RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÉRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ YAHIA FARES - MÉDÉA

FACULTÉ DE TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de DOCTORAT LMD

Filière : **GÉNIE MÉCANIQUE**

Spécialité : ***Mécanique Numérique et Matériaux***

Présentée par : SAIAH BERKANE

Intitulé :

EFFET HYGROTHERMIQUE DE COMPORTEMENT MÈCANIQUE DES STRUCTURES COMPOSITE

Soutenue publiquement, devant le jury composé de :

ABDELLA EL-HADJ ABDELLAH	Pr Université de Médéa	***Président***
BENTCHIKOU MOHAMED	Pr Université de Médéa	***Examinateur***
BEN MESSAOUD TAHAR	MCA Université de Djelfa	***Examinateur***
BACHENE MOURAD	Pr Université de Médéa	***Directeur de thèse***
GUEMANA MOULOUD	Pr Université de Médéa	***Co-directeur de thèse***

Année académique *2023/2024*

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à exprimer ma gratitude envers ALLAH pour toutes les bénédictions qu'il nous a accordées.

Mes premiers remerciements et reconnaissances vont à mon directeur de thèse, le Professeur Bachene Mourad, ainsi qu'à mon co-directeur de thèse, le Professeur Guemana Mouloud, pour leur confiance, leurs encouragements, leur suivi, et les précieux conseils qu'ils m'ont prodigués tout au long de l'achèvement de ce projet de thèse de doctorat. Je leur adresse un sincère merci.

Je tiens également à exprimer ma gratitude envers les membres du jury pour leur présence, leur lecture attentive de cette thèse, et les commentaires qu'ils formuleront lors de la soutenance, qui contribueront à améliorer mon travail.

Je remercie chaleureusement le Professeur Abdella El-Hadj Abdellah de l'université de Médéa pour avoir accepté la présidence de mon jury.

Mes remerciements vont également au Professeur Bentchikou Mohamed de l'université de Médéa pour avoir accepté d'examiner cette thèse et de faire partie du jury.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers le Professeur Ben Messaoud Tahar de l'université de Djelfa pour avoir accepté de participer au jury.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements au Dr. Brahim Attaf (expert en matériaux composites, France), au Dr. Chiker Yasser, et au Dr. Amirat Hamza de l'université Yahia Fares de Médéa pour leur précieuse aide.

Je tiens également à remercier tous les professeurs et enseignants qui ont contribué à ma formation depuis mon premier cycle d'études jusqu'à la fin de mes études universitaires.

Je tiens particulièrement, à remercier ma mère, que Dieu la garde, ainsi qu'à la mémoire de mon père, et ma famille, sans lesquels je n'aurais pas pu achever ce travail. Leur soutien moral, leurs sacrifices et leur appui ont été inestimables.

Je souhaite également exprimer ma gratitude envers mes chères sœurs, leurs enfants, mes propres enfants, Aya et Youssef, ainsi que mes chers amis, en particulier les enseignants et l'équipe administrative du département de Génie Mécanique de l'Université Yahia Fares de Médéa.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à réaliser ce travail. À tous, je dis encore une fois, merci.

SAIAH BERKANE. Université Yahia Fares de Médéa.

مُـلَـخَص

أُدت التطورات الحديثة في مجال المواد المركبة إلى تقدم كبير في إستخدام المواد النانوية. يَتم تَحقيق هَذِه التطورات على وجه الخُصوص مِن خلال دَمْج الألواح التي تحتوي على أَلياف الجرافين النانوية، بِهدف تَصميم الهياكل العالية المُقاومة وخفيفة الوزن ومتعددة الوظائف. يُمثل هذا النَهْج تطورًا سريعًا وهامًا، حيث يَستغل الخصائص الاستثنائية للمواد النانوية لِتلبية المُتطلبات المُتزايدة مِن حيثُ أداءات و فاعلية الهياكل المُركبة.

آخر هَذِهِ المواد تُّعرف على أنها مُركب نانونية مُعزز بِشحنات نَانونية داخل مصفوفة من نوع البُولِيمَرْ. يُعتمد مفهوم هذه الفئة الجديدة من المواد النانوية المركبة على التوزيع المنتظم وغير المنتظم للتعزيزات بطريقة مُتدرجة وظيفيا. وَ مع ذلك، قد يكون استخدامها محدودا في ظِل الظروف لِدرجة الحرارة العادية. و من أجل توسيع إستعمالها، من الضروري تَوسيع وظائفها لِتشمل بِيئاتها او مُحيطها الحراري العالي، مِمَا يجعلها مُتعددة الاستعمالات.

لتحسين أداء الهياكل المركبة النانونية، أجرينا دراسة على الاهتزازات الحُرة للوحات المُغلفة متدرجة وظيفيًا والمُعززة بِتعزيزات الجرافين النانونية. استخدمنا نموذج التوزيع المنتظم وغير المنتظم داخل مصفوفة البوليمار المُتجانسة، استنادًا إلى قانون الخَلط ونَظرية القص من الدرجة الأولى المُطبقة على اللوحات الرَقائِقية. وقد أُخذت هاته الدراسة بعين الاعتبار التأثيرات الحرارية سواءً في وجودها أَو غيابها. بالإضافة إلى ذلك، قُمنا باستكشاف الظروف الحَدِيَة و المُختلفة للحصول على فَهْم معمق لِلسلوك الاهتزازي الحُر للهيكل المركب النانوني.

وفي نهاية هذا العمل، تم تقديم مُلخص عن المواد للحشو النانونية والمواد المركبة النانونية، مع تسليط الضوء على أهميتها في الأبحاث الحالية. علاوة على ذلك، تم تَلخِيصْ نظريات الصفائح المختلفة بالإضافة إلى المُعادلات لِلْمُعامل الحراري بإيجاز. تم استخدام نموذج هالبين-تساي Halpin-Tsai الميكروميكانيكي في هذه الدراسة. يَتم إستنتاج المُعادلة الحركية باستناد على مبدأ لاغرانج LAGRANGE . علاوة على ذلك، تم تطبيق قانون الخَلط لِحساب الكسر الحجمي ونِسبة بواسون في وسط مرن مع مصفوفة البوليمر مع مراعاة التأثير الحراري.

تمت دراسة ومناقشة تأثير الخصائص الهندسية اللوح، وتسلسلات التدحرج، وأَنماط توزيع الجرافين مع التوزيعات الْمُختلفة للكسر الحجمي، وترتيب الطبقات والشروط الحدية للألواح المصفحة. وتمت مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع تلك الدراسات الأخرى الموجودة في المَراجِعْ العالمية.

أَظهرت لنا نتائج دِراستنا أَن الانتقال من التوزيع المُنتظم إلى التوزيع الغَير المُنتظم , باستخدام النماذج التي اقترحت ، يُمكن أَن يُؤدي إلى اختلاف كبير في فعالية الصلابة للألواح المصفحة بمركب النانونية. بالإضافة إلى ذلك، تم إجراء الملاحظات النهائية فيما يتعلق بِتكوين الصفائح الطبقية وأنواع التوزيعات و التعزيزات النانونية. تهدف هذه الملاحظات إلى تقديم رُؤية قيمة حول مَعايير التصميم للألواح المركبة النانونية.

الـكـلـمـات الـدالـة :.

القص, الاهتزازات, البيئة الحرارية , المركبات النانونية , بالجرافين , المواد الوظيفية المتدرجة ، نموذج هالبين-تساي Halpin-Tsai.

Résumé

Les récents progrès dans le domaine des matériaux composites ont considérablement avancé l'utilisation des matériaux à l'échelle nanométrique. Ces avancées se concrétisent notamment par l'intégration de plaques incorporant des nano-fibres de graphène, dans le but de concevoir des structures à la fois hautement résistantes, légères et multifonctionnelles. Cette approche représente une évolution rapide et significative, exploitant les propriétés exceptionnelles des nanomatériaux pour répondre aux exigences croissantes en termes de performances et d'efficacité des structures composites.

Le dernier de ces matériaux est défini comme un nano-composite renforcé par des nano-charges au sein d'une matrice polymère. Le concept de cette nouvelle classe de matériaux nano-composites repose sur une distribution uniforme et non uniforme des renforts de manière fonctionnellement graduée. Cependant, leur utilisation peut être limitée dans des conditions de température normale. Afin d'élargir leur champ d'application, il est impératif d'étendre leurs fonctionnalités à des environnements thermiques, les rendant ainsi multifonctionnels.

Pour améliorer les performances des structures en nano-composite, on a mené une étude sur les vibrations libres d'une plaque stratifiée fonctionnellement graduée et renforcée par des renforts en graphène à l'échelle nanométrique. On a utilisé leur modèle de distribution uniforme et non uniforme au sein d'une matrice polymère isotopique, en se basant sur la loi de mélange et la théorie du cisaillement de premier ordre appliquée à la plaque stratifiée. Cette étude prend en compte les effets thermiques, et ce, tant en présence qu'en absence de ceux-ci. De plus, on a exploré diverses conditions aux limites pour obtenir une compréhension approfondie sur le comportement de vibration libre de la structure nano-composite.

Au terme de ce travail, une synthèse bibliographique concernant les nano-charges et les matériaux nano-composites est présentée, mettant en évidence leur importance dans la recherche actuelle. En outre, différentes théories relatives aux plaques ainsi que les équations de coefficients thermiques sont brièvement récapitulées. Le modèle micromécanique de Halpin-Tsai est employée dans cette étude. L'équation du mouvement est dérivée en utilisant le principe de LAGRANGE. De plus, la loi de mélange est mise en œuvre pour calculer la masse volumique et le coefficient de Poisson dans un milieu élastique, qui est la matrice polymère, en tenant compte de l'effet thermique.

L'influence des paramètres géométriques des plaques, des séquences de laminage, des modèles de distribution du graphène avec différentes distributions de la fraction volumique, de l'arrangement des plis et des conditions aux limites des plaques stratifiées a été étudiées et discutée. Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux de la littérature.

Les résultats de notre étude ont révélé que la transition entre une distribution uniforme et non-uniforme, grâce à l'application des modèles que on a proposés, peut entraîner une variation significative de la rigidité effective des plaques stratifiées nano-composites. De plus, des observations finales sont formulées concernant la configuration des plaques stratifiées et les différentes distributions de nano-renforts. Ces remarques visent à fournir des indications précieuses sur les critères de conception des plaques nano-composites stratifiées.

Mots clés :

Cisaillement, Vibrations, Environnements thermiques, Nano-composite, Graphène, Matériaux fonctionnellement graduée, Modèle Halpin-Tsai.

Abstract

Recent advances in the field of composite plates have significantly advanced the use of nanoscale materials. These advances are being achieved in particular through the integration of plates incorporating graphene nanofibers, with the aim of designing structures that are highly resistant, lightweight and multifunctional. This approach represents a rapid and significant evolution, exploiting the exceptional properties of nanomaterials to meet the increasing requirements in terms of performance and efficiency of composite structures.

The last of these materials is defined as a composite plates reinforced by nano fillers within a polymer matrix. The concept of this new class of composite plates is based on a uniform and no uniform distribution of reinforcements in a functionally graded manner. However, their use may be limited under normal temperature conditions. In order to broaden their scope of application, it is imperative to extend their functionality to thermal environments, thus making them multifunctional.

To improve the performance of composite plate's structures, we conducted a study on the free vibrations of a functionally graded laminated plate reinforced with nano scale graphene reinforcements. We used their uniform and no uniform distribution model within an isotropic polymer matrix, based on the mixing law and first-order shear theory applied to the laminated plate. This study takes into account thermal effects, both in the presence and absence of them. Additionally, we explored various boundary conditions to obtain an in-depth understanding of the free vibration behavior of the composite plate's structure.

At the end of this work, a bibliographic summary concerning nanofillers and composite plates materials is presented, highlighting their importance in current research. Furthermore, different plate theories as well as thermal coefficient equations are briefly summarized. The Halpin-Tsai micromechanical model is used in this study. The equation of motion is derived using the LAGRANGE principle. Furthermore, the mixing law is implemented to calculate the density and Poisson's ratio in an elastic medium, which is the polymer matrix, taking into account the thermal effect.

The influence of plate geometric parameters, rolling sequences, graphene distribution patterns with different volume fraction distributions, ply arrangement and boundary conditions of laminated

plates was studied and discussed. The results obtained were compared to those of other studies existing in the literature.

The results of our study have revealed that the transition from a uniform to a no uniform distribution, using the models we have proposed, can lead to a significant variation in the effective stiffness of stratified plates. Additionally, final observations are made regarding the configuration of stratified plates and the types of distributions of nano reinforcements. These remarks aim to provide valuable insights into the design criteria for laminated plates.

Keywords:

Shear, Vibrations, Thermal environments, Graphene, Composite plates, Functionally graded materials, Halpin-Tsai model.

Tableu des Matières

Liste des notations ……VI
Liste des Figures ……VIII
Liste des Tableaux……X
Introduction générale 1

Chapitre I Généralité sur les matériaux composites.

I.1 Généralité…….. 1
I.2 L'histoire des composites…….. 1
I.3 Définition des matériaux composites…….. 2
I.4. Classification des matériaux composites…… 3
I.4.1 Classement selon, la composition de leur constituant…… 3
I.4.2 Classement selon, la composition de leur structure…… 5
I.5 Interface matrice et renfort…….. 7
I.6 Résines…….. 8
I.6.1 Résines thermodurcissables (TD)…….. 8
I.6.2 Résines thermoplastiques (TP)…….. 9
I.7 Architecture des matériaux composites……..... 10
I.7.1 Monocouche ou pli…… 10
I.7.2 Stratifiés……... 11
I.7.3 Sandwichs…… 11
I.7.4 Autres architectures……... 11
I.7.4.1 Plaques renforcées…… 12
I.7.4.2 Composites volumiques……... 12
I.8 Matériaux nano-composites…… 12
I.8.1 Introduction…… 12
I.8.2 Définition d'un nano-composite…… 12
I.8.3 Structure d'un nano-composite…… 13
I.8.4 Classification des matériaux nano-composite …….. 14
I.9 Nanotubes de carbone (NTCs)…….... 15
I.9.1 Généralité…… 15
I.9.2 Structure des NTC…… 15
I.9.2.1 Nanotubes de carbone mono-feuillet…… 16
I.9.2.2 Nanotubes de carbones multi-feuillets…… 17
I.10 Matériaux composites hybrides…….. 17
I.10.1 Introduction…… 18
I.10.2 Définition…… 19
I.11 Matériaux fonctionnellement graduée (FGM)……... 21
I.11.1 Introduction…… 21
I.11.2 Historique de l'évolution des matériaux FGM d'avancés…… 22
I.11.3 Gradient…….. 23
I.11.4 Domaine d'application de FGM…….. 24
I.11.5 Définition et concept d'un matériau à gradient évalué (FGM)…… 25
I.11.5.1 Définition des matériaux FGM……... 25
I.11.5.2 Concept des matériaux à gradient de propriétés…….. 26
I.11.6 Lois rugissantes la variation des propriétés matérielles des plaques FGM……. 27
I.12 Avantager et inconvénient des matériaux composites…… 29

I.13 Revue des structures…… 30
I.13.1 Plaque…….. 21
I.13.2 Poutre…….. 36
I.13.3 Coque.…… 39
I.14 Conclusion…….. 41

Chapitre II Comportement mécanique des matériaux fonctionnellement gradués.

II.1 Introduction…….. 41
II.2 Caractérisation mécanique d'une plaque stratifiée…… 41
II.2.1 Loi du mélange……..... 44
II.2.2 Modèle de Halpin-Tsai modifié……... 45
II.2.3 Modèle Halpin-Tsai étendu…… 46
II.3 Comportement mécanique des plaques stratifiées…….. 48
II.3.1 Champ des déplacements…….. 48
II.3.2 Champ des déformations…….. 49
II.3.3 Relation contraintes–déformations……... 49
II.3.4 Résultantes et moments…… 53
II.3.5 Equation constitutive…… 53
II.3.6 Équations fondamentales des plaques stratifiées……. 54

Chapitre III Formulation par élément finis.

III.1 Introduction…… 59
III.2 Discrétisation…….. 60
III.3 Équations du mouvement……... 63
III.4 Matrice de rigidité…….. 66
III.5 Matrice de masse…… 67
III.6 Équations caractéristiques…….. 68
III.7 Conditions aux limites…… 69
III.8 Conclusion……. 69

Chapitre IV Comportement vibratoire des plaques stratifiées fonctionnellement gradué contenant des plis en nano-composites renforcés avec du graphène monocouche.

IV. 1 Introduction …….. 70
IV.2 Résultats et discussion……... 71
IV.2.1 Études comparatives……..…… 74
IV.2.1.1 Première étude comparative……..……..…….. 74
IV.2.1.2 Deuxième étude comparative…… 75
IV.2.1.3 Troisième étude comparative…… 76
IV.2.1.4 Quatrième étude comparative…… 77
IV.2.2 Etudes paramétriques…… 78
IV.2.2.1 Effet du rapport largeur/épaisseur de la plaque……..…….. 78
IV.2.2.2 Effet du rapport longueur/largeur de la plaque…..…….. 79
IV.2.2.3 Effet du nombre des plis……..…..…….. 81
IV.2.2.4 Effet de l'agencement et du nombre des plis…….....…. 82
IV.2.2.5 Effet de la séquence de laminage des plis……..……...…… 83
IV.2.2.6 Effets des conditions aux limites de la plaque…….…. 84
IV.2.2.7 Analyse modale des modes ……...…….. 86
IV.3. Conclusion ……..…… 88

Chapitre V **Comportement vibratoire des plaques nano-composites à base de polymère renforcées par du graphène monocouche fonctionnellement gradué sous l'effet de déférent environnement thermique.**

V.1 Introduction……. 90
V.1.1. Objectif……. 90
V.1.2 Méthode…….. 91
V.2 Résulta et discussions…..……..……. 91
V.2.1 Résultats de la validation et comparaison……..…… 95
V.2.1.1 Première étude comparative…… 95
V.2.1.2 Deuxième étude comparative…….. 96
V.2.1.3 Troisième étude comparative…….. 97
V.2.2 Études paramétriques…….. 98
V.2.2.1 Effets du rapport largeur/épaisseur de la plaque……. 98
V.2.2.2 Effet du rapport longueur/largeur de la plaque…… 99
V.2.2.3 Effets des conditions aux limites……. 101
V.2.2.4 Effets de l'angle de laminage……... 102
V.2.2.5 Effets du nombre des plis…… 103
V.2.2.6 Effets de la disposition des plis et du nombre des plis…… 104
V.2.2.7 Effets de de la température ambiante..…….. 106
V.2.2.8 Effet de la température ambiante sur les huit premières fréquences……... 106
V.2.2.9 Analyse modale des modes …….. 107
V.3 Conclusion……... 100
Conclusion générale et perspectives…….. 113

Référence.…….. 118

Liste des notations :

UD : Uniformément distribuée.

FG-A : Distribution forme A.

FG-V : Distribution forme V.

FG-O : Distribution forme O.

FG-X : Distribution forme X.

FGM : Matériaux fonctionnellement graduée.

NTC : Nanotube de carbone.

PLG : Plaquettes de Graphène.

CCCC. SSSS : Encastre. Appuis Simplement.

GRNC : Graphèmes Renforcement Nano Carbone.

FSDT : Théorie de déformation de premier ordre.

FME : Méthode des éléments finis.

f_r : Fraction volumique des nano-fibres.

f_m : Fraction volumique de la matrice.

f_r^* : Fraction volumique totale des nano-fibres.

w_r : Fraction massique des nano-fibres.

NL : Nombre de sous-couche.

P_{in} : Indice de puissance.

(i=1,2,3) : Paramètres d'efficacité.

$k_r, l_r, m_r, n_r,$ et p_r : Modules élastiques de Hill.

l_{PLG} , h_{PLG} , w_{PLG} : Respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur d'une feuille du Graphène.

$A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}, F_{ij}$: Coefficients de la matrice respectivement d'extension, flexion et en cisaillement transverse.

Liste des notations

a, b, h	:	Respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur de la plaque.
a	:	Vecteur des déplacements globaux.
$\ddot{a}$	:	Vecteur des accélérations globales.
$[B_i]$	:	Matrice d'interpolation des déformations.
d_i	:	Vecteur des déplacements nodaux.
E	:	L'énergie cinétique totale de la plaque.
E_1	:	Module de Young longitudinal.
E_2	:	Module de Young transversal.
G_{12}	:	Module de cisaillement longitudinal.
G_{13}, G_{23}	:	Modules de cisaillement transversal.
g	:	Nombre de points d'intégration.
$[J]$	:	Matrice Jacobienne.
$[K]$	:	Matrice de rigidité globale.
$[K_e]$	:	Matrice de rigidité élémentaire.
$[M]$	:	Matrice de masse globale.
$[M_e]$	:	Matrice de masse élémentaire.
M_x, M_y	:	Moments de flexion.
M_{xy}	:	Moment de torsion.
$[\bar{m}]$	:	Matrice d'inertie.
n	:	Nombre de pli.
NE	:	Nombre des éléments.
NN	:	Nombre de nœuds par élément.
$[N_i]$	:	Fonctions d'interpolations des déplacements.
N_x, N_y, N_{xy}	:	Résultantes en membrane.

Liste des notations

Q_x, Q_y : Résultantes en cisaillement.

$[Q]$: Matrice de rigidité d'un pli exprimée dans le repère principal (1, 2, 3).

$[\bar{Q}]$: Matrice de rigidité d'un pli exprimée dans le repère du stratifié (x, y, z).

R : Nombre de degrés de liberté total de la structure.

$[T]$: Matrice de changement de base des contraintes.

$[T']$: Matrice de changement de base des déformations.

u, v, w : Respectivement, les déplacements suivant les directions x, y, z.

V : Volume de la plaque.

W_a, W_b : Coefficients de pondération.

(x,y,z) : Axes liés au stratifié.

(*1,2,3*) : Axes principaux liés au pli.

$\alpha_{11}^{(k)}$ et $\alpha_{22}^{(k)}$: Coefficient de la dilatation thermique.

$\alpha_{i,j}$: Facteurs de correction en cisaillement.

γ : Déformation angulaire.

$\dot{\Delta}$: Vecteur vitesse.

ε : Déformation linéaire.

(ξ,η) : Système d'axes local.

θ : L'angle que font le repère (1,2) et le repère (x,y).

θ_x, θ_y : Respectivement, les rotations de la normale à la surface moyenne autour des axes x, y.

κ : Déformation en courbure.

v_{12} , v_{21} : Coefficients de Poisson.

π : L'énergie potentielle totale de la plaque.

ρ : La masse volumique d'un pli.

σ : Contrainte normale.

Liste des notations

τ	:	Contrainte tangentielle.
Ω	:	Surface de la plaque.
ω	:	Fréquence propre de vibration.
$\bar{\omega}$	:	Fréquence propre adimensionnelle de vibration.

Liste des Figures :

Figure I.1 Différent constituant d'un matériau composite ……..…….…….3
Figure I.2 Composition chimique d'un composite…….……..…….5
Figure I.3 Structure des composites ……..…….……..7
Figure I.4 Architecture des matériaux composites……..……...11
Figure I.5 Différent formes de nano-renforcement. .
(a) particularises, (b) fibrillaires, (c) plaquettaires……...14
Figure I.6 Nanotube de carbone mono-feuillet SWNT…….… ..16
Figure I.7 Structure de Nanotube de carbone……. …17
Figure I.8 Structures possibles d'un MWNT. Gauche : type cylindres 'appelé poupée russe. Droite : type rouleau parchemin 'spiral'…….……18
Figure I.9 Concept du composite avancé -hybride-…….…… ……...19
Figure I.10 Différentes architectures des fibres. (a) Fibres unidirectionnelles, (b) mat, (c) tissus et (d) tissage tridimensionnel…….....20
Figure I.11 Matériaux fonctionnellement graduée céramique avec métal…….…… 22
Figure I.12 Développement matériel vers les FGM……..22
Figure I.13 Changement schématique de la microstructure dans un profile FGM……...24
Figure I.14 Principaux domaines d'application des FGM……....25
Figure I.15 Définition des matériaux FGM……...…25
Figure I.16 Variation continue des propriétés. ……....26
Figure I.17 Variation discrète des propriétés……...26
Figure I.18 Variation continue de la microstructure (schématisée)…….. 27
Figure I.19 Géométrie d'une plaque FGM. ……...…...28
Figure I.20 Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM……..... 29
Figure II.1 Schéma général d'une plaque nano-composite stratifiée constituée d'un pli FG-GRC disposés par morceaux…….…….……42
Figure II.2 Différents modèles de distribution des nano-renforts……...…. 43
Figure II.3 Schéma d'une plaque stratifiée. ……...……..48
Figure II.4 Directions principales dans un pli……...…50
Figure II.5 Changement du repère dans un pli……..…...52
Figure III.1 Schéma d'une plaque stratifiée……..... 60
Figure III.2 Élément de référence……...…61

FigureV.1 Examen comparatif de la fréquence fondamentale non dimensionnelle ϖ pour les plaques stratifiées CCCC à graphite/époxy avec les différentes (i) séquences de fixation, (ii) rapports largeur/épaisseur et (iii) l'environnement thermiques avec (a/b=1)……...……95

FigureV.2 Huits premières fréquences naturelles non dimensionnelles ($\overline{\omega}$) pour une plaque stratifiée carrée en GRNC encastrés sous l'effet des différents (i) environnements thermiques, (ii) schémas de la distribution du graphène (avec b/h=10; a/b=1; $(0)_{10}$)……...107

Liste des tableaux :

Tableau IV.1 Propriétés mécaniques de la matrice PMMA et d'une feuille de graphène monocouche présentés les caractéristiques géométriques suivantes $h_G = 0.188$ nm , $l_G = 14.76$ nm, $w_G = 14.77$ nm (T=300 K) …..…… 71

Tableau IV.2 Paramètres d'efficacité de PMMA/graphéne η_i (i = 1, 2, 3) , (T=300 K) …..…….…....71

Tableau IV.3 Comparaisons des modules de Young et de cisaillement pour les nano-composites PMMA/graphène (T=300 K) ……...72

Tableau IV.4 Disposition des plis de NCRG avec des différents nombres des plis et des fractions volumiques de graphène……..……...73

Tableau IV.5 Comparaison des six premières fréquences propres adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, h \sqrt{\rho^{Al_2O_3}/E_{Al_2O_3}}$) d'un plaque FG simplement appuyées carrée en (Al/Al_2O_3) avec (b/h=10, N_L=10) …….75

Tableau IV.6 Comparaison des six premières fréquences propres adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, (b^2/h) \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées carrées en NCRNTC-FG avec ($f^*_{CNT} = 0.17$, b/h=10 , N_L=10 , P_{in}=1)……..……...76

Tableau IV.7. Comparaison des deux premières fréquences naturelles non dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, h \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques carrée en NCRG-FG pour les conditions aux limites SSSS (wt =1% ; N_L=10)……..….77

Tableau IV.8 Comparaison des six premières fréquences propres adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, (b^2/h) \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées simplement appuyées carrées en NCRG-FG avec (a/b=1, b/h=10, h=0.002 m, (0/90/0/90/0))……78

Tableau IV.9 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, b^2/h \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées en CNRG-FG encastré en fonction de différents rapports largeur/épaisseur et différents types de distribution de graphène avec (a/b=1, $(0)_{10}$)……79

Tableau IV.10 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, b^2/h \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents rapports longueur/largeur et différents types de distribution de graphène (b/h=10, $(0)_{10}$)……..……...80

Tableau IV.11 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, b^2/h \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents nombres des plis différent types de distribution de graphène avec (a/b=1, b/h=10, $(0)_{10}$)……..81

Tableau IV.12 Six premières fréquences naturelles adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, b^2/h \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents $(0)_{10}$ disposition des des plis et différent types de distribution de graphène avec (a/b=1 , b/h=10, $(0)_{10}$)……..……83

Tableau IV.13 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, b^2/h\, \sqrt{\rho^m/E_m}$) pour des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents angles d'orientation des plis et différent types de distribution de graphène avec (*a*/*b*=1, *b*/*h*=10)……..84

Tableau IV.14 Fréquence fondamentale non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, h\, \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents conditions aux limites et différent types de distribution des graphène avec (*b*/*h*=10 , *a*/*b*=1, $(0)_{10}$)…….....85

Tableau IV.15 Six premiers modes naturelles des plaques stratifiées en NCRG-FG de type FG-X en fonction de différentes séquences de stratification et différents rapports largeur/épaisseur avec (*a*/*b*= 1)…….87

Tableau. V.1 Propriétés mécanique des feuilles de graphène en zigzag avec ($w_G = 14.77$ nm ,et $h_G = 0.188$ nm et $l_G = 14.76$ nm)[95]……...……..92

Tableau. V.2 Paramètres d'efficacité η_i (i = 1, 2, 3) de la GRNC pour les différents environnements thermiques avec la fraction volumique de graphène [95].……92

Tableau. V.3 Estimation du module de cisaillement et du module de Young de NCRG à l'aide de modèle Halpin-Tsai étendu et le modèle Halpin-Tsai pour les différents niveaux des fractions volumiques de graphène (f_G) avec (T=300 K)……...……...93

Tableau. V.4 Arrangements des plis GRNC avec les différents schémas de distribution de la fraction volumique du nano-renfort (f_G) et le nombre des plis (N_P) [93].……...……94

Tableau. V.5 Examen comparatif de la fréquence fondamentale sans dimension $\bar{\omega}$ pour les plaques FG Si3N4/SUS304 simplement soutenues avec les différents l'indices de puissance faible et l'environnement thermiques avec (*h* = 0.025 *m*; *a*=*b*=0.2 m; T_b = 300 K)……..….96

Tableau. V.6 Examen comparatif des six premières fréquences naturelles non dimensionnelles $\bar{\omega}$ des plaques stratifiées SSSS GRNC avec (*b*/*h*=10, *a*/*b*=1, *h*=0.002) *m*……...98

Tableau. V.7 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG sous l'effet de différents (i) environnement thermiques, (ii) rapports largeur/épaisseur et (iii) les modèles de distribution du graphène (avec *a*/*b*=1 , $(0)_{10}$)……..100

Tableau. V.8 Fréquence fondamentale non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrées sous l'effet de différents (i) environnements thermiques, (ii) rapports longueur/largeur et (iii) modèles de distribution du graphène avec (*b*/*h*=10; $(0)_{10}$)……..101

Tableau. V.9 Fréquence fondamentale non-dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées carrées en GRNC sous l'effet de différents (i) environnements thermiques, (ii) conditions aux limites et (iii) modèles de distribution du graphène (avec *b*/*h*=10; *a*/*b*=1; $(0)_{10}$)……..……..70

Tableau. V.10 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrés sous l'effet de différents (i) environnement thermiques, (ii) angles de stratification et (iii) schémas de distribution du graphène avec (*b*/*h*=10; *a*/*b*=1)……..….……..103

Tableau. V.11 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) pour des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrés sous l'effet de différents (i) environnement thermiques, (ii) nombre des plis et (iii) schémas de distribution du graphène avec (*b*/*h*=10; *a*/*b*=1; $(0)_{10}$)……...……..104

Tableau. V.12 Fréquence fondamentale non dimensionnelle (ϖ) pour des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrés sous l'effet de différents (i) environnement thermiques, (ii) disposition des plis, et (iii) types de distribution du graphène avec (*b/h*=10; *a/b*=1; $(0)_{10}$)……..……105

Tableau. V.13 Six premières formes de mode correspondent à des plaques stratifiées carrées FG-X en GRNC encastrés sous l'effet des différents (i) angles de stratification et (ii) différents environnement thermiques avec (*b/h*=10; *a/b*= 1; $(0)_{10}$)……. 109

Introduction générale

Ces dernières années ont été marquées par un développement significatif et des évolutions rapides dans le domaine des produits. Les avancées technologiques et industrielles s'accompagnent de l'émergence de nouvelles générations de matériaux. Parmi ceux-ci, les composites connaissent une évolution constante en vue de produire des produits à la fois plus économiques et performants, voire les deux à la fois [2]. De plus, dans une optique de préservation de l'environnement et de la santé publique, les composites s'orientent vers une intégration de caractéristiques écologiques. Ces matériaux occupent désormais une place prépondérante dans la fabrication de produits manufacturés.

Les matériaux composites gagnent en popularité avec un nombre croissant d'applications, notamment dans la fabrication de pièces structurales pour divers secteurs industriels tels que l'aéronautique, la marine, l'industrie automobile, le nucléaire, l’aérospatial, l'énergie, et bien d'autres. En effet, dans ces domaines, le remplacement des matériaux métalliques traditionnels par des composites est motivé par la réduction du poids des structures tout en maintenant, voire en améliorant, leurs propriétés mécaniques. Ces composites présentent de nombreux avantages fonctionnels tels que leur légèreté, leur résistance mécanique et chimique, leur facilité d'entretien, ainsi que leur flexibilité en termes de formes [1], grâce à leur structure interne composée de divers types de renforts et de matrices, ces matériaux démontrent des propriétés mécaniques exceptionnelles, les rendant adaptés à une variété d'applications industrielles et technologiques.

Au sein de l'industrie, on rencontre fréquemment des structures sensibles qui opèrent dans des environnements thermiques variables. Ces structures doivent impérativement disposer de propriétés mécaniques élevées pour fonctionner de manière optimale. La compréhension du comportement mécanique des matériaux composites soumis aux variations de température permet d'améliorer les processus de fabrication et de résoudre des problèmes liés à la durée de vie de ces structures[99].

Les performances en termes de réduction de poids, de propriétés mécaniques et de procédés de fabrication offrent de vastes possibilités d'applications, parfois très complexes. Les activités de recherche consacrées à ces matériaux sont également très répandues dans les laboratoires du monde entier. Ces recherches scientifiques visent à mieux comprendre le comportement des structures

composites à travers de nombreux domaines d'étude, dans le but d'optimiser leur utilisation et leur adaptation aux applications industrielles.

Dans le domaine de la recherche scientifique, ce travail de thèse vise à explorer le comportement thermique de ces structures. Une étude numérique sera entreprise pour déterminer les fréquences naturelles des plaques stratifiées nano-composites fonctionnellement graduées (FG) dans différents environnements thermiques. Ces plaques nano-composites sont constituées d'une matrice polymère renforcée par des nano-renforts en graphène à l'échelle nanométrique, en l'occurrence une monocouche d'un pli à l'autre.

Cette étude numérique repose sur cinq modèles de distribution du graphène, qu'ils soient uniformes ou non uniformes. Les modèles FG sont construits en utilisant plusieurs plaques attaches. La méthode Halpin-Tsai étendue est employée pour estimer les propriétés mécaniques du GRNC. Les équations directrices pour la plaque stratifiée sont obtenues en se basant sur la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT). Ensuite, les solutions du problème sont calculées numériquement à l'aide d'un code par la méthode des éléments finis (FEM).

Après avoir validé la précision de la méthode de résolution utilisée, différentes analyses illustratives sont présentées pour examiner les effets de plusieurs paramètres. Parmi ces paramètres figurent le modèle de distribution du graphène, la fraction volumique du graphène, ainsi que leur orientation respective. De plus, des paramètres géométriques sont pris en compte, tels que le nombre des plis, les angles de laminage des plis, les conditions aux limites, les rapports dimensionnels de la plaque, ainsi que les influences externes telles que divers environnements thermiques. Ces analyses visent à étudier les fréquences naturelles sans dimension des plaques stratifiées FG-GRNC et à en dégager des conclusions significatives.

C'est pourquoi ce travail de thèse revêt un intérêt particulier. Le manuscrit est structuré en trois parties principales.

La première partie est consacrée à une étude bibliographique approfondie qui se penche spécifiquement sur les composites stratifiés, incluant leurs renforts et matrices. Elle commence par une introduction générale aux matériaux composites, abordant leur historique, leur définition, leur classification, ainsi que les nano-composites et leurs renforcements, notamment les matériaux FGM (Matériaux Fonctionnellement Gradients). Cette section présente également des recherches antérieures sur le comportement thermique de divers types de structures, que ce soit des poutres, des plaques ou des coques. En conclusion de cette partie, des synthèses et des réflexions seront formulées.

La deuxième partie se divise en deux sections principales. La première se concentre sur la caractérisation géométrique et mécanique d'une plaque stratifiée, en examinant différents modèles de distribution pour les nano-renforts en termes de fraction volumique. Elle aborde également la loi de mélange, ainsi que la théorie de Halpin-Tsai et les équations relatives aux coefficients de température. L'autre section est dédiée à l'étude du comportement des plaques stratifiées, en mettant en avant les équations de champ pour le déplacement et la déformation. De plus, elle explore la loi de Hooke généralisée pour les matériaux composites et son développement dans le but de comprendre le comportement vibratoire des plaques stratifiées. Dans cette même partie, un focus particulier est fait dans le chapitre III sur le développement du modèle d'élément fini utilisé.

La troisième partie présente deux travaux. Le premier porte sur l'étude du comportement en vibration libre des plaques stratifiées renforcées au graphène, qu'il s'agisse de dispersion uniforme ou non uniforme des nano-charges. Le deuxième travail se penche sur le comportement vibratoire des plaques dans un environnement thermique sous différentes conditions aux limites. Pour ces travaux, on a développé le modèle Halpin-Tsai. La résolution de ces problèmes a été effectuée à l'aide d'un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis, en utilisant le langage de programmation FORTRAN. La validation des résultats a été réalisée en les comparants à des exemples bien connus de la littérature, et nous présentons les résultats numériques obtenus, accompagnés des conclusions de chaque travail.

Ce travail de thèse se clôture par une conclusion générale, accompagnée de perspectives de recherche futures liées à cette étude.

Chapitre I

Synthèse bibliographique

La première section de ce chapitre propose une synthèse bibliographique comprenant une introduction générale aux matériaux composites et aborde différentes classifications. Dans la deuxième partie, nous examinerons de manière approfondie les structures nano-composites, leur classification, ainsi que des nanotubes de carbone. Enfin, la troisième et dernière partie de ce chapitre mettra l'accent sur les matériaux composites hybrides et les matériaux fonctionnellement gradués, explorant en détail leurs propriétés mécaniques. Nous conclurons en mettant en lumière les contributions significatives de nombreux chercheurs dans ce domaine.

I.1 : Généralités

Au cours des dernières années, un grand développement et d'importants changements ont marqué l'évolution des produits. Ce nouveau développement constitue un défi à la fois économique et politique, car il s'impose comme une science d'avenir à l'intersection de plusieurs domaines scientifiques. Par conséquent, le progrès de ces technologies suscite un intérêt croissant dans l'industrie, tout en soulevant des questions environnementales et sanitaires, étant donné que les progrès technologiques et industriels s'accompagnent de l'émergence de nouvelles générations de matériaux. Parmi ces matériaux, les composites occupent une place prépondérante, et l'industrie de la transformation des matériaux composites a connu une croissance rapide et soutenue, en grande partie en raison de la diversité de ses applications.

I.2 L'histoire des composites :

Les matériaux composites ont une histoire vieille de plusieurs millénaires. Il y a plus de 4000 ans, les artisans de l'ancienne Égypte avaient déjà compris comment améliorer les performances mécaniques des briques en ajoutant une certaine proportion de paille courte à l'argile fraîchement préparée. Dans la nature, de nombreux matériaux naturels sont des exemples de composites, tels que les os (un mélange complexe de collagène et de phosphate de calcium), le bois (composé de fibres de cellulose dans une matrice de lignine)[1].

Il est intéressant de noter que pendant cette période ancienne, les composites étaient fabriqués à partir de matériaux naturels directement extraits de l'environnement.

L'avènement de la science des matériaux et de l'ingénierie a ouvert la voie à la fabrication de nombreux composites à partir de matériaux synthétiques. Ce processus a débuté en 1817 avec la création du béton tel que nous le connaissons aujourd'hui, grâce aux travaux de Louis Vivat, qui a posé les bases du béton moderne. En 1879, Francis Joseph Monier a déposé le brevet du béton armé (renforcé par des tiges d'acier), une innovation qui est toujours largement utilisée de nos jours [1].

En 1926, la société allemande Krupp a déposé le brevet, si l'un des premiers composites céramique-métal (combinant la dureté du carbure de tungstène avec la ténacité d'un alliage de cobalt). Ce matériau a ouvert la voie à l'usinage à grande vitesse pour les pièces en acier. Par ailleurs, la Seconde Guerre mondiale a joué un rôle majeur dans l'essor des composites, notamment dans les du transport et de la défense. En 1930, la première fibre de verre fut brevetée.

Dans les années 1960, les fibres de carbone à haute performance ont commencé à être largement utilisées, une tendance qui perdure aujourd'hui. Cependant, la découverte majeure des nanotubes de carbone par Sumio Iijima en 1990 a ouvert de nouvelles perspectives passionnantes.

Ainsi, bien que les matériaux composites aient été utilisés dès les débuts de la révolution industrielle, leur développement a nécessité une recherche approfondie dans les laboratoires scientifiques de ce domaine, ainsi qu'une main-d'œuvre qualifiée pour leur production.

I.3 Définition des matériaux composites :

Commençons par une brève définition des matériaux composites. Le terme "composite" désigne en français quelque chose qui est formé d'éléments très divers. Ainsi, un matériau composite est un assemblage constitué d'au moins deux phases non miscibles présentant des formes ou des structures distinctes, ce qui le rend hétérogène, c'est-à-dire qu'on peut facilement distinguer les différentes phases à l'œil nu ou au microscope. Un aspect essentiel des matériaux composites est la notion de synergie des propriétés. Il ne s'agit pas simplement d'assembler différentes phases, mais de veiller à ce que le composite ainsi formé combine le meilleur des propriétés des deux phases initiales tout en réduisant leurs défauts respectifs. Cela permet d'obtenir un matériau aux propriétés nouvelles, supérieures à celles de chacun de ses constituants individuels. En fin de compte, un matériau composite est un matériau hétérogène résultant de l'association d'au moins deux phases agissant en synergie pour conférer au composite des propriétés finales supérieures à celles de chacun de ses

constituants. En termes plus simples, on décrit souvent les composites comme une matrice chargée de renforts (*composite = matrice + renfort*), comme illustré dans la Figure I.1.

