République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie des Procédés et Environnement

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

***En vue de l'obtention du Diplôme de master en Génie des* Procédés**

Option :pollution chimique et environnement

Thème

CONVECTION DOUBLE DIFFUSSIVE EN 2D DANS UNE CAVITE QUI RENFERME DEUX COUCHES POREUSES

Dirigé par :

Dr.N.HADIDI

Présenté par :

BOUTALEB NAIMA

BEHAR SARRA

Année universitaire 2013 - 2014

dèdicace

C'est avec un très grand honneur que je dédie ce modeste travail aux personnes les plus chères au monde pour leurs sacrifices :

A Mes chères parents que allah les gardes et préserve.

A Ma chère grande mère que je la souhaite une longue vie.

A Ma Sœur : KADIDJA.

A Mes frères : MILOUD et MOSTAFA ET sans oublier le petit Abd El RAZZAK.

A toute la famille « BOUTALEB».

A Mes amies : SARA, SOUAD, IMANE, HAYAT, HOURIA,

A Tous mes

Collègues de la promotion 2014

NAIMA

Dédicace

Je dédie ce travail a mes parents qui m'ont soutenu tout au long des mes études que allah les protège.

A ma chér sœur qui je l'adord beaucoup «Bahia ».

Et son mari «Mohammed».

A mon petite ange « Khadidja Ikram ».

A ma cher sœur «Amina».

A mon seul Frère qui je l'aime beaucoup « Mohammed Sofiane ».

A ma grande mère qui dieu la protège.

A mon cher cousin «Soheib».

A mon collègue « Fahd ».

A mon amie intime « Hadjer ».

A mon binôme « naima ».

A touts mes amies «Hayet, Nawel,Chrifa, wahiba,Hadjira, ».

A tous ceux qui m'aiment et qui m'apprécient.

Sarra



Remerciment

Au terme de ce travail nous tenons à faire louange à «Allah» qui nous a donné la force d'achever cette réalisation.

*Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre promoteur : **Dr.N.HADIDI***

Pour ses conseils et son aide précieuse.

Nos s'incères remerciements vont également à tous les enseignants du département de Génie des Procédés qui nous offre tout ce savoir.

Nos gratitudes à tous les membres de jury qui font l'honneur de juger notre travail.

Un grand merci à tous ceux qui ont contribué de prés ou de loin pour l'élaboration de ce projet.

On leurs dit merci de tous notre cœur



SOMMAIRE

SOMMAIRE

Introduction Générale

Chapitre I : Notions sur les milieux poreux et leurs applications.

I.1: Introduction ……..... 1

I.2 : Définition relative aux milieux poreux..... 2

I.2.1 :Milieu poreux..... 3

I.2.2:Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R)……..... 3

I.2.3:Propriétés structurales et thermo physique d'un milieu poreux..... 4

I.2.3.1:La porosité..... 4

I.2.3.2:La variation de la porosité……..... 5

I.2.3.3 :La perméabilité..... 6

I.2.3.4:La tortuosité……..... 7

I.2.3.5:La surface spécifique……..... 8

I.2.3.6:Conductivité thermique effective……..... 8

I.3 :Modèles d'écoulement en milieux poreux……..... 10

I.3.1 : La loi de Darcy……..... 10

I.3.2 : Formulation de Forchheimer……..... 11

I.3.3 : Modèle général……..... 11

I.4 :Mousse Métallique ……..... 11

I.4.1 :Applications……..... 12

I.4.1.1 :Electrode poreuse……..... 12

I.4.1.2 :Echangeur de chaleur……..... 13

I.4.1.3 :Filtration……..... 14

I.4.1.4 :Purification de l'eau……..... 14

I.4.1.5: Applications biomédicales……..... 15

I.5 :Conclusion……..... 16

Chapitre II : Formulation Mathématique

II.1 : Introduction……..... 17

II.2 : Le Transfert de masse par diffusion moléculaire……..... 18

II.2.1 : Equations de la diffusion massique……..... 20

II.3 Couplage avec la convection thermique……..... 21

II.4 : Modèle Physique……..... 23

II.5 : Equations gouvernantes ……..... 24

II.5.1 : Equation de continuité……..... 24

II.5.2 : Equation de conservation de la quantité de mouvement……..... 24

II.5.3 : Equation de l'énergie……..... 24

II.5.4 : Equation de concentration……..... 24

II.6 : Conditions aux limites……..... 24

II.6.1 : Conditions aux limites dynamiques, Thermiques et solutales..... 25

II.7 : Adimensionnement des équations……..... 25

II.8 : Conclusion……..... 27

ChapitreIII :Méthode Numérique

III.1 : Introduction ……..... 28

III.2 : Principe de la méthode des volumes finis……..... 28

III.2.1 : Equation différentielle gouvernante……..... 28

III.2.2: Equation de continuité……..... 28

III.2.3:Maillage et volume de contrôle……..... 29

III.3 :Discrétisation des équations de conservation..... 29

III.3.1:Flux de diffusion –convection……..... 31

III.3.2:Simplification de l'expression du flux……..... 32

III.3.3:Linéarisation du terme source……..... 32

III.4 :Equation finale de discrétisation..... 33

III.5 :Discrétisation des équations dynamiques..... 34

III.5.1:Equations du mouvement……..……..... 34

III.5.2: Correction des vitesses et pression……..... 35

III.6 :Algorithme SIMPLER..... 36

III.7 :Application de la méthode des volumes finis a notre problème..... 38

III.7.1: Discrétisation des équations du mouvement ……..... 38

III.7.2: Equation de correction de pression ……..... 41

III.7.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie ……..... 43

III.8:Conclusion ……..... 43

Chapitre IV : Résultats et Discussion

IV.1:Lignes de courant-isothermes –iso concentrations……..... 46

IV.2:Nombres de Nusselt et Sherwood moyens……..... 48

IV.3:Effet du nombre Lewis sur les transferts……..... 50

IV.4:Effet du rapport des forces de poussée (volume) N……..... 50

IV.5:Conclusion……..... 52

Conclusion Générale

Liste des Figures

Liste des figures

Figure I.1:	Milieux poreux consolidés…….....	2
Figure I.2:	Milieux poreux non consolidés …….....	2
Figure I.3:	Milieux poreux non consolidés ……..	4
Figure I.4:	Définition schématique de la tortuosité…….....	8
Figure I.5:	Modèle série de la conductivité thermique effective……	9
Figure I.6:	Modèle parallèle de la conductivité thermique effective …….	9
Figure .I.7:	Mousse métallique mise en forme pour intégration dans un échangeur de chaleur de type « tube coaxiaux ».	14
Figure I.8:	Utilisation du matériau mousse métallique par secteur d'activité….....	15
Figure II.1:	Transfert de masse par diffusion dans un mélange gazeux……..	18
FigureII.2:	Couplage thermo solutale le long d'une plaque verticale……	22
FigureII.3:	Modèle physique et système de coordonnés…….	23
Figure III.1:	Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle……	29
Figure III.2:	Volume de contrôle représentatif…….	31
Figure III.3:	Volume de contrôle pour U et V……	35
Figure III.4:	Schéma du volume de contrôle pour U…….	39
Figure III.5:	Schéma du volume de contrôle pour V……	40
Figure III.6:	Schéma du volume de contrôle pour P…….	41
Figure IV.1	Représentation des lignes de courant pour $Ra_m=10^2$, N= 1, $Da_1=10^4$ ..….	46
Figure IV.2:	Représentation des isothermes pour $Ra_m=10^2$, N=1, $Da_1=10^{-4}$…….	47
Figure IV.3:	Représentation des isoconcentrations pour $Ra_m=10^2$, N=1, $Da_1=10^{-4}$	47

Figure IV.4 : Variation du nombre de Nusselt moyen pour $Da_1 = [10^{-4}$……. 49

Figure IV.5: Variation du nombre de Sherwood moyen pour $Da_1 = [10^{-6}$-10^{-3}….. 49

Figure IV.6 : Effet du nombre de Lewis sur les transferts pour Ra_m =10, N=1, $Da_1=10^5$ 50

Figure IV.7 : Effet du nombre du rapport de poussée sur les transferts pour $Ra=10^6$, Le=10, Ra_m = 10 et $Da_1=10^{-5}$…… 51

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Tableau.I.1 : les domaines d'application pour les écoulements dans les milieux poreux..... 2

Tableau .I.2 : Valeurs moyennes de porosité de quelques matériaux..... 5

Tableau .I .3 : Valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux..... 7

Tableau.III.1: Définition des différents termes des équations de conservation..... 30

Tableau.III.2 : Expressions des termes sources linéarisés (S_C et S_P) pour Les différentes équations..... 33

TableauIV.1 : sensibilité du code de calcul au maillage pour $Ra_m=100, Da_1=10^{-4,}$ $Pr=0.71, N=1, Le=10, R_K=0.1$..... 44

TableauIV.2: Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood N=0, $Da=10^{-7}$, Pr=0.7….. 45

Tableau IV.3: Comparaison du nombre de Nusselt dans le cas du régime de Darcy- Brinkman en convection thermique pour Pr = 0.71..... 45

Nomenclature

&

Abréviation

NOMENCLATURE

Nomenclature

a Diffusivité thermique, [m^2s^{-1}]

C Concentration dimensionnelle du soluté

C_0 (C_L) Concentration dimensionnelle du soluté sur la paroi active

D_{a_i} Nombre de Darcy, $D_{a_i} = K_i / L^2$

k Conductivité thermique, W/m°C

K_i Perméabilité du milieu poreux, m^2

L dimension de la cavité, m

Le Nombre de Lewis, $\mathrm{Le} = a_{\mathrm{eff_i}} / \mathrm{D}_{\mathrm{eff_i}}$

$\mathrm{Nu_b}$ Nombre de Nusselt moyen, $Nu_b = \int_0^1 \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{X=0} dY$

N Rapport des forces de volume, $\mathrm{N} = \beta_C \Delta C / (\beta_T \Delta T)$

p Pression, [Pa]

P Pression adimensionnelle, $\mathrm{P} = \mathrm{pL}^2 / (\rho_f . a^2 / \varepsilon^2)$

Pr Nombre de Prandtl, $\mathrm{P_r} = \nu_f / a_{\mathrm{eff_i}}$

Ra Nombre de Rayleigh, $Ra = g.\beta_T \cdot L^3 \Delta T / \nu_f . a_{eff1}$

Ra_m Nombre de Rayleigh modifié, $Ra_m = RaDa_1$

$\mathrm{R_c}$ Rapport des conductivités thermiques, $\mathrm{R_c} = \mathrm{k_{eff_i}} / \mathrm{k_{eff_1}}$

$\mathrm{R_\nu}$ Rapport de la viscosité effective à celle du fluide, $\mathrm{R_\nu} = \mu_{\mathrm{eff_i}} / \mu_f$

R_K Rapport des perméabilités des couches poreuses, $R_K = K_2 / K_1$

Sh_b Nombre de Sherwood moyen $Sh_b = \int_0^1 \left[\frac{\partial S}{\partial X} \right]_{X=0} dY$

S Concentration adimensionnelle, $S = \left(C - (C_0 + C_L)/2 \right) / \left(C_0 - C_L \right)$

T Température, [°C]

$T_0 (T_L)$ Température sur la paroi active, [°C]

u Vitesse axiale, (m/s)

U Vitesse adimensionnelle suivant la direction X, $U = uL/a$

v Vitesse transversale, [m/s]

V Vitesse adimensionnelle suivant la direction Y, $V = vL/a$

x Coordonnée axiale, [m]

X Coordonnée horizontale adimensionnelle, $X = x/L$

y Coordonnée transversale, [m]

Y Coordonnée verticale adimensionnelle, $Y = y/L$

Symboles grecs

β_T [K^{-1}]

β_S

ρ Masse volumique, [Kg m^{-3}]

μ_{eff} Viscosité équivalente dans le modèle de Brinkman, [Kg m^{-1} S^{-1}]

ν Viscosité cinématique, [m^2 s^{-1}]

ε Porosité

τ Tortuosité

θ Température adimensionnelle, $\theta = \left(T - (T_0 + T_L)/2\right)/\left(T_0 - T_L\right)$

ϕ Variable dépendente

Γ Coefficient de diffusion

ΔT différence de température, $\Delta T = T_0 - T_L$, [°C]

Δc Différence de concentration, $\Delta C = C_0 - C_L$

Indices

b Moyen

E, e Est

eff Effectif

f Fluide

i Couche poreuse

N, n Nord

Nb

P

S, s Sud

ملخص

العمل الحالي هو دراسة لناشر حراري مزدوج تم إنشاؤه في تجويف مربع يحتوي على طبقتين مساميتين موضوعتين أفقيا. كل طبقة مسامية تعتبر متجانسة , لها نفس الخصائص و مشبعة بنفس السائل. تتعرض الجدران العمودية إلى شروط حرارية و تركيز موحد في حين أن الحاوية ثابتة الحرارة و غير نفوذة. إن المعادلات الأساسية التي تصف الناشر الحراري المزدوج داخل الحاوية يتم حلها رقميا باستخدام طريقة الحجوم المحدودة. و يتم تحليل النتائج الرقمية إلى مصطلحات خطوط التيار,متساوي حراريا,متساوي التركيز و متوسط اعداد نيسالت و شاروود

الكلمات الرئيسية: ناشر حراري مزدوج, انتشار حراري كتلي, وسط مسامي, طبقتين

Résumé

Le présent travail est une étude de la convection double diffusive générée dans une cavité carrée et renfermant deux couches poreuses disposées horizontalement. Chaque couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide. Les parois verticales sont soumises à des conditions de température et de concentration uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. Les équations de base décrivant la convection double diffusive au sein de l'enceinte sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats numériques sont analysés en termes de lignes de courant, des isothermes, des iso concentrations et des nombres de Nusselt et Sherwood moyens.

Mots clés : double diffusive, convection thermosolutale, milieux poreux, Bicouches

Abstract

The present work is a study of double diffusive convection generated in a square cavity containing two porous layers disposed horisantale. Each porous layer is considered homogeneous, isotropic and saturated with the same fluid. The vertical walls are subjected to conditions of temperature and uniform while the horizontal walls are impermeable and adiabatic concentration. The basic equations describing the double diffusive convection within the enclosure are solved numerically by the finite volume method. The numerical results are analyzed in terms of streamlines, isotherms, and isoconcentration of Nusselt and Sherwood average.

Keywords: double diffusive, convection thermosolutal, porous media, bilayers

Introduction Générale

Introduction Générale

Jusqu'à ces dernières décennies, peu d'auteurs se sont préoccupés d'analyser le problème du transfert simultané et couplé de chaleur et de matière dans les milieux poreux. Etant donné son implication dans de nombreux phénomènes naturels et processus industriels, les chercheurs s'intéressent de plus en plus à ce problème et plus précisément aux transferts de chaleur et de masse qui se développent dans les enceintes fermées, souvent en convection naturelle.

L'importance des milieux poreux dans les phénomènes et processus industriels et technologique est aujourd'hui bien démontrée. Cependant et malgré la montée en puissance des moyens d'étude, des lacunes subsistent encore sur le plan des connaissances fondamentales, principalement la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur et de masse dans des systèmes comportant des milieux poreux.

De ce fait, les études de la convection thermo solutale en présence d'un milieu poreux Font actuellement l'objet d'un intérêt sans cesse accru. Cet intérêt est dû aux nombreuses Applications pratiques qui s'y rapportent, et cela dans divers domaines tels que :

- La filtration massique ;
- La dispersion des polluants dans les aquifères ;
- La séparation d'espèces chimique ;
- Le stockage de déchets toxiques ou radioactif et des gaz liquides ;
- Le séchage ;
- Dans le domaine médical où on utilise des membranes poreuses pour concevoir des reins artificiels pour les processus de dialyse ;
- L'isolation thermique ;
- L'extraction dans les gisements d'hydrocarbures ;
- Le refroidissement des circuits électronique et des réacteurs nucléaires ;

Dans la présente étude nous nous intéressons à la double diffusive générée dans une cavité carrée par rapport à l'horizontale, remplie par un milieu poreux multicouche.

