MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE Dr. YAHIA FARES-MEDEA
UDYFM (ALGERIE)

MÉMOIRE

Présenté à la faculté de sciences et de la technologie
Département du génie électrique et de l'informatique

Pour l'obtention du Diplôme de

Master En Génie Électrique

Option : Automatique des systèmes

Thème

Navigation et commande des systèmes mécaniques sous-actionnés : Application sur un véhicule sous-marin

Préparé par:

- Chellali Abdelnacer
- Tahar Walid

Proposé et dirigé par:

Mr. KHERKHARE Abdelkrim

Université Dr. Yahia Fares-Médéa
Promotion 2013-2014

Sommaire

REMERCIEMENTS

Dédicaces

Sommaire

Liste des figures

Introduction générale……..... 01

Partie 1: *Les systèmes mécaniques sous-actionnés: Constitution et navigation*

1.1. Introduction..... 03

1.2. Le problème de navigation..... 03

1.3. Problématiques liés aux systèmes mécaniques sous actionnes (SMSA)..... 04

1.3.1. Non-holonomie et Sous-actionnement..... 04

1.3.1.1. Définition..... 04

1.3.1.2. Sous-actionnement des systèmes mécaniques..... 05

1.3.2. Poursuite de trajectoires du véhicule sous-marin sous-actionné..... 05

1.4. Les véhicules sous-marins, constitution et principe de fonctionnement..... 06

1.4.1. Principe de Propulseur..... 08

1.4.1.1. Ailes..... 08

1.4.1.1.1. Principe de fonctionnement..... 08

1.4.1.2. Les propulseurs..... 10

1.5. Principes fondamentaux de cinématique des véhicules sous-marins..... 11

1.5.1. Equations de Frenet-Serret..... 12

1.6. Planification de mouvement des systèmes non holonomies..... 16

1.6.1. Contraintes des systèmes non holonomies..... 17

1.6.2. Description du problème de planification et de poursuite..... 18

1.7. Formulation de problème de commande..... 18

1.8. Issues de commandabilité..... 19

1.9. Stabilisation..... 20

1.9.1. Commandabilité et stabilisation auteur d'un point..... 21

1.9.2. Commandabilité et stabilisation auteur d'une trajectoire..... 21

1.9.3. Approximation linéaire..... 21

1.9.4. Linéarisation exacte par retour d'état..... 22

1.9.5. Linéarisation exacte par retour d'état statique..... 22

1.9.6. Linéarisation exacte par retour d'état dynamique..... 22

1.10. Exemples des systèmes non holonomies..... 23

1.11. Conclusion..... 25

Sommaire

Partie 2 : *Modélisation et commande par l'approximation linéaire des véhicules sous-marins.*

2.1. Introduction..... 26
2.2. Modèle mathématique..... 26
2.2.1. Modèle dynamique..... 26
2.2.2. Modèle cinématique..... 27
2.3. Modélisation cinématique et les contraintes non holonomies..... 27
2.3.1. Modèle cinématique global..... 28
2.3.2. Analyse de commandabilité..... 31
2.3.2.1. Commandabilité auteur d'un point..... 31
2.3.2.1.1. Base Nilpotente..... 31
2.3.2.2. Commandabilité auteur d'une trajectoire..... 33
2.4. La mise en formes enchaînées..... 35
2.5. Commande par modèle cinématique du véhicule..... 37
2.5.1. Commande Poursuite de trajectoire de la forme enchainée..... 37
2.5.2. Génération de la trajectoire de référence..... 37
2.6. Commande par approximation linéaire..... 39
2.6.1. Résultats de simulation..... 42
2.7. Conclusion..... 47
Conclusion générale et perspectives..... 48
Bibliographies..... 50
Résumé

INTRODUCTION GENERALE

De tout temps, l'homme n'a cessé de rêver de voyager de continent en continent, de voler tel un oiseau, d'explorer les fins fonds des océans et de conquérir l'espace ; ses ambitions l'ont poussés à chercher, à concevoir et à améliorer les moyens qui lui permettraient de réaliser ses objectifs [1].

En outre, il lui serait difficile voire impossible d'atteindre de tels objectifs sans avoir recours aux systèmes mécaniques, et bien que l'intérêt que porte les chercheurs à ces systèmes remonte à loin, Newton, Lagrange, Kepler, Hamilton et beaucoup d'autres, actuellement ce domaine est encore plus actif en raison des diverses applications de ces systèmes dans la vie réelle et industrielle [1].

En effet, durant ces dernières décennies, une série d'applications scientifiques, industrielles et militaires ont motivé l'analyse et la conception rigoureuses de commande pour les systèmes mécaniques. Comme l'approximation par la linéarisation tangentielle n'est pas suffisante voire même inadaptée sur la majorité de ces systèmes qui présentent un comportement global non linéaire, l'attention et la curiosité des mathématiciens fuent attirées. En réunissant leurs efforts, les ingénieurs et les scientifiques ont développé plusieurs théories de contrôle comprenant le contrôle linéaire, optimal, adaptatif, non linéaire et plus récemment robuste afin de tenir compte de la présence inévitable des incertitudes dans un contexte réel.

Les sous-marins ont été utilisés depuis la nuit des temps. L'eau est l'élément, avec la terre, que les hommes ont appréhendés en premier. C'est dans le but de se déplacer à la découverte du monde que les hommes ont créé les premiers gréements. L'exploration des fonds sous-marins ainsi que les capacités furtives dans le milieu sous-marin ont orienté l'homme vers la fabrication d'engins amphibies.

Ce n'est que lors de guerres que les premiers engins sous-marins ont été utilisés. Ces engins, appelés torpilles, ont pour objectif de détruire des navires à l'aide de charge explosive. Ce n'est qu'au XXe siècle que l'idée de torpilles sous-marines s'est peu à peu transformée en création de sous-marins habités et inhabités à des fins civiles. Les sous-marins inhabités sont appelés des drones sous-marins. Au travers de l'histoire de la technologie sous-marine, il est évident que ces appareils ont gardé des fonctions militaires et civiles.

C'est dans ce contexte actuel des technologies sous-marines (navigation), que la problématique de ce mémoire s'inscrit. Comment concevoir un drone à la fois rapide, satisfaisant éventuellement à des applications de navigation et planification, qui serait agile et stable, pouvant être utilisé à des fins civiles ou bien militaire ? Cette dualité en ferait un atout majeur regroupant les deux grands domaines d'activité sous-marine.

Dans la première partie, nous procéderons à la représentation des outils nécessaires au développement des modèles qui peuvent être utilisé pour la conception de commande de mouvement de planification et la poursuite par retour d'état des véhicules sous-marins [1], et l'établissement du modèle non linéaire du drone sous-marin. Ces équations de la dynamique incluent des études sur des phénomènes hydrodynamiques tels que les masses et les inerties ajoutées, les frottements hydrodynamiques ou encore la poussée d'Archimède. La difficulté trouver pour la conception des système de commande pour les véhicules sous-marins dus à leur dynamique non linéaire, modèles incertains, et la présence des perturbations. De nombreux problèmes doivent être résolus pour rendre les véhicules sous-marins manœuvrés. La commande dynamique du véhicule doit garantir la stabilité de système globale [2]. La dynamique non linéaire des véhicules sous-marins autonomes présente un problème dans lequel les approches de commandes traditionnelles ne peuvent pas être adaptées facilement comme les coefficients hydrodynamiques sont souvent mal connus.

Ainsi que les différentes techniques de commande par retour d'état basant sur l'approche de linéarisation par retour d'état et retour de sortie, afin de rendre l'engin asymptotiquement stable et contrôlable. Cette technique sera utilisée dans la suite à un état de l'art des techniques de contrôle de drones sous-marins. Ce chapitre sera conclu par l'ajout de la modélisation et du contrôle des actionneurs ainsi que le calcul des données de pilotage et de navigation.

Dans deuxième partie de ce mémoire, nous présentons un résumé des principales propriétés du modèle dynamique d'un véhicule sous-marin à 6 degrés de libertés et une vue d'ensemble d'un véhicule sous-marin est donnée et un modèle mathématique du véhicule est présenté. La cinématique et la dynamique d'un bateau à 6 degrés de libertés est présentée suivi de quelques notations. Ensuite le modèle mathématique du véhicule sous-marin à utilisé pour les opérations de suivi et de la poursuite de trajectoire est déduit à partir du modèle complet [4]. Nous présentons aussi les différentes forces externes qui entrent en jeux dans la structure de commande du véhicule sous- marin. Le modèle sous-actionné qui va être utilisé tout au long de ce mémoire a été présenté. Le test de non holonomie ainsi que le teste de commandabilité sont ensuite présentés pour le véhicule sous-marin sous-actionné. Pour le mouvement la planification charge le modèle cinématique du système est obtenue et les issues liés à la commandabilité non linéaire du système sont étudiées en détail. En conclusion, afin de la conception de la loi commande, le système est transformé en forme enchaînée [4].

Les systèmes mécaniques sous-actionnés: Constitution et navigation.

1.1. Introduction

Le travail présenté dans cette partie à pour vocation de présenter les outils nécessaires au développement des modèles qui peuvent être utilisé pour la conception de commande de mouvement de planification et la poursuite par retour d'état des véhicules sous-marins [1]. La difficulté trouver pour la conception des système de commande pour les véhicules sous-marins dus à leur dynamique non linéaire, modèles incertains, et la présence des perturbations. De nombreux problèmes doivent être résolus pour rendre les véhicules sous-marins manœuvrés. La commande dynamique du véhicule doit garantir la stabilité de système globale [2]. La dynamique non linéaire des véhicules sous-marins autonomes présente un problème dans lequel les approches de commandes traditionnelles ne peuvent pas être adaptées facilement comme les coefficients hydrodynamiques sont souvent mal connus.

1.2. Le problème de navigation

Par abus de langage, un navigateur désigne généralement un module chargé de faire se mouvoir le robot mobile dans son milieu d'évolution. Si on fait l'analogie avec le pilotage d'une voiture, se déplacer d'un endroit A à un endroit B nécessite au moins 3 tâches bien distinctes [3]:

- Réfléchir à un itinéraire pour se rendre au point B : prendre telle autoroute en direction de telle ville, prendre la sortie numéro tant, tourner à droite au niveau du premier rond point etc…
- Sur la route, il faut suivre du mieux possible l'itinéraire, en adaptant sa vitesse à la route, la circulation, aux limitations de vitesses, aux conditions météorologiques etc… Il faut prendre correctement les ronds points, les virages, se frayer un passage dans la circulation. Il faut déterminer des trajectoires qui vont permettre de suivre du mieux possible l'itinéraire prévu, tout en s'adaptant aux conditions de circulation. Ces trajectoires seront dépendantes du véhicule que l'on conduit (voiture, moto etc…), chaque véhicule ayant des capacités propres. Ce travail d'adaptation, c'est le travail du navigateur,
- Enfin, pour pouvoir suivre une trajectoire donnée, il faut appuyer sur l'accélérateur, tourner le volant, de manière générale il faut agir sur le véhicule. C'est le travail du pilote, qui doit agir sur les actionneurs du système pour appliquer la trajectoire souhaitée.

Dans notre étude, le navigateur a donc pour mission de générer des trajectoires pour le véhicule. Concrètement, un navigateur se différencie d'un planificateur de chemin par les éléments suivants [3]:

- ✓ il travaille sur une carte de l'environnement plus localisée autour du véhicule,
- ✓ il travaille à plus court terme que le planificateur, il prévoit moins loin dans le temps,
- ✓ il intègre les contraintes liées au véhicule, il doit s'assurer que le véhicule est capable physiquement de réaliser les trajectoires demandées.

Dans l'architecture de commande, le navigateur reçoit un chemin de la part du planificateur, qui peut être sous différentes formes plus ou moins complètes: série de points de passage (x, y) pouvant contenir des informations supplémentaires comme l'angle d'orientation du véhicule, des vitesses indicatives etc… Concrètement, le rôle du navigateur consiste à générer des trajectoires qui soient réalisables par le sous-marin (c'est-à-dire qui respectent le modèle cinématique du véhicule, les contraintes de non holonomie ainsi que les différentes contraintes liées aux actionneurs), qui n'intersectent pas avec les obstacles dans l'environnement local de navigation, et qui suivent au mieux le parcours proposé par le planificateur [3].

1.3. Problématiques liés aux systèmes mécaniques sous actionnes (SMSA)

1.3.1. Non-holonomie et Sous-actionnement

1.3.1.1. Définition

Formellement, un système mécanique est dit sous actionné lorsque le nombre de commandes est inferieur aux degrés de liberté à commander. Cette classe de systèmes est riche en applications aussi bien pratiques que théoriques incluant divers domaines tels que la robotique, les systèmes aéronautiques et spatiaux, les systèmes marins et sous-marins [4]. A l'opposé de ces systèmes qui ont une signification physique, les systèmes pendulaires, le Tora et la bille sur rail ont une signification en tant que benchmarks du contrôle non linéaire ou des procédures classiques ne peuvent être appliquées.

Soit le système mécanique affine en la commande décrit par l'équation suivante [5], [6] :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + g(q)u \qquad (1.1)$$

Avec q le vecteur des positions généralisées, $f(.)$ est le champ de vecteur traduisant la dynamique du système, $\dot{q}$ est le vecteur des vitesses généralisé, $g(q)$ est la matrice d'entrée et u est le vecteur d'entrée généralisé. Le système (1.1) est dit sous actionné si les entrées généralisées ne peuvent pas commander les accélérations instantanées dans toutes les directions de l'espace des

configurations. Ceci s'explique quand $rang(g) < dim\,(q)$, où $dim\,(q)$ est généralement défini comme étant le nombre de degré de libertés de (1.1).

1.3.1.2. Sous-actionnement des systèmes mécaniques

Le sous actionnement peut provenir de l'une des situations suivantes :

i) Dynamiques des systèmes par exemples: avions, hélicoptères, sous-marins, systèmes de locomotion sans roues.

ii) Par conception afin de réduire le cout et le poids tels que les satellites à deux propulseurs et les robots.

iii) Lors d'une panne d'actionneur par exemple dans un avion ou un navire.

iv) Impose artificiellement pour générer des systèmes complexes non linéaires de faible ordre tels que le fameux pendule inversé.

La restriction sur l'autorité de commande rend les SMSA plus difficiles à commander. Effectivement, le caractère de sous actionnement est encore plus difficile à gérer que celui du non linéaire. Il s'en suit que, certains résultats et propriétés établis pour toute une classe de système non linéaire tels que la linéarisation par retour d'état. De plus, d'autres propriétés indésirables telles qu'un degré relatif non déterminé [3].

1.3.2. Poursuite de trajectoires du véhicule sous-marin sous-actionné

La poursuite de trajectoire s'impose dès lors que l'on doit prendre en compte des contraintes dynamiques, dépendant du temps. Ces contraintes dynamiques sont de deux types: celles qui concernent l'environnement (présence de mobiles) que nous n'allons pas traiter dans ce mémoire, et celles qui concernent le véhicule (sa dynamique). A l'instar de la plupart des méthodes de navigation, la poursuite de trajectoire, pose le problème de la forme de la trajectoire que le véhicule sous-actionné doit suivre, sachant que le véhicule marin sous-actionné n'a pas la possibilité de se déplacer en un temps optimal dans sa direction sous actionnée, nous devons dans tous les cas assurer la convergence du véhicule à sa trajectoire désirée sans aucune difficulté [7]. A cet effet, nous considérons que la trajectoire à poursuivre est générée par un véhicule sous-marin fictif de référence, mais de même cinématique et dynamique que le véhicule sous-marin réel. Nous exprimons alors l'erreur dynamique résultante entre les véhicules réel et virtuel après quelques transformations sous la forme de cascade de deux sous-systèmes, la stabilité exponentielle est assurée en imposant une condition d'excitation persistante sur la vitesse angulaire du véhicule.

1.4. Les véhicules sous-marins, constitution et principe de fonctionnement

Les véhicules sous-marins ont deux thèmes principaux à traiter. Ils doivent pouvoir rester au fond de la mer et au même temps manœuvré [8], [9]. Les véhicules peuvent être conçus de sorte qu'ils restent sous-marins et que leurs poids corporel soit neutre, ils peuvent utiliser à la mise en action pour rester activement au fond de la mer. Ils ont besoin également de mise en action pour pouvoir aller sous l'eau et de la surface de l'eau et se déplacent autour du fond de l'eau, et viennent également support à la surface. Les sous-marins peuvent être dynamiques ou statiques. Les sous-marins dynamiques habituellement flotteront sur l'eau et activement sont poussés vers le bas par des propulseurs et pour les garder sous l'eau. Les sous-marins statiques, d'une part, ajoutent l'eau dans une chambre submersible (caisse de réglage) pour l'ajouter encore du poids, ainsi le sous-marin peut devenir plus lourd. Quand il veut monter, il utilise le gaz comprimé pour pousser l'eau dehors, de sorte que le sous-marin devienne encore léger. Les sous-marins radiocommandés (RC), ont un moteur qui conduit un propulseur au fond qui pousse le véhicule en avant, et (ailerons de gouvernail de direction) et (les barres de plonger) pour permettre aux sous-marins de produire le mouvement de lacet et le lancement. Par leur rotation, es gouvernails de direction permettent le mouvement de lacet, et les barres de plonger produisent le mouvement juste comme les ascenseurs en bas et en haut.

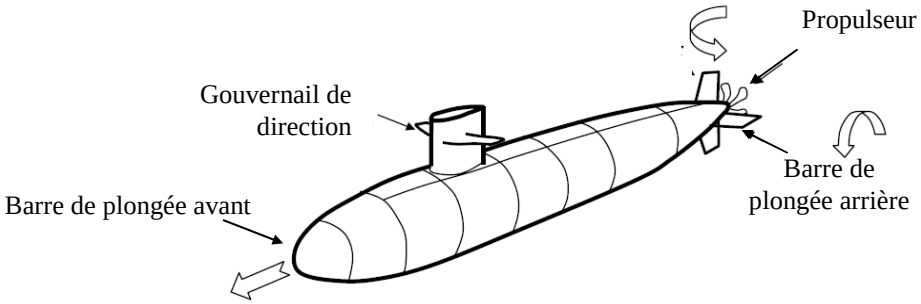


Figure.1.1: les actionneurs du sous-marin.