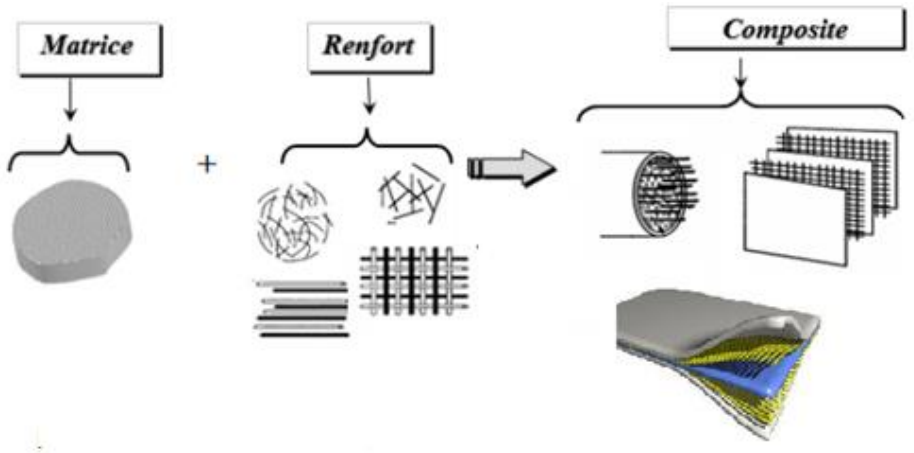


Figure .I .1 Différent constituant d'un matériau composite [2].

Lorsque le matériau composite est en bon état ' non endommagé ', les renforts et la matrice sont parfaitement liés, ce qui empêche tout glissement ou séparation entre les différentes phases. Les renforts peuvent se présenter sous forme de fibres continues ou discontinues, et leur rôle principal est d'assurer la résistance mécanique face aux contraintes. La matrice, quant à elle, garantit la cohésion entre les renforts, répartissant ainsi les sollicitations mécaniques. L'agencement et l'orientation des fibres permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure.

Les matériaux composites présentent de nombreux avantages par rapport aux matériaux traditionnels. Ils offrent une légèreté, une résistance mécanique et chimique, ainsi qu'une maintenance réduite, tout en permettant une grande liberté de formes. Ces propriétés contribuent à prolonger la durée de vie de certains équipements grâce à leurs caractéristiques mécaniques et chimiques.

De plus, les composites renforcent la sécurité en résistant mieux aux chocs et au feu. Ils offrent également une meilleure isolation thermique et phonique, ainsi qu'une bonne isolation électrique. Ils élargissent les possibilités de conception en permettant la réalisation de structures légères et de formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans divers secteurs d'application tels que l'aérospatiale, l'automobile, la construction, l'électricité, les équipements industriels, ces propriétés remarquables conduisent à des solutions technologiques innovantes.

I.4. Classification des matériaux composites :

Cette famille de matériaux composites est généralement classée de deux manières, à savoir chimiquement et structuralement, en fonction de leurs constituants ainsi que de leur structure, que ce soit pour les matrices ou les fibres.

I.4.1 Classement selon, la composition de leur constituant :

I.4.1.1 C*oncernant les matrices :*

Ces composites peuvent être composés de matières organiques, typiquement des polymères, que l'on appelle des (CMO) (Composites à Matrice Organique). Il s'agit du type de composite le plus répandu et largement utilisé dans l'industrie. Il existe également des composites avec une matrice céramique (CMC) conçus pour des applications à haute température. Ces composites sont utilisés dans des domaines de haute technicité tels que l'aéronautique, la défense ou le nucléaire. On peut aussi mentionner les composites à matrices carbone, moins courants que les (CMO), mais présents dans diverses applications. À un autre niveau, il existe un matériau avec une matrice minérale qui est sans conteste le composite le plus utilisé au monde, le béton armé. Enfin, il existe des composites à matrice métallique (CMM) en développement depuis plus de 40 ans, principalement dans le domaine de l'automobile, où ils offrent plusieurs avantages par rapport aux pièces en simple alliage Figure I-2.

I.4.1.2 Concernant les renforts :

En effet, on a d'un côté les renforts organiques, principalement constitués de polymères, qui peuvent offrir d'excellentes propriétés mécaniques avec une faible densité sous forme de fibres. À cet égard, le KEVLAR surpasse les meilleurs aciers et titane existants, bien qu'il ait une faible tolérance aux températures élevées. Nous retrouvons également des renforts organiques, tels que des charges végétales, notamment dans les composites biodégradables. Cependant, il est important de noter que les agglomérés de bois contiennent également naturellement ce type de renfort.

D'un autre côté, dans la catégorie inorganique, nous trouvons d'une part les charges composées de matériaux minéraux, notamment le verre et le carbone, qui sont parmi les plus connus. Mais il existe aussi d'autres matériaux tels que le carbure de silicium, l'alumine, le borate ou tout simplement le gravier. D'un autre côté, on a les charges métalliques, telles que l'acier dans le béton armé Figure I-2.

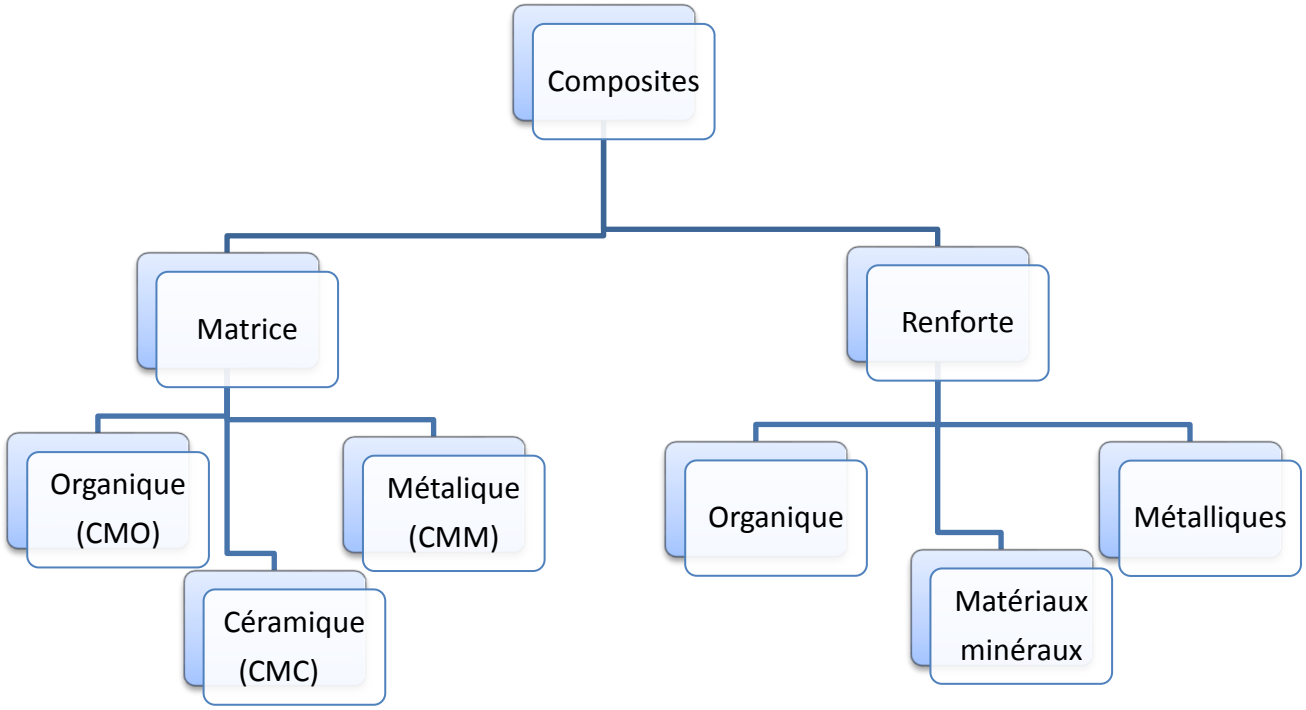


Figure I.2 Composition chimique d'un composite.

I.4.2 Classement selon, la composition de leur structure :

Ensuite, il est possible de classement les composites en fonction de leur structure. On distingue ainsi les composites renforcés par des particules, les composites renforcés par des fibres, ainsi que les composites dits structuraux, *comprenant les stratifiés et les composites sandwichs*.

I.4.2.1 *Distinction entre particules et fibres :*

Cela dépend de ce que l'on appelle le facteur de forme. Lorsque l'on recherche principalement de meilleures propriétés thermomécaniques, on se tourne généralement vers les matériaux composites. Parmi les composites renforcés par des particules, on distingue ceux qui sont renforcés par de grosses particules, comme c'est le cas du béton, où le ciment est renforcé par du sable et du gravier. Cependant, en dehors de ces composites, on trouve également ceux qui se renforcent par de petites particules, tels que le WIDGET des outils d'usinage, qui est une matrice en alliage de cobalt renforcée par des particules microscopiques en carbure de tungstène.

Dans la catégorie des composites renforcés par des fibres, on rencontre ceux qui sont renforcés par des fibres continues, s'étendant de bout en bout de la pièce et généralement alignées entre elles. D'autre part, il existe ceux qui se renforcent par des fibres discontinues, qui peuvent être de courte, moyenne ou grande longueur, et peuvent être orientées de manière aléatoire ou alignée.

Ces deux types de composites sont couramment utilisés dans le renforcement de thermoplastiques, comme le polycarbonate renforcé de fibres de verre, qui est largement utilisé dans la fabrication d'écrans de télévision. Il existe également des composites renforcés par des "bricks" qui sont des fibres monocristallines. Ces fibres présentent quasiment aucun défaut structurel, avec des diamètres maximaux extrêmement réduits, de l'ordre de quelques microns, et une résistance exceptionnelle. Cependant, leur utilisation est fortement limitée en raison de leur coût extrêmement élevé.FigureI-3.

I.4.2.2 *Composites structuraux :*

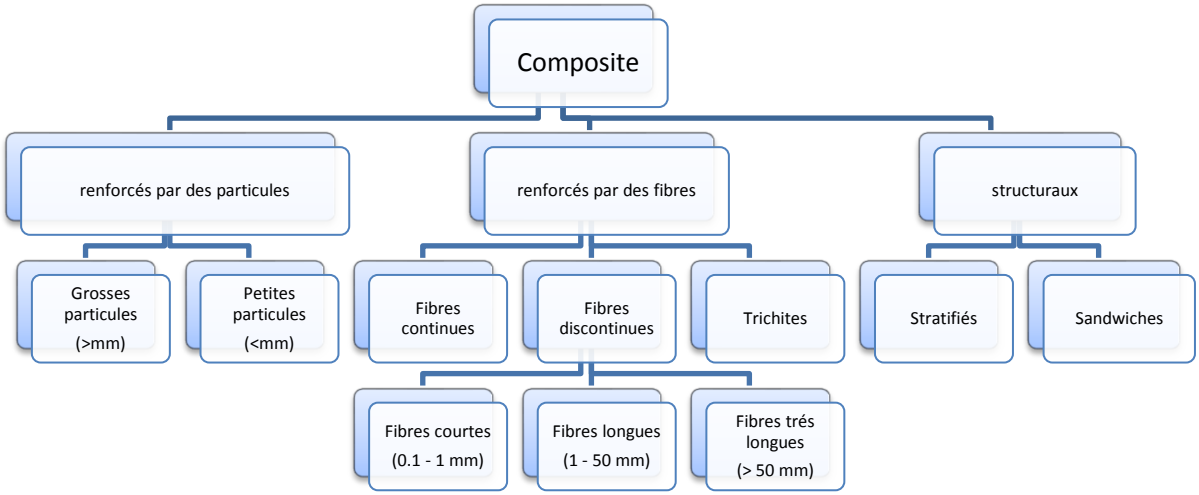
Il s'agit de la catégorie haut de gamme des composites, plus complexe à mettre en œuvre et plus coûteuse. Leur objectif, comme leur nom l'indique, est de jouer un rôle structurel réel, en remplacement des métaux. Dans cette catégorie, nous trouvons les composites stratifiés, qui sont constitués d'un empilement de textiles tissés et imprégnés de matrice. Les célèbres composites à base de fibre de carbone, que l'on trouve par exemple dans l'industrie automobile de luxe ou en compétition, en sont un exemple. On a également les matériaux sandwich, typiquement utilisés dans l'aéronautique pour le revêtement des hélicoptères.

On distingue généralement deux principaux types de composites structuraux :

Composites stratifiés : Ils sont composés de couches minces de renforts (généralement en fibre de carbone, de verre ou d'aramide) imprégnées de matrice (généralement en résine époxy ou polyester). Ces couches sont stratifiées pour créer une structure composite plus épaisse et plus résistante.

Composites sandwich : Ils consistent en un noyau léger et rigide (généralement en mousse ou en nid d'abeille) pris en sandwich entre deux couches de composites stratifiés. Cette conception permet d'obtenir une grande résistance avec un poids réduit.

En fin, en résumé que les composites structuraux sont des matériaux avancés qui jouent un rôle essentiel dans de nombreuses industries grâce à leur capacité à offrir une résistance mécanique élevée tout en étant légers, ce qui les rend indispensables dans la conception de structures légères et résistantes. FigureI-3.



.**Figure I.3** Structure des composites.

I.5 Interface matrice et renfort :

Lorsque l'on évoque les matériaux composites, on mentionne généralement les fibres, mais on accorde rarement l'importance qu'il mérite à l'interface entre ces fibres et la matrice. Pour illustrer ce point, il est possible de faire référence à des images de gouttes d'eau parfaitement sphériques sur une toile d'araignée. Ce phénomène se manifeste également lorsque les matrices des matériaux composites, en particulier les matrices organiques, ne parviennent pas à s'étaler correctement sur les fibres. Cette répulsion entre la matrice et les fibres peut compromettre la qualité du composite, rendant son utilisation inefficace et conduisant parfois à son rejet. Comment alors évite-t-on ces problèmes d'adhérence ?

Les agents d'ensimage jouent un rôle crucial dans ce contexte. Ils sont des revêtements essentiels appliqués aux fibres, sans lesquels ces dernières, qu'elles soient en verre, en carbone ou en Kevlar, sont pratiquement inutilisables. Il existe une grande variété d'agents d'ensimage, chacun adapté à des besoins spécifiques en fonction du type des fibres utilisé. Ces agents peuvent être classés en trois catégories principales :

5-1 Les agents d'ensimage textiles, qui permettent de manipuler les fibres en réduisant les frottements, particulièrement utiles pour les fibres de verre.

5-2 Les agents d'ensimage plastiques, dont le rôle principal est de favoriser une excellente adhérence entre la matrice et les fibres, tout en améliorant leur résistance à la fatigue et au vieillissement.

5-3 Les agents d'ensimage textile-plastique, offrant un compromis entre les avantages des ensimages textiles et plastiques, couramment utilisés avec les fibres de carbone.

En plus de ces avantages, les agents d'ensimage contribuent également à protéger les fibres de l'humidité et à éliminer les charges électrostatiques, des facteurs non négligeables dans diverses applications. En somme, l'ensimage est un élément clé dans la fabrication de matériaux composites de haute qualité, améliorant l'adhérence entre la matrice et les fibres, réduisant l'usure, renforçant la résistance aux contraintes, et offrant divers autres avantages liés à la protection et aux performances des fibres dans une multitude d'applications.

I.6 Résines :

Les résines polymères occupent une place de choix dans le vaste domaine des matériaux composites et de la fabrication industrielle. Elles sont les éléments de base essentiels qui permettent de donner forme, structure et propriétés spécifiques à un large éventail de produits. Les résines, en particulier, se révèlent être les acteurs clés de cette révolution matérielle. Leur capacité à se transformer, à durcir sous l'effet de la chaleur ou d'autres réactions chimiques, ainsi que leur polyvalence en font des matériaux incontournables. Deux catégories majeures de résines émergent dans cet univers complexe : les résines thermoplastiques et les résines thermodurcissables. Chacune de ces familles offre des caractéristiques uniques, des avantages spécifiques et des applications variées, contribuant ainsi à façonner notre monde moderne, de l'industrie aérospatiale à l'électronique grand public. Dans cette exploration, nous plongerons dans l'univers fascinant des résines, en examinant leurs propriétés, leurs processus de durcissement, et leurs applications dans divers secteurs industriels.

I.6.1 Résines thermodurcissables (TD) :

Les résines thermodurcissables, sont mises en forme par chauffage lors d'une transformation irréversible [3]. Les résines thermodurcissables sont, Ces résines sont généralement associées à des fibres longues, Après un traitement thermique ou physico-chimique incluant l'utilisation de catalyseurs et de durcisseurs, qui possèdent la propriété de passer de manière irréversible d'un état liquide à un état solide. Elles se transforment ainsi en produits essentiellement infusibles et insolubles. Une caractéristique notable des résines thermodurcissables est leur capacité à prendre forme de manière définitive, ne permettant qu'une seule opération de mise en forme.

Parmi les principales résines thermodurcissables, on trouve les polyesters insaturés, largement utilisés, ainsi que les résines phénoliques, les résines poly-imides et les résines époxydes.

- La résine polyester se distingue par son excellente adhérence aux fibres et son coût abordable. Cependant, elle présente quelques inconvénients, tels qu'une rétractation importante et une faible résistance à l'humidité et à la chaleur. De plus, un inconvénient majeur réside dans le fait qu'elle émet des vapeurs de styrène lors de la polymérisation, ce qui peut poser des problèmes d'odeurs et de sécurité en milieu de travail. En outre, le stockage des résines polyester peut s'avérer difficile en raison de leur sensibilité à l'humidité et à la contamination [4].
- Résine phénolique : Les résines phénoliques sont obtenues par la polycondensation du phénol et du formol, elles présentent une très bonne tenue au feu, sans fumée (d'où leur utilisation dans le ferroviaire). Elles sont fragiles, sensibles à l'humidité, difficiles à mettre en œuvre [5, 6, 7], ayant de moins bonnes propriétés mécaniques que les résines époxydes.
- Résine poly-imide : Bien que son utilisation puisse être relativement complexe, elle présente l'avantage de conserver d'excellentes propriétés sur une vaste plage de températures, allant de (100 à +260°C).
- La résine époxyde est la plus largement utilisée dans l'industrie aéronautique en raison de ses caractéristiques exceptionnelles. Elle présente une excellente adhérence aux fibres, un faible taux de rétraction lors du moulage (environ 0,5 %) et des propriétés mécaniques remarquables. Elle maintient ses performances jusqu'à une température de 170°C, ce qui en fait un choix privilégié pour des applications exigeantes. Cependant, il est important de noter que la résine époxyde est généralement plus coûteuse que la résine polyester [8, 10].

I.6.2 Résines thermoplastiques (TP) :

Les résines thermoplastiques, souvent abrégées en TP, se présentent sous forme de chaînes linéaires. Pour les mettre en forme, il est nécessaire de les chauffer, ce qui provoque la flexion des chaînes, puis de les refroidir pour les figer, bloquant ainsi leur structure. Il convient de noter que cette opération est réversible [26].

Les thermoplastiques occupent une place prépondérante en termes de production en raison de leur facilité de mise en œuvre et de leur coût avantageux. Parmi les thermoplastiques couramment utilisés, on retrouve les plastiques traditionnels tels que le polychlorure de vinyle (PVC), le polyéthylène (PE), le polypropylène (PP), le polyamide (PA), les polycarbonates (PC), et bien d'autres.

Il existe également des thermoplastiques à usage spécifique, capables de résister à des températures atteignant environ 200°C, voire davantage. Ils offrent la possibilité d'être retransformés, ce qui permet la création de semi-produits comme des feuilles, par exemple, pouvant être façonnés à chaud. Les polyéther-éthercétones (PEEK) sont un exemple de cette catégorie.

En outre, les résines thermoplastiques présentent une meilleure ténacité que les résines thermodurcissables, ce qui laisse entrevoir la possibilité d'améliorer la résistance aux chocs des composites. À leurs débuts, les résines thermoplastiques souffraient de deux inconvénients majeurs : une faible résistance aux hautes températures et une moindre résistance aux solvants.

L'imprégnation des fibres avec ces produits s'avérait assez complexe, et leur rigidité à température ambiante rendait le drapage des pièces relativement difficile.

I.7 Architecture des matériaux composites :

En général, les matériaux composites structuraux sont classés en trois catégories principales :

- ❖ Les monocouches.
- ❖ Les stratifiés.
- ❖ Les sandwichs.

- Autres structures (structures 3D).

I.7.1 *Monocouche ou pli* :

Les matériaux composites structuraux sont généralement classés en trois catégories principales. La première catégorie comprend les monocouches, également appelées nappes (lamina). Ces monocouches constituent l'élément de base de la structure composite et peuvent se présenter sous forme de couches planes ou incurvées. Les différents types de monocouches se distinguent par la forme du renfort utilisé, qui peut être à fibres longues (unidirectionnelles (UD), réparties aléatoirement, à fibres tissées ou à fibres courtes.

Dans le cas d'une nappe unidirectionnelle (UD), les fibres sont alignées parallèlement les unes par rapport aux autres, maintenues ensemble par une trame légère (voir Figure I.4.a). Ce type de structure présente un taux de déséquilibre élevé. En général, les structures monolithiques, composées de nappes unidirectionnelles, sont réservées à la fabrication de pièces de faibles épaisseurs, généralement comprises entre 3 et 5 *mm*.

I.7.2 *Stratifiés* :

Un stratifié est formé par l'empilement de deux ou plusieurs couches, également appelées plis, disposées successivement de manière à agir comme une seule entité structurale. Chaque couche est composée de fibres de faible section imprégnées de résine, et elle est identifiée par son orientation, qui est l'angle formé par la direction des fibres par rapport à une direction de référence donnée, généralement la direction des fibres unidirectionnelles orientées à 0° (voir Figure I.4.b).

I.7.3 *Sandwichs* :

Les matériaux sandwich se composent de deux semelles, également appelées peaux, qui sont caractérisées par leur grande rigidité et leur faible épaisseur. Ces peaux enveloppent une âme, ou un cœur, qui est d'une épaisseur importante mais présente une résistance relativement faible. Lorsqu'ils sont combinés, ces éléments forment une structure d'une légèreté remarquable. Les matériaux sandwich possédé une grande résistance à la flexion et à la torsion, en plus de servir d'excellent isolant thermique (voir Figure I.4.c).

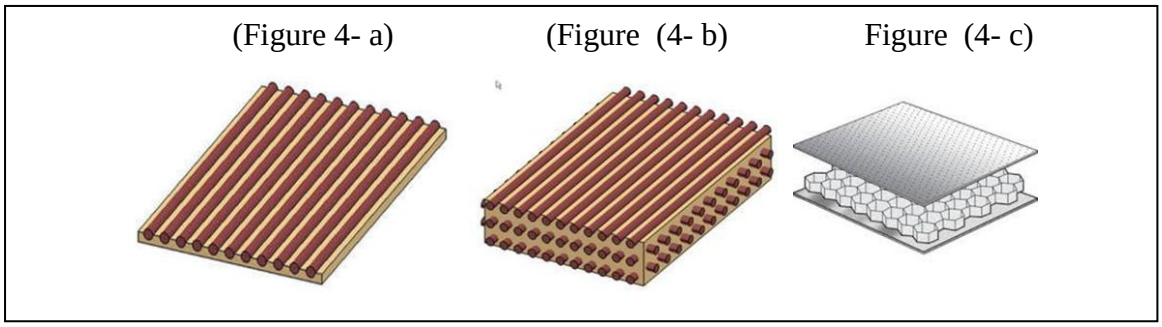


Figure I.4 Architecture des matériaux composites.

I.7.4 *Autres architectures* :

En plus des structures mentionnées précédemment, on trouve également d'autres architectures de composites :

I.7.4.1 *Plaques renforcées* :

Ces plaques sont composées de résines ou de matrices dans lesquelles sont introduits divers types de renforts tels que des fibres courtes, des billes pleines ou creuses, de la poudre métallique ou du graphite. Ces renforts ont pour effet d'augmenter le module d'élasticité de ces matériaux de 2 à 5 fois. Le comportement mécanique de ces matériaux peut être homogénéisé, et leur étude peut être ramenée à celle d'un matériau usuel isotrope.

I.7.4.2 *Composites volumiques* :

Introduits pour répondre à des besoins spécifiques de l'aéronautique, ces composites sont élaborés à partir de tissages volumiques. Ils sont généralement coûteux mais permettent d'atteindre des caractéristiques mécaniques très élevées, tout en présentant un comportement sensiblement isotrope dans l'ensemble de leur volume.

I.8 Matériaux nano-composites :

I.8.1 Introduction :

Au cours des dernières décennies, les nano-composites ont suscité un vif intérêt tant chez les chercheurs que chez les industriels. Ils présentent des propriétés supérieures par rapport aux composites classiques, notamment en termes de module d'élasticité, de résistance à la traction et à la chaleur. Selon les travaux de Kojima [18], les nano-composites à base de ces matériaux offrent un large éventail d'applications prometteuses en raison de leurs propriétés mécaniques exceptionnelles, même à de faibles concentrations de charges (fraction massique comprise entre 4,7% et 5%) et de leurs rapports de forme élevés. Le développement futur de ces nanomatériaux dépend de notre compréhension fondamentale de leurs structures et de leurs capacités, ce qui nécessite la mise en place de stratégies de modélisation appropriées.

I.8.2. Définition d'un nano-composite :

Un nano-composite est un matériau solide composé de plusieurs phases, dont l'une d'entre elles a une dimension inférieure à 100 nanomètres (*nm*), soit une structure présentant des caractéristiques répétitives à l'échelle nanométrique au sein des différentes phases constitutives du matériau [19].

Dans le sens le plus large de cette définition, cela peut englober des milieux poreux, des colloïdes, des gels, des copolymères et des mélanges de polymères (c'est-à-dire des mélanges de différents polymères). Cependant, en général, cela fait référence à la combinaison d'une matrice grossière (qui donne une forme au matériau composite) et d'une phase de nano-dimension (ou plusieurs phases) dont les propriétés diffèrent en raison des variations dans leur structure et leur composition chimique. Les propriétés catalytiques, mécaniques, électriques, thermiques, optiques et électrochimiques des nano-composites peuvent clairement se distinguer de celles des matériaux constitutifs.

I.8.3 Structure de nano renforcement :

La structure des nano-renforcements dans les matériaux nano-composites repose sur l'utilisation d'une matrice de départ contenant des composants de renforcement, dont au moins l'un présente une ou plusieurs dimensions à l'échelle nanométrique (inférieures à 100 *nm*). Ces dimensions nanométriques peuvent se présenter sous diverses formes, telles que des particules organiques et non organiques, des lamelles, des fibres, des nanotubes de carbone, etc. Ces nano-renforcements peuvent être regroupés en trois principales catégories [24], en fonction de leur géométrie (voir Figure I.5).

i) Nano-composites à renforts particulaires (iso-dimensionnels) :

Ce sont des particules de forme nano-sphérique avec un diamètre inférieur ou égal à 100 *nm*. Parmi les renforts particulaires les plus couramment utilisés avec les matrices polymères, on peut citer la silice, le carbone, le carbonate de calcium et les billes d'alumine (voir Figure I.5.a).

ii) Nano-composites à renforts fibrillaires (2D) *:*

Ces renforcements se présentent sous la forme de tubes ayant un diamètre de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres (de 1 à 3 *nm*) et une longueur de l'ordre de quelques micromètres. Les exemples les plus courants incluent les nanotubes de carbone et les fibres de cellulose (Wiskers) (voir Figure I.5.b).

iii) Nano-composites à renforts plaquettaires :

Les nano-composites peuvent être composés d'une dispersion de plaquettes ou de lamelles, généralement d'origine argileuse, dans une matrice polymère. Les dimensions des feuilles sont de l'ordre du nanomètre (1 *nm*) en épaisseur, avec un rapport d'aspect significatif dans les deux autres directions (voir Figure I.5.c).

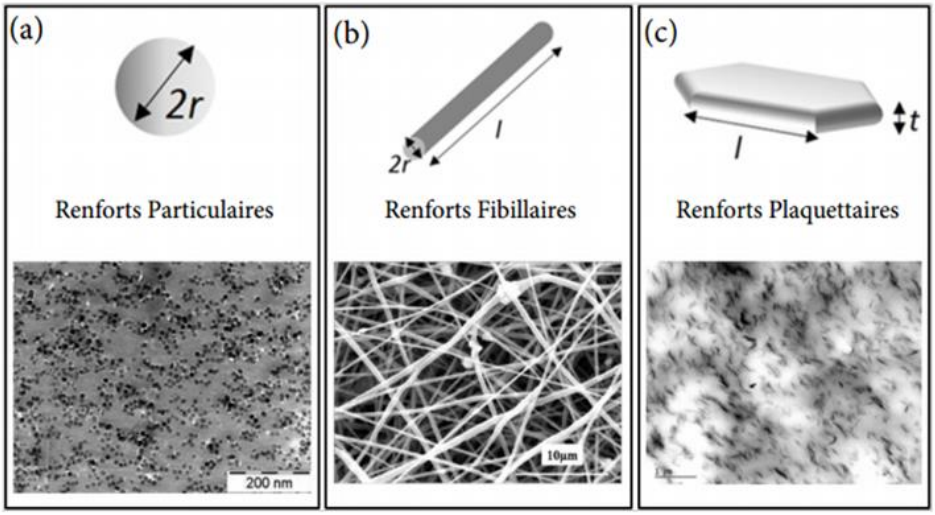


Figure.I.5 Différent formes de nano-renforcement [22].

(**a**) particularises, (**b**) fibrillaires, (**c**) plaquettaires.

Dans l'ensemble, plusieurs paramètres permettent de caractériser les nano-renforts, notamment leurs structures (taille, forme, rapport de forme, orientation), leurs surfaces spécifiques, ainsi que leurs interactions au sein de la matrice. Ces paramètres jouent un rôle déterminant dans la qualité de la dispersion des nano-charges au sein de la matrice polymère.

I.8.4 Classification des matériaux nano-composites :

La classification des matériaux nano-composites se divise en trois catégories différentes [23].

- Nano-composites à matrice céramique (NCCM) : Les céramiques présentent une excellente stabilité thermique et chimique, ainsi qu'une résistance à l'usure élevée. L'utilisation de nano-composites céramiques permet également d'améliorer les propriétés mécaniques, notamment la ténacité.

- Nano-composites à matrice métallique (NCMM) : Ces matériaux sont constitués d'une matrice métallique ductile dans laquelle des renforts de dimensions nanométriques sont dispersés. Ils combinent généralement les caractéristiques des métaux et des céramiques, ce qui permet d'obtenir à la fois une ductilité et une ténacité élevées associées à une résistance et un module élastique élevés.

- Nano-composites à matrice polymère (NCMP) : Les polymères sont appréciés pour leur facilité de fabrication, leur faible densité et leur nature généralement ductile. Cependant, ils présentent un faible module d'élasticité et une faible résistance par rapport aux métaux et aux céramiques. L'incorporation de phases nano-céramiques et métalliques dans une matrice polymère a un impact significatif sur l'amélioration des propriétés mécaniques et la création de nouvelles fonctionnalités par rapport au matériau polymère d'origine. De plus, en raison de l'efficacité élevée des renforts, il est possible de les disperser en concentrations minimes tout en préservant les caractéristiques typiques des polymères telles que la légèreté et la ductilité. Cette catégorie suscite un grand intérêt parmi les groupes de recherche, comme en témoigne le nombre élevé d'articles scientifiques publiés sur ce sujet.

I.9 Nanotubes de carbone (NTCs) :

I.9.1 Généralité :

La découverte des nanotubes (NTC) de carbone offre de possibilités intéressantes pour le développement de nouveaux matériaux de hautes performances, donc est le plus grand terrain d'évolution dans le monde de la science. La nanotechnologie à la lumière de la recherche généralisée connue dans ce monde nouveau et révolutionnaire de toutes les sciences au cours des trois dernières décennies. Un nanotube est une feuille du graphite est composé d'atomes de carbone disposés en un réseau hexagonal comme un nid-d'abeilles, et roulé sur lui-même. Son diamètre est de quelques nanomètres (*nm*) et peut mesurer plusieurs micromètres de longueur. Les nanotubes de carbone sont 100 fois plus résistantes et six fois plus légères que l'acier [14]. Aussi, on peut citer d'autres avantages associés à ce type de matériau révolutionnaire pour la science nouvelle, tels que sa flexibilité, sa conductivité et ses propriétés mécaniques, électroniques et thermiques.

En ce qui concerne l'histoire de la découverte des nanotubes de carbone, ils ont été identifiés pour la première fois par Sumio Iijima (NEC) en 1991 [15].

I.9.2 Structure des NTC :

Se divise en deux types principaux :

• les nanotubes de carbone mono-feuillets, également connus sous le nom de (en anglais single-walled carbone nanotubes, SWNT ou SWCNT).

• Les nanotubes de carbone multi-feuillets, également appelés (en anglais multi-walled carbon nanotubes, MWNT ou MWCNT).

I.9.2.1 Nanotubes de carbone mono-feuillet :

Ce type de nanotube de carbone a été découvert simultanément par les chercheurs Béthune et Iijima en 1993 [15]. Un nanotube de carbones mono-feuillets est essentiellement une feuille de graphène enroulée sur elle-même pour former un unique cylindre. Les atomes de carbone conservent leur état d'hybridation dans cette structure. Le nanotube de carbone ainsi formé possède deux extrémités qui peuvent être fermées par deux dômes, ressemblant à des demi-fullerènes. La façon dont la feuille de graphène est enroulée détermine la structure et les propriétés du nanotube formé (voir Figure I.6).

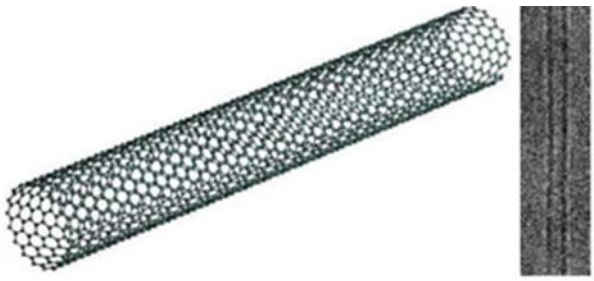


Figure.I.6 Nanotube de carbone mono-feuillet SWNT

Effectivement, l'enroulement de la feuille de graphène joue un rôle crucial dans la définition de la structure et des propriétés du nanotube formé (voir Figure I.7) [16].

• le nanotube a une structure de type « zig-zag ».

• le nanotube a une structure de type « chaise ».

• dans tous les autres cas, le nanotube est « chiral ».

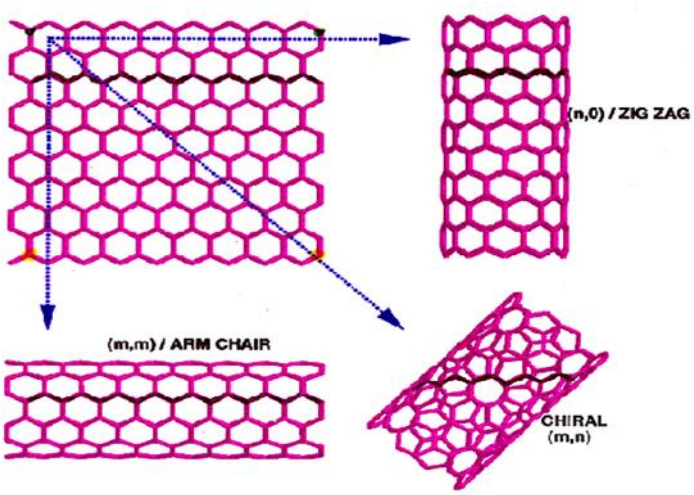


Figure.I.7 Structure de Nanotube de carbone [16].

Ces différentes structures confèrent aux nanotubes de carbone une grande diversité de propriétés, ce qui en fait des matériaux très intéressants pour de nombreuses applications.

I.9.2.2 Nanotubes de carbones multi-feuillets :

Les nanotubes de carbones multi-feuillets (MWCNT) sont composés d'un agencement concentrique de feuilles de graphène enroulées sur elles-mêmes pour former des cylindres, ce qui est souvent comparé à une structure de type "poupée russe" (voir Figure I.8).

Le diamètre du plus petit tube interne détermine la taille du canal central du nanotube. Le diamètre interne d'un nanotube multi-feuillets est d'environ deux nanomètres, tandis que le diamètre externe est d'environ une vingtaine de nanomètres. Cependant, il est possible que les nanotubes multi-feuillets atteignent des diamètres allant jusqu'à plusieurs centaines de nanomètres.

L'empilement des différentes couches graphitiques des nanotubes multi-feuillets est en général aléatoire, et aucune loi préférentielle n'a été identifiée pour leur arrangement. La distance moyenne entre les feuilles adjacentes est d'environ 0,344 *nm*. Cependant, il existe d'autres structures possibles, certaines études expérimentales suggérant que les nanotubes multi-feuillets pourraient adopter une structure similaire à un rouleau de parchemin.

Finalement, la structure de type "poupée russe" est la plus fréquemment rencontrée. [17] (Figure.I.8).

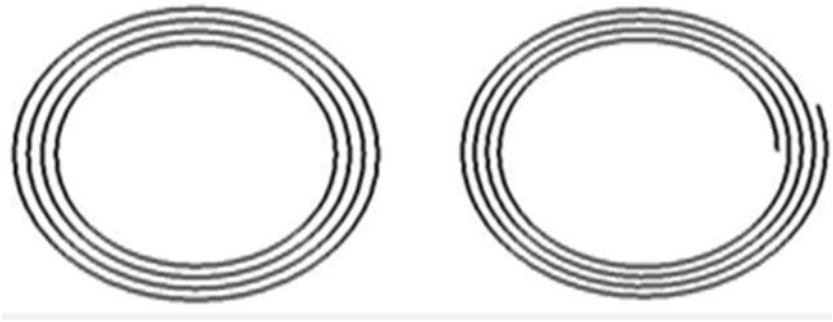


Figure.I.8 Structures possibles d'un MWNT.

Gauche : type cylindres 'appelé poupée russe. ***Droite*** : type rouleau parchemin 'spiral'.

I.10 Matériaux composites hybrides :

I.10.1 Introduction :

La recherche et les innovations dans le domaine de la science et du génie des matériaux permettent le développement de nouveaux matériaux innovants et multifonctionnels qui revêtent une grande importance dans plusieurs secteurs industriels. Comme évoqué précédemment dans la section sur les nanotubes de carbone, les nano-composites, obtenus par l'incorporation de nano-renforts dans divers systèmes matriciels, sont largement utilisés pour obtenir de bonnes propriétés mécaniques tout en gain de masse et en offrant de nombreuses autres propriétés essentielles, telles que la résistance thermique.

Bien que certaines nano-charges, telles que les nanotubes de carbone, présentent des propriétés mécaniques supérieures par rapport aux matériaux composites classiques, tels que les fibres de verre ou de carbone, la limitation réside dans la capacité à atteindre des fractions volumiques élevées de ces nano-charges dans les composites, ce qui ne permet pas d'atteindre des propriétés mécaniques et thermiques similaires à celles des composites conventionnels renforcés par des fibres.

À des fractions volumiques élevées, les nano-charges sont extrêmement difficiles à disperser dans la matrice et ont tendance à former des empilements, ce qui conduit à la formation de vides et de défauts dans les composites. Pour cette raison, l'approche la plus simple pour obtenir des performances élevées avec des propriétés multifonctionnelles consiste à développer des composites hybrides qui combinent les deux types de renforts, à savoir les renforts conventionnels et les micro ou nano-charges.

En plus de leurs contributions individuelles, ces renforts à deux échelles peuvent également avoir des effets synergiques. En effet, la combinaison de renforts provenant de différentes échelles de longueur (*macro, micro ou nano*) conduit au développement d'une nouvelle classe de matériaux composites généralement appelés les composites hybrides [24].

I.10.2 Définition :

Les composites hybrides sont définis comme des matériaux composites avancés qui contiennent trois ou quatre composants : une matrice, un renfort et des micros ou nano-charges. En principe, ce sont des composites composés de différents types de renforts imprégnés dans un système matriciel. Pour des applications avancées, les plus courants sont les composites à plusieurs échelles contenant un renfort conventionnel tel que les fibres de verre ou de carbone, ainsi que des micros et/ou des nano-charges.

La Figure I.9 ci-dessous fournit une illustration schématique d'un composite conventionnel constitué d'une matrice, de fibres, et d'un matériau hybride qui comporte également une matrice, des fibres, et des micros et/ou des nano-charges.

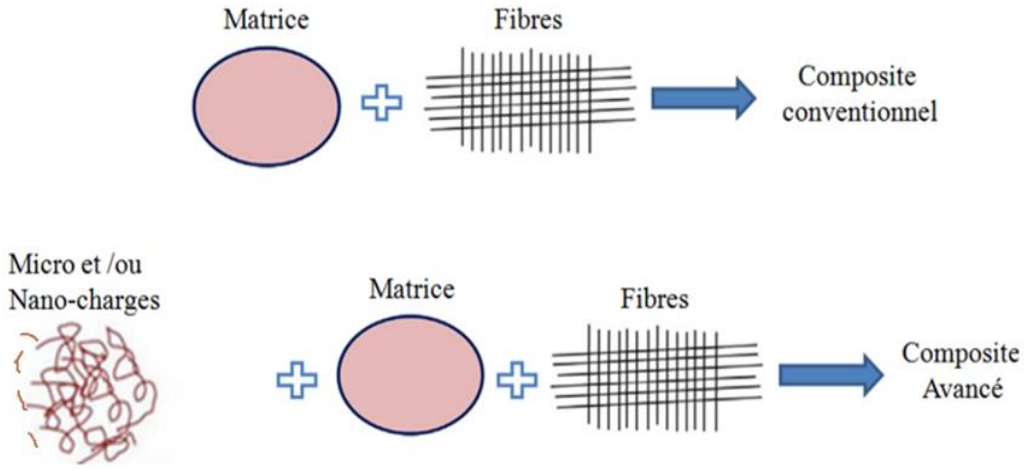


Figure.I.9 Concept du composite avancé -hybride-.

En résumé, un composite est qualifié d'hybride lorsqu'il est composé de trois phases distinctes :

i) ***La matrice*** : Son rôle principal consiste à garantir la cohésion de la structure, tout en transférant les charges entre les renforts et en les maintenant dans leur position et leur orientation. De plus, elle protège le composite contre les agressions extérieures et lui confère la forme désirée lors de la fabrication. On distingue plusieurs types de matrices, notamment les matrices polymériques, métalliques et céramiques. Les matrices

polymériques, qui sont les plus couramment employées, se présentent sous la forme de résines thermodurcissables ou thermoplastiques.

ii) ***Les Renforts*** : Ils confèrent aux matériaux composites leurs performances mécaniques et thermiques. Un renfort est obtenu en assemblant des fibres (ou filaments) sous forme de mèches 'mâts' ou de tissus. Ces fibres peuvent être de courte longueur (quelques centimètres ou fractions de millimètre) ou longues et sont principalement constituées de verre, de carbone ou d'aramide (Kevlar).

