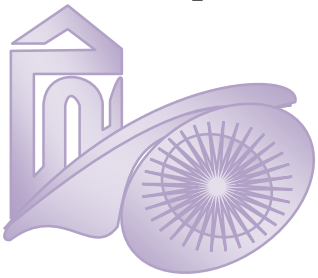
République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie de la matière

MÉMOIRE DE MASTER

Option :Science des Matériaux

THÈME

Effet de l'orientation d'une fissure située entre deux entailles circulaires sur le taux de restitution d'anergie des matériaux composites stratifies

Proposé et dirigé par :

M : ACHACHE Habib

présentés par :

CHEFARA Khadra
KOULLA Khayra

Promotion 2013-2014

Remerciement

Avant tout, nous remercions***ALLAH*** **,** *notre* créateur et maitre de l'univers de toutes ses bontés, d'avoir envoyer à nous le prophète **MOHAMED**qui est notre premier éducateur puis de nous avoir donné tout, du courage pour finir ce travail de recherche.

Nous tenons àremercier chaleureusement etparticulièrement notrePromoteur **ACHACHE Habib**, qui nousa guidé avec grande patience tout au long de l'élaboration de ce travail et pour ses aides précieuses qui ont judicieusement éclairé notre chemin vers l'aboutissement et la réussite de la concrétisation de notremémoire

Nous tenons à remercier particulièrement, à travers ces quelques lignes, toute nous gratitude et nous profond respect à **Mr ZIRARI** et **Mr BACHEN**pour son suivi et aide

Nous vives remerciement aux membres du jury d'avoir accepté de juger notre travail.

Nous remerciements fidèles et reconnaissants rejoignent à tous ceux qui de prêt ou de loin, en répondant volontiers à nos questions, voir nos tracasseries nous ont aidés à l'élaboration de ce document.

Nous vives remerciement à noschers parents qui rêvaient de nousvoire le pied à l'étrier sans oublier nos collègues qui par leur suggestions et leur attitude à la fois pleine d'humour et de sérieux ont énormément facilite notre travail.

Résumé

Suite à une alliance entre un renfort fibreux, fibre de verre, et d'un liant, la résine époxy, le matériau composite offre de nouvelles possibilités dans le domaine de transport de fluide et de l'aéronautique. Dans densité extrêmement faible que le métal, ce matériau est caractérisée par ses propriétés de résistance à la pression et à la corrosion. Au cours des dernières années, les progrès de la simulation numérique ont donné lieu à des développements significatifs dans l'étude des matériaux et leur modélisation mécanique. À l'heure actuelle, le contrôle du comportement mécanique des matériaux et structures composites sous charges statiques et dynamiques pour le craquage et des dommages est un domaine vaste et complexe de la recherche. La modélisation de phénomènes physiques variés caractéristique du comportement d'un matériau composite en cours de déformation joue un rôle important dans la conception des structures. Notre étude a pour objectif d'analyser numériquement le facteur d'intensité de contrainte d'une plaque de verre stratifiée composite / époxy transversale [+ α, α], en présence d'une fissure entre deux encoches circulaires à l'effet de plusieurs paramètres tels que l'orientation des fibres, la position et la taille de la fissure et la position considérée des deux encoches circulaires.

Abstract

Following an alliance between fiber reinforcement, glass fiber, and a binder, epoxy resin, the composite material offers new possibilities in the field of fluid transport and aeronautics. In the extremely low density metal, this material is characterized by its properties of resistance to pressure and corrosion. In recent years, advances in numerical simulation resulted in significant advances in the study of materials and their mechanical modeling developments. At present, control the mechanical behavior of composite materials and structures under static and dynamic loads for cracking and damage is a vast and complex area of research. The modeling of the physical phenomena different characteristic behavior of a composite material during deformation plays an important role in the structural design. Our study aims to analyze numerically for the stress intensity factor of a composite laminated plate glass / epoxy cross [+ α, α] in the presence of a crack between two circular notches on the effect of several parameters such as the fiber orientation, the position and size of the crack and the considered position of the two circular notche

ملخص

بعد التحالف بين تعزيز الالياف ، والالياف الزجاجية ، والموفق ، راتنجاتالإيبوكسيو المواد المركبة ، ويقدما إمكانيات جديدة في مجال نقل السوائل والطيران.

في كثافة المعادن المنخفضة للغاية ، وتتميز هذه المادة عن طريق خواصها لمقاومة الضغط والتآكل .

في السنوات الاخيرة أدى التقدم في المحاكات العددية في تقدم كبير في دراسة المواد وتطوراتها النمذجة الميكانيكية في الوقت الحاضر ، والسيطرة على السلوك الميكانيكي للمواد وهياكل تحت الاحمال الساكنة والديناميكية المركبة للتكسير والضرر هي منطقة واسعة ومعقدة من البحث .

نمذجة الظواهر الفيزيائية السلوك المميز مختلفة من المواد المركبة اثناء تشوه يلعب دورا هاما في تصميم الهيكلة .

وتهدف دراستنا لتحليل عددي العامل لإجهاد شدة مركب مغلفة لوحة من الزجاج / الإيبوكس يعبر فيوجد [+ α α] صدع بين درجتين دائريا حول تأثير عدة المعلمات تمثل إتجاه الالياف، والموقف وحجم الكارك ويعتبر موقف من اثنين من الشقوق الدائرية

Dédicaces

A l'homme de ma vie, mon exemple éternel, mon soutien moral et source de joie et de bonheur, celui qui s'est toujours sacrifié pour me voir réussir, que dieu te garde dans son vaste paradis, à toi ***mon père****.*

A la lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, ma vie et mon bonheur, ***maman*** *que j'adore.*

Aux personnes dont j'ai bien aimé la présence dans ce jour,

Atous mes ***frèresAISSA, KARIM, MOUSSA, TOUFIK, MAROUAN***

Et Mes ***sœur FATIMA, DJAMILA, DJEMAA, FAIZA***

A toute ma famille, je dédie cetravail

dont le grand plaisir leurs revient en premier lieu pour

leurs conseils, aides, et encouragements.

Aux personnes qui m'ont toujours aidé et encouragé, qui étaient toujours à mes côtés, et qui m'ont accompagnaient durant mon Chemind'études,mes aimables amis, collègues d'étude,

NAIMA, HANAN, CHAHRA, BIKA,IMAN

DAHMEN, MOHAMED, HAMZI, MAAMAR, ISMAIL

KHADRA

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

Ames très chers parents : *Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de l'amour Dont ils ne cessent de me combler. Que dieu leur procure bonne santé et longue vie. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail est le fruit de tes sacrifices que vous avez consenti pour mon éducation et ma formation*

A ma deuxième famille qui m'ont éduqué : *Aucune dédicace ne saurait être assez éloquente pour exprimer ce que vous méritez pour tous les sacrifices que vous n'avez cessé de me donner depuis mon enfance, et durant l'âge adulte. Vous avez fait plus que des parents puissent faire pour que ses enfants suivent le bon chemin dans leur vie et leurs études à* ***Abdelhamid, Torkia*** *et à tous les membres de la famille CHERCHARI*

A *ceux qui sont la source de mon inspiration et de mon courage ,à mes chérs frères Lakhdar et son épouse Naima ,Edda et son épouse meriem , Ahmed et son épouse Malika ,Abdelkader ,Omar et Sidali*

A *m'adorée sœur, ma complice la plus merveilleuse des sœurs, qui est ma plus belle histoire d'amitie Fatima, et à ma nièce Bouchra, et mes neveux Youness, Nouh , Abdelbassat et toute la famille KOULLA ,Je vous dédie ce travail avec tous mes voeux de bonheur, de santé et de réussite*

A *Massouda, Said et Hanane vous êtes toujours dans mon cœur. Que dieu vous garde dans son vaste paradis*

A*mon grand père et tous mes oncles et tantes, cousins et cousines etparticulièrementLamia CHIKHI*

Je *le dédieparticulièrement à Farid HAMDI*

A tous mes chères ami(e)s : *Je ne peux trouver les mots justes et sincères pour vous exprimer mon affection et mes pensées, vous êtes les frères et les sœurs sur qui je peux compter.*

A*tous mes collègueset à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce projet soit possible et particulièrement mon binôme KHADRA, je vous dis merci.*

KHAYRA

Sommaire

Remerciements.....i
Résumés.....ii
Dédicace.....ii
Sommaire iv
Liste Des Figures.....v
Liste Des Tableaux.....vi
Nomenclature.....vii
Introduction Générale.....1
Chapitre I : GENERALITE SUR LES MATERIAUX COMPOSITE
Introduction.....04
1.1 Constituants des matériaux composites 04
1.2.1. Fibres 05
- Fibres de verre 05
- Fibres de carbone :.....06
- Fibres aramides :.....06

1.2.1.1. Les qualités des fibres.....06
1.2.1.2. Autres Fibres (tableau 1.2).....07
1.3. Matrices.....08
• Résines de polyester et de vinyles ter.....09
• Résines thermodurcissables.....09
• Résines thermoplastiques.....10
1.4. Classification des matériaux composites.....11
- Composites à renforts de particules.....11
- Composites à renforts de paillettes.....11
- Composites à renforts de fibres 11
- Composites stratifiés.....12

1.5. Avantages des matériaux composites.....13

1.6. Inconvénients des matériaux composites.....13

1.7. Facteurs de complexité d'appréhension des composites.....13

1.8. Concept d'homogénéisation pour les matériaux composites.....15

1.9. Comportement mécanique des matériaux composites.....15

1.9.1. Loi de Hooke généralisée.....16

1.9.2. Relations d'élasticité dans un système d'axe quelconque.....17

1.10. Approches théoriques à la détermination des modules de l'élasticité.....18

- . Module longitudinal.....20
- Module transverse.....21
  - •Coefficient de Poisson et module de cisaillement 21

1.11. Equation d'élasticité pour une contrainte plane.....22

1.11.1. Matrice de rigidité réduite.....22

1.11.2. Détermination des modules d'élasticité.....24

1.12. Théoriclassique des stratifiés.....25

1.12.1. Champs dedéplacements.....25

1.12.2. Expression déformation / contrainte.....26

a) des déformations en membrane 26

b) des déformations en flexion et torsion.....26

1.12.3. Expression des efforts résultants.....27

1.12.4. Equation constitutive 28

1.13. Détermination des déformations etdes contraintes.....29

1.14. Influence de l'empilement des couches.....31

1.14.1. Cas d'une couche 31

1.14.1.1. Couche orthotrope rapportée à ses axes.....31

1.14.1.2. Couche orthotrope non rapportée à ses axes principaux 32

1.14.2. Cas d'un stratifié multicouches 32

Chapitre II : Endommagement des Matériaux Composites

2. ENDOMMAGEMENT DES COMPOSITES.....35

2.1. Mécanismes d'endommagement dans les composites.....35

2.1.1. Fissurations de matrice.....36

2.2. Décohésions inter faciales fibre/matrice.....38

2.3. Mécanismes de rupture des stratifiés composites.....38

2.3.1. Rupture intra laminaire 41

2.3.2. Rupture inter laminaire 42

2.3.3. Rupture translaminaire 43

2.4. Délaminage 43

2.4.1. Phénomènes physiques du délaminage.....44

2.4.2. Origines du délaminage.....46

2.4.2.1. Défaut de fabrication.....46

2.4.2.2 Bord libre.....46

2.4.2.3. Application structurale 46

2.4.2.4 Impact.....47

2.5. Caractérisation du délaminage des matériaux composites.....48

2.5.1. Mécanique de la rupture.....48

2.5.2. Taux de restitution d'énergie « G » 49

2.5.3. Facteur d'intensité de contrainte « K ».....51

2.5.4. Application de la MLER au délaminage des matériaux composites 53

2.5.5.Limites de validité de la MLER.....54

2.6. Essais de délaminage.....55

2.6.1. Mode I 56

2.6.2. Mode II……58
2.6.2.1. Essai de flexion à trois points (End Nocher Flexure NF) ……59
2.6.2.2. Essai de flexion avec délaminage stabilisé (Essai Stabilized End Nocher Flexure SENF)……59
2.6.2.3. Essai de flexion à quatre points (Essai Four Point End Notched Flexure : 4ENF)……60
2.6.3. Mode III……60
2.6.4. Mode mixte I+II ……61
2.7. Détermination du taux de restitution d'énergie ……62
2.7.1. Méthodes expérimentales ……63
2.7.1.1. Méthode de mesure des aires simplifiée……63
2.7.1.2. Méthode de la complaisance expérimentale ……65
2.7.2. Méthode numérique par calcul éléments finis ……66
2.7.2.1. Méthode d'avancée virtuelle de fissure (VCE)……67
2.7.2.2. Méthode de fermeture virtuelle de fissure (VCCT)……68
2.8. Critère de propagation du délaminage ……70
2.8.1. Critère linéaire ……71
2.8.2. Critère en loi de puissance……71
2.8.3. Critère de « hackle » exponentiel……71
2.8.4. Critère bilinéaire……72
2.8.5. Critère semi-empirique……72

Chapitre III : Analyse numérique de Stratifiés entaillés et fissurés

3.1. Introduction……75
3.2 ModélisationNumérique ……77
3.2.1. Méthode des éléments finis……78
3.3.Résultatset discussions ……79
3.3.1. Modèle sans fissure ……79

- 1er cas : Encastrement……80

❖ **2e cas** : Elimination du déplacement suivant l'axe y……81

3.3.2. Modèle avec la présence d'une fissure……82

- Cas des deux fonds de fissure……82

3.3.2.1. Effet de l'orientation des fibres d'un angle α pour γ=0°……83

- Cas du Verre/Epoxyde……83
- Cas du Bore/Epoxyde……84

3.3.2.2/ Effet de l'orientation de la fissure d'un angle β pour γ=0°……85

- Cas du Verre/Epoxyde……85
- Cas du Bore/Epoxyde……86

3.3.2.3/ Effet de l'orientation des fibres d'un angle α pour γ=45°……87

- Cas du Verre/Epoxyd……87
- Cas du Bore/Epoxyd……88

3.3.2.4. Effet de l'orientation de la fissure d'un angle β pour γ=45°……88

- Cas du Verre/Epoxyde……88
- Cas du Bore/Epoxyde……89

3.3.2.5. Effet de l'orientation des fibres d'un angle α pour γ=90°……90

- Cas du Verre/Epoxyde……90
- Cas du Bore/Epoxyde……92

3.3.2.6. Effet de l'orientation de la fissure d'un angle β pour γ=90°……93

- Cas du Verre/Epoxyde……93
- Cas du Bore/Epoxyde……94
- Cas des deux matériaux……94

3.3.2.7. Effet de l'orientation des deux entailles circulaires d'un angle γ….96

Conclusion de Mémoire……100

Liste des figures

Figure 1.1: Représentation schématique d'un matériau composite.....05

Figure 1-2 : Les différentes familles de matrice.....10

Figure 1-3 : Classification des matériaux composites.....11

Figure 1-4 : Matériaux composites stratifié avec plusieurs orientations.....1

Figure 2.1. Matériau hétérogène.....36

Figure 2.2. Fissuration matricielle : (a) microfissures dans la matrice (b) fissuration transverse.....36

Figure 2.3. Fissuration matricielle au sein d'un composite unidirectionnel Initiation (a) et propagation (b) avec décohésion.....37

Figure 2.4. Décohésion fibre-matrice.....38

Figure 2-5 : Ruptures par traction de différentes séquences d'empilement (a) 0°/90° tissu et (b) Unidirectionnelle.....39

Figure 2-6 : Ruptures par flexion de différentes séquences d'empilement

(A) Quasi-isotrope, (b) Unidirectionnelle, (c) ±45° et (d) 0°/90°.....40

Figure 2-7 : Mécanismes de rupture dans un stratifié 0/90/0.....40

Figure 2-8 : Evolution de la fissuration transverse.....42

Figure 2-9 : Schéma de la rupture inter laminaire(a) Traction (Mode I) et (b) Cisaillement (Mode II).....43

Figure 2-10 : Evolution de défauts.....44

Figure 2-11 : Mécanismes de l'endommagement accompagnant le délaminage.....45

Figure 2-12 : Sources des contraintes inter laminaires dans les pièces structurales.....47

Figure 2-13 : Schéma d'une zone endommagée par impact(a) Enveloppe conique de dommage(b) Section transversal d'un stratifié après impact.....47

Figure 2-14 : Modes élémentaires de rupture.....49

Figure 2-15 : Essai Double Cantilever Beam (DCB).....57

Figure 2-16 : Essai de flexion à trois points (ENF).....59
Figure 2-17 : Essai de flexion avec délaminage stabilisé(SENF).....59
Figure 2-18 : Essai de flexion à quatre points (4ENF).....60
Figure 2-19 : Essai de torsion hors plan (ECT).....61
Figure 2-20 : Essai de flexion en mode mixte(Mixed Mode Ben ding : MMB).....62
Figure 2-21 : Sollicitation générale sur un corps fissuré.....63
Figure 2-22 : Diagramme force-déplacement.....64
Figure 2-23 : Méthode de mesure des aires simplifiée.....65
Figure 2-24 : Méthode d'avancée virtuelle de fissure (VCE).....68
Figure 2-25 : Méthode de fermeture virtuelle de fissure (VCCT).....69
Figure 2-26 : Méthode VCCT avec correction de grand déplacement.....69
Figure 3.1 : Modèle géométrique.....77
Figure 3.2: Maillage avec des éléments triangulaire de type quadratique...79
Figure 3.3 :Figure 3.3 : Evolution de la contrainte V.....80
Figure 3.4 : Contour de la contrainte V 81
Figure 3.5 : Contour de la contrainte V.....82
Figure 3.6: Variation du taux de restitution d'énergie en foncti de l'orientation des fibres pour les deux fonds de fissure.....82
Figure 3.7 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.....83
Figure 3.8 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.....84
Figure 3.9 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.....85

Figure 3.10 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.....86

Figure 3.11 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.....87

Figure 3.12 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.....88

Figure 3.13 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.....89

Figure 3.14 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.....90

Figure 3.15 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=90°.....91

Figure 3.16 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=90°.....92

Figure 3.17 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres

dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=90°.....93

Figure 3.18 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=90°.....94

Figure 3.19 : Variation du taux de restitution d'énergie des deux matériaux poura/α variable, β=90° et γ=0° ; b/α=70°, β variable et γ=0°c/α variable, β=90° et γ=45° ; d/α=70°, β variable et γ=45°e/α variable, β=90° et γ=90° ; f/α=70°, β variable et γ=90°.....95

Figure 3.20.Variation du taux de restitution d'énergie du verre/epoxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour les trois positions des entailles circulaires et les différentes orientations des fibres :a)α= 0°, b) α =10°, c) α = 20°, d) α =30°, e) α = 40°, f) α= 45°, g) α =50°, h) α = 60°, i) α = 70°, j) α =80° et k) α = 90°.....98

Liste de tableau

Tableau 1.1 : Avantages et inconvénients des fibres de verre.....07
Tableau 1.2 : Principales caractéristiques des fibres.....08
Tableau 1.4 : Liste des échelles caractéristiques pour les métaux.....14
Tableau 1.5 : Liste des échelles caractéristiques pour les composites stratifiés.....14
Tableau 3.1 : Propriétés des trois composites stratifiés.....76

NOMENCLATURE

σ : étant la matrice de contrainte.

ε : étant la matrice de déformation.

C : étant la matrice de rigidité.

S= C^{-1} : étant la matrice de souplesse.

V_m: fraction volumique de matrice.

V_f : fraction volumique de fibre

E_l: module homogénéisé d'Young dansla direction longitudinaleà déterminer.

F_f: force appliquéeà la fibre.

E_t = module homogénéisé dans la direction transverse, à déterminer.

F_m: force appliquéeà la matrice.

Q_{ij} **: obtenues en fonction des modules de l'ingénieur.**

U total: Energie totale du système

W ext: Travail des forces extérieures appliquées lors de l'avancée de fissure

U e: Energie de déformation élastique emmagasinée dans le système

U d: Energie dissipée de façon irréversible

U c: Energie cinétique

γ: Energie superficielle de cohésion du matériau

da: Surface de fissuration crée par la propagation *da* dans l'épaisseur *B*

***G* : le taux de restitution d'énergie**

***K* : Facteur d'intensité de contrainte**

σ: Contrainte uniforme à l'infini

***a*: Longueur de la fissure**

$f(g)$: Facteur de géométrie de l'éprouvette

σ_{ij}: Contrainte au voisinage de la pointe de fissure

r: Distance radiale par rapport à la pointe de fissure

$f_{ij}(\theta)$: Fonction de la position angulaire θ par rapport à l'axe de fissure

S : Aire comprise à l'intérieur de la courbe pour un cycle de charge-décharge

B : Largeur de l'éprouvette

da: Accroissement de la longueur de fissure

P : Effort appliquée

δ: Déplacement du point d'application d'effort

X : Effort de réaction (linéique) selon l'axe X

Z : Effort de réaction (linéique) selon l'axe Z

u: Déplacement selon l'axe X

w: Déplacement selon l'axe Z

L :inter distance entre les deux entailles circulaires

a : angle d'orientation des fibres

γ : angle d'orientation des deux entailles

β :angle d'orientation de la fissure

Introduction générale :

L'usage des composites à matrice organique (C.M.O) ne cesse de croitre dans les domaines les plus variés, en particulier les stratifiés à fibres longues de verre et de bore à matrice époxyde sont de plus en plus utilisés pour la réalisation de pièces de structure. Les bonnes propriétés mécaniques spécifiques de ces matériaux permettent en effet un allégement des structures, particulièrement recherché dans les industries aéronautiques et aérospatiales. Les composites stratifiés verre/époxyde présentent d'excellentes propriétés mécaniques mais sous l'influence de sollicitations monotones, mécaniques ou thermiques la tenue des structures composites peut être considérablement réduite, la fissuration transverse est en général le premier endommagement observé dans la matrice du pli le plus désorienté par rapport à l'axe de sollicitation. Des fissures transverses peuvent apparaître très tôt dans la durée de vie de la structure et elles peuvent constituer des zones d'amorçage pour d'autres mécanismes d'endommagement plus dangereux (décohésion fibre/matrice et le délaminage). La connaissance de la fissuration transverse est donc un préalable indispensable aux études ayant pour but d'assurer l'intégrité de la structure. L'usage des matériaux composites engendre toute fois de nombreuses difficultés relatives au dimensionnement et à la durabilité des structures, ce qui limite encore la diffusion de ces structures composites à plus grande échelle.

L'assemblage boulonné de structures hybrides composites/métalliques est un passage obligatoire dans la conception des structures aéronautiques et aérospatiales. Il est alors nécessaire d'effectuer des opérations de perçage dans les composites stratifiés qui, par leur nature, sont des matériaux hétérogènes, orthotropes. C'est pourquoi il s'impose alors une bonne connaissance du comportement mécanique sous diverses sollicitations des matériaux composites stratifiés .perforés, et ceci passe par la formulation théorique des lois de comportement et la connaissance des modes d'endommagement. L'une des

questions faisant actuellement l'objet d'activés de recherches dans ce domaine, concerne les méthodes de prédiction de la rupture des structures composites stratifiées, et particulièrement les structures à fort gradient (présence des concentrations de contraintes) sous sollicitations mécaniques et thermomécaniques monotones.

Dans ce modeste travail, nous nous sommes fixes à une étudie sur l'évolution du taux de restitution d'énergie G par une analyse numérique et se compose de trois chapitres suivant :

Le premier chapitre se situe sur une brève recherche sur les matériaux composites.

Le second chapitre comprend un aperçue d'une part, sur l'endommagement des matériaux composites et d'autre part sur quelques notions de la mécanique de la rupture.

Le dernier chapitre illustre notre modeste recherche par une analyse numérique des matériaux composites stratifiés en tenant compte de quelques paramètres.

1 .Introduction :

Les matériaux composites ont une longue histoire. Leurs origines sont inconnues mais tous les écrits historiques contiennent des références à certaines formes des matériaux composites. Par exemple, la paille a été utilisée par les Babyloniens pour renforcer les briques, le contreplaqué a été utilisé par les anciens Egyptiens afin d'obtenir une meilleure résistance tant aux chargements mécaniques qu'à l'environnement, les épées et les armures médiévales ont été fabriquées par des couches des différents matériaux [1]. Aujourd'hui, les matériaux composites font partie courante de notre vie que cela soit des objets très excitants et à la mode comme la canne de golf et le kayak, ou beaucoup plus usuels tels que le contreplaqué et le béton.

1.1 Constituants des matériaux composites :

Dans la suite de la présentation, nous nous intéresserons uniquement aux composites à renfort de fibres longues et à matrices polymériques utilisés, dans la plupart des cas, dans l'industrie aéronautique. Ces matériaux seront parfois appelés « composites fibreux » ou même « composites » par simplicité.

Les propriétés mécaniques des composites fibreux sont directement liées aux caractéristiques mécaniques de leurs constituants : la fibre, la matrice, ainsi que l'interphase (Fig.1-1). La résistance et la rigidité d'un composite sont assurées principalement par les fibres qui possèdent des caractéristiques mécaniques beaucoup plus élevées que la matrice. Cette dernière, quant à elle, réunitles fibres et donne la forme géométrique de la structure. La matrice sert également à transférer les efforts mécaniques entre les fibres et les protéger contre les environnements.

L'interphase est la zone créée par l'adhérenceet la réaction entre les fibres et la matrice. Elle possède des caractéristiques chimiques et mécaniques différentes de celles des fibres et de la matrice [2].

La disponibilité d'un grand choix de fibres et de matrices permet de réaliser des composites ayant diverses propriétés. Nous présenterons rapidement quelques-uns des constituants les plus couramment utilisés.

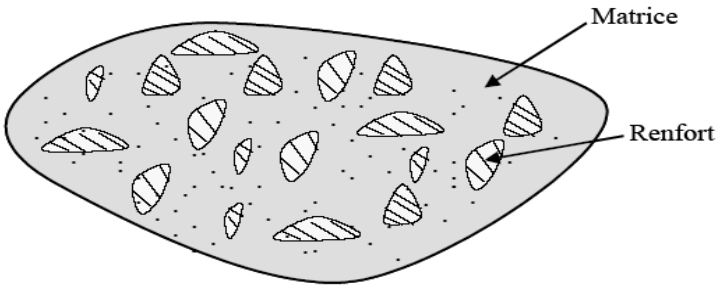


Figure 1-1 : Représentation schématique d'un matériau composite

1.2.1. Fibres :

La rupture des matériaux à hautes résistances ou à hauts modules est généralement provoquée par la propagation des défauts. Les matériaux en forme de fibre sont intrinsèquement plus résistants à la rupture qu'en forme massive car la taille des défauts est limitée par le diamètre faible [3]. Dans un composite fibreux, la tenue mécanique est assurée principalement par les fibres. Par sa nature filamenteuse, la rupture de quelques fibres a pour résultat la redistribution du chargement sur les autres fibres, ce qui empêche la rupture catastrophique de la structure. Les fibres les plus souvent rencontrées dans les composites.

- **Fibres de verre :**

La connaissance des matériaux composites fibreux à matrice de polymères est initialement basée sur des études des composites à fibres de verre. Ces fibres sont très répandues dans des applications à basses performances ainsi que des applications à hautes performances telle que les réservoirs de propulseurs de fusée. Leurs avantages incluent un prix compétitif, la disponibilité, et la résistance élevée. Cependant, à cause de leur rigidité relativement faible, les fibres de verre

sont progressivement remplacées par les fibres aramides ou les fibres de carbone dans les applications à hautes performances.

- **Fibres de carbone :**

Actuellement, les fibres de carbone sont le renfort le plus répandu pour les matériaux composites à hautes performances [3]. Deux avantages principaux de ces fibres sont leur fabrication plus adaptée à la production à grande échelle que d'autres fibres plus performants et leurs excellentes propriétés mécaniques plus facilement transférables aux matériaux composites. Leur prix reste toutefois prohibitif pour les produits grand public.

- **Fibres aramides :**

Ces fibres appartiennent à la famille des fibres polyamides aromatiques. Les versions commerciales disponibles incluent le Kevlar (nom déposé) et le Nomes (nom déposé). Elles possèdent une résistance élevée et une rigidité considérablement supérieure à celle des fibres de verre. La tolérance aux dommages est très bonne également. Leurs désavantages incluent une résistance en compression inférieure à celle des fibres de carbone et une adhésion relativement faible aux matrices [3].

1.2.1.1. Les qualités des fibres :

Une propriété remarquable de la fibre de verre est qu'elle présente un comportement mécanique élastique linéaire isotrope fragile, qui est de plus, indépendant de la température en deçà de sa température de ramollissement. Suivant les applications auxquelles elles sont destinées, les fibres de verre sont réparties en trois qualités essentielles:

* Fibres Epour les composites grandes diffusions(GD) ; applications courantes ;

* Fibres Dpour les applications dans la construction électrique (circuits imprimés) ;

* Fibres Rpour les composites hautes performances (HP).

Elles offrent, pour un prix raisonnable de 1,5 à 7,5€/kg :

* une bonne adhérence entre fibres et résines (matrices) ;

* de bonnes propriétés mécaniques, mais inférieures à celles de la fibre de carbone ;

* des propriétés d'isolation électrique acceptables pour la plupart des applications.

