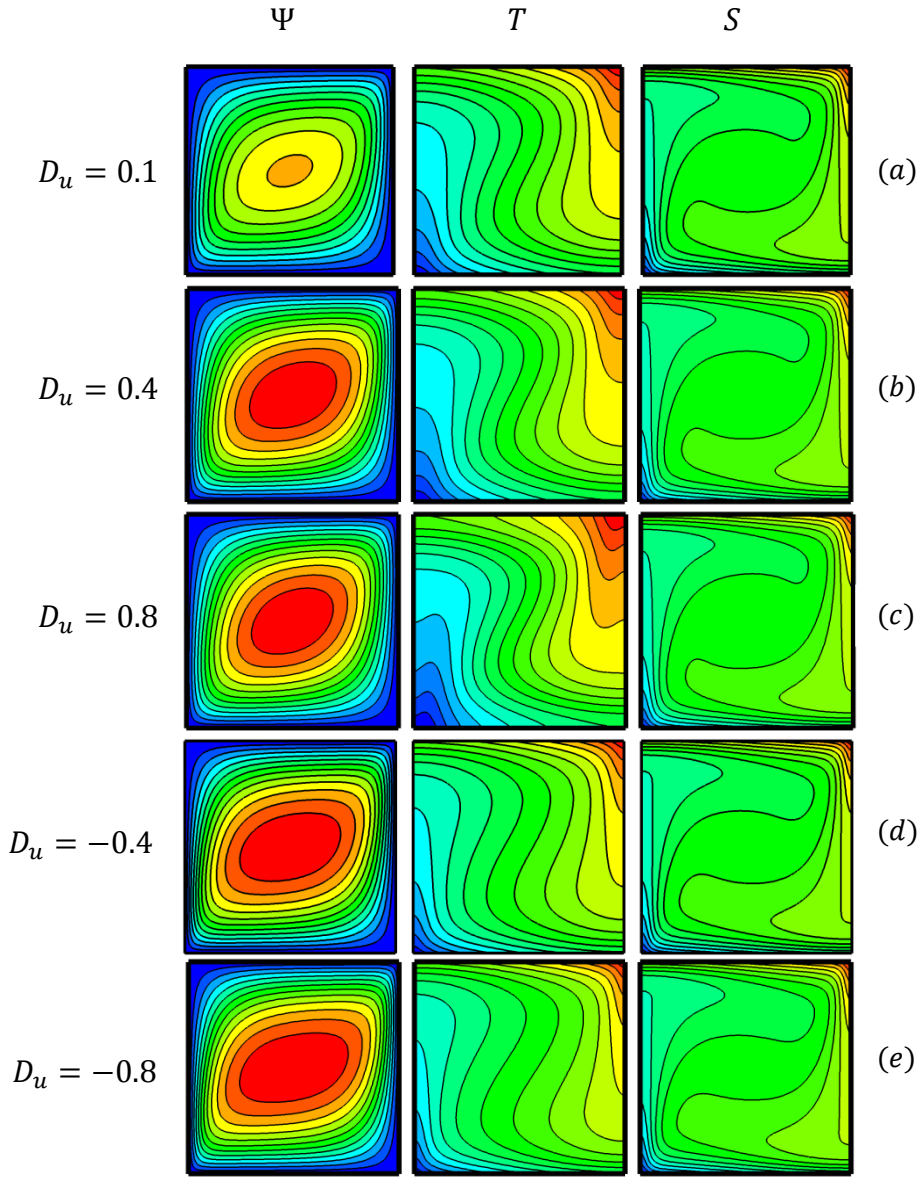


Figure IV.3 : Les lignes de courant (gauche), isothermes (centre) et isoconcentrations (droit) pour $R_T = 200$, $Le = 5$, $N = 2$, Φ=90°, $S_r = 0$ et ε=1:

(a) $D_u = 0.1$, $\Psi_0 = 5.062$, $Nu_m = 4.054$, $Sh_m = 9.073$.

(b) $D_u = 0.4$, $\Psi_0 = 5.166$, $Nu_m = 3.870$, $Sh_m = 9.043$.

(c) $D_u = 0.8$, $\Psi_0 = 5.302$, $Nu_m = 3.635$, $Sh_m = 8.973$.

(d) $D_u = -0.4$, $\Psi_0 = 4.894$, $Nu_m = 4.376$, $Sh_m = 9.091$.

(e) $D_u = -0.8$, $\Psi_0 = 4.770$, $Nu_m = 4.653$, $Sh_m = 9.083$.

Les Figures IV.4 et IV.5 montrent l'effet des paramètres de Soret, S_r, et de Dufour, D_u, sur le profile de la concentration, S, pour $R_T = 200$, $Le = 5$, $N = 2$, Φ=90°, $D_u = 0$ et différents valeurs de, S_r, et sur le profile de la température, T, pour $R_T = 200$, $Le = 5$,

$N = 2$, Φ=90°, $S_r = 0$ et différents valeurs de, D_u, respectivement. Les résultats sont représentés uniquement pour S et T lorsque les profils de la fonction de courant et de la vitesse ne sont pas affectés par les effets de Soret et Dufour. Les résultats sont présentés à la mi-hauteur de la couche poreuse ($x = 0$). Ces profils sont antisymétriques par rapport à x. On peut comprendre qu'une augmentation de, S_r (D_u), entre $-0.8 \leq S_r \leq 0.8$ ($-0.8 \leq D_u \leq 0.8$), réduit l'intensité de la convection résultante et cause une augmentation de la température et de la concentration sur les parois de telle sorte que le même flux de chaleur peut être maintenu dans le système. Concernant le profile de concentration, on peut voir dans la Figure. IV.4 que, l'effet du paramètre de Soret sur le profile de concentration est similaire aux effets de paramètre de Dufour sur le profile de température. Ainsi, on observe que la concentration (température) prés des parois solides est promue avec les paramètres de Soret (Dufour) négatifs. Comme déjà discuté, pour cette situation, les gradients de concentration (température) ne résultent pas de l'imposition d'un flux d'espèce (chaleur) constant sur les parois solides. Au contraire, ils résultent d'une redistribution de la concentration (température) initiale uniforme constante au sein du système en raison des gradients thermiques (solutales).