L'assemblage des fibres peut prendre différentes formes :

- Unidirectionnel : Les fibres sont orientées dans une seule direction du plan. (Figure. I.10.a)
- Bidirectionnel : Les surfaces peuvent être tissées (tissus) (Figure I.11.b), ou non tissées (mats). (Figure I-10.c)
- Tridimensionnel : Les volumes sont constitués de fibres orientées dans les trois directions de l'espace. (Figure I.10.d)

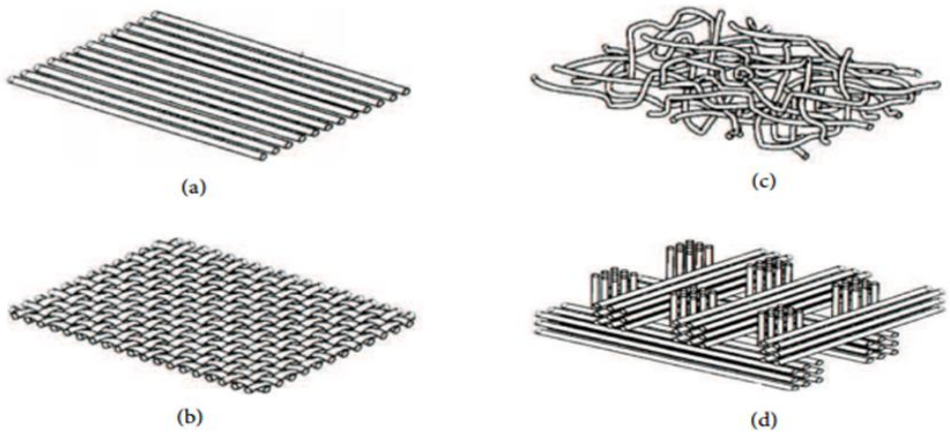


Figure.I.10 Différentes architectures des fibres.

(**a**) Fibres unidirectionnelles, (**b**) mat, (**c**) tissus et (**d**) tissage tridimensionnel [25].

iii) Les charges : En fonction de leurs dimensions, on peut classer les charges en deux groupes distincts :

a)- Les micro-charges : Ces charges ont au moins une dimension de taille micrométrique, généralement comprise entre 1 et 100 μm.

b)- Les nano-charges : Ces charges présentent une dimension de taille nanométrique, qui se situe habituellement entre 1 et 100 *nm* environ. Les propriétés des composites subissent des

changements significatifs lorsque la taille des charges se rapproche de l'échelle nanométrique. En effet, grâce à leur surface spécifique accrue, les nano-charges peuvent atteindre, pour un taux de charges équivalent par rapport aux charges micrométriques, des propriétés nettement supérieures.

I.11 Matériaux fonctionnellement graduée (FGM) :

I.11.1 Introduction :

De nombreuses applications technologiques, telles que l'aérospatiale, l'industrie automobile, la production d'électricité, la microélectronique, la construction, et la bio-ingénierie, exigent des propriétés qui ne sont pas disponibles dans les matériaux d'ingénierie conventionnels [26], [3]. Ces applications requièrent des propriétés qui semblent mutuellement exclusives, telles qu'une résistance aux contraintes thermomécaniques et une stabilité chimique. La nécessité de combiner ces propriétés se retrouve dans de nombreux produits courants, tels que les engrenages, qui doivent être suffisamment solides à l'intérieur pour résister à la fracture, tout en étant résistants à l'usure en surface [4].

Les matériaux composites représentent la forme la plus avancée de matériaux, fabriqués à partir de deux ou plusieurs constituants aux propriétés physiques et chimiques significativement différentes des matériaux traditionnels. L'hétérogénéité, l'anisotropie, la symétrie et la hiérarchie sont les principales caractéristiques de ces matériaux qui suscitent un intérêt particulier pour diverses applications. Cependant, ils sont sujets à une transition abrupte des propriétés à l'interface, ce qui peut entraîner une défaillance des composants dans des conditions de travail extrêmes. Cet inconvénient des composites conventionnels est résolu grâce à une forme modifiée de composites appelée matériaux à gradient fonctionnel (FGM). Ces matériaux remplacent une interface nette par une interface graduelle, permettant ainsi une transition en douceur des propriétés d'un matériau à l'autre.

Les matériaux fonctionnellement graduée (FGM) constituent une nouvelle classe émergente de matériaux avancés, très attrayante pour une large gamme d'applications en ingénierie, car ils permettent la conception de différentes performances fonctionnelles au sein d'une seule pièce. Ce concept suscite l'intérêt de la communauté scientifique, donnant lieu à de nombreuses recherches et applications technologiques. Cependant, les techniques de fabrication des matériaux fonctionnellement gradués sont coûteuses et longues, limitant ainsi leur utilisation à des

applications d'ingénierie très sélectives, les matériaux les plus couramment utilisés étant les céramiques associées aux métaux (Figure.I.11).

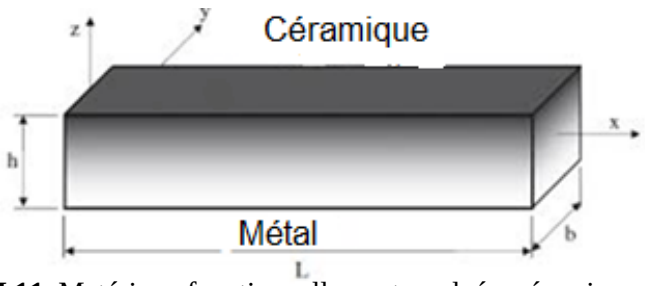


Figure I.11. Matériaux fonctionnellement graduée céramique avec métal.

I.11.2 Historique sur l'évolution des matériaux FGM avancés :

Au milieu des années 80, un groupe de scientifiques de la région de Sendaï, au Japon, introduit le terme "FGM" (**F**unctionally **G**raded **M**aterials) pour désigner une méthode de préparation de matériaux destinés aux barrières thermiques [5]. Leur objectif est de développer des matériaux haute performance résistant à la chaleur en utilisant la technologie des gradients de propriétés. Cette nouvelle catégorie de matériaux trouve des applications variées, notamment en tant que revêtements de barrières thermiques pour les moteurs céramiques à gaz et dans les revêtements minces optiques [6]. En 1987, les chercheurs japonais lancent un projet de recherche axé sur le développement de matériaux à gradient de propriétés, en se penchant notamment sur l'étude de la relaxation des contraintes thermiques. L'intérêt de ce projet est de créer des matériaux capables de résister à des températures élevées, notamment dans le domaine aérospatial.

Ce projet vise à développer une architecture fondamentale pour les FGM et à explorer leurs applications. Pour la conception de ces matériaux, plusieurs caractéristiques doivent être prises en compte, notamment :

- La résistance thermique et la résistance à l'oxydation à haute température de la couche superficielle du matériau.
- La ténacité du matériau à basse température.
- L'efficacité de la relaxation des contraintes thermiques le long du matériau [7].

L'objectif dans le développement de cette nouvelle classe de matériaux (FGM) est de combiner les propriétés des céramiques (à haute température) et des métaux (à basse température). Dans la première phase (1987-1989), les chercheurs réussissent à fabriquer expérimentalement des pièces d'une épaisseur de 1 à 10 *mm* et d'un diamètre de 30 *mm*, capables de résister à des températures de

surface allant jusqu'à 2000 °K, avec un gradient de température de 1000 °K (par exemple, pour les corps d'engins spatiaux). Dans la seconde phase (1990-1991), l'objectif est de fabriquer des pièces de tailles plus grandes et de formes plus complexes que celles réalisées lors de la première phase.

Au cours des années 90, le champ d'application des FGM s'élargit pour inclure les matériaux de structure fonctionnant à haute température, en s'étendant vers des domaines tels que la biomécanique, l'optique, et bien d'autres [8].

De manière générale, la Figure I.12 illustre l'évolution historique des métaux purs vers les métaux classés de manière fonctionnelle.

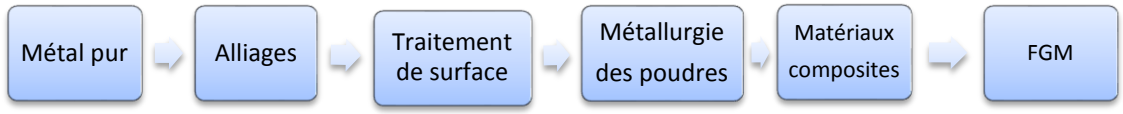


Figure.I.12 Développement matériel vers les FGM.

I.11.3 Gradient :

Contrairement aux matériaux homogènes, les propriétés des FGM ne varient pas seulement en fonction de leur composition, mais dépendent également de la connectivité de la structure du réseau interne. La Figure I.13 présente une représentation schématique de la microstructure couramment observée dans un matériau lorsque la concentration de la deuxième phase augmente.

À de faibles fractions volumiques, la deuxième phase se présente sous forme de particules isolées dispersées dans une matrice (Figure I.13 a). À mesure que la concentration de la deuxième phase augmente, ces particules commencent à entrer en contact et à former des agrégats (Figure I.13 b).

Lorsque la concentration augmente davantage, une transition microstructurale critique se produit, où la deuxième phase n'est plus dispersée, mais devient plutôt connectée sur de longues distances (Figure I.13 c, d, e). Cette transition a un impact significatif sur les propriétés des matériaux, telles que la conductivité thermique ou électrique, et de légères variations de composition se traduisent par des changements distincts des propriétés [6].

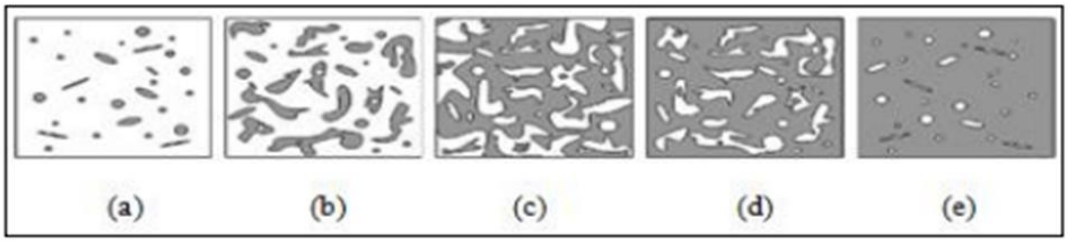


Figure.I.13 Changement schématique de la microstructure dans un profil FGM.

I.11.4 Domaine d'application des FGM :

La Figure I.13 illustre les divers domaines d'application des FGM. À l'origine, ces matériaux sont développés pour les structures aéronautiques et les réacteurs à fusion en raison de leur capacité à résister à des contraintes thermiques extrêmes. Au fil du temps, leur utilisation s'étend à de nombreux domaines en raison de leurs performances exceptionnelles dans des conditions très exigeantes.

Grâce à leur résistance à la fatigue thermique et à leur longue durée de vie, les céramiques sont fréquemment utilisées comme barrières thermiques pour les moteurs, les turbines à gaz, ainsi que dans le domaine de l'optique, des sondes de déclenchement, des combinaisons métal/céramique pour les armures, des détecteurs photoélectriques et même des implants dentaires.

En conclusion, le développement des matériaux vers les FGM représente une avancée majeure dans le domaine des matériaux avancés, ouvrant la voie à de nombreuses innovations et applications dans diverses industries. La recherche continue dans ce domaine devrait conduire à des progrès encore plus importants dans un avenir proche.

Aujourd'hui, les matériaux produits sont plus légers, plus performants, et offrent une résistance et une durabilité exceptionnelles. Leur application s'est élargie à de nombreux domaines, notamment le génie civil et les travaux publics, l'énergie nucléaire, l'électronique et l'optique, comme illustré dans le schéma suivant.

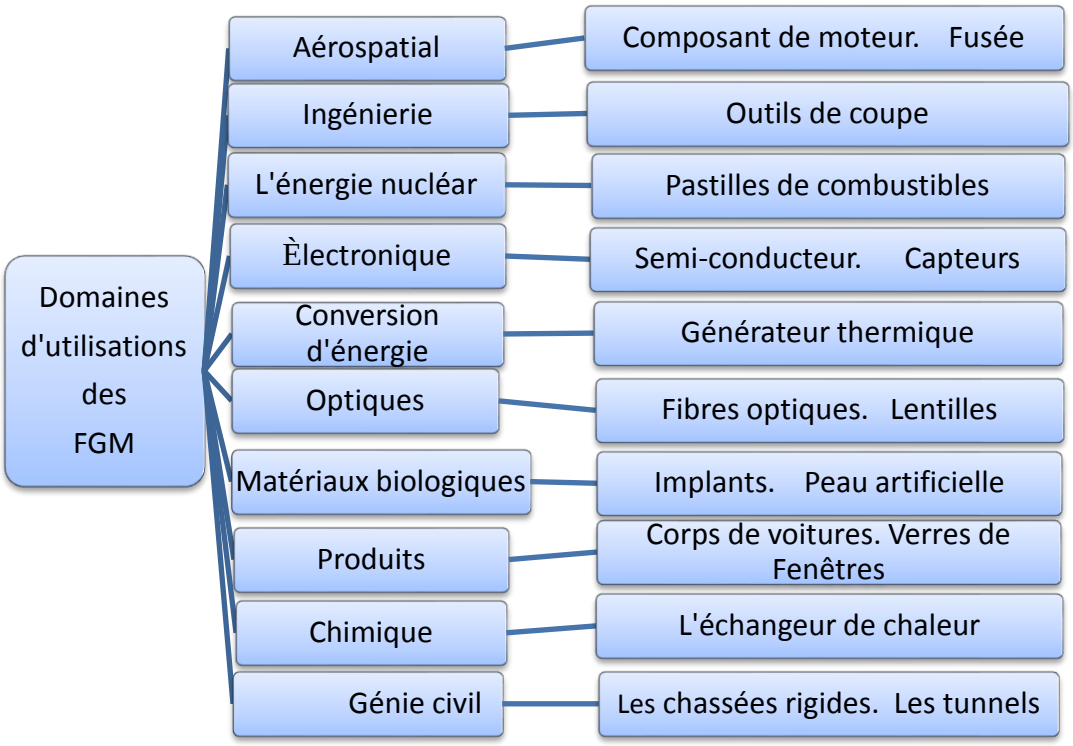


Figure I.14 Principaux domaines d'application des FGM.

I.11.5 Définition et concept d'un matériau à gradient évalué (FGM):

I.11.5.1 *Définition des matériaux FGM* :

Un matériau à gradient évalué est un type de matériau composite composé de deux ou plusieurs matériaux présentant des fractions volumiques et des microstructures conçues pour avoir une continuité spatiale des variables. Un FGM est fabriqué en modifiant de manière continue les fractions de volume dans la direction de l'épaisseur pour obtenir un profil bien défini.

Ces matériaux FGM sont généralement constitués d'un mélange de métal et de céramique (Figure I.15) grâce à un processus de métallurgie des poudres. La partie riche en métal est généralement placée dans les régions où des propriétés mécaniques élevées, telles que la dureté, sont requises. En revanche, la partie riche en céramique, qui présente une faible conductivité thermique et peut résister à des températures plus élevées, est placée dans les régions présentant un fort gradient de température.

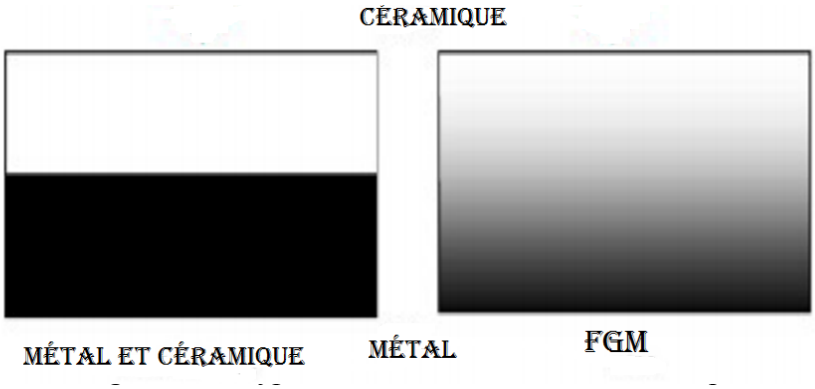


Figure.I.15 Définition des matériaux FGM.

I.11.5.2 *Concept des matériaux à gradient de propriétés :*

Les matériaux à gradient fonctionnel constituent une nouvelle classe de matériaux composites dont les propriétés thermomécaniques varient selon une loi de fonction continue (Figure I.16) ou discrète (Figure I.17) à travers l'épaisseur [5]. Grâce à la structure particulière de ces matériaux, il est possible d'éviter les concentrations de contraintes au niveau des interfaces (qui provoquent le délaminage) et d'améliorer les propriétés mécaniques et thermiques des pièces en associant différents matériaux. Ces matériaux sont de plus en plus utilisés dans les industries aéronautiques, aérospatiales, biomécaniques, automobiles, et de nombreuses autres applications technologiques.

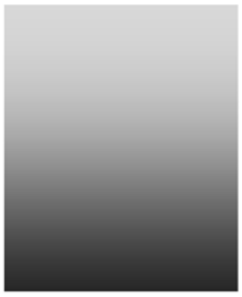


Figure.I.16 Variation continue des propriétés.

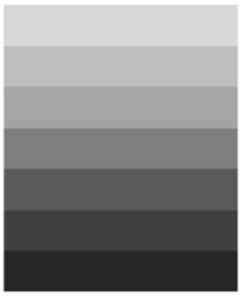


Figure.I.17 Variation discrète des propriétés.

La solution envisagée consiste à utiliser des matériaux composites, en particulier des matériaux à gradient de propriétés. On peut envisager un matériau dont la face exposée à très haute température possède des propriétés de résistance aux fortes chaleurs et à l'oxydation, telles que la céramique, tandis que la face intérieure est très conductrice de la chaleur, dotée d'une bonne résistance mécanique et d'une meilleure ténacité, à l'instar du métal.

Cependant, dans le cas d'un simple assemblage de ces deux matériaux, des ruptures surviennent immédiatement en raison des contraintes thermiques exercées à l'interface entre les deux types de matériaux ayant des propriétés thermiques différentes. L'idéal est de supprimer cette interface en créant une transition continue entre les deux faces.

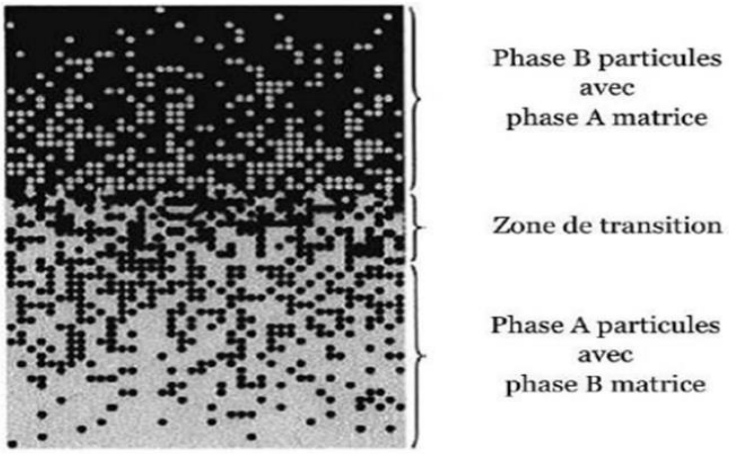


Figure.I.18 Variation continue de la microstructure (schématisée).

En ajustant la microstructure de transition de manière appropriée, comme indiqué dans la Figure I.18, il est possible d'obtenir une distribution optimale de la température, de la déformation et des contraintes. Cette capacité d'ajustement est essentielle lors de la conception de structures thermiques pour l'aéronautique et l'astronautique, telles que les moteurs, les tuyères, les revêtements thermiques, etc. Ce concept a également été appliqué pour améliorer la résistance à la fatigue thermique et la durée de vie des revêtements pare-feu [6,7].

I.11.6 Lois rugissantes la variation des propriétés mécaniques des plaques FGM :

Le gradient de propriété dans le matériau est provoqué par une dépendance de la position de la composition chimique, de la microstructure ou de l'ordre atomique. Les FGM se distinguent des matériaux composites conventionnels par ce changement continu des caractéristiques.

Avec une transition idéalement continue de la composition de la structure, et la distribution des porosités de manière à optimiser les performances de la structure qu'ils constituent. L'un des paramètres clés à déterminer lors de la fabrication de ces matériaux est la composition multiphase à travers l'épaisseur. La dépendance des propriétés par rapport à la position se traduit par la prise en compte de la loi des mélanges correspondant au modèle de Voigt [3].

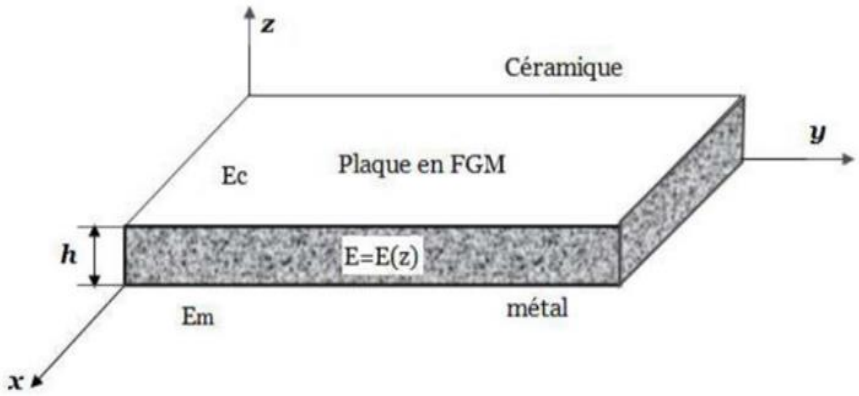


Figure.I.19 Géométrie d'une plaque FGM.

Avec x et y représentant les coordonnées du plan de la plaque, tandis que l'axe z est perpendiculaire à la surface moyenne de la plaque et s'étend dans la direction de l'épaisseur.

Les surfaces supérieure et inférieure présentent des propriétés mécaniques différentes, à savoir le module de Young et le coefficient de Poisson, qui sont déterminés en fonction des exigences de performance. Ils varient continuellement dans la direction de l'épaisseur, le long de l'axe z, comme suit :

$$E = E(z) \qquad et\ v = v(z)$$

L'effet du coefficient de Poisson sur les déformations est négligeable par rapport à celui du module de Young. Par conséquent, le coefficient de Poisson peut être considéré comme constant. Cependant, le module de Young dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM varie en fonction de la loi de puissance, que nous notons (P-FGM).

Dans cette loi, la propriété de la fraction volumique de la plaque suit une fonction comme suit :

$$V(z) = ((z + h/2)h)^k \tag{I.1}$$

Où *k* est un paramètre mécanique (paramètre de puissance) et *h* est l'épaisseur de la plaque.

Une fois que la fraction volumique locale V(z) a été définie, les propriétés matérielles d'une plaque (P-FGM) peuvent être déterminées à l'aide de la loi des mélanges [10].

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m)V(z) \tag{I.2}$$

Où E_m et E_c sont respectivement les modules de Young de la surface inférieure

($z = {}^{-h}/_{2}$) et de la surface supérieure ($z = {}^{h}/_{2}$) de la plaque FGM.

La variation de la fraction volumique dans la direction d'épaisseur de la plaque P-FGM sur la (Figure.I.20). Il apparait clairement que la fraction volumique change rapidement prés de surface inférieure pour (k < 1), contre une augmentation rapide près de la surface supérieure pour (k > 1).

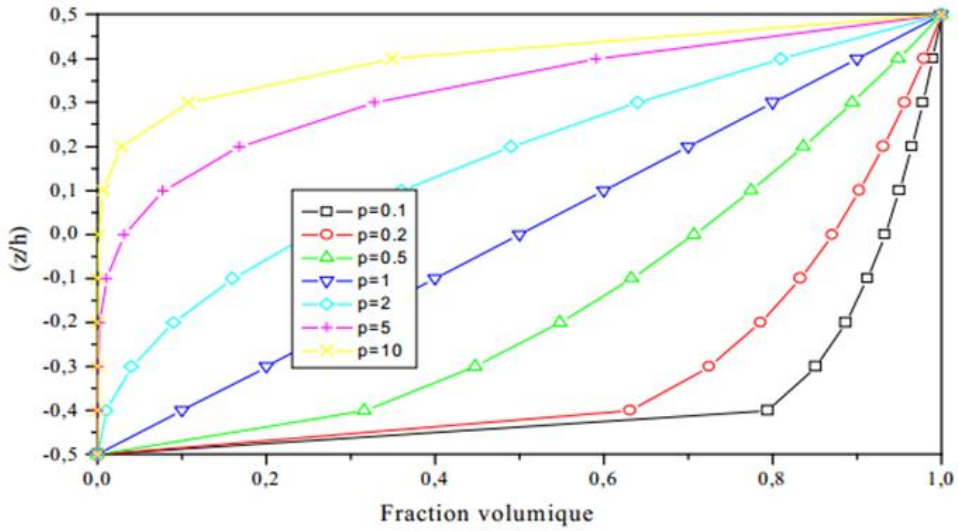


Figure.I.20 Variation de la fraction volumique dans une plaque P-FGM.

I.12 Avantager et inconvénient des matériaux composites :

Comme pour tous les matériaux, les matériaux composites présentent à la fois des avantages et des inconvénients.

Parmi les avantages :

- L'utilisation des matériaux composites offre de nombreuses caractéristiques exceptionnelles. Ils présentent des atouts significatifs par rapport aux matériaux traditionnels, ce qui leur confère plusieurs avantages fonctionnels.
- Ils sont considérablement plus légers, ce qui constitue un avantage majeur en termes de poids
- Ils offrent une grande résistance à la fatigue, ce qui prolonge considérablement la durée de vie opérationnelle des structures.
- Ils permettent la création de structures de toutes formes et de toutes épaisseurs en fonction des besoins 'demande', offrant ainsi une grande flexibilité.

- Ils résistent efficacement à la corrosion, aux dommages causés par le rayonnement ultraviolet, aux températures extrêmes et offrent une bonne isolation électrique.
- Ils sont généralement insensibles aux produits chimiques, à l'exception des décapants de peinture qui peuvent endommager les résines.
- Les matériaux composites nécessitent une maintenance réduite.
- Ils s'adaptent parfaitement à la plupart des conditions environnementales, y compris les plus extrêmes.

Parmi les inconvénients :

- La principale limitation réside dans la difficulté de réparation, bien que des possibilités existent, telles que la stratification ou le collage (qui est beaucoup plus complexe).
- De nombreux processus de fabrication sont encore manuels, ce qui peut entraîner une variabilité et des coûts supplémentaires.
- Les coûts de fabrication sont souvent élevés.

En résumé, les matériaux composites présentent de nombreux avantages, notamment leur légèreté, leur résistance et leur polyvalence, mais ils sont parfois confrontés à des défis tels que la réparation complexe et les coûts de fabrication élevés.

I.13 Revue des structures :

L'application des matériaux composites aux éléments de structure, que ce soit pour améliorer leur comportement thermique ou leur comportement structurel normal dans le but d'assurer la sécurité des utilisateurs, a été au cœur des préoccupations de nombreux chercheurs ces dernières années. Cette tendance est confirmée par de nombreuses études menées au cours de la dernière décennie, portant notamment sur les poutres, les plaques ou les coques. Ces recherches visent à exploiter les propriétés exceptionnelles des matériaux composites, telles que leur légèreté, leur résistance et leur durabilité, pour concevoir des structures plus performantes et plus adaptées aux besoins actuels.

Dans ce contexte, de nombreuses avancées ont été réalisées dans la modélisation et la simulation du comportement des structures composites, permettant ainsi de prédire avec précision leur réponse aux charges thermiques et mécaniques. Ces avancées ont ouvert la voie à des innovations dans de nombreux secteurs, de l'aérospatiale à l'industrie automobile, en passant par la construction civile.

Les prochaines sections de cette revue aborderont plus en détail les différentes études et avancées réalisées dans le domaine des structures composites, en mettant en lumière les développements les plus significatifs et les applications les plus prometteuses.

I.13.1 Plaque :

Cette section se penche sur plusieurs études liées aux plaques composites et à leur comportement, en examinant divers paramètres et conditions environnementales. Ces recherches sont cruciales pour comprendre comment différents facteurs influencent le comportement des plaques dans différentes situations.

L'étude menée par Tlidji [30] vise à évaluer l'impact des nanotubes de carbone uni-axialement alignés (CNT) sur le comportement d'une plaque à gradient fonctionnel (FGM) lors de l'analyse de sa flexion et de ses vibrations libres. Pour ce faire, un modèle avancé de Taylor jusqu'au troisième degré est utilisé en conjonction avec la méthode des éléments finis (MEF). Plusieurs paramètres et considérations sont pris en compte dans cette étude, notamment la loi de mélange, la distribution des CNT, les conditions aux limites, la fraction volumique, le modèle de chargement (UD, FG-V, FG-O, FG-X) et les rapports côté-épaisseur. L'objectif est d'explorer comment ces facteurs influents sur le comportement vibratoire de la plaque. Les résultats obtenus mettent en évidence que ces paramètres ont un effet significatif sur la fréquence fondamentale de la plaque. En d'autres termes, ils démontrent que la fréquence à laquelle la plaque vibre est sensible à ces diverses variables, ce qui est essentiel pour comprendre et optimiser le comportement des matériaux composites dans des conditions spécifiques.

L'étude réalisée par Mili et al. [31] se concentre principalement sur l'impact de l'environnement, en particulier l'humidité et la température, sur le comportement mécanique des structures fabriquées à partir de matériaux composites renforcés unidirectionnels en carbone HR/époxy. Cette étude est menée à une échelle macroscopique et tient compte des variations résultant de la séquence d'empilement des couches du stratifié ainsi que des changements dans le degré d'anisotropie du matériau. Pour réaliser cette étude, des critères de résistance sont utilisés pour prédire la rupture du pli de matériau présentant la résistance la plus faible. De plus, les chercheurs cherchent à identifier les différents modes de rupture et les zones où des dommages se produisent dans les stratifiés équilibrés. Les résultats obtenus mettent en évidence que les variations de température et d'humidité relatives, en fonction de l'orientation des fibres, confèrent au matériau des propriétés mécaniques particulières. Cette information est cruciale pour comprendre comment les matériaux composites se comportent dans des environnements spécifiques et comment ils réagissent aux contraintes et aux sollicitations.

L'étude menée par Ansari et al. [32] se penche sur l'influence de la précontrainte des fibres sur le comportement dynamique de plaques composites, notamment en ce qui concerne leur fréquence naturelle à température ambiante. Pour ce faire, les chercheurs ont élaboré un modèle dynamique résolu à l'aide de la méthode des éléments finis. Ils ont utilisé une itération de la méthode JACOBI, programmée en langage FORTRAN, et ont réalisé une analyse numérique en utilisant le logiciel ANSYS. Les résultats de cette étude révèlent que l'application de précontrainte aux fibres a pour effet d'augmenter la fréquence naturelle de la plaque composite. De plus, cette précontrainte provoque des déformations dans les trois directions de la plaque, ce qui montre l'importance de prendre en compte cette contrainte lors de la conception et de l'analyse de structures composites. Ces conclusions ont des implications significatives pour l'industrie et la conception de structures légères et résistantes.

L'étude menée par Guzek [33] se penche sur l'effet de l'orientation des fibres de carbone-verre sur les caractéristiques dynamiques d'un composite hybride. Pour ce faire, l'auteur a réalisé trois essais expérimentaux au cours desquels il a modifié l'orientation des fibres dans le matériau composite. Ces essais ont été réalisés en excitant les échantillons par le biais d'un marteau d'impact, et les mesures des caractéristiques dynamiques ont été effectuées à l'aide d'un accéléromètre fixé sur les échantillons. Il est important de noter que la fraction volumique du matériau composite est restée constante tout au long de l'étude. Les résultats de ces expériences ont clairement montré que l'orientation des fibres a une influence significative sur les caractéristiques dynamiques de la plaque composite. En particulier, les variations dans l'orientation des fibres ont conduit à des différences dans les fréquences naturelles du matériau composite. Cette conclusion met en évidence l'importance de l'orientation des fibres dans la conception et l'analyse de composites hybrides, ce qui peut avoir des implications importantes dans diverses applications industrielles.

L'étude menée par Yasir [34] a examiné l'effet de l'orientation des fibres de carbone-verre sur les caractéristiques dynamiques d'un composite hybride. Pour ce faire, l'auteur a mené trois essais expérimentaux différents : un avec une poutre fixe, un avec une poutre simplement supportée et un avec une poutre en porte-à-faux. Au cours de ces essais, les orientations des fibres ont été modifiées, et les échantillons ont été soumis à une excitation de vibration à l'aide d'un marteau d'impact. Les caractéristiques dynamiques ont ensuite été mesurées à l'aide d'un accéléromètre fixé sur les échantillons. Il convient de noter que la fraction volumique du matériau composite est restée constante pendant toute l'étude. Les résultats de ces expériences ont clairement démontré que l'orientation des fibres a un impact significatif sur les caractéristiques dynamiques de la plaque composite hybride. Plus précisément, les différentes orientations des fibres ont entraîné des variations dans les fréquences naturelles du matériau composite. Cette conclusion souligne

l'importance de l'orientation des fibres dans la conception et l'analyse des composites hybrides, et elle peut avoir des implications importantes dans diverses applications industrielles.

L'objectif de l'article Susilo et al. [35]. en question était d'examiner l'influence du nombre et de la position des couches de carbone sur les caractéristiques dynamiques d'un composite hybride à base de fibres de carbone et de verre. Pour ce faire, des éprouvettes composites composées de résine de polyester et de fibres de verre et de carbone sous forme de mat tissé bidirectionnel ont été fabriquées. L'étude a ensuite utilisé des essais expérimentaux pour mesurer les propriétés d'amortissement des vibrations des matériaux composites. L'analyse des données a révélé que le nombre et la position des couches de carbone avaient un impact significatif sur la variation de la fréquence naturelle du composite hybride. En d'autres termes, le placement et la quantité de couches de carbone ont eu un effet mesurable sur les caractéristiques vibratoires du matériau. Cette recherche met en lumière l'importance de la disposition des couches de renfort dans la conception de composites hybrides et souligne que des facteurs tels que le nombre de couches de carbone peuvent être ajustés pour obtenir les propriétés vibratoires souhaitées dans le matériau.

L'objectif principal de cette étude Utomo et al. [36] était d'analyser le comportement mécanique d'un composite stratifié équilibré renforcé par des fibres de carbone à haute résistance (HR) et une matrice en époxy dans des environnements hygrothermiques variés. Pour atteindre cet objectif, les chercheurs ont utilisé des critères de rupture de Tsai-Hill ainsi que des lois de comportement qui intègrent les effets de la température et de l'humidité en ajoutant des vecteurs de température et d'humidité aux tenseurs de contrainte. Les conclusions de l'article indiquent que la variation de la température d'utilisation et de l'humidité relative a un impact significatif sur le comportement mécanique du matériau composite, en particulier en fonction de l'orientation des fibres. En d'autres termes, les conditions hygrothermiques dans lesquelles le matériau est exposé peuvent modifier ses caractéristiques mécaniques, et cela dépend également de la direction des fibres dans le composite. Cette recherche met en évidence l'importance de prendre en compte les facteurs environnementaux lors de la conception et de l'utilisation de composites à renfort de carbone dans des applications réelles.

Un autre article mené par Zhu et Gong. [37] pertinent porte sur l'analyse du flambement de plaques sandwich à gradient fonctionnel (FGM) sous des charges mécaniques et thermiques. Cette étude s'appuie sur la théorie des plaques et utilise la méthode de Navier pour résoudre le problème. Les paramètres pris en compte pour l'analyse des plaques sandwich FGM comprennent la charge critique de flambement et l'augmentation de la température des plaques. L'étude inclut deux types de plaques sandwich, l'une ayant des faces FGM et un noyau homogène, tandis que l'autre présente

l'inverse. Les chercheurs ont conclu que la formulation proposée était précise et qu'elle correspondait bien à la théorie des plaques, ce qui renforce la compréhension de la manière dont les plaques sandwich à gradient fonctionnel réagissent aux charges mécaniques et thermiques.

Une autre étude menée par Hachemi. [38]. concerne la modélisation des vibrations d'une plaque composite stratifiée en utilisant la théorie des plaques de Mindlin ainsi que le principe du principe énergétique de Hamilton. Cette recherche a adopté la méthode améliorée des doubles séries de cosinus de Fourier pour calculer les déplacements vibratoires de la plaque. Plusieurs paramètres ont été pris en compte, notamment le rapport h/b (épaisseur de la plaque sur sa largeur), le nombre de couches et les variations des coordonnées de la force appliquée sur la plaque. Les résultats obtenus en termes de fréquence vibratoire par la méthode des éléments finis appliquée à la plaque ont été comparés avec des résultats de référence. Il a été constaté que les résultats obtenus étaient pratiquement exacts, ce qui indique la précision de la méthode utilisée pour modéliser les vibrations des plaques composites stratifiées.

Cette étude de Kotkowski et Jankowski. [39] a utilisé la Théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT) pour analyser le flambage d'une plaque carrée soumise à une compression unidirectionnelle. Le critère de rupture Hashin pour 3D a été appliqué dans cette analyse, et les résultats obtenus ont été comparés à ceux obtenus par la méthode des éléments finis (FEM). L'une des conclusions de cette recherche est que les forces transversales de la membrane sont indépendantes de la déformation de la membrane, ce qui a des implications importantes pour la compréhension du comportement de flambage des plaques composites.

Ce travail d'Idriss. [40] a utilisé le logiciel ANSYS pour réaliser une analyse des vibrations libres de plaques composites stratifiées renforcées par deux types de fibres (carbone et verre). Les plaques étudiées étaient en porte-à-faux et composées de plusieurs plis. Les résultats obtenus ont montré que l'hybridation des fibres et l'orientation des plis les plus externes ont une influence significativement plus grande sur les fréquences naturelles des structures composites stratifiées que la fraction volumique des fibres ou les changements dans le matériau de la matrice. Cette étude a été menée par Idriss. [40].

Dans cette étude menée par Georgantzinos et ses collaborateurs. [41], les modèles Halpin-Tsai ont été appliqués pour examiner le comportement vibratoire de plaques composites stratifiées renforcées à la fois par des fibres de carbone et du graphène. L'influence de la taille du graphène a été prise en compte. Cette analyse a été réalisée à l'aide de techniques d'éléments finis, en prenant en considération les conditions aux limites ainsi que les propriétés mécaniques orthotropes. Les

résultats obtenus ont conduit à la conclusion que la dispersion des particules de graphène dans une matrice polymère représente un défi significatif dans ce contexte.

Cette étude expérimentale a été réalisée par Azimpour et ses collaborateurs. [42], a porté sur des échantillons d'éprouvettes afin de réaliser des essais thermiques et vibratoires. L'objectif était d'évaluer l'impact de l'ajout de nanoparticules à base de carbone, telles que les nanotubes de carbone à parois multiples (MWCNT) et les nano-plaquettes de graphène (GNPs), sur les propriétés mécaniques et thermiques des composites polymères renforcés de fibres de carbone (CFRPs).

Les résultats de ces essais ont montré que les composites multi-échelles contenant des MWCNT ont présenté de meilleures performances par rapport aux composites contenants des GNPs.

Cette étude de recherche a été menée par Shiau et ses collaborateurs. [43], a utilisé un modèle d'éléments finis pour examiner l'impact des alliages à mémoire de forme sur le comportement des vibrations libres des stratifiés à plis croisés, ainsi que sur la matrice de rigidité, en tenant compte de la dépendance de la température et de la fraction volumique. La théorie de déplacement de premier ordre a également été appliquée dans cette analyse. Les résultats numériques obtenus ont montré que l'augmentation de la fraction volumique et de la précontrainte des fibres de la structure peut générer plus de contraintes et augmenter la rigidité des stratifiés composites.

Cette étude Mehar et Panda. [44], a comparé les trois théorèmes du champ de déplacement jusqu'au troisième ordre (cubiques/linéaires) dans le contexte d'un environnement thermique pour analyser les vibrations libres et le comportement de flexion d'une plaque composite. Pour cela, un modèle d'éléments finis a été développé et le logiciel ANSYS a été utilisé avec le code APDL. Les chercheurs ont examiné l'effet des différents éléments géométriques, de la loi de mélange et des propriétés matérielles du matériau renforcé de nanotubes de carbone (NTC) à différentes températures. Ils ont conclu que les trois modèles convergents bien et que la déformation de la plaque augmente avec l'augmentation de la charge mécanique.

Cette étude a été réalisée par Lin et Xiang. [45], s'est penchée sur l'analyse de vibration linéaire d'une plaque composite renforcée par des nanotubes de carbone (NTC) de carbone, en utilisant différentes distributions de fibres (FG-X, FG-A et UD) ainsi que différentes orientations. Pour mener cette analyse, la théorie de la plaque de déformation en cisaillement du troisième ordre a été appliquée, en se basant sur l'énergie de déformation virtuelle et l'énergie cinétique. Les chercheurs ont utilisé la méthode du Ritz pour obtenir leurs conclusions. Ils ont déduit que la fréquence fondamentale de vibration change en fonction des rapports d'épaisseur de la plaque pour la structure

composite, en tenant compte de diverses conditions aux limites et de différentes formes de distribution des fibres de nanotubes de carbone.

Cette étude de la recherche a été menée par Ozmen et Aydagdu. [46], a examiné le comportement vibratoire des plaques en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT). Les chercheurs ont appliqué le principe de Hamilton pour formuler les équations gouvernantes et ont résolu le problème en utilisant la méthode Ritz et la méthode de Navier pour prendre en compte les effets de la fraction volumique, de la géométrie et du comportement vibratoire des plaques stratifiées. Les résultats de l'étude ont révélé que la fréquence sans dimension augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect du renfort et se rapproche asymptotiquement de la fréquence des fibres continues.

I.13.2 Poutre :

Ce travail présente une poutre simple renforcée par des nanotubes de carbone et soumise à une charge ponctuelle harmonique au milieu. Dans la cinématique des poutres, il utilise la théorie des poutres à déformation par cisaillement du premier ordre pour étudier la vibration forcée d'une poutre. Pour la résolution du problème forcé, il fait appel à la théorie des poutres de Timoshenko et utilise la plateforme LAGRABGE ainsi que la méthode de Ritz. Les effets de la fraction volumique ainsi que les modèles de distribution des CNT jouent un rôle important sur les réponses dynamiques des poutres, comme le démontrent Civalek et al. [47].

