UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DES SCIENCES DE LA MATIERE



*Mémoire*

*Présenté pour obtenir le diplôme de :*

***Master En** Physique*

***Spécialité :** Physique Théorique à Haute Énergie*

***Par :*** *KARADOUNE*
*. Abdennour*

***Thème :***

# La théorie des fermions composites pour les points quantiques semi-conducteurs avec des moments angulaires élevés

Evalué le : 27/06 /2022, par le jury composé de :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Dr. O. Houhou | Grade :MCA | UYFM | Président |
| M. O. Bradji | Grade :MAA | USDB | Examinateur |
| Dr. O. Cherroud | Grade : MCB | UYFM | Examinateur |
| Dr. M. Ahmed Ammar | Grade :MCA | UYFM | Encadreur |

Année universitaire : 2021/2022

# Remerciements

Ce travail a été effectué à l'université Yahia Farès de Médéa, je tiens à exprimer ma gratitude et mes remerciements à toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de mon mémoire.

Je tiens à remercier mon directeur de mémoire le **Dr. M. AHMED AMMAR** pour son encadrement, son aide et surtout son patience tout au long du travail.

Mes sincères remerciements aux membres du jury, monsieur le docteurs **O. Houhou**, **O. Bradji** et **O. Cherroud** à qui j'ai l'honneur de présenter mon travail, et qui ont pris la peine de lire attentivement ce mémoire pour juger de son contenu.

J'exprime également ma gratitude à tous les professeurs et enseignants qui ont collaboré à notre formation jusqu'à la fin de notre cycle universitaire.

Sans oublier, bien sûr, de remercier profondément tous ceux qui ont contribué de prés ou de loin à la réalisation du présent travail.

# 𝒟édicace

*𝕁e dédie ce travail, comme preuve de respect, de gratitude, et de reconnaissance à :*

**𝔄 *mes très chers parents***

**𝔄 mes *chères amis et mes collègues***

*𝔈t toute personne qui ma aidée de loin ou de prés.*

## ملخص

في هذا العمل نقدم بعض النتائج الدقيقة لمفعول هول الكمي الكسري في مختلف أنظمة الالكترونات الموجودة في مجال ذو بعدين و بوجود حقل مغناطيسي قوي. يعد استخدام إحداثيات جاكوبـــي الأداة الرئيسة التي تسهل الحساب الدقيق للطاقات المختلفة. باستخدام إحداثيات جاكوبـــي يتم تبسيط العبارات التي تتضمن تكاملات عددية للعديد من المتغيرات مما يسمح لنا بحساب كميـــات الطاقة المختلفة بدقة تتوافق مع أنظمة متعددة الإلكترونات. يعتمد عدد وموضع مستويات الطاقة المحصورة في نقطة كمومية علـى اختيار أشباه الموصلات. ومع ذلك ، فقد لوحظت هذه الظاهرة (FQHE) في مختلف أنظمة الإلكترون ثنائية الأبعاد في وجود مجال مغناطيسي قوي. هدفنا هو تطبيق نظرية الفرميونات المركبة للنقاط الكمومية لأشباه الموصلات ذات الزخوم الزاويّة العالية فـــي عامل ملء 3/1.



**الكلمات المفتاحية :** تأثيرهول الكمي الكسري، النقاط الكمومية، أشباه الموصلات، الزخوم الزاويّة العالية.



## *Résumé*

Dans ce travail, nous présentons quelques résultats exacts de l'effet Hall quantique fractionnaire dans différents systèmes électroniques dans un champ bidimensionnel et en présence d'un champ magnétique très intense. L'utilisation des coordonnées de Jacobi est l'outil principal qui facilite le calcul exact de diverses quantités d'énergies. Des expressions fait intervenir des intégrales numériques de beaucoup de variables sont considérablement simplifiées à l'aide des coordonnées de Jacobi nous permettant de calculer exactement diverses quantités correspondant aux systèmes à plusieurs électrons. Le nombre et la position des niveaux d'énergie confinés dans une boîte quantique dépendent du choix du matériau semi-conducteur. Cependant, ce phénomène(EHQF) a été observé dans divers systèmes bidimensionnels d'électrons en présence d'un champ magnétique intense. Notre objectif est d'appliquer la théorie des fermions composites pour les points quantiques semi-conducteurs( boîtes quantiques semiconductrices ) avec des moments angulaires élevés à un facteur de remplissage de 1/3.



**Mots-clés :** Effet Hall quantique fractionnaire, boîtes quantiques, semi-conducteur, moments angulaires élevés.



## Abstract

In this work, we present some exact results of the fractional quantum Hall effect in different electronic systems of interacting electrons confined to a two dimensional and exposed to a strong magnetic field. The use of Jacobi coordinates is the main tool that facilitates the exact calculation of various quantities of energies. The number and position of confined energy levels in a quantum dot depends on the choice of semiconductor material. However, this phenomenon (FQHE) has been observed in various two-dimensional electron systems in the presence of a strong magnetic field. Our goal is to apply the composite fermion theory for semiconductor quantum dots with high angular moments at filling factors 1/3.



**Keywords:** Fractional quantum Hall effect, quantum dots, semiconductor, high angular momentum.

# Table des matières

**Introduction générale ..... 1**

**Effet Hall Classique ..... 3**

1.1 Introduction ..... 3

1.2 Electron dans un champ magnétique ..... 3

1.3 Effet Hall semi-classique : modèle de Drude ..... 7

1.4 Conclusion ..... 9

**Effet Hall Quantique ..... 11**

2.1 Introduction ..... 11

2.2 Effet Hall quantique Entier ..... 12

2.3 Effet Hall quantique Fractionnaire ..... 14

2.4 Conclusion ..... 16

**Une Particule un Gaz Bidimensionnel Soumis à un Champ Magnétique ..... 17**

3.1 Introduction ..... 17

3.2 Quantification de Landau d'un gaz d'électron bidimensionnel ..... 17

3.2.1 Trajectoires classiques dans le plan : ..... 17

3.2.2 Niveaux de Landau ..... 19

3.2.3 Invariance de jauge ..... 21

3.2.4 Etats propres et fonction d'onde dans la jauge symétrique et de Landau ..... 23

3.3 Conclusion ..... 23
**L'Effet Hall Quantique Fractionnaire ..... 25**
4.1 Introduction ..... 25
4.2 Rôle d'interaction Coulombienne : ..... 26
4.3 Fonction d'onde de Laughlin ..... 27
4.4 La généralisation de Jain - fermions composites ..... 29
4.5 Conclusion ..... 31
**Théorie des FC dans les boîtes quantiques semi-conductrices dans un champ magnétique élevé ..... 32**
5.1 Introduction ..... 32
5.2 Énergie de l'état fondamentale ..... 32
5.3 Énergie de l'état excité ..... 33
5.4 La base du fermion composite pour un point quantique ..... 33
5.5 Application de 5 électrons(état fondamentale) ..... 34
5.6 Résultats et Discussion ..... 37
5.7 Conclusion ..... 40
**Conclusion générale ..... 41**
**Bibliographie ..... 43**

# Table des figures

**Figure 1.1 :** L'effet Hall classique **3**

**Figure 1.2 :** Illustration schématique de l'effet Hall **4**

**Figure 1.3 :** l'effet hall dans un échantillon longe. **5**

**Figure 1.4 :** Résistance de Hall $\boldsymbol{RH}$ en fonction du champ magnétique B. **7**

**Figure 1.5 :** les deux résistivités en fonction du champ magnétique, **9**

**Figure 2.1 :** Trace de la résistance de Hall $\boldsymbol{Rxy}$ et de la résistance longitudinale $\boldsymbol{Rxx}$ pour EQHE. **13**

**Figure 2.2:** Un tracé de résistivité Hall quantique fractionnaire typique **15**

**Figure 3.1:** Trajectoire classique d'un électron dans un champ magnétique. **18**

**Figure 3.2:** Niveaux de Landau d'un gaz d'électrons bidimensionnel en présence d'un champ magnétique perpendiculaire. **21**

**Figure 4.1:** résistances longitudinale et de Hall en fonctions du champ magnétique avec une densité de porteurs fixe **26**

**Figure 4.2:** Représentation schématique de quasiparticules chargées $\boldsymbol{1/3}$. À des champs B légèrement plus élevés qu'à 1/3, **28**

**Figure 4.3:** Fermions composites. L'état électronique à $\boldsymbol{\nu = 1/3}$ peut être compris comme un état avec un remplissage entier $\boldsymbol{\nu * = 1}$ en termes de FCs, **30**

**Figure 5.1:** Représentation schématique de [N - 1, 1] **37**

**Figure 5.2 :** Représentation schématique des états [N - 2, 2] en termes de fermions composites **38**

**Figure 5.3 :** Représentation schématique des états de base en L = 33 **39**

# Liste des tableaux

**Tableau 5.1 :** Énergie de l'état fondamental par électron $\boldsymbol{\varepsilon_{ee}}$ (en unités de $\boldsymbol{e02/l}$) pour les états de Laughlin avec facteur de remplissage $\boldsymbol{\nu = 13}$ correspondant aux systèmes avec N = 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6 électrons dans une géométrie de disque**..... 38**

**Tableau 5.2 :** Comparaison entre l'énergie de la fonction d'onde CF et de Gun Sang Jeon en géométrie de disque. Les énergies sont exprimées en unités de $\boldsymbol{e02/l}$**... 38**

**Nomenclature**

| Symbole | Signification |
|---|---|
| EHΘE | Effet Hall Quantique Entier |
| EHΘΦ | Effet Hall Quantique Fractionnaire |
| FC | Fermions Composites |
| LLL | Lowest Landau Level |
| NL | Niveau de Landau |
| PBNL | Plus Bas Niveau de Landau |
| Qt | Quasi-trou |

# Introduction générale

Le système d'électrons en interaction confinés dans une boîte quantique bidimensionnelle et exposés à un champ magnétique très intense fait l'objet d'études théoriques depuis plus de deux décennies.
De telles boîtes quantiques ont été réalisées et étudiées en laboratoire. Les études de diagonalisation exacte montrent que les états fondamentaux sont fortement corrélés, et le but de la théorie est de parvenir à une compréhension satisfaisante des corrélations. Il est également intéressant de comprendre comment cela rejoint notre compréhension de EHQF, obtenue dans la limite thermodynamique sans confinement.

L'effet Hall quantique fractionnaire (EHQF) est l'un des phénomènes les plus remarquables de la physique de la matière condensée résultant des interactions interélectrons. Il fait référence à l'observation, dans des systèmes électroniques bidimensionnels exposés à un champ magnétique intense, l'effet Hall quantique fractionnaire appartient donc aux domaines de recherche les plus actifs et presque toutes les communautés théoriques ont apporté des idées et souvent des connaissances plus approfondies

Ce mémoire comporte cinq chapitres. Dans le premier chapitre, nous essayons de comprendre la physique de l'effet Hall classique à commencer par la dynamique d'électrons bidimensionnels dans un champ magnétique. Le mouvement cyclotron est présenté en premier lieu.

Dans le deuxième chapitre, nous passons alors à l'effet Hall quantique ce qui incluait l'effet Hall quantique entier et fractionnaire, ce sont les plus utilisé par les physiciens.

Au chapitre trois, nous allons présenter la quantification de Landau pour un gaz d'électrons 2D en présence d'un champ magnétique, nous étudions d'abord la présence de l'électron dans un champ magnétique externe. Nous étudions les propriétés des électrons sur une surface 2D exposée à un champ magnétique $\vec{B}$, c'est ce qu'on appelle le problème du « niveau de Landau », car cette étude est principalement basée sur un traitement purement quantique.

Le quatrième chapitre concerne l'effet Hall quantique fractionnaire, à commencer par la théorie de Laughlin, à la théorie de Jain des fermions composites, et avant cela nous présenterons le rôle de l'interaction coulombienne pour décrire des différentes fractions pour la théorie de Laughlin et de Jain.

Le chapitre cinq nous proposons une méthode analytique basée sur des coordonnées complexes pour déterminer les énergies fondamentales par particule pour un système d'électrons dans les états de Laughlin $\nu = \frac{1}{3}$, puis nous discutons des aspects fondamentaux de la théorie des fermions composites pour les points quantiques semi-conducteurs avec des moments angulaires élevés**,** ce modèle explique avec succès une grande partie de la physique de l'effet Hall quantique fractionnaire.

# Chapitre 1

# Effet Hall Classique

## 1.1 Introduction

En 1879, E.H Hall a observé que lorsqu'un courant électrique traverse un échantillon placé dans un champ magnétique, un potentiel proportionnel au courant et au champ magnétique se développe à travers le matériau dans une direction perpendiculaire à la fois au courant et au champ magnétique [1]. Cet effet est connu sous le nom d'effet Hall et est à la base de nombreuses applications et dispositifs pratiques tels que les mesures de champ magnétique et les détecteurs de position et de mouvement.

