République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie de la matière

MÉMOIRE DE MASTER

Option : Énergie et froid industriel

Etude numérique comparative de l'influence entre des tubes carré et cylindrique d'un faisceau aligné, sur les performances thermique d'un échangeur tube et calandre

Proposé et dirigé par :

- **Dr. ZIRARI Mounir**

Présentés par :

- **MELOUKI Omar**
- **MESBAH Abderraouf**

Promotion 2013-201

Remerciements

Nous remercions tout d'abord notre dieu tout puissant, de nous avoir aidé et donner la force et la connaissance pour accomplir ce travail.

Nous remercions du fond de cœurs nos chers parents de tout ce qu'ils ont faisaient pour nous.

Nous tenons à exprimer nos remerciements avec un grand plaisir et un grand respect à notre encadreur ***Dr. ZIRARI Mounir*** *pour son suivi, ces précieux conseils et encouragements et pour l'orientation qu'il nous a donné à notre travail.*

Nous exprimons nos remerciements les plus dévoués aux membres de jury qui nous ont honorées en acceptant d'évaluer ce travail.

Nous voudrions exprimer notre gratitude à tout le personnel de l'université Dr. YAHIA FARES de Médéa, en particulier au corps administratif et les enseignants du département de génie de la matière

Enfin nous tenons à adresser nos vifs remerciements à tous ceux qui nous ont offert

Dédicace

Je dédie ce travail à :

A celle qui a inséré le goût de la vie et le sens de la

responsabilité….merci MERE.

A celui qui a été toujours la source d'inscription

et de courage ….merci PERE.

A mon frère WALID et tout mes sœurs

A mes cousins et cousines

Et à toute ma famille.

A monsieur l'encadreur ZIRARI MOUNIR pour son aide et ses orientation dans mon domaine

A toutes mes amis de prés ou de loin.

A la promotion de Master I et Master II.

particulier mon cher binôme Mesbah Abderraouf

et touts mes amis de la commine de Mezghana et Tablat

OMAR MELOUKI

Dédicace

Je dédié ce modeste travail à mon père qui a souhaité vivre pour longtemps pour nous voir Qu'est-ce que nous allons devenir.

A celle qui m'a transmis la vie, l'amour, le courage, à toi chère maman toutes mes joies et ma reconnaissances.

Ames chères sœurs, mes chers frères.

A mon cher amie KHALED.

A monsieur l'encadreur ZIRARI MOUNIR pour son aide et ses orientation dans mon domaine.

A mon cher binôme, OMAR MELOUKI qui m'a supporté durant ces dernières années. Et chez qui j'ai trouvé l'entente dont j'avais besoin.

A la promotion de master 1, et master 2.

MESBAH ABDERRAOUF

RESUME

Dans cette étude on a simuler numériquement l'écoulement turbulent conjugué au transfert de chaleur dans un échangeur de chaleur de type tubes et calandre par la méthode des E F, ou on a réaliser une étude comparative des performances dynamique et thermique de l'influence de l'arrangement des tubes de type carré et cylindrique ; dont on a trouver par l'utilisation d'un logiciel de calcul « ANSYS », que le cas des tubes carré représente l'inconvénient au niveau de perte de charge, par contre pour les tubes cylindrique l'inconvénient énergétique est dominant. Pour un choix définitif nous recommandons une étude technico-économique.

Mots clés : Echangeur de chaleur, tubes et calandre, simulation numérique, élément finis, Ecoulement turbulent ; modélisation.

ABSTRACT

In this study we numerically simulate the flow combined with turbulent heat transfer in a heat exchanger shell and tube by the method of EF, type or we make a comparative study of dynamic performance and thermal influence of arrangement of tubes square and cylindrical type; which we find by using an ANSYS software for the case of square tubes is at the disadvantage drop by for cylindrical tubes against energy disadvantage is dominant.

For a final choice we recommend a techno-economic study.

Keywords: Exchanger heat shell and tube, numerical simulation, element finished; turbulent flow; modeling.

ملخص

في هذه المذكرة قمنا بدراسة عددية للتدفق *المضطرب* الموائع مرفقا بالجانب الحراري في مبادل حراري من صنف أنابيب و هيكل اعتمادا في دلك طريقة العناصر المنتهية (E .F) حيث قمنا بدراسة مقارنة للأداء الديناميكي والتأثير الحراري باستعمال أنابيب مربعة وأسطوانية الشكل؛ حيث وجدنا باستخدام برنامج ANSYS إن مساوئ استعمال الأنابيب المربعة هي ضياع الضغط؛ عكس ما نجده في استعمال الأنابيب الاسطوانية حيث مساوئ الطاقة هي المهيمنة. لاختيار نهائي نوصي بدراسة تقنية واقتصادية.

المفاتيح : مبادل حراري أنابيب و هيكل ، المحاكاة العددية، العناصر الهنتهية؛ التدفق المضطرب؛ النمذجة

Sommaire

Résumés…….. i

Sommaire…… iii

Liste Des Figures…… vii

Liste Des Tableaux……..... viii

Nomenclature…….. ix

Introduction Générale ……..... 1

Chapitre I : *Les caractéristiques et modèles d'échangeurs de chaleur*

Introduction…….. 3

I.1 Echangeur de chaleur..... 3

I.1.1 Définition…….. 3

I.1.2 Principe de fonctionnement…….. 4

I.1.3 Types de contact…….. 4

I.1.4 Disposition des écoulements…… 4

I.1.5 Distribution des températures……... 5

I.2 Différents types d'échange……...……... 6

I.2.1 Classification des échangeurs 7

I.2.2 Matériaux applicables aux échangeurs de chaleur…… 7

I.2.3 Aspects structurels dans la conception des échangeurs…….…… 8

I.3 Synthèse des échangeurs…… 9

I.4 Technologie usuelle des échangeurs de chaleur……..... 12

Conclusion…… 19

Chapitre II : *Modélisation mathématique*

Introduction…….. 20

II.1 Modélisation de L'écoulement des Fluides…… 20

II.1.1 Equation de Navier-Stokes…… 20

II.1.2 Equation de continuité…….. 20

II.1.3 Décomposition de Reynolds…… 20

II.1.4 Les équation des mouvements moyennes…… 21

II.1.4.1 Équation de continuité de mouvement moyen……. 21

II.1.4.2 Équation de Navier-stocks moyenne……. 21

II.1.4.3 Equation de transport des tensions de RENOLDS …….. 22

II.1.4.4 Équation de l'énergie cinétique fluctuante…….. 23

II.1.4.5 Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante…….. 23

II.1.5 Problème de fermeture des équations…….. 24

II.1.5.1 Bilan des équations et des inconnues …….. 24

II.1.6 Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence…… 25

II.1.6.1 Hypothèse de viscosité turbulente de bousines…… 25

II.1.6.2 hypothèse de longueur de mélange de Prandtl…….... 25

II.1.6.3 Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov……. 25

II.1.7 Les modèles de turbulence et leurs classifications…….. 25

II.1.7.1 Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports)…….. 25

II.1.7.2 Les modèle à une équation de transport…….. 26

II.1.7.3 le modèle k-**ε** et RNG (modèle à deux équations de transport)……. 26

II.1.7.4 Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM)…….. 28

II.2 Modélisation du transfert de chaleur…… 30

II.2.1 Equation d'énergie…….. 30

II.2.1.1Transferts de chaleur en écoulements incompressibles…… 30

II.3 Le nombre du Reynolds et Coefficient de pression C_p……... 31

Conclusion…… 32

Chapitre III : *méthode numérique*

Introduction…….. 33

III.1 Méthodes de discrétisation…… 33

III.1.1 Méthode des différences finies……. 33

III.1.2 méthode des volumes finis……..... 33

III.1.3 Méthodes des éléments finis……. 34

III.1.3.1 Présentation de la méthode……... 34

III.1.3.2 Mise en œuvre de la méthode des éléments finis…….. 35

III.1.3.2.1 Formulation variationnelle forte…… 35

III.1.3.2.2 Formulation variationelle faible……. 35

III.1.3.3 forme générale des équations du système…….. 36

III.2 Maillage…… 37

III.2.1 Discrétisation…… 38

III.2.1.1 Terme temporelle…….. 38

III.2.1.2 Terme d'advection…… 39

III.2.1.2.1 Monotone Streamline Upwind Approach (MSU)……. 39

III.2.1.2.2 La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin)…… 40

III.2.1.2.3 Approche Colloquée De Galerkin (COLG)……... 41

III.2.1.3 Terme de Diffusion……... 41

III.2.1.4 Termes source……... 42

III.3 Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini…… 42

III.3.1 Bilan Thermique : Equation De Chaleur…… 42

III.3.2 Forme discrétisée : éléments finis…… 43

III.3.2.1 Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures……. 43

III.3.2.2 Représentation globale du champ de températures……... 44

III.3.3 Discrétisation de la forme intégrale faible…… ……... 44

Conclusion…….. 45

Chapitre IV : *Résultats et discussion*

Introduction…….. 46

IV.1 Présentation d'ANSYS (APDL) ……... 46

IV.2 Identification ……..... 47

IV.3Descriptionondela structure étudiée…… 48

IV.3.1 Les dimensions des géométries 48

IV.3.2 Les conditions limite…… 50

IV.4 Descriptions des résultats…… 51

IV.4.1 Champs de vitesse…… 51

IV .4.2 Champs de pression……..... 53

IV .4.3 Coefficient de pression C_p en fonction du R_e ……..... 54

IV.4.4 champs de température…… 56

IV.4.5 Configuration étudiée……... 57

IV .4.6 Profils de température…… 58

Conclusion…… 61

Conclusion général……..... 62

Liste des figures

Figure I.1 : différent modes de circulation…… 5

Figure I.2 : Distribution des températures dans des échangeurs à un seul passage (Type double tube)…… 6

Figure I.3 : Deux exemples simples pour les deux notions……... 9

Figure I.4 : Différent types des échangeurs……..…… 18

Figure III.1 : Démarche éléments finis…….... 35

Figure III.2 : Maillages structure et non structure…….. 38

Figure III.3 : L'approche de ligne de courant d'upwind…… 39

Figure III.4 : bilan thermique……. 42

Figure III.5 : Domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds…….. 43

Figure. IV.1 : Représentation spatiale de L'interface d'Ansys…… 47

Figure IV.2 : Représentation spatiale des Contours des vitesses auteur des tubes rectangulaires..... 47

Figure IV.3 : Représentation spatial des géométries étudier……..... 49

Figure IV.4: répartition spatiale du phénomène étudie avec les conditions aux limites…… 50

Figure IV.5: répartition spatiale de champs de vitesse dans le domaine d'applications de deux modèles (cylindre, carré)…… 51

Figure IV.6 : Représentation spatiale de champs de pression dans le domaine d'applications de deux modèles (cylindre, carré)……... 53

Figure IV.7: Coefficient de pression C_p en fonction du R_e……... 54

Figure IV.8 : Représentation spatiale de champs de température dans le domaine d'applications des deux modèles (cylindre, carré)……. 56

Figure IV.9 : représentation spatial de la configuration étudiée…… 57

Figure IV.10 : profils de température pour les 2 types de tubes pour la configuration étudie…….. 59

Liste de tableau

Tableau II.1 : la décomposition de Reynolds dans les équations de Navier Stokes…….... 24

Tableau II.2 : Constantes du modèle k-ε……. 27

Tableau II.3 : Les constantes du modèle RNG ont pour valeur ……..... 28

Tableau II.4 : Les constantes du modèle ASM…… 29

Tableau III.1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables…….. 36

Tableau IV.1 : Les propriétés thermiques et dynamiques de l'acier et de l'air……48

Tableau IV : Dimensionnement de la géométrie de deux modèles à étudier…… 48

Tableau IV.3 : Position des points dans la configuration étudie……..... 57

Nomenclatures

Notation	Signification	Unité
$a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}, b_i$	Coefficient dans le système d'équation algébrique	
$C_{\square}, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	Coefficient du mode k-ε	
C_s, C_1, C_2	Constantes du modèle RSM	
$C_1^{'}, C_2^{'}$	Constantes du modèle ASM	
F_e, F_n, F_s, F_w	Flux diffusif à travers les faces e, n, s et w	
J_X, J_Y	La densité de flux par convection et par diffusion	
D_{ij}	Diffusion visqueuse.	
F	Distances équivalentes représente la proximité de surface solide	
K	énergie cinétique turbulente	J/kg
L_m	Longueur de mélange	m
T	Température	$°K$
P	Pression instantanée	N/m^2
P	Fluctuation de pression	N/m^2
$\bar{P}$	Pression moyenne	N/m^2
P_k	Production de l`énergie turbulente	
$S_{\emptyset}$	Terme source	
t	Temps	s
$\overline{R_{ij}}$	Tenseur de Reynolds	
u, v	Fluctuation de vitesse	
U	Composante de la vitesse moyenne dans la direction X	
V	Composante de la vitesse moyenne dans la direction Y	
$\overline{u_i u_j}$	Tension de Reynolds	
$\overline{U_i U_j U_k}$	Terme de diffusion	m/s

h	Coefficient d`échange de convection	
Symboles grecs		
$\boldsymbol{a}$	La diffusivité thermique	
$\boldsymbol{\delta_{ij}}$	Symboles de Kronecker	
ε	Taux de dissipation de l`énergie cinétique turbulente	$\boldsymbol{m^2/s^2}$
λ	La conductivité thermique	$W/\mathrm{m}.K$
□	La viscosité dynamique	$\mathrm{kg/m.s}$
$□_t$	La viscosité dynamique turbulente	$\mathrm{kg/m.s}$
$□_{eff}$	La viscosité dynamique effective	$\mathrm{kg/m.s}$
v	La viscosité cinématique	$\mathrm{m^2/s^2}$
v_t	La viscosité cinématique turbulente	$\mathrm{m^2/s^2}$
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Constante thermique dans le modèle $\mathrm{k}-\varepsilon$	
ρ	La masse volumique	$\mathrm{kg/m^3}$
τ	Contrainte de cisaillement	$\mathrm{N/m^2}$
τ_{ij}	Tenseur des contraintes de cisaillement	$\mathrm{N/m^2}$
τ_p	Frottement pariétal	$\mathrm{N/m.s^2}$
$\emptyset$	Variable générale par unité de masse	
$\emptyset'$	Composition de fluctuation	
$\overline{\emptyset}$	Grandeur moyenne	
Γ	Coefficient d'échange dans les termes de transport	
$\Gamma_\emptyset$	Coefficient de diffusion	
L_s	Echelle de longueur des grandes structures	
Q′	Flux de chaleur par unité de volume	
C_p	Chaleur massique	

Abréviation	
2D	Deux dimensions
PNC	Plug and cool
ASM	Algebriric stress model

EDP	Equation aux dérivées partielles
RSM	Reynolds stress model
LES	large eddy simulation
COLG	colloquées de Galerkin
MSU	monotone Streamupwind
SUPG	Stream line Upwind/Petro-Galerkin
COLG	Colloquée De Galerkin
CFD	Computational Fluid Dynamics

Introduction

L'échangeur de chaleur est un appareil thermique de grande importance dans les installations thermiques et énergétique. On rencontre au moins un échangeur de chaleur dans une installation thermique.

L'échangeur consiste essentiellement à transmettre la chaleur d'une source chaude à une autre source de plus faible température. Il est caractérisé par une grande diversité géométrique.

Dans un échangeur, la chaleur est transmise d'un fluide à un autre. Le même fluide peut conserver son état physique (liquide ou gazeux) ou se présenter successivement sous les deux phases (cas des condenseurs et des évaporateurs bouilleurs, ou des tours de refroidissement).

Dans l'industrie, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute politique de maîtrise de l'énergie et donc, par voie de conséquence, de protection de l'environnement.

Une grande part de l'énergie thermique utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ceux-ci.

Ils sont utilisés principalement dans les secteurs de l'industrie (chimie, pétrochimie, sidérurgie, agro-alimentaire, production d'énergie …etc.), du transport (automobile, aéronautique) et dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, …etc.). Ils constituent donc un des dispositifs clé du thermicien, et sont un composant quasi inévitable dans la maîtrise de l'énergie.

L'étude de ce dispositif est complexe, on doit connaitre exactement, sa géométrie (surface d'échange et section de passage des fluides).Ses caractéristiques thermo physiques, les vitesses d'écoulement des fluides, les températures d'entrées des fluides, etc.

De création plus récente que les échangeurs tubulaires, les échangeurs à tube et calandre ont subi depuis leur création, des améliorations substantielles. Ils sont formés par enveloppe (calandre) qui comporte des tubes à l'intérieure, au travers desquelles s'effectue le transfert de chaleur. S'ils ne peuvent pas toujours être utilisés pour les températures élevées et les fortes pressions, les échangeurs à tube et calandre bénéficient d'avantages tenant notamment à leur meilleur rendement et à leur compacité.

Le souci technologique majeur de ces échangeurs est l'amélioration de l'échange thermique entre les deux fluides tout en générant le moins de pertes de charges possibles ou de les réduire à leur plus bas niveau possible. Ce travail de mémoire s'inscrit dans l'optique de l'amélioration des échanges thermiques avec une réduction des pertes de charges. En effet

la résolution des équations de Navier-Stokes permet de simuler les écoulements turbulents de fluide incompressible et de modéliser le transfert de chaleur par convection le long d'une paroi de tube

De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de l'effet de l'une des propriétés Thermophysiques sur le coefficient de transfert et la perte de charge: Le travail de R. BOUCHENAFA(1) et al. [1] est intéressé à une étude numérique comparative des performances thermo-hydrauliques d'un écoulement incompressible turbulent de l'air à travers un dissipateur thermique composé de plusieurs rangées d'ailettes de section carrée et circulaire.

Le coefficient de transfert de chaleur en fonction de la qualité de vapeur pour différent flux thermique dans un échangeur à tubes et calandre de distribution triangulaire a été effectué par Thome et al. [2-3]

Le travail de M. El Ouardi [4] est consacré à l'étude du couplage entre les grandeurs classiques et les Propriétés thermophysiques dans un échangeur à tube et calandre à contre courant

Notre travail est axé sur la simulation numérique d'un écoulement supposé incompressible avec transfert thermique dans les échangeurs tubes et calandre. Pour La résolution des équations régissant cet écoulement en utilise le code ANSYS.

L'objectif essentiel de ce travail est étudier l'effet de la forme de la géométriques des tubes (carre et cylindrique) sur l'efficacité thermique et dynamique d'un échangeur tube et calandre.

Ce travail est réparti en quatre chapitres

- Le premier chapitre est consacré à la caractéristique et modèle d'échangeur de chaleur
- Modélisation mathématique des écoulements dans le second chapitre.
- Les déférentes méthodes de discrétisation et choix de La méthode des éléments finis et en particulier la discrétisation des équations sont exposées au troisième chapitre.
- Les différents résultats obtenus sont présentés au quatrième chapitre.
- Pour finir, une conclusion générale relatant les principaux résultats et le choix du modèle adapté pour ce type de géométrie.

Introduction

Dans les sociétés industrielles, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute tentative de maîtrise de l'énergie. Une grande part (90 %) de l'énergie thermique utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ces procédés. On les utilise principalement dans les secteurs de l'industrie (chimie, Pétrochimie, sidérurgie, agroalimentaire, production d'énergie, etc.), du transport (automobile, aéronautique), mais aussi dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, etc.).Le choix d'un échangeur de chaleur, pour une application donnée, dépend de nombreux paramètres : domaine de température et de pression des fluides, propriétés physiques et agressivité de ces fluides, maintenance et encombrement. Il est évident que le fait de disposer d'un échangeur bien adapté, bien dimensionné, bien réalisé et bien utilisé permet un gain de rendement et d'énergie des procédés.

I.1 Echangeur de chaleur

I.1.1 Définition

Un échangeur de chaleur est un système qui permet d'échanger la chaleur entre deux fluides sans se mélanger. Dans un échangeur thermique, le fluide chaud et le fluide froid sont séparés par une paroi (plane ou tubulaire).La transmission de la chaleur se fait du fluide chaud vers le fluide froid. Les fluides, chauffant et chauffé sont des fluides caloporteurs. Le fluide caloporteur est un fluide à l'état liquide qui est utilisé sans changement de phase pour le transfert d'un lieu à un autre une certaine quantité de chaleur générée par des moyens étranges. Il est caractérisé par sa chaleur massique Cp. étant donné que la puissance d'échange thermique Q est proportionnelle à la chaleur massique.

$$C_{p_{eau}} = 1Kcal.Kg^{-1}.°K^{-1}$$
$$C_{p_{air}} = 0.25Kcal.Kg^{-1}.°K^{-1}$$

Dans le domaine des échangeurs de chaleur les résistances thermiques par conduction et par rayonnement sont souvent négligées devant la résistance convective globale des deux fluides. La majorité des échangeurs existant fonctionnent à une température à 600 °C [5]

I.1.2 Principe de fonctionnement

Dans un changeur, la chaleur est transmise d'un fluide à un autre. Le même fluide peut être conservé son état physique (liquide ou gazeux) ou se présenter successivement sous les deux phases (cas des condenseurs et des vaporiseurs) [6].

I.1.3 Types de contact

Échangeurs à contact direct : Le type le plus simple comprend un récipient (ou canalisation) dans lequel les deux fluides sont directement mélangés et atteignent la même température finale.

Exemples :

- les réchauffeurs d'eau (injection de vapeur d'eau sous pression).

- les dés réchauffeurs industriels et les condenseurs à injection (centrale thermique).

Échangeurs à contact indirect : En principe, pour les échangeurs les plus répondus dans l'industrie, les deux fluides, désignés par 1 et 2, s'écoulent dans des espaces séparés par une paroi ou cloison, à faible inertie thermique. La chaleur que le fluide 1 cède à la paroi, par convection le long de la surface de contact, traverse l'épaisseur de la paroi par conduction et est cédé au fluide 2 par convection le long de l'autre face.