D'autre part, pour un travail portant sur un alliage d'aluminium renforcé par des nanotubes de carbone orientés de manière aléatoire, droit et long, ainsi que sur l'influence des fractions volumiques, nous utilisons la méthode de Rayleigh-Ritz pour estimer les fréquences des poutres et le rapport bord-épaisseur. Les résultats sont vérifiés par rapport à des simulations par éléments finis, et ils démontrent l'effet important des paramètres étudiés sur le comportement dynamique des poutres. L'objectif est d'améliorer les caractéristiques dynamiques de l'alliage d'aluminium afin de prévenir les problèmes de défaillance associés à la résonance et à la fatigue, comme le montrent Selmi et Bisharat. [48].

Dans cette section, le modèle Halpin–Tsai est utilisé en conjonction avec la théorie des poutres à déformation par cisaillement exponentiel. Des méthodes énergétiques et les procédures de Bolotin sont employées pour résoudre les équations gouvernantes. Divers paramètres sont introduits pour mettre en évidence l'influence de la fraction volumique des nanotubes de carbone, du pourcentage

volumique des bords limites, ainsi que des variables géométriques de la structure. Les résultats obtenus ont été validés en comparaison avec des résultats théoriques et expérimentaux. Il en ressort que l'augmentation du pourcentage volumique des fibres de carbone conduit à une augmentation de la fréquence d'excitation de cette structure, comme le concluent Keshtegar et al. [49].

À l'aide de la théorie modifiée des contraintes de couple et sous la forme de distributions uniformes et fonctionnellement graduées (FG) pour les fibres CNT, la Méthode énergétique et le principe de Hamilton est utilisé pour établir les équations gouvernantes du mouvement pour la vibration basée sur le modèle Kelvin-Voigt, Il est démontré que la fréquence naturelle du composite renforcé SWCNT est supérieure à la fréquence des nanotubes de carbone à parois multiples, comme l'ont illustré Mohammadimehr et al. [50].

Dans cette étude, est basé sur comparaison entre deux poutres l'une fabriquée avec des composites polymères renforcés par des nanotubes de carbone (NTC) et l'autre avec des composites stratifiés, par la méthode d'éléments finis, il a introduire l'équation différentielle gouvernante d'Euler–Bernoulli en rotation avec une force centrifuge maximale est utilisée comme fonction d'interpolation pour la formalisation, l'effet significatif de la fraction volumique et du rapport L/D des NTC sur la fréquence naturelle a conduit à la conclusion que les poutres rotatives renforcées en CNT ont des performances supérieures à celles des poutres rotatives composée de composites stratifiées, Comme l'ont constaté Deepak et al. [51].

Une série d'essais expérimentaux a été réalisée pour étudier un échantillon sur la résistance au cisaillement des nanotubes de carbone à parois multiples et du composite hybride époxy-matrice renforcé de fibres de carbone. Ces essais avaient pour objectif de caractériser l'influence de l'orientation des fibres. Les résultats obtenus démontrent que la résistance au cisaillement inter-laminaire du composite hybride est significativement supérieure dans une orientation longitudinale par rapport à celle dans une orientation transversale, comme l'ont observé Shekar et al. [52].

Une étude de la stabilité dynamique d'une poutre en matériau gradient fonctionnel (FGM) renforcée par des nanotubes de carbone à paroi unique a été réalisée. Cette analyse est basée sur la théorie de Timoshenko et fait usage de la loi du mélange, à utiliser la méthode de la quadrature différentielle pour convertir les équations différentielles gouvernantes en un système linéaire de Mathieu-Hill. Les aspects de la vibration libre ainsi que l'impact de la fraction volumique des nanotubes sont également discutés, leurs résultats mettent en évidence l'influence de la fraction volumique sur les fréquences naturelles et les charges de flambement de la poutre, comme le rapportent Ke et al. [53].

Par la méthode des éléments finis. à étudié l'effet de la charge thermique non uniforme sur la flexion d'une poutre composée d'un matériau composite polymère renforcé par des nanotubes de carbone (CNT) à gradient fonctionnel FGM et par la loi de mélange et la variation de fraction volumique de NTC à travers l'épaisseur de la poutre affecte le flambage et la vibration libre, à étude le flambage et de vibration libre d'une poutre à différente géométrie (UD, FG-U, FG-O, FG-X) pour différents plages de température les résulta finie par le code ANSYS, à conclue que les types de classification fonctionnelle des NTC et le variations de température influent de manière significative la flèche de flexion et la fréquence propre de la poutre, comme le rapportent Mayandi et Jeyaraj. [54].

Sur la base du concept de matériau gradient fonctionnel de (FGM) et par la théorie des poutres de Timoshenko en conjonction avec la non-linéarité géométrique de Von Kármán, à étude le comportement de vibration forcée d'une poutre nano-composite renforcée par des NTC à paroi unique (SWCNT), pour les différentes distributions des fibres et par la loi de mélange. Les équations gouvernantes non linéaires et les conditions aux limites sont base par le principe de Hamilton, les effets de différents paramètres tels que la fraction volumique des nanotubes et leur distribution, les conditions sur les fréquences propres, à noter que le pic d'amplitude diminue à mesure que le volume du nanotube, sa fraction, ou le paramètre d'amortissement sans dimension deviennent plus importants. Comme le concluent. Ansari et al. [55].

Cette étude se concentre principalement sur les vibrations thermo-élastiques de poutres composites hybrides multi-échelles renforcées à la fois par des fibres de carbone (CF) et des nanotubes de carbone (NTC), à utiliser le modèle Halpin-Tsai en conjonction avec la théorie des poutres trigonométriques, basée sur le principe de Hamilton, et avons calculé les fréquences naturelles à l'aide de la méthode de Galerkin. Leur analysé les effets de différents paramètres sur la fréquence propre des poutres, à conclu que les poutres composites hybrides multi-échelles peuvent atteindre des fréquences propres plus élevées par rapport à celles des poutres composites renforcées uniquement par des fibres de carbone (CF) ou des nanotubes de carbone (CNT), comme l'ont démontré Ebrahimi et Dabbagh [56].

Dans ce cas, la théorie de Timoshenko a été utilisée pour analyse la stabilité dynamique de poutres renforcées par des fibres de nanotube de carbone à paroi unique (SWCNT) en matériau gradient fonctionnel (FGM), à appliquer le système linéaire de Mathieu-Hill pour résoudre les équations différentielles gouvernantes, à mener une étude paramétrique pour examiner l'influence de plusieurs facteurs, notamment la fraction volumique des NTC, le rapport d'élancement et les conditions d'appui final, sur la stabilité dynamique de la poutre. leur résultats numériques ont révélé

que la fraction volumique des NTC avait un impact sur la fréquence propre et les charges critiques de flambement pour les deux types de structures, à savoir UD- et FG-CNTRC, comme l'ont montré Feng et al. [57].

I.13.3. Coque :

À mener une étude sur le comportement en vibration libre de structures de coques composites à parois minces renforcées de nanotubes de carbone (NTC) non linéaire par la théorie de la coque non linéaire de Donnell. Pour résoudre ce problème, est appliquée les méthodes de Galerkin et Grigolyuk à différents types de coques peu profondes, notamment sphériques et hyperboliques paraboliques. Ils ont pris en compte divers paramètres, tels que les propriétés mécaniques, les non-linéarités, les distributions de la phase CNT de renforcement et les caractéristiques géométrique. Il est important noter que la variation de la fraction volumique a toujours une influence sur la fréquence associée aux vibrations libres, qu'elles soient linéaires et non linéaires. Comme le démontrent Mahmur et al. [58].

Pour une structure de coque renforcée par des nanotubes gradués, à développer les équations du mouvement en utilisant la méthode des éléments finis pour l'analyse vibratoire. Ils ont avons pris en compte un champ de déplacement d'ordre supérieur et étudié trois hypothèses formalisées : les déformations de cisaillement, la distribution d'ordre élevé et le champ de déplacement d'ordre supérieur. À travers des analyses statiques et dynamiques, leurs résultats ont montré que les moments de flexion des coques peuvent être considérablement améliorés grâce à l'utilisation de la distribution fonctionnellement graduée des nanotubes de carbone dans une matrice polymère, comme le rapportent Zghal et al. [59].

En suivant l'hypothèse de Mindlin et en utilisant la méthode des éléments finis, il a analysé une structure de coque composite hybride fonctionnellement graduée renforcée par des nanotubes. À examiner les différents types de panneaux à coque sphérique et étudié l'effet de la variation de la fraction volumique des nanotubes. Être conclu, l'indiquent qu'en ajoutant des nanotubes de carbone, il est possible d'obtenir une meilleure caractéristique d'amortissement vibratoire ainsi qu'un comportement dynamique amélioré de la structure, comme le rapportent Thomas et Roy. [60].

Dans une étude portant sur un millier d'analyses hygrothermiques, ils ont examiné une structure de coque renforcée par des fibres de nanotubes de carbone en matériau gradient fonctionnel (FGM). Ils ont utilisant le schéma de Mori-Tanaka et en se basant sur l'hypothèse de Mindlin, ainsi que la distribution de la loi de puissance et la distribution uniforme le long de la direction de l'épaisseur, ils sont réalisé une analyse approfondie à l'aide d'un code informatique MATLAB. Sont conclusions

indiquent que l'inclusion de nanotubes de carbone peut améliorer les propriétés d'amortissement de la coque, et les nanotubes de carbone peuvent jouer un rôle essentiel pour obtenir de meilleures réponses dynamiques pour différentes structures de coque, comme le rapportent Patnaik et Roy. [61].

Dans cette étude portant sur une structure de coque sphérique visant à améliorer l'amortissement des vibrations, ils ont utilisé des composites à base de fibres de carbone sous forme de structures à plusieurs parois. En suivant l'hypothèse de Mindlin, qui tient compte de l'effet de cisaillement transversal avec cinq degrés de liberté pour chaque modèle, ils sont appliqué les modèles Mori-Tanaka et le modèle d'amortissement de Rayleigh. Ils sont examiné différents types de panneaux de coques sphériques. Les résultats globaux de ce modèle mathématique montrent que les propriétés mécaniques et les réponses dynamiques de telles structures de coque hybrides peuvent être améliorées par l'inclusion de nanotubes de carbone (CNT), comme l'ont conclu Li et al. [62].

Dans ce cas, ils sont développé un modèle analytique pour une structure cylindrique composée de polymère renforcé de fibres de carbone, à prenant en compte un environnement thermique donné. Ils sont utilisé un modèle de déformation-déplacement non linéaire de type Von Kármán, basé sur la théorie des matériaux non linéaires de Jones-Nelson. Ensuite, ils sont formulé les équations de mouvement correspondantes. Sont résultats est montré, par comparaison avec des essais expérimentaux, que la température a un effet significatif sur les performances d'amortissement de la structure, comme l'ont déduit Swain et al. [63].

Vue à la technique Mori–Tanaka et loi de mélange, ainsi que le principe de Hamilton, ils ont déduit une équation dynamique de flambement qui dépend de la température et de la charge thermique. Leur modèle mathématique est formulé en utilisant la méthode de Lagrange, et ils ont appliqué la technique des éléments finis avec neuf degrés de liberté à chaque nœud pour résoudre ce problème. En conclusion, leurs résultats ont montré que la température critique de flambement a une influence sur la fraction volumique ainsi que sur la rigidité de la structure, comme l'ont déduit Mehar et al. [64].

Ce travail repose sur l'utilisation de la théorie des poutres déformables par cisaillement d'ordre supérieur, en tenant compte du modèle Halpin-Tsai. Les équations gouvernantes de la coque à plusieurs échelles ont été déduites, ils ont appliquant le principe de Hamilton et résolues au moyen de la méthode à plusieurs échelles. Leurs étude numérique a été menée, se concentrant sur les vibrations forcées non linéaires. Ils sont également examiné les propriétés du matériau en fonction de la température, et ils ont été observé que l'augmentation de la fraction volumique entraîne une diminution de la fréquence non linéaire, comme l'ont constaté Karimiasl et al. [65].

De plus, ils sont utilisé une méthode micromécanique tridimensionnelle (3D) de Mori-Tanaka, et la solution des équations gouvernantes a été obtenue en utilisant la méthode de Galerkin avec des fonctions elliptiques de Jacobi. Ils sont appliqué cette approche à une structure de forme conique tronquée afin de définir les propriétés du matériau hybride. Leurs résultats ont montré que l'angle d'orientation des fibres, leur volume et l'angle de conicité ont un impact sur la fréquence de vibration non linéaire de la structure, comme l'ont conclu Mirjavadi et al. [66].

Dans ce cas, ils sont étudié les vibrations non linéaires d'une structure cylindrique sont utilisant les fonctions elliptiques de Jacobi. Les propriétés élastiques du matériau ont été définies sont utilisant le schéma Mori-Tanaka 3D. Ils sont résolu les équations gouvernantes proposées sont utilisant les fonctions elliptiques de Jacobi. Les paramètres tels que l'orientation des fibres, leur volume, l'épaisseur variable, le rayon de courbure du panneau et le rapport longueur/rayon des nanotubes de carbone ont été pris en compte. Leurs résultats ont montré que ces paramètres ont un impact significatif sur la fréquence de vibration, comme l'ont conclu Forsat et al. [67].

I.14 Conclusion :

Ce chapitre, qui s'appuie sur une recherche bibliographique portant sur les matériaux composites, les nano-renforts et les matériaux fonctionnellement graduées, a mis en évidence l'importance de ces nano-objets à la fois dans le domaine des nanosciences et dans leur application pratique. Leurs dimensions particulières ainsi que leurs propriétés diverses ouvrent de nombreuses et rapides perspectives d'innovation pour l'industrie.

Aussi que, ce chapitre a également présenté une synthèse bibliographique des travaux qui ont conduit à l'analyse statique et dynamique de différentes structures. Il est à noter que les nano-charges de graphène, en raison de leur variation de distributions remarquables, suscitent une attention particulière. La combinaison de leurs propriétés mécaniques et thermiques de renforcement avec la variabilité de leurs distributions en fait des candidats idéaux pour la création de nano-composites à haute performance.

En résumé, les avancées dans le domaine des matériaux composites, des nano-renforts et des matériaux fonctionnellement graduées promettent de stimuler l'innovation et de répondre à de nombreux défis industriels et scientifiques.

Chapitre II

Comportement mécanique des matériaux fonctionnellement gradués

II.1 Introduction :

Le but de ce chapitre consiste à présenter les caractéristiques géométriques des plaques stratifiées en considérant les différents modèles des distributions des nano-renforts et les caractéristiques mécaniques des nano-composites où différentes approches de prédiction des propriétés mécaniques du nano-composite seront discuté. Aussi ce chapitre a pour objectif de développer les équations fondamentales des plaques stratifiées, où la théorie utilisée est celle de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT).

II.2 Caractérisation mécanique d'une plaque stratifiée :

Le présent travail se concentre sur le comportement en vibration libre des plaques stratifiées FG-GRC parfaitement collées par morceaux. La Figure II.1 montre le schéma général d'une plaque stratifiée qui est caractérisée par sa longueur (a), sa largeur (b) et son épaisseur (h), où ($0 \le x \le a$, $0 \le y \le b$ et $-h/2 \le z \le h/2$), dans lesquelles x, y et z sont les directions principales dans un système de coordonnées cartésiennes, situés à la surface moyenne de la plaque stratifiée.

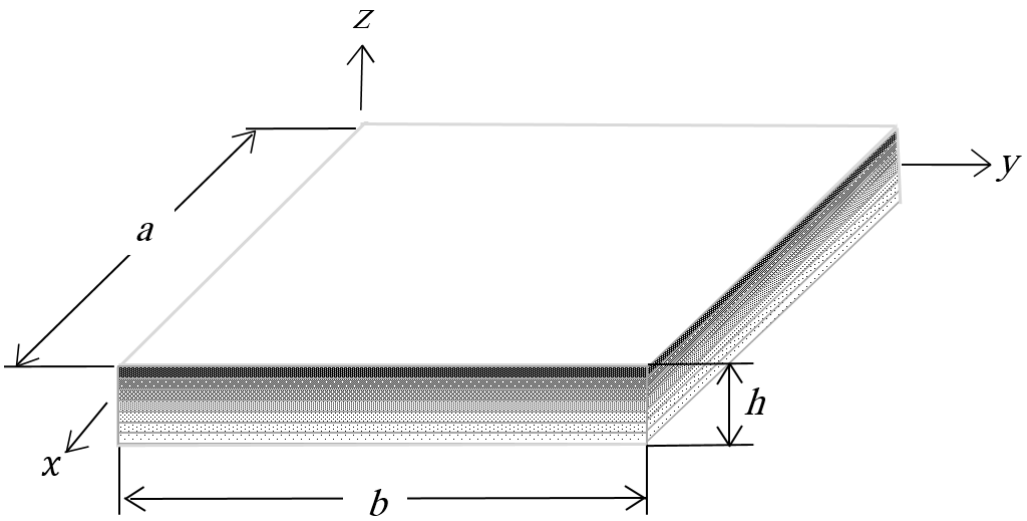


Figure.II.1 Schéma général d'une plaque nano-composite stratifiée constituée d'un plis FG-GRC disposés par morceaux.

La plaque stratifiée nano-composite est supposée contenir des plis (N_P) de FG-GRC en plusieurs couches attachés. L'extension à travers z est définie par l'épaisseur totale de la plaque stratifiée *h*, qui est donnée par $h = N_P \times t$, où t est l'épaisseur du plis. La Figure.II.2 montre les cinq modèles considérés, qui se caractérisent par la dispersion du graphène dans l'épaisseur de la plaque (UD, FG-V, FG-Λ, FG-X et FG-O).

Comme le montre la Figure.II.2, dans le type (UD), les nano-renforts sont réparties d'une manière équitable à travers toute l'épaisseur du stratifie, par contre, dans les modèles (FG-V, FG-Λ, FG-O) et (FG-X), les nano-renforts sont réparties d'une manier graduelle linéaire. Le type (FG-V) permet d'avoir une répartition des nano-renforts forte sur la surface supérieure de la plaque, autrement dit la fraction volumique des nano-renforts est maximale, elle décroit graduellement jusqu'à la surface inférieure, où elle arrive à un taux de répartition des nano-renforts très faible, le phénomène inverse est observé dans le cas du type (FG-Λ). Le modèle (FG-X) présente une répartition des nano-renforts forte sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque, alors que sur la surface moyenne la répartition des nano-renforts est faible. Quant au type (FG-O), la répartition est inversée par apport au type (FG-X). Tell que la modelé (UD) désigne la distribution uniforme du graphène dans l'épaisseur de la plaque, tandis que (FG-V, FG-Λ, FG-X et FG-O) désignent les différents modèles de distribution non uniforme.

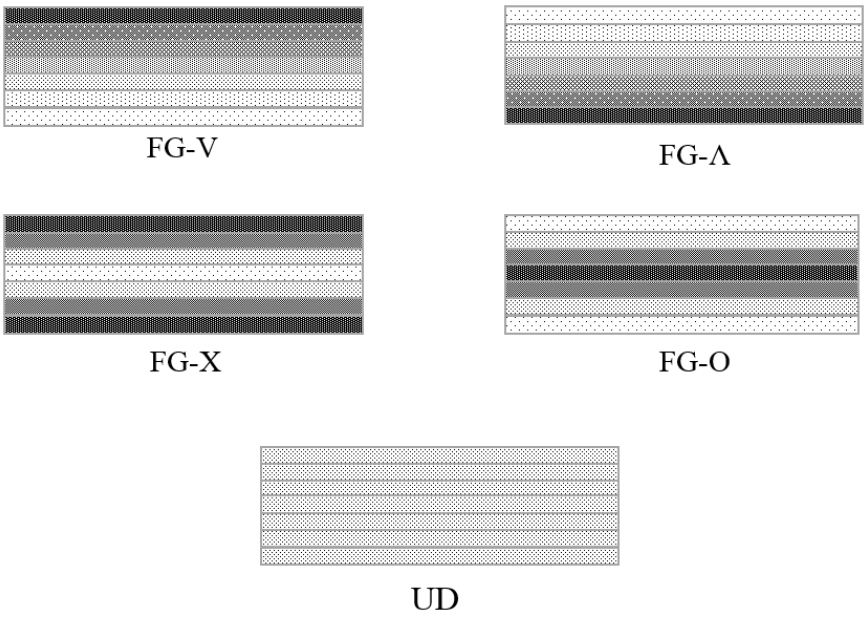


Figure.II.2 Différents modèles de distribution des nano-renforts.

On suppose que les nano-renforts en graphène sont dispersés de manière homogène dans chaque pli individuel, mais leur fraction volumique varie d'un pli à l'autre ou, en d'autres termes, par morceaux, comme le montre la Figure.II.2.

Dans la présente étude, la fraction volumique du graphène f_G est définie comme suit [72] :

$$f_G = \frac{w_G}{w_G + (1\text{-}w_G)(\rho^G / \rho^m)} \tag{II.1}$$

Dans lequel w_G est la fraction massique du graphène, ρ^m et ρ^G désignent respectivement la densité de la matrice et du graphène. En outre, les indices (*G*) et (*m*) désignent respectivement le graphène de la matrice polymère. La fraction volumique de la matrice du k-ième pli FG-GRC est donnée comme suit :

$$f_m^{(k)} = 1 - f_G^{(k)} \tag{II.2}$$

Dans le présent travail, $k = 1, 2, 3 \ldots N_P$.

En général, les trois méthodes permettent de caractériser mécaniquement le k-ième pli des structures FG-GRC, à savoir (i) la loi du mélange, (ii) le modèle Halpin-Tsai modifié et (iii) le modèle Halpin-Tsai étendu. Toutes les méthodes mentionnées dépendent principalement des constantes élastiques des constituants du matériau, y compris les modules de Young, les modules de

cisaillement et le coefficient de Poisson. Dans ce domaine de recherche, les études présentées dans les références [75-76] ont révélé que la prédiction des modules élastiques des structures GRC peut être réalisée simplement en utilisant le modèle Halpin-Tsai. Cependant, les mêmes études expliquent que pour une prédiction plus réaliste, le modèle doit inclure l'effet à petite échelle et d'autres effets, notamment les effets de surface, les effets de gradients de déformation et les effets intermoléculaires. Le seul modèle disponible dans la littérature ouverte capable de prendre en compte les effets cités ci-dessus et de donner une estimation précise des propriétés mécaniques des nano-composites renforcés par du graphène est celui de l'approche de modèle de Halpin-Tsai étendue. Cette approche est construite sur la base de l'approche de modèle de Halpin-Tsai en faisant correspondre les résultats obtenus à partir de la simulation de dynamique moléculaire (MD) avec ceux obtenus à partir du modèle Halpin-Tsai modifié. Par conséquent, le modèle Halpin-Tsai étendu est choisi dans cette étude pour estimer les propriétés mécaniques du (FG-GRC). Les expressions correspondant aux trois approches sont présentées ci-dessous :

II.2.1 Loi du mélange :

Selon la loi de mélange étendue, les propriétés effectives du matériau correspondant au k-ième pli (FG-GRC) peuvent être calculées à l'aide des expressions suivantes [72] :

$$E_{11}^{(k)} = f_G^{(k)} E_{11}^G + E_m (1 - f_G^{(k)}) \tag{II.3}$$

$$\frac{1}{E_{22}^{(k)}} = \frac{f_G^{(k)}}{E_{22}^G} + \frac{1 - f_G^{(k)}}{E_m} \tag{II.4}$$

$$\frac{1}{E_{33}^{(k)}} = \frac{f_G^{(k)}}{E_{33}^G} + \frac{1 - f_G^{(k)}}{E_m} \tag{II.5}$$

$$G_{12}^G = \frac{E_c}{2(1+\nu_c)} \tag{II.6}$$

Tel que E_{11}^G, E_{22}^G, E_{33}^G, G_{12}^G et E_m, G_m représentent respectivement les modules de Young et de cisaillement du graphène et de la matrice polymère, respectivement.

II.2.2 Modèle de Halpin-Tsai modifié :

Le module d'Young effectif correspondant au k-ième pli (FG-GRC) peut être exprimé par le modèle de Halpin-Tsai modifié [70,71] :

$$E_C^{(k)} = \frac{3}{8}\left(\frac{1+\xi_L \eta_L f_G^{(k)}}{1-\eta_L f_G^{(k)}}\right)E_m + \frac{5}{8}\left(\frac{1+\xi_w \eta_w f_G^{(k)}}{1-\eta_w f_G^{(k)}}\right)E_m \tag{II.7}$$

Dans lequel,

$$\eta_L = \frac{(E_G/E_m)-1}{(E_G/E_m)+\xi_L}, \text{ et } \eta_w = \frac{(E_G/E_m)-1}{(E_G/E_m)+\xi_w} \tag{II.8}$$

Où,

E_G et E_m sont respectivement les modules élastiques du graphène et de la matrice isotopique.

ξ_L et ξ_w sont les caractéristiques liée à la géométrie et à la taille de la nano-charge de graphène, qui sont exprimées comme suit :

$$\xi_L = 2\left(\frac{l_G}{h_G}\right), \text{ et } \xi_w = 2\left(\frac{w_G}{h_G}\right) \tag{II.9}$$

Où w_G, l_G , et h_G, représentent respectivement la largeur, la longueur et l'épaisseur de la feuille de graphène.

L'expression du module de cisaillement à l'aide du modèle de Halpin-Tsai modifié peut être donnée comme suit :

$$G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu_c)} \tag{II.10}$$

Où, ν_c est le coefficient de Poisson du composite. Les expressions du coefficient de Poisson (ν_c) et de la densité de masse (ρ_c) du composite sont données comme suit

$$\nu_c = f_G \nu_{12}^G + (1-f_G)\,\nu_m \tag{II.11}$$

$$\rho_c = f_G\,\rho^G + (1-f_G)\,\rho^m \tag{II.12}$$

II.2.3 Modèle Halpin-Tsai étendu :

Sur la base du modèle de Halpin-Tsai étendu, les propriétés effectives du matériau correspondant au k-ième pli (FG-GRC) peuvent être exprimées comme suit [68] :

$$E_{11}^{(k)} = \eta_1 \left(\frac{1+2(l_G/h_G)\gamma_{11} f_G^{(k)}}{1-\gamma_{11} f_G^{(k)}} \right) E_m \tag{II.13}$$

$$E_{22}^{(k)} = \eta_2 \left(\frac{1+2(w_G/h_G)\gamma_{22} f_G^{(k)}}{1-\gamma_{22} f_G^{(k)}} \right) E_m \tag{II.14}$$

$$G_{12}^{(k)} = \eta_3 \left(\frac{1}{1-\gamma_{12} f_G^{(k)}} \right) G_m \tag{II.15}$$

Dans lequel,

$$\gamma_{11} = \frac{(E_{11}^G/E_m)-1}{(E_{11}^G/E_m)+2(l_G/h_G)} \tag{II.16}$$

$$\gamma_{22} = \frac{(E_{22}^G/E_m)-1}{(E_{22}^G/E_m)+2(w_G/h_G)} \tag{II.17}$$

$$\gamma_{12} = \frac{(G_{12}^G/G_m)-1}{G_{12}^G/G_m} \tag{II.18}$$

Où, η_j (j =1, 2, 3) sont les paramètres d'efficacité du polymère/graphène qui peuvent être déterminés en faisant correspondre les propriétés matérielles effectives des GRC obtenues à partir des simulations de dynamique moléculaire [72] et du modèle de Halpin-Tsai, afin de prendre en compte plusieurs effets, y compris l'effet à petite échelle.

Les coefficients de la dilatation thermique ($\alpha_{11}^{(k)}$ et $\alpha_{22}^{(k)}$) sont déterminés sur la base du modèle de Schapery , selon ce modèle, les deux coefficients d'un pli GRNC sont exprimés comme suit [73, 74] :

$$\alpha_{11}^{(k)} = \left(\frac{E^m f_m \alpha^m + E_{11}^G f_G \alpha_{11}^G}{E^m f_m + E_{11}^G f_G} \right) \tag{II.19}$$

$$\alpha_{22}^{(k)} = \alpha_{22}^G f_G (\nu_{12}^G + 1) - \nu_{12}\alpha_{11} + \alpha^m f_m (\nu^m + 1) \tag{II.20}$$

Où α_{11}^G, α_{22}^G, et α^m sont respectivement les coefficients d'expansion thermique du graphène et de la matrice. Tandis que ν_{12}^G et ν^m sont respectivement les références au coefficient de Poisson du graphène et de la matrice.

En se basant sur la loi du mélange, la densité de masse et le coefficient de Poisson d'un pli GRNC sont exprimés comme suit [69] :

$$\rho^{(k)} = \rho^G f_G + \rho^m f_m \tag{II.21}$$

$$\nu_{12}^{(k)} = \nu_{12}^G f_G + \nu^m f_m \tag{II.22}$$

Dans laquelle, ρ^G et ρ^m sont respectivement la densité de masse du graphène et de la matrice.

Étant donné que la densité de masse et le coefficient de Poisson dépendent faiblement du changement de température, seuls le module de cisaillement ($G_{12}^{(k)}$), les modules de Young ($E_{11}^{(k)}$ et $E_{22}^{(k)}$) et les expressions thermiques ($\alpha_{11}^{(k)}$ et $\alpha_{22}^{(k)}$) sont considérés comme dépendant de la température.

II.3 Comportement mécanique des plaques stratifiées :

II.3.1 Champ des déplacements :

Considérons une plaque stratifiée rectangulaire constituée de *n* couches de même matériau. On définit un système de référence *(x, y, z)* situé sur la surface moyenne de la plaque dont l'axe *z* correspond à la direction suivant l'épaisseur. Les caractéristiques géométriques de la plaque sont indiquées sur la Figure II.3

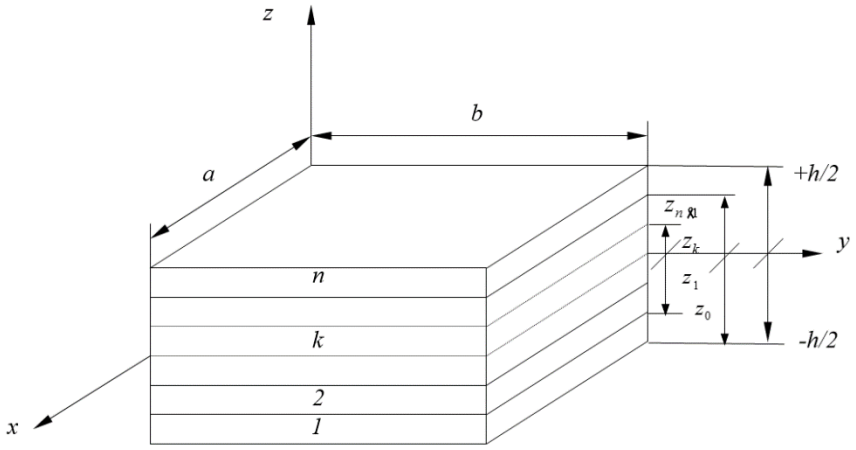


Figure.II.3 *Schéma d'une plaque stratifiée.*

Le champ des déplacements d'un point quelconque *M*(*x,y,z*) de la plaque en présence du cisaillement transverse est approché par un polynôme linéaire en *z* à coefficients en (*x,y*) de la forme suivant [78][79] :

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + z\,\theta_x(x,y,t) \\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) + z\,\theta_y(x,y,t) \\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t) \end{aligned} \qquad \text{(II.23)}$$

où :

u,v,w : sont respectivement, les déplacements suivant les directions *x, y, z*.

u_0,v_0,w_0 : sont respectivement, les déplacements suivant les directions *x, y, z*. D'un point situé sur la surface moyenne de la plaque.

θ_x,θ_y : sont respectivement, les rotations de la normale à la surface moyenne autour des axes *x, y*.

Cette forme répond aux conditions de compatibilité des déformations et permet de prendre en compte le couplage entre les déformations planes et de courbures.

II.3.2 Champ des déformations :

Le champ des déformations se déduit du champ des déplacements (II.23) et s'écrit :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_{x0} + z\,\kappa_x \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_{y0} + z\,\kappa_y \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} = \gamma_{xy0} + z\,\kappa_{xy} \\
\gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \\
\gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \theta_x + \frac{\partial w}{\partial x}
\end{aligned} \tag{II.24}$$

Avec:

$$\varepsilon_{x0} = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \qquad \varepsilon_{y0} = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \qquad \gamma_{xy0} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}$$

$$\kappa_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial x}, \qquad \kappa_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial y}, \qquad \kappa_{xy} = \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}$$

II.3.3 Relation contraintes–déformations

La loi de Hooke généralisée permet, pour une plaque composite stratifiée, d'écrire la relation entre les contraintes et les déformations. Il est nécessaire d'exprimer cette relation pour chaque pli *k* à cause de la discontinuité des contraintes inter-laminaires. Par souci de simplification, on définit un système d'axes principal (local) (*1, 2, 3*) dont l'axe (*1*) correspond à la direction longitudinale des fibres (Figure II.4).

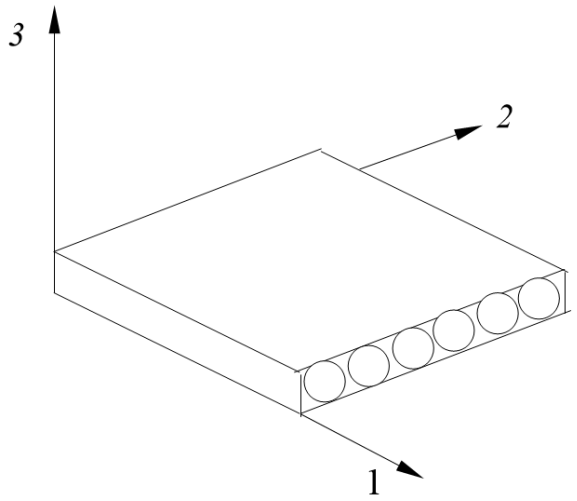


Figure.II.4 Directions principales dans un pli.

La relation contraintes–déformations par rapport à ce système d'axe s'écrit [68] :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\\ \tau_{23}\\ \tau_{13}\end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0\\ & Q_{22} & 0 & 0 & 0\\ & & Q_{33} & 0 & 0\\ & sym & & Q_{44} & 0\\ & & & & Q_{55}\end{bmatrix}^k \left(\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \varepsilon_{zz}\\ \varepsilon_{yz}\\ \varepsilon_{xy}\end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix}\alpha_{11}\\ \alpha_{22}\\ 0\\ 0\\ 0\end{Bmatrix} \Delta T \right)^k \qquad \text{(II.25)}$$

Où :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad , \quad Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad , \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{33} = G_{12} \quad , \quad Q_{44} = G_{23} \quad , \quad Q_{55} = G_{13}$$

Avec :

E_1 : Module d'Young longitudinal.

E_2 : Module d'Young transversal.

G_{12} : Module de cisaillement longitudinal.

G_{13}, G_{23} : Modules de cisaillement transversal.

ν_{12} , ν_{21} : Coefficients de Poisson.

Δ T : La variation de température ($\Delta T = T - T_0$) par rapport à la température de référence (T_0)

La relation (II.25) peut s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$\{\sigma\}_{123}^{k} = [Q]\{\varepsilon - \alpha\Delta T\}_{123}^{k} \tag{II.26}$$

Généralement, dans un stratifié, la direction des fibres est décalée d'un pli à un autre. Pour faire l'étude du comportement élastique de l'ensemble du stratifié, il est nécessaire d'exprimer la relation (II.25) par rapport au système d'axes global (*x*,*y*,*z*), cette opération est effectuée en faisant intervenir les matrices de changement de base des contraintes et des déformations.

Sois donc pour le champ des contraintes :

$$\{\sigma\}_{xyz}^{k} = [T]\{\sigma\}_{123}^{k} \tag{II.27}$$

Où [74] est la matrice de changement de base des contraintes, elle est donnée par l'expression suivante :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & -\cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & \cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2\cos\theta\sin\theta & -2\cos\theta\sin\theta & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{II.28}$$

θ est l'angle que font le repère (*1,2)* et le repère (*x,y)*.

L'expression du champ des déformations par rapport au repère (*x*,*y*,*z*) s'écrit :

$$\{\varepsilon\}_{xyz}^{k} = [T']\{\varepsilon\}_{123}^{k} \tag{II.29}$$

où [*T'*] est la matrice de changement de base des déformations, elle est donnée par l'expression suivante :

$$[T'] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & -2\cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 2\cos\theta\sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta\sin\theta & -\cos\theta\sin\theta & 0 & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{II.30}$$

Il est a noté que le changement de base est effectué en faisant une rotation -θ autour de la direction *3* (Figure II.5).

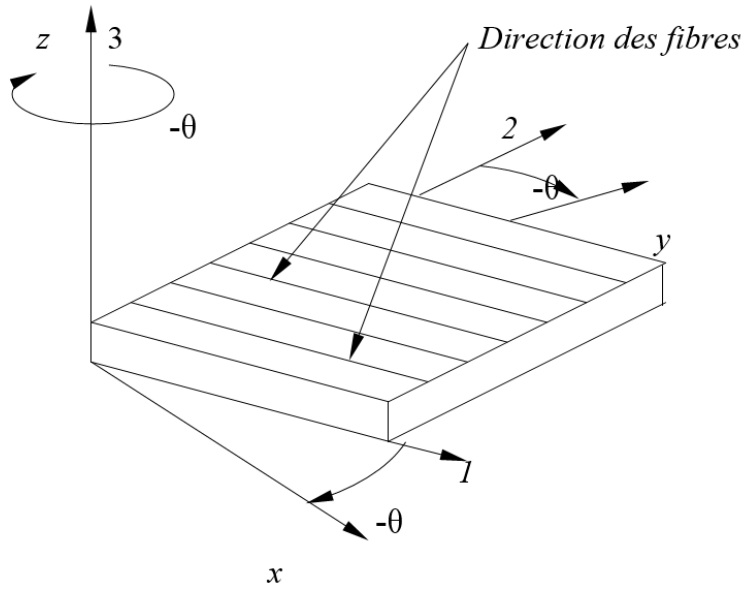


Figure.II.5 *Changement du repère dans un pli.*

Par substitution de (II.27) et (II.29) dans (II.26), la relation contraintes–déformations devient :

$$\{\sigma\}_{xyz}^{k} = [\bar{Q}]\{\varepsilon\}_{xyz}^{k} \tag{II.31}$$

où $[\bar{Q}]$ est la matrice de rigidité du pli *k* exprimée dans le repère du stratifié (*x*, *y*, *z*) :

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1}[Q][T']^{} \tag{II.32}$$

La relation (II.31) s'écrit sous la forme développée suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{k} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ & & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ & sym & & \bar{Q}_{44} & 0 \\ & & & & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^{k} \tag{II.33}$$

Les éléments de la matrice de rigidité $[\bar{Q}]$ s'écrivent en fonction des coefficients de la matrice dans les axes principaux [*Q*] et de l'angle θ :

$$
\begin{aligned}
\overline{Q}_{11} &= Q_{11}c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{22}s^4 \\
\overline{Q}_{12} &= Q_{12}(c^4 + s^4) + (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})s^2c^2 \\
\overline{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})c^3s + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})s^3c \\
\overline{Q}_{22} &= Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + (2Q_{11} + 4Q_{66})s^2c^2 \\
\overline{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})s^3c + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})c^3s \\
\overline{Q}_{66} &= (Q_{11} - 2Q_{12} + Q_{22} - 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{66}(c^4 + s^4) \\
\overline{Q}_{44} &= Q_{44}c^2 + Q_{55}s^2 \\
\overline{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44})cs \\
\overline{Q}_{55} &= Q_{44}s^2 + Q_{55}c^2
\end{aligned}
\qquad \text{(II.34)}
$$

II.3.4 Résultantes et moments :

La discontinuité des contraintes à travers l'épaisseur du stratifié conduit à exprimer la relation contrainte–déformation en termes des résultantes et moments :

Les résultantes en membrane sont définies par :

$$N(x,y) = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \qquad \text{(II.35)}$$

de même, les résultantes en cisaillement sont définies par :

$$Q(x,y) = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \tau_{zy} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}_k e^k dz \qquad \text{(II.36)}$$

Les moments de flexion et de torsion sont donnés par :

$$M(x,y) = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k e^k dz \qquad \text{(II.37)}$$

Où *k* représente le nombre de couches constituant le stratifié.

Et $e^k = \begin{Bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{xy} \end{Bmatrix} = T_R \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \end{Bmatrix}^k T - T_0$

Avec $T_R = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta \\ \sin 2\theta & -\sin 2\theta \end{bmatrix}$

Il faut bien noter que les relations (II.35), (II.36) et (II.37) sont définies par unité de longueur du stratifié.

II.3.5 Équation constitutive :

La combinaison des relations (II.33) à (II.37) conduit à formuler l'équation constitutive du stratifié :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ & & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ & & & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ & & & & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ & & sym & & & D_{66} & 0 & 0 \\ & & & & & & F_{44} & F_{45} \\ & & & & & & & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \varepsilon_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \tag{II.38}$$

Ou sous forme contractée :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_f \\ Q \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \\ \gamma \end{Bmatrix} \tag{II.39}$$

Avec :

$$[C] = \begin{bmatrix} [A] & [B] & 0 \\ [B] & [D] & 0 \\ 0 & 0 & [F] \end{bmatrix} \tag{II.40}$$

Les coefficients de la matrice d'extension [*A*], la matrice de couplage [*B*] et la matrice de flexion [*D*] sont définis comme suit :

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\overline{Q}_{ij})_k (1, z, z^2) dz, \qquad i, j = 1, 2, 6 \tag{II.41}$$

Par contre, les coefficients de la matrice de cisaillement transverse [*F*] sont définis par :

$$F_{ij} = \alpha_{ij} \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\overline{Q}_{ij})_k dz, \qquad i, j = 4, 5 \tag{II.42}$$

Où α_{ij} sont les facteurs de correction en cisaillement, permettant d'améliorer la théorie des plaques stratifiées avec cisaillement transverse. La détermination de ces facteurs a fait l'objet de plusieurs recherches [80]. On note que Timoshenko, Reissner et Mindlin ont pris ces facteurs respectivement

égaux à 2/3, 5/6 et $\pi^2/12$. Il a été remarqué que les résultats obtenus avec des valeurs de 5/6 sont les plus satisfaisants.

II.3.6 Équations fondamentales des plaques stratifiées :

Il est nécessaire, pour développer les équations fondamentales des plaques stratifiées, de passer par les relations d'équilibre dynamique. Ces relations peuvent être obtenues directement en écrivant les conditions d'équilibre d'un élément infinitésimal.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}+f_x=\rho\, a_x\\
&\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}+f_y=\rho\, a_y\\
&\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+f_z=\rho\, a_z
\end{aligned} \qquad \text{(II.43)}$$

Où :

f_x, f_y, f_z Sont les composantes des forces volumiques exercées au point *M* du matériau.

