UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DES SCIENCES DE LA MATIERE

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de **Master**

En Physique

Spécialité : Physique des Matériaux

Par :

DERIADI Rabah

Thème :

Calcul du facteur de qualité d'un faisceau de Laguerre-Gauss à travers un système optique.

Soutenue publiquement le : 22 /06 /2026, Devant le jury composé de :

Houatis Djamel	Grade : MCA	UYFM	Président
Ahmed ammar Mohamed	Grade : MCA	UYFM	Examinateur
Sebbar Djamel	Grade : MCA	UYFM	Encadreur

Année universitaire 2025/2026

Remerciement

Je remercie avant tout Dieu Tout-Puissant pour m'avoir donné la force, la patience et le courage nécessaires pour mener à bien ce travail.

J'adresse mes plus sincères remerciements à mon encadreur, Monsieur SEBBAR Djamel, pour son encadrement, sa disponibilité, ses précieux conseils ainsi que son soutien tout au long de la réalisation de ce mémoire.

J'adresse mes chaleureux remerciements aux membres du jury, Houatis Djamel et Ahmed ammar Mohamed , qu'ils trouvent

ici toute ma gratitude pour avoir accepté d'être des examinateurs de ma thèse.

Je tiens également à exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail.

Enfin, j'adresse mes vifs remerciements à mes amis et à tous mes collègues pour leur soutien, leurs encouragements et leur aide tout au long de cette période.

Dédicace

Je dédie ce mémoire à mes parents, pour leur amour, leurs sacrifices et leur soutien indéfectible tout au long de mon parcours.

À ma famille et à mes proches, pour leurs encouragements, leur patience et leur confiance.

Enfin, à tous ceux qui m'ont inspiré et accompagné dans cette aventure académique.

Avec toute ma gratitude.

الملخص

تتناول هذه المذكرة دراسة عامل الجودة M^2 لحزم **لاغير-غاوس .**

يعتمد التحليل على عزوم الشدة من الرتبة الثانية لتقييم تأثير استقطاع الحزم بواسطة فتحات دائرية . وقد تم استخدام تكامل **هوينغر-فرينل** ، بالإضافة إلى التطور بدلالة الدوال الغاوسية المركبة ، لدراسة خصائص انتشار هذه الحزم.

تظهر الدراسة التأثير الحاسم لكل من رتبة الأنماط والمعامل δ على عامل الجودة M^2 وتسهم هذه النتائج في تحسين التحكم في الطاقة في تطبيقات الليزر عالية الدقة وأنظمة الاتصالات البصرية .

الكلمات المفتاحية : حزم لاغير-غاوس ، الليزر ، عامل الجودة M^2 ، الحزم المقتطعة ، الانتشار البصري

Résumé

Ce mémoire étudie le facteur de qualité M^2 des faisceaux Laguerre-Gauss. L'analyse, fondée sur les moments d'intensité du second ordre, évalue l'effet de la troncature par des ouvertures circulaires. En utilisant l'intégrale de Huygens-Fresnel, également en utilisant le développement en fonction gaussienne complexe. L'étude démontre l'influence cruciale de l'ordre des modes et du paramètre δ sur le facteur de qualité M^2. Ces résultats permettent d'optimiser le contrôle de l'énergie dans les applications laser de haute précision et communication optique.

Les mots clés : Les faisceaux de Laguerre-Gauss**,** Laser, Facteur de qualité M^2, Faisceaux tronqués, Propagation optique.

Abstract

This thesis investigates the M^2 beam quality factor of Laguerre–Gaussian beams. The analysis, based on second-order intensity moments, evaluates the effect of beam truncation by circular apertures. The study employs the Huygens–Fresnel integral as well as the complex Gaussian function expansion method to analyze the propagation characteristics of these beams.

The results demonstrate the crucial influence of the mode order and the parameter δ on the M^2 beam quality factor. These findings contribute to optimizing energy control in high-precision laser applications and optical communication systems.

Keywords: Laguerre–Gaussian beams, Laser, M^2 beam quality factor, Truncated beams, Optical propagation.

Table des matières

Liste des figures viii
INTRODUCTION GENERALE 1
Chapitre I : Généralités sur les modes de Laguerre-Gauss 2
1.1 Introduction 2
1 .2 Modes de Laguerre-Gauss 2
1.2.1 Propriétés 2
1.2.2 Champ électrique d'un mode de Laguerre –Gauss 6
1.2.2.1 Amplitude 6
1.2.2.2 Phase de propagation d'une onde mono chromatique 7
1.2.2.3 Phase de courbure 7
1.2.2.4 Phase azimutale (polaire) 7
1.2.2.5 Phase de Gouy 8
1.2.3 Intensité d'un mode de Laguerre-Gauss 8
1.2.4 Phase en hélice d'un mode de Laguerre-Gauss 14
1.3 Méthodes de fabrication d'un mode de Laguerre-Gauss 14
1.3 .1 Méthode intracavité 14
1.3.2 Utilisation d'une Lame de verre en spirale 16
1.3 .3 Génération par holographie de phase avec un SLM 16
1.4 Conclusion 17
Chapitre II : Facteur de qualité généralisé des faisceaux lasers Hermite-Gauss standard 19
2.1 Introduction 19
2.2 Facteur de qualité M^2 d'un faisceau laser 19
2.2.1. Calcul de M^2 20
2.2.2. Largeur généralisée 20
2.2.3. Développement d'une méthode plus générale de caractérisation des faisceaux laser 21
2.3.1 Utilité et l'application du facteur de qualité M^2 23
2.3.2 Applications du facteur (M^2) 24
2.4 Conclusion 25

Chapitre III Caractéristiques de propagation des faisceaux de Laguerre-Gauss tronqués standard 26
3.1 INTRODUCTION 26
3.2 Analytiques approximatives pour un faisceau de Laguerre-Gaussien traversant un système optique avec ouverture. 26
3.2.1. Faisceaux standards de Laguerre-Gauss 27
3.2.2. Faisceaux élégants de Laguerre-Gauss 28
3.3 Analyse des courbes de l'intensité des modes Laguerre-Gauss ... 29
3.4 Expressions analytiques approchées du facteur de propagation généralisé des faisceaux de Laguerre-Gauss standards soumis à une troncature. 30
3.4.1 Faisceaux de Laguerre-Gauss standards. 32
3.5 RESULTATS ET DISCUSTION 34
3.5.1 Analyse des courbes du coefficient de qualité M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss 34
3.6 CONCLUSIONS 35
CONCLUSION GENERALE 37
Référence 38

Liste des figures

1.1 : Mode de Laguerre Gauss LG_0^1et HG_0^1théorique : En haut, à gauche intensité du mode LG_0^{10}; en haut à droite, champ du mode LG_0^1 vu de dessus ; en bas, champ du mode LG_0^{10}vu de côté. ……4

1.2 : Profils radiaux pour différents LG_0^L: le rayon du Laguerre-Gauss augmente avec l alors que l'intensité maximale diminue. A mesure quel augmente, le profil au centre devient de plus en plus carré……..5

1.3 : Profils d'intensité des modes LG_1^0(bleu),LG_2^0 (magenta), LG_4^0 (vert-jaune) et LG_0^6 (vert) lorsque (a) la puissance P_0 et le waist w sont constants et (b) lorsque la puissanceP_0 et le diamètre d_{LG} sont constants……..10

1.4 : Profils d'intensité des modes Laguerre-Gauss lorsque l'intensité maximale est constante et (a) le waist w est constant……..11

1.5 : Intensité des modes de Laguerre-Gauss théoriques (a) LG_0^4 , (b), LG_1^4 (c) LG_2^4 (d) LG_3^4 ainsi que leurs profils d'intensité Respectifs……12

1.6 : Intensité des modes de Laguerre-Gauss pour différentes valeurs de ℓ et de p……..13

1.7: Champ des modes de Laguerre-Gauss en 3D pour les cas (a) LG_0^1, (b) LG_0^2 ,(c) LG_0^3 et (d) LG_0^4 . Les images (e)-(h) montrent la phase modulo 2π. La couleur noire……..14

1.8 : Cavité dans laquelle on a introduit un diaphragme et un élément absorbant dans le but de ne générer que des modes TEM_{01} et TEM_{10}……..15

1.9 : Lame en spirale permettant de produire un faisceau LG en partant d'un faisceau gaussien ……16

1.10 : Fabrication d'un mode LG en partant d'un hologramme de phase éclairé par un faisceau gaussien.(Spatial Light Modulator**)**……17

3.1 : l 'intensité des fonction Laguerre-Gauss standard en fonctions des différentes valeurs de l et m. ……..30

3.2 l'Allure de coefficient de qualité des faisceaux Laguerre-Gauss pour différentes valeurs des indices p et l en fonction de paramètre δ……..34

INTRODUCTION GENERALE

Au cours des dernières années, les modes de Laguerre-Gauss (LG) ont suscité un intérêt croissant dans le domaine de la physique en raison de leurs propriétés singulières qui ouvrent la voie à de nombreuses applications innovantes. Contrairement aux faisceaux gaussiens classiques, ces modes se distinguent par une structure en anneaux concentriques et, surtout [1], par une phase de type hélicoïdale [2]

L'un des aspects les plus fondamentaux des modes Laguerre-Gauss LG est leur capacité à transporter un moment angulaire orbital (OAM), une propriété proposée par Allen et ses collaborateurs en 1992 et confirmée expérimentalement en 1995. Chaque photon associé à un mode de Laguerre-Gauss d'ordre(l) transporte un moment angulaire.[3]

La structure particulière, notamment l'existence d'un centre d'intensité nulle, rend ces faisceaux particulièrement attractifs [4] .

Cependant, l'utilisation efficace de ces modes nécessite une compréhension approfondie de leur comportement lors de la propagation. Un paramètre clé de cette étude est le facteur de qualité M^2 qui permet d'évaluer la capacité du faisceau à concentrer l'énergie et sa divergence par rapport à un faisceau gaussien idéal. L'analyse de l'influence des ouvertures optiques (troncation) sur ce facteur est cruciale pour les applications pratiques [5].

Objectif du mémoire vise à explorer les propriétés fondamentales des modes de Laguerre-Gauss, tant sur le plan de l'intensité que de la phase, ainsi qu'à l'étude théorique de leur facteur de qualité pour système optique réel.

Chapitre I : Généralités sur les modes de Laguerre-Gauss

1.1 Introduction

Dans les dernières années, les modes de Laguerre-Gauss (LG) ont suscité un intérêt croissant chez les physiciens en raison de leurs propriétés particulières, qui ouvrent la voie à de nombreuses applications. Ces modes lumineux se caractérisent par une structure en anneaux concentriques ainsi que par une phase de type hélicoïdal. Nous présentons ici, de façon chronologique, quelques-unes de leurs applications principales. Cette liste n'est pas exhaustive, mais elle permet d'illustrer la diversité des usages possibles de ces modes [6].

Grâce à leur structure en anneau et à leur centre d'intensité nulle, les modes Laguerre-Gauss LG assurent le confinement dans deux directions, complété par deux faisceaux gaussiens fermant la structure dans la troisième direction. Cette propriété permet de définir un espace de Hilbert discret de dimension potentiellement infinie, ce qui est particulièrement important pour les applications en information quantique et en cryptographie quantique [7].

1 .2 Modes de Laguerre-Gauss

1.2.1 Propriétés

Les modes de Laguerre-Gauss constituent des modes propres d'une cavité laser présentant une symétrie cylindrique. Leur description repose sur deux indices entiers, notés l et p, ainsi que sur un paramètre caractéristique w, appelé waist, qui détermine l'échelle spatiale du faisceau.

L'indice l, entier relatif, est appelé charge topologique et est lié aux propriétés de phase du mode. L'indice p, quant à lui, est un entier positif ou nul et décrit la structure radiale du champ. Ces deux paramètres permettent de définir complètement la forme du champ électromagnétique associé à ces modes Laguerre-Gauss LG^{l}_{p} s'écrit :

$$E(\rho,\theta) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}}\frac{1}{w}\left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w}\right)^{|l|} L_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)e^{-\frac{\rho^2}{w^2}}e^{il\theta} \qquad (1.1)$$

où $L_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)$ est le polynôme Laguerre.

ρ : distance radiale par rapport à l'axe du faisceau.

θ : angle azimutal autour de l'axe du faisceau.

p : indice radial (p=0,1,2,…), qui détermine le nombre d'anneaux lumineux.

l : indice azimutal ou charge topologique, responsable de la structure hélicoïdale du faisceau.

w : rayon du faisceau (beam waist), correspondant à la largeur du faisceau au niveau de son col.

$\sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}}$:Facteur de normalisation et $\frac{1}{w}$ Facteur lié à la largeur du faisceau

L'intensité lumineuse correspondante est :

$$I(\rho) = |E(\rho,\theta)|^2 = \frac{2\rho!}{\pi(p+|l|)!}\frac{1}{w^2}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)^{|l|}\left(L_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)\right)^2 e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}} \qquad (1.2)$$

Cette expression ne dépend pas de la variable angulaire θ, ce qui signifie que les modes de Laguerre-Gauss présentent une symétrie de révolution autour de l'axe de propagation. Lorsque l ≠ 0, l'intensité au centre I(0) est nulle : le faisceau possède alors une zone centrale sombre et appartient à la catégorie des modes dits « creux ».

Par ailleurs, l'intensité I(ρ) s'annule p+1 fois, ce qui implique que p+1 correspond au nombre de régions d'intensité nulle. Une étude de la dérivée de l'intensité par rapport à ρ montre également que p+1 correspond au nombre de maxima d'intensité le long d'un rayon donné. Ainsi, un mode de Laguerre-Gauss $LG_p^{l\neq 0}$ se caractérise par un centre noir entouré de p+1 anneaux concentriques, séparés par des zones où l'intensité s'annule, se réduit à un unique anneau lumineux entourant une région centrale sombre (voir figure1.1)[8].

