République algérienne démocratique et populaire

Université de Yahia Farès de Médéa

Faculté de la Technologie

Département de Génie des Procédés et Environnement

Spécialité : Génie Chimique

Mémoire de fin d'étude

En vue de l'obtention du diplôme de Master

Etude Numérique de la Convection Double Diffusion dans une Cavité inclinée et Saturée par un Fluide Non-Newtonien

Réalisé par :

Hocini Samia

Merzougui Roumissa

suivi par :

Dr. Rebhi Redha

Pr. Hadidi Noureddine

Promotion : 2021/2022

Remercîment

Tout d’abord nous remercions infiniment le bon dieu puissant la bonne santé, la volonté et la patience qu’il m’a donne pouvoir achever ce travail.

Il nous est agréable de remercier vivement tous ceux qui, grâce à leur aide précieuse, ont permis la réalisation de ce travail.

Avant tout, j’adresse mes chaleureux remerciements aux encadreurs,

Dr. Rebhi Redha et Pr. Hadidi Noureddine

Qui ont dirigé et suivi ce travail avec patience et donne les conseils pour amélioré notre travail.

Dédicace

Quoi que de plus que de pouvoir partager les meilleurs moments de sa vie avec les êtres qu'on aime.

Arrivé au terme de mes études, j'ai le grand plaisir de dédier ce modeste travail :

A mon très cher père, pour ses encouragements, et ses sacrifices.

A ma très chère mère qui ma donne toujours l'espoir et sa soutien dans vivre

A mon cher frère : AMINE

A mes sœurs : Ouessam , Imane

Et toute ma famille : HOCINI ALI

A Madame Lounis Selma pour sa patience, ses conseils et son aide.

Samia

Dédicaces

A ceux qui n'ont jamais cessé de m'encourager et de me soutenir, à ceux qui leur amour m'a donné la volonté d'aller toujours de l'avant. A mes très chers parents, Que dieu les protèges.

A mes frères Ihab, Aymen, khalil, Ali, Chorouk er Ritaj.

A mes chers grands parents ;

A tous mes amis, tout particulièrement Siham, Meriem, Imane Noor Elhouda et Dalila

Et Samia, chère ami avant d'être binôme.

Roumissa

Résume :

Ce travail concerne une étude numérique de la convection double diffusion par un fluide non-newtonien. Le modèle physique opté c'est une cavité carré saturé par un fluide non-newtonien tel que les parois supérieures et inférieures sont maintenues à des flux uniforme de chaleur et de mase, tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatique. Le modèle de Carreau-Yassuda (C-Y) a été retenu pour modéliser le comportement rhéologique des fluides non-newtonien. Dans ce travail, nous avons utilise la méthode des différences finies pour les résolutions des équations : de continuité, de mouvement, d'énergie et de la concentration. Les paramètres régissant dans cette étude sont le nombre de Rayleigh thermique, R_T, le nombre de Lewis,Le, le rapport des force de volume, N,et les paramètre rhéologique n, s, a, E.

les résultats obtenus montrent que la diminution des valeurs de n, s, et l'augmentation de la valeur du nombre, E , a entrainent une amélioration significative des taux de transfert de chaleur et de masse.

Mot- clés : convection Double diffusion, Non-Newtonien, méthodes différence finis, modèle Carreau-Yassuda.

Abstract:

This works concerns numerical studies of the double diffusive convection saturated by non-Newtonian fluids. The physical model chosen is a square cavity saturated by a non-Newtonian fluid such that the upper and lower walls are maintained at uniform and constant fluxes of heat and mass, while the vertical walls are impermeable and adiabitique. Carreau-Yassuda (CY) model was chosen to model the rheological behavior of the non-Newtonian fluid. In this work, we used the finite difference method eo solve the equations: of continuity, movement, energy and concentration. The parameters governing in this study are the thermal Rayleigh number. The Lewis number Le, the volume force ratio,N, and the rheological parametres n, s, a , E the results obtained show that the decrease in the values of n, s , and the increase in the value of the number E and a lead to a significant improvement in the rates of heat and mass transport.

Keywords: natural convection, Non-Newtonian fluid, finite difference method, Carreau -Yasuda model, fluid medium.

الملخص:

يتعلق هذا العمل بالدراسات العددية للحمل الحراري الطبيعي للسوائل غير النيوتونية في وسط مائع, تم اختيار نموذج Carreau-Yassuda لنمذجة السلوك الانسيابي للسائل غير النيوتوني. النموذج المختار هو تجويف مربع مشبع بسائل غير نيوتوني بحيث يتم الحفاظ على الجدران العلوية والسفلية في تدفقات موحدة للحرارة والكتلة, في حين أن الجدران العمودية غير منفذة. استخدمنا في هذا العمل طريقة الفروق المحدودة لحل هذه المعادلات: الاستمرارية والحركة والطاقة والتركيز..كما أنها تخضع لعدة عوامل مختلفة مثل عدد رايلي RT وعدد لويسLe,و نسبة قوة الحجم N,والمعلمات الريولوجية. n, s, a, E كما اظهرا النتائج التي تم الحصول عليها أن انخفاض قيم n, s, وزيادة قيمة عدد a و E تؤدي إلى تحسن كبير في الحمل الحراري والكتلة.

الكلمات المفتاحية. الحمل الحراري الطبيعي,السوائل غير النيوتونية, طريقة الفروق المحدودة, نموذج Carreau-Yassuda,وسط السوائل

TABLEAU DE MATIERE

Remerciements

Dédicaces

Résumé, abstract, الملخص

Liste des Symboles et des Abréviations

Table de figures

Liste de tableaux

Introduction générale……... 1

Chapitre I : généralité et revue bibliographique

I. Introduction**…….** 3

II. Transfert de chaleur et de masse**…….** 4

II.1. Transfert de chaleur **……...** 4

II.1.1.Définition…….. 4

II.1.2. Modes de transfert de chaleur……... 5

II.2 Transfert de masse **……...** 10

II.2.1.Définition**……..** 10

II.2.2. Lois de FICK…… 11

II.2.3. Transfert par diffusion…….. 12

III. Fluide newtonien et non-newtonien……. 13

III.1.Définition : C'est quoi un fluide newtonien ? Non newtonien ?**.....** 13

III.2. La différence entre le fluide newtonien et non-newtonien**…….** 13

III.3. Classification des fluides…… 13

III.3.1. Fluide Newtonien…… 13

III.3.2. Fluide non-Newtonien…… 14

A- Fluides viscoplastiques…….. 14

B- Fluides à viscosité dépendants du temps…… 15

C- Fluides aux viscosités indépendantes du temps…….. 15

D- Les fluides viscoélastiques (rhéoplastiques)…….. 16

IV. Modèles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants…….. 18

IV.1. Le modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance……... 18

IV.2. le modèle de Sisko. ……. 19

IV.3. Le modèle de Crosse……... 20

IV.4. Le modèle d'Ellis…… 20

IV.5. Le modèle de carreau- Bird……. 21

IV.6. Le modèle de Carreau-Yassuda …….. 21

VI. Revu Biobibliographie……. 22

V. Conclusion …… 25

Chapitre II : Modèle physique et Formulation mathématique

I. introduction …… 26

II. Description du modèle physique …….. 26

III. Hypothèses simplificatrices …… 27

IV. Modélisation mathématique …… 28

IV.1. Équation de continuité**……** 28

IV.2. Equation de la quantité de mouvement**……** 29

IV.3. Equation de l'énergie **……..** 29

IV.4. Équation constitutive (comportement rhéologique)……. 29

IV.5. équation de concentration **……** 30

V. Formulation mathématique en coordonnées cartésiennes **……** 30

VI. Conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques……. 31

VI.1. Conditions aux limites hydrodynamiques…… 31

VI.2. Conditions aux limites thermiques et massiques……. 31

VII. Mise sous forme adimensionnelle **……** 32

VII.1. Équation de transport adimensionnel en formulation (ψ, Ω)…… 34

VII.2. Conditions aux limites adimensionnelles…… 36

VIII. transfert thermique et massique **……** 36

IX. conclusion **……** 37

Chapitre III : Méthode Numérique

I. Introduction …… 38

II. Présentatif on Générale **……** 38

II.1. Méthodes volumes finis…… 38

II.2. Méthodes éléments finis **……** 39

II.3. méthodes différents finis **……** 39

III. Discrétisation des équations de conservation **……..** 40

III.1. Les termes diffusifs et non diffusifs 40

III.2. Les termes convectifs 40

III.3. Les termes temporels 41

IV. Discrétisation de l'équation de mouvement 14

V. Discrétisation de l'équation d'énergie 43

VI. Discrétisation de l'équation de concentration 44

VII. Discrétisation des conditions aux limites 44

Chapitre IV : Résultats et Discussion

I. Introduction 46

II. L'effet des paramètres rhéologiques sur les contours $n, E, s, a.$ 46

II.1.L'effet de la loi de puissance (n) sur les contours 46

II.2. L'effet du paramètre rhéologique (s) sur les conteurs..... 48

II.3.L'effet de la constant de temps adimensionnel (E) sur les contours..... 49

II.4.L'effet du paramètre rhéologique (a) sur les conteurs..... 51

III. L'effet des paramètres rhéologiques sur les profils $n, E, s, a.$ 53

III.1. l'effet de la loi de puissance (n) sur les profils..... 53

III.2. l'effet de la constante de temps adimensionnel E sur les profils..... 55

III.3. l'effet du paramètre rhéologique (s) sur les profils..... 57

III.4. l'effet du paramètre rhéologique (a) sur les profils. 59

Conclusion générale..... 58

Les références 59

LISTE DE FIGURE

Figure I.1 : Isotherme et gradient thermique…….. 4

Figure I.2 : Schéma du transfert de chaleur radiatif…… 7

Figure I.3 : Schéma du transfert de convectif…… 8

Figure I.4 : Rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien…. 14

Figure I.5 : Allure générale d'une courbe d'écoulement……. 14

Figure I.6 : Rhéogramme des fluides Non-Newtoniens indépendants du temps……. 16

Figure I.7 : Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dépendants du temps**……** 16

Figure I.8 : Classification des fluides complexe……. 17

Figure I.9 : Classification des fluides non- newtoniennes…….. 17

Figure I.10 : Evolution de la viscosité apparente avec le taux cisaillement pour différents types de comportements rhéofluidifiants réels……19

Figure I.11 : évolution de la viscosité apparente avec le taux de cisaillement en utilisant les modèles Cross et SISKO……20

Figure I.12 : variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement à 25°C, les traits plein sont ajustés par le model de Carreau-Yassuda……22

Figure II.1 : représentation schématique de la cavité et système de coordonnées**…26**

Figure II.2 : évolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement. Les points correspondent au modèle de carreau-Yassuda, le trait continu au modèle de carreau-Bird avec n=0.6, E'=45.8 s,$\mu_0 = 4.22\ pa.s\ et \mu_\infty = 0.00372 pa.s$ les pointillés correspondent au modèle de carreau- bird mais avec$\mu_\infty = 0$……30

Figure IV.1 : présente l'effet de n l'indice de loi de puissance pour différente valeurs (n=1,0.6, 0.3) sur les lignes de courant Ψ, isothermes$T$, iso concentrations S et

la viscosité apparente μ pour $Ra_T = 10^4$, Le=10, N=0.5, Pr=10, E=0.1, s=0.01 et a=2 ,$\theta = 0°$……47

Figure IV.2 : est présenté l'effet du paramètre rhéologique (s), pour différent valeur (s=1, 0.5, 0.) sur les lignes de courant Ψ, isothermes T, iso concentrations S et la viscosité apparente μ pour $Ra_T = 10^4$, Le=10, N=0.5, Pr=10, E=0.1, n=0.6 et a=2, $\theta = 0°$. ……. 48

Figure IV.3 : présente l'effet de la constante de temps adimensionnelle(E) pour différente valeurs (E=0, 0.6, 1) sur les lignes de courant Ψ, isothermes T, iso concentrations S et la viscosité apparente pour $Ra_T = 10^4$, Le=10, N=0.5, Pr=10, n=0.6,s=0.01 et a=2 ,$\theta = 0°$……. 50

Figure IV.4 : présente l'effet du paramètre rhéologique (a),pour différent valeurs (a=0.2,0.5, 2) sur les lignes de courant Ψ, isothermes T, iso concentrations S et la viscosité apparente μ pour $Ra_T = 10^4$, Le=10, N=0.5, Pr=10, E=0.1,s=0.01 et a=2 ,$\theta = 0°$……. 52

Figure IV.5 : présente l'effet de l'indice, de la loi de puissance sur les profile de la fonction de courant Ψ, et de la vitesse v, de la température T, de la concentration C dans le plan médian vertical pour $Ra_T = 10^4$, Le= 10, Pr= 10, et corresponde N =0.5 et $\theta = 0°$, S=0.01 ; E=0,1, et a=2, et a pour différente valeur de (n=1. 0,6, 0,3)……. 54

Figure IV.6 : présente l'effet de constant de temps adimensionnelle, E, sur les profiles de la fonction de courant Ψ, de la vitesse v ; de la température T et la concentration C, dans le plane médiane verticale pour $Ra_T = 10^4$; Le=10 ; Pr=10 et N=0.5,$\theta = 0°$, S=0.01 ;a=2, et n=0,6, et E pour différente valeur (E=0 ,3.0 ,6 ,1)…….. 56

Figure IV.7 : présent l'effet de paramètre rhéologique s, sur les profiles de la fonction d'écoulement Ψ, de la vitesse v ; de la température T et la concentration C, dans le plan médiane ; pour $Ra_T = 10^4$; Le=10 ; Pr=10 et N=0.5,$\theta = 0°$, a=2 ;E=0,1, et n=0,6, et s pour différente valeur (s=0, .0 ,5 ,1)……. 58

Figure IV.8 : présente l'effet de paramètre rhéologique a, sur les profiles de la fonction d'écoulement Ψ, de la vitesse v ; de la température T et la concentration C, dans le plan médiane ; pour $Ra_T = 10^4$; Le=10 ; Pr=10 et N=0.5,$\theta = 0$, S=0.01 ;E=0,1, et n=0,6, et a pour différente valeur (a=0 ,2.0 ,5 ,2)…….. 60

LISTE DU TABLEAU

Tableau I.1 : viscosité dynamiques de quelques substances à la température ordinaire…….15

Tableau I.2. : les paramètres rhéologiques du modèle de Carreau- YASUDA pour les solutions de tylose et CMC……..24

Liste des Symboles et des Abréviations

A : Rapport de forme de la cavité.

C_T: Gradient de température dans la direction x.

g: Accélération de la pesanteur, m/s^2.

H': Hauteur de la cavité m.

L': Largeur de la cavité m.

λ: Conductivité thermique du fluide, W / mk.

n: Indice de la loi en puissance, paramètre réel.

q': Flux de chaleur constant par unité de surface, $W / m^{2.}$

Le : Nombre de Lewiss local.

Pr: Nombre de Prandtl.

Ra_T: Nombre de Rayleigh.

T: Température adimensionnelle.

ΔT: Différence de température.

u: Composante de la vitesse adimensionnelle, direction x.

v: Composante de la vitesse adimensionnelle, direction$y$.

x, y: : Coordonnées cartésiennes à partir du centre de la cavité.

Symboles Grecs :

α : Diffusivité thermique du fluide,m^2/s.

β : Coefficient d'expansion thermique,K^{-1}

Ψ : Fonction du courant adimensionnelle.

ρ : Masse volumique du fluide,Kg/m^3

Ω: Verticité adimensionnelle.

η: Viscosité apparente adimensionnelle.

μ: Viscosité dynamique d'un fluide Newtonien.

τ: Tenseur des contraintes.

Introduction Générale

Introduction générale :

Le transfert de chaleur et de masse est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Biens qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs des procédés industriels, etc.

L'un des mécanismes de transfert de l'énergie est la convection qui se produit entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont portés à des températures différentes. On distingue trois types de ce mécanisme qui sont la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte.

La convection thermique naturelle dans la configuration de Rayleigh-bénard semble être bien maîtrisée dans les fluides newtoniens en raison d'énormes travaux de recherche entreprise dans ce domaine. Les travaux consacrés à la convection thermique des fluides non-Newtoniens de meurent peu nombreux à cause des facteurs suivants :

✓ La complexité de l'écoulement qui dépend fortement de la viscosité qui est fonction du taux de cisaillement pour certain fluide.

✓ Le manque de connaissance du comportement de bifurcation de l'état de repos qui reste toujours en cours de recherches expérimentales et numériques.

Au cours de ces dernières années, le transfert de chaleur par la convection double diffusion dans les cavités fermées, présente un intérêt important dans de divers domaines de la technologie comme par exemple : capteur solaires, double vitrage pour les habitations, refroidissement les instruments électroniques, la conception des fours, des réacteurs nucléaires…etc.

Cette étude présente une simulation numérique par la méthode des différences finis de la convection double diffusion dans une cavité carrées. Il s'agit d'une enceinte de longueur L et de hauteur H, elle est rempli d'un fluide non-Newtonien, soumise à de gradient de température verticale. Les parois (supérieure et inférieure) actives sont maintenues à des températures constantes. Pour li nombre de Rayleigh égale 10^4 et étude l'effet de l'indice de puissance et l'autre effet des paramètres rhéologique dans le cas d'un fluide non newtonien (fluides rhéofluidifiants).

Notre étude est présentée en quatre chapitres :

[Introduction générale]

Ce mémoire débute par une introduction générale sur le transfert thermique et son importance, Ainsi que les fluides Non-Newtonien.

Le premier chapitre est consacré à des généralités, une synthèse bibliographique sur le transfert chaleur et de masse, les différents types des fluide, suivit d'une présentation des différents modèles rhéologiques de quelques fluide par ailleurs, une exposition détaillée du modèle Carreau-Yassuda (C-Y) et retenue.

Le deuxième chapitre présente la configuration géométrique du problème à étudier, ainsi que le modèle mathématique contenant les équations, qui régissent le phénomène de la convection double diffusion.

Le troisième chapitre s'intéresse à la description de la méthode des différences finis, ainsi que la discrétisation des équations différentielles du modèle mathématique obtenu pour un fluide non-newtonien.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques avec des interprétations.

Enfin, notre mémoire est clôturé par une conclusion générale, qui résume les principaux résultats de simulation.

Chapitre I :

Généralité et Revue bibliographie

I. Introduction :

La thermique est la discipline qui permet à l'ingénieur de comprendre et de décrire, le fonctionnement d'un grand nombre d'équipements industriels qui ont comme caractéristique commune de mettre en ouvre des échanges de chaleur.

La chaleur est une forme particulière de l'énergie. Qui s'écoule sous l'effet d'une différence de température des hautes vers les basses températures. L'unité de la chaleur dans le système international est de joule(J).

Le transfert de chaleur représente l'un des modes communs d'échange d'énergie c'est un phénomène que l'on trouve dans de nombreux secteurs de l'industrie et dans notre vie quotidienne. Les ingénieurs et les techniciens se trouvent confrontés à ce genre de problème ; et essayent de maximiser ou de minimiser ce phénomène selon les besoins de l'industrie et dans le souci d'économiser cette énergie qui revient chère. De ce fait, les transferts thermique ont, aussi bien dans le domaine des sciences pures que dans celui des applications technologiques, un rôle souvent essentiel. Ce rôle devient même déterminant lorsqu'il est à l'origine des techniques utilisées, exemples : échangeurs, moteurs thermiques, calorifugeage, isolation thermique …etc.) la connaissance des lois physiques qui régissent ces modes de transferts thermique est une chose essentielle et très importante, car elles nous permettent de maitriser la façon et la qualité de cet écoulement de chaleur suivant notre désir.

Dans une cette chapitre nous définissons le phénomène de transfert de chaleur et de masse et les modes de fluide.

II. Transfert de chaleur et de masse :

II.1. Transfert de chaleur :

II.1.1. Définition :

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passe d'un état d'équilibre à un autre.