La présente investigation a pour but l'étude de la convection double diffusive dans les milieux poreux multicouches confiné dans une enceinte carrée infiniment longue adiabatique et imperméable sur les faces verticales gauche et droite de l'enceinte. Un gradient de température s'établit entre les faces inférieure et supérieure. Le modèle mathématique Décrivant le présent problème a été développé en se basant sur l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer.

En pratique, les milieux poreux ne sont pas homogènes, mais plusieurs couches, engénéral de propriétés différentes en constituent la matrice poreuse. Par conséquent, il est souhaitable de considérer l'influence, des diverses couches, sur l'écoulement et le transfert de chaleur. L'actualité du sujet, nous a motivé à entreprendre une telle investigation.

Notre étude porte essentiellement sur la mise en évidence de l'influence des paramètres adimensionnels (le nombre de Rayleigh fluide Ra, le nombre de Darcy Da, la perméabilité K de la couche poreuse), le transfert de chaleur et masse dans le système.
Ce manuscrit est structuré comme suit :

Le premier chapitre est consacré exclusivement à la présentation des notions générales des milieux poreux et leurs applications.

Le deuxième chapitre est dédié aux équations mathématiques qui gouvernent le phénomène physique.

Le troisième chapitre et réservé à la présentation de la modélisation numérique dans les cavités poreuses basé sur la méthode classique volume fini.

Le quatrième chapitre, on y présente l'essentielle des résultats obtenus avec discussion. Nous terminerons ce mémoire par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre I

Notions sur les milieux poreux et leurs applications

Notions sur les milieux poreux et leurs applications.

I.1. Introduction :

Durant les dernières années, les écoulements dans les milieux poreux n'ont cessé d'avoir une importance de plus en plus grandissante jusqu'à devenir un pôle d'attraction durant la dernière décennie .En effet un grand nombre de chercheurs ont porté un intérêt particulier aux milieux poreux. Ceci est dû au fait que le transfert massiques et thermique dans ces milieux occupe une place de plus en plus importante dans plusieurs secteurs de l'industrie et des technologies avancées.

Les phénomènes de transfert massiques et thermiques dans les milieux poreux (en monophasiques où en poly phasiques) interviennent dans de nombreuses applications et touches à des domaines multiples tel que représenté ci-dessous :

Domaine d'utilisation	**Application**
Mécanique	-Isolement thermique -Capacité de séchage -Accroissement du transfert de chaleur par modification de surface Réacteurs nucléaires utilisant des gaz de refroidissement s'écoulant à travers des particules radioactives -Pré chauffeurs et stabilisateurs de flamme poreux -Stockage de l'énergie solaire -Pots catalytiques dans le domaine de l'automobile
Génie-chimique	-Réacteurs chimiques -Filtration -Adsorption -L'échange d'ion -Les réactions catalytiques sur une surface solide -Séchage -Convertisseurs catalytiques pour la réduction de la pollution de l'air des produits de combustion
Environnement	-Ecoulement des eaux souterraines -contamination des eaux souterraines -Ecoulement d'eau, de vapeur d'eau et d'air à travers des matériaux de

	construction -Recyclage de déchets nucléaires -Nettoyage des sols par injection de vapeur
Géologie	-Migration des eaux et minéraux -Exploitation de l'énergie géothermique
Pétrole	-Ecoulement de gaz et pétrole dans les réservoirs -Accroissement de la production de gaz naturel
Médecine	-Stimulation du transport des gaz dans l'organisme, H.P.C.Darcy [1].

Tableau I.1 : les domaines d'application pour les écoulements dans les milieux poreux

I.2. Définition relative aux milieux poreux

I.2.1. Milieu poreux :

Un milieu poreux est un massif formé de cavités de volume et de surface variées, interconnectées, partiellement ou totalement entre eux par des petits canaux, en prenant comme exemple de formation de particules sphériques, de textures fibreuses, etc., entre lesquels les vides forment l'espèce proprement dit (les vides sont appelés pores).

Un milieu poreux se présente généralement sous les deux formes suivantes:

- Milieux poreux consolidés, dans lesquels la phase solide est formée de grains cimentés (fig. I.1) [2], (calcaire, grés, la céramique….).
- Milieux poreux non consolidés, dans lesquels la phase solide est formée de grains non soudés entre eux (fig. I.2) [2], (fibres métalliques, gravier, sable, billes….).

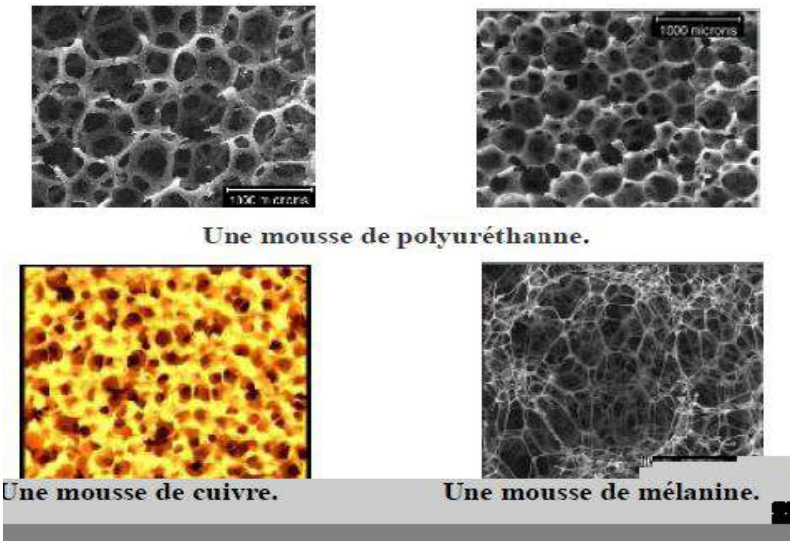
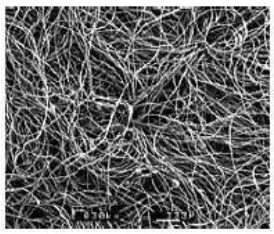


Figure I.1: milieux poreux consolidés



Fibres métalliques.

Figure I.2 : milieux poreux non consolidés

Les milieux poreux incluent entre autres: les filtres à sable dans l'industrie de traitement de l'eau, les roches réservoirs d'hydrocarbures et les matériaux de génie civil.

Une des caractéristiques majeures de la plupart des corps poreux est de permettre la circulation des fluides dans les cavités du milieu poreux, on distingue pour cela deux (02) types de milieu poreux :

- Le milieu poreux saturé, où la matrice solide est complètement remplie par les fluides comme le sol imbibé d'eau.

- Le milieu poreux où plusieurs fluides, miscibles ou non, coexistent au sein des cavités, comme le sol partiellement saturé d'eau, le mélange eau-huile dans les roches pétrolières (écoulement poly phasiques).

I.2.2. Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R).

En pratique, l'utilisation des équations différentielles à l'échelle macroscopique d'un milieu poreux s'avère impossible à cause de la géométrie de ce milieu qui se caractérise par le non uniformité de la dimension du vide et de distribution dans la partie centrale de la matrice poreuse. Il est par conséquent nécessaire d'effectuer un changement d'échelle.

On définit ainsi un volume élémentaire représentatif de grande dimension par rapport aux dimensions moyennes des pores où les grandeurs et paramètres telles que la vitesse, la pression, la température, la porosité, sont de valeurs moyennes.
Autrement dit on peut considérer, par la suite, que le milieu poreux est un ensemble de V.E.R. Cette conceptualisation introduite par J. Bear permet de raisonner en termes de milieu continu équivalent.

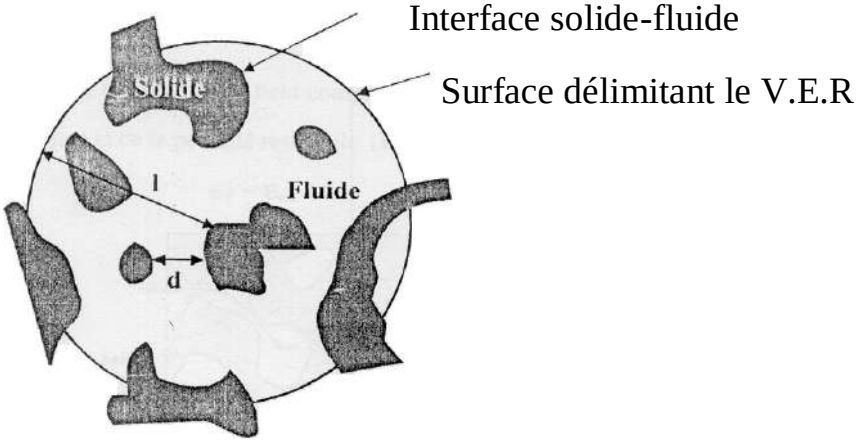


Figure I.3:Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)

I.2.3. Propriétés structurales et thermo physique d'un milieu poreux

Différentes grandeurs géométriques et thermo-physiques sont utilisées pour caractériser l'écoulement et le transfert de chaleur se produisant dans un milieu poreux, nous pouvons citer :

I.2.3.1.La porosité :

La porosité totale (ε_T) dans un milieu poreux est définie comme étant le rapport du volume occupé par les espèces vides au volume total (matrice + vide) correspondant :

$$\varepsilon_T = \frac{V_P}{V_T} \qquad \textbf{(I.1)}$$

Où

V_P : Volume des espèces vides

V_T : Volume total

En général, la porosité totale ne présente pas d'intérêt, car seuls les pores accessibles jouent un rôle actif. On définit donc la porosité effective ou utile :

$$\varepsilon_e = \frac{V_{PU}}{V_T} \qquad \textbf{(I.2)}$$

Où :

V_{PU} : Volume des pores accessibles ou utiles (c'est à dire communiquant entre eux).

Le tableau (I.2) nous donne quelques valeurs de la porosité de certains matériaux d'après les résultats expérimentaux d'A.E.Scheidrgger [3].

SUBSTANCE	POROSITE
Matériau mousseux	0,98
Fibre de verre	0,88 – 0,93
Fil à tisser	0,68 – 0,76
Grain de silice	0,65
Poudre d'ardoise noire	0, 57 – 0,66
Cuir	0,56 – 0,59
Terre	0,43 – 0,54
Sable	0,37 – 0,70
Empilement de sphères	0,36 – 0,43
Filtre à cigarette	0,17 – 0,49
Brique	0,16 – 0,34

Tableau I.2 : Valeurs moyennes de porosité de quelques matériaux.

I.2.3.2. La variation de la porosité.

La variation de la porosité apparaît significativement sur le champ de vitesse, et cela en Le milieu poreux devient ainsi perméable, cette perméabilité est associée à la présence de contraintes de compressions, fracture, etc.

La vitesse du fluide atteint presque deux (02) fois le diamètre des particules.

La majorité des travaux de recherches supposent une variation de la porosité (valeur moyenne) au voisinage de la paroi et peut être approximée pour un lit de particules par :

Modifiant localement le profil des vitesses, ceci est associé à la nature du contact entre le matériau poreux et la paroi au voisinage de cette dernière, l'assemblage des particules formant le milieu poreux défait.

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty}\left[1 + C\exp\left(\frac{-NR}{dp}\right)\right] \quad \textbf{(I.3)}$$

Où :

ε : Porosité au centre du lit poreux ;

ε_{∞} : Porosité de la paroi ;

R : Distance à partir de la paroi solide ;

d_p : Diamètre des particules ;

C et N : Constantes empiriques, déterminées d'après de récentes recherches par les conditions suivantes :

$$R = 0 \rightarrow \varepsilon = 1$$

$$R \approx 4d_p à 5d_p \rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{\infty}$$

C= 1,4

→Pour ε_{∞} = 4

N= 5, à, 6

I.2.3.3. La perméabilité :

Elle caractérise l'aptitude du milieu poreux à laisser circuler le fluide à travers les pores dans le cas de la présence d'un gradient de pression.

Lorsque le milieu poreux ne contient qu'un seul liquide, la perméabilité absolue K, est donnée par la loi de H.Darcy [4].

$$K = \frac{-\left(\frac{Q}{S}\right)\cdot\mu}{\partial P/\partial x} \quad \textbf{(I.4)}$$

$\frac{Q}{S}$: Vitesse de filtration (vitesse Darcienne) dans le milieu poreux ;

Q : Débit s'écoulant à travers le milieu poreux ;

S : Surface de la section droite ;

μ : Viscosité dynamique de pression dans le sens de l'écoulement.

$\frac{\partial P}{\partial x}$: Gradient de pression dans le sens de l'écoulement.

L'unité de la perméabilité est le m², mais elle est souvent exprimée en Darcy:

1 Darcy= 9.87×10^{-13} m².

.La perméabilité est déterminée expérimentalement en fonction des paramètres géométriques.

Le tableau (1.3) représente certaines valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux [4].

SUBSTANCE	**PERMEABILITE**
Briques	$4{,}8\ 10^{-15}$ à $2{,}2\ 10^{-13}$
Cuir	$9{,}5\ 10^{-14}$ à $1{,}2\ 10^{-13}$
Poudre d'ardoise noire	$8{,}9\ 10^{-14}$ à $1{,}2\ 10^{-13}$
Terre	$2{,}9\ 10^{-13}$ à $1{,}4\ 10^{-11}$
Fibre de verre	$2{,}4\ 10^{-11}$ à $5{,}1\ 10^{-11}$
Sable	$2{,}0\ 10^{-11}$ à $1{,}8\ 10^{-08}$
Fibre à tisser	$3{,}8\ 10^{-09}$ à $1{,}0\ 10^{-08}$
Cigarette	1,0 à 10^{-09}

Tableau I.3 : Valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux, O. Reynolds etDullien [5,6]

I.2.3.4. La tortuosité

Dans un milieu poreux formé d'un empilement de grains solides, la vitesse réelle
Locale du fluide n'est pas tout à fait parallèle à la direction moyenne de l'écoulement
Du fait des obstacles constitués par la phase solide. Le fluide contourne les différentes
Particules s'opposant à son passage.
Le trajet suivi par un filet fluide est $\boldsymbol{Lm > L}$ où $\boldsymbol{L}$ est la longueur du milieu poreux.

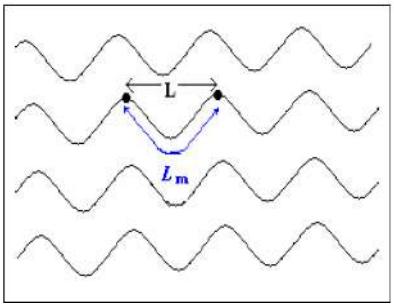


Figure I.4: Définition schématique de la tortuosité

On appelle tortuosité le rapport entre la longueur moyenne du chemin parcouru par Une particule fluide et la longueur de l'échantillon.

$$\tau = \frac{L_m}{L}$$

Dans le cas des milieux poreux constitués d'empilement de particules sphériques, la Tortuosité varie peu et reste sensiblement égale à $\pi/2$.

I.2.3.5. La surface spécifique

La surface spécifique est définie comme l'aire totale des vides rapportée à l'unité de Volume, soit:

$$A_S = \frac{\text{Aire totale des vides}}{\text{Volume totale du milieu}}$$

Ce paramètre sert d'élément comparatif pour différents milieux poreux de volume Total.

I.2.3.6. Conductivité thermique effective

Vu la complexité de la structure des milieux poreux ainsi que la présence des différentes phases (solide et fluide), la modélisation du transfert de chaleur à travers les milieux poreux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective *ke*. En effet, les phases solides et fluide présentes dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes au mode de conduction (le plus souvent k solide > k fluide).
Cette conductivité effective dépend de la porosité et des conductivités thermiques des

Phases solides *k*set fluide $k\,f$.

De manière générale, il n'existe pas de modèles exacts de conductivité thermique effective qui peuvent être appliquées aux cas pratiques d'écoulement dans les milieux poreux. Les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles basés sur l'analogie électrique.

Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du milieu est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases; (Fig. I.5).

$$\frac{1}{k_C} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1-\varepsilon}{k_s} \qquad \textbf{(I.5)}$$

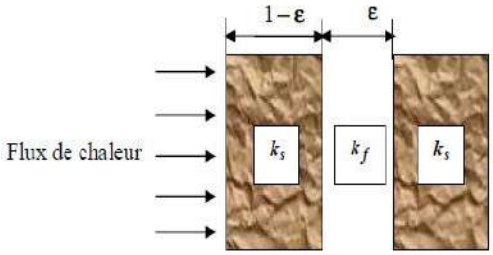


Figure I.5: Modèle série de la conductivité thermique effective

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités thermiques dans chacune des phases; (Fig. I.6).

$$k_e = (1-\varepsilon)k_S + \varepsilon k_f \qquad \textbf{(I.6)}$$

La conductivité thermique effective est toujours comprise entre celle du fluide et celle du solide.

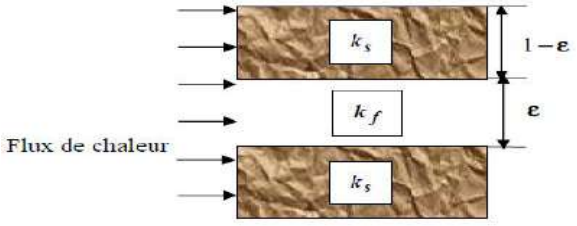


Figure I.6 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective

❖ **Conductivité thermique équivalente**

La conductivité équivalente est une fonction complexe des conductivités du solide et du fluide. En général, on ne pourrait pas évaluer la valeur exacte de la conductivité. Le moyen efficace est la mesure expérimentale dans les conditions d'utilisation en régime permanent. Pour plus de détail sur l'évaluation de la conductivité, nous pouvons citer les travaux de, Tobbal et Bennacer[7], Beji[8].

I.3. Modèles d'écoulement en milieux poreux

Les lois des écoulements en milieu poreux ne constituent que des approximations. On s'intéresse en général qu'aux phénomènes à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées.

I.3.1. La loi de Darcy

Établie par Darcy sur la base d'observations expérimentales, c'est une relation empirique qui décrit macroscopiquement les écoulements dans les milieux poreux, moyennant la vitesse de filtration.

$$\vec{V} = \frac{k}{\nu}\left(-\frac{\vec{\nabla}P}{\rho}\right) + \vec{g} \qquad \textbf{(I.7)}$$

Où k est la perméabilité et ν la viscosité cinématique du fluide. L'équation de Darcy a été vérifiée pour les écoulements de faible vitesse. La valeur du nombre de Reynolds est utilisée comme critère pour caractériser la transition d'un régime d'écoulement laminaire à un régime turbulent. Pour cela on a défini un nombre de Reynolds de pore pour les écoulements en milieu poreux. En définissant d comme longueur caractéristique qui représente la dimension caractéristique des pores, le nombre de Reynolds s'écrit :

$$R_e = V.\frac{d}{\nu} \qquad \textbf{(I.8)}$$

En termes de détermination de d, Collins (1961) a proposé l'expression $d = \sqrt{k/\varepsilon}$

Alors que Ward (1964) a plutôt suggéré que $d = \sqrt{k}$ quelle que soit la porosité.

I.3.2. Formulation de Forchheimer

La formulation de Darcy-Forchheimer (1950) la plus couramment utilisée, pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible à travers un milieu poreux homogène et isotrope, en régime stationnaire et en présence de pesanteur, est la suivante :

$$\nabla P = \rho g - \frac{\mu}{k} V + \frac{b\rho}{\sqrt{k}} |V| V \qquad \textbf{(I.9)}$$

Où **b** est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, appelé paramètre de Forcheimer. Résultant de la prise de moyenne sous fortes hypothèses, cette formulation introduit un terme convectif qui exprime la contribution inertielle devenant importante avec les **(** Re **)** croissant.

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de Darcy-Brinkman, fortement utile pour le cas des hautes porosités. Le premier terme de droite de l'équation ci-dessus contenant la viscosité μ est le terme de Darcy et le deuxième contenant la viscosité effective μ_{eff} est appelé le terme de Brinkman. La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu μ_{eff}. En effet cette grandeur est fonction non seulement de la porosité du milieu mais aussi de sa géométrie (tortuosité). Brinkman a assimilé la viscosité équivalente du milieu à celle du fluide ($\mu_{eff} \approx \mu$). Cette approximation a été prouvée expérimentalement et elle est en accord avec les travaux de Neale et Nader [9] et Beckermann et Viskanta[10]. Le modèle de Brinkman permet ainsi d'imposer la condition de non glissement au champ de vitesse de filtration, au niveau des parois imperméables.

I.3.3. Modèle général

On généralise les trois dernières équations en introduisant un terme transitoire et le terme convectif $(V\ \nabla)V$ ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2}(V\ \nabla)V = -\nabla P + \rho g - \frac{\mu}{k} V + \frac{b\rho}{\sqrt{k}} |V| V + \mu_{eff} \nabla^2 V \qquad \textbf{(I.10)}$$

Cette équation est équivalente à l'équation de Navier Stokes issue du bilan de quantité de mouvement en milieu fluide. Il faut également noter que la complexité d'un écoulement en milieu poreux peut être le résultat des effets d'inertie et de viscosité, et d'une variation importante de la porosité au niveau des parois.

I.4 Mousse Métallique

Les structures tridimensionnelles cellulaires à forte porosité telles que les mousses métalliques permettent d'obtenir des gains substantiels en termes d'intensification de transferts de chaleur, de mélanges et de réactions chimiques. Ces matériaux peuvent assurer simultanément un rôle mécanique, thermique, catalytique… cet ensemble de qualité conduit à des réductions importantes de coûts, de masse et offrent ainsi des opportunités d'applications dans des domaines aussi variés que nombreux: automobile, spatial, piles à combustible, génie chimique, etc. Lu, Stone et al. [11], Calmidi and Mahajan [12], Zhu, Hobdel et al. [13], Banhart [14], Boomsma and Poulikakos [15].Les travaux concernant les matériaux fortement poreux sont encore relativement peu nombreux et récents Madani [16], Topin et al. [17] Vicente [18],Du fait de leur nouveauté, de leur structure particulière, et de la variabilité de texture liée aux différentes voies d'élaboration, les mousses métalliques sont encore mal caractérisées du point de vue des propriétés de transport. L'évaluation précise des propriétés thermo physiques et de transferts devient critique pour diverses applications.d'émergence récente d'utilisation potentielle des mousses dans les technologies nouvelles motive la mise en place d'outils de caractérisations performants.

L'étude des transferts de chaleur et des écoulements dans ce type matériau la situation est plus complexe. La structure des mousses ne permet pas d'étude analytique exacte.

Il existe de nombreux procédés d'élaboration de mousses solides Vilar and Coeuret[19], Ashby, Evans et al. [20], Banhart [14]. L'élaboration de méthodes de fabrication des mousses métalliques pour des applications ciblées est un sujet de recherche à part entière JIMIC-4 [21]. Les méthodes typiques de production de ce matériau sont les suivantes :

- injection de gaz ou utilisation d'un agent moussant dans un métal liquide,
- solidification eutectique solide-gaz,
- métallisation d'une mousse organique (électrodéposition par exemple),
- métallurgie des poudres (compactage/ frittage de poudre métalliques…),
- moulage sur des structures organiques ou des sels (frittés de grains).
- Réplication sur mousse à cellules ouvertes de polyuréthane déposé sur le métal, [22]

Il existe aussi des mousses « lotus-type foam » pour lesquelles on oriente la croissance Des bulles dans une direction et dont la topologie est plutôt représentative d'un réseau de Tubes parallèles.

I.4.1. Applications

Nous citons quelques applications où l'utilisation du matériau mousse métallique apporte une valeur ajoutée certaine aux systèmes qui l'utilisent. Compte tenu de la relative jeunesse du matériau, la recherche de secteur potentiel d'utilisation du matériau est un sujet de recherche à part entière qui contribue chaque jour à l'élargissement du champ applicatif des « mousses métalliques ». Par conséquent, la liste des applications présentées ci-dessous ne saurait être exhaustive.

I.4.1.1 Electrode poreuse

L'utilisation de mousse métallique comme électrode de batterie est l'une des premières applications historiques (Ni-MH). Plus récemment, l'utilisation des électrodes en mousses métalliques a été étendue aux piles à combustibles. La distribution des réactifs gazeux et l'évacuation de l'eau formée sont des éléments clés du fonctionnement des piles à combustible de type « piles à membranes échangeuses de protons » (PEMFC). L'emploi de mousses métalliques à pores ouverts, en remplacement des classiques structures à canaux, constitue une alternative prometteuse. En effet, leur porosité élevée favorise l'accès des gaz aux électrodes (surface accessible supérieure à 90% au lieu de 60 à 70% pour les canaux), autorisant a priori une utilisation optimale des surfaces catalysées. Leur emploi est également susceptible de faciliter l'intégration de certaines fonctions telles que le refroidissement (fonction échangeur de chaleur).

Des tests exploratoires ont confirmé l'intérêt des mousses métalliques qui, dans des conditions similaires, ont permis d'atteindre pendant quelques dizaines d'heures de fonctionnement des performances supérieures à celles obtenues avec des distributeurs à canaux Riva and Poirot-Crouveziez [23].

I.4.1.2 Echangeur de chaleur

Les échangeurs compacts permettent de réduire l'encombrement, le poids et le coût des dispositifs d'échange thermique. Ils prennent une place de plus en plus importante dans tous les domaines de l'industrie et en particulier dans les secteurs de l'électronique, de l'automobile, de l'aéronautique et de la cryogénie. La conductivité thermique du métal, les propriétés de mélangeur de la structure Frouillât, Tochon et al. [24], un rapport perte de

pression / surface d'échange performant, sont autant d'atouts pour ce type d'application Tadrist, Miscevic et al. [25].



Figure .I.7: Mousse métallique mise en forme pour intégration dans un échangeur de chaleur de type « tube coaxiaux ».

I.4.1.3 Filtration

L'utilisation de mousses métalliques pour des applications de type « filtration » possède un potentiel applicatif fort. Les faibles pertes de pression en écoulement associées à une surface spécifique non négligeable rendent le matériau performant lorsqu'il s'agit de filtrer un écoulement « fluide / solide ». La nature métallique de la phase solide autorise entre autres de bons niveaux de performance lorsqu'il s'agit de filtration d'écoulement « haute température ». Ghidossi, Bonnet et al. [26] montrent que l'utilisation de mousses métalliques constitue une alternative séduisante pour la filtration des fumées à haute température issues des incinérateurs, des fonderies, des centrales thermiques. Les expériences menées par ces auteurs dans des mousses dont la phase solide est constituée d'un alliage composé de nickel et de chrome montrent une forte capacité de rétention du matériau vis-à-vis de particules solides fluidisées.

I.4.1.4 Purification de l'eau

L'utilisation de mousses de « cuivre – argent » pour la purification de l'eau est une nouvelle voie de développement. Le contact entre liquide et les métaux peut agir contre les bactéries et les algues transportées par le fluide (par exemple les legionnelles, les streptocoques…). L'utilisation de telles mousses présente un intérêt certain sur tous les

circuits d'eau qui nécessitent une qualité d'eau irréprochable : stations thermales, eau potable, tours de refroidissement…

I.4.1.5 Applications biomédicales

L'institut des matériaux industriels (IMI) a récemment développé un procédé de fabrication de mousses métalliques. La structure ouverte de ce type de matériau est particulièrement adaptée pour la fabrication d'implants ou de systèmes d'ancrage poreux. En fait, les propriétés et structures des matériaux obtenus sont similaires à celles des os. La structure, la résistance à la corrosion, la biocompatibilité et les propriétés mécaniques de ces mousses de titane en font un matériau de choix pour la fabrication d'implants et de systèmes d'ancrage pour des applications orthopédiques et dentaires JIMIC-5 [27].

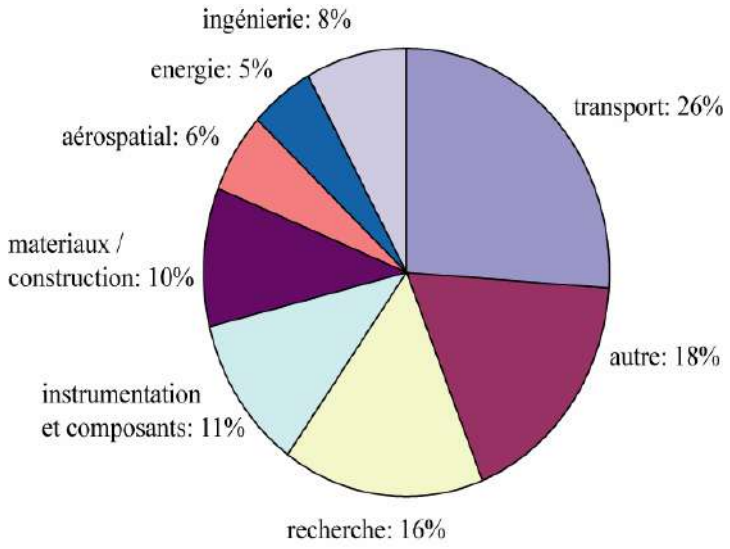


Figure I.8 : Utilisation du matériau mousse métallique par secteur d'activité. Topin [28].

Parmi les nombreux problèmes de génie des procédés que rencontrent l'ingénieur et le pharmacien travaillant dans les industries chimiques, pétrolières, pharmaceutiques, cosmétiques et agroalimentaires, l'écoulement d'un ou de plusieurs fluides à travers un milieu poreux fixe ou mobile tient une place prépondérante. Il suffit de citer les principaux procédés unitaires du génie des procédés (séchage, fluidisation, sédimentation, cristallisation, distillation, échange d'ions, extraction liquide-liquide...) pour voir le nombre pléthorique de canalisations, de colonnes, de cuves et de réacteurs au sein desquels le ou les procédés sont réalisés.

De même, pour les industries de la santé, la formulation nécessite la conception, le développement, la production et l'écoulement de matériaux poreux (ou non poreux) fonctionnant par leur composition, leur préparation et leur agencement pour délivrer une action et rendre un service (par exemple la galénique).

I.5. Conclusion

Dans ce chapitre, les notions de base et les principales caractéristiques se rapportant aux milieux poreux et leurs applications dans divers domaines et les modèles d'équations ainsi que les régimes d'écoulement ont été examinés.

Le prochain chapitre sera consacré à une étude bibliographique portant la double diffusive dans les milieux poreux afin de situer notre travail.

CHAPITRE II

Formulation Mathématique

Formulation Mathématique

II.1.Introduction:

Le transport d'un constituant d'une solution fluide d'une région de haute concentration à une région de concentration plus faible est appelé transfert de masse. On peut comprendre son mécanisme en faisant une analogie avec la transmission de chaleur. La masse est diffusée dans une direction où le gradient de concentration existant va en diminuant et cesse lorsque le gradient de concentration s'annule. Dans ce chapitre, nous présentons brièvement les notions de base du transfert de masse utilisées dans notre étude.

Le transfert de masse peut s'effectuer en phase gazeuse ou en phase liquide, soit par diffusion moléculaire dans des fluides au repos (la diffusion solutale), soit par des courants dans des fluides en écoulement (la convection solutale).

Les mouvements de convection de double-diffusion ou convection thermo solutale sont générés par les gradients de densité qui sont dus à la fois au champ de température, et au champ de concentration ce dernier. Peut apparaître dans un fluide ayant deux (ou plusieurs) composants diffusant dans le mélange à différentes vitesses et qui contribuent au gradient vertical de densité. Ce phénomène de convection double diffusive apparaît dans des situations réelles diverses: croissance de cristaux destinés à l'industrie des semi-conducteurs, processus de séchage, processus de fusion-solidification de mélanges binaires, stockage des gaz liquide ou oxydation des surfaces métalliques, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, stockage de certains produits agricoles, extraction de pétrole.... On estime actuellement que ce phénomène des transferts convectifs de masse et de chaleur constitue un domaine très actif et d'importants travaux ont été effectués encore très récemment tant au niveau expérimental que numérique. La diversité des configurations et le nombre important de paramètres qui interviennent dans ce type d'écoulement nous donne un grand choix de domaine d'études.