Les processus de transfert présentent une réciprocité: convection (1) conduction (paroi), convection (2).le flux de chaleur échangé s'exprime par le produit d'une conductance globale constante le long de l'échangeur, et de la différence entre les températures moyennes T1et T2 des fluides [6].

I.1.4 Disposition des écoulements

Ce classement est réalisé à partir de la géométrie de l'échangeur et du sens relatif de l'écoulement des deux fluides. Dans ce qui suit, on représente uniquement les circulations des fluides les plus souvent rencontrées.

Dans les échangeurs à fluide séparés, les modes de circulation des fluides peuvent se ranger en deux catégories :

Ou bien les vecteurs vitesses des écoulements sont approximativement parallèles :

S'ils sont de même sens les écoulements sont « co-courants ».

S'ils sont de sens contraire, les écoulements sont «à contre-courant ».

Ou bien les vecteurs vitesses sont en moyenne perpendiculaire l'un à l'autre ; ils'agit cette fois de «courant croisés » [7].

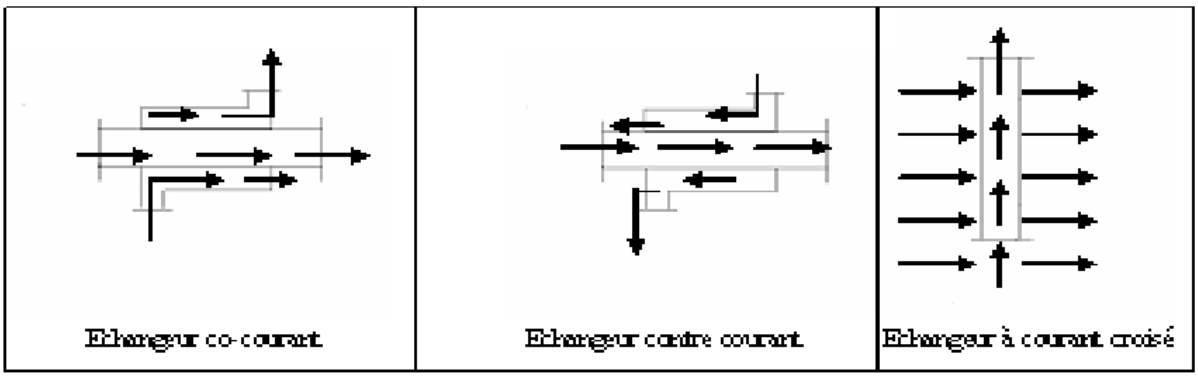
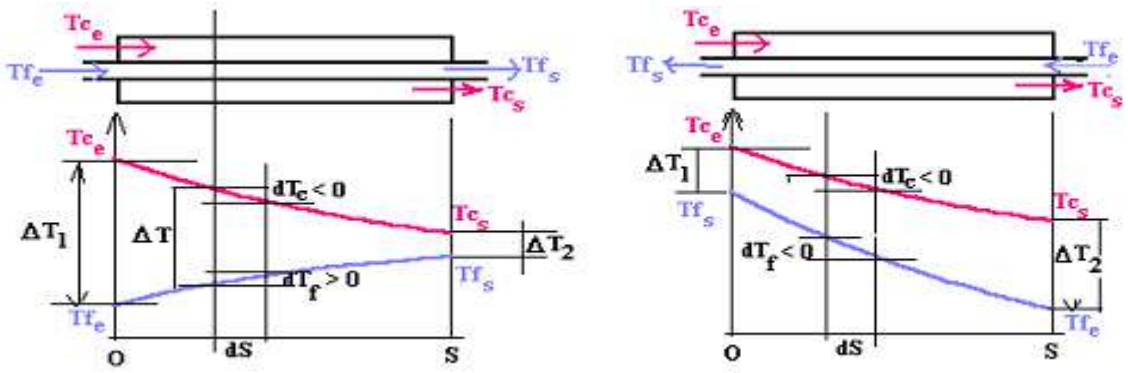


Figure I.1 différent modes de circulation

I.1.5 Distribution des températures

Les températures des fluides pendant leur traversée longitudinale de l'échangeur, à moins que l'un des fluides ne subisse un changement de phase, auquel cas sa température reste constante. Les figures donnent l'allure de quelques distributions de températures des échangeurs très simple. On a porté en abscisses l'aire de la surface d'échange, variant depuis zéro, à l'entrée de l'appareil (extrémité ou' rentre le fluide chaud), jusqu'à sa valeur totale s, à la sortie du fluide chaud. Les températures sont repérées à l'aide d'indices e signifiant entrée et s sortie, c désignent le fluide chaud et f le fluide froid [8].



Co-courants **à contre-courant**

Figure I.2-Distribution des températures dans des échangeurs à un seul passage

(Type double tube).

- On remarque on particulier sur ces figures que :

- dans un échangeur à contre courant, la température de sortie du fluide « le plus froid » peut être supérieur à celle de sortie du fluide « le plus chaud », cette disposition étant l'une des plus favorables pour l'échange thermique.

I.2 Différents types d'échange

Les échangeurs de chaleur sont diphasiques ou monophasique.

Échange sans changement de phase :

Les échangeurs de chaleur sans changement de phase correspondent aux échangeurs dans lesquels l'un des fluides se refroidit pour réchauffer le deuxième fluide sans qu'il y ait changement de phase .les températures des fluides sont donc variables, tout le long de l'échangeur. Parmi ces échangeurs on cite les échangeurs : (liquide –liquide, gaz -liquide et gaz -gaz...)

Échange avec changement de phase:

Les échanges avec changement de phase sont caractérisés par trois cas différents:

1- l'un des fluides se condense alors que l'autre se vaporise. Ces échangeurs sont rencontrés dans les machines frigorifiques installées en cascade. Ces sont les évaporateurs - condenseurs.

2- le fluide secondaire se vaporise en recevant de la chaleur du fluide primaire, lequel ne subit pas de changement d'état. Ils sont appelés évaporateurs.

3- le fluide primaire se condense en cédant sa chaleur latente au fluide secondaire plus froid, lequel ne subit pas de transformation d'état .à titre d'exemple : ce cas est rencontré dans les condenseurs des machines frigorifiques [5].

I.2.1 Classification des échangeurs

Les échangeurs de chaleur peuvent être classés de multiple façons, ainsi dans ce qui suit, on ne cite que les groupes qui nous paraissent importons.

Classification selon leurs procédés de transfert thermique → selon leurs procédés de transfert, les échangeurs de chaleur sont classés en deux types: à contact direct et à contact indirect. Classification selon la compacte de surface→ Cette autre classification, arbitraire, se base sur le rapport de l'aire la surface d'échange au volume de l'échangeur et se divise en deux :

Échangeurs compact et non-compact.

Cette classification est faite parce que la forme physique des échangeurs, les applications et les techniques différent.

Classification selon le nombre de fluide

Classification selon le sens de l'écoulement

Classification suivant la construction

Classification suivant le mécanisme de transfert de chaleur

Classement suivant la nature du matériau de la paroi d'échange→ les échangeurs

Métalliques : en acier, cuivre, aluminium,…Les échangeurs non métalliques : en plastique, céramique,…

I.2.2 Matériaux applicables aux échangeurs de chaleur

On fabrique les échangeurs de chaleur en matière extrêmement nombreuse. Le choix de matériaux pour les différentes pièces de l'échangeur dépend surtout des conditions de service (température, pression, degré de corrosivité du milieu).

La température de service des échangeurs de chaleur se trouve couramment dans les limites d'utilisation des aciers au carbone (de -30° à 475°C) [9].

Les matériaux employés pour la réalisation des tubes sont le plus souvent métalliques (acier, laiton). Les céramique se développent dans les échangeurs ou' transitent des fluides à

haute température. Les tubes en plastique (généralement de très petit diamètre) sont également utilisés, soit en faisceaux, soit intégrés dans des plaques minces qui leur servent de raidisseurs [10].

I.2.3 Aspects structurels dans la conception des échangeurs

Sans entrer dans des considérations trop technologiques, on doit néanmoins citer les deux structures essentielles qui sont à la base de la conception des échangeurs : Structure « à modules » et Structure « à passe ».

Échangeurs à modules → Un échangeur à modules est constitué de plusieurs cellules élémentaires identiques, et il se caractérise donc par une périodicité géométrique. On peut alors se limiter à l'étude d'une seule cellule, l'assemblage de plusieurs modules permettant de reconstituer tout l'appareil. Parmi les principaux modèles d'échangeurs modulaires, citons les appareils à méandres, les appareils à faisceau de tubes et chicanes, les appareils à spirales et échangeurs à plaques.

Échangeurs à passes → On désigne par « passe » une traversée de l'échangeur par l'un des fluides .parmi les échangeurs à passe, la famille la plus représentative regroupe les modèles de type P-N. Ce sont en général des appareils à faisceau de tubes et calendre, dans lesquels chacun des deux fluides traverse une ou plusieurs fois le volume d'échange.

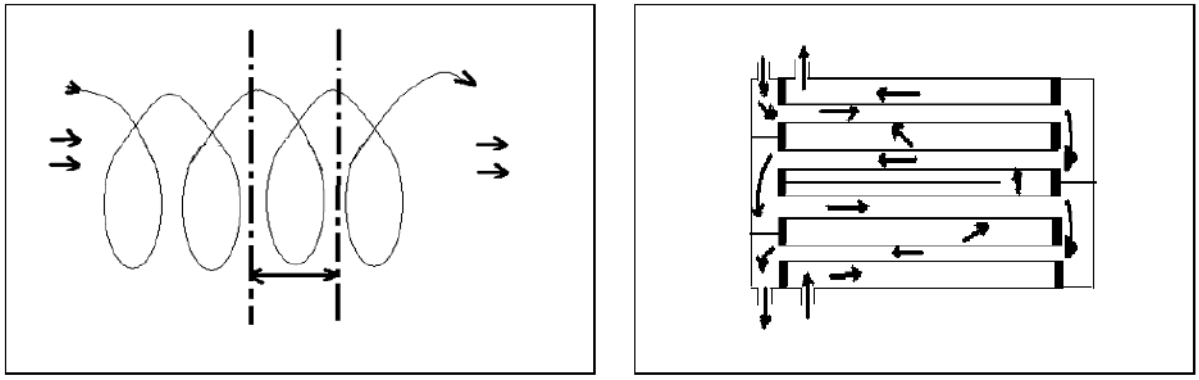
Le fluide qui circule dans la calendre (donc à l'extérieur des tubes) passe P fois dans le volume d'échange, et le fluide contenu dans les tubes traverse N fois (c'est-à- dire qu'il effectue N/2 allers-retours).on dit que l'échangeur est à P passes coté calendre et à N passes coté tubes.

Dans le modèle P-N le plus courant est l'échangeur 1-N : le fluide situé coté calendre ne traverse celle-ci qu'une fois, tandis que le fluide qui circule dans les tubes la traverse N fois.

La notion de passe s'applique également à d'autres modèles. Et on particulier aux échangeurs à plaques dans lesquels on rencontre des configurations mono passes (avec distribution en U ou en Z, ou multi passes .du point de vue thermique, on notera que la distribution en U est meilleure que la distribution en Z.

La distribution entre passes et modules est parfois un peu subtile, mais ces deux notions sont cependant bien utiles pour simplifier certains calculs. On peut dire que échangeurs modulaires et échangeurs P-N relèvent la priori de conception différentes .un échangeur à

modules peut être de type P-N mais cela n'a rien de systématique. Inversement, un échangeur P-N n'est pas forcement constitué de modules identiques .parfois, il peut y avoir recouvrement entre passe et module [7].



Échangeur à tube en spirale (m : module). Échangeur P-N P=2, N=4 (d'après A.Bouvenot).

Figure I.3 Deux exemples simples pour les deux notions.

I.3 Synthèse des échangeurs

En préalable à l'exposé des méthodes de calcul, il est indispensable de présenter les principales dispositions géométriques qui sont retenues dans la réalisation des échangeurs, car elles conditionnent évidemment la nature des écoulements et le calcul des transferts thermiques [7].

Dans notre étude on ne considère que les échangeurs à fluides séparé ou' le transfert de chaleur s'effectue à travers une paroi matérielle. Ce qui exclu donc les Echangeurs à « contact direct ». Dans ces appareils dominent deux grandes familles : les échangeurs tubulaires et les échangeurs à plaques [7].

Les échangeurs tubulaires→ Comme leur nom l'indique, Les échangeurs tubulaires sont constitués de tubes dont la paroi forme la surface d'échange. Ils comportent soit un tube unique (serpentin), soit deux tubes coaxiaux (échangeurs bitubes ou concentrique), soit un faisceau de tubes (échangeur multitubulaire) ; ce dernier type existe sous quatre formes :

- échangeurs à tubes séparés
- échangeurs à tubes rapprochés
- échangeurs à tubes ailettes

- échangeurs à tubes calendre (faisceau de tubes enfermé dans une enveloppe appelée calendre).

En ce qui concerne les échangeurs à faisceau de tubes et calendre, on peut citer parmi les dispositions les plus courantes le faisceau rectiligne, et le faisceau en U, ce dernier mieux adapté aux forts gradients de température puisqu'il permet une libre dilatation des tubes. Il n'y a pas de règles générales pour fixer la disposition relative des circuits chauds et froids. On fera plutôt circuler le fluide chaud dans les tubes si on veut limiter les déperditions thermiques ; de même la circulation en tubes sera recommandée s'il s'agit d'un fluide agressif [7].

Utilisation des échangeurs tubulaires : un des modèles les plus simple d'échangeur que l'on puisse imaginer est constitué de deux tubes coaxiaux .l'un des fluides s'écoulent dans le tube central et l'autre dans l'espace annulaire, les deux fluides pouvant circuler dans le même sens ou en sens contraire. Il est difficile d'obtenir des surfaces d'échange importantes avec cette configuration, même en soudant les tubes, sans aboutir à des appareils très encombrants. Aussi préfère-t-on disposer un faisceau de tubes dans une enveloppe unique, généralement cylindrique appelé calandre, l'un des fluides circulant dans les tubes et l'autre à l'intérieur de la calandre autour des tubes.

Dans ce genre d'échangeur, des chicanes de formes variées disposées surtout perpendiculairement à l'axe de la calandre rendent le parcours du fluide qui la traverse plus long et sinueux, elles favorisent la turbulence, ce qui a pour effet d'améliorer les échanges (mais aussi malheureusement d'augmenter les pertes de charge).

Ce genre de disposition est la plus utilisée pour les échangeurs liquide -liquide .la compacité maximum (surface d'échange par mètre cube) obtenue avec cette configuration est de l'ordre de 500m²/m3 [8].

Les échangeurs à plaques→ Les échangeurs de la deuxième famille sont constitués par un empilement de plaques garnies de joints d'étanchéité à leur périphérie ; les fluides s'écoulent entre ces plaques dans des canaux plats ou' la circulation peut être soit diagonale soit latérale .il y a évidemment alternance du fluide froid et du fluide chaud d'un canal au suivant .globalement, la distribution des fluides entre les différents canaux se fait en U, en Z [9].

Les plaques peuvent être lisses ou corrigées (ondulées ou à cannelures en chevrons) afin d'intensifier l'échange de chaleur par l'augmentation de la turbulence et de la surface

d’échange .La pression d’utilisation des échangeurs à plaques et joints est inférieur à 20 bars. La température usuelle maximale ne doit pas dépasser 250°C [5].

Les échangeurs à plaques se présentent sous diverses formes :

- les échangeurs à plaques hélicoïdales.
- les échangeurs à plaques planes.
- les échangeurs à plaques munies d'ailettes.
- les échangeurs à tubes munis d'ailettes.

Dans tous ces échangeurs, les surfaces d'échange sont très supérieures à celles des échangeurs à faisceau et calandre, pour un encombrement géométrique donné. En outre, les écoulements secondaires et les pertes de charge correspondantes sont éliminés ainsi que les problèmes de court circuit et de dilatation différentielle. Cependant leur réalisation est beaucoup plus délicate et onéreuse et ils ne sont généralement utilisés que pour des échanges ne nécessitant pas en valeur absolue de très grandes surfaces d'échange [9].

Utilisation des échangeurs à plaques

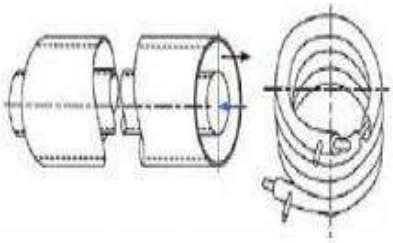
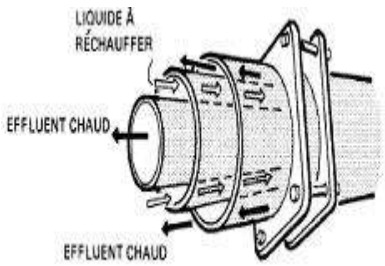
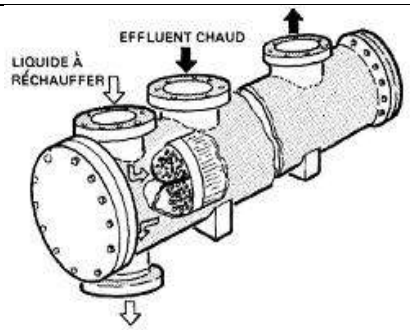
Elles sont très utilisées pour certaines applications liquide -liquide (on particulier dans les industries alimentaires) dans le cas des échangeurs gaz -liquide ou gaz -gaz, la faible densité des gaz impose, si l'on veut rester à un niveau acceptable de perte de charge, que l'on réduise la vitesse de passage des gaz relativement à celles pratiquées pour les liquides. Réduire la vitesse c'est aussi réduire le coefficient de convection fluide -paroi, ce qui nécessite, à volume égal, une augmentation de la surface d'échange.

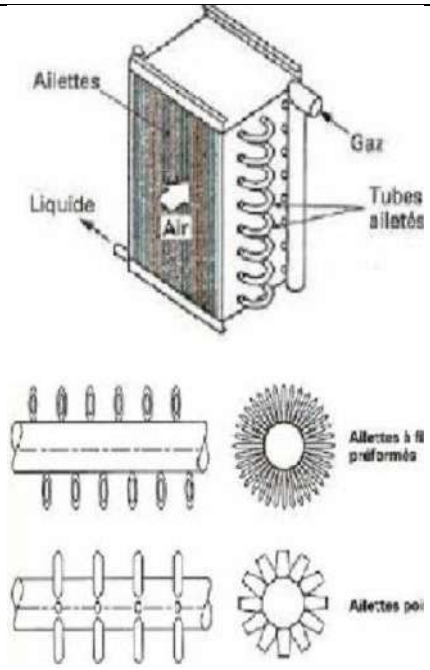
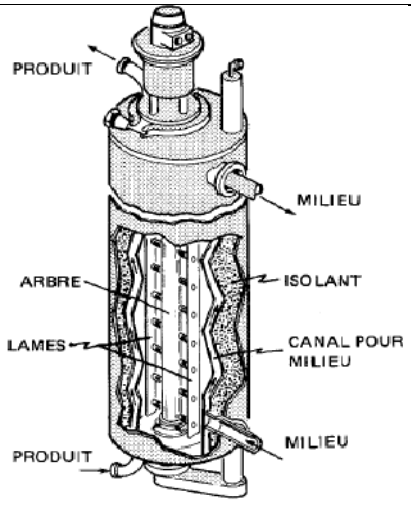
Pour les échangeurs gaz -gaz les surfaces d'échanges adoptées sont très souvent constituées de plaques planes séparées par des ailettes braisées sur celles-ci les deux fluides circulant alternativement entre les plaques .les ailettes permettent d'augmenter la surface d'échange et aussi, par leur disposition en quiconque de crée des interruptions dans les écoulements favorisant la turbulence et améliorant de ce fait les échanges thermiques.

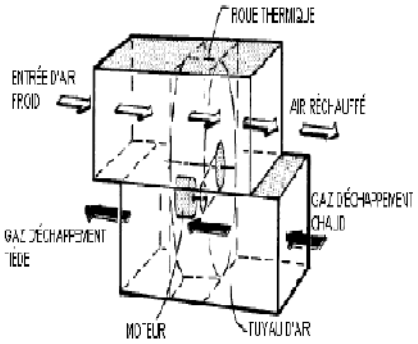
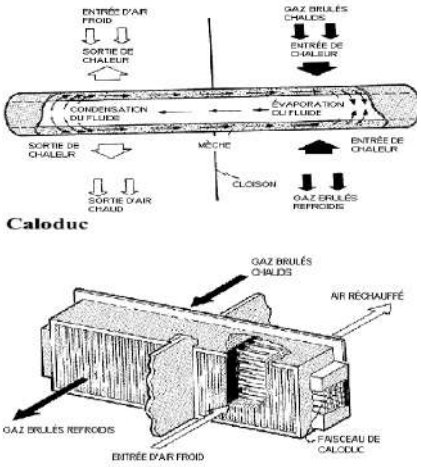
Dans les échangeurs gaz -liquide, il y a nécessité d'obtenir une surface d'échange ayant des étendues différentes au contact des deux fluides. C’est la raison pour laquelle on utilise des batteries de tubes à ailettes ou des radiateurs dans l'automobile [8].