La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

A- Champ de température :

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : T = f (x, y, z, t). La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

B- Gradient de température :

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température. On obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :

$$\overrightarrow{grad}(T) = \vec{n}\frac{\partial T}{Xx} \qquad (I.1)$$

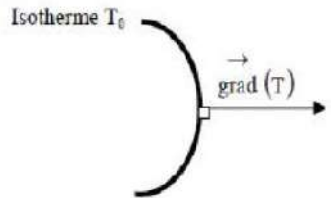


Figure I.1 : isotherme et gradient thermique [34]

Avec :

$\vec{n}$: Vecteur unitaire de la normale

$\frac{\partial T}{\partial n}$: Dérivée de la température le long de la normale.

C- Flux de chaleur :

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\emptyset = \frac{1}{s}\frac{dQ}{dt} \qquad \text{(I.2.)}$$

Où S est l'aire de la surface (m^2) .

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps [34]:

$$\varphi = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{(I.3)}$$

II.1.2.. Les différentes modes de transferts thermiques:

Lorsque deux systèmes sont à des températures différentes, le système le plus chaude cède de la chaleur au plus froid. Il y a échange thermique ou encore transfert thermique entre ces deux système. Cette situation se rencontre dans de nombreuses situations industrielles (moteurs thermiques ou même électriques, centrales électriques au fuel au gaz, etc.…électronique) ou domestique (chauffage de l'habitat). Un transfert d'énergie donne lieu à un flux de chaleur qui correspond à un déplacement de l'énergie du plus chaud vers le plus froid , comme on le verra par la suite , le flux de chaleur dont la densité locale est notée $\vec{\varphi}$ est une grandeur vectorielle, ce qui signifie qu'un flux de chaleur est caractérisé non seulement par son intensité mais aussi par sa direction. Il est défini en chaque point de l'espace et a l'unité d'une densité surfacique de puissance (W /m^2). Il existe trois modes essentiels de transfert de chaleur : la conduction, le rayonnement, et la convection[26]

A). Conduction :

On sait que l'énergie interne d'un corps solide, liquide ou gazeux correspond à l'énergie cinétique de ses éléments constituants qui se trouvent dans un mouvement permanent (atomes, molécules, électrons libres). La conduction représente le processus de propagation de la chaleur par le contact direct entre les particules d'un corps ou entre des corps ayant des niveaux énergétiques- donc des température- différents, suite au mouvement de ces particules élémentaires.

Dans les cas de gaz, le transfert thermique par conduction est le résultat de la diffusion moléculaire et dans les liquides et les solides diélectriques il a lieu à l'aide des ondes élastiques.

Pour les métaux, la conduction est déterminée essentiellement par la diffusion des électrons libres des zones plus chaudes vers les zones plus froides, les oscillations élastiques de la matrice cristalline jouant un rôle mineur.

Dans n' importe quel milieu, ce mode de transfert thermique tend à uniformiser la répartition d'énergie cinétique des particules constituantes dans la masse du corps.

La méthode analytique d'étude de la conduction considère les corps qui la subissent comme des milieux continus, en négligeant la structure moléculaire de la substance. Cette hypothèse n'est pas gênante, compte tenu que, généralement les corps sous observation sont beaucoup plus grands que leurs particules élémentaires et les distances qui les séparent.

Il faut mentionner que la grande majorité des applications techniques fait appel à la conduction thermique dans des corps solides ; dans des liquides et des gaz elle se manifeste seulement si le transfert par convection est totalement exclu.

Des exemples typiques pour la conduction sont : le transfert de chaleur par des parois de bâtiments, des conduites qui transportent des différents agents chauds ou froids, la congélation du sol pendant l'hiver.etc. [1]

En conduction, la chaleur se transfère par vibration interne des molécules. Ce type de transfert est régi par la loi Fourier :

$$\vec{Q}\ cond = -\lambda.\overrightarrow{grad}\ .dA \qquad \text{(I.4)}$$

Où :

$\mathcal{Q}_{cond}$: Flux de chaleur par conduction (w)

λ : Conductivité thermique du matériau (w.$m^{-1}.k^{-1}$)

T : température (C°)

A : surface du matériau

La densité de flux de chaleur q_{cond} (W.m^{-2}) est la quantité de chaleur traversant 1 m^2 de matériau et est exprimée par la relation :

$$\overrightarrow{q\ cond} = -\lambda.\overrightarrow{grad}\ T \qquad \text{(I.5)}$$

Par exemple a traverse du paroi du bâtiment, le flux de chaleur est presque unidirectionnel, ce qui donne en régime permanent la relation suivante pour un flux de chaleur traversant une épaisseur d de matériau [15] :

$$\mathcal{Q}_{Cond} = -\lambda . A . \frac{(T_2 - T_1)}{d} = \lambda . A . \frac{(T_1 - T_2)}{d} \quad \text{(I.6)}$$

B). Rayonnement :

Le phénomène de rayonnement thermique constitue une forme particulière de transfert thermique dans laquelle le porteur d'énergie n'est plus représenté par des particules de substance, mais par des ondes électromagnétiques ayant à l'origine l'agitation atomique à la surface d'un corps. Le mécanisme de rayonnement est crée par l'émission et l'absorption des ondes électromagnétiques porteuses d'énergie rayonnante et par la transformation de celle-ci en chaleur avec le changement d'état énergétique-énergie interne- des corps qui la retiennent. Ayant même nature que le rayonnement lumineux, le rayonnement thermique sera gouverné par les mêmes lois qui celui-ci, avec tout de même des lois propres. [1]

L'exemple le plus simple est celui du rayonnement solaire.

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surface (même dans le vide).dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation suivant : [15]

$$\varphi = \sigma \varepsilon_p s (T_p^4 - T_\infty^4) \quad \text{(I.7)}$$

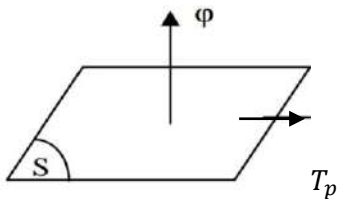


Figure I.2 : schéma du transfert de chaleur radiatif [34]

Où :

φ: $flux\ de\ chaleur\ transmis\ par\ rayonnementment$

σ: $constant\ de\ stefan$ ($5{,}67.10^{-8}\ W\ m^{-2}K^{-4}$)

ε_p : Facteur d'émission de la surface

T_p : Température de la surface (K)

T_∞ : Température du milieu environnant la surface (K)

S : aire de la surface (m^2)

C). Convection :

Le phénomène de convection se réfère au transfert thermique qui a lieu dans les fluides-liquides ou gaz-en mouvement.

La convection est le processus de transfert thermique déterminé par le mouvement des particules élémentaires d'un fluide ou gaz –entre des zones ayant des températures différentes ; ce mouvement entraîne un mélange intense des particules fluides, qui changent de l'énergie (chaleur) et de la quantité de mouvement (impulse) entre elles.

La convection peut apparaître entre des couches de fluide ayant des températures différentes ou entre un courant de fluide en écoulement au long d'une surface solide ayant une autre température que le fluide même. Elle est toujours accompagnée par la conduction dans le film mince de fluide adhérent à la superficie solide, à l'intérieur duquel la chute de température est importante. [1]

Une modélisation simplificatrice de ce phénomène peut être trouvée dans la loi de Newton citée ci-dessous…

$$\varphi = hS(T_p - T_f) \qquad \text{(I.8)}$$

Où :

T_p: $température\ de\ la\ paroi$

T_f : Température de fluide

φ: $densité\ de\ flux\ thermique(W.m^{-2})$

h : coefficient d'échange superficie

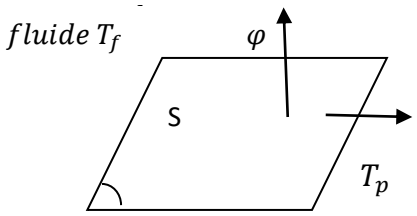


Figure I.3 : schéma du transfert de convectif

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection naturelle ou (libre), convection forcée et convection mixte.

➢ **Convection forcée :**

Le mouvement de fluide est causé par l'action des forces extérieures du processus (par exemple pompe, ventilateur.etc.) qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes.

En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement de fluide. [20]

- **Convection naturelle :**

Elle a comme origine le mouvement produit par les différences de densité entre les particules chaudes et celles qui sont froides existant dans un fluide situé dans un champ de forces massiques, l'intensité de la convection naturelle est en relation avec la nature du fluide. Le traitement de la convection libre sera fait en présence du champ de la gravité et en l'absence des autres forces massiques,

- **Convection mixte :**

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents quant les vitesses d'écoulement, fictives dues aux deux types de convection sont considérées séparément, du même ordre de grandeur convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vert le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les région a température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produits pour les parties du fluide la température est inférieure à celle du fluide chaude.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégie. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection son familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

II.2.Transfert de masse :

II.2.1. Définition :

Le phénomène de transfert de matière par diffusion opère des qu'il y a une différence de concentration. C'est un phénomène spontané, irréversible et incontournable (phénomène dispersif) conduisant à un équilibre, se produisant par suite de l'agitation thermique des molécules.

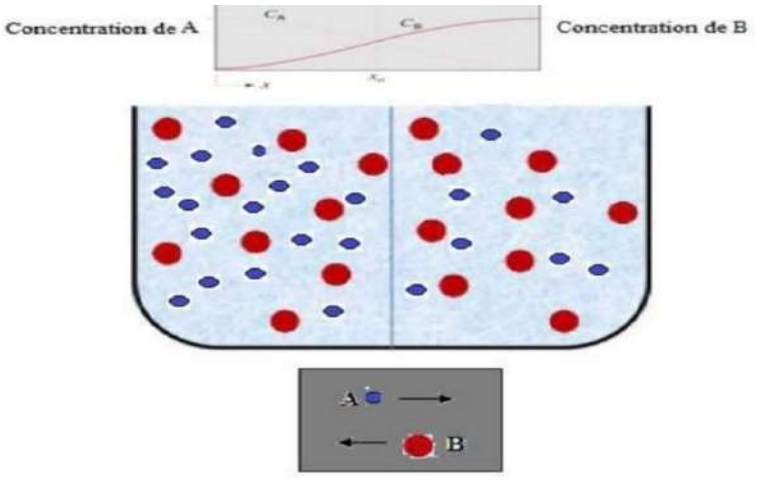
La diffusion est le transport microscopique (une migration) de masse comme les atomes, les molécules et les ions dans un milieu sous l'effet des différences de concentration, depuis les zones concentrées en matière vers les zones moins concentrées. Elle désigne la tendance naturelle d'un système à rendre homogènes les concentrations des espèces chimiques en son sein.

Au sens large, la diffusion désigne des transferts obéissants aux lois de FICK, s'il existe une différence de concentration dans l'espace, par exemple entre deux compartiments séparé par une membrane perméable (laissant passer le solvant comme le soluté), il va y avoir, au cours du temps, un déplacement de la matière, du compartiment concentre vers le moins concentre, comme l'indique.

Comme exemple : considérons deux compartiment adjacents contenant deux gaz différents a et b qui sont à la même température T et la même pression P, séparés par une paroi coulissante. Lorsqu'on fait glisser la paroi, les gaz « diffusent » de leur récipient d'origine vers le récipient voisin.

La diffusion dans le sens de concentration faible induit le transport net des molécules A vers la droite et les et les molécules B vers la gauche.

Après un certain temps, les concentrations de A et B deviennent uniforme dans tout le milieu.



Et un autre exemple classique de diffusion est l'ouverture d'une bouteille de parfum : même dans une pièce sans aucun courant d'air on perçoit assez rapidement une odeur agréable dans toute la pièce. [10]

II.2.2.Loi de FICK :

Plaçons –nous dans un système unidirectionnel et considérons le flux de particules d'une certaine espèce. Les particules peuvent être des molécules, des atomes ou des ions, des défauts ponctuels, des électrons libres ou des trous électroniques, etc.… soit c(x, t) leur concentration, exprimée en nombre de particules ou de moles par unité de volume. En présence d'un gradient de concentration $\frac{\delta c}{\delta x}$, on admet qu'il s'établit un flux de particules dans le sens descendant du gradient, et que ce flux est proportionnel au gradient correspondant :

$$J = -D\frac{\partial c}{\partial x} \tag{I.9}$$

D : est appelé coefficient de diffusion, on diffusivité.

Le flux est exprimé en nombre de particules ou de moles traversant l'unité d'aire par unité de temps, il s'ensuit que D a pour dimensions L^2T^{-1}. Il est généralement exprimé en cm^2s^{-1} ou en m^2s^{-1} cette loi, dite loi de FICK, en formellement identique à la loi Fourier pour l'écoulement de la chaleur

$$q = -k\frac{dt}{dx} \tag{I.10}$$

Où :

K : est la conductivité thermique

II.2.3.Transfert par diffusion :

Dans la convection thermique, la convection massique est la superposition de deux

Les phénomènes de diffusion pure constituent des exemples de transfert d'une grandeur extensive sans mouvement apparent à l'échelle macroscopique. Ils sont gouvernés par le gradient de densité volumique locale (grade C) de la grandeur considérée, et par le coefficient de diffusion D caractéristique du phénomène et du milieu, sous la forme :[18]

$$q_s = -D\overrightarrow{grad}C \tag{I.11}$$

q_s : *étant la densité de flux locale de C*

III. Fluide newtonien et non newtonien :

III.1. Définition : C'est quoi un fluide newtonien ? Non newtonien ?

III.1.1.Fluide Newtonien :

Un fluide newtonien est un fluide dont la viscosité ne dépend pas des contraintes qui lui sont appliquées. Autrement dit sa viscosité ne varie pas quand on agite le fluide. Elle peut néanmoins dépendre d'autres facteurs tels que la température. Plus le fluide est chaud moins celui-ci est visqueux, car les molécules sont plus agitées et par conséquent les liaisons entre elles sont moins fortes. A l'inverse plus le fluide est froid, plus il se solidifie, car ses molécules se figent et leurs liaisons sont donc plus fortes.

La viscosité du fluide newtonien sera donc constante quelques soient les contraintes exercées.

Des exemples de fluides newtoniens : l'eau, le miel, le sirop de sucre de canne...[24]

III.1.2.Fluide non Newtonien :

Dans un fluide non-newtonien, la viscosité ne dépend pas seulement de la température mais aussi d'une contrainte appelée contrainte de cisaillement. La viscosité dépend aussi, chez certains types de fluides non newtoniens, de la durée pendant laquelle cette contrainte est appliquée.

La viscosité augmente quand on applique une action mécanique dessus.[27]

Un exemple concret :

Pour mieux différencier les fluides newtoniens et les fluides non-newtoniens, on imagine que l'on place un fluide newtonien (du miel par exemple) dans un bol. On touille le fluide à l'aide d'une cuillère et on mesure la force exercée sur la cuillère et la vitesse de la cuillère dans le bol.

On remarque alors que lorsque l'on augmente de deux fois la vitesse, on doit aussi augmenter deux fois la force appliquée. La force et la vitesse sont donc proportionnelles car la viscosité est constante.



aintenant si on place dans le bol un fluide non-newtonien, La force et la vitesse ne seront plus proportionnelles, car la viscosité du fluide variera. En effet la cuillère oblige une partie de fluide à se mettre en mouvement tandis qu'une partie reste immobile ou bouge plus lentement. Il y a donc bien une contrainte de cisaillement et le fluide change de viscosité [21]

III.2. La différence entre fluide newtonien et non Newtonien :

Un fluide newtonien garde sa fluidité même si on la remue. Inversement ; un fluide non newtonien verra sa fluidité changer quand on la remue [31]

III.3. Classification des fluides :

Il est possible d'effectuer une classification rhéologique des fluides réels suivant la nature des paramètres influençant leur comportement rhéologique. Nous distinguons plusieurs catégories principales de fluides**:**[19]

- Fluides Newtoniens ;
- Fluides non Newtoniens ;

III.3.1. Fluides Newtoniens :

Ils s'appellent aussi liquides linéaires ou liquides parfaits. Dans ce cas, les contraintes de cisaillement sont proportionnelles au gradient de vitesse et la viscosité est indépendante de la contrainte appliquée et du temps. C'est une caractéristique de chaque fluide qui dépend de la température et de la pression. L'équation rhéologique s'écrit sous la forme :[16]

$$\tau = \mu\gamma \qquad \text{(I.12)}$$

Avec μ la viscosité dynamique du liquide dite absolue dans ce cas. Parmi les liquides appartenant à cette famille, on trouve l'eau, l'air, le miel... (Figure I-4)

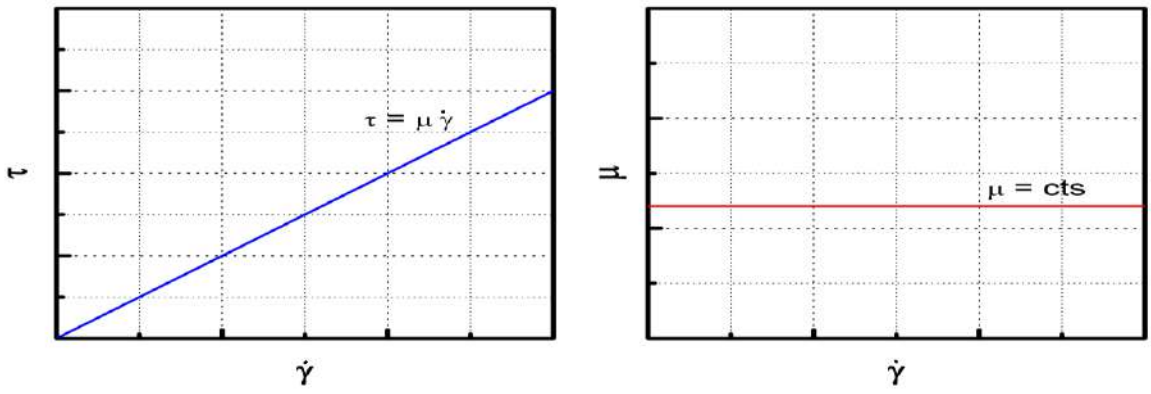


Figure I.4 : rhéogramme et courbe de viscosité dynamique d'un fluide Newtonien **[15]**

fluide	$\mu(pa.s)$
Air	2.10^{-3}
Pétrole	$0.65.10^{-3}$
Eau	10^{-3}
Mercure	$1.56.10^{-3}$
Sang	$4\text{-}25.10^{-3}$
Huile d'olive	0.1
Miel	1-10
Sirop d'érable	100
Bitume	10^{8}

Tableau1.1 : viscosité dynamiques de quelques substances à la température ordinaire [7]

III.3.2.Fluides Non-Newtonien :

Les fluides non-newtoniens sont subdivisés en trois groupes, qui sont caractérisés par des comportements rhéologiques distincts :[32]

- Fluides à viscosité indépendantes du temps
- Fluides à viscosité dépendantes du temps ;

A- Fluides viscoplastiques

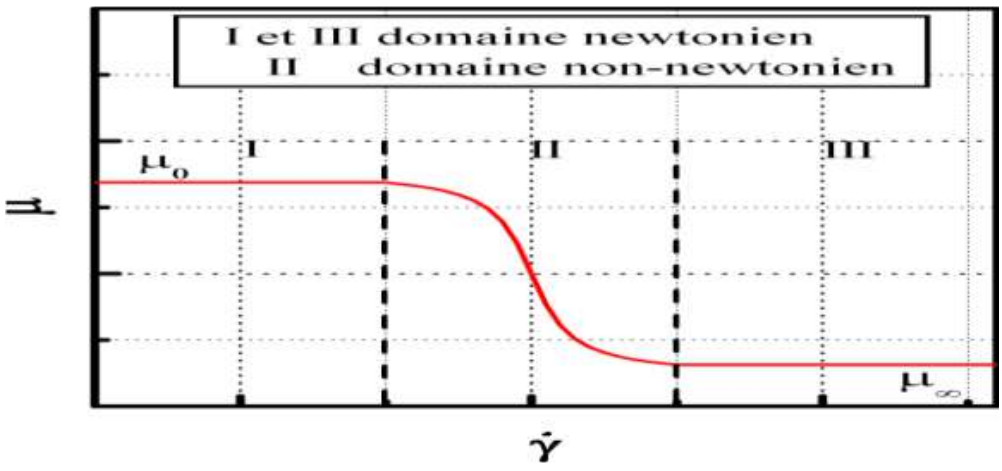


Figure I.5 : Allure générale d'une courbe d'écoulement **[6]**

B- Fluides aux viscosités indépendantes du temps :

Dans ce type de fluide, la viscosité dite apparente dépend toujours de la température et de la pression mais aussi du taux de déformation ou de la contrainte de cisaillement **[32]**. Cette catégorie comporte à son tour les trois types de fluides suivants (voir Figure I-6) :

- Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) ;
- Les fluides rhéoépaississants (dilatants) ;
- Les fluides à seuil (viscoplastiques)

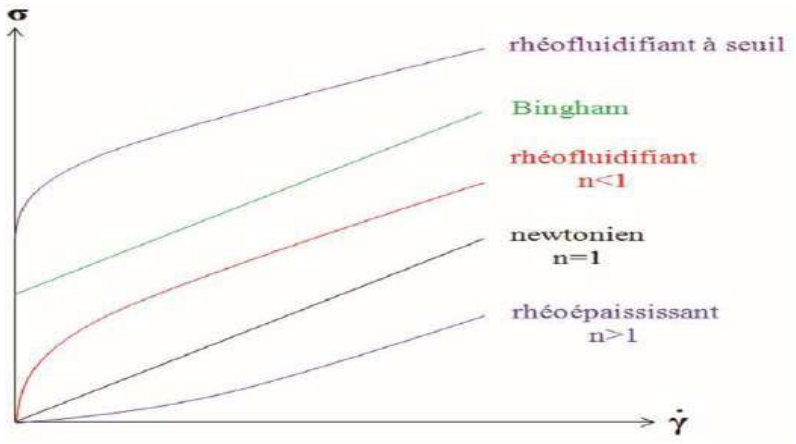


Figure I-6 : Rhéogramme des fluides Non-Newtoniens indépendants du temps **[9]**

C-Fluides à viscosité dépendants du temps :

Certains fluides non-Newtoniens possèdent un comportement qui varie en fonction du temps et du taux de cisaillement. Ces fluides se caractérisent par une viscosité apparente qui dépend de la durée d'application de la contrainte sans interruption.

