REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE MEDEA

Faculté de **T**echnologie

Mémoire de fin d'études de Master

Filière : Génie des Procédés
Spécialité : Matériaux

Etude numérique des équations d'un fluide micropolaire

Proposé et Dirigé par :

- **Dr. ALOUAOUI Redha**
- **Pr. BOUAZIZ Mohamed Najib**

Présenté par :

- **BOUSAADI Zineb**
- **MOULOUDI Saliha**

Promotion 2019-2020

Remerciements

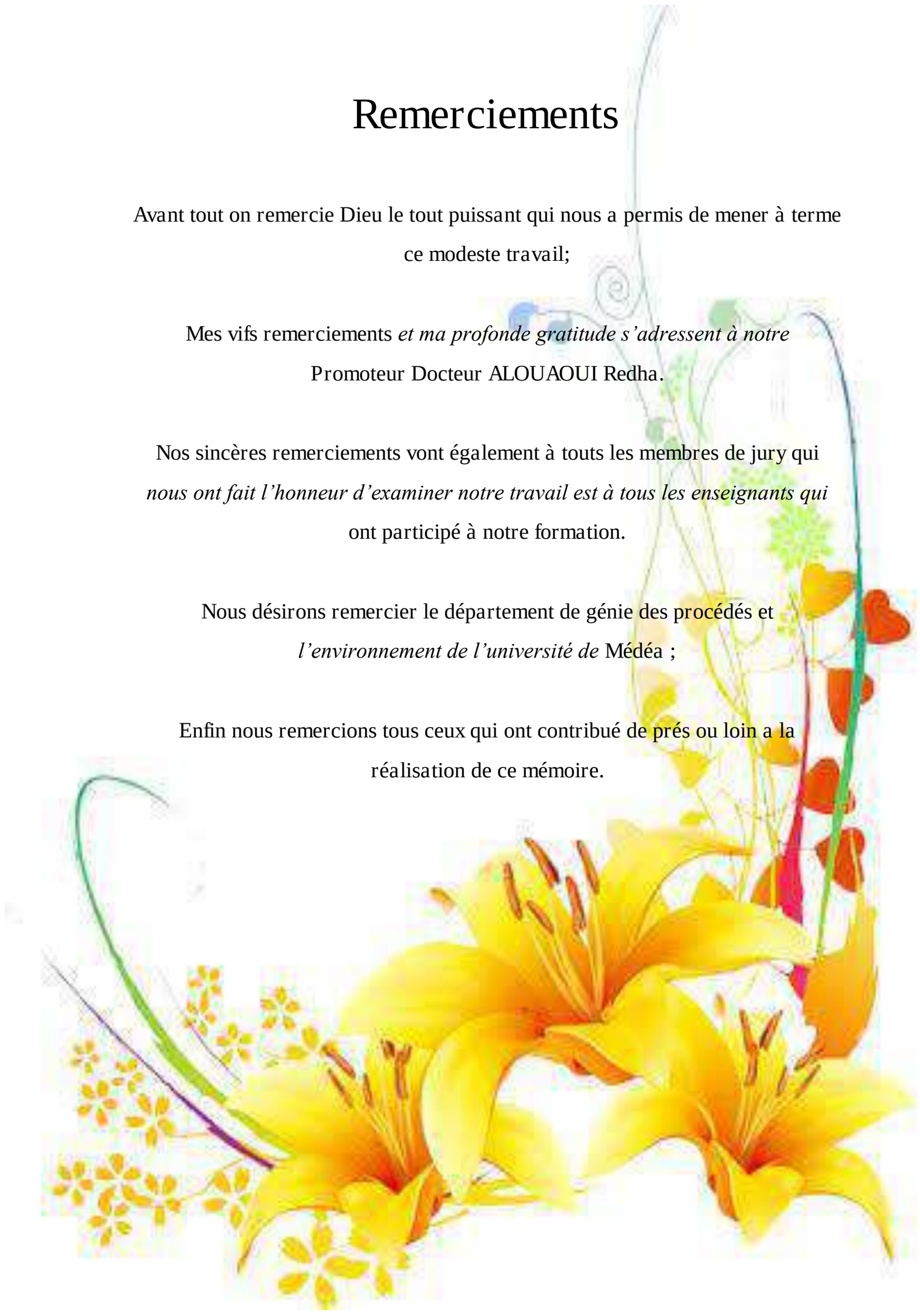
Avant tout on remercie Dieu le tout puissant qui nous a permis de mener à terme ce modeste travail;

Mes vifs remerciements *et ma profonde gratitude s'adressent à notre* Promoteur Docteur ALOUAOUI Redha.

Nos sincères remerciements vont également à touts les membres de jury qui *nous ont fait l'honneur d'examiner notre travail est à tous les enseignants qui* ont participé à notre formation.

Nous désirons remercier le département de génie des procédés et *l'environnement de l'université de* Médéa ;

Enfin nous remercions tous ceux qui ont contribué de prés ou loin a la réalisation de ce mémoire.



Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

*A l'homme de ma vie, mon exemple éternel, mon soutien moral et source de joie et de bonheur celui qui s'*est toujours sacrifié pour me voir réussir, que dieu te grade dans son vaste paradis,

A toi mon Père

La lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, ma vie et mon bonheur ;

*Maman que j'adore Aux personnes dont j'ai bien aimé la pr*ésence dans ce jour,

Mes très cher(e)s sœur et frère ;

Mes très cher(e)s cousins et cousines ;

Ma très chère collègue Saliha et toute sa famille ;

Et à toute la famille Bousaadi et Zaoui Je dédie ce travail

A ceux que le grand plaisir leurs revient en premier lieu pour leurs conseils, aides, et encouragements

A mes très chers amis sans oublier tous les professeurs de Génie des Procédés

Tous ceux connaissant Zineb de près ou de loin

Zineb

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

A l'homme de ma vie, mon exemple éternel, mon soutien moral et source de joie et de bonheur celui qui s'est toujours sacrifié pour me voir réussir, que dieu te grade dans son vaste paradis,

A toi mon Père

La lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, ma vie et mon bonheur ;

Maman que j'adore Aux personnes dont j'ai bien aimé la présence dans ce jour,

A mon marie Zouhir

Mes très cher(e)s sœur et frère ;

Ma très chère collègue Zineb et toute sa famille ;

Et à toute la famille Mouloudi Je dédie ce travail

A ceux que le grand plaisir leurs revient en premier lieu pour leurs conseils, aides, et encouragements

A mes très chère amis sans oublier tous les professeurs de Génie des Procédés

Tous ceux connaissant Saliha de près ou de loin

Saliha

Résumé :

Le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement des fluides micropolaires. Ces derniers sont des solutions contenant des microparticules en suspension dans un fluide à base classique telle l'eau. Grâce à leurs propriétés améliorées de transfert thermique, les fluides micropolaires peuvent être utilisés dans une multitude d'applications en ingénierie : l'industrie automotrice, le génie biomédical, le refroidissement des éléments électroniques...etc., et même en milieu poreux rendant la complexité extrême comme deuxième niveau.

Ce travail étudie principalement l'étude numérique des équations d'un fluide micropolaire sur le transfert de chaleur et massique dans le flux de la couche limite laminaire constante sur un solide mobile vertical et perméable, Une étude paramétrique des paramètres physiques est réalisée pour montrer leur influence sur les différents profils.

Mots-clés : Les fluides Micropolaires, Magnétohydrodynamique, couche limite, et transfert thermique et massique.

الملخص:

أدت الحاجة إلى تحسين انتقال الحرارة من السوائل إلى تطور السوائل الميكروبولية. هذا الأخير عبارة عن محاليل تحتوي على جزيئات دقيقة معلقة في سائل تقليدي مثل الماء. بفضل خصائص النقل الحراري المحسنة الخاصة بهم، يمكن استخدام سوائل الميكروبولار في العديد من التطبيقات الهندسية: صناعة السيارات، الهندسة الطبية الحيوية، تبريد العناصر الإلكترونية ... إلخ، وحتى في صناعة الوسائط المسامية التعقيد الشديد باعتباره المستوى الثاني.

يدرس هذا العمل بشكل أساسي الدراسة العددية لمعادلات سائل ميكروبولار على انتقال الحرارة والكتلة في تدفق الطبقة الحدودية الثابتة على مادة صلبة رأسية ونفاذة متحركة، يتم إجراء دراسة حدية من المعلمات المادية لإظهار تأثيرها على ملامح مختلفة.

الكلمات المفتاحية: السوائل الدقيقة، الديناميكا المغناطيسية، الطبقة الحدودية، وانتقال الحرارة والكتل.

Abstract:

The need to improve the heat transfers of fluids gave rise to the development of micropolar fluids. These are solutions containing microparticles suspended in a conventional based fluid such as water. Thanks to their improved thermal transfer properties, micropolar fluids can be used in a multitude of applications in engineering: automotive industry, biomedical engineering, cooling of electronic elements, etc., and even in porous media making extreme complexity as a second level.

This work mainly studies the numerical study of the equations of a micropolar fluid on the heat and mass transfer in the flow of the constant laminar boundary layer on a vertical and permeable mobile solid, A parametric study of the physical parameters is carried out to show their influence on the different profiles.

Keywords: Micropolar fluids, magnetohydrodynamics, boundary layer, and thermal and mass transfer.

Sommaire :

Remerciements…… **i**
Dédica*ce*……..…… **ii**
Résumés ..... **iii**
***Nomenclature*……..……** **iv**
Liste des Figures…… **v**
Liste des Tablea*ux*…….. .vi
Introduction Générale
Chapitre I : Couche limite et Convection naturelle
I.1 introduction……..….. 01
I.2. Concept la couche limite …… 03
I.3. Définition de la couche limite…… 04
I.4. Types de la couche limite ……... 05
I.4.1. Couche limite *dynamique* ……..……. 05
I.4.2. Couche li*mite thermique* …… 06
I.5. La couche limite en convection libre (naturelle) et convection forcée. …… 08
I.5 .1. Convection libre laminaire externe ……..…….. 09
I.5 .1.1. Équations de couche limite en *écoulement laminaire* ……..…… 09
I.5 .1.2. Formulation adimensionnée et critères *de similitude* ……. 11
I.5 .2. Couche limite en *convection forcée* …… 15
I.5 .2.1. Équations de la couche limite thermique laminaire ……. 15
I.5 .2.2. Forme adimensionnée *des équations* ……... 18
I.6. Conclusion …… 22
Chapitre II : les fluide micropolaires
II.1. Introduction…… 24
II.2. Fluides micropola*ire*…….. 24
II.2.1.Unflux de fines par*ticulaires*…….. 24
II.2.1.1. Cristaux liquides…….. 24
II.2.1.1.1. La phase néma*tique*…….. 25
II.2.1.1.2. Les phases *smectiques*……. 25
II.2.1.1.2. Les phase cholestér*iques*……. 26
II.2.1.1.3. La phase colon*naire*……. 27
II.2.1.2. Les polymère*s*…….. 27
II.2.1.3. Colloïdes…… 28
- Classification des co*lloïdes*…… ……. 29
- Forme de particule co*lloïdale*…….... …… 29
- Les forces agissantes sur les particules colloïdales……..... 30

II.2.1.4. Sang…….. 30
II.2.2.5. Liquide synovial ou liquide arti*culaire humain*…… 31
II.2.2. Modèles rhéologique des fluide*s micropolaires*…… 31

II.2.2.1. Modèles avec contrai*nte seuil*…… 32
- *Modèle d'Herschel-Bulkley*…….. 32
- *Modèle de Bingham*…….. 33

II.2.2.2. Modèle sans contrain*te seuil*……. 33
- Modèle loi de puissance…… 33
- Mod*èle de crosse (1965)* ……. 34

II.3. Caractéristiques générales d'un fluide micropolaire…….. 35

II.3.1. Mesure des caractéristiques rhéolog*iques des fluides*…… 35

II.3.2. Viscosité du vortex……. 35

I1.3.3. Micro-rotation (vo*rtex)*……. 36

II.4. Principaux paramètre affectant la viscos*ité*……. 37

A. Effets de température et *de pression*……. 37

II.5. Flux diffusif dans un mélange binaire…….. 38

II.5.1. Source d'entropie……. 38

II.5.2. Relations linéaires entre les flux et les affinités…… 39

II.5.3. Conductivité thermique du mélange …….. 40

II.5.4. Coefficient de diffusion et de thermodiffusion ……. 40

II.5.5. Positivité de la source d'entropie …….. 41

II.5.6. Effet Soret et Dufour……. 41

II.6. Con*clusion*…….. 42

Chapitre III :

Modélisation mathématique et Résultats et Discussions

III.1. Modélisation mathématiq*ue*…… 48

III.2. Transfert thermique et massique en convection naturelle sur une plaque *verticale en mouvement en présence d'une radiation thermique*……. 48

III.2.1. Formulation du problème……. 49

III.3 Résultats et discussions……. 52

III.3.1. Effet du rayonnement thermique……. 52
- Profils de température…… 52
- Profils de vitesse……. 53
- Profils de concentration…….. 53
- Variation du coefficient de frottement mécanique…….. 54
- Variation du nombre de Sherwood…….. 55

IV. Conclusion gén*érale*…….. 66

V. Références bibliographiques…….. 67

LISTE DES ABREVIATIONS

Nomenclature et symboles

B_0 L'intensité du champ magnétique [Tesla]

C : Concentration [mole /m^3]

C_f : Coefficient de frottement mécanique [/]

C_p : Chaleur spécifique à pression constant du fluide [J/K_g.k]

C_w : Concentration de paroi [mole/m^3]

C_∞ : Concentration du fluide à l'infini [mole/m^3]

D : Est la diffusivité de massique [m/ s^2]

E_c : Nombre d'ECKERT [/]

F : Fonction de vitesse adimensionnelle [/]

g : L'accélération gravitationnelle [m^2/s]

h : La micro rotation adimensionnelle [/]

Ha : Nombre de Hartmans [/]

Gr : Nombre de Grashof [/]

j : La densité de micro-inertie [w / m^2]

K: paramètre matériel [/]

N : La composé de vecteur de micro rotation qui est normale de plan x-y [/]

Nu : Nombre de Nuselt [/]

Pr : Nombre de prandt [/]

q : Le flux radiatif [/]

q_w :Le flux thermique surfacique [w/m]

q'_w :Le flux massique surfacique [w/m]

Re : Nombre de Reynolds [/]

Sc : Nombre de Schmidit [/]

Sh : Nombre de Sherwood [/]

T : Température [K]

T_w : Température de paroi [K]

T_{∞} : Température du fluide à l'infini [K]

u : Composant de vitesse selon x [m /s]

v : Composant de vitesse selon y [m /s]

x.y : Coordonnées cartésiennes [m]

Lettres Grecques :

α : La diffusivité thermique moléculaire du milieu[m^2/.s]

β : Le coefficient d'expansion thermique de fluide [1/K]

β^* : Le coefficient d'expansion massique [1/mole]

g : La viscosité de gradient de rotation [m^2/s]

d_h : Epaisseur de la couche limite [m]

d_m : Epaisseur de la couche limite massique [m]

d_{th} : Epaisseur de la couche limite thermique [m]

η : Variable de similarité [/]

q : Température adimensionnelle [/]

γ : La viscosité du gradient de rotation [m^2/s]

μ : La viscosité dynamique [Kg /. m. s]

ν : Viscosité cinématiquec [m^2/.s]

ρ : Masse volumique [kg/ m^3]

σ : Conductivité électrique du fluide [$\Omega^{-1}.m^{-1}$]

σ^* : Constant de Stefan – Boltzmann [w/ $m^2.K^4$]

ϕ : Concentration adimensionnelle [/]

F : Fonction de dissipation visqueuse [1/s]

τ_w : La contrainte de cisaillement surfacique [/]

LISTE

DES FIGURES

Liste des figures

Chapitre I :

Figure I.1 : Couches limites dynamique sur une plaque plane

Figure I. 2. Développement d'une couche limite massique le long d'une plaque plane

Figure I.3 : convection forcée

Figure I.4 : convection naturelle

Figure I.5 : Plaque plane verticale : choix des coordonnées x et y

Figure I.6 : couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique : (a) profils de vitesse, (b) profils de température

Chapitre II :

Figue II.1 : Phases mésomorphes des cristaux liquides

Figure II.2 : Représentation de la phase N où les molécules sont orientées selon un $\vec{n}$ directeur n et image au MOP d'une texture de type Schlieren pour la phase N

Figure II.3 : Positionnement et orientation des molécules dans une phase cholestérique.

Figure II.4 : Texture Cholestérique.

Figure II.5 : Orientation des molécules dans une phase colonnaire.

Figure II.6 : la vitesse de cisaillement dépend de la viscosité η .

Figure II.7 : Représentations du modèle pour les particules non sphériques.

Figure II.8 : Illustration simplifiée de la composition principale du sang,

Figure II.9 : Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang

Figure II.10 : Lois de comportements rhéologiques usuelles.

Figure II.11 : Illustration simplifiée de la composition principale du sang

Figure II.12 : Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang

Figure II.13: Représente les rhéogrammes (courbes en fonction de pour les différents comportements usuels décrit ci-dessus).

Chapitre III :

Figure III .1 : Modèle physique en présence d'un flux radiatif

Figure III.2 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x = 2.0, N=3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.3 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.4 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de N (Gr_x = 2.0, Gm_x= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.5 : Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.6 : Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.7 : Variation du profil de température pour différentes valeurs de N (Gr_x = 2.0, Gmx= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.8: Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.9 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

Figure III.10 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de N (Gr_x= 2.0, Gm_x=2.0, Sc =0.6, Pr=0.71)

Figure III.11 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Sc (Gr_x = 2.0, Gmx= 2.0, N =3.0, Pr= 0.71)

Figure III.12 : Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes valeurs de N (Gr_x = 0.2, Gm_x =0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71)

Figure III.13 : Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes Figure III.14 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de N (Gr_x = 0.2, Gm_x =0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71) valeurs de Sc (Gr_x = 0.2, Gm_x =0.1, N = 5.0, Pr = 0.71)

Figure III.15 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Sc (Gr_x = 0.2, Gm_x =0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)

Figure III.16 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x =0.2, N = 5.0, Sc=0.6, Pr = 0.71)

Figure III.17 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de N (Gm_x =0.2, Gr_x = 0.2, Sc=0.6, Pr = 0.71)

Figure III.18 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 0.2, Sc=0.6, N = 5.0, Pr = 0.71)

Figure III.19 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de Sc (Gr_x = 0.2, Gm_x=0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)

LISTE

DES TABLEAUX

Liste des tableaux

Chapitre II :

Tableau II.1 : les force se concentrent sur les suspensions de colloïdes (Adapté par Russel et al).

Tableau II.2 : Modèles rhéologiques décrivant l'écoulement de fluides à contrainte critique

Tableau II.3 : Lois rhéologiques de fluides ne présentant pas de contrainte critique (d'après Midoux (1988))

Tableau II.4 : Relation de différents coefficients de viscosité

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale :

De nos jours, l'un des objectifs de la recherche scientifique dans les industries se rapporte à la résolution des questions relatives aux économies des opérations de transformations d'énergie pour atteindre l'optimum. Dans ce contexte, les études menées se fixent comme objectifs une connaissance détaillée et fiable du comportement des systèmes complexes induits par des matériaux ou fluides nouveaux et en présence des phénomènes de plus en plus variés et induisant des mécanismes nouveaux.