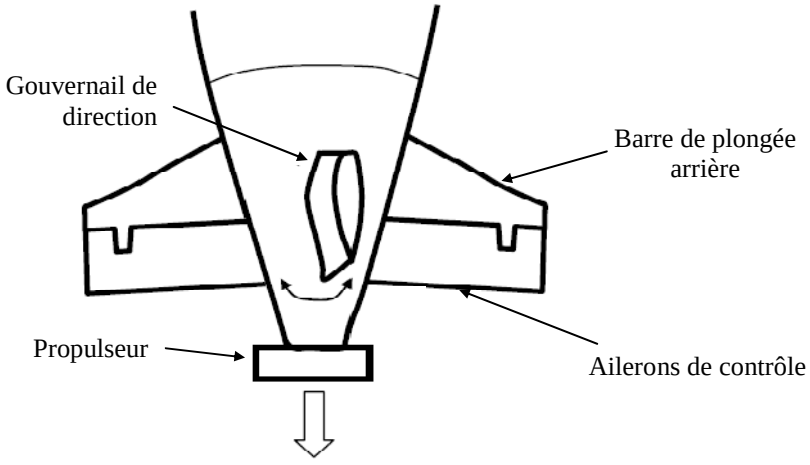


Figure.1.2: Gouvernail et la barre de plongée d'un sous-marin.

La distribution de poids garde le sous-marin de revêtement vers le haut en gardant le poids plus lourd au fond, pas le dessus. Les barres de plongés maintient le sous-marin équilibré. L'électronique est gardée à l'intérieur du récipient imperméable à l'eau (Water-Tight Container 'WTC') et contient deux cerveaux et un moteur à courant continu. Un cerveau commande le gouvernail de direction et l'autre commande les barres de plongés. L'endroit du WTC et la distribution de poids sont montrés dans la figure.1.3.

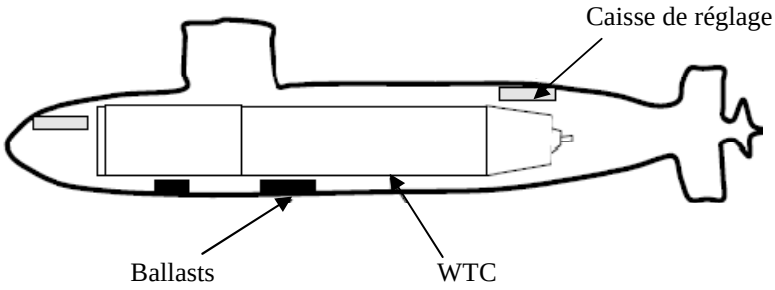


Figure.1.3: WTC et la distribution du poids.

Le WTC a généralement trois cases. La première aura la batterie et le contrôleur de vitesse. La deuxième aura un système de butte, et la troisième comtien les cerveaux. Typiquement, le système de butte aura un réservoir de l'air et les valves pressurisés. Les valves sont utilisées pour permettre à l'eau d'inonder dedans, pour augmenter le poids du sous-marin, donc lui permettant de descendre pour laisser l'eau sortir quand l'air pressurisé est laissé dans la chambre [8].

Les autres composants électroniques qui sont habituellement présents sont le contrôleur de vitesse relié au récepteur de signal par radio, ce qui reçoit le signal pour commander le moteur et les cerveaux, la commande de lancement utilise un accéléromètre pour commander l'angle de lancement.

Les sous-marins communiquent sous l'eau avec des signaux sonar. Les sous-marins utilisent également pour la navigation GPS. Les sous-marins dynamiques n'ont pas le système de butte, et donc ils doivent être activement forcés vers le bas, ils flottent à la surface. L'angle des propulseurs peut être changé avant de mettre le sous-marin dans l'eau pour obtenir les mouvements différent (voir la figure.1.4).

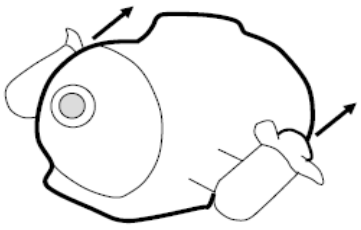


Figure.1.4: double-propulseur à base de sous-marins dynamique RC

1.4.1. Principe de Propulseur

Puisque les véhicules sous-marins ont des propulseurs, cette section fournira une brève description de la théorie d'action de propulseur. La poussée de propulseur est produite en raison des forces qui sont créés par les "ailes", Nous présentons les principes fondamentaux de la façon dont la force est produite dans les ailes et puis comment les propulseurs produisent la poussée en raison de eux.

1.4.1.1. Ailes

1.4.1.1.1. Principe de fonctionnement

Pour comprendre comment l'air coulant autour d'une section d'aile, La figure.1.5, montre le fluide coulant autour d'une section d'aile.

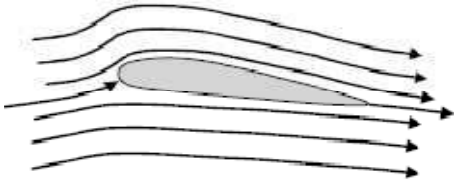


Figure.1.5: flux d'air autour d'une section d'aile (condition de kutta)

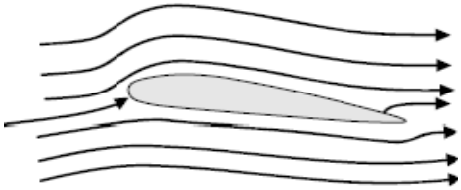


Figure.1.6: Flux d'air non-circulatoire autour d'une section de l'aile

Une ligne dont la tangente montre la direction du flux à chaque point sur la gauche qui se termine par une flèche sur la surface de l'aile est l'une qui atteint le point de stagnation de l'aile. Cela signifie que ce qui précède que le fluide s'écoule au dessus de l'aile, et au-dessous de ce point, le fluide s'écoule sous l'aile. La figure montre que le fluide par le haut et le bas aura la même amplitude et la direction du bord de fuite. Il s'agit d'une condition (Kutta-Joukowski [8]) qui crée une portance fluide de s'écouler autour d'une aile à un angle d'attaque. Si nous plaçons une aile dans un écoulement de fluide, on peut s'attendre à des lignes de courant pour être conformes à la figure 1.6.

Ce flux de fluide, cependant, n'a pas de circulation. Sans circulation de fluide, il n'y a pas de mouvement. En fait, l'élévateur sur une aile est proportionnel à la circulation de l'air sur l'aile (théorème de Kutta-Joukowski [8]), on a :

$$Mouvement\ de\ fluide = Vitesse\ d'air \times Circulation\ de\ l'air \times Densité\ de\ l'air$$

L'écoulement de fluide qui résulte de la condition de Kutta (condition de limite de bord de fuite [8]) peut être obtenu par superposition d'un écoulement d'air circulatoire sur l'écoulement de fluide non-circulatoire (figure 1.7).

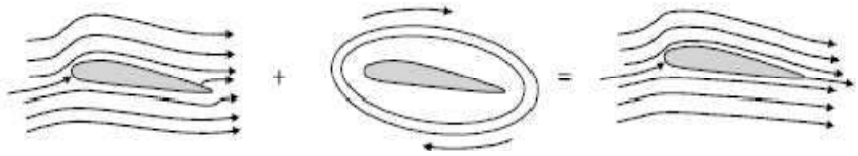


Figure 1.7: fluide totale autour d'une section de l'aile.

Il existe un autre théorème (théorème de circulation de Kelvin [8]) qui indique que le taux de variation de la circulation autour d'une courbe fermée qui est constituée de la même matière fluide est égal à zéro. Quand un véhicule tel qu'un avion commence à accélérer, il ne suit pas l'état de Kutta, et par conséquent, il n'a pas la circulation. Après l'augmentation de la vitesse, la condition de Kutta est satisfaite (création de circulation autour des ailes), une autre circulation d'air est créé derrière l'aile (appelé le sillage), (voir figure 1.8).

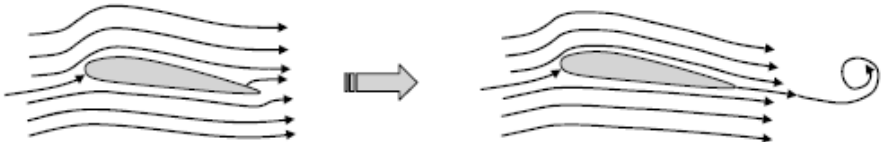


Figure.1.8: Circulation de fluide totale autour d'une section de l'aile

En raison de l'addition de la circulation dans le sens horaire qui s'écoule dans la direction du flux d'air régulier, la vitesse au-dessus de l'aile est supérieure à la vitesse du fluide au-dessous de l'aile. Le théorème de Bernoulli montre que lorsque la vitesse est élevée, la pression est faible, et où la vitesse est faible, la pression de l'air est élevée [9]. Etant donné que la pression de l'air est supérieure à la partie inférieure de l'aile que dans la partie supérieure, il existe une force vers le haut (élévateur) produite sur l'aile. Ceci est représenté sur la figure 1.9.

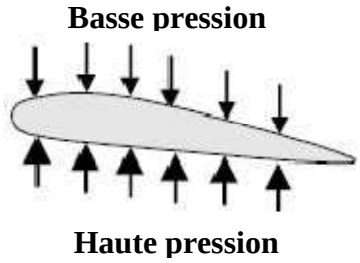


Figure.1.9: Ascenseur raison de la différence de pression produite sur une section de l'aile.

Maintenant, quand nous regardons une aile avec une durée limitée, comme sur un véhicule sous-marin pour la stabilisation, en raison de la basse pression sur le dessus de l'aile, le liquide du fond commence alors à circuler vers le haut, et toute la circulation se déplace derrière le plan.

1.4.1.2. Les propulseurs

Les propulseurs sont extrêmement importants pour les véhicules sous-marins robotisés. Ils fournissent la poussée pour la marche avant ainsi que pour l'ascenseur. La figure.1.10 montre un propulseur à trois pales. Les propulseurs peuvent venir dans de nombreuses configurations de lames, comme deux lames, trois lames, et quatre pales. Les propulseurs produisent la poussée vers l'avant par l'accélération de fluide de retour. La quantité de fluide refoulée dépend de la vitesse de rotation de propulseur ainsi que lors de son angle de lancement. Avec un petit angle de lancement, la quantité de fluide repoussé est petite.

Avec un angle de lancement élevé, les lames tournent plus lentement mais poussent plus de fluide. Des propulseurs peuvent être conçus pour avoir à pas constant, ou peuvent être faits de tels que le lancement du propulseur peut être changé en temps réel (par un déclencheur). Le concept du lancement variable peut être comparé à avoir des vitesses dans un moteur. Le lancement pourrait être commandé automatiquement (utilisant de l'électronique) pour produire une vitesse constante de rotation.

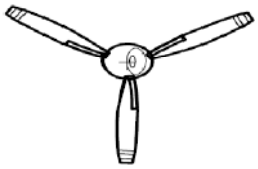


Figure.1.10: Le Propulseur.

Une autre façon d'obtenir une bonne estimation de la poussée du propulseur est d'appliquer la théorie de la section d'aile de la pale pour déterminer la force de portance qui est généré sur la lame lorsque le fluide s'écoule à travers elle. La vitesse de fluide et de n'importe quelle partie de la pale est soumise en fonction de la distance de la partie du centre de rotation. Par conséquence, les pales sont tordues en différents rayons, les vitesses relatives sont différentes, et qui fait l'angle d'attaque différent, si la lame n'est pas conçue pour être tordue, (voir la figure 1.11).

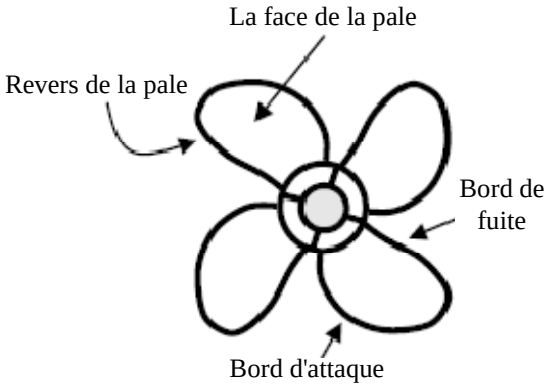


Figure 1.11: Les pièces du propulseur

Le bord de fuite est l'endroit où le fluide sort de la surface du propulseur. La face de la lame pousse le fluide à une distance, créant une pression positive sur la surface. La face arrière de la lame, qui reçoit une pression négative lorsque le fluide est déplace à une distance de cette région par la lame rotative. Lors de la rotation du propulseur, la face de la lame pousse le fluide en arrière et la face arrière commence à tirer le fluide dans (mécanisme push-pull), semblable à un ventilateur, ce qui crée une poussée vers l'avant du propulseur (voir Figure 1.12).

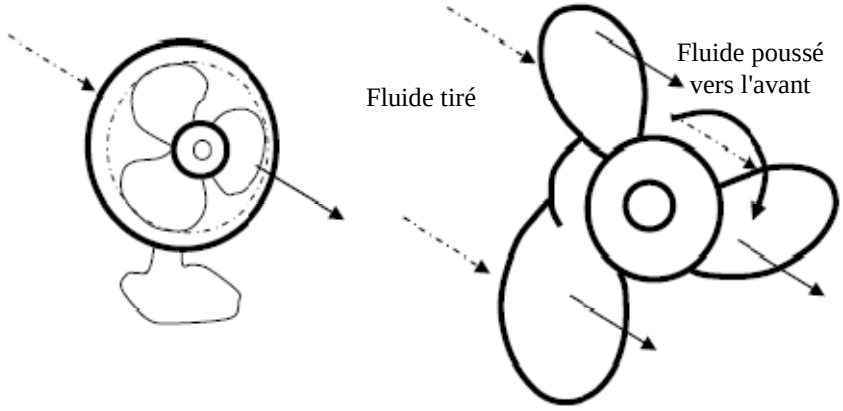


Figure 1.12 : la poussée du propulseur

1.5. Principes fondamentaux de cinématique des véhicules sous-marins

Il existe essentiellement pour le véhicule six degrés de liberté, trois qui indiquent la position, et les autres indiquent l'orientation. Ces six degrés de liberté à identifier l'état du véhicule. Nous considérons l'état du véhicule par rapport à un certain cadre général de référence (figure 1.13).

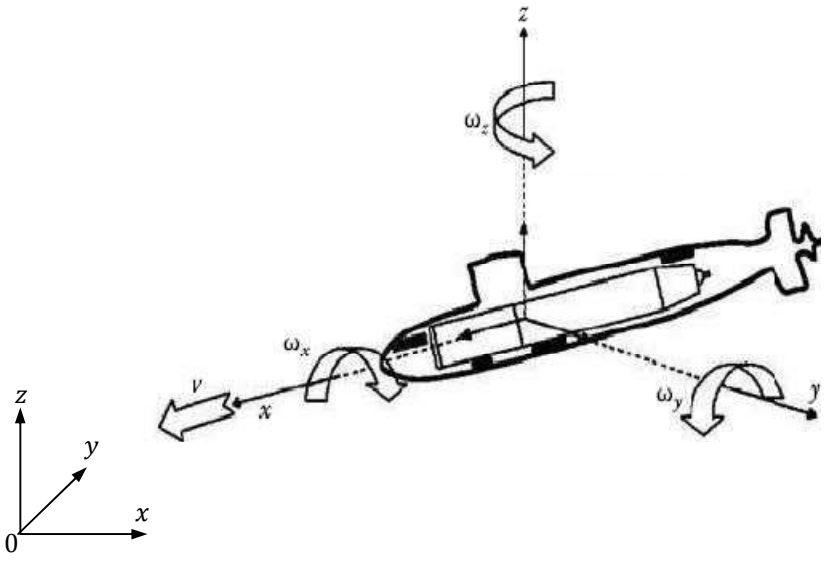


Figure 1.13 : Mouvement du véhicule sous-marin sur le repère (*x*,*y*,*z*).

Bien qu'il existe six degrés de liberté pour le véhicule pour être placé par rapport à la position et de l'orientation, il existe habituellement quatre variables seulement, qui peuvent être commandées directement [3]. Ces quatre variables peuvent être considérés comme étant plus naturellement dans

le cadre d'un corps en mouvement par rapport à une référence. Dans le cadre de référence (*x*, *y*, *z*) qui est fixé à la carrosserie du véhicule, comme le montre la figure 1.13, le véhicule peut se déplacer vers l'avant dans la direction de l'axe *x* du corps, et peut également produire une rotation autour du plan (*x*, *y*, *z*). Nous considérons que les variables de commande conçues dorénavant (dans les chapitres 2 et 3), soient les vitesses de ces quatre variables du corps, c-à-d la vitesse linéaire dans la direction de l'axe *x* du corps et les trois vitesses angulaires. Nous devons trouver un moyen de relier ces variables de commande pour garder une trace de l'état du véhicule. Nous présentons les équations de Frenet-Serret pour développer cette relation. On notera que, dans la pratique, la mise en action effective est obtenue par la commande des actionneurs qui produisent ces vitesses de commande par l'intermédiaire de la dynamique du système.

1.5.1. Equations de Frenet-Serret

On prend un point fixe sur le véhicule. On peut supposer le point de centre de gravité de la carrosserie du véhicule, ou tout point commode fixe sur la carrosserie du véhicule [10]. La position de ce point est une fonction de temps dans R^2.

Définition.1: Une fonction à valeurs réelles: $t(s) \in C^1\ (-\alpha, \alpha)$ tels que $\frac{dt}{ds} \neq 0; \forall s \in (-\alpha, \alpha)$. S'appelle un changement de paramètre admissible.

Les représentations paramétriques régulières divisent des courbes en équivalentes classes,

Définition.2: Une courbe régulière est une classe d'équivalence de représentations paramétriques régulières.

Donné une courbe paramétrique par longueur d'arc: $x(s): (-\alpha; \alpha) \rightarrow R^2$ qui représente le mouvement du véhicule, son vecteur tangent unitaire est donnée par : $t(s) = \dot{x}(s)$

Le plan normal à la courbe au point *x* est appelé le plan normal, (voir la figure.1.14).

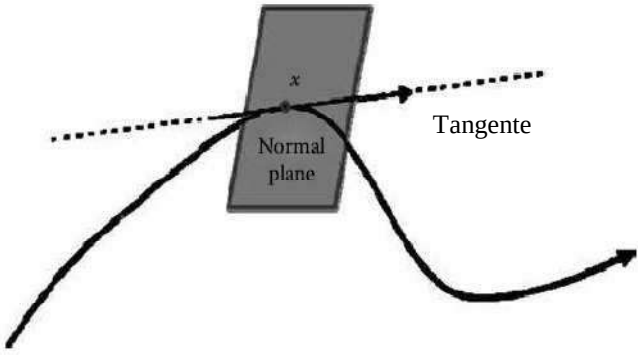


Figure 1.14: Représentation du plan normal selon *Frenet-Serret*.