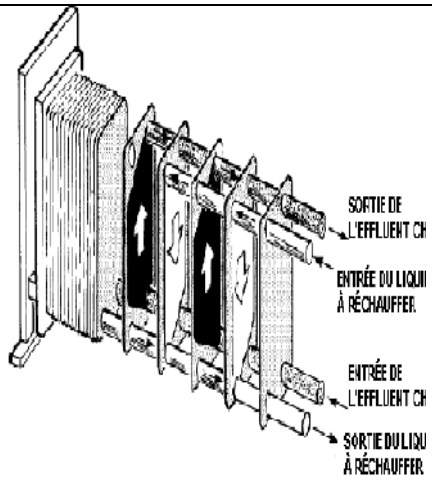
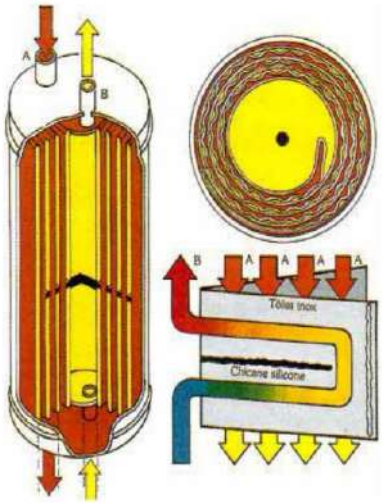
I.4 Technologie usuelle des échangeurs de chaleur

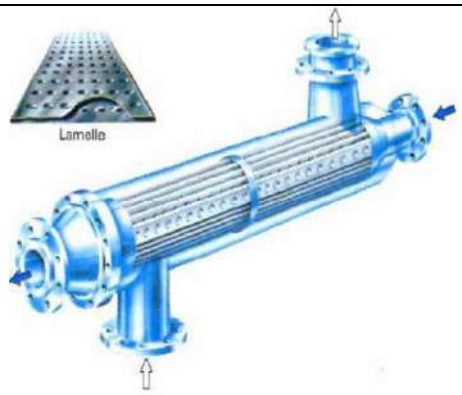
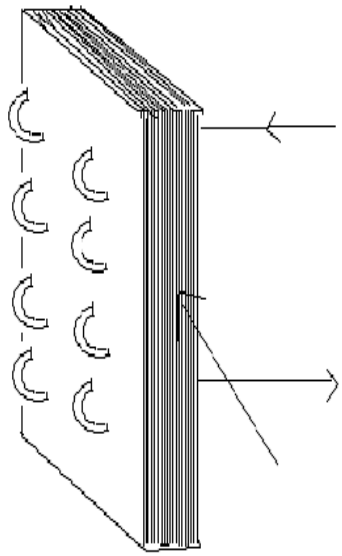
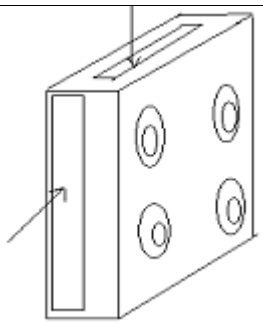
Voici une brève description des types d'échangeurs thermiques les plus communément utilisés :

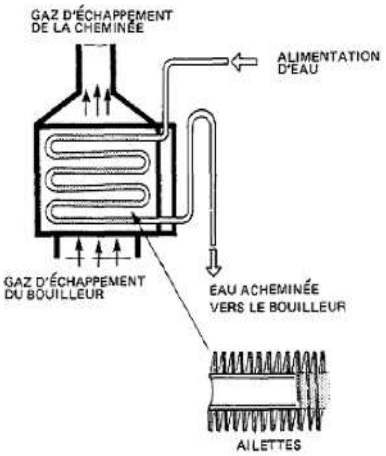
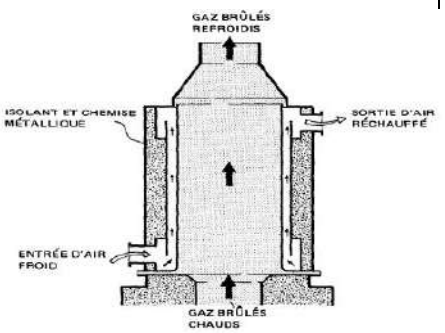
La catégorie	Le type	Les caractéristiques
Tubulaire → mono tubulaire. → bitube. →faisceaux de tubes.	 Echangeur mono tubulaire	échangeurs à tube unique ; il est placé à l'intérieur d'un réservoir, généralement, prend la forme d'un serpentin.
	 Echangeur bitube (tube coaxiaux ou double enveloppe, concentrique).	L'échangeur à deux tubes coaxiaux est le plus simple des échangeurs (à simple passe). Le premier fluide s'écoule dans le tube intérieur tandis que l'autre s'écoule dans l'espace annulaire compris entre les deux tubes. Ces appareils sont intéressants pour les facilités qu'ils offrent pour le démontage et l'entretien. Ils peuvent fonctionner en contre courant pur, ce qui permet d'obtenir de bons rendements. Par contre, ils présentent les inconvénients suivants : risque de fuites aux raccords – flexion du tube intérieur si la longueur est importante -surface d'échange faible. Cet échangeur convient aux produits sales, pour des débits faibles, des températures et des pressions élevées pour les liquides visqueux
	 Echangeur a tube et calandre.	Echangeur à multi passe, peut assimilé à une superposition de plusieurs échangeurs à double tube il comporte un faisceau de tubes enfermé dans une enveloppe cylindrique appelée « calandre ». Un des fluides coule à travers les tubes et l'autre à travers l'enveloppe au-dessus du faisceau de tubes. l'implantation des chicanes permet d'irriguer mieux tous les tubes. Le nettoyage de l'échangeur s'en

		trouve facilité, bien que les tubes eux-mêmes demeurent difficiles à nettoyer. Quelques-unes des applications possibles sont le chauffage de l'eau, les condenseurs, les rebouilleurs et les fours multitubulaires. Il sert le plus souvent dans des opérations ne s'appliquant pas directement à un produit alimentaire car l'enveloppe et les tubes peuvent être difficiles à inspecter.
	 Échangeurs thermiques à ailettes.	C'est un échangeur à type échanges gaz liquide, il est constitué d'un faisceau de tubes dans lequel circule le liquide à réchauffer et au-dessus duquel s'écoulent des gaz d'échappement caloporteurs. Des ailettes fixées aux tubes augmentent la surface d'échange. Il sert à chauffer l'eau à toutes sortes de fins, (l'eau d'alimentation des chaudières ou l'eau de nettoyage).
	 Echangeur à lames raclantes	Cet échangeur est formé d'un arbre rotatif de lames montées concentriquement à l'intérieur d'un tube isolé et enveloppé. Le produit circule à travers le tube interne où, constamment, les lames l'agitent en même temps qu'elles raclent les parois du tube pour le nettoyer. Le fluide, caloporteur ou de refroidissement, circule dans l'espace annulaire entre le cylindre de transmission de chaleur et le tube externe qui est isolé. Les échangeurs à lames raclantes sont conçus pour les produits à haut degré d'encrassement et pour les opérations de cristallisation, leurs nettoyages est facile.

	 Echangeur régénérateur à roue thermique, ou rotatif.	Il s'agit d'un échangeur à échanges gaz/gaz constitué d'un grand disque poreux fait d'un matériau à capacité d'absorption thermique élevée (grillage en acier inoxydable, céramique, etc.). Le disque tourne entre deux conduites d'air accolées, l'une où circule l'air froid et l'autre où circule l'air chaud. La circulation s'y fait à contre-courant. Quand la roue tourne, elle absorbe d'abord la chaleur provenant du courant d'air plus chaud et l'emmagasine temporairement. Elle vient ensuite en contact avec le courant d'air froid et lui communique sa chaleur. Les applications comprennent le préchauffage de l'air du système de ventilation ou de l'air des séchoirs et des fourneaux, au moyen de l'air d'évacuation.
	 Echangeur à caloduc (liquide en équilibre avec sa phase gazeuse)	Échangeur thermique de type gaz/gaz ou gaz/liquide, le caloduc est constitué d'un tube scellé contenant un fluide caloporteur et une mèche capillaire annulaire. La chaleur qui provient des gaz d'évacuation chauds fait se vaporiser le fluide à une extrémité du tuyau. La vapeur se déplace vers l'extrémité froide où, en se condensant elle abandonne sa chaleur latente et réchauffe le fluide froid. Le condensât retourne ensuite, par capillarité, à l'extrémité chaude du tuyau et est ainsi recyclé perpétuellement. Les caloducs sont généralement disposés en faisceaux, dans lesquels chaque tuyau traverse deux conduites, l'une contenant un fluide chaud et l'autre un fluide froid. Cet échangeur thermique ne permet pas de contamination par transmission. Ses applications comprennent le préchauffage de l'air pour différents types de séchoirs et de fourneaux, ainsi que le préchauffage de l'air de combustion pour les chaudières.

à plaques →à plaques planes →à plaques munies d'ailettes →à tube munies d'ailettes	 Echangeur à plateaux ou à plateaux et cadre.	. Echangeur à deux fluides liquides ou à deux fluides gazeux, il est constitué de deux tirants auxquels sont fixées des plaques de métal à ondulations en nombre variable garnies de joints d'étanchéité à leur périphérie. l'échange de chaleur est intensifié par l'augmentation de la Turbulence favorisée par des ondulations. Il est le plus simple car il est facile à nettoyer et inspecter le produit alimentaire ou l'eau potable. Il est employé en pasteurisateurs (usage du lait et des œufs) aussi le préchauffage de l'eau des chaudières avec des effluents d'eau chaude, le préchauffage de l'eau d'un échaudoir, le chauffage de l'eau potable.
	 Echangeur à spirales.	Cet échangeur est formés par une paire de plaques enroulée selon une hélice délimitant deux espaces annulaires rectangulaires ou' les fluides circulent à contre courant (ce type peut être très compact). Comparativement à ceux de l'échangeurà calandre, il comprend compacité, exigences d'entretien moins grande accessibilité facilitant l'inspection et le nettoyage et tendance plus facile à l'encrassement. Il est fréquemment utilisé dans le traitement de l'eau de refroidissement usée et ils se révèlent également efficaces dans la récupération de la chaleur dégagée par des vapeurs à pression atmosphérique. Aussi il peut servir à condenser la vapeur à pression atmosphérique provenant de cuiseurs ouverts, pour chauffer l'eau de nettoyage de l'usine.

	 Echangeur lamellaire	Un échangeur à lamelles est à plaques soudées. Les plaques sont formées par des tôles embouties et soudées deux par deux, formant des lamelles à l'intérieur desquelles circule l'un des fluides. Le tous est inséré dans une calandre dans laquelle circule le deuxième fluide.
	 Echangeur batterie à ailettes.	L'échangeur à ailettes continues est appelé batterie à ailettes, il est utilisé dans le cas d'un échangeur liquide gaz tels que : radiateur de voiture, condenseur d'un climatiseur de fenêtre…etc. la faible valeur du coefficient convectif du gaz, qui est souvent de l'air, est soignée par la pose des ailettes continues de diverses fores sur la surface d'échange primaire couplé en général par l'utilisation d'un ventilateur. l'ailette est une plaque mince construite dans un métal très bon conducteur (cuivre, aluminium,…etc.) elle contient plusieurs trous circulaires par lesquelles passent tous les tubes de la batterie. un faisceau de tubes contient plusieurs dizaines d'ailettes.
	 Echangeur platulaires (plaques soudées)	C'est une chambre faite d'une tôle emboutie soudée par points sur une tôle plane.

Types particuliers d'échangeurs thermiques. Les échangeurs thermiques que l'on vient de décrire existent aussi sous des formes plus ou moins modifiées.	 Echangeur économiseur	L'économiseur est un échangeur à tubes à ailettes qui transfère la chaleur récupérée des gaz de combustion à l'eau d'alimentation des chaudières. Types particuliers d'échangeurs thermiques.
	 width="418" height="406"> Pré chauffeur d'air de combustion	On a ici une variété d'échangeur thermique, à fluides gazeux, qui récupère la chaleur perdue provenant des gaz de combustion d'un générateur d'air chaud pour chauffer l'air d'admission destiné à la combustion.

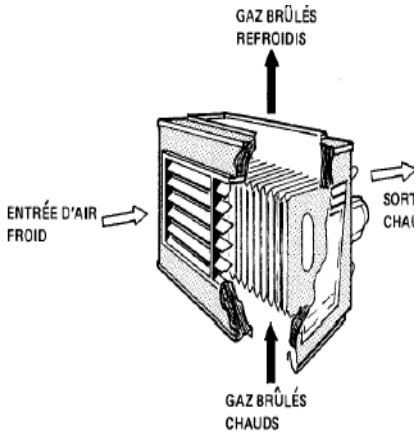
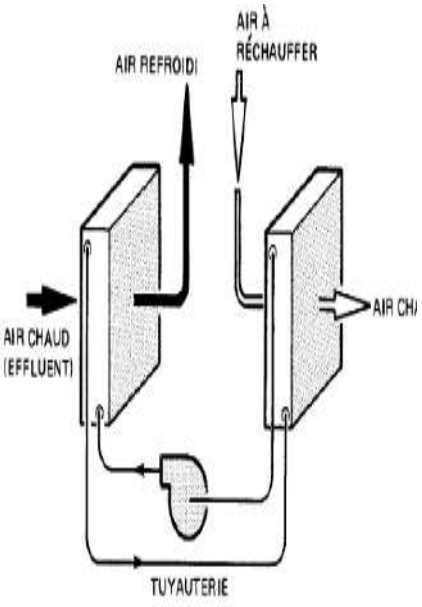
	 Pré chauffeur d'air à plateaux parallèles	Cet échangeur est constitué d'une série de canaux dans lesquels circulent-en alternance des gaz chauds et froids; seule, une mince paroi faite d'un métal conducteur sépare les gaz. S'il est scellé adéquatement, cet appareil prévient toute contamination par transmission; de plus, il est facile à entretenir et à inspecter. Se s applications comprennent la récupération de la chaleur que dégagent la cuisson, le séchage et le fumage, ainsi que les installations de chauffage et de ventilation
	 Système de dérivation	Il comprend un échangeur à fluides gazeux constitué d'un réseau de tubes fermé à travers lequel est pompé un fluide de transmission de chaleur (généralement du glycol). Ce fluide intermédiaire recueille la chaleur des spirales ou des tubes à ailettes installés dans le courant d'air chaud et la libère ensuite en la transmettant aux spirales du circuit d'air froid. Les fuites d'un courant d'air à l'autre sont donc impossibles. On peut utiliser cet échangeur dans les cas où la source calo porteuse et son point d'utilisation sont éloignés, ou lorsque la chaleur doit être recueillie à partir de plusieurs sources. On pourrait s'en servir, par exemple, pour recueillir la chaleur provenant de l'air d'évacuation d'un séchoir pour chauffer l'air d'admission.

Figure I.4 Différent types des échangeurs [11].

Conclusion

Vu l'importance industrielles des échangeurs de chaleur, il existe une diversité des différents types des échangeurs de chaleur qui ont de nombreuse applications dans les différentes domaines.

On va s'intéresser dans cette étude aux échangeurs à tube et calendre. L'étude expérimentale de ces échangeurs dans l'objectif d'amélioration des performances est couteuse, la raison pour laquelle on va focaliser cette étude à l'expérience numérique des échangeurs tubes et calandre, dans l'objectif d'une meilleure compréhension des phénomènes dynamique et thermique. Nous proposons d'étudier l'influence géométrique des tubes (carrés et cylindriques).

Tellement une certaine compacité d'un échangeur de chaleur est requise, le diamètre des tubes du l'échangeur de chaleur est limité ce qui interdit une grande surface d'échange alors, il faut réduire au maximum le diamètre des tubes ce qui permettra d'en loger un grand nombre des tubes dans l'enceinte d'échangeur donc, l'augmenter la surface d'échange. Alors ils sont très rapprochés les uns des autres. Ce ci cause des problèmes de confinement, de ce fait nous pouvons constater l'importance de l'étude d'interaction encrassement / écoulement des fluides qui est l'objectif de notre étude.

Introduction

Nous présentons dans cette partie la modélisation des écoulements d'un fluide incompressible en régime variable, ou les modèles de fermeture abordés.

Depuis quelque décennies, Prandtl, Navier-stockes et Reynolds ont pu découvrir les lois fondamentales de la mécanique des fluides, il restait aux ingénieurs et l'homme de science exploiter ces loi et les mètres au service de l'homme.

Dans son ensemble, la mécanique des fluides est gouvernée par trois équations fondamentales. Celles-ci sont l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie.

II.1 Modélisation de L'écoulement des Fluides

Tous les problèmes de CFD sont bases sur les lois fondamentales de mécanique des fluides qui sont :

II.1.1 Equation de Navier-Stokes

On considère l'écoulement de deux fluides incompressibles, newtoniens la dynamique est déterminée par les équations de Navier- Stokes :

$$\frac{\partial \rho_{kV_k}}{\partial t} + (\rho_k V_k V_k) = \rho_k g - \nabla \rho_k \nabla (2 \square_K s_k) \qquad \text{(II.1)}$$

II.1.2 Equation de continuité

Cette équation concerne le principe de conservation de la masse dans un élément.

Elle exprime l'égalité de la variation de la masse d'élément et de la déférence entre la quantité de fluide qui entre la quantité de fluide pendant le même temps.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{(II.2)}$$

II.1.3 Décomposition de Reynolds

Le passage des équations déterministes aux équations statistiques repose sur la décomposition de Reynolds où tout champ φ ($\varphi = u$, T ou p) se décompose en un champ moyen $\overline{\varphi}$ et en un champ fluctuant $\dot{\varphi}$ de moyenne nulle :

$$\varphi(x,t) = \bar{\varphi}(x,t) + \dot{\varphi}(x,t) \qquad \text{(II.3)}$$

Avec la valeur moyenne de φ est exprimée par la relation suivante :

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{T} \int_1^T \varphi \, dt \qquad \text{(II.3.a)}$$

Dans le cadre de la modélisation en un point de la turbulence, on ne s'intéresse qu'aux moyennes statiques de la vitesse et de la pression. On décompos é ainsi les grandeurs instantanées selon la règle de Reynolds

$$\mathrm{U}_i = \bar{U}_i + u_i \qquad \text{(II.4)}$$

$$\mathrm{P} = \bar{P} + \mathrm{p}$$

II.1.4 Les équation des mouvements moyennes

II.1.4.1 Équation de continuité de mouvement moyen

L'équation de continuité du champ moyen est obtenue par moyenne de l'équation [12]:

$$\frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{(II.5)}$$

II.1.4.2 Équation de Navier-stocks moyenne

Toutes les opérations de l'équation (II-1) sont linéaires à l'exception de celui du terme d'advection donc on obtient immédiatement l'équation moyenne suivante [12]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \mathrm{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + U_j \frac{\partial U_l}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + v\frac{\partial^2 \bar{U}_l}{\partial x_j \partial x_j} \qquad \text{(II.6)}$$

Après avoir introduise la décomposition de **Reynolds** on écrit finalement :

$$\frac{\partial \bar{U}_l}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\tau_{lj}} + R_{IJ}\right) \qquad \text{(II.7)}$$

L'effet de la moyenne engendre bien entendu une perte d'information, caractérisée ici par l'apparition d'une corrélation inconnue $\bar{U}_l \bar{U}_j$ appelé tenseur de Reynolds.

La condition d'incompressibilité implique :

$$U_i \overline{\frac{\partial U_l}{\partial x_j}} = \overline{\frac{\partial U_l U_j}{\partial x_j}} \qquad \text{(II.8)}$$

Avec $[\tau_{ij}]$ c'est le tenseur des contraintes visqueuses :

$$[\tau_{ij}]_{définition} = \square\left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}\right] \quad \text{et} \quad \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \square\frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j}$$

Les tensions de **Reynolds** ou les contraintes de **Reynolds** $\boldsymbol{U_i U_j}$ peuvent être s'écrit sous la forme suivante :

$$[R_{ij}] = -\rho \begin{bmatrix} \overline{UU} & \overline{VU} & \overline{UW} \\ \overline{UV} & \overline{VV} & \overline{VW} \\ \overline{UW} & \overline{VW} & \overline{WW} \end{bmatrix}$$

II.1.4.3 Equation de transport des tensions de RYNOLDS : $R_{ij} = \overline{u_i u_j}$

Les équations de départ son les équations (II.1) et (II.2) dans lesquelles on a introduit l'équation (II.4)

On part de l'équation (II.2) :

$$\frac{\partial(\overline{U}_i+u_i)}{\partial t} + (\overline{U_K} + u_k)\frac{\partial(\overline{U_i}+u_i)}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\bar{P}+p)}{\partial x_i} + v\frac{\partial^2(U_i+u_i)}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \text{(II.9)}$$

On fait la différence (II.7)-(II.9) en tendent compte de (II.8):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_k\frac{\overline{\partial U_i}}{\partial x_k} + \frac{\partial(u_k u_i - \overline{u_k u_i})}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + v\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_k} \qquad \text{(II.10)}$$

On peut écrire (II.12) pour l'indice j :

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + u_k\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial(u_k u_j - \overline{u_k u_j})}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_j} + v\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k} \qquad \text{(II.11)}$$

On multiple (II-10) par uj et (II-11) par ui et on somme les deux équations obtenus.

En regroupant certains termes, il vient :

$$\frac{\partial u_i u_j}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} + u_k u_j\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k} + u_k u_i\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial u_i u_j u_k}{\partial x_k} - u_j\frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_k} - u_i\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} =$$

$$-\frac{1}{\rho}\left[u_j\frac{\partial p}{\partial x_i} + u_i\frac{\partial p}{\partial x_j}\right] + v\left[u_j\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial_k} + u_i\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k}\right]$$

Le passage à la moyenne dans cette équation fait disparaitre les termes de la forme :

$$u_i\frac{\overline{\partial \overline{u_j u_k}}}{\partial x_k} = \overline{u_i}\frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_k} = 0$$

On obtient alors une équation pour le moment d'ordre 2 ($\overline{u_i u_j}$) qui peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial u_i u_j}{\partial t} + U_k\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} = P_{ij} + T_{ij} + \pi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} \qquad \text{(II.12)}$$

Cette équation est appelée équation de tension de **Reynolds** ou équation de transport des tensions de **REYNOLDS**.