Grâce aux mesures qu'il a effectuées, Hall a pu déterminer pour la première fois le signe des porteurs de charge dans un conducteur. Aujourd'hui encore, les mesures à effet Hall restent une technique utile pour caractériser les propriétés de transport électrique des métaux et des semi-conducteurs [2]

## 1.2 Electron dans un champ magnétique

Nous commencerons par examiner la physique sous-jacente de l'effet Hall, voir figure 1.1

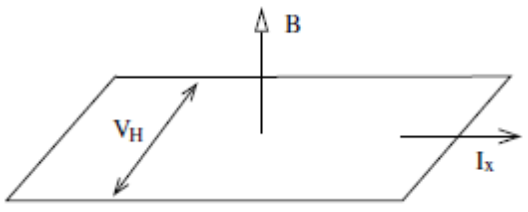



**Figure 1.1**: L'effet Hall classique

Nous activons un champ magnétique constant, $B$ pointant dans la direction $z$. Pendant ce temps, les électrons sont limités à se déplacer uniquement dans le plan $(x, y)$. Un courant constant $I$ est amené à circuler dans la direction $x$. L'effet Hall est l'affirmation selon laquelle cela induit une tension $V_H$ ($H$ pour "Hall") dans la direction $y$. Ceci est illustré dans figure 1.2 [3]

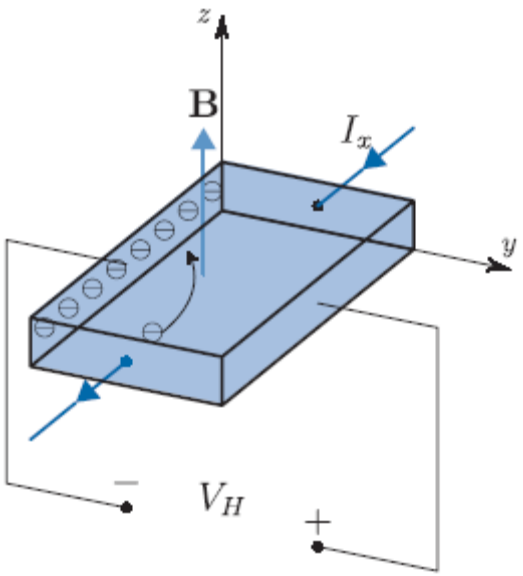



**Fig 1.2:** Illustration schématique de l'effet Hall

Lorsqu'une longue bande conductrice parcourue par un courant ***I*** est placée dans un champ magnétique uniforme, les électrons dans la bande sont soumis à la force magnétique de Lorentz $F$, voir figure 1.3

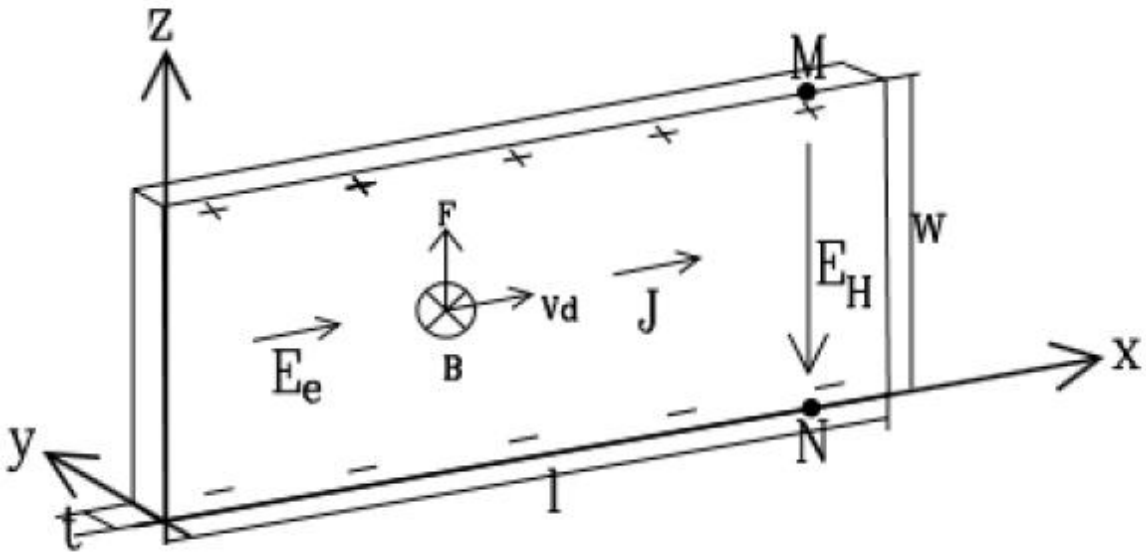



**Figure 1.3**: l'effet hall dans un échantillon longe.

$\overrightarrow{F}$ La force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}). \tag{1.1}$$

$q$ : C'est la charge élémentaire de l'électron égal à $1.6\ 10^{-19}\ C$

$\vec{v}$ : La vitesse des porteurs de charge

$\vec{B}$ : L'induction magnétique

Sous l'effet de la force de Lorentz les électrons s'accumulent sur la face latérale, laissant sur la face opposée une charge égale, de signe opposée due aux atomes ionisés. Ces charges créent un champ électrique appelé champ de Hall qui exerce à son tour une force qui s'oppose à celle de Lorentz. On finit par atteindre un régime stationnaire lorsque les deux forces s'équilibrent :

$$|\vec{F}_e| = |\vec{F}_m|. \tag{1.2}$$

On Obtient :

$$q\vec{E}_H = q(\vec{v} \wedge \vec{B}). \tag{1.3}$$

Alors :

$$\vec{E}_H = (\vec{v} \wedge \vec{B}), \tag{1.4}$$

Le champ électrique qui règne alors entre les électrodes transversales explique la différence de potentiel qui existe entre elle. Et comme le champ électrique, dérive de potentiel par définition :

$$E_H = \frac{dU_x}{dx} = \frac{V_H}{L}. \quad (1.5)$$

Avec $L$ la longueur transversale de semi-conducteur, On a la relation entre la vitesse et la densité de courant :

$$V = \frac{J}{n.q} = \frac{I}{n.q.L.w} \quad , \quad (1.6)$$

Ce que donne

$$\vec{V}_H = L(\vec{v} \wedge \vec{B}). \quad (1.7)$$

Un champ magnétique $B$ est employé perpendiculairement à la direction du courant j, par conséquent une différence de potentiel (c'est-à-dire une tension) se développe perpendiculairement aux deux vecteurs.

Ce qu'implique

$$\vec{V}_H = \frac{1}{n.q.w}(\vec{v} \wedge \vec{B}), \quad (1.8)$$

$$\vec{V}_H = R_H(\vec{v} \wedge \vec{B}). \quad (1.9)$$

En pratique $I$ et $B$ sont perpendiculaire alors on peut écrire

$$V_H = R_H.I.B \ , \quad (1.10)$$

$R_H$ : La constante de hall qui dépende des dimensions du matériau et la température

$w$ : L'épissure la cellule de hall [4]

La résistance de Hall et longitudinale sont définies respectivement comme :

$$R_H = \frac{|E_H|}{|J_x|} = \frac{B}{en_e}. \quad \text{et} \quad R_x = \frac{|E_x|}{|J_x|} \quad (1.11)$$

Le schéma de la **figure 1.4** représente la variation de la résistance de Hall $R_H$ en fonction de l'intensité du champ magnétique $B$ .

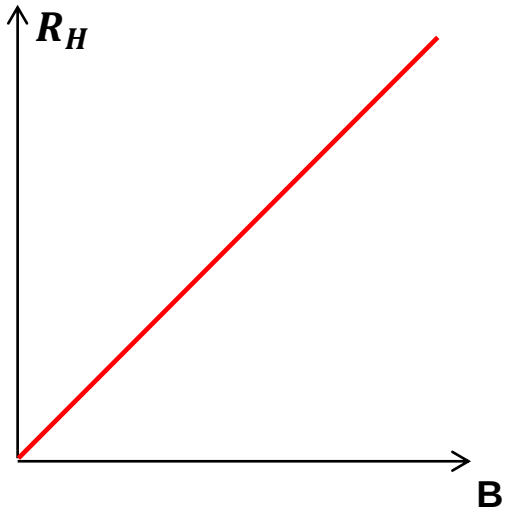



**Figure 1.4:** Résistance de Hall $\boldsymbol{R_H}$ en fonction du champ magnétique B.

## 1.3 Effet Hall semi-classique : modèle de Drude

Répétons maintenant ce calcul avec deux autres ingrédients. Le premier est un champ électrique $E$. Cela accélérera les charges et en l'absence de champ magnétique, se traduirait par un courant dans la direction de $E$. Le deuxième ingrédient est un terme de frottement linéaire, qui est censé capturer l'effet de l'électron rebondissant sur tout ce qui entrave sa progression, qu'il s'agisse d'impuretés du réseau sous-jacent ou d'autres électrons. L'équation de mouvement résultante est [3]

$$m\frac{dv}{dt} = -eE - eV \times B - \frac{mv}{\tau}. \qquad (1.12)$$

Le coefficient $\tau$ dans le terme de frottement est appelé temps de diffusion. Il peut être considéré comme le temps moyen entre les collisions.

Cette équation est le modèle le plus simple de transport de charge, traitant les électrons mobiles comme s'il s'agissait de boules de billard classiques. Il s'appelle **le modèle de Drude**.

On s'intéresse aux solutions d'équilibre de l'équation qui ont

$dv/dt = 0$ , La vitesse de la particule doit alors résoudre

$$v + \frac{e\tau}{m} v \times B = -\frac{e\tau}{m} E. \quad (1.13)$$

La densité de courant *J* est liée à la vitesse par $\vec{J} = -ne\vec{V}$,

Où $n$ est la densité de porteurs de charge. En notation matricielle devient alors

$$\begin{pmatrix} 1 & w_B\tau \\ -w_B\tau & 1 \end{pmatrix} \vec{J} = \frac{e^2 n\tau}{m} \vec{E}. \quad (1.14)$$

On peut inverser cette matrice pour obtenir une équation de la forme

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \vec{E}. \quad (1.15)$$

En mettant un champ électrique dans la direction *x*. Cela donne lieu à une densité de courant $Jx$, mais ce courant est dévié en raison du champ magnétique et se courbe vers la direction $y$. Dans un matériau fini, cela se traduit par une accumulation de charge le long du bord et un champ électrique associé $E_y$. Cela continue jusqu'à ce que le champ électrique $E_y$ annule la courbure de due au champ magnétique, et les électrons se déplacent alors uniquement dans la direction $x$. C'est ce champ électrique induit $E_y$ qui est responsable de la tension de Hall $V_H$.

**Résistivité vs résistance**

La résistivité est définie comme l'inverse de la conductivité. Cela reste vrai lorsque les deux sont des matrices

$$\rho = \sigma^{-1} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ -\rho_{xy} & \rho_{yy} \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

Le champ électrique est alors

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ -\rho_{xy} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

Nous avons maintenant tout ce qu'il faut pour faire une prédiction expérimentale, Les deux résistivités doivent être

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{m}{n_e e^2 \tau_0} \tag{1.18}$$

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\frac{B}{n_e e} \tag{1.19}$$

Notez que seul $\rho_{xx}$ dépend du temps de diffusion $\tau$, et $\rho_{xx} \to 0$ à mesure que les processus de diffusion deviennent moins importants et $\tau \to \infty$.

Si nous traçons les deux résistivités en fonction du champ magnétique, alors notre attente classique est qu'elles doivent ressembler à la figure **1.5** [3]

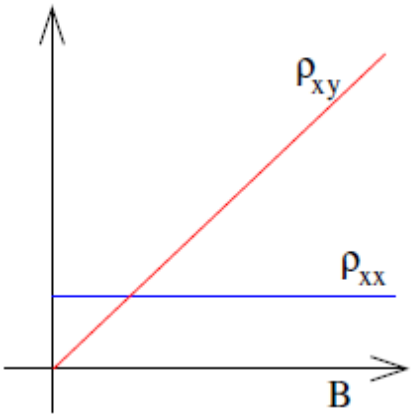



**Fig 1.5:** les deux résistivités en fonction du champ magnétique,

**Conclusion**

L'effet Hall classique est lié au mouvement des porteurs de charge dans les champs magnétiques. Cela a conduit à certaines des premières expériences qui ont établi le signe des porteurs de charge dans les conducteurs. Il a été utilisé pour mesurer la densité numérique des porteurs de charge dans les conducteurs, ainsi que la vitesse de dérive des porteurs de charge en présence d'un champ électrique

uniforme dans le conducteur. Un tel champ électrique peut être établi en connectant les bornes d'une batterie au conducteur. L'effet Hall classique est couramment utilisé dans les capteurs de champ magnétique qui sont fiables, précis et relativement peu coûteux [5] et la résistance de Hall varie linéairement avec le champ magnétique.