Il est facile de vérifier que $\|t(s)\| = 1$ ceci implique que la multiplication de $t(s)$ avec lui-même égale 1,

$$\langle t(s), t(s) \rangle = 1 \tag{1.2}$$

En dérivant cette équation par rapport à s, nous obtenons :

$$\langle \dot{t}(s), t(s) \rangle + \langle \dot{t}(s), t(s) \rangle = 0 \tag{1.3}$$

Donc $\langle \dot{t}(s), t(s) \rangle = 0$, puisque le produit entre $t(s)$ et lui-même est commutatif. Ce qui implique que $\dot{t}(s) \perp t(s)$. $\psi(s)$, représente la norme du vecteur tangentiel. Soit le vecteur unitaire dans la direction de $i(s)$ est appelé $n(s)$. Ainsi :

$$\dot{t}(s) = \psi(s).n(s) \tag{1.4}$$

Le plan contenant les vecteurs $i(s)$ et $n(s)$ est appelé le plan oscillateur, comme le montre la figure 1.16.

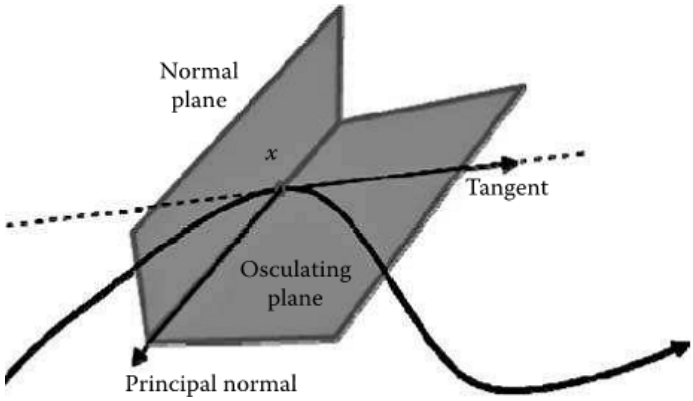


Figure 1.15 : Plan normal et plan oscillateur.

A partir de (1.2) on peut écrire :

$$\langle n(s), n(s) \rangle = 1 \tag{1.5}$$

Ce qui implique :

$$\langle \dot{n}(s), n(s) \rangle + \langle \dot{n}(s), n(s) \rangle = 0 \tag{1.6}$$

Nous définissons à partir (1.4) et (1.5), le binôme de courbe :

$$b(s) = t(s) \times n(s) \tag{1.7}$$

La dérivée de (1.7) en fonction de s devient:

$$\dot{b}(s) = \dot{t}(s) \times n(s) + t(s) \times \dot{n}(s) \tag{1.8}$$

Ceci donne, après la substitution :

$$\dot{b}(s) = \psi(s)\big(n(s) \times n(s)\big) + t(s) \times \dot{n}(s) \tag{1.9}$$

A partir (1.2). On obtient ainsi, après substitution :

$$\dot{b}(s) = t(s) \times \dot{n}(s) \tag{1.10}$$

Le plan contenant les vecteurs $t(s)$ et $b(s)$ est appelé le plan de redressement, comme le montre la figure 1.17.

$\dot{n}$ est perpendiculaire à n selon la définition.2 de *Frenet-Serret*, on peut écrire:

$$\dot{n}(s) = \mu(s)t(s) + \tau(s)b(s) \tag{1.11}$$

Cela nous donne :

$$\dot{b}(s) = t(s) \times [\mu(s)t(s) + \tau(s)b(s)] \tag{1.12}$$

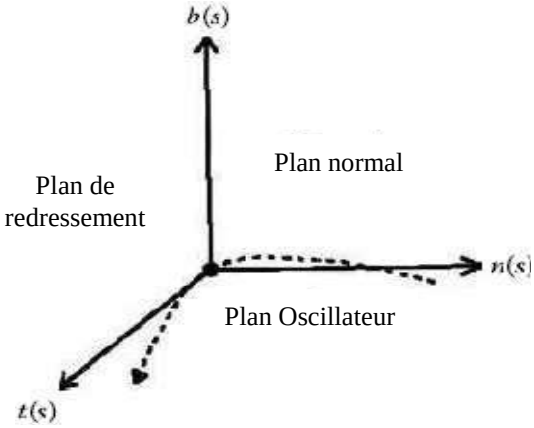


Figure 1.16 : Plan normal et plan oscillateur.

Ainsi :

$$\dot{b}(s) = \tau(s)[t(s) \times b(s)] = -\tau(s)n(s) \tag{1.13}$$

Où $n(s) = b(s) \times t(s)$, nous obtenons:

$$\dot{n}(s) = \dot{b}(s) \times t(s) + b(s) \times \dot{t}(s) \tag{1.14}$$

Ce qui donne encore :

$$\dot{n}(s) = -\tau(s)[n(s) \times t(s)] + \psi(s)[b(s) \times n(s)] = \psi(s)t(s) + \tau(s)b(s) \tag{1.15}$$

Donc, nous avons finalement:

$$\begin{cases} \dot{x}(s) = t(s) \\ \dot{t}(s) = \psi(s).n(s) \\ \dot{n}(s) = \psi(s).t(s) + \tau(s).b(s) \\ \dot{b}(s) = -\tau(s).n(s) \end{cases} \tag{1.16}$$

Les vecteurs $t(s)$, $n(s)$, et $b(s)$ sont tous orthogonaux entre eux [10]. Cependant, la matrice qui les regroupes en tant que vecteurs colonne fait partie d'un groupe de matrices $SO^{(3)}$.

$$[t(s), n(s), b(s)] \in SO^{(3)} \tag{1.17}$$

Ainsi que :

$$\begin{bmatrix} t(s) & n(s) & b(s) & x(s) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in SE^{(3)} \tag{1.18}$$

Ce qui nous donne :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} t(s) & n(s) & b(s) & x(s) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t(s) & n(s) & b(s) & x(s) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -k(s) & 0 & 1 \\ k(s) & 0 & \tau(s) & 0 \\ 0 & -\tau(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.19}$$

Les équations ci-dessus s'appellent la courbe d'équations de Frenet-Serret. L'évolution de cette courbe dans R^2 est donné par :

$$\dot{g} = g.x \tag{1.20}$$

Où $g \in SE^{(3)}$ et x est un élément de l'algèbre de Lie $se^{(3)}$. On peut considérer $k(s)$ et la torsion $\tau(s)$ comme entrées de système, de telle sorte que si :

$$\begin{cases} u_1(s) = k(s)h \\ u_2(s) = -\tau(s) \end{cases} \tag{1.21}$$

Donc :

$$\dot{g} = g.\begin{bmatrix} 0 & -u_1 & 0 & 1 \\ u_1 & 0 & -u_2 & 0 \\ 0 & u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.22}$$

Ce qui est le cas spécial de la forme général décrivant l'évolution d'état d'un système de contrôle invariant dans $se^{(3)}$.

Un exemple de la forme général d'un système de contrôle invariant dans le $se^{(3)}$ est donné par un vol d'avions dans R^2.

$$\dot{g} = g.\begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 & u_4 \\ u_3 & 0 & -u_1 & 0 \\ -u_2 & u_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.23}$$

Les entrées u_1, u_2 et u_3 sont respectivement, les entrées du commande de roulis, de lancement et le lacet de l'aérodyne, et l'entrée u_4 pour commander la direction de vitesse vers l'avant.

Le cas spécial de ci-dessus dans le $se^{(2)}$ est un exemple d'un roulement d'uni-cycle sur le plan.

$$\dot{g} = g \begin{bmatrix} 0 & -u_2 & 1 \\ u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.24}$$

Dans ce cas, l'entrée u_2 commande l'angle de la roue (voir la figure 1.18).

La formulation précédente décrit des problèmes de direction cinématiques, car on suppose que nous avons la commande directe des vitesses des corps rigides. Cependant, dans les systèmes physiques, nous avons seulement la commande des forces et des couples qui conduisent le mouvement du corps. L'approche la plus réaliste est alors de le formuler sous un problème de la direction à partir d'un modèle dynamique du système, où les forces et les couples sont considérés comme entrées. Le contrôle des modèles dynamiques est beaucoup plus difficile à réaliser que les modèles cinématiques. Dans le reste de ce projet (Partie.2), l'intonation sera mise à aborder la conception de commande des deux modèles pour un véhicule sous-marin autonome.

1.6. Planification de mouvement des systèmes non holonomies

La planification de mouvement pour les systèmes non holonomes a été étudié en détail dans la littérature [3], et beaucoup de recherche qui se fait dans ce domaine. Ce problème a attiré des chercheurs en raison de son caractère théorique difficile et leur importance pratique. Les contraintes non holonomes surviennent dans un certain nombre de systèmes robotiques, et l'application de ces systèmes est nombreuse. Le problème est également intéressant car son comportement théorique présente un certain nombre de défis. Tout d'abord, ces systèmes sont sous-actionnés. Ainsi, la planification de mouvement implique que les systèmes peuvent être complètement contrôlés par un petit nombre d'actionneurs, ce qui améliore le rapport coût-efficacité globale du système. En outre, le sous-actionnement peut fournir des techniques de sauvegarde de commande pour un système entièrement actionné. Deuxièmement, la planification et le contrôle sont plus difficiles que pour les systèmes holonomes. Certains des problèmes de contrôle de mouvement qui ont été étudiés en détail sont ceux de la stabilisation et le suivi.

Le problème de la stabilisation de tels systèmes est un gros problème, car il a été prouvé par Brockett [11] que les systèmes de contrôle non holonomes à mobilité restreinte ne peuvent pas être stabilisés à une configuration désirée (d'équilibre) à l'aide d'une loi de retour d'état stabilisante. De ce fait, il y a eu une étude approfondie de ce problème.

Diverses tâches de planification de mouvement, telles que le suivi d'une référence à temps variable, suivi de chemin, et la stabilisation point par point d'un véhicule mobile, ont été présentées

dans [1]. Tendis que une partie du travail présenté dans ce mémoire rentre dans le même concept, mais affecté pour les véhicules sous-marins. La conception de la commande par retour d'état sera utilisée pour des tâches et des différents de mouvement utilisant le modèle cinématique du système. Ainsi, le modèle cinématique sera développé en utilisant la définition de contraintes non holonomes[12-14].

1.6.1. Contraintes des systèmes non holonomies

Nous donnons une définition formelle des systèmes non-holonomes décrits par un modèle général régit par des équations différentielles du second ordre.

Définition 1: (Système Non-holonome), [5-6] : Considérons un système mécanique décrit par :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}, u) \tag{1.25}$$

Avec q le vecteur des positions généralisées, $f(.)$ est le champ de vecteur traduisant la dynamique du système, $\dot{q}$ est le vecteur des vitesses généralisées. Supposons qu'il existe des contraintes empêchant le mouvement de (1.1) dans toutes les directions de l'espace de configuration.

Alors selon la terminologie utilisée dans [5], ces contraintes sont appelées contraintes holonomes. Si ces contraintes ne peuvent être exprimées sous cette forme, alors elles sont dites contraintes non-holonomes. En particulier, ces contraintes sont dites non-holonomes de second ordre si elles sont non-intégrables en accélérations, donc s'écrivent sous la forme suivante :

$$a_i(q, \dot{q}) = 0, \ i = 1,2, \dots, k < n \tag{1.26}$$

où n est la dimension de l'espace de configuration M, auquel le vecteur q appartient. Ceux-ci limiteront les mouvements admissibles du système en limitant l'ensemble de vitesses généralisées qui peuvent être atteintes à une configuration donnée. Habituellement de telles contraintes sont en mécanique sous la forme:

$$a_i^T(q)\dot{q} = 0, i = 1,2, \dots, k < n \tag{1.27}$$

Ou

$$C(q)\dot{q} = 0, \tag{1.28}$$

Qui signifie qu'ils sont linéaires dans les vitesses généralisées. $a_i(q) \in M \subset R^n \ i = 1,2, \dots, k,$ Sont les vecteurs de ligne. La matrice $C(q) \in R^{n \times n}$ est une matrice de contrainte.

Le modèle cinématique d'un véhicule sous-marin ou d'un tel système est développée sans prendre en considération les forces dynamiques réelles agissant. Un tel système a des contraintes cinématiques sur leurs vitesses. Ainsi, les contraintes non holonomes permettent le mouvement

d'ensemble du système dans l'espace de configuration, tandis que dans le même temps à réduire les degrés de liberté ou de mouvement effectuée localement par le système.

Les contraintes non holonomies apparaissent dans un certain nombre de manières et dans diverses applications et les systèmes mécaniques [15]. Quelques exemples typiques des systèmes non holonomes :

- ✓ Robots mobiles à roues ;
- ✓ Robots d'espace ;
- ✓ Véhicules sous-marins ;
- ✓ Satellites ;
- ✓ Robots Manipulateurs.

1.6.2. Description du problème de planification et de poursuite

Les tâches de planification de mouvement pour le système non holonomie sont atteintes par l'utilisation des contrôleurs de rétroaction. Les tâches de mouvement de base considérées pour un véhicule sous-marin sont suivantes:

- **Mouvement point par point :** Ici l'objectif d'une telle configuration désirée doit être atteinte par un système à partir d'une configuration initiale donnée.
- **Suivi de chemin :** Ici le système doit atteindre une configuration finale désirée à partir d'une configuration initiale donnée, alors qu'en même temps il doit suivre un chemin de géométrie donné. La configuration initiale peut être considérée l'une ou l'autre "Marche/Arrêt".
- **Suivi de trajectoire :** Ici le système doit atteindre une configuration finale tout en suivant une trajectoire dans l'espace cartésien (un chemin de géométrie avec une loi associée de synchronisation) à partir d'une configuration initiale.

Les tâches précédentes peuvent être obtenues en utilisant la commande par réaction (en boucle ouverte) ou par retour d'état (en boucle fermé), ou bien les deux à la fois [1].

1.7. Formulation de problème de commande

Dans cette section nous formulant le modèle de commande pour les systèmes non holonomie. Pour développer l'ordre de modèle de commande nous vu des contraintes de premier ordre de cinématique du système. Les contraintes sont de la forme dans les équations (1.27), (1.28).

Le vecteur q est les coordonnées, $\dot{q}$ est la dérivée du premier ordre (vitesses) des coordonnées généralisés de la matrice des contraintes $C(q)$.

Dénotons l'ensemble de champs de vecteur de distribution involutive Δ de dimension m, qui est annihilée par les contraintes comme $g_j, j = 1,2, \dots m$; tel que [10]:

$$\Delta = span\{g_1, g_2, \dots, g_m\}$$

g_j sont la base de $(n-k)$ le bon espace nulle de la matrice de contrainte $C(q)$ de sorte que :

$$a_i^T(q)g_j(q) = 0, i = 1,2, \dots, k < n \quad j = 1,2, \dots, (n-k) = m \quad (1.29)$$

Ou

$$C(q)G(q) = 0 \quad (1.30)$$

On considère que les champs du des vecteurs g_j, $a_i^T(q)$ sont continues et linéairement indépendant. En exprimant toutes les vitesses élémentaires comme combinaison linéaire de ces vecteurs de bas, nous obtient le modèle cinématique d'un système de premier ordre [15]:

$$\dot{q} = g_1(q)v_1 + g_2(q)v_2 + \cdots + g_m(q)v_m \quad (1.31)$$

Où :

$$\dot{q} = \sum_{j=1}^{n-k=m}(g_j(q)v_j) \quad (1.32)$$

Les vecteurs v_j, connus et linéairement indépendants, sont pris sous la conséquence que les entrées de commande g_j sont représentent les champs de vecteur d'entrée. Le modèle montre directement la présence des contraintes non holonomies de k sur le système ayant des états de dimension n ou des variables de configuration et des entrées de commande de dimension $m = (n-k)$. Le modèle de contrôle dans (1.31) est connu comme modèle cinématique du système. Le modèle de système est stable (c'est à dire, pas de mouvement s'effectue dans des conditions initiales égales à zéro), non linéaire, et sous-actionné. (Nombre d'entrées de commande est inférieur au nombre d'états à commander) de contrôle.

1.8. Issues de commandabilité

A travers le modèle de commande, les termes d'accessibilité locale et de contrôlabilité peuvent être utilisés de manière interchangeable. En outre, la contrôlabilité de l'ensemble de l'espace de configuration est (complète) non holonomie des contraintes cinématiques. La condition de commandabilité peut être établie à l'aide du théorème de Chow [10]. Selon ce théorème, le système est commandable si la condition suivante soit vérifiée :

$$dim\ \Delta_c(q_0) = n \quad (1.32)$$

Alors le système de commande est localement commandable selon q_0. Δ_c est la distribution commandabilité du modèle cinématique donné par (1.31) et défini comme étant espace de commandabilité dans tous les champs de vecteur d'entrée :

$$\Delta_c = span\{v | v \in \Delta_i \forall\, i \geq 1\} \tag{1.33}$$

Avec :

$$\begin{cases} \Delta_i = \Delta_{i-1} + span\{g, v | g \in \Delta_1, v \in \Delta_{i-1}\}, \quad i \geq 2 \\ \Delta_1 = span\{g_1, g_2, \dots, g_m\} \end{cases} \tag{1.34}$$

$[g, v]$ est le crochet Lie des deux champs de vecteur g et v, définie comme:

$$[g, v](q) = \frac{\partial v}{\partial q} g(q) - \frac{\partial g}{\partial q} v(q) \tag{1.35}$$

Le théorème de Chow fournit à la fois une condition nécessaire et suffisante pour la commandabilité [15]. En outre, si le système est commandable, son dynamique donnée par.

$$\dot{q} = \sum_{j=1}^{n-k=m} \left(g_j(q) v_j \right) \tag{1.36}$$

Avec $\dot{v}_j = u_j \,;\, j = 1,2, \dots, m,$ est également commandable. Dans certains cas, les champs de vecteur d'entrée g_j sont nilpotents [15].

1.9. Stabilisation

Le concept de la stabilisabilité est fortement lié au concept de l'existence d'une loi de commande pour un système donné qui pourra rendre le système en boucle fermée asymptotiquement stable autour d'un point d'équilibre [16]. Pour les systèmes linéaires, la contrôlabilité implique la stabilisabilité du système. Cependant ceci n'est pas vrai pour les systèmes non-linéaires. Le théorème de Brockett [11] donne une condition nécessaire sur la stabilité des systèmes non-linéaire par une loi de commande continue.

Le problème de stabilisation pour le système de commande (1.36) peut être défini en tant que conclusion de la loi de commande de retour d'état de la forme $u(q, t)$ afin de garantir en boucle fermée que le système est asymptotiquement stable autour d'un point d'équilibre ou autour d'une trajectoire de référence. Le problème de stabilisation auteur d'un point, réduit au cas suivant, c.-à-d: $\dot{q} = f(q_c) = 0$.