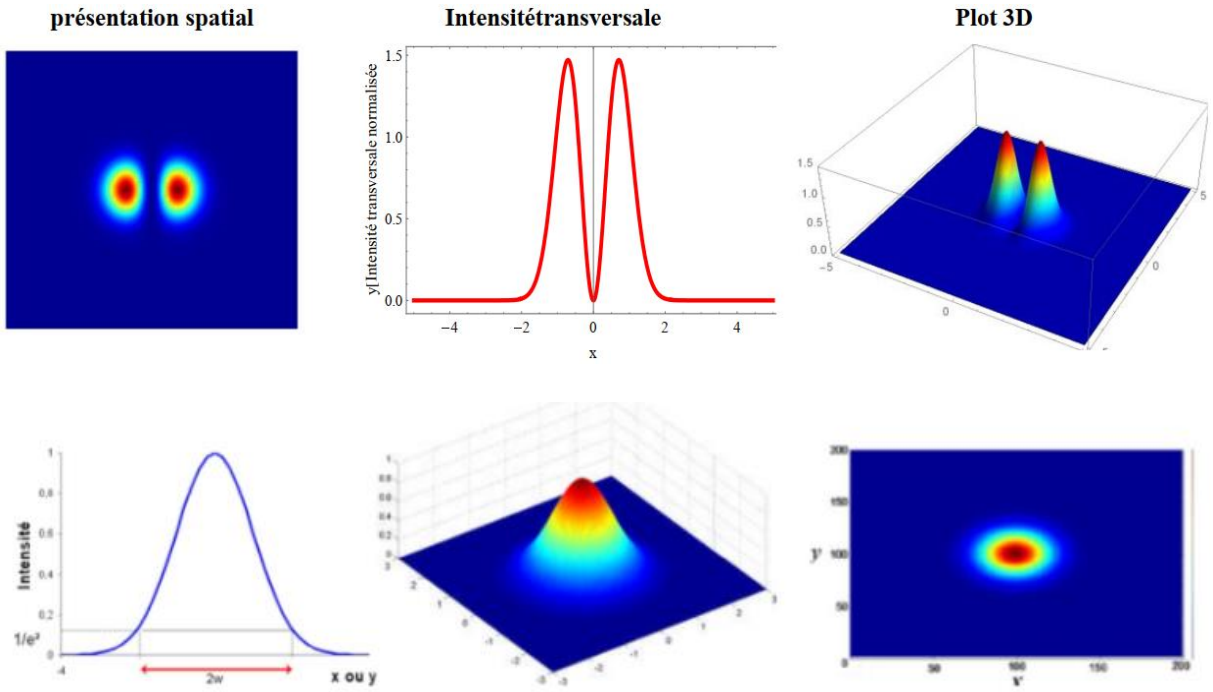


Figure1.1 – Représentation de profile de Mode de Laguerre Gauss LG_0^1 et HG_0^1 .

Par ailleurs, le champ électrique E (ρ,θ) ne dépend que de la valeur absolue de l'indice l. On se restreindra donc aux cas où l est strictement positif. Il est également important de noter que le mode LG_0^0 correspond en réalité au mode fondamental TEM00. Réécrivons maintenant l'expression du champ électrique ainsi que l'intensité associée pour un mode de Laguerre-Gauss LG_1^0. Lorsque p=0, le polynôme de Laguerre associé vaut 1, ce qui permet d'obtenir l'expression simplifiée suivante :

$$E(\rho,\theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi l!}}\frac{1}{w}\left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w}\right)^{l} e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{il\theta} \tag{1.3}$$

$$I(\rho) = |E(\rho,\theta)|^2 = \frac{2}{\pi l!}\frac{1}{w^2}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)^{l} e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}} \tag{1.4}$$

Les variations du profil d'intensité en fonction de l (voir figure 1.2). En calculant $dI/d\rho$, on peut montrer que le maximum d'intensité est placé en :

$$\rho_{max} = w\sqrt{\frac{l}{2}} \tag{1.5}$$

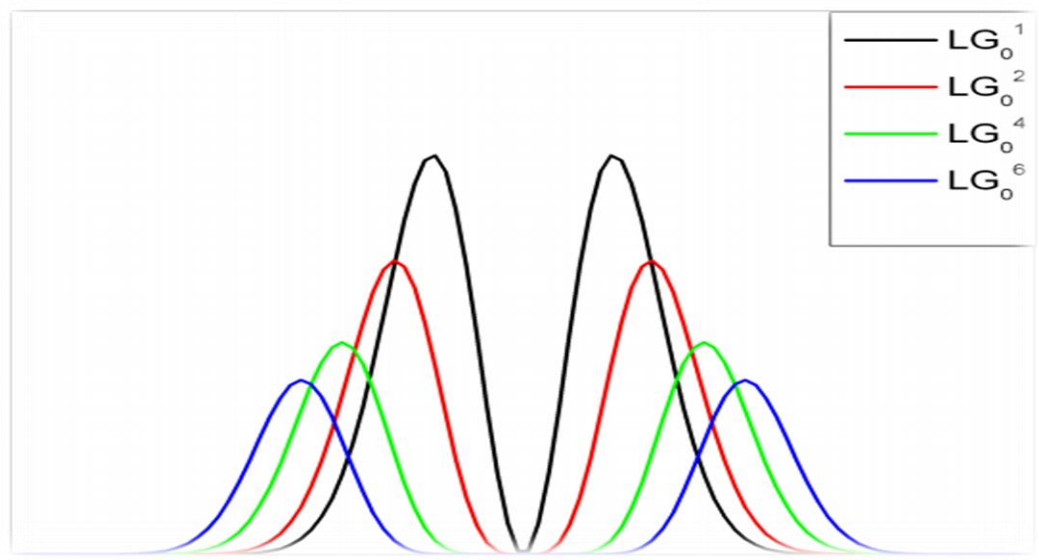


Figure1.2 –Profils radiaux pour différents LG_0^L : le rayon du Laguerre-Gauss augmente avec l alors que l'intensité maximale diminue. A mesure quel augmente, le profil au centre devient de plus en plus carré.[8]

Le rayon caractéristique d'un faisceau de Laguerre-Gauss augmente donc avec l'ordre l, suivant une loi en $\sqrt{l}$ Par ailleurs, l'intensité maximale $I_{max} = I(\rho_{max})$ diminue lorsque l croît, avec une dépendance en $1/\sqrt{l}$[1] :

$$I_{max} = \frac{2}{\pi l!}\frac{1}{w^2} l^l e^{-l} \approx \frac{2}{\pi w^2}\frac{1}{\sqrt{2\pi l}} \tag{1.6}$$

Cette décroissance, combinée à la conservation de la puissance lumineuse, entraîne une augmentation progressive de l'épaisseur de l'anneau lorsque l augmente. En développant l'exponentielle au voisinage de l'origine, on montre également que l'intensité au centre varie comme ρ^{2l}.Ainsi, le potentiel optique devient de plus en plus plat lorsque l'augmente, et dans la limite des grands ordres l≫1, il tend vers un profil de type puits carré. Pour l=1, le profil d'intensité peut être assimilé, près du centre, à une parabole, ce qui signifie que le mode LG_0^1 peut former un potentiel harmonique pour les atomes. Contrairement au mode TEM_{00}, qui produit également un potentiel harmonique mais dans une zone de forte intensité, ce confinement s'effectue ici dans une région sombre. Intéressons-nous maintenant à la phase du faisceau. Celle-ci est donnée par le facteur $e^{il\theta}$dans l'équation (1.3), ce qui implique une dépendance linéaire en θ. Le front d'onde des modes de Laguerre-Gauss présente donc une structure hélicoïdale [8, 9]. Allen et al [9]. Ont montré que cette structure de phase est responsable de l'existence d'un moment

angulaire orbital. Ainsi, chaque photon associé à un mode de Laguerre-Gauss transporte un moment angulaire égal à lħ.

1.2.2 Champ électrique d'un mode de Laguerre –Gauss

En coordonnées cylindriques, le champ électrique d'un mode de Laguerre-Gauss monochromatique se propageant selon l'axe z peut s'écrire sous la forme suivante :

$$E_p^\ell(r,\theta,z) = A_p^\ell(r,z) \times e^{i\frac{kr^2}{2R(z)}} \times e^{i\ell\theta} \times e^{-i\varphi G_p^\ell(z)} \times e^{-i(kz-wt)} \qquad (1.7)$$

Le point d'observation est défini en coordonnées cylindriques par (r,θ,z). Dans cette expression, k représente le nombre d'onde, R le rayon de courbure, w le paramètre de waist (lié à la largeur du faisceau), et $\varphi_{G_p^\ell}$ désigne la phase de Gouy.

On distingue ici un terme d'amplitude noté, $A_p^\ell(r,z)$ ainsi que plusieurs contributions de phase. Celles-ci correspondent respectivement à la phase de courbure, la phase azimutale, la phase de Gouy et la phase de propagation du mode. Dans la suite, chacun de ces termes sera étudié plus en détail afin d'en comprendre le rôle physique.

1.2.2.1 Amplitude

Le terme d'amplitude ,$A_p^\ell(r,z)$ est égal à :

$$A_p^\ell(r,z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|\ell|)!}}\frac{\sqrt{P_0}}{w(z)} \times \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{|\ell|} \times L_p^{|\ell|}\left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \times e^{\frac{-r^2}{w^2(z)}} \qquad (1.8)$$

Où P_0 est la puissance, w est le waist du mode de Laguerre-Gauss LG.

$$L_p^{|\ell|}[x] = \frac{x^{-\ell}e^x}{p!}\frac{d^p}{dx^p}(e^{-x}x^{p+\ell}) \qquad (1.9)$$

Cette dernière équitation représente le polynôme de Laguerre généralisé d'ordres ℓ et p. L'expression de l'amplitude donnée en (1.8) inclut également un facteur de normalisation, ainsi qu'une enveloppe de type gaussien caractérisée par une largeur w(z), qui dépend de la propagation du faisceau.

$$\Delta_\perp \xi e^{-i(kz-wt)} \qquad (1.10)$$

Avec l'équation paraxiale (1.10), on montre que nécessairement la variation du waist w en fonction de la position z suit la relation

$$w(z) = w_0\sqrt{1 + z^2\left(\frac{\lambda}{\pi w_0^2}\right)^2} \tag{1.11}$$

où w_0 représente le waist du mode LG au niveau du col du faisceau, et λ correspond à la longueur d'onde. La variation du waist en fonction de z est à l'origine de la propagation de type hyperbolique des modes de Laguerre-Gauss.

La quantité $\frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ définit la distance sur laquelle l'élargissement du faisceau reste faible, c'est-à-dire où la divergence peut être considérée comme négligeable. Cette distance est appelée longueur de Rayleigh et est notée z_R :

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \tag{1.12}$$

Elle est identique à celle obtenue dans le cas d'un faisceau gaussien classique. Intéressons-nous à présent aux différents termes de phase qui apparaissent dans l'expression du champ d'un mode de Laguerre-Gauss.

1.2.2.2 Phase de propagation d'une onde mono chromatique

Du simple fait de sa propagation, un faisceau de Laguerre-Gauss monochromatique acquiert une phase représentée par le facteur $e^{-i(kz-wt)}$. Cette contribution de phase est indépendante des indices p et ℓ, et correspond exactement à celle d'un faisceau gaussien monochromatique se propageant dans l'espace.

1.2.2.3 Phase de courbure

Cette phase s'exprime par le facteur$e^{i\frac{kr^2}{2R(z)}}$ où le rayon de courbure est donné par $R(z) = z(1 + (z/z_R)^2)$ Comme dans le cas des faisceaux gaussiens, au niveau du col du faisceau, le rayon de courbure R tend vers l'infini, ce qui correspond à un front d'onde plan. Lors de la propagation, ce front d'onde se transforme progressivement en une surface sphérique.

Il est important de noter que cette phase de courbure ne dépend ni de l'indice p ni de l'indice ℓ.

1.2.2.4 Phase azimutale (polaire)

La phase azimutale, de nature hélicoïdale, est décrite par le facteur $e^{i\ell\theta}$ Elle dépend de l'indice ℓ, mais reste indépendante de p. Ce terme est à l'origine de la structure chirale du mode de Laguerre-Gauss autour de son axe de propagation.

1.2.2.5 Phase de Gouy

La phase de Gouy est exprimée par :

$$\varphi G_p^l(z) = (2p + |\ell| + 1)\ \arctan\frac{z}{z_R} \tag{1.13}$$

Elle décrit la variation rapide de la phase longitudinale lorsqu'un faisceau traverse la région focale. Contrairement au cas du faisceau gaussien, pour lequel la phase de Gouy est simplement arctan $\frac{z}{z_R}$ un mode de Laguerre-Gauss présente une phase de Gouy qui dépend simultanément des deux indices ppp et ℓ.

Par conséquent, cette phase ne dépend pas uniquement de la position z, mais également du mode considéré. Ainsi, le déphasage total accumulé par un faisceau LG lors du passage par le foyer est égal à $(2p + |\ell| + 1)\pi$, alors qu'il vaut seulement π dans le cas gaussien.

Pour $|\ell|>1$, la phase de Gouy dépasse 2π, sauf dans le cas particulier où $2p+|\ell| = 0$. De plus, comme elle dépend de la valeur absolue de ℓ, les modes associés à ℓ et $-\ell$ possèdent la même phase de Gouy lors de leur propagation.