# Chapitre 2

# Effet Hall Quantique

## 2.1 Introduction

L'effet Hall quantique a été découvert en 1980 par von Klitzing [6]. Ce dernier a reçu le prix Nobel de physique en 1985 pour sa découverte qui continue de susciter beaucoup d'intérêt de la part des théoriciens et des expérimentateurs. La reproductibilité de la hauteur des plateaux de Hall est telle qu'on s'en sert depuis quelques années comme standard du ohm [7]

Contrairement à l'effet Hall classique, les effets Hall quantiques ne se produisent que lorsque le gaz d'électrons est confiné à deux dimensions ( **bidimensionnel** ou **2D** sont des expressions qui caractérisent un espace conçu à partir de deux dimensions, Ce type de plan peut représenter des corps en une ou deux dimensions). Alors, à basse température et à fort champ magnétique, la résistance transverse présente des plateaux sur lesquels elle est quantifiée tandis que la résistance longitudinale s'annule. Sur ces plateaux, le rapport entre la conductance transverse et le quantum de conductance peut être un entier, auquel cas on parle d'effet Hall quantique entier (EHQE) ou une fraction, il s'agit alors de l'effet Hall quantique fractionnaire (EHQF). Ces deux phénomènes sont d'origine purement quantique. L'EHQE constitue le premier exemple de phases topologiques que l'on peut comprendre grâce à la physique à un corps tandis que l'EHQF est le seul exemple réalisé expérimentalement de phases topologiques en interaction forte.

Après avoir introduit l'effet Hall classique, j'exposerai l'effet Hall quantique entier et fractionnaire. Le caractère de l'EHQE et les différentes fonctions modèles permettant de comprendre l'EHQF. Je montrerai aussi que, bien que l'EHQF n'ait été pour le moment mesuré que pour des gaz d'électrons, des phases analogues à celles de l'EHQF peuvent émerger dans certains systèmes d'atomes fermioniques [8].

## 2.2 Effet Hall quantique Entier

Classiquement, nous nous attendons à ce que l'effet Hall dans Un gaz d'électrons bidimensionnel ( 2DEG ) soit similaire à celui de son homologue tridimensionnel. La résistance de Hall $R_H$ devrait varier linéairement avec le champ magnétique B, $RH = B/pec$, Où $p$ est la densité électronique 2D. Cependant, en 1980, von Klitzing et al [9] ont découvert qu'au lieu de cela, la résistance de Hall présentait des plateaux à mesure que le champ magnétique augmentait. Les plateaux ont été précisément quantifiés aux niveaux :

$$R_H = \frac{h}{ne^2} \ , \qquad (2.1)$$

Où $n$ est un entier positif, et l'effet porte le nom effet Hall quantique Entier (EHQE). A ces plateaux (Fig 2.1 ), la densité de charge ( $\rho = n(B/\phi_0)$) est un multiple entier précis de $B/\phi_0$, où $\phi_0$ est l'unité fondamentale de flux $\phi_0 = hc/e$ . La résistance longitudinale $R_{xx}$ s'annule aux plateaux de Hall lorsque T→0, indiquant un super débit sans dissipation, La quantification de la résistance Hall est extrêmement précise et universelle, indépendamment de détails tels que la géométrie ou le type d'échantillon de semi-conducteur. L'unité fondamentale de résistance $R_K = \hbar/e^2$ , appelée constante de von Klitzing, est mesurée à 2 parties en $10^7$ par des mesures de quantification de Hall [10].

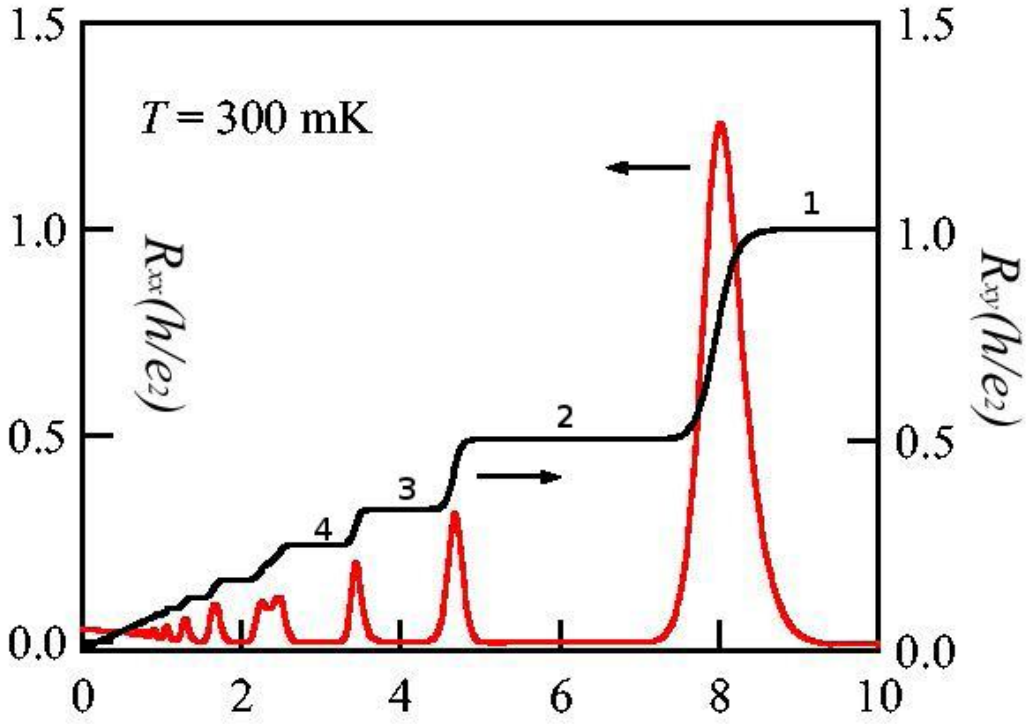



**Fig 2.1**: Trace de la résistance de Hall $\boldsymbol{R_{xy}}$ et de la résistance longitudinale $\boldsymbol{R_{xx}}$ pour EQHE. Les chiffres sur les plateaux indiquent le facteur de remplissage **[10]**

Les origines de l'EQHE peuvent être attribuées à la formation des niveaux de Landau lorsque les électrons sont placés dans un champ magnétique. L'hamiltonien d'un électron (libre ou dans une bande de conduction semi-conductrice) placé dans un champ magnétique est donné par

$$H = \frac{(p - eA/c)^2}{2m_b} \quad , \tag{2.2}$$

où $m_b$ est la masse de bande de l'électron, et le potentiel de vecteur $A = B(-y;\ 0)$ dans la jauge de Landau (LG). Le champ magnétique divise l'énergie cinétique en niveaux d'énergie discrets appelés niveaux de Landau :

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c. \tag{2.3}$$

Les niveaux de Landau sont fortement dégénérés et uniformément espacés avec un gap égal à l'énergie cyclotron $\hbar\omega_c$, avec la fréquence cyclotron $\hbar\omega_c = eB/m_b c$. La densité d'états montre des pics de fonction delta à ces énergies [10].

Le facteur de remplissage des niveaux de Landau est défini comme suit :

$$v = \frac{\hbar c}{eB}\rho = \frac{\rho}{2\pi l^2}. \tag{2.4}$$

La résistance de Hall d'un tel système est donnée par :

$$R_H = \frac{B}{\rho ec} = \frac{\hbar}{vc^2}. \tag{2.5}$$

Lorsque $v = n$ est un entier, on obtient précisément la résistance de Hall de l'Equation (2.2). Ici, $n$ niveaux de Landau sont complètement remplis et l'état est incompressible en raison de la différence d'énergie pour les états étendus entre le $n^{ième}$ et le $(n\ +\ 1)^{ième}$ niveau de Landau. [11]

## 2.3 Effet Hall quantique Fractionnaire

L'effet Hall quantique fractionnaire (FQHE) est un exemple de la nouvelle physique qui a émergé ces dernières années de la recherche sur le confinement quantique des porteurs chargés dans les structures à hétérojonction. Il a été observé pour la première fois dans le gaz d'électrons bidimensionnel à haute mobilité (2-DEG) réalisé dans $GaAs/A1_xGa_{l-x}$As [12]

Le phénomène est caractérisé par le simple fait que la conductance de Hall $G_H$ montre des plateaux quantifiés à l'impair fractions de dénominateur de $\frac{e2}{h}$, [13] c'est-à-dire $G_H\ =\ fe^2/h$ où $e$ est la charge électronique, $h$ est la constante de Planck et le quantum de conductance $e^2/h$ est d'environ $3{,}874\ \times 10^{-5}\ mho$ (Un autre nom du siemens est le mho) .

Le nombre quantique $f$ est une fraction rationnelle d'un dénominateur impair. L'EHQF est la manifesta tion d'une série d'un nouveau type d'états fondamentaux corrélés, résultant des fortes interactions mutuelles électron-électron. Notre compréhension actuelle de celui-ci est basée sur l'existence

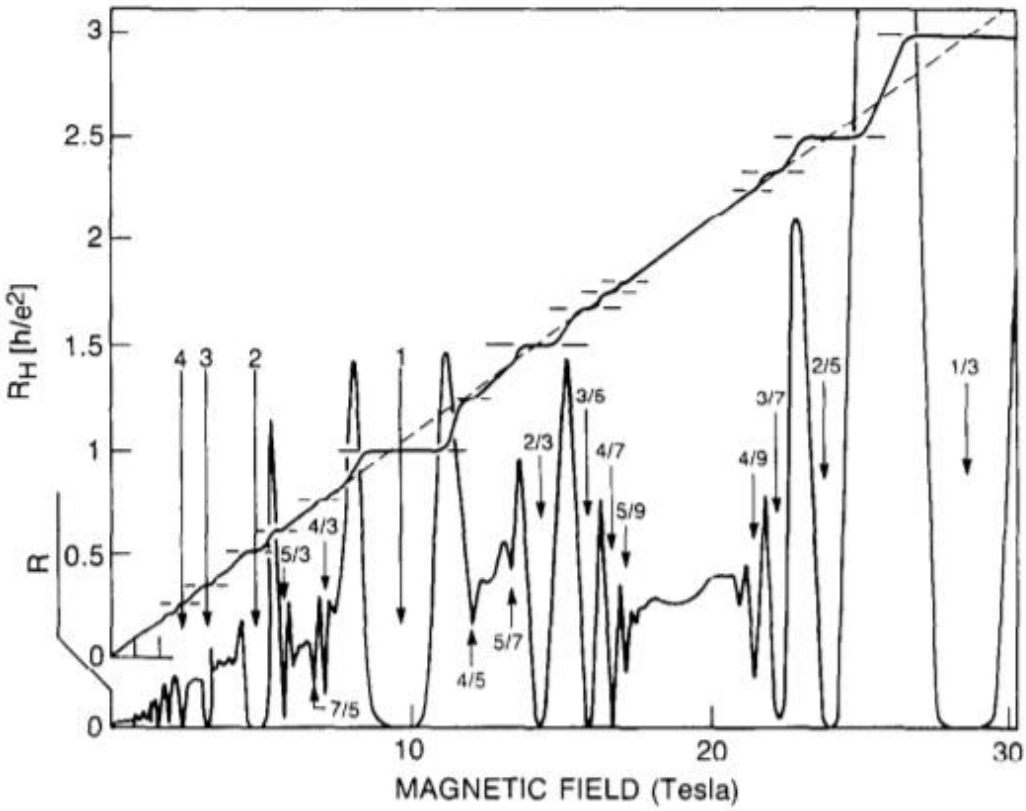



**Figure 22:** Un tracé de résistivité Hall quantique fractionnaire typique [14]

d'excitations à charge fractionnaire, séparées par des écarts d'énergie de ces états fondamentaux [15]- [16]

La figure 2.2 montre les caractéristiques de transport désormais standard du EHQF dans un échantillon 2D de haute qualité, Les minima désignés par des fractions rationnelles f dans la résistivité diagonale p,, et les plateaux concomitants dans la résistance de Hall pX, sont la manifestation d'une séquence d'états fondamentaux électroniques hautement corrélés. [14]

Lorsqu'un système de $\mathbf{2-DEG}$ est soumis à un champ magnétique perpendiculaire $\boldsymbol{B}$, le mouvement dans le plan de l'électron est quantifié par $\boldsymbol{B}$ et le spectre d'énergie se divise en une série de niveaux de Landau discrets **[17]**. Il a été reconnu il y a quelque temps qu'à des températures $T$ suffisamment basses, les électrons peuvent s'ordonner dans de nouveaux états fondamentaux sous l'effet de leur forte répulsion coulombienne mutuelle. La recherche expérimentale de tels états fondamentaux électroniques a d'abord été effectuée

sur des Si MOSFET  et ensuite facilitée par deux développements historiques récents dans la recherche sur les semi-conducteurs **[18]**

## 2.4 Conclusion

Cet effet a été directement responsable de deux prix Nobel. Le premier était pour l'effet Hall quantique entier "  qui a été découvert en 1980 [9] a abouti à un prix Nobel en 1985. En plus de l'effet Hall quantique entier, en 1982, l'effet Hall quantique fractionnaire a été découvert par Stormer, Tsui et Gossard [12] Cependant, en raison de la complexité supplémentaire de ce phénomène, ce n'est qu'en 1998 que le prix Nobel a été décerné à Stormer, Tsui et Laughlin. Après la découverte de l'effet Hall quantique fractionnaire, des implications pour l'informatique quantique ont été trouvées sous la forme d'une informatique quantique topologique, qui a la capacité de résister aux influences extérieures ou aux "défauts." [19]

# Chapitre 3

# Une Particule un Gaz Bidimensionnel Soumis à un Champ Magnétique

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter la quantification de Landau pour un gaz d'électrons 2D en présence d'un champ magnétique, dans des échantillons d'un gaz 2D, nous étudions d'abord la présence de l'électron dans un champ magnétique externe. Nous étudions les propriétés des électrons sur une surface 2D exposée à un champ magnétique $\vec{B}$, c'est ce qu'on appelle le problème du « niveau de Landau », car cette étude est principalement basée sur un traitement purement quantique.