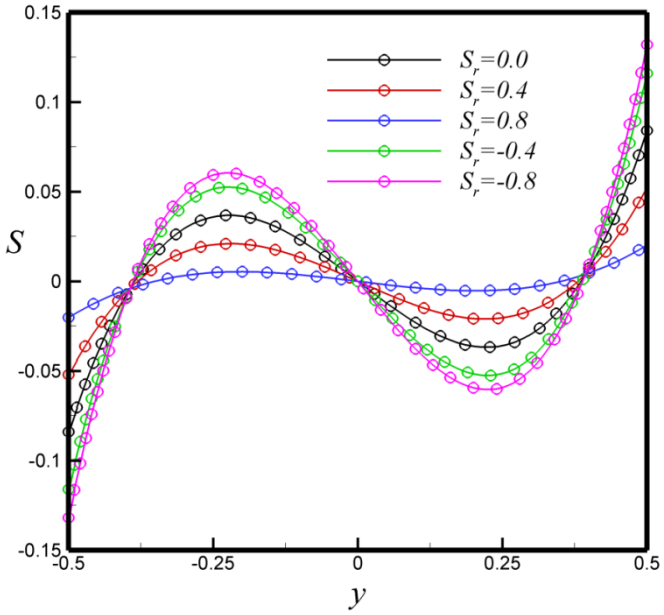


Figure IV.4 : Profile de la concentration, S, dans le plan médiane horizontal pour $R_T = 200$, $Le = 5$, $N = 2$, Φ=90°, $D_u = 0$ et ε=1.

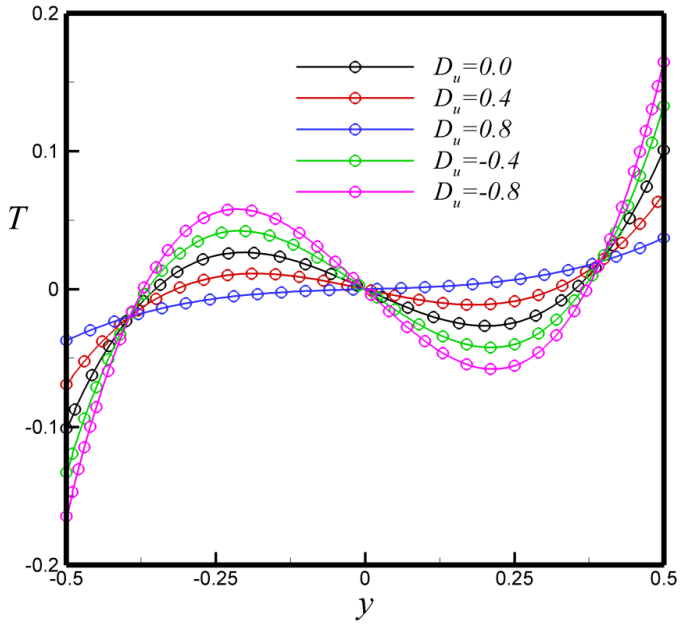
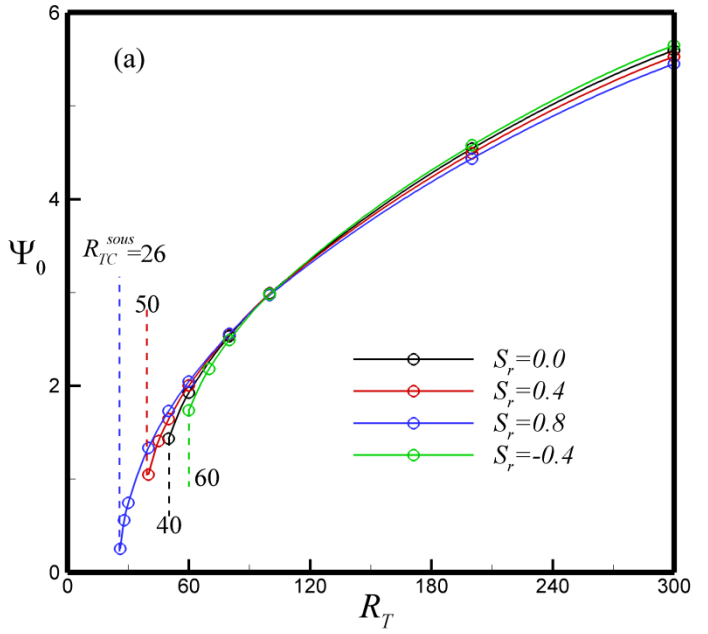
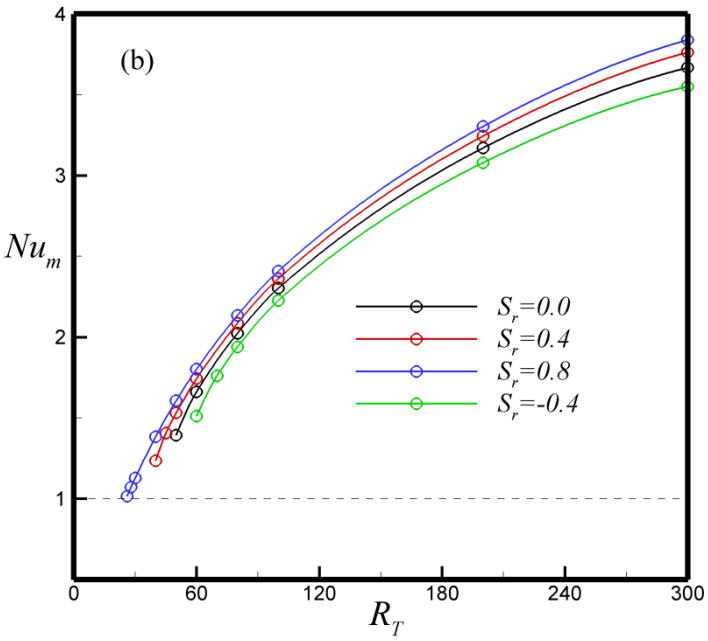


Figure IV.5 : Profile de la concentration, S, dans le plan médiane horizontal pour $R_T = 200$, $Le = 5$, $N = 2$, Φ=90°, $S_r = 0$ et ε=1.