1.2.3 Intensité d'un mode de Laguerre-Gauss

L'intensité d'un mode de Laguerre-Gauss correspond au carré de son amplitude (équation 1.7) et s'écrit :

$$I_p^\ell(r,\theta,z) = \frac{2p!}{\pi(p+|\ell|)!}\frac{p_0}{w^2(z)}\left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{2|\ell|}\left(L_p^{|\ell|}\left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right]\right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \tag{1.14}$$

Cette intensité ne dépend pas de l'angle θ, ce qui traduit une symétrie de révolution autour de l'axe Oz.

Lorsque p=0, l'expression se simplifie en :

$$I_{p=0}^\ell(r,\theta,z) = \frac{2}{\pi(|\ell|)!}\frac{p_0}{w^2(z)}\left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{2|\ell|} e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \tag{1.15}$$

En introduisant la variable adimensionnée X= $\frac{2r^2}{w^2}$ on peut réécrire l'intensité sous une forme plus compacte :

$$I_{p=0}^{\ell}(r,\theta,z) = \frac{2}{\pi(|\ell|)!}\frac{p_0}{w^2(z)}X^{|\ell|}e^{-X} \qquad (1.16)$$

Cette écriture met en évidence le comportement de l'intensité : lorsque X est proche de zéro, l'exponentielle est voisine de 1 et l'intensité varie comme X^{ℓ} soit $r^{2\ell}$. En revanche, pour de grandes valeurs de X, le terme $X^{|\ell|}e^{-X}$ impose une décroissance de type quasi gaussienne.

Il est intéressant de noter que pour ℓ=0 et p=0, le mode de Laguerre-Gauss se confond avec le mode gaussien fondamental TEM_{00}, qui appartient à la fois aux familles de Hermite-Gauss et de Laguerre-Gauss.

Dans le cas $\ell \neq 0$ et p= 0 le faisceau présente un unique anneau lumineux dont le diamètre est déterminé par le maximum de la fonction $X^{|\ell|}e^{-X}$ soit

$$d_{LG}(z) = w(z)\sqrt{2\ell} \qquad (1.17)$$

L'intensité peut alors être exprimée en fonction de ce diamètre :

$$I'^{\ell}_{p=0}(r,\theta,z) = \frac{2}{\pi(|\ell|)!}\frac{2\ell p_0}{d_{LG}^2(z)}\left(\frac{2r\sqrt{2}}{d_{LG}(z)}\right)^{2|\ell|} e^{-\frac{4\ell r^2}{d_{LG}^2(z)}} \qquad (1.18)$$

Cette forme sera utile pour la suite. Elle permet notamment de comparer l'intensité des modes de Laguerre-Gauss dans différentes situations : soit à puissance P_0 et waist w_0 constants, soit à puissance P_0 et diamètre d_{LG} constants.

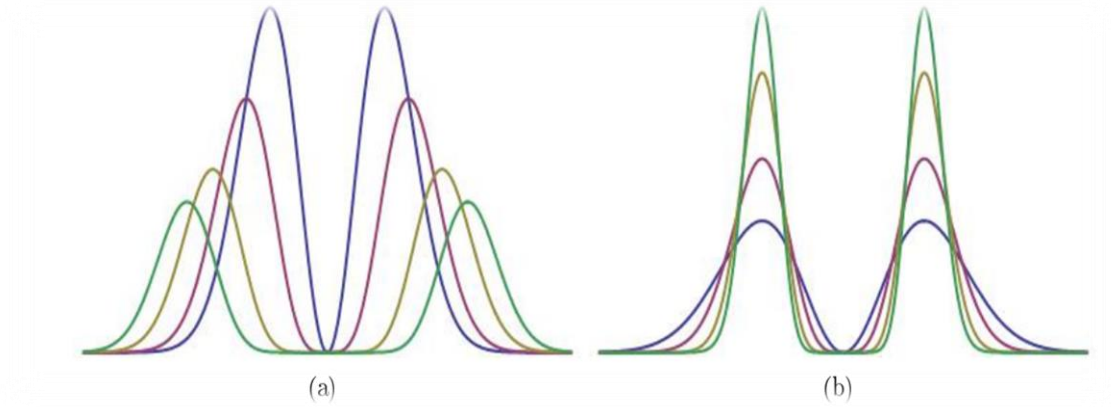


Figure1.3 :Profils d'intensité des modes LG_1^0(bleu),LG_2^0 (magenta), LG_4^0 (vert-jaune) et LG_0^6 (vert) lorsque (a) la puissance P_0 et le waist w sont constants et (b) lorsque la puissanceP_0 et le diamètre d_{LG} sont constants.[9]

La figure 1.3 (a) présente les profils d'intensité des modes de Laguerre-Gauss pour différentes valeurs de ℓ, dans le cas particulier p=0, en maintenant la puissance P_0 et le waist w constants. Ces profils mettent clairement en évidence la présence d'un centre sombre, caractéristique des modes dits « creux ».

Lorsque la valeur de ℓ augmente, le diamètre du mode LG croît également, conformément à la relation (1.17). Cependant, la puissance totale étant conservée, cette augmentation du diamètre s'accompagne d'une diminution de l'intensité maximale. En effet, l'épaisseur de l'anneau restant inchangée, l'énergie lumineuse se répartit sur une surface plus étendue, ce qui entraîne une baisse de l'intensité au maximum.

La figure 1.3 (b) illustre les profils d'intensité des modes de Laguerre-Gauss pour différentes valeurs de ℓ, dans le cas p=0, lorsque la puissance P_0 et le diamètre d_{LG} sont constants .

Au voisinage du centre, l'intensité évolue comme $r^{2\ell}$. Ainsi, pour ℓ= 1 elle présente une variation de type parabolique, tandis que pour des valeurs plus élevées de ℓ, la pente devient de plus en plus raide. Par conséquent, lorsque l'ordre ℓ augmente, l'intensité maximale croît également, alors que l'épaisseur de l'anneau diminue.

En pratique, les expériences sont généralement réalisées à puissance constante. Toutefois, lors de la génération expérimentale des modes LG, les faisceaux obtenus correspondent souvent à une situation intermédiaire entre les cas à waist constant et à diamètre constant.

De manière analogue, il est possible de comparer les profils en fixant soit l'intensité maximale et le waist w, soit l'intensité maximale et le diamètre d_{LG} Dans le premier cas (figure 1.4 (a)), l'augmentation de l'ordre ℓ entraîne une augmentation du diamètre, tandis que l'épaisseur de l'anneau reste inchangée. Dans le second cas (figure 1.4 (b)), la variation de l'intensité au centre devient plus abrupte lorsque ℓ augmente, et l'épaisseur de l'anneau diminue progressivement.

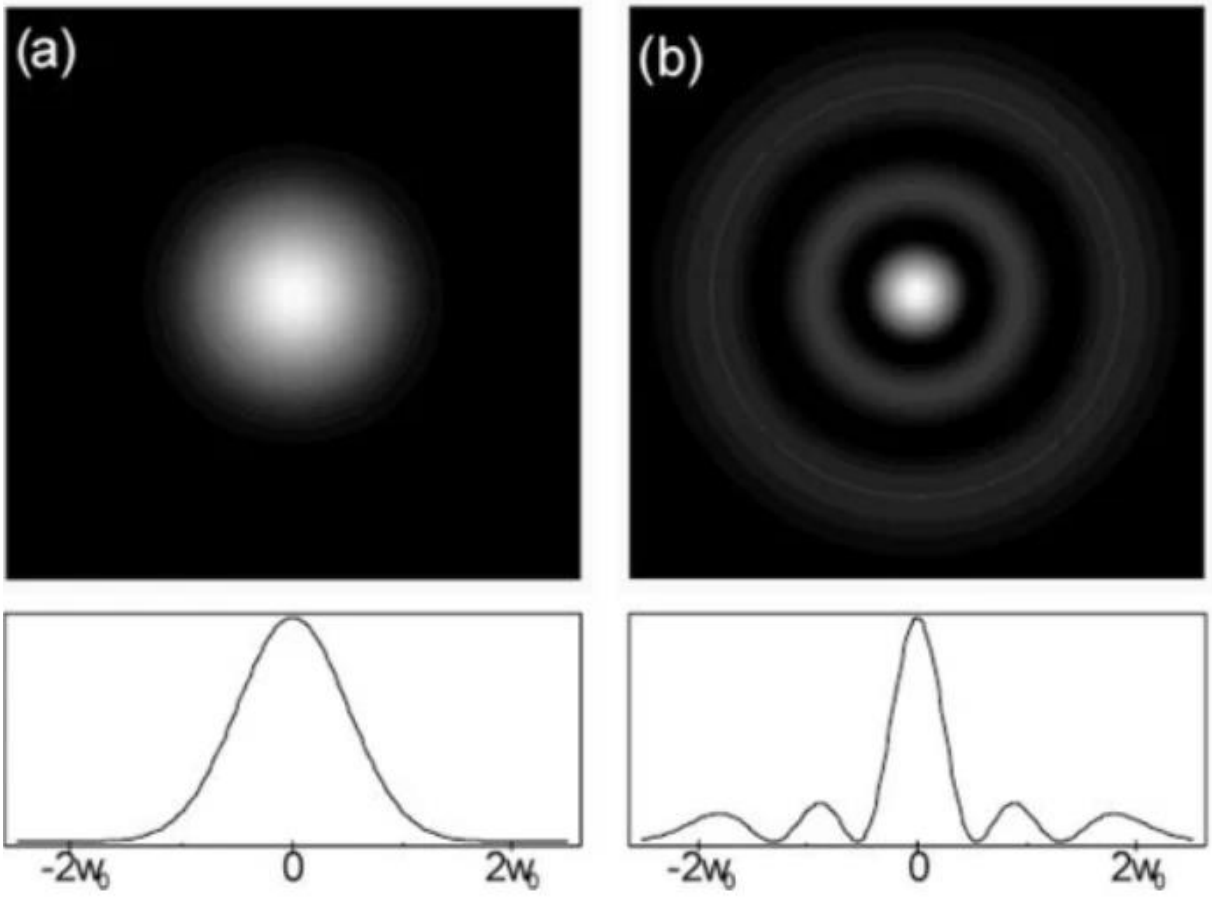


Figure1.4 : Profils d'intensité des modes Laguerre-Gauss lorsque l'intensité maximale est constante et (a) le waist w est constant [10]

Cas p≠ 0 : Lorsque l'on augmente la valeur de l'indice radial p, les modes de Laguerre-Gauss se composent de p+1 anneaux concentriques. La figure 1.5 présente les distributions d'intensité de ces modes pour ℓ=4 et différentes valeurs de p, ainsi que leurs profils correspondants.

Entre deux anneaux successifs, l'intensité s'annule, ce qui conduit à l'apparition de p rayons pour lesquels l'intensité est nulle. Ces positions sont directement liées aux zéros des polynômes de Laguerre généralisés.

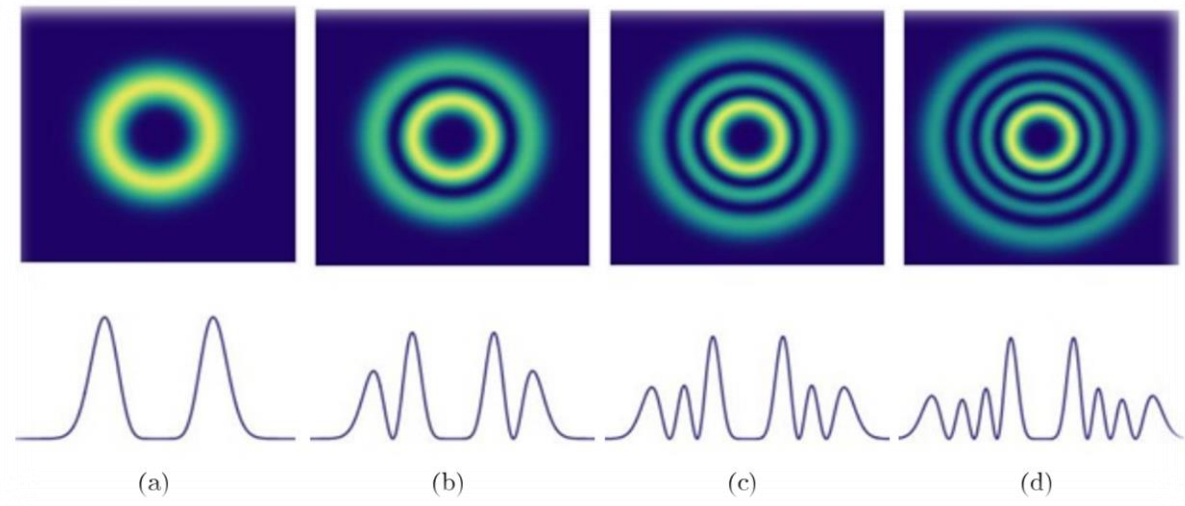


Figure1.5 : Intensité des modes de Laguerre-Gauss théoriques (a) LG_0^4 , (b), LG_1^4 (c) LG_2^4 (d) LG_3^4 ainsi que leurs profils d'intensité Respectifs.[9]

La figure 1.7 résume la configuration des modes de Laguerre-Gauss pour différentes valeurs de p et ℓ. Comme discuté dans cette sous-section, l'indice p détermine le nombre d'anneaux concentriques de lumière présents dans le mode LG, soit p+1 anneaux, tandis que l'indice ℓ influence leur taille. Le cas particulier où ℓ=0 est facilement reconnaissable, car il est le seul mode où la lumière est présente au centre, contrairement aux autres modes qui présentent un centre sombre.