## 3.2 Quantification de Landau d'un gaz d'électron bidimensionnel

### 3.2.1 Trajectoires classiques dans le plan :

Considérons un électron sans spin, de charge $-e$ et de masse $m^*$ se déplaçant dans le plan en présence d'un champ magnétique statique $\vec{B}_0 = \vec{B}e_z$. On introduit le potentiel vecteur $A_0$ définit par la relation $\vec{\mathrm{B}}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{\mathrm{A}}_0$. Le Lagrangien du système s'obtient par le couplage minimal

$$\mathcal{L}(r, \dot{r}) = \frac{1}{2} m^* \dot{r}^2 - \frac{e}{c} \mathrm{A}_0(\mathrm{r}) \,.\, \dot{\mathrm{r}}, \qquad (3.1)$$

et satisfait aux équations d'Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \text{ et } \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0. \quad (3.2)$$

En introduisant la fréquence cyclotron $\omega_0 = \frac{eB}{m^* c}$ et avec la définition du potentiel vecteur, les équations du mouvement s'intègrent selon :

$$\dot{x} = -\omega_0\dot{(}y - Y), \qquad \dot{y} = \omega_0(x - X), \quad (3.3)$$

Ou $R = (X, Y)$ est une constante du mouvement. On peut maintenant effectuer le changement de variable $\eta = r - R$ qui nous permet d'écrire les équations du mouvement pour la nouvelle variable $\ddot{\eta}_x = -\omega_0^2 \eta_x$ et $\ddot{\eta}_y = -\omega_0^2 \eta_y$.

Finalement, les coordonnées de la trajectoire classique sont donnés par

$$x(t) = X + rcos(\omega_0 t + \phi) \quad \text{et} \quad y(t) = Y + rsin(\omega_0 t + \phi). \quad (3.4)$$

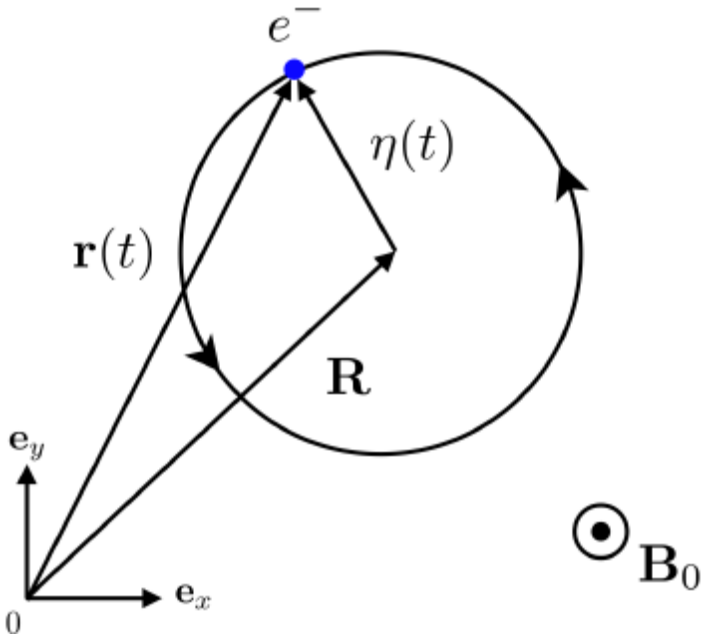



**Figure 3.1:** Trajectoire classique d'un électron dans un champ magnétique. ***R*** correspond aux coordonnées du centre de guidage et ***η*** à celles du mouvement relatif.

et le mouvement de l'électron peut donc se décomposer en un mouvement circulaire de rayon $|\eta|$ autour du centre de guidage $R$ qui est une constante du

mouvement (**figure 3.1**). $\phi$ correspond à l'angle formé entre l'axe $(Ox)$ et le vecteur $r(t = 0) - R$ [20]

### 3.2.2 Niveaux de Landau

Pour décrire la dynamique des électrons dans un gaz quasi 2D, nous commençons par considérer le problème quantique minimal d'un électron sur un plan soumis à un champ magnétique perpendiculaire homogène. Sa dynamique est décrite pas le Hamiltonien :

$$\mathcal{H} = \frac{(P+eA)^2}{2m_e} = \frac{\pi^2}{2m_e}, \qquad (\mathbf{3.5})$$

Avec $e = |e|$ la charge de l'électron en valeur absolue, $P = -i\hbar\nabla$ l'opérateur impulsion, $A$ le potentiel vecteur tel que $\nabla \wedge A = B = B\hat{z}$, et $\pi = mv = P + eA$ l'opérateur quantité de mouvement. L'opérateur impulsion $P$ ne commute pas avec le Hamiltonien $H$ à cause de la dépendance spatiale de $A$, donc ces opérateurs ne peuvent pas être diagonalisés simultanément. Les couples d'opérateurs canoniques $(p_x;\ x)$ et $(p_y;\ y)$ ne sont pas les plus appropriés pour résoudre ce problème. On peut alternativement utiliser l'opérateur quantité de mouvement $\pi$ dont les composantes suivent les relations de commutations :

$$[\pi_x, \pi_y] = -ie\hbar(\partial_x A_y - \partial_y A_x) = -ie\hbar B = -i\hbar^2/\ell^2, \qquad (3.6)$$

Ou $\ell = \sqrt{\hbar/eB}$ est la longueur magnétique (ou "rayon de Larmor") et où nous considérons, ici et dans tout le reste du manuscrit, que $B = B\hat{z}$ . On reconnaît, à un facteur multiplicatif près, les relations de commutations entre variables canoniques. Ainsi, l'hamiltonien $\pi^2/2m_e$ (eq 3.5) a la même structure algébrique qu'un oscillateur harmonique 1D. On définit donc les opérateurs de création et d'annihilation

$$a = \frac{l_B}{\sqrt{2}\hbar}(\prod_x - i\prod_y), \text{ et } \quad a^\dagger = \frac{l_B}{\sqrt{2}\hbar}(\prod_x + i\prod_y),$$
$$b = \frac{1}{\sqrt{2}l_B}(X + iY), \text{ et } \quad b^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}l_B}(X - iY), \tag{3.7}$$

Avec la normalisation, on obtient :

$$[a, a^\dagger] = 1, \tag{3.8}$$

Et on peut écrire le hamiltonien (eq **3. 5** ) sous la forme :

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_c \left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right), \tag{3.9}$$

avec $\omega_c = \frac{e|B|}{m_e}$ la pulsation cyclotron. aya $a^\dagger a = \hat{n}$ a ses valeurs propres dans $N$ et les énergies possibles s'organisent par niveaux selon :

$$E_n = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) \tag{3.10}$$

Le spectre est donc séparé en niveaux, appelés "niveaux de Landau"(**la figure 3.2**), en contraste avec le spectre continu d'une particule libre en $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$. Cet aspect du spectre est la pierre angulaire de l'effet Hall quantique et de sa physique si particulière. La différence importante avec un oscillateur harmonique 1D est que chaque niveau d'énergie est infiniment dégénéré. Par exemple, le centre de l'orbite cyclotron :

$$R = (X, Y) = \left(x - \frac{1}{eB}\pi_y\ , y + \frac{1}{eB}\pi_x\right), \tag{3.11}$$

commute avec $\mathcal{H}$ et $\pi$ et constitue donc un degré de liberté différent de $\pi$. Une fois encore, ses composantes forment une autre paire d'opérateurs canoniques

$$[X, Y] = i\ell^2, \tag{3.12}$$

et peuvent être exprimés au moyen d'opérateurs d'échelle :

$$b = \frac{1}{\sqrt{2\ell}}(X + iY),$$
$$b^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2\ell}}(X - iY),$$
$$[b, b^{\dagger}] = 1 \quad , b^{\dagger}b = \hat{m}. \tag{3.1}$$

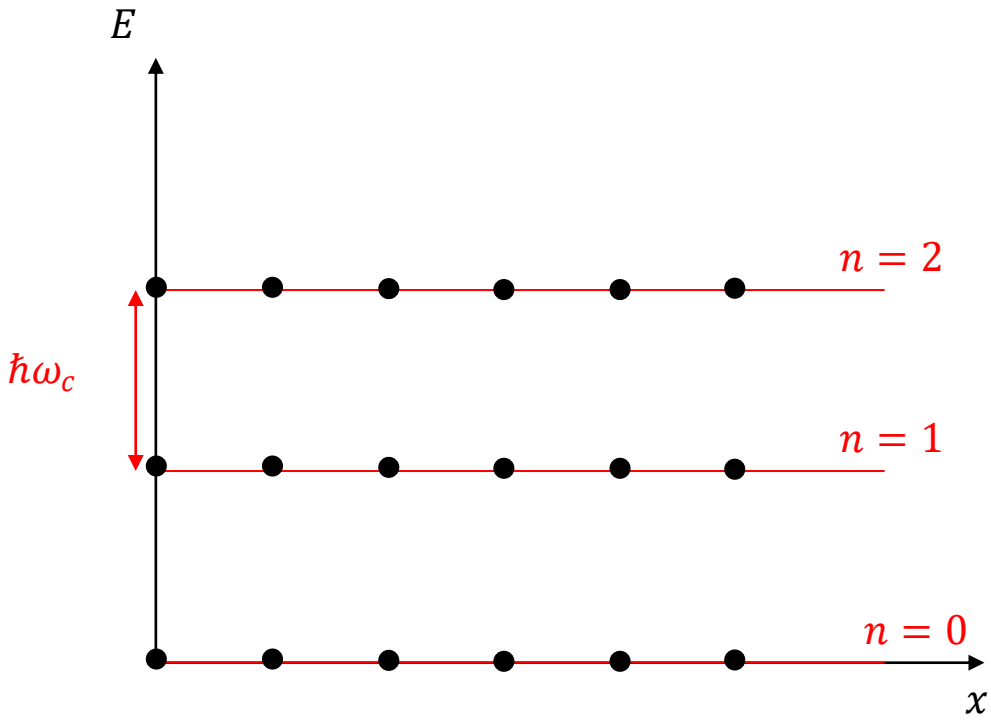



**Figure 3.2:** Niveaux de Landau d'un gaz d'électrons bidimensionnel en présence d'un champ magnétique perpendiculaire.

L'ensemble des états propres de $\mathcal{H}$ sont donc indexés par les deux nombres quantiques $n, m \in \mathbb{N}$ et seront notés $|n,m\rangle$. [21]

### 3.2.3 Invariance de jauge

Le problème correspond au système d'électrons en 2D loin des parois de confinement de l'échantillon qui bordent le gaz. Pour traiter un certain nombre de problèmes, Il est utile de connaitre les fonctions propres de système. Une façon commode pour construire des bases d'états propres de $H_{xy}$ consiste à choisir une

jauge. Deux choix sont particulièrement utiles Jauge de Landau et Jauge symétrique. Elles sont particulièrement adaptées pour les problèmes invariants par translation selon la direction $z$. En mécanique classique le champ électromagnétique $\vec{E}$ et $\vec{B}$ peut s'écrire en fonction d'un potentiel scalaire $\phi(x)$ et d'un potentiel vecteur $\vec{A}$ , tels que :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \text{ , et } \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}, \tag{3.14}$$

Nous considérons la transformation suivante, où $\chi$ est fonction arbitraire

$$\phi \longrightarrow \phi - \frac{1}{c}\frac{\partial \chi}{\partial t}, \quad \vec{A} \to \vec{A} + \vec{\nabla}\chi. \tag{3.15}$$

La transformation entre la jauge symétrie et la jauge de Landau est décrite par la fonction $X = -\frac{B}{2}xy$ , donc

$$\begin{aligned} \vec{A}_L &= \vec{A}_s + \vec{\nabla}\chi, \\ &= \frac{\vec{B}}{2}(-y, x, 0) - \frac{\vec{B}}{2}(y, x, 0), \\ &= \frac{\vec{B}}{2}(-y, 0, 0). \end{aligned} \tag{3.16}$$

La transformation sur les champs $\overrightarrow{A}$ et $\phi(x)$, appelée changement de jauge. Ce changement de jauge laisse les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ invariants et donc la trajectoire classique inchangée. Le choix de jauge fait jouer des rôles symétriques aux variables $x$ et $y$, ce qui satisfait la condition de la symétrie du problème.