Le membre de gauche de l'équation (II.12) représente la variation totale des contraintes de REYNOLDS $\overline{u_i u_j}$, le membre de droite se décompose en différentes termes :

$$P_{ij} = -\left[\overline{u_i u_k}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}\right]$$ Production

$$T_{ij} = -\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}$$ Transport turbulent

$$\Pi_{ij} = -\frac{1}{\rho}\left[\overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} + \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}}\right]$$ Gradient de pression-vitesse

$$D_{ij} = v\frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k}$$ Diffusion visqueuse

$$\varepsilon_{ij} = 2v\overline{\frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial x_k \partial x_k}}$$ Tenseur de dissipation

II.1.4.4 Équation de l'énergie cinétique fluctuante : K=$\frac{1}{2}R_{ij}$:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_k}\frac{\partial k}{\partial x_k} = \underbrace{-\overline{u_i u_k}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}}_{P_t} \underbrace{-\frac{1}{2}\frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k}}_{T} \underbrace{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{u_k p}}{\partial x_k}}_{\Pi} + \underbrace{v\frac{\partial^2 K}{\partial x_k \partial X_k}}_{D} \underbrace{-v\overline{\frac{\partial u_i \partial_i}{\partial x_k \partial x_k}}}_{\varepsilon} \quad \text{(II.13)}$$

Avec :

$\boldsymbol{P_t}$: Appelé terme de production turbulence, il caractérise les échanges d'énergie par interaction avec le mouvement moyen.

$\boldsymbol{T}$: Transport turbulent, il s'agit d'une diffusion par effet des fluctuations de la vitesse.

$\boldsymbol{\Pi}$: transport d'énergie cinétique par l'interaction pression-vitesse.

$\boldsymbol{D}$: diffusion visqueuse, transfert d'énergie cinétique par viscosité.

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Dissipation turbulente, l'énergie cinétique est dissipée sous forme de chaleur.

II.1.4.5 Équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique fluctuante

Multipliant l'équation (II.11) par $\left(-2v\frac{\overline{u_k u_i}}{\partial x_j \partial x_j}\right)$ et prenant la moyenne, on obtient le résultat final après quelques regroupements simple [8] :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_J\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = -2v\left[\frac{\partial \overline{U_k}\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k} + \frac{\overline{\partial U_k \partial U_i}\partial U_i}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k} + \frac{\overline{U_J U_J}\partial \overline{U_k}}{\partial x_j \partial x_j \partial x_k}\right] \quad \text{(II.14)}$$

L'équation du taux de dissipation de l'énergie turbulente est plus délicate à interpréter et à modéliser, elle est utilisée pour calculer l'échelle de longueur caractéristique de la turbulence. Cette équation est analogie à celle citée par Bissel [13] en 1972.

II.1.5 Problème de fermeture des équations

II.1.5.1 Bilan des équations et des inconnues

La décomposition de Reynolds dans les équations de Navier-Stockes à permis de trouver un certain nombre d'équations pour les inconnues du problème.

Cependant, à chaque étape on introduit des inconnues supplémentaires. La nombre d'inconnues est toujours supérieur aux nombres d'équations disponibles. Il s'agit du problème de fermeture des équations.

On pourrait poursuivre la démarche, on trouve de nouvelles équations qui introduiraient à leur tour de nouvelles inconnues, ainsi que l'équation exacte d'un moment d'ordre n ($u_{i,1}$, $u_{i,2}$, $u_{i,3}$ … … $u_{i,n}$) implique nécessairement un moment d'ordre supérieur. Il est donc nécessaire de ≪modéliser≫ les inconnues supplémentaires à l'aide de ≪ lois≫ complémentaire n'introduisant pas de nouvelle inconnue : modèle de fermeture.

Tableau II.1 : la décomposition de Reynolds dans les équations de Navier Stokes.

Inconnue à Calculer	**Equation Disponible**	**Nombre des équation**	**Inconnues supplémentaires**	**Nombre total Des inconnues**
-Champ de Vitesse Moyenne u_i (3) -Pression Moyenne (1)	(1) Continuité (3) N-S moyenne	4	Tension de Reynolds $\overline{u_i u_j}$ (6)	10
-Champ de Vitesse Moyenne u_i (3) -Pression Moyenne (1) -Tension de Reynolds $\overline{u_i u_j}$ (6)	(1) Continuité (3) N_ S Moyenne (6)Tension de Reynolds	10	-Corrélation triple $\overline{u_i u_j u_k}$ (10) -Corrélation Pression-Vitesse $u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}$ (9) -Corrélation gradient de Vitesse. $\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}$ (6)	35

Le problème donc est celui de la liaison entre les tensions de Reynolds et le champ moyen. Pour réaliser la fermeture, des hypothèses et des modèles supplémentaires seront nécessaires pour traduire le comportement du milieu turbulent, il permet alors d'obtenir un nombre d'équation égale à celui des inconnues et ces équations peuvent ensuite être résolues par voie numérique.

II.1.6 Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence

$$v_t = c_\square \frac{K^2}{\varepsilon} \qquad \text{(II.15)}$$

II.2.6.2 Hypothèse de viscosité turbulente de bousines

$$-\overline{u_i u_j} = v\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \qquad \text{(II.16)}$$

II.1.6.3 hypothèse de longueur de mélange de Prandtl

$$v_t = L_m^2 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \qquad \text{(II.17)}$$

Qui devient en écoulement de type couche limite :

$$v_t = L_m^2 \frac{\partial U_1}{\partial U_2} \qquad \text{(II.18)}$$

L_m : Longueur de mélange.

La longueur de mélange se calcul suivant le type d'écoulement des expressions variées, obtenus en générale a partir de l'expérience, sont en effet disponibles pour les écoulements standard.

Cependant, ces modèles ignorent complètement le caractère non local de la turbulence.

II.1.6.4 Hypothèse de Prandtl-Kolmogorov

$$v_t = c_\square \frac{K^2}{\varepsilon} \qquad \text{(II.19)}$$

II.1.7 Les modèles de turbulence et leurs classifications

II.1.7.1 Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports)

Aucune équation de transport n'est utilisée dans ce modèle, les tensions de Reynolds sont directement liées aux valeurs moyennes. En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz Prandtl, (La première génération de la modélisation de la turbulence 1925).

Suggéra que la viscosité turbulente soit mise sous la forme de produit d'une vitesse et d'une longueur caractéristique du mouvement turbulent.

La longueur utilisée est dite « longueur de mélange » et la vitesse caractéristique s'exprime par l'hypothèse suivante [12]:

$$\mathrm{V} = L_m \sqrt{\left(2d_{ij}\right)^2} \qquad \text{(II.20)}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$V_T = L_m V = L_m^2 \sqrt{\left(\frac{\overline{oc_i}}{ox_j} + \frac{\overline{oc_i}}{ox_i}\right)^2} \qquad \text{(II.21a)}$$

II.1.7.2 Les modèles à une équation de transport

Ces modèles introduisent dans la définition de V_T au moins une grandeur turbulente décrire par une équation d'évolution si on utilise l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence K sous forme modélisé. On pourra déterminer V_T par l'expression du type kolmogrov-Prandtl [14].

$$V_T = C_\alpha L_s \sqrt{K} \qquad \text{(II.22)}$$

Où L_s est une échelle de longueur des grandes structures turbulentes donnée en chaque P_t de l'écoulement.

II.1.7.3 le modèle k-ε et RNG (modèle à deux équations de transport)

Le modèle k-ε développer par Launder & Spalding (1974)[14] est certainement le modèle le plus repandu.

La viscosité turbulente est donnée par la relation :

$$\mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}(1 - R_f)^{1/4} \qquad \text{(II.23)}$$

Où $\bar{\varepsilon}$, taux de dissipation visqueuse de l'énergie cinétique turbulente, est donné par :

$$\varepsilon = \mu \overline{\nabla u' / \nabla^t u'} \qquad \text{(II.23a)}$$

Les deux équations de fermeture s'écrivent

$$\rho\left(\frac{\partial k}{\partial t} + (\bar{u}\nabla)k\right) = \nabla\left((\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k})\nabla k\right) + P(1 - R_f) - \rho\varepsilon \qquad \text{(II.24)}$$

$$\rho\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+(\bar{u}\nabla)\varepsilon\right)=\nabla\left[\left((\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon})\nabla\varepsilon\right)+C_{\varepsilon1}\left(P(1-C_{\varepsilon3}R_f)\frac{\varepsilon}{k}-C_{\varepsilon2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}\right]\right. \quad \text{(II.25)}$$

Les constantes, déterminées empiriquement par les auteurs du modèle, sont données dans le tableau suivant

Tableau II.2 : constantes du modèle k-ε

c_μ	$C_{\varepsilon1}$	$C_{\varepsilon2}$	σ_k	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon1}C_{\varepsilon3}$
0.09	1.44	1.92	1	1.3	1	0.7

Le modèle de turbulence utilisé à notre travail est le modèle *k-ε*.
Ce modèle est très répandu de part sa simplicité, sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre. Bien que les aspects généraux des écoulements soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances dues notamment à la valeur des constantes et au fait que le modèle est trop diffusif. Les modifications apportées au modèle k-ε sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

Les modifications apportées au modèle ***k-ε*** sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

- le modèles ***k-ε*** deux couches [Chen & Patel, 1988] qui, à proximité des parois, utilise un modèle à une équation (pour k) et exprime **ε** à l'aide d'une longueur caractéristique déterminée par une formule algébrique fonction du nombre de Reynolds local ;
- le modèle ***k-ε*** bas Reynolds [Jones & Launder, 1972] qui élargit son domaine de validité aux zones d'écoulement laminaires ou de transition à proximité des parois. Les constantes sont rendues dépendantes du nombre de Reynolds et des termes complémentaires sont ajoutés aux deux équations pour tenir compte du caractère non-isotrope du processus de dissipation.
- le modèle ***k-ε*** étendu [Chen & Kim, 1987], qui ajoute un terme à l'équation du taux de dissipation pour que le transfert d'énergie réponde plus efficacement à la déformation moyenne de l'écoulement, rend le modèle moins diffusif ;
- Modèles RNG

Le modèle RNG, développé par le groupe de renormalisation ,Yakhot & Smith(1992) ; Il consiste en une estimation au cours du calcul de la constante $\mathbf{C_{\varepsilon1}}$, remplacée dans l'équation de dissipation par $\mathbf{C_{\varepsilon1}}$' donnée par l'expression (II. 25) Cette expression ajoute un terme

fonction du taux de déformation **η** à l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$C'_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1} \frac{\eta\,(1-\eta_0)}{1+\beta\eta^3} \qquad \text{(II.26)}$$

Avec :

$$\eta = \left(\frac{k}{\varepsilon}\right)\sqrt{\frac{p}{\mu_t}} \qquad \text{(II.26a)}$$

Tableau II.3 : Les constantes du modèle RNG ont pour valeur :

c_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}C_{\varepsilon 3}$	η_0	β
0.005	1.42	1.68	0.7179	0.7179	1	0.7	4.377	0.012

II.1.7.4 Modèle Algébrique aux tensions de Reynolds (ASM)

A partir des équations de Reynolds, Robin (1972) a proposé que le transport (convection plus diffusion) des contraintes de Reynolds est proportionnel a celui de l'énergie cinétique turbulente on a [13] :

$$\frac{\partial\left(\rho U_k \overline{U_i U_j}\right)}{\partial x_k} - D_{ij} = \frac{\overline{U_i U_j}}{K} \qquad \text{(II.27)}$$

*o*ù: $\frac{\boldsymbol{U_i U_j}}{\boldsymbol{K}}$ Est le coefficient de proportionnalité qui n'est pas une constante en générale.

L′introduction de cette hypothèse (II. 19) Dans l'équation de transport est de la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho U_k U_i U_j}{\partial x_k} = D_{ij} + P_{ij} + R_{ij} = \frac{2}{3}\rho E \delta_{ij} \qquad \text{(II.28)}$$

$$\overline{U_i U_j} = K\left[\frac{\left(\frac{2}{3}\delta_{ij} + \left((1-C_2)\left(\frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2P_k}{3\ \varepsilon}\varepsilon_{ij}\right)\right)\right)}{\left(\rho C_1 + \frac{P_k}{\varepsilon} - \rho\right)}\right] \qquad \text{(II.29)}$$

Avec :

$$P_{ij} = -\rho U_i U_k \frac{\partial U}{\partial x_t} - \rho U_i U_k - \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \qquad \text{(II.30)}$$

La sommation donne la production d'énergie turbulente :

$$P_k = \frac{1}{2} P_{ij} \qquad \text{(II.31)}$$

Pour la redistribution d'énergie, différents modèles sont proposés dans le présent code (TEAM), ils ont utilisés le modèle suivant :

$$R_{ij} = R_{ij,1} + R_{ij,2} + R_{ij,w} \qquad \text{(II.32)}$$

Avec :

$$R_{ij,1} = -C_1 \rho \varepsilon \left(\frac{U_i U_j}{K} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) \qquad \text{(II.33)}$$

$$R_{ij,2} = -C_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) \qquad \text{(II.34)}$$

Et $R_{ij,w}$ (les termes a la proximité de la paroi) :

$$\left.\begin{aligned} R_{11,w} &= \left[C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'^2 - C_2 C'_2 \left(P_{22} - \frac{2}{3} P_k \right) \right] F \\ R_{11,w} &= \left[-2C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'^2 - C_2 C'_2 \left(P_{22} - \frac{2}{3} P_k \right) \right] F \\ R_{11,w} &= \left[C'_1 \frac{\varepsilon}{K} V'^2 - C_2 C'_2 \left(P_{22} - \frac{2}{3} P_k \right) \right] F \\ R_{11,w} &= \left[-1.5 C'_1 \frac{\varepsilon}{K} \overline{UV} + 1.5 C_2 C'_2 P_{12} \right] F \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II.35)}$$

Avec :

$$F = \frac{K^{3/2}}{2.\varepsilon X_n} \qquad \text{(II.36)}$$

Est enfin achevée par l'équation suivante pour l'énergie turbulente K:

$$\frac{\partial(\rho U_1 \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_\varepsilon \frac{K}{\varepsilon} \overline{U_k U_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{K} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2}) - \rho \varepsilon \qquad \text{(II.37)}$$

Et pour la fermeture de l`équation de dissipation s on a :

$$\frac{\partial(\rho U_1 \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_\varepsilon \frac{K}{\varepsilon} \overline{U_k U_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\varepsilon}{K} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) - \rho \varepsilon \qquad \text{(II.38)}$$

Tableau II.4 : les constantes du modèle ASM.

C_s	C_1	C_2	C_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	C'_1	C'_2
0.22	1.8	0.6	0.15	1.44	1.92	0.5	0.3

L'ensemble des équations (II.36), (II.37) et (II.29) constitue le modèle de contrainte algébrique.

La distribution des équations (II-37) à (II-36) dans l'équation (II-29) donne le système algébrique suivant :

$$\alpha_{i1}\overline{U'^2} + \alpha_{i2}\overline{U'^2} + \alpha_{i3}\overline{U'V'} + \alpha_{i4}\overline{W'^2} = b_i \qquad \text{(II.39)}$$

La condition de contraintes normales inconditionnellement positives est assurée par la détermination simultanée de toutes les contraintes normales par la résolution du système algébrique suivant :

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho\overline{U^2} \\ \rho\overline{V^2} \\ \rho\overline{W^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \qquad \text{(II.40)}$$

Où les coefficients sont définis tel que :

$$\alpha_{ij} \leq 0 \quad \text{Pour} \quad i \neq j \qquad \text{(II.41)}$$

Soit : $\rho\overline{U^2} = \frac{\nabla_1}{\nabla}$, $\rho\overline{V^2} = \frac{\nabla_2}{\nabla}$, $\rho\overline{W^2} = \frac{\nabla_3}{\nabla}$

Une fois les contraintes normales déterminées, nous calculons la contrainte de cisaillement par :

$$U'U' = -\frac{\alpha_{31}}{\alpha_{33}}U'^2 - \frac{C_{33}}{C_{33}}V'^2 - \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{33}}W'^2 - \frac{b_3}{\alpha_{33}} \qquad \text{(II.42)}$$

II.2 Modélisation du transfert de chaleur

II.2.1 Equation d'énergie

La modélisation des transferts de chaleur est basée sur une formulation en température des échanges thermiques, dans laquelle le changement de phase ou la dissipation visqueuse sont pris en compte grâce à des termes sources ou polynomiaux formulés en terme de température.

II.2.1.1Transferts de chaleur en écoulements incompressibles

La modélisation des transferts thermiques convectif et conductif en interaction avec un écoulement incompressible sont modélisés à partir d'une formulation conservative et d'une approche non-conservative [15].

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(VT)T\nabla V\right) + \alpha T = \nabla(\lambda \nabla T) + \phi + S \qquad \text{(II.43)}$$

Le terme $\boldsymbol{\alpha T}$ est un terme linéaire laissé à la libre utilisation de l'utilisateur ainsi que le terme source $\boldsymbol{S}$.

Le terme $\boldsymbol{\phi}$ est le terme de dissipation visqueuse donnée par la relation suivante :

$$\phi = 2 D_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \qquad \text{(II.44)}$$

Avec :

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_j}\right) \qquad \text{(II.45)}$$

II.3 : Le nombre du Reynolds et Coefficient de pression C_p

- **Le nombre du Reynolds**

Le nombre de Reynolds permet de définir le régime d'un écoulement, c'est à dire s'il est laminaire ou turbulent. Il est défini comme le rapport entre les forces d'inerties (convection) et les forces visqueuses, c'est-à-dire :

$$\mathrm{R_e} = \frac{\rho . \mathrm{V} . \mathrm{D}}{\mu} = \frac{\mathrm{V} . \mathrm{D}}{v}$$

ρ: Masse volumique en [Kg/m3].

µ: La viscosité dynamique en [Kg/m s].

v: Viscosité cinématique en [m2/ s].

V : Vitesse moyenne du fluide en [m/ s].

D: longueur caractéristique en [m].

- Le coefficient de pression est défini par :

$$\mathrm{c_p} = \frac{\Delta p}{\rho\, u^{*2}};\ u^{*2} = \frac{2}{3}\mathrm{u_{max}}$$

Conclusion

Le présent chapitre a pour mission de qualifier et de quantifier les modes d'action de l'évacuation de chaleur par l'écoulement l'air.

L'intérêt des modèles ASM et RSM par rapport aux modèles du premier ordre K-ε est qu'ils permettent de s'affranchir d'une relation locale entre les tensions de Reynolds et l'écoulement moyen.

Ces modèles permettent donc de mieux prendre en compte les effets d'histoire ou encoure d'anisotropie de la turbulence.

Des modèles d'ordre supérieur, basés sur la fermeture d'équation de transport d'ordre égal ou supérieur à trois sont difficilement envisageables, d'une part par le manque de données expérimentales sur ce type de corrélation, et d'autre part par la lourdeur de la démarche engagée. Les modèles RSM constituent donc un bon intermédiaire entre les modèles à viscosité turbulent et les modèles du type LES [16].

La résolution analytique du problème générale est impossible d'où la nécessité des méthodes numérique qui sont le but du chapitre suivant.

Introduction

Pour résoudre un problème de la physique il faut distinguer le modèle physique du modèle mathématique. Des différentes méthodes numériques ont été utilisées pour la résolution analytique des équations différentielles partielles (E.D.P) qui régissent ce type d'écoulement. Parmi les méthodes on cite, la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis.

Le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques.

Dans ce chapitre, en se basant sur la méthode des éléments finis. Cette dernière sera appliquée à la résolution de notre problème thermique et dynamique par le simulateur ANSYS.

III.1 Méthodes de discrétisation

- Méthode des différences finies.
- Méthode des volumes finis
- Méthode des éléments finis

III.1.1 Méthode des différences finies

Consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

Avantages	Inconvénients
✓ **grande simplicité d'écriture.** ✓ **faible coût de calcul.**	✓ Limitation de la géométrie des domaines de calculs. ✓ difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées.

III.1.2 méthode des volumes finis

Le principe de cette méthode est de subdiviser le domaine de calcul en un nombre de volumes de contrôle juxtaposés. Chacun de ces derniers englobe un "nœud principal".

Dans la méthode des volumes finis les lois de conservations (de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie) sont exprimées localement sons une forme intégrale

Avantages	Inconvénients
✓ **Mise en œuvre relativement facile ;** ✓ **Applicable aux géométries complexes**	✓ Moins précis que les méthodes spectrales.

III.1.3 Méthodes des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie, en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres.

Avantages	Inconvénients
✓ **Traitement possible de géométries complexes.** ✓ **détermination plus naturelle des conditions aux limites.** ✓ **possibilité de démonstrations mathématiques de convergence et de majoration d'erreurs.**	✓ Complexité de mise en œuvre ✓ coût en temps de calcul et en mémoire.

Dans ce qui suit on se limite a examiné uniquement la méthode des éléments finis, nous venons de décrire succinctement l'approche globale de cette méthode. Par la suite, nous exposerons les principales étapes mathématiques de discrétisation de l'équation de chaleur par cette dernière.

III.1.3.1 Présentation de la méthode

Comme nous l'avons précédemment évoquée, La méthode des éléments finis a pour but de remplacer un problème mathématique défini dans un milieu continu et sous la forme d'équations différentielles ou d'intégrales, par un problème discret sous forme matricielle qu'il est possible de résoudre numériquement.

En résumé, cette méthode nécessite la discrétisation d'un continuum en un modèle composé d'un assemblage d'éléments finis qui possèdent des formes et des tailles variées. De plus, le calcul de la solution nécessite la prise en compte d'un certain nombre de paramètres, tels que :

- ✓ La géométrie discrétisée en éléments finis,
- ✓ Les contraintes imposées sur le dispositif,
- ✓ Les excitations présentes dans le dispositif,

✓ Les propriétés des matériaux composant le dispositif.