L'utilisation des fibres de verre dans les composites est principalement limitée par :

* une rigidité insuffisante pour certaines applications (pièces de structure primaire en aéronautique),

* un vieillissementaccéléré au contact prolongé de l'eau, et en présence des rayonnements UV.

Les principaux producteurs sont : Saint GobainVétrotex, Owens Corning, PPG.

On résume dans le tableau suivant les avantages et les inconvénients essentiels des fibres de verre (tableau 1.1).

Avantages	**Inconvénients**
Excellente adhérence Bon rapport de performances mécanique/prix Bonne propriété diélectrique Tenue en température élevée Incombustibilité Dilatation thermique faible	Faible module Vieillissement au contact de l'eau

Tableau 1.1. Avantages et inconvénients des fibres de verre

1.2.1.2. Autres Fibres (tableau 1.2)

D'autres fibres peuvent être utilisées pour applications spécifiques. On peut citer entre autres :

- Les fibres minérales (silice)
- Les fibres végétales (sisal, jute, lin)
- Les fibres synthétiques (polyester, polyéthylène, polypropylène)
- Les fibres métalliques (acier, aluminium, cuivre)

Voici donc résumé, les principales caractéristiques de ces fibres:

Fibre	Diamètre mono-filament (micron)	Masse spécifique (Kg/dm^3)	Résistance traction (MPa)	Résistance compression (MPa)	Résistance flexion (MPa)	Module flexion (GPa)	Choc Charpy (J/cm^3)	Elongation (%)
Verre E	4-13	2.54-2.55	3200-3500	900	1100	73-74	9.8	3-4.8
Verre R	9-10	2.48	3700-4500	1100	1300	86-87	10.6	5.4
Carbone HR	7-8	1.75-1.78	2700-3500	900-1100	1200	230-250	2.2	1.5-1.8
Carbone HM	5-7	1.81-1.96	2700-3500	1300		370-430		0.5-0.6
Aramide	12-19	1.45	2700-2900	190-280	600	130-135	9.1	2.1-2.5
Silice	2.2		3200-3900			62-72		5.1-5.4
Polyester	12	1.38	800-1200			13.4		14-16

Tableau 1.2. Principales caractéristiques des fibres

1.3. Matrices :

La matrice réunit les fibres par ses caractéristiques cohésive et adhésive (Fig1-6). Elle maintient les fibres dans leur orientation et leur position prévues pour les charges appliquées. Elle sert aussi à distribuer les efforts entre les fibres, fournir une résistance à la propagation de fissure, et cède toutes les résistances en cisaillement du composite [3]. La matrice détermine en général la limite de la température d'utilisation et l'environnement de service du matériau.

Il existe un grand nombre de polymères pouvant servir de matrice aux matériaux composites. Ceux parmi les plus utilisés sont les suivants :

• Résines de polyester et de vinylester :

Ce sont les résines les plus utilisées de toutes les matrices, pour des applications commerciale, industrielle, et de transport. L'adhésion avec les fibres de verre est excellente. Les résines de polyester et de vin lester sont en majeure partie limitées aux applications à basses performances à cause d'un problème d'adhésion avec les fibres à hautes performances telles que les fibres de carbone et les fibres aramides [3].

• Résines thermodurcissables :

Lorsqu'une résine thermodurcissable est soumise à une élévation de température, il se crée des réactions chimiques au cours desquelles des liaisons covalentes sont formées entre les chaînes de molécules résultant en un réseau tridimensionnel. Le polymère final se présente sous la forme d'un corps solide et infusible. La polymérisation étant irréversible, ce matériau ne peut être mis en forme qu'une seule fois au moment de sa fabrication.

En règle générale, les matrices thermodurcissables possèdent une faible résistance à l'impact et une faible tenue en température. Les quatre types de résines couramment utilisées dans l'industrie aérospatiale sont les époxydes, les bismaléimides, les poly imides, et les phénoliques.

Les époxydes sont les plus utilisés pour la fabrication de structures aéronautiques. Ils possèdent une combinaison d'avantage quasiment imbattable : facilité de manipulation, flexibilité de traitement, de bonnes propriétés mécaniques, et un prix acceptable [3].

Leur application est cependant limitée à une température maximale comprise entre 80°C et 120°C.

• Résines thermoplastiques :

Les matrices thermoplastiques peuvent être divisées en deux classes selon leurs structures moléculaires : la structure semi-cristalline et la structure amorphe [4]. Ces matrices sont caractérisées par la capacité d'être alternativement ramollies par chauffage au-dessus de la température de fusion ou de ramollissement et durcies par refroidissement. Dans ce cas, la modification de forme et le recyclage du composite sont envisageables. Ces résines possèdent des avantages sur les résines thermodurcissables telles qu'une ténacité améliorée, une déformation à rupture élevée, et une faible absorption d'humidité. De plus, elles ont une durée de stockage illimitée. Cependant, les thermoplastiques amorphes présentent des problèmes de résistance aux solvants organiques [3].

Parmi les résines thermoplastiques, on peut citer la résine polyéther éther cétone (PEEK), la polysulfure de phénylène (PPS), lapolyéther imide (PEI), et la polyamide (PA).

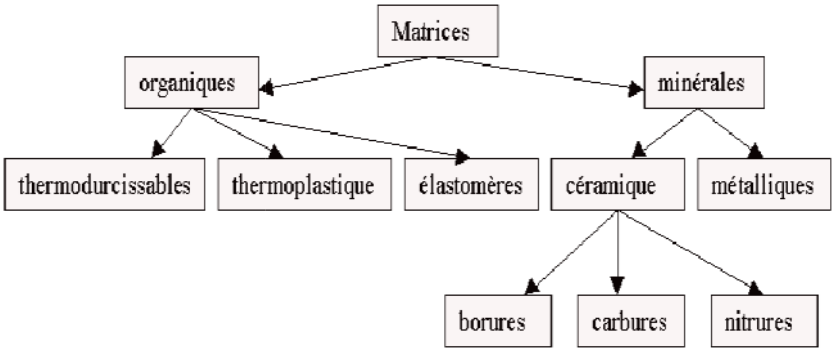


Figure 1-2 : Les différentes familles de matrice[3]

1.4. Classification des matériaux composites :

La classification des composites peut être effectuée selon diverses façons. Une manière simple consiste à les classer par les formes des renforts [3,5]. Les composites sont donc divisés en quatre catégories suivantes (Fig.1-3):

- **Composites à renforts de particules :**

Le renfort est considéré comme une particule si toutes ses dimensions sont approximativement égales et petites devant les autres dimensions du matériau. Les particules dures sont dispersées aléatoirement dans la matrice moins rigide.

- **Composites à renforts de paillettes :**

Les paillettes ont une dimension très faible par rapport aux autres dimensions. La dispersion de ces « particules minces » est généralement aléatoire. Cependant, les paillettes peuvent être rangées parallèlement l'un à l'autre afin d'avoir des propriétés plus uniformes dans le plan.

- **Composites à renforts de fibres :**

Une fibre a une longueur bien supérieure aux dimensions de la section transversale. Ce type de composites peut être divisé selon les renforts : en fibres discontinues (courtes) ou en fibres continues (longues).

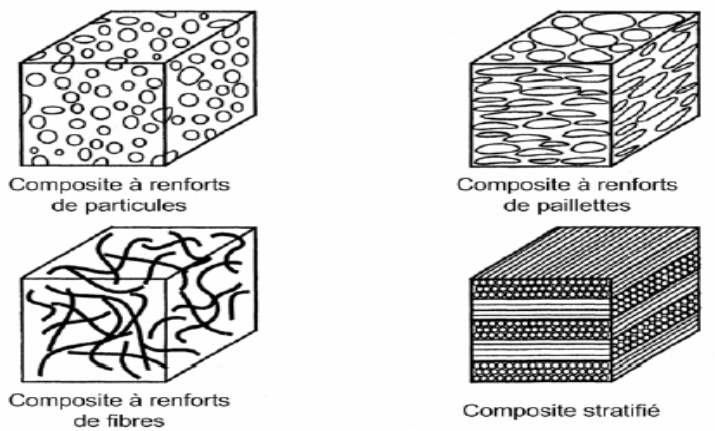


Figure 1-3: Classification des matériaux composites [5]

❖ **Composites stratifiés :**

Un stratifié se compose d'au moins deux couches minces de matériau. Les couches peuvent être constituées de différents matériaux monolithiques comme dans les métaux plaqués ou de même matériau composite empilé selon différentes orientations comme pour des stratifiés composites à renforts de fibres longues (Fig.1-4). Ce dernier devient une classe hybride du composite comportant à la fois le composite à renfort de fibres et la technique de stratification. Ces couches possèdent trois plans de symétries orthogonaux deux à deux, et se comportent d'un point de vue élastique comme un matériau orthotrope. Le choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation du matériau composite. En l'adaptant au mieux au champ de contraintes imposé,les couches unidirectionnelles ont de bonnes performances mécaniques dans la direction des fibres.

Une stratification avec au moins trois directions de fibres sera nécessaire pour avoir une pseudo-isotopique dans le plan de stratifie.

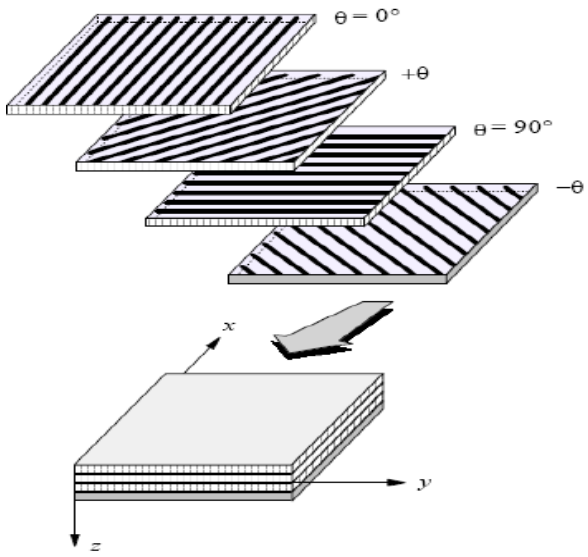


Figure 1-4 : Matériaux composites stratifié avec plusieurs orientations [20].

1.5. Avantages des matériaux composites :

- Gain de masse

- Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombred'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques)

- Grande résistance à la fatigue

- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf

en cas de contact entre de l'aluminium et des fibres de carbone)

- Insensibles aux produits chimiques "mécaniques " comme les graisses, huiles,liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole.

1.6. Inconvénients des matériaux composites :

- Vieillissement sous l'action de l'eau et de la température

- Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes

- Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métalliques

- Meilleure tenue au feu (classement M) que les alliages légers mais émission defumées (classement F) parfois toxiques pour certaines matrices.

- Coût parfois prohibitifs (temps et coût études et mise en œuvre), le gain en coût estsurtout valable pour des grandes séries.

1.7. Facteurs de complexité d'appréhension des composites :

1) Le nombre d'échelles caractéristiques pour décrire entièrement les structures composites, est plus grand que celui d'un matériau homogène type métal. Le choix de l'échelle d'étude est un élément fondamental de tous les travaux sur composites.

Echelle	Constituants	Dimension	m
Nano	Atomes	Angstrom	10^{-10}
Intermédiaire	Interphase F/M		10^{-8}
Micro	Fibre	Quelques microns	10^{-6}
Intermédiaire	Pli	0,15mm à 0,25mm	10^{-4}
Intermédiaire	Stratifié	Quelques mm	10^{-3}
Macro	Structure	Du dm au mètre	10^{-1}

Tableau 1.3 : Liste des échelles caractéristiques pour les métaux.

Echelle	Constituants	Dimension	m
Nano	Atomes	Angstrom	10^{-10}
Micro	Grains	Quelques microns	10^{-6}
intermédiaire	Fictif VER	Dixième de mm	10^{-4}
Macro	Structure	Du dm au mètre	10^{-1}

Tableau 1.4: Liste des échelles caractéristiques pour les composites stratifiés.

Les assemblages de forme géométrique très complexe induit une complexité encore plus patente des champs de contraintes et de déformations, ainsi que des mécanismes de dégradation par micro et/ou macro-défauts.

2) La difficulté d'observation et de mesure des phénomènes physiques de dégradation est due à leur diversité, à la variété de leur échelle. Ainsi, diverses techniques d'observation et de contrôle des structures composites sont utilisées ;contrôle visuel, observation par microscope. Visualisation par radiographie, analyse par émission acoustique, etc…

3) La variabilité des éprouvettes : la sensibilité du processus de fabrication implique de réaliser un nombre suffisant d'essais par conditions données si l'on veut obtenir des résultats ayant une signification quantitative.

4) Corrélativement à l'expansion du champ d'application des matériaux composites.

5) La complexité d'appréhension du chargement réel sur structure composite constitue une difficulté supplémentaire ; les chargements réels sont les plus souvent variables et multiaxiaux : or les essais de ce type sont aussi complexes à mettre en œuvre que d'identification.

1.8. Concept d'homogénéisation pour les matériaux composites :

Le caractère d'hétérogénéité intervient chaque fois que les propriétés physiques ou mécaniques des matériaux sont des fonctions du point. Dans les composites, les propriétés ponctuelles du matériau varient d'une manière discontinue aux interfaces de passage entre les diverses phases. Chaque phase est supposée être homogène et isotrope.

Il existe, généralement une échelle de dimension à laquelle les propriétés du matériau peuvent être moyennées avec une bonne approximation. Ceci signifie que, les propriétés mesurées sur un échantillon de dimension δ sont indépendantes de l'endroit (du point) du matériau où a été prélevé l'échantillon. Dans le cadre d'un tel concept, le matériau peut alors être considéré comme étant effectivement homogène, et les problèmes de calculs des structures peuvent être résolus *en* considérant les propriétés moyennes mesurées à l'échelle δ.

1.9. Comportement mécanique des matériaux composites :

Les matériaux composites possèdent un plus grand nombre de caractéristiques que les matériaux classiques. L'origine de ce fait se trouve dans l'anisotropie et dans une moindre mesure de 1'hétérogénéité de ces matériaux. En conséquence, la mécanique des matériaux composites, pour prendre en compte de façon complète ce nombre important de paramètres, doit faire appel à des notions et des techniques assez complexes. Les mesures expérimentales confirment que les propriétés mécaniques des matériaux composites varient

suivant la direction des fibres, donc ils secomportent comme des matériaux anisotropes [5]. L'étude du comportement d'un tel matériau devient alors plus complexe que si l'on fait certaines hypothèses sur la géométrie de la répartition du renforcement.

1.9.1. Loi de Hooke généralisée :

Dans le cas des matériaux composites, la plupart des fibres présentent un comportement élastique fragile linéaire ; les résines par contre ont un comportement élastique visqueux. Des méthodes analytiques utilisées pour déterminer les différentes propriétés des composites, sont détaillées par Z.Hashin, [6] et Christensen, R [7]. On peut admettre pour les applications les plus fréquentes que le comportement des matériaux composites est pratiquement élastique linéaire.

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & \sigma_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Ou sous forme condensée :

$$\sigma = C.\varepsilon$$

σ : étant la matrice de contrainte.

ε : étant la matrice de déformation.

C : étant la matrice de rigidité.

Cette relation peut être écrite sous la forme inverse suivante : $\varepsilon = S.\sigma$

$S = C^{-1}$: étant la matrice de souplesse.

La loi de Hooke généralisée introduit la matrice de rigidité C symétrique $C_{ij}=C_{ji}$. Cette hypothèse conduit à décrire la loi de comportement d'un matériau avec constante de rigidité dans le cas le plus général d'anisotropie, dans le cas de l'orthotropie, se présentent trois (03) plans de symétrie perpendiculaire. Neuf (9) constantes d'élasticité sont à définir trois (3) modules de Young, trois (3) coefficients de poisson et trois (03) modules de Cisaillement. La matrice de rigidité d'un matériau orthotrope dans les directions principales est donnée par :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Dans le cas de l'isotropie transverse (unidirectionnel). 5 constantes seulement sont nécessaires. Enfin rappelons qu'un matériau isotrope se caractérise par deux constantes *(un* module de Young et un module de cisaillement).

1.9.2. Relations d'élasticité dans un système d'axe quelconque :

La matrice de rigidité d'une couche rapportée à ses axes principaux est donnée par (1.2). Dans un système d'axe quelconque la relation d'élasticité est de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{61} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{62} \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & C_{63} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & \sigma_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Remarque :

-La matrice de rigidité [C] est obtenue en appliquant à la matrice de rigidité exprimée dans la base principale des relations de changement de base.

-Les coefficients de rigidité *Cij* sont déterminés en fonction de modules de l'ingénieur par des essais mécaniques simples.

1.10. Approches théoriques à la détermination des modules de l'élasticité :

La première étape d'un calcul de composite consiste à déterminer les caractéristiques mécaniques du matériau en fonction de celles des constituants : modules d'élasticité de la matrice et des fibres, fraction volumique de fibres, etc. La résolution du problème donné n'est pas simple, et d'autre part la solution n'est pas unique. Plusieurs procédures analytiques sont utilisées pour déterminer les différentes propriétés d'un composite tel que les fractions volumiques et les propriétés des fibres et des matrices, la complexité de problème peut être illustrée simplement en considérant le problème de la détermination de l'arrangement de fibres dans les composites unidirectionnel. En effet il existe plusieurs possibilités d'arrangement des fibres : arrangement hexagonal, arrangement carré et arrangement carré décalé. Ces modèles sont analysés par des calculs numériques ou par des méthodes des éléments finis, Z. Hashin, [6], G. Sendeckyj et C. Chamis, [8].

Les approches théoriquespourdéterminerles modules d'élasticité peuvent être classéessuivant trois méthodes : recherche de bornes en utilisant les théorèmes variationnels de l'énergie, la recherche de solutions exactes et les approches semi-empiriques.

Dans la recherche d'expressions limites, les théorèmes variationnels de l'énergie sont utilisés pour déterminer des bornes supérieures et inférieures des modules d'élasticité. (Les théorèmes variationnels sont utilisés lorsque les solutions exactes du problème mécanique des solides déformables ne peuvent pas être trouvées, leprincipe de cesthéorèmes consiste à rechercher des fonctions

d'approximation [9]. Toutefois, ces approches conduisent dans bien des cas à des bornes trop éloignées qui peuvent être utilisées dans la pratique.

La recherche de solutions exactes est généralement complexe, elle s'effectue dans le cas d'arrangement particuliers des fibres (géométrie de la cellule élémentaire, conditions imposées sur la frontière de la cellule, etc.). La résolution peut être abordée soit par une méthode analytique de type déplacement par exemple, soit par une méthode numérique du type des éléments finis.

Enfin, les méthodes semi-empiriques permettent d'aboutir à desexpressions simplifiées et pratiques des modules qui peuvent être obtenues en faisant une approche trèssimplifiée du comportement mécanique de la cellule élémentaire du matériau compositeunidirectionnel, on développe par suite ces expressions :

-Approches simplifiées :

Il est intéressant de savoir comment, en fonction de l'orientationdu renforcement, évolue le module d'élasticité entre les bonnes propriétés, sens long et les médiocres, sens transverse. Une théorie basée sur des hypothèses de continuité, d'homogénéitéet d'orthotropie du matériau permet ce calcul.

Le module d'élasticité longitudinale d'un composite à renforcement unidirectionnel peut être approché par un calcul analytique simple.

Soit une cellule élémentaire de fraction volumique (V=1), constituée de fibres et de matrice avec :

$\mathbf{V_m}$: fraction volumique de matrice.

$\mathbf{V_f}$: fraction volumique de fibre

$$V = V_m + V_f = 1$$

Hypothèses :

- On travaille en élasticité linéaire.

- On suppose que la liaison fibres/matrices est parfaite.

- Localement, on a : $\sigma_f = E_f\varepsilon_f$ et $\sigma_m = E_m\varepsilon_m$

❖ Module longitudinal

E_l: module homogénéisé d'Young dansla direction longitudinaleàdéterminer.

$\sigma_l = E_l\,\varepsilon_l$

Hypothèse : la déformation est constante dans une section droite, c'est-à-dire que **:**

$\varepsilon_l = \varepsilon_f = \varepsilon_m$

On à : $\sigma_l = \dfrac{F_l}{S_l} = E_l\varepsilon_l = E_l\varepsilon_m = E_l\varepsilon_f \Leftrightarrow \sigma_l = \dfrac{E_l\sigma_f}{E_f} = \dfrac{E_l\sigma_m}{E_m}$

L'équilibre de l'éprouvette s'écrit : $F_l = F_f + F_m$

Avec

F_f: force appliquéeà la fibre.

F_m: force appliquéeà la matrice.

On aura :

$F_f = E_f\varepsilon_f S_f = E_f\varepsilon_l S_f$

$F_m = E_m\varepsilon_m S_m = E_m\varepsilon_l S_m$

Donc : $F_f + F_m = \varepsilon_l\,(E_f S_f + E_m S_m) = F_l$

Or la loi de comportement de l'unidirectionnel s'écrit :

$$\sigma_l = \frac{F_l}{(S_f + S_m)} = E_l\varepsilon_l \Rightarrow F_l = E_l\varepsilon_l.(S_f + S_m)$$

$$\Rightarrow E_l = \frac{E_f S_f}{(S_f + S_m)} + \frac{E_m S_m}{(S_f + S_m)}$$

$$\Rightarrow \quad E_l = E_f V_f + E_m V_m \qquad (1.4)$$

Cette expression est connue sous la loi des mélanges. Relation très bien vérifiée dans la direction des fibres.

- **Module transverse :**

E_t = module homogénéisé dans la direction transverse, à déterminer.

$\sigma_2 = E_t \varepsilon_2$

Simplification du problème,

Hypothèse : la contrainte est constante dans une section droite.

Donc :

$$\sigma_2 = \sigma_f = \sigma_m, \; V\varepsilon_2 = V_f\varepsilon_f + V_m\varepsilon_m \Leftrightarrow \frac{\sigma_2}{E_t} = \left(\frac{V_f\sigma_f}{E_f}\right) + \left(\frac{V_m\sigma_m}{E_m}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{E_t} = \left(\frac{V_f}{E_f}\right) + \left(\frac{V_m}{E_m}\right) \qquad (1.5)$$

Pour un composites stratifié le module d'Young apparent s'exprimera ainsi en fonction de l'orientation des fibres :

$$E_\theta = \frac{1}{\frac{\cos^4\theta}{E_l} + \frac{\sin^4\theta}{E_t} + 2\sin^2\cos^2\theta\left(\frac{1}{2G_{lt}} - \frac{\upsilon_{lt}}{E_l}\right)} \qquad (1.6)$$

- **Coefficient de Poisson et module de cisaillement :**

De façon analogue, on détermine ces deux caractéristiques mécaniques et on trouve que:

$\nu_{lt} = \nu_f V_f + \nu_m V_m$ (1.7)

$$\frac{1}{G_{lt}} = \left(\frac{V_f}{G_f}\right) + \left(\frac{V_m}{G_m}\right) \qquad (1.8)$$

1.11. Equation d'élasticité pour une contrainte plane :

D'une manière- générale, une plaque est un solide limité par deux plans parallèles, dont la dimension transverse est petite en comparaison des deux autres dimensions.

Etat de contraintes planes :

L'état de contraintes planes peut être défini par une contrainte de la forme :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(1.9)}$$

Ou : $\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$.

Il est rencontré si la longueur caractéristique dans une direction (ici la direction 3) est très faible devant les autres, donc l'état de contraintes planes se rencontre dans le cas d'une plaque mince chargée dans son plan.

1.11.1. Matrice de rigidité réduite :

En contraintes planes, et pour un matériau orthotrope la loi de Hooke généralisée, exprimée dans un repère quelconque du plan de la plaque, s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{61} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{62} \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & C_{63} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & \sigma_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(1.10)}$$

Les coefficients de rigidité C_{ij} sont déterminés en fonction des modules de l'ingénieur par des essais simples.

Il vient doncque :

$$\varepsilon_4 = 0$$

$$\varepsilon_5 = 0$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{C_{33}}\left(C_{13}\varepsilon_1 + C_{23}\varepsilon_2 + C_{63}\varepsilon_6\right)$$

Il est possible d'exprimera, σ_1, σ_2, et σ_{66} en fonction de ε_1 ε_2 et ε_6 :

$$\sigma_1 = \left(C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}}\right)\varepsilon_1 + \left(C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}}\right)\varepsilon_2 + \left(C_{16} - \frac{C_{13}C_{36}}{C_{33}}\right)\varepsilon_6$$

$$\sigma_2 = \left(C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}}\right)\varepsilon_1 + \left(C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}}\right)\varepsilon_2 + \left(C_{26} - \frac{C_{23}C_{36}}{C_{33}}\right)\varepsilon_6$$

$$\sigma_6 = \left(C_{16} - \frac{C_{13}C_{36}}{C_{33}}\right)\varepsilon_1 + \left(C_{26} - \frac{C_{23}C_{36}}{C_{33}}\right)\varepsilon_2 + \left(C_{66} - \frac{C_{36}^2}{C_{33}}\right)\varepsilon_6$$

L'équation de comportement du monocouche peut donc s'écrire :

$$\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_6\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & Q_{16}\\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26}\\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\end{pmatrix} = [Q]\begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\end{pmatrix} \qquad (1.11)$$

La matrice symétrique $[Q]$ est appelée « matrice de rigidité réduite ». Elle représente le comportement de la couche anisotrope en contraintes planes.

Dans le cadre de l'étude des matériaux orthotropes, la matrice $[Q]$ devient dans le repère d'orthotrope (directions principales) :

$$[Q] = \begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}$$

1.11.2. Détermination des modules d'élasticité :

Si le composite subit une traction pure selon chacun de ses axes principaux ou un cisaillement plan dans ses axes principaux, on montre facilement que:

$$E_1 = \frac{\sigma_l}{\varepsilon_l} = Q_{11} - \frac{Q_{12}^2}{Q_{22}}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2} = Q_{22} - \frac{Q_{12}^2}{Q_{11}}$$

$$\upsilon_{12} = -\frac{Q_{12}}{Q_{11}} \qquad \textbf{(1.12)}$$

$$\upsilon_{21} = -\frac{Q_{21}}{Q_{22}}$$

$$G_{12} = \frac{\sigma_6}{\varepsilon_6} = Q_{66}$$

Les relations précédentes permettent d'exprimer les constantes de rigidité réduites en fonction des modules d'élasticité dans les axes principaux :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}} = \frac{E_1}{1-\frac{E_2}{E_1}\upsilon_{12}^2} \qquad \textbf{(1.13)}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}} = \frac{E_2}{1-\frac{E_2}{E_1}\upsilon_{12}^2}$$

$$Q_{12} = \frac{\upsilon_{12}E_2}{1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}} = \upsilon_{12}Q_{22}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

1.12. Théorieclassique des stratifiés:

La théorie classique des stratifiés est appliquée pour déterminer les champs de contraintes et déformations dans les stratifiés dans les cas des faibles épaisseurs. La valeur typique de (épaisseur d'un pli est comprise entre 0.13 mm et 0.35 mm). Les plaques minces sont analysées par la théorie élastique des contraintes planes [10] [11].

Les hypothèses classiques de la plaque mince sont:

1- L'épaisseur de la plaque est très petite ;
2- les déformations en cisaillement transverse sont négligeables (les déformations sur la surface de la plaque sont très petites γ_{xz}= 0 et γ_{yz}= 0) ;

3- les points situés sur une normale au plan moyen avant déformation restent sur un segment de droite au cours de la déformation ;

4- la contrainte normale à la surface de la plaque est négligeable.

1.12.1. Champs de déplacements :

Dans la théorie des plaques, on ramène le comportement des points de la plaque à celui de la surface moyenne et on suppose un champ de déplacement selon la variable x_3.

$$u_1(x_1,x_2,x_3)=u_1(x_1,x_2,0)+x_3\varphi_1(x_1,x_2)+x_3^2\psi_1(x_1,x_2)+x_3^3\phi_1(x_1,x_2).$$

$$u_2(x_1,x_2,x_3)=u_2(x_1,x_2,0)+x_3\varphi_2(x_1,x_2)+x_3^2\psi_2(x_1,x_2)+x_3^3\phi_2(x_1,x_2). \quad (1.14)$$

$$u_3(x_1,x_2,x_3)=u_3(x_1,x_2,0)+x_3\varphi_3(x_1,x_2)+x_3^2\psi_3(x_1,x_2).$$

L'expression (1.14) est un développement en série selon x_3. Comme x_3 reste faible devant les autres dimensions, on supposera qu'un schéma du premier degré est suffisant (hypothèse de Hencky- Medlin) [13] [14]. D'autre part, on notera :

$u_1(x_1,x_2,0)=u_1^0(x_1,x_2)$ de même pour $u_2(x_1,x_2,0)=u_2^0(x_1,x_2)$ et $u_3(x_1,x_2,0)=u_3^0(x_1,x_2)$.