Chapitre I

Couche limite et Convection naturelle

I.1.Introduction

Dans ce chapitre est consacré à l'étude de la couche limite tant au niveau de l'écoulement dynamique que thermique ; on y à rappelle aussi ce que caractérisé la couche limite en convection libre (naturelle) et convection forcée.

I.2 : concept La couche limite

Considérons l'écoulement d'un fluide avec une vitesse à l'infini amant U_∞, et une température T_∞ sur une plaque plane à une température p_T. Au voisinage de la paroi, les valeurs de la vitesse et de la température sont différentes de celles de l'écoulement à potentiel et varient en fonction de la distance à la paroi y. Cette zone de gradients de vitesse et de température est appelée couche limite. Elle résulte d'un échange de quantité de mouvement et de chaleur entre le fluide et la paroi. Son épaisseur est généralement petite par rapport à l'ensemble de l'écoulement. On distingue deux types de couche limite : la couche limite dynamique et la couche limite thermique. [1]

I. 3 : Définition de la couche limite

On définit généralement la couche limite comme une région de faible épaisseur produite par l'écoulement d'un fluide visqueux en présence d'un obstacle. Une couche limite est qualifiée de laminaire, quand la valeur du nombre de Reynolds $\Re_{e_x}$ (ordre de grandeur du rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses) est inférieur à une valeur critique, d'environ 3×10^5; dans le cas contraire elle est qualifiée de turbulente.

Les premières mesures effectuées dans la couche limite turbulente (Townsend 1951 ; Klebanoff 1954; Laufer 1954; Kovaszney 1967) ont permis de distinguer différentes régions, décrites par des grandeurs cinématiques caractéristiques différentes.

Dans la région de proche paroi, les grandeurs cinématiques sont généralement reliées aux paramètres internes de la couche limite, à savoir u_τ, la vitesse de frottement à la paroi et ν la viscosité cinématique du fluide. On définit ainsi les grandeurs adimensionnelles telles que la vitesse moyenne $\overline{U}^+$ et la distance y^+ par : $\overline{U}^+ = \overline{U}/u_\tau$ et $y^+ = yu_\tau/\nu$.

Dans la région externe, d'autres paramètres peuvent intervenir comme δ l'épaisseur de la couche limite et U_∞ la vitesse de l'écoulement à l'extérieur. Ainsi le profil de vitesse moyenne dans la couche limite turbulente permet de distinguer trois régions :

- La sous couche visqueuse, valable pour $0 \le y^+ \ge 5$ où la contrainte visqueuse est supérieure à la contrainte turbulente. Dans cette région le profil de vitesse moyenne est linéaire, $\overline{U}^+ = y^+$.
- Une deuxième région, où la production et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente sont dominantes. Elle se compose d'une "zone tampon" appelée aussi "buffer layer" valable pour $5 \le y^+ \ge 30$ et d'une zone logarithmique définie par

$$\overline{U}^+ = \frac{1}{k} \mathrm{L}n y^+ + B,$$

  Valable pour $30 \le y^+ \ge 200$. κ Étant la constante universelle de Von Karman et B une constante voisine de 5. La sous couche visqueuse et cette deuxième région constituent la région interne de la couche limite turbulente et qui correspond à la zone $y \le 0{,}2\delta$.
- Une région externe où la structure de l'écoulement est entièrement contrôlée par la turbulence. Elle est valable pour $y/\delta \ge 0.2$. Dans cette région, on parle de loi de vitesse déficitaire qui est donnée par:

$$\text{Universelle } \frac{U_\infty - \overline{U}}{u_\tau} = \Phi\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

  Où $U_\infty - \overline{U}$, présente le déficit de vitesse par rapport à la vitesse extérieure. La fonction Φ, n'est pas car elle peut être influencée par de nombreux paramètres comme le gradient de pression, le nombre de Reynolds ou les conditions de développement de la couche limite en amont de l'abscisse x.

  Notons que la transition entre ces différentes régions nécessite un recouvrement des profils de vitesse valables dans deux régions voisines. [2]

I. 4 : types de la couche limite

Les types de la couche limite est :

I. 4.1 : couche limite dynamique

Pour introduire le concept d'une couche limite, on considère un écoulement sur la plaque plane de la figure I.1**.** Lorsque les particules de fluide entrent en contact avec la surface, leur vitesse est réduite de manière significative par rapport à la vitesse du fluide en amont de la plaque, et dans la plupart des cas, il est valable de supposer que la vitesse de la particule est égale à zéro à la paroi. Ces particules agissent alors pour retarder le mouvement des particules dans la couche de fluide adjacente, qui servent à retarder le mouvement des particules dans la couche suivante, et ainsi de suite jusqu'à ce que, à une distance $y = \delta$ à partir de la surface, l'effet devient négligeable. Ce retard de mouvement est associé à des contraintes de cisaillement τ agissant dans des plans qui sont parallèles à la vitesse du fluide (figure I.1). Avec l'augmentation de la distance y à partir de la surface, la composante de vitesse du fluide u selon l'axe X, doit alors augmenter jusqu'à ce qu'elle se rapproche de la valeur limite. U_∞ L'indice ∞ est utilisé pour désigner les conditions dans l'écoulement libre en dehors de la couche limite. La quantité δ est dite l'épaisseur de la couche limite, et il est généralement définie comme la valeur de y pour lequel $u = 0.99\ U_\infty$. Le profil de vitesse de la couche limite se rapporte à une manière dans laquelle u varie avec y à travers la couche limite. [3].

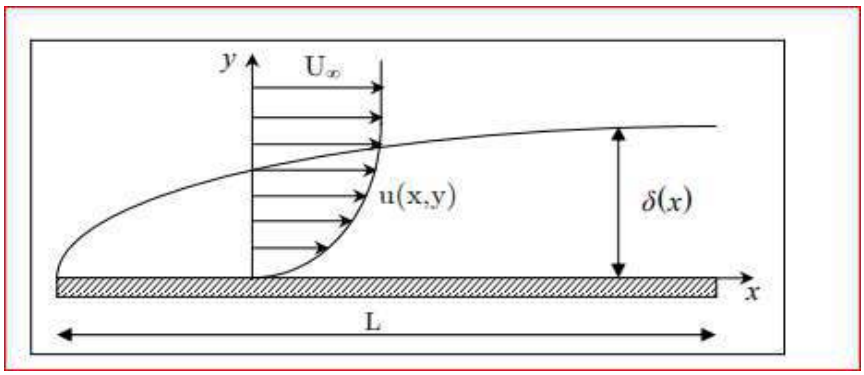


Figure I.1 : Couches limites dynamique sur une plaque plane [3]

En conséquence, l'écoulement du fluide est caractérisé par deux zones distinctes, une couche mince de fluide (la couche limite)

dans lequel des gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont grandes et une région en dehors de la couche limite dans laquelle les gradients de vitesse et les contraintes de cisaillement sont négligeables.

Avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de la viscosité pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite se développe (δ Augmente avec X). En mécanique des fluides, la couche limite joue un rôle important dans les écoulements à travers les conduites à cause de contraintes de cisaillement τ_S , et donc les effets de frottement en sont des conséquences. Pour les écoulements, ce taux fournit la base de détermination du coefficient de frottement local.

$$C_f \equiv \frac{\tau_S}{pu_\infty^2 / 2} \qquad \text{(I.1)}$$

Un paramètre essentiel dont lequel la trainée de frottement de surface peut être déterminée. En supposant un fluide Newtonien, la contrainte de cisaillement surfacique peut être évaluée à partir du gradient de vitesse à la surface.

$$\tau_S = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \qquad \text{(I.2)}$$

Ou est la viscosité dynamique dans la couche limite dynamique, le gradient de vitesse à la surface dépend de la distance X en amont de la plaque. Par conséquent, la contrainte de cisaillement surfacique et le coefficient de frottement aussi dépend de X. [3]

I. 4.2 : Couche limite thermique

Quand il ya un écoulement du fluide devant un surface, une couche limite thermique doit se développer s'il existe une différence de température entre le fluide et la surface.
Considérons un écoulement sur une plaque plane isotherme (Figure I.2).

Lorsque l'air se déplace devant la surface d'une flaque d'eau, l'eau liquide s'évapore, et la vapeur d'eau sera transférée dans le courant d'air. Ceci est un exemple de transfert de masse par convection. Considérons un mélange binaire d'espèces chimiques A et B, qui circule sur une surface (figure I.3).

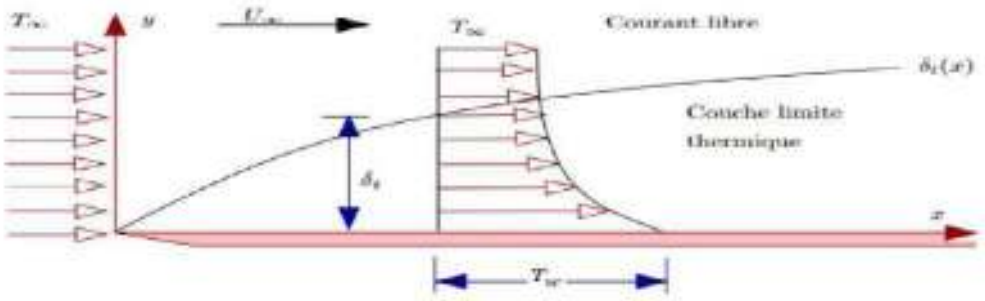


Figure I. 2. Développement d'une couche limite massique le long d'une plaque plane [3]

La concentration molaire $\left(\mathrm{kmol/m^3}\right)$de l'espèce A est à la surface $C_{A,S}$, et dans le courant libre, il est libre $C_{A,\infty}$. Si $C_{A,S}$ diffère de $C_{A,\infty}$. Le transfert de l'espace chimique A par convection se produit. Par exemple, une espèce peut être une vapeur qui est transférée dans un courant de gaz (espèce B) due à l'évaporation à la surface du liquide (comme dans l'exemple de l'eau) ou en raison de la sublimation à une surface solide. Dans ce cas, une couche limite de concentration se développe et qui est similaire à la couche limite dynamique et thermique. La couche limite massique est la zone du fluide dans laquelle le gradient de concentration existe, l'épaisseur est typiquement définie comme la valeur de y pour que $\left[\left(C_{A,S}-C_A\right)/\left(C_{A,S}-C_{A,\infty}\right)\right]=0.99$ Avec l'augmentation de la distance du bord d'attaque, les effets de transfert massique pénètrent plus loin dans le courant libre et la couche limite massique évolue. Le transfert massique par convection entre la surface et le fluide est déterminé par des conditions dans la couche limite, et il est intéressant de déterminer le taux de transfert produit. Cas particulier, pour le flux molaire de l'espèce chimique A, il est utile de savoir que ce flux associé avec le transfert de l'espèce par la diffusion est déterminée par une expression qui est analogue à la loi de Fourier, nommée la loi Fick de la forme:

$$q'' = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y} \qquad \text{(I.6)}$$

Ou D_{AB} est une propriété du mélange binaire appelé le coefficient de diffusion binaire. En tout point correspondant à $y \succ 0$ dans la couche limite de concentration de la figure I.3, le transfert d'espaces est due à la fois au mouvement d'advection et de diffusion. Cependant, en absence de l'effet de l'échelle nano ou macroscopique et l'influence de la diffusion de l'espèce sur la vitesse normale à la surface, le mouvement du fluide à la surface peut être négligé. Le transfert massique est du uniquement à la diffusion, à partir de la loi de Fick, le flux molaire à $y = 0$ est

$$q'' = -D_{AB} \left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0} \qquad \text{(I. 7)}$$

Par analogie du transfert thermique, le coefficient de transfert massique h_m

$$\text{et : } h_m = \frac{-D_{AB} \left. \partial C_A / \partial y \right|_{y=0}}{C_{A,S} - C_{A,\infty}} \qquad \text{(I. 8)}$$

I. 5 : La couche limite en convection libre (naturelle) et convection forcée

Au voisinage des parois, il se crée une couche limite dynamique qui est due au phénomène de diffusion de quantité de mouvement par frottement visqueux. En convection forcée, la couche limite est la zone de fluide compris entre la paroi et les lieux des points ou' la vitesse est de 0,99 fois la vitesse de l'écoulement non perturbé (figure I. 4). En convection naturelle, c'est la zone de fluide comprise entre la paroi et les lieux des points, proche de la zone non perturbée, Ou' la vitesse représente 1% de la vitesse maximale atteinte sur la normale considérée (figure I. 5). [4]

Le champ de température du fluide est perturbé par la présence de la paroi, qui impose des conditions thermiques à l'interface paroi-fluide (flux ou température constante). La couche limite thermique est la zone de fluide comprise entre la paroi et le lieu des points dont l'écart de température avec la paroi comptée sur la normale à la paroi, est 0,99 fois l'écart de température entre la partie du fluide non perturbée et la paroi (figures I. 4 et I. 5). [4]

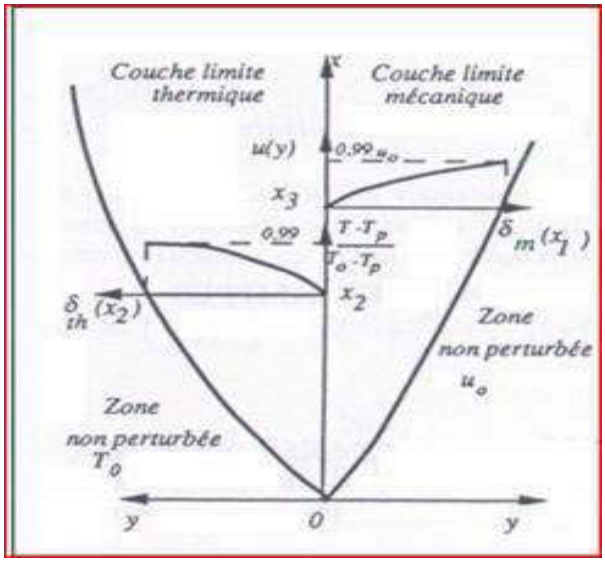


Figure I.3 : convection forcée [4]

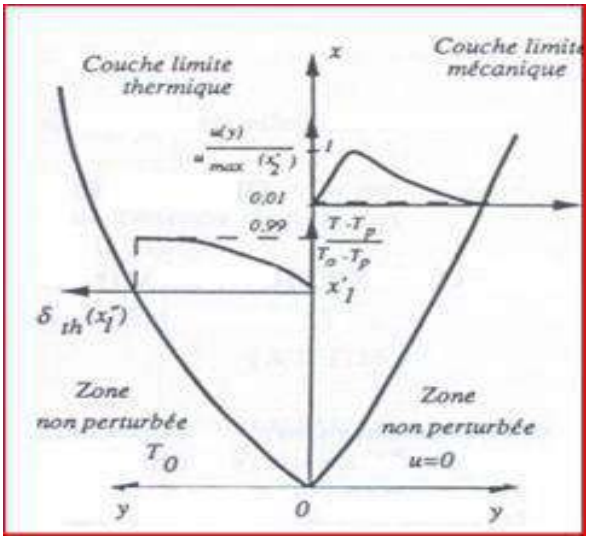


Figure I.4 : convection naturelle [4]

I.5 .1. Convection libre laminaire externe

I.5 .1.1. Équations de couche limite en écoulement laminaire

Plaçons-nous à présent dans un cadre un peu plus général que celui du paragraphe précédent : on considère toujours une paroi verticale, et un fluide immobile et isotherme au loin ; mais nous n'imposerons pas de restrictions particulières à la température de paroi T_P, qui pourra donc dépendre de x.

Voyons alors ce que deviennent les équations générales, En nous limitant ici à la zone d'écoulement laminaire :

$$\mathrm{div}\vec{V} = 0 \qquad \text{(I. 9)}$$

$$\vec{V}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}T} = a\Delta T \qquad \text{(I. 10)}$$

$$\vec{V}\cdot\overrightarrow{\overrightarrow{\mathrm{grad}}\vec{V}} = \frac{\rho-\rho_\infty}{\rho_\infty}\vec{g} - \frac{1}{\rho_\infty}\overrightarrow{\mathrm{grad}\,p^*} + v\Delta\vec{V} \qquad \text{(I. 11)}$$

$$\overrightarrow{V}\cdot\overrightarrow{\overrightarrow{\text{grad}}}\overrightarrow{V} = -\beta(T - T_\infty)\overrightarrow{g} - \frac{1}{\rho_\infty}\overrightarrow{\text{grad}}\,p^* + v\Delta\overrightarrow{V} \qquad \text{(I. 12)}$$

Les caractéristiques observées de l'écoulement à proximité de la paroi autorisent à conserver les approximations de la couche limite dynamique, à savoir : [5]

$$V \prec\prec U \quad \text{Et} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \prec\prec \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \qquad \text{(I. 13)}$$

Par contre, on prendra garde au fait que $\partial U/\partial x$ n'est pas toujours négligeable devant $\partial U/\partial y$: au voisinage du maximum U_m on a en effet et $\partial U/\partial x \neq 0$. Le même problème se rencontre d'ailleurs dans les jets pariétaux ou dans les zones de décollement.

Quoi qu'il en soit, il résulte de (I. 13) que l'équation de continuité est inchangée, et que dans l'équation de quantité de mouvement selon x, le terme $\partial^2 U/\partial x^2$ disparaît.

En ce qui concerne la pression, vu la lenteur de l'écoulement on admettra que les gradients de pression induits par le champ de vitesse sont faibles. Autrement dit, la pression motrice p^* obéit à la loi de la statique, comme dans le fluide au loin, ce qui s'exprime par :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,p^* \approx 0 \qquad \text{(I. 14)}$$

Enfin, dans la couche limite thermique, les approximations (1.4) restent justifiées :

$$\frac{\partial T}{\partial x} \prec\prec \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \prec\prec \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \text{(I. 15)}$$

Ce qui se traduit simplement par la disparition du terme $\partial^2 T/\partial x^2$ dans l'équation d'énergie.

Le regroupement des conditions précédentes va nous conduire aux équations de couche limite en convection libre laminaire. Mais préalablement il faut régler un petit problème qui concerne le terme en $\overrightarrow{g}$.

Si on se trouve dans le cas $T_p \succ T_\infty$, l'écoulement se fait vers le haut. On choisit alors pour $\vec{x}$ la même direction (fig. 5.4), de sorte que $\vec{g} = -g\vec{x}$ (la pesanteur est dirigée vers le bas !) et le terme en g devient $+\beta(T - T_\infty)g$.

Au contraire, avec $T_p \prec T_\infty$, l'écoulement est descendant, et on préfère encore prendre $\vec{x}$ dans le sens du mouvement. Cette fois $\vec{g} = +g\vec{x}$, et le terme en $\vec{g}$ s'écrit $-\beta(T - T_\infty)g$.