Schématiquement Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis peuvent illustrer à la figure suivante **:**

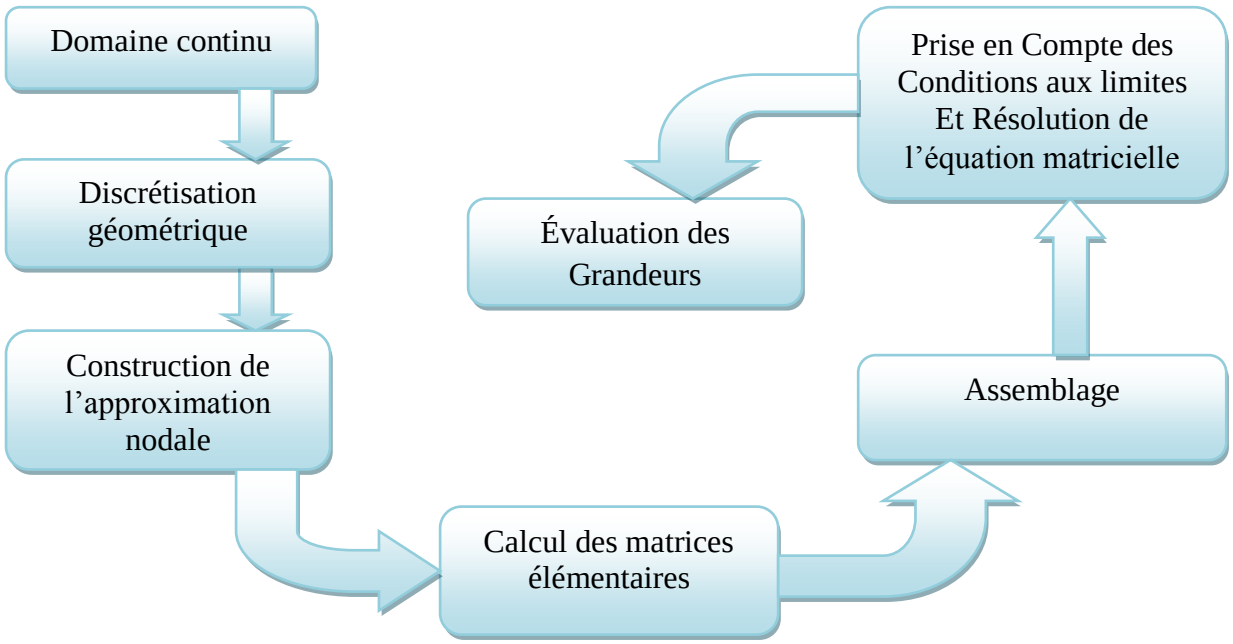


Figure (III.1) : Démarche éléments finis

III.1.3.2 Mise en œuvre de la méthode des éléments finis

III.1.3.2 1 Formulation variationnelle forte

La formulation forte d'un problème aux conditions aux limites s'écrit alors comme suit: Trouver $U(x)U(x) \in$ espace des solutions Us tel que [14]

$$\mathcal{L}(\mathrm{u}) - \mathrm{F} = 0 \; \forall \; \mathrm{x} \in \Omega \mathrm{B}\,(\mathrm{u}) \; = \; \mathrm{u}_0 \; \forall \; \mathrm{x} \; \in \; \Gamma \mathrm{u}0 \qquad \text{(III.1)}$$

On note que l'espace Us dans lequel nous recherchons la fonction u, doit être défini Judicieusement.

III.1.3.2.2 Formulation variationelle faible

La formulation variationnelle faible peut être obtenue par les étapes suivantes :

1) approcher la solution u, partout dans le domaine Ω, par u tel que [17]

$$\tilde{u} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} N_i \, \tilde{u}_i \qquad \text{(III.2)}$$

Ou $N_i = N_i(x, y)$ désignent les fonctions de forme u et des valeurs nodales indéterminées.

2) introduire (III-1) dans (III-1) il en résulte une erreur ou un résidu ε tel que

$$\varepsilon = \mathcal{L}(u) - \mathrm{F} \neq 0 \qquad \text{(III.3)}$$

Ou $\varepsilon = 0$, $u = u$ c.à.d. lorsqu'une solution exacte existe.

3) obtenir une valeur nulle de ε en introduisant une fonction de point arbitraire W tel que

$$\int w\,(\mathcal{L}(\tilde{u}) - \mathrm{F})\,\mathrm{d}\,\Omega = 0, \mathrm{k} = 1, 2\ldots\ldots\mathrm{N} \qquad \text{(III.4)}$$

Ou N Nombre d'inconnues indépendants du système (III-1).

En formulation de Galerkine les fonctions tests sont assimilées aux fonctions de forme.

On pose

$$w_k = N_k \Longrightarrow \int N_k\ \mathcal{L}(\textstyle\sum_{i=1}^{n} N_i \tilde{u}_i)\mathrm{d}\ \Omega = 0 \qquad \text{(III.5)}$$

On dit que u $\in H_0^1(\Omega)$ est une solution faible de (III5) si :

$$\forall\, v\ \in (\Omega) H_0^1\quad \mathrm{a}(\tilde{u}, v) \qquad \text{(III.6)}$$

A (u, v) est la forme bilinéaire associée à $(\mathcal{L})$ Soit Ω un ouvert borné de Rd et $\partial\Omega$ est régulier.

On considère alors le problème :

$$\mathrm{Lu} = \mathrm{f}\ \mathrm{sur}\ \Omega\ \mathrm{et}\ \mathrm{u} = 0\ \mathrm{sur}\ \partial\,\Omega = 0 \qquad \text{(III.7)}$$

III.1.3.3 Forme générale des équations du système [17]

Les équations du système sont écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_{\emptyset}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_X c_{\emptyset}\emptyset) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_y c_{\emptyset}\emptyset\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\emptyset}\frac{\partial x}{\partial y}\right) + S_{\emptyset} \qquad \text{(III.8)}$$

$\emptyset$: Variable généralisée

$c_{\emptyset}$: Coefficient d'advection transitoire.

$\Gamma_{\emptyset}$: Coefficient de diffusion.

$S_{\emptyset}$: Termes source.

Variable $\emptyset$	coefficient d'advection $c_\emptyset$	Diffusivité $\Gamma_\emptyset$	Termes source $S_\emptyset$
V_x	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)-\sigma\nabla\left\lvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}\right\rvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}$
V_y	1	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\sigma\nabla\left\lvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}\right\rvert\frac{\nabla_c}{\lVert\nabla_c\rVert}$
T	1	$\frac{k}{\rho c^e}$	$\frac{\varphi}{\rho c^e}$
ρ	1	0	0

Tableau III.1 : Expression des coefficients d'échange et des termes sources pour les différentes variables.

III.2 Maillage

D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts (par exemple aux endroits où l'on pense que la solution va beaucoup varier), cependant il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la solution de l'équation aux dérivés partielles. Toutes ces opérations sont assistées par des logiciels dédiés à éléments finis

Un maillage de très bonne qualité est essentielle pour l'obtention d'un résultat de calcul précis, robuste et signifiant. La qualité du maillage a un sérieux impact sur la convergence, la précision de la solution et surtout sur le temps de calcul. Une bonne qualité de maillage repose sur la minimisation des éléments présentant des ≪distorsions≫ (skewness en anglais), et sur une bonne ≪résolution≫ dans les régions présentant un fort gradient (couches limites, ondes de choc,. . .). Un bon maillage doit également être suffisamment≪ lisse≫

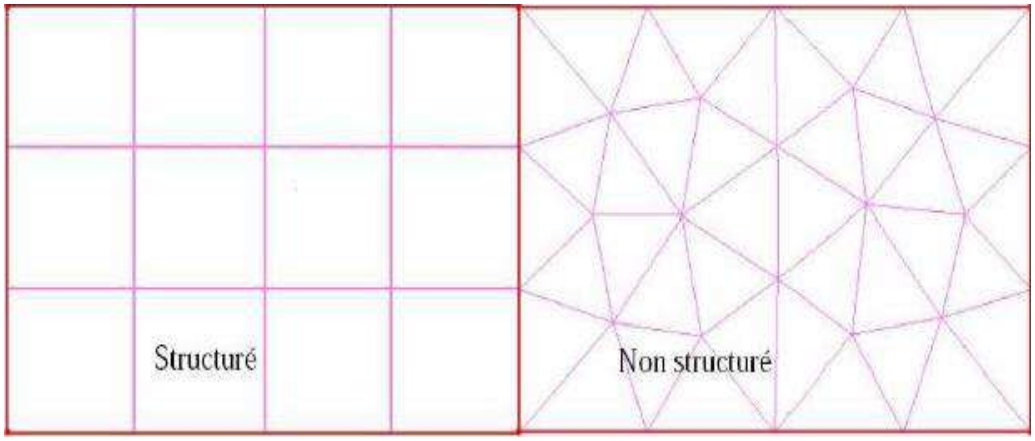


Figure III.2 : Maillages structure et non structure.

III.2.1 Discrétisation

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles. Le procédé de discrétisation par élément fini consiste à écrire, après intégration, l'équation généralisée, sous forme matricielle élémentaire [17].

$$\left[A_e^{transient}\right] + \left[A_e^{advection}\right] + \left[A_e^{diffusion}\right] (\emptyset_e) = \left(S_e^{\emptyset}\right) \qquad \text{(III.9)}$$

Pour les intégrales élémentaire, La méthode Galerkin des résiduels pesés est employé.

III.2.1.1 Terme temporelle

Le premier des contributions de la matrice élémentaire est le terme de transition. Sa forme générale est simplement [14]:

$$\left[A_e^{transient}\right] = \int w^e \frac{(\partial \rho\, c_\emptyset \emptyset)^e}{\partial t} \mathrm{d}\,(\mathrm{vol}) \qquad \text{(III.10)}$$

Avec :

w^e: La fonction pesante pour l'élément, qui est également la fonction de forme.

Pour le nœud i:

$$\int w^e \frac{(\partial \rho\, c_\emptyset \emptyset)^e}{\partial t} \mathrm{d}(\mathrm{vol}) = \int w_i^e \rho c_\emptyset w_j^e \, \mathrm{d}(\mathrm{vol}) \frac{\partial \emptyset_i^e}{\partial t} w_j^e \mathrm{d}(\mathrm{vol})\, \emptyset_j^e \qquad \text{(III.11)}$$

Les indices inférieurs i et j indiquent le nombre de nœud. Si la deuxième partie de l'équation (III-10) est négligée, la matrice de masse peut être exprimée comme:

$$\mathrm{M_{ij}} = \int w_i^e \rho c_\emptyset \mathrm{d}(\mathrm{vol}) \qquad \text{(III.12)}$$

Si l'approximation localisée de masse est employée.

$$M_{ij} = \delta_{ij} \int w_i^e \rho c_\emptyset d(vol) \qquad \text{(III.13)}$$

Ou: δ_{ij} = delta de Kronecker (0 si i ≠ j, 1 si i = j)

Il y a deux méthodes d'intégration temporelles : Newmark et (backward différence) différence en arrière.

La méthode d'intégration de temps de Newmark ou, la formulation implicite de base nodale, exprime l'étape de temps courant comme la nième étape de fois et l'expression comporte les résultats précédents d'une étape de temps.

$$(\rho\emptyset)_n = (\rho\emptyset)_{n-1} + \Delta t \left[\delta \left(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t}\right) + (1-\delta)\left(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t}\right)_{n-1}\right] \qquad \text{(III.14)}$$

Ou:

δ = coefficient d'intégration en temps pour la méthode Newmark

L'équation (III-14) est écrite comme suite:

$$\left(\frac{\partial(\rho\emptyset)}{\partial t}\right)_n = \frac{1}{\Delta t\delta}(\rho\emptyset)_{n-1} + \left(1 - \frac{1}{\delta}\right) \qquad \text{(III.15)}$$

III.2.1.2 Terme d'advection

Il ya trois approches pour la discrétisation du terme d'advection. L'approche dite ligne de courant monotone upwind (MSU), La ligne profilée upwind/Petro-Galerkin (SUPG), et les approches colloquées de Galerkin (COLG).

III.2.1.2.1 Monotone Streamline Upwind Approach (MSU)

Le terme d'advection est manipulé par une approche de ligne de courant monotone basée sur l'idée que le transport pur d'advection est le long des lignes caractéristiques. Il est utile de penser à la formulation de transport d'advection en termes de quantité étant transportée dans un domaine connu de vitesse.

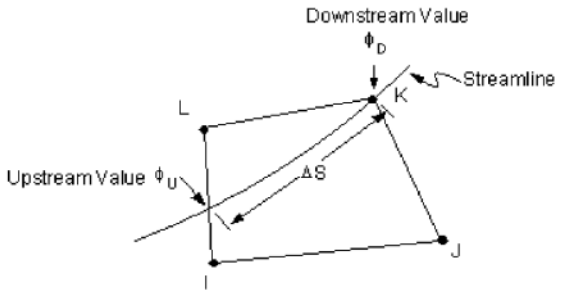


Figure III.3 L'approche de ligne de courant d'upwind

Le champ de vitesse lui-même peut être envisagé partout comme ensemble de tangente de lignes profilées aux vecteurs de vitesse. Les limites d'advection peuvent donc être exprimées en termes de vitesses aérodynamiques.

Dans le transport pur d'advection, on suppose qu'aucun transfert ne se produit à travers les lignes caractéristiques, c.-à-d. tout le transfert se produit le long des lignes profilées.

Par conséquent on peut supposer que le terme d'advection, s'écrit [17]:

$$\frac{\partial(\rho V_x c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y} = \frac{\partial(\rho V_s c_\emptyset \emptyset)}{\partial s} \qquad \text{(III.16)}$$

Une fois exprimé le long d'une ligne profilée, et donc constant dans tout l'élément, on peut écrire:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \frac{d(\rho V_s c_\emptyset \emptyset)}{ds} \int w^e \, \mathrm{d(vol)} \qquad \text{(III.17)}$$

Cette formulation est faite pour chaque élément, dont chacun aura seulement un nœud qui obtient des contributions de l'intérieur de l'élément. Le dérivé est calculé en utilisant une différence simple:

$$\frac{d(\rho V_s c_\emptyset)}{ds} = \frac{(\rho V_s c_\emptyset \emptyset)_u - (\rho V_s c_\emptyset \emptyset)}{Ds} \qquad \text{(III.18)}$$

Ou :

D : l'indice de la valeur on niveau du nœud aval.

U : l'indice de la valeur prise à l'endroit où la rationalisation dans le nœud sous le vent pénètre dans l'élément.

$\Delta s =$ La distance du point situé en amont à l'aval du nœud.

La valeur à l'endroit ascendant est inconnue mais peut être exprimée en termes de valeurs nodales inconnues qu'il est entre l'amont et l'aval.

Le processus consiste à cycler par tous pour l'élément et identifier les nœuds arrière. Le calcul effectué est basé sur les vitesses, pour voir d'où elle est venue la ligne profilée dans le nœud. Des facteurs pesants sont calculés, basé sur la proximité de l'endroit d'upwind aux nœuds voisins.

III.2.1.2.2 La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin)

L'approche de SUPG se compose d'une discrétisation de Galerkin du terme d'advection et d'un additionnel de diffusion-un terme de perturbation qui agit seulement dans la direction d'advection [14]:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \int w^e \left(\frac{\partial(\rho V_x c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\right) \mathrm{d(vol)} C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{max}} \left(\frac{V_x \partial \omega^e}{\partial_x} + \frac{V_y \partial \omega^e}{\partial_y}\right) \left(\frac{V_x \partial(\rho c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\right) \mathrm{d(vol)} \quad \text{(III.19)}$$

Où :

$C_{2\tau}$= coefficient global réglé à 1,0.

h = longueur d'élément le long de la direction d'advection.

$$U_{mag} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \qquad \begin{cases} 1 & si\ 0 \le p < 3 \\ \frac{p_e}{3} & si\ p_e \ge 0 \end{cases}$$

$p_{e=\frac{\rho c_p u_{mag}\, h}{2\Gamma_\emptyset}}$ Nombre de peclet

Il est clair que pour l'approche de SUPG la maille est raffinée, les termes de perturbation tend à zéro et la formulation de Galerkin approche à l'exactitude du second degré.et donc le terme de perturbation fournit la stabilité nécessaire qui est absente dans la discrétisation pure de Galerkin.

III.2.1.2.3 Approche Colloquée De Galerkin (COLG)

L'approche de COLG emploie le même arrangement de discrétisation avec l'approche de SUPG avec un concept colloqué. Dans cet arrangement, un deuxième ensemble de vitesses, (les vitesses nodales élément-élément-based) qui sont faites pour satisfaire l'équation de continuité, tandis que les vitesses traditionnelles sont faites pour satisfaire les équations de quantité de mouvement [17].

$$\left[A_e^{advection}\right] = \int W^e \left(\frac{\partial(\rho V_x c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_x c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\right) d(vol) + C_{2\tau} \int \frac{zh}{2u_{mag}^e} \left(\frac{V_x^e \partial W^e}{\partial_x} + \frac{V_y^e \partial W^e}{\partial_y}\right) \left(\frac{V_x^e \partial(\rho c_\emptyset \emptyset)}{\partial x} + \frac{V_y^e \partial(\rho V_y c_\emptyset \emptyset)}{\partial y}\right) \quad \text{(III.20)}$$

Dans cette approche, l'équation de pression est dérivée à partir des vitesses nodales (élément-élément-basé), et elle est généralement asymétrique. La conservation exacte soit préservée même sur les mailles brutes.

III.2.1.3 Terme de Diffusion

L'expression pour les termes de diffusion vient d'une intégration au-dessus du domaine de problème après la multiplication par la fonction pesante [14]

Diffusion contribution $= \int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right) \mathrm{d(vol)} + \int W^e \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial y}\right) \mathrm{d(vol)}$ (III. 21)

Toutes les variables en x ou y sont traitées de mode semblable. Par conséquent, l'illustration est avec le terme dans la direction de x. Une intégration par partie est appliquée [17]:

$$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right) \mathrm{d(vol)} = \int \frac{\partial W^e}{\partial x} \Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{\partial x} \mathrm{d(vol)} \quad \text{(III.22)}$$

Une fois que la dérivé du φ est remplacé par les valeurs nodales et les dérivés de peser fonctionnent, les valeurs nodales seront enlevées des intégrales

$$\frac{\partial \emptyset}{\partial x} = W_x^e \emptyset \quad \text{(III.23)}$$

$$W_x^e = \frac{\partial W^e}{\partial x} \quad \text{(III.24)}$$

La matrice de diffusion peut maintenant être exprimée comme:

$$\left[A_e^{diffusion}\right] = \int \left(W_x^e \Gamma_\emptyset W_x^e + W_y^e \Gamma_\emptyset\right) \mathrm{d(vol)} \quad \text{(III.25)}$$

III.2.1.4 Termes source

L'évaluation des termes de source se fait comme suite [17]:

$$S_\emptyset^e = \int W^e S_\emptyset \mathrm{d(vol)} \quad \text{(III.26)}$$

III.3 Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini [19]

III.3.1 Bilan Thermique (Equation De Chaleur)

Soit v une partie quelconque de **V** limitée par la surface s

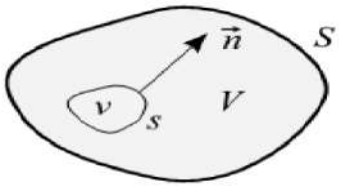


Figure III.4 : bilan thermique

La puissance thermique stockée dans **v** est égale a la somme de la puissance thermique $\boldsymbol{q}$ générée par les sources volumiques contenues dans **V** et de la puissance thermique reçue sous forme de flux a travers la surface **S** [16]:

$$\int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dv = \int q dv + \int -\vec{n}\left(-\bar{\bar{\lambda}}\overrightarrow{grad}\mathrm{T}\right) ds \quad \text{(III.27)}$$

Le domaine v étant arbitraire, on en déduit : en tout point du solide :

$$\rho c_p \dot{T} - \mathrm{div}\left(\bar{\bar{\lambda}}\overrightarrow{grad}\mathrm{T}\right)\mathrm{q} = 0 \qquad \text{(III.28)}$$

Pour un matériau homogène et isotrope, l'équation (III-28) s'écrit dans le repère orthonormé {x, y} [16] :

$$\rho c_p \dot{T} = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mathrm{q} \qquad \text{(III.29)}$$

Où :

$$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

III.3.2 Forme discrétisée (éléments finis)

La solution analytique de l'équation (III- 30) est en général inaccessible. On est donc conduit à chercher une solution approchée par une méthode numérique : la méthode des éléments finis. Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures et les fonctions test appartiennent au même espace de dimension finie.

Le domaine V est décomposé en sous-domaines Ve de forme géométrique simple (les éléments) relies entre eux en des points appelés nœuds. Cette opération s'appelle maillage.

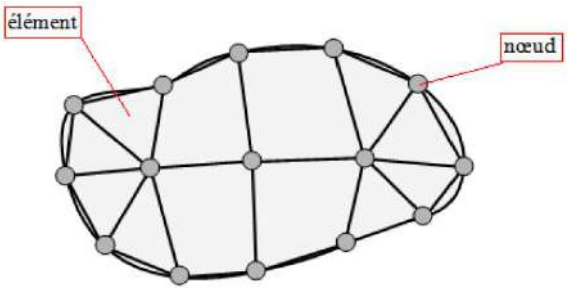


Figure III.5 : domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds.