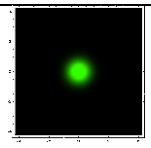
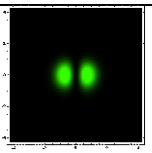
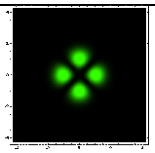
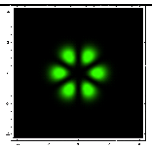
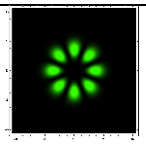
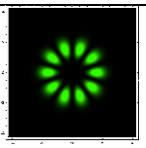
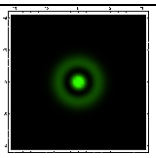
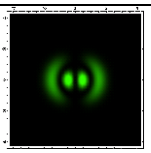
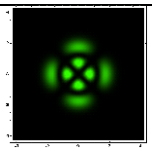
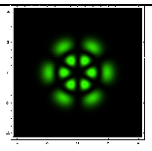
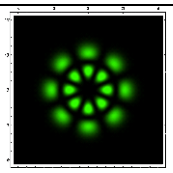
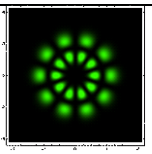
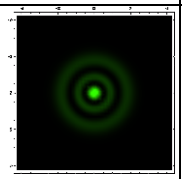
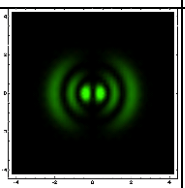
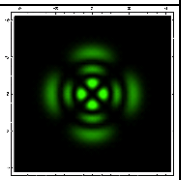
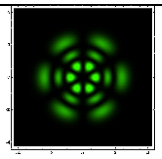
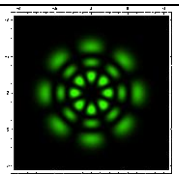
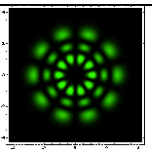
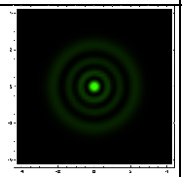
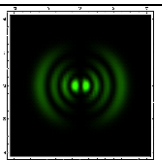
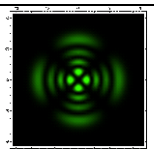
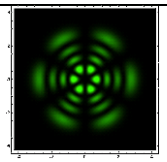
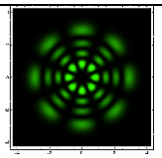
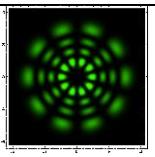
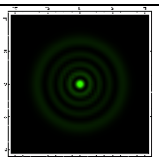
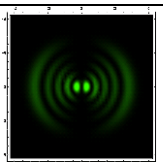
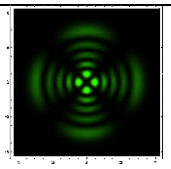
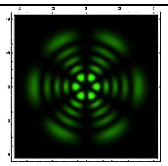
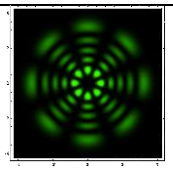
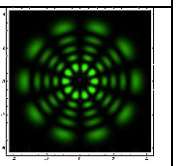
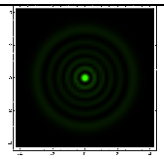
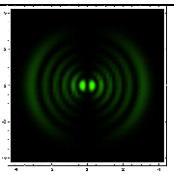
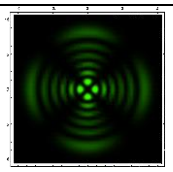
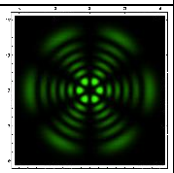
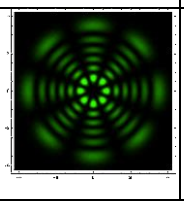
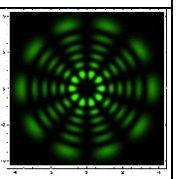
	l = 0	l = 1	l = 2	l = 3	l = 4	l = 5
P= 0						
P= 1						
P= 2						
P= 3						
P= 4						
P= 5						

Figure1.6 : Intensité des modes de Laguerre-Gauss pour différentes valeurs de ℓ et de p.

1.2.4 Phase en hélice d'un mode de Laguerre-Gauss

Examinons maintenant l'évolution du terme de phase $\ell\theta$ de ces modes dans un plan où z est constant.

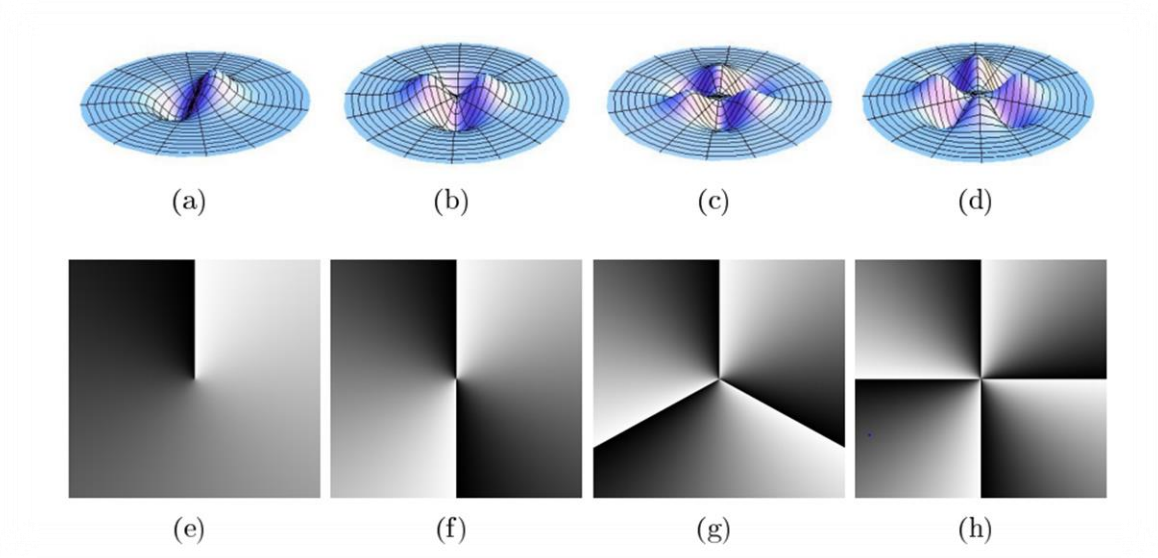


Figure1.7 : Champ des modes de Laguerre-Gauss en 3D pour les cas (a) LG_0^1, (b) LG_0^2 ,(c) LG_0^3 et (d) LG_0^4 . Les images (e)-(h) montrent la phase modulo 2π. La couleur noire correspond à une phase de 0 alors que la couleur blanche correspond à une phase de2π[9]

1.3 Méthodes de fabrication d'un mode de Laguerre-Gauss

Il existe plusieurs techniques pour générer des modes de Laguerre-Gauss LG_0^l [11]. Parmi celles-ci, quatre méthodes principales sont fréquemment utilisées : la méthode intracavité, l'utilisation de lentilles cylindriques, l'utilisation de lames en spirale et la holographie.

1.3 .1 Méthode intracavité

Traditionnellement, le mode de sortie d'un laser est le mode gaussien fondamental TEM_{00}. Pour obtenir ce mode, un diaphragme d'ouverture réglable est placé à l'intérieur de la cavité laser. Le diamètre de ce diaphragme est ajusté de manière à ne laisser passer que le mode TEM_{00} et à bloquer les modes de plus haut ordre [12]. Cependant, un mode de Laguerre-Gauss peut également être obtenu en tant que mode propre de la cavité laser.

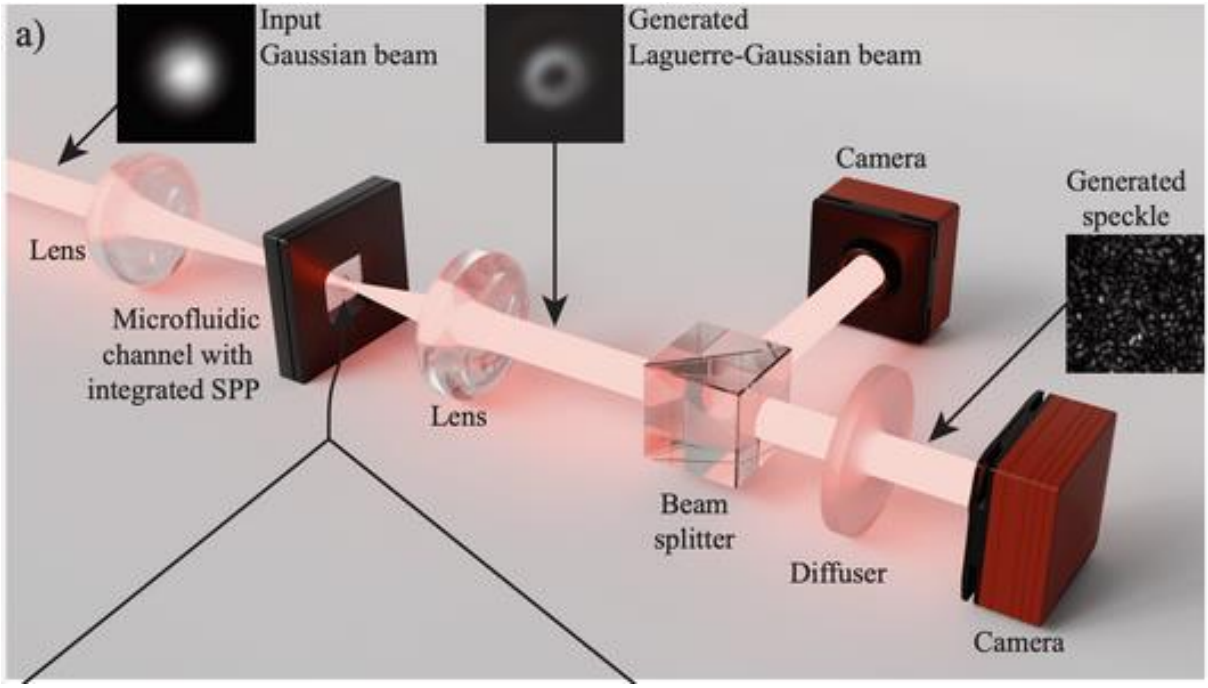


Figure 1.8 : Cavité dans laquelle on a introduit un diaphragme et un élément absorbant dans le but de ne générer que des modes TEM_{01} et TEM_{10}. Issue de [13]

Étant donné que les modes de Laguerre-Gauss possèdent une symétrie cylindrique, il est nécessaire d'utiliser une cavité qui présente une symétrie de révolution autour de l'axe Oz (perpendiculaire aux deux miroirs de la cavité). Prenons l'exemple du mode de Laguerre-Gauss LG_0^l. qui peut être exprimé comme une combinaison de deux modes TEM_{01} et TEM_{10} en quadrature de phase.

Pour qu'une cavité génère exclusivement ce mode LG_0^l , la première étape consiste à éliminer le mode TEM00. Cela se fait généralement en introduisant un élément absorbant circulaire, centré sur l'axe de la cavité [14] (voir figure 1.10). Une fois le modeTEM_{00}. supprimé, il faut générer les modes TEM_{01} et TEM_{10}. Cela implique d'ajuster la taille du diaphragme ainsi que celle de l'élément absorbant de manière à ne produire que ces deux modes.

Cependant, ces deux modes n'émettent généralement pas à la même fréquence. Pour les égaliser, on peut translater l'élément absorbant ou le diaphragme perpendiculairement à l'axe de la cavité [15]. Cela permet de faire en sorte que les fréquences des modes TEM01 et TEM10 soient identiques et qu'ils soient déphasés de π/2, ce qui aboutit à la formation du mode LG_0^l[16].

Bien que cette méthode permette de produire des modes de Laguerre-Gauss, elle est relativement complexe à mettre en œuvre. Par exemple, si l'on souhaite changer l'indice l du mode de Laguerre-Gauss, il faudra procéder à des ajustements à l'intérieur de la cavité, comme modifier la taille ou la position du diaphragme ou de l'élément absorbant. En raison de ces difficultés, la méthode intracavité est peu fréquemment utilisée.

1.3.2 Utilisation d'une Lame de verre en spirale

Dans ce type de lame, l'épaisseur augmente progressivement, formant une structure en spirale [17], comme le montre la figure 1.12. Cette variation d'épaisseur affecte localement la phase du faisceau, ce qui transforme un faisceau gaussien incident en un faisceau de type LG. Pour ajuster l'ordre du mode LG créé, il suffit d'augmenter la variation de phase, la phase maximale de la lame étant égale à $2\pi\ell$. Cette méthode permet de générer des modes LG_0^{ℓ} à coût modéré, mais présente l'inconvénient de nécessiter un changement de lame chaque fois que l'on souhaite modifier l'ordre du mode LG généré.

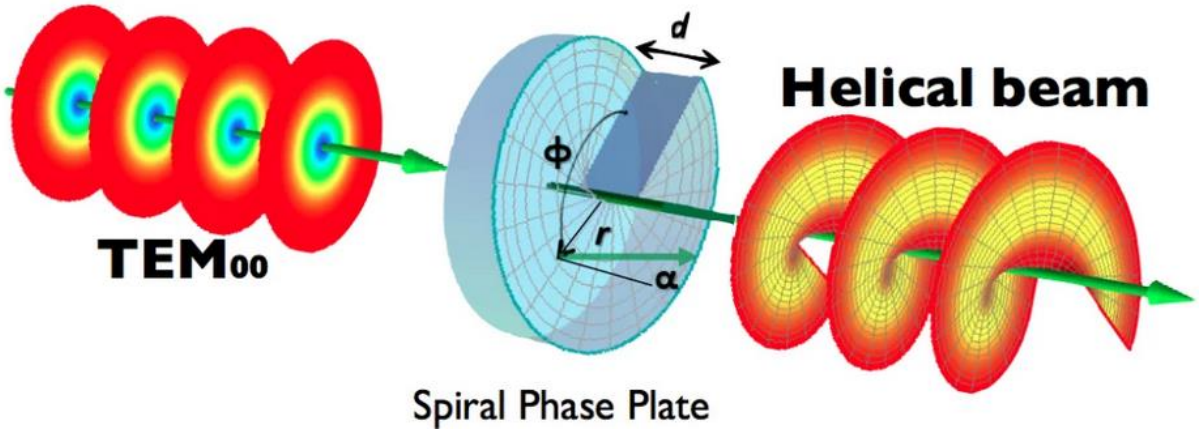


Figure1.9 : Lame en spirale permettant de produire un faisceau LG en partant d'un faisceau gaussien [17].

