REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHESCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

Faculté de Technologie

Département de Génie des procédés et Environnement



Mémoire de fin d'étude

Pour l'obtention du diplôme de master

Filière : Génie des Procédés

Spécialité : Génie Chimique

Transfer de chaleur et de masse par convection naturelle induite par des gradients opposés de température et de concentration dans une matrice poreuse bicouche inclinée saturée par mélange binaire

Préparé par :

Saoudaoui Ikram

Taoutaoui Wafa

Encadré par :

Pr. HADIDI Noureddine

Dr. REBHI Redha

Année Universitaire : 2024 - 2025

Remerciements

Je remercie ALLAH tout puissant qui m'a donné le courage, la force et la volonté pour réaliser ce modeste travail.

Tout d'abord, j'exprime ma profonde gratitude à ma généreuse famille, qui m'a toujours apporté un soutien moral et des encouragements continus.

Mes sincères remerciements à mes encadreurs Dr. REBHI Redha et Pr. HADIDI Noureddine, de m'avoir conseillé, dirigé et assisté pendant la réalisation de ce travail.

Mes remerciements vont également aux membres du jury qui ont accepté d'examiner ce mémoire de fin d'études.

Enfin, une pensée sincère a toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont croisé mon chemin durant cette aventure. Chacun de vous a contribué, d'une manière ou d'une autre, à l'accomplissement de ce projet.

Ce mémoire n'est pas seulement le fruit d'un travail personnel, mais aussi le reflet de tout l'amour, la confiance et l'accompagnement que j'ai reçus.

Merci, du fond du cœur.



Dédicace

Avant tout

Je tiens à remercier ALLAH le tout puissant de m'avoir aidé à réaliser ce modeste travail J'ai l'immense plaisir de dédier ce travail à :

À mes très chers parents Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur l'amour dont ils ne cessent de me donner. Que ALLAH leur procure bonne santé et longue vie.

Merci ma mère, merci mon père

À tous les membres de ma famille, petits et grands, en particulier mes frères et sœurs ***: Karima, Fatiha, Amina, Nassima et Zakaria.***

A toute ma famille ***Saoudaoui***

À tous mes amies chers et amis : ***Ikram, Sabrina, Djihed, Asmaa et Fatma.***

À tous les étudiants de master2, particulièrement ceux de la spécialité Génie Chimique.

À ceux qui m'ont soutenu dans ce travail ***: Taoutaoui Wafa.***

À tous ces êtres chers, je dédie ce modeste travail.

IKRAM



Dédicace

À ceux qui ont été, après ALLAH, la source de tout ce que je suis aujourd'hui,

À ceux qui ont tout donné, avec amour et patience…

À mon cher père et à ma précieuse mère, Merci pour vos prières, votre soutien inconditionnel et votre tendresse infinie.

À mes frères et sœurs bien-aimés :

Loubna, Mohamed, Abdeljalil, Hajar, Fatima Zahra, Yasmine et Salsabil,

Merci pour votre présence constante et votre amour sincère.

À celui qui a été une source silencieuse d'encouragement et de sérénité,

Merci, Oussama, pour ton soutien précieux tout au long de ce parcours.

À mes amies chères :

Ikram, Sabrina et Fatima, merci pour votre amitié fidèle et vos sourires partagés.

Et à ma collègue et amie dans ce travail,

Ikram Saoudawi, toute ma gratitude pour ta collaboration et ton engagement sincère.

Une pensée remplie d'amour et de reconnaissance à mon oncle et à sa femme, qui m'ont élevée et entourée d'affection comme leurs propres enfants…

Que Dieu leur accorde Sa miséricorde et les accueille dans Son vaste paradis.

wafa

الملخص

يُمثل العمل المُقدم في هذه الرسالة مساهمة في دراسة الحمل الحراري المذاب في تجويف مربع مائل يحتوي على طبقتين مساميتين. تُعتبر كل طبقة مسامية متجانسة، متساوية الخواص، ومشبعة بنفس السائل. تخضع الجدران النشطة لظروف درجة حرارة وتركيز موحدة، بينما تكون الجدران الأفقية معتمة وغير منفذة. اعتُمدت معادلة دارسي-برينكمان كنموذج تدفق حاكم، وحُل نظام المعادلات بطريقة الحجم المحدود. تم تحليل ومناقشة تغيرات المعاملات المختلفة في هذه الدراسة. عُرضت النتائج العددية من حيث خطوط الانسياب، وخطوط تساوي الحرارة، وتساوي التركيز، ومتوسط أرقام نوسلت وشيروود.
الكلمات المفتاحية: انتشار مزدوج، حمل حراري طبيعي، تجويف مسامي، متعدد الطبقات.

Résume

Le travail présenté dans ce mémoire est une contribution à l'étude de la convection thermosolutale dans une cavité carré incliné renfermant deux couches poreuses, Chaque couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide. Les parois actives sont soumises à des conditions de température et de concentration uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. L'équation de Darcy-Brinkman a été adoptée comme modèle d'écoulement directeur, et le système d'équations a été résolu par la méthode des volumes finis. La variation des différents paramètres a été analysée et discuteé dans cette étude. Les résultats numériques ont été présentés en termes des lignes de courants, des isothermes, des isoconcentrations et des nombres de Nusselt et Sherwood moyens.

Mots clé : double diffusive, Convection naturelle, Cavité poreuse, multicouche.

Abstract

The work presented in this thesis contributes to the study of thermosolutal convection in an inclined square cavity containing two porous layers. Each porous layer is considered homogeneous, isotropic, and saturated by the same fluid. The active walls are subjected to uniform temperature and concentration conditions, while the horizontal walls are adiabatic and impermeable. The Darcy-Brinkman equation was adopted as the governing flow model, and the system of equations was solved using the finite volume method. The variation of the various parameters was analyzed and discussed in this study. Numerical results were presented in terms of streamlines, isotherms, isoconcentrations, and average Nusselt and Sherwood numbers .

Keywords : double diffusive, natural convection, porous cavity, multilayer.

SOMMAIRE

Sommaire

Remerciements
Dédicace

Résume

Lise des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Introduction 1

Chapitre 01: *Généralité sur convection naturelle dans un milieux poreux* 3

1. Introduction 4

1.1. Les milieux poreux 5

1.1.1Définition milieu poreux 5

1.1.2. Exemples sur les milieux poreux 5

1.1.3. Domaine d'utilisation et application 6

1.1.4. Classification des milieux poreux 7

1.1.5. Propriétés structurales et thermophysique d'un milieu poreux 8

1.1.5.1. La porosité 8

1.1.5.2. La perméabilité 10

1.1.5.3. La tortuosité 12

1.1.5.4. L'aire spécifique 12

1.1.5.5. Conductivité thermique effective 12

1.1.5.6. La mouillabilité 14

1.1.6. Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R) 15

1.1.7. Modèles d'écoulement dans les milieux poreux 16

1.1.7.1. La loi de Darcy 16

1.1.7.2. Formulation de Forchheimer 17

1.1.7.3. Formulation de Brinkman 18

1.1.7.4. Modèle général 18

1.2. Le transfert de chaleur 18

1.2.1. Qu'-ce que la chaleur 18

1.2.2. La définition de transfert chaleur 19

1.2.3. Importance du transfert de chaleur dans la vie des ingénieurs 19

1.2.4. La conductivité thermique 21
1.2.5. Les modes de transfert de chaleur 22
1.2.5.1. La conduction 23
1.2.5.2. Convection 24
1.2.5.3. Transfert par rayonnement 29
1.3. Transfert de masse 30
1.3.1. Définition 30
1.3.2. Nombre en transfert de masse 31
1.3.3. Lois de Fick 31
1.3.4. Modes de transfert de masse 32
1.3.4.1Diffusion 32
1.3.4.2. Convection 32
1.4. Recherche Bibliographique 33
Chapitre 02: *Modèle physique et formulation mathématique* 38
2.1. Introduction 39
2.2. Modèle Physique 39
2.3. Equations gouvernantes 40
2.3.1. Equation de continuité 40
2.3.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement 40
2.3.3. Equation de l'énergie 41
2.3.4. Equation de concentration 41
2.4. Condition aux limites 41
2.5. A dimensionnement des équations 41
Chapitre 03: *Modélisation numérique* 56
3.1. Introduction 46
3.2. La méthode des volumes finis 46
3.3. Principe de la méthode des volumes finis 46
3.3.1. Equation différentielle gouvernante 46
3.3.2. Equation de continuité 47
3.3.3. Maillage et volume de contrôle 47
3.4. Discrétisation des équations de conservation 48
3.4.1.Flux de diffusion –convection 49
3.4.2. Simplification de l'expression du flux 50

3.4.3. Linéarisation du terme source 50
3.5. Equation finale de discrétisation 51
3.5.1. Méthode de résolution des équations algébriques 53
3.5.2. Considérations pour le champ dynamique 53
3.5.3. Notion de maillage décalé 54
3.6. Discrétisation des équations dynamiques 54
3.6.1. Equations du mouvement 54
3.6.2. Correction des vitesses de la pression 56
3.6.3. Equation de correction de pression 57
3.7. Algorithme SIMPLER 58
3.8. Technique de sous-relaxation 60
3.9. Critère de convergence 61
3.10. Schémas d'interpolation 62
3.11. Application de la méthode des volumes finis à notre problème 63
3.11.1. Discrétisation des équations du mouvement 63
3.11.1.1. Equation du mouvement en X 63
3.11.1.2. Equation du mouvement en Y 64
3.11.2. Equation de correction de pression 66
3.11.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie 68
3.11.4. Discrétisation de l'équation du soluté 69
Chapitre 04: *Résultats et Discussions* 56
4.1. Introduction 72
4.2.Conditions aux limites 74
4.3. Méthode de résolution 74
4.4. Sensibilité du code de calcul au maillage et validation 75
4.5. Validation du code de calcul 75
4.6. Lignes de courant-isothermes –isoconcentrations 81
4.7. Effet du nombre Rayleigh sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens 84
4.8. Effet du rapport de perméabilité sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens 86
4.9. Effet du rapport de force de volume sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens 88
4.10. Effet de l'angle de l'inclinaison sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens 90
CONCLUSION GENERALE 92
References Bibliographies

LISTE DES FIGURES

List des figures :

Chapitre 1 :

Fig1. 1: Exemple de milieu poreux 5
Fig1. 2: Description géométrique d'un milieu poreux 6
Fig1. 3: Milieu poreux non consolidé 8
Fig1. 4: Milieu poreux consolidé 8
Fig1. 5: détermination de la tortuosité du milieu poreux 12
Fig1. 6: Modèle série de la conductivité thermique effective 13
Fig1. 7: Modèle parallèle de la conductivité thermique effective 14
Fig1. 8: Mouillage d'un solide par deux liquides non miscibles 14
Fig1. 9: Définition du volume élémentaire représentatif 16
Fig1. 10: Dispositif de Darcy 17
Fig1. 11:transfert thermique 19
Fig1. 12: Exemple de transfert de chaleur intervenant dans des composants mécaniques 20
Fig1. 13: La combustion du méthane dans le dioxygène 20
Fig1. 14: Loi de comportement du matériau en fonction de sa température 20
Fig1. 15: Exemple de champ de température sur la petite face et la grande face d'une brame en °C à 10 secondes et 25 secondes 20
Fig1. 16: Moteur à courant continu utilisé comme transformateur d'énergie 21
Fig1. 17: Les trois modes de transfert de chaleur 22
Fig1. 18: Transfert de chaleur par conduction 23
Fig1. 19: Conduction dans une couche élémentaire de mur plan 24
Fig1. 20: Transfer de chaleur par convection d'un convecteur électrique 25
Fig1. 21: Gradient thermique dans la couche laminaire 25
Fig1. 22: Présentation de la convection dans une casserole 27
Fig1. 23: Transfer de chaleur par rayonnement solaire sur un mur 30
Fig1. 24: Transfert de masse par diffusion 32
Fig1. 25: Transfert de masse par convection 32
Fig1. 26: L'effet du rapport de flottabilité (N) sur le transfert de masse global à travers une couche poreuse avec une flottabilité combinée (Ra, = 200, H/L = 1) 33
Fig1. 27: Vitesse moyenne du fluide $\bar{u}$ et nombre de Nusselt $\overline{(Nu)}$ en fonction de l'angle d'inclinaison α, D = 1. 34

Fig1. 28: Nombre moyen de Nusselt entraîné par transfert de masse et Transfert de chaleur entraîné par Row, nombre moyen de Sherwood 35
Fig1. 29: Nombre global de Nusselt en fonction de l'angle d'inclinaison α pour différentes valeurs du rapport de flottabilité N 36
Fig1. 30: Nombre de Nusselt vs RaT pour différents Ha, Le = 1, φ = 1 et N = 1 36

Chapitre 2 :

Fig 2. 1: modèle physique et système de coordonnée 40

Chapitre 3 :

Fig 3. 1: Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle 48
Fig 3. 2: Volume de contrôle représentatif 49
Fig 3. 3: Représentation d'un maillage décalé 54
Fig 3. 4: Volume de contrôle pour U et V 55
Fig 3. 5: Volume de contrôle lié à P 57
Fig 3. 6: Schéma du volume de contrôle pour U 64
Fig 3. 7: Schéma du volume de contrôle pour V 66
Fig 3. 8: Schéma du volume de contrôle pour P 66

Chapitre 4 :

Fig 4. 1: Le modèle Physique 73
Fig 4. 2: Représentation des lignes de courant pour Ra=10^6, D_{a1}=10-3et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $D^r = 100$ ..... **Erreur ! Signet non défini.**
Fig 4. 3: Représentation des lignes de courant pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $\lambda^r = 100$ ..... **Erreur ! Signet non défini.**
Fig 4. 4: Représentation des Isothermes pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $D^r = 100$ ..... **Erreur ! Signet non défini.**
Fig 4. 5: Représentation des Isothermes pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5},α=30°, $\lambda^r = 100$ ..... **Erreur ! Signet non défini.**
Fig 4. 6: Représentation des Isoconcentrations pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $D^r = 100$ ..... **Erreur ! Signet non défini.**
Fig 4. 7: Représentation les Isoconcentrations pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $\lambda^r = 100$ ..... **Erreur ! Signet non défini.**
Fig 4. 8: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de nombre de Rayleigh et différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2 et $\alpha = 30^\circ$ 83

Fig 4. 9: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de Rapport de perméabilités avec différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2 et $\alpha = 30^\circ$ 86
Fig 4. 10:Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de Rapport des forces de volume avec différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2 et $\alpha = 30^\circ$ 87
Fig 4. 11: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de l'angle de l'inclinaison avec différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2 89

LISTE DES TABLEAUX

Liste des tableaux

Chapitre 1 :

Tableau 1. 1: Domaines d'application pour phénomène de transport dans les milieux poreux. 7
Tableau 1. 2: Porosité de quelques matériaux 10
Tableau 1. 3: Propriétés de quelques matériaux poreux 11
Tableau 1. 4: Les valeurs de la conductivité thermique de certains matériaux 22

Chapitre 3 :

Tableau 3. 1: Définition des différents termes des équations de conservation 48
Tableau 3. 2: Expressions des termes sources linéarisés (S_C et S_P) pour les différentes équations 51
Tableau 3. 3: Les expressions de A /P /selon le schéma d'interpolation Limitations 62

Chapitre 4 :

Tableau 4. 1: Sensibilité du code de calcul au maillage pour $Ra = 10^6$, Pr=7 , N=1, $Le = 100$ 75
Tableau 4. 2: Comparaison de Nombre Nusselt avec présent résultat pour $A = 1$, $Pr = 0.71$ 75

NOMENCLATURE

Nomenclature

a Diffusivité thermique, [m^2s^{-1}]

C Concentration dimensionnelle du soluté

C_0 (C_L) Concentration dimensionnelle du soluté sur la paroi active

D_{a_i} Nombre de Darcy, $D_{a_i} = K_i / L^2$

D^r Rapport des diffusivités massique,

k Conductivité thermique, W/m°C

K_i Perméabilité du milieu poreux, m^2

L dimension de la cavité, m

Le Nombre de Lewis, $\mathrm{Le} = a_{\mathrm{eff}_i} / \mathrm{D}_{\mathrm{eff}_i}$

Nu Nombre de Nusselt moyen, $Nu = \int_0^1 \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} \right]_{X=0} dY$

N Rapport des forces de volume, $\mathrm{N} = \beta_C \Delta C / (\beta_T \Delta T)$

p Pression, [Pa]

P Pression adimensionnelle, $\mathrm{P} = pL^2 / (\rho_f . a^2 / \varepsilon^2)$

Pr Nombre de Prandtl, $\mathrm{P_r} = \nu_f / a_{\mathrm{eff}_i}$

Ra Nombre de Rayleigh, $Ra = g.\beta_T \cdot L^3 \Delta T / \nu_f . a_{eff\,1}$

λ^r Rapport des conductivités thermiques

$\mathrm{R_v}$ Rapport de la viscosité effective à celle du fluide, $\mathrm{R_v} = \mu_{\mathrm{eff}_i} / \mu_f$

R_K Rapport des perméabilités des couches poreuses, $R_K = K_2 / K_1$

Sh Nombre de Sherwood moyen $Sh = \int_0^1 \left[\frac{\partial S}{\partial X} \right]_{X=0} dY$

S Concentration adimensionnelle, $S = \left(C - (C_0 + C_L)/2\right) / \left(C_0 - C_L\right)$

T Température, [°C]

$T_0 (T_L)$ Température sur la paroi active, [°C]

u Vitesse axiale, (m/s)

U Vitesse adimensionnelle suivant la direction X, $U = uL/a$

v Vitesse transversale, [m/s]

V Vitesse adimensionnelle suivant la direction Y, $V = vL/a$

x Coordonnée axiale, [m]

X Coordonnée horizontale adimensionnelle, $X = x/L$

y Coordonnée transversale, [m]

Y Coordonnée verticale adimensionnelle, $Y = y/L$

Symboles grecs

α Angle d'inclinaison de la cavité,

β_T Coefficient d'expansion thermique, [K^{-1}]

β_S Coefficient d'expansion solutale

ρ Masse volumique, [Kg m^{-3}]

μ_{eff} Viscosité équivalente dans le modèle de Brinkman, [Kg m^{-1} S^{-1}]

ν Viscosité cinématique, [m^2 s^{-1}]

Φ Porosité

τ La tortuosité

ϕ Variable dépendent

Γ Coefficient de diffusion

ΔT Différence de température, $\Delta T = T_0 - T_L$, [°C]

Δc Différence de concentration, $\Delta c = c_0 - c_L$

Indices

i Couche poreuse

Introduction générale

Introduction

Dans le cadre de la compréhension des interactions complexes entre le transfert de chaleur et de masse dans les systèmes naturels et industriels, cette recherche se présente comme une étude approfondie du phénomène de convection naturelle induite par des gradients opposés de température et de concentration au sein d'une matrice poreuse bicouche inclinée saturée par un mélange binaire. Ce phénomène revêt une importance particulière en raison de l'interaction de multiples facteurs physico-chimiques, tels que les propriétés distinctes des couches poreuses, l'effet de l'inclinaison sur la distribution de l'écoulement, et l'interaction entre les forces de flottabilité thermique et massique résultant des variations de température et de concentration.

La convection naturelle repose sur le mouvement d'un fluide (liquide ou gaz) causé par des différences de densité, qu'elles soient d'origine thermique ou concentration elle. Cependant, la complexité réside dans les cas où ces gradients sont de directions opposées : par exemple, un gradient thermique ascendant (augmentation de la température de bas en haut) s'oppose à un gradient de concentration descendant (augmentation de la salinité de haut en bas), créant une compétition entre deux forces. L'une pousse le fluide vers le haut en raison de sa densité réduite (liée à la chaleur), tandis que l'autre l'attire vers le bas en raison de sa densité accrue (liée à la concentration élevée). Cette interaction génère des modes d'écoulement imprévisibles, tels que des tourbillons ou des cellules de convection secondaires, difficiles à modéliser sans prendre en compte les propriétés complexes du milieu poreux.

La matrice poreuse étudiée se caractérise par sa structure bicouche, composée de deux couches aux propriétés distinctes de porosité, perméabilité et conductivité thermique, ajoutant une couche supplémentaire de complexité due à l'interaction entre ces propriétés à leur interface. De plus, l'inclinaison de la matrice modifie l'orientation de l'effet gravitationnel sur l'écoulement, influençant la distribution de la chaleur et de la masse, et provoquant des changements radicaux dans le comportement du système, surtout lorsqu'elle est combinée à la présence d'un mélange binaire (comme l'eau et le sel) dans les pores, où la vitesse de diffusion de chaque substance varie selon ses propriétés chimiques et physiques.

L'importance de cette recherche réside dans le comblage d'une lacune dans la littérature scientifique concernant l'étude des gradients opposés dans les systèmes multicouches. Elle propose une modélisation mathématique avancée intégrant les équations de Darcy-Brinkman (décrivant l'écoulement dans les milieux poreux) aux équations de transfert de chaleur et de masse, tout en considérant l'interaction entre les couches et l'effet de l'inclinaison. Sur le plan pratique, les résultats attendus contribueront au développement de solutions innovantes pour

des problèmes tels que la dispersion des polluants dans les sols inclinés, l'amélioration de l'efficacité des systèmes de stockage d'énergie thermique dans les réservoirs géologiques, ou la conception de réacteurs chimiques reposant sur un contrôle précis des gradients thermiques et concentration els.

En utilisant une méthodologie basée sur une simulation numérique précise, cette recherche vise à identifier les conditions critiques où le comportement du système, et à comprendre comment les propriétés des couches et l'angle d'inclinaison influencent les taux de transfert de chaleur et de masse. En résumé, cette étude constitue un pont entre la théorie et l'application pour décrypter les complexités des systèmes naturels et industriels où les facteurs physico-chimiques s'entremêlent de manière inédite.

Ce mémoire est structuré de la manière suivante :

- Le premier chapitre est une Généralité sur convection naturelle dans un milieux poreux.
- Le deuxième chapitre explore le modèle physique et formulation mathématique.
- Le troisième chapitre détaille les approches numériques adoptées pour simuler et résoudre les équations gouvernant la dynamique des fluides et les échanges énergétiques.
- Le quatrième chapitre analyse les résultats issus des simulations numériques, en mettant en lumière les tendances observées et en interprétant l'influence des paramètres clés dans cette étude.

Enfin, le mémoire se clôture par une synthèse globale résumant les découvertes majeures, les implications pratiques, et les perspectives futures suggérées par cette recherche.

Chapitre 01

Généralité sur convection naturelle dans un milieux poreux

1. Introduction

Les milieux poreux sont des matériaux fascinants et omniprésents, caractérisés par une structure solide traversée d'un réseau complexe de pores. Ces pores, qui peuvent être interconnectés ou isolés, sont souvent remplis de fluides tels que des liquides ou des gaz, ce qui confère à ces milieux des propriétés uniques en termes de transport de matière et d'énergie. On les retrouve aussi bien dans la nature, comme dans les sols, les roches ou les tissus biologiques, que dans des applications industrielles variées, telles que les filtres, les catalyseurs, les matériaux de construction ou les systèmes de stockage d'énergie.

Dans ces milieux, les phénomènes de transfert de chaleur et de masse jouent un rôle central et sont souvent étroitement liés. Le transfert de chaleur se produit principalement par conduction, convection et rayonnement. La conduction thermique a lieu à travers la matrice solide et le fluide stagnant, tandis que la convection thermique résulte du mouvement du fluide dans les pores, que ce mouvement soit naturel, dû à des gradients de température ou de densité, ou forcé, induit par une pression externe. Par exemple, dans un réservoir géothermique, l'eau chaude circule à travers les pores, transportant de la chaleur et modifiant la distribution thermique du milieu.

Le transfert de masse, quant à lui, est principalement dû à la diffusion, qui correspond au mouvement des particules sous l'effet d'un gradient de concentration, et à la convection, où le fluide en mouvement entraîne les particules avec lui. Dans les milieux poreux, la dispersion, causée par la structure complexe et tortueuse des pores, joue également un rôle important en influençant la répartition des particules et en modifiant les flux de matière. Ces processus sont souvent couplés, Comme dans le cas du séchage d'un matériau poreux, où les gradients de température et de concentration interagissent pour déterminer les flux de chaleur et de masse.

Les applications des milieux poreux et des phénomènes de transfert associés sont vastes et variées. Dans le domaine de l'environnement, ils sont essentiels pour comprendre la gestion des eaux souterraines, la dépollution des sols ou le stockage du carbone. Dans le secteur de l'énergie, ils jouent un rôle clé dans l'exploitation géothermique, le stockage thermique ou le fonctionnement des piles à combustible. En industrie, ils sont au cœur de procédés tels que la filtration, la catalyse ou le séchage de matériaux. En biologie, les milieux poreux modélisent le transport de nutriments et d'oxygène dans les tissus biologiques.

En somme, l'étude des milieux poreux et des phénomènes de transfert de chaleur et de masse est un domaine riche et multidisciplinaire, essentiel pour comprendre et optimiser des processus naturels et industriels complexes. Ces phénomènes, souvent interconnectés, nécessitent une approche intégrée pour être modélisés et maîtrisés, offrant ainsi des perspectives passionnantes pour la recherche et l'innovation.

1.1. Les milieux poreux

1.1.1Définition milieu poreux

Un milieu poreux est un matériau solide qui renferme des vides ou des cavités permettant à un liquide de circuler à travers lui. Ces vides, appelés pores, peuvent être reliés ou non entre eux. De nombreux matériaux poreux existent tant dans la nature que dans l'industrie. Le milieu poreux se caractérise principalement par deux propriétés microscopiques interconnectées : la porosité et la perméabilité. Ces deux paramètres sont des variables macroscopiques, ce qui signifie qu'elles sont déterminées à partir d'un volume contenant une grande quantité des éléments microscopiques qui composent le matériau poreux**.**

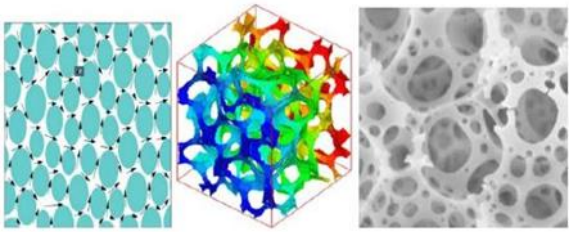


Fig1. 1: Exemple de milieu poreux [1].