III.3.2.1 Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures

Le champ de températures T (x, y, t) dans l'élément (e) à pour expression [17].

$$T^e(x,y,t) = [N_1^e(x,y) \dots N_i^e(x,y) \dots N_{n^e}^e(x,y)] \quad \begin{cases} T_1^e(t) \\ T_i^e(t) \\ T_{n^e}^e(t) \end{cases} \qquad \text{(III.30)}$$

$$T^e(x,y,T) = [N^e(x,y)]\left(T_{(t)}^e\right)$$

Où :

- n^e est le nombre de noeuds de l'élément.
- les fonctions $N_i^e(x,y)$ sont les fonctions d'interpolation élémentaires

- la matrice N^e est la matrice d'interpolation élémentaire
- le vecteur $T^e_{(t)}$ regroupe les températures des nœuds de l'élément (e)

III.3.2.2 Représentation globale du champ de températures

Le champ de températures T(x, y, t) a pour expression sur l'ensemble du domaine V

$$\mathrm{T(x,y,t)} = [N_1(x,y) \dots N_i(x,y) \dots N_n(x,y)] \begin{Bmatrix} T_1(t) \\ T_i(t) \\ T_n(t) \end{Bmatrix} \qquad \text{(III.31)}$$

$$\mathrm{T(x,y,t)} = [\mathrm{N(x,y)}]\big(\mathrm{T(t)}\big)$$

Ou :

- n est le nombre de nœuds du maillage.
- les fonctions $N_i(\mathrm{X,y})$ sont les fonctions d'interpolation (ou fonction de forme).
- la matrice $N[(X,Y)]$ est la matrice d'interpolation.
- $\{T\ (t)\}$ est le vecteur des températures nodales.

Les fonctions d'interpolation vérifient les relations :

$$N_i^e\big(x_i, y_j\big) = \delta_{ij} \qquad\qquad N_i\big(x_i, y_j\big) = \delta_{ij} \quad ;\ \forall\ i,j$$

$\mathrm{O}\big(X_i, Y_j\big)$ sont les coordonnées du nœud j

III.3.3 Discrétisation de la forme intégrale faible

De l'expression du champ de températures T sur le domaine: T = $[N]$(T)

$$\text{Et} \quad (\text{grad T}) = [\mathrm{B}](\mathrm{T}) \quad \text{avec} \quad [B] = [(B_1) \dots (B_i) \dots . B_n]$$

Où : (B_i) dépend du problème traité (spatial, plan, axisymétrique…) pour un problème spatial, (B_i) s'écrit dans le repère orthonormé (x, y).

$$(B_i) = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial x} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

$$T^* = [N](T^*) = (T^*)^T[T]^T \ et\ (grad\ T^*) = [B](T^*), (grad\ T^*)^T = (T^*)^T[B]^T$$

En portant ces relations dans l'équation (III.27), il vient :

$$(T^*)\left([C]\left(\dot{T}\right)+[K](T)-(F)\right)=0 \qquad \text{(III.32)}$$

$$[\mathrm{K}]=\int_V^{\cdot}[B]T\lambda[B]\mathrm{dv}+\int_S^{\cdot}\mathrm{h}[\mathrm{N}]^{\mathrm{T}}[\mathrm{N}]\mathrm{ds} \qquad \text{(III.33)}$$

Où :

$[\mathrm{C}]$: est la matrice de capacité thermique [$\mathrm{j}/°\mathrm{C}$]

$[K]$: est la matrice de conductivité thermique $[\mathrm{W}/\mathrm{m}°\mathrm{C}]$

(F) : est le vecteur des flux nodaux [W]

(T) : est le vecteur des températures nodales [°C]

Conclusion

Les modèles physiques mis en place dans le chapitre précédent permettent de prendre en compte tout les couplages entre les principaux phénomènes physiques entrant en jeux, et le passage du domaine contenu au domaine discontinu pour la résolution du problème.

Dans ce chapitre on a présenté les trois grands méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles, ou on a développé la discrétisation de la forme générale des équations du system et l'équation de chaleur par la méthode des éléments finis quelle est la base de l'ANSYS.

Introduction

Dans ce chapitre les résultats obtenus par le calcul numérique sont discutés et interprétés. Pour résoudre un problème conjugue d'écoulement turbulent en présence de phénomènes de diffusion thermique ; on a utilisé un logiciel de calcul basé la méthode des E.F pour la discrétisation des équations de transport.

Dans cette première partie de l'étude on s'intéresse à l'analyse de l'influence des formes géométrique des tubes (carrée ou cylindrique) d'un échangeur tubes et calandre.

C'est pourquoi, nous allons essayer d'appliquer le modèle mathématique, expliqué dans le deuxième chapitre, pour le cas d'un écoulement conjugué aux différentes formes de tubes en comparant les paramètres dynamique et thermique issus de la résolution numérique (profiles des vitesses, température et pression turbulente).

IV.1 Présentation d'ANSYS (APDL)

ANSYS est un code éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment à: analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique…etc.

Les différentes étapes nécessaires à la simulation d'un problème physique :

- Type de calcul (2D ou 3D)
- Choix du maillage
- Équations résolues
- Conditions aux limites
- Conditions initiales
- Mise en place d'obstacles
- Méthodes et paramètres numériques (choix des schémas, résidus…)

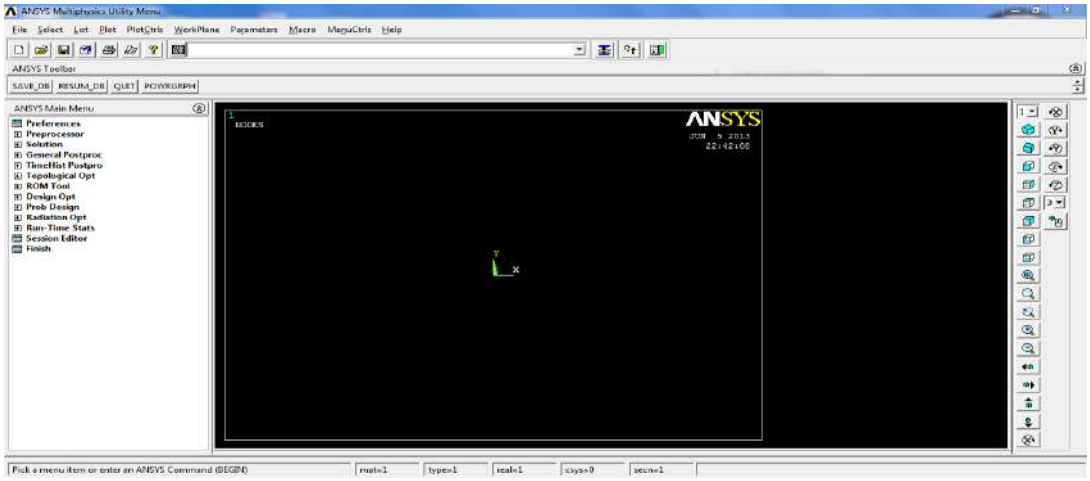


Figure. IV-1 représentation spatiale de L'interface d'Ansys.

IV.2 Identification

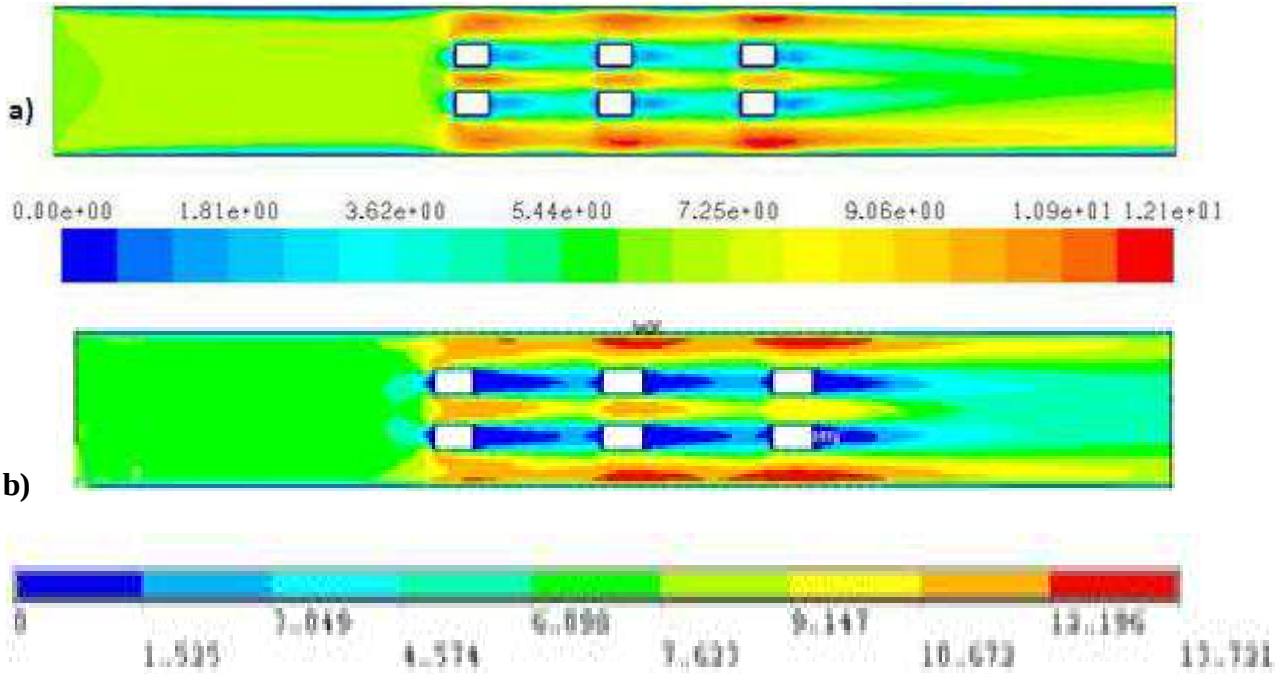


Figure IV.2 Représentation spatiale des Contours des vitesses autours des tubes rectangulaires

(a) : travaille développer par, Rachid BOUCHENAFA[(1)] Rachid SAIM[(1)], Siad ABBOUDI[(2)] [1].

(b) : notre travaille réalisée a l'aide du logicielle ; ANSYS.

On compare les deux résultats représentée sur la figure IV.2, nous constatons que nos résultats sont en bonne accord avec les résultats de simulation des Rachid BOUCHENAFA[(1)] Rachid SAIM[(1)], Siad ABBOUDI[(2)] [1].

IV.3 Description de la structure étudiée

Le matériau utilisé dans cette étude est l'acier inoxydable qui constitue les parois de l'échangeur ; ainsi que le fluide caloporteur qu'est l'air ; dont les caractéristiques thermiques et dynamique sont données dans le tableau ci-dessous [18]:

Tableau IV.1 Les propriétés thermiques et dynamiques de l'acier et de l'air.

	L'Air	L'acier
Conductivité thermique [W/m°C]	**0.0260**	**14.92**
Chaleur spécifique [J/Kg°C]	**1006**	**456**
Densité [Kg/m^3]	**1.185**	**7780**
Viscosité [Kg/m s]	**0.00001**	_

IV.3.1 les dimensions des géométries

Les dimensions des différentes configurations sont récapitulé dans le tableau (IV.2**)**, ainsi que les deux forme géométrique des tubes sont indique sur la figure IV.3.

Tableau IV.2 : Dimensionnement de la géométrie de deux modèles à étudier

Géométrie	Diamètre du cylindre D=y (m)	Largeur et longueur du domaine H (m)	Pas inter-tubes P (m)
(a)	0.06	10*0.06	0.72*0.06
(b)	0.065		
(c)	0.07		

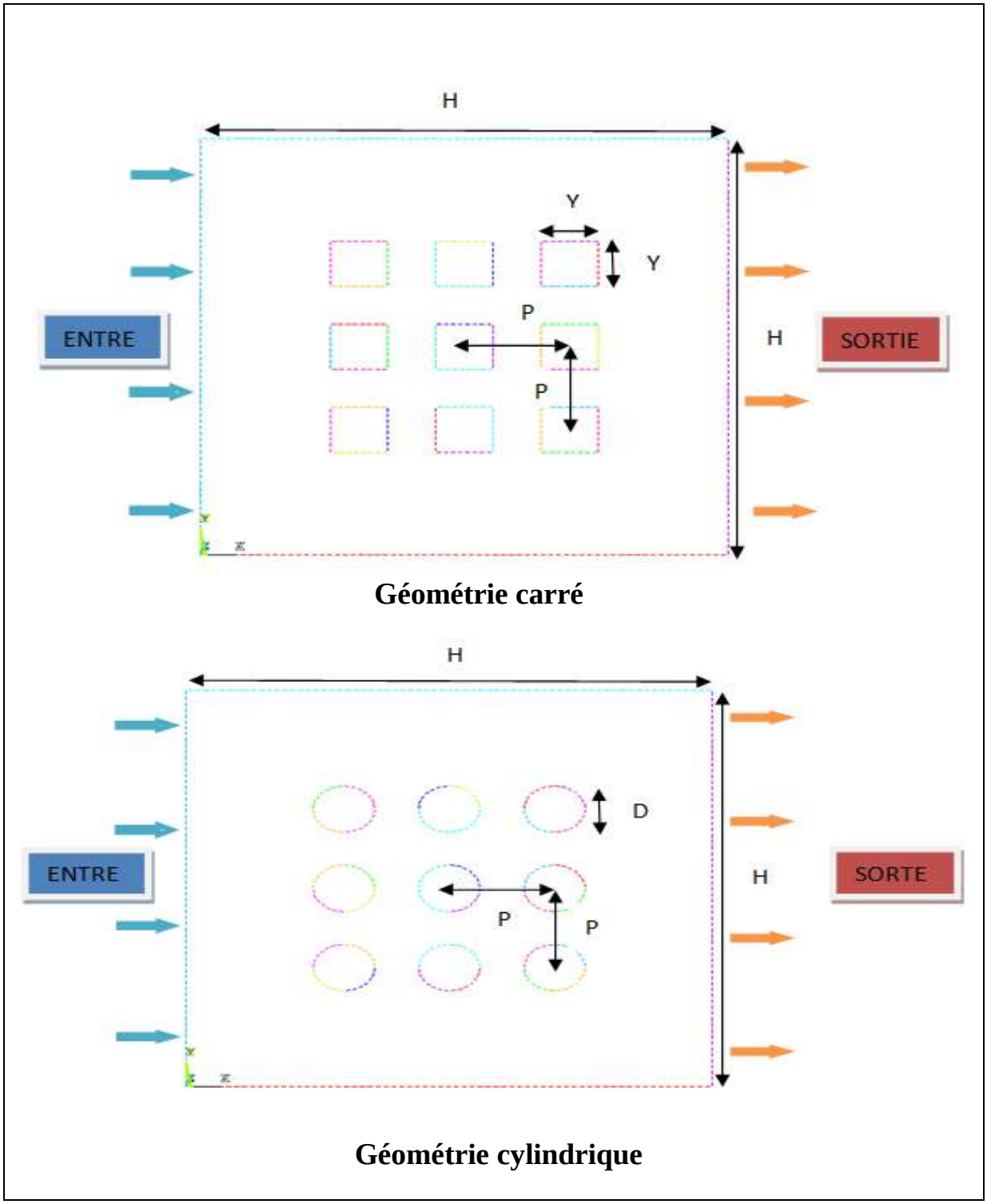


Figure IV.3 : représentation spatial des géométries étudier

Il existe de différentes manières d'arranger les tubes entre eux, on trouve un arrangement quiconque (triangulaire) et un autre qui en forme aligne (carré), notre étude est consacre pour ce dernier.

IV.3.2 Les conditions limite

La procédure de résolution de l'équation d'un écoulement turbulent confiné exige que les conditions aux limites doivent être spécifiées autour du domaine d'écoulement pour chaque propriété physique gouvernée par une équation différentielle.

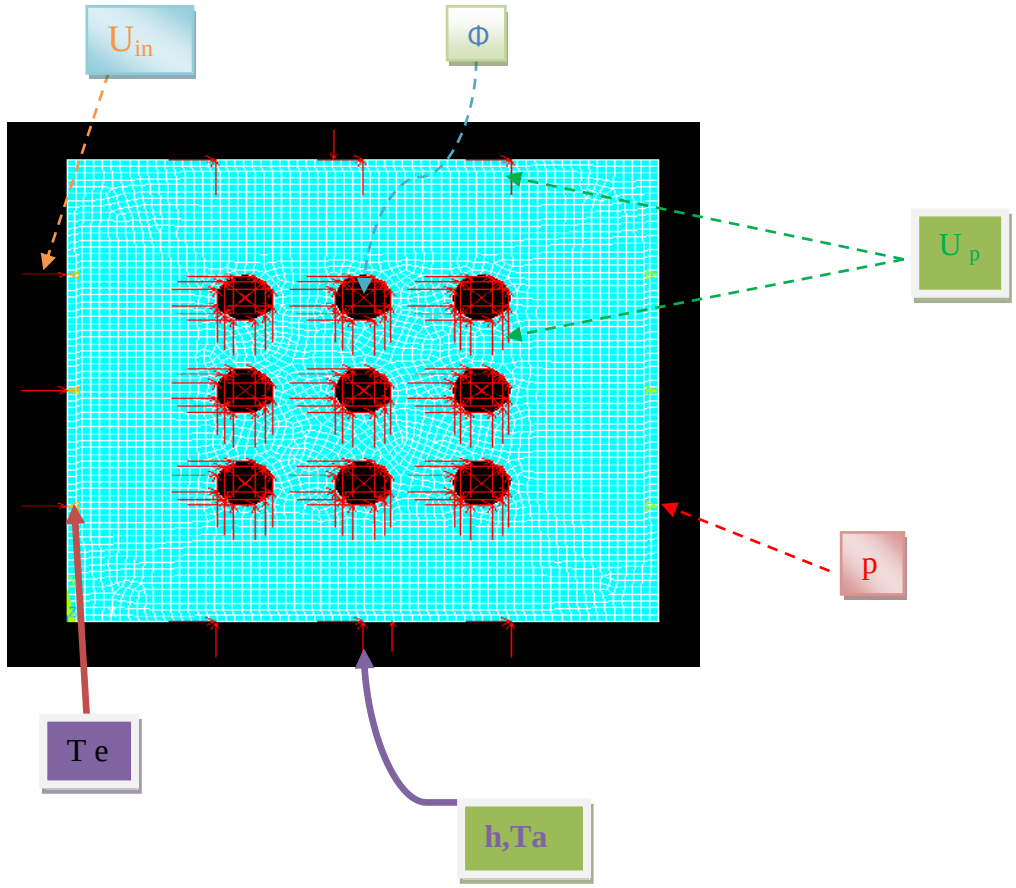


Figure IV.4: répartition spatiale du phénomène étudie avec les conditions aux limites

U_{in} : la vitesse d'entrée

Φ : puissance dissipée par le fluide chaud $\Phi = h.S.\Delta T$

U_P : la vitesse identifiant les parois (u_p=0)

P : pression atmosphérique

h : Coefficient d`échange par convection(325)

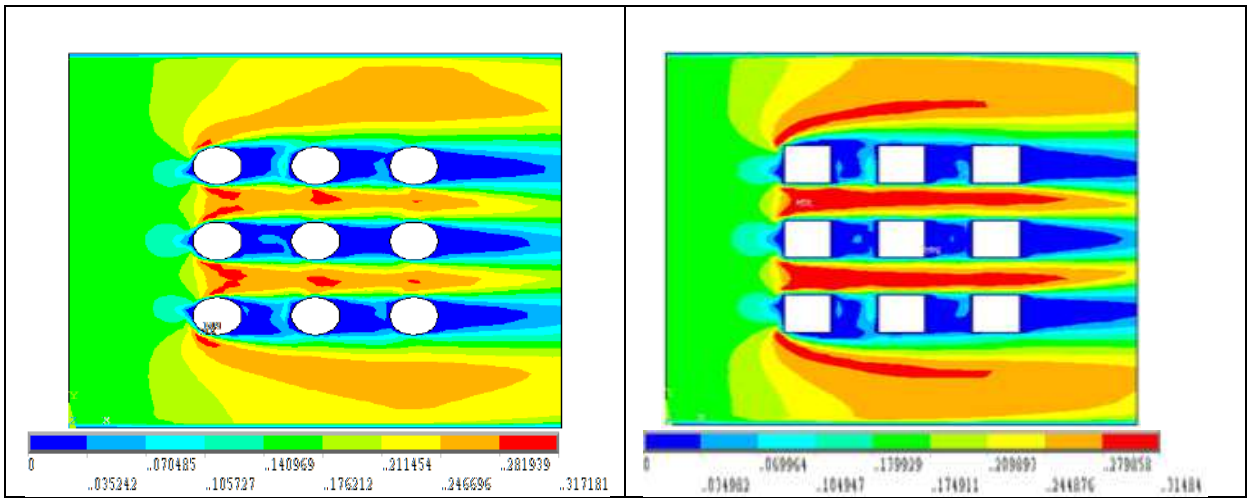
Ta : température ambiante

T_e : température d'entrée(25°C)