1.3 .3 Génération par holographie de phase avec un SLM

En suivant un principe similaire, il est possible d'utiliser un hologramme pour appliquer la phase polaire à un faisceau gaussien et le transformer en faisceau LG. Ce hologramme peut être projeté sur le faisceau gaussien via un SLM (Spatial Light Modulator) [19]. Pour comprendre comment cet hologramme modifie la forme du faisceau incident, il est important de saisir le concept de l'holographie. L'holographie repose sur l'enregistrement d'interférences entre une onde de référence et une onde objet. Lorsque l'hologramme est

éclairé par l'onde de référence, l'onde objet peut être restituée. Si l'on connaît déjà l'onde à produire, il n'est pas nécessaire de réaliser l'enregistrement, mais plutôt de créer directement l'hologramme souhaité. On sait que l'interférence entre un faisceau gaussien et un mode LG_p^ℓ ayant le même axe de propagation, produit un motif en forme d'hélice lorsque p=0 et un motif constitué d'hélices concentriques alternées lorsque p≠0. Ces motifs d'interférences peuvent être générés par ordinateur [19] et utilisés pour créer une carte de phase via un SLM. Ainsi, lorsqu'un faisceau gaussien éclaire le SLM, le mode LG correspondant est restitué (voir figure 1.11).

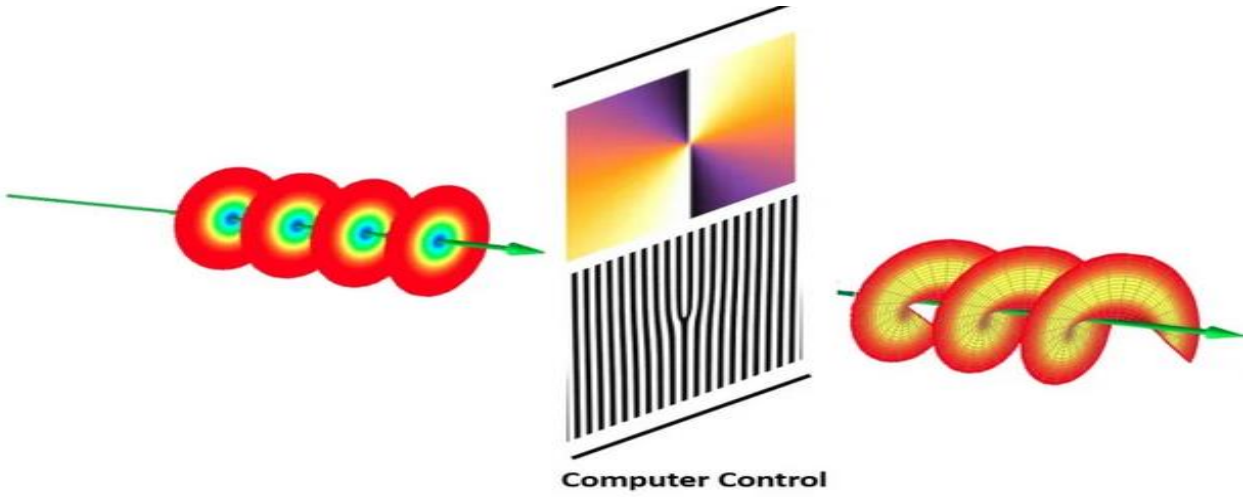


Figure1.10 : Fabrication d'un mode LG en partant d'un hologramme de phase éclairé par un faisceau gaussien.(Spatial Light Modulator**).**[19]

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les modes de Laguerre-Gauss (LG) et leurs propriétés caractéristiques. Comme nous l'avons observé, ces modes se distinguent par deux indices , l'indice azimutal ℓ et l'indice radial p. Contrairement aux modes gaussiens, les modes LG possèdent une phase de Gouy qui dépend à la fois de p et ℓ, ainsi qu'une phase en hélice qui leur est propre, dépendant uniquement de ℓ. Les modes de Laguerre-Gauss (LG) possèdent des caractéristiques de forme et de phase uniques qui peuvent être exploitées dans de nombreuses applications.

Egalement nous avons abordé quatre méthodes couramment utilisées pour générer des modes LG : la fabrication intracavité, l'utilisation de lentilles cylindriques, l'emploi d'une lame de phase en spirale et l'utilisation d'un modulateur spatial de lumière (SLM)..

Chapitre ll : Facteur de qualité généralisé des faisceaux lasers Hermite-Gauss standard

2.1 Introduction

Les études consacrées à la qualité des faisceaux laser ainsi qu'à leurs lois de propagation constituent un domaine de recherche particulièrement actif en optique laser, contribuant de manière significative au développement des sciences et des technologies photoniques. Parmi les différentes méthodes de caractérisation, l'analyse paramétrique fondée sur les moments d'intensité a suscité un intérêt considérable [20–21]. Il est désormais bien établi que le facteur de qualité M^2, défini à partir du moment d'ordre deux, constitue un paramètre pertinent et efficace pour l'évaluation des propriétés de propagation des faisceaux laser [22–23].

Dans ce contexte, Siegman a introduit le concept des modes Laguerre-Gaussiens (LG), qui représentent également des solutions de l'équation d'onde paraxiale. Au cours des dernières années, les faisceaux à arguments complexes ont suscité un intérêt croissant en raison de leur capacité à modéliser différentes classes de faisceaux dont la distribution du champ évolue au cours de la propagation [24–25]. De nombreux travaux ont ainsi été consacrés à l'étude approfondie de leurs propriétés de propagation ainsi qu'à leur transformation à travers divers systèmes optiques [26–27].

Par ailleurs, les distributions de champ en zones proche et lointaine, ainsi que le facteur de qualité des faisceaux Laguerre-Gaussiens, ont été déterminés. De nombreuses recherches ont également porté sur des formes plus générales de faisceaux Hermite-Gaussiens, qu'ils soient standards ou élégants [28–29].

L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier le facteur de qualité (M^2) des laguerre-Gaussiens tronqués par une ouverture circulaire. À cet effet, nous établissons des expressions analytiques du facteur (M^2) pour les modes unidimensionnels.

2.2 Facteur de qualité M^2 d'un faisceau laser :

Le facteur de qualité M^2 est important à connaître pour les applications de traitement laser, car il renseigne sur la précision de la focalisation du faisceau laser. Ceci influe directement sur la qualité de l'application.

Le facteur de qualité M^2 aussi proche que possible de 1 représente la qualité de faisceau optimale pour la plupart des applications. Le diamètre minimal du faisceau, M^2 inclus comme facteur d'échelle, est donné par :

$$M^2 = \frac{4\pi}{\lambda} w_0 \theta_0 \qquad (2.1)$$

où w_0 est le diamètre minimal du faisceau, λ la longueur d'onde du laser et θ_0 le demi-angle de divergence en champ lointain [30] :

2.2.1. Calcul de M² :

Le facteur M² du faisceau combiné sur l'axe x peut être calculé en utilisant la méthode du moment d'ordre deux de l'intensité [31]. Cette méthode consiste à ajuster la courbe du carré du rayon du faisceau (w^2) du faisceau combiné en fonction de la distance de propagation (z). Le facteur M² du faisceau combiné peut alors être calculé à partir de :

$$w^2(z) = az^2 + bz + c \qquad (2.2)$$

$$M^2 = \frac{\pi}{\lambda}\sqrt{ac - \frac{b^2}{4}} \qquad (2.3)$$

où les paramètres a, b et c sont obtenus à partir des coefficients correspondants de l'ajustement polynomial.

2.2.2. Largeur généralisée

L'intensité d'un faisceau laser gaussien (selon l'axe 2) se propageant suivant l'axe z peut être exprimée par la relation bien connue:

$$I(x,z) \propto |E(x,z)|^2 \propto exp\left[-\frac{2x^2}{w^2(z)}\right] \qquad (2.4)$$

où le paramètre w(z) représente la largeur du faisceau laser.

Cependant, lorsque le profil du faisceau est déformé à cause de la turbulence atmosphérique, l'irradiance ne possède pas toujours une solution analytique simple. Il devient alors nécessaire de revoir les définitions des paramètres caractérisant le faisceau.

Pour un faisceau déformé, lorsque l'amplitude du champ est accessible, la forme générale de la largeur du faisceau selon l'axe z peut être exprimée par [32]:

$$w(x) = 2\left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}|E(x)|^2[x-x_{cm}(E)]^2dx}{\int_{-\infty}^{+\infty}|E(x)|^2dx}\right]^{1/2} \quad (2.5)$$

Dans la relation (2.5), le dénominateur représente l'irradiance totale du faisceau, et $x_{cm}(E)$ est défini comme la position du centre d'intensité du faisceau, donnée par :

$$x_{cm} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}|E(x)|^2 xdx}{\int_{-\infty}^{+\infty}|E(x)|^2dx} \quad (2.6)$$

Grâce à ces paramètres, il est possible d'analyser des profils de faisceaux asymétriques.

2.2.3. Développement d'une méthode plus générale de caractérisation des faisceaux laser

Afin de développer une méthode plus générale et plus utile pour caractériser les propriétés de propagation et la qualité des faisceaux laser arbitraires, y compris les faisceaux issus de lasers à résonateur instable et d'autres lasers ne faisant pas nécessairement appel à des cavités stables, rappelons tout d'abord que la taille du spot gaussien w(z), qui fournit le facteur d'échelle transverse caractéristique de toute famille de modes d'Hermite-Gaussian modes ou d'Laguerre-Gaussian modes se propageant dans l'espace libre, évolue avec la distance selon:

$$w^2(z) = w_0^z + \left(\frac{\lambda}{\pi w_0}\right)^2 (z-z_0)^2 = w_0^2\left[1+\left(\frac{z-z_0}{z_R}\right)^2\right] \quad (2.7)$$

où

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

est la portée de Rayleigh des modes Hermite-Gaussiens.

La propagation d'un faisceau gaussien dans l'espace libre est donc entièrement caractérisée par la taille du waist w_0 et sa position z_0. La divergence angulaire en champ lointain est donnée par :

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{2.8}$$

La propagation d'un tel faisceau à travers tout système optique paraxial complexe peut également être complètement décrite à l'aide de ces deux paramètres et du formalisme des matrices de rayons ou matrices ABCD.

Pour développer un formalisme plus général, mais presque aussi simple, permettant de décrire des faisceaux réels arbitraires et éventuellement très non gaussiens, on peut remarquer que la taille du spot w d'un faisceau gaussien est reliée à la variance transverse σ (ou écart-type) d'un faisceau TEM_{00} par :

$$w = 2\sigma$$

et

$$w_0 = 2\sigma_0$$

dans la direction x, avec une relation analogue dans la direction y.

En s'appuyant sur cette observation, on peut définir les tailles de spot d'un faisceau réel non gaussien comme:

$$W_x(z) = 2\sigma_x(z)$$

et

$$W_y(z) = 2\sigma_y(z)$$

où σ_x (z) et σ_y(z) sont les écarts-types moyens temporels des coordonnées x et y, calculés à partir du profil d'intensité réel I(x, y, z) dans le plan considéré.

À partir de cette définition, il est possible de démontrer que l'évolution axiale de ces tailles de spot pour tout faisceau réel arbitraire − gaussien ou non, cohérent ou partiellement incohérent, monomode ou multimode, régulier ou déformé − est donnée par :

$$W_x^2(z) = W_{0x}^2 + M_x^4 \left(\frac{\lambda}{\pi W_{0x}}\right)^2 (z - z_{0x})^2 = W_{0x}^2 \left[1 + M_x^4 \left(\frac{z - z_{0x}}{Z_{Rx}}\right)^2\right] \qquad (2.9)$$

avec une relation similaire pour Wy(z), faisant intervenir Woy, Zoy et M_y^2 Autrement dit, dans l'approximation paraxiale, la propagation en espace libre des tailles transverses Wx et Wy d'un faisceau réel est déterminée par une taille de waist Wo et une position de waist z_0, exactement comme dans le cas gaussien.

L'élément essentiel ajouté par ce formalisme est que la propagation du faisceau réel dépend non seulement de la taille du waist, mais également du facteur de qualité du faisceau M^2 (ou M_x^2, M_y^2 selon la direction considérée).

Le facteur M^2 possède une interprétation physique importante: il mesure le produit entre la largeur spatiale du faisceau en champ proche et sa divergence en champ lointain, normalisé par le produit correspondant d'un faisceau gaussien idéal TEM_{00}.

2.3.1 Utilité et l'application du facteur de qualité M^2

Le facteur de qualité du faisceau laser (M^2) est un paramètre qui caractérise l'écart entre un faisceau laser réel et un faisceau gaussien idéal. Pour un faisceau gaussien parfait, ($M^2 = 1$). Plus la valeur de (M^2) est élevée, plus la qualité du faisceau est dégradée.