La plupart des études existantes traitant de la convection d'origine thermique sont basées sur le modèle de Darcy. De plus ces études supposent le caractère isotrope et homogène des matériaux poreux. Dans beaucoup de cas, la loi de Darcy se trouve inadéquate et l'anisotropie géométrique des grains ou des fibres est rencontrée dans de nombreux milieux poreux, comme les formations rocheuses, les sols sédimentaires, les matériaux d'isolation thermique et les structures dendritiques formées lors de la solidification de mélanges à plusieurs

composants. La majorité des travaux antérieurs qui se sont intéressés à la description des phénomènes de convection double diffusive traitent de la convection naturelle thermo solutale dans les milieux formés de couches poreuses horizontales ou verticales thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes .Des études thermiquement et/ou hydrauliquement anisotropes récentes prennent en compte le caractère anisotrope et hétérogène des milieux poreux. L'absence d'études qui traitent de la convection naturelle thermo solutale dans une enceinte constitué de milieux poreux multi-couches avec différentes perméabilités dans des cavités carrées et inclinées nous a motivé pour rechercher des résultats concernant ce type de cavité. Notre étude porte plus particulièrement sur l'influence, à des nombres de Rayleigh modérés, de certains paramètres géométriques et physiques, du nombre de Lewis sur la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse.

Dans un premier temps nous donnons quelques notions fondamentales sur le transfert de masse et son couplage avec la convection thermique. Nous présentons par la suite notre modèle mathématique.

Nous nous intéressons à la convection double diffusive générée dans une cavité carrée inclinée, infiniment longue, constituée d'un milieu poreuses multi-couches (deux couches de milieu poreux), de propriétés physiques différentes. Avec des conditions limites classiques (conditions de Dirichlet en température et concentration sur les parois verticales) en régime stationnaire.

II.2.Le Transfert de masse par diffusion moléculaire

Le transfert de masse par diffusion moléculaire est analogue à la transmission de chaleur par conduction. Il peut avoir lieu dans un fluide au repos mais également dans un fluide en écoulement. Si l'on considère par exemple une cavité contenant deux gaz A et B à la même température, même pression et séparés initialement par une cloison Figure II.1:

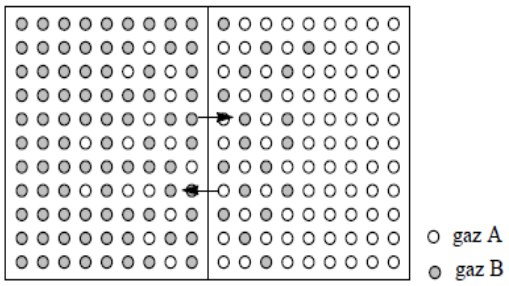


Figure. II.1: transfert de masse par diffusion moléculaire dans un mélange gazeux

Un transfert de masse s'effectue, dès qu'on met ces deux gaz en contact, dans le sens décroissant de la concentration.

En régime permanent, la concentration en chaque point ne varie pas avec le temps, et suivant la loi de Fick:

$$\vec{\dot{m}}_A = -D_{AB}\overrightarrow{grad C_A} \qquad \text{(II.1)}$$

où $\vec{\dot{m}}_A$ est la densité de flux massique en kg/(s m^2).

Cette équation est appelé la loi de Fick et relie la densité du flux massique $\dot{m}_A$ échangé par diffusion solutale au gradient de concentration et à la diffusivité massique D_{AB} du composant A dans B.

Remarquons que la loi de Fick est analogue à celle de Fourrier qui détermine la densité du flux thermique transféré par conduction dans un milieu homogène de conductivité λ .

$$\vec{q} = -\lambda\overrightarrow{grad T} \qquad \text{(II.2)}$$

$\vec{q}$ Est la densité du flux thermique exprimée en W/m^2

λ: est la conductivité thermique exprimée en W/m.K

T est la température [K]

La diffusion solutale peut être influencée par des paramètres extérieurs, tel que les gradients de température (effets de Soret, effet Dufour), les gradients de pression où les réactions chimiques. Dans notre étude, nous supposerons que ces effets extérieurs sont négligeables et que la diffusion solutale ne dépend que du gradient de concentration.

En diffusion solutale, on travaille généralement sur le concept de concentration d'un élément e dans un mélange. Cette concentration représente la masse de l'élément e dans le mélange de volumeV_d et elle est exprimée en kg de solvant (l'élément e) par m^3de solution (le mélange).

$$C_e = \frac{m_e}{V_d} = \rho_e \qquad \text{(II.3)}$$

La densité de flux massique locale d'un élément e dans un mélange s'exprime.

$$\vec{\dot{m}}_e = \rho_e\overrightarrow{V_e} \qquad \text{(II.4)}$$

Où $\overrightarrow{V_e}$ représente la vitesse des particules du composant e dans un système de coordonnées fixes. La vitesse moyenne massique $\vec{V}$ est alors définie comme le rapport de la somme des flux massiques élémentaires àla densité totale du mélange.

$$\rho.\vec{V} = \vec{\dot{m}} = \sum \vec{\dot{m}} = \sum \rho_e \vec{V_e} \tag{II.5}$$

$$\vec{V} = \frac{1}{\rho} \sum \rho_e \vec{V} \tag{II.6}$$

On définit alors le flux massique de l'élément e relativement par rapport à un repère se déplaçant à la vitesse massique moyenne par:

$$\overrightarrow{\dot{M}_e} = \rho_e \left(\overrightarrow{V_e} - \vec{V} \right) \tag{II.7}$$

Si $\vec{\dot{m}}$ est le flux absolu de l'élément e, $\vec{\dot{M}}$ est le flux diffus; il représente le mouvement de l'élément relativement au mouvement moyen du mélange et on peut écrire:

$$\overrightarrow{\dot{m}_e} = \overrightarrow{\dot{M}_e} + \rho_e \vec{V} \tag{II.8}$$

L'équation (II.8) nous montre qu'il y a deux contributions pour le flux absolu de l'élément e, l'une due à la diffusion (mouvement de l'élément e par rapport au mouvement moyen du mélange) et l'autre due au mouvement moyen du mélange.

II.2.1.Equations de la diffusion massique

L'équation de conservation de la masse globale du mélange s'écrit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left(\rho_e \vec{V} \right) = 0 \tag{II.9}$$

soit, encore, en distinguant la contribution de chacun des éléments: L'équation relative à l'ensemble des éléments du mélange s'écrit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left(\sum \rho_e \overrightarrow{V_e} \right) = 0 \tag{II.10}$$

L'équation de la conservation de la masse pour chaque élément e du mélange sur un volume de contrôle est:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left(\rho_e \overrightarrow{V_e} \right) = 0 \tag{II.11}$$

En tenant compte de l'équation (II.7), l'équation (II.11) s'écrira:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \left(\rho_e \vec{V} \right) = -\nabla \overrightarrow{\dot{M}_e} \tag{II.12}$$

En remplaçant le flux massique M_e par son expression donnée par la loi de Fick (II.1) et en introduisant le concept de la concentration défini par l'équation (II.3), on obtient l'équation de la diffusion de chaque constituant e du mélange.

$$\frac{\partial C_e}{\partial t} + \vec{V}.\nabla C_e = \mathrm{D}\,\Delta\, C_e \qquad \text{(II.13)}$$

Dans notre étude le mélange ne contient qu'un seul élément, dans tout ce qui va suivre on omettra l'indice e pour la concentration, on écrira donc l'équation (II.13) comme suit:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V}.\nabla C = D\Delta C \qquad \text{(II.14)}$$

Lorsque l'écoulement du fluide est assez faible pour contribuer au transfert de masse, l'équation (II.15) s'écrit sous la forme réduite suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla C \qquad \text{(II.15)}$$

De même cette diffusivité est analogue à la conductivité thermique (exprimée en kJ/kg.K), si on compare la loi de Fick (II.1) et la loi de Fourrier (II.2) donnant respectivement la densité du flux solutal et la densité du flux thermique.

II.3. Couplage avec la convection thermique.

Pour expliquer le comportement de deux écoulements dus simultanément à la diffusion thermique et à la diffusion solutale, prenons l'exemple simple d'une plaque plane verticale maintenu à une température Tp et baignant dans un fluide à une température T∞. siTp> T∞, le fluide près de la paroi s'échauffe ce qui entraîne une diminution de sa densité, et par conséquent un mouvement ascendant s'établit le long de la paroi, du fait de la poussée d'Archimède. C'est le cas de la convection thermique pure. Supposons maintenant que ce même fluide contient un constituant d'une concentration C∞ et que la plaque est soumise à une concentration Cp de ce même constituant, Quatre cas peuvent intervenir suivant la nature du fluide et des conditions aux limites. En effet le comportement du fluide le long de la paroi est influencé par le signe d'expansion solutal du constituant (soluté) βc et par le taux de concentration de la paroi par rapport à la solution. Selon ces paramètres, les forces de volume thermiques et solutales peuvent coopérer ou s'opposer suivant les configurations suivantes:

- Le cas où le fluide prés de la paroi est moins concentré (Cp<C∞), sa densité plus faible entraînerai un mouvement ascendant, cet écoulement solutal qui est du à un gradient de concentration coopère avec l'écoulement thermique si βc >0 et s'oppose si βc <0.
- Le cas où le fluide prés de la paroi est plus concentré (Cp>C∞), il devient plus lourd et

descend le long de la plaque, cet écoulement se trouve confronté à l'écoulement thermiquesi βc >0 mais s'entraident si βc <0.

Les quatre configurations sont représentées sur la figure II.2

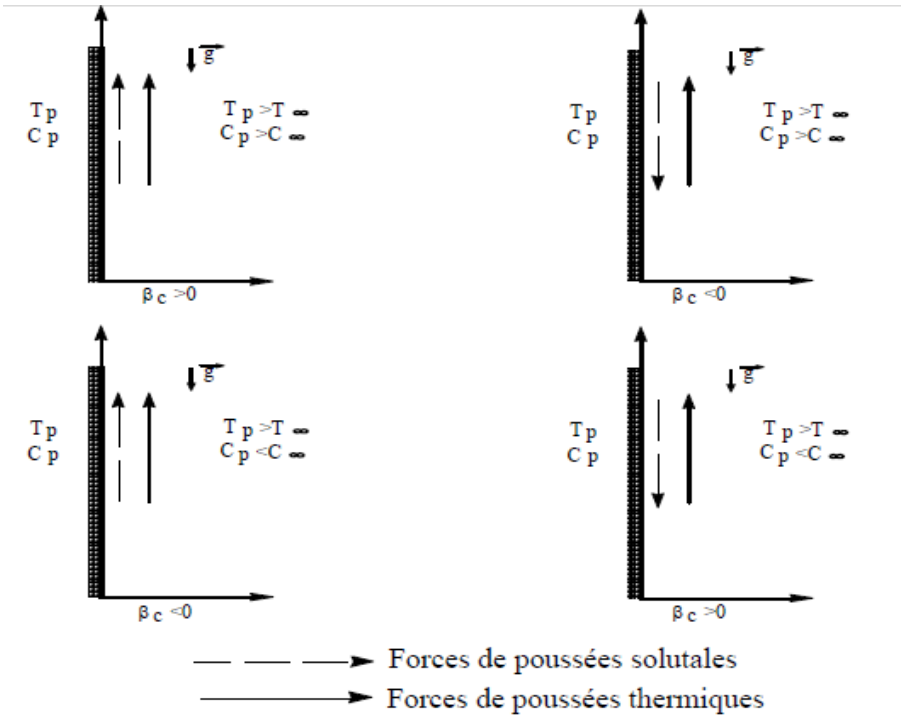


Figure. II.2: Couplage thermosolutale le long d'une plaque verticale

Bejan [29] présente des résultats concernant ce même type d'écoulement naturel d'un fluide lelong d'une plaque verticale soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration.

Nous considérons dans notre étude que les transferts de chaleur et de masse ne sont couplés que par la vitesse de l'écoulement et n'interagissent pas entre eux directement. Dans le cas contraire nous serons en présence de l'effet Soret et Dufour. Ce phénomène apparaît lorsque les gradients de température et de concentration sont élevés.

Dans ce chapitre nous décrivons et nous formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

Le travail qui fait l'objet de cette étude concerne justement la convection double diffusive générée dans une cavité carrée remplie par deux couches de milieux poreux disposées soit horizontalement. Par une modélisation numérique, les résultats des calculs sont présentés et commentés en termes de lignes de courant, des isothermes, des isoconcentrations et des transferts thermiques et massiques moyens.

II.4.ModèlePhysique

Le modèlephysique étudié est présenté dans la figure II.1. les deux couches poreuses horizontales occupent l'espace formé par une cavité carrée. .

Quelques hypothèses sont considérées pour les deux cas de modèles physiques:

- Ecoulement laminaire 2D et stationnaire.
- Chaque couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide.
- Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes
- Hypothèse de Boussinesq admise.
- Un équilibre thermodynamique local a lieu entre le fluide et le milieu poreux.
- Le modèle de Darcy- Brinkman est adopté. Les parois inférieure et supérieure de la cavité sont adiabatiques et imperméables alors que les faces latérales sont maintenues à des conditions de température et de concentration constantes.

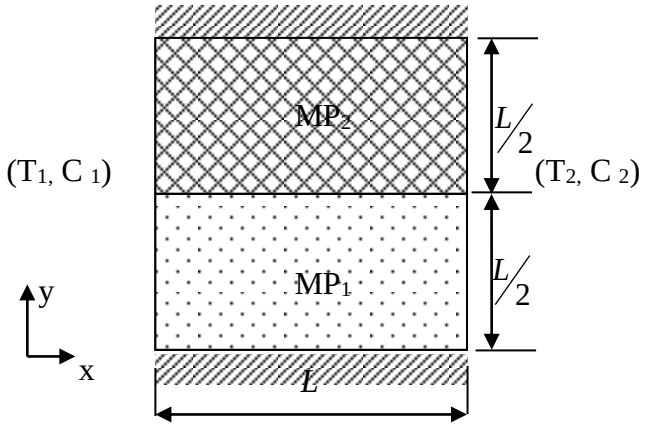


Figure II.3. modèle physique et système de coordonnée

A cet effet, une convection double diffusive prend naissance dans la cavité poreuse. Les équations gouvernantes formulées dans les sections qui suivent sont écrites en tenant compte des hypothèses précédentes :

II.5.Equations gouvernantes

II.5.1.Equation de continuité

$$\frac{\partial u_i}{\partial x}+\frac{\partial v_i}{\partial y} \tag{II.16}$$

II.5.2.Equation de conservation de la quantité de mouvement

- **Suivant x**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial u_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial x}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}u_i+\varepsilon^2\mu_{eff_i}\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2}\right)+\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-C_{ref}\right)\right)\rho_f.g. \tag{II.17}$$

- **Suivant y**

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial v_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial v_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial p_i}{\partial y}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}v_i+\varepsilon^2\mu_{eff_i}\left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-C_{ref}\right)\right)\rho_f.g \tag{II.18}$$

II.5.3.Equation de l'énergie

$$\left(\rho.cp\right)_f\left[u_i\frac{\partial T_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial T_i}{\partial y}\right]=k_{eff}\left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2}\right] \tag{II.19}$$

II.5.4.Equation de concentration

$$\left[u_i\frac{\partial C_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial C_i}{\partial y}\right]=D_{eff}\left[\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2}\right] \tag{II.20}$$

L'indice i désigne la couche poreuse, correspond à la couche 1 et à la couche 2. Dans le cas du modèle physique avec les couches poreuses horizontales, on pose: . On désignera le modèle physique de la figure 1a par modèle horizontal et celui de la figure 1b par modèle vertical.

II.6.Conditions aux limites

Pour la résolution du problème physique, nous avons besoin d'associer aux équations mathématiques régissant le phénomène de convection naturelle, un nombre adéquat de conditions aux limites.

Les conditions aux limites se traduisent sous forme mathématique comme suit:

II.6.1. Conditions aux limites dynamiques, Thermiques et solutales

Pour Y=0 0≤X≤1 U=V=0 $\left.\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right| = 0 \left.\frac{\partial S}{\partial Y}\right| = 0$ (II.21)

Pour Y=1 0≤X≤1 U=V=0 $\left.\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right| = 0 \left.\frac{\partial S}{\partial Y}\right| = 0$ (II.22)

Pour X= 0 0≤Y≤1 U=V=0 θ =0.5 S=0.5 (II.23)

Pour X= 1 0≤Y≤1 U=V=0 θ =-0.5 S=-0.5 (II.24)

II.7. Adimensionnement des équations:

En général, l'adimensionnement est une méthode qui peut permettre de réduire le nombre de paramètres influençant les phénomènes physiques et de généraliser les résultats à obtenir.