1.9.1. Commandabilité et stabilisation auteur d'un point

Pour le système de commande (1.36), quels configuration ((q_e) est un point d'équilibre de boucle ouverte avec les conditions initiales nulles. Pour les systèmes linéaires $\dot{x} = Ax + Bu$, il est bien établi que si le système satisfait le critère de Kalman liée à la commandabilité, donnée par [10]:

$$rang[B \;\; AB \; A^2B \ldots A^nB \;\;] = n \qquad (1.37)$$

Alors la stabilité asymptotique par retour d'état de système LTI globale est garantie. Donc, il existe une loi de commande par retour d'état $u = k(x - x_e)$, tels que le système en boucle fermée soit stable autour du point d'équilibre x_e.

Pour le modèle de commande (1.36), on peut faire une sorte similaire de l'analyse. À cet effet, nous pencherons sur la linéarisation approximative du système à tout point d'équilibre (q_e). La linéarisation approximative donnée par :

$$\dot{q} = \delta\dot{q} = G(q_e))v \qquad (1.\ 38)$$

Avec $\delta q = q - q_e$, n'est pas commandable, si le rang de la matrice de contrôlabilité de la matrice $G(q_e)$ est égale m (inférieur à n).

Cependant, l'étude de la commandabilité des systèmes non linéaires peut être établie en utilisant les outils de la géométrie différentielle, c.-à-d., nous pouvons nous servir de rang de l'état en utilisant l'algèbre de Lie pour établir sa commandabilité. Cependant, même si le système peut être prouvé pour être globalement contrôlable (dans un sens non linéaire), il y a toujours une limitation théorique sur la stabilisation auteur d'un point [16].

1.9.2. Commandabilité et stabilisation auteur d'une trajectoire

En cas de suivi trajectoire, pour la stabilisation auteur d'une trajectoire il est assuré que les trajectoires de référence exigées sont possibles à réaliser pour le système. D'autres termes, nous devrions prendre ou produire seulement ceux qui satisfont les contraintes non holonomies du système, (satisfaire l'équation 1.27).

1.9.3. Approximation linéaire

Pour la linéarisation approximative du (1.27), nous prenons la trajectoire d'état désirée comme $q_d(t)$ et la trajectoire d'entrée $v_d(t)$. Le système peut facilement être montré pour remplir la condition de commandabilité, c.-à-d., le Grammian de contrôlabilité est non singulier [17] tant que la trajectoire de référence d'entrée est constante. Ainsi, il implique que nous pouvons réaliser la stabilisation autour de la trajectoire désirée par l'intermédiaire d'une loi de commande LTI. Comme

nous savons, la conception de la commande présentée ici est basée sur la linéarisation approximative du système original au voisinage d'une trajectoire de référence; le système en boucle fermé est asymptotiquement stable. Afin de réaliser la stabilisation globale avec une erreur de poursuite, nous devons nous servir de la conception de retour d'état non linéaire.

1.9.4. Linéarisation exacte par retour d'état

Elle est bien connue en robotique qui si le nombre de coordonnées généralisées égale le nombre d'entrées, c.-à-d., $n = m$, la cinématique ou la dynamique de système peut être transformée en système linéaire avec l'utilisation d'une retour d'état statique non linéaire [2]. La linéarité est montrée par les équations de système en appliquant une sorte de transformation des coordonnées l'espace d'état.

Pour la linéarisation exacte des systèmes non linéaires, on choisit des sorties auxquelles un comportement désiré est connu. Deux types de linéarisation exacte sont possibles. Les deux arrangements sont possibles; la linéarisation par retour d'état complète et linéarisation entrée-sortie.

Les équations deviennent linéaires dans la première, alors que dans le deuxième cas, la transformation est telle que la réponse d'entrée et de sortie du système en boucle fermé soit linéaire. Pour les systèmes (MIMO) cette transformation a comme conséquence le découplage des vecteurs d'entrée et de sortie. Les deux transformations peuvent être réalisées par un retour d'état statique ou dynamique [2].

1.9.5. Linéarisation exacte par retour d'état statique

Pour le modèle cinématique non holonomie la linéarisation par retour d'état ne peut pas être réalisée en utilisation un retour d'état statique (invariant dans le temps). La raison de ceci est la violation de la condition nécessaire pour s'accorder de linéarisation [2].

1.9.6. Linéarisation exacte par retour d'état dynamique

Pour la linéarisation exacte par retour d'état, si la conception du retour d'état statique est insuffisante, nous pouvons également fait recours à la conception d'une commande par retour d'état dynamique pour les systèmes non holonomes. Pour le modèle dans l'équation (1.27) :

$$\dot{q} = G(q)v', \quad q \in R^n, \quad v \in R^m \tag{1.39}$$

Le compensateur dynamique par retour d'état est de la forme :

$$\begin{cases} v = a(q,\xi) + b(q,\xi)r \\ \dot{\xi} = c(q,\xi) + d(q,\xi)r \end{cases} \tag{1.40}$$

$\xi(t) \in R^n$) est le vecteur de compensateur d'état, $r(t) \in R^v$ (ayant les mêmes dimensions que le vecteur d'entrée $\xi(t)$) étant une entrée auxiliaire. Les équations (1.39) et (1.40) sont équivalent à un système linéaire sous une certaine transformation d'état $z = T(q, \xi)$. Pour les systèmes non holonomies, le procédé de linéarisation implique la procédure suivante.

Dans un premier temps, nous définissons le signal de sortie du système $y = h(q)$. Pour cette sortie un comportement désiré connu (une trajectoire). Alors la sortie y est dérivée successivement jusqu'à ce que les entrées de système apparaissent explicitement d'une manière non singulière. La non singularité est une nécessité pour l'inversion de l'équation différentielle à résoudre pour l'ensemble des entrées.

1.10. Exemples des systèmes non holonomies

L'exemple le plus simple d'un système non holonomie peut être une roue qui roule sur une surface, comme un uni-cycle. Les contraintes de non holonomie apparaissent clairement. La configuration ou le vecteur de coordonnées généralisées est $q = (x, y, \theta)$. Les coordonnées x et y sont les coordonnées de position de la roue, et θ est l'angle que la roue fait avec l'axe x (figure 1.17). La seule contrainte non holonomie présentée ici est que la roue ne peut pas glisser dans le sens latéral [10].

Les vitesses généralisées sont soumis à la contrainte cinématique suivante :

$$\dot{x} \sin\theta - \dot{y} \cos\theta = 0 \qquad (1.41)$$

En d'autres termes, la vitesse le long du repère perpendiculaire au point de contact entre la roue et la terre est zéro. L'équation ci-dessus est de la forme $C(q)\dot{q} = 0$, avec la matrice de contraintes : $C(q) = [\sin\theta \; -\cos\theta \quad 0]$.

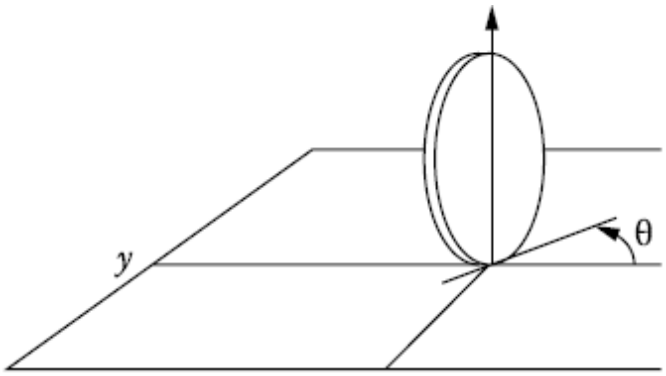


Figure 1.17 : les contraintes non holonomie sur un uni cycle.

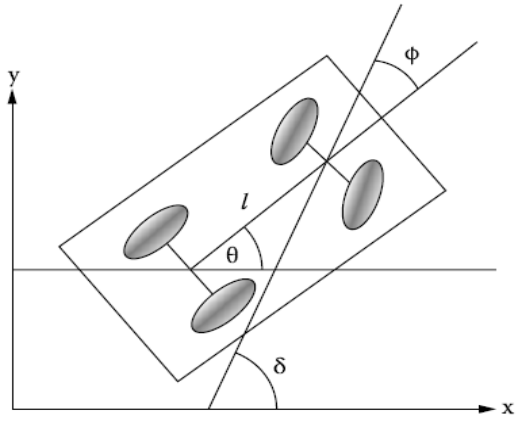


Figure 1.18 : les contraintes non holonomie sur un véhicule à roues.

Les expressions possibles des vitesses comme combinaison linéaire des champs de vecteur parcourant l'espace nul de la matrice $C(q)$, nous obtenons le modèle cinématique suivant :

$$\dot{q} = g_1(q)v_1 + g_2(q)v_2 \tag{1.42}$$

Ou

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}cos\,\theta\\ sin\,\theta\\ 0\end{bmatrix} v_1 + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix} v_2 \tag{1.43}$$

Où x et y sont les coordonnées du centre de l'essieu arrière du véhicule (supposé non orientable), θ est l'angle que fait l'axe du véhicule avec l'axe des abscisses et ϕ est l'angle d'orientation des roues avant par rapport à l'axe du véhicule. v_1 la vitesse linéaire de la roue et v_2 est sa vitesse angulaire autour de l'axe vertical. Ici nous n'observons que le nombre d'états $n = 3$ et le nombre d'entrées $m = 2$, et nombre des contraintes non holonomie $k = 1$.

Un autre exemple est celui d'un véhicule à roues (figure 1.18). Le véhicule à deux roues, et chaque roue est soumis à une contrainte non holonomie. La contrainte est la même que dans le cas d'un monocycle. Le vecteur de coordonnées généralisées $q = (x, y, \theta, \phi)$. Avec x, y et θ les mêmes comme avant. L'angle ϕ est l'angle de direction.

Les deux contraintes non holonomies sur les roues avant et arrière, sont respectivement:

$$\begin{cases} \dot{x}\sin(\theta+\phi) - \dot{y}\cos(\theta+\phi) - \dot{\theta}l\cos\phi = 0 \\ \dot{x}\sin\theta - \dot{y}\cos\theta = 0 \end{cases} \tag{1.44}$$

l est la distance entre les roues. Encore, c'est de la forme $C(q)\dot{q} = 0$, avec:

$$C(q) = \begin{bmatrix}\sin(\theta+\phi) & -\cos(\theta+\phi) & -l\cos\theta & 0\\ \sin\theta & -\cos\theta & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{1.45}$$

Choisissant la commande de roue arrière, le modèle cinématique est obtenue comme :

$$\dot{q} = g_1(q)v_1 + g_2(q)v_2 \tag{1.46}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ \tan\phi/l \\ 0 \end{bmatrix} v_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_2 \tag{1.47}$$

v_1 est l'entrée motrice arrière de vitesse et v_2 est l'entrée de vitesse de direction. Le modèle précédant n'est pas défini à $\phi = \pi/2$, où g_1 est discontinu. Physiquement, ceci correspond à l'état de blocage de véhicule en raison de sa roue avant étant normale à l'axe du véhicule.

La conception de commande par retour d'état, l'analyse de commandabilité, et la planification de mouvement pour chacune des trois tâches de mouvement sont faites dans [1]. Un autre exemple des systèmes non holonomies est celui d'un véhicule sous-marin, qui est l'objet de la deuxième partie de ce mémoire.

1.11. Conclusion

Dans cette partie nous avons donnés quelques définitions et les outils mathématiques indispensables en navigation et commande des véhicules non holonomies et plus particulièrement les véhicules sous-marins. Les notions de non holonomie et de sous-actionnement qui constituent les objectifs de ce travail, ont été aussi présentés.

Il n'existe pas de méthodologie générale pour la conception d'un contrôleur non linéaire contrairement aux systèmes linéaires. Selon la classe des systèmes non linéaires, certaines approches en termes de commande sont plus adaptées. Aussi, nous avons essaye d'expliquer de façon simple le principe de propulseur et les principes fondamentaux de cinématique des véhicules et quelques techniques de commande qui sont en relation avec notre travail. Ces concepts seront utilisés dans le reste du mémoire afin de faire la conception du système de commande et de navigation pour les véhicules sous-marins.

Modélisation et commande par l'approximation linéaire des véhicules sous-marins.

2.1. Introduction

Dans cette partie de mémoire, nous présentons un résumé des principales propriétés du modèle dynamique d'un véhicule sous-marin à 6 degrés de libertés (DDL) et une vue d'ensemble d'un véhicule sous-marin est donnée et un modèle mathématique du véhicule est présenté. La cinématique et la dynamique d'un bateau à 6DDL est présentée suivi de quelques notations. Ensuite le modèle mathématique du véhicule sous-marin à utilisé pour les opérations de suivi et de la poursuite de trajectoire est déduit à partir du modèle complet à 6 DDL [4]. Nous présentons aussi les différentes forces externes qui entrent en jeux dans la structure de commande du véhicule sous-marin. Le modèle sous-actionné qui va être utilisé tout au long de ce mémoire a été présenté. Le test de non holonomie ainsi que le teste de contrôlabilité sont ensuite présentés pour le véhicule sous-marin sous-actionné. Pour le mouvement la planification charge le modèle cinématique du système est obtenue et les issues liés à la commandabilité non linéaire du système sont étudiées en détail. En conclusion, afin de la conception de la loi commande, le système est transformé en en forme enchaînée [4].

2.2. Modèle mathématique

Dans cette section le modèle mathématique d'un véhicule sous-marin est brièvement discuté. Un véhicule sous-marin est généralement des six degrés de liberté de corps. Il suit les lois du mouvement de corps rigide. La dynamique du système est fortement non linéaire due à un couplage de corps rigide et les forces hydrodynamiques sur le véhicule [10]. Le modèle mathématique du véhicule sous-marin est obtenu par les deux modèles suivants :

2.2.1. Modèle dynamique

Ce type de modèle permet aux pour des forces réelles, à tenir en compte le mouvement et les propriétés dynamiques du véhicule. Les équations de la translation et de la rotation sont obtenus en utilisation la loi de Newton [13].

2.2.2. Modèle cinématique

Le modèle cinématique du système est où les forces réelles provoquant le mouvement et les propriétés dynamiques du véhicule n'entrent pas dans les équations du mouvement. Ce type de modèle permet pour le découplage de la dynamique de véhicule de son mouvement. Un véhicule sous-marin autonome a une nature non holonomie due à son modèle cinématique non linéaire [18]. Dans la section suivante le modèle cinématique du véhicule est dérivée.

2.3. Modélisation cinématique et les contraintes non holonomies

Le mouvement dynamique d'un objet doit être décrit par rapport à certaines références ou systèmes de coordonnées. En effet nous sommes principalement intéressé à la dynamique du véhicule sous-marin dans une zone très limitée où les opérations hydrodynamiques et les forces appliquées aux propulseurs sont dominantes, nous pouvons négliger les effets de la rotation de la terre et de laisser les repères géographiques locaux approximativement confondus avec le référentiel d'inertie.

Le modèle cinématique du système est obtenu en prenant en considération les contraintes non holonomie sur la vitesse linéaire. Les contraintes non holonomies limitent la vitesse du système pour être zéro dans certaines directions, mais ces restrictions ne limitent pas le mouvement global du système. De telles contraintes peuvent apparaitre quand deux surfaces roulent les uns contre les autres ou dans les systèmes basés dans l'espace totalement angulaire.

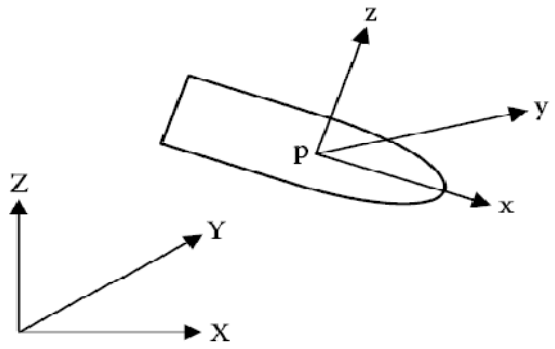


Figure 2.1 : les Systèmes de coordonnés utilisés pour décrire le mouvement d'un véhicule sous-marin.

Pour le développement du modèle cinématique du véhicule sous-marin, nous supposons les deux systèmes de coordonnées orthogonales suivantes [19] :

- **Coordonnées globales**

Les coordonnées globale ou inertielles sont définies par (O, X, Y, Z). L'image reste fixe sur la surface océan avec l'origine O. Le vecteur d'unité dans la direction de Z orienté vers le bas dans l'eau, tandis que les vecteurs d'unité le long de la direction de X et de Y compléter le système selon la règle de la main droite.

↳ Coordonnées locales

Les coordonnées locales sont définies par (p, x, y, z) . Le repère de celui-ci est fixé sur la surface du véhicule avec l'origine p. Les deux systèmes de coordonnées sont indiqués à la figure 2.1.

2.3.1. Modèle cinématique global

La cinématique du véhicule est décrite par six variables d'état et quatre variables d'entrées (commande). Les rapports cinématiques décrivant les transformations entre les deux systèmes de coordonnées peuvent avoir un certain nombre de paramétrisations. Celui utilisé ici est la paramétrisation selon l'angle d'Euler [20]. La représentation d'angle Euler de l'orientation entre les coordonnées inertiels et le locales est exprimée en termes d'une séquence de trois rotations, rouleau ϕ lancement O, et lacet ψ, autour des axes x, y et z, respectivement.