- **Évaluation de la qualité du faisceau laser :** il permet de quantifier la qualité spatiale du faisceau.
- **Mesure de la focalisation :** un faible (M^2) indique que le faisceau peut être focalisé sur une tache plus petite.
- **Comparaison des sources laser :** il sert à comparer les performances de différents lasers.

- **Optimisation des systèmes optiques :** il aide à concevoir et ajuster les systèmes de transport et de focalisation du faisceau.

2.3.2 Applications du facteur (M^2)

Les faisceaux de Laguerre-Gauss (LG) possèdent une structure spatiale particulière caractérisée par deux indices : l'indice radial p et l'indice azimutal l. Contrairement au mode gaussien fondamental (TEM00).

2.3.2 .1 Usinage laser (découpe, soudage, gravure) :

Une faible valeur de (M^2) permet d'obtenir une forte densité de puissance au foyer et donc une meilleure précision.

2.3.2.2 Télécommunications optiques

Les états LG sont utilisés pour encoder l'information dans les degrés de liberté du moment cinétique orbital des photons. Le facteur M^2sert alors à évaluer la pureté spatiale des modes et leur aptitude à transporter l'information quantique. Également Les modes LG transportent un moment cinétique orbital (OAM), utilisé pour le multiplexage spatial dans les communications optiques à haute capacité. Le facteur M^2 permet d'évaluer la qualité des modes transmis et leur sensibilité aux perturbations atmosphériques ou aux défauts optiques.

2.3.2.3 Médecine laser

Utilisé pour les interventions chirurgicales, l'ophtalmologie et les traitements dermatologiques nécessitant une focalisation précise. Les faisceaux LG sont largement utilisés dans les pinces optiques. La connaissance de M^2aide à optimiser la focalisation du faisceau et donc l'efficacité du piégeage et de la manipulation de microparticules ou d'atomes

2.3.2.4 Recherche scientifique

Essentiel dans les expériences d'optique non linéaire, d'interférométrie et de spectroscopie. M2 permet d'identifier et de caractériser les différents modes LG. Chaque combinaison (p,l) possède une valeur spécifique de M^2, ce qui facilite l'analyse expérimentale des faisceaux générés dans les cavités laser ou par des modulateurs spatiaux

2.3.2.5 Systèmes LIDAR et télédétection

Un faible (M^2) réduit la divergence du faisceau et améliore la portée ainsi que la résolution des mesures.

2.4 Conclusion

Le facteur M^2est un paramètre plus important qui relie les propriétés spatiales et de propagation d'un faisceau laser. Il quantifie l'écart à la limite de diffraction et permet d'évaluer la capacité du faisceau à être transporté, focalisé ou combiné. Pour cette raison, il est devenu l'indicateur de référence dans la caractérisation des lasers industriels, médicaux et scientifiques. Dans les études les faisceau laser, l'analyse du facteur M^2 est indispensable car elle permet de vérifier si l'augmentation de puissance s'accompagne ou non d'une dégradation de la qualité du faisceau.

Chapitre III Caractéristiques de propagation des faisceaux de Laguerre-Gauss tronqués standard

3.1 INTRODUCTION

De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude des propriétés de propagation des faisceaux de Laguerre-Gauss [33,34] ainsi que des faisceaux élégants de Laguerre-Gauss [35,36] dans des systèmes optiques dépourvus d'ouverture. Cependant, à notre connaissance, le comportement de ces faisceaux lorsqu'ils se propagent à travers un système optique paraxial ABCD muni d'une ouverture finie n'a pas encore fait l'objet d'une étude approfondie.

Le facteur de propagation du faisceau, communément désigné par le facteur M^2, constitue un paramètre fondamental pour la caractérisation des faisceaux laser. Il est largement utilisé comme indicateur de la qualité du faisceau dans de nombreuses applications pratiques. Néanmoins, la définition classique du facteur M^2, fondée sur les moments d'irradiance du second ordre, est adaptée aux faisceaux non tronqués et devient inappropriée lorsque le faisceau subit une diffraction importante due à une ouverture à bord net, dans de nombreuses situations expérimentales, les faisceaux laser sont partiellement limités par les ouvertures finies des différents composants optiques. Afin de remédier aux difficultés liées à la divergence des moments dans ces conditions, plusieurs approches ont été proposées dans la littérature, notamment les moments généralisés tronqués du second ordre [37,38].

3.2 Analytiques approximatives pour un faisceau de Laguerre-Gaussien traversant un système optique avec ouverture.

La propagation des faisceaux lumineux traversant un système optique paraxial ABCD est caractérisée par l'intégrale de diffraction généralisée de Huygens-Fresnel sous la forme suivante.[39]

$$E(r,\theta,z)=\frac{ik}{2\pi B}\int_0^{2\pi}\int_0^{a}E\,(r_0,\theta_0\,,0)\exp\left\{-\frac{ik}{2B}[Ar_0^2-2rr_0\cos(\theta-\theta_0)+Dr^2]\right\}r_0dr_0d\theta_0 \tag{3.1}$$

où k est le nombre d'onde, a désigné le rayon de l'ouverture, et A, B et D sont des éléments de la matrice. Dans l'équation (3.1), un facteur de phase sans importance a été omis par souci de simplicité. Lorsque nous introduisons la fonction d'ouverture à bord net.

$$A_p(r) = \begin{cases} 1, & |r| \leq a \\ 0 & |r| > a \end{cases} \tag{3.2}$$

alors l'équation (3.1) devient.

$$E(r,\theta,z) = \frac{ik}{2\pi B}\int_0^{2\pi}\int_0^0 E\,(r_0,\theta_0\,,0)A_p(\mathrm{r})\exp\left\{-\frac{ik}{2B}[Ar_0^2 - 2rr_0\cos(\theta-\theta_0) + Dr^2]\right\} r_0 dr_0 d\theta_0 \tag{3.3}$$

En général, la fonction d'ouverture à bord net peut être développée sous la forme d'une somme de fonctions gaussiennes complexes en nombre fini et s'écrit comme suit.

$$A_p(r) = \sum_{h=1}^{N} A_h \exp(-\frac{B_h}{a^2}r^2) \tag{3.4}$$

où A_h et B_h sont respectivement les coefficients de développement et les coefficients gaussiens, qui peuvent être obtenus directement par calcul d'optimisation [40]. Cependant, il convient de noter que l'équation (3.4) n'est qu'une expression approximative de la fonction d'ouverture rigide.

3.2.1. Faisceaux standards de Laguerre-Gauss

La distribution du champ optique des faisceaux de Laguerre-Gauss dans le plan z = 0 dans le domaine des coordonnées cylindriques, est donnée par [41]

$$E(r_0,\theta_0,0) = \left(\frac{r_0}{a_0}\right)^m L_i^m\left(\frac{r_0^2}{a_0^2}\right) exp\left(-\frac{r_0^2}{a_0^2}\right)\exp(-im\theta_0) \tag{3.5}$$

Pour les Faisceaux standards de Laguerre-Gauss $a_0 = \frac{w0}{\sqrt{2}}$.

où L_i^m désigne le polynôme de Laguerre d'ordres de mode l et m, et w_0 représente la largeur de la taille du faisceau. En substituant les équations (3.4) et (3.5) dans l'équation (3.3), et en rappelant les formules intégrales. [42]

$$\int_0^{2\pi} exp\left[\frac{ik}{b} rr_0 \cos(\theta - \theta_0)\right] \exp(-im\theta_0)\, d\theta_0 = i^m 2\pi J_m\left(\frac{k}{B} rr_0\right) \exp(-im\theta_0) \tag{3.6}$$

où J_m est la fonction de Bessel d'ordre m, nous avons l'intégrale suivante :

$$\int_0^{\infty} x^{v+1} \exp(-\beta x^2)\, L_n^v(\alpha x^2) J_v(xy) dx = 2^{-v-1}\beta^{-v-n-1}(\beta - \alpha)^n y^v\, exp\left(-\frac{y^2}{4\beta}\right) L_n^v\left[\frac{\alpha y^2}{4\beta(\alpha-\beta)}\right], \qquad (Re\beta > 0, Rev > 0\ ) \tag{3.7}$$

Après des calculs d'intégrales fastidieux, nous obtenons la distribution du champ optique de sortie sous la forme suivante.

$$E(r,\theta,z) = \frac{1}{B} i^{m+1} 2^{-m-2} k w_0^2 y^m \exp(-im\theta) \exp\left(-\frac{ikD}{2B} r^2\right) \sum_{h=1}^{N} A_h \beta_a^{-m-p-1} (\beta_a - 1)^p exp\left(-\frac{y^2}{4\beta_a}\right) L_p^m\left[\frac{y^2}{4\beta_a(1-\beta_a}\right] \tag{3.8}$$

Où

$$\beta_a = \frac{B_h w_0^2}{2a^2} + \frac{ikAw_0^2}{4B} + \frac{1}{2} \tag{3.9}$$

$$y = \frac{kw_0}{\sqrt{2}B} r \tag{3.10}$$

3.2.2. Faisceaux élégants de Laguerre-Gauss

La distribution du champ optique des faisceaux élégants de Laguerre-Gauss dans le plan z=0, dans le domaine des coordonnées cylindriques, est donnée par. [34]

$$E(r_0, \theta_0, 0) = \left(\frac{r_0}{a_0}\right)^m L_i^m\left(\frac{r_0^2}{a_0^2}\right) exp\left(-\frac{r_0^2}{a_0^2}\right) \exp(-im\theta_0) \tag{3.11}$$

Pour les Faisceaux élégants de Laguerre-Gauss $a_0 = w0$.

Pour En utilisant une méthode similaire à celle des faisceaux de Laguerre-Gauss, l'expression analytique approximative de la distribution du champ de sortie des faisceaux élégants de Laguerre-Gauss est obtenue comme suit.

$$E(r,\theta,z) = \frac{1}{B} i^{m+1} 2^{-m-1} k w_0^2 y^m \exp(-im\theta) \exp\left(-\frac{ikD}{2B} r^2\right) \times \sum_{h=1}^{N} A_h \beta_a^{-m-p-1} (\beta_a - 1)^p exp\left(-\frac{y^2}{4\beta_a}\right) L_p^m \left[\frac{y^2}{4\beta_a(1-\beta_a}\right] \quad (3.12)$$

Où

$$\beta_a = \frac{B_h w_0^2}{a^2} + \frac{ikAw_0^2}{2B} + 1 \quad (3.13)$$

$$y = \frac{kw_0}{B} r \quad (3.14)$$

3.3 Analyse des courbes de l'intensité des modes Laguerre-Gauss

Les graphiques présentés dans la figure 3.1 illustrent l'évolution de l'intensité des fonctions de Laguerre-Gauss en fonction des paramètres de propagation r comme indiquent les courbes suivantes :

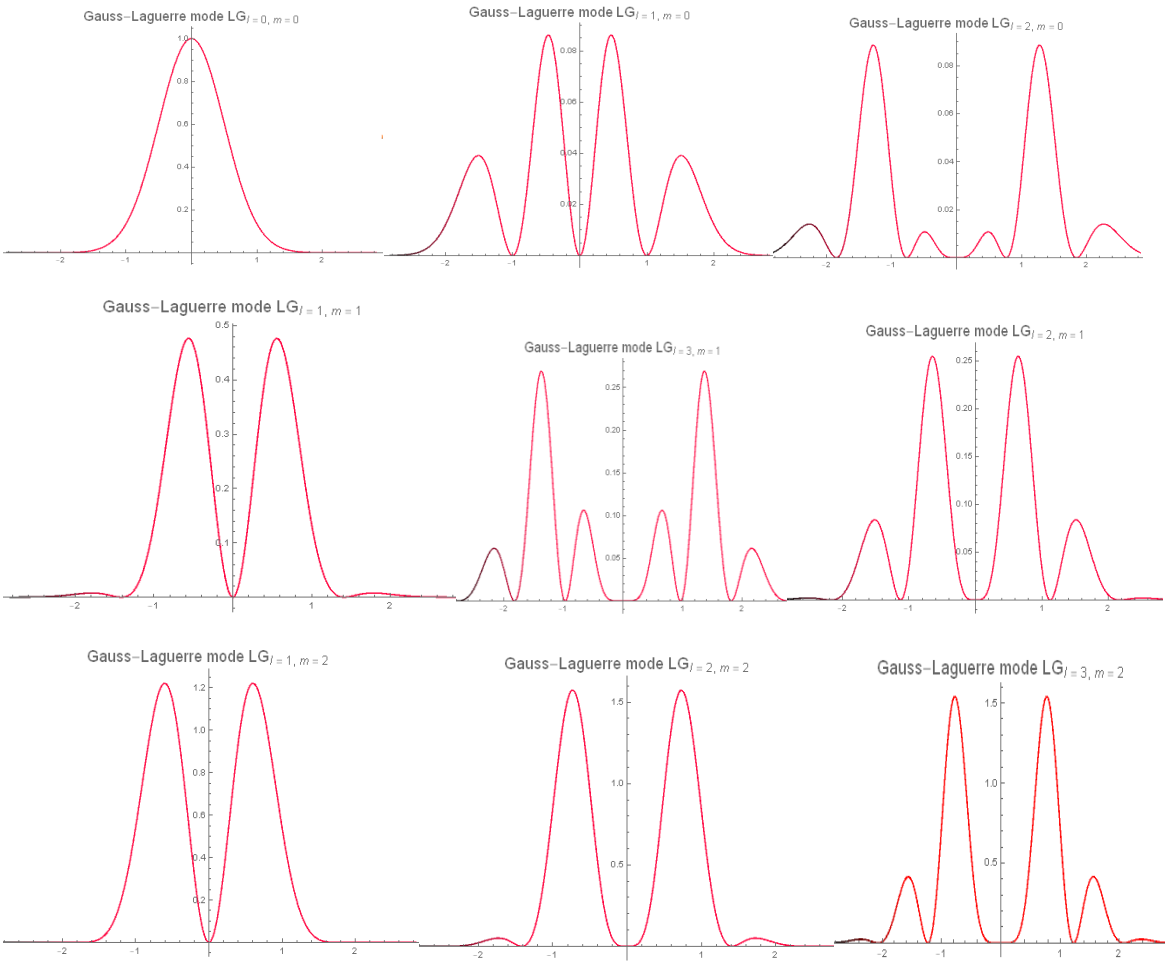


FIG.3.1 : l ’intensité des fonction Laguerre-Gauss standard en fonctions des différentes valeurs de l et m.