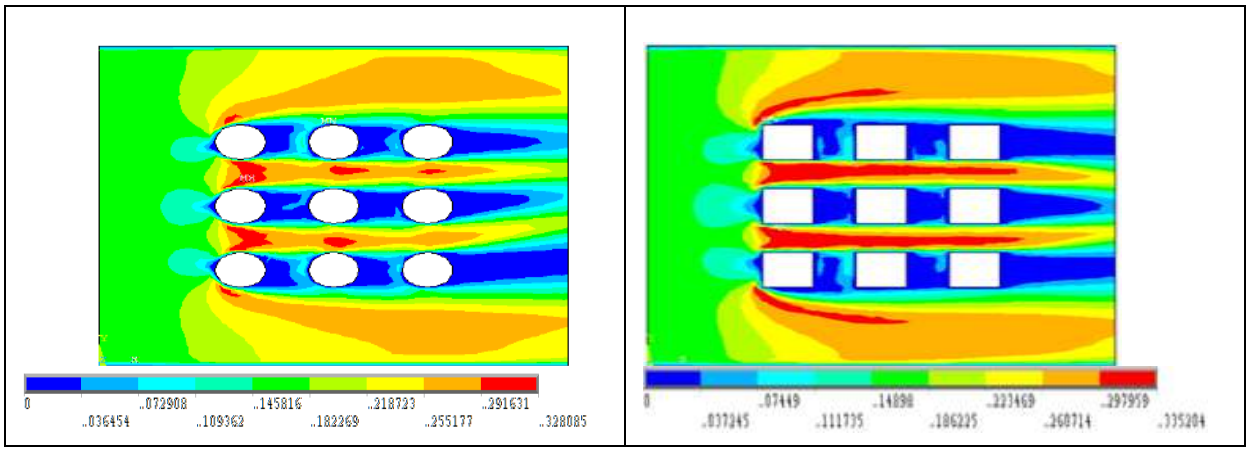
IV.4 Descriptions des résultats

IV.4.1 Champs de vitesse

Géométrie(a)



Géométrie(b)



Géométrie(c)

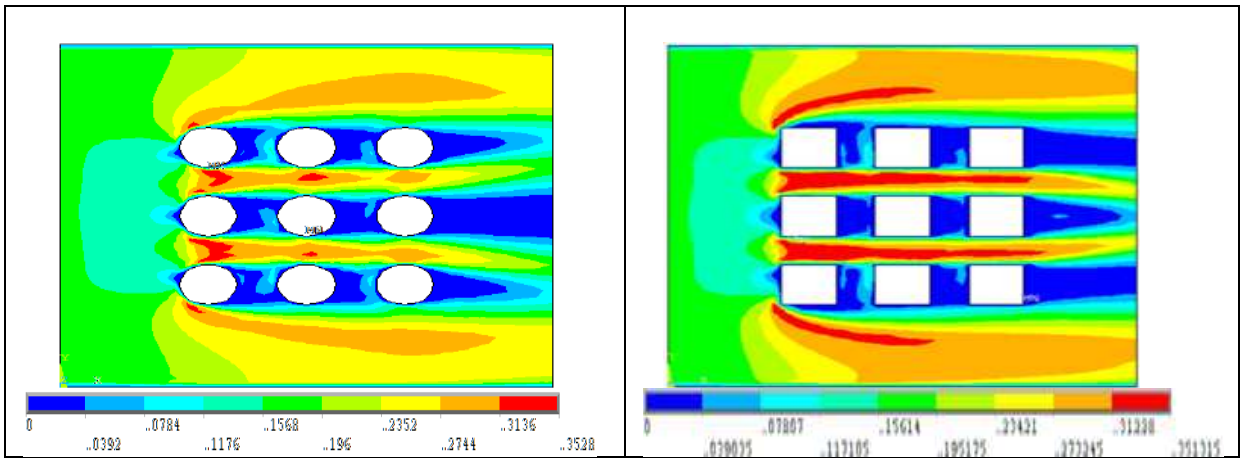
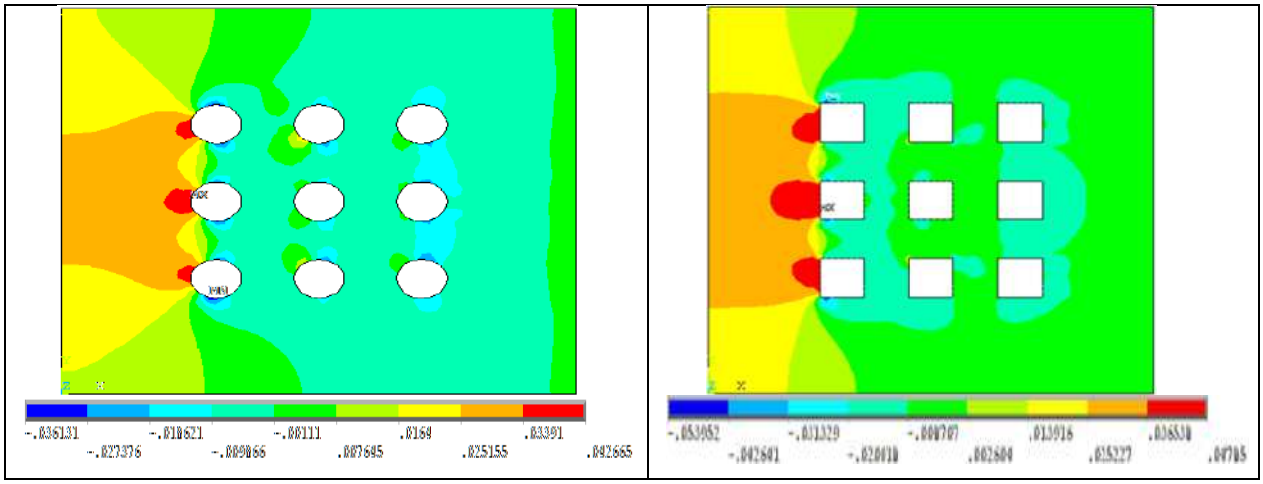


Figure IV.5: répartition spatiale de champs de vitesse dans le domaine d'applications de deux modèles (cylindre, carré)

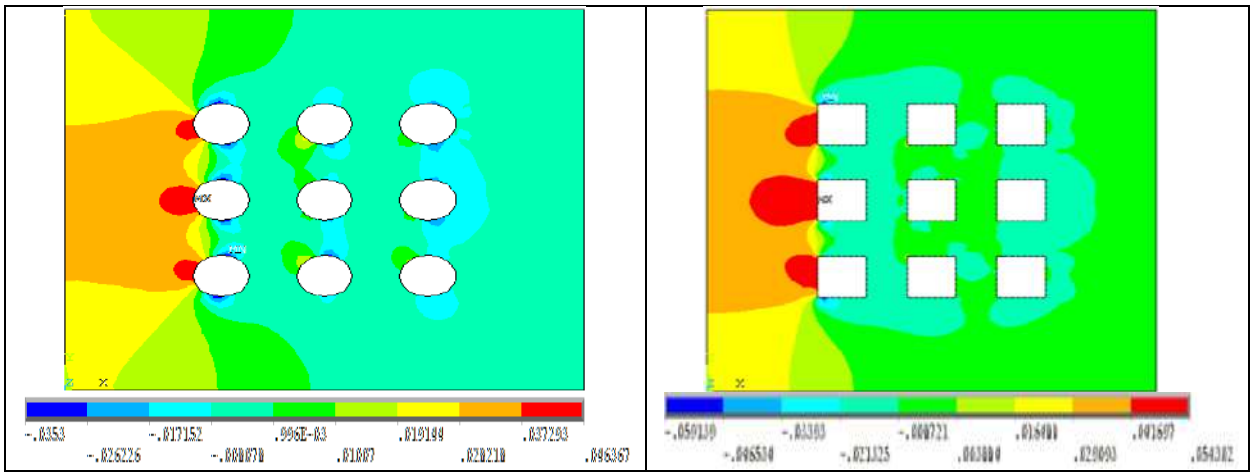
La figure IV.5 représente les Champs de vitesse montre pour les deux configurations avec la même vitesse d'entrée u_{in}= 0.158 m/s et pour les trois diamètres proposé, y compris Un espace inter-tubes p=0.043 m. D'après la figure, la vitesse maximale dans le Cas des tubes carrés est supérieur par rapport au cas des cylindres. Il est remarquable aussi qu'il y a une formation des zones de recirculation dans les zones de panaches et ceci à cause de la séparation des lignes de courant (détachement de l'air par les cornes des tubes et le rattachement derrière le panache après les tubes. La taille des zones de recirculation dans le cas carrée est plus importante par rapport au cas cylindrique, qui favorise l'évacuation de l'encrassement vers l'extérieur, et minimise les zones de stabilisation d'encrassement. En plus nous constatons que toute augmentation du diamètre engendre une majoration de la vitesse max, simultanément une diminution de la zone de recirculation ; donc on peut conclure qu'il y a une relation réciproque entre le diamètre et ces deux variable (la zone de recirculation et la vitesse max).

IV .4.2 : Champs de pression

Géométrie(a)



Géométrie(b)



Géométrie(c)

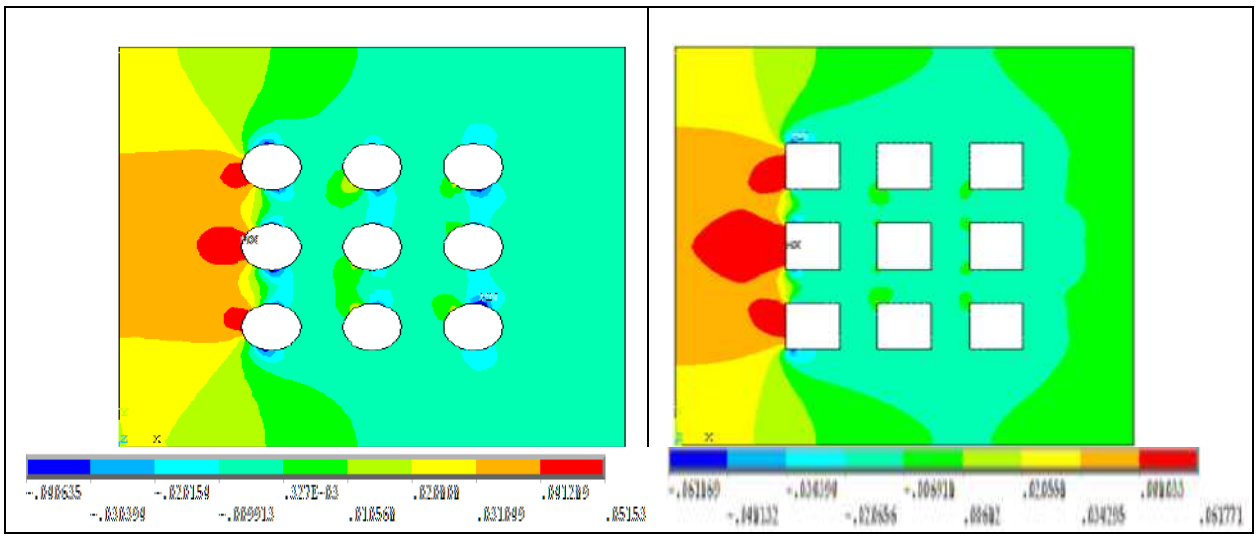
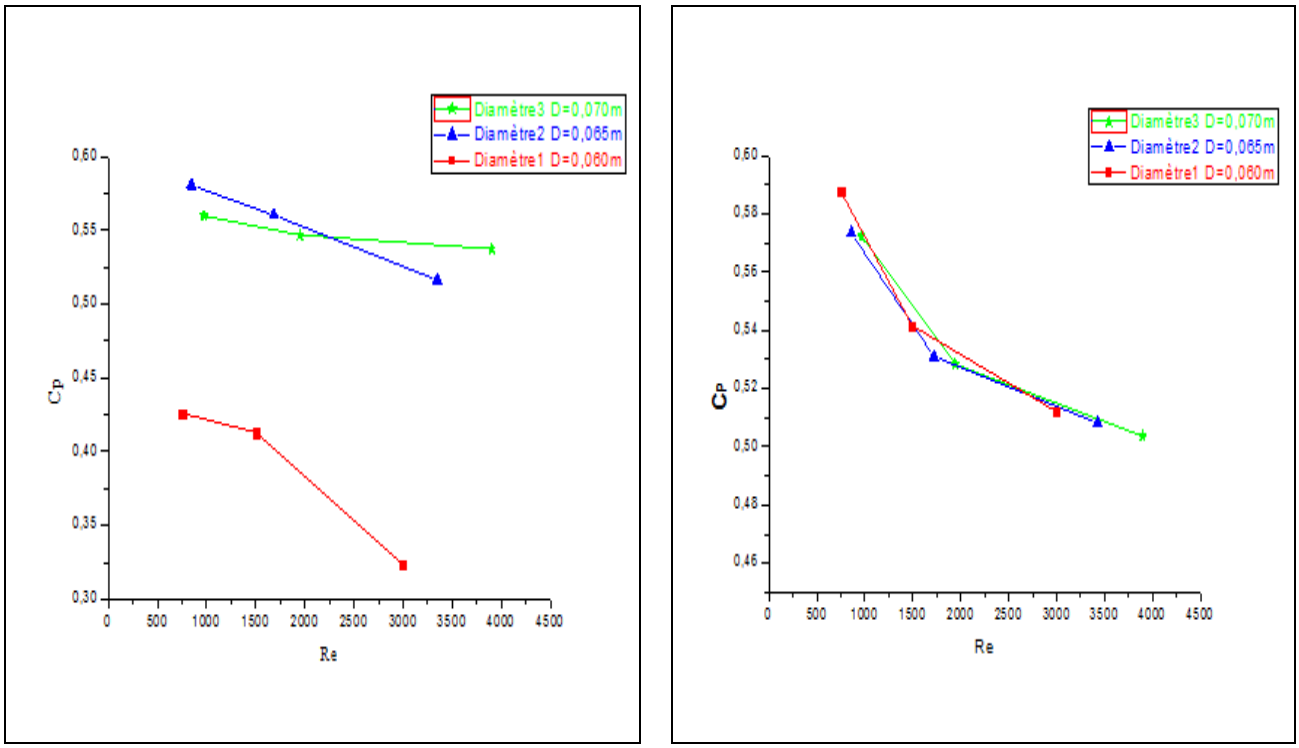


Figure IV.6 : répartition spatiale de champs de pression dans le domaine d'applications de deux modèles (cylindre, carré)

La figure IV.6 représente une répartition spatiale de champs de pression dans le domaine d'applications de deux modèles (cylindre, carré). Nous constatons que la chute de pression augmente en fonction de la vitesse d'écoulement et l'augmentation du diamètre, donc il existe une proportionnalité directe entre la vitesse d'écoulement, le diamètre et la perte de charge qu'il faut vaincre. Une dualité entre les performances thermiques et les performances hydrauliques restent à contrôler en dehors de problèmes d'un échangeur de chaleur.

D'autre part les pertes de charge dans les tubes carrés sont plus élevées que les tubes Cylindres.

IV .4.3 : Coefficient de pression C_p en fonction du R_e



Tubes cylindriques **Tubes carrés**

Figure IV.7: Coefficient de pression C_p en fonction du R_e

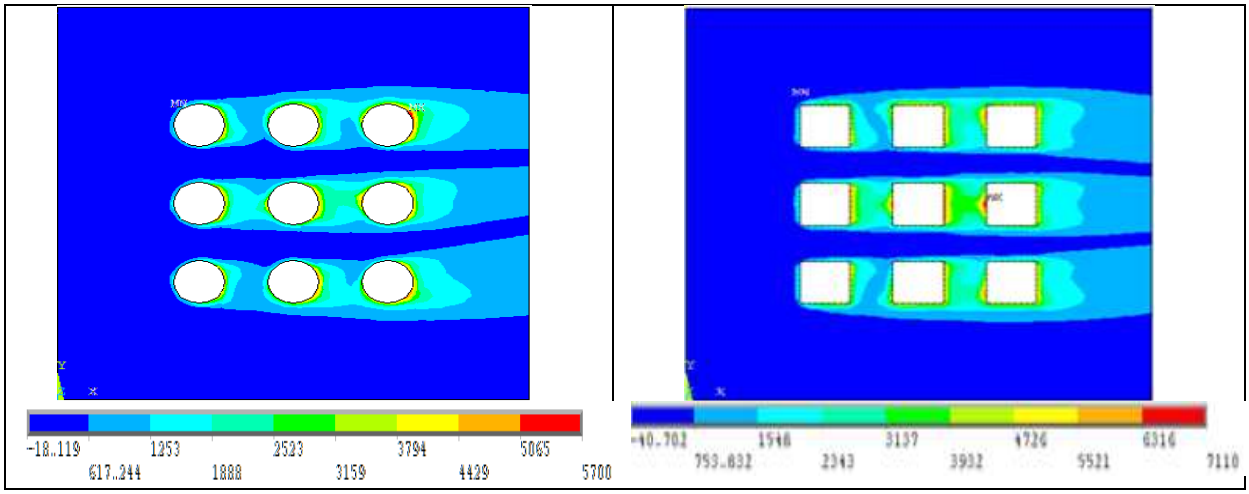
Dans la figure IV.7 qui représente la variation de coefficient de pression en fonction de nombre de Reynolds, on constate une décroissance du coefficient de pression avec le nombre de Reynolds Pour les deux cas .

- Il faut noter que la pente en amont et en aval du nombre de Reynolds Re=1500 diffère pour la différente géométrie.
- Pour les deux géométries on remarque que la chute de pression singulière identifier par le changement de ponte (point de discontinuité amont et aval) est très importante lorsque Le diamètre démunie.
- Il faut noter que pour le (diamètre=0.065) la variation des pertes de charge en fonction de nombre de Reynolds est linéaire, par contre pour le cas des tubes carré on peut constater qu'il ya une discontinuité pour le nombre de Reynolds Re=1500.

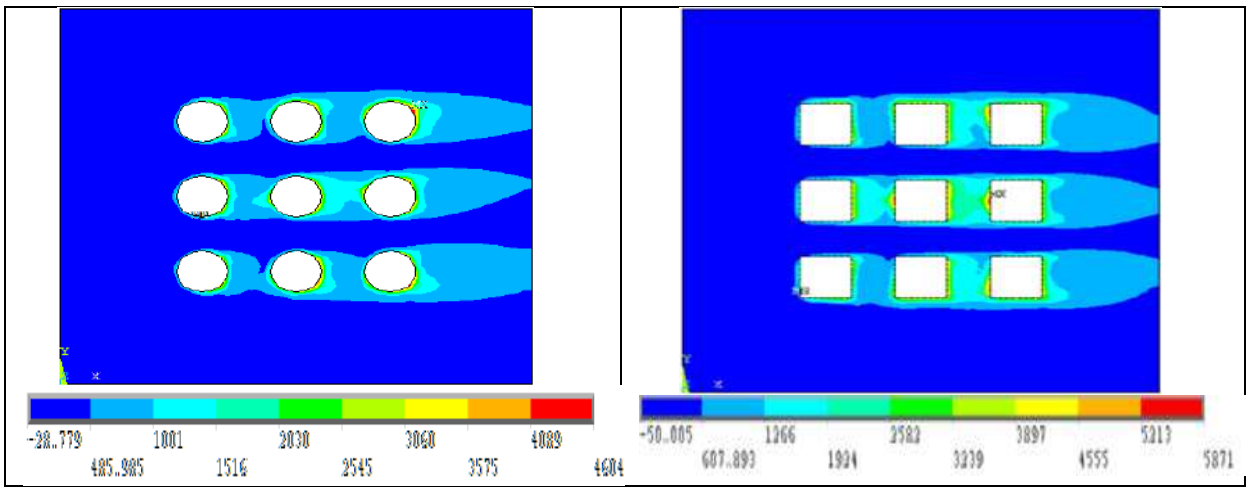
Probablement on peut dire que pour le cas des tubes carré on ne peut pas éliminer les singularités due au nombre de Reynolds (présence du zones de stagnation), par contre dans le cas cylindrique, avec un diamètre ou dessous de D=0.065m l'écoulement est facilement dévier (diffusion axial relative).

IV .4.4 Champs de température

Vitesse=0.079m/s



Vitesse=0.158m/s



Vitesse=0.316m/s

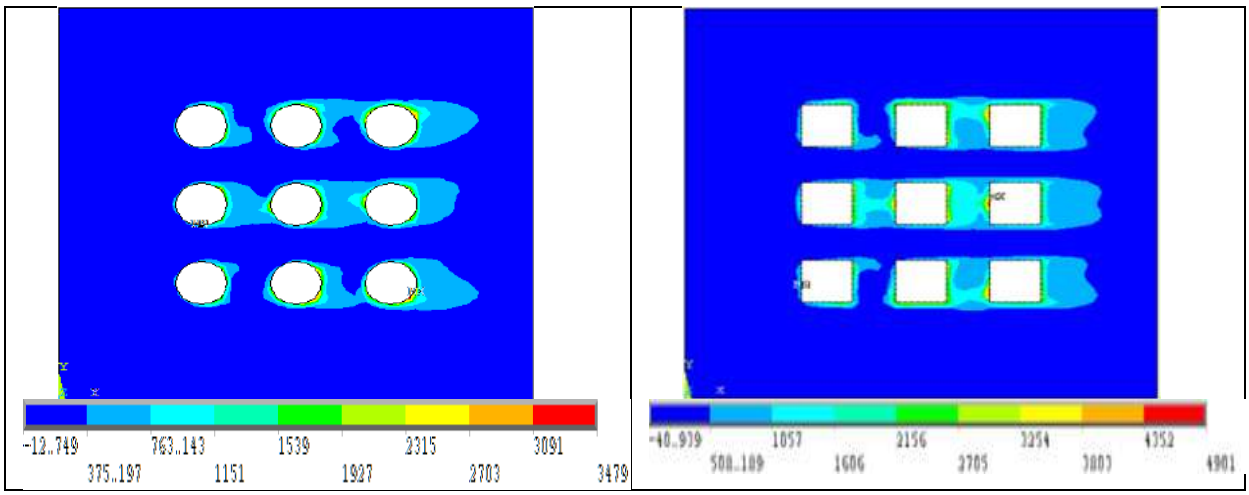


Figure IV.8 répartition spatiale de champs de température dans le domaine d'applications de deux modèles (cylindre, carré) par rapport a la variation de vitesse

La (figure IV.8) montre une représentation (répartition) spatiale de la distribution de température pour les deux géométries de tube, On remarque une bonne interaction entre les cotés chaud et froid, et aussi cette interaction est très claire quand la vitesse augmente, qui favorise le transfert de chaleur axial dans les deux types (carrée et cylindre), d'une part ,la diffusion axial est nettement meilleur pour la géométrie cylindrique a cause de la forme géométrique carré qui provoque une zone de stagnation supérieur à cel de cylindre ceci favorise la diffusion transversal ce qui provoque une discontinuité de conservation de masse, d'autre part.