Où $q = [p\ \ \eta]^T$ vecteur de six coordonnées généralisées requises et spécifié à la cinématique du véhicule. Les six coordonnées sont : le vecteur de coordonnées cartésiennes $p = [x, y, z]^T$ du véhicule dans le repère local et le vecteur de coordonnée d'orientation $\eta = [\phi, \theta, \psi]^T$. Le vecteur d'orientation est le vecteur des angles d'Euler [20] qui donne l'orientation du véhicule par rapport au repère inertiel. La transformation de repère du même rang locale au repère du même rang globale est donnée selon des matrices appelées de rotation $R \in S(O3)$, où $S(O3)$ est un groupe de rotations de corps rigide. La matrice R est une matrice orthogonale satisfaisant la relation $RR^T = I$, avec, $R^T = R^{-1}$ et $det(R) = 1$. La matrice R est donnée comme $R = [n\ s\ a]$ avec les vecteurs colonnes étant :

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = [n\ s\ a] \tag{2.1}$$

Avec :

$$\begin{cases} r_{11} = cos\,\theta\ sin\,\psi \\ r_{12} = cos\,\theta\ sin\,\psi\ cos\,\psi - cos\,\phi\ sin\,\psi \\ r_{13} = sin\,\theta\ cos\,\phi\ cos\,\psi \\ r_{21} = cos\,\theta\ sin\,\psi \\ r_{22} = sin\,\theta\ sin\,\phi\ sin\,\psi + cos\,\phi\ cos\,\psi \\ r_{23} = sin\,\theta\ cos\,\phi\ sin\,\psi - sin\,\phi\ cos\,\psi \\ r_{31} = -sin\,\theta \\ r_{32} = sin\,\phi\ cos\,\theta \\ r_{33} = cos\,\phi\ cos\,\theta \end{cases} \tag{2.2}$$

Avec $v = [v_x\ 0\ \ 0]^T$ soit la vitesse linéaire du véhicule le long de l'axe x, et $w = [w_x\ w_y\ \ w_z]^T$ les composantes de vitesse angulaire le long des axes x, y et z, du véhicule. Le vecteur de vitesse le long des trois axes des coordonnées et la dérivée des angles d'Euler sont obtenus à partir des relations suivantes :

$$\dot{p} = R.v = [n\ \ s\ \ a].v \tag{2.3}$$

$$\dot{R} = R.S(\omega) \tag{2.4}$$

$S(\omega)$ est une matrice quasi-symétrique donnée comme :

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Les équations ci-dessus donnent :

$$\dot{p} = J_1(\eta).v,\ \ \dot{\eta} = J_2(\eta).\omega \tag{3.6}$$

Avec

$$\begin{cases} J_1(\eta) = \left[cos\,\theta\, cos\psi \quad cos\,\theta\, sin\,\psi \quad -sin\,\theta\right]^T \\ J_2(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & sin\,\phi\, tan\,\theta & cos\,\phi\, tan\,\theta \\ 0 & cos\,\phi & -sin\,\phi \\ 0 & sin\,\phi\, sec\,\theta & cos\,\phi\, sec\,\theta \end{bmatrix} \end{cases} \tag{2.7}$$

L'ensemble d'équations ci-dessus peut être écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = r_{11}v = (cos\,\phi\, cos\,\theta).v \\ \dot{y}(t) = r_{21}v = (sin\,\psi\, cos\,\theta).v \\ \dot{z}(t) = r_{31}v = (-sin\,\theta).v \\ \dot{\phi}(t) = \omega_x + (sin\,\phi\, tan\,\theta).\omega_y + (cos\,\phi\, tan\,\theta).\omega_z \\ \dot{\theta}(t) = (cos\,\phi).\omega_y - (sin\,\phi).\omega_z \\ \dot{\psi}(t) = (sin\,\phi\, sec\,\theta).\omega_y + (cos\,\phi\, sec\,\theta).\omega_z \end{cases} \tag{2.8}$$

Ceci peut être réduit sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{z}(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\,\psi\, cos\,\theta & 0 & 0 & 0 \\ sin\,\psi\, cos\,\theta & 0 & 0 & 0 \\ -sin\,\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & sin\,\phi\, tan\,\theta & cos\,\phi\, tan\,\theta \\ 0 & 0 & cos\,\theta & -sin\,\theta \\ 0 & 0 & sin\,\phi\, sec\,\theta & cos\,\phi\, sec\,\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Les équations peuvent être écrites sous la forme de vecteur généralisé comme :

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{y}(t)\\ \dot{z}(t)\\ \dot{\phi}(t)\\ \dot{\theta}(t)\\ \dot{\psi}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}cos\,\psi\,cos\,\theta\\ sin\,\psi\,cos\,\theta\\ -sin\,\theta\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}v+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix}\omega_x+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\sin\,\phi\,tan\,\theta\\cos\,\theta\\sin\,\phi\,sec\,\theta\end{bmatrix}\omega_y+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\cos\,\phi\,tan\,\theta\\-sin\,\theta\\cos\,\phi\,sec\,\theta\end{bmatrix}\omega_z \quad (2.10)$$

Le système (2.10) est soumis à deux contraintes non holonomies. Les contraintes sont sur les vitesses linéaires au long des directions de y et de z. Les vitesses au long de ces directions sont nulles. Les deux contraintes sont :

$$\begin{cases}s^T\dot{p}=0\\ a^T\dot{p}=0\end{cases} \quad (2.11)$$

Ce qui peut être écrit comme :

$$\begin{cases}r_{12}\dot{x}+r_{22}\dot{y}+r_{32}\dot{z}=0\\ r_{13}\dot{x}+r_{23}\dot{y}+r_{33}\dot{z}=0\end{cases} \quad (2.12)$$

Alternativement, ces équations peuvent écrites comme :

$$\begin{cases}(\cos\psi\sin\theta\sin\phi-\sin\psi\cos\phi)\dot{x}+(\sin\psi\sin\theta\sin\phi+\cos\theta\cos\phi)\dot{y}+(\cos\theta\sin\phi)\dot{z}=0\\ (\sin\psi\sin\theta\cos\phi-\sin\psi\sin\phi)\dot{x}+(\sin\psi\sin\theta\cos\phi+\cos\psi\sin\phi)\dot{y}+(\cos\theta\cos\phi)\dot{z}=0\end{cases} \quad (2.13)$$

Les équations ci-dessus sont de la forme $A(q)\dot{q}$ avec :

$$A(q)=\begin{bmatrix}r_{12} & r_{22} & r_{32} & 0 & 0 & 0\\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Exprimant des vitesses linéaires comme combinaison linéaire de champs de vecteur $g_1(q)$, $g_2(q)$, $g_3(q)$, et $g_4(q)$ sur l'espace nul de la matrice $A(q)$, nous avons le modèle cinématique suivant :

$$\dot{q}(t)=g_1(q).v_1+g_2(q).v_2+g_3(q).v_3+g_4(q).v_4 \quad (2.15)$$

$$\dot{q}(t)=[g_1(q)\;\;g_2(q)\;\;g_3(q)\;\;g_4(q)].\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_3\\v_4\end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Avec : $v_1=v_x$, $v_2=\omega_x$, $v_3=\omega_y$, $v_4=\omega_z$ et :

$$\begin{cases}g_1(q)=[\cos\theta\cos\psi\quad\cos\theta\sin\psi\quad-\sin\theta\quad0\quad0\quad0]^T\\ g_2(q)=[0\quad0\quad0\quad1\quad0\quad0]^T\\ g_3(q)=[0\quad0\quad0\quad\sin\phi\tan\theta\quad\cos\phi\quad\sin\phi\sec\theta]^T\\ g_4(q)=[0\quad0\quad0\quad\cos\phi\tan\theta\quad-\sin\phi\quad\cos\phi\sec\theta]^T\end{cases} \quad (2.17)$$

Nous pouvons écrire généralement :

$$\dot{q} = G(q).v \tag{2.18}$$

Les équations ci-dessus sont le modèle cinématique du système. Le système est non linéaire et sous-actionné, ce qui signifie que le nombre d'entrées du système est inférieur à ses états. Le vecteur généralisé $\dot{q}$ de vitesse ne peut garantir aucune indépendance qui satisfait les contraintes non holonomies. Les contraintes sont linéaires en fonction des vitesses. Les vitesses généralisées donné par (2.1) sont contenues dans l'espace nul de la matrice de contrainte $A(q)$ dans (2.14).

2.3.2. Analyse de commandabilité

Le système (2.18) est non linéaire, sous-actionnés, afin d'établir la commandabilité du véhicule, nous nous servons des concepts mathématiques impliqués dans les conditions de rang d'algèbre de Lie et les concepts de la théorie de commande géométrique différentielle.

2.3.2.1. Commandabilité auteur d'un point

Considérer l'approximation linéaire du système (2.18) au point d'équilibre q_e tout en considérant l'entrée v_e soit nulle. L'erreur liée au point d'équilibre pour être donné comme suit :

$$\tilde{q} = q - q_e \tag{2.19}$$

Le dérivé de l'erreur est donné comme :

$$\dot{\tilde{q}} = g_1(q)v_1 + g_2(q)v_2 + g_3(q)v_3 + g_4(q)v_4 \tag{2.20}$$

Où :

$$\dot{\tilde{q}} = G(q_e).v \tag{2.21}$$

$G(q_e)$ est la matrice de commandabilité au point d'équilibre. Le rang de cette matrice égale 4. Ainsi, si on effectué une linéarisation du système auteur d'un point d'équilibre, le système linéarisé n'est pas commandable. Par conséquent, le contrôleur linéaire ne fonctionnera pas ici. Pour tester la commandabilité du système (2.21), nous nous servons de satisfaire la condition du rang d'algèbre de Lie et de la base nilpotente :

2.3.2.1.1. Base Nilpotente

La définition de base nilpotente pour une distribution est rappelée ici [16]. Donné un ensemble de générateurs ou de champs de vecteur de base $g_1, g_2, g_3, \dots, g_m$, nous définirons la longueur d'un produit de Lie récursive comme suit [21]:

$$l\{g_1\} = 1, \quad i = 1,2, \dots, m \tag{2.22}$$

Donc : $l\{[A,B]\} = l[A] + l[B]$.

Où A et B sont eux-mêmes des produits de Lie. Alternativement, $l[A]$ est le nombre de générateurs A. L'algèbre de Lie ou la base est nilpotente s'il existe un nombre entier k tels que les produits de Lie de la longueur supérieur à k sont nuls [22].

Selon la définition et des conditions (2.22), nous avons $l\{g_1,\ g_2,\ g_3,\ g_4\}$ est une algèbre nilpotente de l'ordre 2 $(k = 2)$; les champs de vecteurs $g_1,\ g_2\ ,\ g_3$ et g_4 forment une base nilpotente. , ainsi tous les produits Lie d'ordre supérieur à deux sont nuls. Les seules produits de Lie calculées à partir des quatre champs de vecteur de base sont $[g_1, g_3]$ et $[g_1, g_4]$.

Ainsi, puisque notre système est de rang d'algèbre de Lie, on a :

$$rang[C_c] = 6 \tag{2.23}$$

$$rang\big[g_1, g_2, g_3, g_4, [g_1, g_3][g_1, g_4]\big] = 6 \tag{2.24}$$

Où $[g_1, g_3]$ et $[g_1, g_4]$ sont deux crochets de Lie peut être calculées suivant la définition suivante :

$$[g,h](x) = \frac{\partial h}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} h \tag{2.25}$$

Ainsi, nous avons :

$$[g_1, g_3](x) = \frac{\partial g_3}{\partial x} g_1 - \frac{\partial g_1}{\partial x} g_3$$

$$= [cos\,\psi\ sin\,\theta\ cos\,\phi + sin\,\psi\ sin\,\phi \quad sin\,\psi\ sin\,\theta\ cos\,\phi - cos\,\psi\ sin\,\psi \ \ldots cos\,\theta\ cos\,\phi \quad 0\ \ 0\ \ 0\ ]^T \tag{2.26}$$

$$[g_1, g_4](x) = \frac{\partial g_4}{\partial x} g_1 - \frac{\partial g_1}{\partial x} g_4$$

$$= [-cos\,\psi\ sin\,\theta\ sin\,\phi + sin\,\psi\ cos\,\phi \quad -sin\,\psi\ sin\,\theta\ sin\,\phi - cos\,\psi\ cos\,\psi \ \ldots cos\,\theta\ sin\,\phi \quad 0\ \ 0\ \ 0\ ]^T \tag{2.27}$$

En utilisant les expressions (2.26) et (2.27) ci-dessus, la matrice C_c de contrôlabilité devient :

$$C_c = \begin{bmatrix} cos\,\psi\ cos\,\theta & 0 & 0 & 0 \\ sin\,\psi\ cos\,\theta & 0 & 0 & 0 \\ -sin\,\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -sin\,\phi\ tan\,\theta & cos\,\phi\ tan\,\theta \cdots \\ 0 & 0 & cos\,\phi & -sin\,\phi \\ 0 & 0 & sin\,\phi\ sec\,\theta & cos\,\phi\ sec\,\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} cos\,\psi\ sin\,\theta\ cos\,\phi + sin\,\psi\ sin\,\phi & -cos\,\psi\ sin\,\theta\ sin\,\phi + sin\,\psi\ cos\,\phi \\ sin\,\psi\ sin\,\theta\ cos\,\phi - cos\,\psi\ sin\,\phi & -sin\,\psi\ sin\,\theta\ sin\,\phi - cos\,\psi\ cos\,\phi \\ cos\,\theta\ cos\,\phi & -cos\,\theta\ sin\,\phi \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\Bigg] \tag{2.28}$$

La matrice de commandabilité C_c a un mineur de zéro d'ordre six. Ainsi, le rang de C_c est plein tant que $\theta \neq \pi/2$, qui présente la singularité du système. Par conséquent, nous concluons que le système est localement commandable et également globalement tant qu'il vérifie la condition de non singularité.

2.3.2.2. Commandabilité auteur d'une trajectoire

Pour le système non linéaire (2.18), on considère la trajectoire d'état de référence $q_d(t) = [x_d(t), y_d(t), z_d(t), \phi_d(t), \theta_d(t), \psi_d(t)]^T$ et la trajectoire d'entrée de référence soient $v_d(t) = [v_{d1}(t), v_{d2}(t), v_{d3}(t), v_{d4}(t)]^T$. La trajectoire de référence devrait satisfaire les contraintes non holonomies sur le système.

Pour les systèmes linéaires $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ la commandabilité implique la stabilité par retour d'état asymptotique.

Ainsi, si la condition de rang d'accessibilité $rang[A, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] = n$ est satisfaisant, il existe donc un gain de retour d'état de sorte que la loi de commande est la suivante :

$$u(t) = k(x_d - x) \tag{2.29}$$

Assure que la trajectoire désirée x_d soit asymptotiquement stable, ou en d'autres termes, l'erreur associée converge de façon exponentielle vers zéro.

Pour les systèmes non linéaires la condition ne s'applique pas exacte comme ça. Mais pour l'accessibilité locale nous pouvons voir la linéarisation approximative du système dans le voisinage de $x_d(t)$. Ainsi, en particulier, si le système linéaire est commandable, le système non linéaire peut être stabilisé localement au $x_d(t)$ par un retour d'état $u(t) = kx_e$. La condition est suffisante mais pas nécessaire.

Les erreurs associées à la trajectoire d'état désiré et à la trajectoire d'entrée pour être indiqué respectivement comme $q_e(t) = q(t) - q_d(t)$ et $v_e(t) = v(t) - v_d(t)$. La linéarisation de système soumis à une trajectoire désirée nous obtenons le système suivant :

$$\dot{q}(t) = \dot{q}_d(t) + \dot{q}_e(t) = \{G(q_d + q_e, t)\}\{v_d(t) + v_e(t)\} \tag{2.30}$$

Le développement en sérié de Taylor de $G(q, t)$ par rapport $q_d(t)$ est donné comme suit :

$$\dot{q}_e(t) = \{G(q_d, t) + \partial G(q)/\partial q|_{q=q_d})q_d(t) + h.o.t\}\{v_d(t) + v_e(t)\} \tag{2.31}$$

Puisque la solution nominale satisfait (3.16), nous avons :

$$\dot{q}_e(t) = \{\partial G(q)/\partial q|_{q=q_d}\}v_d(t) + G(q_d, t)v_e(t) \tag{2.32}$$

Où :

$$\dot{q}_e(t) = A(t)q_e(t) + B(t)v_e(t) \tag{2.33}$$

Avec :

$$A(t) = \sum_{i=1}^{4}\left(\partial g_i/\partial q|_{q=q_d}\right) v_{di}(t) \tag{2.34}$$

et :

$$B(t) = G(q_d, t) \tag{2.35}$$

Après certaines opérations de calcul nous obtenons :

$$A(t) = \begin{bmatrix} O_{3\times3} & A_1(t) \\ O_{3\times3} & A_2(t) \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

Avec :

$$A_1(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\cos\psi_d \sin\theta_d v_{d1}(t) & -\sin\psi_d \cos\theta_d v_{d1} \\ 0 & -\sin\psi_d \sin\theta_d\, v_{d1}(t) & \cos\psi_d \cos\theta_d v_{d1} \\ 0 & \cos\theta_d v_{d1}(t) & 0 \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

$$A_2(t) = \begin{bmatrix} \cos\phi_d \tan\theta_d v_{d3}(t) - \sin\phi_d \tan\theta_d v_{d4}(t) & \\ -\sin\phi_d\, v_{d3}(t) - \cos\phi_d v_{d3}(t) & \dots \\ -\cos\phi_d \sec\theta_d v_{d3}(t) - \sin\phi_d \sec\theta_d v_{d3}(t) & \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \sin\phi_d \sec^2\theta_d\, v_{d3} + \cos\theta_d \sec^2\theta_d\, v_{d4}(t) & 0 \\ 0 & 0 \\ \sin\phi_d \sec\theta_d \tan\theta_d v_{d3}(t) + \cos\phi_d \sec\theta_d \tan\theta_d v_{d4}(t) & 0 \end{matrix}\Bigg] \tag{2.38}$$

et

$$B(t) = \begin{bmatrix} J_1(t) & O_{3\times3} \\ O_{3\times3} & J_2(t) \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

Où

$$J_1(t) = \begin{bmatrix} \cos\psi_d \cos\theta_d \\ \sin\psi_d \cos\theta_d \\ -\sin\theta_d \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

$$J_2(t) = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi_d \tan\theta_d & \cos\phi_d \tan\theta_d \\ 0 & \cos\phi_d & -\sin\phi_d \\ 0 & \sin\phi_d \sec\theta_d & \cos\phi_d \sec\theta_d \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

Le système ci-dessus est variable linéairement dans le temps, mais pour une trajectoire de référence linéaire avec les constant de vitesse $v_{di}(t) = v_{dn}$ et $q_d(0) = q(0)$, la condition de contrôlabilité devient :

$$rang[B, AB, A^2B, A^3B, A^4B, A^5B] = 6 \tag{2.42}$$

Après une succession de calculs, on trouve que la matrice ci-dessus a un mineur différent de zéro de l'ordre six tant que : $v_{d1} = v_{d3} = v_{d4} \neq 4$ et $\theta_d \neq \pi/2$. Ainsi, le système linéarisé est commandable le long d'une trajectoire de référence.