Afin de ne pas alourdir les équations gouvernantes par l'indice i on a omis l'indice (i). Ainsi en introduisant les grandeurs adimensionnelles suivantes:

L : Longueur de la cavité.

$\Delta T = T_1 - T_2$: Ecart de température de référence entre les parois.

$\Delta C = C_1 - C_2$: Ecart de Concentration de référence entre les parois.

a : Diffusivité thermique.

$$X^* = \frac{x}{L}, \quad Y^* = \frac{y}{L} \quad , \; U^* = \frac{uL}{a} \quad , \; V^* = \frac{vL}{a} \quad , \quad \theta = \frac{T - T_{ref}}{T_1 - T_2} \quad , \quad S = \frac{C - C_{ref}}{C_1 - C_2} \quad ;$$

$$P^* = p \frac{L^2}{\left(\frac{\rho_f . a^2}{\varepsilon^2} \right)} \qquad \text{Avec:} \qquad T_{ref} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad , \; C_{ref} = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Afin de ne pas trop encombrer l'écriture des équations les exposants (*) relatifs aux variables adimensionnelles seront omis par la suite.

En procédant à une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, celles-ci s'écrivent sous la forme suivante:

L'ensemble des équations gouvernant la conservation de la masse, la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'espèce chimique s'écrivent pour chacune des couches, sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial X}+\frac{\partial V_i}{\partial Y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial U_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial U_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial X}-\frac{\Pr}{Da_i}.U_i+Rv\Pr.\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right)+Ra\Pr[\theta_i+NS_i] \tag{2}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial V_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial V_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial Y}-\frac{\Pr}{Da_i}.U_i+Rv\Pr.\left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V_i}{\partial Y^2}\right)+Ra\Pr[\theta_i+NS_i] \tag{3}$$

$$U_i\frac{\partial \theta_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}=Rc.\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \tag{4}$$

$$U_i\frac{\partial S_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial S_i}{\partial Y}=\frac{1}{Le}.\left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2}\right) \tag{5}$$

L'indice i désigne la couche poreuse, il prend les valeurs 1 ou 2. Les paramètres apparaissant dans ces équations sont définis dans la nomenclature.

Les conditions aux limites se traduisent mathématiquement sous forme adimensionnelle par :

Pour Y=0 $0\le X\le 1$ $U_i=V_i=0$ $\left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right|=0$ $\left.\frac{\partial S_i}{\partial Y}\right|=0$ (7)

Pour Y=1 $0\le X\le 1$ $U_i=V_i=0$ $\left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right|=0$ $\left.\frac{\partial S_i}{\partial Y}\right|=0$ (8)

Pour X= 0 $0\le Y\le 1$ $U_i=V_i=0$ $\theta_i=-0.5$ $S_i=-0.5$ (9)

Pour X= 1 $0\le Y\le 1$ $U_i=V_i=0$ $\theta_i=0.5$ $S_i=0.5$ (10)

A côté des conditions aux limites, on associe aussi les conditions de continuité aux interfaces.

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernante a donnée naissance à un groupement adimensionnel tel que le nombre de Darcy (Da_i) de chaque couche poreuse, le nombre de Rayleigh (Ra) ainsi que le nombre de Prandtl (Pr). Les autres paramètres sont définis dans la nomenclature.

Bien que dans les équations gouvernantes adimensionnées, c'est le nombre de Rayleigh fluide qui est défini, dans la suite on utilisera le nombre de Rayleigh modifié Ra_m (basé sur le nombre Rayleigh fluide Ra et le nombre de Darcy de la première couche poreuse $Ra_m= Ra\ Da_1$).

II.8.Conclusion:

Une fois les équations régissant le problème physique posé, avec les conditions aux limites associées, sont mises sous leurs formes adimensionnelles, et étant donné leur présentation sous forme d'équations aux dérivées partielles qui ne peuvent prétendre à une résolution analytique directe, nous avons donc opté pour une résolution numérique. Celle-ci permettra de transformer les équations aux dérivées en équations algébriques. Ceci fera l'objet du prochain chapitre.

Chapitre III
Résolution Numérique

Résolution Numérique

III.1. Introduction :

Dans ce travail, nous nous intéressons aux phénomènes fondamentaux liés aux méthodes numériques

En milieu poreux, mélangeant aspects de dynamique des gaz et transfert de masse. Nous en appliquons ensuite les équations de mouvement et de continuité.

III.2. Principe de la méthode des volumes finis :

III.2.1 Equation différentielle gouvernante :

Les phénomènes physiques impliquant l'écoulement d'un fluide, le transfert de chaleur et le transfert de masse, sont gouvernés par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie, des espèces chimiques,... etc. Ces principes sont exprimés par des équations différentielles. Si on note par ϕ la variable dépendante, les équations de conservation possèdent une forme commune, qui est donnée par:

$$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)=\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)+S \qquad \text{(III.1)}$$

Avec:

$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)$: Terme convectif.

$\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)$: Terme de diffusion.

S : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

ϕ : EST la variable dépendante généralisée (vitesse, température, Concentration).

III.2.2 Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0$$

La difficulté majeure dans le calcul du champ de vitesse, réside dans le champ de pression, qui est inconnu. Cependant, ce champ de pression est implicitement spécifié dans l'équation de continuité.

Quand ce champ de pression est substitué dans les équations du mouvement, le champ de vitesse résultant satisfait l'équation de continuité. Le couplage entre le champ de pression et

le champ de vitesse est utilisé dans l'élaboration d'une procédure de calcul pour le champ dynamique.

III.2.3. Maillage et volume de contrôle

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes de contrôle. Il existe plusieurs types de maillage, on peut citer le maillage uniforme, le maillage non uniforme et aussi le maillage à zones ; et c'est pour le maillage à zones que nous avons opté dans notre travail avec des pas très petits. La figure III-1 indique la subdivision d'un domaine en volume de contrôle.

La variable dépendante considérée est calculée en ces points. Les équations algébriques définies en ces nœuds, sont obtenues par intégration des équations de conservation à travers les volumes de contrôle, pour chaque nœud.

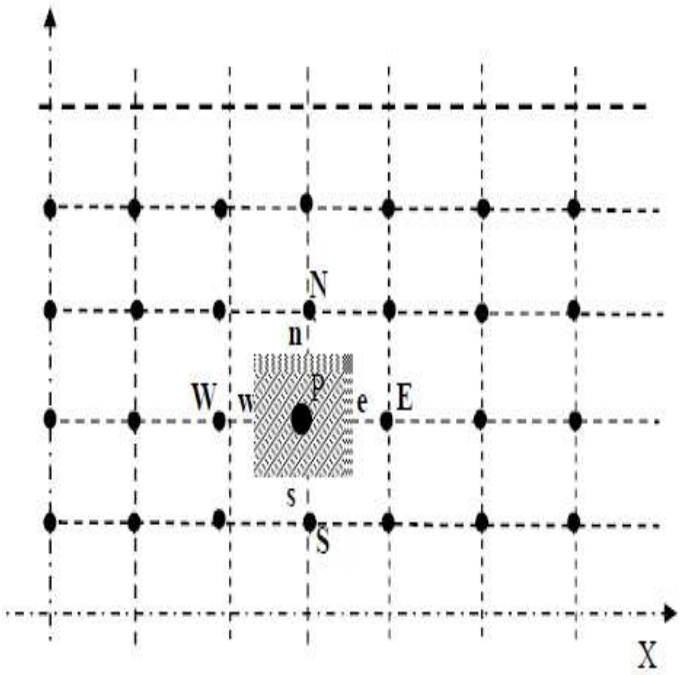


Figure III.1. Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle

III.3 Discrétisation des équations de conservation :

Pour une situation bidimensionnelle, en régime permanent, l'équation différentielle peut s'écrire, en considérant une direction i, sous la forme suivante:

$$\rho.u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i}\right) + S \qquad \text{(III.2)}$$

En combinant les flux convectifs et diffusifs (III.1), le flux total (convection- diffusion) J_i s'écrit alors:

$$\frac{\partial J_i}{\partial x_i} = S \qquad \text{(III.3)}$$

Avec

$$J_i = \rho.u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \qquad \text{(III.4)}$$

Les différents termes des équations de conservation obtenues dans notre cas sont rapportés dans le tableau (III -1).

Equation	ϕ	Γ	S
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$R_v \Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\Pr}{Da}U + Ra \Pr[\theta + NS]$
Mouvement/Y	V	$R_v \Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\Pr}{Da}V + Ra \Pr[\theta + NS]$
Energie	θ	R_k	0
Constante de Concentration	S	$1/Le$	0

Tableau III.1 : Définition des différents termes des équations de conservation

En intégrant l'équation (III.2) à travers le volume de contrôle représenté dans la figure (III.2), on obtient:

$$J_W A_W - J_e A_e + J_S A_S - J_n A_n = \overline{S}\Delta V = \overline{S}\Delta X \Delta Y \qquad \text{(III.5)}$$

Dans l'équation (III.5), les quantités Je, w, n, s représentent les flux totaux sur les faces des volumes de contrôle; S est le terme source, et ΔV le volume. Les $A_{e,w,n,s}$ sont les aires de chaque face du volume de contrôle.

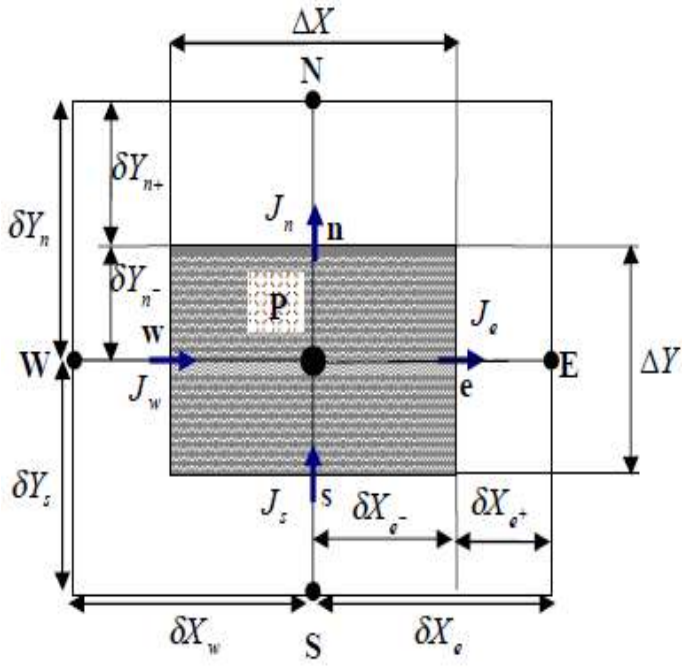


Figure III.2 : Volume de contrôle représentatif

Avec :

$$J_e = \int_n^s (J_X)_e \, dY = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_e \Delta Y \qquad \text{(III.6)}$$

$$J_w = \int_n^s (J_X)_w \, dY = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_w \Delta Y \qquad \text{(III.7)}$$

$$J_n = \int_w^e (J_Y)_n \, dY = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_n \Delta X \qquad \text{(III.8)}$$

$$J_s = \int_w^e (J_Y)_S \, dX = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_s \Delta X \qquad \text{(III.9)}$$

III.3.1. Flux de diffusion -convection:

Considérons la région entre les points P et E de la figure (III.2).Si un problème unidimensionnel de convection - diffusion est résolu entre les points P et E, un profil exponentiel de ϕ est obtenu comme solution exacte. La solution exponentielle conduit à:

$$J_e = F_e \left(\phi_P + \frac{(\phi_P - \phi_E)}{\exp(P_e) - 1} \right) \qquad \text{(III.10)}$$

Où le nombre de Peclet, P_e est donné par:

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \qquad \text{(III.11)}$$

$F_e = \rho U_e A_e$ Est le débit d'écoulement, et D_e la conductance de diffusion.

Le coefficient de diffusion Γ_e est évalué par une moyenne harmonique [30] à travers le volume de contrôle. L'expression de D_e est alors:

$$D_e = A_e \left(\frac{(\delta X_{e^-})}{\Gamma_P} + \frac{(\delta X_{e^+})}{\Gamma_E}\right)^{-1} \quad \text{(III.12)}$$

Les distances δX_{e^-} et δX_{e^+} [30] sont représentées sur la figure (III.2).

III.3.2. Simplification de l'expression du flux:

L'équation (III.12) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$J_e = F_e \phi_p + \{D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0]\}(\phi_P - \phi_E) \quad \text{(III.13)}$$

Avec

$$A(|P_e|) = \frac{|P_e|}{(\exp(|P_e|) - 1)} \quad \text{(III.14)}$$

Le calcul des exponentielles est assez long, de plus il n'est pas exact pour les situations bidimensionnelles et tridimensionnelles avec terme source. Pour ces raisons, des approximations pour l'expression du flux ont été utilisées [30]

III.3.3. Linéarisation du terme source:

Souvent le terme source S dépend de la variable ϕ. Il est exprimé comme une fonction linéaire de ϕ_P. La méthode de la tangente [30] est recommandée dans la linéarisation du terme source; elle consiste à écrire:

$$\overline{S} = \overset{*}{S} + \left[\frac{dS}{d\phi}\right]^* (\phi_P - \phi_E) \quad \text{(III.15)}$$

la formule de linéarisation peut s'écrire alors:

$$\overline{S} = Sc + S_P \phi_P \quad \text{(III.16)}$$

S_P est le coefficient de ϕ_P est Sc est la partie de S qui ne dépend pas explicitement de ϕ_P .Le symbole * est utilisé pour noter la valeur de ϕ_P à une itération donnée. Il est souhaitable lors de la linéarisation que SP soit négatif, car un SP positif peut causer une divergence.

Les valeurs des termes sources linéarisés (Sc et S_P) pour les différentes équations sont résumées dans le tableau (III.2).

Equation	ϕ	Sc	Sp
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$-\frac{\partial P}{\partial X}+Ra\,\mathrm{Pr}[\theta+NS]\sin\varphi$	$-\frac{\mathrm{Pr}}{Da_i}$
Mouvement/Y	V	$-\frac{\partial P}{\partial Y}+Ra\,\mathrm{Pr}[\theta+NS]\cos\varphi$	$-\frac{\mathrm{Pr}}{Da_i}$
Energie	θ	0	0
Constante de Concentration	S	0	0

Tableau III.2. Expressions des termes sources linéarisés (Sc et Sp) pour les différentes équations

III.4. Equation finale de discrétisation:

L'intégration de l'équation de continuité donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \qquad \text{(III.17)}$$

Où F_e, F_w, F_n et F_s sont les débits volumiques à travers les faces du volume de contrôle.

Multiplions l'équation (III-10) par ϕ_p elle devient :

$$F_e\phi_P - F_w\phi_P + F_n\phi_P - F_s\phi_P = 0 \qquad \text{(III.18)}$$

D'autre part, la linéarisation du terme source donne :

$$\overline{S} = Sc + S_P\phi_P \qquad \text{(III.19)}$$

La combinaison entre les équations (III-5) et (III-11) donne :

$$\left(J_e - F_e\phi_P\right) - \left(J_w - F_w\phi_P\right) + \left(J_n - F_n\phi_P\right) - \left(J_s - F_s\phi_P\right) = \left(Sc + S_P\phi_P\right)\Delta X\Delta Y \qquad \text{(III.20)}$$

Sachant que :

$$J_e - F_e\phi_P = \phi_E\left(\phi_P - \phi_E\right) \qquad \text{(III.20a)}$$

$$J_w - F_w\phi_P = \phi_W\left(\phi_W - \phi_P\right) \qquad \text{(III.20b)}$$

$$J_n - F_n\phi_P = \phi_N\left(\phi_P - \phi_N\right) \qquad \text{(III.20c)}$$

$$J_S - F_s\phi_P = \phi_S\left(\phi_S - \phi_E\right) \qquad \text{(III.20d)}$$

On obtient l'équation discrétisée:

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + b \quad \text{(III.21)}$$

Avec:

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \quad \text{(III.22a)}$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + [-F_w, 0] \quad \text{(III.22b)}$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + [-F_s, 0] \quad \text{(III.22c)}$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0] \quad \text{(III.22d)}$$

$$b = Sc\Delta X\Delta Y \quad \text{(III.22e)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P\Delta X\Delta Y \quad \text{(III.22f)}$$

Le symbole [a, b] représente le maximum entre a et b et $A(|P_i|)$ la fonction d'interpolation qui diffère d'un schéma à un autre.