IV.4.5 Configuration étudiée

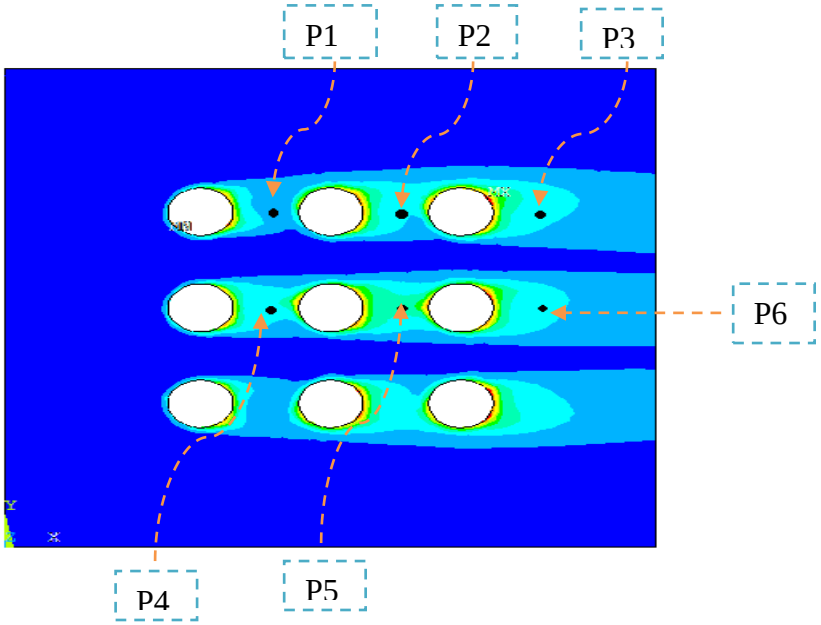


Figure IV.9 : représentation spatial de la configuration étudiée pour la géométrie(b)

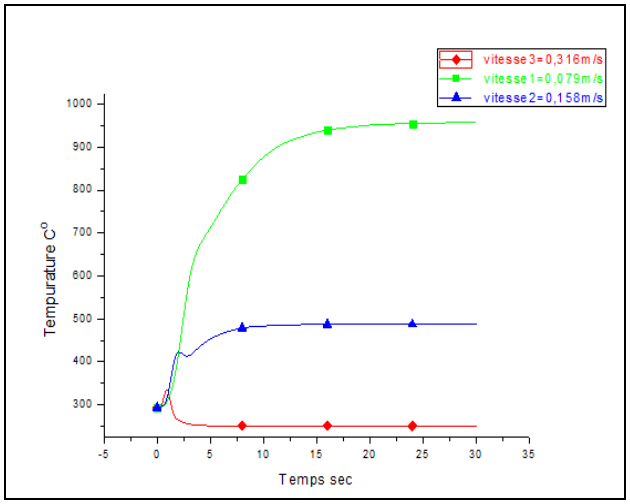
Les positions / les points	X(m)	Y(m)
Point 1	0.236	0.415
Point 2	0.364	0.415
Point 3	0.476	0.415
Point 4	0.236	0.296

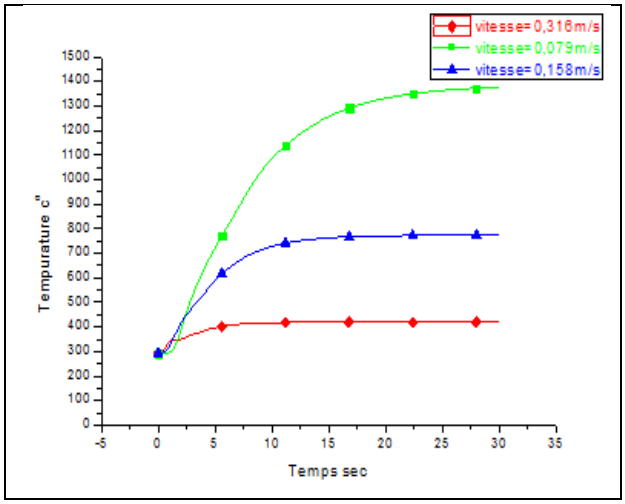
Point 5	0.364	0.296
Point 6	0.476	0.296

Tableau IV.3 : position des points dans la configuration étudie

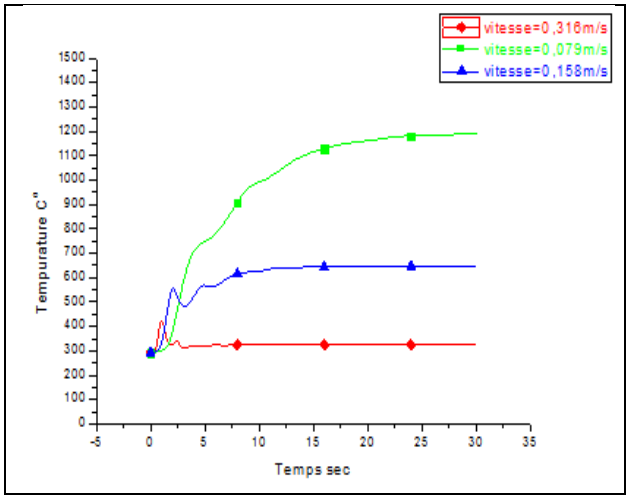
IV .4.6 Profils de température

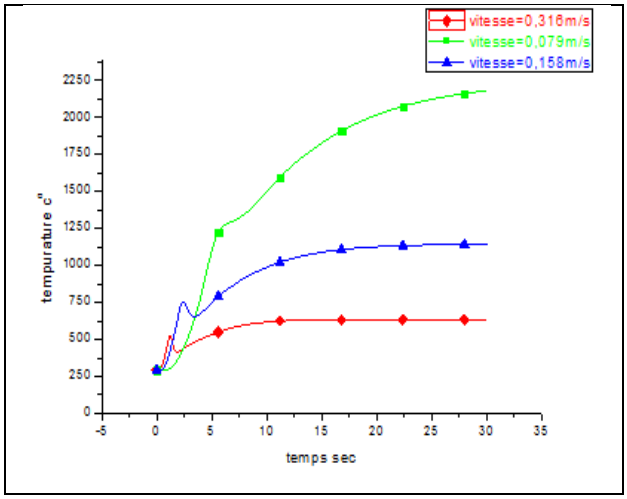
Tubes cylindriques **Tubes carrés**



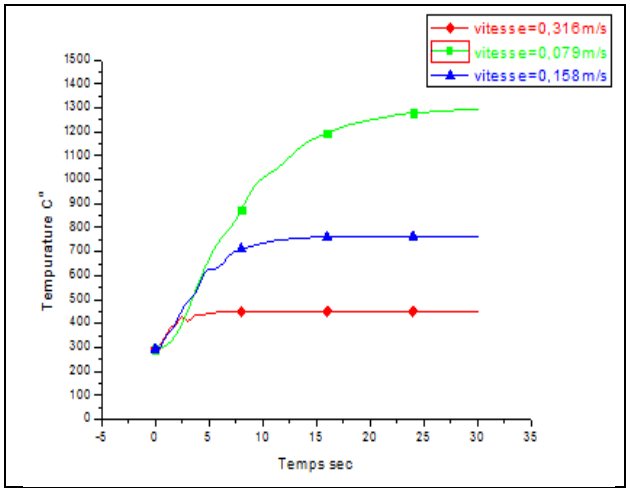


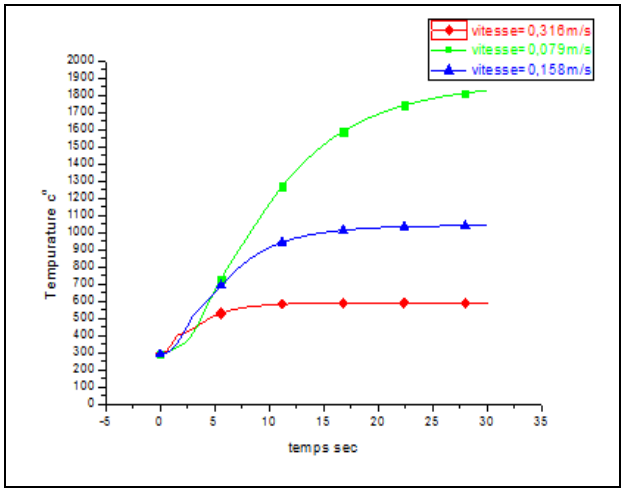
Point 1



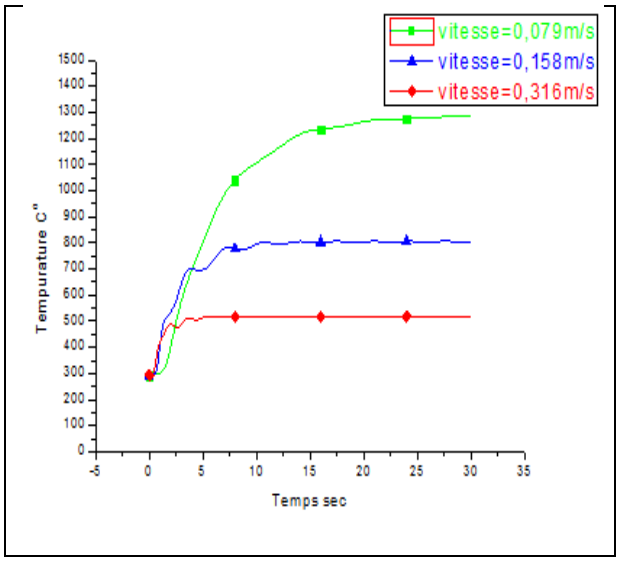


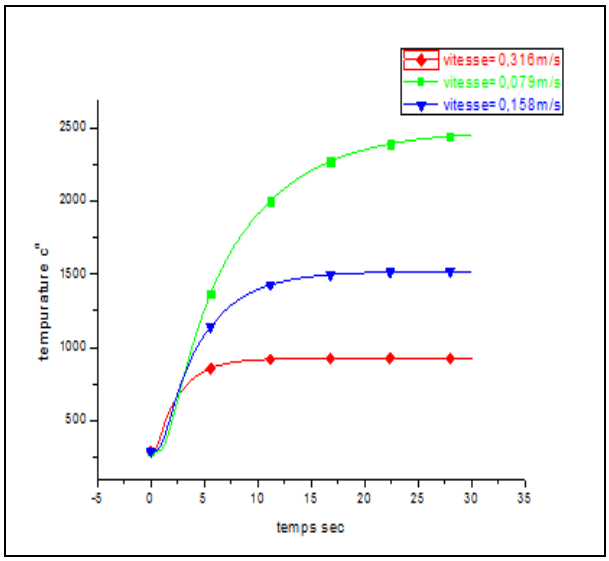
Point 2



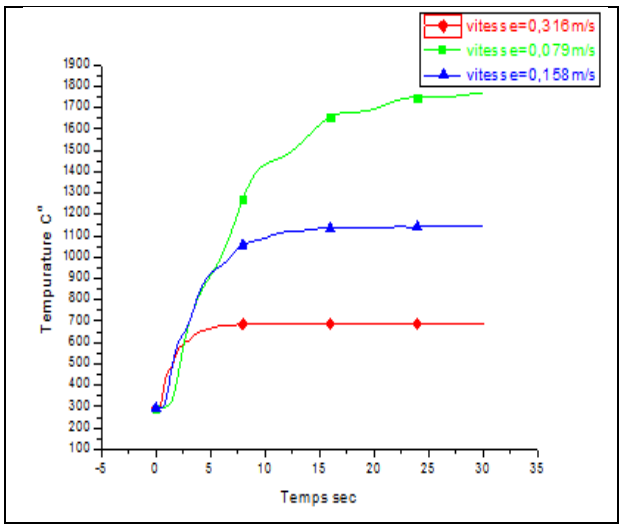


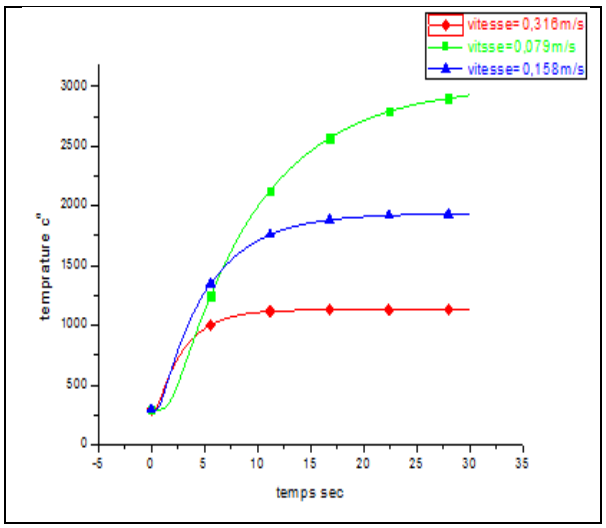
Point 3



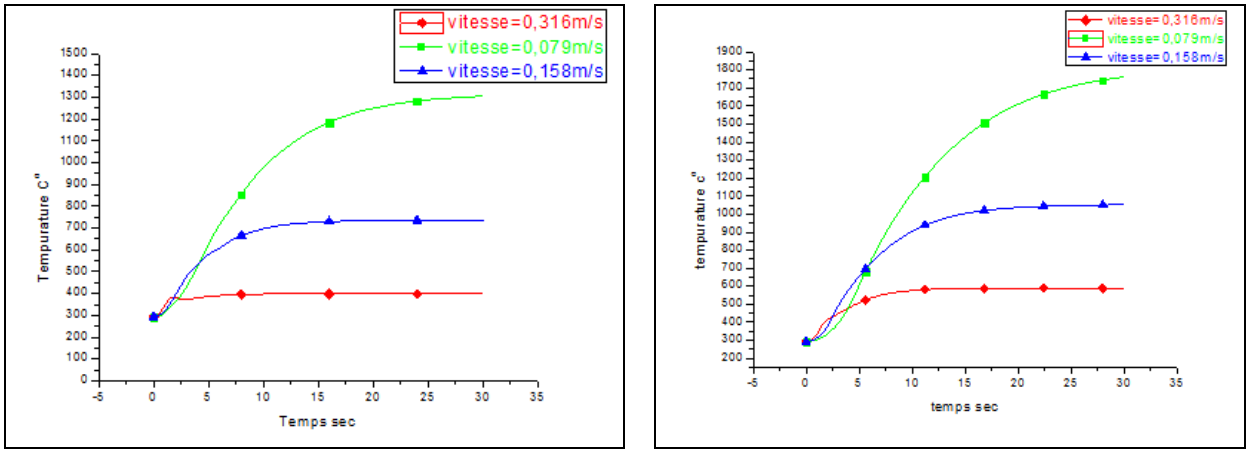


Point 4





Point 5



Point 6

Figure IV.10 : profils de température pour les 2 types de tubes pour la configuration étudie

On remarque que La période de transition vers le régime permanant est lente pour le cas des tubes carrés en comparant avec les tubes cylindriques pour la même géométrie, et inversement proportionnel à la vitesse.

D'après la lecture de la figure IV.9 On ressortit une diminution de la température lié à une augmentation de vitesse probablement due à une évacuation axiale rapide de la chaleur.

Comme exemple pour un même point dans la configuration des tubes carré ou cylindrique (point 1)

- Pour la (vitesse d'entré 0.079m/s) on à une température maximum atteinte pour les tubes cylindre est de T=950c^{o}, et de T=1350c^{o} pour les tubes carré.
- pour la vitesse d'entré 0.158m/s pour les tubs cylindre T=450c^{o}, et de T=700c^{o} pour les tubes carré.
- Et aussi pour la vitesse d'entré 0.316m/s, la température pour la configuration des tubes cylindriques est presque T=230c^{o}, et pour les tubes carré presque T=400c^{o}.

Conclusion

Ce chapitre qui a été consacre a l'analyse des résultats numériques de l'écoulement dans une calendre conjugué à l'évacuation de chaleur dissipée par des tubes de formes carré ou cylindrique ; d'où les constations suivantes :

- La vitesse maximale dans le Cas des tubes carrés est supérieure par rapport au cas des cylindres
- La taille des zones de recirculation est importante dans le cas des tubes carré que le cylindre, qui favorise l'évacuation de l'encrassement vers l'extérieur, et minimise les zones de stabilisation d'encrassement.
- Les pertes de charge dans les tubes carrés sont plus élevées que les tubes Cylindres.
- La diffusion axiale est nettement meilleure pour la géométrie cylindrique provoquée par l'écoulement transitif autour des cylindres.
- L'évacuation de la chaleur est mieux dans le cas de géométrie des tubes carré.

D'après les résultats de simulation on peut approuver que la géométrie a une influences sur le transfert thermodynamique entre les coté chaud et froid (évacuation de la chaleur).

Conclusion

La prospection d'autres formes d'énergies propres et moins coûteuses est devenue une monnaie courante pour les pays industrialisés non producteur d'hydrocarbures et elle doit être considérée comme une stratégie clé pour les pays producteurs pour la préservation de richesses.

Les applications de l'énergie géothermie et d'autres formes d'énergies propres revêtent de jour en jour une importance stratégique à l'échelle mondiale, vu les seuils délicats et dangereux atteints par des formes traditionnelles d'énergie, en l'occurrence les prix exorbitants des hydrocarbures et le réchauffement planétaire. Ces applications brassent tous les besoins énergétiques de l'homme et son activité journalière, allant de la production de travail, de la chaleur et du froid.

Dans ce travail, on a analysé numériquement l'écoulement turbulent par la méthode des éléments finis, dans un échangeur de chaleur à tubes et calandre ; ou on a mené une étude comparatives entre les tube carrées et cylindrique, on utilise le logiciel de calcul ANSYS.

Alors on pu tirer les constations suivants :

- Une proportionnalité directe entre la vitesse d'entre de fluide caloporteur et l'évacuation de chaleur.
- La quantité de la chaleur échangée entre les deux fluides (chaud et froid) est bien faite avec les tubes carrés que les tubes cylindriques.
- Les zones de recirculations a une taille importante dans le cas carré que le cas cylindrique ce qui favorise la défissions bidimensionnel qui implique une grande perte de charges singulière, d'un par est aussi favorise l'évacuation de l'encrassement vers l'extérieur, et minimise les zones de stabilisation d'encrassement d'autre part.

En Perspectives on peut dire que Cette étude peut-être prolongée pour évaluer le cas Optimum pour différentes formes de tubes et pour différentes conditions.

Bibliographie

[1] : BOUCHENAFA(1), Rachid SAIM(1) et Said ABBOUDI(2), Etude Numérique Comparative de la Convection Forcée Turbulente dans un Dissipateur Thermique Muni des Ailettes de Formes Carrés et Circulaires Université Abou Bekr Belkaid, Tlemcen 2013

[2]: J.R. Thome, 'Heat Transfer Augmentation of Shell-Andtube Heat Exchangers for the Chemical Process Industry', Proceedings of the 2nd European Thermal-Sciences and 14th

UIT National Heat Transfer Conference1, Edizioni ETS, Pisa, Italy, pp. 15 - 26, 1996.

[3] : J.R. Thome, 'Condensation in Plain Horizontal Tubes: Recent Advances in Modelling of Heat Transfer to Pure Fluids and Mixtures', Journal of the Brasilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 27, N°1, pp. 23 - 30, 2005.

[4]: M. El Ouardi, Etude du couplage entre les grandeurs classiques et les Propriétés thermophysiques dans un échangeur à tube et calandre à contre courant Laboratoire de Mécanique et Energétique, Département de Physique Faculté des Sciences, Université Chouaib Doukkali Route Ben Maachou, B.P. 20, El Jadida, Maroc, 20 Juin 2011

[5] : A.mezmiz. Mini projet 1éré post graduation " différent type d'échangeur" de l'université Mentouri Constantine 2006.

[6] : M. MOUSSA, J. MARIE PERRIERCORNET. Échangeur de Chaleur: échangeur tubulaire et [Échangeur à surface raclée, JEAN CASTAING

LASVINOTTES 2002.

[7] : J.PADET. Échangeurs thermiques. Masson, paris Milan Barcelone 1994.

[8] J.F.SACCADURA. Initiation aux transferts thermiques, paris 4éme tirage 1993.

[9] : site web: la récupération de la chaleur dans l'industrie des aliments et boissons. Htm.

[10] : W. TECHNID. Raffinage et génie chimique Tomme 1, et 2 1965.

[11] : mémoire de Benyada Nada. le thème d'étude et optimisation des échangeurs de chaleur.

[12] : PATRICKCHASSING, turbulence en mécanique des fluides analyse analyse du phénomène vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur. I.N.P. de TOULOUSE, (2000).

[13] : F. BISEL, calculs numériques d'écoulements à nombre de Reynolds élevées avec simulation semi-empirique de la turbulence .A.I.R.H.page 17-18, (1972).

[14] : B. E. LAUNDER, D, B. SPALDING, the numerical computation of turbulent transportdv. Geophysics, vo118A, (1974).

[15] : http://thetis.enscpb.fr.Notice théorique. Janvier 2010.

[16] : Paul FERREY, Modèles aux tensions de REYNOLDS avec prise en compte de l'intermittence de frontière, thèse pour l'obtention du Grade de docteur de l'université de POITIERS.

[17] : Modèle D'Etalement Et Traitement Numérique, Discrétisation la forme

[18] : Yves JANNOT « TRANSFERTS THERMIQUES » Ecole des Mines Nancy 2012

[19] : manuel Ansys 2011