1.1.2. Exemples sur les milieux poreux

a. Milieux poreux naturels

Dans la nature, les milieux poreux les plus exploités sont les roches et les sols. L'exploitation géologique des sous-sols nous a permis de classifier les différentes couches géologiques selon leurs perméabilités à l'écoulement des fluides. De plus, la compaction géologique peut réduire par conséquence la porosité au niveau des couches [2].

b. Milieux poreux techniques

Lors de la fabrication des bétons et des ciments, une certaine porosité est nécessaire pour permettre un séchage lent et progressif et l'obtention d'un matériau robuste. Parfois, la porosité (fine) est complétée par un réseau de fractures qui fragilise le béton. La porosité d'un béton fonctionnel est comprise entre 6% et 10% [2].

c. Description géométrique

Les milieux poreux ont une géométrie complexe. Obtenu par des mesures tomographiques [2].

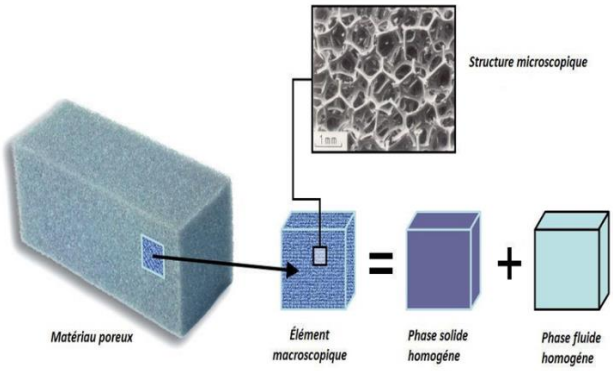


Fig1. 2: Description géométrique d'un milieu poreux.

1.1.3. Domaine d'utilisation et application

Les phénomènes de transferts massiques et thermiques dans les milieux poreux (en monophasiques où en polyphasiques) interviennent dans de nombreuses applications à des domaines multiples (voir tableau 1.1).

Domaine d'utilisation	Application
Mécanique	-Isolation thermique. -Capacité de séchage. -Récupération de l'énergie géométrique. -Accroissement du transfert de chaleur par modification de surface. -Lubrification. -Réacteurs nucléaires utilisant des gaz de refroidissement s'écoulant à travers des particules radioactives. -Fusion et solidification des alliages binaires. -Déshumidification. -Pré chauffeurs et stabilisateurs de flamme poreux -Stockage de l'énergie solaire. -Pots catalytiques dans le domaine de l'automobile.
	-Réacteurs chimiques.

Génie- chimiques	-Filtration. -Adsorption. -L'échange d'ions. -Les réactions catalytiques sur une surface solide. -Séchage. -Réacteurs chromatographiques. -Convertisseurs catalytiques pour la réduction de la pollution de l'air des produits de combustion. -Transfert de masse à travers les membranes.
Environnement	-Ecoulement des eaux souterraines. -contamination des eaux souterraines. -Ecoulement d'eau, de vapeur d'eau et d'air à travers des matériaux de construction. -Recyclage de déchets nucléaires. -Irrigation. -Nettoyage des sols par injection de vapeur.
Géologie	-Migration des eaux et minéraux. -Exploitation de l'énergie géothermique.
Pétrole	-Ecoulement de gaz et pétrole dans les réservoirs d'hydrocarbures. -Accroissement de la production de gaz naturel.
Médecine	-Stimulation du transport des gaz dans l'organisme.

Tableau 1. 1: Domaines d'application pour phénomène de transport dans les milieux poreux.

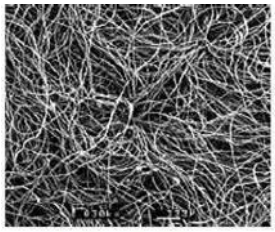
1.1.4. Classification des milieux poreux

Les milieux poreux sont de nature très variée, en particulier du point de vue de la structure géométrique délimitant l'espace poral. La matrice solide d'un milieu poreux peut être :

a. Milieux poreux non consolidé

Dans ce type de milieu, la phase solide est constituée de grains et de fibres, tels que les graviers, les sables, les limons, les billes de verre, les billes d'acier, ainsi que divers autres matériaux. Les billes de verre sont particulièrement courantes dans les laboratoires de

recherche, où elles sont utilisées pour étudier les phénomènes de transfert dans les milieux poreux.

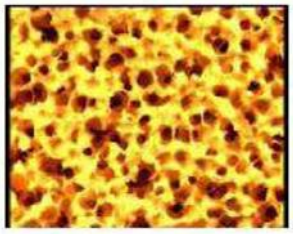


Fibres métalliques.

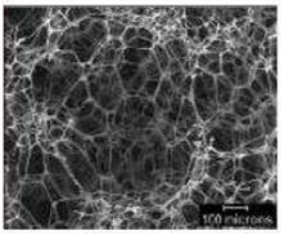
Fig1. 3: Milieu poreux non consolidé.

b. Milieux poreux Consolidé

Pour l'état consolidé, la matrice solide compacte ne peut pas se dissocier ni en grains ni en fibres, prenant l'exemple des : roches calcaires, grès, argiles, bois, poudres frittées, tissus à base organique milieux poreux [4].



Une mousse de cuivre.



Une mousse de mélanine.

Fig1. 4: Milieu poreux consolidé.

1.1.5. Propriétés structurales et thermophysique d'un milieu poreux

Différentes grandeurs géométriques et thermo-physiques sont utilisées pour caractériser l'écoulement et le transfert de chaleur se produisant dans un milieu poreux, nous pouvons citer :

1.1.5.1. La porosité

a. Définition de la porosité

La porosité représente la grandeur physique à partir de laquelle on peut évaluer la capacité d'un milieu poreux à contenir une certaine quantité du fluide. Elle se définit par le rapport de volume des vides contenus dans le matériau par volume apparent du milieu poreux solide-fluide :

$$\Phi = \frac{V_p}{V_t} \tag{1.1}$$

Vp : volume des pores.

Vt : volume total du milieu poreux.

b. types de porosité

-Porosité efficace

Elle dépend seulement des cavités interconnectées à travers lesquelles s'effectuent l'écoulement des masses fluides, c'est le rapport du volume d'eau que peut être libérer le milieu sous l'action des seules forces de gravité au volume total de la matrice solide, soit : [5]

$$m_e = \frac{V_{eff}}{V_t}.100 \tag{1.2}$$

Où :

V_{eff} : Représente le volume d′eau gravitaire.

V_t : Le volume total.

-La porosité cinématique

Correspond au rapport du volume des interstices réellement parcourus par l'eau en écoulement au volume total du milieu : c'est la teneur en eau mobile [6].

-La porosité intrinsèque

Notée que m le volume du milieu poreux étudié, le rapport du volume des vides au volume total soit : [6]

$$m = \frac{V_v}{V_t}.100 \tag{1. 3}$$

Où :

m : Désigne la porosité

V_v : Le volume des vides.

V_t : Le volume total.

La porosité effective de quelques matériaux est présentée dans le tableau1.2.

Matériaux	Porosité
Matériau mousseux	0.98
Fibre de verre	0.88 – 0.93
Fil à tisser	0.68 – 0.76
Grains de silice	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57 – 0.66
Cuir	0.56 – 0.59
Catalyseur	0.45
Granulé de pierres	0.44-0.45

Tableau 1. 2: Porosité de quelques matériaux [7].

1.1.5.2. La perméabilité

a. La perméabilité intrinsèque k

La perméabilité intrinsèque k [m2] est une propriété qui décrit un milieu poreux, est l'aptitude de ce dernier à se laisser traverser par les fluides à travers ces pores, cette perméabilité est liée à la connectivité des pores et leurs structures et à la porosité du milieu [8].

b. La perméabilité effective K_{eff}

Le concept de perméabilité effective est introduit dans le cas des écoulements multiphasiques, suite à la présence de deux phases ou plus dans les gisements d'hydrocarbures, la loi de Darcy permet alors de définir une perméabilité effective pour chacune des phases 1 et 2, alors la loi de Darcy s'écrit : [9]

$$Q_1 = A\frac{k_1}{\mu_1}\frac{dP_1}{dx} \tag{1.4}$$

$$Q_2 = A\frac{k_2}{\mu_2}\frac{dP_2}{dx} \tag{1.5}$$

Avec : Q_1et Q_2 débits volumétriques des deux phases.

k_1, k_2 sont des perméabilités effectives des deux phases.

La perméabilité effective dépend à la fois de la perméabilité du milieu et de la saturation du fluide considéré.

Matériaux	**La porosité Φ**	**Perméabilité k Intrinsèque (m2)**
Béton standard	0,02 à 0,07	-
Fibre de verre	0,88 à 0,93	4,9. 10^{-14} à 1,2 10^{-13}
Brique	0,12 à 0,34	4.8 10^{-15} à 2.2 10^{-13}
Charbon	0,45	-
Cuivre (en poudre)	0.09 à 0,34	3,3× 10^{-10} à 1,5×10^{-9}
Mousses métalliques	0,85 à 0,95	10^{-9} à 10^{-10}
Cuir	0.56 à 0.59	9.5 10^{-14} à 1.2 10^{-13}
Poudre d'ardoise noire	0.57 à 0.66	4.9 10^{-14} à 1.2 10^{-13}
Sable	0.37 à 0.50	2 × 10^{-11} à 1,8 × 10^{-10}
Calcaire (dolomite)	0,04 à 0,10	2 10^{-15} à 4,5 10^{-14}
Silice (en poudre)	0.37 à 0.49	1,3 10^{-14} à 5,1 10^{-14}
Terre	0,43 à 0,54	2.9 10^{-13} à 1.4 10^{-11}

Tableau 1. 3: Propriétés de quelques matériaux poreux [10].

c. La perméabilité relative

La perméabilité relative est introduite comme étant le rapport de la perméabilité effective à la perméabilité intrinsèque, elle exprime le degré auquel un fluide est gêné de circuler à la Présence d'une autre phase, elle est donnée comme suit :

$$k_{ri} = \frac{k_{eff}}{k} \tag{1.6}$$

La valeur de la perméabilité relative est comprise entre 0 et 1 (0< k_{ri} <1) elle est sans unité.

k_{ri} : Perméabilité relative à l'huile.

k_{rw} : Perméabilité relative à l'eau.

1.1.5.3. La tortuosité

Dans un milieu poreux compose d'un empilement de particules solides, la vitesse réelle locale du fluide n'est pas entièrement parallèle à la direction moyenne de l'écoulement, en raison des obstacles créés par la phase solide. Le fluide contourne les différentes particules qui entravent son passage.

Ainsi, le trajet parcouru par un flux de fluide est L_m > L où L représente la langueur du milieu poreux.

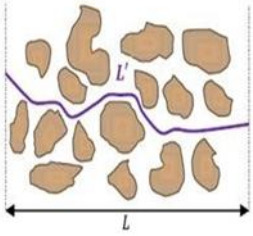


Fig1. 5: Détermination de la tortuosité du milieu poreux.

On définit la tortuosité comme le rapport entre la langueur moyenne du trajet suivi par une particule fluide et la langueur totale de l'échantillon (voir fig1.5.).

$$\tau = \frac{L_m}{L} \tag{1.7}$$

Dans le cas des milieux poreux constitués d'empilement de particules sphériques, la tortuosité varie peu et reste sensiblement égale à $\pi/2$.

1.1.5.4. L'aire spécifique

La surface spécifique est définie comme l'aire totale des vides rapportée à l'unité de volume [3], soit :

$$A_S = \frac{Aire\ totales\ des\ vides}{Volume\ totale\ du\ milieu} \tag{1.8}$$

Ce paramètre sert d'élément comparatif pour différents milieux poreux de volume total V .

1.1.5.5. Conductivité thermique effective

Etant donné la complexité de la structure des milieux poreux et la présence de différentes phases (solide et fluide), la modélisation du transfert de chaleur à travers ces milieux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective, notée ke. En effet, les phases solides et fluides présentes dans les milieux poreux contribuent généralement, avec des proportions variées, au mécanisme de conduction thermique (généralement, k solide >k fluide).

Cette conductivité effective dépend de la porosité ainsi que des conductivités thermiques des phases solides (k_s) et fluides (k_f).

Le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. Dans le modèle série, La résistance thermique du milieu est alors égale à la somme des résistances thermiques dans chacune des phases (voir la Figure1.6).

$$\frac{1}{k_c} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1-\varepsilon}{k_s} \tag{1.9}$$

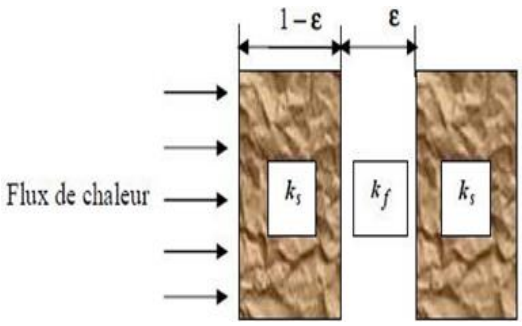


Fig1. 6: Modèle série de la conductivité thermique effective.

Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités thermiques dans chacune des phases (Figure.1.7).

$$k_e = (1-\varepsilon)k_s + \varepsilon k_f \tag{1.10}$$

La conductivité thermique effective est toujours comprise entre celle du fluide et celle du solide.

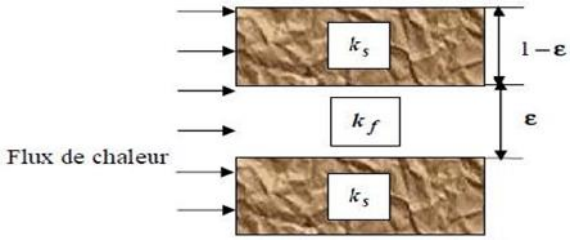


Fig1. 7: Modèle parallèle de la conductivité thermique effective.

1.1.5.6. La mouillabilité

La mouillabilité désigne la capacité d'un fluide à recouvrir une surface solide ou un autre liquide. L'angle caractéristique qui définit cette mouillabilité est appelé angle de contact (ou angle de mouillage), noté θ. Cet angle est mesuré à l'intérieur de l'un ou l'autre des fluides en présence (voir Figure.1.8). Sur un plan qualitatif, la mouillabilité peut être définie comme suit : une surface en contact avec deux fluides séparés par une interface est d'autant plus mouillable par l'un de ces fluides que l'angle de contact est proche de zéro. Cependant, il est important de noter que l'angle de contact n'est pas constant ; il varie en fonction des processus de mise en place des fluides ainsi que des propriétés de la surface solide. De plus, cet angle peut différer selon que les fluides sont au repos ou en mouvement. On introduit également un coefficient d'étalement β, dont le signe permet de déterminer si le mouillage est total (β > 0) ou partiel (β < 0).

$$\beta = T\theta - (T\theta 2 + T\theta 1\theta 2) \qquad (1.11)$$

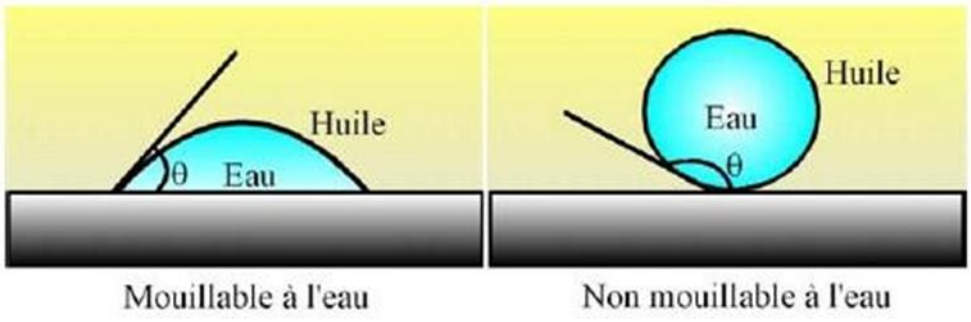


Fig1. 8: Mouillage d'un solide par deux liquides non miscibles.

Il est à noter que, bien que les propriétés de mouillage ou de mouillabilité soient clairement définies à l'échelle des surfaces (au niveau des pores), la mouillabilité d'un milieu poreux, qui est une caractéristique macroscopique, est déterminée par différentes méthodes expérimentales. Un milieu poreux est considéré comme mouillable par un fluide si ce dernier a tendance à déplacer spontanément un autre fluide déjà présent. Par exemple, les milieux

composés de minéraux tels que la silice sont généralement mouillables à l'eau. En revanche, certaines roches calcaires montrent une préférence pour être mouillables à l'huile. Dans le contexte des gisements pétroliers, il est également possible d'observer des roches présentant une mouillabilité mixte, où une partie de la roche est mouillable à l'huile, tandis que d'autres zones le sont à l'eau. Ce phénomène est principalement attribué au fait que...

Les roches réservoirs sont composées de minéraux ayant des propriétés de mouillabilité très variées. Il est possible qu'une roche initialement mouillable à l'eau perde cette caractéristique après le passage d'un liquide complexe, tel qu'une huile de gisement. Étant donné que la mouillabilité joue un rôle essentiel dans les écoulements polyphasiques, il est crucial de bien comprendre cette propriété dans les milieux poreux pour appréhender la distribution des fluides à l'échelle microscopique.

À partir de la mouillabilité, on peut définir les concepts d'imbibition et de drainage.

L'imbibition correspond au déplacement d'un fluide non mouillant par un fluide mouillant (par exemple, dans un milieu mouillable à l'eau, cela serait le déplacement de l'huile par l'eau).

À l'inverse, le drainage désigne le déplacement d'un fluide mouillant par un fluide non mouillant (dans un milieu mouillable à l'eau, cela correspondrait au déplacement de l'eau par l'huile).

1.1.6. Notion de volume élémentaire représentatif (V.E.R)

En raison de l'hétérogénéité marquée et de la complexité géométrique du milieu poreux, l'application de la méthode classique de la dynamique des fluides (MDF) n'est possible qu'après un changement d'échelle. Ce processus nous permet de passer à l'échelle macroscopique, ou l'on définit un volume élémentaire de référence, servant à établir une correspondance entre un milieu réel et un milieu continu idéal. À cette nouvelle échelle, les phénomènes sont modélisés à l'aide d'équations dont les variables et paramètres sont dérivés des caractéristiques de l'échelle du port.

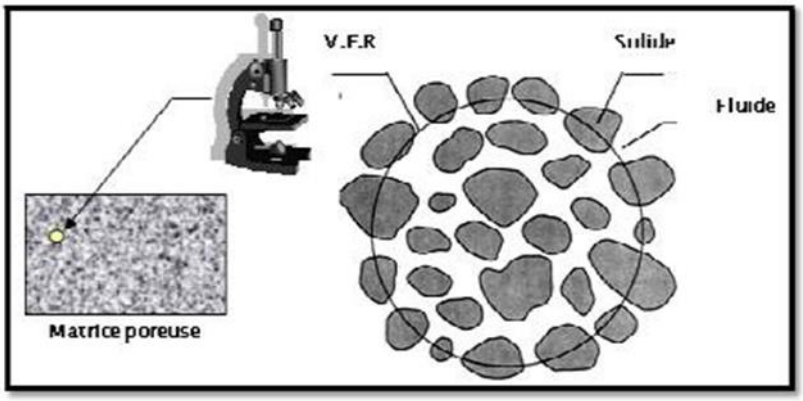


Fig1. 9: Définition du volume élémentaire représentatif.

D'après WHITAKER (1986), le volume élémentaire représentatif (VER) est nécessaire pour décrire les caractéristiques de l'écoulement. Cependant, ce volume ne doit pas être trop grand, afin que les variables importantes de ses paramètres puissent être correctement prises en compte.

Le volume intermédiaire, appelé volume élémentaire représentatif (VER), doit répondre à deux critères :

La taille de l'échantillon doit être suffisamment grande pour permettre la caractérisation de toutes ses propriétés.

1.1.7. Modèles d'écoulement dans les milieux poreux

1.1.7.1. La loi de Darcy

Établie par Darcy sur la base d'observations expérimentales, c'est une relation empirique qui décrit macroscopiquement les écoulements dans les milieux poreux, moyennant la vitesse de filtration. [3]

$$\vec{V} = \frac{k}{v}\left(-\frac{\vec{\nabla}P}{\rho}\right)+\vec{g} \tag{1.12}$$

Où k est la perméabilité et la viscosité cinématique du fluide. L'équation de Darcy a été vérifiée pour les écoulements de faible vitesse. La valeur du nombre de Reynolds est utilisée comme critère pour caractériser la transition d'un régime d'écoulement laminaire à un régime turbulent. Pour cela on a défini un nombre de Reynolds de pore pour les écoulements en milieu poreux. En définissant d comme longueur caractéristique qui représente la dimension caractéristique des pores, le nombre de Reynolds s'écrit :

$$R_e = V.\frac{d}{\nu} \tag{1.13}$$

En termes de détermination de d, Collins (1961) a proposé l'expression $d = \sqrt{k/\varepsilon}$ alors que Ward (1964) a plutôt suggéré que d=$\sqrt{k}$ quelle que soit la porosité).

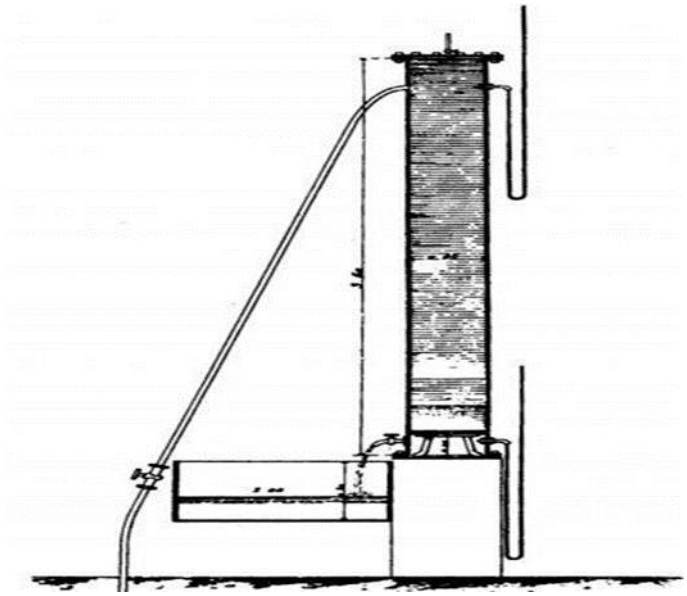


Fig1. 10: Dispositif de Darcy.

1.1.7.2. Formulation de Forchheimer

La formulation de Darcy-Forchheimer (1950), fréquemment utilisée pour modéliser l'écoulement d'un fluide incompressible à travers un milieu poreux homogène et isotrope, en régime stationnaire et sous l'effet de la gravité, s'écrit généralement de la manière suivante **:**

$$\nabla P = \rho g - \frac{\mu}{k}\vec{V} + \frac{b\rho}{\sqrt{k}}\left|\vec{V}\right|\vec{V} \tag{1.14}$$

Le Paramétré **b**, appelé paramètre de Forchheimer, caractérise la géométrie du milieu poreux. Issu de la prise de moyenne, cette formulation intègre un terme convectif qui représente l'effet inertiel, lequel devient de plus en plus significatif lorsque le nombre de Reynolds (Re**)** augmente**.**

1.1.7.3. Formulation de Brinkman

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \mu_{eff}\nabla^2\vec{V} + \rho\vec{g} \tag{1.15}$$

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de Darcy-Brinkman, fortement utile pour le cas des hautes porosités. Le premier terme de droite de l'équation ci-dessus contenant la viscosité μ est le terme de Darcy et le deuxième contenant la viscosité effective μeff est appelé le terme de Brinkman. La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu. μ_{eff} En effet cette grandeur est fonction non seulement de la porosité du milieu mais aussi de sa géométrie (tortuosité). Brinkman a assimilé la viscosité équivalente du milieu à celle du fluide ($\mu_{eff} \approx \mu$). Le modèle de Brinkman permet ainsi d'imposer la condition de non glissement au champ de vitesse de filtration, au niveau des parois imperméables.

1.1.7.4. Modèle général

On généralise les trois dernières équations en introduisant un terme transitoire et le termeConvectif $\left(\vec{V}\nabla\right)\vec{V}$ ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2}(\vec{V}\nabla)\vec{V} = -\nabla P + \rho g - \frac{\mu}{k}\vec{V} + \frac{b\rho}{\sqrt{k}}\left|\vec{V}\right|\vec{V} + \mu_{eff}\nabla^2\vec{V} \tag{1.16}$$

Cette équation est équivalente à l'équation de Navier Stokes issue du bilan de quantité de mouvement en milieu fluide. Il faut également noter que la complexité d'un écoulement en milieu poreux peut être le résultat des effets d'inertie et de viscosité, et d'une variation importante de la porosité au niveau des parois [3].

1.2. Le transfert de chaleur

1.2.1. Qu'-ce que la chaleur

Dans le langage quotidien, on utilise le terme de chaleur pour désigner la sensation produite par un corps chaud. En physique, la chaleur est considérée comme de l'énergie thermique. Dans le Système international d'unités, elle se mesure en joules (J). Plus précisément, la chaleur représente un transfert d'énergie.