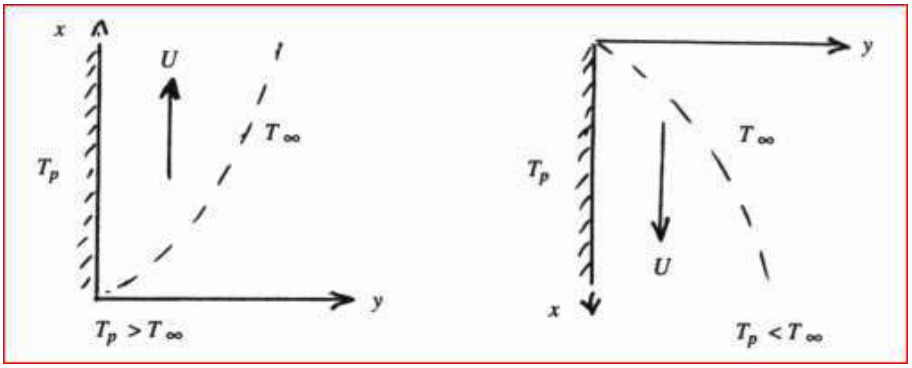


Figure I.5: Plaque plane verticale : choix des coordonnées x et y . [5]

Finalement les équations (I.9 - I. 10 - I. 11 - I. 12) deviennent donc :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \qquad \text{(I. 16)}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + v\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \qquad \text{(I. 17)}$$

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \text{(I. 18)}$$

I.5 .1.2. Formulation adimensionnée et critères de similitude

Les paramètres sans dimension qui régissent l'écoulement de convection naturelle et le transfert de chaleur pour une plaque verticale sont de la forme. [3]

$$x^* \equiv \frac{x}{L}, y^* \equiv \frac{y}{L}, u^* \equiv \frac{u}{u_0}, v^* \equiv \frac{v}{u_0}, T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_S - T_\infty}$$

Ou L est une longueur caractéristique et u_0 est une vitesse de référence, les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I. 17, I. 18) sont réduites :

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_S - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \qquad \text{(I. 19)}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L \, Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \qquad \text{(I. 20)}$$

Le paramètre sans dimension dans le premier de la cote droite de l'équation (I. 20) est une conséquence directe de la force de flottabilité. La vitesse de référence u_0 peut être spécifiée afin de simplifier la forme de l'équation. Il est convenable de choisir $u_0^2 = g\beta(T_S - T_\infty)L$, de sorte que le terme multipliant T^* devient l'unité. Alors Re_L devient $\left[g\beta(T_S - T_\infty)L^3/v^2\right]^{1/2}$.

Il est d'usage de définir le nombre de Grashof Gr_L comme le carré de ce nombre de Reynolds :

$$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_S - T_\infty)L^3}{v^2} \qquad \text{(I. 21)}$$

En conséquence, Re_L dans les équations (I. 20) et (I. 21) est remplacé par $Gr_L^{1/2}$, et ainsi le nombre de Grashof (ou plus précisément, $Gr_L^{1/2}$) joue le même rôle dans la convection libre que le nombre de Reynolds joue en convection forcée. Basé sur la forme résultant des équations (I. 20) et (I. 21), nous nous prédisons des corrélations de transfert de chaleur de forme $Nu_L = f(Gr_L, Pr)$ en convection libre.

Rappelons que le nombre de Reynolds permet de mesurer le rapport de forces d'inertie aux forces visqueuses agissant sur un élément de fluide. En revanche, le nombre de Grashof est mesure du rapport entre les forces de flottabilité et forces de la viscosité agissant sur le fluide.[3]

De nombreuses solutions aux équations de couche limite de convection libre laminaire ont été obtenues, et un cas particulier qui a reçu beaucoup d'attention implique convection libre à partir d'une surface verticale isotherme dans un milieu libre. Pour cette géométrie les équations (I. 16 - I. 18) doivent être résolues sous des conditions aux limites de forme :

$$\begin{aligned} &y = 0 : u = v = 0, T = T_S \\ &y \to \infty : u \to 0, T \to T_\infty \end{aligned} \qquad \text{(I. 22)}$$

Une solution de similarité au problème ci-dessus a été obtenue par Ostrach. La solution nécessite le recours à des variables de transformation par l'introduction de variable de similarité de la forme :

$$\eta \equiv \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \qquad \text{(I. 23)}$$

Et représentant les composantes de vitesse en termes d'une fonction de courant définie comme :

$$\psi(x, y) \equiv f(\eta)\left[4v\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}\right] \qquad \text{(I. 24)}$$

Avec la définition précédente de la fonction de courant, la composante de vitesse selon x peut être exprimée comme :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{2v}{x} Gr_x^{1/2} f'(\eta) \qquad \text{(I. 25)}$$

L'évaluation de la composante de vitesse d'une manière $v = -\partial\psi/\partial x$ et en introduisant la température adimensionnée

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{T_S - T_\infty} \qquad \text{(I. 26)}$$

Les trois équations aux dérivées partielles (I. 16 - I. 18) peuvent ensuite être réduites à deux équations différentielles ordinaires de la forme

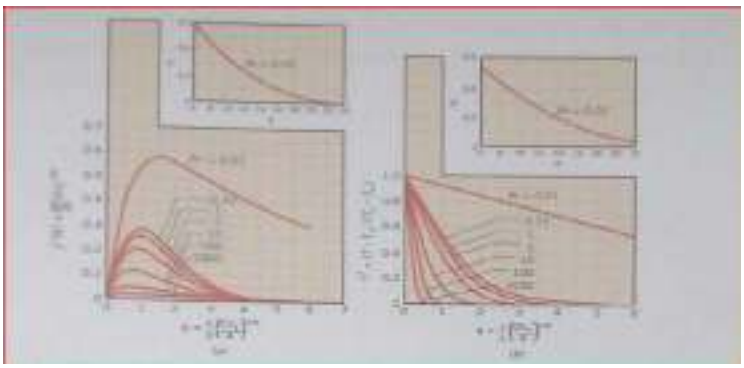
$$f''' + 3ff'' - 2(f')^2 + T^* = 0 \qquad \text{(I. 27)}$$

$$T^{*''} + 3Pr\ fT^{*'} = 0 \qquad \text{(I. 28)}$$

Ou f et T^* sont des fonctions de η et que les exposants doubles et triples respectivement, se rapportent à la deuxième et troisième dérivée par rapport à η. Notez que f est la variable dépendante correspondante à la couche limite dynamique et que l'équation de continuité (I. 16) est automatiquement satisfaite au moyen de l'introduction de la fonction de courant.

Les conditions aux limites transformées nécessaires pour résoudre les équations de quantité de mouvement et de l'énergie (I. 17 -I. 18) sont alors de la forme

$$\eta = 0 : f = f' = 0; T^* = 1$$
$$\eta \to \infty : f' \to 0, T^* \to 0 \qquad \text{(I. 29)}$$



FigureI.6 : Couche limite en convection libre laminaire sur une plaque verticale isothermique : (a) profils de vitesse, (b) profils de température [3]

La solution numérique a été obtenue par Ostrach, et des résultats sélectionnés sont montrés dans la figure (I.8). Utilisant la loi de Newton pour le coefficient de convection local h, le nombre Nusselt local peut être exprimé comme :

$$Nu_X = \frac{hx}{k} = \frac{\left[q'_S/(T_S - T_\infty)\right]x}{k} \qquad \text{(I. 30)}$$

On peut aussi exprimer le nombre du Nusselt local sous la forme adimensionnée comme suit :

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} \qquad \text{(I. 31)}$$

I.5 .2. Couche limite en convection forcée :

I.5 .2.1 Équations de la couche limite thermique laminaire

Il s'agit maintenant de dépasser l'aspect qualitatif et d'envisager le calcul du champ de température au voisinage de la paroi, qui permettra en particulier d'atteindre le flux de chaleur φ_P à la surface. [6]

Mais nous n'imposerons aucune contrainte particulière à la température de surface :

$T_P = T_P(x)$ Quelconque

Et nous ajouterons une hypothèse concernant le fluide, en admettant qu'il est isochore, et que ses caractéristiques thermo-physiques sont indépendantes de la température, soit :

$\rho = cte$; $\mu = cte$; $\lambda = cte$

D'où : $v = \mu/\rho = cte$ et $a = \lambda/\rho C_P = cte$ (I. 32)

Compte tenu des conditions (1.2a) (I. 31), le bilan d'enthalpie dans le fluide s'exprime par la relation suivante :

$$\rho C_P \vec{V}\overrightarrow{grad}T = \lambda div\overrightarrow{grad}T = \lambda \Delta T \qquad \text{(I. 33)}$$

ou encore sous forme scalaire, dans un écoulement bidimensionnel, et après division par ρC_P :

$$U\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (1.34)$$

Dans la couche limite, cette équation va pouvoir être légèrement simplifiée. En effet, on observe que le gradient thermique reste étroitement localisé à proximité de la surface : si l'abscisse x est mesurée depuis le point de départ du phénomène thermique, on a toujours $\delta_T(x) \prec\prec x$. Quantitativement, cela se traduit par l'existence de gradients de température beaucoup plus importants dans la direction y que dans la direction x. [6]

De cette analyse nous tirerons un principe général en formulant les "hypothèses de la couche limite thermique" :

$$\frac{\partial T}{\partial x} \prec\prec \frac{\partial T}{\partial y} \text{ et } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \prec\prec \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (I.\ 35)$$

A vrai dire, la seconde approximation peut être mise en défaut au voisinage immédiat de la paroi si la température pariétale $T_P(x)$ n'est pas une fonction linéaire de x. Mais la majorité des problèmes se place dans le cadre des approximations (I. 35)

Le second membre de (I. 34) va donc se trouver débarrassé du terme $\partial^2 T/\partial x^2$. Par contre, dans le premier membre, nous ne pouvons opérer aucune comparaison des deux termes dans la mesure où l'on a aussi $V \prec\prec U$ d'après les hypothèses de la couche limite dynamique.

Contentons-nous donc de la simplification précédente, qui donne comme équation d'énergie dans la couche limite :

$$U\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Par ailleurs, on sait que le champ de vitesse est solution des équations de la couche dynamique (équation de continuité plus équations de quantité de mouvement). L'ensemble du phénomène, dynamique et thermique, est finalement décrit par le système suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0 \qquad \text{(I. 36)}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^{*}}{\partial x}+v\frac{\partial^{2}U}{\partial y^{2}} \qquad \text{(I. 37)}$$

$$\frac{\partial p^{*}}{\partial y}=0 \qquad \text{(I. 38)}$$

$$U\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=a\frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}} \qquad \text{(I. 39)}$$

Les choses seraient différentes avec un fluide "thermo dépendant", c'est-à-dire tel que $v=v(T)$. Le fait que la viscosité dépende de la température a pour résultat d'introduire T dans l'équation dynamique (I. 37) et par conséquent de rendre en retour le champ de vitesse dépendant du champ thermique : l'écoulement est cette fois le siège d'un "couplage thermique". L'écriture des équations (I. 37) et (I. 39) devra d'ailleurs être adaptée à cette situation. [6]

Un autre mécanisme de couplage thermique se rencontre quand le fluide répond à "l'hypothèse de Bousinées", à savoir :

$\rho=\rho(T)$, indépendante de p (I. 40)

La masse volumique étant fonction de la température tout en restant indépendante de la pression. Là encore, la température s'introduit dans l'équation dynamique, mais cette fois à travers le premier terme du second membre.

Enfin, on est en présence d'un couplage "fort" quand la viscosité et la masse volumique sont simultanément thermo dépendantes. On observera par contre qu'une conductivité thermique (ou une diffusivité) fonction de T n'est pas à elle seule une cause de couplage. [6]

I.5 .2.2. Forme adimensionnée des équations

Choix de grandeurs de référence, conventionnelles mais significatives du problème physique examiné : longueur L_0 , vitesse V_0 , pression P_0 , écart de température $\Delta T°$ … [6]

Définition de variables adimensionnées :

$$x^+ = \frac{x}{L^0} \ , \ U^+ = \frac{U}{V^0}, \ V^+ = \frac{V}{V^0} \ , \ T^+ = \frac{T}{\Delta T^0} \text{ etc.} \qquad \text{(I. 41)}$$

Le système de référence $\left(L^0, V^0 ...\right)$ est lié au support physique mais réserve une possibilité de choix. Par exemple, puisque l'objet de l'étude est le champ dynamique et thermique dans un plan perpendiculaire à la paroi, on dispose comme longueur caractéristique du phénomène soit de la distance L du plan à l'origine, soit de l'épaisseur locale de couche limite δ *(L)*. Comme δ *(L)* est évidemment connue avec moins de précision que L, on préfèrera L, du moins pour le moment. D'autre part, certaines grandeurs mécaniques et thermiques peuvent être exprimées soit par référence aux scalaires soit par référence aux gradients. [6]

Dans le système de référence aux scalaires, les conventions suivantes sont retenues :

$L^0 = L$ Distance du point considéré à l'origine (fig. 1.1a)

$$V^0 = U_\infty ; \ p^0 = \rho^0 U_\infty^2 ; \Delta T^0 = \left| T_\infty - T_p \right| \qquad \text{(I. 42)}$$

Et au lieu de $T^+ = T / \Delta T^0$, on préfère souvent :

$$T^+ = \frac{\left| T - T_p \right|}{\left| T_\infty - T_p \right|} \equiv \frac{T - T_p}{T_\infty - T_p} \qquad \text{(I. 43)}$$

Où $T_p = T_p(L)$

En ce qui concerne les caractéristiques thermo-physiques, puisque nous admettons ici que ce sont des constantes, on prend évidemment $v^0 = v, a^0 = a, \rho^0 = \rho$. Dans ces conditions : $v^+ = v/v^0 = 1$ et de même $a^+ = 1$ et $\rho^+ = 1$. Nous verrons plus tard ce que l'on peut faire en cas de thermo dépendance. [6]

On constate alors que l'adimensionnement des équations révèle l'existence de deux critères de similitude :

- vis-à-vis de la diffusion de quantité de mouvement (en relation avec les forces de viscosité) :

$$\Gamma_v = \frac{1}{R_L} \; ; \; R_L = \text{nombre de Reynolds} = \frac{U_\infty L}{v} \qquad \text{(I. 44)}$$

- vis-à-vis de la diffusion thermique :

$$\Gamma_a = \frac{1}{Pe_L} \; ; Pe_L = \text{nombre de péclet local} = \frac{U_\infty L}{a} \qquad \text{(I. 45)}$$

En fait, l'usage dans la littérature est de désigner la distance L par x. Cette formulation est ambiguë, puisqu'on identifie ainsi avec le même symbole la variable x des équations (1.5) et la position du plan considéré, choisie et fixée, ce qui conduit à écrire à la place de $\Re_L$ et de Pe_L :

$$R_x = \frac{U_\infty x}{v} ; Pe_x = \frac{U_\infty x}{a} \qquad \text{(I. 46)}$$

Et à résoudre les équations au voisinage de $x^+ = 1$.

Ainsi, le système (1.5) une fois adimensionné devient

$$\frac{\partial U^+}{\partial x^+} + \frac{\partial V^+}{\partial y^+} = 0 \qquad \text{(I. 47)}$$

$$U^+ \frac{\partial U^+}{\partial x^+} + V^+ \frac{\partial U^+}{\partial y^+} = -\frac{\partial p^{*+}}{\partial x^+} + \frac{1}{\Re_L} \frac{\partial^2 U^+}{\partial y^{+2}} \qquad \text{(I. 48)}$$

$$\frac{\partial p^{*+}}{\partial y^{+}} = 0 \qquad \text{(I. 49)}$$

$$U^{+}\frac{\partial T^{+}}{\partial x^{+}} + V^{+}\frac{\partial T^{+}}{\partial y^{+}} = \frac{1}{Pe_{L}}\frac{\partial^{2} U^{+}}{\partial y^{+2}} \qquad \text{(I. 50)}$$

On peut aller plus loin et parler aussi d'un "couplage physique" entre diffusion de quantité de mouvement et diffusion de chaleur, lié à la nature du fluide. Car, in abstracto, ν et a peuvent avoir n'importe quelle valeur, mais dans les faits il n'en va pas ainsi puisque chaque fluide possède des caractéristiques bien déterminées. De sorte qu'il se manifeste également une dépendance dynamique-thermique caractérisée par le rapport sans dimension :

$$\frac{Pe}{R} = \frac{v}{a} = Pr \text{, nombre de Prandtl} \qquad \text{(I. 51)}$$

On rappelle implicitement cette propriété en remplaçant assez souvent Pe par le produit $\Re$ Pr. [6]

Puisque nous en somme au nombre de Prandtl, regardons-le d'un peu plus près et écrivons-le en décomposant v et a dans son expression (I. 51). Il reste après simplification par ρ :

$$Pr = \frac{\mu C_{P}}{\lambda} \qquad \text{(I. 52)}$$

Assez fréquemment aussi, et particulièrement quand on considère l'aspect thermique, on s'intéresse de près à ce qui se passe sur la paroi, c'est-à-dire à la contrainte de surface τ_{p} et au flux de chaleur φ_{p}, qui ont pour expression :

$$\tau_{p} = \mu\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=0} ; \varphi_{p} = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} \qquad \text{(I. 53)}$$

Avec ce nouveau point de vue, on complète alors le système de référence du paragraphe précédent en lui ajoutant deux éléments qui sont des flux de référence à l'abscisse x (ou L), exprimés en valeur absolue :

$q_S^0 = \tau_p$ (Correspondant au flux de quantité de mouvement $\mu \overrightarrow{\overrightarrow{\text{grad}}V}$).

$\varphi^0 = \varphi_p$ (Correspondant au flux de chaleur $\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}$).

Ceci conduit à l'introduction de flux adimensionnés :

$$\left(\mu \overrightarrow{\overrightarrow{\text{grad}}V}\right)^+ = \frac{\mu \overrightarrow{\overrightarrow{\text{grad}}V}}{\tau_p} \text{ et} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}\right)^+ = \frac{\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}}{\varphi_p} \qquad \text{(I. 54)}$$

En réécrivant les équations de la couche limite avec les nouveaux paramètres sans dimension, on voit cette fois apparaître deux autres critères de similitude, relatifs au flux de quantité de mouvement et au flux de chaleur :

- le coefficient de frottement local :

$$C_{fL} = \frac{\tau_p}{\rho U_\infty^2} \qquad \text{(I. 55)}$$

(Équivalent à $1/\Re$)

- le nombre de Stanton local :

$$St_L = \frac{\varphi_p}{\rho C_p U_\infty \left|T_\infty - T_p\right|} \qquad \text{(I. 56)}$$

Si l'on préfère utiliser le coefficient d'échange local hL tel que, en valeur absolue :

$$\varphi_p = h_L \left|T_\infty - T_p\right| \qquad \text{(I. 57)}$$

Alors le nombre de Stanton s'écrit encore :

$$St_L = \frac{h_L}{\rho C_p U_\infty} \qquad \text{(I. 58)}$$

Le coefficient de frottement et le nombre de Stanton sont très utilisés en pratique pour exprimer analytiquement les lois de la convection thermique car ils contiennent les grandeurs τ_p et φ_p qui intéressent prioritairement le praticien. Par contre, on ne se sert à peu près jamais des équations adimensionnées dans lesquelles ils figurent, pour la bonne raison que τ_p et φ_p font généralement partie des termes à calculer, et que par conséquent C_f et St jouent à la fois le rôle de paramètres caractéristiques et d'inconnues, ce qui est malcommode. [6]

Nous devons signaler aussi que l'on remplace encore souvent St par le "nombre de Nusselt" :

$$Nu_L = \frac{hL}{\lambda} = \frac{\varphi_p L}{\lambda |T_\infty - T_p|} = St_L Pe_L \qquad \text{(I. 59)}$$

I.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le transfert de chaleur per convection forcée et convection libre. Le but est de caractériser le flux de chaleur échangé par la convection. L'étude a permis à travers l'analyse des couches limites dynamique et thermique de la paroi plane, pour ce faire, il faut faire une étude du comportement asymptotique à faible nombre de Reynolds permet de mesurer le rapport de forces d'inertie aux forces visqueuses agissant sur un élément de fluide.