Figures IV.6 et IV.7 montre la dépendance de la fonction de courant au centre de la cavité, Ψ_0, du nombre de Nusselt, Nu_m, et du nombre de Sherwood, Sh_m, sur R_T, S_r et D_u pour $R_T = 200$, $N = -0.5$, $Le = 5$ et $\Phi = 0°$. Les résultats montrent que pour, $R_T \gg 300$, la force de convection devient assez important, donnant éventuellement lieu à un écoulement oscillant. Du point de vue physique, la transition vers les écoulements oscillatoires ou turbulents est très loin de l'état critique. Le début du mouvement est caractérisé par une transition du l'état de repos ($\Psi_0 = 0$) vers la convection d'amplitude finie,($\Psi_0 \neq 0$), c'est-à-dire instabilités non linéaires. Les résultats indiquent clairement que, pour une valeur donnée des paramètres de Soret et Dufour, il existe un nombre de Rayleigh supercritique, (R_{TC}^{sup}), ou souscritique, (R_{TC}^{sous}), pour le début de la convection unicellulaire. Dans le cas de $D_u = -0.8$, figure IV.6a montre que le début de la convection supercritique se produit à $R_{TC}^{sup} = 7.0$, en dessous de cette valeur critique ($R_T \leq R_{TC}^{sup}$), tout mouvement convectif est annihilé et la conduction pure ($\Psi_0 \to 0, Nu_m(Sh_m) \to 1.0$) est donc une solution possible. Dan le cas de $S_r \leq 0.8$ ($D_u \geq -0.4$), les Figures IV.6(a) et IV.7(a), montrent que la diminution (l'augmentation) de S_r (D_u) induit une convection en dessous du seuil de convection stationnaire, (R_{TC}^{sup}), démontrant l'existence d'une convection souscritique pour le déclenchement de la convection d'amplitude finie unicellulaire (c'est-à-dire $\Psi_0 \neq 0$), qu'est déclenchée par un nombre de Rayleigh souscritique, (R_{TC}^{sous}), en fonction des paramètres de S_r et D_u. Dans le cas où $S_r = D_u = 0$, la courbe de bifurcation, prédite par la méthode

numérique, indique que le début du mouvement se produit à un nombre de Rayleigh souscritique de $R_{TC}^{sous} = 50$, où : $\Psi_0 = 1.433$, $Nu_m = 1.393$et $Sh_m = 4.053$. La force de convection, (Ψ_0), augmente de façon monotone avec le nombre de Rayleigh et devient plus fort (faible) quand la valeur du nombre de Soret (Dufour) est négative, alors que les valeurs positives ont un effet inverse.





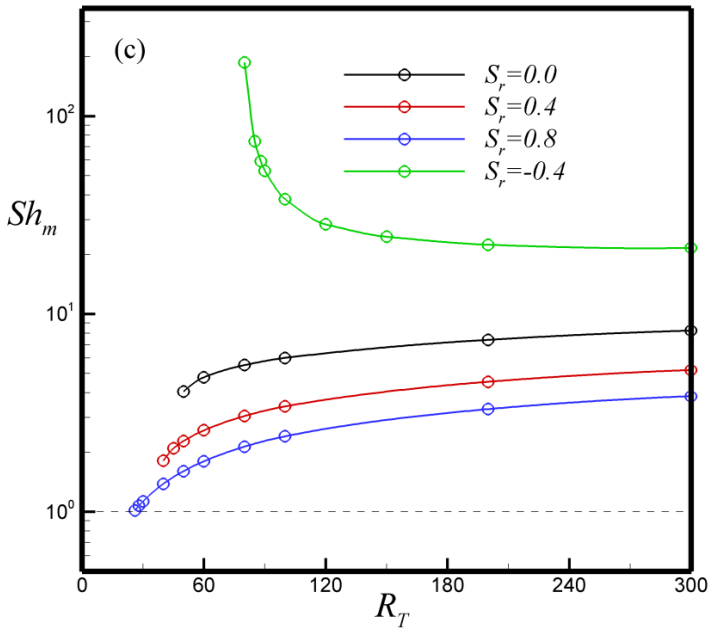
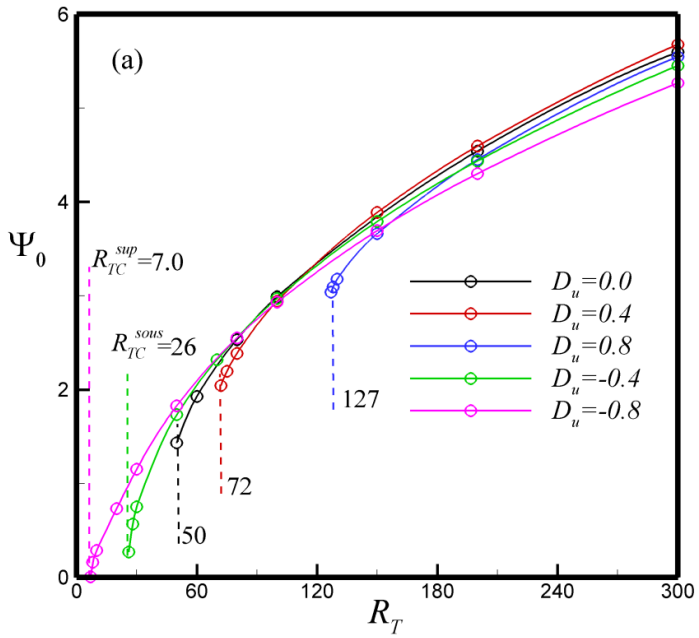


Figure IV.6 : Diagramme de bifurcation en fonction de R_T et S_r sur : (a) l'intensité de l'écoulement au centre de la cavité, Ψ_0, (b) taux de transfert de chaleur Nu_m et (c) taux de transfert de masse, Sh_m pour $R_T = 200$, $N = -0.5$, $Le = 5$, $\Phi = 0°$, et différentes valeurs de Soret, S_r.