1.2.2. La définition de transfert chaleur

Le transfert de chaleur est l'un des moyens les plus courants d'échange d'énergie. Il se produit spontanément entre deux systèmes dès qu'une différence de température existe entre eux, et ce, indépendamment du milieu, y compris dans le vide, qui les sépare. L'étude des transferts thermiques repose sur les principes de la quantité de chaleur et de la différence de température, tels que définis par la thermodynamique dans ses fondements mêmes**.**

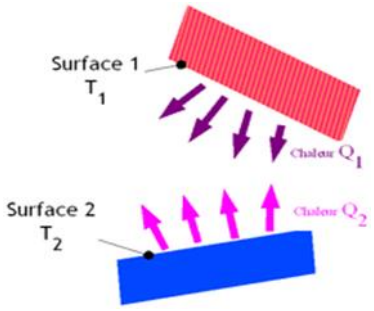


Fig1. 11: transfert thermique.

1.2.3. Importance du transfert de chaleur dans la vie des ingénieurs

Sujet du transfert de chaleur est d'une importance fondamentale dans de nombreuses branches 9de l'ingénieur :

- Un ingénieur en mécanique est intéressé à connaître les mécanismes de transfert de chaleur impliqués dans le fonctionnement de l'équipement, par exemple des chaudières, condenseurs, réchauffeurs d'air [11] (Figure.1.12).

- Les ingénieurs chimistes sont intéressés par les processus de transfert de chaleur dans diverses réactions chimiques [11] (Figure.1.13).

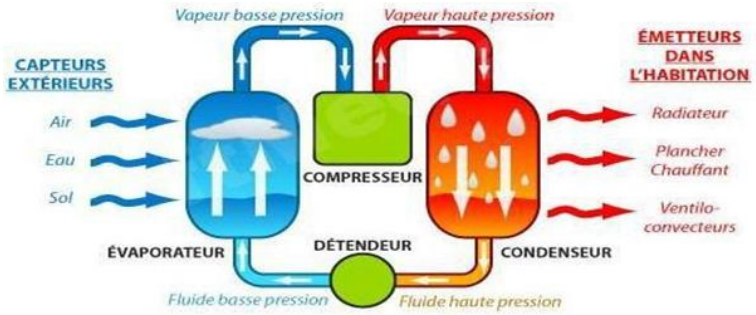


Fig1. 12: Exemple de transfert de chaleur intervenant dans des composants mécaniques [12].

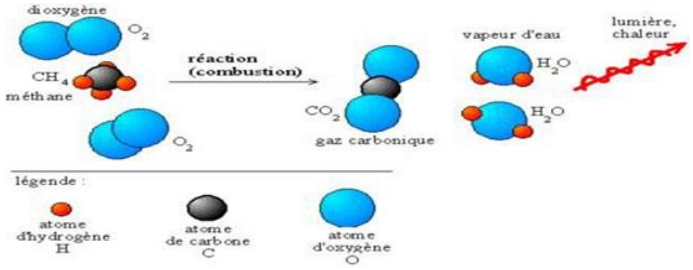


Fig1. 13: La combustion du méthane dans le dioxygène [13].

Un ingénieur métallurgiste serait intéressé à connaitre le taux de transfert de chaleur nécessaire a un processus de traitement thermique particulier par exemple, la vitesse de refroidissement dans un procédé de coulée a une Profonde influence sur la qualité du produit fini et à la distribution de chaleur en tout point de produit métallique comme les brames et les billettes [11] (Figure. 1.14) (Figure. 1.15).

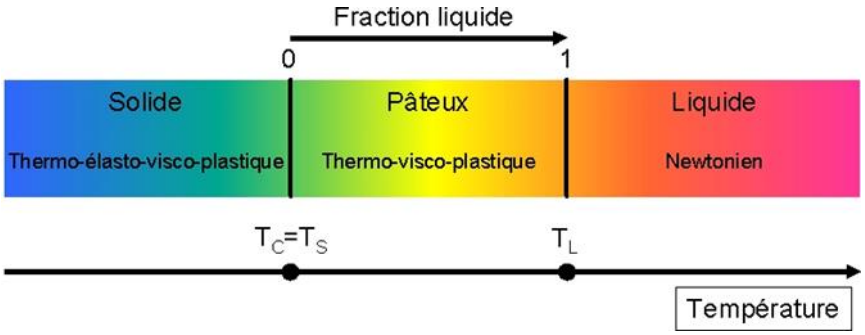


Fig1. 14: Loi de comportement du matériau en fonction de sa température [14].

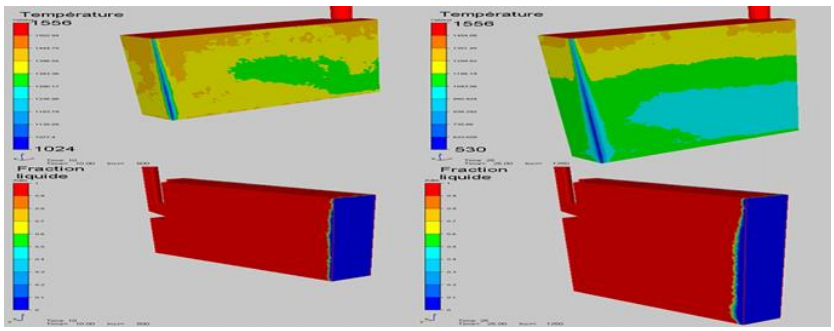


Fig1. 15: Exemple de champ de température sur la petite face et la grande face d'une brame en °C à 10 secondes et 25 secondes [14].

• Les ingénieurs électriciens cherchent à prévenir les dommages matériels causés par des points chauds, qui peuvent résulter d'une conception inappropriée du transfert de chaleur dans les moteurs électriques, générateurs et transformateurs.

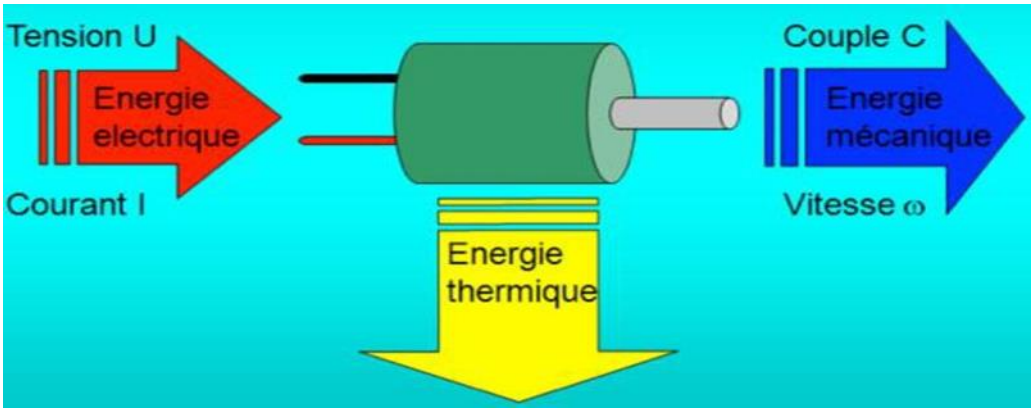


Fig1. 16: Moteur à courant continu utilisé comme transformateur d'énergie [15].

1.2.4. La conductivité thermique

La conductivité thermique, notée généralement λ\lambda (ou kk dans les pays anglo-saxons), représente la capacité d'un matériau à conduire la chaleur. Sa définition précise stipule qu'elle correspond au flux thermique traversant une surface unitaire d'un matériau lorsqu'il est soumis à un gradient de température égal à 1. Elle est exprimée en watts par mètre et par kelvin ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$). La conductivité thermique varie en fonction de plusieurs facteurs :

-La nature physico-chimique du matériau.

-La nature de la phase considérée (solide, liquide, gaz).

-La température.

-L'orientation dans les matériaux anisotropes.

-Ordre de grandeur à température ambiante (20°C).

Type de matériau	Conductivité thermique ($W.m^{-1}. K^{-1}$)
Gaz à la pression atmosphérique	0.006-0.18
Matériaux isolants	0.025-0.25
Liquids non métalliques	0.1-1.0
Solids non métalliques	0.025-3
Liquids métalliques	8.5-85
Alliages métalliques	10-150
Métaux purs	20-400

Tableau 1. 4: Les valeurs de la conductivité thermique de certains matériaux.

La conductivité thermique varie en fonction de la température, surtout lorsqu'on prend en compte des plages de température étendues. Toutefois, il est fréquemment possible de modéliser cette variation de manière linéaire par rapport à la température, sous la forme suivante :

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + b\left(T - T_0\right)\right) \tag{1.17}$$

λ_0 désigne la conductivité à T=T_0 et b est une constante expérimentale.

1.2.5. Les modes de transfert de chaleur

Trois processus physiques permettent le transfert de chaleur d'un corps vers un autre dès lors qu'ils ne sont pas en équilibre thermique (à température différente) µ la conduction, la convection et le Rayonnement (voir figure. 1.17) [16].

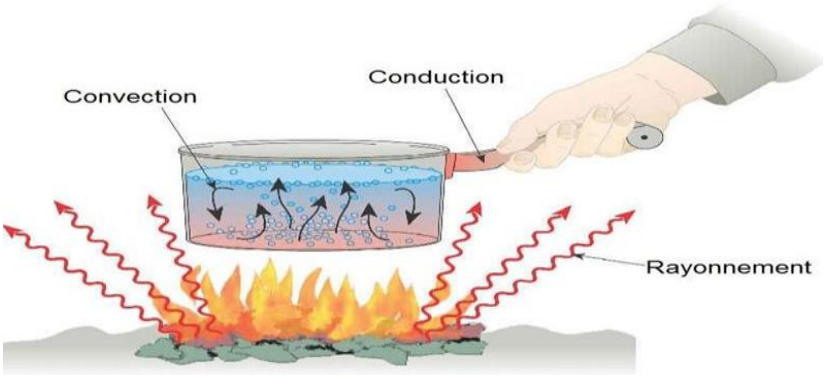


Fig1. 17: Les trois modes de transfert de chaleur [16].

1.2.5.1. La conduction

Ce mode de transfert de chaleur se retrouve dans tous les composants ”solides” d’une transmission, c’est le plus simple. Il correspond au transfert de chaleur dans un solide d’un point chaud vers un point froid.

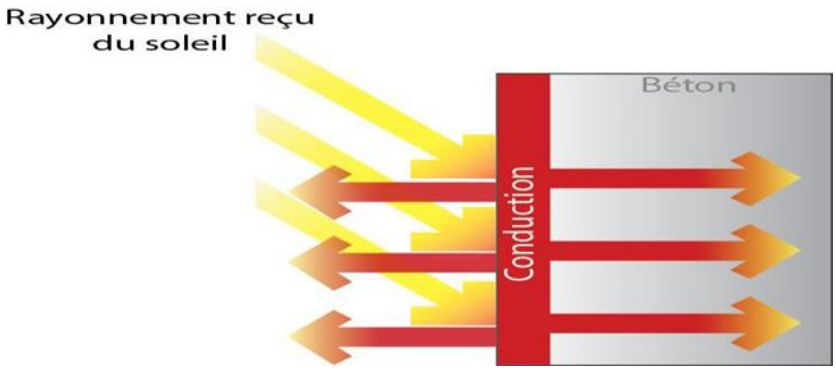


Fig1. 18: Transfert de chaleur par conduction [17].

Exemples de conduction

• Loi de Fourier [18]

Soit un corps solide, homogène et isotrope à travers lequel passe un courant unidi-réactionnel de chaleur. Soit une petite couche plane perpendiculaire à la direction x de propagation de la chaleur d’épaisseur dx et d’aire S à l’intérieur de ce milieu (Figure II-8). Les deux faces de cette couche sont des surfaces isothermes. La première est à la température θ et la seconde à la température θ + dθ (avec dθ < 0). Le gradient de température $\frac{d\theta}{dx}$, est la variation de la température par unité de longueur, lorsqu’on se déplace dans la direction de propagation de la chaleur.

La conservation d’énergie au sein du volume défini par dx et A se traduit par l’équation (1.18).

$$k\left(\frac{d^2\theta}{d\,x^2}\right)+Q=\rho C\frac{d\theta}{d\,t} \qquad (1.18)$$

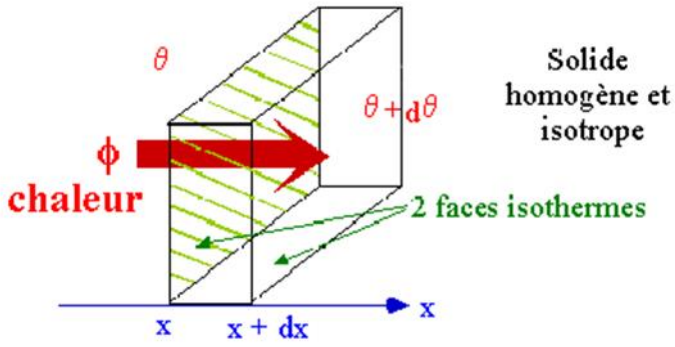


Fig1. 19: Conduction dans une couche élémentaire de mur plan.

ρ : est la masse volumique de la pierre (Kg m−3).

K : est la conductivité thermique de la pierre (W m−1 ○C−1).

C : est la chaleur spécifique (J Kg−1 ○C−1).

t : est le temps caractéristique (s).

La fonction Q de l'équation (1.2) représente la source de la chaleur, les variables indépendantes sont la position x et le temps t.

1.2.5.2. Convection

L'échange thermique par convection résulte du mouvement d'un fluide. En dehors du rayonnement à travers des matériaux transparents, la conduction est le seul mécanisme de transmission thermique à travers un solide. Cependant, pour les fluides, le processus est différent :

- Le transfert thermique par conduction se produit lorsque le fluide est immobile ou lorsque l'écoulement est laminaire.

- Lorsqu'un écoulement turbulent est en contact avec une paroi solide, une fine couche de fluide en écoulement visqueux se forme près de la paroi, et cette couche est considérée

Comme étant laminaire. L'épaisseur de cette couche dépend des caractéristiques physiques du fluide et de la nature de l'écoulement.

- Dans la direction perpendiculaire à la paroi (c'est-à-dire perpendiculairement aux lignes de courant), on suppose qu'il n'y a pas de mélange de matière et que la chaleur se propage uniquement par conduction.

- En dehors de cette couche laminaire, la chaleur se transmet par le mélange des particules du fluide, ce qui permet une égalisation rapide des températures.



Fig1. 20: Transfer de chaleur par convection d'un convecteur électrique [19].

Lorsque l'on place ses mains au-dessus d'un feu de cheminée (ou d'un barbecue), on ressent de l'air chaud, car ce phénomène est dû à la convection. En effet, les molécules d'air (comme le dioxygène et le diazote) situées au-dessus du feu ou d'une plaque chauffante se réchauffent, se dilatent et montent vers le haut. En montant, elles rencontrent la main, ce qui provoque la sensation de chaleur, car ces molécules entrent en contact avec la peau.

a. Calcul du coefficient d'échange par convection

Le flux thermique par conduction à travers la couche laminaire (voir Figure 1.21) peut être exprimé à l'aide de la loi de Fourier de la manière suivante :

$$\varphi = \frac{\lambda}{e} S\left(\theta_m - \theta\right) \tag{1.19}$$

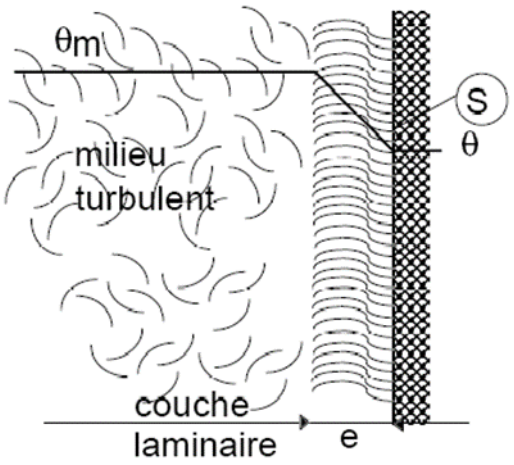


Fig1. 21: Gradient thermique dans la couche laminaire.

Cependant, en général, l'épaisseur du film laminaire, notée **e**, n'est pas connue. De plus, cette épaisseur dépend de l'intensité de la zone turbulente adjacente. Ainsi, le flux thermique est alors exprimé de la manière suivante :

$$\varphi = hS\left(\theta_m - \theta\right) \tag{1.20}$$

h (W / m2 ○C) : est appelé coefficient d'échange par convection.

Le transfert de chaleur par convection est un phénomène complexe, car il résulte de la combinaison de deux processus :

- la conduction entre les particules du fluide qui se rencontrent.

- le mélange de ces particules dû au mouvement global du fluide.

Lorsque ce mouvement est causé uniquement par les différences de température (et donc de densité), on parle de convection naturelle. En revanche, si le mouvement est induit par une action mécanique (comme une pompe, un ventilateur, ou une pression appliquée), on parle de convection forcée.

b. types de convection

• Convection Naturelle

Le mouvement du fluide est généré par la gravité, en lien avec la différence de température entre le fluide et la surface. Ce phénomène se produit spontanément lorsqu'un gradient thermique existe dans le fluide. Par exemple, dans une pièce, l'air chaud près du sol monte vers le plafond, tandis que l'air froid descend. Ce mouvement résulte du fait que les molécules d'air en contact avec le sol se réchauffent par conduction thermique avec la surface. En augmentant de température, ces molécules voient leur densité diminuer, ce qui les rend moins denses que l'air froid. Ainsi, l'air chaud devient plus léger et s'élève sous l'effet de la force d'Archimède, tandis que des molécules d'air froid prennent sa place et se réchauffent à leur tour.

Exemple : mouvement de l'eau dans une casserole chauffée sur un feu (voir Figure 1.22).

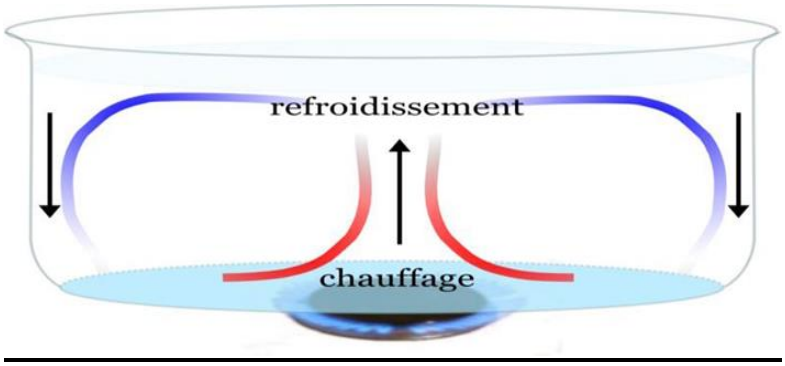


Fig1. 22: Présentation de la convection dans une casserole.

Si : Gr/ Pr2 > 100

$$Nu = C\left(Gr\,\mathrm{Pr}\right)^{n} \tag{1.21}$$

Avec

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T \rho^2 L^3}{u^2} \tag{1.22}$$

Si la convection est laminaire $Gr\ \mathrm{Pr} < 10^9$ et donc $n = ¼$

Si la convection est turbulente $Gr\ \mathrm{Pr} > 10^9$ et donc $n = 1/3$

Exemple : plaque plane verticale ou horizontale de longueur L et de température uniforme.

Si la convection est laminaire

$$Nu = 0.53\left(Gr\,\mathrm{Pr}\right)^{1/4} \tag{1.23}$$

Si la convection est turbulente

$$Nu = 0.104\left(Gr\,\mathrm{Pr}\right)^{1/3} \tag{1.24}$$

[20], [21] et [22]

• La convection forcée (ventilation)

En l'absence de convection naturelle, le coefficient de transfert thermique par convection ne dépend pas de différence de température entre la paroi et le fluide $\left(\theta_m - \theta\right)$, mais il est des six paramètres suivants :

- U_m vitesse moyenne du fluide ($W\ m^{-2}\ K$).

- ρ masse volumique du fluide ($Kg\ m^{-3}$).
- C_p chaleur spécifique du fluide ($J\ Kg^{-1}\ K^{-1}$).
- μ viscosité dynamique du fluide ($Pa\ s$).
- λ conductivité thermique du fluide ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$).
- D dimension caractéristique de la surface d'échange (m).

A partir de ces grandeurs, on définit les nombres sans dimension suivant :

Nombre de Nusselt

$$Nu = \frac{h\ D}{\lambda} \tag{1.25}$$

Nombre de Reynolds

$$\mathrm{R\ e} = \frac{\rho U_m D}{\mu} \tag{1.26}$$

Nombre de Prandtl

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu Cp}{\rho} \tag{1.27}$$

Donnée fournissent leurs résultats sous forme de corrélations mathématiques pour les deux modes de convection (naturelle ou forcée).

Les travaux expérimentaux étudiant le transfert de chaleur par convection dans une situation Re le nombre de Reynolds caractérise le régime d'écoulement du fluide. Si Re < 2000, l'écoulement est laminaire.

Si 2000 < Re < 3000, l'écoulement est intermédiaire. Si Re > 3000, l'écoulement est turbulent.

Pr : le nombre de Prandtl caractérise les propriétés thermiques du fluide.

Nu : le nombre de Nusselt caractérise l'échange thermique entre le fluide et la paroi.

Exemple : plaque verticale, oblique ou horizontale

Il existe généralement deux expressions dans la littérature :

• Conviction mixte

La convection mixte correspond à l'interaction des deux phénomènes de convection, où les vitesses d'écoulement, issues des deux types de convection, sont traitées séparément. Lorsqu'elles sont d'ordres de grandeurs similaires à la convection naturelle, les mouvements du fluide résultent de gradients de densité dus à des variations de température. Les zones chaudes, qui ont un poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces qui les dirigent vers le haut, suivant un mécanisme semblable à la poussée d'Archimède. Ainsi, dans les régions de température élevée, le fluide se déplace vers le haut. À l'inverse, des courants descendants se forment dans les zones où la température du fluide est inférieure à celle des zones chaudes.

Les courants de convection naturelle sont donc générés par des différences de poids spécifique, et ce phénomène se produit sous l'effet du champ gravitationnel terrestre. L'influence de la gravité confère un rôle particulier à la direction verticale. Ainsi, la géométrie d'un système convectif doit tenir compte de la forme, des dimensions et de son orientation par rapport à la verticale.

Les effets de la convection sont courants et peuvent être observés dans des situations quotidiennes, comme lorsqu'on chauffe de l'eau dans un récipient, dans les panaches de fumée des cheminées industrielles, ou encore dans les phénomènes atmosphériques tels que les vents et les tempêtes, qui sont également des exemples de convection naturelle.

1.2.5.3. Transfert par rayonnement

Les corps émettent de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique à travers leur surface, et cette émission est d'autant plus importante que la température du corps est élevée. De plus, lorsqu'ils sont exposés à un rayonnement, ils en absorbent une partie, ce qui se transforme en chaleur. Le rayonnement est un processus par lequel la chaleur se transmet sans nécessiter de support matériel. Ainsi, lorsqu'un corps chaud et un corps froid sont placés face à face (même séparés par le vide), une transmission de chaleur se fait par rayonnement du corps chaud vers le corps froid : le corps chaud émet un flux $\varphi 1$ et absorbe une partie du flux $\varphi 2$ émis par le corps froid. Comme $\varphi 1$ est supérieur à $\varphi 2$, le bilan du flux montre que le corps chaud perd de l'énergie au profit du corps froid. Inversement, sur le corps froid, le bilan du flux révèle qu'il émet moins d'énergie qu'il n'en reçoit.

On définit :

Coefficient d'absorption $$\alpha = \frac{\text{flux absorbé}}{\textit{flux} \text{ incident}} \quad (1.28)$$

Coefficient d'émission $$\varepsilon = \frac{\text{flux émis}}{\textit{flux} \text{ incident}} \quad (1.29)$$

Coefficient de réflexion $$\rho = \frac{\text{flux réfléchi}}{\text{flux incident}} \quad (1.30)$$

La conservation de l'énergie implique :

$$\alpha + \varepsilon + \rho = 1 \quad (1.40)$$

Exemple du rayonnement

En été, le puissant rayonnement solaire chauffe les carrelages des terrasses extérieures. En effet, ce rayonnement, constitué d'ondes électromagnétiques émises par le soleil, réchauffe les carrelages qui absorbent ces ondes (Voir Figure.1.23).

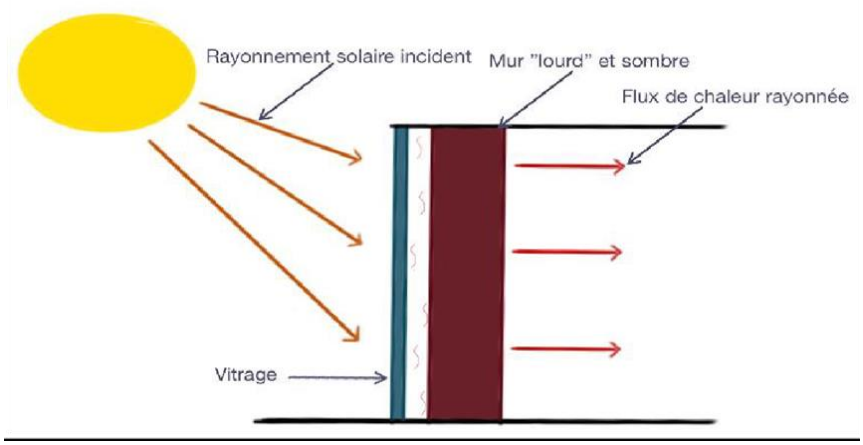


Fig1. 23: Transfer de chaleur par rayonnement solaire sur un mur [23].

1.3. Transfert de masse

1.3.1. Définition

Le phénomène de transfert de matière par diffusion se produit dès qu'il existe une différence de concentration. Il s'agit d'un phénomène spontané, irréversible et incontournable (phénomène dispersif) qui conduit à un état d'équilibre, résultant de l'agitation thermique des molécules.