Chapitre II

Les fluides micropolaires

II.1. Introduction

Dans ce chapitre nous avons abordé en premier lieu la définition des fluide micropolaires ces fluides portant en sein des microstructures rigides ayant une vitesse angulaire propre ce qui entraine l'apparition de nouvelle contraintes dont il faut tenir compte. Ensuite en donnant des exemples de ce type de fluide non- Newtoniens (les cristaux liquides, les polymères à longue chaine, colloïdes et sangs). D'autre part, nous présentons quelques modèles rhéologiques des fluides micropolairestelles que le modèle de carreau. Finalement nous étudions les caractéristiques générales d'une fluide micropolaire [7].

La théorie des fluides microplaires est adoptée pour examiner les effets de la microstructure et de la microrotation sur les dispositifs de lubrification dans la fine couche de lubrifiant. La micropolarité entraînera une augmentation de la viscosité équivalente qui conduira plus tard à une lubrification améliorée, Z. Chaohui, et al, [3].

II.2. Fluides micropolaire

Les fluides micropolaires sont des fluides à microstructure. Ils appartiennent à une classe de fluides à tenseur de contrainte non symétrique que nous appellerons fluides polaires, et incluent, à titre de cas particulier, le modèle bien établi Navier- Stokes de fluides classiques que nous appellerons fluides ordinaire. Physiquement, les fluides constitués de particules rigides, orientées de façon aléatoire (ou sphérique) en suspension dans un milieu visqueux, où la déformation des particules de fluide est ignorée [3].

La théorie prend en compte les effets microscopiques issus de la structure locale et des micromouvements des éléments fluides et fournit la base d'un modèle mathématique pour des fluides non- Newtoniens pouvant être utilisé pour analyser le comportement des lubrifiants exotiques, des polymères, des cristaux liquides Eringen [12] a ensuite étendu cette théorie à l'étude des fluides thermo-micropolaire en tenant compte des effets thermique. Une revue de la théorie des fluides micropolaire et l'application de la mécanique des fluides micropolaire a été présentée par Ariman et al. [3].

II.2.1. Un flux de fines particules en suspension

On donne quelques exemples de l'existence de ce type de fluides non newtonien.

II.2.1.1. Cristaux liquides

Un cristal se caractérise par un empilement régulier d'unités de base (Atomes, Ions ou molécules) sur un réseau périodique dans les trois dimensions de l'espace. La Définition du motif de base (Maille) suffit à déterminer la position de tous les atomes, Ions ou molécules portées [8].

Un cristal liquide peut couler comme un liquide, mais les molécules ont un Certain niveau d'ordre et sont orientées comme dans un cristal [8].

Les cristaux liquides sont des liquides à l'état mésomorphe c'est-à-dire un état Intermédiaire entre l'état amorphe et l'état cristallin ou bien un état de la matière qui Combine des propriétés d'un liquide conventionnel et celles d'un solide cristallisé [8].

Les constituants sont des molécules organiques allongées en bâtonnets ou discoïdes, comme le montre la figure II.1. La taille des molécules est typiquement de quelques nanomètres (nm). Le rapport entre la longueur et le diamètre des molécules en forme de disque est d'environ 5 ou plus. Parce que les molécules ne sont pas sphériques, en plus de l'ordre de position, elles peuvent également posséder un ordre d'orientation. [3].

Ces cristaux liquides sont répertoriés dans trois grandes familles :

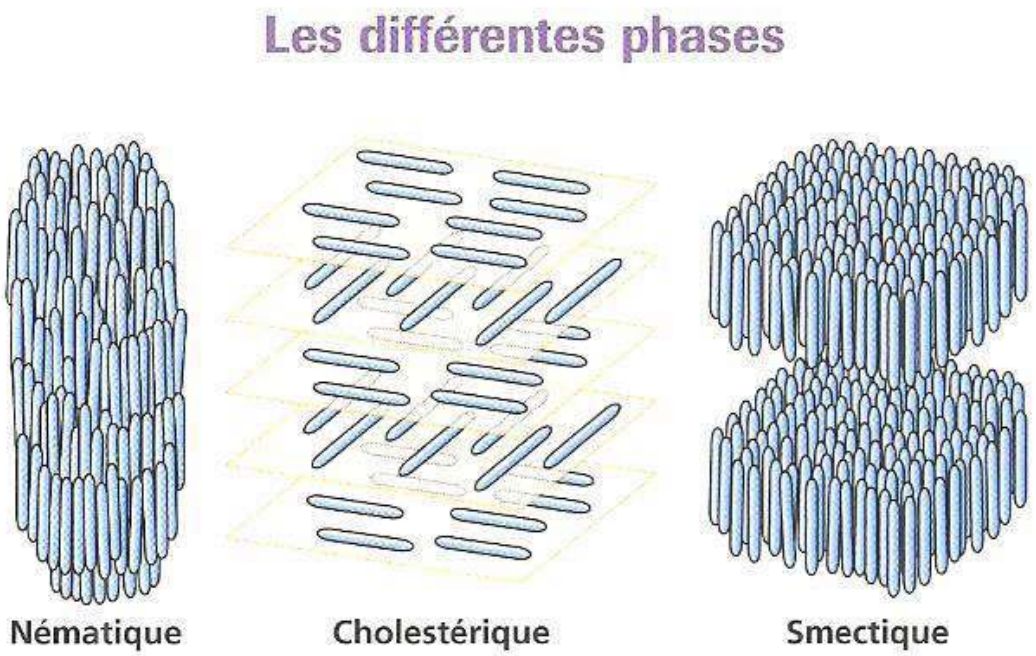


Figure II.1. Phases mésomorphes des cristaux liquides.

✓ **La phase nématique**

Les molécules se retrouvant dans une mésophase de type nématique (N) possèdent une structure organisée en une seule direction selon un axe directeur. On parle d'ordre orientationnel seulement car les molécules s'alignent selon un vecteur directeur $\vec{n}$ Cette mésophase possède une viscosité comparable à celle des liquides. Les textures, de type Schlieren, au microscope en lumière polarisée (MOP) sont caractéristiques de cette mésophase. L'origine du nom vient du grec et signifie « fil ». L'organisation des molécules dans la phase N ainsi que la texture de type Schlieren au MOP sont représentées à la Figure II.2. [9].

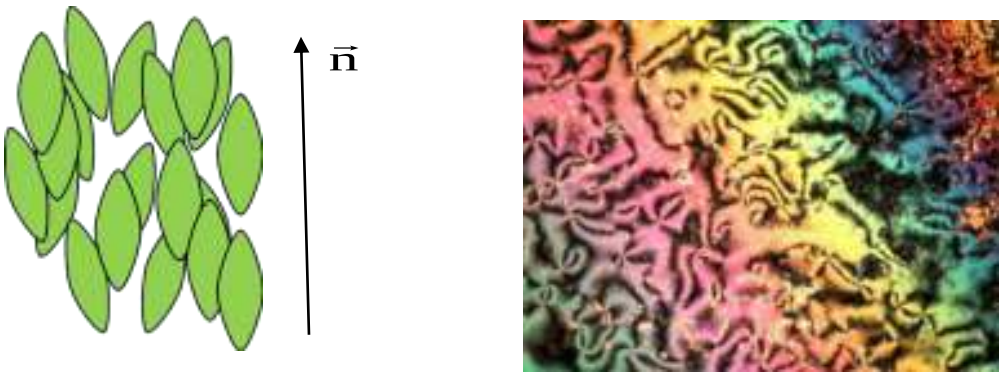


Figure II.2. Représentation de la phase N où les molécules sont orientées selon un $\vec{n}$ *directeur n et image au MOP d'une texture de ty*pe Schlieren pour la phase N [9].

✓ **Les phases smectiques**

Le terme smectique prend son origine du mot grec smegt α qui signifie « savon ». En effet, les savons, à certaines concentrations, peuvent former des phases smectiques. Les molécules dans la phase smectique possèdent un ordre orientationnel, comme au sein de la mésophase nématique, mais possèdent également au moins un ordre positionnel. Celles-ci s'organisent donc en couches et peuvent posséder une corrélation à courte ou à longue portée entre les couches selon le type de phase smectique. De façon générale, les phases smectiques possèdent une organisation en 2 ou 3 dimension., il existe une grande variété de phases smectiques. La notation et la classification des smectiques ont été définies par Sackmann et Demus [19] où chaque lettre a été attribuée aux mésophases de manière chronologique de leur découverte. La classification se fait à partir des informations sur le positionnement du centre de masse et de l'axe directeur. [9].

✓ **La phase cholestériques**

Elle correspond à des molécules chirales présentant une activité optique située dans les plans parallèles entre eux. Dans chaque plan les molécules sont rangées à plat et parallèlement les une aux autres. [8].

La morphologie des molécules donnant lieu à une phase nématique est constituée d'une partie rigide, des cycles aromatiques par exemple, et d'une extrémité flexible comme une chaîne grasse.

Si les nématiques sont chiraux (cas des esters de cholestérol de Reinitzer), ils peuvent s'arranger de manière périodique, en hélice (Figure II.3). Cette phase est appelée phase nématique hélicoïdale (ou phase cholestérique), elle est caractérisée par le pas « cholestérique » c'est-à-dire la distance entre deux couches parallèles, une fois que les molécules ont fait un tour complet sur elles-mêmes. Il est important de noter que les couches sont « virtuelles » car la rotation est continue le long du directeur. Typiquement, le pas varie du dixième de micron au micron, il est donc de l'ordre de grandeur des longueurs d'ondes du domaine du visible. La figure II.4 montre la texture de la phase cholestérique [8].

Cette caractéristique donne à cette phase des propriétés optiques utilisées dans

Diverses applications.



Fig. II.3 : Positionnement et orientation des molécules dans une phase cholestérique.

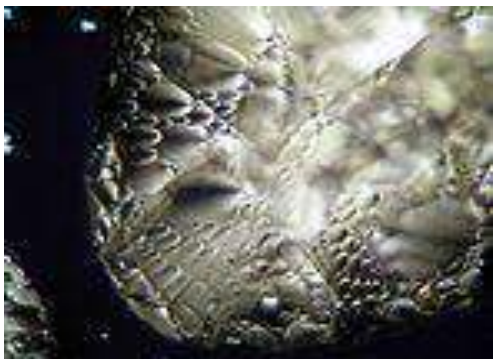


Fig. II.4 : Texture Cholestérique.

- ✓ **La phase colonnaire**

Les molécules discoïdes peuvent former des phases nématiques ou smectiques mais elles peuvent aussi s'empiler pour former des phases colonnaires (Figure II.5), de géométrie variable en verticale oblique [8].

Elles sont généralement identifiées en microscopie optique par des textures en éventail caractéristiques de l'empilement courbé de cylindres parallèles de densité constante (Domaines développables). Elles sont des réseaux bidimensionnels de tubes liquides. [8].



Fig. II.5 : Orientation des molécules dans une phase colonnaire. [8].

II.2.1.2 Les polymères

Les liquides polymères sont des fluides complexes et sont considérés comme des fluides non-Newtoniennes : ils présentent un comportement à la fois liquide et solide, et certaines de leurs propriétés dynamiques peuvent ne pas être des constants Thermodynamiques mais une constante efficace dépendante des forces agissant sur elle. Un exemple est la ″ viscosité ″ qui est en fonction du taux de cisaillement ou qui change avec le temps. (Figure II.6), [7].

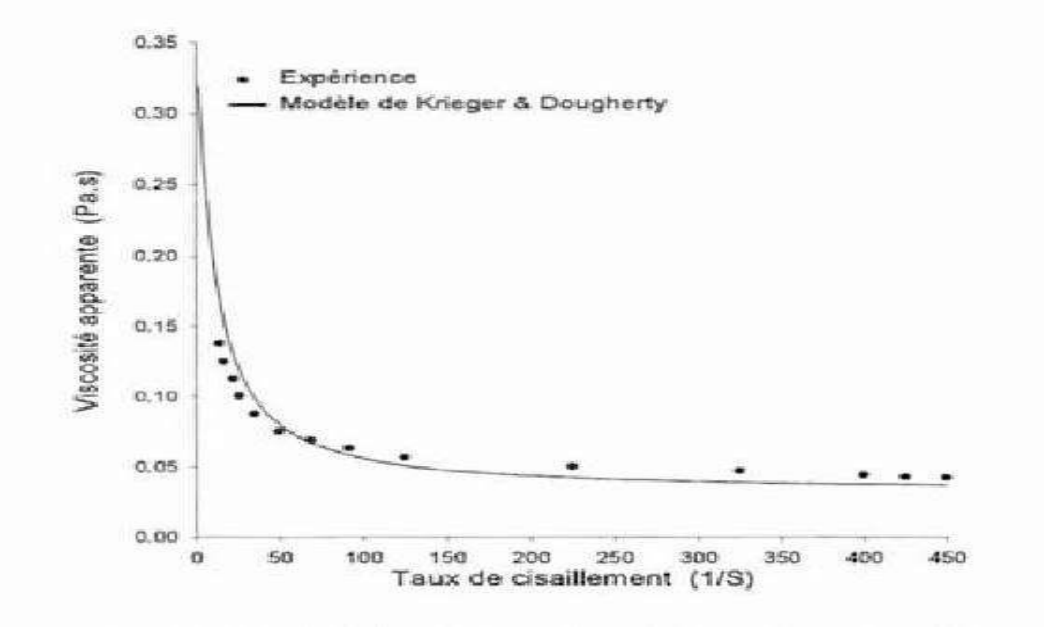


Fig. II.6 : la vitesse de cisaillement dépend de la viscosité η . [7].

II.2.1.3 Colloïdes

Les dispersions colloïdales sont des fluides complexes dans lesquels des particules de taille nanométrique ou micrométrique sont dispersées dans un solvant. La taille des particules colloïdales est plus grande que celle des molécules constituantes du solvant, mais suffisamment petite pour que leur mouvement soit déterminé par un mouvement brownien activé thermiquement ; plutôt que de se contenter de gravitation, ou la sédimentation.

Certains exemples de dispersions colloïdales sont présents en permanence dans notre vie quotidienne (détergents, argiles, pentures, encres). [3]

Quelques exemples de processus qui reposent frottement sur l'application de phénomènes colloïdes sont : lubrification, polymérisation en émulsion, détergence, clarification de l'eau, préparation des aliments. [3].

A. Classification des colloïdes

Les colloïdes peuvent être regroupés en trois classifications générales :

_ Les dispersions colloïdales sont thermodynamiquement instables en raison de Leur haute énergie libre de surface et sont des systèmes irréversibles en ce sens qu'elles ne sont pas facilement reconstituées après la séparation des phases.

_les solutions vraies de matériau macromoléculaire (naturel ou synthétique) sont thermodynamiquement stables et réversibles en ce sens qu'elles sont facilement reconstituables après séparation du soluté du solvant.

_Colloïdes d'association thermodynamiquement stables.

B. Forme de particule colloïdale

En gros, les particules colloïdales peuvent être classées selon leur forme corpusculaire, laminaire ou linéaire. La forme exacte peut être complexe mais, en première approximation, les particules peuvent souvent être traitées théoriquement en termes de modèles relativement simples (figure II.7) le modèle le plus facile à traiter théoriquement est la sphère ou presque sphérique. Les émulsions, les latex, les aérosols liquides, etc., contiennent des particules sphériques, [3].

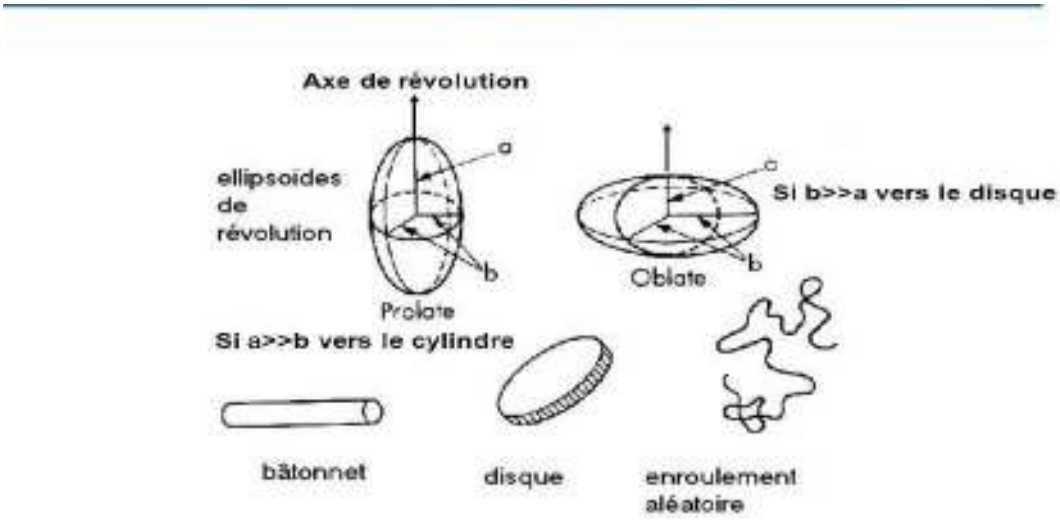


Figure II.7 : Représentations du modèle pour les particules non sphériques. [3].

C. Les forces agissant sur les particules colloïdales

Les forces internes non hydrodynamiques sont constituées par la force brownienne responsable du mouvement interne et de la distribution des particules dont elles ont la résistance mécanique et chimique interactions qui peuvent affecter la structure interne des particules colloïdales en suspension. Le mouvement brownien permet des forces d'attraction à faible portée pour favoriser la floculation de la construction et de l'entrainement du réseau à faible gel. [3].

Pour ne pas dire que les forces externes telles que dues à champ électrique peuvent radicalement modifier les propriétés rhéologiques des suspensions [3]. Le tableau II.1résume les principales forces agissant sur les particules colloïdales avec quelques calculs mathématiques de base sur l'amplitude :

Tableau. II.1 : les forces se concentrent sur les suspensions de colloïdes (Adapté par Russel et al). [3].

Force	**Grandeur**	**Définition**
Brownienne	$F_B = \frac{k_b T}{d_p}$	k_b : Constante de Boltzmann T : Température [k] d_p : Diamètre des particules
De van der waals	$F_{Vd} = \frac{A}{d_p}$	A: Constant de Hamaker
Visqueuse	$F_{vs} = \eta_p d_p{}^2 U_P$	η_P : Viscosité de particule
Inertielle	$F_{in} = d_p{}^2 \rho_p U_P$	U_P : Vitesse relative de la particule ρ_p : densité de la particule
Gravitationnelle	$F_{VS} = d_p{}^2 \Delta_\rho g$	Δ_ρ : Différence entre la densité du fluide et de la particule

II.2.1.4.Sang

Le sang est un liquide plus ou moins épais de couleur rouge qui circule dans les vaisseaux à travers tout l'organisme où il joue des rôles essentiels et multiples : **nutrition, respiration, régulation, défense…**c'est un tissu vivant, composé de cellules, qui baignent dans un liquide appelé **plasma.** Le volume de cette masse sanguine (qui vraie en fonction du sexe, du poids et de la taille) se situe en général, pour un adulte, entre 3.5 et 5 litres. Leur morphologie peut être étudiée sur un frottis coloré au May Grunwald Giemsa (MGG). [7].

Il existe plusieurs types cellulaires :

- Les globules rouges ou hématies, 5 tera / l (millions par mm3)
- Les globules blancs ou leucocytes ; 7 à 10 giga/l (*10 puissance 3 éléments par mm3) serépartissent en :

Polynucléaires ou granulocytes : 40 à 80 % des leucocytes

Monocytes : 2 à 10% des leucocytes

Lymphocytes : 20 à 40 % des leucocytes

Les plaquettes : 200 à 400 000 / mm3.