L'expression (1.14) devient :

$$u_1(x_1,x_2,x_3)=u_1^0(x_1,x_2)+x_3\varphi_1(x_1,x_2) \quad (1.15)$$

$$u_2(x_1,x_2,x_3)=u_2^0(x_1,x_2)+x_3\varphi_2(x_1,x_2)$$

$$u_3(x_1,x_2,x_3)=u_3^0(x_1,x_2,0)$$

1.12.2. Expression déformation / contrainte

Le champ des déformations est la superposition des déformations en membrane et des déformations en flexion et torsion :

a) des déformations en membrane :

$$\varepsilon_m(M)=\begin{bmatrix}\varepsilon_{xx}^0\\ \varepsilon_{yy}^0\\ \varepsilon_{xy}^0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u_1^0}{\partial x_1}\\ \dfrac{\partial u_2^0}{\partial x_2}\\ \dfrac{\partial u_1^0}{\partial x_1}+\dfrac{\partial u_2^0}{\partial x_2}\end{bmatrix} \quad (1.16)$$

b) des déformations en flexion et torsion :

$$\varepsilon_f(M)=\begin{bmatrix}\varepsilon_{11}^f\\ \varepsilon_{22}^f\\ \varepsilon_{12}^f\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 u_3^0}{\partial x_1^2}\\ \dfrac{\partial^2 u_3^0}{\partial x_2^2}\\ 2\dfrac{\partial^2 u_3^0}{\partial x_1\partial x_2}\end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation : (1.18)

$$\varepsilon_f(M) = x_3 k(x,y)$$

La déformation totale est de la forme :

$$\varepsilon_{mf}(M) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ \varepsilon_{12}^0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

La loi de comportement s'écrit comme suivant :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ \tau_{12}^0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

1.12.3. Expression des efforts résultants :

À l'échelle du stratifié les efforts auxquels est soumise la plaque sont les sommes des contraintes exercées sur chacune des n couches (indicés k) constituant la plaque.

$$N(x_1,x_2) = \begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \end{pmatrix} = \sum_1^n \int_{h^{k-1}}^{h^k} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} dX_3 \quad (1.21)$$

À partir des expressions (1.20) (1.21), nous obtenons :

$$N = A_{lj}\varepsilon_m + B_{lj}k \quad (1.22)$$

En introduisant les matrices :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (h_k - h_{k-1}) Q_{ij}$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q_{ij} \quad (1.23)$$

L'expression développée des résultantes s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{0} \\ \varepsilon_{22}^{0} \\ \gamma_{12}^{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

De même, on définit les moments de flexion M_{11}et M_{22}, et de torsion M_{12} :

$$M(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{pmatrix} = \sum_{1}^{n} x_3 \int_{h^{k-1}}^{h^k} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}^{k} dx_3 \quad (1.25)$$

À partir des expressions (1.20) (1.25), nous obtenons :

$$M_f = B_{ij}\varepsilon_m + D_{ij}k \quad (1.26)$$

en introduisant la nouvelle matrice :

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n} (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q_{ij} \quad (1.27)$$

L'expression développée des moments s'écrit sous la forme :

$$\begin{pmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{0} \\ \varepsilon_{22}^{0} \\ \gamma_{12}^{0} \end{pmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

1.12.4. Équation constitutive :

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moments en fonction des déformations en membrane et des courbures. Elle s'obtient en regroupant les expressions (1.24) (1.28), suivant une seule écriture matricielle sous la forme :

$$\begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{22} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{66} & B_{16} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{0} \\ \varepsilon_{22}^{0} \\ \gamma_{12}^{0} \\ k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

Ou sous forme contractée :

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ k \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

La matrice intervenant dans l'expression (1.29) est la matrice de rigidité du stratifié, décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié à un point. La matrice A est la matrice de rigidité en membrane, D est la matrice de rigidité en flexion et B la matrice de couplage membrane-flexion-torsion.

Divers couplages peuvent être observés et mis en évidence. Le couplage traction-cisaillement provient des termesA_{16} et A_{26}, le couplage membrane-flexion résulte des termes B_{11}, B_{12} et B_{22}, alors que le couplage membrane-torsion résulte des termes B_{16}, B_{26}. Enfin, le couplage flexion- torsion résulte des coefficients D_{16} et D_{26}.

Les coefficients A_{ij}, B_{ij} et D_{ij} de l'équation constitutive d'un stratifié s'expriment à partir des constantes de rigidité réduites des couches, obtenues pour chaque couche en fonction des modules de l'ingénieur.

1.13. Détermination des déformations et des contraintes :

L'équation constitutive (1.29) exprime les résultantes en membrane N_1, N_2, N_{12} et les moments de flexion-torsion M_1, M_2 et M_{12} en fonction des déformations en membrane ε_{11}^0 , ε_{22}^0 et γ_{12}^0, et des courbures k_1, k_2 et k_{12} . Les problèmes de conception des structures en matériaux composites nécessitent de résoudre le cas inverse : connaissant les résultantes en membrane et les moments, trouver les déformations et les courbures, puis les contraintes.

L'expression (1.29) peut être réécrite en séparant la matrice N des résultantes en membrane et la matrice M_f des moments :

$$N = A\varepsilon_m + Bk \Rightarrow \varepsilon_m = A^{-1}N - A^{-1}Bk$$

$$M_f = B\varepsilon_m + Dk \Rightarrow M_f = BA^{-1}N + (D - BA^{-1}B)k \quad (1.31)$$

On peut écrire :

$$\varepsilon_m = A^* N + B^* k$$

$$M_f = C^* N + D^* k \quad (1.32)$$

Avec :

$$A^* = A^{-1}$$

$$B^* = -A^{-1}B$$

$$C^* = BA^{-1} = (-B^*)^{-1}$$

$$D^* = D - BA^{-1}B = D + BB^*$$

De l'expression (1.32)nous tirons :

$$k = D^{*-1}M_f - D^{*-1}C^* N \quad (1.33)$$

Et en reportant dans (1.31) :

$$\varepsilon_m = (A^* - B^* D^{*-1} C^*)N + B^* D^{*-1} M_f \quad (1.34)$$

Les deux dernières équations peuvent être regroupées pour obtenir la forme inverse de l'équation constitutive des stratifiés, soit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ B' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Avec :

$$A' = A^* - B^* D^{*-1} C^* = A^* + B^* D^{*-1} B^{*t}$$

$$B = B^* D^{*-1} = -D^{*-1} C^* = D^{*-1} B^{*t}$$

$$C = -D^{*-1} C^* = B^t$$

$$D = D^{*-1}$$

1.14. Influence de l'empilement des couches :

L'empilement des couches (nature des couches, orientation, séquence d'empilement, etc.) conditionne la structure de la matrice de rigidité, dont la forme générale est donnée par la relation (1.29), les paragraphes suivants sont consacrés à l'étude de cas particuliers de stratifiés pour lesquels la matrice de rigidité a une forme simplifiée.

1.14.1. Cas d'une couche :

1.14.1.1. Couche orthotrope rapportée à ses axes principaux :

Pour une couche orthotrope, d'épaisseur e, dont les axes principaux sont confondus avec les axes de références de la plaque (axes de référence des contraintes et des déformations exercées sur la plaque), l'équation constitutive de la plaque s'écrit :

$$\begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ \gamma_{12}^0 \\ k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

Ou : $A_{ij} = Q_{ij} e \; B_{ij} = 0 \; D_{ij} = Q_{ij} \frac{e^3}{12}$

Les résultantes en membrane (N_{11}, N_{22}, N_{12}) dépendent uniquement des déformations de membrane ($\varepsilon_{11}^0, \varepsilon_{22}^0, \gamma_{12}^0$) et les moments de flexion et de torsion (M_1, M_2 , M_{12}) dépendent uniquement des courbures de plank$_{11}$, k$_{22}$, k$_{12}$.

1.14.1.2. Couche orthotrope non rapportée à ses axes principaux :

Dans le cas où les axes principaux de la couche orthotrope ne coïncident pas avec les axes de référence des contraintes, l'équation constitutive de la plaque orthotrope s'écrit :

$$\begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ \gamma_{12}^0 \\ k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix} \quad (1.37)$$

Nous observons que les résultantes normales (N_{11} ,N_{22}) dépendent des déformations axiales ($\varepsilon_{11}^0, \varepsilon_{22}^0$) ainsi que de la déformation en cisaillement (γ_{12}^0). Il existe donc un couplage traction-cisaillement. De la même manière pour les moments, il existe un couplage flexion-torsion.

1.14.2. Cas d'un stratifié multicouches :

Assez souvent, la réalisation des stratifiés est faite à partir des couches ayant les mêmes caractéristiques (mêmes constituants, mêmes configurations géométriques mêmes épaisseurs. etc.) mais ayant des orientations différentes de leurs axes principaux par rapport aux axes de référence du stratifié, par conséquent il y a plusieurs stratifiés (stratifiés symétriques, antisymétriques, croisés, équilibrés, alternés, etc.), pour déduire l'équation constitutive d'un stratifié. il faut déterminer la matrice de rigidité réduite $[Q]$ des couches, obtenues pour chaque couche en fonction des modules de l'ingénieur et avec les expressions (1.23) (1.27) on déduit les coefficients A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}. On note que chaque type de stratifié possède une matrice de rigidité distinctive.

Exemple : Stratifiés symétriques

Un stratifié est symétrique si le plan moyen est un plan de symétrie. Deux couches symétriques ont :

- la même matrice de rigidité réduite $[Q]_k$.
- la même épaisseur e_k
- des cotes opposées z_k et $-z_k$.

La matrice de rigidité réduite de chaque couche est dans ce cas de la forme :

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}$$

Ou Q_{ij} obtenues en fonction des modules de l'ingénieur.

Les coefficients de rigidité du stratifié s'expriment suivant :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (Q_{ij}) e_k \quad B_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (Q_{ij}) e_k z_k \quad D_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (Q_{ij}) \left(e_k z_k^2 + \frac{e_k^3}{12} \right)$$

Il en résulte que les coefficients B_{ij} de la matrice de rigidité du stratifié sont nuls. L'équation constitutive est de la forme générale :

$$\begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ \gamma_{12}^0 \\ k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{pmatrix}$$

La matrice de rigidité est de la même forme que celle obtenue en (1.37), il n'existe donc pas de couplage membrane-flexion.

2. ENDOMMAGEMENT DES COMPOSITES :

2.1. Mécanismes d'endommagement dans les composites :

De manière générale, l'endommagement est défini comme étant un ensemble de changements microstructuraux au sein du matériau, qui occasionnent une détérioration irréversible plus ou moins importante. Lors de la sollicitation d'une structure stratifiée, la dégradation de ses propriétés est effective, bien avant sa rupture finale. En outre pour les matériaux composites, notamment ceux à forte anisotropie, la géométrie dépend, non pas du mode de chargement comme pour les matériaux métalliques, mais de l'arrangement géométrique des constituants du composite. Notons également que l'endommagement présente un caractère unilatéral, les microfissures pouvant se refermer sous l'action du chargement [15].

L'endommagement dans les matériaux composites est dû aux hétérogénéités qui engendrent des concentrations de contrainte (figure 2.1). C'est le cas à l'interface entre fibre et matrice où on peut voir apparaître des décohésions. L'anisotropie provoque également des concentrations de contrainte, notamment à l'interface entre deux plis d'orientations différentes, provoquant des délaminages.

Les mécanismes d'endommagement des composites unidirectionnels dépendent essentiellement du mode de sollicitation [16] [17]. **[**Certains niveaux de sollicitations pouvant conduire à la rupture. Durant ce processus de dégradation, plusieurs mécanismes d'endommagement à l'échelle microscopique sont généralement mis en jeu [16][18]. Quatre principaux modes d'endommagement peuvent intervenir sur un composite unidirectionnel : l'endommagement matriciel, la décohésion inter faciale fibre/matrice, le délaminage et les ruptures de fibres.

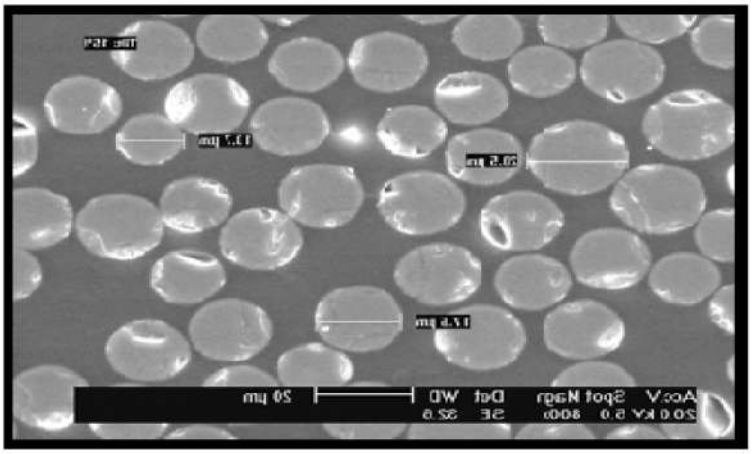


Figure 2.1. Matériau hétérogène

2.1.1 Fissurations de matrice :

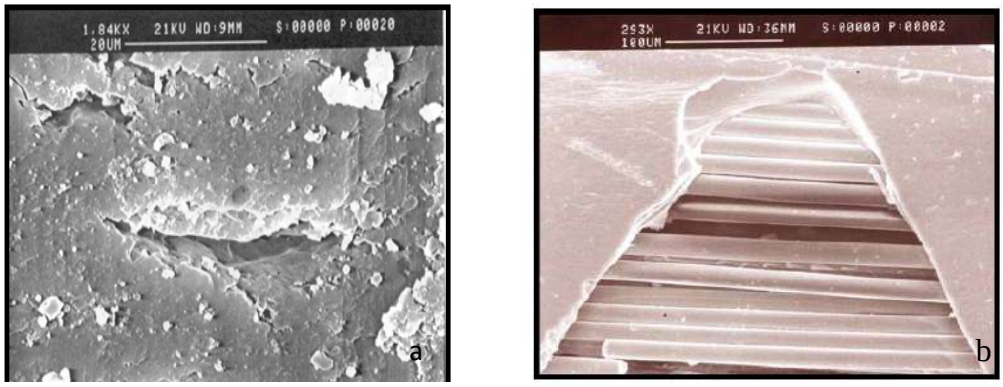


Figure 2.2. Fissuration matricielle :
(a) microfissures dans la matrice (b) fissuration transverse

Des microfissurations apparaissent au niveau de la matrice suivi d'une fissure plus importante qui se propage perpendiculairement à la sollicitation (Figure 2.2). Ce phénomène se déroule en deux étapes (figure 2.3) :

(a) des microfissurations apparaissent au niveau de défauts présents dans la matrice (inclusions, porosités…) ; (b) une fissure se propage ensuite selon la direction perpendiculaire à la sollicitation. Si la contrainte en fond de fissure est suffisamment importante, la fissure peut provoquer, à l'arrivée à une interface, une rupture de fibre ou un décollement inter facial (l'une de ces deux possibilités sera favorisée par rapport à l'autre selon la plus ou moins bonne cohésion fibre / matrice). Il arrive que certaines fissures se ferment selon le sens de la sollicitation et selon la forme de ces dernières (figure 2.3 b).

La fissuration de la matrice peut se produire, soit par fissuration transverse, lorsque la contrainte de traction σ_{mt} dans la matrice atteint la contrainte à la rupture σ_{mr} de la matrice, soit par fissuration longitudinale, lorsque la contrainte de cisaillement τ_{mt} dans la matrice atteint la contrainte en cisaillement à la rupture τ_{mr}[19].

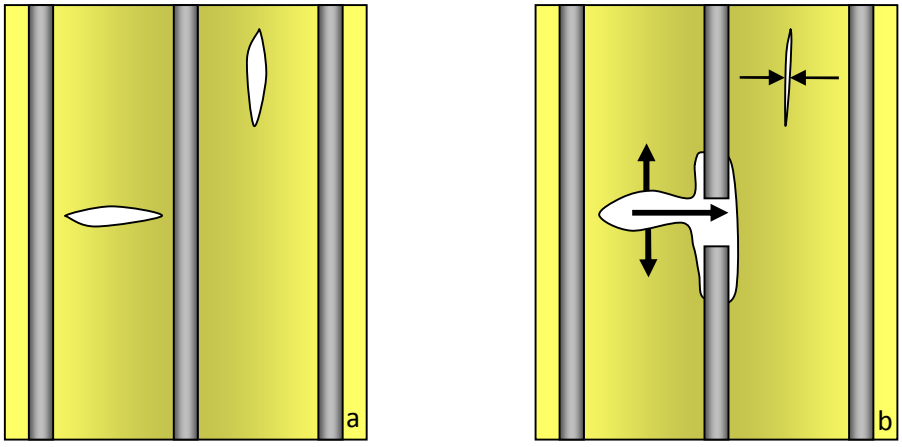


Figure 2.3. Fissuration matricielle au sein d'un composite unidirectionnel
Initiation (a) et propagation (b) avec décohésion

2.2.Décohésions inter faciales fibre/matrice :

A l'échelle microscopique apparaissent les ruptures d'adhérence entre les fibres et la matrice, c'est un décollement aux interfaces. Chacun des mécanismes cités précédemment s'accompagne en général de décohésions aux interfaces fibre/matrice (figure 2.4). De la qualité de l'adhésion à l'interface dépendra grandement le mode de rupture lors d'un essai : en traction dans l'axe des fibres, par exemple, une interface très résistante aura pour conséquence une rupture de type fragile (chaque rupture de fibre s'accompagne d'une propagation de la fissure perpendiculairement à la contrainte); en revanche si l'interface est faible le composite se comporte comme un faisceau de fibres non liées (une fibre cassée ne participe plus à la résistance de l'ensemble).

La décohésion fibre-matrice se produit lorsque la contrainte de décohésion τ_d est inférieure à la contrainte en cisaillement à la rupture de la matrice τ_{mr}. Il se produit une rupture par décohésion de l'interface fibre-matrice, puisque $\tau_{mr}>\tau_d$ (figure 2.4).

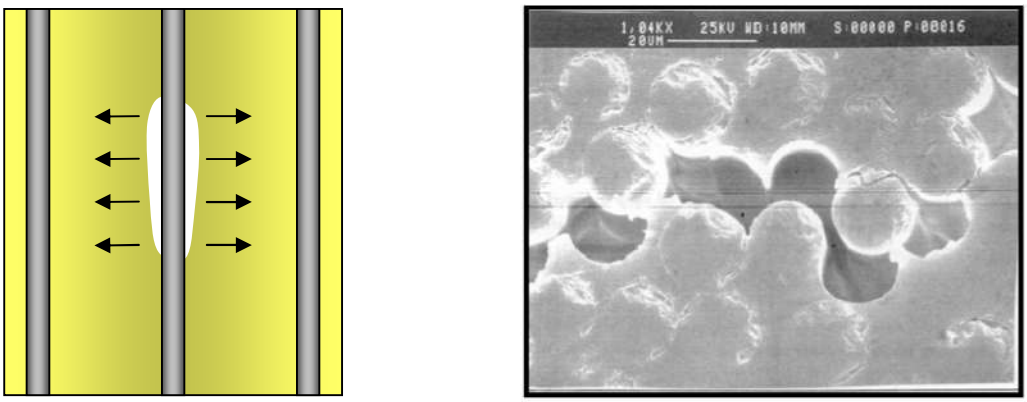


Figure 2.4. Décohésion fibre-matrice

2.3. Mécanismes de rupture des stratifiés composites :

L'étude des matériaux composites comporte plusieurs thèmes tels que procédés de fabrication, élasticité anisotrope, micromécanique, etc. Nous nous intéressons au sujet de l'endommagement de ces matériaux, plus particulièrement des stratifiés composites à renforts de fibres longues. Ce type de matériau est très répandu dans des applications où la réduction de poids est critique. Comme l'utilisation s'agrandit, la probabilité des ruptures éventuelles est également augmentée. La capacité de caractériser les ruptures, par exemple en termes des modes de rupture, des paramètres ou des valeurs critiques à la rupture, est essentielle pour assurer l'intégrité des pièces en service et pour la conception des futurs produits.

La rupture des stratifiés composites peut se produire de plusieurs façons très complexes. Les modes de rupture dépendent de la stratification et de la direction du chargement par rapport à l'orientation des fibres. Les Figure (2-5) et Figure (2-6) montrent les allures des ruptures par flexion et par traction respectivement. Des différences remarquables à l'échelle macroscopique peuvent être constatées selon différentes stratifications. Etant donné la diversité de la stratification et du chargement, des modes de rupture bien définis à l'échelle macroscopique ne peuvent pas, en général, être identifiés [20].

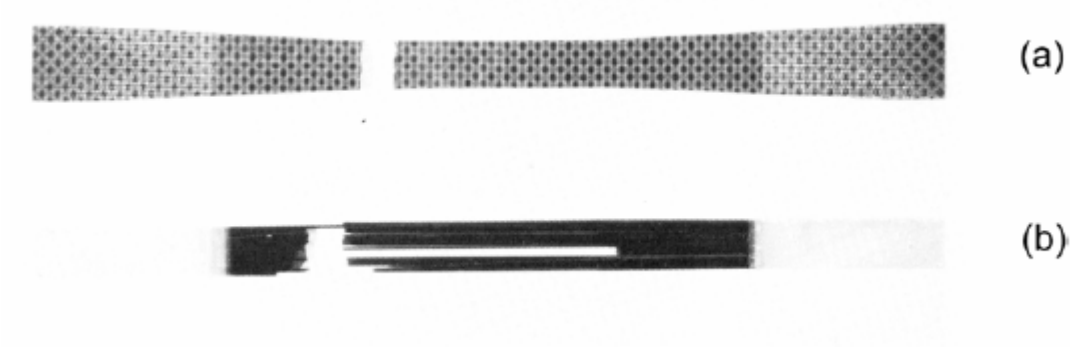


Figure 2-5 : Ruptures par traction de différentes séquences d'empilement (a) 0°/90° tissu et (b) Unidirectionnelle [20].

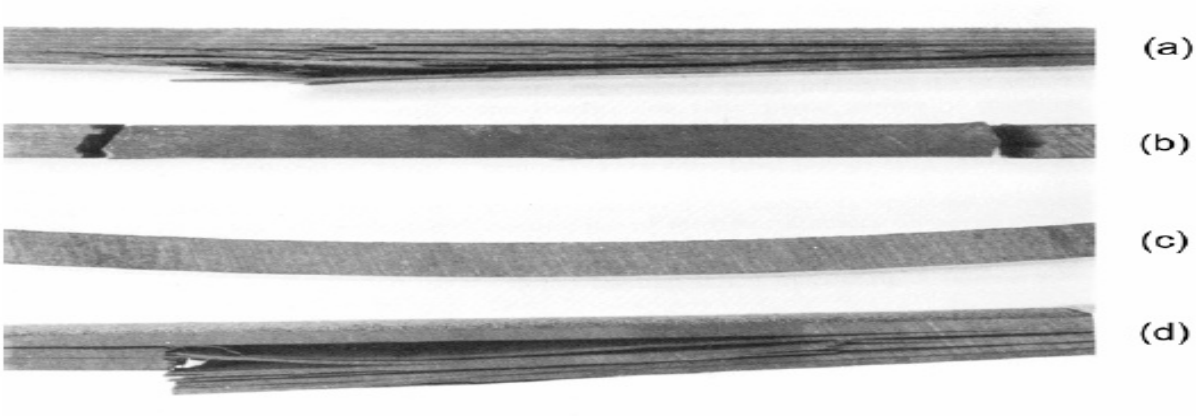


Figure 2-6 : Ruptures par flexion de différentes séquences d'empilement
(A) Quasi-isotrope, (b) Unidirectionnelle, (c) ±45° et (d) 0°/90° [20].

La description de la rupture à l'échelle du pli est, par contre, relativement efficace pour le classement des mécanismes de rupture. Les stratifiés à renforts de fibres longues ont trois types de rupture : rupture intra laminaire, rupture inter laminaire, et rupture translaminaire [20].

Ces trois mécanismes de rupture (Figure 2-7) définissent le plan de rupture par rapport aux constituants du matériau. La rupture intra laminaire se trouve à l'intérieur d'un pli tandis que la rupture inter laminaire décrit une rupture entre deux plis adjacents. La rupture translaminaire est orientée transversalement à l'orientation de fibres dans le pli endommagé.

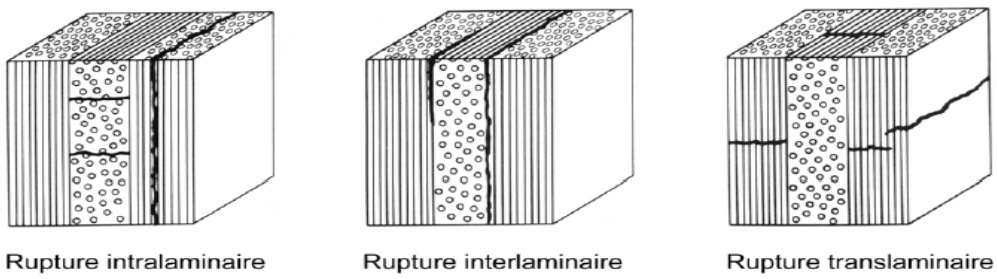


Figure 2-7 : Mécanismes de rupture dans un stratifié 0/90/0[20].

Avec cette convention, les ruptures des stratifiés à renforts de fibres longues peuvent être décrites en termes des mécanismes de rupture à l'échelle du pli, identifiables par des observations microscopiques sur les surfaces de rupture.

2.3.1. Rupture intra laminaire :

La rupture intra laminaire est due principalement à la faible résistance de la matrice et de l'adhérence entre la matrice et les fibres. Elle est provoquée par les contraintes dans le plan du stratifié. Un pli se détériore par la contrainte résultante en traction dans la direction normale aux fibres. Ce type de rupture est donc couramment appelée la « fissuration transverse ».

Normalement cette fissuration de la matrice se produit bien avant la rupture de fibre.

Dans les stratifiés multidirectionnels, la fissuration transverse se présente, en général, successivement du pli le plus faible au plus résistant. Par exemple, la Figure (2-8) présente un stratifié [0/90/+45/-45]S d'un graphite/époxy qui subit une traction uni axiale. La première fissure apparaît dans les plis de 90°. Quand la charge augmente, plus de fissures se développent mais elles restent dans les plis de 90°. Lorsque la charge augmente davantage, des fissures se produisent dans les plis adjacents (+45°), puis elles continuent vers les interfaces +45°/-45° [21].

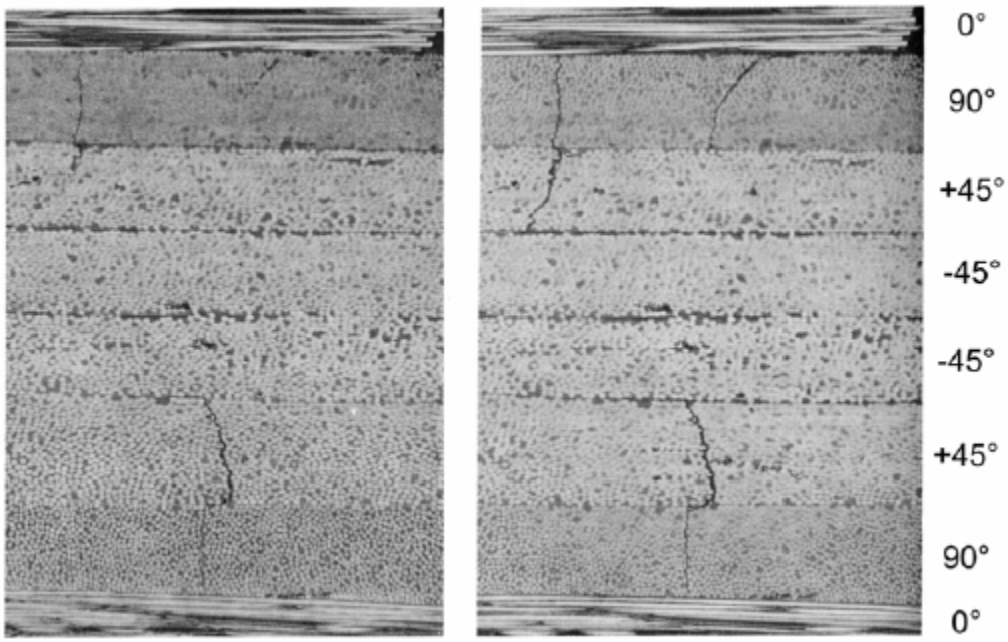


Figure 2-8 : Evolution de la fissuration transverse [26].

Les contraintes intra laminaires et les contraintes inter laminaires ne sont pas deux grandeurs indépendantes parce qu'elles sont couplées par les relations d'équilibre de la pièce sur laquelle elles agissent [22,23]. Par conséquent, l'apparition de la fissuration transverse peut induire une nouvelle répartition des contraintes et provoquer la rupture inter laminaire[23]. En effet, la rupture intra laminaire et la rupture inter laminaire se produisent souvent dans les stratifiés bien avant la rupture totale de ceux-ci.

2.3.2 Rupture inter laminaire :

La rupture inter laminaire se produit dans l'interface entre deux plis d'un stratifié. La surface de rupture montre, en général, la rupture de la matrice et la décohésion fibre/matrice. Ces mécanismes impliquent peu de rupture de fibres. Comme pour les matériaux métalliques, la rupture peut être en mode I (ouverture), mode II (glissement droit), mode III (glissement vis), ou une combinaison des trois modes. Bien que le mode III soit moins étudié, un grand

nombre d'études décrivent les mécanismes de séparation en mode I et mode II (Figure 2-9) [20].