ρ est la masse volumique du point *M*.

a_x, a_y, a_z Sont les composantes du la vecteur accélération du point *M*.

L'intégration des équations (II.43) suivant l'épaisseur du stratifié, en négligeant les forces volumiques et les contraintes inter-laminaires, conduit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}=\rho_s\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}+R\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial N_y}{\partial y}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}=\rho_s\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}+R\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial Q_x}{\partial x}+\frac{\partial Q_y}{\partial y}=\rho_s\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}-Q_x=R\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}+I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial M_y}{\partial y}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}-Q_y=R\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2}+I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2}
\end{aligned} \qquad \text{(II.44)}$$

Où : $(\rho_s, R, I_{xy}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, z^2)\rho dz$

La substitution de l'équation (II.38) dans les équations (II.44) conduit aux équations fondamentales des plaques stratifiées dont leurs expressions sont les suivantes :

$$A_{11}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2A_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y} + A_{66}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{16}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66})\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y} + A_{26}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + B_{11}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + 2B_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y} + B_{66}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} + B_{16}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} + (B_{11} + B_{66})\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y} + B_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} = \rho_s\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + R\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \quad \text{(II.45)}$$

$$A_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66})\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y} + A_{26}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{66}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2A_{26}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y} + A_{22}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + B_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{66})\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y} + B_{26}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} + B_{66}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} + 2B_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y} + B_{22}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} = \rho_s\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + R\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} \quad \text{(II.46)}$$

$$F_{55}\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right) + F_{45}\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + 2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x\,\partial y}\right) + F_{44}\left(\frac{\partial \theta_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right) = \rho_s\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} \quad \text{(II.47)}$$

$$B_{11}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2B_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y} + B_{66}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + B_{16}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{66})\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y} + B_{26}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + D_{11}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + 2D_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y} + D_{66}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} + D_{16}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} + (D_{12} + D_{66})\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y} + D_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} - F_{55}\left(\theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}\right) - F_{45}\left(\theta_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}\right) = R\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \quad \text{(II.48)}$$

$$B_{16}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (B_{16} + B_{66})\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\,\partial y} + B_{26}\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + B_{66}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2B_{26})\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\,\partial y} + B_{22}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + D_{16}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + (D_{12} + D_{66})\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x\,\partial y} + D_{26}\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial y^2} + D_{66}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} + 2D_{26}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x\,\partial y} + D_{22}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial y^2} - F_{45}\left(\theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}\right) - F_{44}\left(\theta_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}\right) = R\frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_{xy}\frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} \quad \text{(II.49)}$$

Les équations (II.45 à II.49) permettent, en principe, de déterminer les cinq fonctions de la solution $u_0(x, y, t)$, $v_0(x, y, t)$, $w_0(x, y, t)$, $\theta_x(x, y, t)$ et $\theta_y(x, y, t)$.

Dans le cas de l'analyse du comportement vibratoire, où le problème consiste à rechercher les fréquences propres de vibration, et pour un mouvement harmonique, il suffit d'exprimer le champ des déplacements sous la forme :

$$\begin{aligned} u_0(x,y,t) &= u_0(x,y)\, e^{i\omega t} \\ v_0(x,y,t) &= v_0(x,y)\, e^{i\omega t} \\ w_0(x,y,t) &= w_0(x,y)\, e^{i\omega t} \\ \theta_x(x,y,t) &= \theta_x(x,y)\, e^{i\omega t} \\ \theta_y(x,y,t) &= \theta_y(x,y)\, e^{i\omega t} \end{aligned} \qquad \text{(II.50)}$$

Où ω est la fréquence de vibration de la plaque. La détermination des fréquences propres est obtenue en reportant ces expressions dans les équations fondamentales (II.45 à II.49).

La résolution de ces équations est toutes foi complexe, et ne peut être menée de manière analytique que dans quelques cas particuliers, citons à titre d'exemple le cas des stratifiés orthotropes et les stratifiés symétriques.

Pour bien définir le comportement mécanique des plaques stratifiées et en particulier le comportement vibratoire, dont fait objet de cette étude, il faut avoir recours aux méthodes numériques vu leurs possibilités de résoudre les problèmes complexes. Parmi ces méthodes, la méthode des éléments finis s'impose comme l'outil usuel de l'analyse des structures complexes.

Chapitre III

Formulation par élément finis

III.1 Introduction :

La méthode des éléments finis (***M.E.F***) est couramment utilisée et est appliquée dans divers domaines scientifiques : en analyse des structures, en constructions aéronautiques et navales, en génie mécanique, en génie civil, etc. Elle permet de ramener les problèmes des milieux continus à des problèmes discrets à un nombre fini de paramètres inconnus (forces, déplacements) qui sont déterminés par application de critères énergétiques.

Le principe consiste à discrétiser une structure en un nombre fini d'éléments interconnectés entre eux par des nœuds, chaque nœud est repéré par ces coordonnées par rapport à un système d'axe.

L'analyse du comportement vibratoire des plaques stratifiées par la M.E.F. consiste à développer les équations du mouvement à partir des formulations énergétiques et de déterminer par la suite les fréquences propres de vibration, cette analyse nécessite l'utilisation des éléments bidimensionnels pour la discrétisation. Avant d'entreprendre, il est intéressant d'effectuer une comparaison entre ces éléments afin de faire un choix meilleur. Plusieurs tests ont été effectués sur les types des éléments concernant la convergence des solutions, les remarques suivantes ont été tirées[14] :

- Les éléments quadrilatères donnent de meilleurs résultats que les éléments triangulaires.
- Pour un même nombre de degrés de liberté, les éléments à champ quadratique ont une précision meilleure que les éléments à champ linéaire.
- Les éléments basés sur la théorie de MINDLIN avec prise en compte du cisaillement transverse sont les mieux adaptés dans le cas des plaques épaisses, ainsi, la condition de compatibilité inter-éléments ne nécessite qu'une continuité C(0).
- Les éléments quadratiques de la famille de SERENDIP présentent un comportement de verrouillage quel que soit l'ordre d'intégration utilisé ; un comportement sans verrouillage permet d'utiliser l'élément à la fois pour les plaques épaisses et pour les plaques minces.

- ❖ Les éléments avec intégration réduite de la famille de LAGRANGE comportent convenablement dans les situations des plaques minces.

D'après ce qui vient d'être dit précédemment, un élément de la famille de LAGRANGE à champ quadratique peut répondre aux exigences imposées par le présent travail.

III.2 Discrétisation :

Considérons la plaque de la Figure III.1, la surface moyenne de cette plaque est discrétisée en un nombre fini d'éléments quadrilatères iso-paramétriques à 9 nœuds, chaque nœud possède 5 degrés de liberté indépendants (trois déplacements et deux rotations).

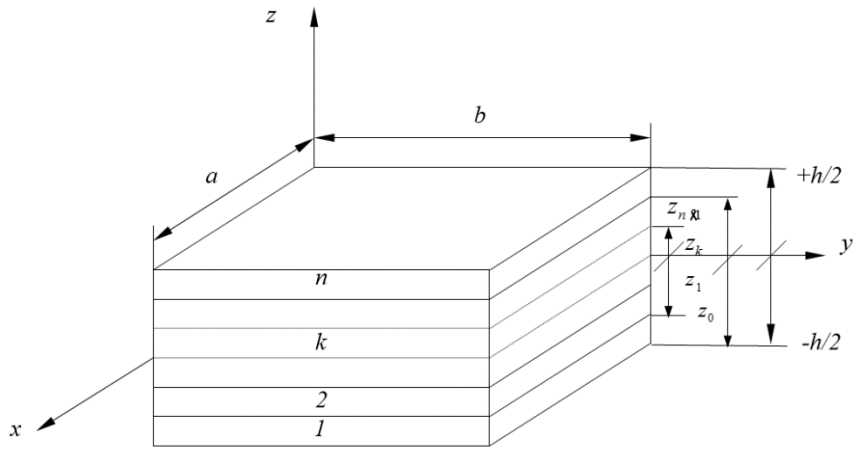


Figure III.1 Schéma d'une plaque stratifiée

Dans la M.E.F. il est intéressant d'utiliser à la place du système de coordonnées physique un système de coordonnées naturelles ou intrinsèques. Ceci permet de définir une transformation du domaine physique de l'élément en un domaine géométrique simple sans dimension. Ce système est défini par des axes parallèles aux côtés de l'élément, les coordonnées des nœuds de sommets prennent des valeurs unitaires (+1 ou –1), les nœuds d'interfaces prennent les valeurs 0 et 1 ou -1 (Figure III.2).

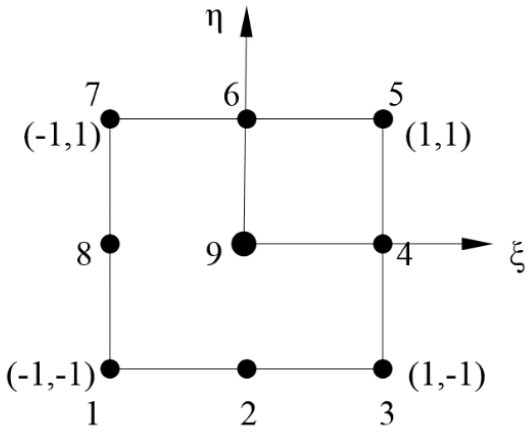


Figure.III.2 Élément de référence.

Les déplacements élémentaires peuvent être définis par l'approximation suivante :

$$\{a\} = \sum_{i=1}^{NN} [N_i(\xi,\eta)]\{d_i\} \qquad \text{(III.1)}$$

Avec :

- $\{a\} = \{u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad \theta_x \quad \theta_y\}$
- $\{d_i\}$: Le vecteur des déplacements nodaux.

$$\{d_i\}^T = \{u_{0i} \quad v_{0i} \quad w_{0i} \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi}\}$$

- NN : Le nombre de nœuds par élément.
- $[N_i]$: Les fonctions d'interpolations des déplacements exprimées en termes de coordonnées naturelles.

Les fonctions d'interpolations N_i doivent être choisies de manière qu'elles vérifient la complétude et la continuité inter-élément. Pour un élément à 9 nœuds, ces fonctions sont définies comme suit [81] :

Pour les nœuds de sommets : $\xi_i = \pm 1$; $\eta_i = \pm 1$

$$N_i = \frac{1}{4}(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)\xi\eta$$

Pour les nœuds d'interfaces :

$$N_i = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta\eta_i)\eta\eta_i \qquad \text{à} \qquad \xi_i = 0 \quad ; \quad \eta_i = \pm 1$$

$$N_i = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi\xi_i)\xi\xi_i \qquad \text{à} \qquad \xi_i = \pm 1 \quad ; \quad \eta_i = 0$$

Pour le nœud du centre :

$$N_i = (1-\xi^2)(1-\eta^2)$$

La relation déformations–déplacements élémentaires est obtenue de l'équation (III.1) comme suit :

$$\{\varepsilon\} = \sum_{i=1}^{NN} [B_i].\{d_i\} \tag{III.2}$$

Où $[B_i]$ est la matrice d'interpolation des déformations, elle est donnée par l'expression suivante :

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \partial N_i/\partial x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial N_i/\partial y & 0 & 0 & 0 \\ \partial N_i/\partial y & \partial N_i/\partial x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial N_i/\partial x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial N_i/\partial y \\ 0 & 0 & 0 & \partial N_i/\partial y & \partial N_i/\partial x \\ 0 & 0 & \partial N_i/\partial x & N_i & 0 \\ 0 & 0 & \partial N_i/\partial y & 0 & N_i \end{bmatrix} \tag{III.3}$$

Les éléments de la matrice $[B_i]$ sont définis sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \tag{III.4}$$

[J] est la matrice Jacobienne, elle permet le passage du système de coordonnées cartésiennes au système de coordonnées naturelles.

La matrice Jacobienne est définie comme suit :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \tag{III.5}$$

Dans laquelle :

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial \xi} &= \sum_{i=1}^{NN} \frac{\partial N_i(\xi,\eta)}{\partial \xi} x_i \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} &= \sum_{i=1}^{NN} \frac{\partial N_i(\xi,\eta)}{\partial \xi} y_i \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} &= \sum_{i=1}^{NN} \frac{\partial N_i(\xi,\eta)}{\partial \eta} x_i \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} &= \sum_{i=1}^{NN} \frac{\partial N_i(\xi,\eta)}{\partial \eta} y_i\end{aligned} \qquad \text{(III.6)}$$

Les relations (III.1) et (III.2) peuvent être écrits sous les formes matricielles contractées suivantes :

$$\begin{aligned}\{a\} &= [N]\{a_e\} \\ \{\varepsilon\} &= [B]\{a_e\}\end{aligned} \qquad \text{(III.7)}$$

Avec :

$$\begin{aligned}[N] &= [N_1 \quad N_2 \quad .... \quad N_{NN}] \\ [B] &= [B_1 \quad B_2 \quad .... \quad B_{NN}] \\ \{a_e\} &= \{\{d_1\} \quad \{d_2\} \quad .... \quad \{d_{NN}\}\}^T\end{aligned}$$

III.3 Équations du mouvement :

L'analyse vibratoire d'une telle structure revient à négliger les forces extérieures appliquées. Dans le cas où ces forces ne sont pas négligeables, l'analyse devient dynamique.

Les équations du mouvement des plaques stratifiées peuvent être obtenues en utilisant l'équation de Lagrange [81] :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E}{\partial \dot{a}_r}\right) - \frac{\partial E}{\partial a_r} + \frac{\partial \pi}{\partial \dot{a}_r} = 0 \qquad r = 1, 2, \ldots, R \qquad \text{(III.8)}$$

Où :

R : est le nombre de degrés de liberté total de la structure.

E : est l'énergie cinétique totale de la plaque.

π : est l'énergie potentielle totale de la plaque.

L'expression de l'énergie potentielle totale π en absence du travail des forces extérieures est :

$$\pi = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\}\, d\Omega = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \{\varepsilon\}^T [C]\{\varepsilon\}\, d\Omega \qquad \text{(III.9)}$$

Ω représente la surface de la plaque.

Par contre, l'énergie cinétique *E* est donnée par l'expression suivante :

$$E = \frac{1}{2}\int_{V} \{\dot{\Delta}\}^T \rho\{\dot{\Delta}\}\, dV \qquad \text{(III.10)}$$

Avec :

$\{\dot{\Delta}\}$: Le vecteur vitesse d'un point *M(x, y, z)* du stratifie, $\{\dot{\Delta}\}^T = \{\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w}\}$

V : Le volume de la plaque.

L'intégration de (III.10) suivant l'épaisseur de la plaque conduit à écrire :

$$E = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \{\dot{a}\}^T [\bar{m}]\{\dot{a}\}\, d\Omega \qquad \text{(III.11)}$$

Où $[\bar{m}]$ est la matrice d'inertie.

$$[\bar{m}] = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & I_1 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 & 0 & I_1 \\ 0 & 0 & I_0 & 0 & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \qquad \text{(III.12)}$$

Avec :

$$I_i = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^i \rho^k dz \qquad i = 0, 1, 2. \qquad \text{(III.13)}$$

n : représente le nombre des plis constituant le stratifié.

Dans le cas d'une plaque discrète, l'énergie potentielle totale est la somme de toutes les énergies potentielles élémentaires :

$$\pi = \sum_{e=1}^{NE} \pi_e \qquad \text{(III.14)}$$

NE : est le nombre des éléments.

L'énergie potentielle élémentaire peut être obtenue en utilisant la relation (III.9) :

$$\pi_e = \frac{1}{2}\{a_e\}^T [K_e]\{a_e\} \quad \text{(III.15)}$$

Où $[K_e]$ est la matrice de rigidité élémentaire, elle est donnée par la relation suivante :

$$[K_e] = \int_{\Omega_e} [B]^T [C][B]\, d\Omega_e \quad \text{(III.16)}$$

Où Ω_e est la surface d'un élément.

De même, l'énergie cinétique de la plaque est la somme de toutes les énergies cinétiques élémentaires :

$$E = \sum_{e=1}^{NE} E_e \quad \text{(III.17)}$$

L'énergie cinétique pour un élément, en utilisant la relation (III.11), s'écrit :

$$E_e = \frac{1}{2}\{\dot{a}_e\}^T [M_e]\{\dot{a}_e\} \quad \text{(III.18)}$$

Où $[M_e]$ est la matrice de masse élémentaire, son expression est donnée comme suit :

$$[M_e] = \int_{\Omega_e} [N]^T [\bar{m}][N]\, d\Omega_e \quad \text{(III.19)}$$

Par substitution de (III.15) et (III.18) dans (III.8), l'équation de Lagrange, pour un élément, devient :

$$[M_e]\{\ddot{a}_e\} + [K_e]\{a_e\} = 0 \quad \text{(III.20)}$$

Où $\ddot{a}_e$ est le vecteur des accélérations élémentaires.

La relation (III.20) représente les équations du mouvement pour un seul élément de la plaque, les équations du mouvement globales sont obtenues en utilisant les relations (III.14) et (III.17) :

$$[M]\{\ddot{a}\} + [K]\{a\} = 0 \quad \text{(III.21)}$$

Avec :

$\{\ddot{a}\}$: vecteur des accélérations globales.

$\{a\}$: vecteur des déplacements globaux.

[*M*] : matrice de masse globale.

[*K*] : matrice de rigidité globale.

III.4 Matrice de rigidité :

Les matrices de rigidité élémentaires sont définies par la relation (III.16). Elles sont symétriques d'ordre 45 × 45, leur forme est donnée comme suit :

$$[K_e]=\begin{bmatrix} [K^{11}] & [K^{12}] & 0 & [K^{14}] & [K^{15}] \\ & [K^{22}] & 0 & [K^{24}] & [K^{25}] \\ & & [K^{33}] & [K^{34}] & [K^{35}] \\ & Sym & & [K^{44}] & [K^{45}] \\ & & & & [K^{55}] \end{bmatrix} \quad \text{(III.22)}$$

Les éléments des matrices $[k^{\alpha\beta}]$ ($\alpha, \beta = 1,2, \ldots 5$) sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
K_{ij}^{11} &= A_{11}S_{ij}^{\xi} + A_{16}(S_{ij}^{\xi\eta} + S_{ji}^{\xi\eta}) + A_{66}S_{ij}^{\eta} \\
K_{ij}^{12} &= A_{12}S_{ij}^{\xi\eta} + A_{16}S_{ij}^{\xi} + A_{26}S_{ij}^{\eta} + A_{66}S_{ji}^{\xi\eta} \\
K_{ij}^{14} &= B_{11}S_{ij}^{\xi} + B_{16}(S_{ij}^{\xi\eta} + S_{ji}^{\xi\eta}) + B_{66}S_{ij}^{\eta} \\
K_{ij}^{15} &= B_{12}S_{ij}^{\xi\eta} + B_{16}S_{ij}^{\xi} + B_{26}S_{ji}^{\eta} + B_{66}S_{ji}^{\xi\eta} \\
K_{ij}^{22} &= A_{22}S_{ij}^{\eta} + A_{26}(S_{ij}^{\xi\eta} + S_{ji}^{\xi\eta}) + A_{66}S_{ij}^{\eta} \\
K_{ij}^{24} &= B_{16}S_{ij}^{\xi} + B_{66}S_{ij}^{\xi\eta} + B_{12}S_{ji}^{\xi\eta} + B_{26}S_{ij}^{\eta} \\
K_{ij}^{25} &= B_{66}S_{ij}^{\xi} + B_{26}(S_{ij}^{\xi\eta} + S_{ji}^{\xi\eta}) + B_{22}S_{ij}^{\eta} \\
K_{ij}^{33} &= F_{44}S_{ij}^{\xi} + F_{45}(S_{ij}^{\xi\eta} + S_{ji}^{\xi\eta}) + F_{55}S_{ij}^{\eta} \\
K_{ij}^{34} &= F_{44}S_{ij}^{\xi 0} + F_{45}S_{ij}^{\eta 0} \\
K_{ij}^{35} &= F_{45}S_{ij}^{\xi 0} + F_{55}S_{ij}^{\eta 0} \\
K_{ij}^{35} &= F_{45}S_{ij}^{\xi 0} + F_{55}S_{ij}^{\eta 0} \\
K_{ij}^{44} &= D_{11}S_{ij}^{\xi} + D_{16}(S_{ij}^{\xi\eta} + S_{ji}^{\xi\eta}) + D_{66}S_{ij}^{\eta} + F_{44}S_{ij}^{0} \\
K_{ij}^{45} &= D_{12}S_{ij}^{\xi\eta} + D_{16}S_{ij}^{\xi} + D_{26}S_{ji}^{\eta} + D_{66}S_{ij}^{\xi\eta} + F_{45}S_{ij}^{0} \\
K_{ij}^{55} &= D_{66}S_{ij}^{\xi} + D_{26}(S_{ij}^{\xi\eta} + S_{ji}^{\xi\eta}) + D_{22}S_{ij}^{\eta} + F_{55}S_{ij}^{0}
\end{aligned} \quad \text{(III.23)}$$

Où :

$$S_{ij}^{\xi\eta} = \int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1} \frac{\partial N_i}{\partial \xi}\frac{\partial N_j}{\partial \eta}|J|\, d\xi\, d\eta$$
$$S_{ij}^{00} = S_{ij} \qquad (i, j = 1, 9) \qquad \text{(III.24)}$$
$$S_{ij}^{\xi\xi} = S_{ij}^{\xi}$$

$|J|$: est le déterminant de la matrice Jacobienne.

Les quantités S_{ij} peuvent être évaluées en utilisant l'intégration numérique dans le domaine (ξ ,η). La technique de l'intégration sélective avec 3×3 points de Gauss pour les termes de membrane, flexion et 2×2 points de Gauss pour les termes de cisaillement, donne avec un temps de calcul réduit, de meilleurs résultats [81].

L'intégrale (III.24) peut s'écrire :

$$S_{ij} = \sum_{a=1}^{g}\sum_{b=1}^{g} W_a W_b |J| \qquad \text{(III.25)}$$

Où :

W_a, W_b sont les coefficients de pondération aux points d'intégration ξ_a, η_b

g est le nombre de points d'intégration.

La matrice de rigidité globale [K] est obtenue par assemblage des matrices de rigidité élémentaires, l'assemblage s'effectue en additionnant terme à terme les éléments des matrices élémentaires communs en nœud et en degré de liberté.

III.5 Matrice de masse :

Deux classes principales peuvent être envisagées pour la représentation des masses : les masses cohérentes et les masses concentrées.

1. La représentation cohérente des masses consiste à calculer les matrices de masse élémentaires en choisissant pour la discrétisation spatiale de l'énergie cinétique les mêmes fonctions d'interpolation que pour l'énergie de déformation. Cette méthode conduit généralement à des matrices masse symétrique, mais non-diagonales. Les matrices de masses élémentaires sont calculées d'après l'expression (III.19) par intégration numérique, dans ce cas, on peut utiliser la même méthode d'intégration que pour les matrices de rigidité élémentaires.

2. La technique des masses concentrées consiste à discrétiser les masses soit au niveau élémentaire, soit au niveau de la structure complète de manière à obtenir une matrice de masse diagonale. En effet, on peut obtenir des matrices de masse diagonale en affectant aux différents nœuds de chaque élément des masses (inerties) concentrées égales de manière à respecter la masse totale de l'élément.

La construction de la matrice de masse globale est tout à fait identique à celle de la matrice de rigidité globale.

III.6 Équations caractéristiques :

Pour un mouvement harmonique, le champ des déplacements $\{a\}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\{a\} = \{a_0\} e^{iwt} \tag{III.26}$$

Par substitution de (III.26) dans (III.21), l'équation du mouvement devient :

$$([K] - \omega^2 [M])\{a_0\} = \{0\} \tag{III.27}$$

Si on pose $\lambda = \omega^2$, la relation (III.27) s'écrit :

$$([K] - \lambda [M])\{a_0\} = \{0\} \tag{III.28}$$

L'équation (III.28) représente la forme générale d'un problème aux valeurs propres qui peut être résolu par plusieurs méthodes (méthode de Householder, méthode de Q-R, méthode d'itération sur sous espace, etc.).

En effet, le choix d'une méthode de résolution dépend des caractéristiques des matrices [*K*] et [*M*], de leurs tailles, de la largeur de bande et de nombre de solutions requis.

La méthode d'itération sur le sous-espace est la plus utilisée dans les programmes de calcul des structures. Elle permet de calculer les plus petites valeurs propres des matrices de grande taille.

La méthode est basée sur des itérations inverses effectuées en parallèle sur un groupe de vecteurs de départs, les matrices [*K*] et [*M*] tendent vers la forme diagonale au fur et à mesure que le nombre d'itération augmente, ce qui rend très attrayante la méthode de Jacobi généralisée pour la résolution du problème aux valeurs propres réduit.

III.7 Conditions aux limites :

Les conditions aux limites à chaque bord pour les plaques simplement appuyées ou encastrées sont données comme suit :

I. Bords entièrement simplement appuyés (SSSS)

- Stratifié croisé :

  à x = 0, a : $v_0 = w_0 = \theta_y = 0.$

  à y = 0, b : $u_0 = w_0 = \theta_x = 0.$

- Stratifié équilibré :

  à x = 0, a : $u_0 = w_0 = \theta_y = 0.$

  à y = 0, b : $v_0 = w_0 = \theta_x = 0.$

II. Bords entièrement encastrés (CCCC)

- Sur tous les bords $u_0 = v_0 = w_0 = \theta_x = \theta_y = 0.$

III.8 Conclusion :

En conclusion, la méthode des éléments finis (MEF) est une technique numérique puissante largement utilisée dans le domaine de l'ingénierie et des sciences appliquées pour résoudre des problèmes d'ingénierie et de physique en fournissant une approximation numérique des solutions, en particulier dans le domaine de la mécanique des structures. Elle permet de discrétiser un domaine continu en un ensemble de sous-domaines plus petits appelés éléments finis, puis de résoudre les équations mathématiques correspondantes pour obtenir une approximation des solutions.

En résumé, la méthode des éléments finis est une méthode polyvalente et efficace pour résoudre des problèmes d'ingénierie complexes. Elle offre une approche numérique précise, flexible et économique pour la modélisation, l'analyse et l'optimisation des structures.

Chapitre IV

Comportement vibratoire des plaques stratifiées fonctionnellement gradué contenant des plis en nano-composites renforcés avec du graphène monocouche.

IV. 1 Introduction :

Ce chapitre examine le comportement en vibration libre des plaques stratifiées contenant des plis de nano-composites à base de polymère, constitué d'une matrice polymère isotopique et de renforts en graphène monocouche à l'échelle nanométrique. Le graphène est réparti de manière uniforme ou non uniforme à travers l'épaisseur de la plaque. Pour évaluer l'impact des différents types de distributions de graphène, cinq modèles de distributions sont comparativement étudiés. Les modules élastiques effectifs du nano-composite, tels que les modules de Young et de cisaillement, sont calculés en utilisant le modèle Halpin-Tsai étendu. Les approches théoriques reposent sur la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT), et les fréquences naturelles sont déduites en utilisant l'équation de Lagrange et la formulation par les éléments finis.

La précision des résultats obtenus a été évaluée par rapport aux données disponibles dans la littérature, et une excellente convergence a été constatée. Une étude paramétrique détaillée a été menée pour examiner l'influence de plusieurs facteurs, notamment la disposition des plis, les types de distribution du graphène, les séquences de stratification, les paramètres géométriques de la plaque, les conditions aux limites et les modes propres de la plaque sur le comportement en vibration libre des plaques stratifiées fabriquées à partir de nano-composites renforcés par du graphène fonctionnellement gradué (NCRG-FG).

De nouvelles suggestions sont présentées dans le but de fournir des observations utiles et de proposer de nouveaux critères de conception pour des structures en nano-composites innovantes.

IV.2 Résultats et discussion :

Cette section est dédiée à la présentation d'analyses paramétriques détaillées, y compris les effets de la disposition des plis, des types de distribution du graphène, de la séquence de stratification, des paramètres géométriques de la plaque, des conditions aux limites et analyse modale de la plaque sur le comportement en vibration libre des plaques stratifiées en nano-composite renforcé par du graphène fonctionnellement gradué (NCRG-FG).

Dans cette étude, les dimensions de la plaque sont : 0.02 *m* pour la largeur et 0.02 *m* pour la longueur. Les propriétés mécaniques du poly (méthacrylate de méthyle) (PMMA) et de graphène monocouche en zigzag dans la température ambiante (*T*=300 K) sont indiquées dans le Tableau IV. 1. Les paramètres d'efficacité PMMA/graphène pour les cinq différents types de fraction volumique de graphène sont présents dans le Tableau IV.2. Ces paramètres sont utilisés pour faire correspondre les données obtenues par la simulation de dynamique moléculaire avec celles obtenues par l'approche Halpin-Tsai. On suppose que $G_{13} = G_{23} = 0.5\, G_{12}$ [84-87]. Le calcul des modules de Young et de cisaillement pour les nano-composites PMMA/graphène à l'aide du modèle Halpin-Tsai et de modèle Halpin-Tsai étendu est indiqué dans le Tableau IV.3.

Tableau IV.1 Propriétés mécaniques de la matrice PMMA et d'une feuille de graphène monocouche sont présentés avec les caractéristiques géométriques suivantes **:** $h_G = 0.188$ nm , $l_G = 14.76$ nm, $w_G = 14.77$ nm (T=300 K) [88].

Matrice PMMA	Feuille de graphène
$E_m = 2.5$ GPa	$E_{11}^G = 1812$ GPa
$\rho^m = 1150$ kg/m^3	$E_{22}^G = 1807$ GPa
$\nu_m = 0.34$	$G_{12}^G = 683$ GPa
	$\rho^G = 4118$ kg/m^3
	$\nu_{12}^G = 0.177$

Tableau IV.2 Paramètres d'efficacité de PMMA/graphène η_i (i = 1, 2, 3) , (T=300 K) [87].

f_G	η_1	η_2	η_3
0.03	2.929	2.855	11.842
0.05	3.068	2.962	15.944
0.07	3.013	2.966	23.575
0.09	2.647	2.609	32.816
0.11	2.311	2.260	33.125

Tableau IV.3 Comparaisons des modules de Young et de cisaillement pour les nano-composites PMMA/graphène (T=300 K) [92].

f_G	Modèle Halpin-Tsai modifié						Modèle Halpin-Tsai étendu		
	E_{11} (Gpa)	η_1	E_{22} (Gpa)	η_2	G_{12} (Gpa)	η_3	E_{11} (Gpa)	E_{22} (Gpa)	G_{12} (Gpa)
0.03	12.476	2.929	12.476	2.855	0.962	11.842	36.546	35.626	11.393
0.05	19.410	3.068	19.410	2.962	0.982	15.944	59.544	57.479	15.655
0.07	26.584	3.013	26.584	2.966	1.003	23.575	80.118	78.869	23.647
0.09	34.010	2.647	34.010	2.609	1.025	32.816	90.023	88.750	33.635
0.11	41.711	2.311	41.711	2.260	1.048	33.125	96.431	94.304	34.716

Les différentes dispositions des plis réalisées à partir de NCRG sont prises en compte en fonction des fractions volumiques du graphène. Pour mieux comprendre comment les nano-renforts de graphène sont dispersés à travers l'épaisseur de la plaque, le Tableau IV.4 présente toutes les dispositions envisagées pour les différents nombres des plis . Le modèle uniformément distribué (UD) et les quatre modèles non uniformes sont structurés en fonction de la distribution de la fraction volumique du graphène d'un pli à l'autre. Par exemple, pour les plaques stratifiées de type FG-Λ avec dix plis, la dispersion graduelle des fractions volumiques de graphène est supposée avoir la disposition suivante $[(0.03)_2/(0.05)_2/(0.07)_2/(0.09)_2/(0.11)_2]$. Pour les plaques de type FG-V, la dispersion graduelle des fractions volumiques de graphène est inversée, c'est-à-dire $[(0.11)_2/(0.09)_2/(0.07)_2/(0.05)_2/(0.03)_2]$. D'autre part, pour les autres types de distributions (FG-O et FG-X), on obtient des dispersions graduelles symétriques par rapport au plan médian des fractions volumiques de graphène. Ainsi, les plaques de type (FG-O) sont structurées comme suit : $[0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]_S$, et celles de type (FG-X) sont structurées comme suit : $[0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]_S$.

Les plaques stratifiées de type UD sont également prises en compte. Dans ce cas, les fractions volumiques de graphène (f_G) de chaque pli sont maintenues identiques avec $f_G = 0.07$. Il est à noter que les deux cas des plaques stratifiées, à savoir les plaques stratifié en NCRG-FG et NCRG-UD ont les mêmes valeurs de fraction volumique totale de graphène quelle que soit la valeur du nombre des plis .

Tableau IV.4 Disposition des plis de NCRG avec des différents nombres des plis et des fractions volumiques de graphène.

N_L	Modèles de distribution	Disposition des couches de la fraction volumique de graphène.
5	UD$^{(5)}$	[0.07/0.07/0.07/0.07/0.07]
	FG-V$^{(5)}$	[0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]
	FG-Λ$^{(5)}$	[0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]
	FG-O$^{(5)}$	[0.05/0.07/0.11/0.07/0.05]
	FG-X$^{(5)}$	[0.09/0.07/0.03/0.07/0.09]
10	UD$^{(10)}$	$[0.07/0.07/0.07/0.07/0.07]_S$
	FG-V$^{(10)}$	$[(0.11)_2/(0.09)_2/(0.07)_2/(0.05)_2/(0.03)_2]$
	FG-Λ$^{(10)}$	$[(0.03)_2/(0.05)_2/(0.07)_2/(0.09)_2/(0.11)_2]$
	FG-O$^{(10)}$	$[0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]_S$
	FG-X$^{(10)}$	$[0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]_S$
15	UD$^{(15)}$	[0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07]
	FG-V$^{(15)}$	$[(0.11)_3/(0.09)_3/(0.07)_3/(0.05)_3/(0.03)_3]$
	FG-Λ$^{(15)}$	$[(0.03)_3/(0.05)_3/(0.07)_3/(0.09)_3/(0.11)_3]$
	FG-O$^{(15)}$	[0.03/0.03/0.05/0.07/0.09/0.09/0.11/0.11/0.11/0.09/0.09/0.07/0.05/0.03/0.03]
	FG-X$^{(15)}$	[0.11/0.11/0.09/0.07/0.05/0.05/0.03/0.03/0.03/0.05/0.05/0.07/0.09/0.11/0.11]
20	UD$^{(20)}$	$[0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07/0.07]_S$
	FG-V$^{(20)}$	$[(0.11)_4/(0.09)_4/(0.07)_4/(0.05)_4/(0.03)_4]$
	FG-Λ$^{(20)}$	$[(0.03)_4/(0.05)_4/(0.07)_4/(0.09)_4/(0.11)_4]$
	FG-O$^{(20)}$	$[(0.03)_2/(0.05)_2/(0.07)_2/(0.09)_2/(0.11)_2]_S$
	FG-X$^{(20)}$	$[(0.11)_2/(0.09)_2/(0.07)_2/(0.05)_2/(0.03)_2]_S$

L'expression adimensionnelle de fréquence est donnée comme suit :

$$\bar{\omega} = \omega\ (b^2/h)\ \sqrt{\rho^m/E_m} \qquad \text{(IV .1)}$$

Les conditions aux limites à chaque bord pour les deux types de plaques à savoir des plaques simplement appuyées ou encastrées, sont données comme suit :

- Les bords en appui simple (SSSS):

$$v_0 = w_0 = \theta_y = 0, \quad \text{à} \quad x = 0 \ \text{et} \ x = a$$

$$u_0 = w_0 = \theta_x = 0, \quad \text{à} \quad y = 0 \ \text{et} \ y = b$$

- Les bords entièrement encastrées (CCCC):

$$u_0 = v_0 = w_0 = \theta_x = \theta_y = 0, \quad \text{à} \quad x = 0, a \ \text{et} \ y = 0, b$$

IV.2.1 *Études comparatives :*

Pour confirmer la fiabilité et la précision de la méthodologie utilisée, les résultats obtenus sont comparés à des travaux antérieurs publiés. Quatre études comparatives sont menées, toutes portant sur le comportement en vibration libre de plaques composites.

IV.2.1.1 *Première étude comparative :*

D'après le Tableau IV.5, les six premières fréquences adimensionnelles

($\bar{\omega} = \omega\, h \sqrt{\rho^{AL_2O_3} / E_{AL_2O_3}}$) sont obtenues pour une plaque fonctionnellement graduée en céramique/métal simplement appuyée et sont comparées à celles rapportées par Matsunaga [90]. La plaque FG est composée d'alumine et d'aluminium (Al_2O_3/Al). Le rapport largeur/épaisseur (*b/h*) de la plaque est égale à 10, tandis que le rapport longueur/largeur (*a/b*) est égale à 1 et le nombre de couches de la plaque est égal à 10. Les propriétés mécaniques de la surface inférieure (qui est riche en Al_2O_3) et de la surface supérieure (qui est riche en Al) de la plaque composite sont les suivantes :

$$E_{AL_2O_3} = 380.0 \text{ Gpa}, \qquad \nu_{AL_2O_3} = 0.3, \qquad \rho^{AL_2O_3} = 3800 \text{ kg/m}^3.$$

$$E_{AL} = 70.0 \text{ Gpa}, \qquad \nu_{AL} = 0.3, \qquad \rho^{AL} = 2702 \text{ kg/m}^3.$$

Les propriétés mécaniques effectives de la plaque FG sont déterminées par la loi du mélange ci-dessous [86] :

$$E^{(k)} = (E_{AL_2O_3} - E_{AL})\left(\frac{k - 0.5}{N_L}\right)^{P_{in}} + E_{AL} \qquad \text{(IV .2)}$$

$$\rho^{(k)} = (\rho^{AL_2O_3} - \rho^{Al})\left(\frac{k - 0.5}{N_L}\right)^{P_{in}} + \rho_{AL} \qquad \text{(IV .3)}$$

$$\nu^{(k)} = 0.3 \qquad \text{(IV .4)}$$

Où, (N_L) est le nombre des couches de la plaque et k=1,2,3… N_L.

Tableau IV.5 Comparaison des six premières fréquences propres adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, h \sqrt{\rho^{Al_2O_3}/E_{Al_2O_3}}$) d'un plaque FG simplement appuyées carrée en (Al/Al_2O_3) avec (b/h=10, N_L=10).

	Mode	P_{in}				
	Nombre	0	0.5	1	4	10
Présent	1	0.0577	0.0492	0.0442	0.0381	0.0361
Ref [90]		0.0578	0.0492	0.0443	0.0381	0.0364
Présent	2	0.1114	0.0941	0.0859	0.0729	0.0698
Ref [90]		0.1120	0.0956	0.0861	0.0736	0.0700
Présent	3	0.1376	0.1178	0.1059	0.0906	0.0857
Ref [90]		0.1381	0.1180	0.1063	0.0905	0.0856
Présent	4	0.1948	0.1749	0.1620	0.1306	0.1146
Ref [90]		0.1948	0.1749	0.1620	0.1308	0.1153
Présent	5	0.2112	0.1812	0.1631	0.1389	0.1308
Ref [90]		0.2121	0.1819	0.1640	0.1383	0.1306
Présent	6	0.2574	0.2211	0.1991	0.1691	0.1590
Ref [90]		0.2587	0.2222	0.2004	0.1681	0.1583

IV.2.1.2 *Deuxième étude comparative:*

Pour la deuxième comparaison, on utilise des plaques composites stratifiées croisées (0/90/0/90/0) renforcées par de nanotubes de carbone fonctionnellement gradué (NTC-FG) . Les six premières fréquences naturelles adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, (b^2/h) \sqrt{\rho^m/E_m}$) sont comparées dans le Tableau IV.6 avec celles rapportées par Lie et al. [91] pour les deux types des conditions aux limites (c'est-à-dire SSSS et CCCC). Quatre modèles de distribution des NTC sont considérés, à savoir : (UD, FG-V, FG-O et FG-X). Les propriétés effectives des matériaux sont calculées à l'aide de la loi de mélange étendue. Dans la modélisation numérique, *b/h*, *a/b*, ainsi que la fraction volumique des NTC, sont respectivement fixés à 10, 1 et 0,17. Les paramètres d'efficacité correspondants de la fraction volumique de NTC sélectionnée sont fixés à $\eta_1 = 0.149$, $\eta_2 = 1.381$, $\eta_3 = 1.381$. Les matériaux constitutifs de la plaque stratifiée sont le nanotube de carbone à paroi simple (NTC) et une matrice polymère (indexée *m*), dont les propriétés sont les suivantes :

$E_{11}^{CNT} = 5.6466$ TPa, $E_{22}^{CNT} = 7.0800$ TPa, $G_{12}^{CNT} = 1.9445$ TPa, $\nu_{12}^{CNT} = 0.175$, $\rho^{CNT} = 1400$ kg/m^3, $E_m = 2.1$ GPa, $\nu_m = 0.34$, $\rho^m = 1150$ kg/m^3.

Tableau IV.6 Comparaison des six premières fréquences propres adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\,(b^2/h)\sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées carrées en NCRNTC-FG avec ($f^*_{CNT} = 0.17$, b/h=10 , N_L=10 , P_{in}=1).