Les caractéristiques rhéologiques du sang sont déterminées par les propriétés de ces composants et leur interaction entre eux et avec les structures environnantes. La rhéologie du sang est également affectée par les conditions physiques externes telles que la température et la densité de masse. [7].

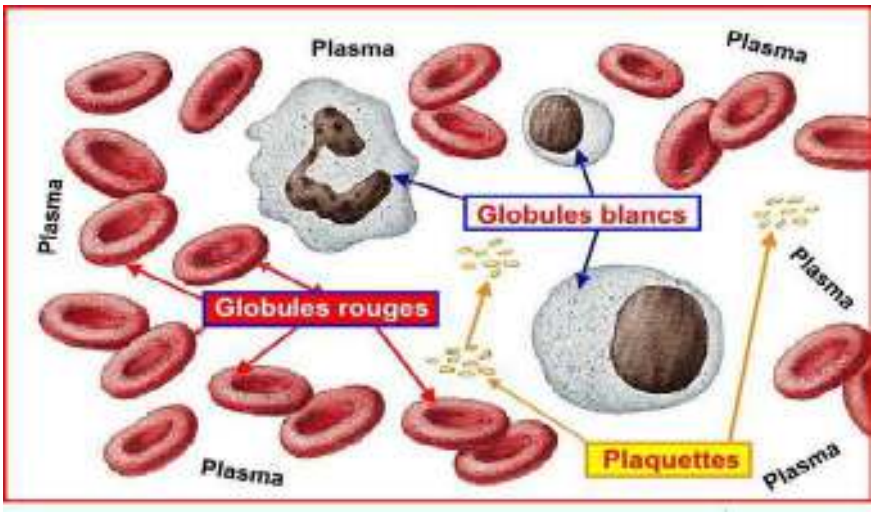


Figure II.8: Illustration simplifiée de la composition principale du sang, [7].

Le sang est un fluide non-newtonien, rhéofluidiant (sa viscosité diminue avec l'augmentation de la vitesse de cisaillement), avec des propriétés viscoélastiques (il est caractérisé par la présence d'un seuil d'écoulement en dessous duquel il ne s'écoule pas) et thixotropes (changement de ses propriétés visqueuses au cours du temps pour un cisaillement donné).

Ces propriétés biophysiques complexes sont liées notamment à la capacité des globules rouges à s'agréger à faible vitesse de cisaillement et à se déformer à vitesse de cisaillement et à se déforme à vitesse de cisaillement élevé : elles justifient d'utiliser des techniques d'analyse spécifiques, précises et validées par la communauté scientifique. [11].

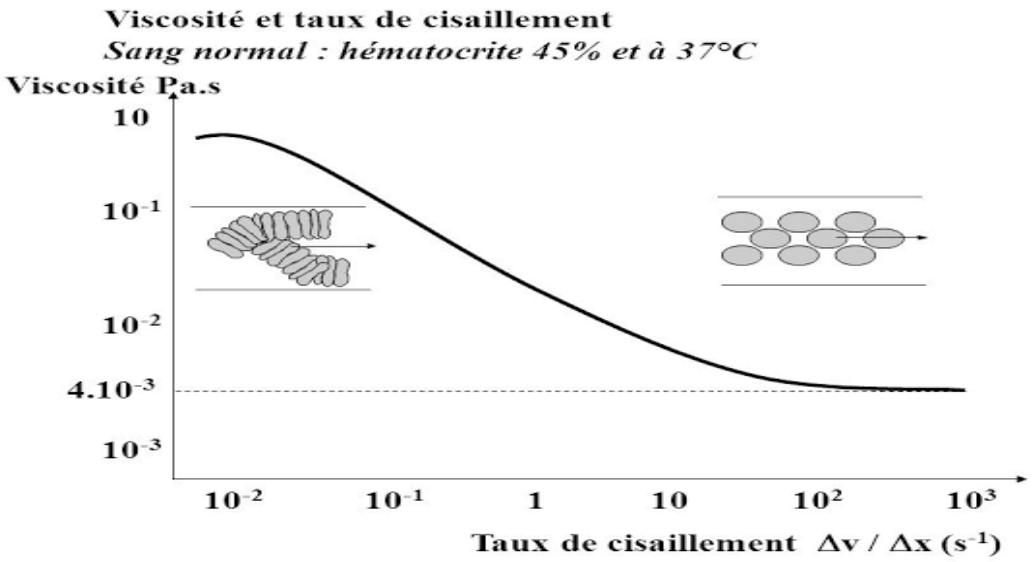


Figure II.9: viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang [11].

II.2.2.5. Liquide synovial ou liquide articulaire humain

Au sujet d'une étude rhéologique du comportement du liquide synovial, on peut citer l'étude d'Ogston et Stanier, ils ont mis en évidence le comportement viscoélastique tandis que Dawson et Mow ont noté que le liquide articulaire humain avait le même comportement rhéologique qu'un lubrifiant, Jones est également d'accord, Dintenfass a trouvé que le liquide synovial est non newtonien en raison de la présence de molécules d'acide byaluronique (polymère à longue chaîne), et sa viscosité diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement, ce qui a été soutenu expérimentalement par Bloch et Dintenfass. Et Dowson. S. P. Singh et al, [3].

II.2.2. Modèles rhéologique des fluides micropolaires

Le comportement rhéologique des fluides peut être décrit par plusieurs modèles, à

L'aide des fonctions $\tau(\dot{\gamma})$ ou $\dot{\gamma}$ permettant de définir la viscosité non newtonienne sous la forme :

$$\mu(\dot{\gamma}) = \frac{\tau(\dot{\gamma})}{\gamma} \qquad \text{(II. 1)}$$

Où

$$\mu(\tau) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}(\tau)} \qquad \text{(II.2)}$$

μ : la viscosité dynamique (Pa. s).

τ : Contrainte de cisaillement (Pa)

$\dot{\gamma}$: Vitesse de cisaillement (s-1)

II.2.2.1. Modèles avec contrainte seuil

Les fluides à seuil sont des matériaux qui se comportent comme un solide si la contrainte appliquée est inférieure à la contrainte seuil (τ_0). Au-delà de cette contrainte seuil, ils commencent à s'écouler. (Tixier (2001) et Fourar (2007)).[12].

Le tableau suivant récapitule les principales lois d'écoulement rhéologiques utilisées pourdécrire le comportement de tels fluides.

Tableau II.2 : Modèles rhéologiques décrivant *l'écoulement de fl*uides à contrainte critique. [12].

Modèle	Loi rhéologique
Bingham	$\tau = \tau_B + \mu_B.\dot{\gamma}$
Herschel-Bulkley	$\tau = \tau_H + K.\dot{\gamma}^n$
Casson général	$\tau^n = \tau_C{}^n + (k_c.\dot{\gamma})^n$
Casson	$\tau^{1/2} = \tau_C{}^{1/2} + (k_c.\dot{\gamma})^{1/2}$

- **Modèle d'Herschel-Bulkley**

C'est le modèle qui permet de décrire la plupart des fluides plastiques, la courbe d'écoulement de tels fluides finit par devenir rectiligne au-delà d'une certaine contrainte critique appliquée. [12].

Il est décrit par la loi :

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \qquad \text{(II. 3)}$$

Avec :

k : consistance du fluide.

n : indice d'écoulement.

μ : La viscosité dynamique (Pa. s).

τ : Contrainte de cisaillement (Pa)

τ_0 : Contrainte seuil (Pa)

$\dot{\gamma}$: Vitesse de cisaillement (s-1).

Si n < 1 le fluide est rhéofluidifiant ; si n > 1 le fluide est rhéoépaississant.

- **Modèle de Bingham**

C'est le plus simple parmi ces modèles, le fluide de Bingham s'écoule lorsqu'un seuil minimale de contrainte τ_B est dépassé Ce modèle permet de décrire le comportement rhéologique de nombreux matériaux (boue de forage, peinture à l'huile, certaines graisses…)

Il est décrit par la loi :

$$\tau = \tau_0 + \eta_{pI}\dot{\gamma} \qquad \text{(II. 4)}$$

τ :Contrainte de cisaillement (Pa)

τ_0 : Contrainte seuil (pa)

$\dot{\gamma}$: Vitesse de cisaillement (s-1).

η_{pI} : la viscosité plastique.

II.2.2.2. Modèle sans contrainte seuil

Les principales lois rhéologiques décrivant le comportement de tels fluides sont présentées dans le tableau suivant II.3. (Benslimane (2012) et Ben Azouz (2012)). [12].

- **Modèle loi de puissance**

Aussi appelé fluide d'Ostwald, leur comportement rhéologique est décrit par une loi de puissance du type :

$$\tau = k\dot{\gamma}^{n-1}\dot{\gamma} \qquad \text{(II.5)}$$

$\dot{\gamma}$: Le deuxième invariant du tenseur des taux de déformations(s-1).

k : consistance du fluide (pa.sn).

n : indice d'écoulement.

τ : Contrainte de cisaillement (Pa)

Selon les valeurs de l'indice d'écoulement, ces fluides peuvent présenter un comportement rhéofluidifiant (n<1), rhéoépaississant (n>1) ou newtonien (n=1).

- **Modèle de crosse (1965)**

Ce modèle, comme celui de carreau-Yassuda tient compte des limites rhéologiques. Aux Faibles contraintes de viscosité appelée viscosité à cisaillement nul et désignée par (Pa. s). (Bird (1985)). [12].

Le modèle de cross s'écrit :

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = \frac{1}{1 + (\lambda.\dot{\gamma})^n}$$

n : indice d'écoulement.

$\dot{\gamma}$: Vitesse de cisaillement (s-1).

λ : Temps caractéristique de relaxation (s).

η_0 et η_∞ : sont respectivement les viscosités à cisaillement nul et infini (Pa.s).

Tableau II.3 : *Lois rhéologiques de fluides ne présentant pas de contrainte critique (d'après* Midoux (1988))

Modèle loi rhéologique	**Lois Rhéologiques**
Ostwald de Waele	$\tau = \mathrm{k}.\dot{\gamma}^{\mathrm{n}}$
Ellis	$\tau = [\mu_0 /(1+(\tau/\tau_{1/2})^{\alpha-1}].\dot{\gamma}$
Sisko	$\tau = \mu_0.\dot{\gamma} + \mathrm{k}.\dot{\gamma}^{\mathrm{n}}$
Reiner Phillipoff	$\tau = [\mu_\infty + ((\mu_0 - \mu_\infty)/(1+\tau/\tau_S{}^2)].\dot{\gamma}$
Prandtl-Eyring	$\tau = \tau_0 \mathrm{sh}^{-1}(\tau_0.\dot{\gamma})$
Carreau	$\tau = [\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty).(1+(\lambda\dot{\gamma})^2)^{(\mathrm{n}-1)/2})].\dot{\gamma}$
Crosse	$\tau = [\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)/(1+\dot{\gamma}t1)^{\mathrm{p}}].\dot{\gamma}$

La figure II.10 représente les rhéogrammes (courbes τ en fonction de $\dot{\gamma}$ pour les différents comportements usuels décrit ci-dessus). [12].

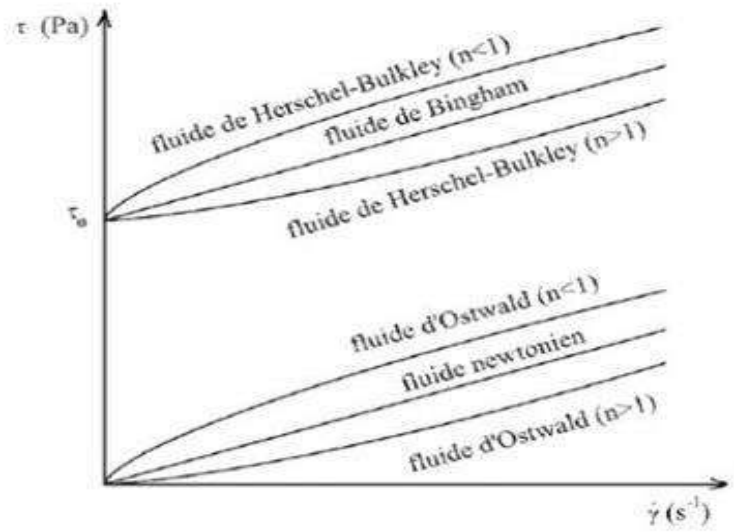


Figure II.10 : Lois de comportements rhéologiques usuelles. [12].

I1.3. Caractéristiques générales d'un fluide micropolaire

Les fluides micropolaires (qui sont apparus sous la variété des noms tels que les fluides généralisés) avec la microstructure ont cinq coefficients de viscosité supplémentaires par rapport aux fluides Newtoniens habituels. De plus, ils supportent un tenseur de contrainte non symétrique possèdent un champ de rotation indépendant de la vitesse du fluide. Par conséquent ils présentent les effets de micro-inertie des fluides. La théorie a donc deux variable cinématiques indépendantes : le vecteur vitesse et la micro-rotation. [7].

II.3.1. Mesure des caractéristiques rhéologiques des fluides

Pour mesurer les caractéristiques rhéologiques d'un fluide, il suffit de mesurer la Relation entre la contrainte et le taux de déformation du fluide en fonction du temps. Le Rhéomètre est l'appareil conçu spécialement pour ces mesures. Il est à noter que pour un Fluide newtonien, il ne suffit qu'un point de mesure, alors que pour un fluide non newtonien, Il est nécessaire de prendre plusieurs points de mesure. [12].

I1.3.2. Viscosité du vortex

Elle est habituellement donné par le coefficient σ^* qui est caractérisé la viscosité à un échelle microscopique à la frontière séparant la couche de fluide et la paroi des fines particules solides en suspension (liée à la surface de contact fluide-solide).

Dans les équations d'équilibre2 est en relation avec la viscosité dynamique μ dans l'équation de quantité de mouvement, la relation entre 2 , μ et γ est appelée viscosité du gradient de spin. Il est donné par la formule suivante, [7].

$$\gamma = (\mu + .05\sigma^*)\, j \qquad \text{(II. 6)}$$

Avec σ^* : viscosité du vortex (spin) et j : la densité de micro-inertie

I1.3.3. Micro-rotation (vortex)

Un vortex est une région dans un milieu fluide dans laquelle le flux tourne principalement autour d'une ligne d'axe, le flux tourbillonnaire se produisant soit sur un axe droit, soit sur un axe courbe. Il est important de noter également que le vortex et la rotation des micro-éléments peuvent être retenus près du mur qui possède une faible énergie thermique [7].

Le théorème qui définit la rotation des particules, dénonce que lorsque les particules fluides tournent autour de leur propre axe, le flux de fluide est appelé mouvement de rotation.

La rotation d'une particule est caractérisée par sa vitesse angulaire moyenne et donnée par des formules appelées variation différentielles angulaires données par les formules suivantes. [7].

$$\begin{cases} d\alpha = \dfrac{\partial v}{\partial x} dt \\ d\beta = \dfrac{\partial u}{\partial y} dt \end{cases} \qquad \text{(II. 7)}$$

Généraliser la relation (1.2) sous une forme dans trois dimensions de l'espace nous obtenons la vitesse de rotation :

$$\vec{\omega} = \xi \vec{i} + \eta \vec{j} + N \vec{k} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla} \times \vec{V}) \qquad \text{(II. 8)}$$

Avec : $\vec{\nabla} = \dfrac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial}{\partial x}\vec{j} + \dfrac{\partial}{\partial x}\vec{k}\,; \vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$

Le composant de la vitesse angulaire de la particule mobile n rotation dans différents plans :

(yoz), (xoz), et (xoy), sont ξ, et η et N, respectivement donné par :

$$\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \qquad \text{(II. 9)}$$

$$\eta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad \text{(II. 10)}$$

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad \text{(II. 11)}$$

II.4. Principaux paramètre affectant la viscosité

Les paramètres principaux qui ont un effet apparent sur la viscosité sont : La température pour les liquides et les semi-solides, exprimée par la loi d'Arrhenius ; Pression ; la nature chimique du fluide la concentration de la solution dans le cas de matériel ; La contrainte de cisaillement sur site les deux premiers paramètres. [3], nous avons donné dans le tableau 3.4, quelques types de viscosité.

A. Effets de température et de pression

Pratiquement, la température de l'augmentation du fluide incompressible provoque l'expansion du volume (augmentation des distance intermoléculaire). Le même résultat, lorsque la pression devient très élevée, supérieur à 40 bars, la viscosité (u) augmente, inférieure à 40 bars, la variation de viscosité est négligée, mais pour les fluides incompressibles, la pression seuil est comptée au début de 20 bars [3].

Tableau II.4 : Relation de différents coefficients de viscosité [3].

Coefficients	Formule	Caractères
Viscosité dynamique (absolue) μ	$\mu = \tau / D$	----------
Viscosité cinématique, v	$V = \mu / \rho$	u : viscosité dynamique de la dispersion
Viscosité relative, u_r	$\mu_r = \mu / \mu_s$	----------
Viscosité spécifique, u_{sp}	$\mu_{sp} = (\mu - \mu_s) / \mu_s$	u_s : viscosité dynamique du solvant
Viscosité intrinsèque, u_i	$\mu_i = \lim_{C \to 0} [\mu_{sp} / c]$	C : présents la concentration de la phase dispersée

II.5. Flux diffusif dans un mélange binaire

On considère un mélange fluide, liquide ou gazeux, à deux constituants A et B. Comme il n'y a pas de forces extérieures, la pression est uniforme dans le mélange lorsque l'équilibre mécanique local est atteint. On désigne par nA et nB les nombres des molécules des espèces A et B par unité de volume du fluide,

et par c la concentration en A définie par :

$$c = \frac{n_A}{n_A + n_B} = \frac{n_A}{n}$$

La concentration varie au cours du temps et aussi d'un point à l'autre de l'espace, à cause du mouvement macroscopique du fluide et de la diffusion. On désigne par uA et uB les vitesses moyennes locales des constituants A et B, et par u la vitesse barycentrique locale définie par :

$$u = cu_A + (1-c)u_B$$

On introduit les flux diffusifs de A et de B par rapport à la vitesse barycentrique locale :

$$J_A^{diff} = nc(u_A - u), \qquad J_B^{diff} = nc(u_B - u)$$

Ces flux ne sont pas indépendants. On a en effet :

$$J_A^{diff} = -J_B^{diff}$$

Si le fluide est constitué de molécules toutes de la même espèce, il n'y a pas de flux de diffusion. Si par exemple $c = 0$, il n'y a que des molécules B dans le mélange. Alors on a :

$u_B = u$.Les flux diffusifs sont donc nuls: $J_A^{diff} = -J_B^{diff} = 0$ .Un raisonnement similaire peut être fait dans le cas $c = 1$.

II.5.1. Source d'entropie

L'expression de la source d'entropie dans le mélange fluide est: $\delta_S = J_E \cdot \nabla\left(\frac{1}{T}\right) + J_A \cdot \nabla\left(-\frac{\mu_A}{T}\right) + J_B \cdot \nabla\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)$

Où J_E désigne le flux d'énergie et J_k le flux du constituant k (k = {A, B}). Dans la formule, T désigne la température locale μ_κ le potentiel chimique local par molécule du constituant k.