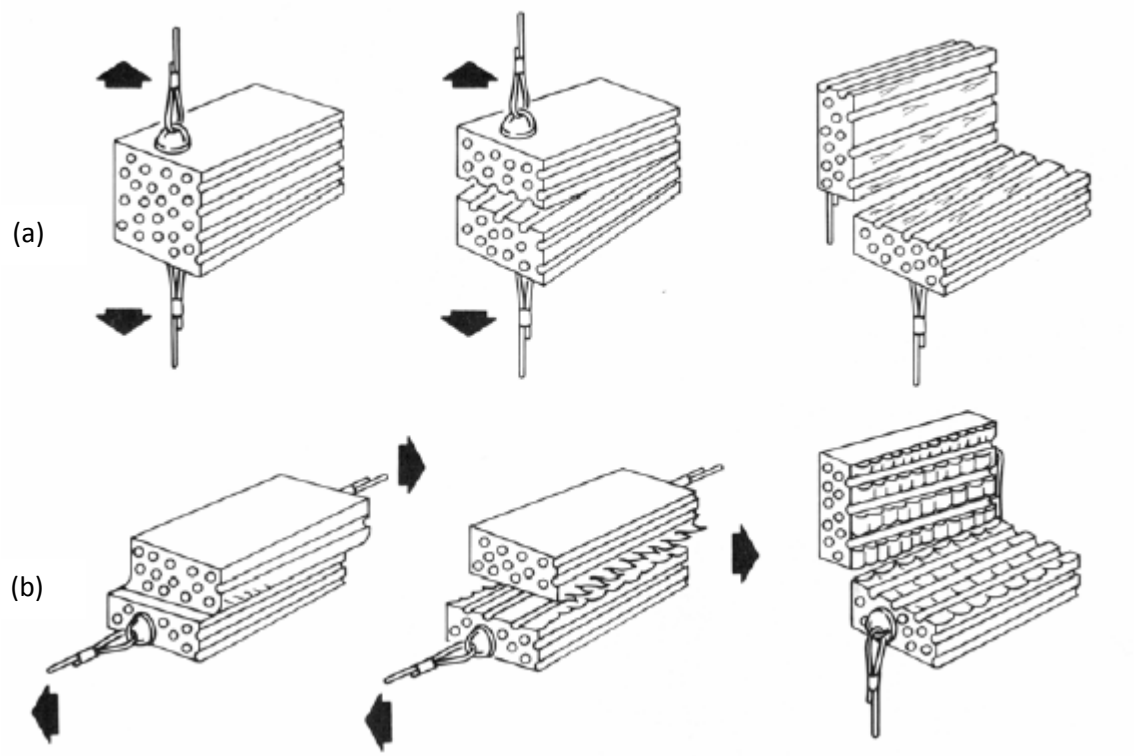


Figure 2-9 : Schéma de la rupture inter laminaire
(a) Traction (Mode I) et (b) Cisaillement (Mode II) [20].

2.3.3 Rupture translaminaire :

La rupture translaminaire concerne la rupture de fibres. Les surfaces de rupture sont donc généralement marquées par la morphologie rugueuse des bouts de fibres. En effet, la contrainte à rupture des fibres est plus importante que celle de tous les autres constituants d'un stratifié composite. Par conséquent, ce mécanisme de rupture entraîne souvent la rupture totale du stratifié. La rupture translaminaire peut être séparée en deux modes selon les chargements : la rupture par traction et le micro-flambage par compression. La rupture peut être provoquée par un mode individuel ou une combinaison des deux modes.

2.4. Délaminage :

L'un des avantages majeurs des stratifiés composites à renforts de fibres longues est la capacité d'orienter les fibres de chaque pli afin d'avoir les propriétés, souvent la résistance et la rigidité, appropriées aux chargements dans les directions prévues. Par exemple, une plaque stratifiée peut avoir une rigidité en traction dans une direction deux fois supérieure à celle dans une autre direction. Malgré d'excellentes propriétés dans le plan, les stratifiés présentent un problème propre aux matériaux réalisés par stratification : la rupture inter laminaire. Ce mécanisme de rupture se caractérise par un décollement ou une décohésion entre les plis du stratifié. Il est couramment appelé le « délaminage ».

2.4.1. Phénomènes physiques du délaminage :

Un stratifié soumis à un chargement présent différentes étapes de dégradation. Dans le scénario d'évolution des défauts le plus « classique » [24], la matrice et l'interface fibre/matrice sont les premières à se détériorer (Figure 2-10-a). Les premiers défauts sont donc la microfissuration de la matrice et la décohésion fibre/matrice à l'échelle microscopique. Ensuite, ces défauts s'agrandissent de façon stable à l'échelle du pli par coalescence (Figure 2-10-b), les micro-défauts se rejoignent pour former des fissurations transverses. Les fissures transverses peuvent parvenir à l'interface des plis et provoquer le délaminage sous l'effet des contraintes inter laminaires (Figure 2-10-c). Ces défauts et leur évolution dépendent de l'empilement, du nombre de plis, du chargement, et de la taille et de la forme de la structure considérée.

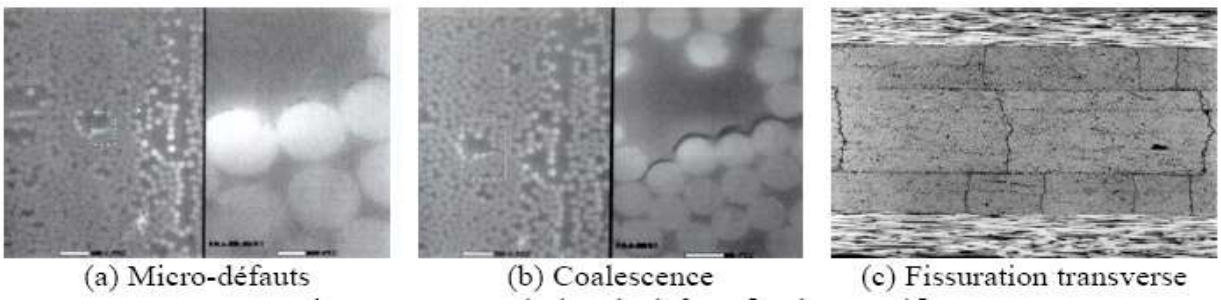


Figure 2-10 : Evolution de défauts [23].

Les micro-mécanismes principaux de l'endommagement qui accompagnent un délaminage sont présentés schématiquement dans la Figure (2-11) [25]. Ils incluent :

• Zone endommagée : La forte concentration de contraintes autour de la pointe de fissure provoque une zone endommagée où se trouvent la déformation plastique et/ou des microfissures de la matrice.

• Fissures latérales : Après le passage de la fissure, les microfissures dans la zone endommagée peuvent se transformer en des fissures latérales de la matrice autour du plan de délaminage

• Pontage de fibres : La présence de fissures au dessus ou en dessous du plan de délaminage facilite la création de ponts de fibres reliant les deux surfaces délainées. Certains ponts de fibres se rompent pendant l'avancée du délaminage.

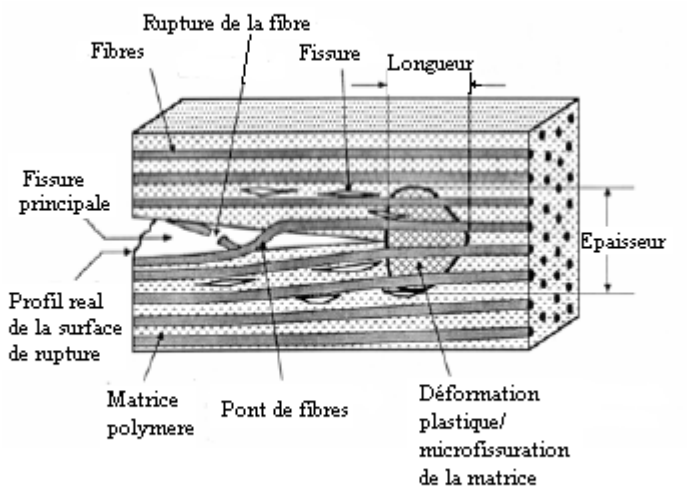


Figure 2-11: Mécanismes de l'endommagement accompagnant le délaminage [24].

2.4.2. Origines du délaminage :

La cause de délaminage peut être attribuée, en termes généraux, à l'existence des contraintes

Inter laminaires. Ces contraintes entre plis peuvent être critiques dans les zones suivantes :

2.4.2.1. Défaut de fabrication :

Des défauts internes au sein de stratifié tels que des micro-vides ou des impuretés peuvent survenir lors de sa fabrication. Même sous des chargements dans le plan, les contraintes inter laminaires se développent dans les champs de contraintes à ces sites à cause des discontinuités locales [26].

2.4.2.2 Bord libre :

En ce qui concerne les stratifiés composites multidirectionnelles, les contraintes inter laminaires se développent à cause de la discontinuité de comportement mécanique entre les plis individuels [26]. Par exemple, un stratifié [45/-45/-45/45] sous un chargement de traction simple présente une contrainte inter laminaire au voisinage des bords de l'éprouvette qui devient singulière aux bords libres. Par conséquent, ce phénomène est nommé « l'effet de bord libre ». L'intensité de cet effet dépend fortement de la séquence d'empilement des stratifiés [1,27].

2.4.2.3. Application structurale :

L'utilisation des pièces composites dans une structure nécessite des formes spécifiques et des moyens de les assembler avec les autres éléments. La Figure(2-12) présente cinq zones assez courantes des pièces structurales qui présentent une discontinuité locale.

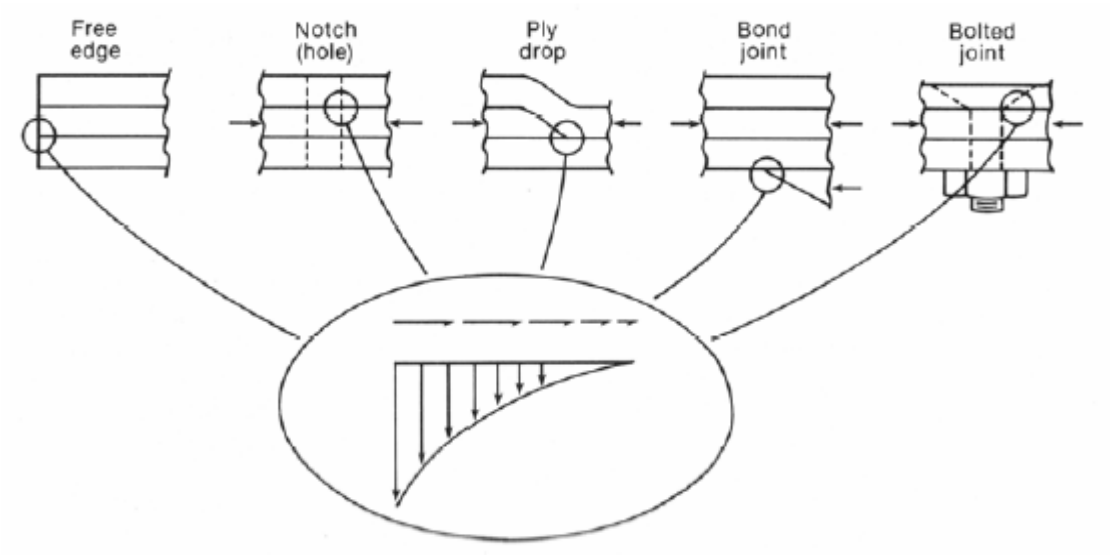


Figure 2-12 : Sources des contraintes inter laminaires
dans les pièces structurales [25].

2.4.2.4 Impact :

Une structure peut subir des impacts d'objets en service ou pendant la maintenance (une chute d'outil par exemple). En général, un choc à basse vitesse sur un stratifié composite ne laisse pas de traces apparentes dans la surface, mais entraîne des ruptures importantes de la matrice à l'intérieur de celui-ci. Lors de l'impact, les contraintes de cisaillement entre les plis provoquent également des délaminages. L'enveloppe de dommages qui en résulte est typiquement de forme conique (Figure 2-13).

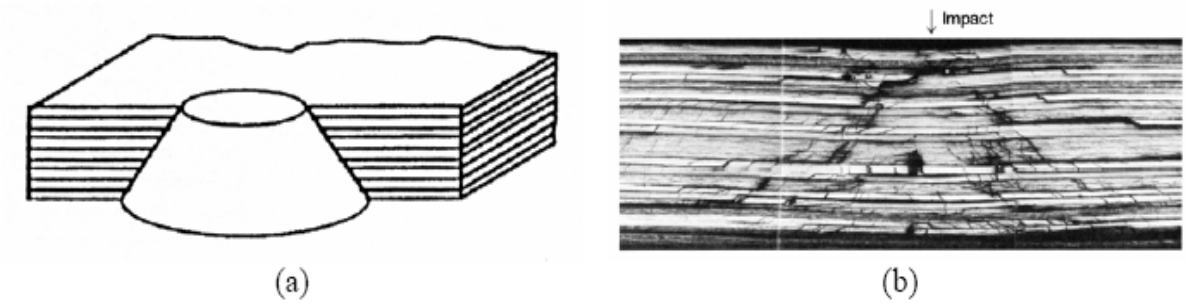


Figure 2-13 : Schéma d'une zone endommagée par impact
(a) Enveloppe conique de dommage
(b) Section transversal d'un stratifié après impact [27].

A l'exception de l'impact balistique, la majorité de l'endommagement se produit dans la matrice [28]. La résistance en traction dans le plan du stratifié ne serait donc pas dégradée considérablement. Cependant, les délaminages diminuent significativement la stabilité en compression du stratifié. Il peut donc subir des flambages locaux qui entraînent la propagation des délaminages ou le flambage global qui conduit à la rupture finale [29,30].

2.5. Caractérisation du délaminage des matériaux composites :

2.5.1. Mécanique de la rupture :

La mécanique de la rupture est une science qui permet d'étudier le comportement d'une structure avec des défauts. De façon conventionnelle, la mécanique de la rupture suppose qu'une structure n'est jamais sans défaut. La présence des défauts peut être sous forme de fissures internes ou de fissures à la surface. L'analyse en mécanique de la rupture corrèle des paramètres provenant du chargement, de la géométrie, et du matériau. Puis, elle prévoit les conditions auxquelles une fissure peut se propager et éventuellement entraîner la rupture complète de la structure.

Les modes élémentaires de rupture sont caractérisés selon le déplacement relatif des lèvres de la fissure (Figure 2-14).

- **Mode I** (mode d'ouverture) : Le mode I correspond à un déplacement opposé des lèvres. Ce mode est associé à la contrainte de tension perpendiculaire au plan de la fissure.
- **Mode II** (mode de glissement droit) : Le mode II est provoqué par le cisaillement dans le plan de la fissure. Le déplacement relatif des lèvres est perpendiculaire au front de la fissure.
- **Mode III** (mode de glissement vis) : Le mode III est causé par le cisaillement anti plan. Le déplacement relatif des lèvres est parallèle au front de la fissure.

La rupture réelle est généralement une combinaison de ces trois modes élémentaires

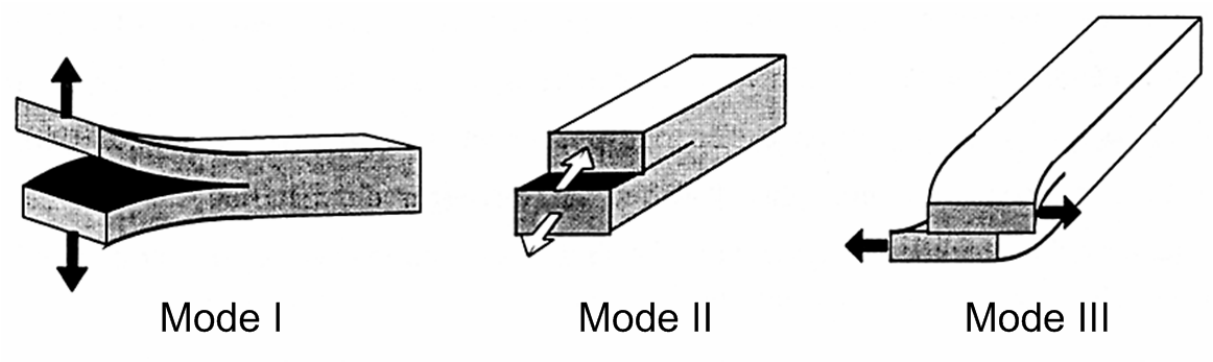


Figure 2-14 : Modes élémentaires de rupture [38].

A l'origine, la mécanique de la rupture a été développée pour les matériaux homogènes isotropes. Cependant, elle est couramment utilisée pour caractériser la résistance au délaminage des matériaux composites [31]. Des essais de mode I ont été réalisés sur les composites depuis les années 60 [32].

Pour le délaminage des matériaux composites, l'analyse est principalement basée sur la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) adaptée aux matériaux anisotropes [30]. La rupture est donc de type « fragile », c'est-à-dire que le point de rupture se trouve dans la partie linéaire de la courbe effort-déplacement. L'endommagement est supposé confiné dans une zone
Assez petite par rapport aux autres dimensions. Cette zone est limitée de telle manière que le comportement mécanique macroscopique reste linéaire [33].

En MLER, deux paramètres peuvent être utilisés pour caractériser la rupture : le taux de restitution d'énergie ($\boldsymbol{G}$) et le facteur d'intensité de contrainte ($\boldsymbol{K}$).

2.5.2 Taux de restitution d'énergie « G » :

La théorie d'élasticité linéaire prévoit une singularité des contraintes au front de fissure. Par conséquent, une structure quelconque contenant au moins une

fissure devrait casser, quels que soient les efforts appliqués. L'approche énergétique d'A.A. GRIFFITH utilise le premier principe de la thermodynamique pour contourner ce problème [34].

L'analyse de la fissuration et de la propagation de fissure est fondée sur un bilan énergétique entre un état initial et un état final. Cette approche considère qu'un accroissement de fissure nécessite un apport d'énergie lié à la création d'une nouvelle surface. Cette énergie est fournie par la perte d'énergie potentielle du système de corps fissuré. La fissure peut se propager à condition que la perte de l'énergie potentielle soit au moins égale à l'énergie nécessaire à la création de surface supplémentaire.

Pour une propagation de fissure, le bilan énergétique du système s'écrit :

$$DU\ total = dWext - dU\ e - dUd - dU\ c - 2\ y\ dA = 0 \quad (2.1)$$

Où :

$U\ total$: Energie totale du système

$W\ ext$: Travail des forces extérieures appliquées lors de l'avancée de fissure

$U\ e$: Energie de déformation élastique emmagasinée dans le système

$U\ d$: Energie dissipée de façon irréversible

$U\ c$: Energie cinétique

y : Energie superficielle de cohésion du matériau

$DA = B\ da$: Surface de fissuration crée par la propagation ***da*** dans l'épaisseur ***B***

L'énergie dissipée par la propagation de fissure est donc dA 2 y car les nouvelles surfaces de rupture crées par la propagation sont de deux côtés du plan de fissure. Dans le cadre de la MLER, la seule énergie dissipée de façon irréversible est l'énergie superficielle de cohésion du matériau. Alors, l'énergie dissipée, ***Ud***, vaut zéro.

La propagation de fissure se produit lorsque l'énergie cinétique du système augmente. La condition de propagation s'écrit :

$$\frac{d\left(W_{ext}-U_e\right)}{dA}-2\gamma=\frac{dU_c}{dA}\geq 0 \qquad (2.2)$$

En posant $\boldsymbol{\Pi} = U\,e - Wext$ où $\boldsymbol{\Pi}$ représente l'énergie potentielle stockée dans la structure, on appelle alors :

$$G=-\frac{d\Pi}{dA} \qquad (2.3)$$

Où***G***est le taux de restitution d'énergie, c'est-à-dire l'énergie surfacique disponible pour la propagation de fissure.

L'énergie nécessaire à la création d'une surface de fissuration unitaire est :

$$R = 2\,\gamma \qquad (2.4)$$

Où***R***est appelé la résistance à la propagation de fissure.

Le critère de propagation de GRIFFITH se traduit alors :

• Propagation stable : $\boldsymbol{duc/dA = 0}$ ou $\boldsymbol{G = R}$

L'excès d'énergie est dépensé en énergie cinématique du front de fissure.

2.5.3. Facteur d'intensité de contrainte « K » :

Le travail de GRIFFITH a été repris par G.R. IRWIN. L'approche énergétique a été reformulée en termes de contraintes. Le taux de restitution énergie (***G***) est remplacé par le facteur d'intensité de contrainte (***K***) et l'énergie de création d'une nouvelle surface est remplacée par la ténacité pour la description de la résistance à la propagation de fissure [34]. Pour cette approche, un matériau se fissure au point où le facteur d'intensité de contrainte atteint sa valeur critique (***KC***).

Des formules analytiques du facteur d'intensité de contrainte ont été déterminées pour des configurations simples [35]. Elles s'écrivent généralement sous la forme:

$$K = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot f(g) \tag{2.5}$$

Où

K : Facteur d'intensité de contrainte

σ : Contrainte uniforme à l'infini

A: Longueur de la fissure

$f(g)$: Facteur de géométrie de l'éprouvette

Le champ de contraintes et le champ de déformations au voisinage de la pointe de fissure dans un matériau homogène isotrope peuvent être déterminés à l'aide du facteur d'intensité de contrainte [30]. Pour un stratifié composite, la détermination du champ de
Contraintes est beaucoup plus difficile à cause de l'hétérogénéité et de l'anisotropie du matériau. Néanmoins, si le stratifié est considéré anisotrope mais homogène, le champ de contraintes en contrainte plane peut être exprimé de la même façon que dans le cas d'un matériau isotrope [33]. WILLIAMS [30] applique cette approche élastique linéaire anisotrope au problème de fissuration.

Les expressions des champs de contraintes [35,33] peuvent être exprimées de la façon suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{r}} \cdot f_{ij}(\theta) \tag{2.6}$$

Où :

σ_{ij}: Contrainte au voisinage de la pointe de fissure

K : Facteur d'intensité de contrainte

$\boldsymbol{r}$: Distance radiale par rapport à la pointe de fissure

$\boldsymbol{f_{ij}(\theta)}$: Fonction de la position angulaire $\boldsymbol{\theta}$ par rapport à l'axe de fissure

Les contraintes dans l'équation (2-6) présentent une singularité en $1/\sqrt{r}$. Elles sont donc infinies à la pointe de la fissure. En réalité, il y a toujours une zone plastique ou endommagée qui limite les contraintes à des valeurs finies. La détermination de l'état de contraintes dans cette zone pour comparer à des critères de rupture en contrainte est cependant très compliquée. Une approche plus pratique consiste à déterminer expérimentalement la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte ($\boldsymbol{KC}$), dite la ténacité à la fissuration. On peut en suite évaluer la stabilité d'une fissure par la comparaison entre le facteur d'intensité de contrainte ($\boldsymbol{K}$) et la ténacité du matériau ($\boldsymbol{KC}$) [35]

2.5.4. Application de la MLER au délaminage des matériaux composites :

Dans la littérature, le concept du taux de restitution d'énergie est couramment utilisé pour caractériser le délaminage des stratifiés composites [30, 32, 36]. La résistance au délaminage est mesurée en termes de $\boldsymbol{GC}$ associé à l'amorçage[1] et à la propagation du délaminage [31].

L'approche énergétique a des avantages par rapport à l'approche de contraintes parce qu'elle est une approche globale. Le taux de restitution d'énergie est relativement facile à déterminer par des méthodes expérimentales ou analytiques ce qui permet d'éviter d'étudier le champ de contraintes qui est très complexe à l'extrémité de la fissure. De plus, les formules analytiques du facteur d'intensité de contrainte pour les matériaux anisotropes sont rarement disponibles.

Par son caractère global, l'approche énergétique est applicable à la rupture de tous les matériaux fragiles, qu'ils soient isotropes ou anisotropes, homogènes ou hétérogènes.

Lorsqu'une fissure se propage dans un milieu homogène orthotrope sous un chargement en mode mixte I+II, le $\boldsymbol{K}$ peut être déterminé à partir du $\boldsymbol{G}$ [30, 33] :

$$G_i = \frac{K_i^2}{E_i^*} \qquad (i = I, II)$$

Où***Ei*** ******sont les modules d'élasticité effectifs définis à partir de la matrice de rigidité du matériau (en contrainte plane ou en déformation plane).

2.5.5. Limites de validité de la MLER :

Le traitement des deux questions principales : l'inhomogénéité et l'anisotropie.

Le développement de la mécanique de la rupture classique pour les matériaux composites nécessite L'anisotropie est prise en compte par l'élasticité anisotrope et l'inhomogénéité peut être traitée par des considérations dimensionnelles [30]. L'approche énergétique permet de contourner ces soucis en gardant le sens physique du problème.

La notion de zone endommagée en pointe de fissure est particulièrement importante dans l'analyse linéaire élastique parce qu'elle détermine la quantité d'énergie dissipée. La déformation plastique, typique pour les matériaux métalliques, est remplacée par l'endommagement caractéristique des matériaux composites. Les types d'endommagement dans cette zone peuvent être la microfissuration, le décollement entre matrice et fibres, la rupture de fibres, ainsi que la déformation plastique de la matrice.

L'influence de la zone endommagée sur la valeur ***GC*** a été constatée et la question de la limite de validité de la MLER pour le délaminage des stratifiés composites a été posée [33]. Une estimation de l'étendue de cette zone par un essai de traction est proposée [30], mais elle invoque l'analyse du champ de contraintes que l'on cherche à éviter. Enfin, peu de résultats sont publiés concernant la relation quantitative entre la zone endommagée et la résistance au délaminage des composites.

Par conséquent, la majorité des travaux dans le domaine de la caractérisation du délaminage se base sur l'hypothèse que l'endommagement est confiné dans une

zone petite par rapport aux autres dimensions. Cette hypothèse est généralement partagée par tous pour l'empilement purement unidirectionnel et la notion de zone endommagée est donc ignorée dans les normes ou protocoles de norme concernant la détermination de la ténacité au délaminage des stratifiés composites unidirectionnelles [36-37].

2.6. Essais de délaminage :

La résistance au délaminage est une propriété souvent utilisée pour qualifier de nouveaux matériaux composites. Les essais dans ce but ont besoin d'être normalisés afin de pouvoir comparer correctement les matériaux. Une valeur fiable de la résistance au délaminage est également nécessaire pour établir une corrélation avec la tolérance au dommage, par exemple dans l'industrie aéronautique, et pour établir des critères de rupture en mécanique de la rupture.

Les efforts pour normaliser les tests de délaminage sont menés par trois organisations : l'American Society for Testing and Matériels (ASTM), l'Europe an Structural Intégrité Society (ESIS), et le JapaneseIndustrial Standards Organisation (JIS). Les normes internationales sont développées par l'International Standard Organisation (ISO) qui examine les normes soumises par l'ASTM et la JIS. L'ESIS ne publie pas de normes mais elle fournit des protocoles d'essai pris en considération par l'ISO [31] Les normes concernent principalement les composites à matrice polymère et à renfort de fibres longues.

La résistance au délaminage des matériaux composites peut être mesurée selon trois modes élémentaires de rupture (les modes purs). En réalité, les structures en service sont généralement soumises à des sollicitations complexes. Dans ce cas, une interaction entre les modes purs existe et le délaminage est en mode mixte. Les essais de délaminage basés sur la mécanique de la rupture qui sont normalisés ou en train d'être considérés par les organisations de normalisation sont présentés ci-après par mode de délaminage.

2.6.1. Mode I :

Le mode d'ouverture est le mode de délaminage le plus critique parce qu'il nécessite le moins d'énergie [35]. Parmi les essais en mode I, la configuration la plus répandue est l'essai DCB (Double Cantilever Beam) [36,39]. La Figure (2-11) représente schématiquement une éprouvette DCB et son chargement. Le délaminage initial est créé par un défaut artificiel, généralement un insert non-adhésif d'épaisseur de moins de 13 µm [36]. L'insert est placé entre les plis médians du stratifié lors du drapage. Les dispositifs d'introduction de charge, par charnières ou par blocs, sont fixés à l'extrémité de l'éprouvette ayant ce délaminage initial. Le chargement est appliqué dans la direction de l'épaisseur de l'éprouvette par l'intermédiaire de ces dispositifs.L'anisotropie est prise en compte par l'élasticité anisotrope et l'inhomogénéité peut être traitée par des considérations dimensionnelles [30]. L'approche énergétique permet de

contourner ces soucis en gardant le sens physique du problème. La notion de zone endommagée en pointe de fissure est particulièrement importante dans l'analyse linéaire élastique parce qu'elle détermine la quantité d'énergie dissipée. La déformation plastique, typique pour les Matériaux métalliques, est remplacée par l'endommagement caractéristique des matériaux composites. Les types d'endommagement dans cette zone peuvent être la microfissuration, le décollement entre matrice et fibres, la rupture de fibres, ainsi que la déformation plastique de la matrice.

L'influence de la zone endommagée sur la valeur $\boldsymbol{GC}$ a été constatée et la question de la limite de validité de la MLER pour le délaminage des stratifiés composites a été posée [33]. Une estimation de l'étendue de cette zone par un essai de traction est proposée [30], mais elle invoque l'analyse du champ de contraintes que l'on cherche à éviter. Enfin, peu de résultats sont publiés concernant la relation quantitative entre la zone endommagée et la résistance au délaminage des composites.