Conditions aux limites	Mode Number	UD		FG-V		FG-O		FG-X	
		present	Ref [91]	present	Ref [91]	present	Ref [91]	present	Ref [91]
SSSS	1	17.570	17.709	17.538	17.701	17.512	17.658	17.740	17.882
	2	24.033	24.291	24.195	24.464	24.203	24.464	24.203	24.464
	3	24.033	24.297	24.195	24.470	24.203	24.470	24.203	24.470
	4	33.102	33.674	33.027	33.669	32.980	33.580	33.473	34.046
	5	37.750	38.124	37.862	38.288	37.865	38.256	38.041	38.419
	6	46.651	47.726	46.689	47.861	46.674	47.790	47.083	48.159
CCCC	1	24.635	24.578	24.700	24.610	24.673	24.530	24.855	24.749
	2	38.296	38.619	38.373	38.670	38.355	38.539	38.651	38.893
	3	40.758	41.034	40.925	41.061	40.918	40.858	41.075	41.176
	4	49.733	50.792	49.875	50.837	49.887	50.608	50.150	51.029
	5	56.647	57.940	56.802	58.008	56.793	57.784	57.153	58.305
	6	60.048	61.811	60.361	61.833	60.363	61.474	60.495	61.931

IV.2.1.3 *Troisième étude comparative :*

Dans le troisième exemple de comparaison est réalisé pour le cas des plaques multicouche faites à partir de plaquettes de graphène fonctionnellement gradué (PLG-FG). Les deux premières fréquences naturelles adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, h\sqrt{\rho^{epoxy}/E_{epoxy}}$) sont comparées dans le Tableau IV.7 à celles rapportées par Thai et al [85]. Contenant dix couches de matériau PLG/époxy, les propriétés du matériau et les indications géométriques sont respectivement données comme suit :

$E_{GPL} = 1.01\,\text{Tpa}$, $\nu_{GPL} = 0.186$, $\rho^{GPL} = 1060$ kg/m^3, $E_{epoxy} = 3.0$ $E_{epoxy} = 3.0$ Gpa,

$\nu_{epoxy} = 0.34$, $\rho^{epoxy} = 1200\,\text{kg/m}^3$ et, $a = b = 0.45$ m, $N_L = 10$

$a = b$ = 0,45 m, N_L= 10 et PLG avec une fraction de massique (w_t) de 1%.

Les modèles de distribution de PLG de types (UD, FG-Λ, FG-O et FG-X) sont considérés. La variation de la fraction massique du PLG à travers l'épaisseur de la plaque suit la formulation spécifiée dans la réf. [85]. Les propriétés effectives du matériau sont calculées en utilisant le modèle micromécanique Halpin-Tsai modifié.

Tableau IV.7 Comparaison des deux premières fréquences naturelles non dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, h \sqrt{\rho^m / E_m}$) des plaques carrée en NCRG-FG pour les conditions aux limites SSSS (wt =1% ; N_L=10).

b/h	Numéro de mode		Pure epoxy	UD	FG-Λ	FG-O	FG-X
10	1	Present	0.0584	0.1216	0.1118	0.1020	0.1378
		Ref [85]	0.0584	0.1216	0.1118	0.1023	0.1366
	2	Present	0.1391	0.2895	0.2673	0.2456	0.3249
		Ref [85]	0.1391	0.2895	0.2674	0.2470	0.3189
20	1	Present	0.0150	0.0312	0.0286	0.0260	0.0356
		Ref [85]	0.0150	0.0312	0.0286	0.0261	0.0355
	2	Present	0.0371	0.0772	0.0709	0.0646	0.0878
		Ref [85]	0.0370	0.0770	0.0707	0.0645	0.0870
50	1	Present	0.0024	0.0050	0.0046	0.0042	0.0058
		Ref [85]	0.0024	0.0050	0.0046	0.0042	0.0058
	2	Present	0.0061	0.0126	0.0116	0.0105	0.0144
		Ref [85]	0.0060	0.0126	0.0115	0.0105	0.0143

IV.2.1.4 *Quatrième étude comparative :*

Dans le dernier exemple de comparaison, les propriétés mécaniques du mélangeur sont estimées selon le modèle Halpin-Tsai étendu. Les distributions du graphène sont modélisées comme un composite stratifié, avec différentes dispositions de fractions volumiques de graphène répertoriées dans le Tableau IV.4. Les six premières fréquences naturelles adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, (b^2/h) \sqrt{\rho^m / E_m}$) obtenues pour des plaques stratifiées en NCRG-FG sont comparées, comme indiqué dans le Tableau IV.8, avec celles rapportées par Shin et al. [88] en utilisant la théorie des plaques de déformation par cisaillement d'ordre supérieur et celles rapportées par Kiani [92] en utilisant la théorie des plaques de déformation par cisaillement d'ordre 3. Cette comparaison est effectuée pour des plaques présentant cinq types de distributions de graphène (UD, FG-V, FG-Λ, FG-O et FG-X). Pour cette modélisation numérique, les paramètres géométriques de la plaque sont définis avec les valeurs suivantes : b/h = 10, a/b = 1, et h = 0,002 mètres. Les propriétés mécaniques du mélange, telles que les modules de Young et de cisaillement, sont identiques à celles utilisées dans le présent travail (voir Tableau V1.1). De plus, les paramètres d'efficacité matrice/graphène, qui sont déterminés en fonction de la fraction volumique de graphène (voir

tableau IV.2), sont également les mêmes que ceux utilisés dans le présent travail pour assurer la cohérence des résultats.

Tableau IV.8 Comparaison des six premières fréquences propres adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\,(b^2/h)\,\sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées simplement appuyées carrées en NCRG-FG avec (*a/b*=1, *b/h*=10, *h*=0.002 m, (0/90/0/90/0)).

		$\bar{\omega}_{11}$	$\bar{\omega}_{12}$	$\bar{\omega}_{21}$	$\bar{\omega}_{22}$	$\bar{\omega}_{13}$	$\bar{\omega}_{31}$
UD	Present	28.075	64.977	64.977	94.973	116.406	116.571
	Ref [92]	28.079	64.868	64.938	95.481	116.895	117.026
	Ref [88]	28.098	64.958	65.036	95.690	116.174	116.336
FG-Λ et V	Present	25.344	59.230	59.247	89.085	107.890	107.925
	Ref [92]	26.218	59.471	59.582	88.807	107.421	107.822
	Ref [88]	25.390	59.289	59.408	88.618	107.593	107.849
FG-X	Present	30.084	68.394	68.394	99.954	120.630	120.856
	Ref [92]	30.088	68.270	68.395	100.528	120.233	120.464
	Ref [88]	29.521	65.713	65.839	95.630	113.555	113.802
FG-O	Present	23.424	55.514	55.514	82.573	102.490	102.536
	Ref [92]	23.426	55.416	55.421	82.917	101.740	101.750
	Ref [88]	23.577	56.211	56.210	84.567	104.181	104.191

Il est clair que ces études comparatives montrent une excellente convergence entre nos résultats et ceux rapportés précédemment dans la littérature ouverte, ce qui confirme la précision et la fiabilité de la méthode utilisée dans notre travail de modélisation et d'analyse des plaques stratifiées en nano-composite renforcé par du graphène fonctionnellement gradué. Cela renforce la validité de nos résultats et leur utilité pour la compréhension du comportement de ces matériaux complexes.

IV.2.2 *Études paramétriques :*

Après avoir mené des études comparatives pour garantir la précision et l'exactitude des formulations développées ainsi que de la méthode de résolution utilisée dans cette étude, cette section présente de nouveaux résultats qui permettront d'approfondir la compréhension du comportement mécanique des plaques stratifiées NCRG-FG. Ces résultats supplémentaires contribuent à une analyse plus détaillée de ces matériaux composites.

IV.2.2.1 *Effet du rapport largeur/épaisseur de la plaque :*

Les influences combinées de la distribution du graphène et du rapport largeur/épaisseur de la plaque sur les six premières fréquences propres non-dimensionnelles des plaques stratifiées

encastrés fabriquées à partir de NCRG-FG, sont présentées dans le Tableau IV.9. Ce tableau met en évidence que les fréquences des plaques augmentent à mesure que les rapports largeur/épaisseur augmentent, quelle que soit la distribution du graphène. Une analyse plus approfondie des résultats révèle que, parmi les cinq types de distribution du graphène, les plaques de forme FG-O ont les fréquences adimensionnelles les plus basses, tandis que les plaques de forme FG-X ont les fréquences adimensionnelles les plus élevées. Comme l'indique dans le Tableau IV.9, Il est intéressant de noter que les distributions de type FG-V et FG-Λ semblent avoir les mêmes six premières fréquences propres pour les valeurs considérées du rapport largeur/épaisseur.

Tableau IV.9 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\ b^2/h\ \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées en CNRG-FG encastré en fonction de différents rapports largeur/épaisseur et différents types de distribution de graphène avec (a/b=1, $(0)_{10}$).

b/h	Distribution patterns	Numéro de mode					
		1	2	3	4	5	6
05	UD	32.465	53.563	53.622	69.763	79.292	80.118
	FG-V	30.966	51.766	51.877	67.847	77.340	78.334
	FG-Λ	30.966	51.766	51.877	67.847	77.340	78.334
	FG-O	29.916	50.543	50.661	66.409	76.110	77.107
	FG-X	33.238	54.554	54.624	71.091	80.349	81.161
10	UD	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-V	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-Λ	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-O	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	FG-X	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211
20	UD	52.651	103.789	104.208	146.133	186.290	188.159
	FG-V	47.168	93.577	94.207	133.051	170.190	172.161
	FG-Λ	47.168	93.577	94.207	133.051	170.190	172.161
	FG-O	43.820	87.407	88.019	124.367	160.575	162.414
	FG-X	55.683	109.118	109.646	154.170	193.923	196.076
50	UD	55.497	113.670	114.221	164.476	219.204	221.064
	FG-V	49.224	100.768	101.550	146.822	194.602	196.859
	FG-Λ	49.224	100.768	101.550	146.822	194.602	196.859
	FG-O	45.454	93.202	93.940	135.459	180.677	182.788
	FG-X	59.078	120.644	121.355	175.845	231.308	233.565

IV.2.2.2 *Effet du rapport longueur/largeur de la plaque :*

Tableau IV.10, présente les six premières fréquences naturelles des plaques stratifiées encastrées en NCRG-FG pour différentes valeurs du rapport longueur/largeur de la plaque et différents modèles de distribution de graphène ayant b/h=10. Comme on peut le constater dans le Tableau

IV.10, l'augmentation du rapport longueur/largeur de la plaque entraîne une diminution des fréquences propres pour les différents types de distribution de nano-renfort en graphène. De plus, le Tableau IV.10 révèle que les fréquences propres des plaques avec une distribution de type FG-O sont inférieures à celles des plaques de type FG-X pour les valeurs considérées du rapport longueur/largeur. Cela indique que la rigidité effective des plaques avec le modèle FG-X est supérieure à celle des plaques avec le modèle FG-O. Des phénomènes similaires ont été observés en ce qui concerne les effets du rapport longueur/largeur sur les fréquences naturelles des plaques stratifiées de types FG-V et FG-Λ.

Tableau IV.10 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, b^2/h\, \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents rapports longueur/largeur et différents types de distribution de graphène (b/h=10, $(0)_{10}$).

a/b	Distribution patterns	Numéro de mode					
		1	2	3	4	5	6
0.5	UD	96.835	120.599	160.105	190.606	194.018	209.740
	FG-V	91.793	114.410	153.237	184.096	187.431	202.708
	FG-Λ	91.793	114.410	153.237	184.096	187.431	202.708
	FG-O	88.361	110.095	148.457	179.576	183.114	197.691
	FG-X	99.409	124.049	163.871	194.095	197.444	214.087
1.0	UD	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-V	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-Λ	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-O	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	FG-X	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211
1.5	UD	35.465	52.400	76.412	80.971	88.527	105.520
	FG-V	32.317	48.179	71.007	75.507	82.667	99.830
	FG-Λ	32.317	48.179	71.007	75.507	82.667	99.830
	FG-O	30.381	45.419	67.671	71.918	78.703	96.055
	FG-X	37.053	54.755	78.934	83.874	91.862	108.398
2.0	UD	32.596	41.137	57.985	73.324	74.469	80.522
	FG-V	29.644	37.622	53.492	68.401	69.144	75.009
	FG-Λ	29.644	37.622	53.492	68.401	69.144	75.009
	FG-O	27.878	35.351	50.537	65.164	65.925	71.413
	FG-X	34.007	43.100	60.492	75.899	76.836	83.451

IV.2.2.3 *Effet du nombre des plis :*

Le tableau IV.11 présente une analyse des effets du nombre des plis (N_P) et des modèles de distributions de graphène sur les fréquences des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG. Dans cette étude, les rapports *b/h* et *a/b* sont maintenus à 10 et 1, respectivement. Le tableau IV.11 montre que, les six premières fréquences propres des plaques avec le modèle UD ne sont pas affectées par l'augmentation du nombre des plis . Cela s'explique par le fait que le graphène est uniformément réparti dans l'épaisseur de la plaque pour toutes les valeurs de N_P, ce qui signifie que la fraction volumique de chaque pli est de 0,07. (c'est-à-dire que la fraction volumique de chaque pli est de 0,07). De plus, le tableau IV.11 montre clairement que les fréquences propres des plaques stratifiées avec les deux modèles FG-V et FG-Λ ne sont pas sensibles à l'augmentation de N_P, tandis que pour les plaques avec le modèle FG-X, les fréquences propres sont faiblement influencées par le nombre des plis N_P, elles diminuent légèrement avec l'augmentation de N_P. Il est également remarquable que les plaques avec une distribution de type FG-O produisent les fréquences adimensionnelles les plus élevées pour un nombre des plis plus faible (par exemple, FG-$O^{(5)}$). Cependant, il est toujours envisageable que le modèle de distribution FG-X améliore les performances des plaques stratifiées fabriquées à partir de NCRG-FG.

Tableau IV.11 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\ b^2/h\ \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents nombres des plis différent types de distribution de graphène avec (*a/b*=1, *b/h*=10, $(0)_{10}$).

N_P	Distribution patterns	Numéro de mode					
		1	2	3	4	5	6
5	$UD^{(5)}$	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-$V^{(5)}$ et $\Lambda^{(5)}$	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-$O^{(5)}$	41.625	76.664	77.068	104.094	125.363	127.023
	FG-$X^{(5)}$	47.687	86.530	86.728	117.200	138.449	140.285
10	$UD^{(10)}$	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-$V^{(10)}$ et $\Lambda^{(10)}$	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-$O^{(10)}$	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	FG-$X^{(10)}$	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211
15	$UD^{(15)}$	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-$V^{(15)}$ et $\Lambda^{(15)}$	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-$O^{(15)}$	38.830	72.798	73.142	99.901	121.496	123.078
	FG-$X^{(15)}$	47.283	85.212	85.478	115.080	135.496	137.301
20	$UD^{(20)}$	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-$V^{(20)}$ et $\Lambda^{(20)}$	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-$O^{(20)}$	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	FG-$X^{(20)}$	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211

IV.2.2.4 *Effet de l'agencement et du nombre des plis :*

Les effets des dispositions des plis, du nombre des plis (N_P) et des types de distribution du graphène fonctionnellement gradué sur les six premières fréquences adimensionnelles des plaques stratifiées encastrées fabriquées à partir deNCRG-FG sont présentés dans le Tableau IV.12. Dans ce tableau, les rapports *b/h* et *a/* sont fixés respectivement *à*10 et 1. Les différentes dispositions des fractions volumiques de graphène à travers l'épaisseur des plis utilisées dans cette étude sont indiquées dans le Tableau IV.4. Afin d'établir une comparaison significative entre les différents types de disposition du graphène, les fractions volumiques totales de graphène sont maintenues identiques, quel que soit le type de distribution du graphène et le nombre des plis à stratifier. Comme le montre le Tableau IV.12, les six premières fréquences naturelles correspondant aux plaques construites avec 5 plis de types de distribution FG-$V^{(5)}$, FG-$\Lambda^{(5)}$ ou FG-$O^{(5)}$ augmentent à mesure que le N_P passe de 5 à 20 plis. Il est évident que les plaques composées de 20 plis et construites avec 10 plis de FG-$V^{(10)}$, FG-$\Lambda^{(10)}$, ou FG-$O^{(10)}$ présentent des fréquences plus basses. Cependant, la tendance observée pour les plaques de types de distribution FG-Λ, FG-V et FG-O ne s'applique pas aux plaques construites avec les types de distribution FG-X, où les fréquences naturelles les plus élevées sont obtenues avec un nombre plus faible des plis , soit des plaques à cinq plis. De plus, on peut constater que les plaques composées de 15 ou 20 plis, avec cinq plis du modèle FG-$V^{(5)}$ dans leur moitié supérieure et cinq plis du modèle FG-$\Lambda^{(5)}$ dans leur moitié inférieure, peuvent atteindre de meilleures performances comparées aux plaques construites avec cinq plis du modèle FG-$X^{(5)}$. En conclusion, suggérer des plaques stratifiées FG-X contenant un nombre réduit des plis s'avère être le moyen le plus efficace d'améliorer leurs performances. Pour les plaques stratifiées FG-V, FG-Λ ou FG-O, l'augmentation du nombre des plis est le moyen le plus efficace d'atteindre de meilleures performances.

Tableau IV.12 Six premières fréquences naturelles adimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, b^2/h\, \sqrt{\rho^m/E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents $(0)_{10}$ disposition des plis et différent types de distribution de graphène avec (a/b=1 , b/h=10, $(0)_{10}$).

N_P	Disposition des plis	Numéro de mode					
		1	2	3	4	5	6
5	[UD$^{(5)}$]	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	[V$^{(5)}$ & Λ$^{(5)}$]	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	[O$^{(5)}$]	41.625	76.664	77.068	104.094	125.363	127.023
	[X$^{(5)}$]	47.687	86.530	86.728	117.200	138.449	140.285
10	[UD$^{(10)}$]	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	[V$^{(10)}$ & Λ$^{(10)}$]	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	[V$^{(5)}$/V$^{(5)}$]	43.562	79.961	80.264	108.738	129.889	131.619
	[Λ$^{(5)}$/Λ$^{(5)}$]	43.562	79.961	80.264	108.738	129.889	131.619
	[O$^{(10)}$]	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	[O$^{(5)}$/ O$^{(5)}$]	43.580	79.600	79.928	107.794	128.721	130.412
	[X$^{(10)}$]	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211
	[X$^{(5)}$/ X$^{(5)}$]	45.850	83.851	84.069	113.856	135.428	137.210
15	[UD$^{(15)}$]	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	[V$^{(15)}$ & Λ$^{(15)}$]	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	[V$^{(5)}$/V$^{(5)}$/V$^{(5)}$]	43.878	80.442	80.737	109.330	130.465	132.198
	[Λ$^{(5)}$/Λ$^{(5)}$/Λ$^{(5)}$]	43.878	80.442	80.737	109.330	130.465	132.198
	[O$^{(15)}$]	38.830	72.798	73.142	99.901	121.496	123.078
	[O$^{(5)}$/O$^{(5)}$/O$^{(5)}$]	43.917	80.099	80.414	108.417	129.283	130.980
	[X$^{(15)}$]	47.283	85.212	85.478	115.080	135.496	137.301
	[X$^{(5)}$/X$^{(5)}$/X$^{(5)}$]	45.486	83.313	83.535	113.179	134.814	136.584
	[Λ$^{(5)}$/X$^{(5)}$/V$^{(5)}$]	46.509	84.463	84.727	114.399	135.427	137.229
20	[UD$^{(20)}$]	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	[V$^{(20)}$ & Λ$^{(20)}$]	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	[V$^{(10)}$/V$^{(10)}$]	43.562	79.961	80.264	108.738	129.889	131.619
	[V$^{(5)}$/V$^{(5)}$/V$^{(5)}$/V$^{(5)}$]	43.987	80.608	80.900	109.534	130.663	132.397
	[Λ$^{(10)}$/Λ$^{(10)}$]	43.562	79.961	80.264	108.738	129.889	131.619
	[Λ$^{(5)}$/Λ$^{(5)}$/Λ$^{(5)}$/Λ$^{(5)}$]	43.987	80.608	80.900	109.534	130.663	132.397
	[O$^{(20)}$]	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	[O$^{(10)}$/O$^{(10)}$]	43.054	79.218	79.522	107.812	129.052	130.760
	[O$^{(5)}$/O$^{(5)}$/O$^{(5)}$/O$^{(5)}$]	44.033	80.270	80.581	108.630	129.475	131.175
	[X$^{(20)}$]	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211
	[X$^{(10)}$/X$^{(10)}$]	45.033	82.154	82.432	111.450	132.441	134.202
	[X$^{(5)}$/X$^{(5)}$/X$^{(5)}$/X$^{(5)}$]	45.357	83.122	83.344	112.937	134.594	136.361
	[Λ$^{(5)}$/ Λ$^{(5)}$/V$^{(5)}$/V$^{(5)}$]	45.938	83.472	83.739	113.067	133.937	135.718

IV.2.2.5 *Effet de la séquence de laminage des plis :*

Les effets de la séquence de stratification des plis et des types de distribution du graphène sur les six premières fréquences naturelles adimensionnelles des plaques stratifiées en NCRG-FG sont présentés dans le Tableau IV.13. La modélisation numérique est réalisée en utilisant les paramètres suivants (a/b=1 et b/h=10). Comme il est clairement démontré dans le Tableau IV.13, lorsque la séquence de stratification est définie comme $(0)_{10}$, $(0/90/0/90/0)_S$, ou $(0/90)_{5T}$, les six premières fréquences naturelles demeurent pratiquement inchangées ; cependant, elles diminuent légèrement pour la séquence de stratification $(45/-45)_{5T}$. En d'autres termes, les plaques stratifiées fabriquées à

partir de NCRG-FG seront plus rigides lorsque la séquence d'empilement est établie à (0/90). Le Tableau IV.13 révèle également que, pour tous les modèles de distribution, les fréquences propres du deuxième et troisième modes sont identiques pour la séquence de stratification $(0/90)_{5T}$. De plus, on peut noter que les fréquences propres adimensionnelles des plaques stratifiées en NCRG-FG ne sont que peu affectées par la séquence de stratification par rapport aux plaques stratifiées composites renforcées par les nanotubes de carbone fonctionnellement gradué. La raison de ce phénomène est probablement liée aux modules d'Young de la feuille de graphène, qui sont presque identiques dans les directions zigzag et chiral.

Tableau IV.13 Six premières fréquences propres non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\ b^2/h\ \sqrt{\rho^m/E_m}$) pour des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents angles d'orientation du plis et différent types de distribution de graphène avec (a/b=1, b/h=10).

Séquence de laminage	Modèles de distribution	Numéro de mode					
		1	2	3	4	5	6
$(0)_{10}$	UD	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-V et Λ	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-O	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	FG-X	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211
$(0/90/0/90/0)_s$	UD	45.505	82.883	82.945	111.834	133.181	134.856
	FG-V et Λ	41.744	77.281	77.388	105.270	126.528	128.150
	FG-O	39.350	73.697	73.703	100.645	122.273	123.755
	FG-X	47.476	85.749	85.856	115.772	136.414	138.195
$(0/90)_{5T}$	UD	45.505	82.914	82.914	111.834	133.183	134.855
	FG-V et Λ	41.744	77.326	77.343	105.270	126.533	128.146
	FG-O	39.350	73.700	73.700	100.645	122.273	123.755
	FG-X	47.476	85.802	85.802	115.772	136.418	138.192
$(45/-45)_{5T}$	UD	45.189	82.484	82.484	112.541	132.192	134.058
	FG-V et Λ	41.562	77.042	77.051	105.728	125.823	127.554
	FG-O	39.096	73.257	73.257	101.295	121.177	122.814
	FG-X	47.382	85.684	85.684	115.979	136.146	137.978

IV.2.2.6 *Effets des conditions aux limites de la plaque :*

Tableau IV.14 présente l'impact de divers types de conditions aux limites (Cls) et des types de distributions de graphène sur les six premières fréquences naturelles des plaques stratifiées encastrées fabriquées à partir de NCRG-FG. Dans cette étude, les rapports a/b et b/h sont fixés respectivement à 1 et 10. Pour plus de clarté, une notation à quatre lettres est utilisée pour différencier les conditions limites sur chaque bord de la plaque. Par exemple, FSSC indique que la plaque est libre (F) sur bord y=0, simplement appuyée (S) sur le bord y=b, simplement appuyée (S) sur le bord x=0, et encastré (C) sur le bord x=a. Les fréquences naturelles sont classées de la plus élevée (fréquence fondamentale correspondant aux conditions limites CCCC) à la plus basse (fréquence fondamentale correspondant aux conditions limites FSSC), en variant progressivement

entre ces extrêmes. D'après le Tableau IV.14, il est aisé de constater que les six premières fréquences naturelles correspondant aux plaques FG-X sont les plus élevées, tandis que celles des plaques FG-O sont les plus basses. Ce phénomène se produit pour tous les types de conditions aux limites.

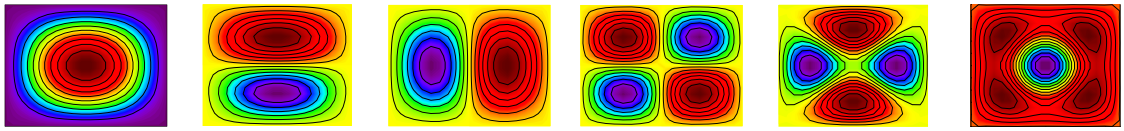
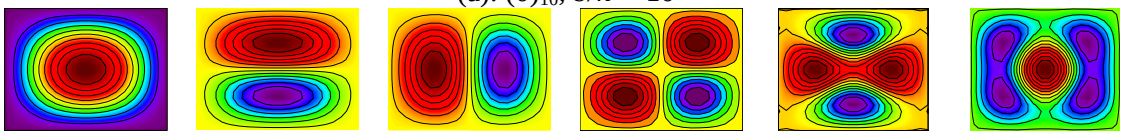
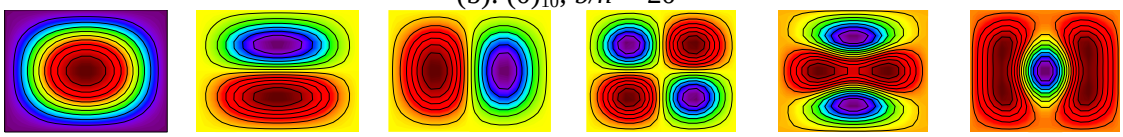
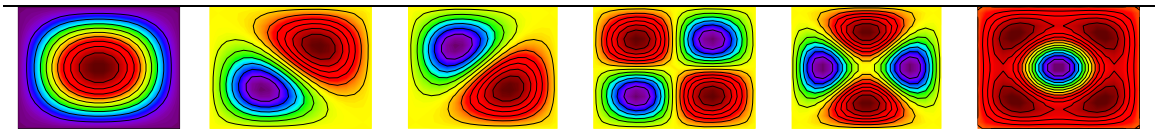
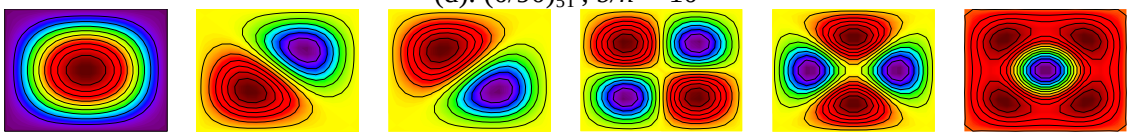
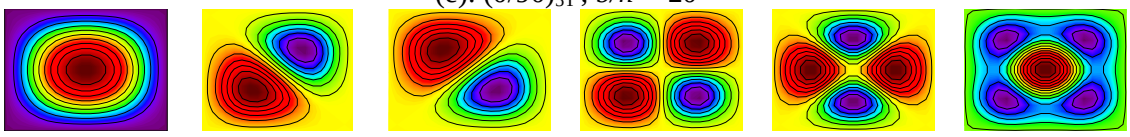
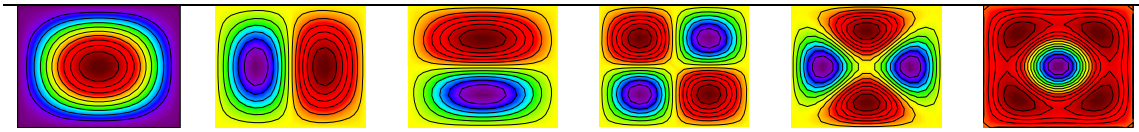
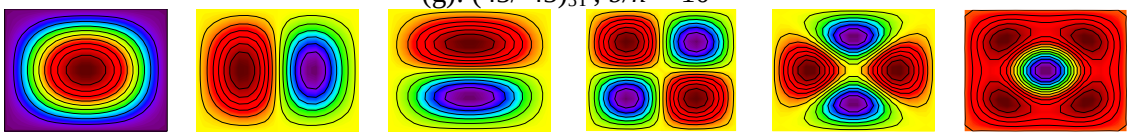
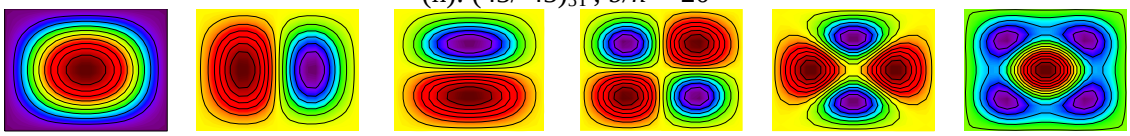
Tableau IV.14 Fréquence fondamentale non-dimensionnelles ($\bar{\omega} = \omega\, h \sqrt{\rho^m / E_m}$) des plaques stratifiées encastrés en NCRG-FG en fonction de différents conditions aux limites et différent types de distribution des graphène avec (b/h=10 , a/b=1, $(0)_{10}$).

Conditions aux limites	Distribution patterns	Numéro de mode					
		1	2	3	4	5	6
CCCC	UD	45.504	82.810	83.017	111.833	133.167	134.869
	FG-V et Λ	41.744	77.157	77.509	105.269	126.481	128.192
	FG-O	39.350	73.518	73.879	100.644	122.212	123.811
	FG-X	47.476	85.676	85.927	115.771	136.396	138.211
CCCS	UD	41.109	75.918	80.980	107.534	122.128	126.002
	FG-V et Λ	37.588	70.219	75.391	100.814	118.343	119.226
	FG-O	35.316	66.509	71.769	96.055	113.532	119.395
	FG-X	43.073	79.010	83.912	111.706	119.395	129.765
CCSS	UD	37.749	68.882	79.500	88.904	103.497	118.149
	FG-V & Λ	34.471	63.188	73.975	89.085	96.723	109.793
	FG-O	32.331	59.495	70.389	89.210	91.893	104.551
	FG-X	39.656	72.106	82.455	89.210	107.865	122.294
CSCS	UD	36.291	73.586	74.191	103.208	107.010	124.774
	FG-V et Λ	33.023	67.851	68.472	96.294	104.508	116.916
	FG-O	30.855	64.156	64.738	91.362	104.671	112.009
	FG-X	38.300	76.716	77.389	104.671	107.653	128.544
CSSS	UD	32.432	66.824	72.179	88.904	99.125	112.381
	FG-V et Λ	29.410	61.128	66.421	89.085	92.096	108.983
	FG-O	27.366	57.402	62.723	87.043	89.210	103.698
	FG-X	34.420	70.186	75.367	89.210	103.814	109.473
CCCF	UD	31.444	49.331	73.402	88.415	89.253	117.538
	FG-V et Λ	28.622	45.339	68.141	82.581	82.622	112.438
	FG-O	26.877	42.576	64.908	78.410	78.450	107.171
	FG-X	32.916	51.963	75.881	92.282	92.879	114.347
CCFF	UD	29.766	33.363	53.536	71.758	76.304	82.527
	FG-V & Λ	26.981	30.572	49.098	66.529	71.011	81.922
	FG-O	25.395	28.629	45.915	63.439	67.483	82.346
	FG-X	30.958	35.303	56.808	73.957	79.469	82.346
SSSS	UD	28.075	64.977	64.977	94.973	116.406	116.571
	FG-V & Λ	25.344	59.230	59.247	89.085	107.890	107.925
	FG-O	23.424	55.514	55.514	82.573	102.490	102.536
	FG-X	30.084	68.394	68.394	99.954	120.630	120.856
FSSC	UD	24.680	41.230	65.795	79.918	80.796	85.017
	FG-V & Λ	22.404	37.649	60.611	73.073	74.854	84.878
	FG-O	20.932	35.035	57.396	68.793	70.604	84.904
	FG-X	26.058	43.983	68.438	83.881	84.904	84.965

IV.2.2.7 *Analyse modale des modes :*

La dernière étude vise à examiner la dépendance des six premiers modes naturels des plaques stratifiées de type FG-X en fonction du rapport largeur/épaisseur de la séquence de stratification des plis. Les courbes de contour correspondant aux six premiers modes sont présentées dans le Tableau IV.15 pour différents rapports largeur/épaisseur (b/h=10 ; 20 ; 50) et pour les séquences de stratification $(0)_{10}$, $(0/90)_{5T}$, et $(45/-45)_{5T}$. Dans cette étude, le rapport a/b est fixé à la valeur de 1. Comme on peut le constater dans le Tableau IV.15, Le paramètre b/h ne semble pas avoir d'incidence sur les six premiers modes des plaques stratifiées fabriquées à partir de NCRG-FG pour les séquences de stratification $(0/90)_{5T}$, et $(45/-45)_{5T}$, tandis qu'il a un léger effet sur les modes naturels supérieurs pour la séquence de stratification $(0)_{10}$. Cette observation est perceptible en comparant les courbes de contour qui ont la même séquence de stratification mais des valeurs différentes de (b/h) (par exemple, cas (a), cas (b) et cas (c)). De plus, on peut remarquer que les formes de mode de la plaque stratifiée ne sont pas fortement influencées par les séquences de stratification, ce qui est évident en comparant les courbes de contour qui ont les mêmes valeurs de b/h mais des séquences de stratification différentes (par exemple, cas (*b*), cas (*e*) et cas (*h*)). Ceci est dû à la même raison évoquée dans la section (IV.2.2.5), à savoir que les modules élastiques de la feuille de graphène sont presque identiques dans les deux directions, zigzag et chiral.

Tableau IV.15 Six premiers modes naturelles des plaques stratifiées en NCRG-FG de type FG-X en fonction de différentes séquences de stratification et différents rapports largeur/épaisseur avec (*a*/*b*= 1).

Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
					
(a): $(0)_{10}$; b/h = 10					
					
(b): $(0)_{10}$; b/h = 20					
					
(c): $(0)_{10}$; b/h = 50					
					
(d): $(0/90)_{5T}$; b/h = 10					
					
(e): $(0/90)_{5T}$; b/h = 20					
					
(f): $(0/90)_{5T}$; b/h = 50					
					
(g): $(45/-45)_{5T}$; b/h = 10					
					
(h): $(45/-45)_{5T}$; b/h = 20					
					
(i): $(45/-45)_{5T}$; b/h = 50					

IV.3. Conclusion :

Une série d'études numériques a été menée pour décrire le comportement de vibration libre des plaques stratifiées en NCRG-FG, en tenant compte à la fois des cas uniformes et non-uniformes de dispersion de nano-renfort. Les plis sont constitués d'un matériau nano-composite, dans lequel la matrice polymère a été renforcée par le graphène monocouche. La loi de mélange étendue et les modèles de Halpin-Tsai ont été utilisés pour estimer les propriétés mécaniques des plaques nano-composites. Les relations cinématiques ont été dérivées à l'aide de la FSDT. Diverses études paramétriques ont été menées pour analyser l'influence de la fraction volumique de graphène et de son accumulation sur les fréquences naturelles des plaques stratifiées en NCRG-FG. Plusieurs autres paramètres ont été pris en considération, notamment les dispositions des plis, les séquences de stratification, les paramètres géométriques des plaques, l'angle d'orientation des plis, les formes des modes des plaques stratifiées et les conditions aux limites. Les principales conclusions de ce travail sont résumées ci-dessous :

Voici un résumé des principales conclusions de nos études :

- L'ajout d'une petite fraction volumique de graphène à une matrice polymère entraîne une augmentation significative des propriétés mécaniques du NCRG.
- L'utilisation de rapports longueur/largeur plus élevés peut considérablement réduire la rigidité des plaques stratifiées en NCRG-FG.
- Les types de distribution des nano-renforts en graphène ont un impact substantiel sur les caractéristiques de vibration et la rigidité effective des plaques stratifiées en NCRG. Les distributions symétriques FG-X des nano-renforts en graphène produisent les fréquences naturelles les plus élevées par rapport aux types (UD, FG-V, FG-Λ et FG-O).
- L'arrangement des plis de NCRG en fonction des types de distribution de graphène et du nombre des plis a une influence significative sur les performances de vibration libre des plaques stratifiées nano-composites. Les plaques stratifiées en FG-X avec un nombre réduit des plis sont plus performantes, tandis que pour les plaques FG-V, FG-Λ ou FG-O, un nombre plus élevé des plis est préférable pour atteindre de meilleures performances.
- Les séquences de stratification considérées ont une influence relativement faible sur les fréquences des plaques stratifiées en NCRG. Les séquences $(0)_{10}$, (0/90/0/90/0), $(0/90)_{5T}$ et $(45/-45)_{5T}$ présentent pratiquement les mêmes fréquences naturelles.

- Les plaques stratifiées avec des bords entièrement encastrés (CCCC) atteignent des fréquences naturelles plus élevées par rapport aux mêmes plaques avec des bords entièrement simplement appuyés (SSSS).

Ces conclusions mettent en lumière les facteurs clés qui influent sur le comportement de vibration des plaques stratifiées en NCRG-FG, ce qui est essentiel pour la conception et l'optimisation de ces structures nano-composites.

Chapitre V :

Comportement vibratoire des plaques nano-composites à base de polymère renforcées par du graphène monocouche fonctionnellement gradué sous l'effet de déférent environnement thermiques

V.1 Introduction *:*

V.1.1 Objectif :

Ce chapitre porte sur l'analyse d'étude de la réponse aux vibrations libres des plaques stratifiées nano-composites fonctionnellement graduée (FG) sous l'effet de différents environnements thermiques. Les couches nano-composites sont constituées d'une matrice polymère et des renforts à l'échelle nanométrique appelée monocouche de graphène. Dans ce chapitre, nous appelons le mélange matrice/graphène nano-composite renforcé au graphène (GRNC). En plus du type de distribution uniforme (UD) des renforts en graphène, on a également étudié quatre modèles de distributions de nano-renforts afin de déterminer le meilleur type de distribution pour renforcer les structures nano-composites. Les types de distributions des nano-renforts sont obtenus en faisant varier la faction volumique du graphène d'une couche à l'autre.

V.1.2 *Méthode :*

Les propriétés mécaniques des matériaux associées au mélange sont déterminées en utilisant l'approche de la théorie Halpin-Tsai étendue. Les propriétés mécaniques des couches de GRNC sont considérées comme dépendantes ou indépendantes de la température. Les équations régissant la structure de la plaque stratifiée sont dérivées en se basant sur la théorie des plaques de déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT). La validité du programme utilisé est examinée en comparant les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis (FEM) à ceux rapportés dans la littérature. La discussion des analyses numériques met en évidence les effets d'une large gamme des paramètres d'influence sur les caractéristiques des fréquences naturelles des plaques stratifiées en FG-GRNC. Les résultats numériques montrent que le comportement en vibration libre des plaques stratifiées GRNC est fortement influencé par les variations de la température ambiante, ainsi que par les paramètres géométriques des plaques. Suite de ces constatations, de nouvelles idées sont proposées pour développer des perspectives innovantes et concevoir de nouveaux produits pour les futures applications réelles des structures nano-composites polymères.

V.2 Résultats et discussions :

Cette section présente une série d'études paramétriques sous l'effet de divers environnements thermiques, en prenant en compte l'influence d'un grand nombre de variables, notamment : la dépendance de la température des matériaux composites constitutifs, les modèles de distribution du graphène, la disposition des plis, les paramètres géométriques des plaques stratifiées, les séquences de laminage, les formes de modèle des plaques, et les conditions aux limites des plaques, sur les caractéristiques de vibration libre des plaques stratifiées FG-GRNC. Les phases du mélange sont les feuilles de graphène en forme de zigzag pour le renforcement et le poly-méthacrylate de méthyle (PMMA) pour la matrice. Les propriétés mécaniques du graphène sont présenté dans le Tableau V.1 pour différentes températures, tandis que celles de la matrice PMMA sont les suivantes :

$E^m = (3.52 - 0.0034T)$ GPa, $\nu^m = 0.34$, $\alpha^m = 45(1 + 0.0005\Delta T) \times 10^{-6}$/K, $\rho^m = 1150$ Kg/m^3, où $\Delta T = T - T_0$ où est défini comme étant T_0 , la température de référence (T_0 = 300 K). De même, Il est important de noter que, dans cette étude, nous faisons l'hypothèse que G_{23}=G_{13}= 0.5G_{12} [95,96], ce qui signifie que certaines constantes sont égales à 0,5 fois la valeur de G12.

Le Tableau V.2 présente les paramètres d'efficacité du nano-composite graphène/PMMA pour cinq niveaux de fraction volumique de graphène et différentes conditions de température. De plus,

le tableau V.3 présente les valeurs estimées des propriétés mécaniques du GRNC en utilisant deux modèles : l'approche de Halpin-Tsai classique et l'approche Halpin-Tsai étendue. Les données présentées dans le Tableau V.3 révèlent des différences significatives entre les modules de Young et de cisaillement du GRNC calculés avec l'approche Halpin-Tsai étendue et ceux calculés avec l'approche Halpin-Tsai conventionnelle.

Cette divergence s'explique par le fait que l'approche Halpin-Tsai étendue prend en compte des paramètres d'efficacité que l'approche Halpin-Tsai classique ne considère pas. Conformément à Lin et al [94], la prédiction la plus précise des propriétés mécaniques du GRNC peut être obtenue en intégrant η_1 , η_2 et η_3 dans l'approche de Halpin-Tsai, c'est-à-dire en utilisant l'approche de Halpin-Tsai étendue.

Tableau.V.1 Propriétés matérielles des feuilles de graphène en zigzag avec ($w_G = 14.77$ nm, $h_G = 0.188$ nm, et $l_G = 14.76$ nm) [95]:

T [K]	E_{11}^G [GPa]	E_{22}^G [GPa]	G_{12}^G [GPa]	ν_{12}^G	ρ^G [kg/m^3]	α_{11}^G [10^{-6}/K]	α_{22}^G [10^{-6}/K]
300	1812	1807	683	0.177	4118	-0.90	-0.95
400	1769	1763	691	0.177	4118	-0.35	-0.40
500	1748	1735	700	0.177	4118	-0.08	-0.08

Tableau.V.2 Paramètres d'efficacité η_i (i = 1, 2, 3) de la GRNC pour les différents environnements thermiques avec la fraction volumique de graphène [95].