Le flux de A est la somme d'un flux convectif et du flux diffusif J_A^{diff} :

$$J_A = ncu + J_A^{diff}$$

De même on a :

$$J_B = n(1-c)u + J_B^{diff}$$

En utilisant la relation de Gibbs-Helmholtz :

$$\nabla\left(\frac{\mu_k}{T}\right)=\frac{1}{T}\nabla\mu_k\Big|_T+h_k\nabla\left(\frac{1}{T}\right)$$

Où $\nabla\mu_k|_T$ désigne le gradient isotherme de μ_k et h_k l'enthalpie par molécule du constituant k, on obtient:

$$\delta_S=J_E\cdot\nabla\left(\frac{1}{T}\right)-nu\left(c\nabla\mu_A|_T+(1-c)\nabla\mu_B|_T+\left[ch_A+(1-c)\nabla\mu_B\right]\nabla\left(\frac{1}{T}\right)\right)$$
$$+J_A^{diff}\cdot\nabla\left(-\frac{\mu_A}{T}\right)+J_B^{diff}\cdot\nabla\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)$$

La pression étant uniforme, la relation de Gibbs-Duhem pour le mélange s'écrit :

$$c\nabla\mu_A|_T+(1-c)\nabla\mu_B|_T=0$$

Il vient donc :

$$\delta_S=(J_E-nhu)\cdot\nabla\left(\frac{1}{T}\right)+J_A^{diff}\cdot\nabla\left(-\frac{\mu_A}{T}\right)+J_B^{diff}\cdot\nabla\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)$$

Où :

$$h=ch_A+(1-c)h_B$$

est l'enthalpie par molécule du mélange. En introduisant le flux de chaleur $J_Q=J_E-nhu$, on obtient une expression de la source d'entropie dans laquelle interviennent les flux J_Q, J_A^{diff} et J_B^{diff}:

$$\delta_S=J_Q\cdot\nabla\left(\frac{1}{T}\right)+J_A^{diff}\cdot\nabla\left(-\frac{\mu_A}{T}\right)+J_B^{diff}\cdot\nabla\left(-\frac{\mu_B}{T}\right)$$

En introduisant le flux de diffusion $J^{diff}=J_A^{diff}=-J_B^{diff}$ et le potentiel chimique du mélange $\mu_c=\mu_A-\mu_B$, on peut écrire:

$$\delta_S=J_Q\cdot\nabla\left(\frac{1}{T}\right)+J^{diff}\cdot\nabla\left(-\frac{\mu_c}{T}\right)$$

Soit encore :

$$\delta_S = \left(J_Q - \mu_c J^{diff}\right)\cdot\nabla\left(\frac{1}{T}\right) - J^{diff}\cdot\frac{1}{T}\nabla\mu_c$$

II.5.2. Relations linéaires entre les flux et les affinités

L'expression correspond au choix de flux $J_Q - \mu_c J^{diff}$ et J^{diff}, dont les affinités conjuguées sont respectivement $\nabla(1/T)$ et $-(1/T)\nabla\mu_c$.

On peut écrire les relations linéaires entre les flux et les affinités sous la forme :

$$\begin{cases} J^{diff} = -L_{11}\dfrac{1}{T}\nabla\mu_c + L_{12}\nabla\left(\dfrac{1}{T}\right) \\ J_Q - \mu_c J^{diff} = -L_{21}\dfrac{1}{T}\nabla\mu_c + L_{22}\nabla\left(\dfrac{1}{T}\right) \end{cases}$$

Où les coefficients cinétiques vérifient la relation de symétrie d'Onsager $L_{12} = L_{21}$

II.5.3. Conductivité thermique du mélange

En éliminant $\nabla\mu_c$ entre les deux équations (2.57), on obtient une expression de J_Q en termes de J^{diff} et de $\nabla(1/T)$:

$$J_Q = \left(\mu_c + \frac{L_{21}}{L_{11}}\right)J^{diff} + \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}}{L_{11}}\nabla\left(\frac{1}{T}\right)$$

Lorsque le flux de diffusion est nul $\left(J^{diff} = 0\right)$, on a thermoconduction pure $J_Q = -\lambda\nabla T$. On en déduit l'expression de la conductivité thermique du mélange fluide en termes de cœfficients cinétiques :

$$\lambda = \frac{1}{T^2}\frac{L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}}{L_{11}}$$

II.5.4. Coefficient de diffusion et de thermodiffusion

Le potentiel chimique μ d'un mélange fluide binaire dépend a priori de la pression, de la température et de la concentration. La pression étant ici uniforme, on a simplement :

$$\nabla\mu_c = \left.\frac{\partial\mu_c}{\partial T}\right|_{P,c}\nabla T + \left.\frac{\partial\mu_c}{\partial c}\right|_{P,T}\nabla c$$

En introduisant l'expression de $\nabla\mu_c$ dans les équations et en tenant compte de la relation de symétrie d'Onsager, on obtient pour le flux de diffusion et le flux de chaleur des expressions de la forme:

$$\begin{cases} J^{diff} = -nD_m\left(\nabla c + \dfrac{k_T}{T}\nabla T\right) \\ J_Q = \left(\mu_c + k_T\left.\dfrac{\partial\mu_c}{\partial c}\right|_{P,T} - T\left.\dfrac{\partial\mu_c}{\partial T}\right|_{P,c}\right)J^{diff} - k\nabla T \end{cases}$$

En comparant les équations (2.57) et (2.61), on obtient par identification les expressions de D_m ainsi que de k_T en fonction des coefficients cinétiques et des dérivées thermodynamique.

Le coefficient de diffusion est donné par :

$$D_m = \frac{L_{11}}{n}\frac{1}{T}\left.\frac{\partial\mu_c}{\partial c}\right|_{p,T}$$

La quantité $D_T = k_T D$ est le coefficient de Thermodiffusion. On a:

$$D_T = \frac{L_{11}}{n}\left(\frac{L_{11}}{T}\left.\frac{\partial\mu_c}{\partial T}\right|_{p,c} + \frac{L_{12}}{T^2}\right)$$

Le rapport $k_T = D_T / D_m$ est le coefficient de Soret.

II.5.5. Positivité de la source d'entropie

En revenant à la formule (2.56), et en utilisant les expressions (2.57) pour la conductivité thermique, ainsi que la relation d'Onsager $L_{21} = L_{12}$, on obtient:

$$\sigma_S = \frac{\lambda(\nabla T)^2}{T^2} + \frac{\left(J^{diff}\right)^2}{L_{11}}$$

Chacun des termes de la source d'entropie doit être séparément positif ou nul. La positivité du premier terme implique $\lambda \succ 0$. En ce qui concerne le second, sa positivité implique $L_{11} \succ 0$, et donc, puisque la dérivée thermodynamique $\left.\partial\mu_c/\partial c\right|_{p,T}$ est toujours positive, $D_m \succ 0$.

II.5.6. Effet Soret

Le flux de diffusion due au gradient de température est déterminé par les coefficients de thermodiffusion D_T. Cet effet a été étudié dans les gaz en 1879 par C. Soret. L'expression (2.61) de J^{diff} montre qu'en l'absence de flux de diffusion, l'existence d'un gradient de température conduit à l'apparition d'un gradient de concentration. On a entre ces deux gradients la relation :

$$\nabla_C = -\frac{k_T}{T}\nabla T$$

Pour mettre en évidence l'effet Soret dans un mélange gazeux de concentration moyenne en A égale à c_0, on place ce mélange dans une enceinte fermée située entre deux plaques horizontales. On désigne par T_B La température de la plaque inférieure, et par T_H celle de la plaque supérieure (on prend $T_H \succ T_B$ afin d'éviter l'apparition de courant de convection). On suppose que le coefficient de Soret est de la forme :

$$k_T = \alpha c(1-c)$$

(Expression compatible avec le fait qu'il n'y a pas de thermodiffusion dans un fluide pur). Si l'on fait l'approximation :

$$k_T \approx \alpha c_0(1-c_0)$$

On obtient pour la différence de concentration, entre le haut et le bas de l'enceinte

L'expression :

$$c_H - c_B = -\alpha c_0(1-c_0)\log\frac{T_H}{T_B}$$

Une substance dont le coefficient de Soret kT est positif (resp. Négatif) tend à diffuser vers la zone la plus froide (resp. la plus chaude) et à s'y accumuler.

L'effet inverse de l'effet Soret, c'est-à-dire l'existence d'un courant de chaleur due à un gradient de concentration, a été étudié en 1872 par L. Dufour.

II.6. Conclusion

De cette analyse théorique, nous pouvons conclure qu'il existe un lien important entre la structure microscopique et le comportement de l'écoulement du fluide. Ainsi, il est possible d'avoir certaines caractéristiques désirées d'un produite en manipulant la structure en utilisant une gamme d'additifs. Inversement, en exploitant les mesures rhéologiques pour obtenir des aperçus à l'échelle de la microstructure, sur la base actuelle, les soins personnels, les peintures, ect …). [3].

Chapitre III

Modélisation mathématique et Résultats et Discussions

III.I MODELISATION MATHEMATIQUE [1, 4]

L'un des objectifs de la recherche scientifique dans les industries de nos jours se rapporte à la résolution des questions relatives aux économies des opérations de transformations d'énergie pour atteindre l'optimum. La recherche théorique et appliquée dans l'écoulement du fluide et les transferts convectifs thermique et massique sur un solide ont reçu une attention soutenue pendant les trois décennies passées. Les phénomènes particuliers sur une plaque plane, cylindrique ou sphérique sont souvent très rencontrés dans les procédés industriels et surtout en industrie chimique dans l'ingénierie des réservoirs de gaz et pétrole. La connaissance du transfert de chaleur par rayonnement et en présence de la réaction chimique devient par ailleurs très importante.

III.2. Transfert thermique et massique en convection naturelle sur une plaque verticale en mouvement en présence d'une radiation thermique [7]

L'effet des radiations sur une plaque plane verticale et les flux de transfert thermique et massique est de plus en plus un problème important. Beaucoup des procédés dans le domaine de l'ingénierie se produisent à hautes températures et la connaissance du transfert de chaleur par rayonnement devient primordiale pour la conception pertinente de l'équipement. On pourra citer des exemples dans les domaines de l'ingénierie, les centrales nucléaires, turbines à gaz, les différents dispositifs de propulsion pour avion, missiles, satellites et véhicules spatiaux.

Le but de cette partie est de mettre en relief les résultats relatifs à ces transferts lors de l`écoulement laminaire de la chaleur en mode de convection naturelle, autour d'une plaque se trouvant en mouvement. De plus un flux radiatif est considéré et le paramètre approprié du rayonnement a été identifié grâce aux transformations de similarités**.**

La figure (III.1) présente le schéma de notre problématique.

Pour la formulation des équations régissant l'écoulement d'un fluide sur une plaque verticale mise en mouvement, on adopte les hypothèses suivantes :

- Ecoulement laminaire bidimensionnel avec transfert thermique et massique en convection naturelle.
- Fluide visqueux incompressible.
- Régime stationnaire.
- Fluide gris.
- Le milieu non dispersant.
- La présence d'un flux radiatif (haute température).

- La température de la plaque T_w supérieure à la température ambiante T_∞.
- Plaque est verticale et est en mouvement avec une vitesse U_0.

Compte tenu de ses hypothèses, les équations régissant notre phénomène, équation de continuité, équation de quantité de mouvement, équation d'énergie et équation de diffusion seront écrites pour la description mathématique fine des transferts ayant lieu.

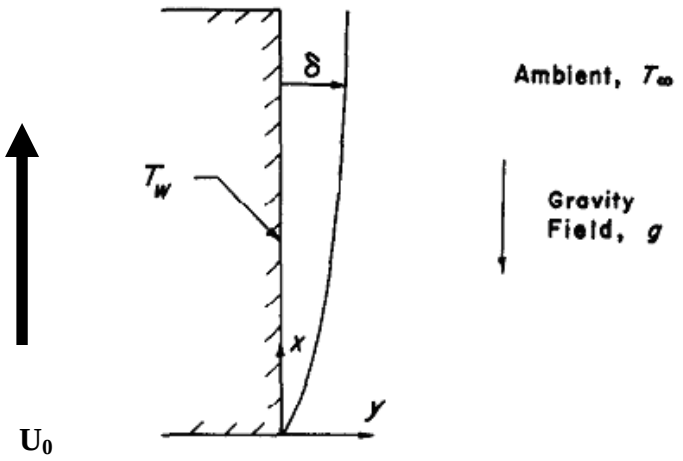


Figure III .1 *: Modèle physique en présence d'un flux radiatif*

III.2.1. Formulation du problème

Nous considérons le problème d'un écoulement laminaire à deux dimensions et en convection libre d'un fluide visqueux incompressible rayonnant autour d'une plaque verticale mis en mouvement. L'axe des abscisses x est pris le long de la plaque dans la direction verticale et l'axe des ordonnées lui est perpendiculaire. La plaque est maintenue à température et concentration constante, T_w et C_w, respectivement. Ces valeurs sont supposées être plus grandes que la température et concentration ambiante, T_∞ et C_∞, respectivement.

Les équations régissantes la couche limite en termes de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration pour des écoulements type convection naturelle sont comme suit, si l`approximation de Boussinesq est adoptée.

Variables primitives

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad \text{(III.1)}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=g\beta(T-T_\infty)+g\beta^*(C-C_\infty)+\upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad \text{(III.2)}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}-\frac{1}{\rho c_p}\frac{\partial q_r}{\partial y} \qquad \text{(III.3)}$$

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}=D\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \qquad \text{(III.4)}$$

Pour résoudre les équations considérées dans cette étude, il est nécessaire de spécifier les conditions initiales et les conditions aux limites sur toute la frontière du domaine d'écoulement.

Les conditions initiales et aux limites sont :

$$\begin{aligned} &y=0\ ,u=u_0\ ,\ v=0\ ,T=T_w\ ,C=C_w \\ &x=0\ ,u=0\ ,\ T=T_\infty\ ,C=C_\infty \\ &y\to\infty,u\to 0\ ,T\to T_\infty\ ,C\to C_\infty \end{aligned} \qquad \text{(III.5)}$$

Où u et v sont les composantes de la vitesse dans les directions x et y, respectivement, T est la température, C est la concentration, β est le coefficient d'expansion thermique, β^* est le coefficient d'expansion massique, μ est la viscosité du fluide, ρ est la masse volumique, ν est la viscosité cinématique, c_p la chaleur massique, α est la diffusivité thermique, D est la diffusivité massique et

g est l'accélération due à la gravité.

La quantité q_r représente le flux radiatif thermique dans la direction de y, est donné par l'approximation de Rosseland (P. Holman [5]), comme suit :

$$q_r=-\frac{4\sigma_s}{3k_e}\frac{\partial T^4}{\partial y} \qquad \text{(III.6)}$$

Où σ_s est la constante de Stefan-Boltzmann et k_e est le coefficient moyen d'absorption. Il convient de noter qu'en employant l'approximation de Rosseland nous limitons notre analyse aux fluides optiquement épais. Si les différences de la température dans l'écoulement sont suffisamment petites, alors l`équation (II.6) peut être linéarisée en remplaçant T^4 dans la série de Taylor par T_∞, après avoir négligé les limites d'ordre supérieur et on peut écrire :

$$T^4\cong 4T_\infty^3T-3T_\infty^4 \qquad \text{(III.7)}$$

Variables adimensionnées et de similarité locale

Les composantes de vitesse u et v peuvent être écrites sous la forme de fonction de courant comme suit :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \text{(III.8)}$$

Pour la résolution des problèmes non linéaires, on introduit les variables de similarités et les profils de similarités :

$$\eta = \sqrt{\frac{u_0}{\upsilon x}}\, y \;,\; \psi = \sqrt{u_0 \upsilon x}\, f \;,\; \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \;,$$

$$\phi = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}, X = \frac{x u_0}{\upsilon} \quad \text{(III.9)}$$

Les équations (III.1)-(III.4) avec les conditions initiales et aux limites (III.5) se réduisent sous la forme adimensionnelle :

$$f''' + \frac{1}{2} f . f'' + Gr_x . \theta + Gm_x . \phi = 0 \quad \text{(III.10)}$$

$$\left(1 + \frac{4}{3N}\right)\theta'' + \frac{1}{2} Pr . f . \theta' = 0 \quad \text{(III.11)}$$

$$\phi'' + \frac{1}{2} Sc . f . \phi' = 0 \quad \text{(III.12)}$$

Où Gr_x est le nombre de Grashof thermique local défini : $Gr_x = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)}{u_0^2} x$,

Gm_x est le nombre de Grashof massique local défini: $Gm_x = \frac{g\beta(C_W - C_\infty)}{u_0^2} x$,

Pr est le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\upsilon}{\alpha}$,

Sc est le nombre de Schmidt $Sc = \frac{\upsilon}{D}$ et N le paramètre de rayonnement $N = \frac{k k_e}{4\sigma_S T_\infty^3}$.

Les conditions initiales et aux limites deviennent :

$$y = 0 \;,\; \eta = 0 \;,\; f(0) = 1 \;, \theta(0) = 1 \;, \phi(0) = 1 \;,\; f(0) = 0$$
$$x = 0 \;, y \to \infty, \eta \to \infty, f'(\infty) = 0 \;, \theta(\infty) = 0 \;, \phi(\infty) = 0 \quad \text{(III.13)}$$

Grandeurs significatives

Les valeurs de coefficient du frottement mécanique local τ_x, le nombre de Nusselt local Nu_x et du nombre de Sherwood local Sh_x sont [6]:

$$\tau_x = -\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} \quad \text{(III.14)}$$

$$Nu_x = \frac{-x\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}}{T_w - T_\infty} \quad \text{(III.15)}$$

$$Sh_x = \frac{-\left(\frac{\partial C}{\partial y}\right)_{y=0}}{C_w - C_\infty} \quad \text{(III.16)}$$

En utilisant les quantités sans dimensions indiquées dans l'équation (III.9), les valeurs du frottement mécanique local τ_x, le nombre de Nusselt local Nu_x et le nombre de Sherwood local Sh_x se transforment :

$$\tau_x = -f''(0)\sqrt{\frac{1}{X}} \quad \text{(III.17)}$$

$$Nu_x = -\sqrt{X}\cdot\theta'(0) \quad \text{(III.18)}$$

$$Sh_x = -\sqrt{X}\cdot\phi'(0) \quad \text{(III.19)}$$

III.3 RESULTATS ET DISCUSSIONS

III.3. Effet du rayonnement thermique

Pour obtenir les différents profils, le système d'équations différentielles ordinaires (III.10) - (III .12) avec les conditions aux limites (III.13), sont résolus numériquement à l'aide de la méthode différences finies pour le problème des valeurs aux limites (**BVP**) à l'aide de MATLAB, les calculs numériques d'entrée sont retenus :

Gr_x= (0.1 , 0.2 , 2.0 , 4.0 , 6.0) ; Gm_x= (2.0 , 4.0 , 6.0) ; N= (3.0 , 5.0 , 10.0) ; Sc= (0.3 , 0.6 , 0.78 , 0.94) ; Pr=0.71.

- **Profils de vitesse** :

Les figures (III.2) - (III.4) représentent les variations de profils de vitesse en fonction de variable de similarité η pour différentes valeurs de paramètres de contrôle de notre système physique. La figure (III.2) et (III.3) montrent la variation de la vitesse avec différentes valeurs

de Grashof thermique et massique local Gr_x, Gm_x respectivement, on observe que la vitesse augmente avec l'augmentation de Grashof thermique et massique local près de la plaque, prés de la plaque si la température est plus grande se qui influe sur la densité devienne plus faible se qui nous donne une amélioration de la vitesse. Tandis que la vitesse augmente avec la diminution de paramètre de rayonnement N d'après la figure (III.4).