La diffusion est le transport microscopique de masse, comme les atomes, les molécules ou les ions, dans un milieu, en réponse aux différences de concentration. Elle se déplace des zones riches en matière vers celles qui en sont moins chargées. Ce phénomène correspond à la

tendance naturelle d'un système à homogénéiser les concentrations des espèces chimiques qu'il contient.

De manière générale, la diffusion fait référence à des transferts régis par les lois de Fick. Lorsqu'une différence de concentration existe dans un espace, par exemple entre deux compartiments séparés par une membrane perméable (qui laisse passer le solvant et le soluté), la matière se déplace du compartiment le plus concentré vers celui qui l'est moins, comme l'indique la loi de diffusion.

Prenons un exemple : deux compartiments adjacents contenant deux gaz différents, A et B, à la même température (T) et pression (P), séparés par une paroi mobile. Lorsque la paroi est déplacée, les gaz diffusent de leur récipient d'origine vers le récipient voisin.

1.3.2. Nombre en transfert de masse [24]

• Nombre de Sherwood :

Le nombre de Sherwood (Sh) correspond au rapport entre le transfert massique total et le transfert de masse par diffusion.

$$Sh = \frac{J_{total}}{j_{diffusion}} = \frac{L_c v}{D} \tag{1.41}$$

• Nombre de Péclet :

Le nombre de Peclet massique (PeM) correspond au rapport entre le Transfert massique par convection et le transfert de masse par diffusion.

$$Pe_M = \frac{j_{convection}}{j_{diffution}} = \frac{L_C . v}{D} \tag{1.42}$$

• Nombre de Stanton :

Le nombre de Stanton massique (STM) correspond au rapport entre le Transfert massique total et le transfert de masse par convection.

Avec :

KM : le coefficient de transfert de masse, Lc : la longueur caractéristique.

D : le coefficient de diffusion et v la vitesse.

$$St_{thermique} = \frac{j_{total}}{j_{convection}} = \frac{K_M}{v} \tag{1.43}$$

1.3.3. Lois de Fick

Dans un cas général, et dans un milieu au repos, le transfert de matière par diffusion moléculaire d'une espèce A dans un fluide B est régi par la première loi de Fick, qui stipule que le flux de particules de l'espèce A est proportionnel au gradient de concentration de cette espèce

dans le fluide B. Formellement, cette loi s'exprime ainsi [25] :

$$\overline{J_A} = -D_{AB}\overline{gradC_A} \tag{1.44}$$

Avec :

J_A : Représente le vecteur densité de flux molaire de diffusion de l'espèce A (au sein du fluide B), orienté dans la direction de la diffusion, et dont la norme s'exprime en mol m-2 s -1.

D_{AB} : Le coefficient de diffusion moléculaire (ou diffusivité moléculaire) de l'espèce A au sein du fluide B, qui s'exprime en m2 s-1.

C_A : La concentration de l'espèce A, exprimée en mol m-3.

1.3.4. Modes de transfert de masse

Il existe deux principaux modes de transfert de masse : la diffusion et la convection.

1.3.4.1. Diffusion

La diffusion est un processus relativement lent : les molécules se déplacent dans un solide ou dans un fluide considéré comme au repos (écoulement laminaire). Par exemple, la diffusion des molécules de sucre se fait par agitation moléculaire, les molécules suivant des trajectoires aléatoires entre les molécules d'eau.

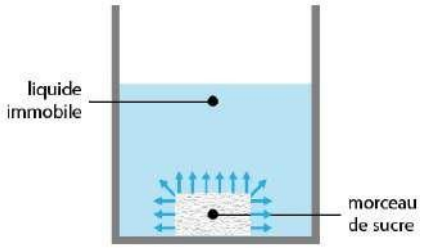


Fig1. 24: Transfert de masse par diffusion.

1.3.4.2. Convection

La convection est un processus rapide : les molécules sont transportées par un courant de fluide, qu'il soit naturel ou forcé (convection naturelle ou forcée). Par exemple, remuer avec une cuillère constitue une convection forcée.

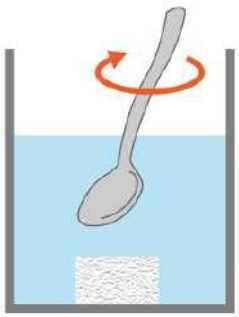


Fig1. 25: Transfert de masse par convection.

1.4. Recherche Bibliographique

Dans cette partie, nous exposons de manière chronologique les études antérieures les plus directement liées à notre sujet d'analyse, concernant les phénomènes de convection naturelle ou double-diffusive au sein de milieux fluides et poreux. Nous mettons en lumière les contributions et conclusions clés de ces travaux.

Les travaux **d'OSVAIR V. TREVISAN et ADRIAN BEJAN** (Reçu le 20 août 1984 et dans sa forme finale 24 janvier 1985), décrivent une étude approfondie du phénomène de la convection naturelle à l'intérieur d'une couche poreuse avec transfert de chaleur et de masse. La convection naturelle est induite par la combinaison des effets de flottabilité dus à la fois aux changements de température et de concentration. La première partie de l'étude consiste en une vaste série de simulations numériques réalisées dans la gamme des paramètres de contrôle suivants : le nombre de Lewis 0,01 < Le < 100, le nombre de Rayleigh modifié par Darcy 50≤Ra≤10□, le rapport de flottabilité - 5 ≤N ≤+ 3 et le rapport d'aspect géométrique de la couche poreuse. H/L = 1. Dans la deuxième partie, l'étude du phénomène est basée sur l'analyse d'échelle : les principales conclusions de cette partie, qui sont les prédictions d'ordre de grandeur des taux de transfert de chaleur et de la masse et leurs domaines de validité respectifs comme le montre la figure I-1, se sont révélées être cohérent avec les résultats obtenus à partir d'expériences numériques séparées. [26]

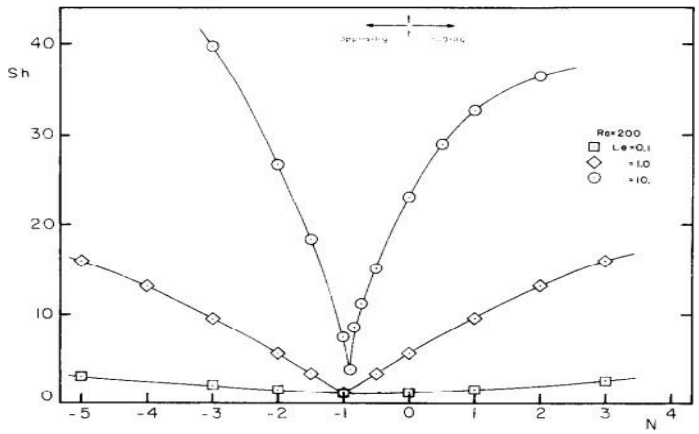


Fig1. 26: L'effet du rapport de flottabilité (N) sur le transfert de masse global à travers une couche poreuse avec une flottabilité combinée (Ra, = 200, H/L = 1).

SARA L. MOYA et EDUARDO RAMOS (Reçu le 4 Février 1985 et dans sa forme finale 6 août 1986), ont étudié l'écoulement convectif bidimensionnel dans un matériau poreux saturé par un fluide et de géométrie rectangulaire oblique, l'analyse est faite en

résolvant numériquement les équations de masse, de quantité de mouvement et d'équilibre énergétique à l'aide de la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq.

Les conditions aux limites appliquées considèrent que les deux murs opposés sont maintenus à des températures constantes mais différentes tandis que les autres murs ont été isolés thermiquement. Les paramètres externes pris en compte étaient l'angle d'inclinaison, le rapport d'aspect et le nombre de Darcy. Ils ont trouvé trois principaux modes de convection : la conduction, la convection pour les cellules simples et multiples ainsi que leurs propriétés.

Les nombres de Nusselt locaux et globaux sont affichés en fonction des paramètres externes. Plusieurs solutions pour un rapport d'aspect égal à l'unité ont été explorées. Ils ont trouvé plus d'une solution lorsque la paroi inférieure est à une température plus élevée et en position horizontale ou quasi horizontale. [27]

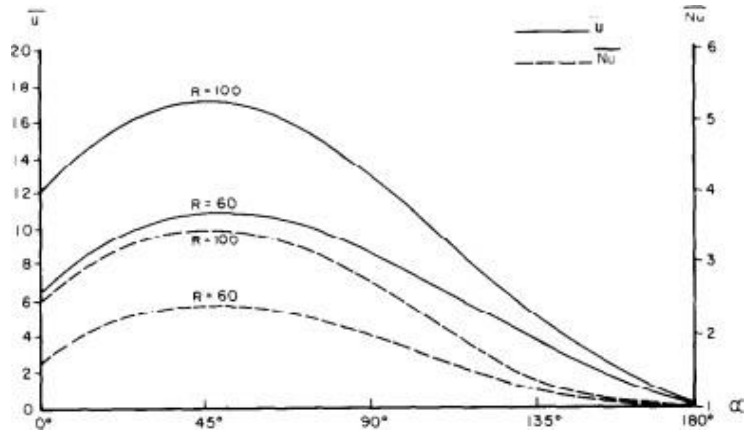


Fig1. 27: Vitesse moyenne du fluide $\bar{u}$ et nombre de Nusselt $\overline{(Nu)}$ en fonction de l'angle d'inclinaison α, D = 1.

C. BlGHEIN, I_ F. HAGHIGHAT et F. ALLARD (reçu le 11 janvier et dans la forme finale 23 avril1991), ont fait l'étude numérique de la convection thermosolutale dans une cavité carrée remplie d'air, soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration. Dans la première série de simulations numériques, l'influence de la force de flottabilité solutale sur le taux de transfert de chaleur ou de masse est étudiée. La deuxième partie traite de l'influence du nombre de Lewis sur le mouvement des fluides pour un écoulement entraîné par transfert de chaleur et un écoulement entraîné par transfert de masse. [28]

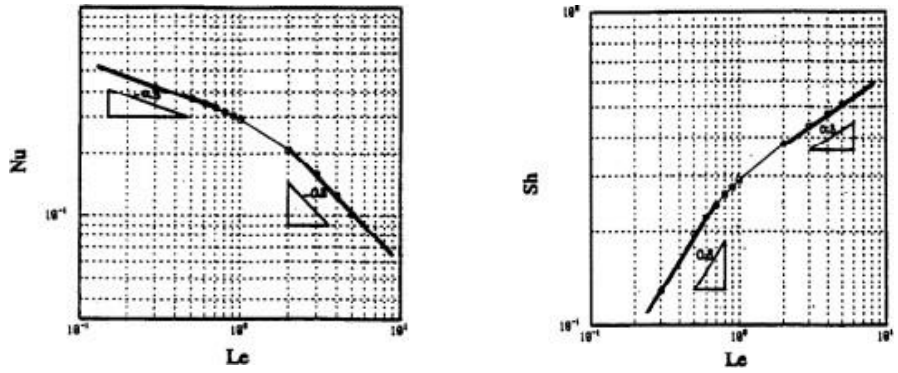


Fig1. 28: Nombre moyen de Nusselt entraîné par transfert de masse et Transfert de chaleur entraîné par Row, nombre moyen de Sherwood.

A. LATRECHE, M. DJEZZAR (2014), ont fait une étude numérique de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée et inclinée remplie de milieu poreux saturé par un fluide. Des gradients de chaleur et de soluté sont appliqués sur les deux parois horizontales de la cavité, tandis que les deux autres parois sont imperméables et adiabatiques. Le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq ont été utilisé pour résoudre les équations gouvernantes. Le flux est entraîné par un effet de flottabilité combiné dû aux variations de température et de concentration. Ils ont utilisé une approche par volumes finis pour résoudre les équations gouvernantes adimensionnelles. Ils ont trouvé que des changements importants se produisent sur la structure d'écoulement et sur les isothermes et les isoconcentrations dans l'enceinte lorsque des modifications sont apportées au nombre de Rayleigh-Darcy modifié et à l'angle d'inclinaison de l'enceinte.[29]

A. LATRECHE, M. DJEZZAR (11/01/2014), ont étudié l'effet du coefficient de flottabilité sur la double convection naturelle à l'intérieur d'une cavité poreuse inclinée saturée d'une barrière. L'écart sous l'effet du coefficient de flottabilité résultant de la température change la concentration. Pour résoudre les équations gouvernantes ils ont utilisé la méthode des volumes finis. Les résultats ont été présentés sous la forme de lignes de flux, de lignes isothermes, des iso concentrations et de nombre de Sherwood correspondant à différentes valeurs des facteurs non dimensionnels. [30]

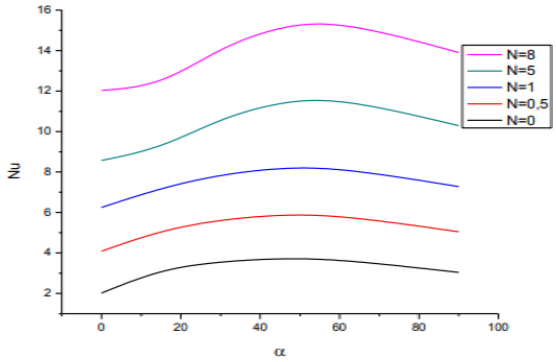


Fig1. 29: Nombre global de Nusselt en fonction de l'angle d'inclinaison α pour différentes valeurs du rapport de flottabilité N.

Mohamed A. Teamah (2007), a imposé dans ses travaux de recherche des températures constantes et une concentration constante le long des parois gauche et droite de l'enceinte, et un champ magnétisme uniforme a été appliqué dans une direction horizontale. Il a considéré le régime permanent, les équations de transport sont résolues pour la continuité, la quantité de mouvement, l'énergie et le transport des espèces.

Des résultats numériques ont été enregistrés pour l'effet du nombre de Rayleigh de convection et de génération de chaleur ou du coefficient d'absorption et du nombre de Hartmann sur les profils rhéologiques, la température et la concentration en plus de la densité dimensionnelle. De plus, les résultats attendus pour la moyenne des nombres de Nusselt et de Sherwood sont présentés et discutés pour divers paramètres, il a mené cette étude pour un rapport d'aspect fixe, A = 2, un nombre de Lewis Le = 1 et un nombre de Prandtl Pr = 0,7. L'étude couvre les domaines de $10^3 \leq RaT \leq 2 \times 10^6$, $0 \leq Ha \leq 200$, $-50 \leq \varphi \leq 25$ et $-10 \leq N \leq 10$.[31]

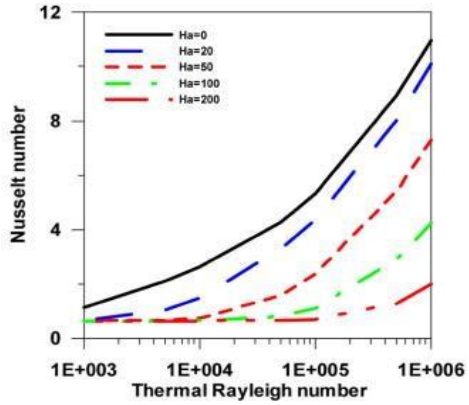


Fig1. 30: Nombre de Nusselt vs RaT pour différents Ha, Le = 1, φ = 1 et N = 1.

Mahmoudi et al. (2011), Ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique en nanoparticules, sur le refroidissement d'une source chaude de différentes longueurs, positionnée à l'intérieur d'une cavité carrée à paroi verticale droite maintenue à une température plus faible, remplie entièrement du nano fluide eau-Cu, les autres parois de la cavité étant adiabatiques. Les auteurs ont trouvé que l'ajout de nanoparticules améliore le transfert thermique. Cette amélioration est plus significative à des nombres de Rayleigh relativement faibles. La position relativement basse ou haute ainsi que l'augmentation de la longueur de la source chaude donnent lieu à un refroidissement moins bon. [32]

Nawaf.et al (2005), ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un milieu poreux en régime transitoire. Ils ont utilisé le modèle de Darcy et le fluide est supposé un fluide standard de Boussinesq. La température de la paroi chaude (la paroi gauche) oscille dans le temps autour d'une valeur constante, tandis que la paroi froide (la paroi droite) est maintenue à une température constante, les parois horizontales sont adiabatiques. Ils ont présenté des résultats pour démontrer la variation temporelle des lignes de courant, des 7 Chapitre I : Revue Bibliographique isothermes et du nombre de Nusselt. Lorsque la température de la paroi chaude oscille avec une forte amplitude et une forte fréquence, ils ont trouvé que le nombre de Nusselt devient négatif sur une partie de la période du nombre de Rayleigh 103. Les valeurs négatives du nombre de Nusselt ont été trouvées parce qu'il n'y aura pas assez de temps pour transférer la chaleur de la paroi chaude vers la paroi froide. La valeur maximum du nombre moyen de Nusselt est observée pour une fréquence adimensionnelle de 450 dans la gamme considérée (1-2000) pour un nombre de Rayleigh 103. [33]

Chapitre 02

Modèle physique et formulation mathématique

2.1. Introduction

Dans ce chapitre, deux études de cas ont été choisies : l'une portant sur une cavité chauffée et refroidie à des températures constantes, et l'autre sur une cavité chauffée et refroidie selon un profil sinusoïdal. Les géométries prises en compte ainsi que les conditions aux limites correspondantes sont présentées, accompagnées des équations qui modélisent les phénomènes étudiés dans cette thèse. Ces équations illustrent le comportement des écoulements et des transferts thermiques dans les milieux poreux en convection libre, en s'appuyant sur les principes fondamentaux de la conservation de la masse (continuité), de la quantité de mouvement (Navier-Stokes) et de l'énergie.

2.2. Modèle Physique

La recherche réalisée dans cette mémoire porte de façon générale sur la modélisation des écoulements et des transferts dans les milieux poreux. C'est cavité carrée remplit par deux couches de milieux poreux disposés horizontalement.

Hypothèses :

L'écoulement est stationnaire.

- La matrice poreuse est isotrope et homogène.

- Les propriétés thermo-physiques sont considérées comme constantes, avec l'hypothèse de Boussinesq acceptée.

- Un équilibre thermodynamique local est supposé entre le fluide et le milieu poreux.

- Le modèle de Darcy-Brinkman est utilisé.

- Les parois inférieure et supérieure de la cavité sont adiabatiques et imperméables, tandis que les faces latérales sont maintenues à des conditions de température et de concentration constantes.

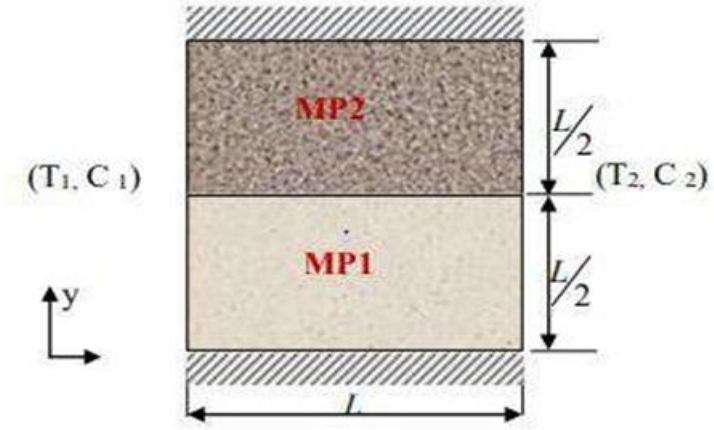


Fig 2. 1: modèle physique et système de coordonnée.

À cet égard, une convection double diffusive se développe dans la cavité partiellement poreuse. Les équations gouvernantes, formulées dans les sections suivantes, sont établies en tenant compte des hypothèses mentionnées précédemment.

2.3. Equations gouvernantes

2.3.1. Equation de continuité

L'équation de continuité, fondée sur le principe de conservation de la masse, constitue l'une des lois fondamentales de la mécanique des fluides.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x}+\frac{\partial V_i}{\partial y}=0 \tag{2.1}$$

2.3.2. Equation de conservation de la quantité de mouvement

Les équations de conservation de la quantité de mouvement, issues des principes fondamentaux de la mécanique newtonienne, décrivent la dynamique des fluides en traduisant l'équilibre entre les forces internes et externes agissant sur un volume élémentaire

- Suivant x

$$\rho_f\left(u_i\frac{\partial u_i}{\partial x}+V_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\right)=-\varepsilon^2\frac{\partial P_i}{\partial x}-\varepsilon^2\frac{\mu_f}{K_i}u_i+\varepsilon^2 u_{eff\ i}\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}+\mathrm{V}_i\frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2}\right)\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-\mathrm{C}_{ref}\right)\right)\rho_f g \tag{2.2}$$

- Suivant y

$$\rho_f\left(\mathrm{u}_i\frac{\partial u_i}{\partial x}+V_i\frac{\partial u_i}{\partial y}\right)=\varepsilon^2\frac{\partial P_i}{\partial y}-\varepsilon^2\frac{u_f}{K_i}v_i+\varepsilon^2 u_{eff\ i}\left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2}+v_i\frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2}\right)\varepsilon^2\left(\beta_T\left(T-T_{ref}\right)+\beta_C\left(C-\mathrm{C}_{ref}\right)\right)\rho_f g \tag{2.3}$$

2.3.3. Equation de l'énergie

L'équation de concentration exprime la conservation de la masse d'une espèce chimique au sein d'un mélange fluide.

$$\left(\rho.C_P\right)_f\left[u_i\frac{\partial T_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial T_i}{\partial y}\right]=k_{eff}\left[u_i\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}+v_i\frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2}\right] \quad (2.4)$$

2.3.4. Equation de concentration

L'équation de l'énergie, fondée sur le premier principe de la thermodynamique, décrit les transferts énergétiques au sein d'un fluide en écoulement.

$$\left[\mathrm{u}_i\frac{\partial C_i}{\partial x}+\mathrm{v}_i\frac{\partial C_1}{\partial y}\right]=D_{\mathrm{eff}}\left[\frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C_1}{\partial y^2}\right] \quad (2.5)$$

L'indice i désigne la couche poreuse, i =1 correspond à la couche 1 et i =2 à la couche fluide 2.

Dans le cas du modèle physique avec les couches poreuses horizontales, on pose : a=0°. On désignera le modèle physique de la figure 1a par modèle horizontal. [34]

2.4. Condition aux limites

Pour résoudre le problème physique, il est nécessaire d'associer aux équations mathématiques décrivant le phénomène de convection naturelle un ensemble approprié de conditions aux limites. Ces conditions aux limites s'expriment mathématiquement de la manière suivante :

2.5. A dimensionnement des équations

En général, le dimensionnement est une méthode qui permet de réduire le nombre de paramètres influençant les phénomènes physiques et de généraliser les résultats obtenus. Afin de simplifier les équations gouvernantes, l'indice (i) a été omis. Ainsi, en introduisant les grandeurs adimensionnelles suivantes :

L : Longueur de la cavité.

$\Delta T=T1-T2$: Ecart de température de référence entre les parois.

$\Delta C=C1-C2$: Ecart de Concentration de référence entre les parois.

α : Diffusivité thermique.

$$x^* = \frac{x}{L}, y^* = \frac{y}{L}, U^* = \frac{uL}{a}, V^* = \frac{vL}{a}, \theta = \frac{T - T_{ref}}{T_1 - T_2}, S = \frac{C - C_{ref}}{C_1 - C_2}, p^* = p\frac{L^2}{\frac{\rho_f . a^2}{\varepsilon^2}}$$

Avec

$$T_{ref} = \frac{T_1 - T_2}{2} \ , \ C_{ref} = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Afin de simplifier l'écriture des équations, les exposants (*) associés aux variables adimensionnelles seront omis par la suite. En mettant les équations gouvernantes sous forme adimensionnelle, elles s'expriment de la manière suivante : l'ensemble des équations régissant la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de l'espèce chimique s'écrivent pour chaque couche sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} = 0 \qquad \textbf{(a)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^{\,2}}\left[U_i \frac{\partial U_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P_i}{\partial X} - \frac{P_r}{D_{a_i}}.\mathrm{U}_i + R_V P_r.\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right) + R_a P_r\left[\theta + NS_i\right] \qquad \textbf{(b)}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^{\,2}}\left[U_i \frac{\partial V_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial Y}\right] = -\frac{\partial P_i}{\partial Y} - \frac{P_r}{D_{a_i}}.\mathrm{U}_i + R_V P_r.\left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right) + R_a P_r\left[\theta + NS_i\right] \qquad \textbf{(c)}$$

$$U_i \frac{\partial \theta_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial \theta_i}{\partial Y} = Rc\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(d)}$$

$$U_i \frac{\partial S_i}{\partial X} + V_i \frac{\partial S_i}{\partial Y} = \frac{D^r}{Le}.\left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2}\right) \qquad \textbf{(e)}$$

L'indice i fait référence aux couches, prenant la valeur 1 ou 2. Les paramètres figurant dans ces équations sont détaillés dans la nomenclature. Les conditions aux limites sont exprimées de manière adimensionnelle par:

$$\text{Pour } Y = 0 \qquad 0 \le \mathrm{X} \le 1 \qquad \mathrm{U}_i = \mathrm{V}_i = 0 \qquad \left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right| = 0 \qquad \left.\frac{\partial S_i}{\partial Y_i}\right| = 0$$

Pour $Y = 1$ $\quad 0 \le X \le 1 \quad U_i = V_i = 0 \quad \left.\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}\right| = 0 \quad \left.\frac{\partial S_i}{\partial Y_i}\right|$

Pour $x = 0$ $\quad 0 \le Y \le 1 \quad U_i = V_i = 0 \quad \theta_i = -0.5 \quad S$

Pour $x = 1$ $\quad 0 \le Y \le 1 \quad U_i = V_i = 0 \quad \theta_i = 0.5 \quad S_i$

En plus des conditions aux limites, on applique également des conditions de continuité aux interfaces. La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes a permis de faire émerger des groupements adimensionnels, tels que le nombre de Darcy Da_i pour chaque couche poreuse, le nombre de Rayleigh Ra et le nombre de Prandtl Pr. Les autres paramètres utilisés sont définis dans la nomenclature.