Ces fluides se comportent comme si les contraintes subies dans un passé relativement récent modifiaient leurs comportements à l'écoulement présent. Les rhéogrammes résultantes de l'application d'une vitesse de déformation qui croît et décroît régulièrement (charge décharge) sur ces derniers, présentent des cycles d'hystérésis.[4]

Cette catégorie de fluide peut se subdiviser en deux classes (Figure I-7) :

- Les fluides thixotropes
- Les fluides rhéopectine (antithixotropes)

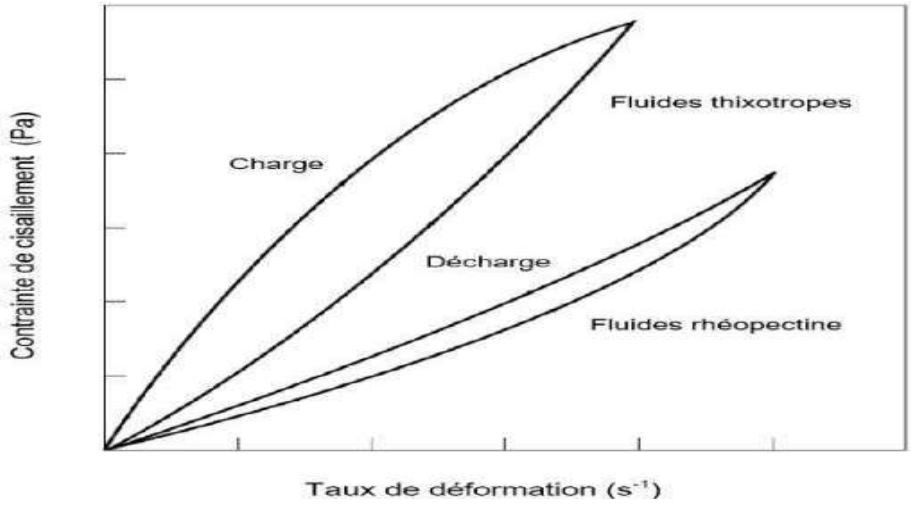


Figure I.7 : Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dépendants du temps **[21]**

D- Les fluides viscoélastiques (rhéoplastiques) :

Les fluides viscoélastiques manifestent sous l'effet d'une contrainte, un comportement qui dépend à la fois de la déformation, du taux de cisaillement et du temps.

Ces fluides possèdent simultanément des propriétés visqueuses et élastiques. Car soumis à un test de fluage (contrainte de cisaillement constante) (Figue I-7), ces fluides se déforment en trois temps successifs :[29]

- Déformation instantanée qui résulte de l'élasticité du fluide ;
- Déformation élastique amortie par la viscosité ;
- Déformation linéaire purement visqueuse.

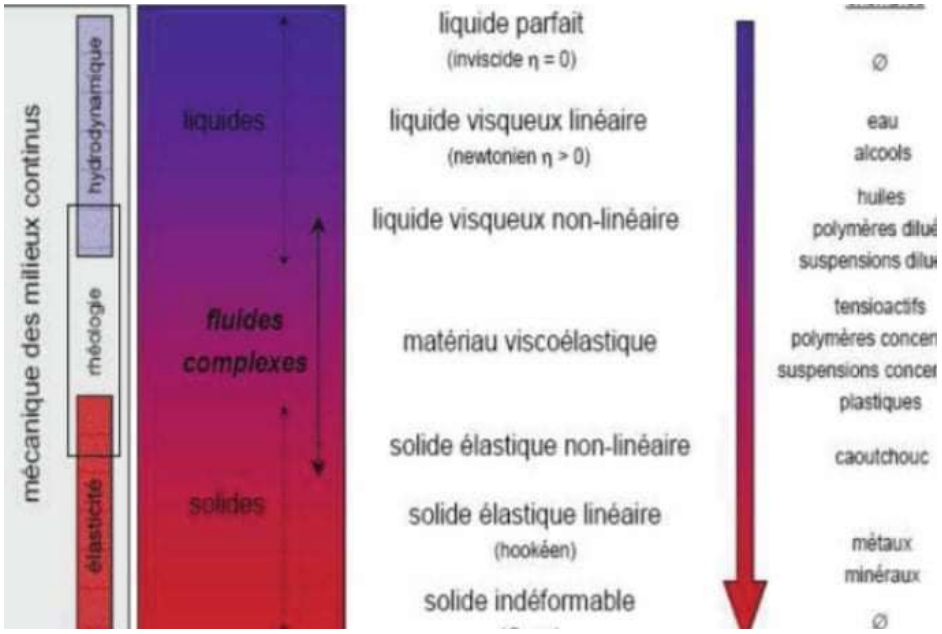


Figure I.8 : classification des fluides complexe [7]

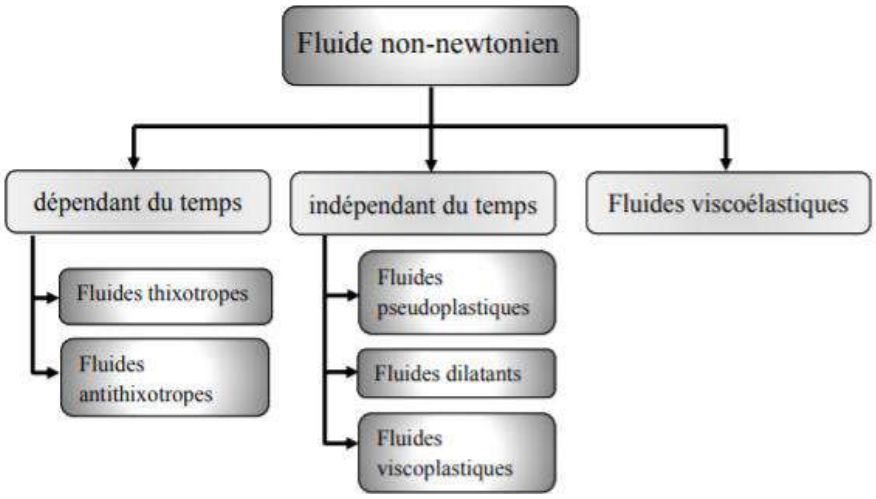


Figure I.9 : classification des fluides non- newtoniennes [7]

IV. Modèles rhéologiques pour les fluides rhéofluidifiants :

Différentes lois permettant de modéliser les fluides non-newtoniens peuvent être trouvées dans la littérature (Bird et al.)

Dans la présente étude , on s'est intéressé au cas des fluide non-newtoniens les plus répandus dans procédés industriels et dont leur viscosité diminue avec le taux de cisaillement, il s'agit éventuellement du comportement rhéofluidifiant. Dans ce paragraphe, on s'est limité à citer les modèles rhéologiques les plus utilisé à savoir :[21]

- Le modèle d'oswald- de – weale ou de la loi de puissance ;
- Le modèle de Sisko ;
- Le modèle de Cross ;
- Le modèle d'Ellis ;
- Le modèle de carreau-Bird ;
- Le modèle de carreau-Yasuda ;

IV.1. Le modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance :

C'est un modèle mathématique simple permettant de modéliser facilement un fluide non-newtonien sans seuil par la relation :

$$\mu = K\dot{\gamma}^{n-1} \tag{I.13}$$

Avec :

μ : la viscosité apparente ;

K : l'indice de consistance ;

Et n : l'indice rhéologique ;

Si :

- 0<n<1, le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;
- n=1, il est newtonien ;
- n>, il est rhéoépaissisant ou dilatant

Bien que ce modèle permet de résoudre un bon nombre de problème d'écoulement de fluide non-newtonien, il faut garder à l'esprit qu'il décrit mal le comportement à très faible ou très fort taux de cisaillement et que les paramètres n et K non pas une signification physique claire.

En réalité, un fluide rhéofluidifiant ne l'est que pour une certaine gamme de taux de cisaillement, comme on peut l'observer sur la figure I.10 pour les faibles taux de cisaillement, on observe le plateau newtonien, avec une éventuelle viscosité μ_0 appelée viscosité à cisaillement nul. Pour les cisaillements élevés, on constant aussi le plateau newtonien avec une viscosité μ_∞ appelée viscosité à cisaillement infini.[22]

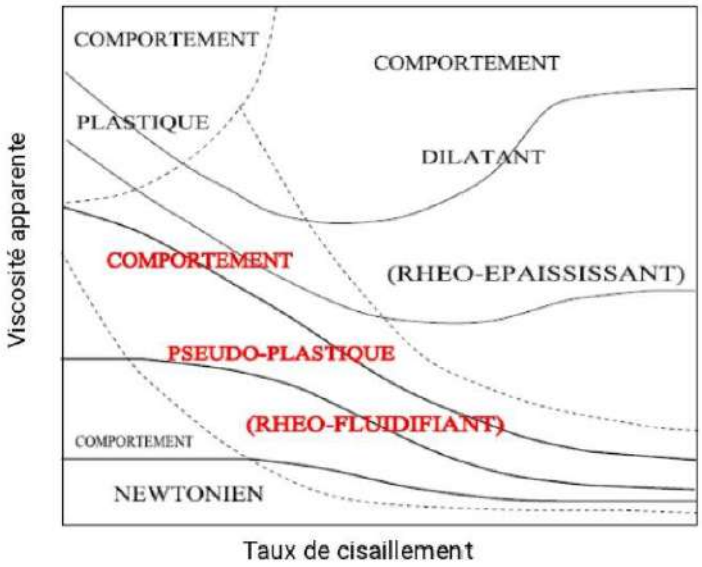


Figure I.10 : évolution de la viscosité apparente avec le taux cisaillement pour différents types de comportements rhéofluidifiants réels. [14]

VI.2. Le modèle de Sisko : [23]

$$\mu = \mu_\infty + K\dot{\gamma}^{n-1} \qquad \text{(I.14)}$$

Où :

μ : la viscosité apparente,

K : l'indice de consistance ;

n : l'indice rhéologique ;

Et μ_∞ : la viscosité à taux de cisaillement élevé.

IV.3.Le modèle de Crosse [23] :

Le modèle de Crosse a l'avantage de présenter le plateau newtonien à faible taux de cisaillement :

$$\mu - \mu_\infty = \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1+(E'\dot{\gamma})^n} \quad \text{(I.15)}$$

Où :

E' : représente le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

μ_0 : La viscosité du premier plateau newtonien à faible taux de cisaillement ;

Etμ_∞ : la viscosité du deuxième plateau newtonien à taux de cisaillement élevé.

IV.4.Le modèle d'Ellis [13] :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1+(\tau/\tau_{1/2})^{n-1}} \quad \text{(I.16)}$$

Où :

μ_0 : représente la viscosité apparente à taux de cisaillement nul ;

$\tau_{1/2}$: La contrainte à laquelle $\mu = \frac{\mu_0}{2}$;

Et n (n>1) : représente le degré du comportement rhéofluidifiant du fluide.

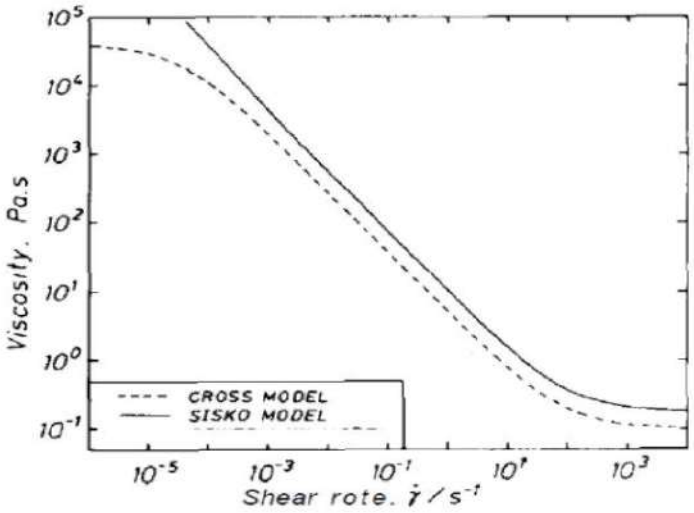


Figure I.11 ; évolution de la viscosité apparente avec le taux de cisaillement en utilisant les modèles Cross et SISKO. [23]

IV.5. Le modèle de carreau- BIRD [22] :

Généralement, pour un grand nombre de polymère, on choisit la valeur de a=2, on parle alors du modèle de Carreau-BIRD à quatre paramètres, le paramètre a fut ajoute plus tard par YASSUDA. On obtient :

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)\left[1 + \left(E'\dot{\gamma}'\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{(I.17)}$$

Où :

E' : le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

μ_0 : La viscosité du palier newtonien à faible taux de cisaillement ;

μ_∞ : La viscosité du deuxième plateau newtonien à taux de cisaillement élevé ;

Et n : représente l'indice de puissance

IV.6. Le modèle de Carreau-Yasuda [22]:

Ce modèle est largement utilisé pour décrire avec précision la viscosité des fluides rhéofluidifiants pour les faibles et fort taux de cisaillement. Il est donné par la relation suivante :

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (E'\dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad \text{(1.18)}$$

Où :

μ_0 : La viscosité du fluide à cisaillement nul ou faible ;

μ_∞ : La viscosité du fluide à cisaillement infinie ou forte ;

E' : le temps caractéristique de relaxation du fluide ;

$\dot{\gamma}'$: représente le seconde du tenseur de déformation ;

a : décrit la région de transition entre la viscosité à taux de cisaillement nul et la viscosité de la loi de puissance ;

Et n : représente l'indice de puissance ;

La figure I.12 Représente l'évolution de la viscosité apparente de différentes solutions de polymères en fonctions du taux de cisaillement. Une excellente concordance est observé entre les valeurs de la viscosité apparente mesurées par le rhéomètre, représentées par des symboles, et celles calculées à partir de l'équation(I.18), les quelles sont représentées par des traits pleins.

Le tableau I.1 montre les valeurs expérimentales des paramètres rhéologiques du modèle de Carreau-Yassuda, pour les solutions de tylose et CMC (carboxymethyl cellulose), qui sont représentées sur la figure1.

Généralement dans le modèle de CY, les fluides rhéofluidifiants ont un indice de puissance n (0.1<n<1) et une constante de temps E' (0.1<E'<100s). Lorsque la valeur de la constante de temps E' est très grande, le modèle de CY tend vers le modèle de la loi de puissance. Également, si n=1, s=1 ou E'=0, on retrouve le cas des fluide newtoniens.

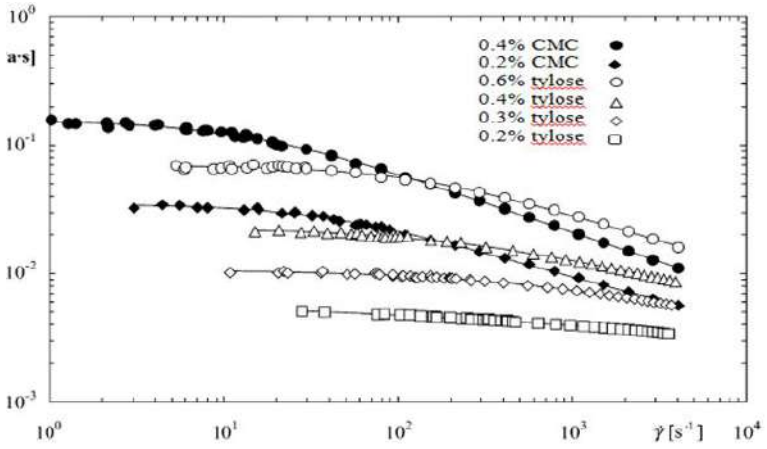


Figure I.12**:** variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement à 25°C, les traits plein sont ajustés par le model de Carreau-Yassuda.[23]

solution	μ_0(pa.s)	μ_∞(pa.s)	E'	a	n	$\gamma(s^{-1})$
0.4%CMC	0.1598	0.0008	0.0681	0.991	0.513	1-4000
0.2%CMC	0.0358	0.0008	0.0271	1.043	0.581	30-4000
0.6%tylose	0.0705	0.0008	0.00720	1.006	0.558	5-4000
0.4%tylose	0.0227	0.0010	0.00304	0.741	0.608	10-4000
0.3%tylose	0.0107	0.0010	0.00095	0.653	0.594	10-4000
0.2%tylose	0.00614	0.0008	0.00011	0.290	0.631	20-4000

Tableau I.2 : les paramètres rhéologiques du modèle de Carreau- Yassuda pour les solutions de tylose et CMC [23]

VI. Revue bibliographique

L'étude de transfert de chaleur et de masse par convection double diffusion dans la cavité remplie par milieu fluide suscite l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées dans ce domaine s'étendent sur plusieurs années. La revue bibliographique que nous allons présenter montre l'importance de ces études ainsi que l'existence d'un nombre

considérable de travaux numérique et théoriques consacrés l'étude des transferts de chaleur et de masse par convection double diffusion dans des milieux fluides contenus dans des cavités de différentes formes

O. Benouared. [23] ce l'auteur à étude numérique de la convection naturelle des fluides non-Newtoniens dans la configuration de Rayleigh-Bénard (RB).Le modèle de Carreau-Yasuda (CY) a été retenu pour modéliser le comportement rhéologique du fluide non-Newtonien. Le chauffage et le refroidissement de ses parois inférieures et supérieures (parois actives) ont été effectués soit en appliquant un flux de chaleur constant (condition type Neumann) ou en imposant des températures constantes (condition type Dirichlet). Les équations de transport, relatives à cet écoulement, ont été résolues numériquement en utilisant la méthode des différences finies. Les résultats numériques ont été validés dans le cas d'une cavité carrée pour des valeurs modérées du nombre de Rayleigh. Dans le cas, lorsqu'on maintient les parois actives sous un flux de chaleur constant ou à des températures constantes, le comportement rhéologique sur l'apparition de la convection sous-critique demeure qualitativement identique, alors que les seuils de la convection sous-critique sont différents.