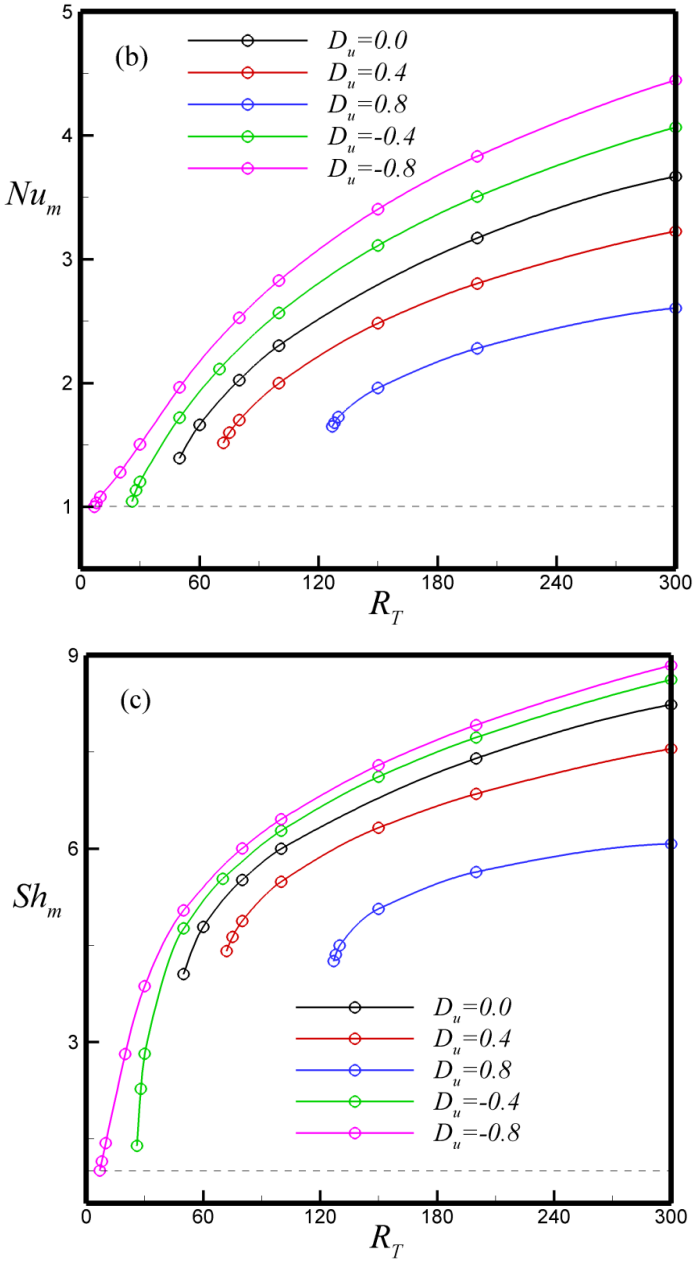
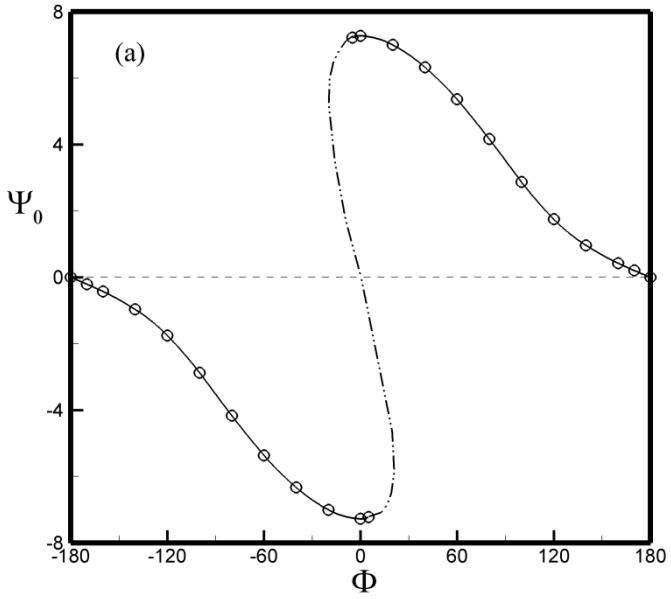


Figure IV.7 : Diagramme de bifurcation en fonction de R_T et D_u sur : (a) l'intensité de l'écoulement au centre de la cavité, Ψ_0, (b) taux de transfert de chaleur Nu_m et (c) taux de transfert de masse, Sh_m pour $R_T = 200$, $N = -0.5$, $Le = 5$, $\Phi = 0°$, et différentes valeurs de Dufour, D_u.