Profil du mode fondamental: Pour les valeurs minimales des indices (l= 0, m = 0), la courbe présente un pic unique central, ce qui correspond à un profil de faisceau gaussien standard où l'intensité est .concentrée sur l'axe optique

Complexification de la structure: À. mesure que les indices l et m augmentent, on observe une

multiplication des lobes d'intensité. Le faisceau ne se limite plus à un seul point central mais se divise en plusieurs anneaux ou zones de haute intensité.

Distribution spatiale de l'énergie:. L'augmentation des ordres des modes provoque un élargissement spatial du faisceau. L'énergie lumineuse est distribuée plus loin de l'axe central, et dans de nombreux cas, l'intensité

Symétrie radiale: Les courbes montrent une symétrie parfaite par rapport à l'origine, reflétant la nature cylindrique de ces modes dans les .cavités laser

En résumé, ces courbes démontrent que la structure transversale d'un faisceau laser peut être modulée avec précision en changeant les indices l et m , permettant ainsi de passer d'un point focalisé à des structures .annulaires complexes.

3.4 Expressions analytiques approchées du facteur de propagation généralisé des faisceaux de Laguerre-Gauss standards soumis à une troncature.

Considérons la distribution du champ E (r, θ, z=0) d’un faisceau à symétrie de révolution dans le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z), tronqué par une ouverture circulaire à bord net de rayon a dans le plan z=0. Les moments du second ordre tronqués $\langle r^2 \rangle$ et $\langle p^2 \rangle$, définis respectivement dans le domaine spatial et dans le domaine des fréquences spatiales, ainsi que le moment croisé du second ordre $\langle rp \rangle$, au niveau du plan d’ouverture z=0, sont définis comme suit [36,37]

$$\langle r^2 \rangle = \frac{2\pi}{I_0} \int_0^a r^2 |E(r,0)|^2 r dr \qquad (3.15)$$

$$\langle p^2 \rangle = \frac{2\pi}{k^2 I_0} \int_0^a |E'(r,0)|^2 r dr + \frac{32\pi}{3k^2 I_0} |E(a,0)|^2 \qquad (3.16)$$

$$\langle rp\rangle = \frac{\pi}{ikI_0}\int_0^a \{r[E'(r,0)]^* E(r.0) - rE'(r,0)E^*(r.0)\}rdr \qquad (3.17)$$

où k est le nombre d'onde, * désigne le conjugué complexe, la prime (') indique la dérivation par rapport à r.

$$I_0 = 2\pi\int_0^a |E(r,0)|^2 rdr \qquad (3.18)$$

I_0 est la puissance totale transmise à travers l'ouverture. Il est implicitement supposé que les moments du premier ordre sont nuls. De manière analogue au cas sans ouverture à bord net, le facteur généralisé M^2, au sens des moments généralisés du second ordre issus des équations (3.15) à (3.17), est défini par :

$$M_G^2 = k\sqrt{\langle r^2\rangle\langle p^2\rangle - \langle rp\rangle^2} \qquad (3.19)$$

Dans le cas des faisceaux tronqués, en raison des bornes finies d'intégration dans les équations (3.15) à (3.18), il est généralement difficile d'obtenir des expressions analytiques du facteur généralisé M^2 à l'aide de la méthode conventionnelle. Toutefois, ces expressions analytiques pour le facteur généralisé M^2 des faisceaux tronqués peuvent être obtenues en utilisant le développement de la fonction d'ouverture à bord net en une somme de fonctions gaussiennes complexes. Pour faciliter les calculs, l'équation (3.4) peut également être réécrite sous la forme approximative suivante :

$$A_p(r) = Re\left[\sum_{h=1}^N A_h \exp(-\frac{B_h}{a^2}r^2)\right] \qquad (3.20)$$

Ainsi, les équations (3.15) à (3.18) peuvent être exprimées sous la forme d'une transformation intégrale sur un domaine infini :

$$\langle r^2\rangle = \frac{2\pi}{I_0} Re\left[\sum_{h=1}^N A_h \int_0^\infty exp\,(-\frac{B_h}{a^2}r^2) r^2 |E(r,0)|^2 rdr\right] \qquad (3.21)$$

$$\langle p^2\rangle = \frac{2\pi}{k^2 I_0} Re\left[\sum_{h=1}^N A_h \int_0^\infty exp\,(-\frac{B_h}{a^2}r^2) r^2 |E'(r,0)|^2 rdr\right] + \frac{32\pi}{3k^2 I_0}|E(a\,,0)|^2 \qquad (3.22)$$

$$\langle rp\rangle = \frac{\pi}{ikI_0} Re\left[\sum_{h=1}^N A_h \int_0^\infty exp\,(-\frac{B_h}{a^2}r^2)\{r[E'(r,0)]^* E(r.0) - rE'(r,0)E^*(r.0)\}rdr\right] \qquad (3.23)$$

$$I_0 = 2\pi Re\left[\sum_{h=1}^{N} A_h \int_0^{\infty} exp\,(-\frac{B_h}{a^2} r^2)|E(r,0)|^2 r dr\right] \quad (3.24)$$

En substituant les équations (3.20) à (3.24) dans l'équation (3.19), on peut déduire les expressions analytiques du facteur généralisé M^2 pour les faisceaux laser tronqués.

3.4.1 Faisceaux de Laguerre-Gauss standards.

En substituant l'équation (3.5) dans les équations (3.21) à (3.24) et en rappelant les formules intégrales [40] suivantes :

$$\int_0^{\infty} exp\,(-\lambda x^2) x^{2n+1} dx = \frac{n!}{2\lambda^{n+1}} \quad (3.25)$$

$$L_p^m(x) = \sum_{n=0}^{p} (-1)^n \frac{(p+m)!}{(p-n)!(m+n)!n!} x^n \quad (3.26)$$

Après des calculs intégrals longs et fastidieux, on obtient :

$$I_0 = \pi w_0^2 Re\left[\sum_{h=1}^{N}\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} A_h f(n_1,n_2) \frac{(n_1+n_2+m)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+1}}\right] \quad (3.27)$$

$$\langle r^2\rangle = \frac{\pi w_0^4}{2I_0} Re\left[\sum_{h=1}^{N}\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} A_h f(n_1,n_2) \frac{(n_1+n_2+m+1)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+2}}\right] \quad (3.28)$$

$$\langle p^2\rangle = \frac{2\pi}{k^2 I_0} Re\left[\sum_{h=1}^{N}\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} A_h f(n_1,n_2)\left[\frac{(n_1+n_2+m+1)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+2}} + (2n_1 + m)(2n_2+m) \times \frac{(n_1+n_2+m-1)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m}} - (2n_1+2n_2+2m)\frac{(n_1+n_2+m)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+1}}\right]\right] + \frac{32\pi}{3k^2 I_0} \times \sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} f(n_1,n_2)\left(\sqrt{2}\delta\right)^{2n_1+2n_2+2m} \exp(-2\delta^2) \quad (3.29)$$

$$\langle rp\rangle = 0 \quad (3.30)$$

$$f(n_1,n_2) = (-1)^{n_1+n_2} \frac{[(p+m)!]^2}{(p-n_1)!(p-n_2)!(m+n_1)!(m+n_2)!n_1!n_2!} \quad (3.31)$$

$$\lambda = 1 + \frac{B_h}{2\delta^2} \quad (3.32)$$

$$\delta = \frac{a}{w_0} \quad (3.33)$$

δ : est le paramètre de troncature du faisceau. En substituant les équations (3.27) à (3.30) dans l'équation (3.19), le facteur généralisé M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss standards tronqués traversant l'ouverture à bord net peut s'exprimer comme suit :

$$M_G^2 = \left\{Re\left[\sum_{h=1}^{N}\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} A_h f(n_1,n_2)\frac{(n_1+n_2+m)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+1}}\right]\right\}^{-1} \times$$

$$\left\{Re\left[\sum_{h=1}^{N}\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} A_h f(n_1,n_2)\frac{(n_1+n_2+m+1)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+2}}\right]\right\}^{1/2} \times$$

$$\left\{Re\left[\sum_{h=1}^{N}\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} A_h f(n_1,n_2)\left[\frac{(n_1+n_2+m+1)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+2}}(2n_1+m)(2n_2+m) \times \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\frac{(n_1+n_2+m-1)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m}} - (2n_1+2n_2+2m)\frac{(n_1+n_2+m)!}{2\lambda^{n_1+n_2+m+1}}\right]\right] +$$

$$\left.\frac{16}{3}\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} f(n_1,n_2)\left(\sqrt{2}\delta\right)^{2n_1+2n_2+2m}\exp(-2\delta^2)\right\}^{1/2} \qquad (3.34)$$

Comme on peut le voir à partir de l'équation (3.34), le facteur généralisé M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss standard tronqués dépend des ordres p et m du polynôme de Laguerre, et dépend également du paramètre de troncature du faisceau δ. Lorsque $\delta\to\infty$, le facteur généralisé 2M des faisceaux de Laguerre-Gauss standard tronqués se réduit à celui du cas non tronqué.

$$M_G^2 =_{\delta\to\infty} M^2 = \left[\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} f(n_1,n_2)\,(n_1+n_2+\right.$$

$$\left.m)!\right]^{-1}\left[\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} f(n_1,n_2)\,(n_1+n_2+m+1)!\right]^{1/2} \times$$

$$\left[\sum_{n_1=0}^{p}\sum_{n_2=0}^{p} f(n_1,n_2)\,(n_1+n_2+m+1)! + (2n_1+m)(2n_2+m) \times\right.$$

$$\left.(n_1+n_2+m-1)! - (2n_1+2n_2+2m)(n_1+n_2+m)!\right]^{1/2} \qquad (3.35)$$

On peut montrer à partir de l'équation (3.35) que le facteur généralisé M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss standards non tronqués ne dépend que des ordres p et m du polynôme de Laguerre.

De plus, en posant p=m=0 dans l'équation (3.34), ce qui signifie que le faisceau est un faisceau gaussien fondamental, conduit à

$$M_G^2 = \frac{\left\{Re\left[\left(\sum_{h=1}^{N} A_h\frac{1}{2\lambda^2}\right)\left(\sum_{h=1}^{N} A_h\frac{1}{2\lambda^2}+\frac{16}{3}exp(-2\delta^2)\right)\right]\right\}^{1/2}}{Re\left[\left(\sum_{h=1}^{N} A_h\frac{1}{2\lambda}\right)\right]} \qquad (3.36)$$

L'équation (3.36) indique que le facteur généralisé M^2 des faisceaux gaussiens fondamentaux tronqués ne dépend que du paramètre de troncature δ. En outre, lorsque δ→∞ dans l'équation (3.36), on obtient

$$M_G^2 =_{\delta\to\infty} M^2 = 1 \qquad (3.37)$$

ce qui correspond au résultat bien connu pour les faisceaux gaussiens non tronqués.

3.5 RESULTATS ET DISCUSTION

3.5.1 Analyse des courbes du coefficient de qualité M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss

Dans cette section nous analysons l'influence de paramètre physique sur le facteur de qualité d'un faisceau Laguerre- Gauss [42].