Debih. M et Brahime. **M**. [8], à été étudié numériquement de la convection naturelle bidimensionnelle, laminaire er permanente dans cavité carrée fermée différentiellement chauffée est rempli par un fluide. Le modèle est représente par l'équation de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie. Ces modèle est discrétisé par la méthode des volumes finis et résolu par l'algorithme SIMPLER. Le code de calcul élaboré en utilisant FORTRAN a été validé par comparaison quantitative avec des résultats numériques de la littérature ou nous avons constaté un très bon accord.les résultats obtenus montrent un fort couplage entre le nombre de Rayleigh et l'intensité de l'écoulement.

L'étude numérique et analytique de la convection naturelle des fluides non-Newtoniens dans un milieu fluide. Le modèle de Carreau-Yassuda (CY) a été retenu pour modéliser le comportement rhéologique du fluide non-Newtonien à été fait par **BEN AROUS.F et al**, [3], Est utilisé la méthode des différences finies pour la résolution des équations gouvernantes : de continuité, de mouvement, de l'énergie et de la masse. Le modèle physique opté c'est une cavité rectangulaire saturée par un fluide non-Newtonien tel que les parois supérieures et inférieures sont maintenues à des flux uniforme de chaleur et de la masse, tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatique. Les paramètres régissant dans cette étude sont le nombre de

Rayleigh thermique, $R\ T$, le rapport des force de volume, le nombre de Lewis, le rapport d'aspect, et les paramètres rhéologique. Les résultats obtenus montrent que la diminution des valeurs de et l'augmentation de la valeur du nombre entrainent une amélioration significative des taux de transports de chaleur et de masse.

Belaid M et Yahiaoui .O [5] leur travaille concerne sur l'étude numérique de la convection naturelle des fluides newtonien et non-newtonien dans la configuration de Rayleigh-Binard. le modèle de la loi de puissance à été retenu pour modéliser le comportement rhéologique du fluide non –newtonien. L'écoulement convectif considéré est confiné dans une cavité de rapport de forme fini. Laquelle est soumise à une gradient de température vertical. Le chauffage et le refroidissement de ses parois inférieures et supérieurs (parois actives) a été effectué en appliquant un flux de chaleur constant. Les équations de transport. Relatives à cet écoulement, ont été résolus numériquement en utilisant la méthode des volumes finis

Le travaille qui réalisé par **Fersaoui .A** [12] , étudie numériquement la convection mixte dans une enceinte carrée avec la paroi inférieur et supérieur considéré comme adiabatique la paroi latérale gauche est chauffée entièrement et ce chauffage sera introduit sous forme d'flux Uniform, tandis que les parois latérales serrent supposées mobiles à une vitesse constant. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolus par la méthode volumes finis .l'algorithme SIMPLE sera utilisé pour le couplage pression – vitesse. Les fonctions de courant et les isothermes seront présentées pour diverses combinaisons de Ri les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local sur la paroi froide.les profile de vitesse au niveau de section droite de la cavité seront aussi présentés.

ALLOUI.Y, **[33]** à été étudié analytiquement et numériquement la convection naturelle dans une cavité peu profonde, remplie d'un mélange binaire, a été réalisée. Un flux de chaleur constant a été appliqué sur les limites horizontales de la couche On a supposé que les forces de flottabilité solutales étaient générées par l'action combinée de l'effet Soret et l'imposition d'un flux constant de concentration sur les parois horizontales (convection à double diffusion). Les conditions pour des forces de flottabilité thermique et de concentration aidant et opposées ont été examinées pour une large gamme de paramètres régissant, à savoir, le nombre de Rayleigh thermique RaT, le rapport de flottabilité φ, le nombre de Lewis Le, le nombre Prandtl Pr, le rapport de forme de la cavité A, le flux de soluté j et le type de convection. et les parois

verticales sont supposées adiabatiques. Le début de la convection supercritique et sous-critique stationnaire a été déterminé analytiquement en termes des paramètres régissant le problème. la solution analytique, est basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle, a été dérivée dans le cas d'une couche infinie. Le modèle approximatif, malgré sa relative simplicité, prédit avec succès les différents types d'écoulement rencontrés dans la présente étude. Cela couvre les écoulements coopérants et les écoulements opposés. Une analyse de stabilité linéaire de la solution de l'écoulement parallèle a été réalisée et le seuil pour les bifurcations de Hopf, a été obtenu numériquement. De cette manière, il a été possible de délimiter les frontières définissant les régions d'instabilités stationnaires et oscillatoires.

le travaille réalise par **Lounis.S et al**, [35] , qui étude numérique la convection thermosolutale des fluide non- newtonien, Le modèle physique opté c'est une cavité carrée incliné saturée par un fluide non-Newtonien tel que les parois actifs sont maintenues à des flux uniforme de chaleur et de la masse (la température et la concentration est constant), tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatique. , Le modèle de Carreau-Yassuda (CY) a été retenu pour modéliser le comportement rhéologique du fluide non-Newtonien, Les paramètres régissant dans cette étude sont le nombre de Rayleigh thermique, $R\ T$, le rapport de flottabilité N, le nombre de Lewis Le, nombre de Dufour D_f, nombre de Soret Sr et les paramètres rhéologique $n, s, E, a,$.et l'angle $\gamma = 0°$.Les résultats obtenus montrent que la diminution des valeurs de n, s, a, et l'augmentation de la valeur du nombre, E , entrainent une amélioration significative des taux de transfert de chaleur et de masse.

La viscosité apparente diminue avec l'augmentation des nombres de Soret et de Dufour l'augmentation du nombre du Lewis augmente l'échange thermique et massique pour différentes valeurs d'indices de loi de puissance n.

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous passons en revue les différentes méthodes de transfert de chaleur ainsi que le transfert de masse en fournissant des définitions à la fois de la conduction, convection, Rayonnement diffusion et fluide newtonien et fluide non newtonien.

Chapitre II :

Modèle physique et formulation mathématique

I. Introduction :

Dans ce chapitre nous décrivons et formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

II. Description du modèle physique :

Dans ce travail, la géométrique qui a suscité notre intérêt est une cavité carrée remplie d'un fluide non-newtonien dont le comportement rhéologique obéit au modèle de Carreau-Yassuda. Comme il est illustré sur la figure (II.1), L'origine du système de coordonnées cartésiens considéré est située au centre de la cavité.

Les parois active sont soumises soit à un flux de chaleur constant, q', ou maintenues à des températures constant. Par ailleurs, les autres parois sont toujours adiabatiques et imperméable.

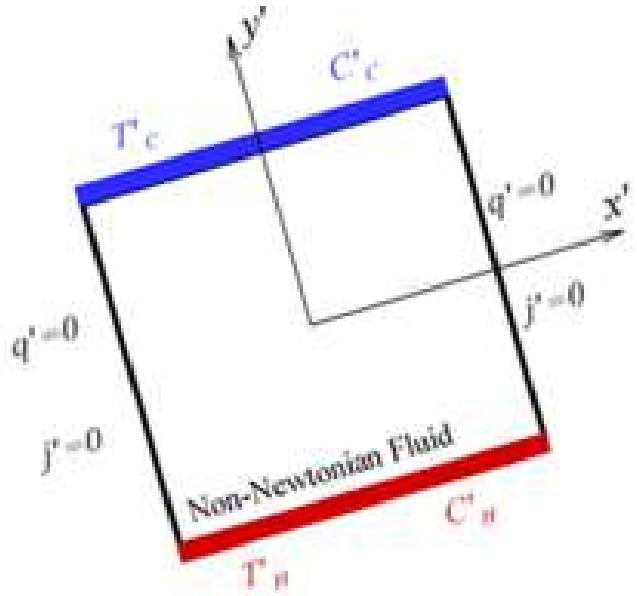


Figure II.1 : Représentation schématique de la cavité et le système coordonnée

III. Hypothèses simplificatrices :

Il est maintenant nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin d'établir un modèle mathématique simple décrit la physique de ce problème, donc

On adopte les hypothèses suivantes :

✓ La troisième dimension est suffisamment grande par rapport aux deux autres dimensions (L'et H') rendant l'effet de bords négligeables et ramenant la géométrie à un problème bidimensionnel ;

✓ Le fluide non-newtonien confiné à l'intérieur de la cavité;

✓ Le fluide est incompressible ;

✓ L'écoulement engendré est laminaire ;

✓ Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable ;

✓ Le travail des forces visqueuses et de pression est négligeable ;

✓ Les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées constantes (indépendantes de la température) et sont évaluées à la température de référence. à l'exception de la masse volumique, ρ, dans le terme de la possée d'Archimède qui varie linéairement avec la température T' et obéit à l'approximation de Boussinesq. En fait, cette approximation a été proposée pour la première fois en 1879 par Oberbeck :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T' - T_0')] \qquad \text{(II.1)}$$

ρ_0: $représebte\ la\ densité\ du\ fluide\ donnée\ à\ la\ température\ référence\ T_0'$

β: $le\ coefficient\ d'expansionthermique\ à\ pression\ constant, généralement, ce$

Coefficient est de l'ordre de 10^{-4}.il est définit par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T'}\right)_p \qquad \text{(II.2)}$$

Selon Gray et Giorgini, l'approximation de Boussinesq est valide pour des faibles différences de température. Toutefois, et pour plus de détail, un exposé sur l'approximation de boussinesq et ses conditions de validité sont données dans l'ouvrage de bois. [33]

IV. Modélisation mathématique :

Le problème de la convection double diffusive remplie un fluide non- newtonien est modélisé Par les équations mathématiques suivantes :

IV.1. Équation de continuité [12] :

C'est l'équation qui exprime la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel elle s'exprime mathématiquement sous le forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\left(\rho \overrightarrow{V'}\right) \tag{II.3}$$

Et lorsque le fluide est incompressible ($\rho = cst$) donc

$$\vec{\nabla}\overrightarrow{V'} = 0 \tag{II.4}$$

IV.2. Equation de la quantité de mouvement [23] :

L'équation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho \frac{D\overrightarrow{V'}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla}\overrightarrow{\sum} \tag{II.5}$$

$\overrightarrow{V'}$: *représente le vecteur vitesse* $\left(\overrightarrow{V'} = u'\vec{\imath} + v'\vec{\jmath}\right)$;

$\vec{g}$: *le vecteur de l'accélérationde la pesanteur selon l'axe* y';

$\overline{\overline{\sum}}$: *le tenseur des conraintes, qui se décompose en deux termes*:

$\overline{\overline{\tau'}}$: *tenseur des extracontraintes* (*ou tenseur déviateur des contraintes*), qui se rapporte aux contraintes tendant à déformer le fluide.

p': *la pression hydrostatique.*

$$\overline{\overline{\sum}} = \overline{\overline{\tau'}} - p'\overline{\overline{I}} \tag{II.6}$$

Et $\overline{\overline{I}}$: *représente le tenseur identité.*

L'équation (II.5) s'écrit comme suit :

$$\rho \frac{d\overrightarrow{V'}}{dt} = \rho\left(\frac{\partial \overrightarrow{V'}}{\partial t'} + \overrightarrow{V'}\vec{\nabla}\overrightarrow{V'}\right) = -\vec{\nabla}p' + \rho\vec{g} + \vec{\nabla}\overline{\overline{\tau'}} \tag{II.7}$$

P' : représente la pression qui contient la contribution de la pesanteur ;

$\overline{\overline{\tau'}}$: *le tenseur déviateur des contraintes définit par*:

$$\overline{\overline{\tau'}} = 2\mu(\dot{\gamma})\overline{\overline{\dot{\gamma}'}} \tag{II.8}$$

Ou encore en termes de convention d'Einstein :

$$\tau'_{ij} = 2\mu(\dot{\gamma}')\dot{\gamma}'_{ij} \quad \text{(II.9)}$$

$\bar{\bar{\dot{\gamma}}}$: *représente le tenseur du taux de déformation défini comme la partie symétrique du tenseur du gradient de vitesse* :

$$\bar{\bar{\dot{\gamma}}} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{\bar{\bar{\nabla}}V'} + \overrightarrow{\bar{\bar{\nabla}}V'}^{T}\right) \quad \text{(II.10)}$$

Où :

$\overrightarrow{\bar{\bar{\nabla}}v'}$: *représente le gradient de vitesse dont ses composantes sont donnéespar*:

$$\dot{\gamma}'_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v'_i}{\partial x'_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x'_i}\right) \quad \text{(II.11)}$$

Et μ : représente la viscosité apparente du fluide, exprimée en fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}'$ et définit par la formule suivante :

$$\gamma' = \sqrt{\frac{1}{2}\bar{\bar{\dot{\gamma}}}' : \bar{\bar{\dot{\gamma}}}'} = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{ij}\dot{\gamma}'^{2}_{ij}} \quad \text{(II.12)}$$

IV.3. Equation de l'énergie :

L'équation de l'énergie s'écrit :

$$\rho c_p \frac{DT'}{Dt'} = \rho c_p \left(\frac{\partial T'}{\partial t'} + \overrightarrow{V'}\overrightarrow{\nabla}T'\right) = \overrightarrow{\nabla}(\lambda\overrightarrow{\nabla}T')\bar{\bar{\tau}}' : \overrightarrow{\bar{\bar{\nabla}}V'} \quad \text{(II.13)}$$

Où :

λ : représente la conductivité thermique ;

c_p: *la chaleur calorifique à pression constante*;

$et\ \left(\bar{\bar{\tau}}' : \overrightarrow{\bar{\bar{\nabla}}V'}\right)$: *représente la dissipation visqueuse de l'énergie*

IV.4. Équation constitutive (comportement rhéologique) [22] :

Dans le présent travail, le fluide considéré est un fluide purement visqueux, c'est un fluide rhéofluidifiant dont sa viscosité μ, obéit au modèle de carreau- yassuda :

$$\boldsymbol{\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (E'\dot{\gamma}')]^{a\frac{n-1}{a}}} \quad \textbf{(II.14)}$$

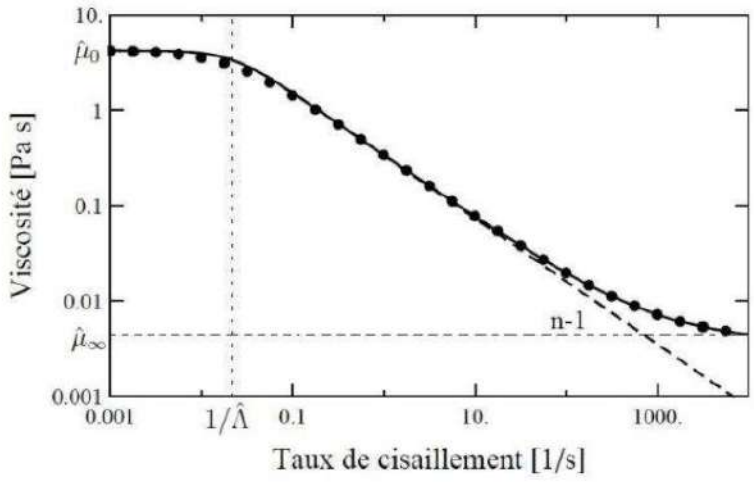


Figure II.2 : évolution de la viscosité en fonction du taux de cisaillement. Les points correspondent au modèle de carreau-Yasuda, le trait continu au modèle de carreau-Bird avec n=0.66, E'=45.8 s,$\mu_0 = 4.22\ pa.s\ et \mu_\infty = 0.00372 pa.s$ les pointillés correspondent au modèle de carreau- bird mais avec$\mu_\infty = 0$. [22]

V. Formulation mathématique en coordonnées cartésiennes :

L'application de l'approximation de Boussinesq permet de considérer la masse volumique du fluide constante dans tous les termes sauf dans le termes de poussée en faisant intervenir la pression hydrostatique : $p' = p' - \rho_0 g$, le système d'équations en terme de u' et v' devient :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u'}{\partial X'} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \qquad \text{(II.15)}$$

Equation de mouvement suivant X' :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial X'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'}\right) = -\frac{\partial p'}{\partial X'} + \frac{\partial \tau'_{XX}}{\partial X'} + \frac{\partial \tau'_{XY}}{\partial y'} \qquad \text{(II.16)}$$

Equation de mouvement suivant y' :

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial X'} + v \frac{\partial v'}{\partial y'}\right) = -\frac{\partial P'}{\partial y'} - \rho_0 \beta (T' - T'_0) g + \frac{\partial \tau'_{Xy}}{\partial X'} + \frac{\partial \tau'_{yy}}{\partial y'} \qquad \text{(II.17)}$$

Où :

$$\tau'_{XX} = 2\mu \frac{\partial u'}{\partial X'} \qquad \text{(II.18)}$$

$$\tau'_{Xy} = \tau'_{yX} = \mu\left(\frac{\partial u'}{\partial y'} + \frac{\partial v'}{\partial X'}\right) \quad \text{(II.19)}$$

$$\tau'_{yy} = 2\mu\frac{\partial v'}{\partial y'} \quad \text{(II.20)}$$

Equation de l'énergie :

$$\rho_0 c_p\left(\frac{\partial T'}{\partial t'} + u'\frac{\partial T'}{\partial X'} + v'\frac{\partial T'}{\partial Y'}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 T'}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2}\right) \quad \text{(II.21)}$$

VI. Equation de la concentration :

L'équation de concentration s'écrit comme suite **:**

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y} = Le^{-1}(\nabla^2 C + S_r\nabla^2 T) \quad \text{(II.22)}$$

VII. Conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques :

La configuration la plus simple pour étudier le phénomène de convection de Rayleigh-Bénard implique une cavité horizontale affectée par un gradient de température vertical. Les conditions aux limites dimensionnelles sont données par [25]:

VII.1 Conditions aux limites hydrodynamiques (32)

• Parois horizontales :

Dans toute l'étude, les parois horizontales sont supposées rigides (cas sans glissement)

u' =v ' =0 pour y ' = $\pm\frac{H'}{2}$ (II.23)

• Parois verticales :

Dans le cas où les parois verticales supposées sont rigides (cas sans glissement) on a :

u' =v ' = 0 pour x ' = $+\frac{L'}{2}$ (II.24)

Alors, lorsque ces parois verticales sont supposées libre (cas avec glissement) on a :

$$u' = \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \; pour \; X' = 0\frac{L'}{2} \quad \text{(II.25)}$$

VII.2 Conditions aux limites thermiques et massiques : [17]

➢ **Parois verticales** :

Les parois verticales de la cavité sont supposées adiabatiques (pas d'échange de chaleur avec le milieu extérieur), ce qui se traduit par :

$$q' = j' = 0, \; \frac{\partial T'}{\partial X'} = \frac{\partial s'}{\partial X'} = 0 \quad pour \; y' = \pm\frac{L'}{2} \quad \text{(II.26)}$$

➢ **Les parois horizontales** :

Dans le cas où les parois horizontales sont supposées maintenues à un flux de chaleur constant (condition de Neumann), on a :

$$q' = -\lambda \ \frac{\partial T'}{\partial y'},\ j' = \rho D \frac{\partial s'}{\partial y'} \quad pour\ y' = \pm \frac{H'}{2} \tag{II.27}$$

Alors, lorsque ces parois horizontales sont supposées isothermes (condition de Dirichlet), on a

$$T' = T'_H,\ S' = S'_H\ pour\ y' = -\frac{H'}{2} \tag{II.28}$$

$$T' = T'_c,\quad S' = S'_c\ pour\ y' = +\frac{H'}{2} \tag{II.29}$$

VIII. Mise sous forme adimensionnelle [24] :

➢ Les équations (II.16) à (II.17) avec les conditions aux (II.23) à (II.29) sont rendues adimensionnelles en considérant les échelles caractéristiques suivantes ;

➢ La hauteur (H') de la cavité comme échelle de longueur ;

➢ Le temps de diffusion thermique $\left(H'^2/\alpha\right)$ comme échelle de temps. Ce temps caractéristique convient parfaitement pour des fluides dont le temps de diffusion thermique est plus élevé que le temps de diffusion visqueuse. C'est le cas des fluides dont le nombre de Prandtl est supérieur à 1 ;

➢ La vitesse de diffusion thermique $\left(H'/\left(H'^2/\alpha\right)\right)$comme échelle de vitesse ;

➢ L'écart de température $(\Delta T' = T'_H - T'_c)$ou bien $(\Delta T' = qH'/\lambda)$ suivant le cas considéré ;

➢ $\left(\rho_0 \alpha^2/H'^2\right)$comme échelle de pression. Ainsi, les variables sans dimension associées sont :

$$(x,y) = \frac{(x,y)}{H'}, t = \frac{t'\alpha}{H'^2}, (u,v) = \frac{(u',v')H'}{\alpha}, \psi = \frac{\psi'}{\alpha}, \eta = \frac{\mu}{\mu_0}, \mathrm{T} = \frac{\mathrm{T}' - \mathrm{T}'_0}{\Delta \mathrm{T}'} \tag{II.30}$$

où : $\alpha = \dfrac{\lambda}{\rho_0 c_p}$ représente la diffusivité thermique.