Les figures IV.8(a) et (b) montrent la variation de Ψ_0, Nu_m et Sh_m respectivement en fonction de l'inclinaison de l'enceinte Φ (variant de Φ=180° à -180°) pour $R_T = 500$, $Le = 5$, $N = -0.5$ et $S_r = D_u = 0$. On constate que l'effet de l'angle d'inclinaison de la cavité n'est pas affecté par les paramètres de Soret et Dufour. Les résultats numériques stable sont illustrées par une ligne solide avec des symboles vides et les résultats numériques instable par une ligne en pointillée. Le transfert de chaleur et de masse se fait par conduction pure

($\Psi_0 = 0, Nu(Sh) = 0$) lorsque Φ s'approche de $\pm 180°$. Dans cette situation, le fluide avoisinant de la paroi supérieure est plus chaud, tandis que le fluide qui se trouve au voisinage de la paroi inférieure est moins chaud. Dans ce dernier cas, le gradient de densité est stable. Pour cette situation, comme déjà mentionné, l'effet de l'angle d'inclinaison, Φ, n'est pas affecté par les paramètres de Soret et Dufour. Les figures illustrent clairement l'effet de l'angle d'inclinaison, Φ, sur la force de la convection et le taux de transfert de chaleur et de masse résultant. On observe que, lorsque l'angle d'inclinaison diminue de Φ=180° à -11.00°, le taux de transfert de chaleur (masse) Nu_m (Sh_m), augmente au début, il atteint son maximum à Φ=47° (60°) puis diminue. Pour de petit angle d'inclinaison Φ (au voisinage de $\Phi = 0°$), des solutions multiples existent, parmi lesquelles certaines sont instables; elles sont indiquées dans les figures par des lignes discontinues. Dans le graphique, les lignes pleines positives (négatives) correspondent à la solution naturelle (antinaturelle), voir Figure IV.8(a) et (b). Dans le cas de la convection naturelle, l'écoulement résultant circule dans le sens antihoraire en accord avec les conditions aux limites thermiques imposées sur l'enceinte. D'autre part, dans le cas de la convection antinaturelle l'écoulement circule dans le sens horaire. Mathématiquement cette multiplicité de solutions, pour un ensemble donné de paramètres régissant, est due à la non-linéarité des équations de base.



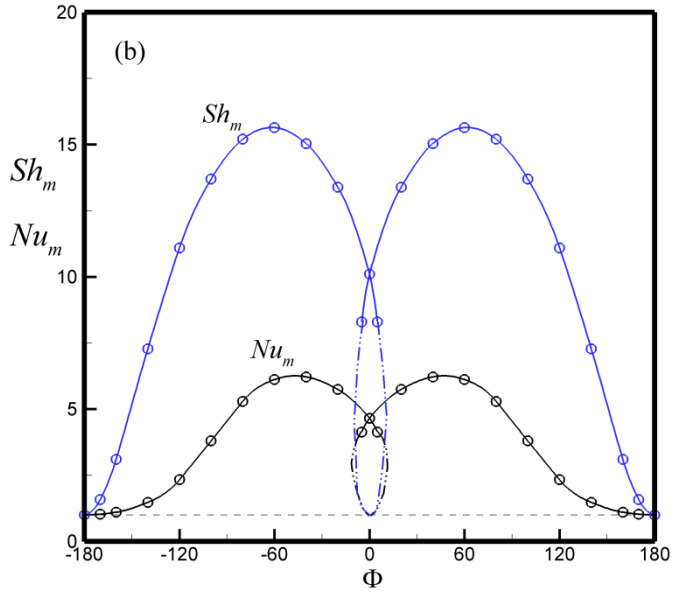


Figure IV.8 : Effets de l'angle d'inclinaison, Φ, pour $R_T = 500$, $Le = 5$, $N = -0.5$ et $S_r = D_u = 0$ sur (a) l'intensité de l'écoulement Ψ_0 , (b) le nombre de Nusselt Nu_m et le nombre de Sherwood, Sh_m.

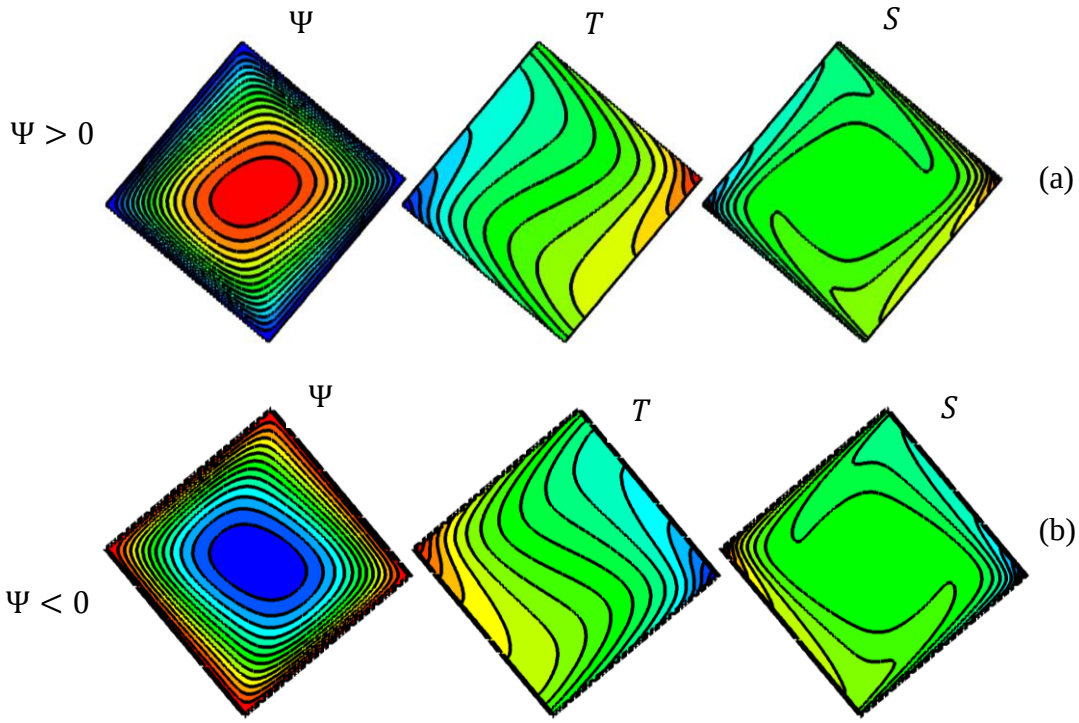
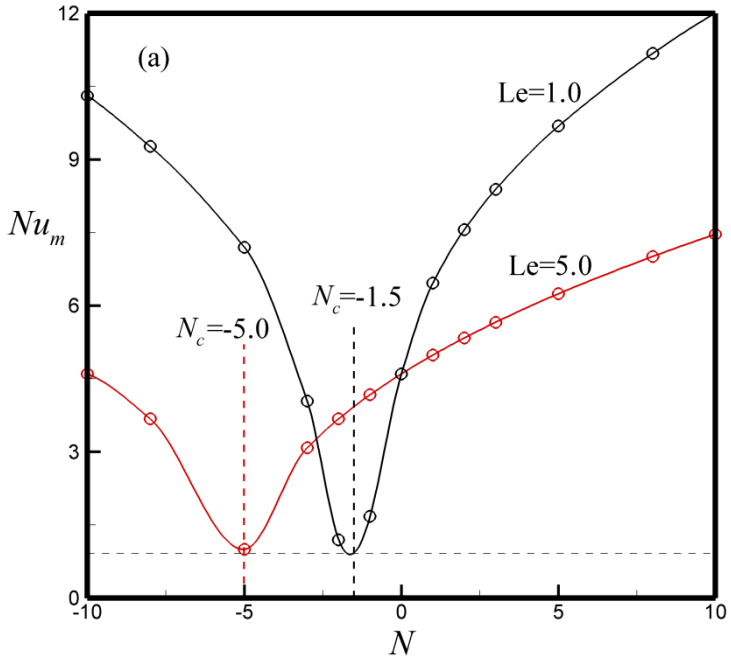