2.4. La mise en formes enchaînées

Les systèmes sous formes enchaînées ont été présentés dans [23]. La forme enchaînée présentée dans [23] avait une chaîne, c'est, deux formes d'entrées enchaînées. La méthode pour conversion les systèmes non holonomies dérive-libres à entrées multiples en formes enchaînées est donnée dans [24] et [25]. La forme enchaînée obtenue ainsi a plus d'une chaîne. La méthode présentée dans [24] pour transformer est similaire à la méthode de linéarisation exacte des systèmes non linéaires avec la dérive par l'intermédiaire du retour d'état, comme présenté dans [2]. La même méthode sera appliquée pour notre système avec quelques modifications à l'équation (3.16)

Peut être transformé en forme enchaînée par une transformation de retour d'état. Dans l'équation ci-dessus, avec g_i étant les champs de vecteur lisse et linéairement indépendants, il existe une retour d'état de transformation $(\xi, \alpha, \eta, \gamma) = \phi(q)$ et $v = \beta(q)$ cela transforme le système en forme enchaînée suivante [17] :

$$\dot{\xi} = u_1, \dot{\alpha}_0 = u_2, \dot{\eta}_0 = u_3, \dot{\gamma}_0 = u_3 \tag{2.43}$$

$$\dot{\eta}_0 = \alpha_0 u_1, \dot{\eta}_1 = \dot{\eta}_0 u_1 \tag{2.44}$$

Il existe une fonction de base f_1, f_2, f_3, f_4, pour la distribution $\Delta_0 = span(g_1, g_2, g_3, g_4)$, ayant la forme suivante :

$$\begin{cases} f_1 = \frac{\partial}{\partial q_1} + \sum_{i=2}^{6} f_1(q) \frac{\partial}{\partial q_i} \\ f_2 = \sum_{i=2}^{6} {f_2}^i(q) \frac{\partial}{\partial q_i} \\ f_3 = \sum_{i=2}^{6} {f_3}^i(q) \frac{\partial}{\partial q_i} \\ f_4 = \sum_{i=2}^{6} {f_4}^i(q) \frac{\partial}{\partial q_i} \end{cases} \tag{2.45}$$

Les fonctions de base sont choisies telles que les distributions suivantes :

$$\begin{cases} G_0 = span(f_2, f_3, f_4) \\ G_1 = span(f_2, f_3, f_4, [f_1, f_2], [f_1, f_3], [f_1, f_4]) \\ \dots \\ G_5 = span\left(ad_{f_i}^i f_2, ad_{f_i}^i f_3, ad_{f_i}^i f_4\right); 0 \leq i \leq 5 \end{cases} \tag{2.46}$$

$$f_1, f_4 ad_{f_i}^k f_2 \coloneqq \left[f_1, ad_{f_i}^{k-1} f_2\right] et\ ad_{f_i}^0 f_2 \coloneqq f_2 \tag{2.47}$$

avoir la dimension constante sur le même ensemble ouvert $U \in R^n$, et G_5 a la dimension cinq sur U

Les champs de vecteur f_1, f_2, f_3 et f_4 satisfont ces conditions, sont :

$$\begin{cases} f_1 = \left[\frac{g_1}{c\psi\theta c} = 1 \quad tan\,\psi \quad -tan\,\theta\, sec\,\psi \quad 0 \quad 0 \quad 0\right]^T \\ f_2 = g_2, f_3 = g_3, f_4 = g_4 \end{cases} \tag{2.48}$$

La transformation des coordonnées du système est :

$$\begin{cases} \xi_0 = h_1,\ \alpha_0 = L^1_{f_i} h_1,\ \eta_0 = L^0_{f_i} h_3,\ \gamma_0 = h_4 \\ f_2\alpha_1 = L^0_{f_i} h_2,\ \eta_1 = h_3 \end{cases} \tag{2.49}$$

Où le h_1, h_2, h_3, h_4, sont les fonctions lisses tells que les conditions suivantes sont vérifiées :

$$dh_1 \perp G_j; 0 \leq j \leq 5 \tag{2.50}$$

Et la distribution G_0 est éliminée par $dh_1, dh_2, dL^0_{f_i} h_2, dL^1_{f_i} h_2, dh_3, dL^0_{f_i} h_3, dL^1_{f_i} h_3$, et dh_4. Le terme $L_{f_i} h_3$ la dérivée de Lie de h_3 par rapport f_1 [19]. Il devrait également noter que le choix des fonctions h_1, h_2, h_3, h_4, n'est pas unique :

$$\begin{cases} h_1 = x, h_2 = y, h_3 = z \\ h_4 = \frac{1}{1+trace(R)}(r_{32} - r_{23}) \end{cases} \tag{2.51}$$

Avec R étant la matrice de rotation et $trace(R) = (r_{11} + r_{22} + r_{33})$. Ainsi, la transformation de coordonnées pour le système devient :

$$\begin{cases} x_1 = \xi_0 = x \\ x_2 = \alpha_0 = tan\,\psi \\ x_3 = \alpha_1 = y \\ x_4 = \eta_0 = -tan\,\theta\, sec\,\psi \\ x_5 = z \\ x_6 = \frac{1}{1+tr(R)}(r_{32} - r_{23}) \end{cases} \tag{2.52}$$

Ce qui donne le système en forme enchaînée suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1 \\ \dot{x}_2 = u_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 u_1 \\ \dot{x}_4 = u_3 \\ \dot{x}_5 = x_4 u_1 \\ \dot{x}_6 = u_4 \end{cases} \tag{2.53}$$

Résolvant les équations (2.52) et (2.53) et insérant l'équation (1.32), la transformation des entrées sont comme suit :

$$\begin{cases} u_1 = \dot{x}_1 \\ u_2 = \dot{x}_2 \\ u_3 = \dot{x}_3 \\ u_4 = \dot{x}_4 \end{cases} \tag{2.54}$$

Où :

$$\begin{cases} u_1 = cos\,\psi\, cos\,\theta\, v_1 \\ u_2 = sec^2\psi\ sin\,\phi\, sec\, c\,\theta v_3 + sec^2\psi\ cos\,\psi\, sec\,\theta\, v_3 \\ u_3 = \frac{(-sin\,\psi\, sin\,\phi\, sin\,\theta - cos\,\psi\, cos\,\phi)}{cos^2\psi\ cos^2\theta} v_3 - \frac{(sin\,\psi\, cos\,\phi\, sin\,\theta + cos\,\psi\, sin\,\phi)}{cos^2\psi\ cos^2\theta} v_4 \\ u_4 = \frac{(1+cos\,\psi\, cos\,\theta)v_2 + (cos\,\psi\, sin\,\theta\, sin\,\phi - sin\,\psi\, cos\,\phi)v_3 + (sin\,\psi\, sin\,\theta\, cos\,\phi + sin\,\psi\, sin\,\phi)v_4}{1+cos\,\psi\, cos\,\theta + sin\,\psi\, sin\,\theta\, sin\,\phi + cos\,\psi\, cos\,\phi + cos\,\theta\, cos\,\phi} \end{cases} \quad (2.55)$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} v_x = v_1 = \frac{u_1}{cos\,\psi\, cos\,\theta} \\ \omega_y = v_3 = cos\,\psi\, cos\,\theta\,\{(cos\,\psi\, sin\,\phi - sin\,\psi\, sin\,\theta\, cos\,\phi)u_2 - (cos\,\phi\, cos\,\theta)u_3\} \\ \omega_z = v_4 = cos\,\psi\, cos\,\theta\,\{(sin\,\psi\, sin\,\theta\, sin\,\phi - cos\,\psi\, cos\,\phi)u_2 - (sin\,\phi\, cos\,\theta)u_3\} \\ \omega_x = v_2 = \frac{1}{cos\,\psi\, cos\,\theta}[(1 + cos\,\psi\, cos\,\theta + sin\,\psi\, sin\,\theta\, sin\,\phi + cos\,\psi\, cos\,\phi + cos\,\theta\, cos\,\phi)u_4 \ldots \\ \qquad\qquad -(cos\,\psi\, sin\,\phi - sin\,\psi\, cos\,\phi)v_3 - (sin\,\psi\, sin\,\theta\, sin\,\phi + sin\,\psi\, sin\,\phi)v_4] \end{cases} \quad (2.56)$$

Les entrées v_1, v_2, v_3, v_4 peuvent être calculées à partir des équations ci-dessus fournies aussi $\cos\psi \cos\theta \neq 0$, ils ici convient de noter que le système de forme enchaînée est complètement commandable. La forme enchaînée obtenue ainsi est donnée comme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^0 = u_1, \dot{x}_2 = x_2^0 = u_2, \dot{x}_4 = x_3^0 = u_3 \\ \dot{x}_6 = x_4^0 = u_4, \dot{x}_3 = x_{20}^0 = x_2 u_1, \dot{x}_5 = x_{31}^0 = x_4 u_1 \end{cases} \quad (2.57)$$

Cette forme sera utilisée pour la conception de commande.

2.5. Commande par modèle cinématique du véhicule

2.5.1. Commande Poursuite de trajectoire de la forme enchainée

Le système est supposé suivre une trajectoire cartésienne (désirée) donnée. Le problème est de régler la position et l'orientation du véhicule par rapport la référence désirée variable dans le temps. Le but est de construire une loi de commande par retour d'état avec les lois de commande suivantes :

- Retour d'état complète en utilisant la méthode de l'approximation linéarisation.

2.5.2. Génération de la trajectoire de référence

Considérons la trajectoire d'état de référence : $q_d(t) = [x_d(t), y_d(t), z_d(t), \phi_d(t), \theta_d(t), \psi_d(t)]^T$ et la trajectoire d'entrée de référence soit : $v_d(t) = [v_{d1}(t), v_{d2}(t), v_{d3}(t), v_{d4}(t)]^T$ la trajectoire désiré est réalisable seulement quand il satisfait les contraintes non holonomies sur le système. Supposer qu'une trajectoire désirée de sortie réalisable et lisse pour la forme enchaînée est donné comme $[x_{d1}(t), x_{d3}(t), x_{d5}(t), x_{d6}(t)]^T x_d(t)$. Il est possible de pouvoir récupérer la trajectoire d'état et la trajectoire d'entrée et la trajectoire de référence de sortie. A partir (2.53), nous avons :

$$\begin{cases} \dot{x}_{d1}(t) = u_{d1}(t) \\ \dot{x}_{d2}(t) = u_{d2}(t) \\ \dot{x}_{d3}(t) = x_{d2}(t)u_{d1}(t) \\ \dot{x}_{d4}(t) = u_{d3}(t) \\ \dot{x}_{d5}(t) = x_{d4}(t)u_{d1}(t) \\ \dot{x}_{d6}(t) = u_{d4}(t) \end{cases} \quad (2.58)$$

Avec le vecteur des conditions initiales des états à $t = t_0$ est :

$x_d(t_0) = [x_{d1}(t_0), x_{d2}(t_0), x_{d3}(t_0), x_{d4}(t_0), x_{d5}(t_0), x_{d6}(t_0)]^T$.

En résolvant l'équation 2.58, pour la trajectoire d'état, on obtient :

$$\begin{cases} x_{d2}(t) = \dot{x}_{d3}(t)/\dot{x}_{d1}(t) \\ x_{d4}(t) = \dot{x}_{d5}(t)/\dot{x}_{d1}(t) \end{cases} \quad (2.59)$$

La trajectoire d'entrée correspondante est donnée comme :

$$\begin{cases} u_{d1} = \dot{x}_{d1}(t) \\ u_{d2} = \dot{x}_{d2}(t) = \frac{\dot{x}_{d1}(t)\ddot{x}_{d3}(t) - \dot{x}_{d3}(t)\ddot{x}_{d1}(t)}{\dot{x}_{d1}^2(t)} \\ u_{d3} = \dot{x}_{d4}(t) = \frac{\dot{x}_{d1}(t)\ddot{x}_{d5}(t) - \dot{x}_{d5}(t)\ddot{x}_{d1}(t)}{\dot{x}_{d1}^2(t)} \\ u_{d4} = \dot{x}_{d6}(t) \end{cases} \quad (2.60)$$

Les équations (2.59) et (2.60) donnent l'état unique et la trajectoire d'entrée dont la trajectoire désirée de sortie peut être constituée. Les valeurs de la trajectoire dépendent des valeurs de la trajectoire de sortie et de ses dérivées de deuxième ordre. Ainsi, la trajectoire de sortie doit être dérivable. La dérivation d'entrée de référence et de la trajectoire d'état, résulte d'une trajectoire désirée de sorties, peut également être produite sur le système original. L'état original et la trajectoire entrée peuvent être dérivées de la trajectoire de sortie comme :

$$\begin{cases} x_d(t) = x_{d1}(t) \\ y_d(t) = x_{d3}(t) \\ z_d(t) = x_{d5}(t) \\ \psi_d(t) = tan^{-1}(x_{d2}(t)) = tan^{-1}(\dot{y}_d(t)/\dot{x}_d(t)) \\ \theta_d(t) = -tan^{-1}(x_{d4}(t)\cos\psi_d(t)) = -tan^{-1}(\dot{z}_d(t)\cos\psi_d(t)/\dot{x}_d(t)) \\ \phi_d(t) = \frac{cos^{-1}(\cos\theta_d(t)}{\sin\psi_d(t)} + \frac{\tan\psi_d(t)}{\sin\theta_d(t)} \end{cases} \quad (2.61)$$

De même, la trajectoire d'entrée réelle est :

$$\begin{cases} v_{d1}(t) = \sqrt{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2 + \dot{z}_d^2} = \frac{u_{d1}(t)}{u_{d11}(t)} \\ v_{d3}(t) = -r_{d11}(t)\big(r_{d23}(t)u_{d2}(t) + r_{d33}(t)u_{d3}(t)\big) \\ v_{d4}(t) = r_{d11}(t) \\ v_{d2}(t) = \frac{1}{1+r_{d11}(t)}\big(1 + r_{d11}(t) + r_{d22}(t) + r_{d33}(t)\big)u_{d4}(t) - r_{d12}(t)v_{d3}(t) - r_{d3}(t)v_{d4}(t) \end{cases} \quad (2.62)$$

Avec :

$$\begin{cases} r_{d11} = \cos\theta_d \cos\psi_d \\ r_{d12} = \sin\theta_d \sin\phi_d \cos\psi_d - \cos\phi_d \sin\psi_d \\ r_{d13} = \sin\theta_d \cos\phi_d \cos\psi_d + \sin\phi_d \sin\psi_d \\ r_{d21} = \cos\theta_d \sin\psi_d \\ r_{d22} = \sin\theta_d \sin\phi_d \sin\psi_d + \cos\phi_d \cos\psi_d \\ r_{d23} = \sin\theta_d \cos\phi_d \sin\psi_d - \sin\phi_d \cos\psi_d \\ r_{d31} = -\sin\theta_d \\ r_{d32} = \sin\phi_d \cos\theta_d \\ r_{d33} = \cos\phi_d \cos\theta_d \end{cases} \quad (2.63)$$

Les résultats de simulation ci-dessous sont obtenus en considérant les trajectoires de sortie de référence sinusoïdale suivantes :

$$x_{d1}(t) = t,\ x_{d3}(t) = A\sin\omega t\,,\ x_{d5}(t) = 1,\ x_{d6}(t) = 0 \quad (2.64)$$

Ceci qui donne la trajectoire d'état :

$$x_{d2}(t) = A\omega\cos\omega t\,,\ x_{d4}(t) = 0 \quad (2.65)$$

Ainsi, la trajectoire d'entrée de référence comme :

$$\begin{cases} u_{d1}(t) = 1, u_{d2}(t) = -A\omega^2 \sin\omega t \\ u_{d3}(t) = 0, u_{d3}(t) = 0 \end{cases} \quad (2.66)$$

On considère les états initiales sont :

$$x_{d1}(0) = 0,\ x_{d2}(0) = A\omega,\ x_{d3}(0) = 0,\ x_{d4}(0) = 0,\ x_{d5}(0) = 1,\ x_{d6}(0) = 0 \quad (2.67)$$

Il est noté qu'il y ait une singularité dans la trajectoire d'état et d'entrée pour : $\dot{x}_{d1}(t) = 0$ ou $u_{d1}(t) = 0$, car les trajectoires d'état et d'entrée ne sont pas définies à ce point.

2.6. Commande par approximation linéaire

Le contrôleur de retour d'état pour la poursuite de trajectoire est basé sur la théorie de la commande linéaire standard. La conception permit la linéarisation approximative de modèle de système sur la trajectoire désirée, qui mène à un système variable dans le temps. L'approche illustrée pour les équations de forme enchaînée soumis à une trajectoire désirée. Le système de forme enchaînée est linéaire à entrées par morceaux constantes. Pour le système de forme enchaînée, la trajectoire de l'état désiré et d'entrée désirée calculés par rapport à la trajectoire de référence cartésienne sont :

$$\begin{cases} x_d(t) = \{x_{d1}(t), x_{d2}(t), x_{d3}(t), x_{d4}(t), x_{d5}(t), x_{d6}(t)\} \\ u_d(t) = \{u_{d1}(t), u_{d2}(t), u_{d3}(t), u_{d4}(t)\} \end{cases} \quad (2.68)$$

D'une manière équivalente le problème de poursuite est d'avoir une erreur de poursuite entre la configuration réelle et la configuration désirée tend vers zéro. Puisque le véhicule ne partagera pas nécessairement les mêmes conditions initiales que la trajectoire désiré, La loi de commande en poursuite conduira à une erreur égale à zéro et réduira au minimum l'effet des perturbations et le véhicule converge vers la trajectoire de référence.