En vertu des variables adimensionnelles données par la relation (II.28), les équations de conservation (II.15)-(II.19) peuvent se réécrire sous la façon suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \quad \text{(II.31)}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}\right) \quad \text{(II.32)}$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial y}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+Ra_T T\right) \quad \text{(II.33)}$$

Où :

$$\tau_{xx}=2\eta\frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{(II.34)}$$

$$\tau_{xy}=\tau_{yx}=\eta\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right) \quad \text{(II.35)}$$

$$\tau_{yy}=2\eta\frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{(II.36)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\mathrm{u}\frac{\partial T}{\partial x}+\mathrm{v}\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \text{(II.37)}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t}+u\frac{\partial S}{\partial x}+v\frac{\partial S}{\partial y}=\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \quad \text{(II.38)}$$

Compte tenu de l'équation (II.12), la viscosité apparente adimensionnelle du modèle de Carreau-Yassuda se réduit à :

$$\eta(\dot{\gamma})=\mathrm{s}+(1-s)[1+(E\dot{\gamma})^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad \text{(II.39)}$$

Où :

s=μ_∞/μ_0: représente le rapport de la viscosité taux de cisaillement infini sur taux de cisaillement nul ;

E=E'α/H'^2 : représente le temps caractéristique adimensionnel du fluide.

$\dot{\gamma}$: Représente le second invariant du tenseur de taux de déformation (taux de cisaillement) définit par :

$$\dot{\gamma}=\sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \quad \text{(II.40)}$$

Le problème considéré fait intervenir le groupement de paramètres adimensionnels suivants :

- Le rapport de forme *A* ;
- Le nombre de Prandtl *Pr* qui caractérise les propriétés thermiques du fluide. C'est le rapport du temps caractéristique de diffusion thermique sur le temps caractéristique de diffusion visqueuse :

$$\boldsymbol{Pr} = \frac{\boldsymbol{\mu_0}}{\boldsymbol{\rho_0 \alpha}} \qquad \text{(II.41)}$$

- Le nombre de Rayleigh thermique Ra_T qui exprime le transfert de chaleur à l'intérieur d'un fluide. C'est le rapport entre les effets déstabilisants (force d'Archimède) qui provoquent la mise en mouvement du fluide et les effets stabilisants (force visqueuse et diffusion thermique) :

$$Ra_T = \frac{\rho_0 \quad g\beta\Delta T' H'^3}{\alpha \mu_0} \qquad \text{(II.42)}$$

- Les paramètres rhéologiques *n, E, s et a.*

Il nous semble utile de mentionner que dans la présente étude, l'écart de température, le coefficient d'expansion thermiqueβ ainsi que les nombres de Prandtl et de Rayleigh thermique Pret Ra_T sont considérés positifs.

VIII.1. Équation de transport adimensionnel en formulation (ψ, Ω) :

Dans la plupart des travaux relatifs à la convection naturelle, l'étude de la pression ne présente pas un intérêt majeur. L'utilisation de la formulation fonction de courant-verticité $(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\Omega})$ fait non seulement réduire le nombre d'équation mais elle présente aussi l'avantage de tracer directement les lignes de courant qui apportent d'importantes informations sur la structure de l'écoulement.

Ainsi, l'équation de mouvement peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial (u\Omega)}{\partial x} + \frac{\partial (v\Omega)}{\partial y} = \mathrm{Pr}\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\tau_{xy} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(\tau_{xy} - \tau_{xx}\right) + R_T\left(\frac{\partial T}{\partial x} + N\frac{\partial s}{\partial x}\right)\right] \qquad \text{(II.43)}$$

Où, Ω : représente la verticité adimensionnelle définie comme suit :

$$\Omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \qquad \text{(II.44)}$$

Avec :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \ , v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \text{(II.45)}$$

$$\tau_{xx}=2\eta \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \quad \text{(II.46)}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right) \quad \text{(II.47)}$$

$$\tau_{yy}=-2\eta \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \quad \text{(II.48)}$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{4\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}\right)^2} \quad \text{(II.49)}$$

En substituant les composantes du tenseur de déformation par ses valeurs respectives, et après manipulation algébrique, l'équation de mouvement (II.38) s'écrit comme :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial(\partial \Omega)}{\partial x} + \frac{\partial(\partial v)}{\partial y} = P_r \left[\mu \nabla^2 \Omega + 2\left(\frac{\partial \mu}{\partial x}\frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial y}\frac{\partial \Omega}{\partial y}\right)\right] + P_r + \left[\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) - 2\frac{\partial^2 \mu}{\partial x \partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) + R_T\left(\frac{\partial T}{\partial X} + N\frac{\partial S}{\partial X}\right)\right] \quad \text{(II.50)}$$

L'équation d'énergie devient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \text{(II.51)}$$

L'équation de la masse :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(uS)}{\partial x} + \frac{\partial(vS)}{\partial y} = Le^{-1}\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right) \quad \text{(II.52)}$$

Et la fonction de courant (équation de poisson) s'écrit comme :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\Omega \quad \text{(II.53)}$$

VIII.2 Conditions aux limites adimensionnelles [28] :

Les conditions hydrodynamiques sur les parois horizontales sont définies de la manière suivante:

$$u = v = \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ pour } y = \pm\frac{1}{2} \quad \text{(II.54)}$$

Deux cas se présentent pour les parois verticales:

$$u = v = \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \text{ pour } x = \pm\frac{1}{2} \quad \text{(II.55)}$$

Cependant, les conditions thermiques et solutals sur les parois horizontales sont :

- pour le cas des flux de chaleur et de masse constants (type de Neumann)

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial S}{\partial y}\text{=-1, pour, x=}\pm\frac{1}{2} \quad \text{(II.56)}$$

- pour le cas des températures et des concentrations constants (type de Dirichlet) on a :

$$\text{T=S=}\pm\frac{1}{2}\text{, pour, y=}\pm\frac{1}{2} \quad \text{(II.57)}$$

Et sur les parois verticales on a:

$$\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\partial S}{\partial x}=0, \quad \text{pour,} \quad x=\pm\frac{1}{2} \quad \text{(II.58)}$$

Où $A=\frac{L'}{H'}$: représente le rapport de forme de la cavité.

VIII. Transfert thermique et massique : [30]

Dans la présente étude, nous nous intéressons particulièrement aux calculs du taux de transfert de chaleur et de masse à une position donnée, qui sont exprimés en termes des nombres de Nusselt et Sherwood définis par :

$$Nu_x = \frac{q'}{k_p\frac{\Delta T'}{H'}} = \frac{1}{T(x,-1/2)-T(x,1/2)} \quad \text{(II.59)}$$

$$Sh_x = \frac{j'}{D\frac{\Delta T'}{H'}} = \frac{1}{S\left(x,-\frac{1}{2}\right)-T\left(x,-\frac{1}{2}\right)-T\left(x,\frac{1}{2}\right)} \quad \text{(II.60)}$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et de Sherwood sur les parois actives sont exprimées par :

$$Nu_m = \frac{1}{A}\int_{-A/2}^{2} Nu_x\, dx \quad \text{(II.61)}$$

$$Sh_m = \frac{1}{A}\int_{-\frac{A}{2}}^{2} sh_x dx \quad \text{(II.62)}$$

IX. Conclusion :

Les études numériques menées montrent l'effet du mode de transfert L'effet de la température et de concentration sur les propriétés hydrodynamiques et de pyrolyse à l'intérieur de la cavité. de En outre, il convient de noter que l'augmentation de la quantité de poussée modifie le transfert de chaleur et la masse, puisque la chaleur et la pression du soluté sont liées à Mouvement des murs actives.

Chapitre III :
Méthode numérique

I. Introduction :

Au cours de ces dernières années, nous assistons à une augmentation fulgurante de la performance des ordinateurs, qui a permis l'utilisation de méthodes numériques de plus en plus performantes et efficaces pour la résolution de systèmes d'équations différentielles non linéaires.

Depuis les 20 dernières années, nous vivons aussi une révolution qui a bouleversé notre vie de tous les jours. Bien entendu, il s'agit d'une révolution informatique. Les ordinateurs ont envahi les bureaux des chercheurs et aussi les foyers, les ordinateurs sont, chaque jour, de plus en plus rapides et, aujourd'hui, à la veille du troisième millénaire, nous commençons à pouvoir résoudre des problèmes de transfert et de transport en 2-D et 3-D.

Ainsi, des codes commerciaux ont fait leur apparition sur le marché et ils sont actuellement employés par les grands groupes industriels pour simuler le comportement réel de leurs installations industrielles.

II. Présentation Générale :

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approché (discret), on dispose de plusieurs techniques concurrentes et complémentaires : les différences finies, les éléments finis et les volumes finis. Chacune de ces trois méthodes correspond à une formulation différente des équations de la physique :

- équilibre des forces en chaque point pour les différences finies,
- minimisation de l'énergie ou principe des travaux virtuels pour les éléments finis,
- loi de conservation et calcule des flux pour la méthode des volumes finis.

II.1. Méthode de Volumes finis :

La méthode des volumes finis intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de la loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservatives et elle est donc particulièrement bien adaptées aux équations de la mécanique des fluides : équation de conservation de la masse, équation de conservation de la quantité de mouvement et équation de conservation de l'énergie. Sa mise en œuvre est simple si les volumes élémentaires sont des rectangles (ou des parallélépipèdes rectangles en trois dimensions). Cependant, la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes élémentaires de forme quelconque, donc de traiter des géométries complexes, ce qui est un avantage sur les différences finies.il existe une grande variété de méthodes selon le choix de

la géométrie des volumes élémentaires et des formules de calcul des flux. Par contre, on dispose de peu de résultats théoriques de convergence.

II.2. Méthode d'Éléments finis :

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous- espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie, en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points (les nœuds du maillage).

a) Avantages : traitement possible de géométries complexes, détermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence et de majoration d'erreurs.

b) Inconvénients : complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul.

.Dans ce travail, nous avons choisi, d'employer la méthode des différences finis intègre pour se avantages.[5]

II.3. Méthode de différence finis :

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différence divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

a) Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

b) Inconvénients : limitation de la géométrie des domaines de calcul, difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue et en général absence de résultats de majoration d'erreurs.[5]

Plusieurs auteurs ont utilisé avec succès cette méthode pour résoudre plusieurs des équations, le domaine de calcule est discrétisé avec un maillage uniforme suivante les deux directions de l'espace, ainsi, chaque point est appelée nœud et peut être identifié par un couple d'indice (i,j). Les inconnues du problème, à savoir, la température, la fonction de courant, la vorticité et la viscosité apparente sont calculées sur chaque nœud en résolvant les équations gouvernantes. Quant à la vitesse, elle est déduite de la fonction de courant.

III. Discrétisation des équations de conservation :

A l'intérieur du domaine, les dérivées partiales, apparaissant dans l'équation de conservation (II.50) et (II.51) sont discrétisées selon un schéma centré aux différences finies. Ce choix est lié à la nature du problème considère où les informations sont connues à l'amont et l'aval (cavité fermée).

III.1. Les termes diffusifs et non diffusifs :

a l'intérieur du domaine, les dérivées partielles de premier et deuxième ordre sont approchées selon un schéma centré aux différence finies :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2(\Delta x)} \qquad \text{(III.1)}$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \qquad \text{(III.2)}$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i-1,j-1}}{4(\Delta x)(\Delta y)} \qquad \text{(III.3)}$$

Ou :

f :représente soit le température T soit la fonction de courant Ψ ou soit la viscosité apparent ɳ ;

$(\Delta x)\ et\ (\Delta y)$: représente respectivement l'espacement entre seux nœuds voisins.

III.2. Les termes convectifs :

Les termes convectifs des équations de vorticité et de l'énergie sont approximées de la manière suivante :

$$\left(\frac{\partial uf}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} f_{i+1,j} - u_{i-1,j} f_{i-1,j}}{2(\Delta x)} \qquad \text{(III.4)}$$

III.3. Les termes temporels :

L'avancement dans le temps de la fonction f entre les instant$t_m = m\Delta t$ et $t_{m+t} = t_m + \Delta t$ est approché par :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i,j}^{m+1} = \frac{f_{i,j}^{m+1} - f_{i,j}^{m}}{\Delta t} \qquad \text{(III.5)}$$

Les équation de conservation de mouvement (II.50) et d'énergie(II.51) sont résolues numériquement par la méthode implicite aux directions alternées (A.D.I) son principe consiste, comme son nom l'indique,à écrire au cours d'un dempipas de temps les équations de conservation dontles inconnues sont respectivement Ω et T de manière implicite dans la direction des x puis implicite dans la direction des y au cours du second dempipas de temps, en utilisant à chacune de ces étapes les derniers résultats obtenus.

IV. Discrétisation de l'équation de mouvement :

La discrétisation de l'équation de mouvement suivant un schéma implicite en x et explicite en y est écrite comme suit :

$$\left(-\frac{u_{i-1,j}^{m}}{2(\Delta x)} - \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m}}{(\Delta x)^2} + \frac{Pr\left(\eta_{i+1,j}^{m} - \eta_{i-1,j}^{m}\right)}{2(\Delta x)^2}\right)\Omega_{i-1,j}^{m+1/2} + \left(-\frac{2}{\Delta t} + \frac{2\,Pr\,\eta_{i,j}^{m}}{(\Delta x)^2}\right)\Omega_{i,j}^{m+1/2} +$$

$$\left(\frac{u_{i+1,j}^{m}}{2(\Delta x)} - \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m}}{(\Delta x)^2} - \frac{Pr\left(\eta_{i+1,j}^{m} - \eta_{i-1,j}^{m}\right)}{2(\Delta x)^2}\right)\Omega_{i+1,j}^{m+1/2} =$$

$$\left(\frac{v_{i,j-1}^{m}}{2(\Delta y)} + \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m}}{(\Delta y)^2} - \frac{Pr\left(\eta_{i,j+1}^{m} - \eta_{i,j-1}^{m}\right)}{2(\Delta y)^2}\right)\Omega_{i,j-1}^{m} +$$

$$\left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2\,Pr\,\eta_{i,j}^{m}}{(\Delta y)^2}\right)\Omega_{i,j}^{m} + \left(\frac{-v_{i,j+1}^{m}}{2(\Delta y)} + \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m}}{(\Delta y)^2} + \frac{Pr\left(\eta_{i,j+1}^{m} - \eta_{i,j-1}^{m}\right)}{2(\Delta y)^2}\right)\Omega_{i,j+1}^{m} +$$

$$Pr\left(\frac{\eta_{i+1,j}^{m} - 2\eta_{i,j}^{m} + \eta_{i-1,j}^{m}}{(\Delta x)^2} - \frac{\eta_{i,j+1}^{m} - 2\eta_{i,j}^{m} + \eta_{i,j-1}^{m}}{(\Delta y)^2}\right)\left(\frac{u_{i,j+1}^{m} - u_{i,j-1}^{m}}{2(\Delta y)} + \frac{v_{i+1,j}^{m} - v_{i-1,j}^{m}}{2(\Delta x)}\right) -$$

$$2\,Pr\left(\frac{\eta_{i+1,j+1}^{m} - \eta_{i+1,j-1}^{m} - \eta_{i-1,j+1}^{m} + \eta_{i-1,j-1}^{m}}{4(\Delta x)(\Delta y)}\right)\left(\frac{u_{i+1,j}^{m} - u_{i-1,j}^{m}}{2(\Delta x)} - \frac{v_{i,j+1}^{m} - v_{i,j-1}^{m}}{2(\Delta y)}\right) +$$

$$Ra_T\,Pr\left(\frac{T_{i+1,j}^{m} - T_{i-1,j}^{m}}{2(\Delta x)}\right) \qquad \text{(III.6)}$$

L'équation (III.6) peut s'écrire sous la forme généralisée coome suit :

$$A_i\Omega_{i-1,j}^{m+1/2} + B_i\Omega_{i,j}^{m+1/2} + C_i\Omega_{i+1,j}^{m+1/2} = D_i \qquad \text{(III.7)}$$

Ainsi, la discrétisation de l'équatio de mouvement (II.50) suivant un schéma implicite en y et explicit en x est écrit comme suite :

$$\left(-\frac{v_{i,j-1}^{m+1/2}}{2(\Delta y)} - \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m+1/2}}{(\Delta y)^2} + \frac{Pr\left(\eta_{i,j+1}^{m+1/2} - \eta_{i,j+1}^{m+1/2}\right)}{2(\Delta y)^2}\right)\Omega_{i,j-1}^{m+1} + \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2\,Pr\,\eta_{i,j}^{m+1/2}}{(\Delta y)^2}\right)\Omega_{i,j}^{m+1} +$$
$$\left(\frac{v_{i,j+1}^{m+1/2}}{2(\Delta y)} - \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m+1/2}}{(\Delta y)^2} - \frac{Pr\left(\eta_{i,j+1}^{m+1/2} - \eta_{i,j-1}^{m+1/2}\right)}{2(\Delta y)^2}\right)\Omega_{i,j+1}^{m+1} =$$
$$\left(\frac{u_{i-1,j}^{m+1/2}}{2(\Delta x)} + \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m+1/2}}{(\Delta x)^2} - \frac{Pr\left(\eta_{i+1,j}^{m+1/2} - \eta_{i-1,j}^{m+1/2}\right)}{2(\Delta x)^2}\right)\Omega_{i-1,j}^{m+1/2} +$$
$$\left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m+1/2}}{(\Delta x)^2}\right)\Omega_{i,j}^{m+1/2} + \left(\frac{-u_{i+1,j}^{m+1/2}}{2(\Delta x)} + \frac{Pr\,\eta_{i,j}^{m+1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{Pr\left(\eta_{i+1,j}^{m+1/2} - \eta_{i-1,j}^{m+1/2}\right)}{2(\Delta x)^2}\right)\Omega_{i+1,j}^{m+1/2} +$$
$$Pr\left(\frac{\eta_{i+1,j}^{m+1/2} - 2\eta_{i,j}^{m+1/2} + \eta_{i-1,j}^{m+1/2}}{(\Delta x)^2} - \frac{\eta_{i,j+1}^{m+1/2} - 2\eta_{i,j}^{m+1/2} + \eta_{i,j-1}^{m+1/2}}{(\Delta y)^2}\right)\left(\frac{u_{i,j+1}^{m+1/2} - u_{i,j-1}^{m+1/2}}{2(\Delta y)} + \frac{v_{i+1,j}^{m+1/2} - v_{i-1,j}^{m+1/2}}{2(\Delta x)}\right) -$$
$$2\,Pr\left(\frac{\eta_{i+1,j+1}^{m+1/2} - \eta_{i+1,j-1}^{m+1/2} - \eta_{i-1,j+1}^{m+1/2} + \eta_{i-1,j-1}^{m+1/2}}{4(\Delta x)(\Delta y)}\right)\left(\frac{u_{i+1,j}^{m+1/2} - u_{i-1,j}^{m+1/2}}{2(\Delta x)} - \frac{v_{i,j+1}^{m+1/2} - v_{i,j-1}^{m+1/2}}{2(\Delta y)}\right) +$$
$$Ra_T\,Pr\left(\frac{T_{i+1,j}^{m+1/2} - T_{i-1,j}^{m+1/2}}{2(\Delta x)}\right) \qquad \text{(III.8)}$$

L'équation (III.8) peut s'écrire sous la forme généralisée comme suit :

$$A_i\Omega_{i,j-1}^{m+1} + B_i\Omega_{i,j}^{m+1} + C_i\Omega_{i,j+1}^{m+1} = D_i \qquad \text{(III.9)}$$