Les quantités de mouvement invariantes de jauge

$$\prod_x = m\dot{x} = p_x + eA_x = -m\omega_c\eta_y \text{ , et } \prod_y = m\dot{y} = p_y + eA_y = -m\omega_c\eta_x. \tag{3.17}$$

En calculant le commutateur $[\eta_x, \eta_y]$, on obtient

$$\begin{aligned} [\eta_x, \eta_y] &= \frac{e}{m^2{\omega_c}^2}\left([p_x, A_y] - [p_y, A_x]\right), \\ &= \frac{1}{eB^2}(\partial_x A_y[p_x, x] - \partial_y A_x[p_y, y], \\ &= \frac{-i\hbar}{eB} \quad . \end{aligned} \tag{3.18}$$

Le commutateur des opérateurs position X, Y des coordonnées du centre de rotation s'écrira

$$\begin{aligned}[X,Y] &= [x-\tfrac{\Pi_y}{eB}, y+\tfrac{\Pi_x}{eB}],\\ &= \tfrac{1}{eB}[x,p_x]-\tfrac{1}{eB}[p_y,y]-\tfrac{1}{(eB)^2}[\Pi_y,\Pi_x],\\ &= \tfrac{2i\hbar}{eB}-\tfrac{1}{(eB)^2}\tfrac{i\hbar^2}{l_B^2},\\ &= \tfrac{i\hbar}{eB},\\ &= il_B^2\ .\end{aligned} \tag{3.19}$$

En termes de longueur magnétique $l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$, en utilisant les règles de commutation

$$[\eta_x,\eta_y] = -il_B^2\ , \quad [X,Y] = il_B^2. \tag{3.20}$$

Le résultat est bien évidemment un invariant de jauge. [22]

### 3.2.4 Etats propres et fonction d'onde dans la jauge symétrique et de Landau :

Dans ce chapitre on veut définir des fonctions d'onde dans les différentes jauges avec de la mécanique quantique en commençant par la jauge symétrique. L'approche ici est que l'on veut trouver la fonction d'onde en utilisant l'équation différentielle au lieu d'opérateurs en échelle. On peut déterminer tous les états quantiques à partir des opérateurs d'échelle, qui dans ce cas sont [23]

$$|n,m\rangle = \tfrac{(a^\dagger)^n(b^\dagger)^m}{\sqrt{n!}\sqrt{m!}}|n=0,m=0\rangle, \tag{3.21}$$

Maintenant, l'équation ( 3. 21) se traduit en équation différentielle avec la fonction d'onde $\phi_{n,m}\ (x;\ y)$, mais pour ce faire, il faut utiliser les équations suivantes

$$a = \frac{l_B}{\sqrt{2}\hbar}(\prod_x - i\prod_y), \tag{3.22}$$

$$\prod = \vec{p} + e\vec{A}(r), \tag{3.23}$$

Où $\overrightarrow{p} = i\hbar\nabla$ et $\nabla = (\partial_x, \partial_y)$. Après avoir inséré ceci, nous obtenons,

$$a = -i\sqrt{2}\left[\frac{l_B}{2}((\partial_x - i\,\partial_y) + \frac{x-iy}{4l_B}\right], \tag{3.24}$$

Dans notre quête pour trouver la fonction d'onde, on peut introduire des coordonnées complexes et y transférer l'équation (3.4). Comme il est en deux dimensions, les coordonnées complexes deviennent

$$z = x - i\,y \;,\; z^* = x + iy,$$

$$\partial = \frac{\partial_x + i\partial_y}{2} \quad , \quad \bar{\partial} = \frac{\partial_x - i\partial_y}{2}. \tag{3.25}$$

Maintenant, branchez cela dans l'équation (3.21 )

$$\left(\frac{z}{4l_B} + l_B\bar{\partial}\right)\phi_{n=0}(z, z^*) = 0, \tag{3.26}$$

qui s'exprime maintenant sous la forme d'une équation différentielle au niveau de Landau le plus bas. La solution de la fonction d'onde donne [24]

$$\phi_{n=0}(z, z^*) = f(z)e^{-|z|^2/4l_B^2}. \tag{3.27}$$

## 3.3 Conclusion

Pour conclure, nous avons analysé la physique des gaz d'électrons bidimensionnels soumis à un champ magnétique. Cette étude est essentiellement basée sur le traitement quantique d'un électron dans un champ magnétique, Nous avons cherché les états propres de $\mathcal{H}$ qui sont donc indexés par les deux nombres quantiques $n, m$ , et les fonction d'onde dans la jauge symétrique et de Landau. Cette fonction d'onde peut

paraitre la base du raisonnement de Laughlin pour décrire un état fondamentale de l'effet Hall quantique fractionnaire.

# Chapitre 4

# L’Effet Hall Quantique Fractionnaire

## 4.1 Introduction

En 1982, Tsui, Stormer et Gossard ont découvert que dans certains dispositifs à désordre réduit (mais toujours non nul), le nombre quantique pouvait prendre des valeurs fractionnaires rationnelles. [12] Cet effet dit Hall quantique fractionnaire (EHQF) est le résultat d'une physique sous-jacente assez différente impliquant de fortes interactions de Coulomb et des corrélations entre les électrons. Les particules se condensent en états quantiques spéciaux dont les excitations ont la propriété bizarre d'être décrites par des nombres quantiques fractionnaires, y compris la charge fractionnaire et les statistiques fractionnaires qui sont intermédiaires entre les statistiques ordinaires de Bose et de Fermi. Le EHQF s'est avéré être une arène riche et surprenante pour tester notre compréhension des systèmes quantiques fortement corrélés. Avec une simple torsion d'un cadran sur son appareil, l'expérimentatrice de Hall quantique peut provoquer la condensation des électrons en un ensembl ahurissant de nouveaux "vides", dont chacun est décrit par une théorie de champ quantique différente.

On voit clairement dans **la figure 4.1** que la résistance de Hall à des nouvelles valeurs correspond à des remplissages fractionnels avec une coïncidence d’une annulation de la résistance dissipative. Ces observations ne sont obtenues qu’a l’amélioration des conditions expérimentales telles que la baisse de la température et l’augmentation du champ magnétique [25].

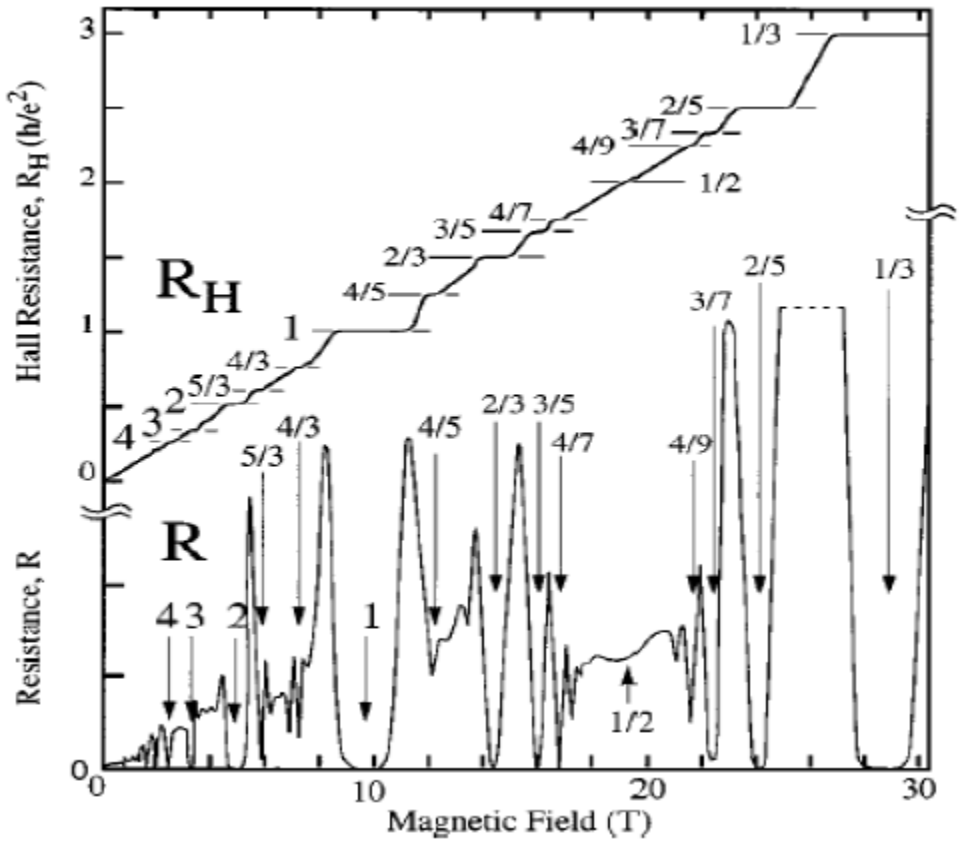



**Figure 4.1:** résistances longitudinale et de Hall en fonctions du champ magnétique avec une densité de porteurs fixe **[26]**

### 4.2 Rôle d'interaction Coulombienne :

En physique fractionnaire à hall quantique, l'hamiltonien général du système d'un gaz d'électrons bidimensionnel en présence d'un champ magnétique extérieur s'écrit :

$$H = H_0 + H_{int}, \tag{4.1}$$

Où : $H_{int}$ décrit l'interaction de Coulomb, $H_0$ est la partie cinétique

La fonction d'onde de Laughlin de l'effet Hall quantique fractionnaire pour un système à N électrons restreint au niveau de landau le plus bas, ainsi que l'énergie cinétique est constante et l'énergie Zeeman est négligeable par la suite, l'interaction de Coulomb est la seule qui joue le rôle mécanisme moteur de l'effet Hall quantique fractionnaire (EHQF), contrairement à l'effet Hall quantique entier où le potentiel de désordre est plus fort que les interactions. L'effet Hall quantique fractionnaire ne se

produit que dans des échantillons de haute qualité avec de faibles concentrations d'impuretés [27].

### 4.3 Fonction d'onde de Laughlin

Dans les premiers travaux théoriques suivant la découverte d'un état Hall quantique à $v = \frac{1}{3}$, Robert Laughlin a proposé une fonction d'onde à l'état fondamental pour décrire le EHQF à $v = \frac{1}{m}$ remplissage fractionnaire [28] [29]

$$\psi_{1/m}^{L}\left(\{z_j\}_{j=1..N}\right) = \prod_{j<k}(z_j - z_k)^m \, exp\left[-\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{N}|z_i|^2\right], \qquad (4.2)$$

Où $m$ est un entier impair, $z_j = x_i + iy_j$ est l'emplacement de la $j^{\text{ème}}$ particule exprimée sous forme de nombre complexe, et $l_B$ est la longueur magnétique. Laughlin a construit cette fonction d'onde comme un état fondamental variationnel à plusieurs corps pour l'hamiltonien

$$\mathcal{H} = \sum_j^N \frac{1}{2m_e}\left[\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}_j - \frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r}_j)\right]^2 + \sum_{j<k}^N v\left(\vec{r}_j - \vec{r}_k\right) + \sum_j^N V_{ion}\left(\vec{r}_j\right), \qquad (4.3)$$

Où le premier terme est simplement l'hamiltonien pour une particule chargée se déplaçant dans un champ magnétique où $\vec{A}$ est le potentiel vectoriel associé au champ magnétique, $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ ; le second terme est l'interaction coulombienne électron-électron, $v(r) = \frac{e2}{r}$ , et le troisième terme, appelé potentiel ionique, est introduit pour décrire une densité de charge de fond qui est nécessaire pour équilibrer la répulsion de Coulomb afin que le système soit stable.