Chapitre 03

Modélisation numérique

3.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons établi les équations fondamentales décrivant la convection naturelle. Ces équations constituent un système d'équations différentielles partielles non linéaires et couplées. Dans ce chapitre, nous utilisons une méthode numérique pour résoudre ce système. Actuellement, trois grandes méthodes numériques sont couramment employées pour résoudre les systèmes d'équations aux dérivées partielles régissant les écoulements impliquant des transferts de chaleur, de masse, etc. Il s'agit des méthodes des différences finies, des éléments finis, spectrale et des volumes finis.

3.2. La méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis consiste à diviser un domaine de calcul en un nombre fini de volumes de contrôle. Les équations algébriques obtenues par l'intégration des équations aux dérivées partielles, expliquées dans le chapitre précédent, sont appliquées à ces volumes de contrôle. Ces équations discrétisées permettent de conserver les grandeurs physiques sur chaque volume de contrôle. La procédure de la méthode des volumes finis se compose principalement des étapes suivantes :

- ❖ La division du domaine en volumes de contrôle.
- ❖ La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- ❖ La rédaction des équations algébriques aux nœuds du maillage.
- ❖ La résolution du système algébrique non linéaire.

3.3. Principe de la méthode des volumes finis

3.3.1. Equation différentielle gouvernante

Les phénomènes physiques liés à l'écoulement d'un fluide, au transfert de chaleur et au transfert de masse sont régis par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces chimiques, entre autres. Ces principes sont formulés sous la forme d'équations différentielles. Si l'on désigne ϕ par la variable dépendante, les équations de conservation en régime stationnaire présentent une forme générale, qui s'écrit

Ainsi :

$$\nabla.\left(\rho\vec{V}\phi\right)=\nabla.\left(\Gamma\vec{\nabla}\phi\right)+S \tag{3.1}$$

Avec :

$(\rho\vec{V}\phi)$: Terme de Convectif.

$\nabla.(\Gamma\vec{\nabla}\phi)$: Terme de diffusion.

S : terme de source.

Γ: Terme de diffusion.

ϕ: est la variable dépendante généralisée (vitesse, température, Concentration).

3.3.2. Equation de continuité

La principale difficulté dans le calcul du champ de vitesse réside dans le champ de pression, qui est inconnu. Toutefois, ce dernier est implicitement défini par l'équation de continuité. Lorsqu'on remplace ce champ de pression dans les équations du mouvement, le champ de vitesse obtenu satisfait l'équation de continuité. Le couplage entre le champ de pression et le champ de vitesse est exploité pour développer une procédure de calcul du champ dynamique.

3.3.3. Maillage et volume de contrôle

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en plusieurs volumes de contrôle. Il existe différents types de maillage, tels que le maillage uniforme, le maillage non uniforme et le maillage à zones. Pour notre travail, nous avons choisi d'utiliser le maillage non uniforme. La figure 3.1 illustre la subdivision du domaine en volumes de contrôle. La variable dépendante est calculée aux nœuds. Les équations algébriques définies à ces nœuds sont obtenues par intégration des équations de conservation sur les volumes de contrôle, pour chaque nœud.

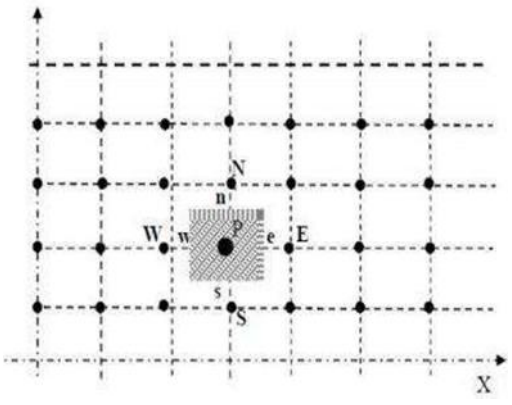


Fig 3. 1: Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle,

3.4. Discrétisation des équations de conservation

Dans le cadre d'une situation bidimensionnelle en régime permanent, l'équation différentielle (3.1) peut être réécrite, en prenant en compte une direction (i), sous la forme suivante :

$$\rho u_i \frac{\partial \emptyset}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma \frac{\partial \emptyset}{\partial x_i}\right) + S \tag{3.2}$$

En combinant les flux convectifs et diffusifs (3.1), le flux total (convection-diffusion) i j peut être exprimé comme suit :

$$\frac{\partial j_i}{\partial x_i} = S \tag{3.3}$$

Avec :

$$j_i = \rho . u_i \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \tag{3.4}$$

Les divers termes des équations de conservation obtenues dans notre cas sont présentés dans le tableau 3.1

Equation	ϕ	Γ	S
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$R_v Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{Pr}{Da} U + R_a P_r \left[\theta + NS\right]$
Mouvement/Y	V	$R_v Pr$	$-\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{Pr}{Da} V + Ra \Pr[\theta + NS]$
Energie	θ	R_c	0
Concentration	S	$1/Le$	0

Tableau 3. 1: Définition des différents termes des équations de conservation.

En intégrant l'équation (3.3) sur le volume de contrôle illustré dans la figure (3.2), on obtient :

$$j_w A_w - j_e A_e + j_s A_s - j_n A_n = \overline{S} \Delta V = \overline{S} \Delta X \Delta Y \tag{3.5}$$

Dans l'équation (3.5), les variables $j_{e,w,n,s}$ désignent les flux totaux traversant les différentes faces des volumes de contrôle, tandis que S représente le terme source et ΔV le volume. Les $A_{e,w,n,s}$, correspondent aux aires de chaque face du volume de contrôle.

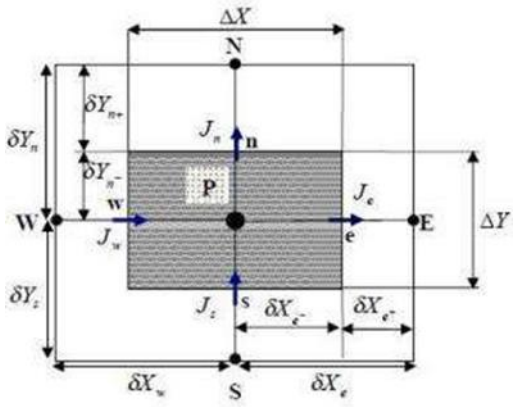


Fig 3. 2: Volume de contrôle représentatif.

Avec :

$$j_e = \int_n^s \left(j_x\right)_e dy = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}\right]_e \Delta Y \tag{3.6}$$

$$j_w = \int_n^s \left(j_x\right)_w dY = \left[U\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}\right]_w \Delta Y) \tag{3.7}$$

$$j_n = \int_w^e \left(j_y\right)_n dY = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}\right]_n \Delta X \tag{3.8}$$

$$j_s = \int_w^e \left(j_y\right) dX = \left[V\phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X}\right]_S \Delta S \tag{3.9}$$

3.4.1. Flux de diffusion –convection

Considérons la région située entre les points P et E de la figure3.2. Lorsqu'un problème unidimensionnel de convection-diffusion est résolu entre ces points, la solution exacte obtenue est un profil exponentiel de. ϕ Cette solution exponentielle mène à :

$$j_e = F_e\left(\phi_p + \frac{\phi_p - \phi_e}{\exp\left(P_e\right) - 1}\right. \tag{3.10}$$

Le nombre de Peclet, P_e est défini comme suit :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \tag{3.11}$$

$P_e = \rho U_e A_e$ est le débit d'écoulement, et D_e la conductance de diffusion. Le coefficient de diffusion Γ_e est déterminé en utilisant une moyenne harmonique à travers le volume de contrôle. Par conséquent, l'expression de D_e devient :

$$D_e = A_e\left(\frac{\left(\delta X_{e^-}\right)}{\Gamma_P} + \frac{\left(\delta X_{e^+}\right)}{\Gamma_E}\right)^{-1} \tag{3.12}$$

3.4.2. Simplification de l'expression du flux

L'équation (3.12) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$j_e = F_e\phi_P + \left\{D_e A\left(\left|P_e\right|\right) + \left[-F_e, 0\right]\right\}\left(\phi_P - \phi_E\right) \tag{3.13}$$

Avec :

$$A\left(\left|P_e\right|\right) = \frac{\left|P_e\right|}{\left(\exp\left(\left|P_e\right|\right) - 1\right)} \tag{3.14}$$

Le calcul des exponentielles est relativement long et, de plus, il n'est pas précis pour le situations bidimensionnelles et tridimensionnelles avec termes sources. C'est pourquoi des approximations ont été adoptées pour exprimer le flux.

3.4.3. Linéarisation du terme source

Le terme source S dépend fréquemment de la variable ϕ. Il est alors exprimé comme une fonction linéaire de. $P\phi$ La méthode de la tangente est conseillée pour linéariser le terme source, et elle consiste à écrire :

$$\overline{S} = s + \left[\frac{ds}{d\phi}\right](\phi_p - \phi_P) \tag{3.15}$$

La formule de linéarisation est définie comme suit :

$$\overline{S} = S_C + S_P \phi_P \tag{3.16}$$

Le coefficient P correspond ϕ_P . S_C Désigne la partie de S qui ne dépend pas directement de ϕ_P . Le symbole (*) est utilisé pour indiquer la valeur de ϕ_P à une itération donnée. Lors de la linéarisation, il est préférable que S_P soit négatif, car un positif pourrait entraîner une divergence. Les valeurs des termes sources linéaires (S_C et S_P) pour les différentes équations sont présentées dans le tableau 3.2.

Equation	ϕ	S_C	Sp
Continuité	1	0	0
Mouvement/X	U	$-\frac{\partial P}{\partial X} + Ra\ \mathrm{Pr}\ [\theta + NS] \sin\alpha$	$-\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Da_i}}$
Mouvement/Y	V	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra\ \mathrm{Pr}\ [\theta + NS] \cos\alpha$	$-\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Da_i}}$
Energie	θ	0	0
Concentration	S	0	0

Tableau 3. 2: Expressions des termes sources linéarisés (S_C et S_P) pour les différentes équations.

3.5. Equation finale de discrétisation

L'intégration de l'équation de la continuité conduit à :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \tag{3.17}$$

Ou F_e F_w F_n F_s représentent les débits volumiques à travers les faces du volume de contrôle. En multipliant l'équation (3.17) par ϕ_P , on obtient :

$$F_e\phi_P - F_w\phi_P + F_n\phi_P - F_s\phi_P = 0 \tag{3.18}$$

D'autre part, la linéarisation du terme source mène à:

$$\overline{S} = S_C + S_P \phi_P \tag{3.19}$$

La combinaison des équations (3.5) et (3.18) conduit à :

$$(j_e - F_e\phi_P) - (j_w - F_w\phi_P) + (j_n - F_n\phi_P) - (j_s - F_s\phi_P) = (S_C + S_P\phi_P)\Delta X\,\Delta Y \quad (3.20)$$

Étant donné que

$$j_e - F_e\phi_e = \left\{D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0]\right\}(\phi_P - \phi_E) \quad (3.20a)$$

$$j_w - F_w\phi_p = \left\{D_w A(|P_e|) + [-F_w, 0]\right\}(\phi_w - \phi_p) \quad (3.20b)$$

$$j_n - F_n\phi_p = \left\{D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0]\right\}(\phi_P - \phi_N) \quad (3.20c)$$

$$j_S - F_S\phi_P = \left\{D_n A(|P_S|) + [-F_S, 0]\right\}(\phi_S - \phi_P) \quad (3.20d)$$

Cela donne l'équation discrétisée :

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + b \quad (3.21)$$

Avec :

$$a_E = D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \quad (3.21a)$$

$$a_W = D_W A(|P_W|) + [+F_W, 0] \quad (3.21b)$$

$$a_S = D_S A(|P_S|) + [-F_S, 0] \quad (3.21c)$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + [+F_n, 0] \quad (3.21d)$$

$$b = S_C\Delta X\,\Delta Y \quad (3.21e)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P\Delta X\,\Delta Y \quad (3.21f)$$

Le symbole [a, b] désigne le maximum entre a et b, tandis que A (|*Pi*|) représente la fonction d'interpolation, qui varie d'un schéma à l'autre.

Avec :

$$\left.\begin{array}{lll} D_e = \dfrac{\Gamma_e}{\delta X_e}\Delta X & , F_e = U_e DY & , P_e = \dfrac{F_e}{D_e} \\ D_w = \dfrac{\Gamma_w}{\delta X_w}\Delta Y & , \ F_w = U_w DY & , \ P_e = \dfrac{F_e}{D_e} \\ D_n = \dfrac{\Gamma_n}{\delta Y_n}\Delta X & , F_n = U_w DY & , \ P_n = \dfrac{F_n}{D_n} \\ D_s = \dfrac{\Gamma_s}{\delta Y_s}\Delta X & , \ F_s = U_s DX & , \ P_s = \dfrac{F_s}{D_s} \end{array}\right\} \quad (3.22)$$

Les symboles D_i , F_i et P_i correspondent respectivement à la diffusion, au débit volumique et au rapport entre le transfert par convection et le transfert par diffusion.

L'équation (3.21) peut être réécrite sous la forme générale suivante :

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.23)$$

L'indice nb désigne les nœuds voisins de P, et la sommation s'effectue sur l'ensemble de ces nœuds voisins (e, w, n, s).

3.5.1. Méthode de résolution des équations algébriques

La méthode de résolution employée dans cette étude est la technique ligne par ligne, qui combine une méthode directe (l'algorithme de Thomas) et une méthode itérative (Gauss-Seidel). Cette approche est utilisée pour résoudre les équations algébriques. Elle consiste à appliquer l'algorithme de Thomas pour déterminer les valeurs d ϕ e pour une direction et une position spécifique. Ensuite, les valeurs de ϕ des nœuds voisins sont estimées. Une fois toutes les positions prises en compte, une itération est réalisée à l'aide de la technique ligne par ligne. Le processus peut être réitéré en sélectionnant les positions dans l'autre direction.

3.5.2. Considérations pour le champ dynamique

L'analyse des équations gouvernantes pour les composantes de vitesse i u montre que ces dernières ne peuvent pas être obtenues directement en résolvant les équations du mouvement.

En effet, ces équations contiennent le terme du gradient de pression $-\frac{\partial P}{\partial x_i}$, qui constitue une source importante, mais qui n'est pas exprimé en termes de i u ou d'autres variables. Cependant, la pression est spécifiée indirectement à travers l'équation de continuité.

Une autre difficulté se pose également pour les équations du mouvement et de continuité. Si les vitesses et les pressions sont calculées aux mêmes nœuds, plusieurs champs physiques irréels pourraient être considérés comme solutions. Une solution à ce problème est le maillage décalé, proposé par Patanker.

3.5.3. Notion de maillage décalé

La figure (3.3) illustre une partie d'un maillage adapté au cas bidimensionnel. Dans ce maillage décalé, les composantes de vitesse sont situées sur les faces des volumes de contrôle. En revanche, toutes les autres variables ϕ, y compris la pression, sont calculées aux nœuds principaux.

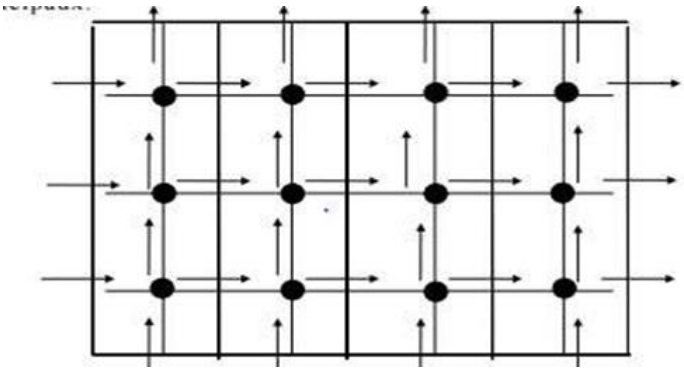


Fig 3. 3 : Représentation d'un maillage décalé.

3.6. Discrétisation des équations dynamiques

3.6.1. Equations du mouvement

Les volumes de contrôle associés à U et V sont indiqués dans la figure 3.5.

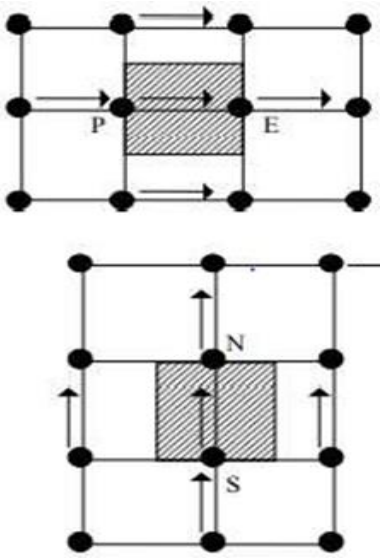


Fig 3.4 : Volume de contrôle pour U et V.

L'intégration des deux équations de la quantité de mouvement dans les directions X et Y conduit à...

$$a_e U_e = \Sigma a_{nb} + b + \left(P_P - P_E\right) A_e$$

(3.24)

$$a_n V_n = \Sigma a_{nb} V_{nb} + b + \left(P_P - P_N\right) A_e$$

Les surfaces A_e, A_n sur lesquelles les forces de pression exercent leurs effets.

$\left(P_P - P_E\right) A_e, \left(P_P - P_N\right) A_n$: Il s'agit des forces de pression agissant sur les deux faces du volume de contrôle. La résolution du problème nécessite donc la connaissance du champ de pression. Le champ de vitesses obtenu ne satisfera l'équation de continuité que si la pression utilisée est correcte. À une pression initiale supposée, notée P^*, correspondent des champs de vitesses provisoires U^*, V^* .

$$a_e U_e^* = \sum a_n U_{nb}^* + \text{b} + \left(P_p^* - P_E^*\right) A_e$$

(3.25)

$$a_n U_n^* = \sum a_n V_{nb}^* + \mathrm{b} + \left(P_p^* - P_E^*\right) A_n$$

3.6.2. Correction des vitesses de la pression

L'objectif est d'ajuster la pression estimée P^* de manière à ce que les vitesses calculées U^* et V^* se rapprochent progressivement des valeurs qui satisfont l'équation de continuité. Soit P la pression exacte :

$$P = P^* + \mathrm{P}'$$

$$U = U^* + \mathrm{U}' \tag{3.26}$$

$$V = V^* + \mathrm{V}'$$

P' : Correction de pression et U', V' : correction des vitesses.

Nous avons :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + \mathrm{b} + \left(P_P - P_E\right) A_e \tag{3.27}$$

$$a_e U_e^* = \sum a_{nb} U_{nb}^* + \mathrm{b} + \left(P_P^* - P_E\right) A_e \tag{3.28}$$

Faisons la soustraction entre ces deux équations :

$$a_e \mathrm{U}' = \sum a_{nb} \mathrm{U}' + \mathrm{b} + \left(P_p' - P_E'\right) A_e \tag{3.29}$$

L'une des hypothèses simplificatrices introduites par Patanker est de supposer que le terme

$\sum_{nb} U_{nb}'$ est négligeable.

$$a_e \mathrm{U}' = \left(P_p' - P_E'\right) A_e \tag{3.30}$$

Ou encore

$$\mathrm{U}_e' = \left(P_p' - P_E'\right) d_e \tag{3.31}$$

L'équation (4 .26) représente la formule de correction de vitesse, avec $d_e = \frac{A_e}{a_e}$

Donc $$U_e' = U_e^* + \left(P_p' - P_E'\right) d_e \quad (3.32)$$

De la même manière $$V_n = V_n^* + \left(P_p' - P_E'\right) d_e \quad (3.33)$$

Avec : $$d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

3.6.3. Equation de correction de pression

Le problème maintenant est comment trouver la correction de pression P et L'équation de continuité est donnée par :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.34)$$

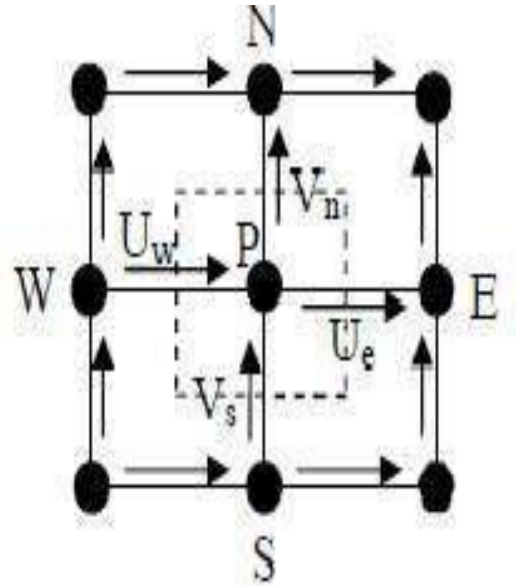


Fig 3. 5 : Volume de contrôle lié à P

Intégration sur un volume de contrôle autour de P donne :

$$\left(U_e - U_w\right)\Delta Y + \left(V_n - V_s\right)\Delta X = 0 \quad (3.35)$$

Substitution des vitesses par $U = U^* - U'$, $V = V^* + V'$

D'où :

$$a_P P_P^{'} = a_E P_E^{'} + a_W P_W^{'} + a_N P_N^{'} + a_S P_S^{'} + b \tag{3.36}$$

$$a_E = d_E \Delta Y \tag{3.36a}$$

$$a_W = d_W \Delta Y \tag{3.36b}$$

$$a_N = d_N \Delta Y \tag{3.36c}$$

$$a_S = d_S \Delta Y \tag{3.36d}$$

$$b = \left(U_W^* - U_e^*\right)\Delta Y + \left(V_W^* - U_e^*\right)\Delta X \tag{3.36e}$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \tag{3.36f}$$

Le terme b devrait tendre vers zéro à la convergence.

3.7. Algorithme SIMPLER

- Equation du mouvement :

$$a_e U_e = \sum a_{nb} U_{nb} + b + \left(P_P - P_E\right) A_e \tag{3.37}$$

Où

$$U_e = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} + \left(P_P - P_E\right) d_E \tag{3.38}$$

On définit U_e pseudo vitesse comme :

$$\widehat{U_e} = \left(\frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \right)_e \tag{3.39}$$

Donc

$$U_e = \widehat{U}_e + \left(P_P - P_E\right) d_e \tag{3.40}$$

De façon similaire :

$$V_e = V_e + \left(P_P - P_N\right) d_n \tag{3.41}$$

- L'équation de continuité :

Lorsque l'on intègre l'équation de continuité sur un volume de contrôle, cela conduit à :

$$\left(U_e - \mathrm{U}_w\right)\Delta Y + \left(V_n - V_s\right)\Delta X) = 0 \tag{3.42}$$

Substitution U_i et V_i par $\widehat{U}_i + \left(P_P - P_E\right) d_i$ et $V_e + \left(P_P - P_N\right) d_i$, Avec i représentant e, w, n et s. l'équation de pression s'écrit alors

$$a_P U_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S \tag{3.43}$$

Avec

$$a_E = d_e \Delta Y \tag{3.43a}$$

$$a_W = d_W \Delta Y \tag{3.43b}$$

$$a_N = d_N \Delta X \tag{3.43c}$$

$$a_S = d_S \Delta X \tag{3.43d}$$

$$b = \left(\widehat{U}_w - \widehat{U}_e\right)\Delta Y + \left(V_s - V_n\right)\Delta X \tag{3.43e}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \tag{3.43f}$$

Remarque

Aucun terme n'a été négligé lors de l'établissement de l'équation de pression. Dans le cadre de la convection naturelle, les champs d'écoulement et de température sont fortement

couplés. Ainsi, les différentes étapes de l'algorithme SIMPLES dans ce contexte sont les suivantes :

Initialisation des vitesses V^*, U^* de la température θ^* et de la concentration en soluté S^*.

Détermination des coefficients des équations de la quantité de mouvement, permettant le calcul des vitesses provisoires (ou pseudos vitesses).

$$\widehat{U_e} = \frac{\sum a_{nb} U_{nb} + b}{a_e}$$

- Calcul des coefficients intervenant dans les équations de pression, suivie de leur résolution pour obtenir une estimation de la pression.
- Cette pression est utilisée comme condition initiale P^*, permettant de résoudre les équations de la quantité de mouvement et d'obtenir les vitesses provisoires V^*, U^*.
- Évaluation du terme b, puis résolution de l'équation de correction de pression afin d'obtenir la pression corrigée P^*.
- Mise à jour des vitesses selon la relation : $U_i + U_i^* + \left(P_p' - P_i'\right)$ sans toutefois modifier la pression à ce stade.
- Résolution des équations d'énergie et de transport de soluté pour obtenir les champs de température et de concentration θ , S .
- Ces nouvelles valeurs sont utilisées comme conditions initiales pour une nouvelle itération, en revenant à l'étape 2.
- Le processus est répété jusqu'à atteindre la convergence souhaitée**.**

3.8. Technique de sous-relaxation

Les coefficients de sous-relaxation sont employés dans les équations algébriques afin de prévenir la divergence des systèmes fortement non linéaires. Cette méthode consiste à atténuer les variations de la grandeur physique Φ d'une itération à l'autre, en introduisant un coefficient de sous-relaxation noté $\alpha\Phi$. Après discrétisation, l'ensemble des équations de conservation peut alors être exprimé sous une forme générale :

$$a_p \Phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b \qquad (3.44)$$

Si nous notons $\phi E*$ la valeur de ϕP à l'itération précédente, il est possible d'écrire :

$$\Phi_p = \Phi_p^* + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb}\Phi_{nb} + b}{a_p}\right] - \Phi_p^* \tag{3.45}$$

L'expression entre parenthèses dans cette équation représente la variation de ϕp au cours d'une itération. Cette variation peut alors être atténuée par l'introduction d'un facteur de sous-relaxation $\alpha\phi$, de la manière suivante :

$$\Phi_p = \Phi_p^* + \alpha_\Phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb}\Phi_{nb} + b}{a_p}\right] - \Phi_p^* \tag{3.46}$$

Les coefficients de sous-relaxation doivent se situer entre 0 et 1. Plus leur valeur est faible, plus la sous-relaxation est importante, ce qui ralentit la convergence. En revanche, des valeurs plus proches de 1 réduisent la sous-relaxation, mais augmentent les risques d'instabilité et de divergence de l'algorithme itératif. Il n'existe pas de règle universelle pour fixer ces coefficients : leur choix dépend de nombreux facteurs, tels que la nature du problème, le nombre et la taille des volumes de contrôle, ainsi que de la méthode itérative employée. Il est toutefois essentiel de bien choisir ces facteurs afin d'assurer la convergence du processus.