Avec :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{\delta X_e}\Delta Y \qquad , F_e = U_e\Delta Y \qquad , \; P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta X_w}\Delta Y \qquad , F_w = U_w\Delta Y \; P_w = \frac{F_w}{D_w} \quad \text{(III.23)}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta Y_n}\Delta X \qquad , F_n = V_n\Delta X \qquad , \; P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta Y_s}\Delta X \qquad , F_s = V_s\Delta X \qquad , \; P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

D_i, F_i et P_i représentent respectivement la diffusion, le débit volumique et le rapport du transfert par convection au transfert par diffusion.

L'équation (III.14) peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_P\phi_P = \sum a_{nb}\phi_{nb} + b \quad \text{(III.24)}$$

L'indice nb note les noeuds voisins de P, et la sommation est faite à travers tous les noeuds voisins (e, w, n, s).

III.5. Discrétisation des équations dynamiques :

III.5.1. Equations du mouvement:

Les volumes de contrôle correspondant à U et V sont mentionnés dans la figure (III.3) l'équation du mouvement discrétisée au noeud (e) s'écrit alors:

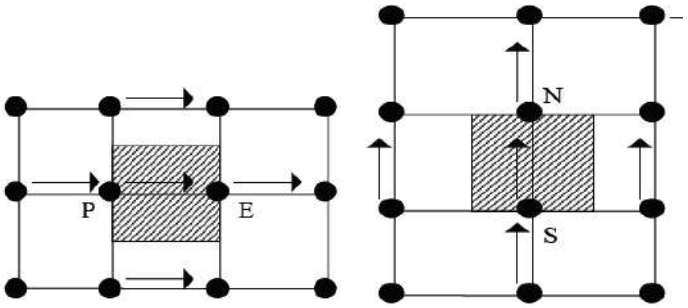


Figure III.3 : Volume de contrôle pour U et V

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement suivant les directions X et Y donne $a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e$

(III.25)

$a_n V_n = \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_P - P_n) A_n$

A_e, A_n représentent les surfaces sur les quelles agissent les forces de pression.

$(P_P - P_E) A_e$, $(P_P - P_E) A_n$: Sont les forces de pression agissant sur les deux faces verticale et horizontale.

La résolution nécessite la connaissance de la pression.

Le champ de vitesse obtenu ne satisfera l'équation de continuité que si la pression est correcte.

Au choix initial $P*$ correspond la solution $U*, V*$

$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e$

(III.26)

$a_n V_n^* = \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_P^* - P_N^*) A_n$

III.5.2.Correction des vitesses et pression :

L'objectif est de corriger la pression estimée P^* telle que la vitesse obtenue U^*, V^* s'approchera progressivement de la valeur qui satisfera l'équation de continuité.

Soit P la pression exacte :

$P = P^* + P'$

$U = U^* + U'$ (III.27)

$V = V^* + V'$

P' : Correction de pression et U', V' : correction des vitesses.

Nous avons:

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad \text{(III.28)}$$

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \quad \text{(III.29)}$$

Faisons la soustraction entre ces deux équations :

$$a_e U_e' = \sum a_{nb} U_{nb}' + (P_P' - P_E') A_e \quad \text{(III.30)}$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduites par Patanker est de supposer que le terme $\sum a_{nb} U_{nb\,e}'$ est négligeable.

$$a_e U_e' = (P_P' - P_E') A_e \quad \text{(III.31)}$$

Où: encore $U_e' = (P_P' - P_E') d_e$ (III.32)

L'équation (III-27) représente la formule de correction de vitesse,

Donc :

$$U_e = U_e^* + (P_P' - P_E') d_e \quad \text{(III.33)}$$

De la même manière :

$$V_e = V_e^* + (P_P' - P_N') d_n \quad \text{(III.34)}$$

Avec:

$$d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

III.6.Algorithme SIMPLER :

- **Equation de pression :**

Equation du mouvement :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad \text{(III.35)}$$

Où :

$$U_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right) + (P_P - P_E) d_e \quad \text{(III.36)}$$

On définit $\hat{U}_e$ pseudo vitesse comme :

$$\hat{U}_e = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right)_e \quad \text{(III.37)}$$

Donc

$$U_e = \hat{U}_e + (P_P + P_E)d_e \quad \text{(III.38)}$$

D'une manière similaire:

$$V_e = \hat{V}_e + (P_P - P_N)d_n \quad \text{(III.39)}$$

- **L'équation de continuité :**

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle donne lieu à :

$$(U_e - U_w)\Delta Y + (V_n - V_s)\Delta X = 0 \quad \text{(III.40)}$$

Substitutions U_i et V_i par $\hat{U}_i + (P_P - P_E)d_i$ et $\hat{V}_{\hat{i}} + (P_P - P_N)d_i$ tel que i représente e, w, n, et s. D'où l'équation de pression :

$$a_P P_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + a_N P_N + b \quad \text{(III.41)}$$

Avec:

$$a_E = d_e \Delta Y \quad \text{(III.42a)}$$

$$a_W = d_w \Delta Y \quad \text{(III.42b)}$$

$$a_N = d_n \Delta X \quad \text{(III.42c)}$$

$$a_S = d_s \Delta X \quad \text{(III.42d)}$$

$$b = (\hat{U}_w - \hat{U}_e)\Delta Y + (\hat{V}_s - \hat{V}_n)\Delta X \quad \text{(III.42e)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{(III.42f)}$$

Remarque :

Aucun terme n'a été négligé pour aboutir à l'équation de pression.

Dans le cas de la convection naturelle, le champ dynamique est couplé avec le champ thermique. Les différentes étapes de l'algorithme Simpler, dans ce cas, sont les suivants :

1- Choix initial des vitesses U^* ,V^* et de température θ^* de soluté S^* .

2- Calculer les coefficients des équations du mouvement et obtenir les pseudo vitesses

$$\hat{U}_e = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e}$$

3- Calculer les coefficients dans les équations de pression et résoudre celles-ci pour obtenir P.

4- Utiliser cette pression comme choix initial P^* et résoudre les équations du mouvement pour obtenir U^*, V^*.

5-Calculer le terme b et résoudre l'équation de correction de pression pour obtenir P'.

6- Corriger les vitesses $U_i = U_i^* + (P_P' - P_i')$ mais non pas la pression.

7-Résoudre les équations d'énergie et solutale pour obtenir θ, S.

8- Prendre ces valeurs comme nouveau choix initial et retourner à l'étape 2.

9- Répéter le processus jusqu'à convergence.

III.7. Application de la méthode des volumes finis à notre problème :

On rappelle les équations qui régissent le mouvement:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{III.43}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P}{\partial X}-GR1.U+GR2.\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)+GR3 \tag{III.44}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P}{\partial Y}-GR1.U+GR2.\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+GR4 \tag{III.45}$$

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=GR5.\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \tag{III.46}$$

$$U\frac{\partial S}{\partial X}+V\frac{\partial S}{\partial Y}=GR6.\left(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial Y^2}\right) \tag{III.47}$$

III.7.1 Discrétisation des équations du mouvement :

A) Equation du mouvement en X :

Comme on l'a déjà signalé, l'équation du mouvement dans la direction X sera intégrée dans le volume de contrôle décalé vers la droite, figure (III.4). D'après cette figure, on peut noter que les nœuds w', P' et e' correspondent respectivement aux noeuds P, e et E. L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction X à travers le volume de contrôle de la figure (III.4) et après arrangement donne:

$$a_{P'}U_{P'}=a_{E'}U_{E'}+a_{W''}U_{W'}+a_{N'}U_{N'}+a_{S'}U_{S'}+\left(P_P-P_E\right)\Delta Y'+b' \tag{III.48}$$

Les coefficients a_i sont définis dans les équations (III.14), alors que les expressions des conductances diffusives et les débits volumiques sont donnés par:

$$\left.\begin{aligned} D_{e'}&=\left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{e'}\Delta Y'\quad F_{e'}=U_{e'}\Delta Y' \\ D_{w'}&=\left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{w'}\Delta Y'\quad F_{w'}=U_{w'}\Delta Y' \\ D_{n'}&=\left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{n'}\Delta X'\quad F_{n'}=V_{n'}\Delta X' \end{aligned}\right\} \tag{III.49}$$

$$D_{s'} = \left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{s'} \Delta X'$$

Avec $\Gamma = R_v \Pr$, $b' = Sc\Delta X'\Delta Y'$ et les valeurs de Sc et Sp sont données dans le tableau (III.2).

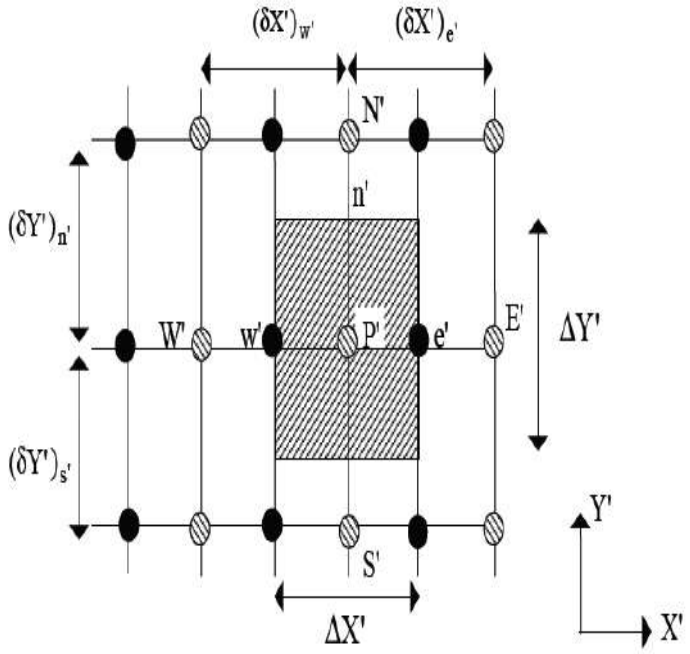


Figure III.4. Schéma du volume de contrôle pour U

B) Equation du mouvement en Y

L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction Y est faite dans le volume de contrôle décalé vers le haut, figure (III.5), et les nouveaux noeuds seront désignés par P'', E'', W'' et N'' et les interfaces par e'',w'', n'' et s''. D'après cette figure, on peut noter que les noeuds s'', P'', et n'' correspondent respectivement aux noeuds P, n et N.

En utilisant les mêmes démarches d'intégration qu'en X, la discrétisation de l'équation du mouvement dans la direction Y est obtenue comme suit:

$$a_{P''}U_{P''} = a_{E''}U_{E''} + a_{W''}U_{W''} + a_{N''}U_{N''} + a_{S''}U_{S''} + (P_P - P_N)\Delta Y'' + b'' \qquad \text{(III.50)}$$

Où les coefficients a_i '' sont définisdans les équations (III.14), et les expressions des flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left.\begin{aligned} F_{e''} &= U_{e''}\Delta Y'' \\ D_{w''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{w''}\Delta Y'' \quad F_{w''} = U_{w''}\Delta Y'' \\ D_{n''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{n''}\Delta X'' \quad F_{n''} = V_{n''}\Delta X'' \\ D_{s''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{s''}\Delta X'' \quad F_{s''} = V_{s''}\Delta X'' \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.51)}$$

Avec , et le terme source est donné par:

$$b'' = Sc\Delta X''\Delta Y'' \qquad \text{(III.52)}$$

La valeur de $\theta_{P''}$ et $S_{P''}$ aux interfaces sera calculée de la manière suivante:

$$\left.\begin{aligned} \theta_{P''} &= fe\,\theta_P + (1-fe)\theta_N \\ S_{P''} &= feS_P + (1-fe)S_N \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.53)}$$

Et fe est un facteur d'interpolation [31] définis par:

$$fe = \frac{(\delta X'')_{n''}}{2(\Delta Y'')} \qquad \text{(III.54)}$$

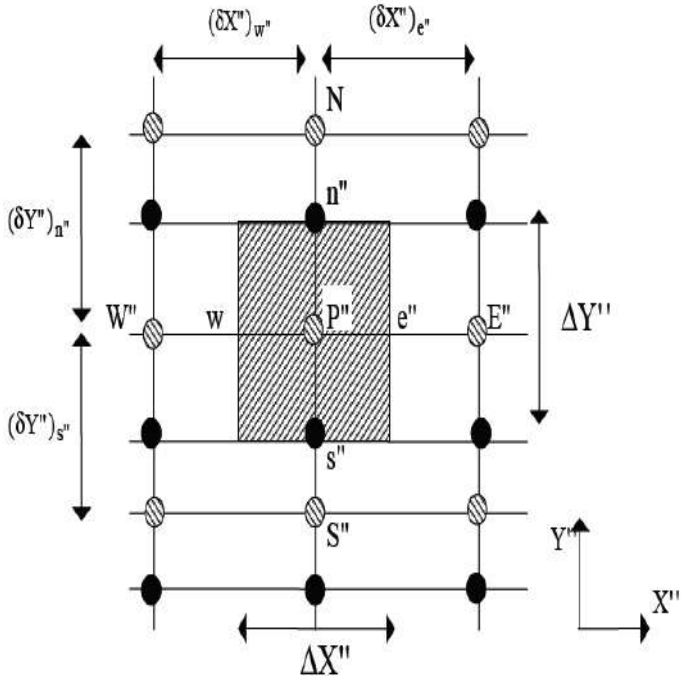


Figure III.5 : Schéma du volume de contrôle pour V

III.7.2. Equation de correction de pression

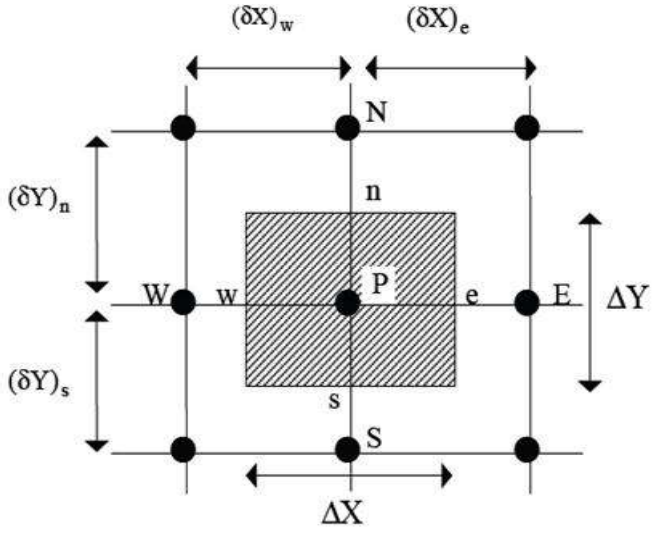


Figure III.6 : Schéma du volume de contrôle pour P

L'intégration de l'équation de continuité pour le volume de contrôle de la figure (III.8) donne:

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial U}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial V}{\partial Y} dXdY = 0 \qquad \text{(III.55)}$$

soit après intégration et simplification, et en utilisant les mêmes démarches que celles faites dans c), l'équation précédente prend la forme:

$$a_P P'_P = a_E P'_P + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b_{P'} \qquad \text{(III.56)}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \qquad \text{(III.57)}$$

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_W &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_n \Delta X \\ a_S &= d_S \Delta Y \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.58)}$$

Avec:

$$\left.\begin{aligned} d_e &= \frac{A_e}{a_e} = \frac{\Delta Y}{a_e} \\ d_w &= \frac{A_w}{a_w} = \frac{\Delta Y}{a_w} \\ d_n &= \frac{A_n}{a_n} = \frac{\Delta X}{a_n} \\ d_s &= \frac{A_s}{a_s} = \frac{\Delta X}{a_s} \end{aligned}\right\} \quad \text{(III.59)}$$

Avec :

$$b_{P'} = \left(U_w^* - U_e^*\right)\Delta Y + \left(V_s^* - V_n^*\right)\Delta X \quad \text{(III.60)}$$

L'indice (*) désigne la valeur des variables de l'itération précédente. On fait le même raisonnement pour obtenir le champ de pression, on obtient alors :

$$a_P P_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + a_N P_N + b_P \text{ (III.61)}$$

Avec :

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_W &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_n \Delta X \\ a_S &= d_s \Delta X \end{aligned}\right\} \quad \text{(III.62)}$$

Avec :

$$b_P = \left(\hat{U}_w - \hat{U}_e\right)\Delta Y + \left(\hat{V}_s - \hat{V}_n\right)\Delta X \quad \text{(III.63)}$$

Avec:

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad \text{(III.64)}$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{U}_{P'} &= \frac{\sum_{nb'} a_{nb'} U_{nb'}}{a_{P'}} \\ \hat{V}_{P''} &= \frac{\sum_{ab''} a_{nb''} V_{nb''}}{a_{p''}}\end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.65)}$$

III.7.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie :

L'intégration de l'équation de l'énergie est faite dans le volume de contrôle correspondant aux noeuds principaux, figure (III.5).