Lorsque le champ magnétique s'écarte d'exactement $v = \frac{1}{3}$ de remplissage vers des champs plus élevés, davantage de tourbillons sont créés ( **figure 4.10**)

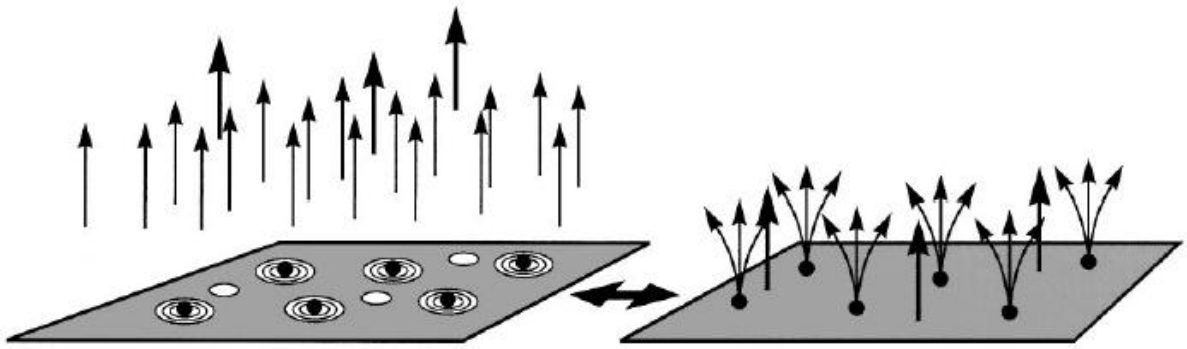


**Fig 4.2:** Représentation schématique de quasiparticules chargées $1/3$. À des champs B légèrement plus élevés qu'à 1/3, des tourbillons supplémentaires sont créés. Ils représentent des fossettes dans le lac d'électrons. Dans les fossettes, il manque exactement 1/3 d'une charge d'électron. Ce sont les quasi-particules chargées de manière fractionnée du FQHE. [26]

Il existe plusieurs caractéristiques importantes de la fonction d'onde originale de Laughlin qui continuent de former la base de notre compréhension des états FQHE, notamment :

i. La fonction d'onde de l'état fondamental de Laughlin est une fonction d'onde à plusieurs corps construite pour satisfaire un hamiltonien qui inclut explicitement les interactions électron-électron

ii. La densité électronique est restreinte aux valeurs $\frac{1}{m} n_B$ où $m$ est un entier impair et $n_B = 1/2\pi l_B^2$ est la dégénérescence le plus bas (LL) . En d'autres termes, la fonction d'onde ne s'applique qu'au remplissage fractionnaire au dénominateur impair du LL.

iii. La forme fonctionnelle de la fonction d'onde engendre nécessairement une lacune énergétique dans le spectre d'excitation. L'existence du gap est à la base du caractère incompressible des états, similaire à l'EHQE.

iv. Les excitations élémentaires portent une charge fractionnaire de $e* = \frac{1}{me}$

Fait important, alors que de nombreuses caractéristiques de la fonction d'onde de Laughlin étaient essentiellement nécessaires pour s'accorder avec l'observation expérimentale existante de l'état QHF, la charge fractionnaire prédite a été confirmée par des expériences ultérieures. [30] [31]

### 4.4 La généralisation de Jain - fermions composites

La fonction de Laughlin est féconde pour d'écrire l'EHQF $= \frac{1}{2s+1}$, mais elle n'explique pas les états fractionnaires qui ont été découverts dans la suite, comme celui à $v = 2/5$ qui fait partie de la série $v = p/(2sp + 1)$. Pour aborder ces nouveaux états, une image d'hiérarchie à été proposée par Haldane et Halperin . Selon cette image, les quasi-particules de Laughlin forment, à densité suffisamment élevée, elles-mêmes un liquide incompressible, pour minimiser leur répulsion coulombienne due à leur charge $e^*$. L'état à $v = 2/5$ serait donc un état ≪ rejeton ≫ de l'état de Laughlin à $v = 1/3$.

Une alternative fut proposée dans le cadre de la théorie de fermions composites (FC) : en 1989, Jain réinterpréta la fonction de Laughlin,

$$\psi^L(\{z_j\}) = \prod_{i<j}\left(\frac{z_i - z_j}{l_B}\right)^{2s} \prod_{i<j}\left(\frac{z_i - z_j}{l_B}\right) e^{-\sum_j |z_j|^2/4l_B^2}, \tag{4.4}$$

peut s'interpréter comme la fonction d'onde d'un NL virtuel complètement rempli, avec un nouveau facteur de remplissage (virtuel) $v^* = 1$. En effet, le déterminant de Slater, qui représente l'état non dégénéré à $v = 1$ , coïncide avec l'expression :

$$\det\begin{pmatrix} z_1^0 & z_1^1 & \dots & z_1^{N-1} \\ z_2^0 & z_2^1 & \dots & z_2^{N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_N^0 & z_N^1 & \dots & z_N^{N-1} \end{pmatrix} = \prod_{i<j}(z_i - z_j), \tag{4.5}$$

aussi appelle déterminant de Vandermonde. La généralisation proposée par Jain consiste à remplacer $\chi_{v^*=p}(\{z_j\})$, par un déterminant de Slater pour p NL virtuels complètement remplis, $\chi_{v^*=p}(\{z_j\})$,

$$\psi^J(\{z_j\}) = \mathcal{P}_{LLL} \prod_{i<j}\left(\frac{z_i - z_j}{l_B}\right)^{2s} \chi_{v^*=p}(\{z_j\}), \tag{4.6}$$

Où il faut tenir compte de la projection dans le plus bas NL, à travers $\mathcal{P}_{LLL}$, comme la fonction $\chi_{v^*=p}(\{z_j\})$ contient des composantes dans un NL différent du plus bas, pour $v^* \neq 1$.

Essayons de visualiser cette situation. On a renormalisé le nombre d'états effectifs par niveau, $M \to M^* = M - 2sN$, car le premier terme d'attachement de vortex ≪ enlève ≫ 2sN zéros du systéme à $N$ _electrons. Cela revient a renormaliser le champ magnétique, qui n'est pas autre chose que la densité de flux, entermes de quanta de flux $\phi_0 = h/e$, ainsi que le facteur de remplissage, par

$$B \to B^* = B - 2s\phi_0 n_{el} \quad \text{et} \quad \nu^{*-1} = \nu^{-1} - 2s \tag{4.7}$$

Cette image nous permet d'interpréter l'état d'EHQF à $\nu = 1/3$ comme un état entier de FC (électron plus vortex portant 2s quanta de flux) à $\nu^* = 1$, ainsi que l'état à $\nu = 1/5$ comme un état de FC à $\nu^* = 2$ (**figure 4.3**).

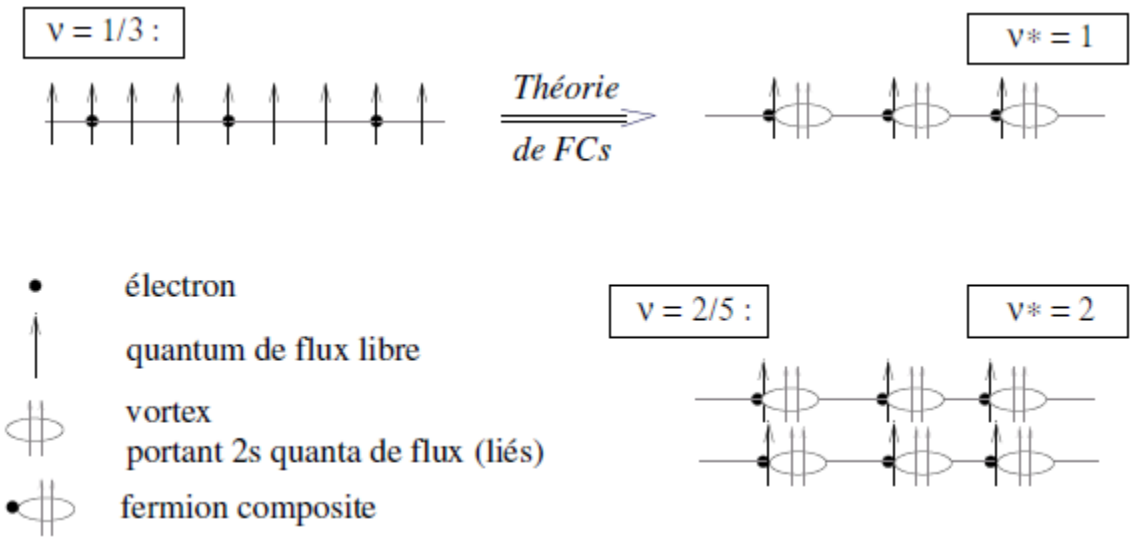



**Fig 4.3:** Fermions composites. L'état électronique à $\nu = 1/3$ peut être compris comme un état avec un remplissage entier $\nu^* = 1$ en termes de FCs, dont les vortex portent $2s$ quanta de flux chacun. De même, un remplissage de FCs de $\nu^* = 2$ donne lieu à l'état $\nu = 2/5$

D'une manière générale, l'image de FC nous permet de comprendre l'EHQF d'électrons à $\nu = p/(2sp + 1)$ en termes d'EHQE de FC à $\nu^* = p$, car le facteur de remplissage de FC $\nu^* = hn_{el}/eB^*$ est lié au facteur de remplissage électronique

par : [32]

$$v^* = \frac{v^*}{(2sv^*+1)}, \tag{4.8}$$

## 4.5 Conclusion

L'étape majeure pour la compréhension des systèmes d'EHQF est venue par le biais de la fonction d'onde de laughlin pour l'état du système $v = \frac{1}{3}$ , diverses travaux numériques et analytiques ont montré que le fonction d'onde de laughlin fournit une description assez précise des états observés a $v = \frac{1}{3}$ et $v = \frac{1}{5}$. Cependant, l'approche de laughlin n'a pas réussi a décrire de maniére cohérente le grand nombre de (plus de 30) états fractionnaires observés tels que les $2/5, 2/3, 3/7, 3/11, \ldots$ En allonant que quelque chose de fondamental a manqué a la théorie de laughlin l'apparition de plusieurs plateaux fractionnaires et de leurs similitudes phénoménologiques avec l'EHQE suggère un lien étroit entre ces théories. Toutefois, EHQE est expliqué en termes de formation de niveaux de landau et de piégeage des troubles de landau est un seul effet de particules. Ou comme dans l'EHQF le seul terme énergétique pertinent est l'énergie d'interaction de coulomb a électron électronique.

La théorie de fermion composite ( dans le Chapitre 5) explique la correspondance apparent entre EHQE et EHQF .

# Chapitre 5

# Théorie des FC dans les boîtes quantiques semi-conductrices dans un champ magnétique élevé

## 5.1 Introduction

L'un des objectifs des études théoriques des systèmes à effet Hall quantique fractionnaire (EHQF) est de déterminer la valeur de l'énergie d'interaction coulombienne entre les électrons du système à divers remplissages fractionnaires du niveau Landau le plus bas.

## 5.2 Théorie des Fermions Composites

La théorie CF commence par l'anticipation que le EHQF et l'EHQE peuvent être unifiés, ce qui est motivé par le fait expérimental qu'il n'y a pas de distinction qualitative entre les observations des plateaux intégraux et fractionnaires. Parce que l'EHQE est une propriété des électrons à faible interaction, une compréhension du EHQF en tant qu'EHQE nécessiterait l'émergence de certains fermions qui interagissent faiblement. Ces particules ont été identifiées et sont appelées FCs (Fermions Composites). Les principes fondamentaux de la théorie FC sont les suivants :

- Les électrons capturent chacun un nombre pair (2p) de tourbillons quantifiés pour se transformer en nouvelles particules appelées FC. Un vortex de force unitaire à la position $\eta$ est représenté par le facteur $\prod_j (z_j - \eta)$ dans la fonction

- d'onde, qui garantit que chaque particule rassemble une phase de $2\pi$ lorsqu'elle exécute une boucle complète autour de $\eta$. [ Laughlin a modélisé l'excitation du quasi-trou à $v = 1/m$ comme un vortex ].
- Les CF interagissent beaucoup plus faiblement que les électrons et, dans de nombreuses situations, peuvent être traités comme des particules presque libres. Leur propriété la plus fondamentale est que, en raison des tourbillons attachés, ils subissent un champ magnétique efficace.
- Le spectre de basse énergie des électrons interagissant en $v$ ressemble donc à celui des fermions interagissant faiblement en $v^*$ . Le spectre à plusieurs corps de ce dernier contient une bande d'états fondamentaux presque dégénérés, et la théorie FC implique une bande analogue pour les électrons en interaction à $v$. L'apparition de telles bandes est un effet non perturbatif de la formation des FCs. [33]

## 5.3 Énergie de l'état fondamentale

Notre étude consiste à déterminer un problème d'électrons fortement corrélés, au cas où l'énergie de l'état fondamentale du système égale à la somme de tous les potentiels énergétiques en fonction de l'unité d'énergie $\frac{e^2}{l_0}$.

Puisque la fonction d'onde de Laughlin réside entièrement dans le plus bas niveau de Landau (PBNL), la valeur moyenne de l'énergie cinétique par électron est constante et devient non pertinente, donc la seule contribution importante de l'hamiltonien de la mécanique quantique $\widehat{H} = \widehat{K} + \widehat{V}$ provient de l'opérateur d'énergie potentielle totale [34] :

$$\hat{V} = \hat{V}_{ee} + \hat{V}_{eb} + \hat{V}_{bb}, \qquad (5.1)$$

Avec $\hat{V}_{ee}$, $\hat{V}_{eb}$ et $\hat{V}_{bb}$ désignant respectivement les potentiels d'interaction électron-électron($\hat{V}_{ee}$), électron-substrat($\hat{V}_{eb}$) et substrat- substrat($\hat{V}_{bb}$). Leurs expressions correspondantes sont données par :

$$\hat{V}_{ee} = \sum_{i>j}^{N} \frac{e^2}{|r_i - r_j|}; \qquad \hat{V}_{eb} = -\rho_0 \sum_{i=1}^{N} \int_{\Omega N} d^2r \frac{e^2}{|r_i - r_j|},$$

$$\hat{V}_{bb} = \frac{{\rho_0}^2}{2} \int_{\Omega N} d^2r \int_{\Omega N} d^2r' \frac{e^2}{|r - r'|}, \tag{5.2}$$

Ici, nous avons supposé une géométrie simple appropriée à la symétrie circulaire de la fonction d'onde de Laughlin, où une densité de fond positive $\rho_0 = \frac{v}{2\pi l_0^2}$ est répartie sur un disque $\Omega_N$ de rayon $R_N = I_0\sqrt{2N/v}$ .