Pour que le système suivre la référence, l'erreur de poursuite s'annule en un temps minimale. Les erreurs de poursuite des états et des entrées sont respectivement :

$$\begin{cases} x_e = x - x_d \\ \quad et \\ u_e = u - u_d \end{cases} \tag{2.69}$$

Les équations différentielles des erreurs sont écrites en soustrayant les équations désirées des équations (réels) :

$$\begin{cases} \dot{x}_{e1} = u_{e1} \\ \dot{x}_{e2} = u_{e2} \\ \dot{x}_{e3} = x_2 u_1 - x_{d2} u_{d1} \\ \dot{x}_{e4} = u_{e3} \\ \dot{x}_{e5} = x_4 u_1 - x_{d4} u_{d1} \\ \dot{x}_{e6} = u_{e4} \end{cases} \tag{2.70}$$

La linéarisation soumise à une trajectoire désirée, nous a donnée le système linéaire suivant :

$$\dot{x}_e(t) = A(t)x_e(t) + B(t)u_e(t) \tag{2.71}$$

Avec :

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_{d1}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_{d1}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ x_{d2}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_{d4}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le système linéaire (2.71) est variable dans le temps et peut facilement être commandable en vérifiant son Grammian [21]. Pour une trajectoire linéaire avec constant de vitesse $u_{d1}(t) = u_{d1}$ le rang de commandabilité égale:

$$rang\{B, AB, A^2B, A^3B, A^4B, A^5B\} = 6 \tag{2.72}$$

La matrice de commandabilité dans (2.72) est non singulière et a au moins un mineur d'ordre six différent de zéro. La matrice de commandabilité est non singulière si $u_{d1} \neq 0$. Ceci correspond à la singularité dans le modèle cinématique du système. Ainsi, le système est commandable tant que

$u_{d1} \neq 0$. Choisissant la loi de commande linéaire par retour d'état à temps variable pour le système comme suit :

$$u_e = -Kx_e \tag{2.73}$$

Pour le système de forme enchaînée, la loi de commande par retour d'état doit être choisie telle sorte que chaque forme enchaînée contient le nombre d'entrées même que le nombre d'états dans cette chaîne. Ainsi :

$$\begin{cases} u_{e1} = -k_1 x_{e1} \\ u_{e2} = -k_2 x_{e2} - \frac{k_3}{u_{d1}} x_{e3} \\ u_{e3} = -k_4 x_{e4} - \frac{k_5}{u_{d1}} x_{e5} \\ u_{e4} = -k_5 x_{e6} \end{cases} \tag{2.74}$$

Les coefficients k_3 et k_5 de retour d'état sont divisés par u_{d1} de telle sorte que l'équation caractéristique de système en boucle fermé ne contienne pas u_{d1}, la matrice K est donnée comme suit :

$$u_{e4} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_3/u_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & k_5/u_{d1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 \end{bmatrix} \tag{2.75}$$

Où k_1 et les k_6 sont positifs et k_2, k_3, k_4 et k_5 sont choisis tels que le polynôme : $\lambda^2 + k_2\lambda + k_3$ et $\lambda^2 + k_4\lambda + k_5$ est Hurwitz. La matrice globale de système en boucle fermé est :

$$A_{cl} = A - BK = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & -k_3/u_{d1} & 0 & 0 & 0 \\ x_{d2}k_1 & u_{d1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 & -k_5/u_{d1} & 0 \\ x_{d4}k_1 & 0 & 0 & u_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_5 \end{bmatrix} \tag{2.76}$$

La matrice de système en boucle fermé a des valeurs propres constantes avec les parties réelles négatives. Ceci ne garantit pas la stabilité asymptotique en boucle fermé du système variable dans le temps [26]. Cependant, pour des choix spécifique: $u_{d2}(t)$, $u_{d3}(t)$ et $u_{d4}(t) = 1$, il est possible de varier lentement les systèmes linéaires afin de garantir la stabilité asymptotique de celui-ci. La matrice de retour d'état est obtenue par placement de pôle. L'équation caractéristique du système devrait satisfaire ce qui suit :

$$\det(sI - A_{cl}) = (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5)(s - p_6)$$

Où $p_i, i = 1,2,\dots,6$ sont les valeurs propres du système. Le système en boucle fermé résultant de (2.76) est commandable avec le choix de retour d'état dans (2.74).

2.6.1. Résultats de simulation

On a choisie pour la simulation, la trajectoire de référence sinusoïdale suivante :

$$x_d(t) = t, \quad y_d(t) = a \sin \omega t, \qquad z_d(t) = 1$$

Ce qui donne les valeurs désirées pour les états et les entrées de la forme enchaînée comme suit :

$$x_{d1}(t) = t,\ x_{d2}(t) = a\omega \cos \omega t,\ x_{d3}(t) = a \sin \omega t,\ x_{d4}(t) = 0,\ x_{d5}(t) = 1,\ x_{d6}(t) = 0.$$

et

$$u_{d1}(t) = 1,\ u_{d2}(t) = a\omega^2 \sin \omega t,\ u_{d3}(t) = 0,\ u_{d4}(t) = 0$$

Les conditions initiales pour les états sont

$$x_{d1}(0) = 1 \quad x_{d2}(0) = a\omega\,;$$
$$x_{d3}(0) = 2 \quad x_{d4}(0) = 0\,;$$
$$x_{d5}(0) = 3 \quad x_{d6}(0) = 0\,;$$

Les six pôles en boucle fermé égales -2 :

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = -2.$$

Nous obtenons les coefficients de matrice de retour d'état comme suit :

$$k_1 = k_6 = 2 \text{ et } k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 5.$$

Choisissant $a = 1$ et $\omega = \pi$, nous obtenons les résultats de simulation ci-dessous. Les résultats montrent les erreurs de poursuite pour les états et les entrées de la forme enchaînée, et pour les états réels et les entrées dans les deux repères considérés précédemment. Tandis que les erreurs de poursuite soient nulles, les entrées de commande réelles obtenues à partir des variables de la forme enchaînée et les entrées de référence désirée sont identiques. Les entrées désirées sont calculées à travers les variables du système réel (2.62). Puisque la conception de commande est basée sur la linéarisation approximative du système, le contrôleur assure que le système commandé est asymptotiquement localement stable. Les résultats de simulation sont présentés sur les figures 2.2 à 2.13. On constate que les performances de la loi de commande développée sont attient et le système suit les trajectoires de référence exigées en utilisant la méthode de linéarisation approximative.

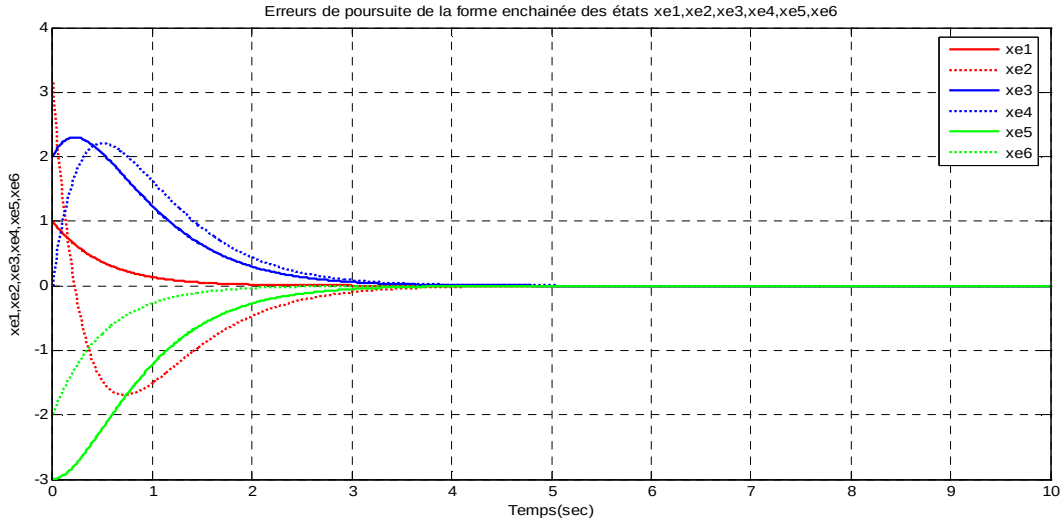


Figure 2.2 : les erreurs de poursuite des états $x_{e1}(t)$, $x_{e2}(t)$, $x_{e3}(t)$, $x_{e4}(t)$, $x_{e5}(t)$, $x_{e6}(t)$ dans la forme enchaînée.

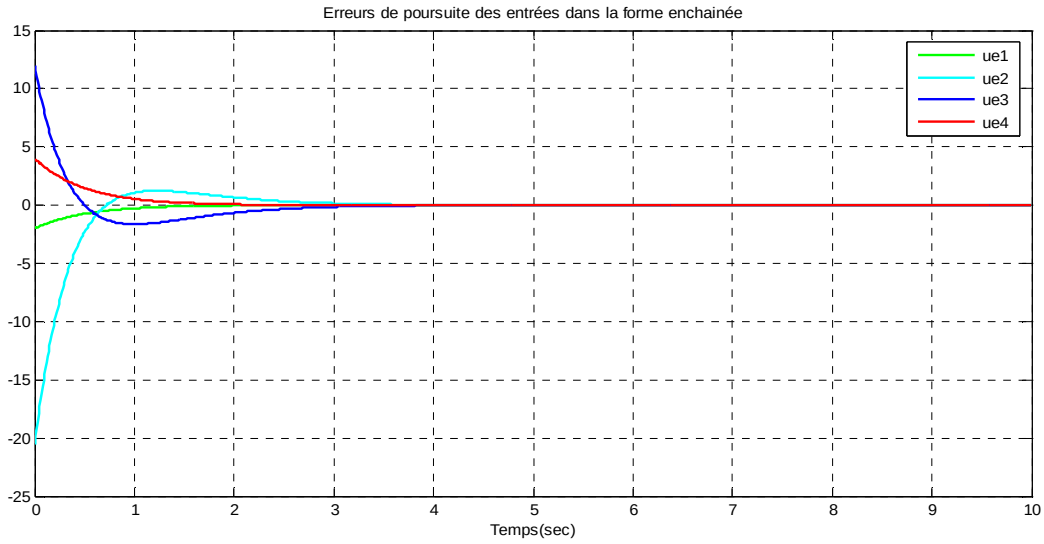


Figure 2.3 : les erreurs de poursuite des entrées dans la forme enchaînée.

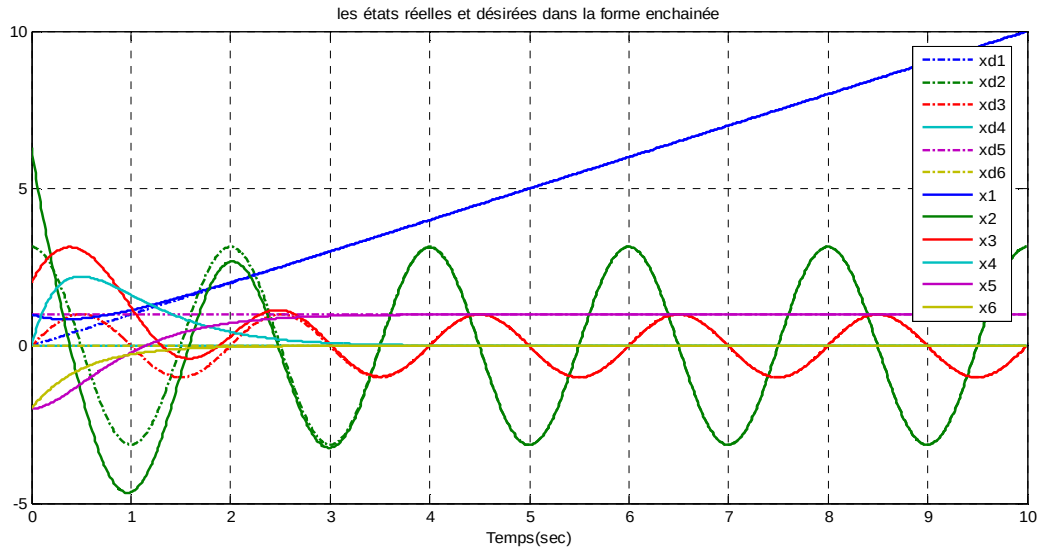


Figure 2.4 : les états réels dans la forme enchaînée.

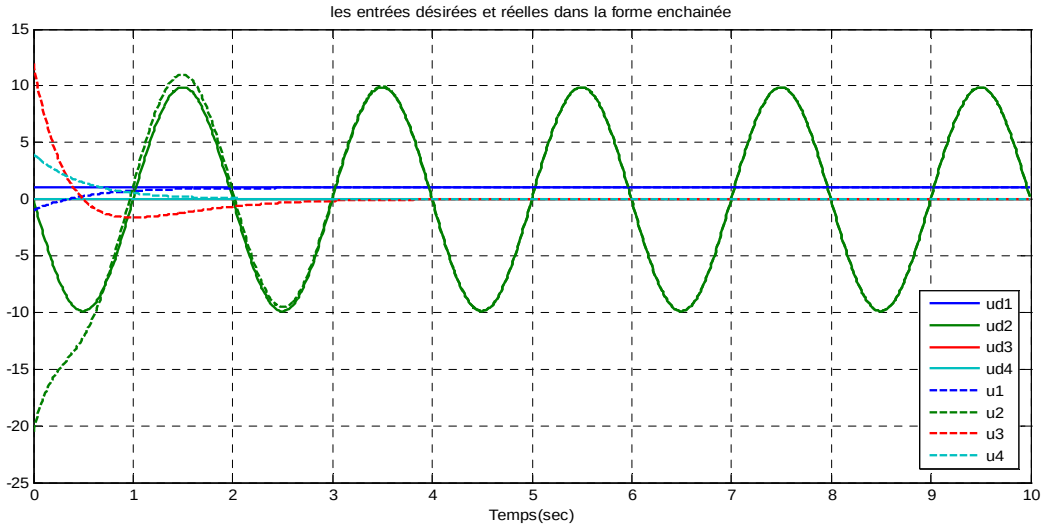


Figure 2.5 : les entrées désirées dans la forme enchaînée.

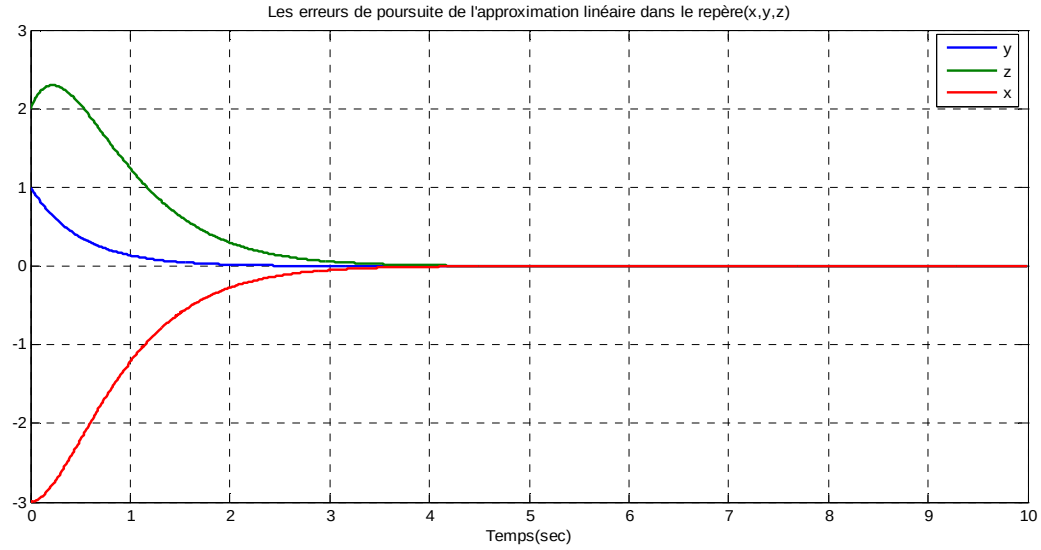


Figure 2.6 : les erreurs de poursuite de l'approximation linéaire dans le repère (x, y, z).

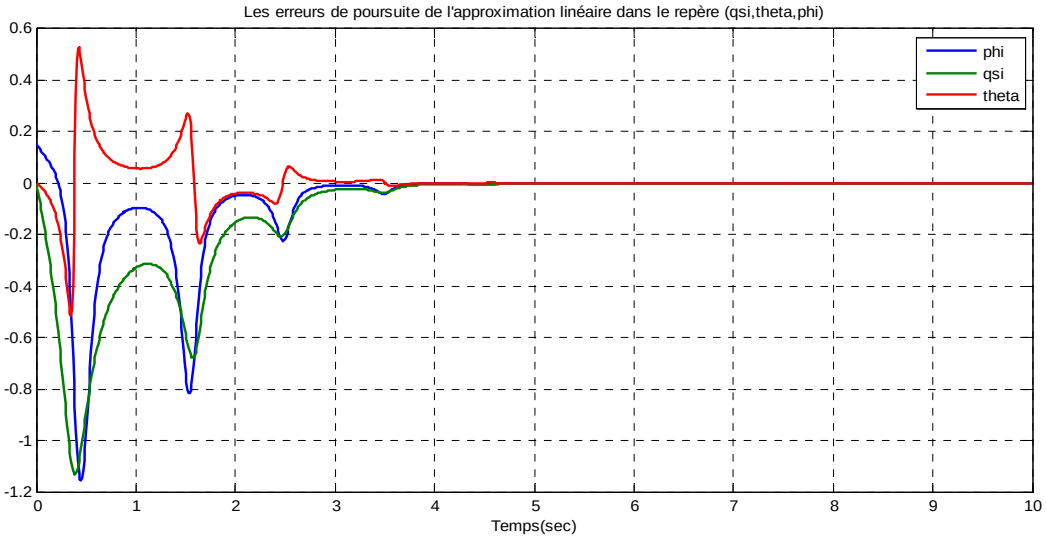


Figure 2.7 : les erreurs de poursuite de l'approximation linéaire dans le repère (ψ, θ,ϕ).

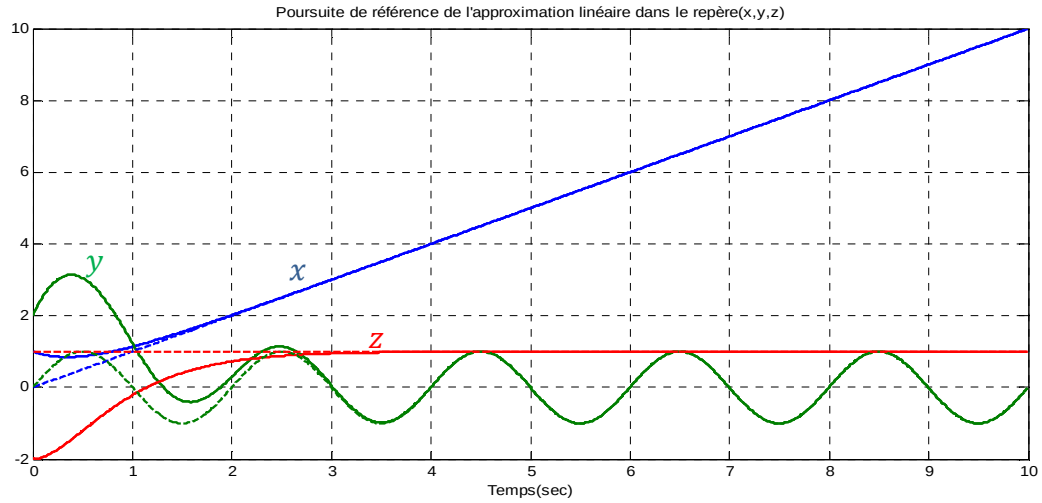


Figure 2.8 : Poursuite de référence de l'approximation linéaire dans le repère (x, y, z).