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial \theta}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial \theta}{\partial Y} dXdY = R_k \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) dXdY \qquad \text{(III.66)}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme: $a_P \theta_P = a_W \theta_W + a_E \theta_E + a_S \theta_S + a_N \theta_N$ (III.67)

Où les coefficients a_i sont définis dans les équations (III.14), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left.\begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_e \Delta Y \quad F_{e'} = U_{e'} \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_w \Delta Y \quad F_w = U_w \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_n \Delta X \quad F_n = V_n \Delta X \\ D_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_s \Delta X \quad F_s = V_s \Delta X \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.68)}$$

$\Gamma = R_k$

III.8. Conclusion :

Dans ce chapitre on a fait l'étude des équations de mouvement et de continuité et l'algorithme simpler

Chapitre IV
Résultats et Discussion

Résultats et Discussion

L'ensemble des équations aux dérivées partielles gouvernant la situation physique, est traduit en équation algébriques par utilisation de la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER a été adopté pour la séquence des étapes de résolution. Le schéma en loi de puissance a été retenu pour l'évaluation des termes convectifs. Le système d'équations algébriques est résolu itérativement par l'algorithme de Thomas. Pour trouver le nombre de noeuds adéquat, nous avons effectué plusieurs exécutions dans le cas où l'enceinte est munie de deux couches de milieux poreux. En tenant du temps de convergence du code de calcul, on a opté pour un nombre de nœuds (82x82)**,** qui donne un bon compromis entre le temps d'exécution et la précision des calculs. Un exemple de calcul est représenté dans le tableau (IV.1).

Un critère de convergence est imposé en termes d'erreur relative pour les variables U, V, P, θ et S et en termes de résidu de masse dans chaque Volume de contrôle. Les calculs sont stoppés pour une erreur relative inférieure à 10^{-4} et un résidu de masse inférieur à 10^{-5}.La validation de code de calcul a été faite avec des cas limites de la littérature. Différentes configurations ont été reconsidérées sur une large gamme de paramètres. Les résultats comparatifs sont résumés dans les tableaux IV.2et IV.3.

maillage	22×22	42×42	62×62	82×82	122×122
Nu	1.916	1.927	1.924	1.921	1.917
%erreur	-	0.574	0.156	0.156	0.208
Sh	11.493	12.376	12.536	12.566	12.542
%erreur	-	7.683	1.293	0.240	0.191

Tableau IV.1 : sensibilité du code de calcul au maillage pour

Ra_m=100, $Da_1=10^{-4}$, Pr=0.71, N=1, Le=10, R_K=0.1.

	Ra_m	100	200	400	1000	2000	
Bennacer et al. [7]	Nu	3.11	4.96	7.77	13.48	19.89	Le=10
	Sh	13.24	19.83	29.36	48.20	69.08	
Trevisan and Bejan	Nu	3.27	5.61	6.69	-	-	
	Sh	15.61	23.23	30.37	-	-	
Goyeau et al. [12]	Nu	3.11	4.96	7.77	13.47	19.90	
	Sh	13.25	19.86	28.41	48.32	69.29	
Présent Code	Nu	3.11	4.96	7.77	13.49	19.91	
	Sh	13.32	19.98	29.55	48.28	68.48	

Tableau IV.2 : Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood N=0, Da=10^{-7}, Pr=0.71.

	Da	10^{-8}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
Bennacer et al. [7]	Ra_m =500	8.80	8.68	8.37	7.30	5.38	3.26
Lauriat *et al*. [13]		8.84	8.72	8.41	7.35	5.42	3.30
Présent code		8.94	8.85	8.42	7.30	5.38	3.26
Bennacer et al. [7]	Ra_m=10^3	13.48	-	12.26	-	-	4.18
Lauriat *etal*. [13]		13.41	-	12.42	-	-	4.26
Présent Code		13.51	-	12.41	-	-	4.18

TableauIV.3: Comparaison du nombre de Nusselt dans le cas du régime De Darcy-Brinkman en convection thermique pour *Pr* = 0.71

Dans toutes les simulations de cette étude, nous avons considéré une solution aqueuse comme fluide saturant les deux couches poreuses ($\Pr = 7$). Les porosités ε_1 et ε_2, le rapport des conductivités thermiques des deux couches poreuses et le nombre de Lewis sont respectivement fixés à 0.5, 0.6, 1et 10. Le rapport de la viscosité effective à la viscosité fluide ($R\nu$) est pris égal à l'unité. Par ailleurs, Nous nous sommes placés dans le cas d'un écoulement convectif où la contribution des forces de volume dues à la concentration vient s'ajouter à celle des forces de volume dues à la température. C'est la convection double diffusive avec un rapport des forces de volume $N > 0$(convection thermosolutalecoopérant). Pour le modèle horizontal,N a été fixé à 1 alors que pour le cas du modèle vertical nous avons traité l'effet de la variation du rapport des forces de volume sur les transferts (N est varié de

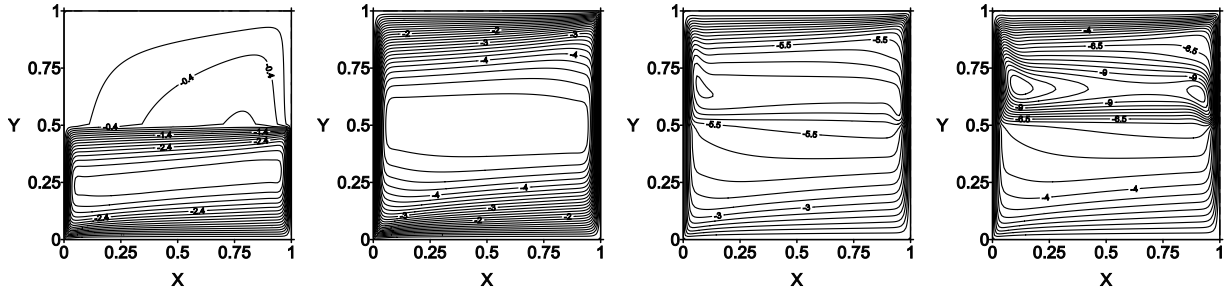
0 à 15). Nous avons pris une large étendue du rapport des perméabilités R_K et du nombre de Rayleigh modifié Ra_m, ils varient respectivement dans les proportions suivantes : $10^{-4} \le R_K \le 10^4$ et $1 \le Ra_m \le 10^3$. Les résultats des calculs numériques sont présentés en termes de lignes de courants, des isothermes, des iso concentrations et des transferts thermiques et massiques moyens.

IV.1.Lignes de courant-isothermes –iso concentrations

Dans le cas du modèle horizontal, les structures d'écoulement, des isothermes et des iso concentrations sont présentées dans les figures (IV.1) à (IV.3) Pour une situation présentant une faible valeur de R_K, une résistance significative à l'écoulement dans la deuxième couche est à noter. Ce comportement est dû à la faible perméabilité de la deuxième couche poreuse. A cet effet, la circulation du fluide dans la couche 1 est plus favorable et la convection thermosolutale est plus prononcée dans cette première couche.

Pour une valeur de R_K égale à 1, les lignes de courant sont de forme elliptique prolongée dans toute cavité. La couche limite hydrodynamique prend place sur les parois verticales. En passant à un R_K égal à 10, la structure des iso lignes est très affectée. En effet, la convection thermosolutale est bien prononcée dans les deux couches.

Pour des valeurs de R_K plus élevées, telle que $R_K = 10^2$, la convection thermosolutale est bien prononcée dans la deuxième couche avec une couche limite hydrodynamique sur les parois verticales.



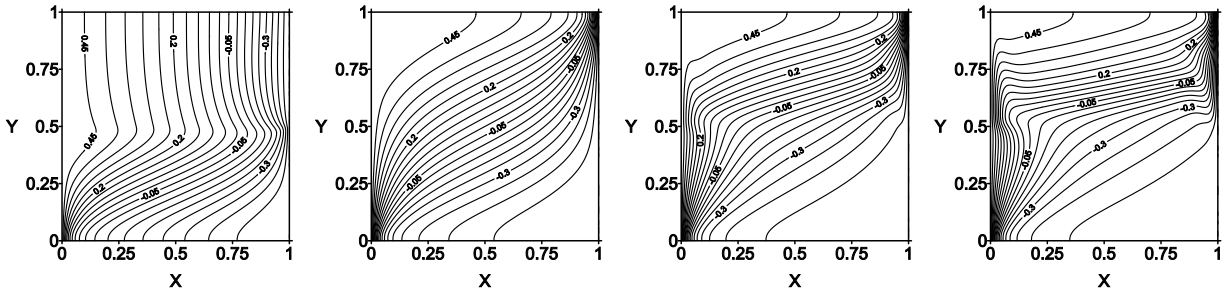
$|\psi|_{max} = 3.29$ $|\psi|_{max} = 4.95$ $|\psi|_{max} = 7.63$ $|\psi|_{max} = 11.42$

R_K=0.01 R_K=1 R_K=10 R_K=100

Figure IV.1. Représentation des lignes de courant pour $Ra_m=10^2$ et $Da_1=10^{-4}$

Les isothermes pour un rapport R_K égal à 0.01 sont déformées et un gradient de température intensif prend place dans la première couche. Dans la seconde couche, elles sont parallèles aux parois verticales, indiquant que le transfert thermique tend vers une situation diffusive. Pour R_K égal à 1, 10 et 100 respectivement, la déformation des isothermes prend place dans les deux couches ; les lignes iso-températures sont concentrées sur la diagonale de la cavité.

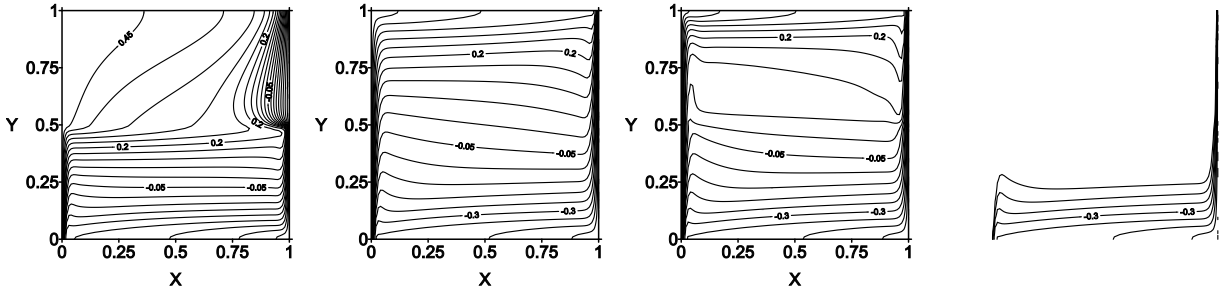
La couche limite thermique tend à se former, localisée respectivement sur les parties basses et hautes des parois latérales gauche et droite.



R_K=0.01 R_K=1 R_K=10 R_K=100

Figure IV.2. Représentation des isothermes pour $Ra_m=10^2$ et $Da_1=10^{-4}$

Par ailleurs les iso concentrations sont horizontales pour les faibles valeurs de R_K (à titre d'exemple R_K=0.1), indiquant que la convection thermosolutale est bien prononcée dans la première couche poreuse que dans la seconde. Pour des rapports de perméabilité R_K plus élevées mentionnées sur la figure V.3, une couche limite solutale prend place sur les parois latérales. Cette situation est due aux effets combinés de $R_K > 1$ et à la valeur du nombre de Lewis qui est élevée (Le=10).



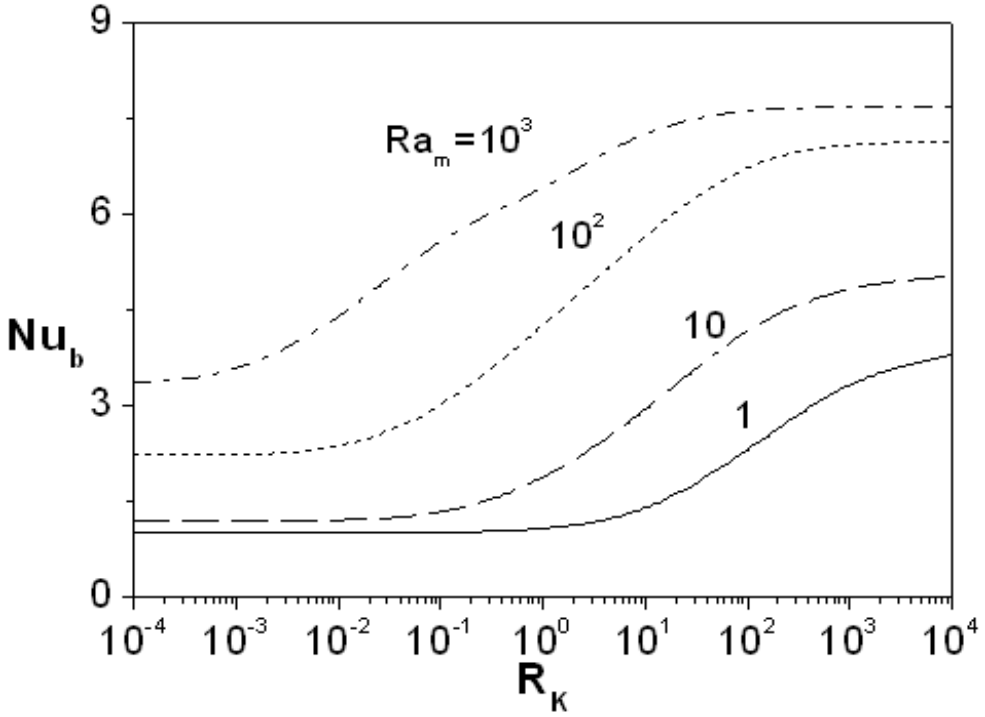
R_K=0.01 R_K=1 R_K=10 R_K=100

Figure IV.3. Représentation des iso concentrations pour $Ra_m=10^2$, $Da_1=10^{-4}$

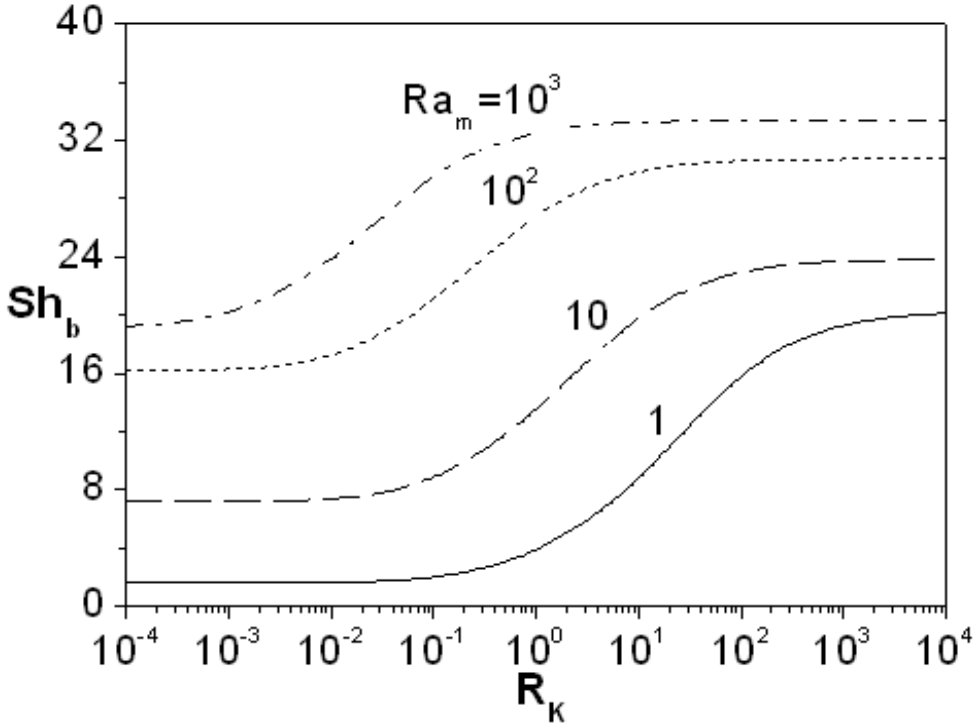
IV.2. Nombres de Nusselt et Sherwood moyens