Figure IV.9 : Les lignes de courant (gauche), isothermes (centre) et isoconcentrations (droit) pour $R_T = 500$, $Le = 5$, $N = -0.5$ et $S_r = D_u = 0$ et ε=1:

(a) Solution naturelle Φ=40° : $\Psi_0 = 6.307$, $Nu_m = 5.809$, $Sh_m = 13.987$.

(b) Solution antinaturelle Φ=-40° : $\Psi_0 = -6.307$, $Nu_m = 5.809$, $Sh_m = 13.987$.

Figures IV.10(a) et (b) illustrent l'influence du rapport des forces de volume, N, sur les nombres de Nusselt, Nu_m, et de Sherwood, Sh_m, pour $R_T = 500$, $Sr = 0.8$, $Du = 0$, $\Phi = 90°$ et différentes valeurs de Le, ($Le = 1.0$ et 5.0). Le rapport de flottabilité, N, varie entre -10 à 10. La transition du régime convectif thermique dominant ($N \ll 1$) vers le régime dominant ($N \gg 1$) est clairement illustrée. Quand, $N = 0$, (c'est-à-dire en absence d'effet de concentration), le mouvement de convection n'est induit que par des effets thermiques seulement. D'après ces courbes, lorsque N augmente de -10 à 10, Nu_m (Sh_m) diminue d'une façon monotone vers une valeur de Nu_m (Sh_m) $= 1$ (c'est-à-dire le mouvement convectif est absent) quand la valeur de rapport des forces de volume $N_c = -5$ pour $Le = 5$ et $N_c = -1.5$ pour $Le = 1$, en dessous de ces valeurs ($N_c = -5$ et $N_c = -1.5$) les résultats numériques convergent vers la circulation dans le sens horaire, ($\Psi_0 < 0$), voir Figure IV.9(b). D'autre part, lors de l'augmentation de la valeur du rapport de flottabilité, N, au-dessus de $N_c = -5$ et $N_c = -1.5$, les nombres de Nusselt et de Sherwood augmentent de façon monotone et la circulation de l'écoulement dans le sens antihoraire ($\Psi_0 > 0$), voir Figure IV.9(a). Comme on peut observer à partir des Figures IV.10(a) et (b), le transfert de masse est dominé par la convection, $Nu_m < Sh_m$. L'effet de l'augmentation de la valeur de Lewis de 1 à 5 est représenté sur les Figures IV.10(a) et (b). À première vue, les graphiques indiquent que pour une valeur donnée de la force de flottabilité, N, les transferts de chaleur et de masse sont à la fois considérablement diminués avec une augmentation du nombre de Lewis.



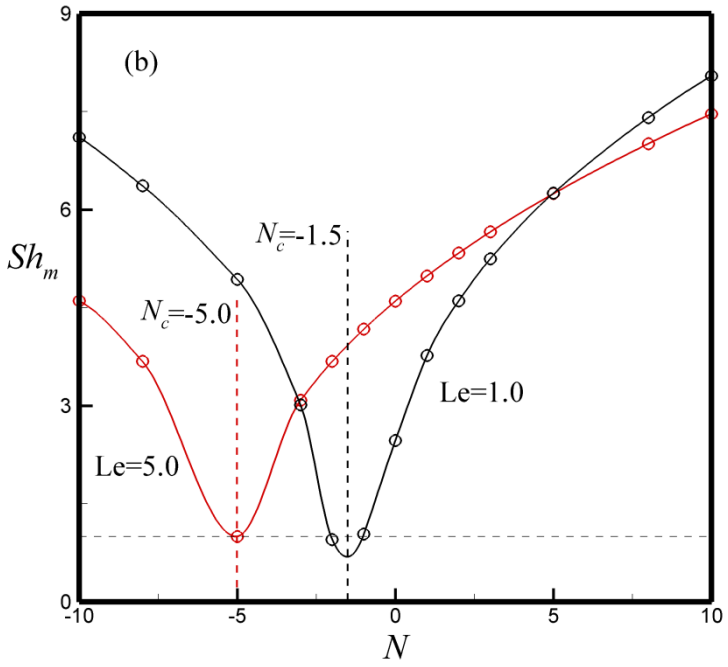


Figure IV.10 : Effets du rapport des forces de volume, N, et la nombre de Lewis, Le, pour $R_T = 500$, $S_r = D_u = 1$ et $\Phi = 90°$ sur (a) le nombre de Nusselt Nu_m et le nombre de Sherwood, Sh_m.