3.9. Critère de convergence

On considère qu'un processus itératif a convergé lorsque les itérations successives n'entraînent plus de variation significative des variables dépendantes ϕ. En pratique, cette convergence est vérifiée à l'aide d'un test d'arrêt, appelé critère de convergence, qui varie selon la nature du problème et les objectifs du calcul. Ce critère est généralement formulé en termes d'erreur relative appliquée aux variables U, V, P, θ et S, selon la relation suivante pour chaque variable :

$$\max\left|\frac{\Phi - \Phi^*}{\Phi *}\right| \leq 10^{-4}$$

Il s'applique également au terme b de l'équation de correction de la pression, pour lequel on impose $|b| \leq 10^{-5}$.

3.10. Schémas d'interpolation

Parmi les coefficients de l'équation algébrique (3.15), on retrouve le terme ($|Pi|$), qui correspond à la fonction d'interpolation utilisée pour estimer la variable dépendante ϕ à l'interface du volume de contrôle.

La forme de ($|P|$) dépend du schéma de discrétisation choisi, comme résumé dans le tableau 3.3.

Schéma	$A\|P\|$
Centré	$1-0{,}5\|P\|$
Upwind	1
Hybride	$[0{,}1-0{,}5\|P\|]$
Power-law	$[(0{,}1-0{,}5\|P\|)5]$
Exponentiel	$\frac{p}{\exp\|p\|-1}$

Tableau 3. 3: Les expressions de A /P /selon le schéma d'interpolation Limitations.

- **Le schéma centré** : il est adapté uniquement aux problèmes présentant un faible nombre de Peclet ,2.
- **Le schéma Upwind**

  - Il n'est pas adapté pour les faibles valeurs de |P|.
  - Pour des valeurs élevées de |P|, il tend à surestimer la diffusion (alors que normalement $\frac{d\phi}{dX} \to 0$).

- **Le schéma hybride**

Ce schéma combine les deux approches précédentes. Il se réduit à une approximation centrée lorsque |P| ≤ 2, et devient équivalent au schéma Upwind lorsque |P| > 2. L'erreur maximale se produit autour de |P| ≈ 2

- **Le schéma Power-Law**

Ce schéma est particulièrement recommandé pour les problèmes de convection-diffusion. Il est très performant car il permet une meilleure approximation de la solution exacte. Dans notre cas, nous avons opté pour le schéma Power-Law.

3.11. Application de la méthode des volumes finis à notre problème

On rappelle les équations qui régissent le mouvement :

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \tag{3.47}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial U_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial V_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial X}-\frac{pr}{D_{ai}}U_i+Rv\ \mathrm{pr}\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right)+Ra\ \mathrm{pr}\left[\theta_i+NS_i\right]a \tag{3.48}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left[U_i\frac{\partial U_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial V_i}{\partial Y}\right]=-\frac{\partial P_i}{\partial Y}-\frac{pr}{D_{ai}}U_i+Rv\ \mathrm{pr}\left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V_i}{\partial Y^2}\right)+Ra\ \mathrm{pr}\left[\theta_i+NS_i\right] \tag{3.49}$$

$$U_i\frac{\partial \theta_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}=Rc\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \tag{3.50}$$

$$U_i\frac{\partial S_i}{\partial X}+V\frac{\partial S_i}{\partial Y}=\frac{1}{Le}\left(\frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 S_i}{\partial Y^2}\right) \tag{3.51}$$

3.11.1. Discrétisation des équations du mouvement

3.11.1.1. Equation du mouvement en X

Comme mentionné précédemment, l'équation du mouvement selon la direction X est intégrée dans un volume de contrôle décalé vers la droite, tel qu'illustré à la figure 3.6. Selon cette figure, les nœuds w', P' et e' correspondent respectivement aux nœuds P, e et E. L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction X à travers le volume de contrôle présenté dans la figure 3.6, suivie d'un réarrangement, conduit à l'expression suivante

$$a_{P'}U_{P'}=a_{E'}U_{E'}+a_{W''}U_{W'}+a_{N'}U_{N'}+a_{S'}U_{S'}+\left(P_P-P_E\right)\Delta Y'+b' \tag{3.52}$$

Les coefficients ont été définis par les équations (4.21), alors que les expressions des

Conductances diffusives et les débits volumiques sont donnés par :

$$\left.\begin{aligned} D_{e'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{e'} \Delta Y' & F_{e'} &= U_{e'}\Delta Y' \\ D_{w'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{w'} \Delta Y' & F_{w'} &= U_{w'}\Delta Y' \\ D_{n'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_{n'} \Delta X' & F_{n'} &= U_{n'}\Delta X' \\ D_{S'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_{S'} \Delta X' & F_{S'} &+ V_{S'}\Delta X' \end{aligned}\right\} \qquad (3.53)$$

Avec $\Gamma = R_v pr, b' = Sc\ \Delta X'\Delta Y'$ et les valeurs de Sc et Sp t sont données dans le tableau (3.2)

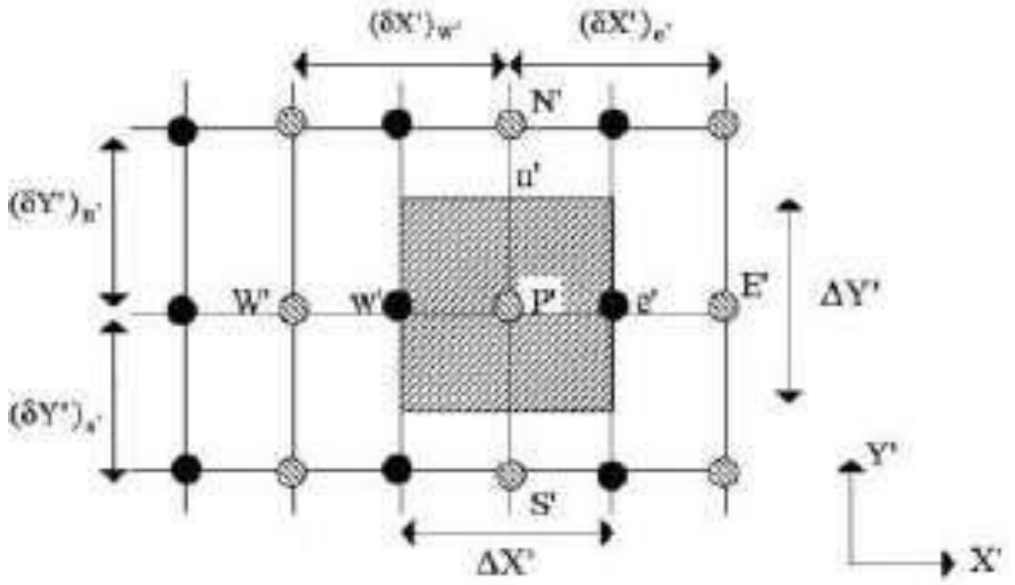


Fig 3. 6 : Schéma du volume de contrôle pour U.

3.11.1.2. Equation du mouvement en Y

L'intégration est effectuée dans le volume de contrôle de l'équation du mouvement selon la direction Y, décalé vers le haut, comme illustré dans la figure 4.7. Les nouveaux nœuds seront notés P", E", W" et N", et les interfaces correspondantes seront désignées par e", w", n" et s". Selon cette figure, on remarque que les nœuds s", P" et n" correspondent respectivement aux nœuds P, n et N. En suivant une démarche similaire en adoptant la même méthode d'intégration que dans la direction X, la discrétisation de l'équation du mouvement selon l'axe Y s'obtient comme suit :

$$a_{P''}V_{P''} = a_{E''}V_{E''} + a_{W''}V_{W''} + a_{N''}V_{N''} + a_{S''}V_{S''} + \left(P_P - P_N\right)\Delta Y'' + b'' \tag{3.54}$$

Où les coefficients ont été définis dans les équations (3.21), et les expressions des flux

Diffusifs et les débits volumiques prennent la forme :

$$\left.\begin{array}{ll} D_{e''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta X''}\right)_e Y'' & F_{e''} = U_{e''}\Delta Y'' \\ D_{w''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta X''}\right)_w Y'' & F_{w''} = U_{e''}\Delta Y'' \\ D_{n''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{n''} X & F_{n''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{S''} \Delta X \\ D_{S''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{S''} X & F_{S''} = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{S''} \Delta X \end{array}\right\} \tag{3.55}$$

Avec $\Gamma = R_v p_r$, et terme source est donné par :

$$b'' = Sc\Delta X''\Delta Y'' \tag{3.56}$$

La valeur $\theta P''$ de et SP'' aux interfaces sera calculée de la manière suivante pour le cas du modèle horizontal :

$$\left.\begin{array}{l} \theta_{p''} = fe\theta_p + (1 - fe)\theta_N \\ S_{p''} = feS_p + (1 - fe)S_N \end{array}\right\} \tag{3.57}$$

Et fe est un facteur d'interpolation définis par :

$$fe = \frac{Y_N - Y_{P'}}{Y_N - Y_P} \tag{3.58}$$

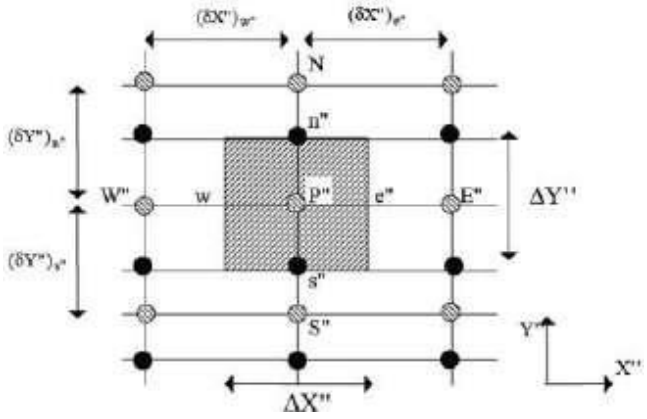


Fig 3.7 : Schéma du volume de contrôle pour V.

D'une manière similaire, on détermine S et θ pour le cas du modèle vertical

3.11.2. Equation de correction de pression

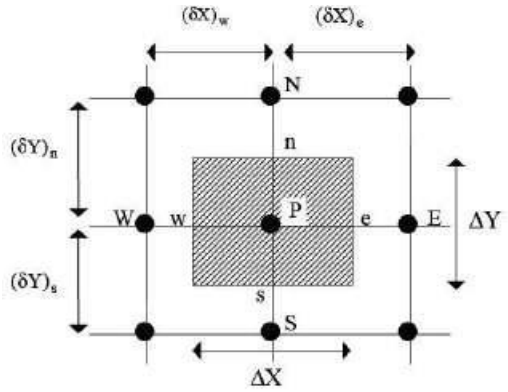


Fig 3. 8 : Schéma du volume de contrôle pour P.

L'intégration de l'équation de continuité appliquée au volume de contrôle représenté sur la figure 3.8 permet d'obtenir :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial U}{\partial X}\, dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial V}{\partial Y}\, \mathrm{dXdY}=0 \tag{3.59}$$

Ainsi, après avoir procédé à l'intégration et à la simplification, et en adoptant la même démarche que celle utilisée en (c), l'équation obtenue s'écrit sous la forme :

$$a_{P'}P'_P = a_E P_P + a_W P_W + a_N P_N a_S P_S + b_{p'} \tag{3.60}$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \tag{3.61}$$

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_e \Delta Y \\ a_w &= d_w \Delta Y \\ a_N &= d_N \Delta X \\ a_S &= d_S \Delta X \end{aligned}\right\} \tag{3.62}$$

Avec

$$\left.\begin{aligned} d_e &= \frac{A_e}{a_e} = \frac{Y}{a_e} \\ d_w &= \frac{A_w}{a_e} = \frac{Y}{a_w} \\ d_n &= \frac{A_e}{a_n} = \frac{X}{a_n} \\ d_S &= \frac{A_S}{a_S} = \frac{X}{a_n} \end{aligned}\right\} \tag{3.63}$$

Avec

$$b_{p'} = \left(U_W^* - U_e^*\right)\Delta Y + \left(V_s^* - V_n^*\right)\Delta X \tag{3.64}$$

L'indice (*) indique la valeur des variables issues de l'itération précédente. En suivant le même raisonnement pour déterminer le champ de pression, on obtient alors :

$$a_P U_P = a_W P_W + a_E P_E + a_S P_S + a_N P_N + b_P \tag{3.65}$$

Avec

$$\left.\begin{aligned} a_E &= d_E \Delta Y \\ a_W &= d_W \Delta Y \\ a_N &= d_N \Delta X \\ a_S &= d_S \Delta X \end{aligned}\right\} \tag{3.66}$$

Avec

$$b_p = \left(\widehat{U}_W - \widehat{U}_e\right)\Delta Y + \left(\hat{V}_s - \hat{V}_n\right)\Delta X \tag{3.67}$$

Avec :

$$a_P = a_E + a_W + a_S + a_N \tag{3.68}$$

$$\left.\begin{aligned} \widehat{U}_{P'} &= \frac{\sum_{nb'} U_{nb'}}{a_{p'}} \\ \hat{V}_{P'} &= \frac{\sum_{nb'} V_{nb'}}{a_{p'}} \end{aligned}\right\} \tag{3.69}$$

3.11.3. Discrétisation de l'équation de l'énergie

L'intégration de l'équation de l'énergie est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure 4.8.

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial \theta}{\partial X}\, dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial \theta}{\partial Y}\, \mathrm{dXdY} = \mathrm{R}_K \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \mathrm{dXdY} \tag{3.70}$$

Suite à l'intégration et à la mise en forme des différents termes, l'équation discrétisée de l'énergie s'écrit de la manière suivante :

$$a_P \theta_P = a_W \theta_W + a_E \theta_E + a_S \theta_S + a_N \theta_N \tag{3.71}$$

Où les coefficients ont été définis dans les équations (3.21). Les flux diffusifs ainsi que les débits volumiques s'expriment alors sous la forme suivante :

$$\left.\begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_e & F_e &= U_E \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X}\right)_w & F_w &= U_e \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_n & F_{n''} &= U_w \Delta X \\ D_S &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y}\right)_S & F_S &= U_S \Delta X \\ & & \Gamma &= R_K \end{aligned}\right\} \tag{3.72}$$

3.11.4. Discrétisation de l'équation du soluté

L'intégration de l'équation du soluté est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure 4.8.

$$\int_s^n \int_w^e U \frac{\partial S}{\partial X}\, dXdY + \int_s^n \int_w^e V \frac{\partial S}{\partial Y}\, \mathrm{dXdY} = \frac{1}{Le} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 S}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2} \right) \mathrm{dXdY} \tag{3.73}$$

Après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme :

$$a_P S_P = a_W S_W + a_E S_E + a_S S_S + a_N S_N \tag{3.74}$$

Les coefficients, définis dans les équations (3.21), permettent d'exprimer les flux diffusifs ainsi que les débits volumiques sous la forme suivante :

$$\left.\begin{array}{ll} D_e = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta X} \right)_e \Delta \mathrm{Y} & F_e = U_e \Delta Y \\ D_w = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta X} \right)_w \Delta \mathrm{Y} & F_w = U_w \Delta Y \\ D_n = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X & F_{n''} = U_n \Delta X \\ D_w = \left(\dfrac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X & F_w = U_w \Delta X \\ \Gamma = \dfrac{1}{Le} & \end{array}\right\} \tag{3.75}$$

Chapitre 04

Résultats et Discussions

4.1. Introduction

Nous présentons dans cette section, les résultats de la simulation numérique obtenus selon le modèle physique proposé pour cette étude. Dans toutes les simulations de cette étude, nous avons considéré une solution aqueuse comme fluide saturant les deux couches poreuses ($\mathrm{Pr} = 7$). Les porosités ε_1 et ε_2, le nombre de Lewis sont respectivement fixés à 0.5, 0.6, et 100. Le rapport de la viscosité ($R\nu$) est pris égal à l'unité. Par ailleurs, Nous nous sommes placés dans le cas d'un écoulement convectif où la contribution des forces de volume dues à la concentration vient s'ajouter à celle des forces de volume dues à la température. C'est la convection double diffusive avec un rapport des forces de volume $N > 0$(convection thermosolutale coopérante). Nous avons pris une large étendue du rapport des perméabilités R_K, Le nombre de Rayleigh ils varient respectivement dans les proportions suivantes : $10^{-3} \le \mathrm{R_K} \le 1$ et$10^4 \le \mathrm{Ra} \le 10^7$, le rapport des conductivités thermiques ainsi le rapport de diffusivité massique est différent de l'unité. L'épaisseur des deux couches poreuses prends les valeurs suivantes 0.3-0.7, 0.5-0.5 et 0.7-0.3 Les résultats des calculs numériques sont présentés en termes de lignes de courants, des isothermes, des isoconcentrations et des transferts thermiques et massiques moyens.

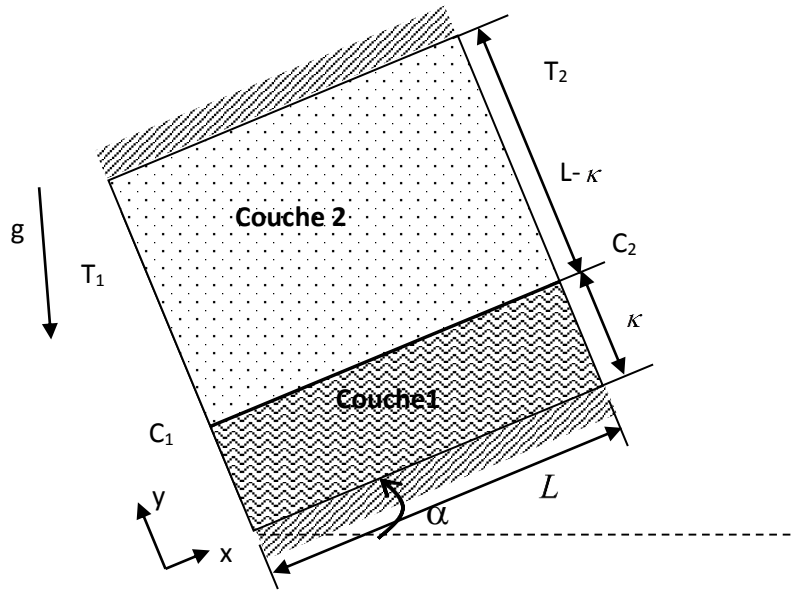


Fig 4. 1: Le modèle Physique

En général, l'adimensionnement est une méthode qui peut permettre de réduire le nombre de paramètres influençant les phénomènes physiques et de généraliser les résultats à obtenir.

$$X = x/L \ , \ Y = y/L \ , \quad U = uL/\alpha \ , \ V = vL/\alpha , \quad \theta = (T - T_{ref})/(T_1 - T_2) \ , \quad \phi = (C - C_{ref})/(C_1 - C_2) ,$$

$$P = p\frac{L^2}{\left(\frac{\rho_f . \alpha^2}{\varepsilon^2}\right)} \qquad \text{Avec :} \qquad T_{ref} = (T_1 + T_2)/2 \ , \ C_{ref} = (C_1 + C_2)/2$$

En procédant à une mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes, celles-ci s'écrivent sous la forme suivante :

-Equation de continuité

$$\vec{\nabla}.\vec{V} = 0 \tag{4.1}$$

-Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{1}{\varepsilon_i^2}\left(\vec{\nabla}.\vec{V}\right)\vec{V} = -\vec{\nabla}P - \frac{\mathrm{Pr}}{Da_i}\vec{V} + \mathrm{Pr}\, R_\nu\left(\nabla^2\vec{V}\right) \tag{4.2}$$

-Equation de l'énergie

$$\vec{V}.\vec{\nabla}\theta_i = \overline{\nabla}\left(\lambda^r\vec{\nabla}\theta_i\right) \tag{4.3}$$

-Equation de concentration

$$\vec{V}.\vec{\nabla}\phi_i = \frac{1}{Le}\vec{\nabla}\left(D^r\vec{\nabla}\phi_i\right) \tag{4.4}$$

L'indice i représente la couche poreuse, peut prendre la valeur 1 ou 2.

4.2. Conditions aux limites

Pour la résolution du problème physique, nous avons besoin d'associer aux équations mathématiques régissant le phénomène de convection naturelle, un nombre adéquat de conditions aux limites. A côté des conditions aux limites, on associe aussi les conditions de continuité aux interfaces poreux-poreux. Les deux couches poreuses considérées ont la même conductivité thermique. Les conditions aux limites se traduisent sous forme mathématique comme suit :

Pour $Y = 0$ and $0 < X < 1$; $U_1 = V_1 = 0$, $\left.\frac{\partial\theta_1}{\partial Y}\right|_{(X,0)} = \left.\frac{\partial\phi_1}{\partial Y}\right|_{(X,0)} = 0$ (4.7)

Pour $Y = 1$ and $0 < X < 1$; $U_2 = V_2 = 0$, $\left.\frac{\partial\theta_2}{\partial Y}\right|_{(X,1)} = \left.\frac{\partial\phi_2}{\partial Y}\right|_{(X,1)} = 0$ (4.8)

Pour $X = 0$ and $0 \le Y \le 1$ $U_1 = U_2 = 0$ $V_1 = V_2 = 0$ $\theta(0,Y) = \phi(0,Y) = +0.5$ (4.9)

Pour $X = 1$ and $0 \le Y \le 1$ $U_1 = U_2 = 0$ $V_1 = V_2 = 0$ $\theta(Y,1) = \phi(Y,1) = -0.5$ (4.10)

4.3. Méthode de résolution

Les équations différentielles régissant la convection double diffusive dans le modèle physique sont transformées en un système d'équations algébriques à l'aide de l'approche du volume de finis. Le système d'équations algébriques est résolu itérativement au moyen de l'algorithme de Thomas. La discontinuité entre les deux couches poreuses est traitée à l'aide de la formulation de la moyenne harmonique. La convergence est contrôlée en termes d'erreur relative pour les variables P, U, V, θ, ϕ et le résidu massique sur chaque volume de contrôle. Le critère de convergence $\left|\frac{\Phi_{ij}^{n+1} - \Phi_{ij}^{n}}{\Phi_{ij}^{n}}\right| < 10^{-4}$ et la valeur absolue de résidues de masse inférieur 10^{-5}. Le présent code a été validé en comparant les résultats obtenus avec les données publiées dans la littérature, une bonne concordance a été observée avec les travaux publiés cités dans les références, on peut le voir dans le tableau 2.

4.4. Sensibilité du code de calcul au maillage et validation

Pour trouver le nombre de nœuds adéquat, nous avons effectué plusieurs exécutions pour notre modèle. Un maillage de (82×82) nœuds donne un bon compromis entre le temps d'exécution et la précision des résultats. Un exemple de calcul est présenté dans les tableaux

Grid	22×22	42×42	62×62	82×82	102×102
Nu	19.42	17.96	16.87	16.67	16.59
Sh	104.32	101.48	90.66	90.69	92.82

Tableau 4. 1: Sensibilité du code de calcul au maillage pour $Ra = 10^6$, Pr=7, N=1, $Le = 100$.

4.5. Validation du code de calcul

Le présent code a été validé en comparant les résultats obtenus avec les données publiées dans la littérature, une bonne concordance a été observée avec les travaux publiés cités dans les références, Les résultats comparatifs sont résumés dans les tableaux 2 en termes des valeurs du nombre de Nusselt et Sherwood moyens.

	Da / Ra_m	10^{-8}	10^{-5}	10^{-2}
Bennacer *et al.*[41]	$5\ 10^2$	8.80	8.37	3.26
Lauriat *et al.*[42]		8.84	8.41	3.30
Present study		8.94	8.42	3.26
Bennacer *et al.*[41]	10^3	13.48	12.26	4.18
Lauriat *et al.*[42]		13.41	12.42	4.26
Present study		13.51	12.41	4.18

Tableau 4. 2: Comparaison de Nombre Nusselt avec présent résultat pour $A = 1$, $Pr = 0.71$.