T (K)	f_G	η_1	η_2	η_3
300	0.03	2.929	2.855	11.842
	0.05	3.068	2.962	15.944
	0.07	3.013	2.966	23.575
	0.09	2.647	2.609	32.816
	0.11	2.311	2.260	33.125
400	0.03	2.977	2.896	13.928
	0.05	3.128	3.023	15.229
	0.07	3.060	3.027	22.588
	0.09	2.701	2.603	28.869
	0.11	2.405	2.337	29.527
500	0.03	3.388	3.382	16.712
	0.05	3.544	3.414	16.018
	0.07	3.462	3.339	23.428
	0.09	3.058	2.936	29.754
	0.11	2.736	2.665	30.773

Tableau. V.3 Estimation du module de cisaillement et du module de Young du GRNC à l'aide de modèle Halpin-Tsai étendu et le modèle Halpin-Tsai pour les différents niveaux des fractions volumiques de graphène (f_G) avec (T=300 K).

		f_G				
		0.03	0.05	0.07	0.09	0.11
Modèle Halpin-Tsai étendu	E_{11} (GPa)	36.546	59.544	80.118	90.023	96.431
	E_{22} (GPa)	35.626	57.479	78.869	88.75	94.304
	G_{12} (GPa)	11.393	15.655	23.647	33.635	34.716
Modèle Halpin-Tsai	E_{11} (GPa)	12.476	19.41	26.584	34.01	41.711
	η_1	2.929	3.068	3.013	2.647	2.311
	E_{22} (GPa)	12.476	19.41	26.584	34.01	41.711
	η_2	2.855	2.962	2.966	2.609	2.260
	G_{12} (GPa)	0.962	0.982	1.003	1.025	1.048
	η_3	11.842	15.944	23.575	32.816	33.125

Les plaques stratifiées FG-GRNC sont structurées selon différents modèles, ils peuvent être obtenus en répartissant la fraction volumique des nano-renforts dans les plis GRNC selon des distributions spécifiques. Parmi ces modèles, nous pouvons mentionner les suivants : (i) distribution uniforme (UD), (ii) distribution de type Λ (FG-Λ), (iii) distribution de type V (FG-V), (iv) distribution de type O (FG-O), et (v) distribution de type X (FG-X). Un exemple de pourcentage de concentration de fraction volumiques de graphène dans chaque pli pour des plaques stratifiées comprenant 10 plis de GRNC est donné comme suit :

- Pour le modèle UD, la répartition de la charge de graphène dans les couches de GRNC est organisée selon la séquence d'empilement suivante : $[0.07/0.07/0.07/0.07/0.07]_S$.
- Pour les modèles FG-Λ et FG-V, les charges de graphène dans les couches de GRNC sont disposées de manière non symétrique comme suit :
  - Pour les plaques stratifiées FG-Λ : $[(0.03)^2/(0.05)^2/(0.07)^2/(0.09)^2/(0.11)^2]$
  - Pour les plaques stratifiées FG-V : $[(0.11)^2/(0.09)^2/(0.07)^2/(0.05)^2/(0.03)^2]$
- Pour les autres modèles de plaques (à savoir FG-X et FG-O), la répartition des charges de graphène dans les couches de GRNC est organisée symétriquement par rapport au plan médian, comme suit :
  - Pour FG-O : $[0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]_S$
  - Pour FG-X : $[0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]_S$

Les différents schémas de distribution des nano-feuillets de graphène dans l'épaisseur de la plaque stratifiée, ainsi que leurs configurations correspondantes, sont répertoriés dans le Tableau

V.4 pour différents nombres des plis (N_P = 5, 10, 15 et 20). Il convient de noter que la fraction volumique totale des configurations considérées reste identique, quelle que soit la valeur prise pour le N_P.

Tableau. V.4 Arrangements des plis GRNC avec les différents schémas de distribution de la fraction volumique du nano-renfort (f_G) et le nombre des plis (N_P) [93].

N_p	Modèles de distribution	Arrangements des f_G
5	UD$^{(5)}$	$[0.07]_5$
	FG-Λ$^{(5)}$	[0.03/0.05/0.07/0.09/0.11]
	FG-V$^{(5)}$	[0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]
	FG-X$^{(5)}$	[0.09/0.07/0.03/0.07/0.09]
	FG-O$^{(5)}$	[0.05/0.07/0.11/0.07/0.05]
10	UD$^{(10)}$	$[0.07]_{10}$
	FG-Λ$^{(10)}$	$[(0.03)_2/(0.05)_2/(0.07)_2/(0.09)_2/(0.11)_2]$
	FG-V$^{(10)}$	$[(0.11)_2/(0.09)_2/(0.07)_2/(0.05)_2/(0.03)_2]$
	FG-X$^{(10)}$	$[0.11/0.09/0.07/0.05/0.03]_S$
	FG-O$^{(10)}$	$[0.04/0.05/0.07/0.09/0.11]_S$
15	UD$^{(15)}$	$[0.07]_{15}$
	FG-Λ$^{(15)}$	$[(0.03)_3/(0.05)_3/(0.07)_3/(0.09)_3/(0.11)_3]$
	FG-V$^{(15)}$	$[(0.11)_3/(0.09)_3/(0.07)_3/(0.05)_3/(0.03)_3]$
	FG-X$^{(15)}$	[0.11/0.11/0.09/0.07/0.05/0.05/0.03/0.03/0.03/0.05/0.05/0.07/0.09/0.11/0.11]
	FG-O$^{(15)}$	[0.03/0.03/0.05/0.07/0.09/0.09/0.11/0.11/0.11/0.09/0.09/0.07/0.05/0.03/0.03]
20	UD$^{(20)}$	$[0.07]_{20}$
	FG-Λ$^{(20)}$	$[(0.03)_4/(0.05)_4/(0.07)_4/(0.09)_4/(0.11)_4]$
	FG-V$^{(20)}$	$[(0.11)_4/(0.09)_4/(0.07)_4/(0.05)_4/(0.03)_4]$
	FG-X$^{(20)}$	$[(0.11)_2/(0.09)_2/(0.07)_2/(0.05)_2/(0.03)_2]_S$
	FG-O$^{(20)}$	$[(0.03)_2/(0.05)_2/(0.07)_2/(0.09)_2/(0.11)_2]_S$

Les conditions aux limites des plaques stratifiées GRNC sont les suivantes :

- Bords entièrement encastrés (CCCC):

$$\text{à } y = 0, b \text{ et } x = 0, a, \quad u_0 = v_0 = w_0 = \theta_x = \theta_y = 0$$

- Bords à simples d'appuis (SSSS):

$$\text{à } y = 0 \text{ et } y = b, \; u_0 = w_0 = \theta_x = 0 \text{ , à } x = 0 \text{ et } x = a, \; v_0 = w_0 = \theta_y = 0 \text{ .}$$

Sauf indication contraire, l'expression mathématique correspondant au i-ème paramètre de fréquence non dimensionnel est donnée comme suit :

$$\bar{\omega} = \omega\left(b^2/h\right)\sqrt{\rho^m/E_m} \qquad \textbf{(V.1)}$$

V.2.1 Résultats de la validation et de la comparaison :

Cette section vise à donner une idée de la précision et de la fiabilité de nos résultats (obtenus par nos propres programme) en le comparant à ceux rapportés dans les articles publiés. Les études comparatives sont menées sur trois modèles des plaques composites (c'est-à-dire le composite graphite/époxy, le composite céramique/métal FG et le composite renforcé au graphène FG).

V.2.*1.1 Première l'étude comparative :*

Le premier exemple de comparaison analyse les effets des différents rapports largeur/épaisseur (*b/h*) et des conditions thermiques sur la première fréquence non dimensionnelle ($\bar{\omega}=\omega\left(b^2/h\right)\sqrt{\rho/E_2}$) pour des plaques stratifiées composites graphite/époxy avec des agencements des plis croisés $[0^0/90^0/90^0/0^0]$ et des plis angulaires $[45^0/-45^0/-45^0/45^0]$ simplement appuyée. La Figure V.1 présente nos résultats comparativement à ceux rapportés par Ram et Sinha [69] pour différentes valeurs de (*b/h)* et des températures *T*. Dans la le cadre de la modélisation numérique, les plaques composites à différentes températures correspondent à celles décrites dans la référence [69].

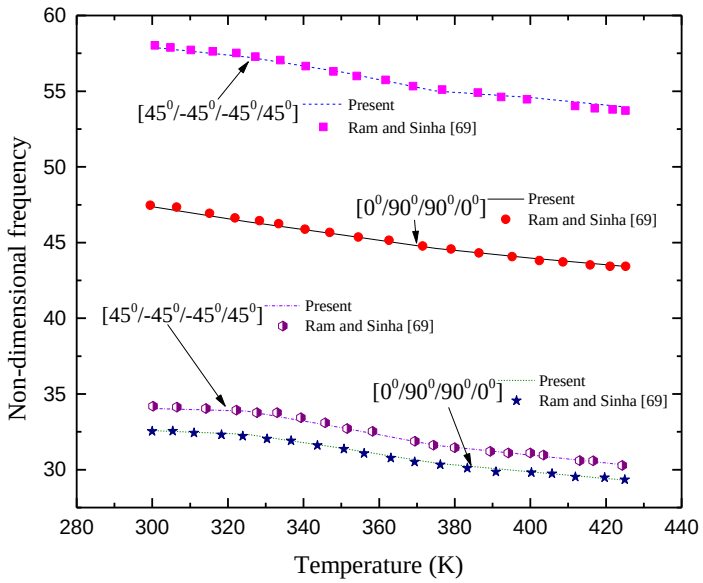


Figure V.1 Examen comparatif de la fréquence fondamentale non dimensionnelle $\bar{\omega}$ pour les plaques stratifiées CCCC à graphite/époxy avec les différentes (i) séquences de fixation, (ii) rapports largeur/épaisseur et (iii) l'environnement thermiques avec (*a/b*=1).

V.2.1.2 *Deuxième étude comparative :*

La première fréquence propre sans dimension ($\bar{\omega} = \omega\left(b^2/h\right)\sqrt{\rho^b(1-\nu^2)/E_m}$) des plaques céramiques/métalliques avec simple appuis fonctionnellement graduée (SSSS) est comparée dans le Tableau V.5 aux résultats rapportés par différentes études : i) Shahrjerdi et al. [98] utilisant une SSDT, ii) Attia et al. [99] utilisant une TSDT, iii) Huang et Shen [100] utilisant une TSDT, et vi) Zaoui et al. [101]. L'analyse a été effectuée pour différentes températures de la surface supérieure (Tt= 300, 400 et 600 K) ainsi que pour différentes valeurs du paramètre qui contrôle la manière dont les matériaux constitutifs sont dispersés dans l'épaisseur de la plaque (P_{in}= 0, 0.5, 1, 2 et 200).

Tableau. V.5 Examen comparatif de la fréquence fondamentale sans dimension $\bar{\omega}$ pour les plaques FG Si3N4/SUS304 simplement soutenues avec les différents l'indices de puissance faible et l'environnement thermiques avec (h = 0.025 m; a=b=0.2 m; T_b = 300 K).

		P_{in}				
T_t (k)		P_{in}= 0	P_{in}=0.5	P_{in} =1	P_{in} =2	P_{in} =200
T_t=300 K	Present	12.570	8.680	7.591	6.807	5.438
	Shahrjerdi et al. [98]	12.506	8.652	7.584	6.811	5.410
	Attia et al. [99]	12.507	8.609	7.544	6.771	5.410
	Huang and Shen [100]	12.495	8.675	7.555	6.777	5.405
	Zaoui et al. [101]	12.508	8.610	7.545	6.771	5.411
T_t=400 K	Present	12.234	8.404	7.335	6.561	5.217
	Shahrjerdi et al. [98]	12.175	8.361	7.306	6.545	5.161
	Attia et al. [99]	12.307	8.453	7.399	6.631	5.272
	Huang and Shen [100]	12.397	8.615	7.474	6.693	5.311
	Zaoui et al. [101]	12.308	8.454	7.399	6.632	5.279
T_t=600 K	Present	11.601	7.819	6.765	6.001	4.668
	Shahrjerdi et al. [98]	11.461	7.708	6.674	5.929	4.526
	Attia et al. [99]	11.886	8.117	7.082	6.323	4.922
	Huang and Shen [100]	11.984	8.269	7.171	6.398	4.971
	Zaoui et al. [101]	11.887	8.119	7.082	6.323	4.945

Dans le cas des plaques FG composées d'un mélange (Si3N4/SUS304), la température de la surface inférieure de la plaque (Tb) est maintenue à (T = 300 K), tandis que les dimensions de la plaque sont fixées à (h = 0.025 m, b = 0.2 m, a = 0.2 m) pour les valeurs de *h*, *b* et *a*, respectivement. Les propriétés mécaniques de la plaque FG (Si3N4/SUS304) dans les différents environnements thermiques sont identiques à celles présentées dans les références [98-101]. Les propriétés mécaniques de la plaque sont calculées sur la base de la loi du mélange comme suit :

$$\Gamma(k,T) = P_m(T) + \left(P_{SI_3N_4}(T) - P_{SUS304}(T)\right) \times V_{SI_3N_4}(k) \qquad (\mathbf{V}.35)$$

Où,

$$V_{SI_3N_4}(k) = \left(\frac{k-0.5}{N_L}\right)^{P_{in}}, k=1,2,3\ldots N_L \qquad (\mathbf{V}.36)$$

Dans lequel Γ fait référence aux propriétés élastiques effectives de la plaque (FG), à savoir *E, ρ, v,* et les coefficients de dilatation thermique α. $P_{SI_3N_4}$ et P_{SUS304} désignent les propriétés élastiques de *Si3N4* et du *SUS304*, respectivement, et sont définies comme suit :

$$P(T) = (P_{-1}T^{-1} + 1 + P_1T + P_2T^2 + P_3T^3)P_0 \qquad (\mathbf{V}.37)$$

Où *T* représente le changement de température. Les coefficients P_{-1}, P_0, P_1, P_2 *et* P_3 sont des coefficients dépendant de la température des matériaux constitutifs (c'est-à-dire Si3N4 et SUS304).

V.2.*1.3 Troisième étude comparative :*

La troisième étude comparative se concentre sur les plaques composites stratifiées renforcées par une monocouche de graphène. Nous examinons La validité des six premières fréquences naturelles adimensionnelles obtenues avec ($\bar{\omega}=\omega\left(b^2/h\right)\sqrt{\rho^m/E_m}$) et les comparons à celle rapportées par Shen et al [95] utilisant un HSDT, ainsi que par Kiani [96] utilisant un TSDT. Cette étude analyse les effets des différentes conditions thermiques sur les plaques stratifiées (UD, FG-V, FG-A, FG-O et FG-X). Nous nous concentrons sur les plaques stratifiées composées de dix plis, dont les dispositions correspondants de la fraction volumique des charges de graphéne sont indiquées dans le Tableau V.6. Les paramètres (*a/b), (b/h)* et (*h)* sont fixés à (1, 10 et 0.002 *m*), respectivement. Les propriétés élastiques et les paramètres d'efficacité de la matrice/graphène utilisés dans cet exemple sont indiqués dans les deux Tableaux V.1 et V.2, respectivement.

Tableau. V.6 Examen comparatif des six premières fréquences naturelles non dimensionnelles $\bar{\omega}$ des plaques stratifiées SSSS GRNC avec (b/h=10, a/b=1, h=0.002) m.

		$\bar{\omega}_{11}$	$\bar{\omega}_{12}$	$\bar{\omega}_{21}$	$\bar{\omega}_{22}$	$\bar{\omega}_{13}$	$\bar{\omega}_{31}$
				T= 300 K			
UD	Present	28.075	64.977	64.977	94.973	116.406	116.571
	Kiani [96]	28.079	64.868	64.938	95.481	116.895	117.026
	Shen et al. [95]	28.098	64.958	65.036	95.690	116.174	116.336
FG-Λ & V	Present	25.344	59.230	59.247	89.085	107.890	107.925
	Kiani [96]	26.218	59.471	59.582	88.807	107.421	107.822
	Shen et al. [95]	25.390	59.289	59.408	88.618	107.593	107.849
FG-X	Present	30.084	68.394	68.394	99.954	120.630	120.856
	Kiani [96]	30.088	68.270	68.395	100.528	120.233	120.464
	Shen et al. [95]	29.521	65.713	65.839	95.630	113.555	113.802
FG-O	Present	23.424	55.514	55.514	82.573	102.490	102.536
	Kiani [96]	23.426	55.416	55.421	82.917	101.740	101.750
	Shen et al. [95]	23.577	56.211	56.210	84.567	104.181	104.191
				T= 400 K			
UD	Present	21.953	54.812	57.713	83.442	101.481	105.642
	Kiani [96]	21.943	55.875	56.467	83.860	102.544	103.416
	Shen et al. [95]	21.959	54.804	57.684	84.064	101.166	105.387
FG-Λ & V	Present	19.601	49.681	52.740	79.905	93.678	98.124
	Kiani [96]	20.439	51.033	51.753	78.040	94.963	96.090
	Shen et al. [95]	19.732	50.100	53.148	78.392	94.229	98.752
FG-X	Present	24.319	58.312	61.007	87.738	105.427	109.437
	Kiani [96]	24.303	59.334	59.818	88.219	106.648	107.382
	Shen et al. [95]	23.814	56.136	58.891	84.458	99.725	103.939
FG-O	Present	17.428	45.847	49.074	72.285	88.459	93.050
	Kiani [96]	17.401	47.104	47.589	72.546	89.557	90.213
	Shen et al. [95]	17.558	46.421	49.631	73.994	89.569	94.234
				T= 500 K			
UD	Present	15.084	45.398	52.073	74.915	88.883	98.105
	Kiani [96]	15.064	47.994	49.406	74.427	91.908	93.919
	Shen et al. [95]	15.077	45.275	52.075	74.630	88.324	97.927
FG-Λ & V	Present	13.059	41.528	47.996	69.596	83.405	92.125
	Kiani [96]	14.147	44.259	50.723	74.343	90.334	98.402
	Shen et al. [95]	14.844	45.695	51.753	75.408	92.288	100.638
FG-X	Present	18.797	49.254	54.981	77.976	92.845	100.987
	Kiani [96]	18.776	52.644	53.684	79.937	97.517	99.031
	Shen et al. [95]	18.224	48.175	54.046	76.475	89.150	97.748
FG-O	Present	9.600	36.975	44.141	64.418	77.740	87.098
	Kiani [96]	9.552	39.960	41.101	64.620	80.808	82.261
	Shen et al. [95]	9.808	37.583	44.673	66.090	78.704	88.122

Comme le montre la Figure V.1 ainsi que les tableaux V.5 et V.6, les résultats produits par nos codes d'informatiques auto-développés correspondent bien avec ceux de la littérature. Cela confirme la précision et la fiabilité de notre approche.

V.2.*2* Études paramétriques :

Dans cette section, nous allons effectuer une analyse approfondie pour identifier l'impact de différents environnements thermiques sur le comportement vibratoire des plaques stratifiées GRNC. Nous examinerons l'influence des paramètres suivants : schémas de distribution du graphène, la disposition des plis GRNC, les paramètres géométriques de la plaque stratifiée, les séquences de stratification, le nombre des plis et les conditions aux limites.

V.2.2.1 *Effets du rapport largeur/épaisseur de la plaque :*

Tableau V.7 présente les résultats numériques correspondant à la fréquence fondamentale non dimensionnelle pour des plaques stratifiées de forme carrée GRNC encastrées (CCCC) sous l'influence des rapports largeur/épaisseur (*b/h*), dès l'environnement thermiques (*T*) et des schémas de distribution du graphène. Dans cette étude, le rapport d'aspect de la plaque (longueur/largeur) est de 1 (*a/b*=1).

Les données du Tableau V.7 montrent que, pour des caractéristiques identiques (même schéma de distribution et même environnement thermique), lorsque le rapport largeur/épaisseur passe de 5 à 12, la fréquence fondamentale augmente également pour tous les schémas de distribution du graphène. De plus, il est clair que les modèles de distribution des nano-renforts en graphène ont un impact significatif sur le comportement des plaques stratifiées GRNC.

Il est observé que les plaques disposées selon le modèle X (FG-X) obtiennent la fréquence non dimensionnelle la plus élevée ($\bar{\omega}$) tandis que les plaques disposées selon le modèle O (FG-O) obtiennent la fréquence la plus basse. La raison de ces résultats réside dans le fais que les nano-renforts sont fortement concentrés dans les plis supérieurs et inférieurs des plaques stratifiées FG-X, tandis qu'ils sont fortement concentrés dans les plis du plan médian des plaques stratifiées FG-O. Il est donc évident que les propriétés mécaniques des plaques stratifiées FG-X et FG-O sont très différentes. Par conséquent, le comportement mécanique des plaques stratifiées FG-GRNC dépend fortement du paramètre largeur/épaisseur (*b/h)* ainsi que des schémas de distribution des renforts en graphène. Une analyse plus détaillée des résultats montre que les modèles de distribution FG-Λ et FG-V produisent les mêmes fréquences propres pour tous les rapports largeur/épaisseur et tous les environnements thermiques.

Tableau. V.7 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées forme carrées GRNC encastrés sous l'effet de différents (i) l'environnement thermique, (ii) rapports largeur/épaisseur et (iii) les modèles de distribution du graphène (avec a/b=1 , $(0)_{10}$).

b/h	Modèles de distribution	T_0 = 300 K				
		T = 300 K	T = 400 K		T = 500 K	
			Dépendante de la température	Indépendant de la température	Dépendante de la température	Indépendant de la température
5	UD	32.460	29.029	31.590	26.457	30.687
	FG-V	30.966	27.620	30.139	25.538	29.286
	FG-Λ	30.966	27.620	30.139	25.538	29.286
	FG-X	33.238	29.591	32.479	27.342	31.700
	FG-O	29.916	26.652	29.056	24.580	28.165
8	UD	41.820	36.988	39.981	33.163	38.036
	FG-V	38.811	34.260	37.015	31.079	35.108
	FG-Λ	38.811	34.260	37.015	31.079	35.108
	FG-X	43.371	38.438	41.806	34.236	40.168
	FG-O	36.850	32.344	34.939	29.048	32.894
12	UD	48.007	40.964	44.148	34.585	39.837
	FG-V	43.684	37.058	39.836	31.309	35.488
	FG-Λ	43.684	37.058	39.836	31.309	35.488
	FG-X	50.308	43.530	47.075	38.183	43.551
	FG-O	40.973	34.199	36.811	27.900	32.004

V.2.*2.2 Effet du rapport longueur/largeur de la plaque :*

Le Tableau V.8 examine l'impact simultanées des limites thermiques, des rapports d'aspect des plaques (*a/b*) et des schémas de distribution du graphène sur les propriétés fondamentales $\bar{\omega}$ des plaques stratifiées GRNC encastrées. Le rapport (*b/h)* de la plaque est maintenu à 10. Les résultats présentés dans le Tableau V.8 indiquent que la résistance $\bar{\omega}$ des plaques nano-composites diminue lorsque le rapport (*b/h)* passe de 1 à 2. Cette observation est valable pour tous les modèles de distribution de graphène considérés, à savoir FG-V, FG-Λ, UD, FG-O, et FG-X, ainsi que pour les différent limites thermiques (T = 300 k, 400 k, et 500 k). Cette diminution de la résistance est attribuée au fait que plus la surface de la plaque est grande, plus sa rigidité en flexion diminue.

Parmi les cinq cas étudiés pour les modèles de dispersion des nano-renforts, on constater que les plaques stratifiées FG-X présentent fournissent une fréquence non dimensionnelle maximale, tandis que le schéma de distribution FG-O conduit à une fréquence minimale. Ceci confirme que les plaques stratifiées FG-X offrent de meilleures performances mécaniques, c'est-à-dire une plus grande rigidité en flexion. En revanche, les plaques stratifiées FG-O présentent les performances mécaniques les plus faibles avec la rigidité en flexion la plus basse. On peut donc conclure que le comportement physique des plaques stratifiées en FG-GRNC est sensiblement affecté par le rapport (*a/b)* et les schémas de distribution du graphène dans l'épaisseur des plaques stratifiées.

Tableau. V.8 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) pour des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrées sous l'effet de différents (i) environnements thermiques, (ii) rapports longueur/largeur et (iii) modèles de distribution du graphène avec (b/h=10; $(0)_{10}$).

a/b	Modèles de distribution	T_0 = 300 K				
		T = 300 K	T = 400 K		T = 500 K	
			Dépendante de la température	Indépendant de la température	Dépendante de la température	Independant de la température
1	UD	45.504	39.654	42.768	34.732	39.803
	FG-V	41.744	36.257	39.038	32.001	36.086
	FG-Λ	41.744	36.257	39.038	32.001	36.086
	FG-X	47.476	41.679	45.166	37.488	42.706
	FG-O	39.350	33.830	36.444	29.292	33.231
1.5	UD	35.465	29.989	32.347	24.833	28.832
	FG-Λ	32.317	27.114	29.204	22.496	25.649
	FG-V	32.317	27.114	29.204	22.496	25.649
	FG-O	30.381	25.051	27.019	19.956	23.087
	FG-X	37.053	31.785	34.434	27.505	31.558
2	UD	32.596	27.215	29.354	21.934	25.633
	FG-Λ	29.644	24.497	26.396	19.702	22.606
	FG-V	29.644	24.497	26.396	19.702	22.606
	FG-O	27.878	22.569	24.367	17.211	20.152
	FG-X	34.007	28.892	31.283	24.552	28.250

V.2.2.3 *Effets des conditions aux limites :*

Les influences de diverses combinaisons de conditions aux limites et de modèles de distribution de nano-renforts en graphène sur les fréquences fondamentales $\bar{\omega}$ des plaques laminées carrées en GRNC encastrées sont présentées dans le Tableau 9. Dans l'étude numérique, les rapports (b/h) et (a/b) sont respectivement à 10 et 1. Une notation à quatre lettres est utilisée pour identifier les différentes combinaisons de conditions aux limites. Par exemple, la combinaison CSCS indique que la plaque stratifiée en GRNC est contrainte (C) sur les côtés $y = 0$ et $x = 0$, et simplement supportée (S) sur les côtés $y = b$ et $x = a$. De plus, il convient de noter que la lettre (F) représente le côté libre.

Les fréquences fondamentales non dimensionnelles des plaques stratifiées (GRNC) sont répertoriées dans le Tableau 9, classées de la plus élevée à la plus basse, et varient de manière progressive entre ces extrêmes. Les résultats démontrent que, pour une combinaison de conditions limites donnée, la fréquence fondamental $\bar{\omega}$ des plaques nano-composite diminue avec l'augmentation de la température T par rapport à la température de référence (c'est-à-dire T = 300 K à 500 K). Il est à noter que lorsque les propriétés des matériaux des plaques dépendent de la température, les fréquences naturelles atteignent des valeurs plus basses.

De plus, il est observé que les plaques stratifiées (FG-X) présentent les fréquences fondamentales les plus élevées, tandis que le modèle de distribution (FG-O) fournit les fréquences les plus basses petites pour les différentes combinaisons de conditions limites. Par conséquent, on

peut conclure que les plaques stratifiées (FG-X) associées à des conditions limites serrés aux extrémités offriraient une amélioration plus significative des performances mécaniques par rapport à d'autres combinaisons des conditions aux limites.

Tableau. V.9 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées carrées en GRNC sous l'effet de différents (i) environnements thermiques, (ii) conditions aux limites et (iii) modèles de distribution du graphène (avec b/h=10; a/b=1; $(0)_{10}$).

B.C	Modèles de distribution	T_0 = 300 K				
		T = 300 K	T = 400 K		T = 500 K	
			Dépendante de la température	Indépendant de la température	Dépendante de la température	Indépendant de la température
CCCC	UD	45.504	39.654	42.768	34.732	39.803
	FG- Λ & V	41.744	36.257	39.038	32.001	36.086
	FG-X	47.476	41.679	45.166	37.488	42.706
	FG-O	39.350	33.830	36.444	29.292	33.231
CCCS	UD	41.109	35.281	38.087	30.078	34.758
	FG-Λ & V	37.588	32.113	34.590	27.554	31.258
	FG-X	43.073	37.338	40.536	32.953	37.802
	FG-O	35.316	29.772	32.081	24.832	28.419
CCSS	UD	37.749	31.914	34.502	26.430	30.871
	FG-Λ & V	34.471	28.974	31.246	24.126	27.598
	FG-X	39.656	33.943	36.940	29.359	33.981
	FG-O	32.331	26.739	28.842	21.420	24.804
CSCS	UD	36.291	30.412	32.891	24.818	29.045
	FG-Λ & V	33.023	27.523	29.647	22.456	25.778
	FG-X	38.300	32.610	35.472	27.920	32.367
	FG-O	30.855	25.231	27.189	19.625	22.870
CSSS	UD	32.432	26.430	28.656	20.242	24.243
	FG-Λ & V	29.410	23.769	25.646	18.065	21.161
	FG-X	34.420	28.673	31.304	23.591	27.809
	FG-O	27.366	21.543	23.251	15.041	18.141
CCCF	UD	31.444	25.785	27.905	19.853	23.715
	FG-Λ & V	28.622	23.228	25.085	17.797	20.818
	FG-X	32.916	27.574	29.977	22.774	26.641
	FG-O	26.877	21.282	23.029	15.092	18.200
CCFF	UD	29.766	24.475	26.376	19.029	22.371
	FG-Λ & V	26.981	21.874	23.564	16.797	19.438
	FG-X	30.958	26.040	28.109	21.632	24.869
	FG-O	25.395	20.071	21.695	14.277	17.059
SSSS	UD	28.075	21.953	23.910	15.084	18.846
	FG-Λ & V	25.344	19.601	21.191	13.059	15.995
	FG-X	30.084	24.319	26.678	18.797	22.768
	FG-O	23.424	17.428	18.851	9.600	12.730

V.2.*2.4 Effets de l'angle de laminage :*

Le Tableau V.10 examine les effets combinés de l'angle de laminage, de l'environnement thermique et des schémas de distribution du graphène sur la première fréquence naturelle $\bar{\omega}$ des plaques stratifiées carrées en GRNC configuration CCCC. Dans cette analyse, les rapports *(a/b)* et *(b/h)* sont fixés à 1 et 10, respectivement. Les résultats présentés dans le Tableau V.10 révèlent que lorsque les angles de laminage $(0/90/0/90/0)_S$, $(0)_{10}$, ou $(0/90)_{5T}$ sont sélectionnés, la fréquence fondamentale reste la même, tandis qu'elle diminue légèrement pour l'angle de laminage $(45/-45)_{5T}$. Cette observation indique que les plaques stratifiées sont caractérisées par une plus grande rigidité lorsque l'angle de stratification (0/90) est choisi. La variation de le fréquence fondamentale présent une tendance similaire pour différents environnements thermiques.

De plus, il est notable que la premier fréquence $\bar{\omega}$ des plaques stratifiées GRNC est demeure pratiquement inchangée pour les différents angles de stratification. Cette constations est principalement attribuable aux propriétés élastiques des plis GRNC, les modules de Young étant les mêmes dans les directions transversales et longitudinales. Par conséquent, on peut conclure que les plaques stratifiées avec une séquence (45/-45) affaiblissent légèrement la rigidité effective par rapport aux plaques stratifiées GRNC.

Tableau. V.10 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrés sous l'effet des différents (i) environnement thermiques, (ii) angles de stratification et (iii) schémas de distribution du graphène avec (b/h=10; a/b=1).

Angle de laminage	Modèles de distribution	T_0 = 300 K				
		T = 300 K	T = 400 K		T = 500 K	
			Dépendante de la température	Indépendant de la température	Dépendante de la température	Indépendant de la température
$(0)_{10}$	UD	45.504	39.654	42.768	34.732	39.803
	FG-Λ & V	41.744	36.257	39.038	32.001	36.086
	FG-X	47.476	41.679	45.166	37.488	42.706
	FG-O	39.350	33.830	36.444	29.292	33.231
$(0/90/0/90/0)_s$	UD	45.505	39.659	42.773	34.762	39.824
	FG-Λ & V	41.744	36.263	39.043	32.029	36.109
	FG-X	47.476	41.684	45.170	37.509	42.720
	FG-O	39.350	33.837	36.450	29.330	33.260
$(0/90)_{5T}$	UD	45.505	39.659	42.773	34.763	39.825
	FG-Λ & V	41.744	36.263	39.043	32.031	36.110
	FG-X	47.476	41.684	45.170	37.509	42.720
	FG-O	39.350	33.837	36.450	29.331	33.260
$(45/-45)_{5T}$	UD	45.189	39.256	42.442	34.230	39.475
	FG-Λ & V	41.562	36.028	38.852	31.719	35.908
	FG-X	47.382	41.389	45.072	37.069	42.618
	FG-O	39.096	33.571	36.183	28.994	32.977

V.2.2.5 *Effets du nombre des plis :*

Cette section examine les effets du nombre des plis (N_p), des modèles de distribution du graphène et des environnements thermiques sur la premier fréquence naturelle des plaques stratifiées GRNC de configurations comprimées (CCCC). Dans la modélisation, les rapports b/h et a/b sont fixés respectivement à 10 et 1. Les résultats présentés dans le Tableau V.11 montrent que la fréquence fondamentale des plaques stratifiées (UD) n'est pas influencée par l'augmentation du nombre des plis (N_p). Ce résultat est en fait prévisible, car la fraction volumique de graphène dans chaque pli individuel de la plaque stratifiée reste constante à 0,07 quel que soit le N_p sélectionné.

Cependant, pour les modèles de distribution non uniforme, les résultats révèlent deux tendances distinctes : (i) la première tendance montre que, pour tous les environnements thermiques considérés, la première fréquence des plaques stratifiées (FG-Λ) et (FG-V) n'est pas affectée par l'augmentation de N_p ; (ii) la seconde tendance montre que la première fréquence des plaques

stratifiées (FG-O) et (FG-X) change légèrement lorsque N_p augmente de 5 à 20 dans les mêmes variantes. La principale raison de ces résultats est probablement liée à la distribution des fractions volumiques des charges de graphène, qui sont réparties de manière linéaire à travers les plaques stratifiées pour les modèles (FG-Λ) et (FG-V), tandis qu'elles sont distribuées sous de manière non-linéaire pour les modèles (FG-O) et (FG-X) pour tous les nombres des plis considérés (N_p = 5, 10, 15, 20).

En général, on peut considérer que l'utilisation d'un nombre réduit des plis (par exemple, N_p = 5) peut être recommandée pour améliorer la performance mécanique des structures GRNC fonctionnellement graduée.

Tableau. V.11 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) pour des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrés sous l'effet de différents (i) environnement thermiques, (ii) nombre des plis et (iii) schéma de distribution du graphène avec (b/h=10; a/b=1; $(0)_{10}$).

N_p	Modèles de distribution	T_0 = 300 K				
		T = 300 K	T = 400 K		T = 500 K	
			Dépendante de la température	Indépendant de la température	Dépendante de la température	Indépendant de la température
5	UD$^{(5)}$	45.504	39.652	42.766	34.728	39.799
	FG-Λ$^{(5)}$ & V$^{(5)}$	41.744	36.255	39.036	31.996	36.081
	FG-X$^{(5)}$	47.687	41.579	45.264	37.194	42.675
	FG-O$^{(5)}$	41.625	35.877	38.812	31.095	35.731
10	UD$^{(10)}$	45.504	39.654	42.768	34.732	39.803
	FG-Λ$^{(10)}$ & V$^{(10)}$	41.744	36.257	39.038	32.001	36.086
	FG-X$^{(10)}$	47.476	41.679	45.166	37.488	42.706
	FG-O$^{(10)}$	39.350	33.830	36.444	29.292	33.231
15	UD$^{(15)}$	45.504	39.654	42.768	34.733	39.804
	FG-Λ$^{(15)}$ & V$^{(15)}$	41.744	36.257	39.038	32.002	36.087
	FG-X$^{(15)}$	47.283	41.570	45.004	37.434	42.578
	FG-O$^{(15)}$	38.830	33.367	35.914	28.917	32.683
20	UD$^{(20)}$	45.504	39.655	42.769	34.733	39.804
	FG-Λ$^{(20)}$ & V$^{(20)}$	41.744	36.257	39.038	32.002	36.087
	FG-X$^{(20)}$	47.476	41.680	45.167	37.489	42.707
	FG-O$^{(20)}$	39.350	33.831	36.444	29.294	33.233

V.2.*2.6 Effets de la disposition des couches et du nombre des plis :*

Le Tableau V.12 présente les variations de la fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées (CCCC) en GRNC en fonction de différents facteurs : (i) arrangements de stratification, (ii) type de dispersion du graphène, et (iii) nombre des plis. Dans cette analyse, les valeurs (b/h) et (a/b) sont maintenues égales à 10 et 1, respectivement. Afin de permettre une comparaison significative des fréquences fondamentales des plaques pour un nombre donné des plis , les quantités totales de graphène dans les plaques stratifiées sont maintenues identiques, quelle que soit la configuration de stratification des plis et le schéma de distribution du graphène.

Sur la base des résultats présentés dans le Tableau V.12, il est observé que la fréquence fondamentale $\bar{\omega}$ des plaques stratifiées (FG-Λ), (FG-V) et (FG-O), composées de 5 plis (FG-Λ$^{(5)}$,

FG-$V^{(5)}$ et FG-$O^{(5)}$) et de 10 plis (FG-$\Lambda^{(10)}$, FG-$V^{(10)}$ et FG-$O^{(10)}$), augment lorsque N_P passe de 5 à 20 et de 10 à 20, respectivement. De plus, Les résultats numériques indiquent que lorsque N_p est fixé à 15 ou 20 plis, la première fréquence naturelle $\bar{\omega}$ des plaques stratifiées [$\Lambda^{(5)}/X^{(5)}/V^{(5)}$] et [$\Lambda^{(5)}/V^{(5)}/V^{(5)}$] atteint des valeurs plus élevées que celle des plaques stratifiées [$X^{(5)}/X^{(5)}/X^{(5)}$] et [$X^{(5)}/X^{(5)}/X^{(5)}/X^{(5)}$]. Ces résultats suggèrent que l'agencement des surfaces supérieures et inférieures des plaques stratifiées selon les modèles (FG-V) et (FG-Λ) peut permettre à la structure d'atteindre des meilleures performances par rapport aux des plaques stratifiées (FG-X).

En conclusion, la rigidité effective des plaques stratifiées nano-composites renforcées au graphène est principalement influencée par les paramètres suivants : (i) le nombre des plis (N_p), (ii) les modèles de distribution du graphène, ainsi que (iii) l'arrangement des couches GRNC.

Tableau. V.12 Fréquence fondamentale non dimensionnelle ($\bar{\omega}$) des plaques stratifiées carrées en GRNC encastrés sous l'effet de différents (i) environnement thermiques, (ii) arrangements de stratifications, et (iii) schémas de distribution du graphène avec (b/h=10; a/b=1; $(0)_{10}$).

N_p	Disposition Arrangement	T_0 = 300 K				
		T = 300 K	T = 400 K		T = 500 K	
			Dépendante de la température	Indépendant de la température	Dépendante de la température	Indépendant de la température
5	[$UD^{(5)}$]	45.504	39.652	42.766	34.728	39.799
	[$\Lambda^{(5)}$ & $V^{(5)}$]	41.744	36.255	39.036	31.996	36.081
	[$O^{(5)}$]	41.625	35.877	38.812	31.095	35.731
	[$X^{(5)}$]	47.687	41.579	45.264	37.194	42.675
10	[$UD^{(10)}$]	45.504	39.654	42.768	34.732	39.803
	[$\Lambda^{(10)}$ & $V^{(10)}$]	41.744	36.257	39.038	32.001	36.086
	[$\Lambda^{(5)}/\Lambda^{(5)}$]	43.562	37.937	40.995	33.638	38.219
	[$V^{(5)}/V^{(5)}$]	43.562	37.937	40.995	33.638	38.219
	[$X^{(10)}$]	47.476	41.679	45.166	37.488	42.706
	[$X^{(5)}/X^{(5)}$]	45.850	39.904	43.309	35.466	40.575
	[$O^{(10)}$]	39.350	33.830	36.444	29.292	33.231
	[$O^{(5)}/O^{(5)}$]	43.580	37.821	40.924	33.152	38.044
15	[$UD^{(15)}$]	45.504	39.654	42.768	34.733	39.804
	[$\Lambda^{(15)}$ & $V^{(15)}$]	41.744	36.257	39.038	32.002	36.087
	[$\Lambda^{(5)}/\Lambda^{(5)}/\Lambda^{(5)}$]	43.878	38.229	41.334	33.922	38.588
	[$V^{(5)}/V^{(5)}/V^{(5)}$]	43.878	38.229	41.334	33.922	38.588
	[$X^{(15)}$]	47.283	41.570	45.004	37.434	42.578
	[$X^{(5)}/X^{(5)}/X^{(5)}$]	45.486	39.572	42.920	35.121	40.156
	[$\Lambda^{(5)}/X^{(5)}/V^{(5)}$]	46.509	40.716	44.098	36.453	41.517
	[$O^{(15)}$]	38.830	33.367	35.914	28.917	32.683
	[$O^{(5)}/O^{(5)}/O^{(5)}$]	43.917	38.153	41.287	33.501	38.439
20	[$UD^{(20)}$]	45.504	39.655	42.769	34.733	39.804
	[$\Lambda^{(20)}$ & $V^{(20)}$]	41.744	36.257	39.038	32.002	36.087
	[$\Lambda^{(10)}/\Lambda^{(10)}$]	43.562	37.937	40.995	33.639	38.220
	[$\Lambda^{(5)}/\Lambda^{(5)}/\Lambda^{(5)}/\Lambda^{(5)}$]	43.987	38.330	41.452	34.020	38.715
	[$V^{(10)}/V^{(10)}$]	43.562	37.937	40.995	33.639	38.220
	[$V^{(5)}/V^{(5)}/V^{(5)}/V^{(5)}$]	43.987	38.330	41.452	34.020	38.715
	[$X^{(20)}$]	47.476	41.680	45.167	37.489	42.707
	[$X^{(10)}/X^{(10)}$]	45.033	39.334	42.569	35.062	39.921
	[$X^{(5)}/X^{(5)}/X^{(5)}/X^{(5)}$]	45.357	39.454	42.782	34.999	40.007
	[$\Lambda^{(5)}/\Lambda^{(5)}/V^{(5)}/V^{(5)}$]	45.938	40.201	43.533	35.956	40.958
	[$O^{(20)}$]	39.350	33.831	36.444	29.294	33.233
	[$O^{(10)}/O^{(10)}$]	43.054	37.427	40.451	33.078	37.631
	[$O^{(5)}/O^{(5)}/O^{(5)}/O^{(5)}$]	44.033	38.268	41.412	33.620	38.575

V.2.2.7 *Effets de la température ambiante :*

En ce qui concerne l'impact des environnements thermiques sur les caractéristiques de fréquence des structures de plaques stratifiées en GRNC, les résultats présentés dans les Tableaux V.7 à V.12 mettent en évidence une forte dépendance de la rigidité effective des plaques stratifiées (FG-Λ, FG-V, FG-O, UD et FG-X) par rapport aux variations de température. Les résultats montrent que lorsque la température augmente, la fréquence fondamentale ($\overline{\omega}$) des plaques stratifiées diminue, ce que signifie que la rigidité diminue quelle que soit la configuration étudiée (différents paramètres géométriques, angles de stratification, nombre des plis , conditions aux limites et agencement des stratifiés). En réalité, cette observation est conforme aux attentes, car il est bien connu que lorsque la température passe de la température de référence à une valeur plus élevée, par exemple de (T=300 K à T=450 K), cela génère des forces de compression dans le composite en raison de l'effet thermique, entraînant ainsi une baisse significative de la rigidité effective globale de la plaque. Ce phénomène est plus prononcé pour les plaques dont les propriétés des matériaux sont sensibles à la température.