V. Discrétisation de l'équation d'énergie :

La discrétisation de l'équation d'énergie (II.51) suivant un schéma implicite en x et explicite en y est écrite comme suite :

$$\left(-\frac{u_{i-1,j}^{m}}{2(\Delta x)}-\frac{1}{(\Delta x)^2}\right)T_{i-1,j}^{m+1/2}+\left(-\frac{2}{\Delta t}+\frac{2}{(\Delta x)^2}\right)T_{i,j}^{m+1/2}+\left(\frac{u_{i+1,j}^{m}}{2(\Delta x)}-\frac{1}{(\Delta x)^2}\right)T_{i+1,j}^{m+1/2}=\left(\frac{v_{i,j-1}^{m}}{2(\Delta y)}+\frac{1}{(\Delta y)^2}\right)T_{i,j-1}^{m}+\left(\frac{2}{\Delta t}-\frac{2}{(\Delta y)^2}\right)T_{i,j}^{m}+\left(\frac{-v_{i,j+1}^{m}}{2(\Delta y)}+\frac{1}{(\Delta y)^2}\right)T_{i,j+1}^{m} \quad \text{(III.10)}$$

L'équation (III.10) peut s'écrire sous la forme généralisée suit :

$$A_i T_{i-1,j}^{m+1/2}+B_i T_{i,j}^{m+1/2}+C_i T_{i+1,j}^{m+1/2}=D_i \quad \text{(III.11)}$$

Résolution de l' équation de la fonction de courant :

L'équation de courant (II.52) une fois discrétisée à l'aide d'un schéma centré du deuxième ordre est calculée par la méthode de sur relaxtion (S.O.R) qui n'est qu'une méthode itérative de gauss seidel relaxée. A chaque nœud, les nouvelles valeurs de la fonction de courant sont relaxées de la manière suivante :

$$\Psi_{i,j}^{l}=(1-\omega)\Psi_{i,j}^{l}+\frac{\omega}{2(1+b^2)}\left(\Psi_{i-1,j}^{l+1}+\Psi_{i+1,j}^{l}+b^2\Psi_{i,j-1}^{l+1}+b^2\Psi_{i,j+1}^{l+1}+\Delta x^2\Omega_{i,j}\right) \quad \text{(III.12)}$$

Où : l'exposant l indique le nombre d'itération ;

b : représente le rapport : $\Delta x/\Delta y$;

où : l'exposant l indique le nombre d'itération ;

b : représente le rapport : $\Delta x/\Delta y$;

A chaque pas de temps Δt , la fraction de courant Ψ est déduite de la verticité Ω, et comparée à celle obtenue de l'itération précédente. Cette opération est répétée jusqu'à ce que le centre de convergence ci-dessous soit satisfait :

$$\frac{\sum_{i,j}\Psi_{i,j}^{l+1}-\sum_{i,j}\Psi_{i,j}^{l}}{\sum_{i,j}\Psi_{i,j}^{l}}\leq 10^{-8} \quad \text{(III.13)}$$

Après, les champs de vitesse et de viscosité apparente seront déduits :

$$u_{i,j}^{l+1}=\frac{\varphi_{i,j+1}^{l+1}-\varphi_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y} \quad \text{(III.14)}$$

$$v_{i,j}^{l+1}=\frac{\varphi_{i-1,j}^{l+1}-\varphi_{i+1,j}^{l+1}}{2\Delta x} \quad \text{(III.15)}$$

$$\eta_{i,j}^{l+1} = s + (1-s)\left(1 + \left(E\dot{\gamma}_{i,j}^{l+1}\right)^{a}\right)^{\frac{n-1}{a}} \quad \text{(III.16)}$$

Avec :

$$\dot{\gamma}_{i,j}^{l+1} = 2\left(\left(\frac{u_{i+1,j}^{l+1}-u_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{v_{i,j+1}^{l+1}-v_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y}\right)^2\right) + \left(\frac{u_{i,j+1}^{l+1}-u_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y} + \frac{v_{i+1,j}^{l+1}-v_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 \quad \text{(III.17)}$$

VI. Discrétisation de l'équation de concentration :

L'equation du concentration s'écrit :

$$\left(-\frac{u_{i-1,j}^{m}}{2(\Delta x)} - \frac{1}{(\Delta x)^2}\right)S_{i-1,j}^{m+1/2} + \left(-\frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{(\Delta x)^2}\right)S_{i,j}^{m+1/2} + \left(\frac{u_{i+1,j}^{m}}{2(\Delta x)} - \frac{1}{(\Delta x)^2}\right)S_{i+1,j}^{m+1/2} = \left(\frac{v_{i,j-1}^{m}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2}\right)S_{i,j-1}^{m} + \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{(\Delta y)^2}\right)S_{i,j}^{m} + \left(\frac{-v_{i,j+1}^{m}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2}\right)S_{i,j+1}^{m}$$

VII. Discrétisation des conditions aux limites :

Les conditions aux limites de types neumann sont discrétisées suivant un schéma décentré en amont ou en aval selon les conditions frontières considérées.

Amont :

$$:\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i-2,j}+f_{i-1,j}+3f_{i,j}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j-2}+f_{i,j-1}+3f_{i,j}}{2(\Delta y)} \quad \text{(III.18)}$$

Aval :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{4f_{i+1,j} - f_{i+2,j} - 3f_{i,j}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{4f_{i,j+1}-f_{i,j+2}-3f_{i,j}}{2(\Delta y)} \quad \text{(III.19)}$$

L'utilisation des équations (III.18) et (III.19) conduit à discrétiser les conditions aux limites comme suit :

- **Paroi horizontale inferieure ($y = -\frac{1}{2}$) :**

$u_{i,1} = v_{i,1} = \Psi_{i,1} = 0;\ \Omega_{i,1} = \frac{1}{2}\Omega_{i,2} - \frac{3}{(\Delta y)^2}\Psi_{i,2}$ (sans glissement)

$T_{i,1} = \frac{1}{2}$ (Type Dirichlet)

- **Paroi horizontale supérieure $\left(y = \frac{1}{2}\right)$:**

$u_{i,Nny} = v_{i,Nny} = \Psi_{i,Nny} = 0,\ \Omega_{i,Nny} = \frac{1}{2}\Omega_{Nny-1} - \frac{3}{(\Delta y)^2}\Psi_{i,Nny-1}$ ‘(Sans glissement)

$T_{i,Nny} = -\frac{1}{2}$ (Type Dirichlet)

- **Paroi verticale gauche $\left(x = -\frac{1}{2}\right)$**

$u_{1,j} = v_{1,j} = \Psi_{1,j} = 0,\ \Omega_{1,j} = \frac{1}{2}\Omega_{2,j} - \frac{3}{(\Delta x)^2}\Psi_{2,j}$ (Sans glissement)

$u_{1,j} = 0, v_{1,j} = \frac{\Psi_{3,j} - 4\Psi_{2,j}}{2(\Delta x)}, \Psi_{1,j} = 0, \Omega_{1,j} = 0$ (Avec glissement)

$T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3}$ (Adiabatique)

- **Paroi verticale droite $\left(x = \frac{1}{2}\right)$**

$u_{Nnx,j} = v_{Nnx,j} = \Psi_{Nnx,j} = 0, \Omega_{Nnx,j} = \frac{1}{2}\Omega_{Nnx-1,j} - \frac{3}{(\Delta x)^2}\Psi_{Nnx-1,j}$ (Sans glissement)

$u_{Nnx,j} = \Psi_{Nnx,j} = 0, v_{Nnx,j} = \frac{4\Psi_{Nnx-1,j} - 3\Psi_{Nnx-2,j}}{2(\Delta x)}, \Omega_{1,j} = 0$ (Avec glissement)

$T_{Nnx,j} = \frac{4T_{Nnx-1,j} - T_{Nnx-2,j}}{3}$ (Adiabatique)

Chapitre IV :
Résultat et discussion

I.introduction :

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats suivis d'une discussion des effets des pramètres rhéologiques du modèle de carreau-yasuda sur la structure d'écoulement, le trancfert de chaleur et l'existence de la convection sous critique.

II.l'effet de paramètre rhéologique sur les contours :

II.1.l'effet de loi de puissance, n :

Figure IV.1. présente l'effet de l'indice de loi de puissance, n, pour différente valeurs (n=1,0.6, 0.4) sur les lignes de courant Ψ, isothermes T, iso concentrations S, et la viscosité apparente μ pour $Ra_T = 10^4$,$Le = 10$, $Pr = 10$, $N = 0.5$, $E = 0.1$, $s = 0.01$ et $a = 2$,$\theta = 0°$.

La figure IV.1(a) illustre l'effet de l'indice de loi de puissance, n, sur les linges de courant, l'écoulement du fluide a une structure est monocellulaire tournant dans le sens horaire, on remarque que une augmentent de l'écoulement avec la diminution de la loi de puissance n, de n =1 à n=0.3. La figure IV.1.(b et c), illustrent les isothermes et les iso-concentrations respectivement que montrent les lignes des température et de concentration sur les paroi chaude augmente avec la diminution de la loi de puissance n , ce qui indique que le transfert de chaleur et de masse amélioré lorsque n diminue. la figure IV.4 (d) on voire qui la viscosité apparent presque remplit tout la cavité, et elle est diminue avec la diminution de n, de fluide Newtonien (n=1 ⟶ μ=1) vers le fluide Non-Newtonien (n=0.3 ⟶ μ< 1).

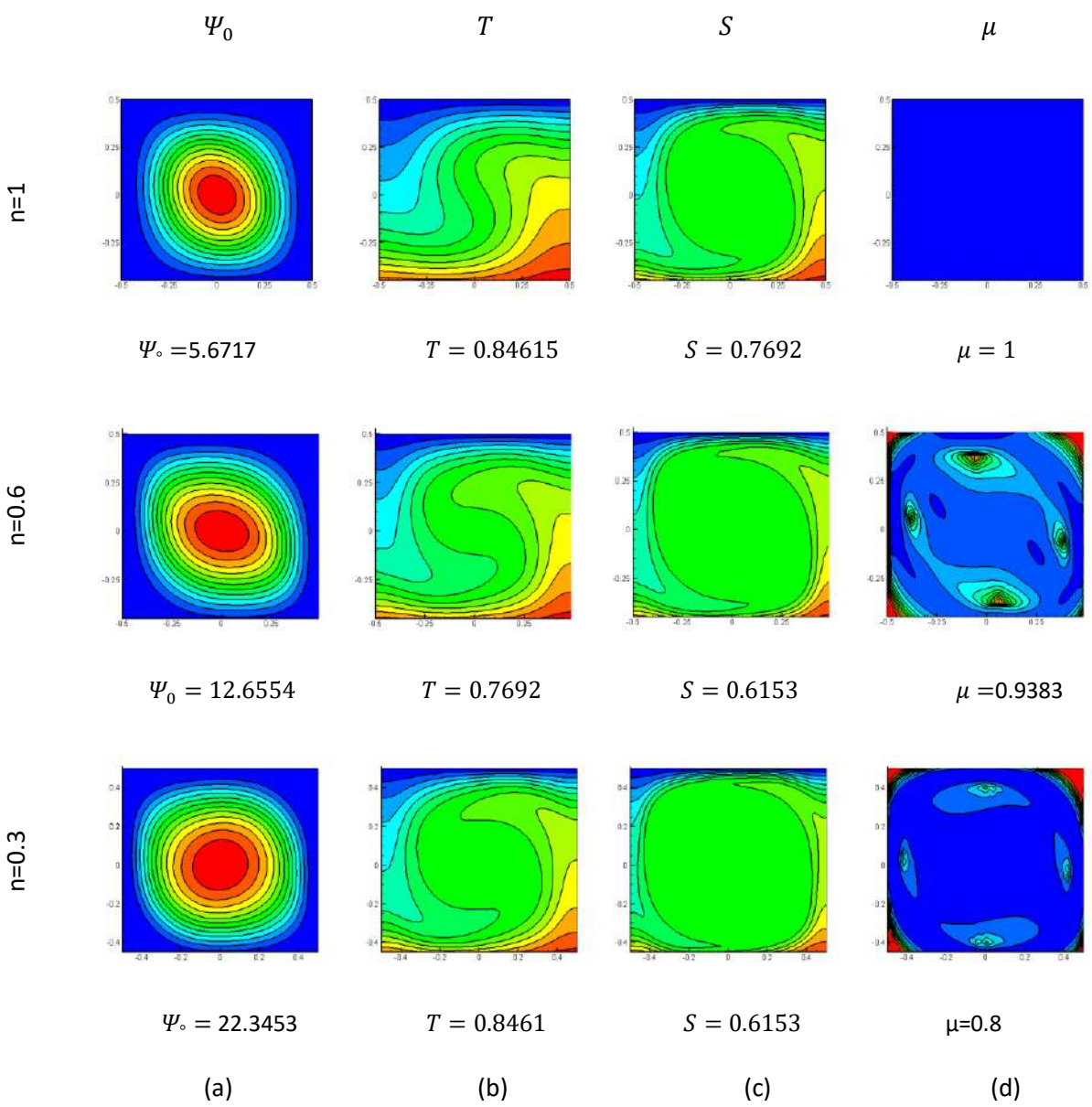


Figure IV.1 : Représente l'effet de n l'indice de loi de puissance pour différente valeurs (n=1,0.6, 0.3) sur les lignes de courantΨ, isothermes T, iso concentrations S et la viscosité apparente μ pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10, Pr = 10,\ N = 0.5.\ E = 0.1$, et $s = 0.01, a = 2, \theta = 0°$

II.2. l'effet de paramètre rhéologique, s :

La figure IV.2 illustré les contours des lignes de courant Ψ, de la température T, la concentration S , et finalement la viscosité apparent, obtenue respectivement pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $Pr = 10$, $N =$ 0.5, E=0.1, n=0.6 et a=2 ,$\theta = 0°$. La figure IV.2.(a) à présente l'écoulement dans un milieu de cavité sous forme cellulaire remplit tout la cavité, puis ce qu'elle se transformer en forme

elliptique du fluide, la direction qui peut être soit dans le sens horaire, que obtenue pour s=1 c'est-à-dire correspondant un fluide newtonien, Dans ce cas, les lignes de courant est augmente avec la diminution de paramètre s. la figure IV.2 (b et c) montrent l'influence de paramètre s, sur l'isotherme et l'iso concentration, lorsque s diminue la température et la concentration est augment à pré des parois chaude de cavité, ce qui signifie un transfert de chaleur et de masse amélioré lorsque le paramètre rhéologique S diminue. la figure IV.2.(d) qui la viscosité apparent augmenté ,pour s=1 la viscosité μ=1 et pour les autre $s< 1$ la viscosité est diminue progressivement .

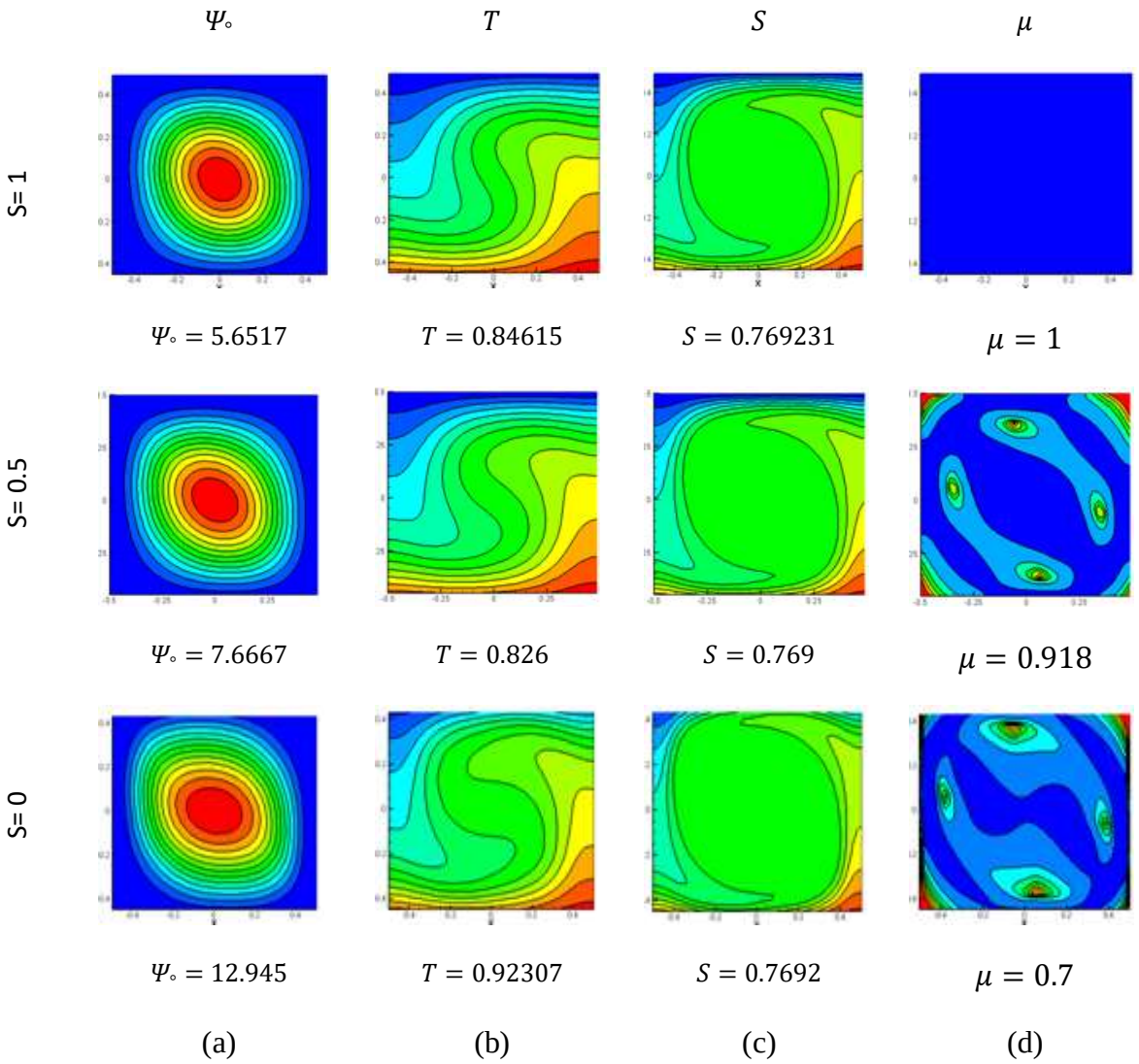


Figure IV.2 : illustré l'effet du paramètre rhéologique (s), pour différent valeur (s=1, 0.5, 0.) sur les lignes de courant Ψ, isothermes T, iso concentrations S et la viscosité apparente μpour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $Pr = 10$, $N = 0.5$, E=0.1, n=0.6 et a=2 ,$\theta = 0°$.

II.2. l'effet de la constant de temps adimensionnelle E sur les contours :

Figure IV.3 présente l'effet de la constante de temps adimensionnelle(E) pour différente valeurs (E=0, 0.6, 1) sur les lignes de courant Ψ, isothermes(T), iso concentrations S et la viscosité apparent μ pour $Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $Pr = 10$, $N = 0.5$, n=0.6,s=0.01 et a=2 ,$\theta = 0°$.D'après la figure IV.3 (a) illustre la structure d'écoulement sous forme elliptique puis elle prendre la forme cellulaire, et remplissant toute la cavité et tournant le même sens horaire, les lignes de courant est augment avec l'augmentation de paramètre, E, de 0 à 1 et (E=1 est fluide non-Newtonien), la figure IV.3 (b et c) affiche respectivement les isotherme et les iso concentration ,lorsqu'les lignes des isothermes s'inclinent vers la paroi chaude et leur gradient augmente légèrement, et les iso-concentration démontre la montée du paramètre E de 0 à 1 pour la quelle le gradient de iso concentration sur les paroi chaude augment considérable l'augmentation de paramètre rhéologique E, par conséquent, le transfert de chaleur et de masse est croît avec l'augmentation de paramètre, E. Comme il peut être observé à partir des figure IV.3. (d) la viscosité apparente présentées sur les paroi de cavité décroisant avec l'augmentation de constante de temps adimensionnelle. Pour E=0 la viscosité apparent μ=1.