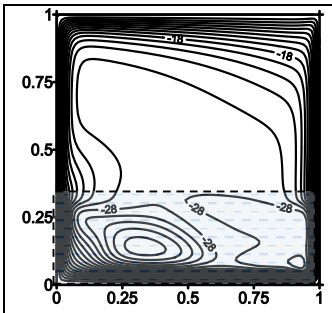
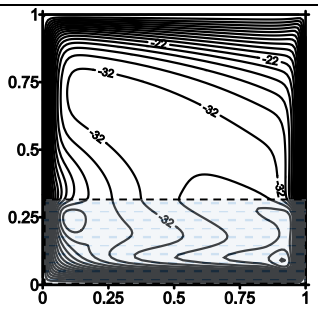
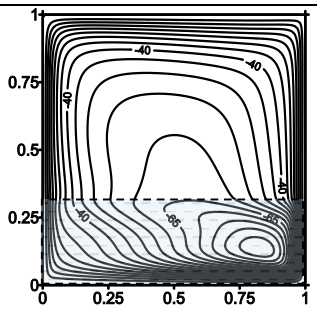
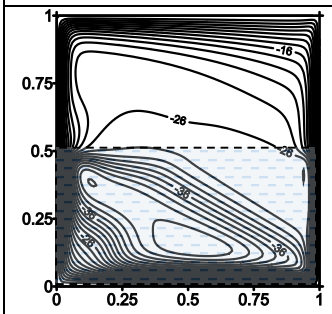
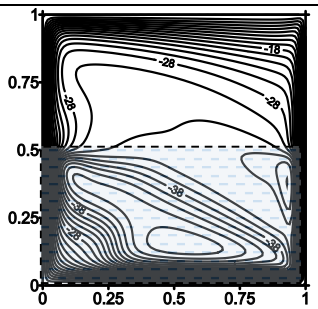
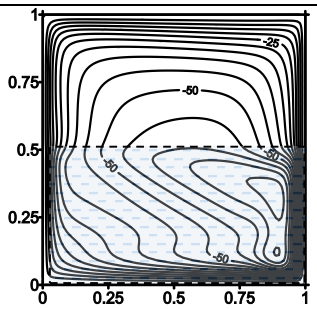
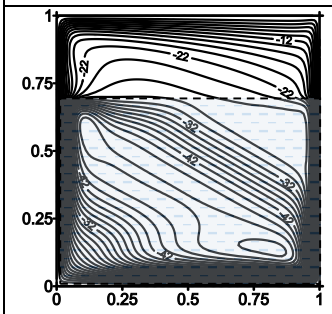
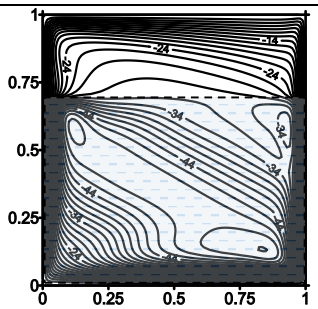
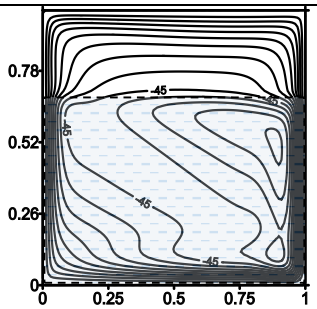
 Nu=9.47 Sh=1604.21 Psi=37.094	 Nu=18.36 Sh=1718.96 Psi=40.15	 Nu=43.73 Sh=1653.41 Psi=88.32	$\kappa = 0.3 - 0.7$
 Nu=12.66 Sh=1153.09 Psi=45.80	 Nu=18.39 Sh=1229.50 Psi=47.40	 Nu=34.91 Sh=1180.94 Psi=72.67	$\kappa = 0.5 - 0.5$
 Nu=15.27 Sh=740.81 Psi=50.73	 Nu=18.28 Sh=787.15 Psi=52.09	 Nu=27.35 Sh=767.38 Psi=66.02	$\kappa = 0.7 - 0.3$
$\lambda^r = 0.1$	$\lambda^r = 1$	$\lambda^r = 10$	

Fig 4. 2: Représentation des lignes de courant pour Ra=10^6, D_{a1}=10-3et $D_{a2}=10^{-5}$, α=30°, $D^r = 100$.

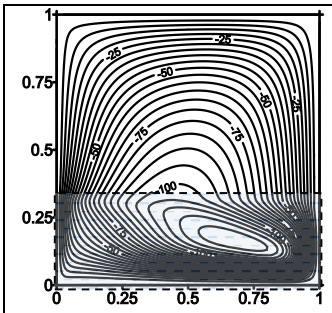
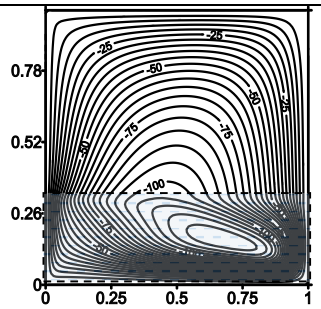
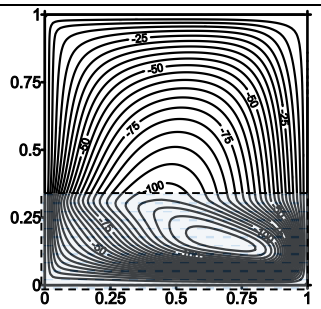
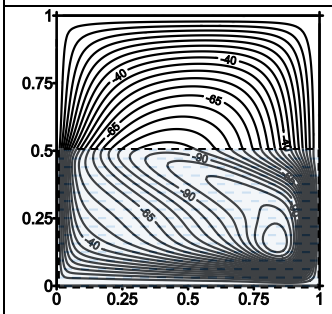
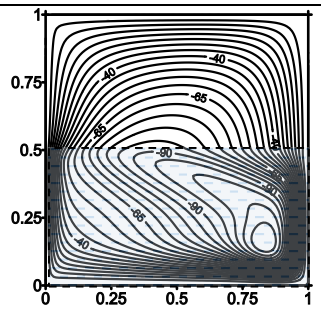
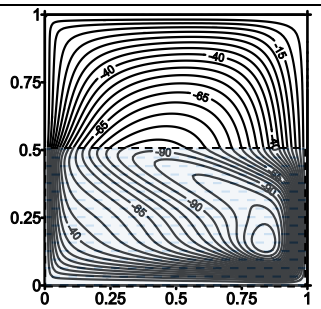
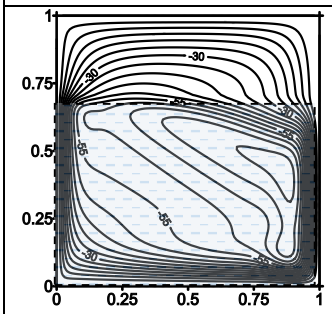
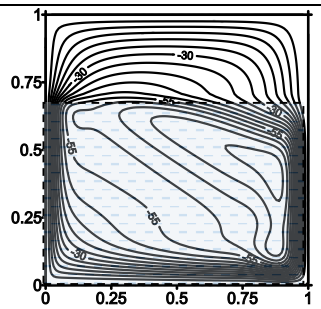
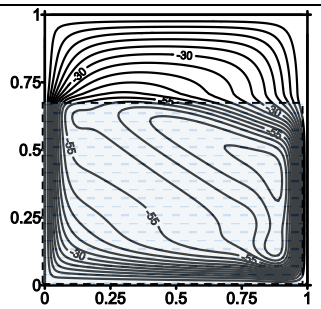
 Nu=139.11 Sh=43.55 Psi=123.48	 Nu=139.28 Sh=80.09 Psi=123.68	 Nu=139.32 Sh=310.81 Psi=123.84	$\kappa = 0.3 - 0.7$
 Nu=84.90 Sh=59.93 Psi=114.57	 Nu=85.06 Sh=83.91 Psi=114.73	 Nu=85.26 Sh=246.68 Psi=114.49	$\kappa = 0.5 - 0.5$
 Nu=49.93 Sh=73.36 Psi=77.69	 Nu=49.93 Sh=73.36 Psi=77.69	 Nu=49.93 Sh=73.36 Psi=77.69	$\kappa = 0.7 - 0.3$
$D^r = 0.1$	$D^r = 1$	$D^r = 10$	

Fig 4. 3: Représentation des lignes de courant pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $\lambda^r = 100$.

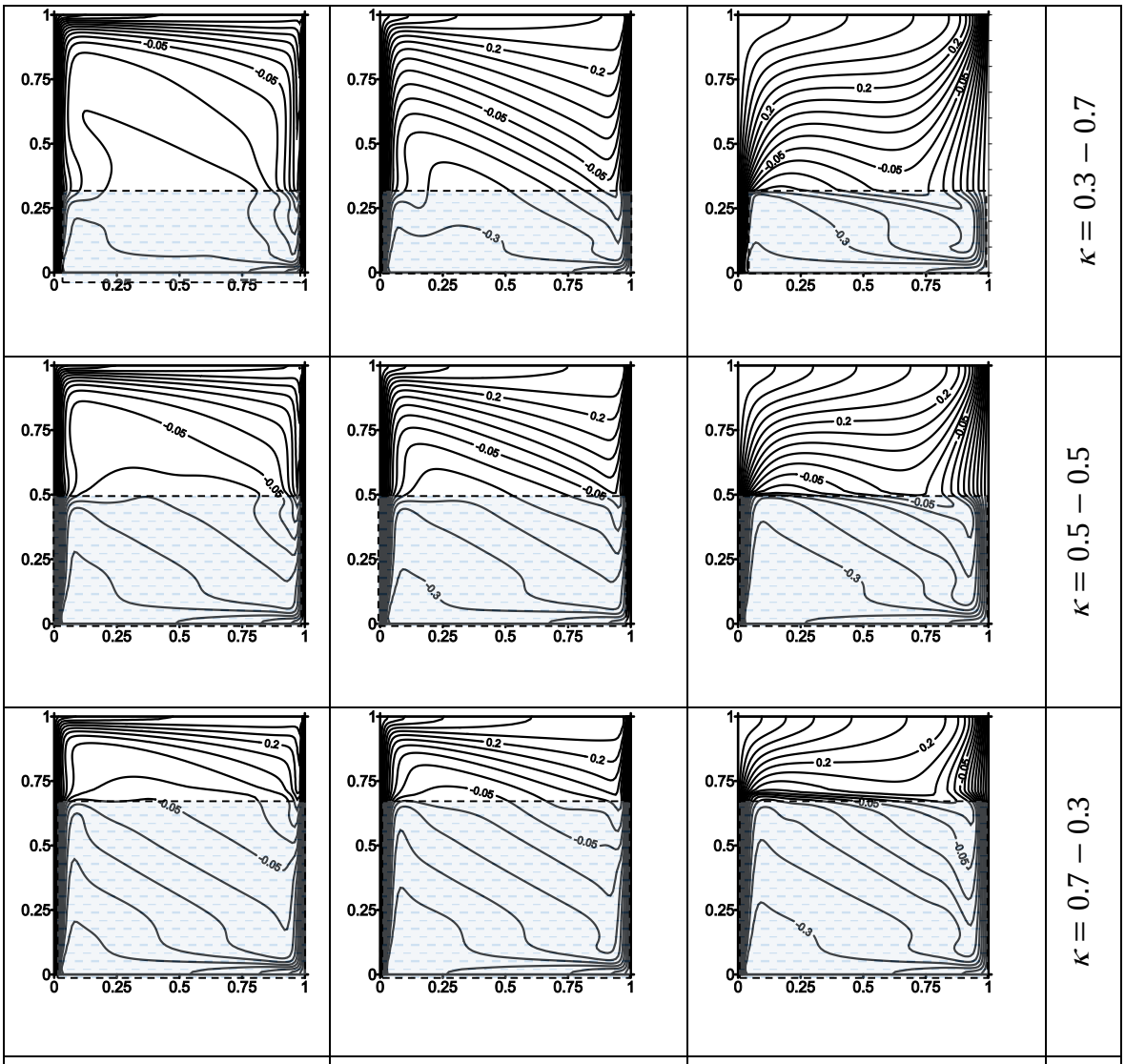


Fig 4. 4: Représentation des Isothermes pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $D^r = 100$.

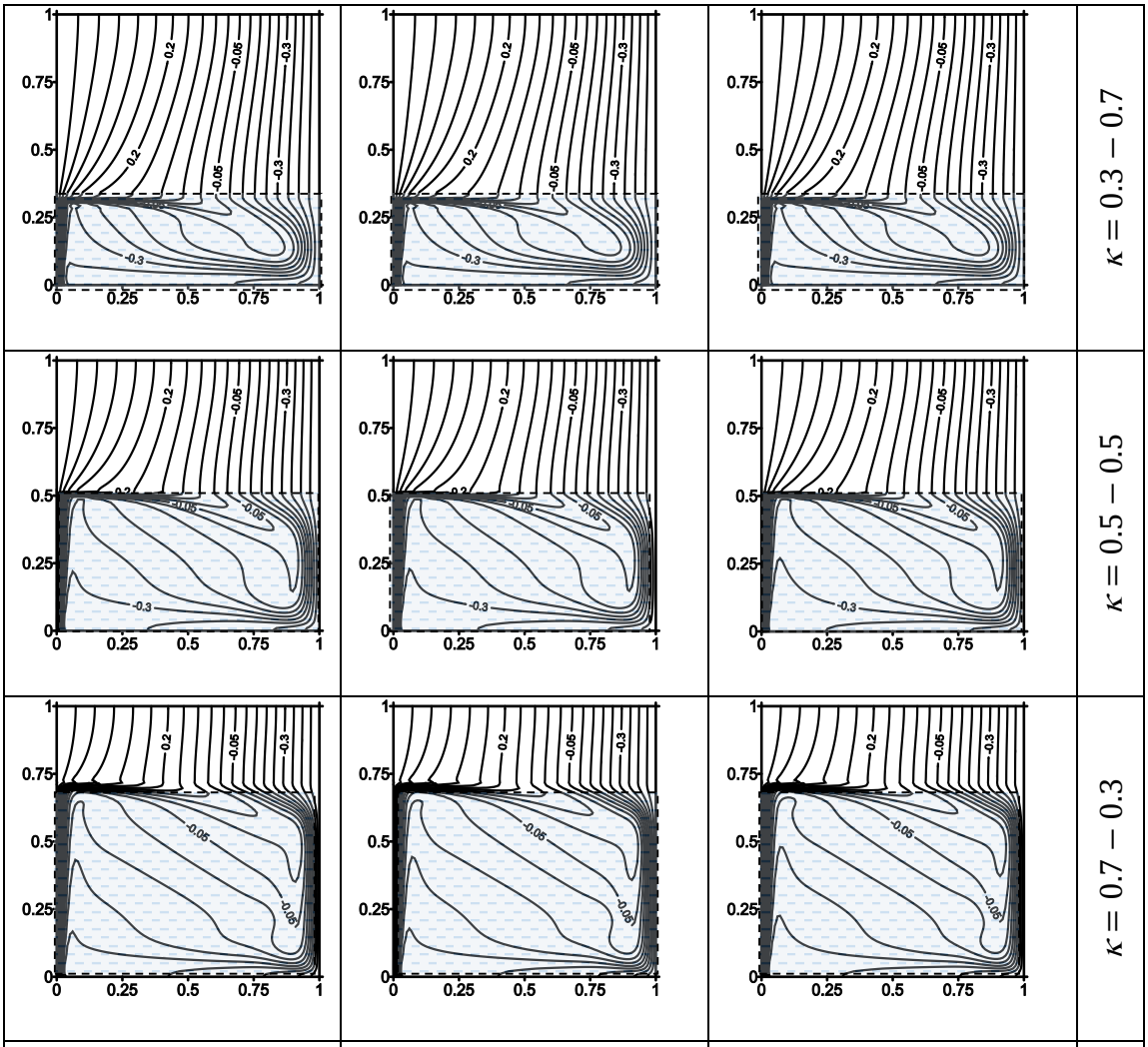


Fig 4. 5: Représentation des Isothermes pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5},α=30°, $\lambda^r = 100$.

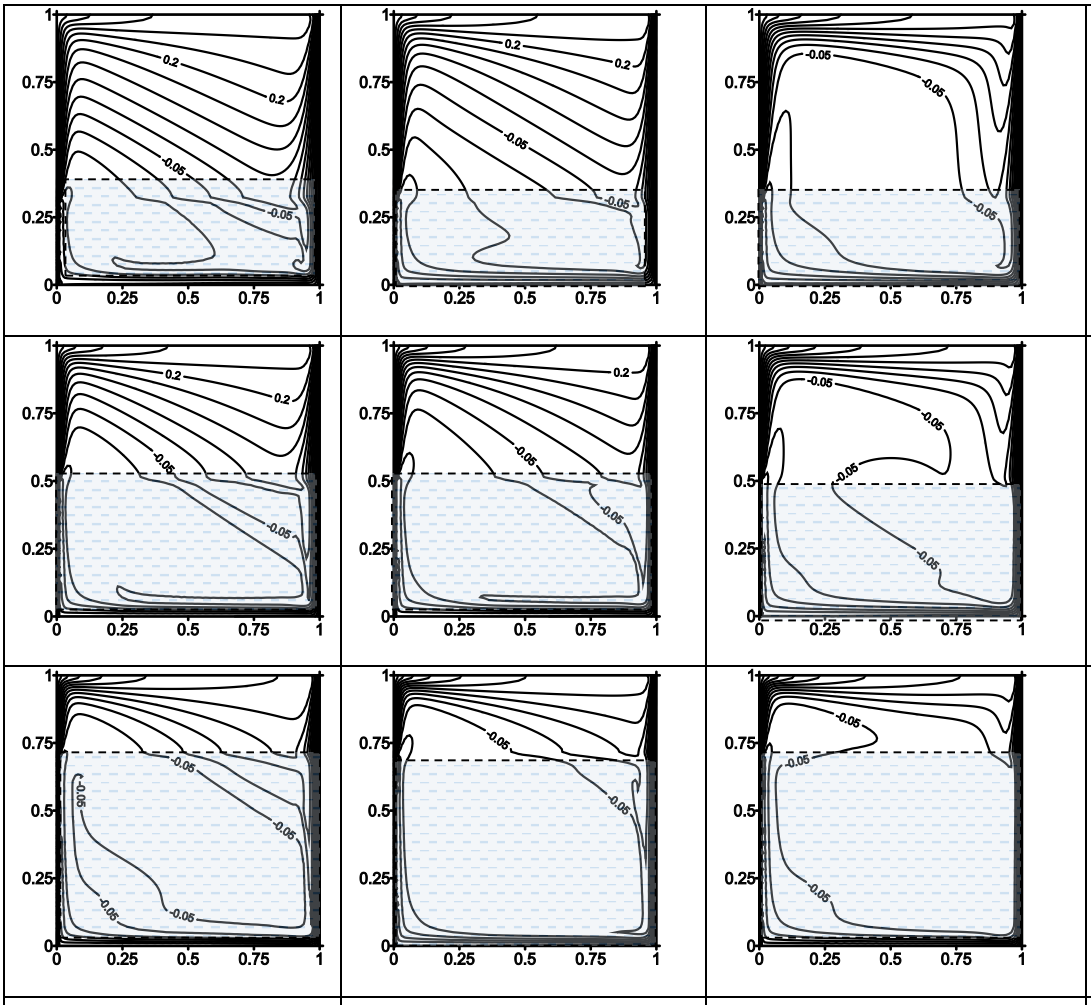


Fig 4. 6: Représentation des Isoconcentrations pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $D^r = 100$.

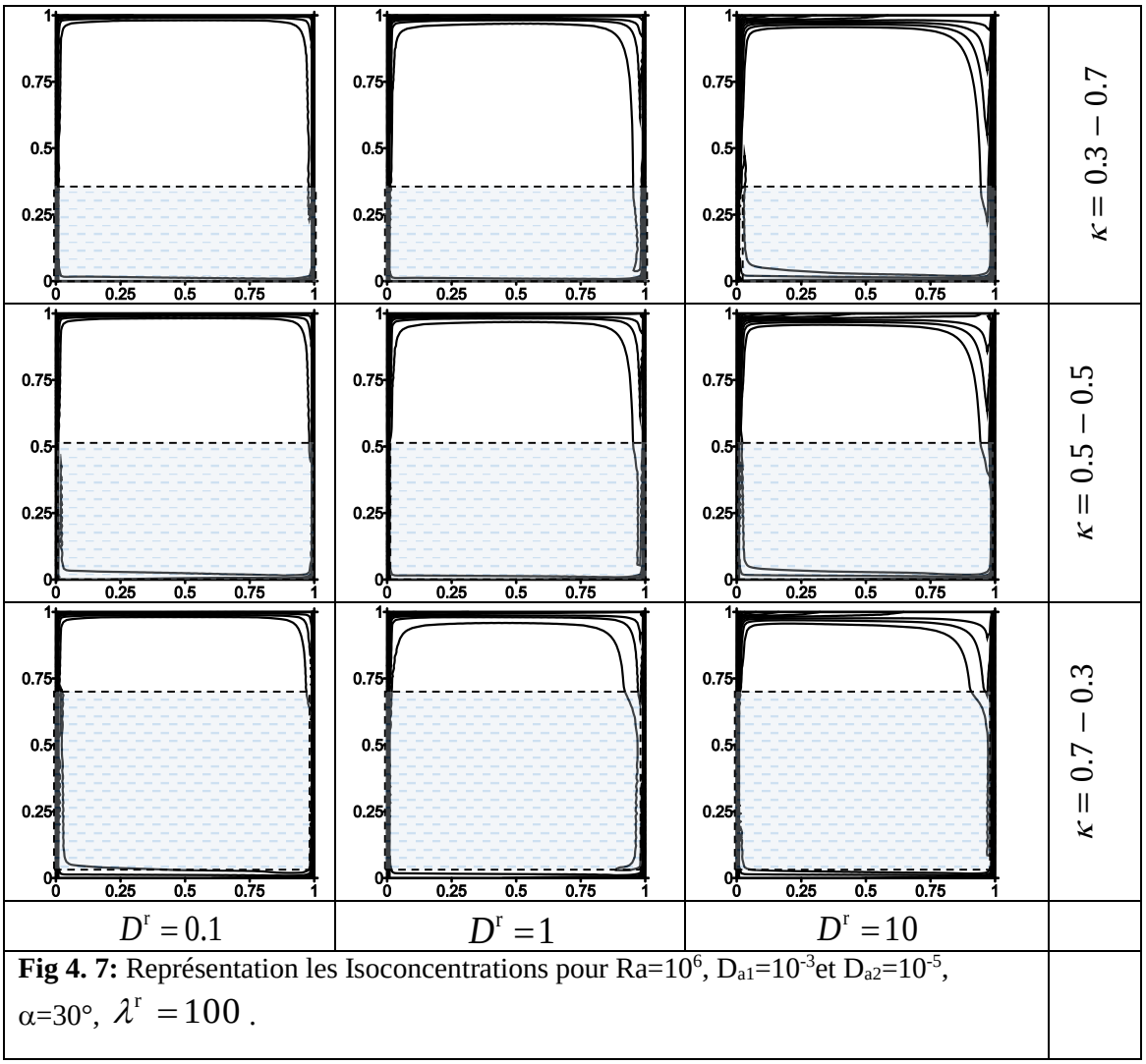


Fig 4. 7: Représentation les Isoconcentrations pour Ra=10^6, D_{a1}=10^{-3}et D_{a2}=10^{-5}, α=30°, $\lambda^r = 100$.

4.6. Lignes de courant-isothermes –isoconcentrations

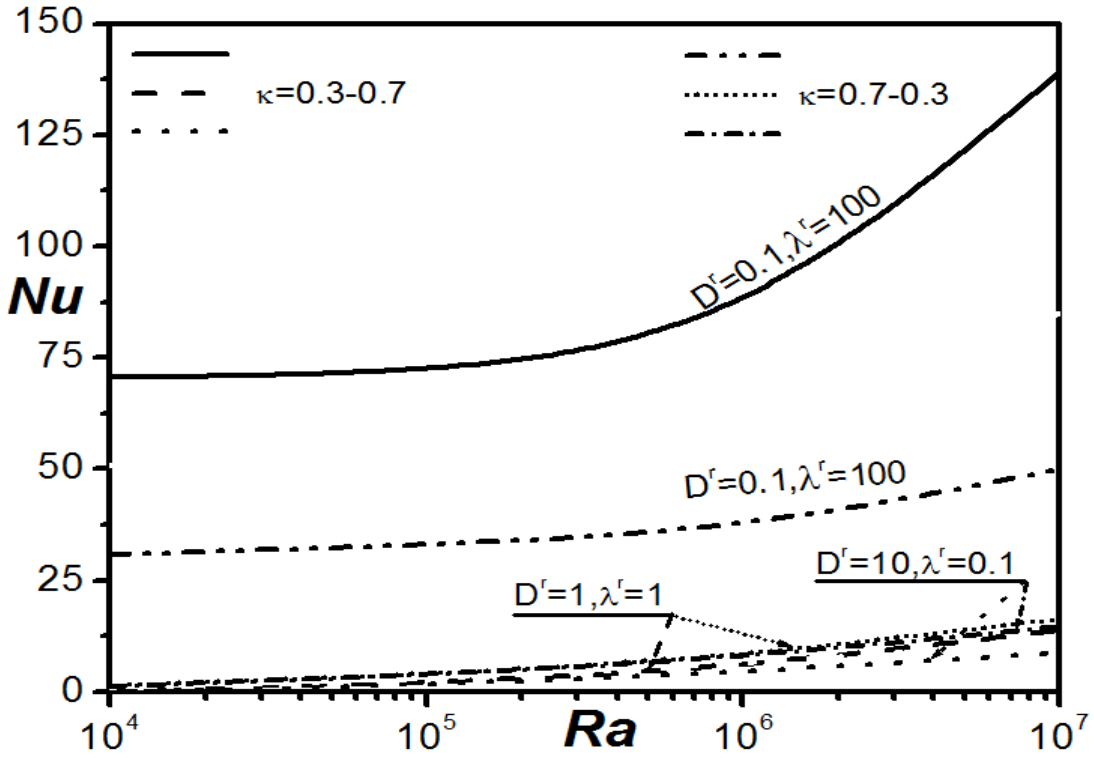
Les structures d'écoulement, des isothermes et des isoconcentrations sont présentées dans les figures 4.2 à 4.7. Pour une situation présentant une faible valeur de R_K, une résistance significative à l'écoulement dans la deuxième couche est à noter. Ce comportement est dû à la faible perméabilité de la deuxième couche poreuse. A cet effet, la circulation du fluide dans la couche 1 est plus favorable et la convection thermosolutale est plus prononcée dans cette première couche. Pour des valeurs de R_K plus élevées, la convection thermosolutale est bien prononcée dans la couche poreuse.