## 5.4 Énergie de l'état excité

Notre étude basé sur le potentiel d'interaction électron-électron($\hat{V}_{ee}$). Nous essayerons d'étudier la théorie des fermions composites pour les boîtes quantiques semi-conductrices dans des champs magnétiques élevés. La théorie des fermions composites (Jain 2007) [11] décrit les excitations collectives élémentaires par la promotion d'un fermion composite vers un pseudo niveau de Landau immédiatement supérieur (appelés niveaux Λ). Cette théorie propose des fonctions d'onde d'essai pour décrire ces excitations.

Des calculs numériques approfondis démontrent que la théorie CF microscopique, qui intègre les interactions entre les fermions composites, fournit un excellent compte rendu qualitatif et quantitatif de l'état fondamental des points quantiques jusqu'au plus grand moment cinétique étudié.

## 5.5 La base du fermion composite pour un point quantique

Nous appliquerons la théorie des fermions composites (CF) aux états de points quantiques. L'idée centrale est une cartographie entre les électrons à interaction

forte au moment cinétique L et les électrons à interaction faible à $L* \equiv L - pN(N-1)$. En particulier, une base corrélée $\{\psi_\alpha^L\}$ pour les états de basse énergie des électrons qui interagissent en L peut être construite à partir de la base déterminante triviale et orthonormée de Slater pour les électrons sans interaction en L∗, notée $\psi_\alpha^{L*}\}$, de la manière suivante :

$$\psi_\alpha^L = \mathcal{P}\prod_{j>k}(z_j - z_k)^{2p}\phi_\alpha^{L*}, \tag{6.2}$$

Ici, $z_j = x_j - iy_j$ désigne la position du $j^{ème}$ électron, $2p$ est la vorticité des fermions composites et P indique la projection dans le LL le plus bas. (Les électrons à L∗ occupent en général plusieurs niveaux de Landau.) Le symbole $\alpha = 1, 2, \cdots, D*$ marque les déterminants D∗ de Slater inclus dans l'étude. En général, la base $\{L\alpha\}$ n'est pas linéairement indépendant, donc sa dimension, DFC, peut ne pas être égale à $D*$ $(DCF \leq D*)$. L'avantage de travailler avec la base CF corrélée est que DFC est considérablement plus petit que Dex, la dimension de l'espace de Fock LL le plus bas en L (qui est également la dimension de la matrice qui doit être diagonalisée pour obtenir des résultats exacts).

## 5.6 Application de 5 électrons (état fondamentale)

### 5.6.1 Méthode de Laughlin ( Interaction électron-électron )

Pour une fonction d'onde donnée $\psi(r_1, r_2 .., r_{Ne})$, ces énergies sont déterminées à l'aide de formule suivante

$$\langle V_{ee}\rangle = \frac{\langle\boldsymbol{\psi}|V_{ee}|\boldsymbol{\psi}\rangle}{\langle\boldsymbol{\psi}|\boldsymbol{\psi}\rangle}, \tag{5.3}$$

D'une manière explicite,

$$\langle\boldsymbol{\psi}|V_{ee}|\boldsymbol{\psi}\rangle = \frac{N_e(N_e-1)}{2}\int d^2r_1 \ldots d^2r_{N_e}\frac{e_0^2}{|r_1-r_2|}\left|\psi(r_1,\ldots,r_{N_e})\right|^2, \tag{5.4}$$

$$\langle\boldsymbol{\psi}|\boldsymbol{\psi}\rangle = \int d^2r_1 \ldots d^2r_{N_e}\left|\psi(r_1,\ldots,r_{N_e})\right|^2, \tag{5.5}$$

Nous allons présenter un calcul démonstratif, pour cela prenons le cas de $N = 5$ électrons et $\nu = \frac{1}{3}$ . Pour une fonction d'onde de Laughlin, on a

$$\psi(5) = P(5)\exp\left(-\sum_k \frac{|z_k|^2}{4l_0^2}\right), \tag{5.6}$$

Où $P(4)$ est la partie de Jastrow de la fonction d'onde qui est donnée par

$$\mathrm{P(z)} = (z_1 - z_2)^3(z_1 - z_3)^3(z_2 - z_3)^3(z_1 - z_4)^3(z_2 - z_4)^3(z_3 - z4)3(z1-z5)3(z2-z5)3(z3-z5)3(z4-z5)3, \tag{5.7}$$

En représentation complexe, les expressions 5.4 et 5.5 prennent les formes suivantes :

$$\langle\psi|V_{ee}|\psi\rangle = \frac{N_e(N_e-1)}{2}\int d^2z_1 \dots d^2z_{N_e}\frac{e_0^2}{|z_1-z_2|}\left|\psi(z_1,\dots,z_{N_e})\right|^2, \tag{5.8}$$

$$\langle\psi|\psi\rangle = \int d^2z_1 \dots d^2r_{N_e}\left|\psi(z_1,\dots,z_{N_e})\right|^2, \tag{5.9}$$

On obtient les coordonnées complexes de Jacobi $Z_i$

$$\begin{aligned} Z_1 &= z_1 - z_2, \\ Z_2 &= \frac{z_1}{2} + \frac{z_2}{2} - z_3, \\ Z_3 &= \frac{z_1}{3} + \frac{z_2}{3} + \frac{z_3}{3} - z_4, \\ Z_4 &= \frac{z_1}{4} + \frac{z_2}{4} + \frac{z_3}{4} + \frac{z_4}{4} - z_5, \\ Z_5 &= \frac{z_1}{5} + \frac{z_2}{5} + \frac{z_3}{5} + \frac{z_4}{5} + \frac{z_5}{5}, \end{aligned} \tag{5.10}$$

en calculant la matrice inverse, on obtient

$$\begin{aligned} &\frac{z_1}{2} + \frac{z_2}{3} + \frac{z_3}{4} + \frac{z_4}{5} + z_5, \\ &-\frac{z_1}{2} + \frac{z_2}{3} + \frac{z_3}{4} + \frac{z_4}{5} + z_5, \\ &-\frac{2z_2}{3} + \frac{z_3}{4} + \frac{z_4}{5} + z_5, \\ &-\frac{3z_3}{4} + \frac{z_4}{5} + z, \\ &-\frac{4z_4}{5} + z_5 \ . \end{aligned} \tag{5.11}$$

Maintenant, pour écrire $P(5)$ en fonction des coordonnées de $Z_i$ Jacobi, nous *v*enons de refondre (3.14) en (3.2), alors il y a le polynôme

$$P_{Jacobi} = z_1^3(-\frac{z_1}{2}+z_2)^3(\frac{z_1}{2}+z_2)^3(-\frac{2z_2}{3}+z_3)^3(-\frac{z_1}{2}+\frac{z_2}{3}+z_3)^3(\frac{z_1}{2}+\frac{z_2}{3}+ z3)3(-3z34+x4)3(-2z23+z34+z4)3(-z12+z23+z34+x4)3(z12+z23+ -34+-4)3 \quad (5.12)$$

Les coordonnées de Jacobi sont orthogonales, on a donc

$$\int \prod_{k=1}^{N} d^2 z_k = \int \prod_{k=1}^{N} d^2 Z_k, \quad (5.13)$$

Avec $N \geq 2$

Les coordonnées jacobiques satisfont également la relation suivante :

$$\sum_{k=1}^{N} r_k^2 = N R_N^2 + \sum_{j=1}^{N-1} \frac{j}{j+1} Z_j^2, \quad (5.14)$$

Avec $N \geq 2$

Pour 5 particules, nous avons

$$\sum_{k=1}^{N} r_k^2 = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 = \frac{Z_1^2}{2} + \frac{2Z_2^2}{3} + \frac{3Z_3^2}{4} + \frac{4Z_4^2}{5} + 5Z_5^2, \quad (5.15)$$

### 5.6.2 Méthode de Jain ( Interaction électron-électron )

Pour utiliser la méthode de Jain, il faut déterminer la polynôme de Jain puis utilisé dans les mêmes étapes précédentes de la méthode de Laughlin pour calculer $\varepsilon_{ee}$ :

$$P_{Jain} = \mathcal{P}_{PNBL} \prod_{j<k}^{N} (z_j - z_k)^2 \begin{pmatrix} 2\bar{z}_1 & 2\bar{z}_2 & 2\bar{z}_3 & 2\bar{z}_4 & 2\bar{z}_5 \\ 2\bar{z}_1 z_1 & 2\bar{z}_2 z_2 & 2\bar{z}_3 z_3 & 2\bar{z}_4 z_4 & 2\bar{z}_5 z_5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 \\ z_1^2 & z_2^2 & z_3^2 & z_4^2 & z_5^2 \end{pmatrix}, \quad (5.16)$$

Avec $\bar{z} = 2\frac{\partial}{\partial z}$

Nous utilisons le polynôme de Jain dans la méthode de Loughlin précédente pour obtenir un polynôme de Jacobi $P_{Jacobi}$

## 5.7 Résultats et Discussion

Les énergies calculé dans ce travail s'accorde bien avec celui de la Réf. [35] **( tableau 5.1**). Les valeurs sont approximées numériquement jusqu'à six chiffres après la virgule.

### 1-Moment angulaire L=3N (N-1) /2

Dans de nombreux cas, la base FC consiste en une fonction d'onde unique, ce qui simplifie énormément l'analyse. La fonction d'onde la plus simple est celle pour un niveau rempli (niveau FC Landau), illustrée schématiquement sur la **figure 5.1**:

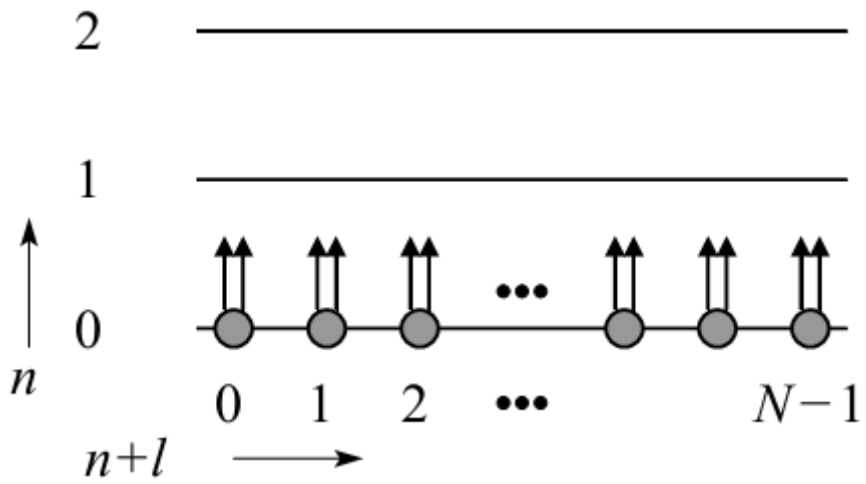



**Figure 5.1:** Représentation schématique [N-1,1]

Les énergies caractéristiques de la fraction $\nu = \frac{1}{3}$ de Moment angulaire L=3N (N-1) /2 sont résumées dans le Tableau **5.1**

| $N$ | $\varepsilon_{ee}$ | $\varepsilon_{ee}$ (Gun Sang Jeon) [36] [37] |
|---|---|---|
| 2 | 0.138473 | - |
| 3 | 0.239772 | - |
| 4 | 0.327649 | 0.327695 |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 0.406143 | 0.406166 |
| 6 | 0.477399 | 0.477407 |

**Tableau 5.1**. Énergie de l'état fondamental par électron $\boldsymbol{\varepsilon_{ee}}$ (en unités de $\boldsymbol{e_0^2/l}$) pour les états de Laughlin avec facteur de remplissage $\boldsymbol{\nu = \frac{1}{3}}$ correspondant aux systèmes avec N = 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6 électrons dans une géométrie de disque**..**

**2-Moment angulaire L= 3N(N−1)/2−2(N−1)**

Cet état a été interprété comme une quasi-particule chargée excitation de l'état $\nu = \frac{1}{3}$ EHQF, L'état [N − 2, 2] ( **Fig 5.2** ) se produit à L = 3N(N−1)/2 − 2(N − 1),