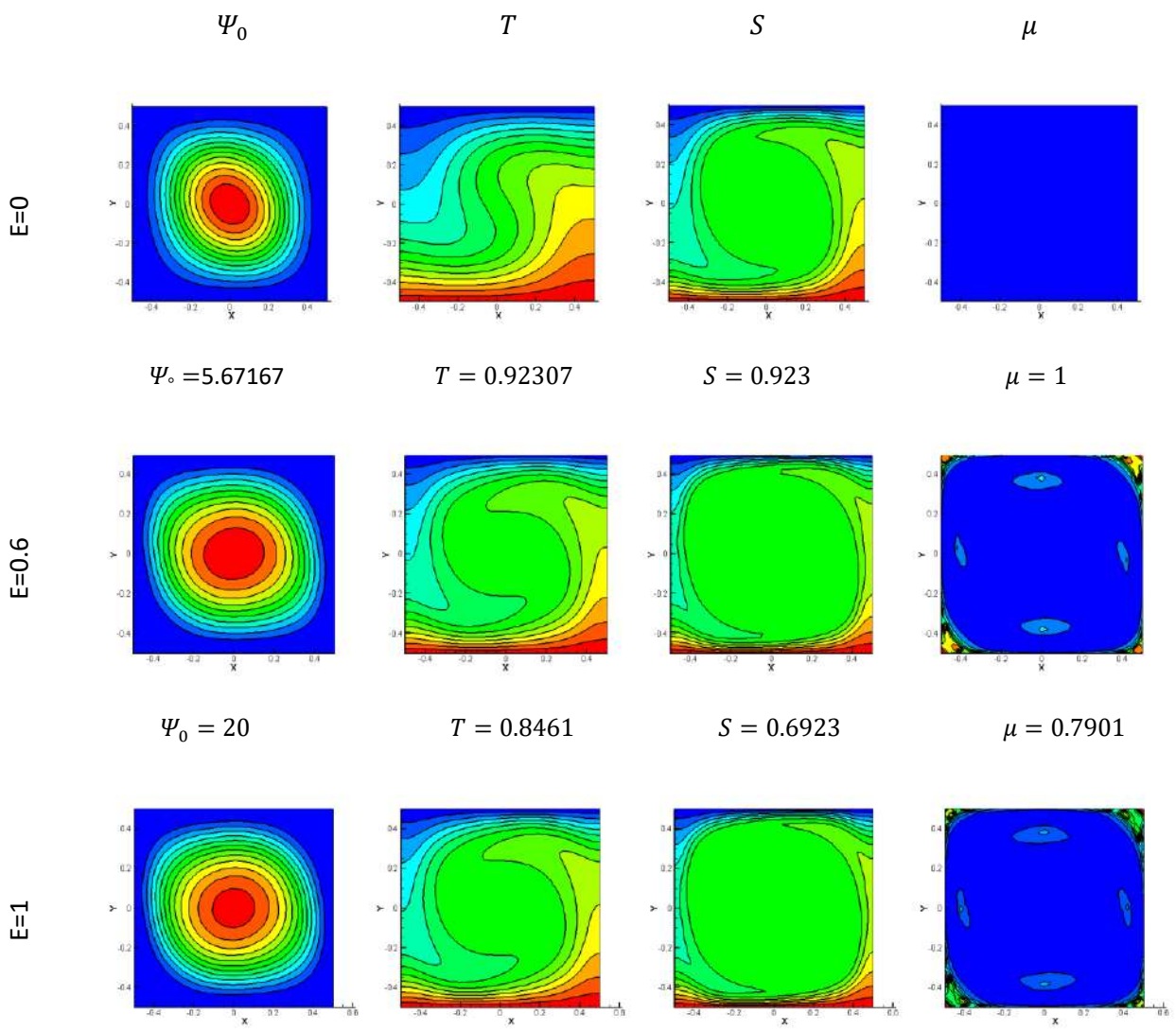


Figure IV.3 : Représente l'effet de la constante de temps adimensionnelle(E) pour différente valeurs (E=0, 0.6, 1) sur les lignes de courant Ψ, isothermes T, iso concentrations S et la viscosité apparente μ pour $Ra_T = 10^4$, Le=10, N=0.5, Pr=10, n=0.6,s=0.01 et a=2 ,$\theta = 0°$.

II.4. l'effet de paramètre rhéologique a sur les contours :

La figure IV.4 affiche les lignes de courant Ψ, les isothermes T, les iso concentrations S, et la viscosité apparente μ pour différentes valeurs du paramètre a (0 .2, 0.5 et 2) et $Ra_T = 10^4, Pr = 10, Le = 10, N = 0.5,\ \theta = 0°, s = 0.01, E = 0.1, et\ n = 0.6$ d'après la figure IV.4.(a) on a obtenu le mouvement des lignes de courant confirme que le modèle devient la forme circulaire des modèle d'écoulement se transforment en une forme elliptique, ce qui montre que la ligne de courant elle est augmente considérablement avec le paramètre rhéologique a croisant devient fluide non-newtonien pour a<1,ensuite, la figure IV.4 (b et c)on voire que les contours montrent que la densité d'iso concentration et iso thermique sur la paroi chaude elle est augmenté avec l'augmentation de paramètre a , par conséquent, la partie de la viscosité apparente μ remplit la gauche et le droit de cavité, lorsqu'qui la viscosité est diminué avec l'augmentation de paramètre a . (a=1 est un fluide Newtonien)

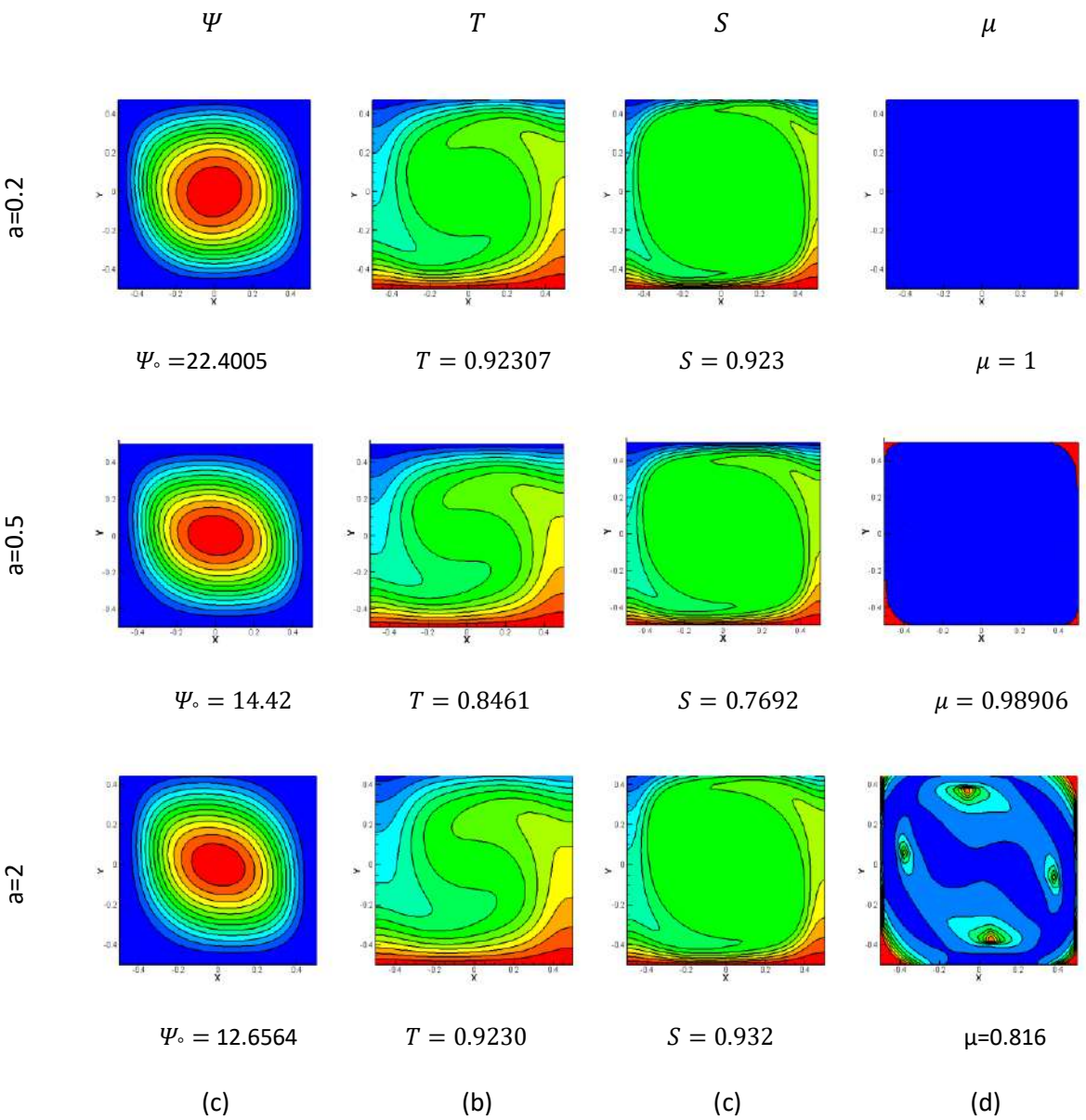
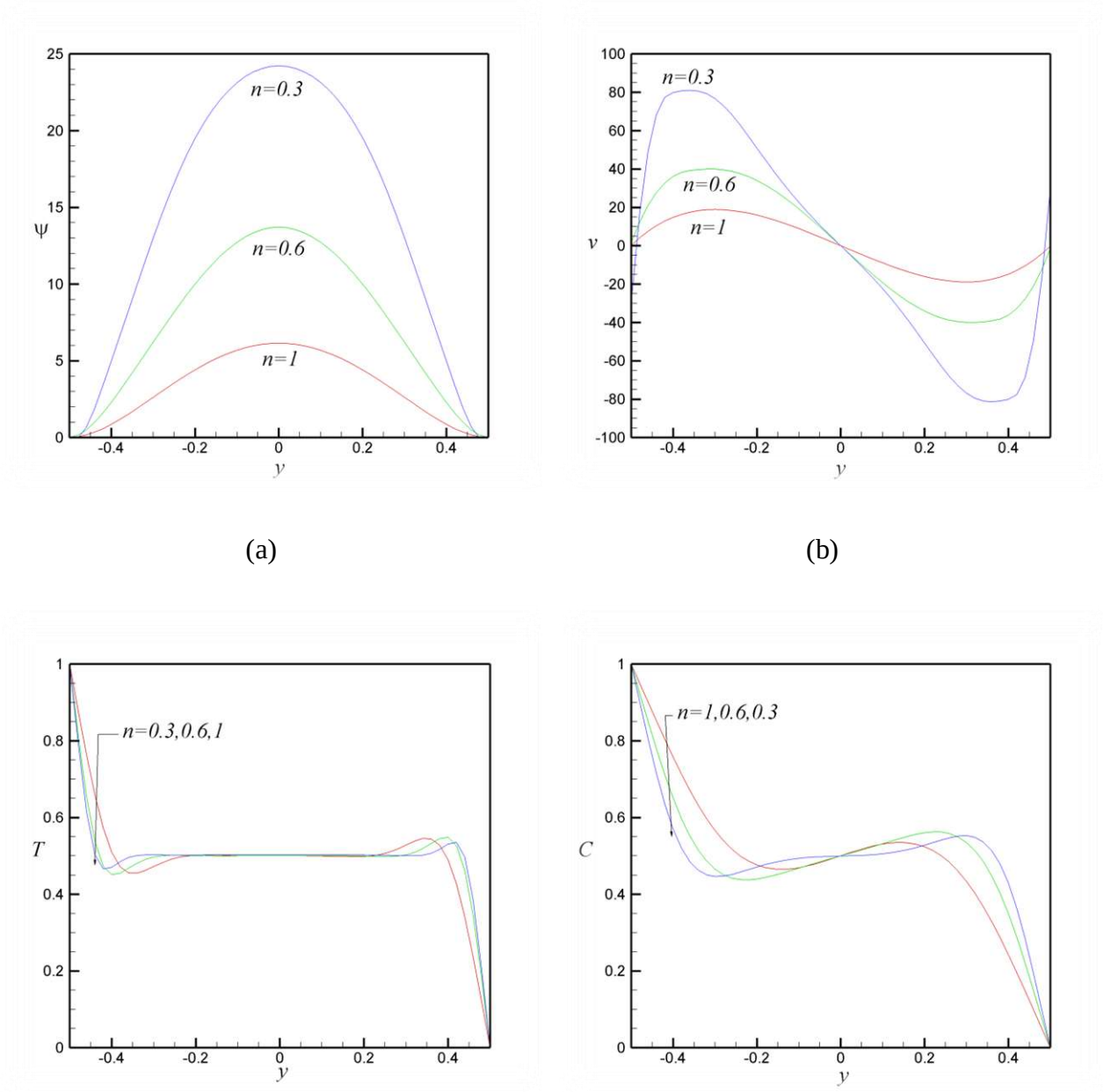


Figure IV.4 : présente l'effet du paramètre rhéologique (a),pour différent valeurs (a=0.2,0.5, 2) sur les lignes de courant Ψ, isothermes T, iso concentrations S et la viscosité apparente μ pour $Ra_T = 10^4$, Le=10, N=0.5, Pr=10, E=0.1,s=0.01 et a=2 ,$\theta = 0°$.

III. l'effet des paramètres rhéologiques sur les profils :

III.1. l'effet de loi de puissance n sur les profile :

La figure (IV,5) illustré le fonction d'écoulement , la vitesse, v, la température, T, et la concentration, respectivement pour $Ra_T = 10^4$,Le=10,Pr=10 et N=0,5, la figure IV ;5 ;(a) sont obtenus pour différents valeurs de la loi de puissance (n=1 ;0,6 ; 0,4)) et l'écoulement remplir le centre de cavité présenté par des lignes pleins, est symétrique par rapport y=0. on voit la fonction d'écoulement est augmenté avec diminution de l'indice de puissance devient le fluide newtonien pour (n=1). La figure IV,5 (b) indique les profile verticaux de la vitesse horizontale, est symétrique par rapport à Y=0.la vitesse est croissant sur la paroi de cavité où l'amincissement par cisaillement est annulé car le forces de flottabilité sont égales et opposées, De plus, la vitesse est augmente brusquement jusqu'à prend un pic puis diminue à y=0. En suit, l'effet de la température et la profile de la concentration est illustré sur la figure IV,5, (c et d) la diminution de température et concentration sur les parois imposé avec la diminution de la loi de puissance. De plus, la différence de température (concentration) entre le long des parois imposé diminution, ce que entraîne une augmentation significative des taux de transfert de chaleur convective et de masse.



(a) (b)

(c) (d)

Figure IV.5 : Représente l'effet de l'indice, de la loi de puissance sur les profile de la fonction de courant Ψ, et de la vitesse v, de la température T, de la concentration C dans le plan médian vertical pour $Ra_T = 10^4$, Le= 10, Pr= 10, et corresponde N =0.5 et $\theta = 0°$, S=0.01 ; E=0,1, et a=2, et a pour différente valeur de (n=1. 0,6, 0,4)

III.2. l'effet de la constant de temps adimensionnelle E sue les profiles :

La figure IV.6 illustré la fonction d'écoulement Ψ, la vitesse v, la température T, la concentration S respectivement. La résultats ont été obtenus, pour,$Ra_T = 10^4$, $Le = 10$, $Pr = 10$, N=0,5et $\theta = 0$. D'après la figure IV, 6 (a), on a vu des ligne pleins, rempli la centre de cavité et la fonction d'écoulement est augmente avec l'augmentation de la constante de temps adimensionnelle, devient E=1 fluide newtonien), corresponde la figure IV,6(b) montre l'effet de E, sur les profiles de vitesse qu'ils symétriques para port y=0 , qui affiche l'augmentation de vitesse avec l'augmentation de E , jusqu'à ce qu'elle atteigne un maximum, forme un pic puis commence à diminuer progressivement vers Y=0. De plus, l'effet de la température et la concentration est diminue sur la paroi de cavité avec la diminution de E, il illustre sur la figure IV,6 (c-d). Donc la transfert de chaleur et de masse s'amélioré avec la diminution de paramètre rhéologique E.

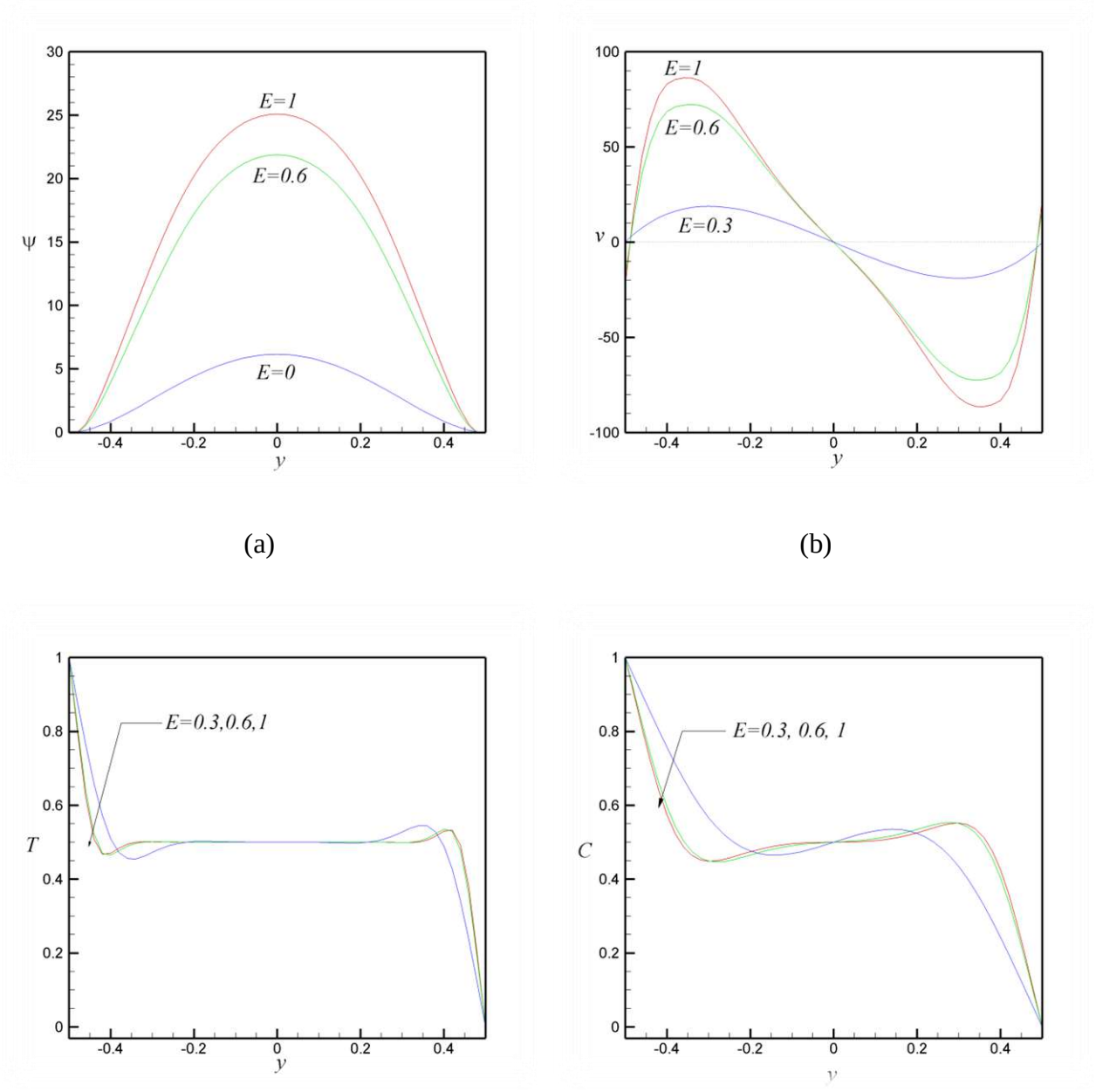


Figure IV.6 : Représente l'effet de constant de temps adimensionnelle, E, sur les profiles de la fonction de courant Ψ, de la vitesse v; de la température T et la concentration S, dans le plane médiane verticale pour $Ra_T = 10^4$; $Le = 10$; $Pr = 10$ et $N = 0.5, \theta = 0°$, S=0.01 ;a=2, et n=0,6, et E pour différente valeur (E=0 ,3.0 ,6 ,1)

III.3.l'effet de paramètre rhéologique s sur les profiles :

La figure IV.7 affirmer les profile de la fonction d'écoulement Ψ, la vitesse v, la température Tet finalement la concentration S qui montrent la figure IV.7.(a) des ligne pleins remplis tout la cavité , dans ce cas la fonction d'écoulement est augmenté avec la diminution de paramètre rhéologique S devient s=1 c'est –à-dire un fluide newtonien , corresponde la figure IV.7.(b) présenté l'effet de vitesse qui augmenté a pré des paroi de cavité, puis elle est diminué après qui prendre sous forme un pic, puis diminue significativement avec la diminution de S. lorsque les profiles de vitesse est symétrique par rapport Y=0, en observe que la vitesse est croit avec la diminution de s, puis décroît a y=0 lorsque s est augment . De puis, la figure IV.7. (C et d) affiche qui la température et la concentration brusquement est le même forme c'est-à-dire la diminution à pré de la paroi de cavité avec la diminution de S signifie l'effet de cette dernière sur la température et la concentration est petite.