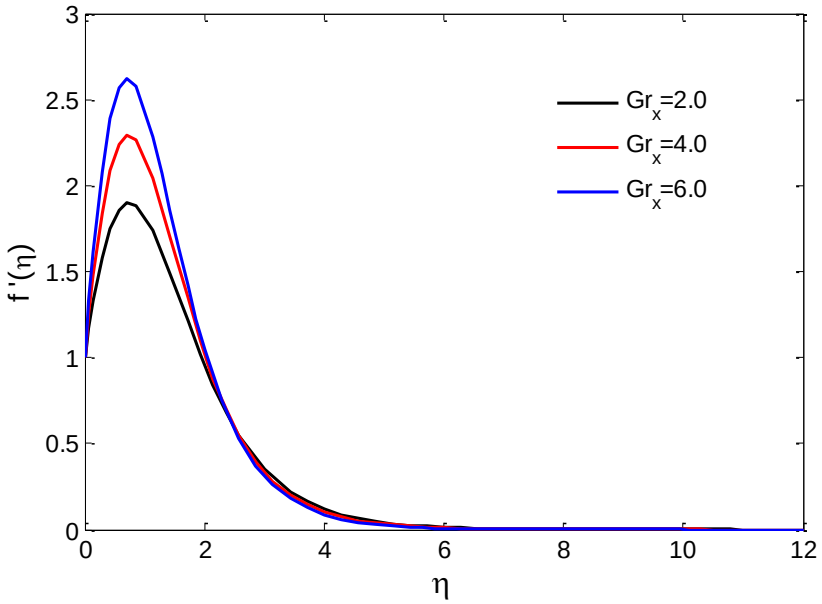


Figure III.2 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gr_x

(Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

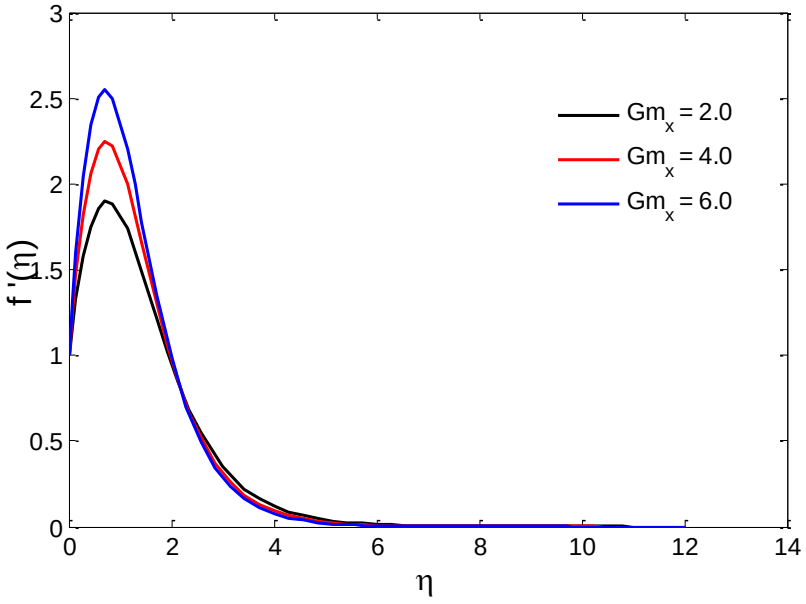


Figure III.3 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de Gm_x

(Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

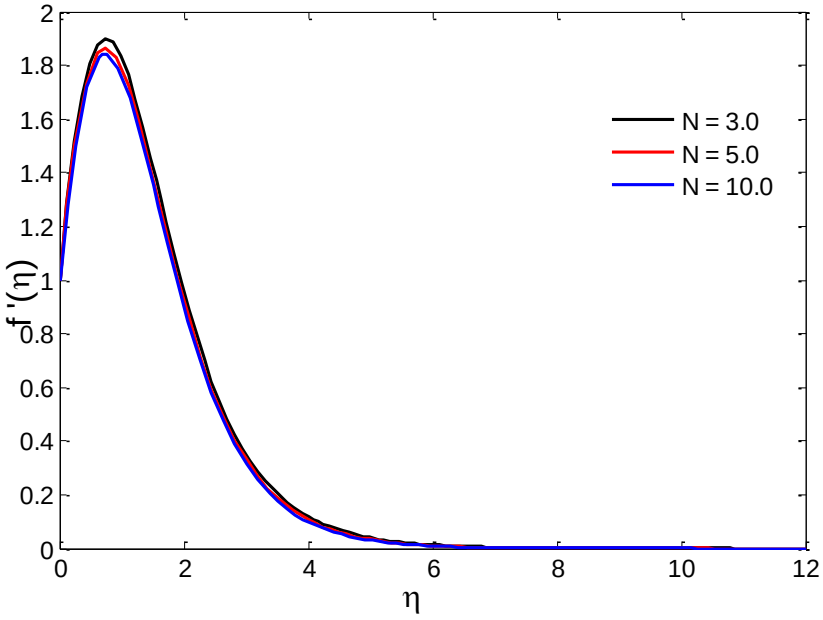


Figure III.4 : Variation du profil de vitesse pour différentes valeurs de N

(Gr_x = 2.0, Gm_x= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

- **Profils de température**

Les profils de température sont présentés dans les figures (III.5) - (III.7), il peut être vu dans les trois figures que si le nombre de Grashof thermique local Gr_x, le nombre de Grashof massique local Gm_x et le paramètre de rayonnement augmente la température diminue.

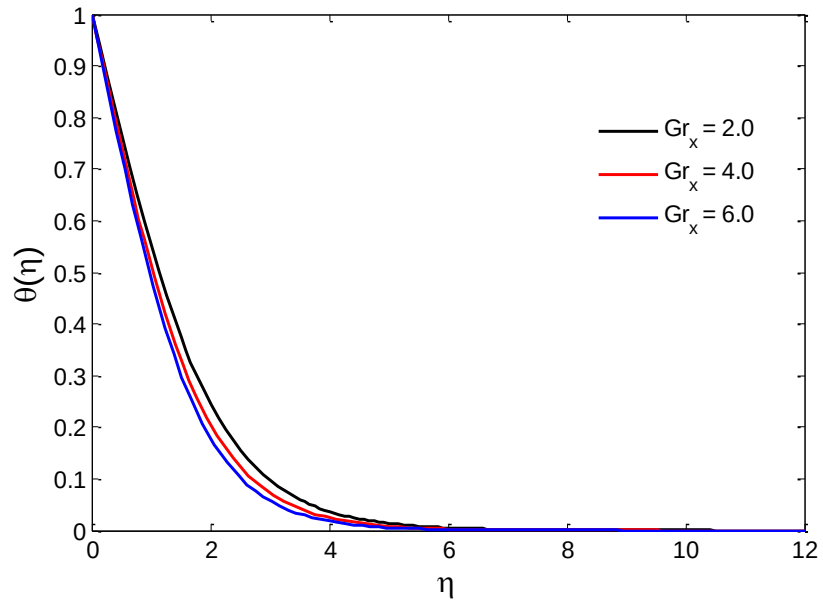


Figure III.5 : Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gr_x

(Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

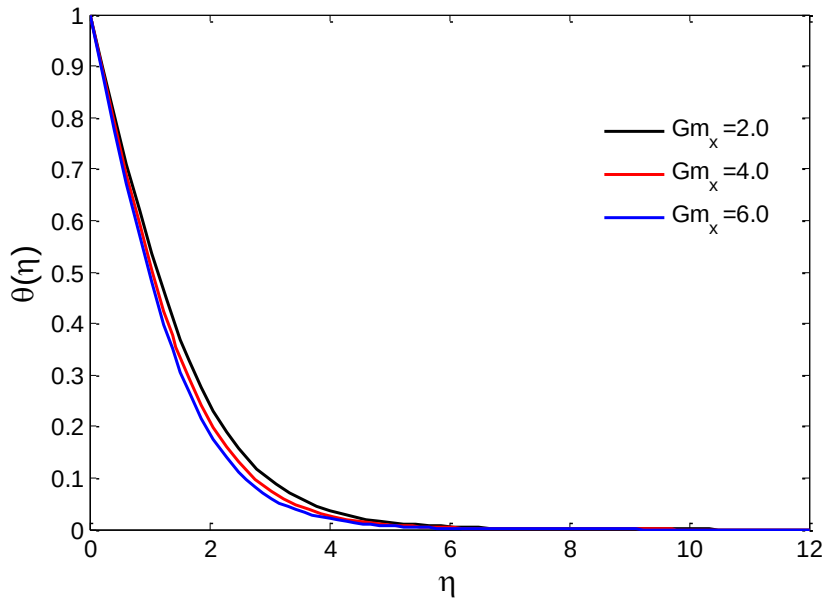


Figure III.6 : Variation du profil de température pour différentes valeurs de Gm_x

(Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

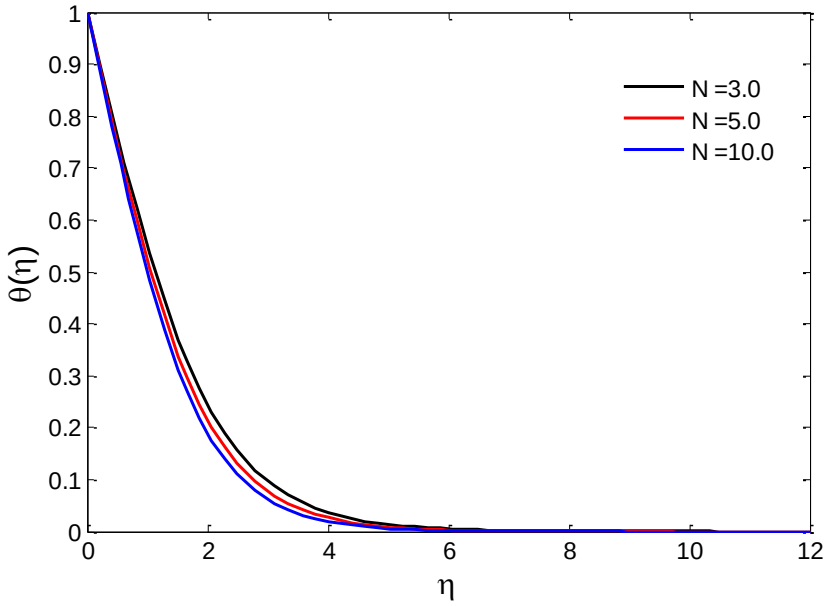


Figure III.7 : Variation du profil de température pour différentes valeurs de N

(Gr_x = 2.0, Gmx= 2.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

- **Profils de concentration**

Les figures (III.8) -(III.11) décrit les résultats de la distribution de la concentration en fonction de variable de similarité η, les figures (III.8) et (III.9) montre que la concentration diminue avec l'augmentation du nombre de Grashof thermique local Gr_x et le nombre de Grashof massique local Gm_x.

La figure (III.10) illustre l'effet de paramètre de rayonnement N sur le profil de la concentration parait être moins sensible à l'augmentation de paramètre de rayonnement N. Il est remarquable de la figure (III.11) que comme le nombre de Schmidt Sc augmente le profil de la concentration diminue.

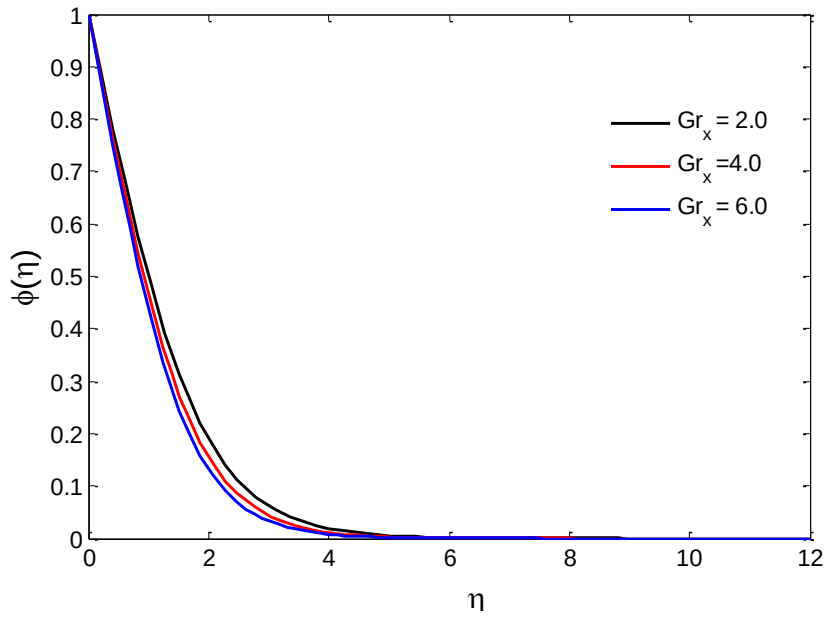


Figure III.8: Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gr_x (Gm_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

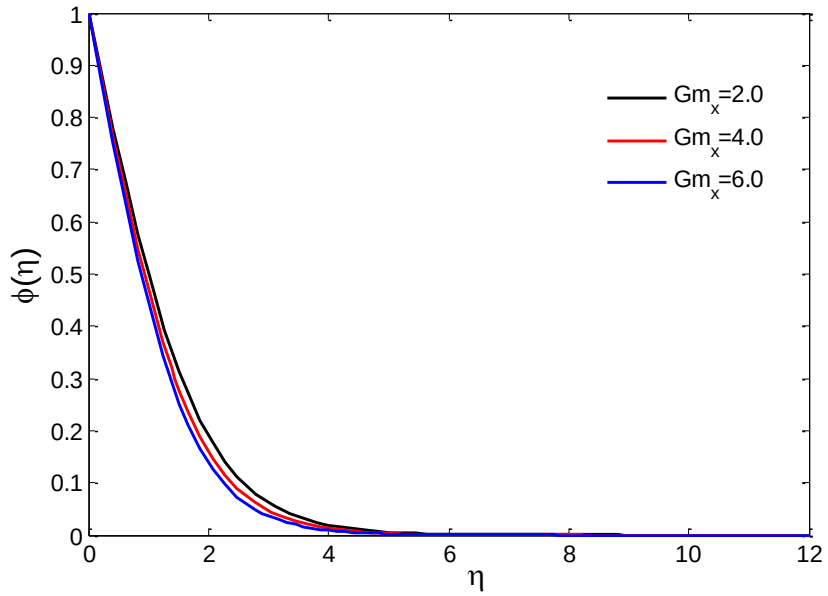


Figure III.9 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Gm_x (Gr_x = 2.0, N= 3.0, Sc =0.6, Pr= 0.71)

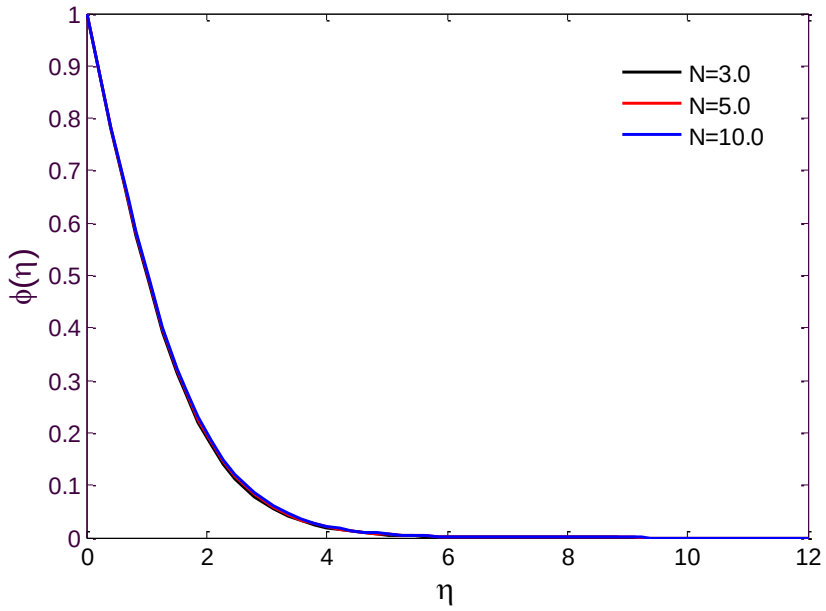


Figure III.10 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de N

(Gr_x= 2.0, Gm_x=2.0, Sc =0.6, Pr=0.71)

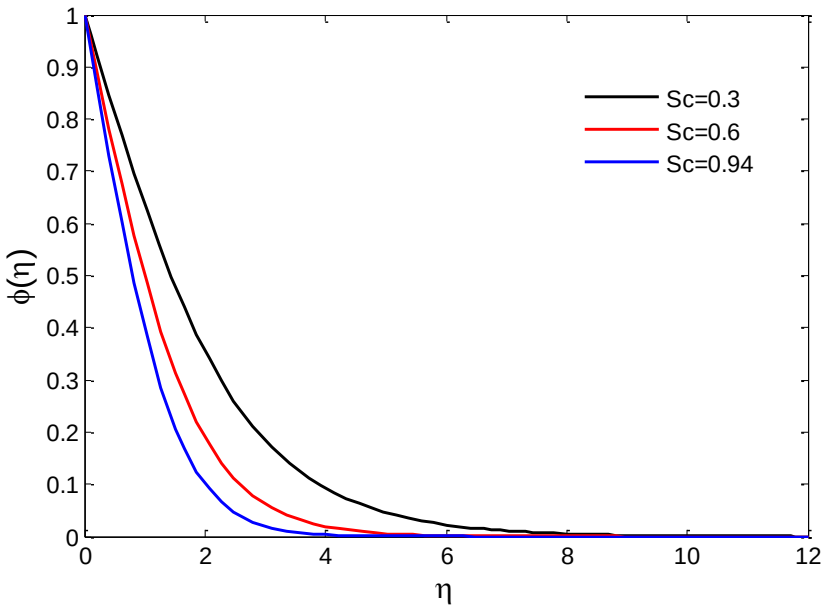


Figure III.11 : Variation du profil de concentration pour différentes valeurs de Sc

(Gr_x = 2.0, Gmx= 2.0, N =3.0, Pr= 0.71)

- **Variation du coefficient de frottement mécanique**

Le coefficient de frottement mécanique local τ_x est utilisé pour caractériser l'écoulement du fluide, la figure (III.12) montre les variations de coefficient de frottement mécanique local τ_x en variant le paramètre de rayonnement N, il est intéressant de noter que le paramètre de rayonnement N augmente par contre le coefficient de frottement mécanique local τ_x diminue et contrairement dans la figure

(III.13) quand le nombre de Schmidt Sc augmente le coefficient de frottement mécanique local τ_x augmente.