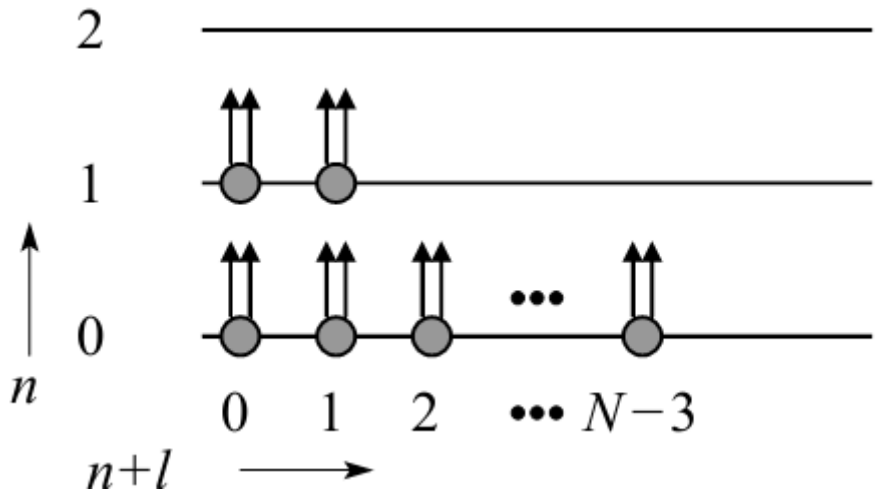



**Figure 5.2**: Représentation schématique des états [N - 2, 2] en termes de fermions composites

Les calcules de l'énergie $\varepsilon_{ee}$ $(\frac{1}{3})$ pour $Ne = 3,4,5\ et\ 6$ de notre calcul sont résumées dans le **Tableau 5.2**

| $N$ | $\varepsilon_{ee}$ | $\varepsilon_{ee}$ (Gun Sang Jeon) |
|---|---|---|
| 3 | 1.056073 | - |
| 4 | 1.685781 | 1.68616 |
| 5 | 2.430359 | 2.43092 |
| 6 | 3.291951 | 3.29204 |

**Tableau 5.2 :** Comparaison entre l'énergie de la fonction d'onde CF et de Gun Sang Jeon en géométrie de disque. Les énergies sont exprimées en unités de $\boldsymbol{e_0^2/l.}$

Pour cet état **Fig 5.3** on utilise cette fonction d'onde :

$$\boldsymbol{\psi}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{L=33}} = \mathcal{P}_{\mathrm{LLL}}\,\mathrm{A}\left[\prod_{i=1}^{3}(z_i^{*}\, z_i^{i-1}) \cdot \prod_{i=4}^{6} z_i^{i-4}\right]\boldsymbol{\Phi}_1^2, \qquad (5.17)$$

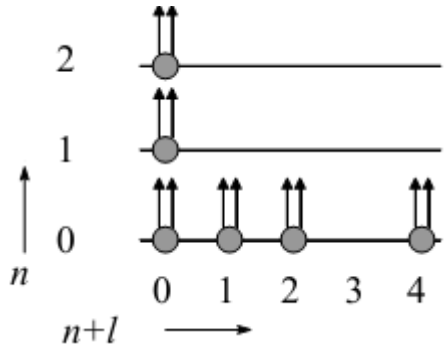



**Figure 5.3 :** Représentation schématique des états de base en L=33

Tel que le moment angulaire change pour chaque particule

**3-Moment angulaire N=4 particule L=3*N(N-1)/2-N(N-2)=10**

$$\varepsilon_{ee} \approx 1.785126\,\frac{e_0^2}{l_0}$$

**4-Moment angulaire N=5 particule L=3*N(N-1)/2-N(N-3)=20**

$$\varepsilon_{ee} \approx 2.537070\,\frac{e_0^2}{l_0}$$

**5-Moment angulaire N=6 particule L=3*N(N-1)/2-N(N-4)=33**

$$\varepsilon_{ee} \approx 3.419129\,\frac{e_0^2}{l_0}$$

## 5.8 Conclusion

Dans ce travail et dans le cadre de la théorie de FQHE, nous avons proposé une méthode de calcul basée sur des coordonnées complexes, Les énergies d'interaction électron-électron coulombienne de l'état Fondamental sont calculées pour des systèmes ayant jusqu'à N = 6 électrons pour $= \frac{1}{3}$

## Conclusion générale

Le système d'électrons en interaction dans le niveau de Landau le plus bas (LLL) est remarquable à bien des égards. c'est l'un des systèmes les plus fortement corrélés en physique de la matière condensée. Théoriquement, cela se voit en notant que la seule échelle d'énergie régissant son comportement est l'énergie d'interaction de Coulomb, donc le rapport de l'énergie d'interaction à l'énergie cinétique, mesure de la corrélation, tend vers l'infini. Expérimentalement, la nature fortement corrélée se manifeste le plus spectaculairement à travers le phénomène inattendu du EHQF , qui est impossible à comprendre en termes de traitement familier perturbatif ou de champ moyen.

Les éléments constitutifs fondamentaux du EHQF sont des particules topologiques émergentes appelées fermions composites (FC) , qui sont des états liés d'électrons et des tourbillons quantifiés, parfois envisagés comme des états liés d'électrons et des quanta de flux magnétique fictifs. Une grande majorité des fractions observées dans la (LLL) s'expliquent par l'effet Hall quantique entier (EHQE) des FC à faible interaction, qui présentent également de nombreux autres phénomènes et états. La théorie FC suggère également naturellement la construction de fonctions d'onde microscopiques d'électrons en interaction dans le régime EHQF par analogie avec les fonctions d'onde connues d'électrons sans interaction dans le régime EHQE. Il a été démontré que ces fonctions d'onde donnent, sans paramètres ajustables, un compte rendu quantitatif presque exact des états fondamental et excité fortement corrélés à des remplissages arbitraires de la LLL, permettant des comparaisons quantitatives détaillées avec des expériences.

Le but de mon projet est d'étudier la théorie des fermions composites pour les points quantiques semi-conducteurs avec des moments angulaires élevés, Pour abordé ce travail, nous avons fait une étude analytique et numérique de l'Effet Hall Quantique Fractionnaire aux Fermions Composites.

On a adopté dans notre mémoire certaines théories. Parmi elles, la théorie de Laughlin et la théorie des fermions composites, chacune de ces deux théories explique

le phénomène, avec des approches que nous pouvons qualifier de comparables mais différentes dans l'interprétation.

La théorie de Jain parraît plus générale que la théorie de Laughlin, puisqu'elle nous f ournit plus de fractions. Mais on se demande si les fermions composites existent vraiment, c'est dans le but de se rapprocher plus de la réalité de ce phénomène que nous avons essayé de maitriser mieux les bases théoriques sur lesquelles reposent les théories de Jain et de Laughlin.

D'après les calculs que nous avons faits, on peut dire que la théorie CF est applicable pour des moments angulaires plus élevé.

Les FC ont également été confirmés dans des expériences informatiques. Sur le plan qualitatif, il a été constaté, dans toutes les études de diagonalisation exacte du LLL jusqu'à présent, que les nombres quantiques des états propres de basse énergie des spectres exacts correspondent à ceux des fermions à faible interaction à un $B^*$ effectif.

## Bibliographie


[1] E. Hall, “On a new action of the magnet on electric currents” , American Journal of Mathematics, 2, No. 3, (1879). L'article original de Hall qui décrit l'effet. Une lecture historique intéressante Hall,

[2] Neil W. and N. David Mermin,Ashcroft, Solid State Physics, Saunders College, Philadelphia (1976). .

[3] David Tong, The Quantum Hall Effect, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge, CB3 OBA, UK . 2016

[4] Bouchene Lynda et Chertouk Mourad, Conception et simulation d’un capteur de champ magnétique à effet Hall compatible avec la technologie CMOS, 2018, UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU, ( P 22-23) .

[5] Marko Horbatsch, The Classical Hall Effect , York university,Ontario, Canada .

[6] Klitzing,K; Dorda, G & Pepper, M. "New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance", 1980

[7] Patrick Fournier, coordonnateur des travaux pratiques Département de Physique, U. de Sherbrooke, P(1) .

[8] Antoine Sterdyniak, Etude de l’intrication dans l’effet Hall quantique fractionnaire, 2013 , l’Université Pierre et Marie Curie , P(5,21,22) .

[9] K. V. Klitzing, Dorda, and M. Pepper, \New Method for High Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance", Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980).

[10] Shivakumar Jolad, PHYSICS AT THE EDGE OF FRACTIONAL QUANTUM HALL SYSTEMS, The Pennsylvania State University The Graduate School Eberly College of Science, 2010, P(9,10) .

[11] J. K. Jain, Composite Fermions , (Cambridge University Press, 2007)..

[12] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, “Two-dimensional magneto-transport in the extreme quantum limit,” Phys. Rev. Lett.,vOl. 48, 1982. .

[13] H. L. Stormer, J. C. M. Hwang, J. S. Brooks, and M.J. Naughton, “Observation of a fractional quantum number,” Phys.Rev., vol. B 28, pp. 2274-2275, 1983. D. C. Tsui,.

[14] H. (1992). Two-dimensional electron correlation in high magnetic _elds. Physica B: Condensed Matter, 177(14), Stormer,.

[15] “Anomalous quantum Hall effect: An incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations,” Phys. Rev. Lett.vol. 50, 1983. R. B. Laughlin,.

[16] “Fractional quantization of the Hall effect: A hhierarchy of incompressible quantum fluid states,” Phys. Rev. Lett.,vol. 51, 1983. F. D. M. Haldane,.

[17] T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stem, “Electronic properties of twodimensional systems,” Rev. Mod. Phys., vol. 54, pp. 437-672, 1983..

[18] B. A. Wilson, S. J.Allen, and D. C. Tsui, “Evidence for a collective ground state in Sinversion layers in the extreme quantum limit,” Phys. Rev. Lett., vol.44, 1980..

[19] Ishaan Dayal, The Fractional Quantum Hall Effect, March 24, 2020, P(1,4) .

[20] David Hagenmuller, ELECTRODYNAMIQUE QUANTIQUE D’UN SYSTEME D’ELECTRONS BIDIMENSIONNEL SOUS CHAMP MAGNETIQUE, Physique Quantique [quant-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2012. P( 40,41) .

[21] Paul Soulé, Bords des Phases de l’Effet Hall Quantique Fractionnaire dans la Géométrie d’un Contact Ponctuel Quantique, Université Paris 11 – Orsay, 2014, P(11,12) .

[22] Mohammed Ahmed Ammar, Méthodes Analytique et Numérique dans l’Effet Hall Quantique Fractionnaire et Rôle du Spin des Électrons, Université de Tlemcen,2018, P(21,22) .

[23] Mark O. Goerbig, Quantum Hall effect, Laboratoire de Physique des Solides, CNRS UMR 8502 Universite Paris-Sud, .

[24] Simon Taylor, Quantum Hall effect, Department of Physics and Astronomy Uppsala University, 2015, P(20,21) .

[25] SABRI Youcef, Méthode de diagonalisation exacte dans l’effet Hall quantique fractionnaire ( Mémoire fin d’études ), UNIVERSITE ABOU-BEKR BELKAID - TLEMCEN , 2018

[26] H. L. Störmer, Nobel lecture : The fractional quantum Hall effect, Rev. Mod. Phys 71, P(885), (1999). .

[27] MIHOUBI H et LADJAL K, Etudes Analytique et Numérique de l'Effet Hall Quantique Fractionnaire par les Méthodes de Laughlin et de Jain aux Fermions Composites, Université de Dr.Yahya Fares –Médéa, 2017, P (24,25) .

[28] Stern,O, Freytag, N, Fay, A, Dietsche, W, Smet, J. H., von Klitzing, K, Schuh,D., and Wegscheider, W. Phys. Rev. B 70, 075318 (2004).

[29] Desrat,W, Maude, D. K., Potemski, M., Portal, J. C., Wasilewski, Z. R., and Hill,G. Phys. Rev. Lett 88, 256807 (2002). .

[30] Kawamura,M., Takahashi, H., Masubuchi, S., Hashimoto, Y., Katsumoto, S.,Hamaya, K., and Machida, T. Phys. E 40, 1389 (2008).

[31] Gervais,G, Stormer, H. L, Tsui, D. C., Kuhns, P. L., Moulton, W. G., Reyes, A. P.,Pfeiffer, L. N., Baldwin, K. W., and West, K. W. Phys. Rev. Lett. 94, 196803 (2005). .

[32] Mark Oliver GOERBIG et Pascal LEDERER, Electrons bidimensionnels sous champ magnetique fort : la physique des effets Hall quantiques, 2006, Laboratoire de Physique des Solides, CNRS-UMR 8502 Universite de Paris Sud, Bat. 510, P(67-69) ] .

[33] Jain Jainendra K, Composite Fermion Theory of Exotic Fractional Quantum Hall Effect, Department of Physics, Pennsylvania State University, 2015 .

[34] O. Ciftja, C. Wexler, Phys. Rev. B 67 075304 (2003). .

[35] O. Ciftja, Physica B 404 227 (2009) .

[36] G. S. Jeon,. C.-C. Chang, and Jainendra K. Jain, Phys. Rev. B 69, 241304(R) (2004)

[37] G. S. Jeon, C.-C. Chang, and J. K. Jain, cond-mat/0611309 (2006) .

[38] Tsui, D. C., Stormer, H. L., & Gossard, A. C. Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme, (1982).

[39] Steven M. Girvin, Introduction to the Fractional Quantum Hall Effect, Yale University, 2004, P ( 53-54) .

[40] H. L. Stormer,. Rev. Mod.Phys., 71, 875 (1999).