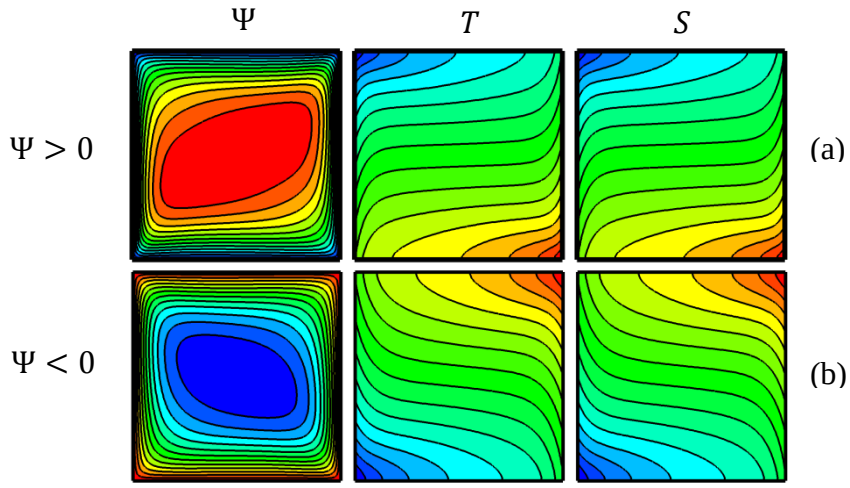


Figure IV.11 : Les lignes de courant (gauche), isothermes (centre) et isoconcentrations (droit) pour $R_T = 500$, $Le = 5$, $\Phi = 90°$, $S_r = 0.8$, $D_u = 0$ et ε=1:

(a) $= 10 : \Psi_0 = 4.531$, $Nu_m = 7.464$, $Sh_m = 7.464$.

(b) $N = -10$: $\Psi_0 = -3.515$, $Nu_m = 4.601$, $Sh_m = 4.601$.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons analysé l'influence des différents paramètres de notre étude sur la structure de l'écoulement, le transfert de chaleur et de masse

CONCLUTION ET PERSPECTIVES

Le travail présenté dans ce mémoire nous a permis d'étudier théoriquement et numériquement les transferts de chaleur et de masse couplés dans un milieu poreux saturé par un fluide binaire, pour le cas d'une géométrie carrée bidimensionnelle. Des conditions aux frontières de type Neumann (flux constant de chaleur et de masse) ont été considérées. On a utilisé le modèle de Darcy pour établir le modèle mathématique décrivant le phénomène de la convection thermosolutale au sein du milieu poreux.

Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement par un code de calcul FORTRAN 77 basé sur la méthode des différences finies. On a utilisé deux méthodes pour la discrétisation des équations : on a appliqué la méthode implicite aux directions alternées (ADI) pour la discrétisation des équations d'énergie et de masse et la méthode de sur-relaxation successive (SOR) pour la discrétisation l'équation de mouvement

L'intensité de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse sont exprimés en termes des paramètres de contrôle du problème. Ces paramètres étant le nombre de Rayleigh thermique, R_T , le rapport des forces de volume, N, le nombre de Lewis, Le, l'angle d'inclinaison, Φ, et des paramètres de soret, S_r, et Dufour, D_u.

L'analyse des résultats obtenus ont permis de décrire le comportement de l'écoulement convectif, la structure de l'écoulement et le taux de transfert de chaleur et de masse.

Les principales conclusions tirées dans cette étude sont résumées ci-dessous :

- ✓ Les effets des nombre de Rayleigh thermique, R_T, et des paramètres de Soret, S_r, et Dufour, D_u, sur l'intensité de l'écoulement convectif, (Ψ_0), et les taux de transfert thermique, (Nu_m), et massique (Sh_m), ont été mis en évidence. On a constaté que l'intensité de l'écoulement augmente d'une façon monotone avec R_T, les nombres de Nusselt et de Sherwood augmentent aussi. L'augmentation du paramètre de Soret (Dufour), i.e., dans sens positive, est accompagnée par une augmentation considérables de l'intensité de l'écoulement, (Ψ_0), mais avec une diminution des taux de transfert de chaleur (Nu_m) et de masse (Sh_m). Au contraire, il résultent une diminution de l'intensité de l'écoulement, (Ψ_0), et une augmentation des taux de transfert de chaleur, (Nu_m), et de masse (Sh_m) avec une augmentation de Soret (Dufour) dans sens négative.

- ✓ Les résultats indiquent clairement que, pour une valeur donnée des paramètres de Soret et Dufour, il existe un nombre de Rayleigh supercritique, (R_{TC}^{sup}), ou souscritique, (R_{TC}^{sous}), pour le début de la convection unicellulaire.
- ✓ On constate que l'effet de l'angle d'inclinaison de la cavité n'est pas affecté par les paramètres de Soret et Dufour.
- ✓ l'apparition du mouvement dépend fortement du signe du paramètre de la flottabilité, N. Ainsi, pour ($N > 0$), c'est-à-dire quand les forces de volume sont coopérantes, le seuil de l'apparition de la convection se produit à un nombre de Rayleigh supercritique donné, (R_{TC}^{sup}). Puisque les forces de volume agissent dans le même sens et qu'elles tendent toutes deux à déstabiliser le système, la convection est dite coopérante. Cependant, pour les forces de volume thermique et solutale opposées ($N < 0$), la solution numérique prédit que le seuil de mouvement peut être souscritique (R_{TC}^{sous})., c'est-à-dire, se produisant à une convection d'amplitude finie, ($\Psi_0 \neq 0$).

Parmi les extensions possibles de cette étude, on peut mentionner le fait que le modèle poreux considéré est basé sur les équations de Darcy. D'autres modèles, plus sophistiqués peuvent être utilisés pour tenir compte des effets visqueux (Brinkman) et d'inertie (Dupuit-Forchheimer).