Par conséquent, la majorité des travaux dans le domaine de la caractérisation du délaminage se base sur l'hypothèse que l'endommagement est confiné dans une zone petite par rapport aux autres dimensions. Cette hypothèse est généralement partagée par tous pour l'empilement purement unidirectionnel et la notion de zone endommagée est donc ignorée dans les normes ou protocoles de norme concernant la détermination de la ténacité au délaminage des stratifiés composites unidirectionnelles [36-37].

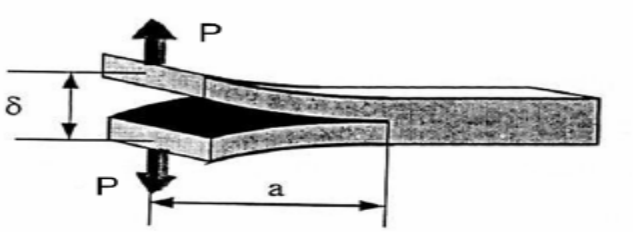


Figure 2-15 : Essai Double Cantilever Beam (DCB)[38].

Les stratifiés avec les plis non-unidirectionnels autour de l'insert présentent un problème de changement du plan de délaminage dans l'essai DCB. Par conséquent, le stratifié unidirectionnel (UD) est le plus couramment utilisé pour cet essai. Cependant, l'interpénétration des fibres entre les plis adjacents dans une éprouvette de type UD a tendance à créer des ponts entre les deux lèvres de l'éprouvette pendant que la fissure s'avance [31].

Le pontage de fibres a pour résultat l'augmentation de la ténacité apparente avec l'avancée du délaminage. Ceci se traduit graphiquement par une courbe de résistance au délaminage (courbe-R) croissante. Ce phénomène est, à priori, bénéfique mais la poursuite de l'augmentation de charge extérieure à cause du pontage va entraîner la rupture de ces ponts de fibres, ce qui a pour conséquence une propagation brutale de la fissure [38], Une courbe-R qui inclut l'effet de pontage n'est pas considérée comme une propriété intrinsèque du matériau car elle est souvent dépendante de la rigidité de l'éprouvette [32]. De plus, le pontage de fibres est un phénomène propre au stratifié UD parce qu'il est rarement

observé dans les structures en composite où le délaminage se forme typiquement entre deux plis de différentes orientations [31].

Pour éviter toute perturbation de mesure par le pontage de fibres, l'ASTM conseille de mesurer le taux de restitution d'énergie critique à partir de l'insert [36]. Cependant, la norme de la JIS pour l'essai DCB prévoit un pré-craquage de l'éprouvette. En plus, de nouvelles résines à ténacité renforcée ont posé des problèmes de validité de la mesure à partir de l'insert [31]. Un compromis trouvé pendant le développement de la norme ISO 15024 pour l'essai DCB consiste à mesurer le $\boldsymbol{GC}$ à partir de l'insert, puis immédiatement après à décharger l'éprouvette et recommencer l'essai pour mesurer l'autre $\boldsymbol{GC}$ à partir de la pré-fissure créée par le premier chargement [32]. Toutefois, STEVANOVIC et coll [40] trouve une variation non-négligeable du $\boldsymbol{GC}$ dans les éprouvettes sans pré-craquage. Cette variation est attribuée à la condition du bord de l'insert et à l'amas de résine formé après celui-ci.

2.6.2. Mode II :

L'essai de délaminage en mode de glissement droit a pour objectif de caractériser le délaminage en cisaillement des matériaux composites. Un problème fondamental de ce type d'essai est qu'il est impossible de produire le mode II pur car le mode de rupture local est dominé par la traction [32, 37]. En effet, aucun essai n'est capable de produire un mode II pur à l'échelle microscopique dans un matériau aussi hétérogène que les composites. Mais cela n'empêche pas les essais de délaminage de fournir des résultats utiles et valides pour la MLER à l'échelle macroscopique.

Bien qu'une norme de la JIS existe pour l'essai de mode II, il n'y a pas de norme qui connaît une grande acceptation. Nous présentons les quatre essais qui sont en train d'être évalués par les différents organismes de normalisation.

2.6.2.1. Essai de flexion à trois points (End Nocher Flexure : ENF) :

L'essai ENF (Figure 2-16) est le plus répandu parmi les essais en mode II. Il est par ailleurs normalisé par la JIS. L'éprouvette contenant un défaut artificiel sur un de ces côtés est chargée en flexion trois points. Si

L'introduction de la charge est plutôt simple, la propagation de délaminage à partir de l'insert est instable sauf pour les longueurs de fissure très importantes (a/L > 0,7) [32].

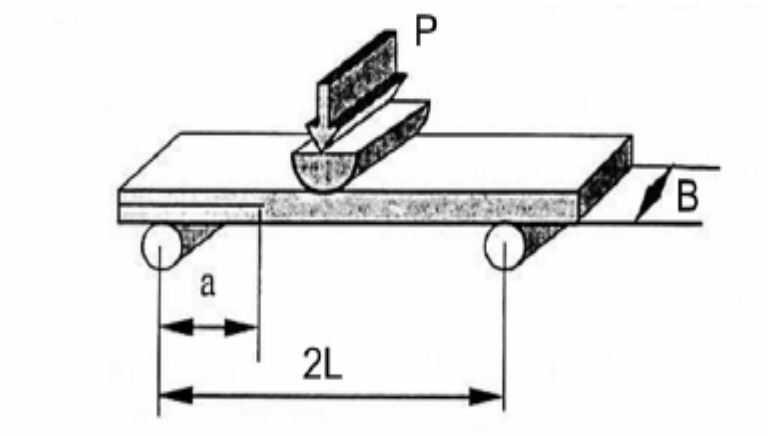


Figure 2-16 : Essai de flexion à trois points (ENF)[38].

2.6.2.2. Essai de flexion avec délaminage stabilisé (EssaiStabilized End Nocher Flexure SENF) :

Des travaux au Japon ont abouti à une version stabilisée de l'essai ENF, le SENF (Figure 2-17). La stabilisation est obtenue par une boucle de contrôle sur la machine d'essai. Le déplacement relatif des deux lèvres est mesuré et maintenu à une vitesse constante. Cette méthode nécessite évidemment que la machine d'essai soit équipée d'un servomécanisme de contrôle [32].

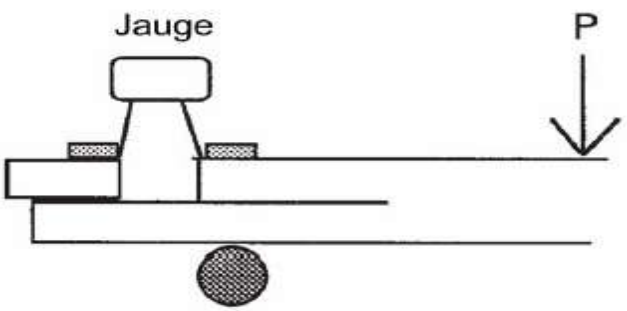


Figure 2-17 : Essai de flexion avec délaminage stabilisé(SENF)[31].

2.6.2.3. Essai de flexion à quatre points (Essai Four Point End Notched Flexure : 4ENF)

L'essai 4ENF (Figure 2-18) est

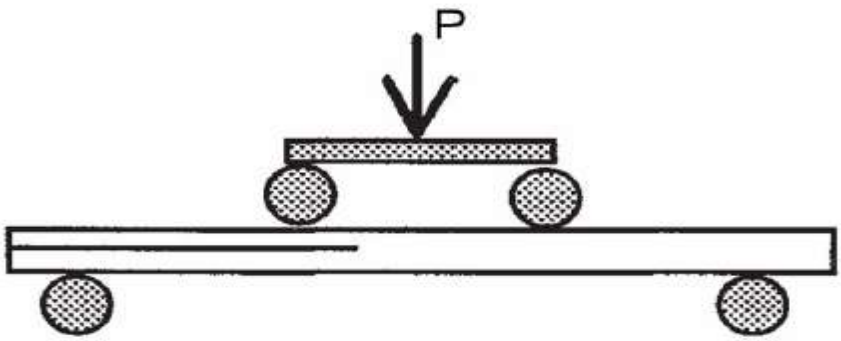


Figure 2-18: Essai de flexion à quatre points (4ENF)[31].

Relativement plus récent que les autres essais de mode II, et semble être un compromis raisonnable [31]. Un montage de flexion à quatre points est employé à la place d'une flexion à trois points. La propagation de délaminage est alors stable.

2.6.3. Mode III :

Le développement de l'essai de délaminage en mode de glissement vis a du retard sur les autres essais à cause de la difficulté à déterminer une configuration qui présente un mode III pur au front du délaminage [31]. De plus, ce mode de délaminage est beaucoup moins dangereux pour les composites par rapport au mode I et au mode II [32, 38]. L'essai ECT (Edge Crack Torsion) se montre prometteur pour ce mode. Il est basé sur la torsion hors plan d'une éprouvette de type plaque contenant un défaut artificiel

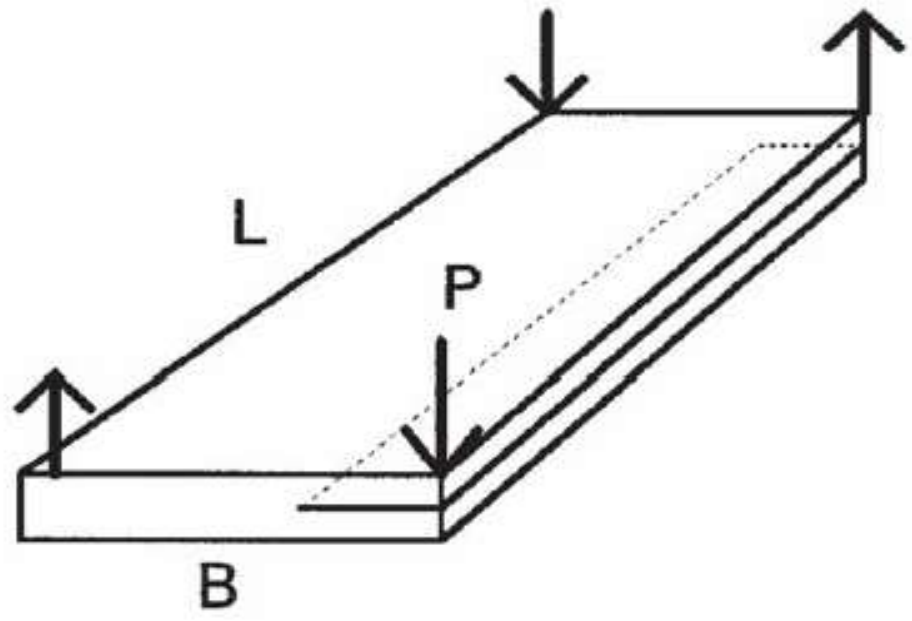


Figure 2-19: Essai de torsion hors plan (ECT)[31].

(Figure 2-19). La séquence d'empilement de l'éprouvette est typiquement [90/(45/-45)n/(-45/45)n/90]s avec n = 3 [32]. Le chargement est appliqué sur Un coi l'éprouvette qui est fixée dans un montage conçu pour créer la torsion le long du bord dl' insert.

2.6.4. Mode mixte I+II :

La propagation du délaminage dans les structures composites est généralement due à l'association des modes élémentaires de rupture. Le mode mixte le plus couramment rencontré est le résultat d'une combinaison des deux modes les plus dangereux, c'est-à-dire le mode I et le mode II [38]. Par conséquent, il fait l'objet de plusieurs travaux de recherche, y compris dans les organismes de normalisation. Le mode mixte I+III et le mode mixte II+III ne sont pas envisagés d'être normalisés dans un proche avenir.

Pour établir un critère de délaminage en mécanique de la rupture, un stratifié doit être caractérisé en mode mixte. Un bon essai en mode mixte doit permettre

la caractérisation dans une large plage de rapports modaux et avec un rapport de mode raisonnablement constant pendant la propagation du délaminage.

Le dispositif suivant nous permet d'effectuer les essais pour la détermination du mode mixte I+II.

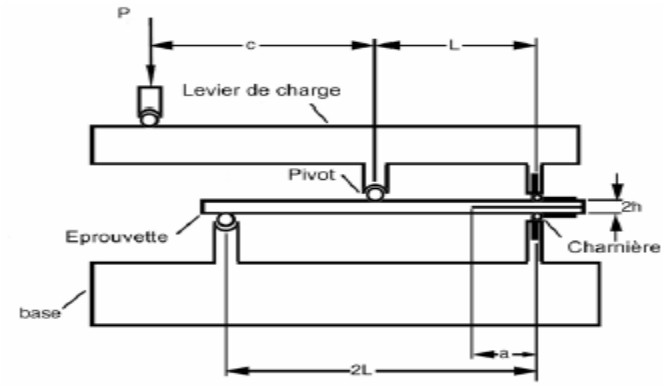


Figure 2-20 : Essai de flexion en mode mixte
(Mixed Mode Ben ding : MMB)[43].

2.7. Détermination du taux de restitution d'énergie :

La détermination du taux de restitution d'énergie critique, $\boldsymbol{GC}$, nécessite des méthodes d'exploitation des données expérimentales assez compliquées. Le $\boldsymbol{GC}$ est influencé non seulement par la précision des mesures de l'effort et du déplacement mais aussi par la précision des mesures de la longueur de fissure et de la variation de complaisance par rapport à la longueur de fissure [31]. Cette partie explore les méthodes d'exploitation des résultats d'essais les plus souvent rencontrées.

Hypothèses pour l'analyse de délaminage des composites :

Figure (2-21) montre un corps fissuré qui subit une sollicitation générale, $\boldsymbol{P}$. La fissure s'accroît d'une longueur $\boldsymbol{da}$ pour une épaisseur uniforme $\boldsymbol{B}$. Les deux hypothèses suivantes ont pour résultat une simplification considérable de l'analyse du délaminage des stratifiés composites :

• Le délaminage se propage en restant dans son plan initial (une propagation de façon « selfsimilar»). Une telle propagation ne se produit pas souvent dans les matériaux homogènes mais elle est généralement observée dans les milieux orthotropes comme les stratifiés composites [30]. Surtout lorsque les fibres adjacentes au plan de propagation sont orientées dans le même sens que celui de la propagation, l'accroissement de la fissure reste dans son plan initial parce que le parcours est imposé par les fibres [33].

• La propagation est uniforme dans la largeur. Le front de délaminage est donc une droite perpendiculaire à la direction de propagation.

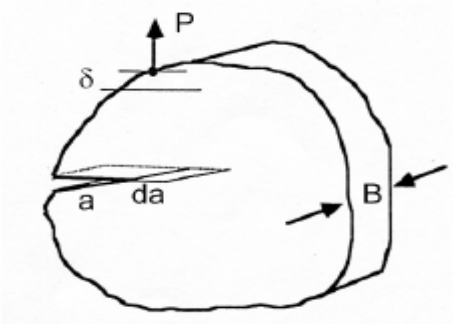


Figure 2-21: Sollicitation générale sur un corps fissuré [29].

2.7.1. Méthodes expérimentales :

2.7.1.1. Méthode de mesure des aires simplifiée :

L'énergie nécessaire à l'avancée de fissure peut être relevée sur le graphe effort-déplacement non-linéaire La Figure(2-21) montre cette énergie pour un cycle charge-décharge, représentée par l'aire sous la courbe, $\boldsymbol{S}$. Le taux de restitution d'énergie, $\boldsymbol{G}$, est ensuite donné par la formule (2-7).

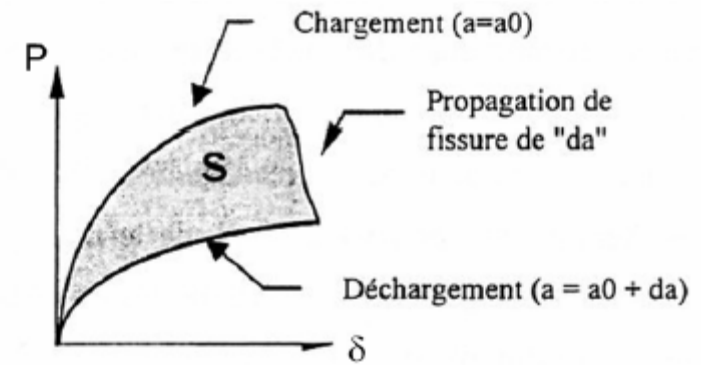


Figure 2-22 : Diagramme force-déplacement [38].

$$G = \frac{S}{Bda} \tag{2.7}$$

Où :

S : Aire comprise à l'intérieur de la courbe pour un cycle de charge-décharge

B : Largeur de l'éprouvette

Da: Accroissement de la longueur de fissure

Cette méthode permet de déterminer le taux de restitution d'énergie dans le cas ou le comportement du matériau composite est élastique. Pour un comportement inélastique, observable par un déplacement résiduel dans le graphe ***P-δ***, la méthode des aires prend en compte l'énergie dissipée de façon irréversible dans le taux de restitution d'énergie et entraîne une surestimation de celui-ci, [38].

En pratique, les lignes de chargement et de déchargement ne sont pas disponibles pour toutes les longueurs de fissure. Nous proposons une simplification de la méthode des aires en supposant que ces lignes sont les droites qui relient les points de donnée et l'origine du graphe ***P-δ*** (Figure 2-23). Cette méthode, que nous appelons « la méthode de mesure des aires
simplifiée », est effectivement basée sur l'hypothèse du comportement linéaire élastique. Il conserve l'avantage de pouvoir déterminer le ***G*** sans avoir la

connaissance des propriétés du matériau. La valeur de $\boldsymbol{G}$ ainsi calculée porte un sens physique concret et peut servir à comparer avec les résultats des calculs qui Utilisent la même hypothèse. La valeur obtenue reste toutefois approximative, moyennée sur la longueur de propagation de délaminage choisie.

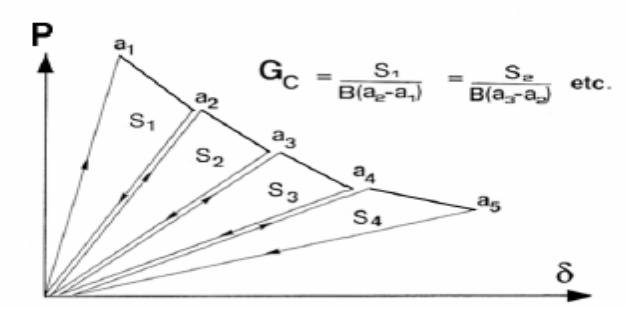


Figure 2-23 : Méthode de mesure des aires simplifiée.

Pour la méthode des aires simplifiée, l'aire $\boldsymbol{S}$ dans un intervalle entre deux points de mesure s'écrit :

$$S_i = \frac{P_i \delta_i}{2} + \frac{\left(P_i + P_{(i+1)}\right) \cdot \left(\delta_{(i+1)} - \delta_i\right)}{2} - \frac{P_{(i+1)} \delta_{(i+1)}}{2} \qquad (2.8)$$

Où :

$\boldsymbol{P}$: Effort appliquée

$\boldsymbol{\delta}$: Déplacement du point d'application d'effort

2.7.1.2. Méthode de la complaisance expérimentale :

Le taux de restitution d'énergie, $\boldsymbol{G}$, du bilan d'énergétique de GRIFFITH peut être exprimé selon « la méthode de la complaisance » d'IRWIN-KIES par la formule suivante [41]

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \qquad (2.9)$$

Où $\boldsymbol{C}$est la complaisance de l'éprouvette $C = (\delta / P)$.

Le développement de l'équation (2-9) est démontré [38].

Cette méthode nécessite des relations de l'évolution de la complaisance par rapport à la variation de la longueur de fissure, dites les lois de complaisance. Ces lois peuvent être basées sur la théorie des poutres, la théorie des plaques, ou une approche empirique.

Le choix de la loi de complaisance dépend du type d'essai. Dans le cas de l'essai en mode I pur, la loi de complaisance est exprimée par [42] :

$$C = k \cdot a^n \tag{2.10}$$

Où $\boldsymbol{k}$et $\boldsymbol{n}$ sont les paramètres intrinsèques au matériau, déterminé par une régression linéaire de la courbe expérimentale $\boldsymbol{ln(C)}$ en fonction de $\boldsymbol{ln(a)}$.

Dans le cas du mode II pur et du mode mixte I+II, la loi de complaisance s'écrie [42]

$$C = m \cdot a^3 + C_0 \tag{2.11}$$

Où $\boldsymbol{m}$et $\boldsymbol{C0}$ sont déterminés par une régression linéaire de la courbe expérimentale $\boldsymbol{C}$ en fonction d'a3.

La méthode de la complaisance expérimentale est, comme la méthode des aires simplifiée, basée sur la MLER et capable de déterminer le $\boldsymbol{G}$ sans avoir au préalable connaissance des propriétés du matériau.

2.7.2. Méthode numérique par calcul éléments finis :

Une méthode spécifique très utilisée, intitulée « Virtual Crack Extension » (VCE),qui permet de déterminer le taux de restitution d'énergie critique et d'effectuer la séparation modale. Une autre méthode très répandue dans la littérature est la
méthode « VirtualCrackClos ure Technique » (VCCT) [43]. Cette derrière n'est pas encore intégrée dans tous les grands codes d'éléments finis de commerce.

2.7.2.1. Méthode d'avancée virtuelle de fissure (VCE) :

Le principe de calcul dans cette méthode en 2D (Figure 2-24) consiste à séparer le nœud au front de fissure en deux nœuds superposés (rouge et bleu), chaque nœud est attaché à un côté différent de la fissure. Une liaison relie les deux nœuds et sert à mesurer les efforts de réaction entre eux. Deux nœuds supplémentaires (gris) sont placés de la même manière en avant du front de fissure pour mesurer les déplacements relatifs entre les faces de la fissure.

Tout d'abord les efforts de réaction (RI, RII), les déplacements relatifs (UI, UII), et l'énergie potentielle initiale (***E0***) des éléments qui contiennent les nœuds de pointe de fissure sont calculés (Figure 2-24-c). Puis, une avancée de la fissure est simulée par un déplacement des deux nœuds (rouge et bleu) d'une distance contrôlée par un paramètre de perturbation et l'énergie potentielle (***E1***) des mêmes éléments est recalculée (Figure 2-24-d). Le taux de restitution d'énergie total est ensuite déterminé en tenant compte de la variation de la surface fissurée (dA) générée par la perturbation des nœuds :

$$G_t = -\frac{E_1 - E_0}{dA} \tag{2.12}$$

La mesure des efforts de réaction et des déplacements relatifs, mesurés dans le repère de la fissure, permet de calculer les pourcentages relatifs en mode I et II. La répartition du ***Gt*** est alors possible : La mesure des efforts de réaction et des déplacements relatifs, mesurés dans le repère de la fissure, permet de calculer les pourcentages relatifs en mode I et II. La répartition du ***Gt*** est alors possible :

$$G_I = \frac{UI \cdot RI}{(UI \cdot RI + UII \cdot RII)} \cdot G_t$$
$$G_{II} = \frac{UII \cdot RII}{(UI \cdot RI + UII \cdot RII)} \cdot G_t \tag{2.13}$$

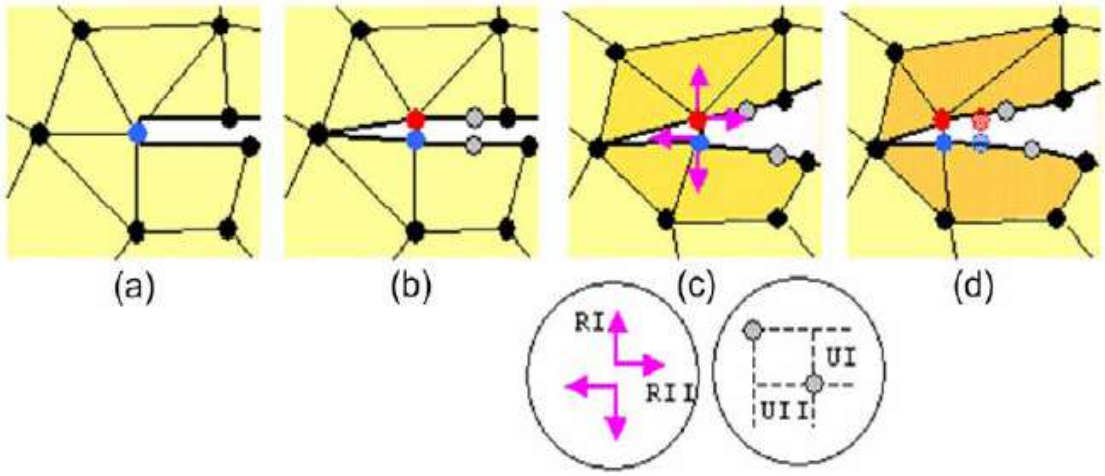


Figure 2-24 : Méthode d'avancée virtuelle de fissure (VCE) [54].

2.7.2.2. Méthode de fermeture virtuelle de fissure (VCCT) :

La méthode VCCT est basée sur l'hypothèse que l'énergie libérée lorsqu'une fissure se propage d'une distance Δ***a***est identique à l'énergie nécessaire pour refermer la fissure, sous un même effort externe. La Figure (2-25) montre le principe de calcul du ***G*** en 2D avec des éléments quadrilatéraux à 8 nœuds. Les nœuds ***l***, ***l**** et ***m***, ***m**** servent à mesurer les déplacements relatifs dans le repère ***XZ***. Les efforts de réaction sont mesurés aux nœuds ***i*** et ***j***. Quand une fissure est avancée d'une distance Δ***a***, les ***GI*** et ***GII*** peuvent alors être déterminés par :

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} \cdot \left[Z_i \cdot (w_l - w_{l^*}) + Z_j \cdot (w_m - w_{m^*}) \right] \quad (2.14)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} \cdot \left[X_i \cdot (u_l - u_{l^*}) + X_j \cdot (u_m - u_{m^*}) \right] \quad (2.14)$$

Où :

X : Effort de réaction (linéique) selon l'axe ***X***

Z : Effort de réaction (linéique) selon l'axe ***Z***

U: Déplacement selon l'axe ***X***

W: Déplacement selon l'axe ***Z***

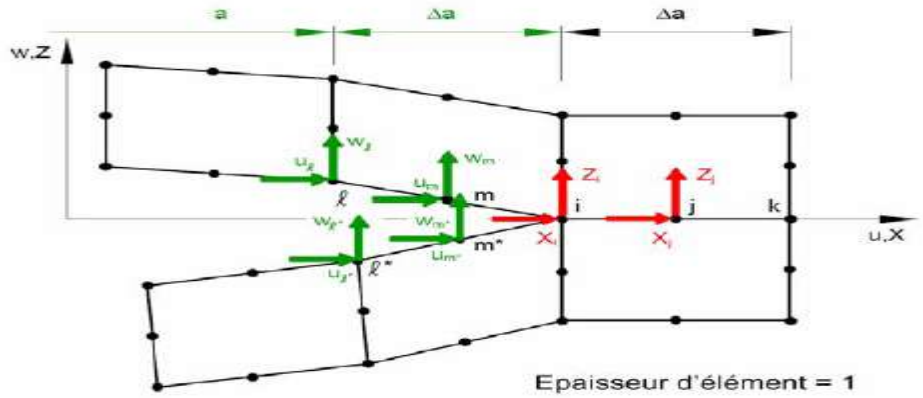


Figure 2-25 : Méthode de fermeture virtuelle de fissure (VCCT).

Si la pointe de fissure se situe dans une zone qui présente un grand déplacement, la rotation relative du repère de la fissure par rapport au repère global doit être prise en compte comme l'indique la Figure (2-26). Les efforts et déplacements doivent être exprimés dans le repère local ***X'Z'*** avant le calcul des ***GI*** et ***GII*** [43].

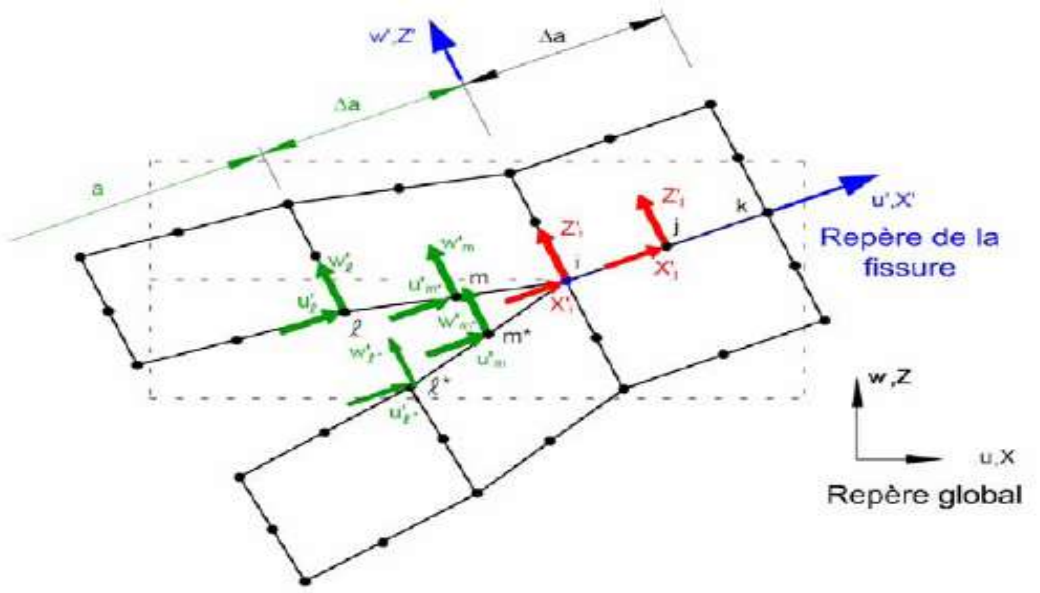


Figure 2-26 : Méthode VCCT avec correction de grand déplacement [42].