L'évolution des transferts thermique et massique de l'ensemble de la cavité poreuse en fonction du rapport des perméabilités R_K est présentée dans les figures (IV.4) et (IV.5) respectivement. Les effets de R_K sur les transferts sont notables. Pour les faibles valeurs de R_K ($R_K<10^{-1}$) et un Ra_m égal à 1ou 10, les transferts sont principalement diffusifs. Ce comportement est dû à la résistance à l'écoulement qu'oppose notamment la couche 2 qui présente une faible perméabilité. Le même cas est observé pour le transfert de masse pour R_K inférieur ou égal à 10^{-2} dans le cas où Ra_m est égal 1à ou 10. Pour des valeurs de R_K supérieures à 10, les transferts s'intensifient et tendent vers des valeurs limites maximales constantes et indépendantes de R_K. Ces valeurs correspondent à un écoulement en couche limite. La variation de la perméabilité met donc en évidence trois régimes de transferts, un écoulement diffusif pur pour les faibles valeurs de R_K, un écoulement qui s'intensifie de plus en plus avec l'accroissement de R_K (pour R_K modéré) et un régime complètement couche limite indépendant de R_K. La transition entre les deux régimes convectifs se fait pour une valeur de raccordement notée R_K^{Cr}. Cette valeur critique est d'autant plus élevée pour les faibles valeurs de Ra_m. A une valeur de Ra_m égal à 10^3, on constate pratiquement deux régimes d'écoulement sans diffusion. Par ailleurs à R_K donnée, le transfert de matière est plus élevé que le transfert de chaleur pour des valeurs élevées de Ra_m.

D'autre part pour des valeurs élevées de Ra_m, on note le non dépendance des structures d'écoulement, des isothermes et des iso concentrations avec le rapport de perméabilité R_K. En effet, les structures restent les mêmes. Ce comportement induit des transferts asymptotiques.



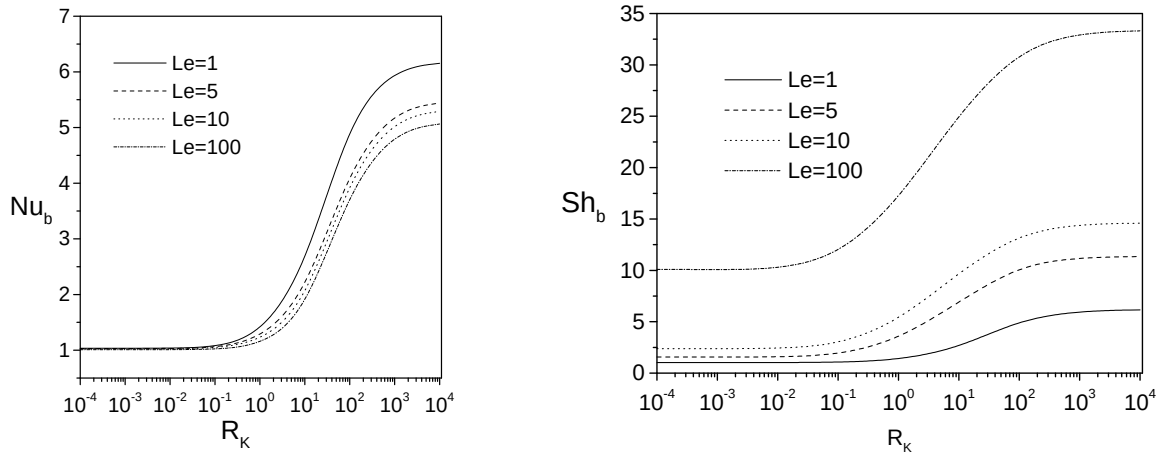
FigureIV.4. Variation du nombre de Nusselt moyen pour Da_1= [10^{-6}-10^{-3}]



FigureIV. 5. Variation du nombre de Sherwood moyen pour Da_1= [10^{-6}-10^{-3}]

IV.3.Effet du nombre Lewis sur les transferts

Dans cette section, l'effet du nombre de Lewis sur les transferts a été traité. Les variations des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de R_K pour différentes valeurs de Le sont présentées dans les figures 6a et 6b. Étant donné qu'on est dans le cas de la convection thermosolutale d'origine thermique et solutale de même grandeur (N=1), le transfert de masse croit nettement avec Le pour un R_K fixé, ce qui n'est pas le cas pour le nombre de Nusselt moyen. En effet, pour $R_K<1$ Nu_b avoisine l'unité, dans ce cas le transfert thermique est purement conductif.

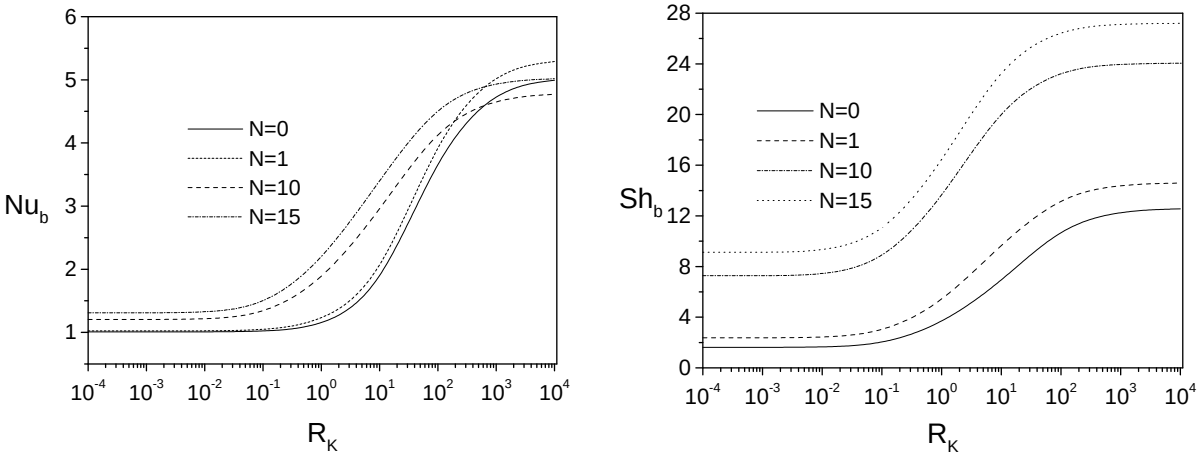


a) transfert de chaleur b) transfert de masse

Figures IV.6 Effet du nombre de Lewis sur les transferts pour Ra_m =10, N=1, $Da_1=10^{-5}$

IV.4.Effet du rapport des forces de poussée (volume) N

L'évolution des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de R_K pour différentes valeurs de N est présentée dans les figures 7a et 7b. Les figures montrent que pour une valeur fixée de N, les transferts thermique et massique n'augmentent qu'au-delà d'une certaine valeur de R_K avoisinant l'unité. Pour une valeur fixée de R_K, Les transferts croient avec N. cependant l'accroissement massique avec N est plus important.



a) transfert de chaleur b) transfert de masse

Figure 7 : Effet du nombre du rapport de poussée sur les transferts pour $Ra=10^6$, Le=10, $Ra_m = 10$ et $Da_1=10^{-5}$

IV.5.Conclusion

Nous avons présenté dans une étude numérique qui a permis d'apporter un certain nombre de résultats correspondant à une gamme de paramètres très variée. Ces résultats aideront sans doute à mieux comprendre les phénomènes des écoulements dus à la convection double diffusive dans les milieux poreux multicouches. Nous avons montré à travers ce travail que la variation de la perméabilité des deux couches a un effet très appréciable sur la structure d'écoulement et les transferts, par ailleurs trois régimes de transferts ont été identifiés, un écoulement diffusif pur pour les fiables R_K ,un écoulement qui s'intensifie de plus en plus avec l'accroissement de R_K(pour R_K modéré) et un autre régime complètement couche limite indépendant de R_K (pour R_K élevés).

Les équations régissant le phénomène de la convection thermosolutale dans l'enceinte poreuse sont résolues numériquement au moyen d'un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. L'adimensionnement des équations gouvernantes a fait apparaître les nombres adimensionnels suivants :

Nombre de Darcy (Da), nombre de Rayleigh fluide (Ra), nombre de Rayleigh modifié (Ra_m), nombre de Lewis (Le), le rapport des forces de volume (N) ainsi que le rapport de perméabilité (R_K). Nous nous sommes placées dans le cas de la convection essentiellement d'origine solutale (N=10).

CONCLUSION GENERALE

Dans le présent travail, une étude numérique de la convection double diffusive dans une cavité renfermant deux couches poreuses a été présentée. Le modèle physique est considéré: un modèle horizontal pour lequel les couches poreuses sont disposées horizontalement dans la cavité, chaque couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide. Les parois verticales sont soumises à des conditions de température et de concentration uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. La motivation de ce travail est dû au fait que très peu d'études a été menées pour ce genre de situation, c'est-à-dire en présence de milieux poreux multicouches.

Les équations régissant le phénomène de la convection thermosolutale dans l'enceinte poreuse sont résolues numériquement au moyen d'un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. L'adimensionnement des équations gouvernantes a fait apparaître les nombres adimensionnels suivants :
Nombre de Darcy (Da), nombre de Rayleigh fluide (Ra), nombre de Rayleigh modifié (Ra_m), nombre de Lewis (Le), le rapport des forces de volume (N) ainsi que le rapport de perméabilité (R_K). Nous nous sommes placées dans le cas de la convection essentiellement d'origine solutale (N=10).

L'étude de l'effet de variation des paramètres sus cités, sur les transferts de matière et de chaleur est analysée. Les résultats numériques ont été présentés en termes des lignes de courants, des isothermes, des isoconcentrations et des nombres de Nusselt et Sherwood moyens.

Cette étude est une contribution à l'enrichissement des connaissances et des éléments de réponse relative aux problèmes de la double diffusion dans les milieux poreux. C'est une approche pour l'étude de la diffusion des polluants dans des sols à travers les différentes couches souterraines. Nous avons montré en première étape à travers ce travail que la perméabilité de chaque couche poreuse, Par ailleurs trois régimes de transferts ont été identifiés, un écoulement diffusif pur pour les faibles valeurs de R_K, un écoulement qui s'intensifie de plus en plus avec l'accroissement de R_K (pour R_K modéré) et un autre régime complètement couche limite indépendant de R_K (pour R_K élevés).

Références Bibliographique

[1] H.P.C.Darcy, "Les Fontaines Publiques De La Ville De Dijon". V. Dalmont, Paris (1956).

[2] Site internet: www. Heat Transfer. TORONTO. UC.COM

[3] A.E.Scheidrgger, “The physics of flow through porous media”, University of Toronto Press, 3rd edition (1974)

[4] F. A. L.Dullien, ″Porous Media: Fluid Transport And Pore Structure″, Academic Press New York (1979).

[5] O.Reynolds, ″Papers On Mechanical And Physical Subjects″ , Cambridge University Press (1900).

[6] A.L. Dullien, “Porous media, fluid transport and pore structure”, Academic Press, 2nd Edition (1992)

[7] A.Tobbal, R.Bennacer et R.Cabrillac, Effet de l’anisotropie des matériaux poreux sur les phénomènes de transfert de chaleur et de masse,Proceedings du 13ème Congrès Français de Mécanique, Vol. II, pp. 457-460, 1997.

[8] H.Beji, Etude Numérique de la convection naturelle en milieu poreux saturé : Modélisation du nombre de Darcy et introduction de la dispersion dynamique, thèse de Doctorat, Université Paris 6, 1989.

[9] C.Beckerman et R.Viskanta, Double-diffusive convection during dendritic solidification of binary mixture, PhysicoChem. Hydrodyn., Vol . 10, pp.195-213, 1988.

[10] G.Neale et W.Nader, Practical significance of Brinkman’s extension of Darcy’s law: coupled parallel flows within a channel and bounding porous medium, The Canadian J. Chem. Eng., Vol. 52, pp. 475-478, 1974

[11] Lu, T. J., H. A. Stone, et al. "Heat transfer in open- cell metal foams." Acta Materialia 46(10): 3619-3635. (1998)

[12] Calmidi, V. V. and R. L. Mahajan "Forced convection in high porosity metal foams." Journal of Heat Transfer 122: 557-565. (2000).

[13] Zhu, H. X., J. R. Hobdel, et al. "Effects Of Cell Irregularity On The Elastic Properties Of Open-Cell Foams." Acta Material 48(10): 4893-4900. (2000).

[14] Banhart, J. "Manufacture, Characterization and application of cellular metals and metal foams." Progress in materials Science 46: 559-632. (2001).

[15] Boomsma, K. and D. Poulikakos "On the effective thermal onductivity of three-dimensionally structured fluid-saturated metal foam." International Journal of Heat and Mass Transfer 44: 827-836. (2001).

[16] Madani, B., F. Topin, et al. "Flow laws in metallic foams: experimental determination of inertial and viscous contribution." Jounal of porous media 10**(**1). (2006).

[17] Topin, F., J.-P. Bonnet, et al. "Experimental analysis of multiphase flow in metallic foam: convective boiling, flow laws and heat transfer." Advanced material Engineering 8(9): 890-899. (2006).

[18] Vicente, J., F. Topin, et al. "Open celled material structural properties measurement: from morphology to transport properties." Material transaction 47(9): 2195-2202. (2006).

[19] Vilar, E. O. and F. Coeuret ."Mass tranfer to flow-through thin electrodes under laminar flow." Electrochimica Acta. 40(5): 585-590. (1995).

[20] Ashby, M. F., A. G. Evans, et al. Metal foams: A design guide Boston, MA,Butterworth – Heinemann. (2000)

[21] JIMIC-4. METFOAM2005, Kyoto, Japan. (2005)

[22] These Bonnet

[23] Riva, R. and J. P. Poirot-Crouveziez ."Des concepts innovants pour les plaques bipolaires." Clefs C.E.A. 50-51: 76-80. (2004).

[24] Ferrouillat, S., P. Tochon, et al. (2006). "Micromixing enhancement by turbulence: Application to multifunctional heat exchangers." Chemical Engineering and Processing 45: 633–640.

[25] Tadrist, L., M. Miscevic, et al. "About the Use of Fibrous Materials in Compact Heat Exchangers." Experimental Thermal and Fluid Science 28: 193 – 199. (2004).

[26] Ghidossi, R., J.-P. Bonnet, et al. Particle separation from hot gases incinerator using metalllic foams. ICSST'07. (2007).

[27] JIMIC-5 .Metfoam 2007, Montreal, Canada. (2007).

[28] Utilisation du matériau mousse métallique par secteur d'activité [33] C. Beghein, F. Haghighat, F. Allard, Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity, Int. J. Heat Mass Tran. 35 833–846, 1992.

[29] F. Chen et C. F. Chen, Double – diffusive fingering convection in a porous .Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 793-807 (1993).

[30] R. Bennacer, A.Tobbal et H.Beji, Convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse anisotrope : formulation de Darcy-Brinkman. Rev. Energ. Ren. vol.5, pp. 1-21, 2002.

[31] A. Bejan et K. R. Khair, Heat and mass transfer by natural convection in a porous medium.Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp. 909-918 (1985).