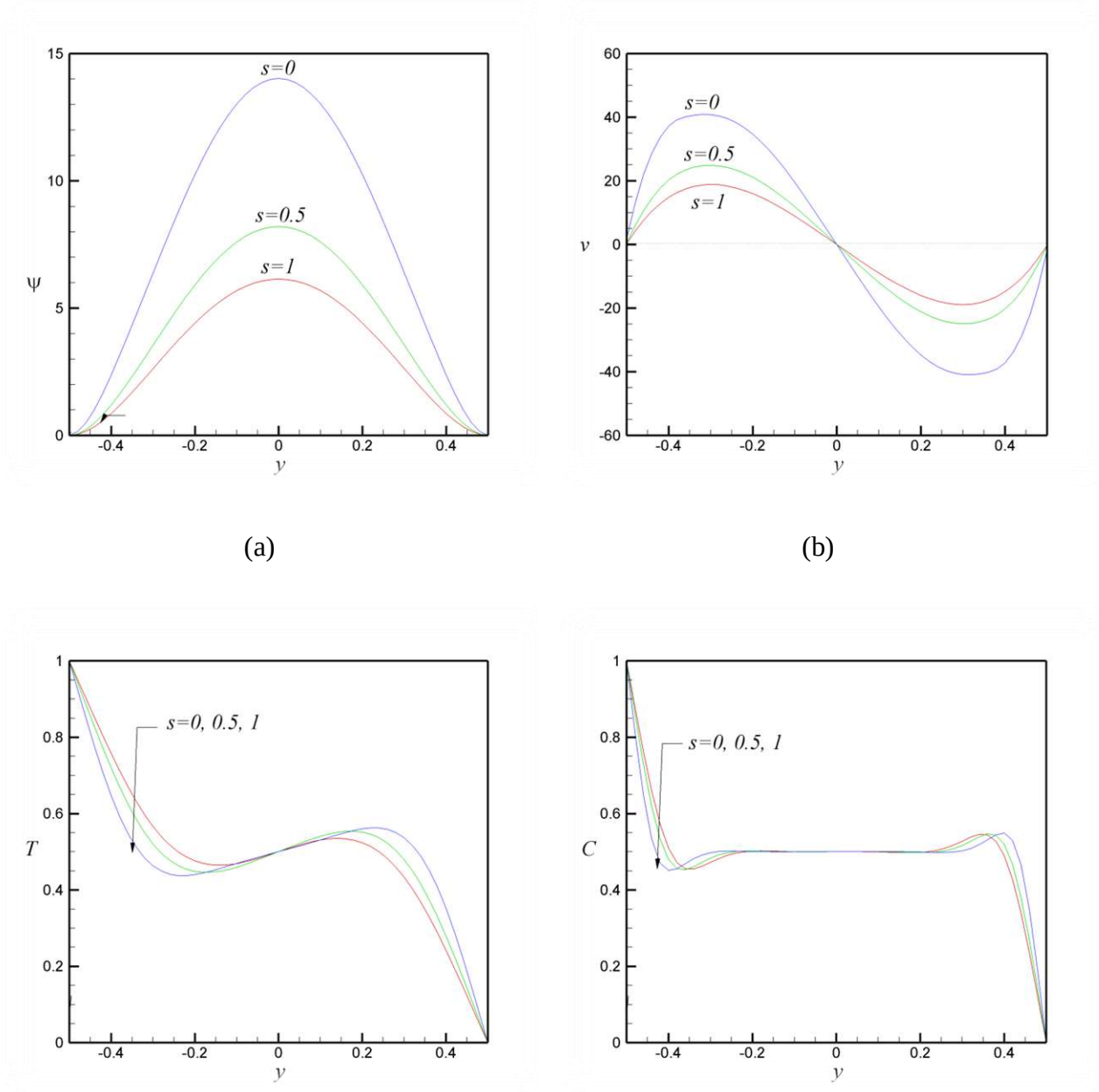
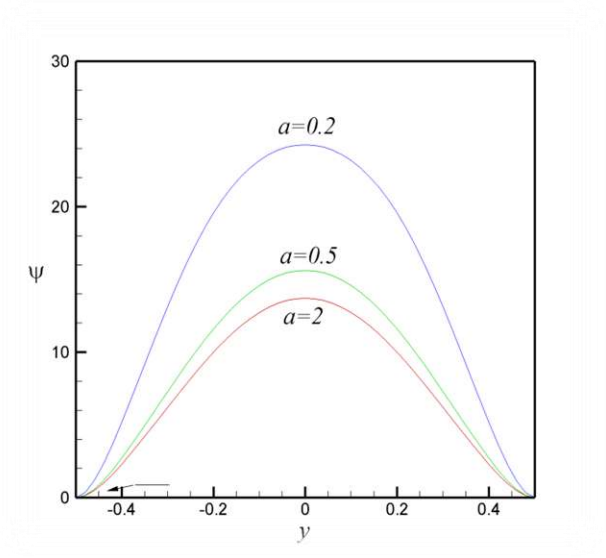


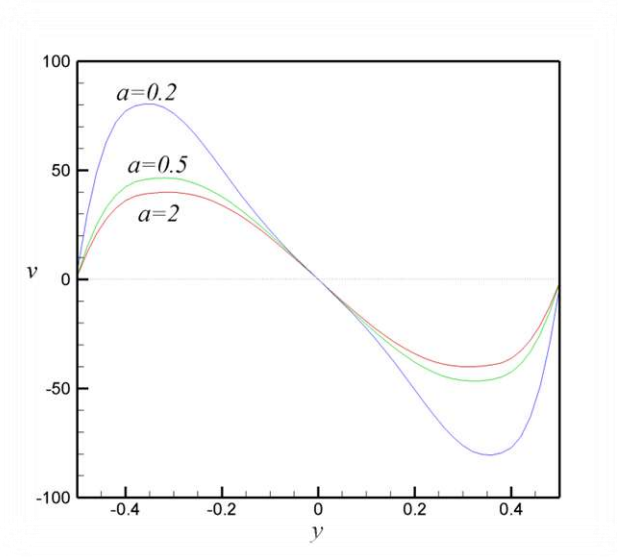
Figure IV.7 : présent l'effet de paramètre rhéologique s, sur les profiles de la fonction d'écoulement Ψ, de la vitesse v ; de la température T et la concentration S, dans le plan médiane ; pour $Ra_T = 10^4$; $Le = 10$; $Pr = 10$ et $N = 0.5, \theta = 0°$, a=2 ;E=0,1, et n=0,6, et s pour différente valeur (s= 0. 0,5. 1)

III.4. l'effet paramètre rhéologique a sur les profiles :

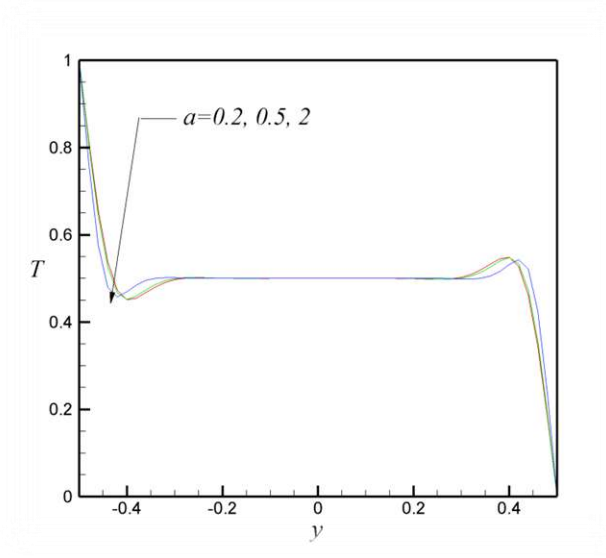
La figure IV.8 montrent la fonction d'écoulement Ψ, la vitesse v, la température T, la concentration S, respectivement. Cette résultat obtenue pour $Ra_T = 10^4$;$Le = 10$; $Pr = 10$ et $N = 0.5$,$\theta = 0$, S=0.01 ;E=0,1, et n=0,6, et a pour différente valeur (a=0 ,2.0 ,5 ,2), d'après la figure IV.8 (a) il est claire qui représente des linges pleins, lorsque qui la fonction d'écoulement augment avec la diminution de a. La figure IV.8.(b) illustré qui la vitesse est augment jusqu'a une valeur maximal au centre de cavité, puis diminue à Y=0. En diminution de paramètre rhéologique a. L'effet de, a, sur la température et les profils de concentration est illustré sur la figure IV.8 (c et d), on voir lorsque le paramètre a, diminue avec la diminution la température et la concentration à pré des parois de cavité. En comparant les résultats à un cas newtonien, on constate que le comportement d'amincissement par cisaillement améliore la circulation convective alors que l'épaississement par cisaillement tend à l'affaiblir.



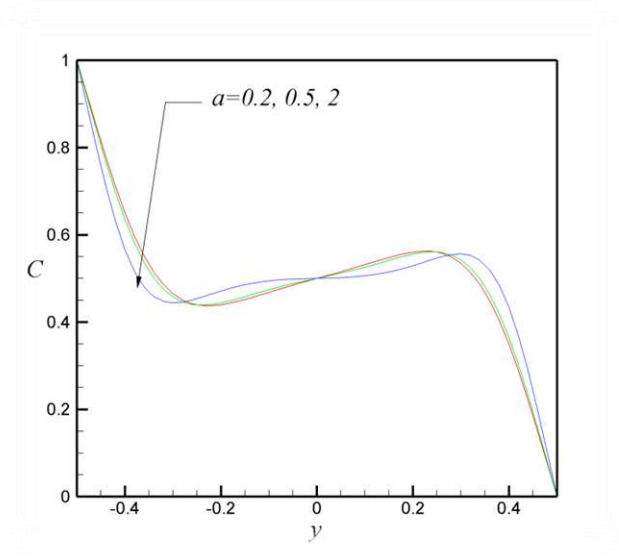
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure IV.8 : présente l'effet de paramètre rhéologique a, sur les profiles de la fonction d'écoulement Ψ, de la vitesse v ; de la température T et la concentration S, dans le plan médiane ; pour $Ra_T = 10^4$; $Le = 10$; $Pr = 10$et $N = 05, \theta = 0$, S=0.01 ;E=0,1, et n=0,6, et a pour différente valeur (a=0 ,2.0 ,5 ,2)

Conclusion générale

[conclusion générale]

Conclusion général :

Dans ce mémoire nous avons effectué une étude numérique du transfert de chaleur et de masse par convection double diffusion dans une cavité carrée remplient par un fluide non newtonien. Les résultats nous ont permis de mieux appréhender les effets des paramètres rhéologiques sur le phénomène de la convection double diffusion au sein du milieu fluide avec l'utilisation de modèle Carreau-Yassuda. Le problème résolu numériquement par un code de calcul basé sur la méthode des différences finies. L'intensité de l'écoulement et les transfert de chaleur et de masse sont exprimés en termes des paramètre étant le nombre de Rayleigh thermique, le rapport des forces de volume, le nombre de Lewis, les paramètres rhéologique R_T ; Le, Pr, et loi de puissance $,n, 0.3 \leq n \leq 1$ et paramètre rhéologique s, $0 \leq s \leq 1$, constant de temps adimensionnelle $E, 0 \leq E \leq 1$ et le paramètre a$0.2 \leq a \leq 2$.

Cette étude montrent est :

✓ Le transfert de chaleur et de masse s'améliore à mesure que l'indice de loi de puissance, n, diminue.

✓ La force de la convection est causée par la diminution de l'indice de la loi de puissance n,

✓ Une diminution de l'indice de loi de puissance, et une augmentation de constant de temps E, améliore le caractère rhéfluidifiant du fluide provoque le déclenchement précoce de l'apparition de la convection sous-critique, n, E.

✓ L'augmentation du rapport de flottabilité donne une diminution de la viscosité avec diminution de n.

✓ L'augmentation du nombre de Lewis augmente l'échange thermique et massique pour différente valeur d'indice de loi de puissance, n.

✓ Le nombre de Nusselt et Sherwood sont sensibles à la fois à l'indice de loi de puissance, et la constante de temps adimensionnelle. Toutefois, une diminution den, et une augmentation de améliore considérablement le taux de transfert de chaleur par convection n, E.

Références

Référence :

[1]-Ana-maria Bianchi Yves Fautrelle jacqueline etay, livret transfert thermiques

[2]- Akrour Dalila, étude numérique et théorique de la convection naturelle en double diffusion, thèse du doctorat, université des sciences et de la technologie « Houari Boumediene » en 2013.

[3]- Ben Arous. F, Lamellad .K, étude de transfert de chaleur et de masse dans une cavité rempli d'un fluide non-Newtonien, université de Médéa en 2019.

[4]- Ben Khelifa, N., Alloui, Z., Beji, H., Vasseur, P., "Natural convection in a horizontal porous cavity filled with a non-Newtonian binary fluid of power-law type", J. Non-Newtonian Fluid Mech., V.169-170,(2012), 15–25

[5]- Belaid. M, Yahiaoui.O, étude de l'instabilité de Rayleigh Bénard, pour un fluide non-Newtonien, université Saad Dahlab de Blida en 2018.

[6]- Bois, P.A., "Mécanique théorique des fluides", Ellipses, (2000), p.

[7]- Cyrine, chahteur, convection magnétohydrodynamique dans ub fluide non newtonien saturent un milieu poreux, thèse de doctorat, 2018, l'université de picardie jules verne, tunis

[8]-Debih.M, Brahimi.M, étude numérique de la convection naturelle au sein d'une cavité carrée, université Mohamed Boudiaf-M'sila, Filière de physique , thème du master en 2019.

[9]- .Demir, H., "Rayleigh-Bénard convection of viscoelastic fluid", Appl. Math. Comput. V.136, (2003), 251–267.

[10]- Dr,djafer abderrahmane, cours notions aux phénomènes de transfert, 2017, université Hassiba ben Bouali- Chelf, Alger.

[11]- Djebli Ahmed, convection naturelle bi diffusive dans une enceinte rectangulaire remplie d'une matière poreuse, université de Mentour Constantine, Faculté des sciences de l'ingénieur, 2009.

[12]- Fersaoui Adel, étude numérique de la convection mixte dans une cavité, thèse du doctorat(2014), université de Saad Dahleb de Blida.

[13]- Fontaine André, étude de l'hydrodynamique de fluides rhélogiqueement complexes dans un mélangeur maxblend par vélocimétrie laser, thèse du doctorat (2012), génie chimique, université de montréal.

[14]- Ghania benbelhacem, viscoélasticité et écoulements de fluides structurés, (2009)thèse du doctorat , école doctorale EMMA , département de mécanique et énergétique.

[15]- Helisoa mamy rafidiarison, étude expérimentales du transfert de masse et de chaleur dans les parois des constructions en bois, en vue de leur modélisation application aux économis d'énergie et au confort dans l'habitat, thèse de doctora, 2012, université de lorraine.

[16]- Inaba, H., Dai, C., Horibe, A., "Numerical simulation of Rayleigh-Bénard convection in non-Newtonian phase-changematerial slurries", Int. J. Therm. Sci., V.42, (2003), 471–480.

[17]- Introduction â la mécanique des fluides; auteur: Renée Gatignol; Editeur: Cépadué

Une introduction a la dynamique des fluides; auteur: Maurice Rieutord; Editeur: De Boeck

[18]- Jean philibert, livert de diffusion et transport de matière dans les solide, cours 10.

[19]- Khayat, R.E., "Chaos in the thermal convection of weakly shear-thinning fluids", J. Non-Newtonian Fluid Mech., V.63,(1996), 153-178.

[20]- Menacer dalila, étude numérique la convection mixte dans des cavités phénomène de bifurcation, thème de magister, 2012, faculté des sciences exactes, université mentouri constantine,alger.

[21]- Metivier, C., "instabilites thermoconvectives pour les fluides viscoelstiques", Institut National Polytechnique de Lorraine,these de doctorat,(2006).

[22]- Nicolas roland, modélisation de la transition vers la turbulence d'écoulement en tuyan de fluides rhéofluidiants par calcul numérique d'ondes non linéares, thèse du doctorat (2010), université de lorraine.

[23]- Ouahiba Benouared, convection de raleigh- bénard d'un fluide rhéofluidifiant confiné dans une conduite rectangulaire, thèse du doctorat (2015), université blida1

[24]- Ozoe, H., Churchill, S.W., "Hydrodynamic stability and natural convection in Ostwald–de Waele and Ellis fluids: The development of a numerical solution", AIChE J., V.18, (1972), 1196-1207.

[25]- Parmentier, E.M., Turcotte, D.L., "Studies of finite amplitude non-Newtonian thermal convection with application to convection in the earth mantle", J. Geophys. Res.: Solid Earth Planets, V.81,(1976), 1839-1846.

[26]- Philippe marty, cours de transfert thermiques (conduction, rayonnement), 2012 .2013, université joseph fourien, grenoble.

[27]- Sekhar, G.N., Jayalatha, G., "Elastic effects on Rayleigh-Bénard convection in liquids with temperature-dependent viscosity ", Int. J. Therm. Sci., V.49, (2010), 67–75.

[28]-Solomatov, V.S., Barr, A.C., "Onset of convection in fluids with strongly temperature-dependent, power-law viscosity", Phys. Earth Planet. Inter., V.155, (2006), 140–145.

[29]- Tien, C., Tsuei, H.S., Sun, Z.S., "Thermal instability of a horizontal layer of non-Newtonian fluid heated from Below", Int. J. Heat Mass Transfer,V.12,(1969), 1173-1178.

[30]- Transfert thermique; Auteur: Ana-Maria Bianchi Yves Fautrelle; Jacqueline Etay; Editeur: Presses Polytechniques et Universitaire Romandes (PPUR)

[31]- Tsuei, H.S.,Tien, C., "Free convection heat transfer in a horizontal layer of non-Newtonian fluid", Can. J. Chem. Eng., V.51, (1973), 249-251.

[32]- Turan, O.Chakraborty, N.,Poole, R.J., "Laminar Rayleigh-Bénard convection of yield stress fluids in a square enclosure", J. Non-Newtonian Fluid Mech., V.171-172, (2012), 83–96.

[33]-Ymane Alloui, convection naturelle induite par double diffusion et effet soret dans un milieu fluide confiné, thèse du doctorat (2018) , université Mohamed khider –Biskra.

[34]- Yves Jannot, cours de transferts thermique, 2012, 2eme année.

[35]- Lounis. S, Rebhi. R, Hadidi. N, Lourenzini. G, Menni. Y, Ameur. H, Che Sidik.N, Termo-solutal convection of Carreau- Yassuda Non-Newtonian fluids in inclines square cavities under Dufour and Soret impacts, CFD Letters jornal homepage : https://semarakilmu.com.my/jornals/index.php/CFD_Letters/index ISSN/281163969. Accepted 14 march2022.