2.8. Critère de propagation du délaminage :

Plusieurs tentatives ont été faites pour décrire la réponse à la rupture par délaminage des matériaux composites. Les résistances au délaminage en mode I pur et en mode II pur sont relativement faciles à obtenir grâce aux méthodes d'essais bien établies [44].

Cependant, le délaminage dans les structures en composites sont généralement en mode mixte. Il faut donc établir un critère de rupture en mode mixte pour pouvoir prédire la rupture par délaminage dans les composites en service. Une fois que la rupture peut être bien décrite, le nombre d'essais nécessaire pour assurer la sûreté des structures en composites peut être réduit.

Les critères de propagation sont en général exprimés en fonction de taux de restitution critiques en modes purs, $\boldsymbol{GIC}$ et $\boldsymbol{GIIC}$, et des composants du taux de restitution total à la propagation en mode mixte, $\boldsymbol{GI}$ et $\boldsymbol{GII}$. Les réponses de rupture en mode mixte peuvent être représentées sur un diagramme en portant la composante de la ténacité en mode I, $\boldsymbol{GI}$, en fonction de la composante du mode II ($\boldsymbol{GII}$) [38,44]. Une autre approche consiste à représenter le taux de restitution d'énergie total ($\boldsymbol{Gt}$) en fonction du rapport $\boldsymbol{GII/Gt}$ [41].

Un critère de rupture est adapté à la réponse de matériau issue des essais au moyen de coefficients. L'optimisation de la courbe est réalisée, par exemple, par une analyse aux moindres carrés [45]. Parmi plusieurs critères de rupture en mode mixte I+II, [33,38], [40], le choix du critère dépend de sa justesse à reproduire la réponse du matériau, du nombre de paramètres utilisés, et de la complexité de l'expression.

Les critères ayant un intérêt pour la modélisation de la résistance au délaminage en mode mixte I+II sont présentés ici :

2.8.1. Critère linéaire :

Le critère linéaire, équation (2-15), est peut-être le critère le plus répandu dans la littérature [40]. Chaque composant de la résistance à la rupture est normalisé par sa ténacité en mode pur. Ensuite, la somme des deux composants est égale à un. La représentation graphique de ce critère est une droite reliant les valeurs de rupture en modes purs I et II dans les diagrammes de type ***GI = f(GII)***.

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)+\left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)=1 \tag{2.15}$$

2.8.2. Critère en loi de puissance :

Le critère en loi de puissance, formule (2-16), est obtenu par une généralisation du critère linéaire. Par le choix de α et β, une large plage de réponse des matériaux peut être modélisée. Ce critère présente l'allure de ce que l'on appelle une « super ellipse » [41].

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^{\alpha}+\left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^{\beta}=1 \tag{2.16}$$

2.8.3. Critère de « hackle » exponentiel :

Ce critère est basé sur une fonction exponentielle de la mesure de l'angle de « hackle » (***N***), formules (2-17) et (2-18) [44]Le critère est exprimé en termes de la résistance au délaminage en modes purs et un paramètre ajustable, γ.

$$G_I+G_{II}=(G_{IC}-G_{IIC})\cdot e^{\gamma(1-N)}+G_{IIC} \tag{2.17}$$

$$N=\sqrt{1+\frac{G_{II}}{G_I}\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}} \tag{2.18}$$

2.8.3. Critère de « hackle » exponentiel :

La formule (2-19) présente le critère d'interaction où le paramètre d'interaction est une fonction linéaire de $G\,I\,/\,(G\,I\,+\,G\,II\,)$ [34]. Ce critère polyvalent est capable de modéliser plusieurs types de réponses matérielles. Cependant, il est une fonction implicite plutôt compliquée de ***GI*** et ***GII*** qui le rend difficile à employer.

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}-1\right)\cdot\left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}-1\right)-\left[\kappa+\varphi\left(\frac{G_I}{G_I+G_{II}}\right)\right]\cdot\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)\cdot\left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)=0 \qquad (2.19)$$

2.8.4. Critère bilinéaire :

REEDER [34] observe que la réponse des composites à matrice époxy en mode mixte se traduit par un accroissement de ***GI*** avec l'introduction de mode II, puis une diminution de ***GI*** progressive jusqu'à zéro quand le ***GII*** augmente jusqu'à ***GIIC***. Il propose que ce type de réponse soit représenté par deux critères linéaires. Le critère bilinéaire, équations (2-20) et (2-21), dépend des paramètres ξ et ζ, ainsi que des ténacités en modes purs. La décomposition en deux critères linéaires permet de modéliser des évolutions concaves ou convexes de la réponse en rupture.

$$G_I=\xi\,G_{II}+G_{IC} \qquad (2.20)$$

$$G_I=\zeta\,G_{II}-\zeta\,G_{IIC} \qquad (2.21)$$

2.8.5. Critère semi-empirique :

Une approche un peu différente est proposée par BENZEGGAGH et KENANE [41]. Ils appliquent un critère semi-empirique où le taux de restitution total (***Gt***) est en fonction du rapport ***GII***/***Gt***, formule (2-22).

$$G_t = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC})\left(\frac{G_{II}}{G_t}\right)^m \quad (2.22)$$

Certains composites présentent un accroissement de ***GI*** avec l'introduction d'une proportion faible de mode II dans le chargement [41, 44]. Cette interaction des modes peut être modélisée par critère exponentiel de hackle, critère d'interaction linéaire, critère bilinéaire, et critère semi-empirique. Ensuite, elle peut être représentée dans un graphique de ***GI*** en fonction de ***GII***. Bien qu'ils soient les plus répandus, critère linéaire et critère en loi de puissance ne sont pas capables de modéliser cette augmentation de ***GI***.

En général, l'interaction entre les modes de délaminage d'un composite n'est pas connu à priori [45]. De plus, les matériaux composites peuvent présenter des réponses très différentes au délaminage en mode mixte. Le test de délaminage est donc nécessaire pour la caractérisation d'un matériau composite [44].

3.1. Introduction :

L'étude d'une fissure existante et de sa stabilité est d'une grande importance. En réalité, la propagation d'une fissure peut mener à la rupture d'un composant qui favoriserait la ruine totale de la structure. La mécanique de la rupture est l'outil adéquat pour analyser ce genre de situation en se basant sur les caractéristiques de rupture du matériau qui sont le facteur d'intensité de contrainte critique (Kc) ou le taux de restitution d'énergie critique (Gc) appelé aussi ténacité. Cette dégradation du composite a été étudiée par de nombreux auteurs.

Expérimentalement, il a été observé que les différents mécanismes d'endommagement dans les stratifiés croisés sont la fissuration transverse, le délaminage en pointe de fissure ou interlaminaire et la fissuration longitudinale [45]. L'ordre et la séquence d'apparition de ces endommagements dépendent principalement des paramètres suivant : la nature des constituants fibre/matrice, l'architecture de la plaque stratifiée, le processus de fabrication et de mise en forme ainsi que les différents types de sollicitations. La rupture finale du composite résulte de la propagation et de l'accumulation de ces trois types d'endommagement. Dans la littérature, ces endommagements ont généralement été étudiés de manière séparée : les études portent soit sur la propagation des fissures transverses par une méthode analytique ou numérique [46], soit sur un modèle analytique de délaminage [47]. Cependant quelques auteurs étudient le rôle des fissures transverses dans le déclenchement du délaminage entre les couches. Par exemple, Wang et Karihaloo [48] étudient le meilleur empilement (0,45,90) pour réduire la concentration de contrainte en pointe de fissure et la constante de cisaillement en mode II à l'interface. En raison de l'hétérogénéité du matériau composite, des études probabilistes ont aussi été réalisées par deux approches : certains [49, 46] utilisent un critère probabiliste sur la répartition de contrainte critique alors que [50] utilise un critère de répartition aléatoire sur le taux de restitution d'énergie critique.

Notre travail a pour objectif l'analyse par la méthode des éléments finis l'évolution du paramètre G taux de restitution d'énergie de deux plaques constituées de la même matrice Epoxyde et avec différentes fibres de renforcement (bore et glace), dont les caractéristiques mécaniques des matériaux composites stratifiés sont indiqués dans le tableau 3.1 [51].

Propriétés	Glass/époxy	Bore/Epoxy
E11 (GPa)	50	208
E22 (GPa)	14.5	25.4
E33 (GPa)	14.5	25.4
G12 (GPa)	2.56	7.2
G13 (GPa)	2.56	7.2
G23 (GPa)	2.24	4.9
ν12	0.33	0.1677
ν13	0.33	0.1677
ν23	0.33	0.035

Tableau 3.1 : Propriétés des trois composites stratifiés.

Le modèle géométrique choisi est une plaque composite stratifié carré, celle -ci est soumise à une contrainte appliquée de 70 MPa suivant l'axe des y, l'autre face étant fixe (voir Figure 3.2). Notre étude montre l'influence de l'angle $\boldsymbol{\beta}$ de l'orientation de la fissure sur le facteur G taux de restitution d'énergie en variant l'angle $\boldsymbol{\alpha}$ de l'orientation des fibres ainsi que l'angle $\boldsymbol{\gamma}$ de la position des deux entailles circulaires. On note que la distance « l » entre les entailles circulaires est de 16 mm [52].

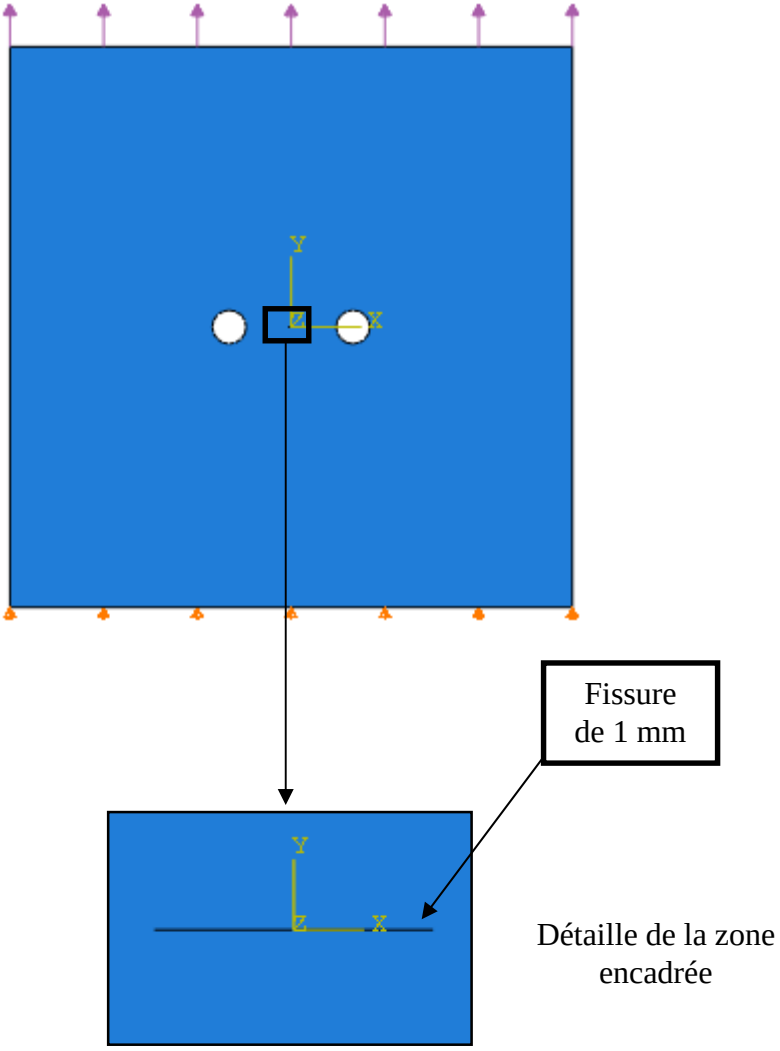


Figure 3.1 : Modèle géométrique

l : distance entre les deux entailles circulaires
α : angle d'orientation des fibres
β: angle d'orientation de la fissure
γ : angle d'orientation des deux entailles circulaires

3.2.Modélisation Numérique :

Pour simuler le comportement linéaire en traction et l'influence d'orientation des fibres ainsi que les autres paramètres, nous avons utilisé un code de calcul « Abaqus » pour l'analyse des structures composites par la méthode des éléments finis. Ce code présente un système complet, intégrant non seulement les fonctions

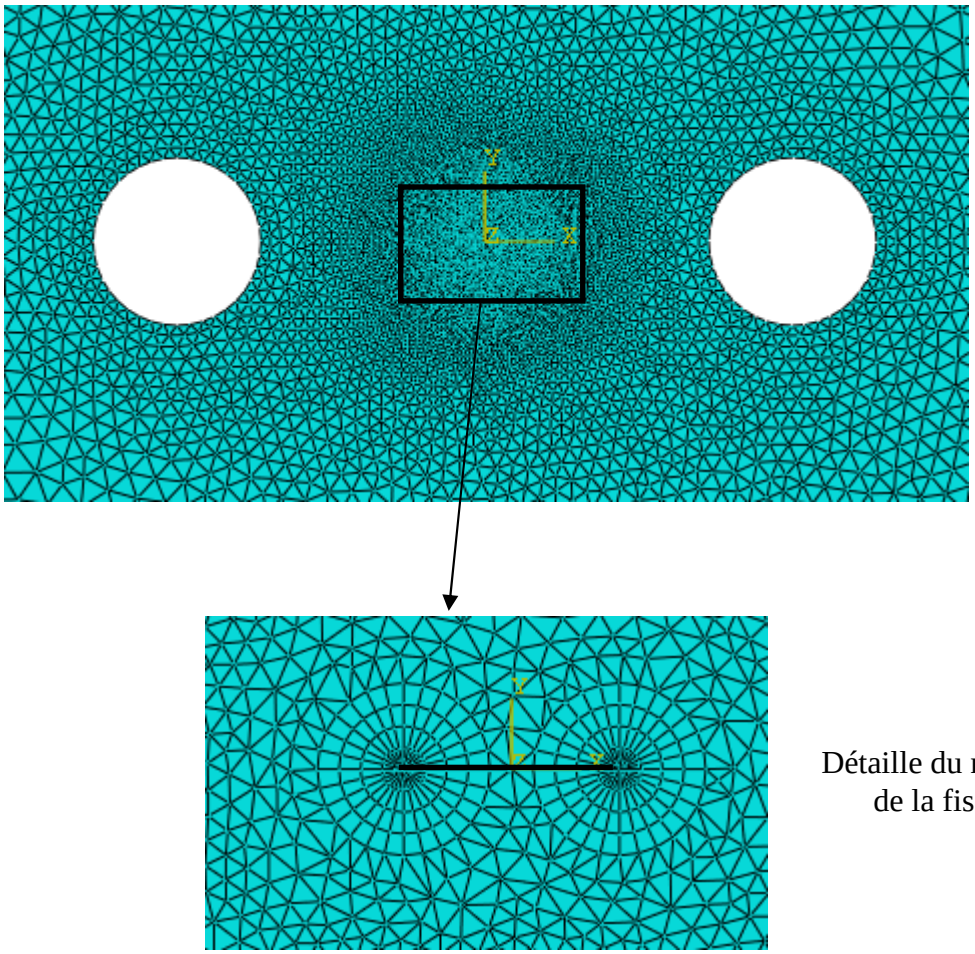
de calcul proprement dites, également des fonctions de construction du modèle (pré processeur) et de traitement des résultats (post-processeur) [53].

3.2.1. Méthode des éléments finis :

Cette méthode est une extension des techniques d'analyse des structures bidimensionnelles et tridimensionnelles, telles que les poutres et les coques, elle est considérée aussi comme l'un des outils les plus efficaces et les plus favorables pour la simulation numérique, et s'applique aux problèmes de mécanique des milieux continus présentant une linéarité ou une non linéarité de la mécanique du solide (élasticité, plasticité…etc.)

L'objectif est de savoir comment mailler le domaine pour avoir des résultats satisfaisants. Sachant qu'un maillage trop fin donne une bonne précision du résultat mais avec un temps de calcul long, alors qu'un maillage grossier fait perdre en précision mais réduit le temps de calcul. La démarche adoptée est d'utiliser dans cette analyse un maillage «raisonnable» tout en affinant les régions jugées critiques (entailles et délaminage). Le maillage doit être affiné jusqu'à l'obtention de résultats voisins. Un bon maillage est obtenu par un raffinage idéal très proche de l'entaille; il est constitué d'un nombre optimal d'éléments, c'est-à-dire, capable de nous fournir des résultats précis en un temps de calcul raisonnable. Pour bien mener cette étude, on a choisi un élément coque quadrilatéral de type quadratique (Figures 3.2).

Pour bien mener cette étude, nous avons choisi un élément coque quadrilatéral de type quadratique.



Détaille du maillage de la fissure

Figure 3.2: Maillage avec des éléments triangulaire de type quadratique.

3.3. Résultats et discussions :

3.3.1.Modèle sans fissure :

Le graphe de la Figure 3.3 est déterminé pour un stratifié sans fissure. Les résultats obtenus numériquement par la méthode des éléments finis dépendent étroitement du mode de chargement et des conditions aux limites imposées sur la frontière du modèle géométrique. Pour cette raison on a étudié l'intensité et la répartition de contraintes pour les deux de conditions aux limites suivantes :

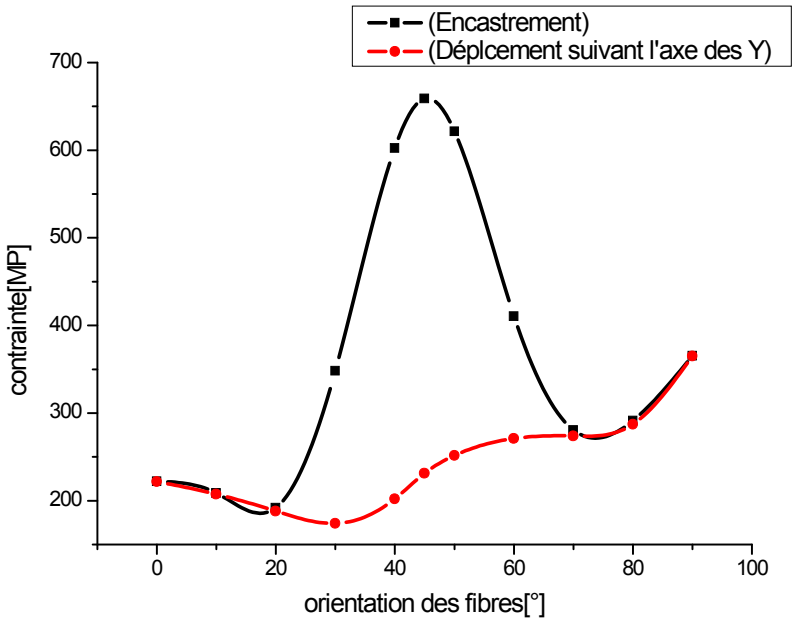


Figure 3.3 : Evolution de la contrainte V. Mises équivalente en fonction des orientations des fibres pour une plaque en composite sans fissure pour deux conditions aux limites: un encastrement et (U2=0) déplacement suivant l'axe des Y.

- **1er cas** : Encastrement.

L'une des deux extrémités du matériau composite est encastrée et l'autre est exposée à une charge répartie uniformément sur sa surface, dont la contrainte appliquée est égale à 70 MPA selon la direction de l'axe y.

La Figure 3.4 montre que les contraintes maximales de Von Mises sont localisées au niveau de l'encastrement et leurs niveau dépasse largement la contrainte appliquée. Cette courbe présente trois pics, correspondant aux deux orientations 40°,45° et 50°, ce qui est dangereux pour la structure parce qu'elles conduisent à des contraintes maximales. Pour ces raisons on a opté pour un deuxième mode de fixation.

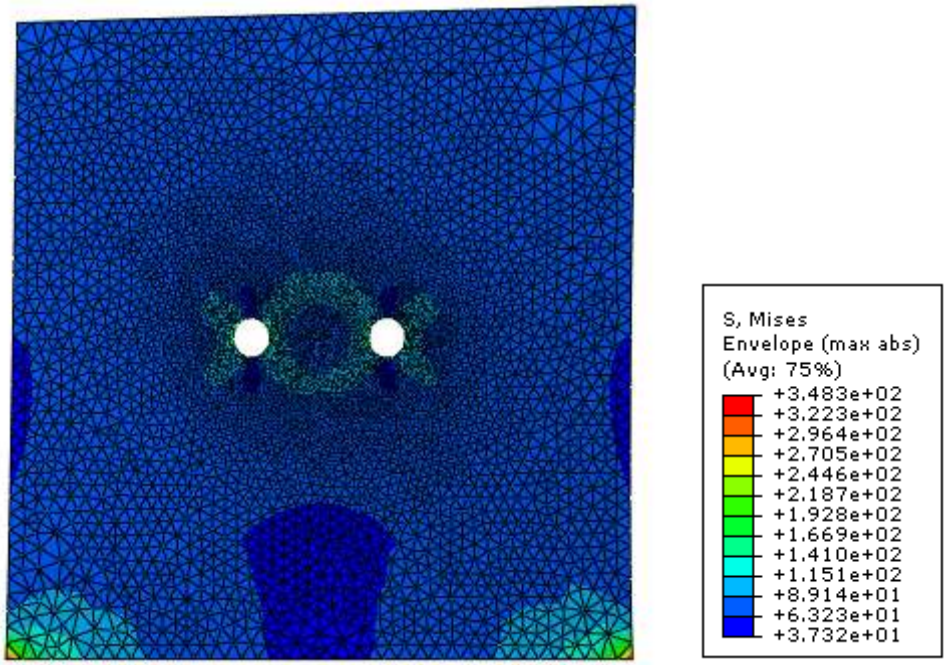


Figure 3.4 : Contour de la contrainte V. Mises équivalente pour l'orientation des fibres 30°dans le cas de l'encastrement.

- **2e cas** : Elimination du déplacement suivant l'axe y.

Il est important de rappeler que le matériau est soumis à la même contrainte. On remarque d'après la même Figure 3.3, que les pics observés la première courbe sont totalement réduit et que pour l'orientation 30° le matériau composite se comporte mieux qu'un matériau homogène, ce qui présente un avantage de cet empilement par rapport à celui de l'encastrement.

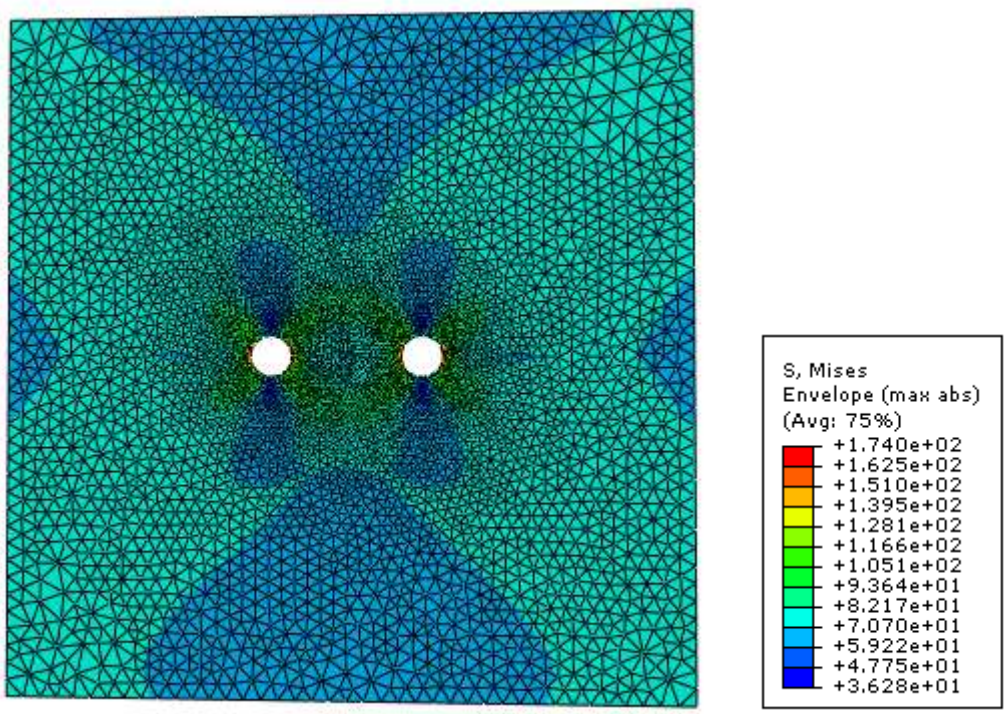


Figure 3.5 : Contour de la contrainte V. Mises équivalente pour l'orientation des fibres 30°dans le cas du déplacement suivant l'axe des Y (U2=0).

3.3.2. Modèle avec la présence d'une fissure Cas des deux fonds de fissure.

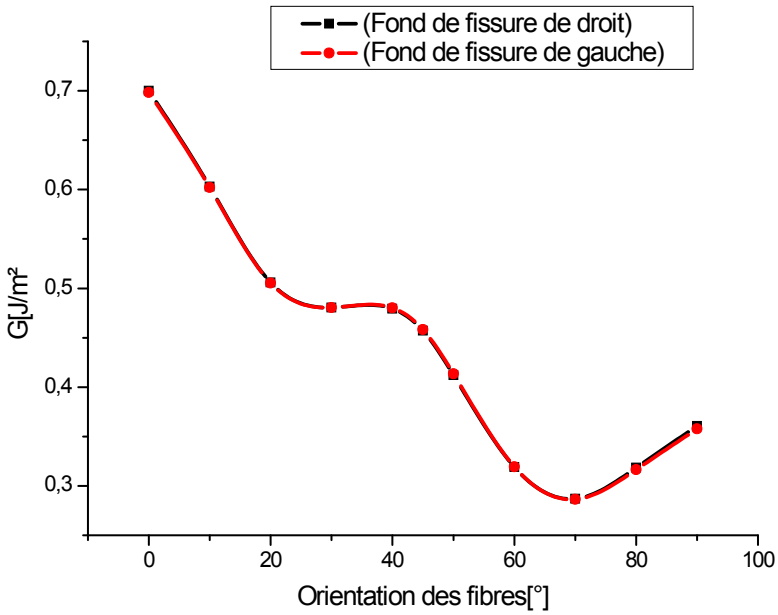


Figure 3.6: Variation du taux de restitution d'énergie en fonction de l'orientation des fibres pour les deux fonds de fissure.

La fissure de longueur 1 mm est initiée au milieu de la plaque stratifiée, elle se situe plus précisément entre les deux entailles circulaires placées horizontalement (γ=0) et elle est orientée sous un angle β = 0 par rapport à l'axe des X. La figure 3.6 illustre la variation du taux de restitution d'énergie en fonction de l'angle d'orientation des fibres α pour les deux fonds de fissure, les résultats obtenus nous montrent clairement que les deux courbes sont parfaitement identiques. Pour cette raison, on détermine numériquement par la méthode des éléments finis le taux de restitution d'énergie que pour l'un des deux fonds de fissure et les résultats obtenues par la suite sont déterminés uniquement pour le fond de fissure de droit.

3.3.2.1. Effet de l'orientation des fibres d'un angle α pour γ=0°.

*** <u>Cas du Verre/Epoxyde</u>**

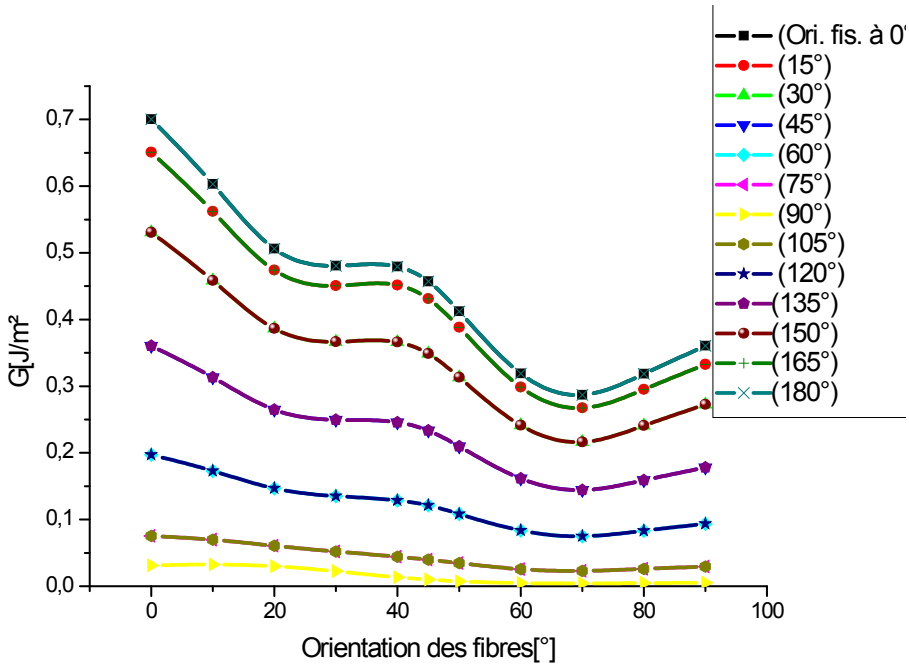


Figure 3.7 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.