En conclusion, l'augmentation de la température ambiante dans le cas des nano-composites contenants du graphène en tant que renfort peut entraîner une réduction de leurs fréquences vibratoires, ce qui se traduit par une diminution de leur rigidité effective.

V.2.2.8 *Effet de la température ambiante sur les huit premières fréquences* :

La Figure V.2 explore les effets des modèles de distribution du graphène et des environnements thermiques sur les huit premières fréquences non dimensionnelles des plaques stratifiées carrées en GRNC entièrement encastrés. Dans cette analyse, les valeurs (b/h) et (a/b) sont maintenues à 10 et 1, respectivement.

La comparaison des résultats met en évidence une tendance générale : les huit premières fréquences naturelles diminuent à mesure que la température T augmente, quelle que soit la configuration de distribution du graphène. Cependant, il est à noter que lorsque les propriétés matérielles des plaques GRNC sont sensibles à la température, leur rigidité globale est davantage affectée par l'augmentation de la température, car les huit premières fréquences naturelles affichent des valeurs plus basses que celles des plaques dont les propriétés mécaniques sont indépendantes de la température.

De plus, les modèles de distribution du graphène jouent un rôle essentiel dans l'effet de renforcement des nano-charges, comme le démontre la nette amélioration des huit premières

fréquences naturelles lorsque le graphène est dispersé selon le schéma FG-X, suivi par les schémas FG-Λ et FG-V par rapport au schéma FG-O. Ainsi, on peut conclure que la conception d'une plaque nano-composite avec une concentration plus élevée de nano-renforts dans ses surfaces supérieure et inférieure (c'est-à-dire le type de distribution FG-X) peut permettre d'atteindre ses performances optimales.

La température ambiante a donc un impact significatif sur les caractéristiques vibratoires des plaques stratifiées GRNC, et le choix du modèle de distribution du graphène peut influencer de manière considérable la rigidité et les performances globales de la structure.

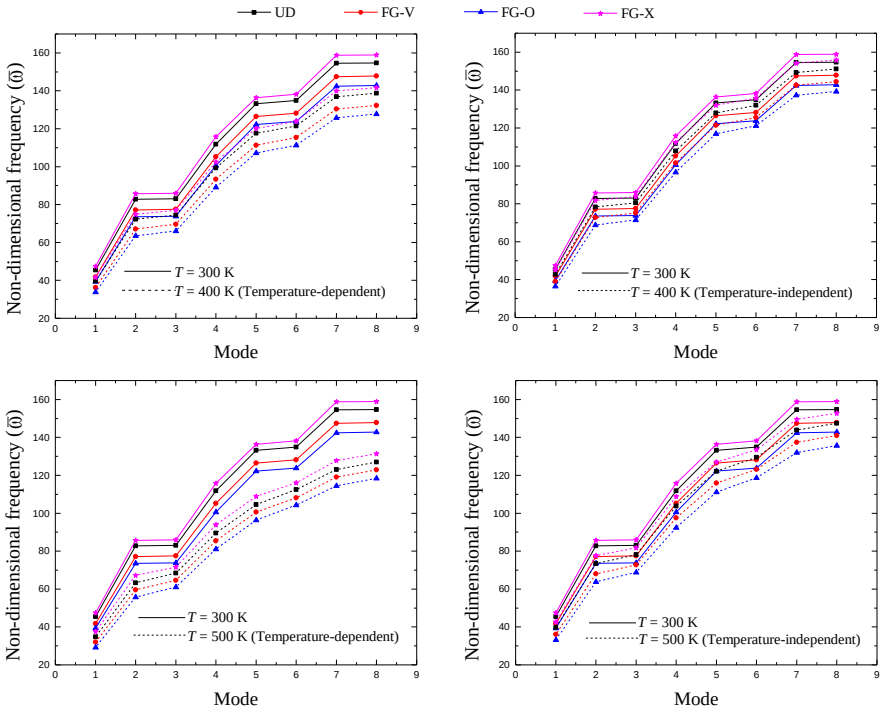


Figure V.2 Huits premières fréquences naturelles non dimensionnelles ($\overline{\omega}$) pour une plaque stratifiée carrée en GRNC encastrés sous l'effet des différents (i) environnements thermiques, (ii) schémas de la distribution du graphène (avec b/h=10; a/b=1; $(0)_{10}$).

V.2.*2.9 Analyse modale des modes :*

La dernière étude examine les effets des variations de température et de l'angle de stratifications des plis sur les six premières formes de mode naturel pour les plaques stratifiées carrées en GRNC avec un modèle de de distribution, entièrement encastrées. Les six premiers contours correspondant aux six premières formes de mode naturel des plaques stratifiées de nano-composites sont affichés dans le Tableau V.13 en fonction de différents environnements thermiques (T = 300, 400 et 500 K)

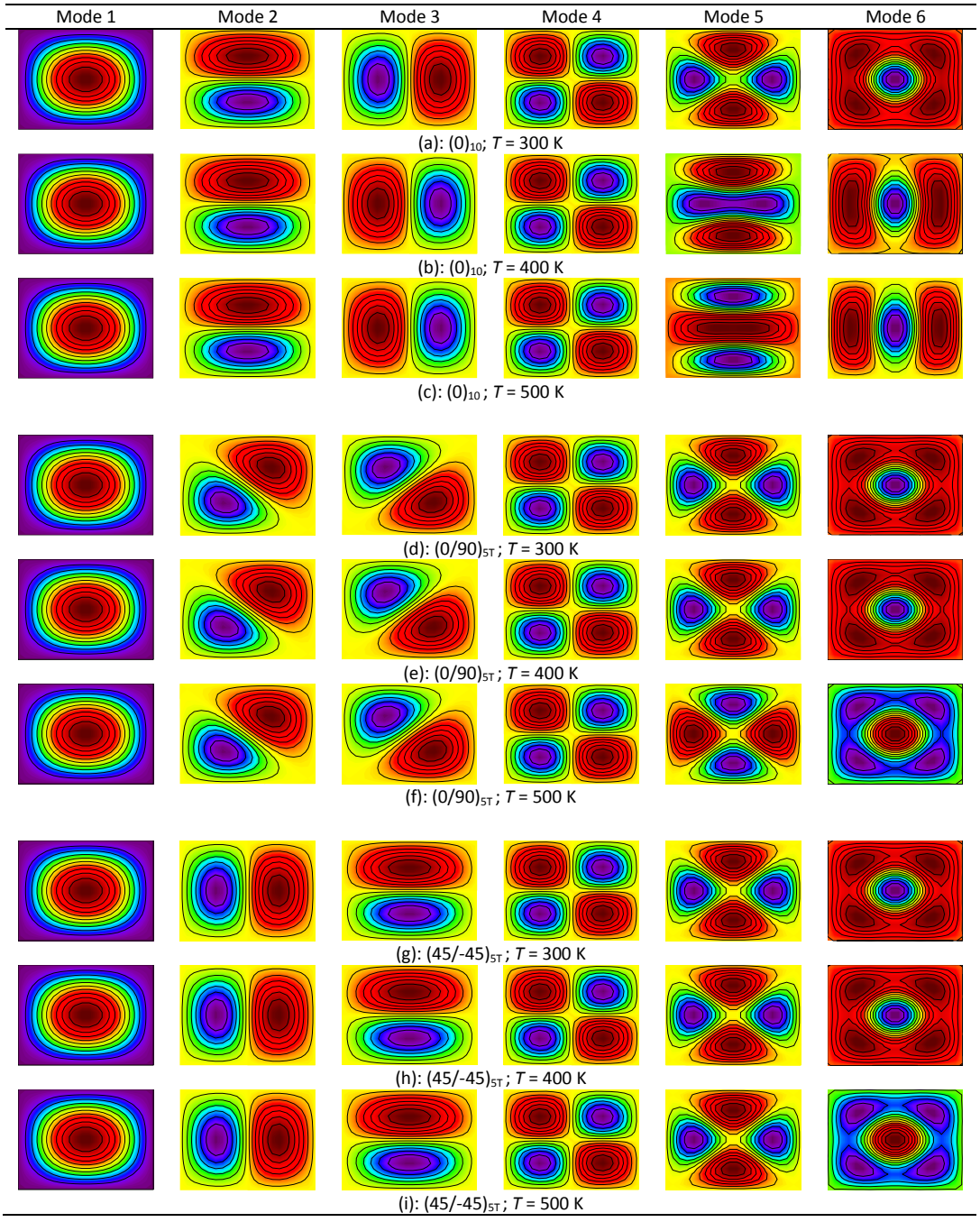
et les angles de stratification ($(0/90)_{5T}$, $(0)_{10}$, et $(45/-45)_{5T}$). Dans l'analyse de calcul, les valeurs (*b/h)* et (*a/b)* sont respectivement égales à 10 et 1.

Le Tableau V.13 révèle que les formes de mode des plaques stratifiées GRNC avec un modèle de distribution $(0)_{10}$ sont légèrement influencées par les variations de température. Plus précisément, les formes des modes 5 et 6 des plaques nano-composites $(0)_{10}$ passent à un mode supérieur lorsque la température augmente de (*T*=300 K à 400 K et 500 K). En revanche, les formes des modes des plaques stratifiées avec des séquences de stratification $(45/-45)_{5T}$ et $(0/90)_{5T}$ restent inchangées avec la variation de température, et les courbes de contour des plaques stratifiées GRNC conservent la même forme à différentes températures.

De plus, en comparant les rangées qui ont les mêmes environnements de température et les différentes séquences de stratification, par exemple, rangée (*a*), rangée (*d*), et rangée (*g*), on peut voir que les courbes de contour des plaques nano-composites sont légèrement affectées par la variation de la séquence de stratification. Ce phénomène est perceptible en comparant la deuxième et la troisième courbe de contour de la plaque stratifiée $(0/90)_{5T}$ avec celles des plaques stratifiées $(0)_{10}$ et $(45/-45)_{5T}$.

En résumé, les résultats indiquent que la température ambiante peut avoir un effet sur les formes de mode des plaques stratifiées GRNC, en particulier pour le modèle de distribution (0)10, tandis que les séquences de stratification peuvent également influencer légèrement les formes de mode.

Tableau. V.13 Six premières formes de mode correspondent à des plaques stratifiées carrées FG-X en GRNC encastrés sous l'effet des différents (i) angles de stratification et (ii) différents environnement thermiques avec (b/h=10; a/b= 1; $(0)_{10}$).



V.3 Conclusion :

La présente étude se concentre sur les caractéristiques de la vibration libre des plaques stratifiées en nano-composites renforcées au graphène (GRNC) dans différents environnements thermiques. Les matériaux constitutifs de la plaque comprennent des nano-feuillets de graphène et une matrice en PMMA. Les propriétés mécaniques de ces plaques stratifiées GRNC sont analysées dans divers contextes thermiques. Les distributions de la fraction volumique de graphène à travers l'épaisseur de la plaque suivent principalement deux modèles : le modèle de distribution uniforme (UD) et les modèles de distribution non uniforme. Dans ce travail, nous explorons plus spécifiquement le modèle de distribution fonctionnellement graduée (FG), en considérant quatre variantes de ce modèle. Les équations directrices pour l'analyse des plaques stratifiées sont établies selon la théorie des plaques à déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT). La résolution du problème est basée sur l'équation de Lagrange et utilise une formulation d'éléments finis iso-géométriques. Un problème propre linéaire est formulé, ce qui nous permet d'obtenir les fréquences naturelles de vibration de la plaque ainsi que les modes de vibration correspondants. Les résultats numériques obtenus grâce à cette approche concordent de manière exceptionnelle avec les données de la littérature. Des analyses paramétriques détaillées sont ensuite réalisées pour mettre en lumière l'influence significative des environnements thermiques sur la rigidité des plaques GRNC. Les conclusions générales de cette étude sont les suivantes :

- La rigidité effective du GRNC dépend sensiblement de la phase de renforcement, comme en témoigne l'augmentation significative des propriétés élastiques du nano-composite à mesure que la fraction volumique de graphène augmente.
- Les résultats mettent en évidence l'influence significative de l'environnement thermique sur l'efficacité de l'effet de renforcement du graphène. L'augmentation de la température se traduit par une diminution des fréquences naturelles des plaques GRNC, entraînant ainsi une réduction de leur rigidité globale.
- Il ressort des résultats que l'utilisation de plaques minces se traduit par des fréquences naturelles plus élevées, tandis que l'augmentation du rapport longueur/largeur conduit à des fréquences non dimensionnelles plus basses.
- Les résultats démontrent que la meilleure approche pour améliorer les performances des plaques stratifiées GRNC consiste à recouvrir à la fois les plis supérieurs et inférieurs de graphène, c'est-à-dire à disperser les nano-renforts selon le modèle FG-X.

- Les plaques stratifiées GRNC comportant moins des plis présentent des fréquences naturelles plus élevées, et il a été observé que la rigidité effective optimale est atteinte avec un nombre des plis fixé à cinq.
- L'influence de l'angle de laminage sur la rigidité des plaques stratifiées GRNC s'avère relativement négligeable. Les résultats montrent que, pour les angles de laminage $(0/90/0/90/0)_S$, (0)10, $(45/-45)_{5T}$ et $(0/90)_{5T}$, les plaques affichent des fréquences naturelles presque identiques.
- Les résultats indiquent clairement que les fréquences naturelles augmentent lorsque les bords de la plaque sont entièrement encastrés (c'est-à-dire CCCC), tandis qu'elles diminuent lorsque d'autres combinaisons de conditions aux limites sont utilisées.
- Enfin, les résultats suggèrent que la séquence d'empilage et l'environnement thermique ont un impact relativement faible sur les formes de mode de la plaque stratifiée GRNC.

En somme, cette étude apporte des informations essentielles sur la manière dont les propriétés mécaniques des plaques stratifiées en nano-composites polymères renforcés au graphène sont influencées par divers facteurs, notamment la fraction volumique de graphène, l'environnement thermique, la géométrie des plaques et les conditions aux limites. Ces résultats sont utiles pour la conception et l'optimisation de ces matériaux dans différentes applications.

Conclusion générale et perspectives :

Dans ce travail, on a examiné une plaque stratifiée contenant des plis en nano-composites à base de matrice polymère isotopique et de renforts à base de carbone à l'échelle nanométrique, communément appelés graphène monocouche. Le graphène est dispersé à travers l'épaisseur de la plaque de manière uniforme ou non uniforme, et on a analysé les différentes distributions de graphène, en mettant particulièrement l'accent sur l'analyse vibratoire des nanotubes de carbone situés dans la matrice polymère, tant sous l'effet thermique que sans celui-ci.

Dans un premier temps, on a présenté une introduction générale sur les matériaux composites, en incluant leur classification. On a également défini les matériaux fonctionnellement graduée (FGM) et souligné l'importance des distributions de gradient. Dans la deuxième partie, on a examiné les caractéristiques géométriques des plaques stratifiées, en tenant compte des différents modèles de distribution des nano-renforts, ainsi que les propriétés mécaniques des nano-composites. On a également abordé différentes approches pour prédire les propriétés mécaniques des nano-composites.

De plus, cette partie avait pour objectif de développer les équations fondamentales des plaques stratifiées et d'analyser leur comportement vibratoire en utilisant la méthode des éléments finis (MEF). On a développé les équations du mouvement à partir des formulations énergétiques et déterminé les fréquences propres de vibration en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT). Le principe de Lagrange a été appliqué pour obtenir les fréquences naturelles. On a utilisé la loi du mélange, les modèles Halpin-Tsai modifiés, ainsi que le modèle Halpin-Tsai étendu pour estimer les propriétés mécaniques des différents types de plaques nano-composites.

Dans le cadre de ce travail, on a mené une analyse approfondie qui a pris en compte plusieurs paramètres, notamment l'effet thermique et sans celui-ci, le milieu élastique (modèle de Halpin-Tsai et la loi du mélange), l'influence des types de distributions des nano-charges sous forme linéaire et non linéaire, les conditions aux limites, et divers autres paramètres susceptibles d'affecter le comportement des fréquences naturelles. On a présenté une série d'études paramétriques numériques visant à enrichir la recherche existante.

En conclusion, ce travail examine le comportement vibratoire des structures de type nano-composites à base de polymères renforcés avec du graphène monocouche fonctionnellement gradué. On a pris en compte plusieurs paramètres influents, tels que la géométrie de la plaque, la fraction volumique des nano-renforts, leur type de distribution, l'empilement des plis, le nombre des plis, les

conditions aux limites et les environnements thermiques et sans celui-ci. Globalement, nos conclusions finales peuvent être comme suit :

Les études sur le comportement vibratoire de plaques nano-composites, qu'elles soient basées sur des polymères renforcés par du graphène monocouche (NCRG) ou fonctionnellement graduées (NCRG-FG), révèlent des tendances similaires.

- ***Impact du Graphène*** :

- L'ajout de faibles fractions volumiques de graphène améliore significativement les propriétés mécaniques.
- La distribution des nano-renforts, notamment le modèle FG-X, influence les caractéristiques de vibration et la rigidité effective.

- ***Influence des Conditions et du Nombre des plis*** :

- Les performances de vibration dépendent du nombre des plis et de la disposition, suggérant des approches spécifiques pour différents types de plaques.
- Les bords entièrement encastres augmentent les fréquences naturelles par rapport aux bords simplement appuyés.

- ***Effet de l'Environnement Thermique*** :

- L'environnement thermique a un impact sur la rigidité de la plaque stratifiée, avec une diminution des fréquences naturelles à des températures élevées.
- Les meilleures performances sont obtenues en dispersant le graphène selon le modèle FG-X.

- ***Autres Observations*** :

- L'angle de laminage a un effet négligeable sur la rigidité des plaques.
- La disposition des plis et l'environnement thermique ont un impact limité sur les modes de vibration naturels.

En conclusion, ces résultats suggèrent des stratégies spécifiques pour améliorer les performances des plaques nano-composites, en tenant compte du type de renfort, de la disposition des plis et de l'environnement thermique.

En résumé, nos recherches se sont concentrées sur le comportement vibratoire des plaques stratifiées et nano-composites à base de polymères, renforcées par du graphène monocouche fonctionnellement gradué, en tenant compte de divers environnements thermiques et sans et sans celui-ci. Les résultats de ce travail ont mis en évidence plusieurs points cruciaux. Tout d'abord, l'ajout de fractions volumiques de graphène à la matrice polymère a considérablement amélioré les propriétés mécaniques du nano-composite. Cependant, notre travail a également montré que l'effet de renforcement du graphène est fortement influencé par les variations de température, ce qui peut entraîner une réduction des fréquences naturelles des plaques NCRG et, par conséquent, une

diminution de leur rigidité globale. Par ailleurs, l'épaisseur de la plaque et le rapport longueur/largeur ont été identifiés comme des facteurs importants affectant les fréquences naturelles des plaques. De plus, l'agencement des plis et le nombre des plis ont un impact sur les performances des plaques stratifiées à base de NCRG-FG, avec des recommandations spécifiques pour chaque type de distribution. Les séquences de stratification ont montré peu d'effet sur les fréquences naturelles. Enfin, les conditions aux limites ont également eu une influence sur les fréquences naturelles, avec des plaques entièrement encastrées démontrant de meilleures performances. À l'avenir, ces résultats pourraient avoir des implications significatives pour la conception et l'optimisation de structures stratifiées et nano-composites, en prenant en compte les facteurs thermiques et géométriques, afin d'améliorer leur comportement vibratoire et leur rigidité globale.

En perspective, la théorie des plaques stratifiées demeure un domaine de recherche avancé et en constante évolution. Les développements futurs promettent d'apporter des avancées significatives, notamment en ce qui concerne les modélisations avancées des matériaux stratifiés et l'optimisation des structures stratifiées. L'amélioration des simulations numériques sera également essentielle pour mieux prédire le comportement des plaques dans des conditions variées.

De plus, l'exploration de nouvelles applications pour les matériaux stratifiés ouvrira la voie à des utilisations novatrices dans divers secteurs industriels et technologiques. Les avancées dans ce domaine peuvent potentiellement conduire à des structures plus légères, plus résistantes et plus efficaces, bénéficiant ainsi à de nombreuses industries, de l'aérospatiale à l'automobile en passant par la construction.

Enfin, ce travail peut servir de précieuse base de données pour les futures recherches visant à développer et approfondir nos connaissances dans le domaine des matériaux nano-composites à base de polymères et de graphène monocouche fonctionnellement gradué. En contribuant à notre compréhension de ces matériaux, elle ouvre la voie à de nombreuses opportunités d'innovation et de progrès technologiques dans un avenir proche.

Liste des publications :

I. PUPLICATION INTERNATIONALES :

1- B.Saiah, Y.chiker, M. Bachene, and M. Guemana ”On the free vibration behavior of nanocomposite laminated plates contained piece-wise functionally graded graphene-reinforced composite plies”; 31 December 2021.
DOI : https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113784.

II. COMMUNICATIONS INTERNATIONALES :

1- B.Saiah, Y.chiker, M. Bachene, and M. Guemana, “ bending behavior of laminated composite plates ” in The First International Conference on Materials, Environment, Mechanical and Industrial Systems ICMEMIS’19- 29-30 juin 2019.

2- Y.chiker, B.Saiah, M. Bachene, and M. Guemana, “ Free vibration analysis of laminated functionally graded carbonnanotube reinforced composite plates” in The First International Conference on Materials, Environment, Mechanical and Industrial Systems ICMEMIS'19 - 29-30 juin 2019.

3- B.Saiah, Y.chiker, M. Bachene, M. Guemana, and L. Abbad “ Vibrational response of functionally graded monolayer grapheme reinforced nanocomposite laminated plates in thermal environments” in Algerian Symposium on Renewable Energy and Materials ASREM2022, March 16-17, 2022 Medea- Algeria.

4- Y.chiker, M. Bachene, M. Guemana, and B.Saiah, “ A Numerical Investigation On Free Vibration Of Functionally Graded Monolayer Graphene Reinforced Composite Laminated Plates” in National Conference on Mechanics and Maintenance, 15-16 November 2021, Boumerdes - Algeria.

5- Y.chiker, M. Bachene, M. Guemana, B.Saiah, and L. Abbad, “ Free vibration analysis of hybrid laminated plates containing functionally graded graphene nanoplate layer” in The 13th Conference on Mechanical Engineering CME2022, March 15-16, 2022, Bordj El-Bahri, Algiers, Algeria.

Références :

[1] EDWIN, A., ANAND, V., et PRASANNA, K. Sustainable development through functionally graded materials: an overview. *Rasayan Journal of Chemistry*, 2017, vol. 10, no 1, p. 149-152.

[2] AGRED, Lycia et AMOKRANE, Sarah. *Elaboration et caractérisation d'un nouveau matériau composite à base de PVC/roseau commun*. 2017. Thèse de doctorat. Université Mouloud Mammeri.

[3] Mindlin. R.D. (1951) Influence of rotary inertia and schear on flexural motions of isotropic, elastic plates. Journal of Applied Mechanics, vol. 18, pages 31-38, 1951.

[4] Nguyen, T.K., Sab, K., Bonnet, G. (2008), "First -order shear deformation plate models for functionally graded materials", Compos. Struct, 83(1), 25–36.

[5] Hirai, T. (1996), «Functional gradient materials", Processing of ceramics»Part 2, Weinheim, Germany: VCH Verlagsgesellschaft mbH Publishers; p. 293–341.

[6] T. K. Nguyen., K. Sab., G. Bonnet, Shear correction factors of functionally graded plates. Mech. Advanced Mater. Struct; 14 (8): 567-575, 2007.

[7] J.N. Reddy, Mechanics of Laminated Composites Plates: Theory and Analysis. CRC Press, Boca Raton, 1997.

[8] M. Touratier, An efficient standard plate theory, Int. J. Eng. Sc; 29 (8): 901 -916, 1991.

[9] "Analysis of functionally graded plates", INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, Int. J. Numer. Meth. Engng. 47, 663,684, 2000.

[10] M. Karama., K.S. Afaq., S. Mistou, Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multilayered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity, Int. J. Solids Structures; 40 (6): 1525-1546, 2003.

[11] Mantari JL.(2015), A refined theory with stretching effect for the dynamics analysis of advanced composites on elastic foundation. Mech Mater; 86:31–43.9.

[12] MERCIER J., Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites, Thèse de doctorat, 2003, Ecole Nationale Supérieure des Mines Paris.

[13] SANDHU R.S., Non linear response of unidirectional angle-ply laminates, Journal Aircraft, 1975, VOL1.13, pp 104-111.

[14] « Electronic, Thermal and Mechanical Properties of Carbon Nanotubes », Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2004.

[15] Sumio Iijima, « Helical microtubules of graphitic carbon », Nature, vol. 354, novembre 1991, p. 56-58.

[16] H. Dai, J.H. Hafner, A.G. Rinzler, D.T. Colbert, R.E. Smalley, Nature 384 (1996) 147

[17] Iijima, S., « Helical Microtubules of Graphitic Carbon », Nature, 1991

[18] Kojima, Y., Usuki, A., Kawasumi, M., Okada, A., Fukushima, Y., Kurauchi, T., and Kamigaito, O. (1993). Mechanical properties of nylon 6-clayh ybrid. Journal of Materials Research, 8(5) :1185–1189.

[19] P.M. Ajayan, L.S. Schadler et P.V. Braun, *la science et la technologie nanocomposite*, Wiley, 2003 ISBN 3-527-30359-6.

[20] Jian. C.Y., Hashida. T, Takahashi. H and Saito. M. (1995), «Thermal shock and fatigue resistance evaluation of functionally graded coatings for gas turbine blades by laser heating method», Composites Engineering, (1995), 879–889.

[21] A.I.P.G. CIARLET, R.V. KOHN and M.H WRIGHT "Theory of composites".C.U. Press, 2004

[22] Few studies on biomedical applications of functionally graded material. Int J Eng Technol Sci Res IJETSR 4:39–43, 2017.

[23] Pedro Henrique Cury Camargo, Kestur Gunduppa Satyanarayana, Fernando Wypych, Nanocomposites: Synthèse, Structure, propriétés et de nouvelles possibilités d'application, en recherche sur les matériaux, vol. 12, 2009, pp. 1-39.

[24] Palmero, P. (2015). Structural ceramic nanocomposites : A review of properties and and powders 'synthesis methods'. Nanomaterials, 5 :656–696.

[25] Celle, P. (2006). Couplages fluide/milieu poreux en grandes déformations pour la modélisation des procédés d'élaboration par infusion. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.

[26] Jha, DK, Kant, T, Singh, RK, "Free vibration response of functionally graded thick plates with shear and normal deformations effects", Compos Struct, 96, 799–823, 2013.

[27] Zhao, X., Lee, Y.Y., Liew, K.M. (2009), "Free vibration analysis of functionally graded plates using the element-free kp–Ritz method", J. Sound Vib., 319(3–5), 918–939.

[28] Kawasaki. A and Watanabe. R (1997), «Evaluation of thermo mechanical performance for thermal barrier type of sintered functionally graded materials», Composites Part B, Engineering, 29–35.

[29] Wang, Y., Xu, Z., Chen, L., Jiao, Y., and Wu, X. (2011). Multi-scale hybrid composites-based carbon nanotubes. Polymer Composites, 32(2) :159–167.

[30] Y. Tlidji, "Analyse du comportement vibratoire des plaques sandwiches en FGM," in *CFM 2013-21ème Congrès Français de Mécanique*, 2013.

[31] F. Mili, A. Lekrine, B. Necib, and C. Bradai, "Prévision de l'effet hygrothermique sur le comportement mécanique d'un composite stratifié équilibré carbone HR/époxyde," in *Journal de Physique IV (Proceedings)*, 2005, vol. 124, pp. 117–122.

[32] M. I. Ansari, A. Kumar, S. Fic, and D. Barnat-Hunek, "Flexural and free vibration analysis of CNT-reinforced functionally graded plate," *Materials (Basel).*, vol. 11, no. 12, p. 2387, 2018.

[33] J. S. Guzek, "Fatigue crack propagation along polymer-metal interfaces in microelectronic packages." Massachusetts Institute of Technology, 1996.

[34] A. Yasir, "Dynamic Behaviour of Pre-Tension Fiber Composite Plate," *Mech. Mater. Sci. Eng. J.*, 2017.

[35] D. D. Susilo, N. Hafid, and W. W. Raharjo, "The Effect of Fiber Orientation on the Dynamic Characteristic of the Carbon–Glass Fiber Hybrid Composite," 2014.

[36] J. T. Utomo, D. D. Susilo, and W. W. Raharja, "The influence of the number and position of the carbon fiber lamina on the natural frequency and damping ratio of the carbon-glass hybrid composite," in *AIP Conference Proceedings*, 2017, vol. 1788, no. 1, p. 30046.

[37] D. Li, H. Zhu, and X. Gong, "Buckling Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates under Both Mechanical and Thermal Loads," *Materials (Basel).*, vol. 14, no. 23, p. 7194, 2021.

[38] M. HACHEMI, "Analyse dynamique d'une plaque rectangulaire en composite avec des ouvertures." 2018.

[39] Z. Kołakowski and J. Jankowski, "Effect of membrane components of transverse forces on magnitudes of total transverse forces in the nonlinear stability of plate structures," *Materials (Basel).*, vol. 13, no. 22, p. 5262, 2020.

[40] M. Idriss, "Analyse expérimentale et par élément finis du comportement statique et vibratoire des matériaux composites sandwichs sains et endommagés." Université du Maine, 2013.

[41] S. K. Georgantzinos, G. I. Giannopoulos, and S. I. Markolefas, "Vibration analysis of carbon fiber-graphene-reinforced hybrid polymer composites using finite element techniques," *Materials (Basel).*, vol. 13, no. 19, p. 4225, 2020.

[42] F. Azimpour-Shishevan, H. Akbulut, and M. A. Mohtadi-Bonab, "Synergetic effects of carbon nanotube and graphene addition on thermo-mechanical properties and vibrational behavior of twill carbon fiber reinforced polymer composites," *Polym. Test.*, vol. 90, p. 106745, 2020.

[43] L.-C. Shiau, S.-Y. Kuo, and S.-Y. Chang, "Free vibration of buckled SMA reinforced composite laminates," *Compos. Struct.*, vol. 93, no. 11, pp. 2678–2684, 2011.

[44] K. Mehar and S. K. Panda, “Free vibration and bending behaviour of CNT reinforced composite plate using different shear deformation theory,” in *IOP conference series: materials science and engineering*, 2016, vol. 115, no. 1, p. 12014.

[45] F. Lin and Y. Xiang, “Vibration analysis of carbon nanotube reinforced composite plates,” in *Applied Mechanics and Materials*, 2014, vol. 553, pp. 681–686.

[46] S. Ozmen Eruslu and M. Aydogdu, “Vibration analysis of inclusion reinforced composite square plates under various boundary conditions,” *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 28, no. 8, pp. 995–1012, 2009.

[47] Ö. Civalek, Ş. D. Akbaş, B. Akgöz, and S. Dastjerdi, “Forced vibration analysis of composite beams reinforced by carbon nanotubes,” *Nanomaterials*, vol. 11, no. 3, p. 571, 2021.

[48] A. Selmi and A. Bisharat, “Free vibration of functionally graded SWNT reinforced aluminum alloy beam,” *J. Vibroengineering*, vol. 20, no. 5, pp. 2151–2164, 2018.

[49] B. Keshtegar, R. Kolahchi, A. Eyvazian, and N.-T. Trung, “Dynamic stability analysis in hybrid nanocomposite polymer beams reinforced by carbon fibers and carbon nanotubes,” *Polymers (Basel).*, vol. 13, no. 1, p. 106, 2020.

[50] M. Mohammadimehr, A. A. Monajemi, and H. Afshari, “Free and forced vibration analysis of viscoelastic damped FG-CNT reinforced micro composite beams,” *Microsyst. Technol.*, vol. 26, pp. 3085–3099, 2020.

[51] B. P. Deepak, R. Ganguli, and S. Gopalakrishnan, “Dynamics of rotating composite beams: A comparative study between CNT reinforced polymer composite beams and laminated composite beams using spectral finite elements,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 64, no. 1, pp. 110–126, 2012.

[52] K. C. Shekar, B. A. Prasad, and N. E. Prasad, “Interlaminar shear strength of multi-walled carbon nanotube and carbon fiber reinforced, epoxy–matrix hybrid composite,” *Procedia Mater. Sci.*, vol. 6, pp. 1336–1343, 2014.

[53] L.-L. Ke, J. Yang, and S. Kitipornchai, “Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams,” *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 20, no. 1, pp. 28–37, 2013.

[54] K. Mayandi and P. Jeyaraj, “Bending, buckling and free vibration characteristics of FG-CNT-reinforced polymer composite beam under non-uniform thermal load,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part L J. Mater. Des. Appl.*, vol. 229, no. 1, pp. 13–28, 2015.

[55] R. Ansari, M. F. Shojaei, V. Mohammadi, R. Gholami, and F. Sadeghi, “Nonlinear forced vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams,” *Compos. Struct.*, vol. 113, pp. 316–327, 2014.

[56] F. Ebrahimi and A. Dabbagh, “On thermo-mechanical vibration analysis of multi-scale hybrid composite beams,” *J. Vib. Control*, vol. 25, no. 4, pp. 933–945, 2019.

[57] C. Feng, S. Kitipornchai, and J. Yang, “Nonlinear free vibration of functionally graded polymer composite beams reinforced with graphene nanoplatelets (GPLs),” *Eng. Struct.*, vol. 140, pp. 110–119, 2017.

[58] A. Mahmure, F. Tornabene, R. Dimitri, and N. Kuruoglu, “Free vibration of thin-walled composite shell structures reinforced with uniform and linear carbon nanotubes: Effect of the elastic foundation and nonlinearity,” *Nanomaterials*, vol. 11, no. 8, p. 2090, 2021.

[59] S. Zghal, A. Frikha, and F. Dammak, “Free vibration analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded composite shell structures,” *Appl. Math. Model.*, vol. 53, pp. 132–155, 2018.

[60] B. Thomas and T. Roy, “Vibration and damping analysis of functionally graded carbon nanotubes reinforced hybrid composite shell structures,” *J. Vib. Control*, vol. 23, no. 11, pp. 1711–1738, 2017.

[61] S. S. Patnaik and T. Roy, “Vibration characteristics and damping properties of functionally graded carbon nanotubes reinforced hybrid composite skewed shell structures under hygrothermal conditions,” *J. Vib. Control*, vol. 27, no. 21–22, pp. 2494–2512, 2021.

[62] H. Li *et al.*, “Nonlinear vibration characteristics of fibre reinforced composite cylindrical shells in thermal environment,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 156, p. 107665, 2021.

[63] A. Swain, T. Roy, and B. K. Nanda, “Vibration damping characteristics of carbon nanotubes-based thin hybrid composite spherical shell structures,” *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 24, no. 2, pp. 95–113, 2017.

[64] K. Mehar, P. K. Mishra, and S. K. Panda, "Thermal buckling strength of smart nanotube-reinforced doubly curved hybrid composite panels," *Comput. Math. with Appl.*, vol. 90, pp. 13–24, 2021.

[65] M. Karimiasl, F. Ebrahimi, and V. Mahesh, "Nonlinear forced vibration of smart multiscale sandwich composite doubly curved porous shell," *Thin-Walled Struct.*, vol. 143, p. 106152, 2019.

[66] S. S. Mirjavadi, M. Forsat, M. R. Barati, and A. M. S. Hamouda, "Analysis of nonlinear vibrations of CNT-/fiberglass-reinforced multi-scale truncated conical shell segments," *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, vol. 50, no. 6, pp. 2067–2083, 2022.

[67] S. S. Mirjavadi, M. Forsat, M. R. Barati, and A. M. S. Hamouda, "Nonlinear vibrations of variable thickness curved panels made of multi-scale epoxy/fiberglass/CNT material using Jacobi elliptic functions," *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, vol. 50, no. 7, pp. 2333–2349, 2022.

[68] J.-M. Berthelot, Matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures, &. 245 (1999) 172.

[69] B.S. Aragh, H. Hedayati, Static response and free vibration of two-dimensional functionally graded metal/ceramic open cylindrical shells under various boundary conditions, Acta Mech. 223 (2012) 309–330.

[70] F. Ebrahimi, M. Mokhtari, Free vibration analysis of a rotating Mori–Tanaka-based functionally graded beam via differential transformation method, Arab. J. Sci. Eng. 41 (2016) 577–590.

[71] A. Gupta, M. Talha, B.N. Singh, Vibration characteristics of functionally graded material plate with various boundary constraints using higher order shear deformation theory, Compos. Part B Eng. 94 (2016) 64–74.

[72] S. Kumar, V. Ranjan, P. Jana, Free vibration analysis of thin functionally graded rectangular plates using the dynamic stiffness method, Compos. Struct. 197 (2018) 39–53.

[73] S. Kumar, A. Mitra, H. Roy, Forced vibration response of axially functionally graded non-uniform plates considering geometric nonlinearity, Int. J. Mech. Sci. 128 (2017) 194–205.

[74] F. Tornabene, N. Fantuzzi, M. Bacciocchi, Free vibrations of free-form doubly-curved shells made of functionally graded materials using higher-order equivalent single layer theories, Compos. Part B Eng. 67 (2014) 490–509.

[75] M. Abdollahi, A.R. Saidi, M. Mohammadi, Buckling analysis of thick functionally graded piezoelectric plates based on the higher-order shear and normal deformable theory, Acta Mech. 226 (2015) 2497–2510.

[76] D. Van Dung, D.T. Dong, Post-buckling analysis of functionally graded doubly curved shallow shells reinforced by FGM stiffeners with temperature-dependent material and stiffener properties based on TSDT, Mech. Res. Commun. 78 (2016) 28–41.

[77] S. Trabelsi, S. Zghal, F. Dammak, Thermo-elastic buckling and post-buckling analysis of functionally graded thin plate and shell structures, J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Eng. 42 (2020) 1–22.

[78] J.N. Reddy, Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis, CRC press, 2003.

[79] P.C. Yang, C.H. Norris, Y. Stavsky, Elastic wave propagation in heterogeneous plates, Int. J. Solids Struct. 2 (1966) 665–684.

[80] J.M. Whitney, Shear correction factors for orthotropic laminates under static load, (1973).

[82] J.F. Imbert, Analyse des structures par éléments finis, cépadues-editions edn, (1991).

[83] T.Y. Yang, Finite element structural analysis, Prentice Hall, 1986.

[84] Thai CH, Ferreira AJM, Tran TD, Phung-Van P. Free vibration, buckling and bending analyses of multilayer functionally graded graphene nanoplatelets reinforced composite plates using the NURBS formulation. Compos Struct 2019;220:749–59.

[85] Chiker Y, Bachene M, Guemana M, Attaf B, Rechak S. Free vibration analysis of multilayer functionally graded polymer nanocomposite plates reinforced with nonlinearly distributed carbon-based nanofillers using a layer-wise formulation model. Aerosp Sci Technol 2020:105913.

[86] Lin F, Xiang Y, Shen H-S. Temperature dependent mechanical properties of graphene reinforced polymer nanocomposites–a molecular dynamics simulation. Compos Part B Eng 2017;111:261–9.

[87] Shen H-S, Xiang Y, Lin F. Nonlinear vibration of functionally graded graphene-reinforced composite laminated plates in thermal environments. Comput Methods Appl Mech Eng 2017;319:175–93.

[88] Shen H-S, Xiang Y, Lin F. Nonlinear bending of functionally graded graphene-reinforced composite laminated plates

resting on elastic foundations in thermal environments. Compos Struct 2017;170:80–90.

[89] Matsunaga H. Free vibration and stability of functionally graded plates according to a 2-D higher-order deformation theory. Compos Struct 2008;82:499–512.

[90] Lei ZX, Zhang LW, Liew KM. Free vibration analysis of laminated FG-CNT reinforced composite rectangular plates using the kp-Ritz method. Compos Struct 2015;127:245–59.

[91] Kiani Y. Isogeometric large amplitude free vibration of graphene reinforced laminated plates in thermal environment using NURBS formulation. Comput Methods Appl Mech Eng 2018;332:86–101.

[92] Shen H-S, Lin F, Xiang Y. Nonlinear bending and thermal postbuckling of functionally graded graphene-reinforced composite laminated beams resting on elastic foundations. Eng Struct 2017;140:89–97.

[93] Saiah B, Bachene M, Guemana M, et al (2022) On the free vibration behavior of nano-composite laminated plates contained piece-wise functionally graded graphene-reinforced composite plies. Eng Struct 253:113784. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113784

[94] Lin F, Xiang Y, Shen H-S (2017) Temperature dependent mechanical properties of graphene reinforced polymernanocomposites–a molecular dynamics simulation. Compos Part B Eng 111:261–269

[95] Shen H-S, Xiang Y, Lin F (2017) Nonlinear vibration of functionally graded graphene-reinforced composite laminated plates inthermal environments. Comput Methods Appl Mech Eng 319:175–193 https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.02.029

[96] Kiani Y (2018) Isogeometric large amplitude free vibration of graphene reinforced laminated plates in thermal environment using NURBS formulation. Comput Methods Appl Mech Eng 332:86–101 https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.12.015

[97]. Ram KSS, Sinha PK (1992) Hygrothermal effects on the free vibration of laminated composite plates. J Sound Vib

[98]. Shahrjerdi A, Mustapha F, Bayat M, Majid DLA (2011) Free vibration analysis of solar functionally graded plates with temperature-dependent material properties using second order shear deformation theory. J Mech Sci Technol 25:2195–2209

[99]. Attia A, Tounsi A, Bedia EA, Mahmoud SR (2015) Free vibration analysis of functionally graded plates with temperature-dependent properties using various four variable refined plate theories. Steel Compos Struct 18:187–212

[100]. Huang X-L, Shen H-S (2004) Nonlinear vibration and dynamic response of functionally graded plates in thermal environments. Int J Solids Struct 41:2403–2427

[101]. Shen H-S (2009) Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. Compos Struct 91:9–19.