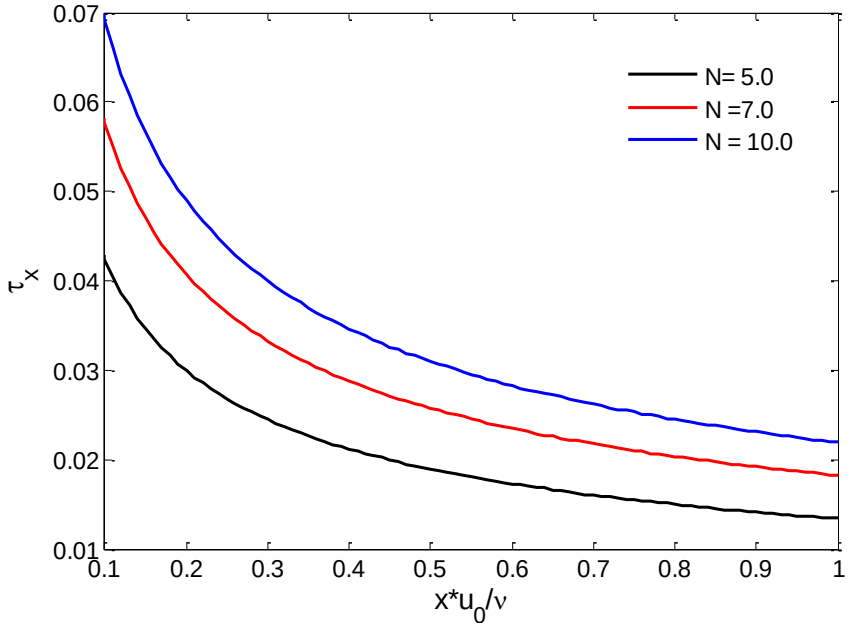


Figure III.12 : Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes valeurs de N (Gr_x = 0.2, Gm_x = 0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71)

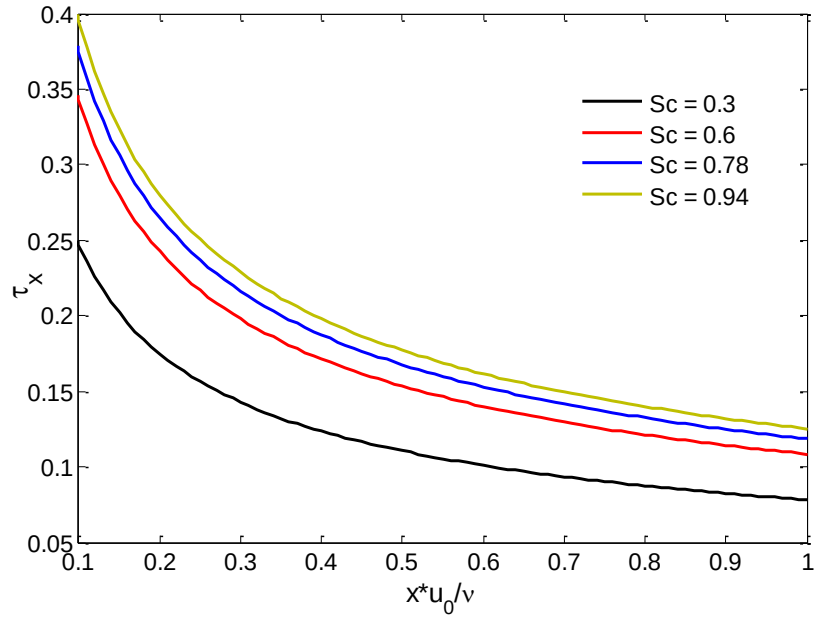


Figure III.13 : Variation du coefficient de frottement mécanique local pour différentes valeurs de Sc (Gr_x = 0.2, Gm_x = 0.1, N = 5.0, Pr = 0.71)

- **Variation du nombre de Nusselt**

Les variations des nombres de Nusselt local Nu_x pour différentes valeurs de paramètre de rayonnement N, nombre de Schmidt Sc et nombre de Grashof massique local Gr_x sont

illustrées dans les figures (III.14)-(III.16) respectivement, il peut être vu que l'augmentation de paramètre de rayonnement N augmente le taux de transfert thermique en terme de nombre du Nusselt local Nu_x, de même pour le nombre de Grashof thermique local Gr_x c-à-d que il y a une amélioration de nombre de Nusselt local Nu_x, par contre l'augmentation du nombre de Schmidt Sc réduit le nombre de Nusselt local Nu_x.

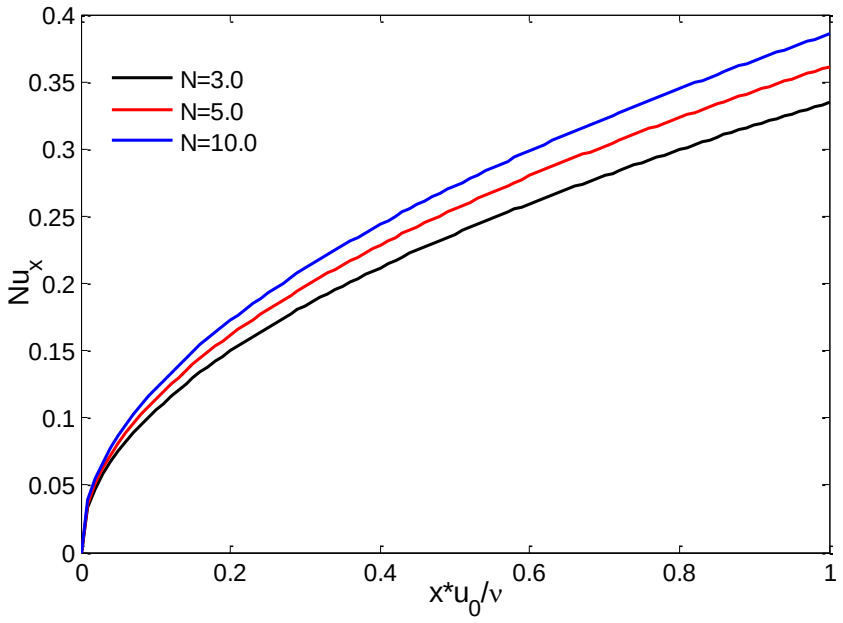


Figure III.14 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de N

(Gr_x = 0.2, Gm_x = 0.2, Sc = 0.6, Pr = 0.71)

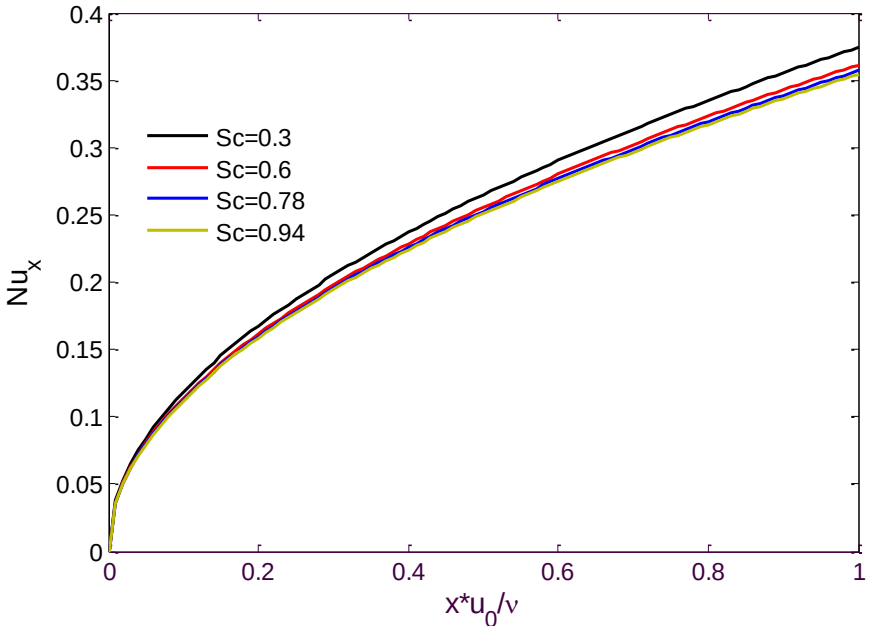


Figure III.15 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Sc

(Gr_x = 0.2, Gm_x = 0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)

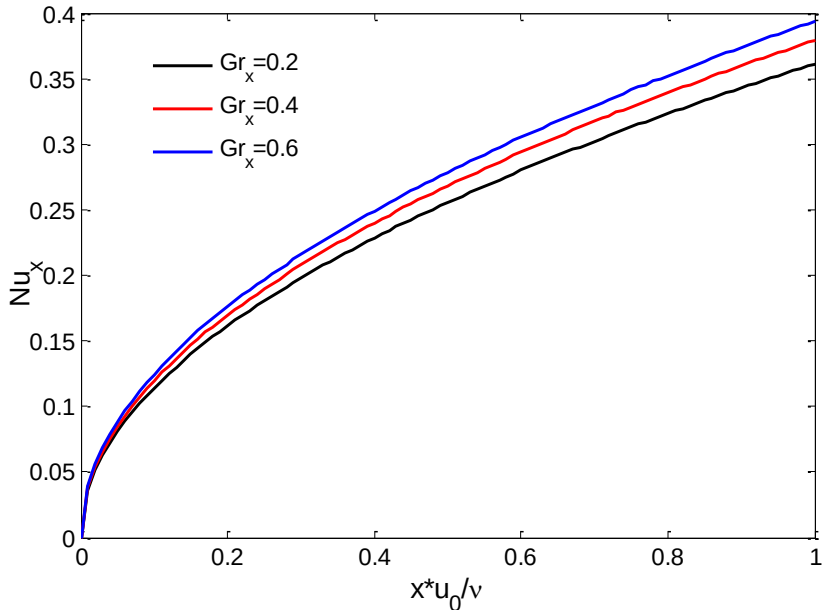


Figure III.16 : Variation du Nombre de Nusselt local pour différentes valeurs de Gr_x ($Gm_x = 0.2$, N = 5.0, Sc=0.6, Pr = 0.71)

- **Variation du nombre de Sherwood**

Les variations du nombre de Sherwood local Sh_x pour différentes valeurs du paramètre de rayonnement N, Grashof massique local Gr_x et nombre de Schmidt Sc sont illustrées dans les figures (III.17)-(III.19) respectivement, on remarque que, le paramètre de rayonnement N n'a pas d'influence sur le nombre de Sherwood local Sh_x, la figure (III.18) montre que le nombre de Grashof massique local Gm_x améliore le taux de transfert massique et augmente le nombre de Sherwood local Sh_x. De même pour le nombre de Schmidt Sc c-à-d qu'il y a une amélioration de nombre de Sherwood local Sh_x.

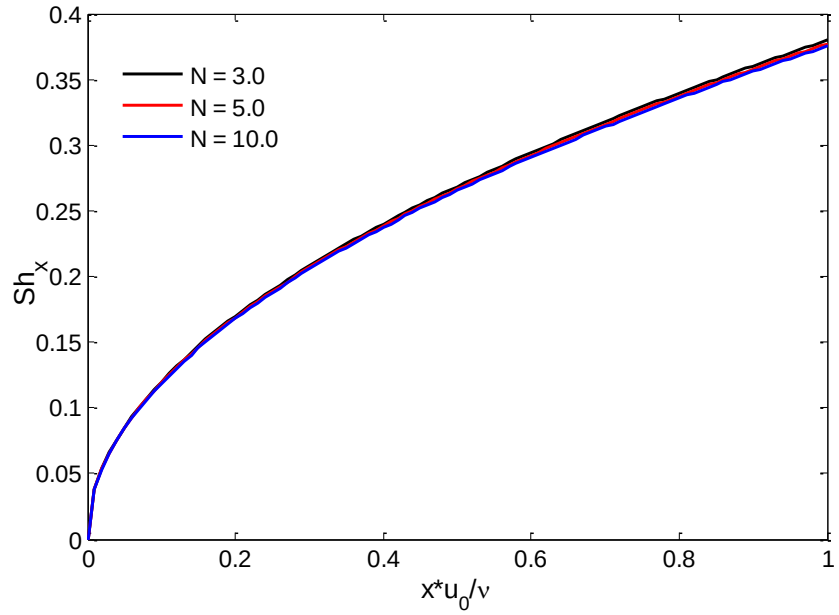


Figure III.17 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de N

(Gm_x = 0.2, Gr_x = 0.2, Sc= 0.6, Pr = 0.71)

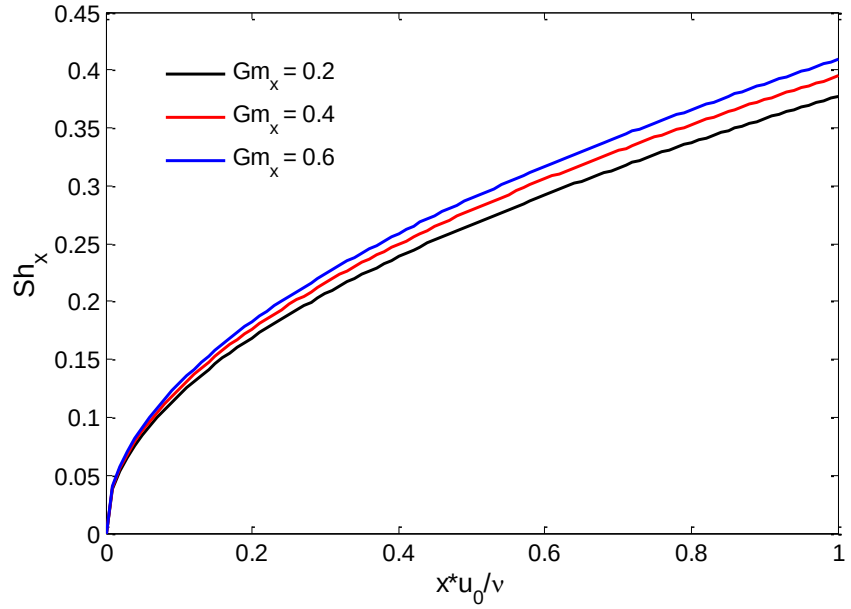


Figure III.18 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de Gm_x

(Gr_x = 0.2, Sc= 0.6, N = 5.0, Pr = 0.71)

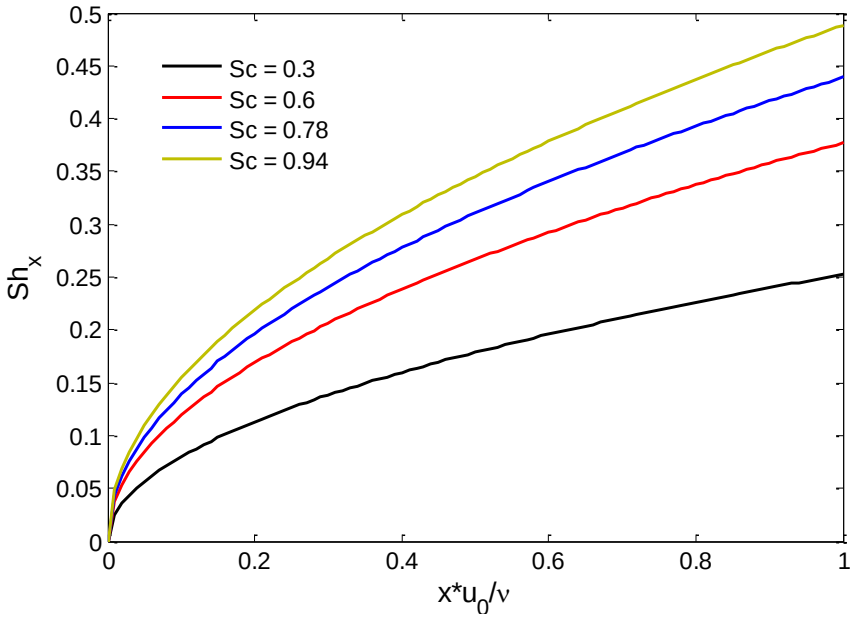


Figure III.19 : Variation du Nombre de Sherwood local pour différentes valeurs de Sc

(Gr_x = 0.2, Gm_x= 0.2, N = 5.0, Pr = 0.71)

CONCLUSION

Générale

IV. Conclusion :

A la lumière de cette étude, on peut citer les conclusions suivantes :

- *L'augmentation du nombre de Grashof thermique et massique local* Gr_x, Gm_x *respectivement, s'accompagne avec l'augmentation de profil de la vitesse, et* une réduction des deux profils de température et de la concentration. Quant aux coefficients de transfert thermique et massique, ils deviennent plus importants.
- Le paramètre de rayonnement thermique réduit la vitesse près de la plaque et augmente le taux de transfert de chaleur en termes de nombre de Nusselt local.
- Il est intéressant de noter que, dû à une augmentation en valeur du paramètre de rayonnement thermique N, la quantité *de mouvement et l'épaisseur de la* couche limite thermique diminuent. On observe par contre que l'augmentation des valeurs de p*aramètre de rayonnement thermique N s'accompagne d'une couche limite plus épaisse* de *concentration. On déduit les nombres locaux d'intérêt en termes thermique et massique.*

Références Bibliographiques

V. Références Bibliographique :

[1] BERKANE houda, (2005) influence de l'effet thermique sur une paroi lisse. Masters thesis, université Mohamed Khider Biskra, page15.

[2] Latifa, SKANDAJI REZG (20 Février 1997) étude de la structure d'une couche limite turbulente soumise a des oscillations transversales de la paroi. Docteur spiallté : thermique enero etique, l'ecole centrale de lyon ecole doctorale : mécanique energétique page (9-10).

[3] BAILICHE yasmine, et MAGLOUBI Azza, (2018_2019) Etude convection d'un fluide micropolaire sur la couche limite. Masters thèse ; Université Yahia Fares de Médéa ; page (4_8).

[4] Marie-Laure, toulouse (10 février 2004) analyse et caractérisation de la convection naturelle et la convection mixte dans des enceintes confinées. Docteur thèse; l'école nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace; page (13-14).

[5]http://www.sft.asso.fr/Local/sft/dir/user3775/documents/Ouvrages/livre%20Padet/PTC%2005%20-%20Chapitre%201.pdf.

[6]http://www.sft.asso.fr/Local/sft/dir/user3775/documents/Ouvrages/livre%20Padet/PTC%2005%20-%20Chapitre%201.pdf.05 - Chapitre 1

[7] BOUAZIZ.N. M, convection mixte d'un fluide micropolaire autour d'un cylindre vertical creux et mince –effet mhd –2018-UYFM-LBMPT, thèse de doctorat, univ. Médéa

[8] D. mebrouk, synthèse et étude des propriétés de nouveaux cristaux liquides monomériques thermotropes, thèse de doctorat, univ. badji mokhtar- annaba 2015

[9] -Lisa lamouline, Sherbrooke, Québec, Canada, juillet 2011,

[10] https://www. A QUOI SERT LE SANG/

[11] https://www.acaops.asso.fr/mesure-de-la-viscosite -sanguine/

[12] Hania BERA ZA , Imane BOUYAHIA 'l'effet du comportement rhéologique du fluide sur quelques caractéristiques hydrodynamiques d'un lit fluidisé solide-liquide' .Université a. Mira – Bejaia

[13] ROUICHI Fairouz (2011 / 2012) effets de soret et de dufour sur l'écoulement sur une plaque en convection libre imbibée dans un milieu poreux. Thèse Master, université el-hadj lakhdar – Batna, page (15-19).

[14] J. Padet, "**Principe des transferts convectifs**", Edition polytechnica, Paris (1997) ; p 272.

[15] J.G. Knudsen., "**Heat transfer by convection**", I n Perry R. H., Green D.W., and Maloney J.O., Editors, Perry's Chemical Engineers' Handbook, McGraw-Hill, New York, 7th Edition (1999); pp. 5.12-5.14.

[16] F. Kreith, "**Transmission de Chaleur et Thermodynamique**", Edition Masson, Paris (1967), p654.

[17] J. R. Welty, C. E. Wicks and R.E. Wilson, "**Fundamentals of momentum, heat, and masstransfer**", third Edition, John Wiley & sons (1984); p 803.

[18] **J.** P. Holman, "**Heat transfer**", 7th Edition, International edition, McGraw Hill, New York (1997), p. 336-390.

[19] P. H. Oosthuizen and D. Naylor, "**An introduction to convective heat transferanalysis**", McGrawHill international, New York (1999), p. 622.

[20] **D.** Nield, A. Bejan," **Naturel Convection** ", Third Edition, Springer, (2006).