La figure 3.7 montre la variation du paramètre G du matériau composite verre/époxyde en fonction de l'angle α et pour toutes les orientations de la

fissure lorsque les entailles sont placées suivant l'axe X. On note que les deux courbes qui correspondent respectivement aux angles d'orientations de la fissure β et $\pi - \beta$ sont totalement confondues, ce qui montre une symétrie du paramètre G par rapport à l'axe Y. On remarque que quel que soit l'angle d'orientation des fibres le facteur G diminue proportionnellement à l'angle β allant de 0° jusqu'à 90° puis il croit de nouveau avec l'augmentation de l'angle β dans l'intervalle [90°, 180°]. On observe que quelque soit l'angle β le facteur G diminue avec l'accroissement de l'angle d'orientation des fibres en passant par trois extremums qui correspondent respectivement aux angles

α = 30°, α = 40° et α = 70°. Le taux de restitution d'énergie G est quasiment nul pour l'angle β = 90° et ceci quelle que soit l'orientation des fibres.

*** <u>Cas du Bore/Epoxyde</u>**

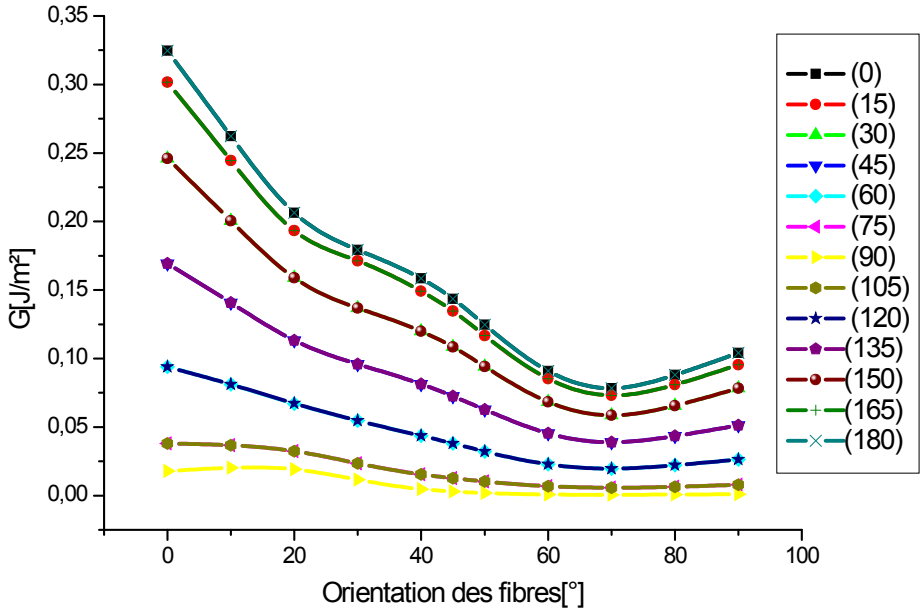


Figure 3.8 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.

La figure 3.8 montre la variation du paramètre G du matériau composite bore/époxyde en fonction de l'angle α et pour toutes les orientations de la fissure

lorsque les entailles sont placées suivant l'axe X. On note que les deux courbes qui correspondent respectivement aux angles d'orientations de la fissure β et $\pi - \beta$ sont totalement confondues, ce qui montre une symétrie du paramètre G par rapport à l'axe Y. On remarque que quel que soit l'angle d'orientation des fibres le facteur G diminue proportionnellement à l'angle β allant de 0° jusqu'à 90° puis il croit de nouveau avec l'augmentation de l'angle β dans l'intervalle [90°, 180°]. On observe que quelque soit l'angle β le facteur G diminue avec l'accroissement de l'angle d'orientation des fibres en passant par trois extremums qui correspondent respectivement aux angles

α = 20° et α = 70°. Le taux de restitution d'énergie G est quasiment nul pour les angles α allant de 40° à 90°pour l'angle β = 90°.

3.3.2.2/ Effet de l'orientation de la fissure d'un angle β pour γ=0°.

*** <u>Cas du Verre/Epoxyde</u>**

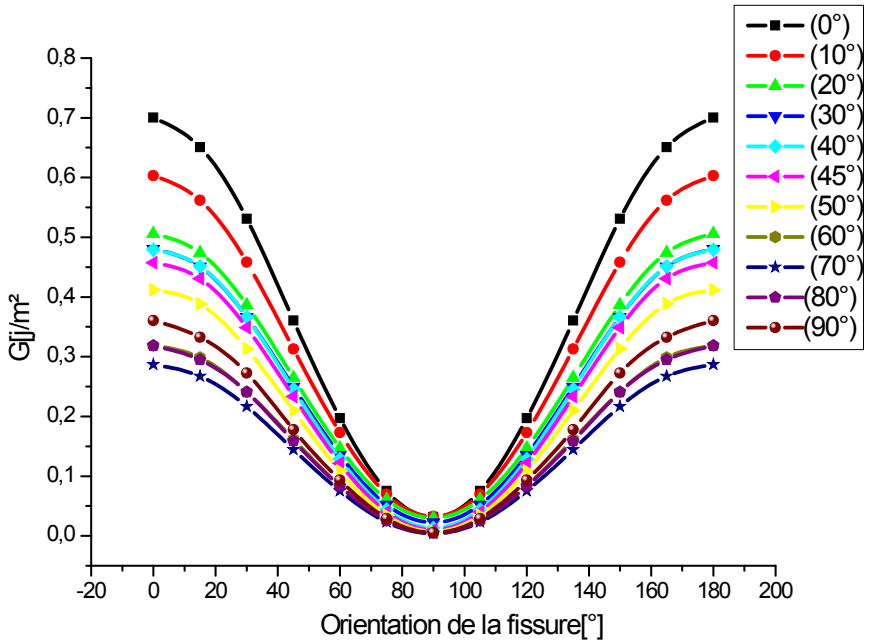


Figure 3.9 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.

La fissure est pivotée autour de l'axe Z et sa position est définie par rapport à l'axe des X sous un angle β. La figure 3.9 nous montre la variation du taux de restitution d'énergie du matériau composite verre/époxyde en fonction de l'angle β pour les différentes orientations des plis. D'après cette figure, on remarque que l'allure de la courbe a la forme parabolique et que le facteur G atteint une valeur minimale pour un angle β = 90° et ceci quelque soit l'angle α. Les valeurs les plus élevées du facteur G sont obtenus pour la fissure orientée perpendiculairement au chargement, ce qui conduit à sa propagation dans le matériau. L'orientation des fibres sous un angle α = 70° évite plus au moins la propagation de la fissure comparativement aux autres orientations des plis.

*** <u>Cas du Bore/Epoxyde</u>**

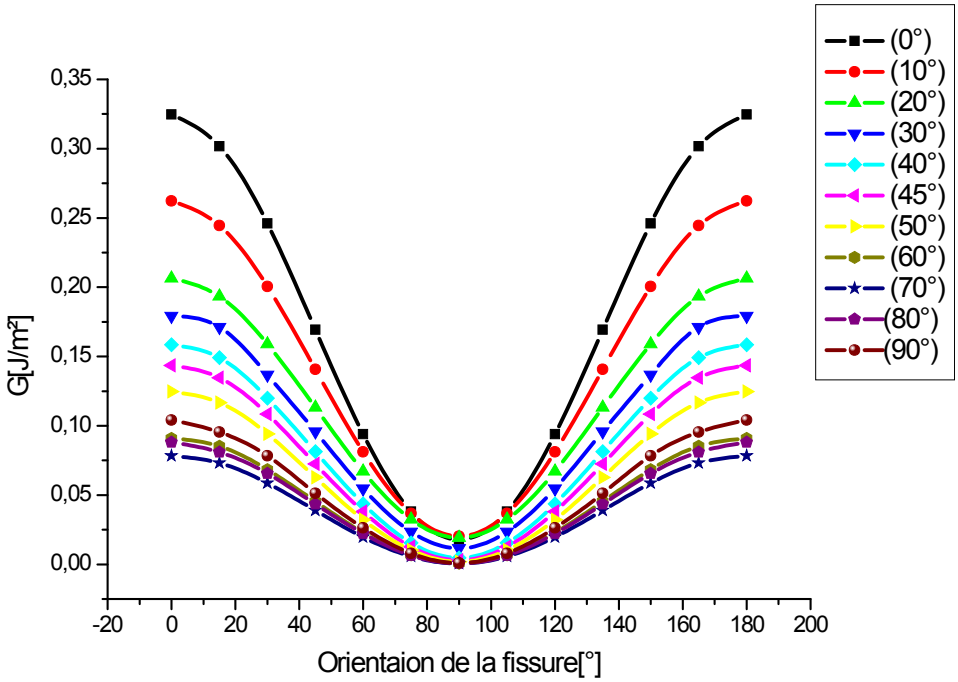


Figure 3.10 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont horizontale.

La fissure est pivotée autour de l'axe Z et sa position est définie par rapport à l'axe des X sous un angle β. La figure 3.10 nous montre la variation du taux de restitution d'énergie du matériau composite bore/époxyde en fonction de l'angle

β pour les différentes orientations des plis. D'après cette figure, on remarque que l'allure des courbes ont presque la même forme que ceux de la figure 3.10 et par conséquent les mêmes remarques.

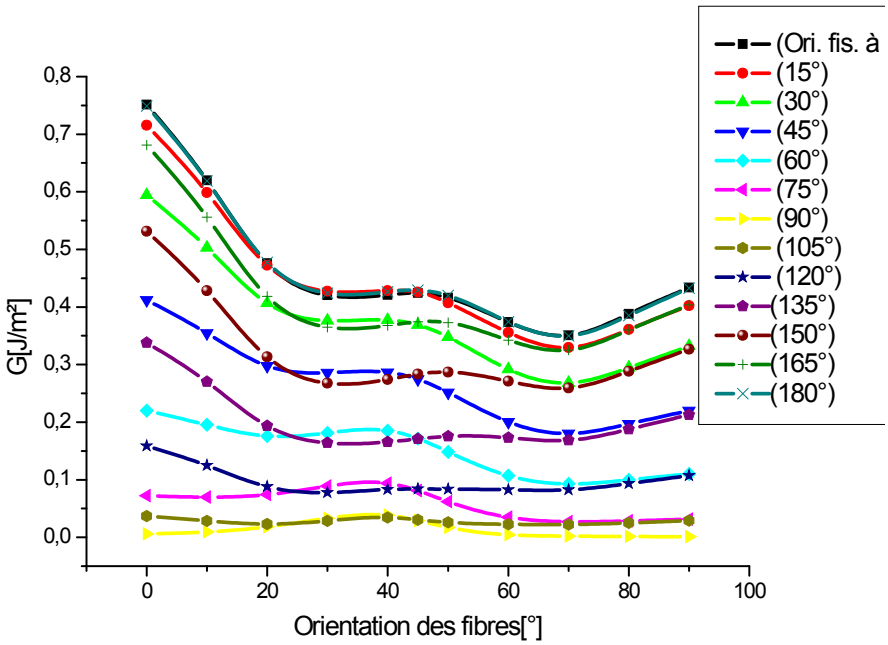


Figure 3.11 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.

La figure 3.11 illustre la variation du facteur G du matériau composite verre/époxyde en fonction des deux angles α et β et pour un angle d'orientation des entailles circulaires γ = 45°. On note que l'allure des courbes est presque semblable à celle de la figure 3.8 mais la symétrie du facteur G par rapport à l'axe Y n'est conservée excepté pour les angles des fibres allant de 60° à 90°. On constate que la vitesse de propagation de la fissure est plus importante lorsque celle-ci est orientée sous un angle β = 0 et ceci quelle que soit l'orientation des fibres. On note également que l'orientation des plis sous un angle de 70° conduit à une faible propagation de la fissure.

* ***Cas du Bore/Epoxyd***

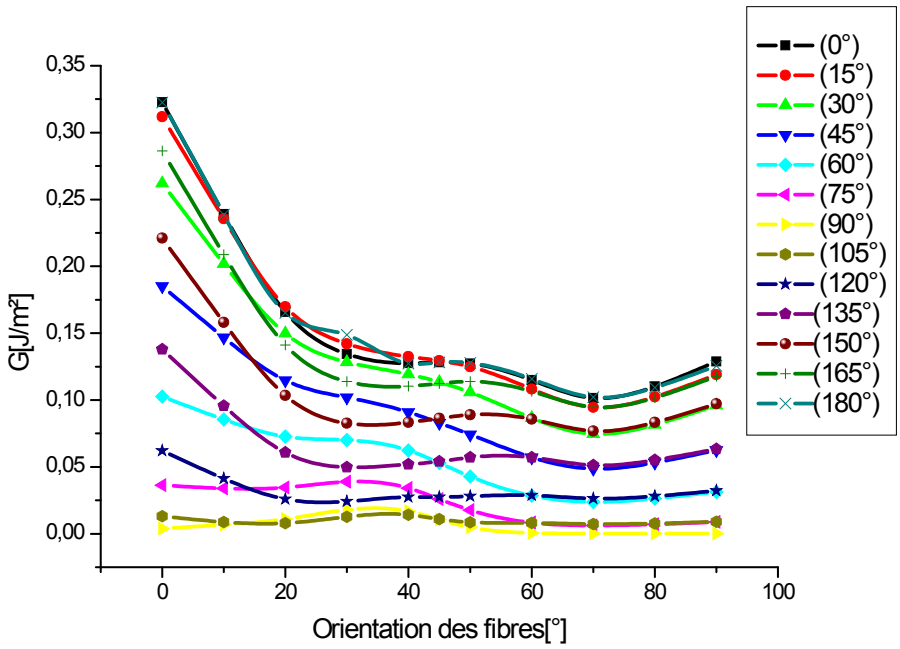


Figure 3.12 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.

La figure 3.12 illustre la variation du facteur G du matériau composite bore/époxyde en fonction de l'angle β pour les différentes orientations des plis. D'après cette figure, on remarque que l'allure des courbes ont presque la même forme que ceux de la figure 3.10 et par conséquent les mêmes remarques.

3.3.2.4. Effet de l'orientation de la fissure d'un angle β pour γ=45°.

*** <u>Cas du Verre/Epoxyde</u>**

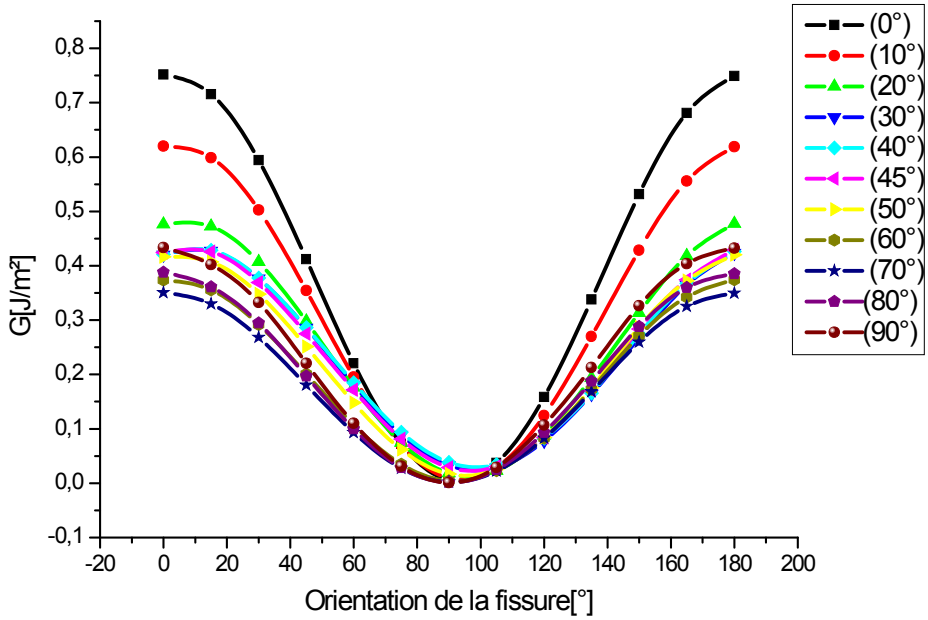


Figure 3.13 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.

La figure 3.13 nous montre la variation du paramètre G du stratifié verre/époxyde en fonction de l'angle β pour les différentes orientations des fibres. D'après cette figure, on remarque que l'allure de la courbe a la même forme que celle de la figure 5, le facteur G atteint une valeur minimale pour un angle β = 90° et ceci quelque soit l'angle α. Les résultats déterminés numériquement par la méthode des éléments finis sont semblables à ceux obtenus dans la figure 5. L'orientation des fibres sous un angle α = 70° mène à une faible propagation de la fissure comparativement aux autres orientations des plis ce qui confirme les résultats obtenus précédemment.

* **Cas du Bore/Epoxyde**

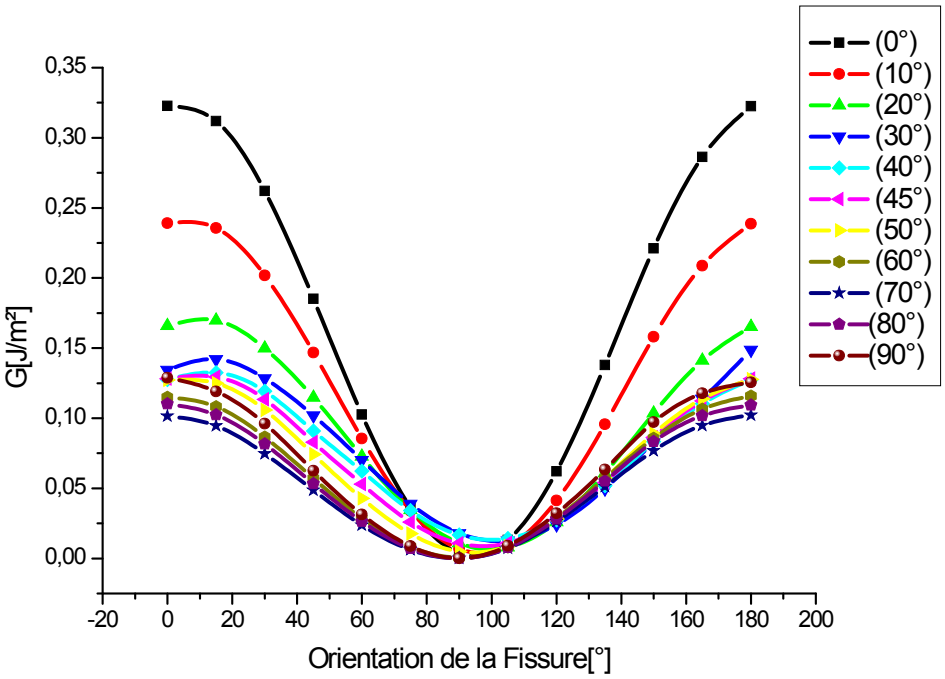


Figure 3.14 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=45°.

La figure 3.14 nous montre la variation du taux de restitution d'énergie du stratifié bore/époxyde en fonction de l'angle β pour les différentes orientations des fibres. D'après cette figure, on constate les mêmes courbes qui se forment.

3.3.2.5. Effet de l'orientation des fibres d'un angle α pour γ=90°.

*** <u>Cas du Verre/Epoxyde</u>**

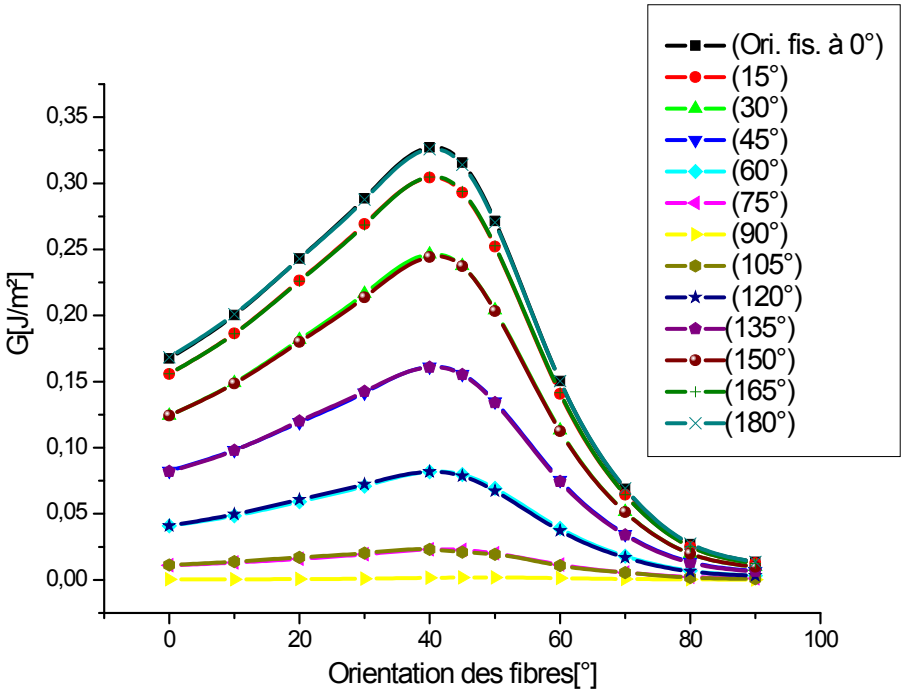


Figure 3.15 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=90°.

La figure 3.15 illustre la variation du paramètre G du matériau stratifié en fonction de l'angle α et pour toutes les orientations de la fissure lorsque les entailles sont placées suivant l'axe des Y. On observe que les deux courbes qui correspondent respectivement aux angles d'orientations de la fissure β et $\pi - \beta$ sont totalement confondues, ce qui montre une symétrie du paramètre G par rapport à l'axe des Y et on note également que le taux de restitution d'énergie G est quasiment nul pour l'angle β = 90° et ceci quelle que soit l'orientation des fibres. Le paramètre G atteint une valeur maximale pour une orientation des plis β = 40° et ceci quelle que soit l'orientation de la fissure puis il tend vers une valeur asymptotique relativement faible lorsque l'orientation des fibres est sous un angle α = 90° et par conséquent la fissure ne se propage pas si elle est orientée suivant l'axe Y quelle que soit l'orientation des fibres.

*** <u>Cas du Bore/Epoxyde</u>**

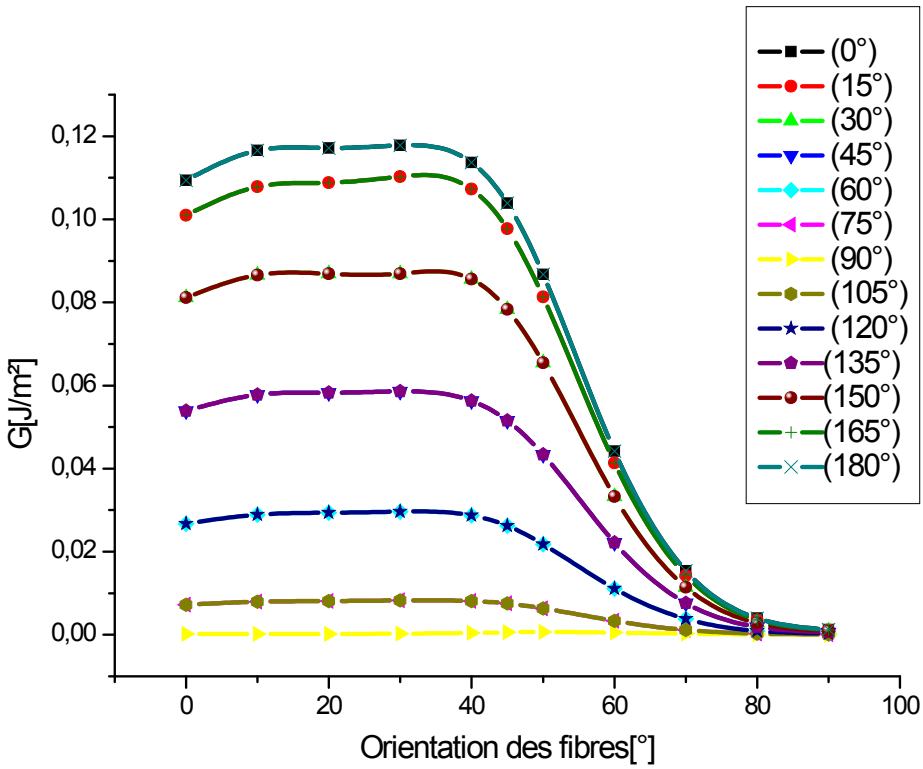


Figure 3.16 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation des fibres pour toutes les orientations de la fissure dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle y=90°.

La figure 3.16 illustre la variation du paramètre G en fonction de l'angle α et pour toutes les orientations de la fissure lorsque les entailles sont placées suivant l'axe des Y. On observe que les deux courbes qui correspondent respectivement aux angles d'orientations de la fissure β et $\pi - \beta$ sont totalement confondues, ce qui montre une symétrie du paramètre G par rapport à l'axe des Y et on note également que le taux de restitution d'énergie G est quasiment nul pour l'angle β = 90° et ceci quelle que soit l'orientation des fibres. Le paramètre G atteint une valeur maximale pour les orientations des plis β allant de 10° à 40°, dans cet intervalle les courbes sont presque stables et ceci quelle que soit l'orientation de la fissure puis il tend vers une valeur asymptotique relativement faible lorsque l'orientation des fibres est sous un angle α = 90° et par conséquent la fissure ne se propage pas si elle est orientée suivant l'axe Y quelle que soit l'orientation des fibres

3.3.2.6. Effet de l'orientation de la fissure d'un angle β pour γ=90°.

*** <u>Cas du Verre/Epoxyde</u>**

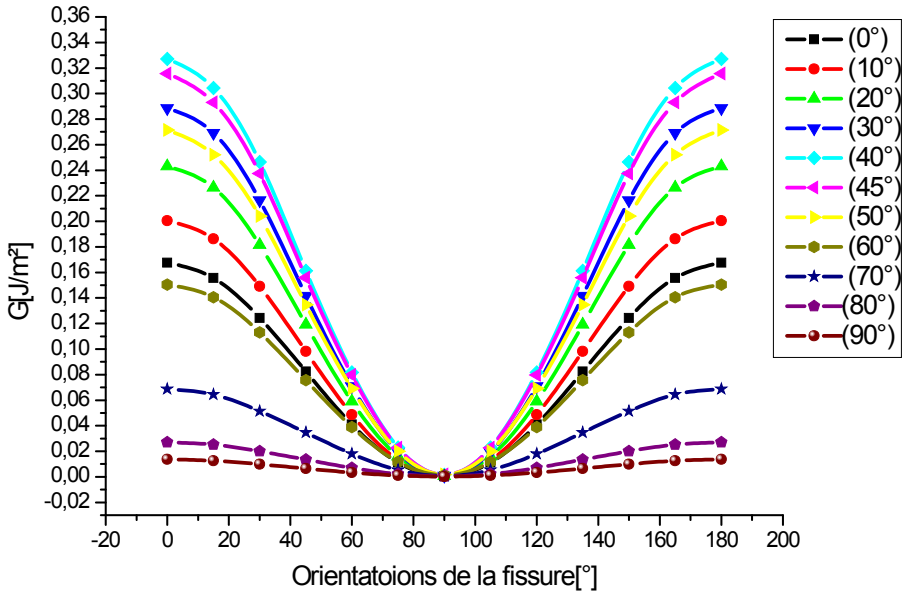


Figure 3.17 : Variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=90°.

La variation du taux de restitution d'énergie du verre/époxyde en fonction de l'angle β pour les différentes orientations des plis, est représentée par la figure 3.17. Celle-ci nous montre clairement que l'allure des courbes a la même forme que celle de figure 3.10 et que le taux de restitution d'énergie G atteint une valeur minimale pour un angle β = 90° et ceci quel que soit l'angle α. Les valeurs les plus élevées du facteur G sont obtenus pour les plis orientés sous un angle α= 40°, ce qui conduit à une propagation de la fissure plus rapide que les autres orientations des fibres. Les résultats déterminés numériquement par la méthode des éléments finis confirment ceux obtenus précédemment dans les figures 3.9 et 3.10.