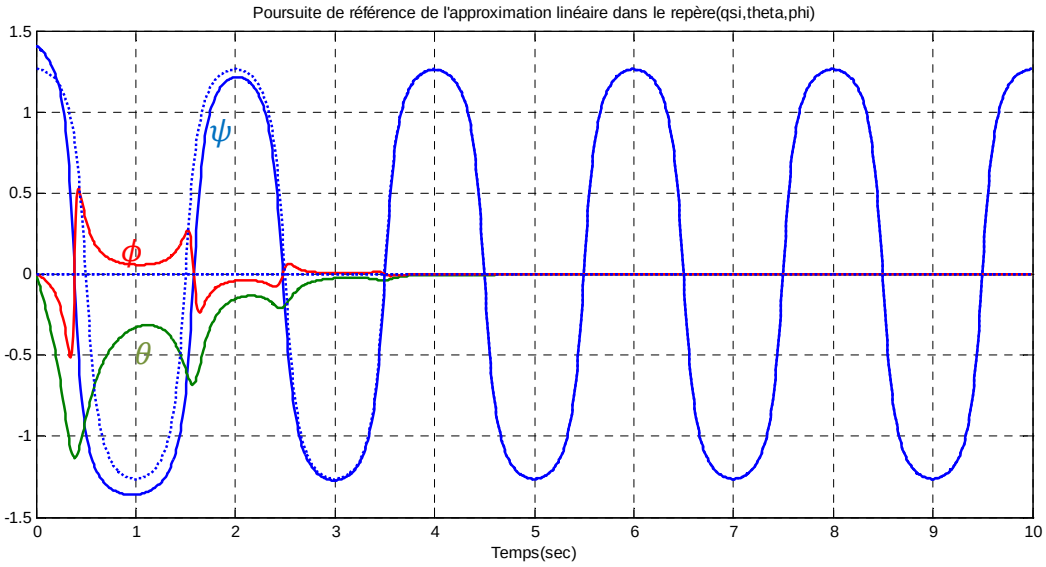


Figure 2.9 : Poursuite de référence de l'approximation linéaire dans le repère (ψ, θ,ϕ).

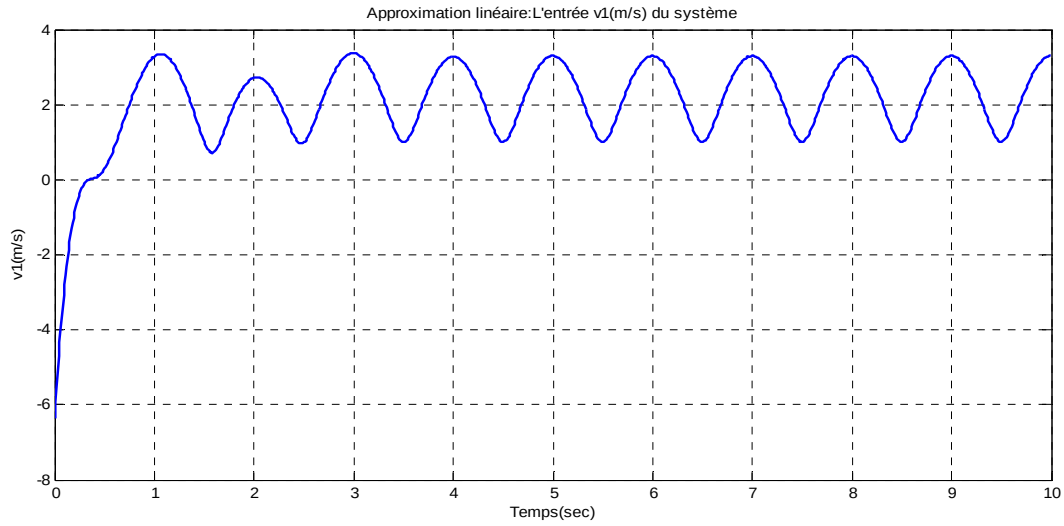


Figure 2.10 : L'entrée $v_1(m/s)$ du système en utilisant la méthode de l'approximation linéaire.

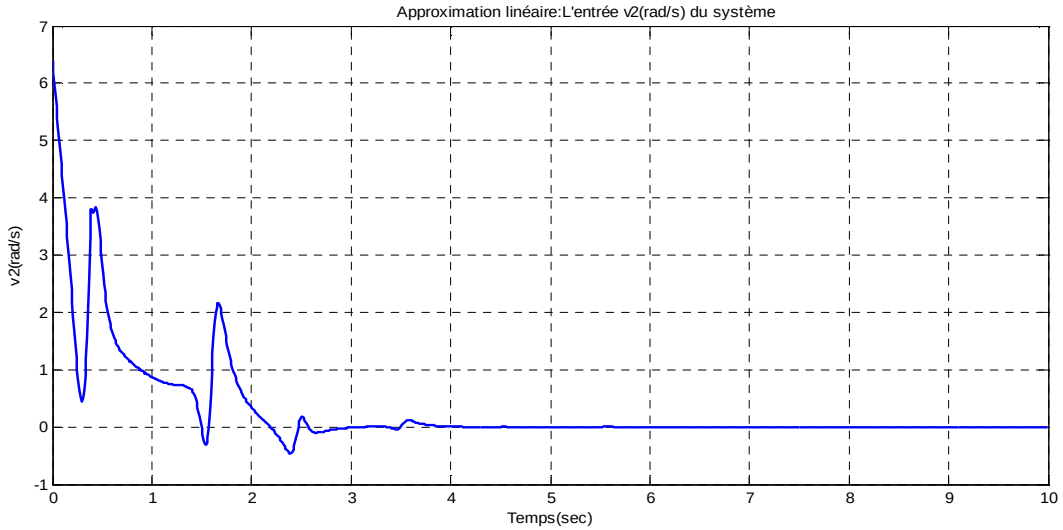


Figure 2.11 : L'entrée $v_2(rad/s)$ du système en utilisant la méthode de l'approximation linéaire.

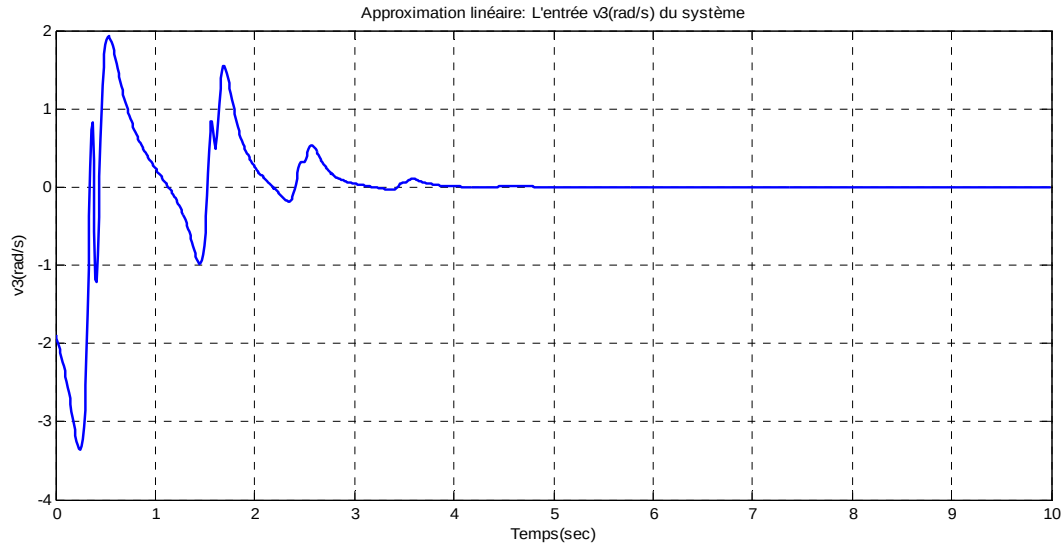


Figure 2.12 : L'entrée $v_3(rad/s)$ du système en utilisant la méthode de l'approximation linéaire.

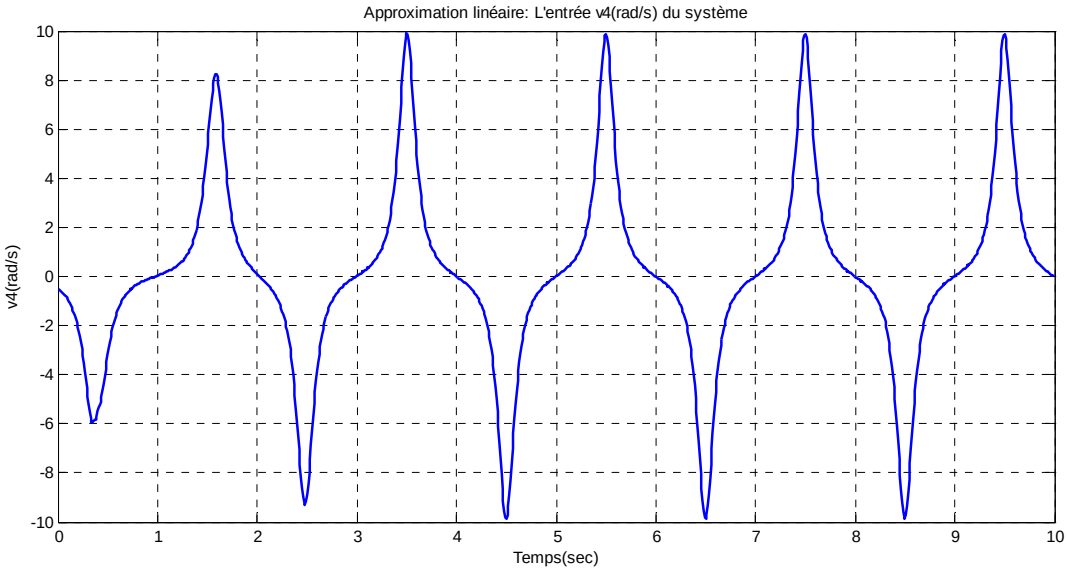


Figure 2.13 : L'entrée $v_4(rad/s)$ du système en utilisant la méthode de l'approximation linéaire.

2.7. Conclusion

Dans cette partie de mémoire, nous avons élaboré les contraintes cinématiques et les contraintes non holonomies, d'une classe des systèmes mécaniques sous-actionnées, ensuite le modèle cinématique global a été construit pour notre système (le véhicule sous-marin) présenté dans la première partie de ce travail. Aussi nous avons étudié la planification de mouvement et la notion de la commandabilité du véhicule. Nous avons également présentés les lois de commande par retour d'état qui permit d'assurer une stabilisation globale du véhicule autour d'une trajectoire de référence désirée en utilisant la méthode d'approximation linéaire. Egalement, la conception de commande le système est mis sous une forme enchaînée.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est réparti en deux parties. Dans la première partie nous avons exposé les outils nécessaires au développement des modèles qui peuvent être utilisé pour la conception de commande de mouvement de planification et la poursuite par retour d'état des véhicules sous-marins et nous avons présenté aussi les dispositifs essentiels constituant en générale les drones sous-marins. Les définitions et les outils mathématiques indispensables en navigation et commande des véhicules non holonomies et plus particulièrement les véhicules sous-marins sont aussi présenté. Les notions de non holonomie et de sous-actionnement qui constituent les objectifs de ce travail, ont été aussi étudiés.

Il n'existe pas de méthodologie générale pour la conception d'un contrôleur non linéaire contrairement aux systèmes linéaires. Selon la classe des systèmes non linéaires, certaines approches en termes de commande sont plus adaptées. Aussi, nous avons essaye d'expliquer de façon simple le principe de propulseur et les principes fondamentaux de cinématique des véhicules et quelques techniques de commande qui sont en relation avec notre travail. Ces concepts seront utilisés dans le reste du mémoire afin de faire la conception du système de commande et de navigation pour les véhicules sous-marins.

On a ensuite présenté la méthodologie de modélisation non linéaire des sous-marins qui incluent les notions de masses et d'inerties ajoutées, les phénomènes d'amortissement hydrodynamique...etc. Les équations du modèle représentent la dynamique propre de notre véhicule, cependant de nombreuses similitudes peuvent être rencontrées avec des modélisations non linéaires d'autres engins sous-marins. Ces similitudes de dynamique, à certaines propriétés ou caractéristiques près, mettent en avant la fiabilité de la méthodologie de modélisation présentée. La modélisation de la dynamique sous-marine a été affine en la commande. Leurs boucles de contrôle interne permettent de leur donner les dynamiques désirées.

L'enjeu est donc de taille mais en même temps difficile à réaliser. Effectivement, la restriction sur l'autorité de commande rend ces systèmes plus difficiles à commander. Nous avons démontré que ces systèmes ne sont pas linéarisables complètement par retour d'état, par conséquent ne sont pas découplables, la commandabilité de ces système est difficile à démontrer, et combien même ils sont commandables ceci n'implique pas qu'ils le sont avec des commandes lisses et continues. D'un autre côté, maitriser la commande de ces systèmes permettrait de gagner en coût et en poids, de plus, éviterait l'ajout d'actionneurs redondants pour les applications et missions délicates.

Dans la deuxième partie de mémoire, nous avons élaboré les contraintes cinématiques et les contraintes non holonomies, d'une classe des systèmes mécaniques sous-actionnées, ensuite le modèle cinématique global a été construit pour notre système. Aussi nous avons étudié la planification de mouvement et la notion de la commandabilité du véhicule. Nous avons également présentés les lois de commande par retour d'état qui permit d'assurer une stabilisation globale du véhicule autour d'une trajectoire de référence désirée en utilisant la méthode d'approximation linéaire. Egalement, la conception de commande le système est mis sous une forme enchaînée. La robustesse du modèle globale commandé par l'approximation linéaire reste vraie si le modèle linéarisant est similaire au modèle réel. Dans ce cas, l'effet de linéarisation par retour d'état a été démontré par des résultats de simulation dans cette partie de mémoire.

Notre première démarche a été de présenter d'une part, vérifier le type de stabilité de nos lois de commande car, bien qu'actuellement les outils de simulations soient de plus en plus performants, ils ne sont pas suffisants pour conclure quant à la stabilité des contrôles de peur que certains cas ne soient oubliés. Néanmoins, cet outil reste très appréciable pour illustrer rapidement les comportements des variables. D'autre part, nous avons présenté le principe de plusieurs techniques de commande utilisées en contrôle non linéaire. Toutefois, en raison des nombreuses contributions de ces dernières années, nous avons arrêté notre intérêt qu'à celles qui sont liées à notre travail.

Les résultats de simulation obtenus dans la deuxième partie montrent l'efficacité et la robustesse des lois de commandes proposées, en termes de poursuite de trajectoire de référence. Ces derniers mettent en évidence les couplages directs dus à la modélisation, la stabilité et la poursuite de trajectoire de référence désirée du sous-marin.

«....La science a la chance et la modestie de savoir qu'elle est dans le provisoire, de déplacer les frontières de l'inconnu et d'avancer. »

Marc Augé.

Bibliographies

[1] **A. D. Luca, G. Oriolo, C. Samson,** "*Feedback control of a nonholonomic car-like robot*", in J. P. Laumond (ed.), Robot motion planning and control, 170–250, Springer, 1998.

[2] **A. Isidori,** "Nonlinear control systems", *3rd ed., London: Springer-Verlag*, 1995. ""

[3] **Amal Choukchou-Braham,** "*contribution à la stabilisation des systèmes mécaniques sous actionnés*", Thèse de doctorat, université Aboubekr Belkaid, Tlemcen, Algérie, 2011.

[4] **Jawhar Ghommam,** "*commande non linéaire et navigation des véhicules marins sous-actionnes*", Thèse de doctorat, Université d'Orléans, France, 2008.

[5] **Goldstein, H.,** "Classical Mechanics". *2nd. ed.. Addison-Wesley., Reading, MA, USA. 672 pages*, 1980.

[6] **Wen, J. T.-Y.** "*Control of non holonomic systems*". The Control Handbook (William S. Levine, Ed). CRC Press & IEEE Press., Florida, USA. pp. 1359-1368, 1996.

[7] **Emilie Roche,** "*Commande robuste d'un véhicule sous-marin autonome*", Rapport de stage, d'Automatique de Gipsa-lab, université de Grenoble, 2008.

[8] **J. D. Anderson,** "Fundamentals of Aerodynamics", *New York: McGraw Hill*, 2001.

[9] **R. A. Freeman and P. V. Kokotovic,** "Robust nonlinear control design: State-space and Lyapunov techniques", *Boston, MA: Birkhauser*, 1996.

[10] **Pushkin Kachrow,** "Autonomous Underwater Vehicles", *CRC Press Taylor & Francis Group*, 2011.

[11] **Brockett, R. W.,** "*Asymptotic stability and feedback stabilization. Differential Geometric Control Theory*", (R. W. Brockett, R. S. Millman and H. J. Sussman, Eds.), Boston, USA. pp. 181-208, 1993.

[12] **A. Tayebi, A. Rachid,** "*A time-varying-based robust control for the parking problem of a wheeled mobile robot*", in Proceedings, of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3099–3104, April 1996.

[13] **O. Egeland, O. J. Sordalen,** "*Exponential stabilization of non holonomic chained systems*", IEEE Transactions on Automatic Control, 1, 35–49, 1995.

[14] **R. M. Murray, S. Sastry,** "*Steering non holonomic systems in chained form*", in IEEE Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control, pp.1121–1126, December 1991.

[15] **A. de Luca, G. Oriolo,** "*Modeling and control of non holonomic mechanical systems*", in Nonholonomic mechanical systems, 2001.

[16] **G. Oriolo, A. D. Luca, M. Vendittelli,** "*WMR control via dynamic feedback linearization: Design, implementation and experimental validation*", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 10(6), 835–852, 2002.

[17] **T. Kailath,** "Linear systems", *Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall*, 1980.

[18] **Y. Nakamura, S. Savant,** "*Nonlinear tracking control of autonomous underwater vehicles*", in Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France, A4–A9, May 1992.

[19] **Y. Nakamura, S. Savant,** "*Non holonomic motion control of an autonomous underwater vehicle*", in IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems IROS '91, Osaka, Japan. November 3–5, pp.1254–1259, 1991.

[20] **O. J. Sordalen, M. Dalsmo, O. Egeland,** "*An exponentially convergent law for a non holonomic underwater vehicle*", in 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Atlanta, GA, May 2–7, 790–795, 1993.

[21] **M. W. Spong, M. Vidyasagar,** "Robot dynamics and control", *New York: John Wiley*, 1989.

[22] **R. M. Murray,** "*Nilpotent bases for a class of non-integrable distributions with applications to trajectory generation for nonholonomic systems, Mathematics of Controls*", Signals, and Systems, 7(1), 58–75, 1994.

[23] **R. M. Murray, S. Sastry,** "*Steering nonholonomic systems using sinusoids*", in IEEE Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control, 2097–2101, 1990.

[24] **L. G. Bushnell, D. M. Tilbury, S. S. Sastry,** "*Steering three input nonholonomic systems: The fire truck example*", in European Controls Conference, 1993, 1432–1437.

[25] **D. Tilbury, O. Sørdalen, L. Bushnell, S. Sastry,** "*A multi-steering trailer system: Conversion into chained form using dynamic feedback*", IEEE Transactions on Robotics and Automation, 11(6), 807–818, 1995.

[26] **H. K. Khalil,** "Nonlinear systems", *New York: Macmillan*, 1992.