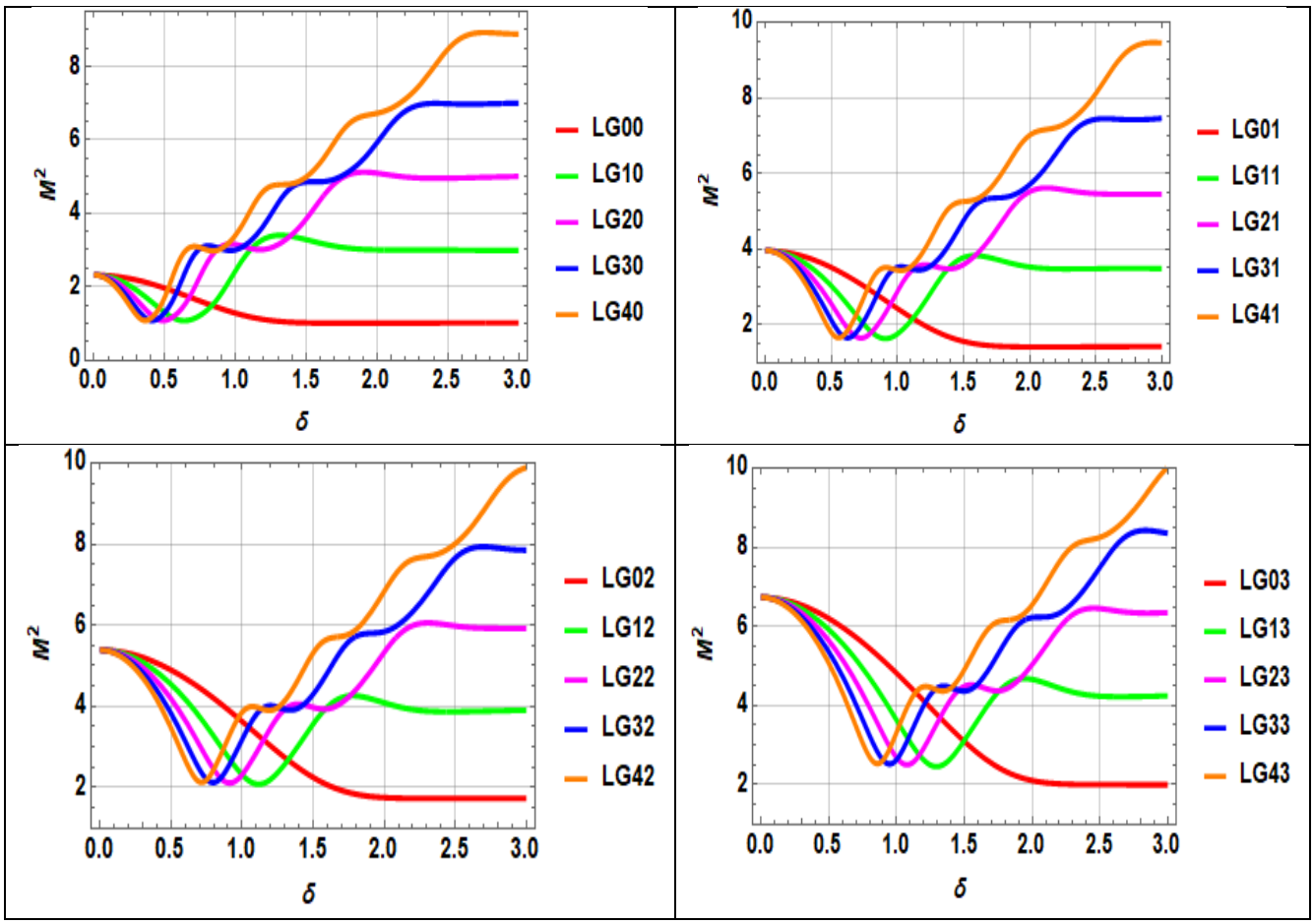


FIG.3.2 l'Allure de coefficient de qualité des faisceaux Laguerre-Gauss pour différentes valeurs des indices p et l en fonction de paramètre δ.

La figure 3.2 illustre l'évolution du coefficient de qualité M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss en fonction du paramètre δ pour différentes combinaisons des indices radiaux p et azimutaux l. Le coefficient M^2 constitue un paramètre essentiel pour caractériser la qualité d'un faisceau laser ; plus sa valeur est proche de l'unité, plus le faisceau se rapproche d'un mode gaussien fondamental idéal.

L'analyse des courbes montre que le coefficient M^2 dépend fortement du paramètre δ. Pour certaines valeurs de δ, les courbes présentent des extrema traduisant des modifications importantes de la structure spatiale et des propriétés de propagation du faisceau. On constate également que l'augmentation des indices p et l conduit à une augmentation de la valeur de M^2, ce qui indique une diminution de la qualité du faisceau et une divergence plus importante lors de sa propagation.

Par ailleurs, les modes de plus haut ordre sont plus sensibles aux variations du paramètre δ, comme en témoigne l'écart croissant entre les différentes courbes. Cette sensibilité accrue est liée à la complexité de la distribution d'intensité des faisceaux de Laguerre-Gauss d'ordre élevé, qui possèdent davantage de structures radiales et azimutales.

En conclusion, cette figure met en évidence l'influence conjointe du paramètre δ et des indices modaux p et l sur la qualité des faisceaux de Laguerre-Gauss. Les résultats obtenus montrent que la qualité du faisceau se dégrade lorsque l'ordre modal augmente, soulignant l'importance du choix des paramètres du faisceau dans les applications nécessitant une propagation optimale et une bonne focalisation.

3.6 CONCLUSIONS :

Par l'intégrale de diffraction généralisée de Principe de Huygens-Fresnel ainsi que sur le développement de la fonction d'ouverture abrupte en une somme finie de fonctions gaussiennes complexes, les expressions analytiques exactes de propagation des faisceaux de Faisceaux de Laguerre-Gauss standard à travers un système optique paraxial ABCD avec ouverture sont présentées dans cet article. Les résultats obtenus offrent une plus grande facilité pour l'étude de leur propagation ou de leur transformation, par exemple dans le cas de la focalisation par lentille.

Par ailleurs, les expressions analytiques du facteur généralisé M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss standard et élégants tronqués ont été dérivées à partir de la méthode des moments tronqués du second ordre dans les systèmes de coordonnées cylindriques et du développement de la fonction d'ouverture à bords nets en une somme finie de fonctions gaussiennes complexes. Il a été montré que le facteur généralisé M^2 des faisceaux de Laguerre-Gauss standard et élégants tronqués dépend des ordres ppp et mmm, ainsi que du paramètre de troncature δ.

Quelques exemples numériques typiques sont présentés et comparés en utilisant la méthode analytique obtenue et la méthode de calcul numérique par intégration. Lorsque dix termes de fonctions gaussiennes complexes sont pris en compte, les résultats calculés par notre méthode approchée concordent avec ceux obtenus par la méthode d'intégration numérique. L'efficacité des calculs numériques peut ainsi être considérablement améliorée et un temps de calcul important peut être économisé.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif principal de ce travail était d'analyser le facteur de qualité (M^2) des faisceaux laser Hermite-Gauss et Laguerre-Gauss, en examinant l'effet de la troncature par des ouvertures sur les modes (LG). Les conclusions majeures tirées de cette étude sont les suivantes :

Développement de solutions analytiques : Nous avons dérivé des expressions analytiques sous forme fermée pour le facteur de qualité généralisé des faisceaux tronqués. Pour surmonter les difficultés liées aux ouvertures à bords nets, nous avons utilisé une méthode d'approximation de la fonction d'ouverture par une somme de fonctions gaussiennes complexes, ce qui a permis de transformer des intégrales complexes en solutions analytiques maniables

Influence du paramètre de troncature (δ) : Il a été démontré que le facteur de qualité dépend de manière critique du paramètre de troncature δ. Pour certaines valeurs de δ, des modifications structurelles importantes surviennent, et il a été prouvé qu'un diaphragme peut être utilisé pour modifier ou améliorer délibérément le facteur M^2

Sensibilité aux ordres de modes : La qualité du faisceau se dégrade (augmentation de M^2) à mesure que les indices de mode (p,l,m,n) augmentent. Les modes d'ordre supérieur sont plus sensibles aux variations de l'ouverture en raison de la complexité de leur distribution d'intensité spatiale

Efficacité de la méthode proposée : La méthode analytique développée s'est avérée extrêmement efficace, offrant des résultats en parfaite concordance avec les calculs par intégration numérique tout en réduisant considérablement le temps de calcul.

Implications Pratiques et Perspectives. D'un point de vue pratique, ces résultats sont cruciaux pour les applications nécessitant une focalisation ou un couplage précis, telles que les communications par fibre optique monomode, les procédés d'usinage et de soudage laser, ou encore la microscopie haute résolution.

En conclusion, cette étude fournit une base théorique solide pour le contrôle de la qualité des faisceaux laser complexes. La méthodologie employée pourrait être étendue à l'avenir à d'autres types de faisceaux, comme les faisceaux Hermite-Gauss, les faisceaux Bessel-Gauss ,ou les Faisceau gaussien aplati.

Référence

[1] A. E. Siegman, Lasers, University Science Books, 1986.

[2] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw and J. P. Woerdman, "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes", Phys. Rev. A, vol. 45, pp. 8185–8189, 1992.

[3] He, M. E. J., and N. R. Friese. "Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop." Phys. Rev. Lett 75 (1995): 826.

[4] R. Grimm, M. Weidemüller and Y. B. Ovchinnikov, "Optical Dipole Traps for Neutral Atoms", Adv. At. Mol. Opt. Phys., 2000.

[5] A. E. Siegman, "Defining and measuring laser beam quality", SPIE Proceedings, 1993.

[6] T. Kuga, Y. Torii, N. Shiokawa , and T. Hirano, “Novel optical trap of atoms with a doughnut beam,”Phys. Rev. Lett., vol. 78, pp. 4713-4716, 1997.

[7] A. Mair, A. Va ziri, G. Weihs, and A. Zeilinger, “Entanglement of the orbital angular momentum states of photons,”Nat., vol. 412, pp. 313-316, 2001.

[8] A. Jaouadi, N. Gaaloul, B. Vi aris de Lesegno, M. Telmini, L. Pruvost, and E. Charron,“Bose-Einstein condensation in dark p ower-law laser traps,”Phys. Rev. Lett. A, vol. 82,p. 023613, 2010.

[9] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman. Orbital an-gular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. Physical Review A, 45 :8185–8189, 1992.

[10]https://www.researchgate.net/figure/Intensity-cross-section-and-profile-of-Laguerre-Gaussian-modes-with-indices-a-l-0-p_fig1_5788045

[11] C. Hernández-García, A. Picón, J. San Román, and L. Pla ja, “Attosecond extreme ultraviolet vortices from high-order harmonic generation,”Phys. Rev. Lett., vol. 111,p. 083602, 2013.

[12] J. Verb ee ck, H. Tian, and P. Schattschneider, “Pro duction and application of electron vortex beams,”Nat., vol. 467, pp. 301-304, 2010.

[13] S. M. Barnett and R. Zambrini. Quantum Images, chapter Orbital angular mo-mentum of light. Springer, 2006.

[14] Vallon, Raphaël. Fluorescence Laser Intracavité et Spectrométrie de Fourier: Développements expérimentaux et application au radical NiH. Diss. Université Claude Bernard-Lyon I, 2007.

[15] M. Harris, C. A. Hill, P. R. Tapster, and J. M. Vaughan. Laser modes with helical wave fronts.Physical Review A, 49 :3119–3122, 1994.

[16] Tome, I. V. "Le champ magnétique J peut être produit à l'aide d'une spirale." ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE. Vol. 4.

[17] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman.

[18] J. https://www.cailabs.com/fr/blog/reseaux-du-futur/comment-genere-t-on-une-oam.

[19] A. E. Siegman," New developments in laser resonators", SPIE, volume 1224,2-14, (1990).

[20] A. E. Siegman, " How to (Maybe) Measure Laser Beam Quality", OSA, volume 17, 184-199, (1998).

[21] A. E. Siegman, « New developments in laser resonators», SPIE, volume 1224,2-14,(1990).

[22] Gu.Zhou, " Beam propagation factors and kurtosis parameters of a Lorentz–Gauss vortex beam ", J. Opt. Soc. Am. A,volume 31,number 6, 1239-1246,(2014).

[23] Z. Hricha and A. Belafhal, " A comparative parametric characterization of elegant and standard Hermite-cosh Gaussian beams", Optics Communications.253 ,231–241, (2005).

[24] S. Saghafi and C.J.R. Sheppard, " The beam propagation factor for higher order Gaussian beams", Optics Communications.153 ,207–210, (1998).

[25] D.Deng, " Propagation of elegant Hermite cosine Gaussian laser beams", Optics Communications.259 ,409–414, (2006).

[26] Gu. Zhou, " Generalized beam propagation factors of truncated partially coherent cosine-Gaussian and cosh-Gaussian beams ", Optics & Laser Technology.42 ,489–496, (2010).

[27] B.Lü and H.Ma, " A comparative study of elegant and standard Hermite–Gaussian beams ", Optics Communications.174 ,99–104, (2000).

[28] B.Lu¨ and S.Luo, " Beam propagation factor of apertured super-Gaussian beams ", Optik, volume 112,number 11, 503-506,(2001).

[29] T.Ghrieb,K.Mansouri « Mesure de facteur de qualité pour plusieurs types des faisceaux lasers », rapport de licence(2013).

[30] A. E. Siegman, How to (Maybe) Measure Laser Beam Quality, Diode Pumped Solid State Lasers: Applications and Issues 17(1998) 184-199

[31] J. Alda, Encyclopedia Opt. Eng. (2001).

[32]. J. Arlt, R. Kuhn and K. Dholakia, "Spatial transformation of Laguerre-Gaussian laser modes", J. Mod. Opt. 48,783-787 (2001).

[33]. S. Orlov and A. Stabinis, "Free-space propagation of light field created by Bessel-Gauss and Laguerre-Gauss singular beams", Opt. Commun. 226, 97-105 (2003).

[34]. S. Saghafi and C. J. R Sheppard, "Near field and far field of elegant Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian modes", J. Mod. Opt. 45, 1999-2009 (1998).

[35]. S. Saghafi and C. J. R Sheppard, "The beam propagation factor for higher order Gaussian beams", Opt. Commun.153, 207-210 (1998).

[36]. R. Martinez-Herrero and P. M. Mejias, "Second-order spatial characterization of hard-edge diffracted beams", Opt.Lett. 18, 1669-1671 (1993).

[37]. R. Martinez-Herrero, P. M. Mejias and M. Arias, "Parametric characterization of coherent, lowest-order Gaussian beams propagating through hard-edged apertures", Opt. Lett. 20, 124-126 (1995).

[38]. S. A. Collins, "Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics", J. Opt. Soc. Am. 60, 1168-1177(1970).

[39]. J. J. Wen and M. A. Breazeale, "A diffracton beam field expressed as the superposition of Gaussian beams", J.Acoust. Soc. Am. 83, 1752-1756 (1998).

[40]. B. Lu and R. Peng, "Relative phase shift in Laguerre-Gaussian beams propagating through an apertured paraxial ABCD system", J. Mod. Opt. 50, 857-865 (2003).

[41]. A. Erdelyi, Tables of integral transforms, McGraw-Hill, New York, 1954.

[42] Zhao, Daomu, et al. "Propagation characteristics of truncated standard and elegant Laguerre-Gaussian beams." Adaptive Optics and Applications III. Vol. 5639. SPIE, 2004.