**** <u>Cas du Bore/Epoxyde</u>***

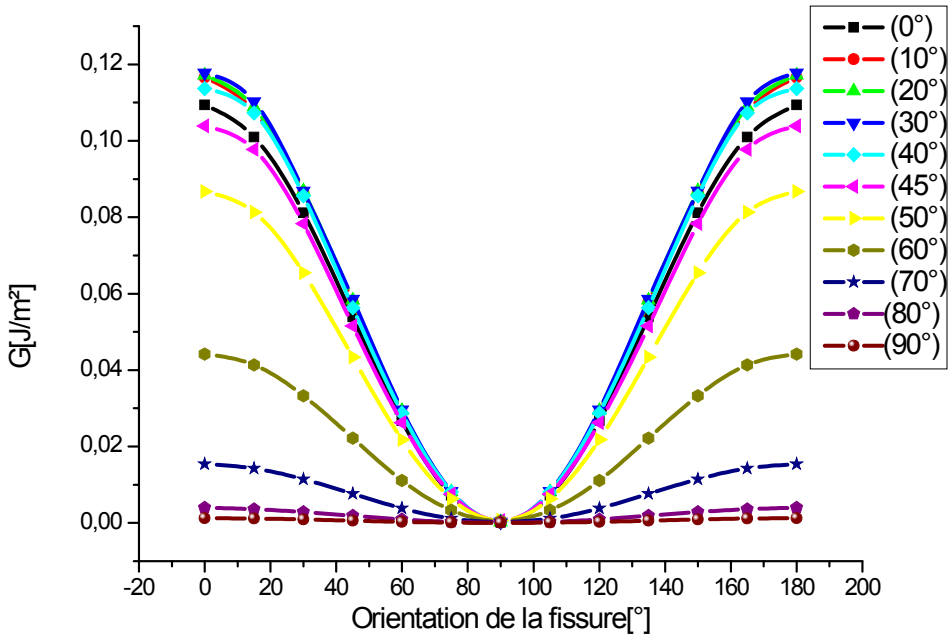
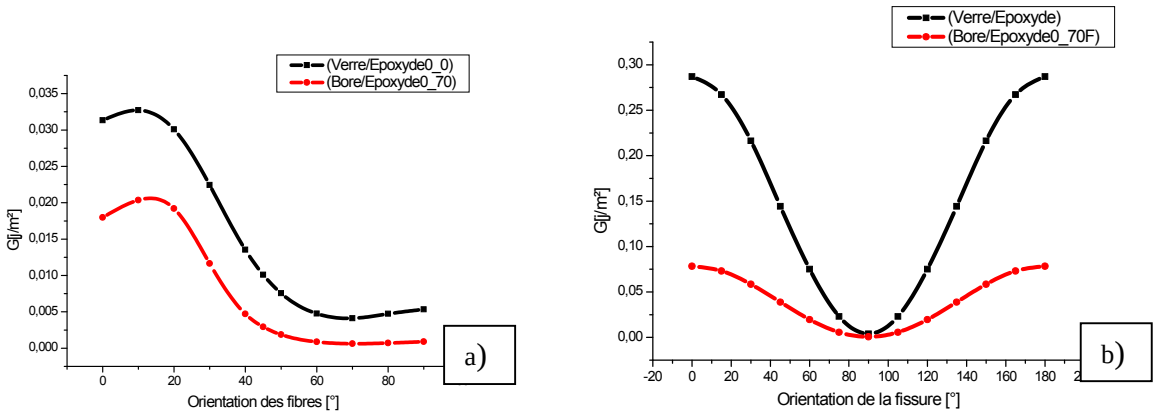


Figure 3.18 : Variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour toutes les orientations des fibres dans le cas où les deux entailles circulaires sont inclinée d'un angle γ=90°.

La variation du taux de restitution d'énergie du bore/époxyde en fonction de l'angle β pour les différentes orientations des plis, est représentée par la figure 3.18. Celle-ci nous montre clairement que l'allure des courbes a la même forme que celle des figures 3.17 ce qui nous conduit aux mêmes remarques.

*** <u>Cas des deux matériaux</u>**



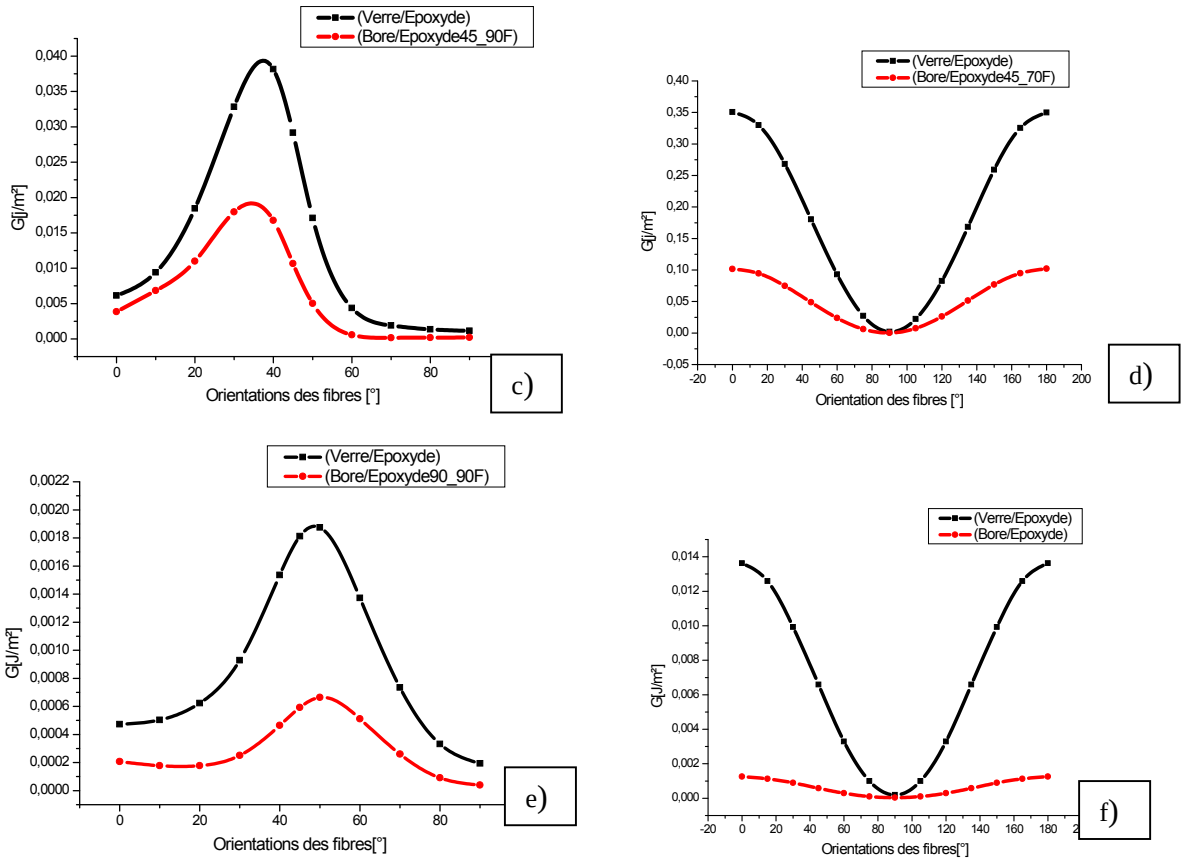


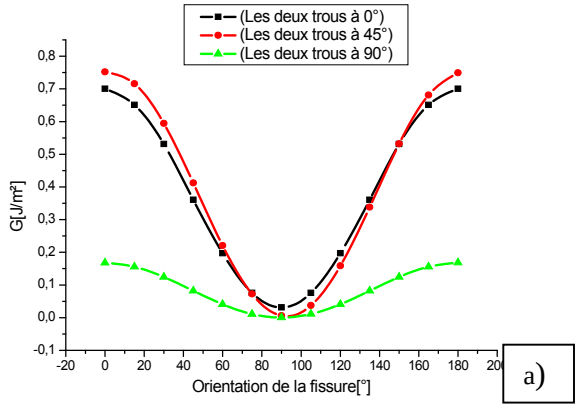
Figure 3.19 : Variation du taux de restitution d'énergie des deux matériaux pour
a/α variable, β=70° et γ=0° ; b/α=90°, β variable et γ=0°
c/α variable, β=70° et γ=45° ; d/α=90°, β variable et γ=45°
e/α variable, β=90° et γ=90° ; f/α=90°, β variable et γ=90°.

La figure 3.19 illustre la variation du taux de restitution d'énergie G des deux matériaux composites stratifiés en fonction des paramètres suivant :

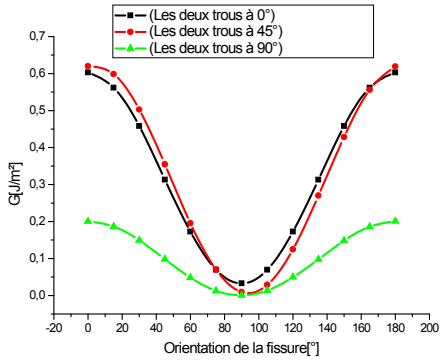
- a/, c/ et e/ en fonction des orientations des fibres α, β constante lorsque les entailles sont placées à 0°, 45° et 90°.
- b/, d/ et f/ en fonction de l'orientation de la fissure β, α constante lorsque les entailles sont placées à 0°, 45° et 90°.

Cette figure montre que quelque soit l'orientation des fibres, de la fissure ou des deux entailles le matériau composite stratifié bore/époxyde se comporte mieux que le matériau verre/époxyde en ce qui concerne la propagation de fissure et cela suite aux bonnes caractéristiques mécaniques.

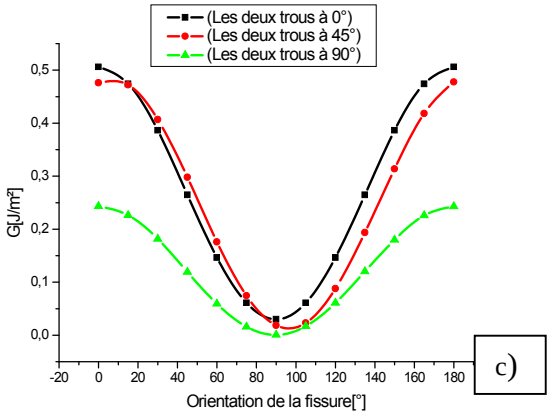
3.3.2.7. Effet de l'orientation des deux entailles circulaires d'un angle γ .



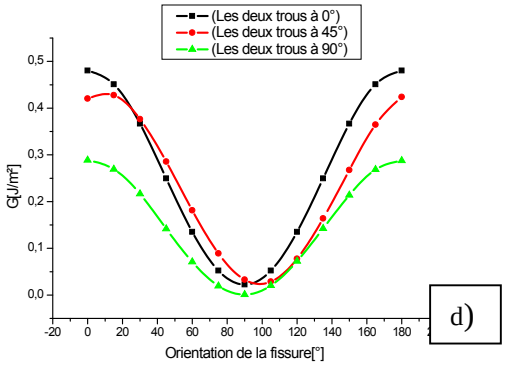
a)



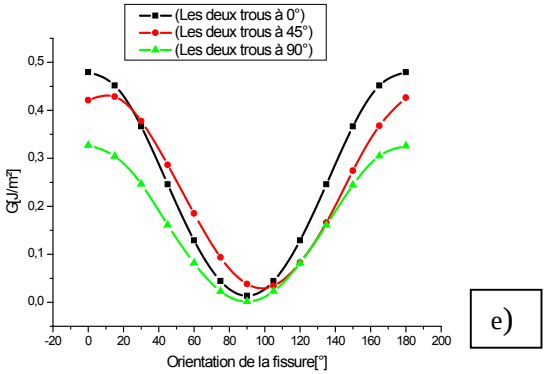
b)



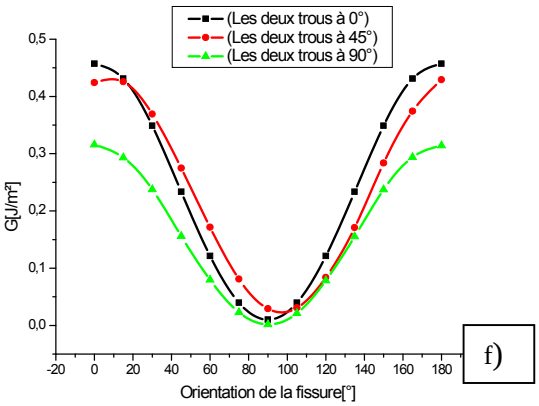
c)



d)



e)



f)

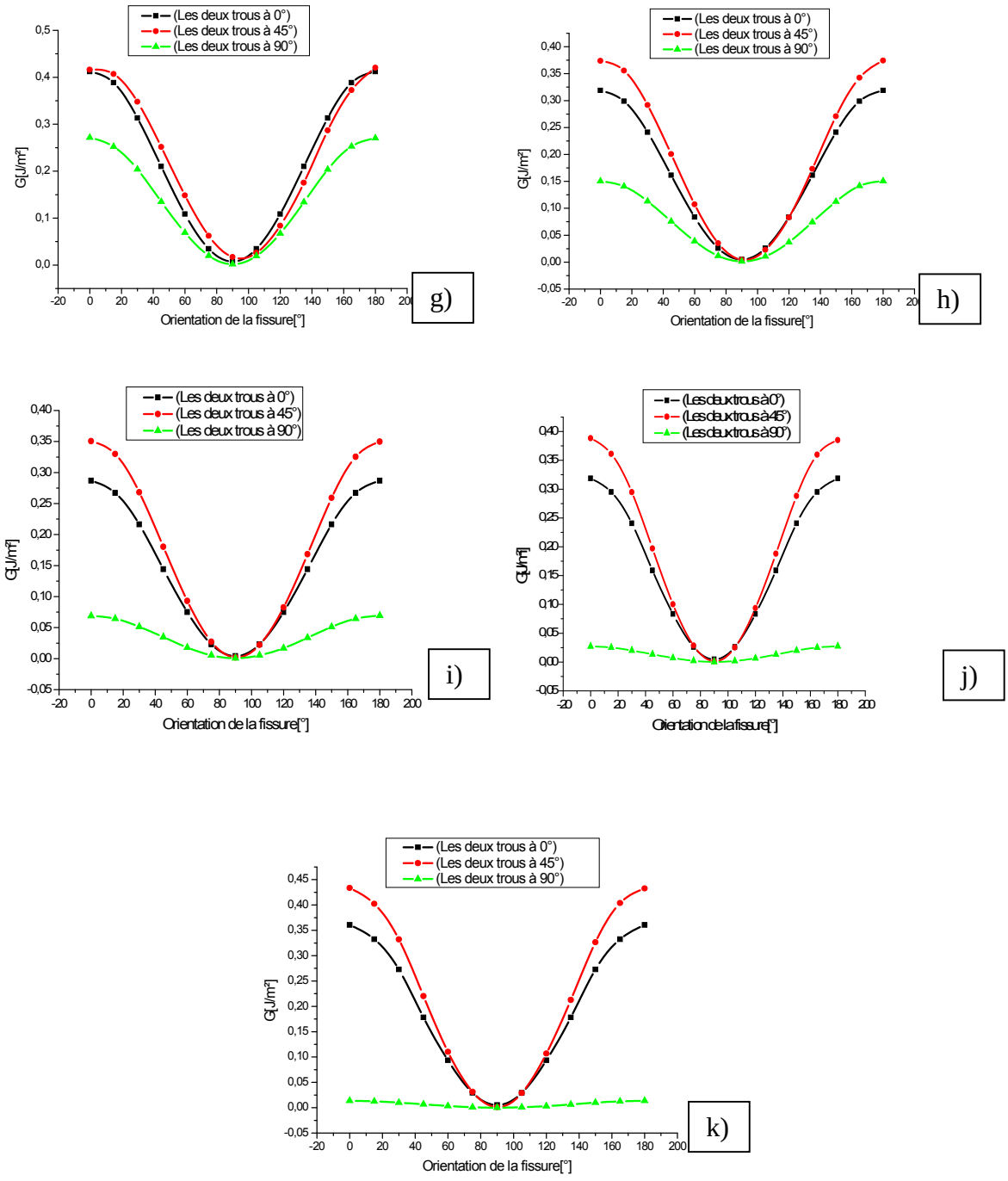


Figure 3.20.Variation du taux de restitution d'énergie du verre/epoxyde en fonction de l'orientation de la fissure pour les trois positions des entailles circulaires et les différentes orientations des fibres :a)**α**= 0°, b) **α** =10°, c) **α** = 20°, d) **α** =30°,
e) **α** = 40°, f) **α**= 45°, g) **α** =50°, h) **α** = 60°, i) **α** = 70°, j) **α** =80° et k) **α** = 90°.

Les variations du taux de restitution d'énergie G du matériau composite verre/époxyde en fonction de l'angle β et pour les trois positions des entailles circulaires (γ = 0°, γ = 45° et γ = 90°) sont représentés par la figure 3.20. Chaque graphe est déterminé pour une orientation des fibres allant de 0° à 90°. On note que Les deux courbes qui correspondent aux deux positions des trous (γ = 0° et γ = 45°) sont presque identiques pour différentes orientations des plis et ceci quel que soit l'angle β de la fissure. Cependant, on constate une variation importante du paramètre G pour les entailles placées verticalement selon l'axe des Y. Le facteur G augmente graduellement en fonction de l'orientation des fibres dans l'intervalle [0° 40°] puis il décroît de nouveau dans l'intervalle [40° 90°] pour atteindre une valeur nulle et ceci pour les différents angles β de la fissure. On note également que le taux de restitution est nul pour une fissure orientée selon le sens du chargement, ce qui empêche sa propagation pour les trois positions des entailles circulaires et toutes les orientations des plis.

Lors de ce travail, nous avons étudié le comportement mécanique de deux composites stratifiés croisés, sollicités à une charge monotone. Nous avons choisi ces deux matériaux parceque leurs propriétés mécaniques sont disponibles dans la littérature : Bore/Epoxy et Glace/Epoxy. Notre étude numérique a pour but d'analyser le taux de restitution d'énergie sous l'effet des paramètres et des caractéristiques mécaniques tels que l'orientation des fibres, l'orientation de la fissure et l'orientation des deux entailles circulaires.

Cette étude nous a permis de tirer les conclusions suivantes :

- L'orientation des fibres a un effet considérable sur la propagation de la fissure. Les fibres orientées entre 70° et 90° renforcent mieux la structure composite et atténuent la propagation de la fissure quelque soit son orientation.
- Quelque soit l'orientation des fibres, de la fissure ou des deux entailles, le matériau composite stratifié bore/époxyde se comporte mieux que le matériau verre/époxyde en ce qui concerne la propagation de fissure et cela suite aux bonnes caractéristiques mécaniques.
- Le variation du taux de restitution d'énergie G des deux matériaux composites verre/époxyde et bore/époxyde en fonction de l'angle β et pour la position des entailles circulaires $\gamma = 90°$, atteint une valeur nulle et ceci quel que soit l'angle β de la fissure. On note également que le taux de restitution est nul pour une fissure orientée selon le sens du chargement, ce qui empêche sa propagation pour les trois positions des entailles circulaires et toutes les orientations des plis.

En perspectives de cette analyse, nous pourrons envisager deux volets de la recherche :

- L'étude du facteur d'intensité de contraintes des composites stratifiés croisés soumis aux mêmes chargements ;

- La durée de vie du composite stratifié croisé sous l'effet des charges cycliques.

References bibliographiques :

[1] JONES, R.M. « Mechanics of composite materials. » Washington D.C., USA : Scripta Book Company, 1975, 355 p. ISBN 0070327904.

[2] KIM, J.K. & MAI, Y.W. « Engineered interfaces in fiberreinforced composites. » Pays-Bas : Elsevier Science Ltd., 1998, 416 p. ISBN 0080426956.

[3] REINHART, T.J. & CLEMENTS, L.L. « Introduction to composites. » Dans : Engineeredmaterialshandbook - Volume 1 : Composites. Ohio, USA : ASM International, 1993, p. 27-34. ISBN 0871702797 (v.1).

[4] HASHIN, Z., ROSEN, B.W., HUMPHREYS, E.A., NEWTON, C. & CHATERJEE, S. « Fiber composite analysis and design : Composite materials and laminates, Volume I. » Washington D.C., USA : Federal Aviation Administration, 1997, N° DOT/FAA/AR-95/29-I, 339 p.

[5] GÜRDAL, Z., HAFTKA, R.T., & HAJELA, P. « Design and optimization of laminated composite materials. » Canada : Wiley-Interscience Publication, 1999, 352 p. ISBN 047125276X.

[6] G.P.SENDECKYJ. « ElasticBehaviour of composites, Mechanics of Composite Materials » Vol II, Ed.sendeckyj,G.P , Academic Press,1974.

[7] Z.HASHIN, « Theory of FiberReinforcedMaterials » NASA CR-1974,1972

[8] R.M. CHRISTENSEN, « Mechanics of Composite Materials » Wiley-interscience ,1979 .

[9] G. SENDECKYJ ET C. CHAMIS « Critique in theorypredectingthermoelasticproperties of fibrous composites » Journal of Composites Materials,1979.

[10] I.M. BERTHELOT, « Matériaux Composites Tec&doc, 3eme édition Paris.

[11] B.D. AGARWAL et L.J. BROUTMAN , « Analysis and Performance of Fiber Composites » John Wiley& Sons , New York, 1980.

[12] S.P. TIMOSHENKO and WOINOWSKY-KRIEGER, « Theory of plates and shell , 2eme édition, McGraw-Hill , New York,1959.

[13] J.M. WHITNEY , « Structural Analysis of laminatedanisotropic plates » ,Technomic,Lancaster,Pennsylvania,1987.

[14] E. REISSNER and Y. STAVSKY , « Bending stretching of certain types of heterogeneousAelotropicelastic plates » Journal of Appliedmechanics.

[15] Bonnet B. Comportement au choc de matériaux composites pour applications automobiles Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2005.

[16] Schiavon I. Suivi de l'endommagement en fatigue d'un composite verre-époxydeunidirectionnel par mesures mécaniques et émission acoustique. Thèse Lyon : INSA de Lyon, 1989, 154 p.

[17] Petitpas E., Valentin D. Edgeeffect on unidirectional composite observedduringacousticemission monitoring of damage. Journal of Materials Science Letters, 1992, vol. 11,

[18] Patel S.R. Durability of hygrothermallyaged graphite/epoxywoven composite undercombinedhygrothermal conditions", International Journal of Fatigue 24

[19] Berthelot J.-M. Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures, 3ème édition. Paris. Éditions Tech &Doc, 1999, 642p.

[20] SMITH, B.W. « Fractography for continuousfiber composites. » Dans : Engineeredmaterialshandbook - Volume 1 : Composites. Ohio, USA : ASM International, 1993, p. 786-793. ISBN 0871702797 (v.1).

[21] PIPES, R.B. & PAGANO, N.J. « Interlaminar stresses in composite laminatesunderuniform axial extension. » Journal of composite materials, 1970, vol. 4, p. 538-548.

[22] WANG, A.S.D. « Strength, failure, and fatigue analysis of laminates. » Dans : Engineeredmaterialshandbook - Volume 1 : Composites. Ohio, USA : ASM International, 1993, p. 236-251. ISBN 0871702797 (v.1).

[23] PAYAN, J. « Etude du comportement de composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue. » Thèse : Mécanique. Marseille : Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, 2004, 139 p.

[24] FRIEDRICH, K. « Fractographicanalysis of polymer composites. » Dans : Application of fracture mechanics to composite materials. Ed. par K. FRIEDRICH. Amsterdam, Pays-Bas : Elsevier Science Publishers B.V., 1989, p. 425-487. ISBN 0444872868 (vol. 6).

[25] MASTERS, J.E. « Basic failure modes of continuousfiber composites. » Dans : Engineeredmaterialshandbook - Volume 1 : Composites. Ohio, USA : ASM International, 1993, p. 781-785. ISBN 0871702797 (v.1).

[26] KIM, R.Y. « Fatigue strength. » Dans : Engineeredmaterialshandbook - Volume 1 : Composites. Ohio, USA : ASM International, 1993, p. 436-444. ISBN 0871702797 (v.1).

[27] HORTON, R.E. &McCARTY, J.E. « Damage tolerance of composites. » Dans : Engineeredmaterialshandbook - Volume 1 : Composites. Ohio, USA : ASM International, 1993, p. 259-267. ISBN 0871702797 (v.1).

[28] SCHULTE, K. & STINCHCOMB, W.W. « Damage mechanisms – includingedgeeffects - in carbon fibre-reinforced composite materials. » Dans : Application of fracture mechanics to composite materials. Ed. Par K. FRIEDRICH. Amsterdam, Pays-Bas : Elsevier Science Publishers B.V., 1989, p. 273-325.

[29] WILLIAMS, J.G. « Fracture mechanics of anisotropicmaterials. » Dans : Application of fracture mechanics to composite materials. Ed. par K. FRIEDRICH. Amsterdam, Pays-Bas : Elsevier Science Publishers B.V., 1989, p. 3-38.

[30] O'BRIEN, T.K. « Interlaminar fracture toughness : the long and winding road to standardization. » Composites part B : Engineering, 1998, vol. 29, p. 57-62.

[31] DAVIES, P., BLACKMAN, B.R.K. & BRUNNER, A.J. « Standard test methods for delaminationresistance of composite materials: Currentstatus. » Applied composite materials, 1998, vol. 5, p. 345-364.

[32] GONG, X.J. « Rupture interlaminaire en mode mixte I+II du composite stratifié verre/époxy unidirectionnel et multidirectionnel. » Thèse : Mécanique appliquée, acoustique, et matériaux. Compiègne : Université de technologie de Compiègne, 1992, N° D 459, 141 p.

[33] Wikipedia. « Fracture mechanics. ».

[34] eFunda. « Introduction to fracture mechanics. ».

[35] American society for testing and materials. « Standard test method for mode I interlaminar fracture toughness of unidirectionalfiber-reinforcedpolymer matrix composites. » Pennsylvanie, USA : ASTM International, 1994, N° D 5528-94a,10 p.

[36] BRUNNER, A.J., BLACKMAN, B.R.K. & DAVIES, P. « Mode I delamination. » Dans : Fracture mechanicstestingmethods for polymers, adhesives, and composites. Ed. par D.R. MOORE, A. PAVAN & J.G. WILLIAMS. Oxford, Royaume-Uni : Elsevier Science Ltd., 2001, p. 277-305.

[37] DAVIES, P., BLACKMAN, B.R.K. & BRUNNER, A.J. « Mode II delamination. » Dans : Fracture mechanicstestingmethods for polymers, adhesives, and composites. Ed. par D.R. MOORE, A. PAVAN & J.G. WILLIAMS. Oxford, Royaume-Uni : Elsevier Science Ltd., 2001, p. 307-333.

[38] MÉZIÈRE, Y. « Tolérance au dommage : Etude de délaminage dans les matériaux composites à matrice organique. » Thèse : Génie mécanique. Toulouse : Université Paul Sabatier, 2000, N° 3608, 269 p.

[39] STEVANOVIC, D., JAR, P.-Y.B., KALYANASUNDARAM, S. & LOWE, A. « On crack-initiation conditions for mode I and mode II delaminationtesting of composite materials. » Composites science and technology, 2000, vol. 60, p. 1879-1887.

[40] BENZEGGAGH, M.L. & KENANE, M. « Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bendingapparatus. » Composites science and technology, 1996, vol. 56, p. 439-449.

[41] DUCEPT, F., GAMBY, D. & DAVIES, P. « A mixed-mode failurecriterionderivedfrom tests on symmetric and asymmetricspecimens. » Composites science and technology, 1999, vol. 59, p. 609-619.

[42] KRUEGER, R. « The virtual crack closure technique : History, approach and applications. » Maryland : NASA Center for Aerospace Information, ICASE Report No. 2002-10, 2002, 64 p.

[43] REEDER, J.R. « An evaluation of mixed-mode delaminationfailurecriteria. » Virginia: Langleyresearch center, 1992, N° NASA-TM-104210, 49p.

[44] MATHEWS, M.J. & SWANSON, S.R. « Characterization of the interlaminar fracture toughness of alaminatedcarbon/epoxy composite. » Composites science and technology, 2007, vol. 67, p. 1489-1498.

[45] T. Bai, D. D. Pollard, Spacing of fractures in a multilayerat fracture saturation, International Journal of Fracture 100(4), 23–24,1999.

[46] J.-M. Berthelot, J.-F. Le Corre. Statisticalanalysis of the progression of transverse cracking and delamination in cross-plylaminates, Composites Science and Technology 60(3), 2659–2669, 2000.

[47] J.-L Rebière,M.-N Maâtallah, D. Gamby, Analysis of damage mode transition in a cross-plylaminateunderuniaxialloading, Composites structures 55, 115-126,2002.

[48] J. Wang, B. L. Karihaloo, Matrix crack-induceddelamination in composite laminatesunder transverse loading, Composites structures 38 661-666, 1997

[49] P. W. Manders, T.-W. CHOU, F. R. Jones, J. W. Rock, Statisticalanalysis of multiple fracture in 0/90/0 glass fibre/epoxylaminates. J Mater Sci 18,2876-2889, 1983.

[50] D.T.G. Katerelos, M. Kashtalyan, C. Soutis and C. Galiotis Matrix cracking in polymeric composites laminates: Modelling and experiments, Composites Science and Technology, 2310-2317,2008.

[51] Dae-CheolSeo, Jung-Ju Lee "Fatigue crack growthbehavior of crackedaluminum plate repairedwith composite patch" Korea, Composite Structures publication 57 (2002) 323–330

[52] H. Achache, B. Boutabout and D. Ouinas. Mechanicalbehavior of laminated composites withcircularholes. Key Engineering Materials Vol. 550 (2013) pp 1-8

[53] ABAQUS FiniteElement Program, ABAQUS/Standard 6.7.1. Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc. Pawtuket, USA, 2006.

[54] SAMTECH. « SAMCEF v11.0 user'smanual. » Liège, Belgique : Samtech, 2003.