D'autres géométries avec des conditions aux frontières plus complexes, devraient être aussi étudiées.

1- La possibilité de traiter le problème en tenant compte :

• de l'anisotropie en perméabilité et en conductivité thermique.

2- Possibilité de généraliser le modèle par une approche tridimensionnelle qui tient compte des géométries complexes. Dans ce cas, d'autres techniques numériques devront être envisagées pour résoudre les équations gouvernantes, par exemple la méthode des éléments finis ou celle des volumes finis.

3- Des mesures expérimentales pourraient également être envisagées.

4- Utilisation d'une analyse de stabilité linaire et non linaire pour déterminer avec précision le nombre de Rayleigh supercritique, (R_{TC}^{sup}).

Références bibliographiques

[01] C. Beghein, F. Haghighat, F. Allard**,** Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity, Int. J. of Heat and Mass Transfer 35 (1992) 833-846.

[02] S. Ostrach, Natural convection with combined driving forces, Physico-chem. Hydrodyn. 1 (4) (1980) 233-247.

[03] R. Viskanta, T.L. Bergman, F.P. Incropera, Double diffusive natural convection, in: S. Kakac, W. Aung, R. Viskanta (Eds.), Natural Convection: Fundamentals and Applications, Hemisphere, Washington, DC, (1985), pp. 1075-1099.

[04] A.C. Baytas, A.F. Baytas, D.B. Ingham, I. Pop, Double diffusive natural convection in an enclosure filled with a step type porous layer: non-Darcy flow, Int. J.Therm. Sci. 48 (2009) 665-673.

[05] D.A. Nield, A. Bejan, Convection in Porous Media,4th ed., Springer-Verlag; 2013.

[06] D.B. Ingham, I. Pop (Eds.), Transport Phenomena in Porous Media III, Elsevier, Oxford, (2005).

[07] K. Vafai (Ed.), Handbook of Porous Media, 2nd ed., Taylor & Francis, New York, (2005).

[08] I. Pop, D.B. Ingham, Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modeling of Viscous Fluids and Porous Media, Pergamon, Oxford, (2001).

[09] A. Bejan, I. Dincer, S. Lorente, A.F. Miguel, A.H. Reis, Porous and Complex Flow Structures in Modern Technologies, Springer, New York, (2004).

[10] P. Vadasz (Ed.), Emerging Topics in Heat and Mass Transfer in Porous Media, Springer, New York, (2008).

[11] K. Vafai, Porous Media: Applications in Biological Systems and Biotechnology, CRC Press, (2010).

[12] H.P.C.Darcy, V. Dalmont ,"Les Fontaines Publiques De La Ville De Dijon", Paris (1956).

[13] A.E.Scheidegger,"The Physics Of Trough Porous Media". University Of Toronto (1960).

[14] I. F.Macdonald, M.S.El Sayed, K.Mow and F.A.L.Dullien, Ind. Eng. Chem. Fundamentals, 6, 393, (1979).

[15] K.BENCHEIKH, A .AZZI, «Etude du transfert de chaleur dans une conduite courbée annulaire partiellement poreuse », Mémoire de Magistere, USTHB-FGMGP(2006).

[16] Kh.KHECHIBA, « Convection de lapwood dans une cavité poreuse horizontale saturée par un fluide rhéofluididifiant », Mémoire de Magister,Université M'hamed Bougara, Boumerdes(2011).

[17] N.MAXIME, « Ecoulements dans les milieux poreux »,Cours, Ecole Doctorale Mécanique, Physique et Modélisation, Université de Provence Marseille, France(2003).

[18] N.SASSANE, « Modélisation du transfert de chaleur lors de l'écoulement d'un fluide à l'intérieure d'une paroi poreuse »,Mémoire de Magister, Université 20Aout, Skikda,(2008).

[19] M. Sahimi, Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock, Second Edition, University of Southern California: WILEY-VCH, (2011).

[20] A .Bejan, D. A. Nield, Convection in Porous Media, Amsterdam: springer Verlag, (1998).

[21] R. Dina Sandrine, Effet d'un champ magnétique sur la convection naturelle d'un fluide binaire en milieu poreux confiné, Mémoire, Maitrise Es Siences, Université Montréal, (2006).

[22] H .Allag, Magnétohydrodynamique de la convection naturelle double diffusion dans une cavité carrée en présence d'une source de chaleur, Mémoire, Master2, Université Tebessa, (2013).

[23] H. Darcy, Les fontaines publiques de la ville de Dijon, Victor Dalmont, Paris, (1856).

[24] S. BORIES, M. PRAT ,Transferts de chaleur dans les milieux poreux, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse

[25] V.GALOUL, « Validation expérimentale d'un couplage numérique de codes en aérothermique instationnaire ». Thèse de Doctorale , Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace , Université de Toulouse, France(2006).

[26] D.D. Gray , A. Giorgini, The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases, Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 19, pp. 545-551, (1976).

[26] S. P. Frankel, Convergence rates of iterative treatments of partial differential equations, Math Tables and Other Aids to Computations, 4, 65-75, (1950).

[27] L. Kalla, M. Mamou, P. Vasseur , L. Robillard, Multiple solutions for double diffusive convection in a shallow porous cavity with vertical fluxes of heat and mass, Int. J. Heat and Mass Transfer, 44, 4493-4504, (2001).

[28] A. Mahidjiba, Convection naturelle thermosolutale au sein d'une couche poreuse horizontale, Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada, (1998).

[29] K. Benhadji, Convection thermo-solutale au sein d'une cavité poreuse saturée par un fluide non newtonien binaire, Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada, (2001).

[30] A.Attia, M.Mamou ,S.Benissaad,Analytical and Numerical Study of Double Diffusive Convection With Soret and Dufour Effects in a Horizontal Porous Layer, International Conference On Materials and Energy, 17-20 May, La Rochelle, France, (2016).