Pour une situation présente D^r =100 avec différentes valeurs de rapport de conductivité thermiques λ^r est égal 0.1, 1 et 10. on observe que le transfert thermique augmente avec les valeurs de λ^r avec l'augmentation de l'épaisseur de la première couche poreuse 0.3-0.7, 0.5-0.5 et 0.7-0.3 la même situation est observé pour le transfert de masse et l'augmentation de la valeur de la fonction de courant pour la même valeur de l'épaisseur de la couche poreuse. L'effet de la

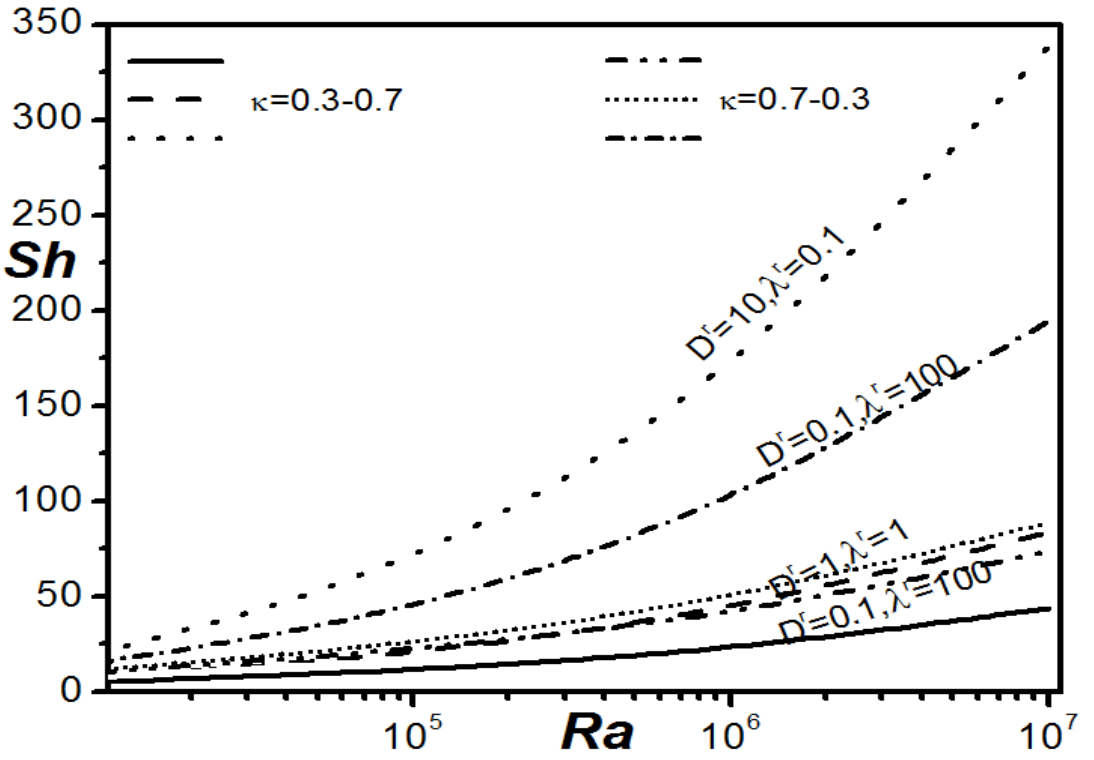
couche poreuse est bien clair sur diminution de valeurs de nombre de Sherwood ou bien nombre de la fonction de courant avec l'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse. L'effet de rapport de conductivité sur le transfert de chaleur ainsi l'effet du rapport de rapport de diffusivité sur le transfert de masse et même sur l'intensité de courant est bien montré par les deux figure 4.2 et figure 4.3.

Les isothermes sont déformées et un gradient de température intensif prend place dans les deux couches poreuses est observé dans la figure 4.4.par contre elles sont parallèles aux parois verticales dans la seconde couche figure 4.5, indiquant que le transfert thermique tend vers une situation diffusive. La déformation des isothermes prend place dans les deux couches. La distance entre les isothermes la couche poreuse dans le cas où ($\lambda_{layer1} >> \lambda_{layer2}$) ou bien le cas où ($\lambda_{layer2} >> \lambda_{layer1}$) est indiqué que le gradient de température est minimal. Par ailleurs les isoconcentrations sont déformés dans la cavité indiquant que la convection thermosolutale est bien prononcée figure. 4.6. Cette situation est due aux effets combinés des rapports de conductivité thermique et diffusivité massique le et à la valeur du nombre de Lewis qui est élevée (Le=100) les isoconcentrations disparaitre complètement ($D^r{}_{layer1} >> D^r{}_{layer2}$) ou bien le cas où ($D^r{}_{layer2} >> D^r{}_{layer1}$) figure 4.7. Lorsque l'enceinte est inclinée, elle facilite la distorsion des lignes de courant, des isothermes et des lignes d'isoconcentration.

L'effet des rapports de conductivité thermique et diffusivité massique sur la structure d'écoulement, des isothermes et des isoconcentrations est très appréciable. En effet, pour une épaisseur κ fixé, en passant de D^r et λ^r de $0.1,1$ puis à 10, l'intensité de la convection thermosolutale augmente. Ce comportement est traduit par la valeur de $|\psi|_{\max}$ qui représente l'intensité de la convection thermosolutale dans la couche présentant la plus grande perméabilité. A titre d'indication $|\psi|_{\max}$ passe de 37.09 à 88.32 puis 123.48 par contre lorsque D^r passe de 0.1 à 10 l'augmentation de $|\psi|_{\max}$ n'est pas notable. Ce qui explique l'affectation de l'allure des isothermes et des isoconcentrations par le paramètre λ^r.



(a) transfert de chaleur

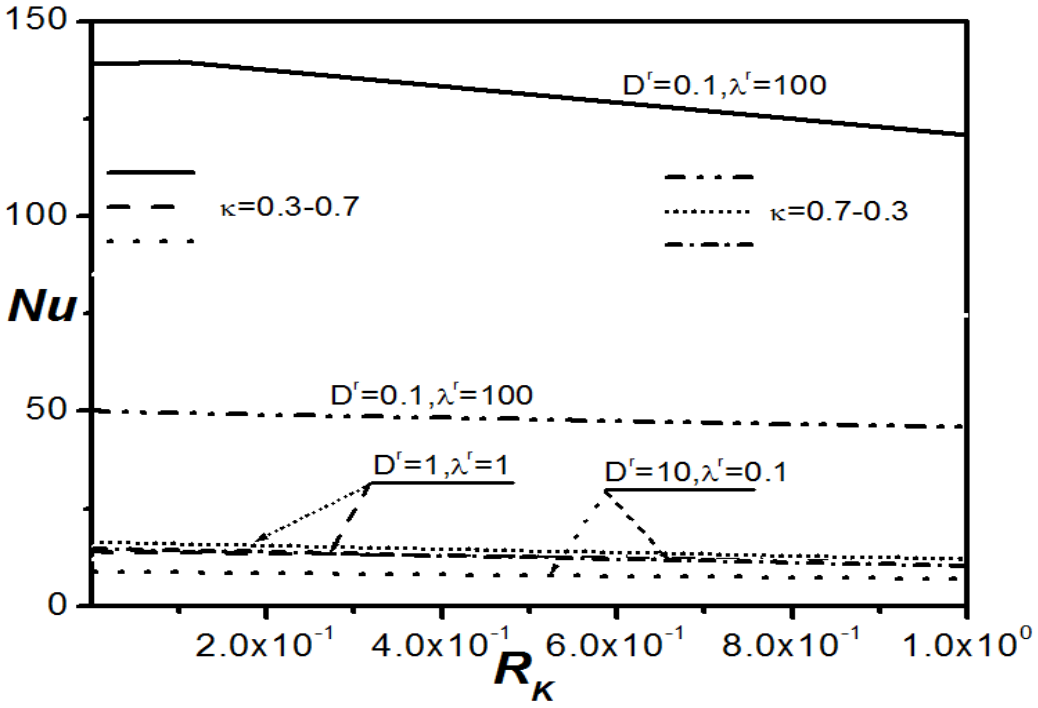


(b) transfert de masse

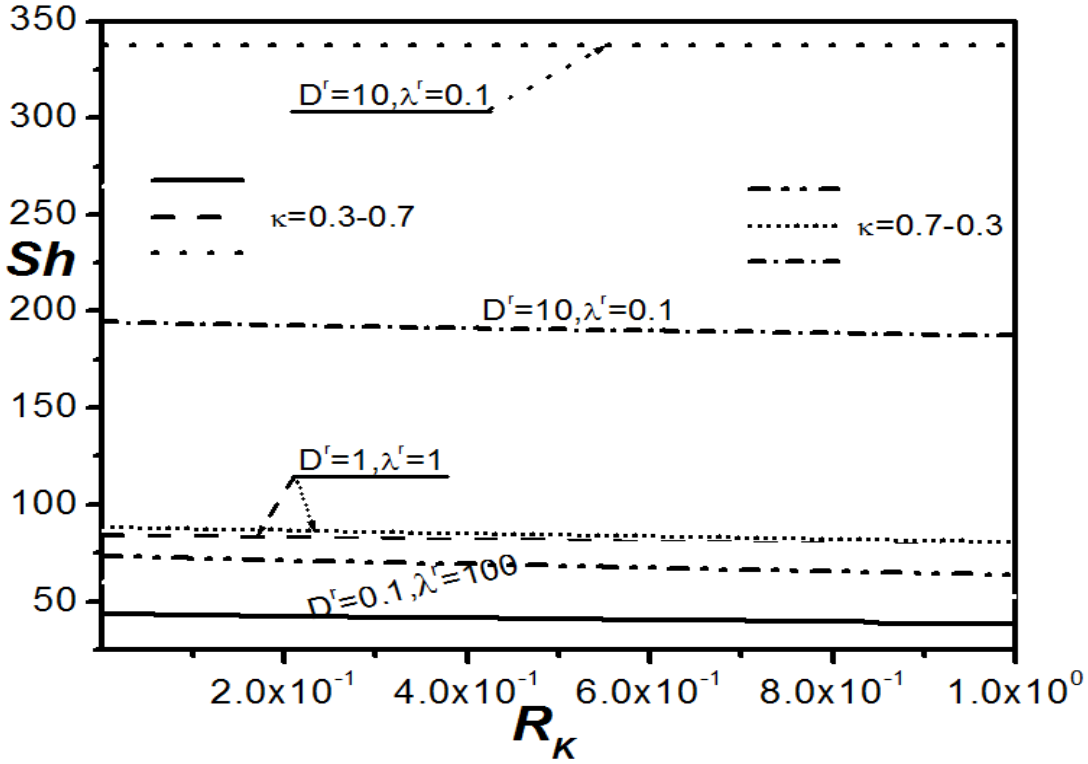
Fig 4. 8: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de nombre de Rayleigh et différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2 et $\alpha = 30^\circ$.

4.7. Effet du nombre Rayleigh sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens

L'évolution des transferts thermique et massique de l'ensemble de la cavité poreuse en fonction du nombre de nombre de Rayleigh R_a pour différentes valeurs de D^r et λ^r et différentes valeurs de l'épaisseur des couches poreuses (κ) est présentée dans les figures 4.8a et 4.8b. Les effets de Ra sur les transferts sont notables. Les nombres de Nusselt et de Sherwood augmentent lorsque le nombre de Rayleigh augmente. Il est clair que les Nu et Sh augmentent avec l'augmentation du rapport de conductivité thermique et rapport de diffusivité massique respectivement. Il convient de noter que l'épaisseur de la couche poreuse a une influence significative sur le transfert de chaleur et de masse dans l'enceinte car leur évolution est beaucoup plus perceptible lorsque l'épaisseur passe de 0.3 à 0.7. Le nombre de Sherwood diminue avec l'augmentation λ^r en particulier lorsque le nombre de Rayleigh est très élevé comme le montre la figure. 4.8b.



(a) transfert de Chaleur

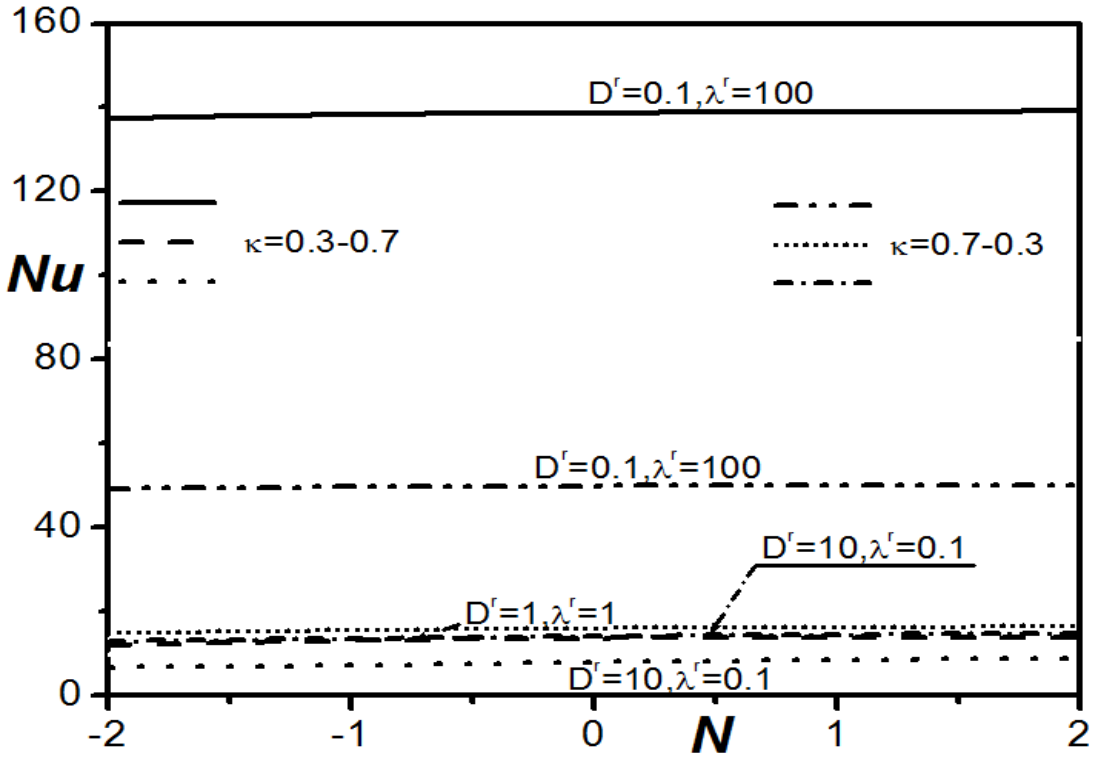


(b)transfert de masse

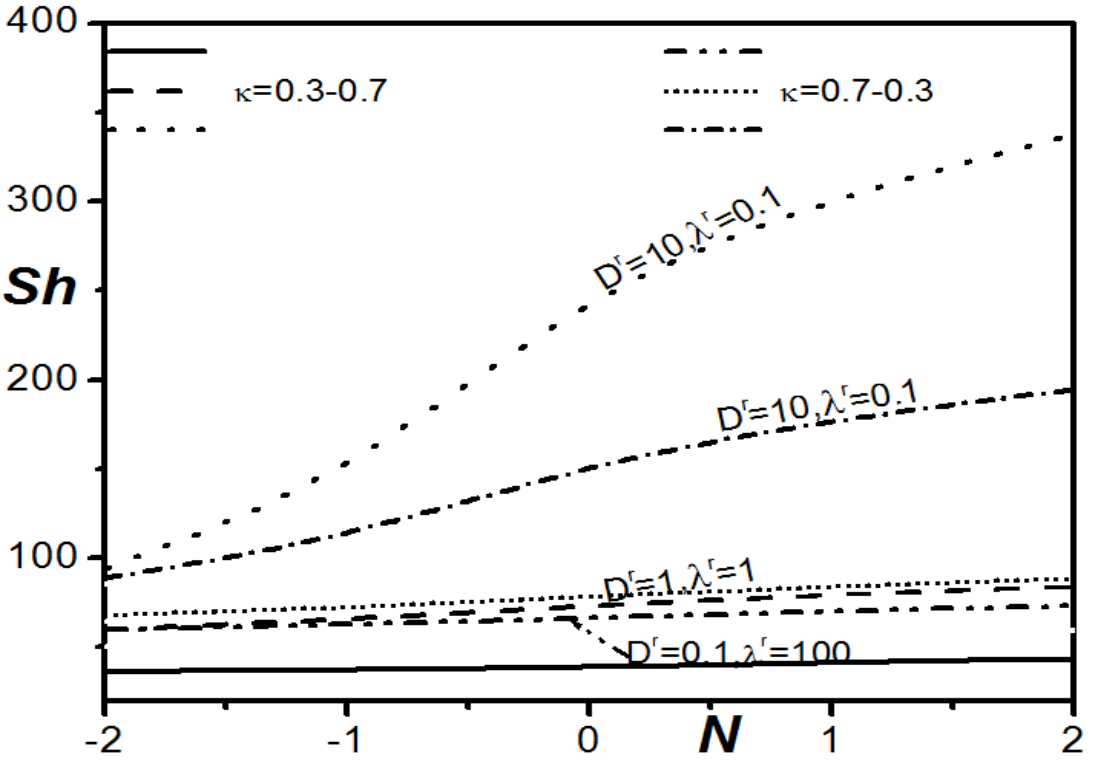
Fig 4. 9: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de Rapport de perméabilités avec différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2 et $\alpha = 30^\circ$.

4.8. Effet du rapport de perméabilité sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens

Les effets du rapport de perméabilité (R_K) sur le transfert de chaleur et de masse avec différentes valeurs du rapport de conductivité thermique et rapport de diffusivité massique pour l'épaisseur de la couche poreuse varie de 0.3 à 0.7 sont bien illustrés dans les figures 4.9 a et b. Les résultats ci-dessous montrent que pour des valeurs intermédiaires et élevées du nombre de R_K, Nusselt (Nu) augmente avec l'augmentation le rapport de conductivité thermique (λ^r) pour atteindre un maximum avec l'épaisseur de la couche poreuse, également le nombre de Sherwood augmente pour des valeurs intermédiaires de R_K ,Pour des valeurs élevées de rapport de diffusivité massique D^r le transfert de masse (Sh) atteint un maximum et s'avère indépendant de rapport de perméabilité (R_K) , ce comportement induit un transfert de masse asymptotique pour des valeurs fixes de l'épaisseur de la couche poreuse (κ). De plus, le nombre de Sherwood diminue lorsque le rapport de conductivité thermique augmente avec l'épaisseur de la couche poreuse $\kappa = 0.3 - 0.7$. Les effets de l'épaisseur de la couche poreuse le taux de transfert de chaleur et de masse sont illustrés dans les figures 4.9a et b, respectivement.



(a) transfert de Chaleur



(b) transfert de masse

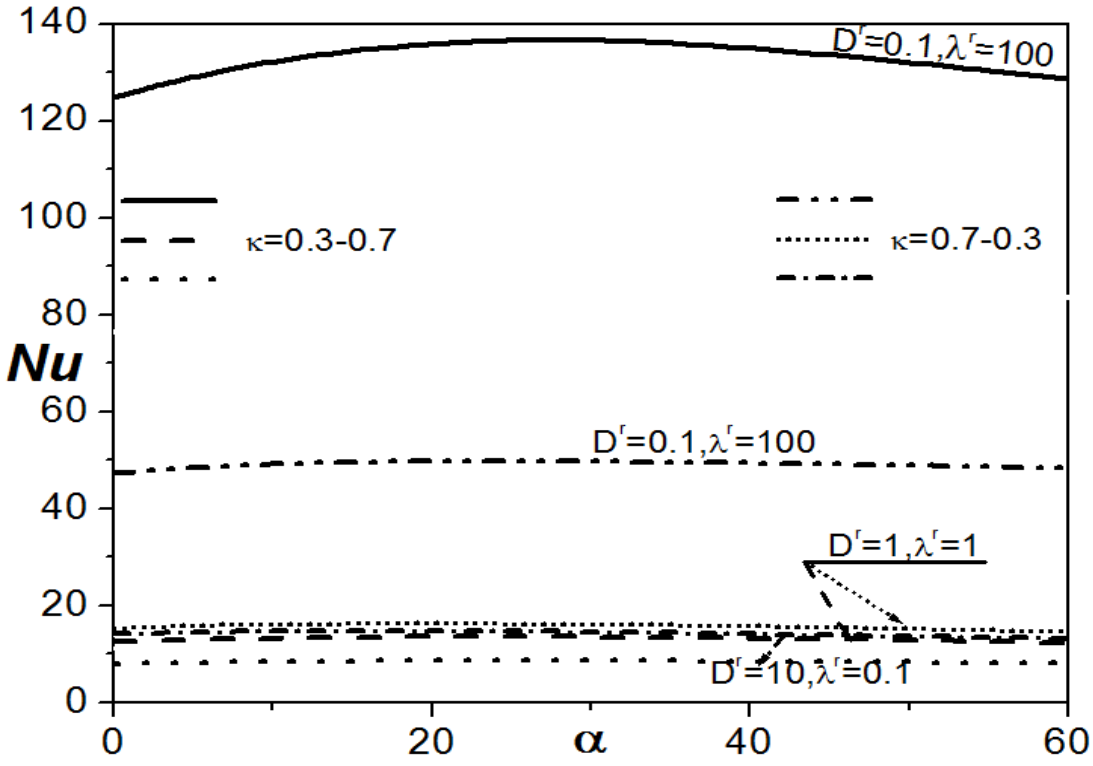
Fig 4. 10: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de Rapport des forces de volume avec différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2 et $\alpha = 30^\circ$.

4.9. Effet du rapport de force de volume sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens

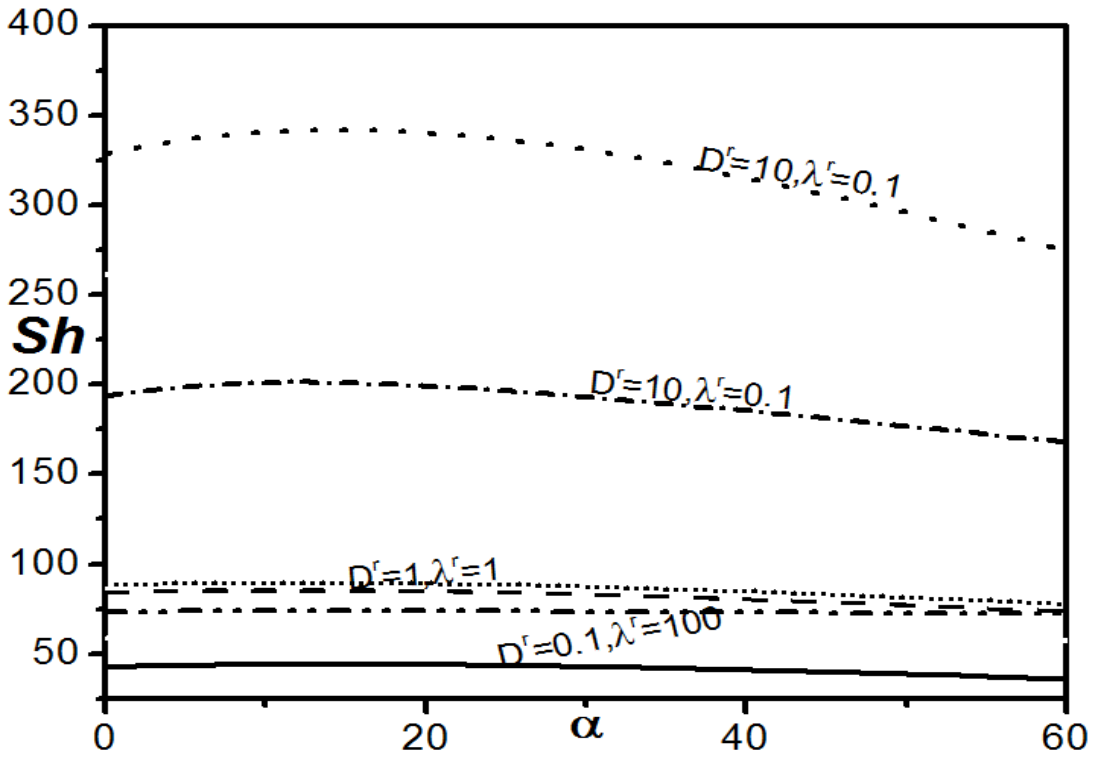
L'évolution du transfert de chaleur et de masse dans l'ensemble de la cavité poreuse en fonction du rapport de force de volume (N) pour différentes valeurs du rapport de conductivité thermique différentes valeurs du rapport de conductivité thermique et rapport de diffusivité massique pour l'épaisseur de la couche poreuse varie de 0.3 à 0.7 sont représentées dans les figures. 4.10a et b.

Le nombre de Nusselt augmente lorsque la conductivité thermique augmente et indépendants du rapport de force volume pour les faibles valeurs de conductivité thermique. Cependant, suit le même rythme pour une conductivité thermique $\lambda^{r} = 0.1,1$ et une diffusivité massique $D^{r} = 1,10$) comme le montre la figure. 4.10a.

Le nombre de Sherwood (Sh) augmente comme une fonction monotone croissante lorsque le rapport de force de volume (N) augmente pour différentes valeurs de l'épaisseur de la couche poreuse (κ). De plus, le nombre de Sherwood diminue lorsque le rapport de conductivité thermique, de même suit le même rythme pour une conductivité thermique $\lambda^{r} = 1,100$ et une diffusivité massique $D^{r} = 0.1,10$) comme le montre la figure. 4.10b.



(a) transfert de Chaleur



(b) transfert de masse

Fig 4. 11: Variation des nombres de Nusselt et Sherwood moyens en fonction de l'angle de l'inclinaison avec différentes valeurs de (λ^r et D^r) pour Le=100, N=2

4.10. Effet de l'angle de l'inclinaison sur les Nombres de Nusselt et Sherwood moyens

Pour montrer les effets de l'angle d'inclinaison (α) sur les transferts de chaleur et de masse pour différentes valeurs des rapports de conductivité thermique et diffusivité massique avec l'épaisseur de la couche poreuse sont présentés dans les figures 4.11a et b.

Les résultats montrent qu'il existe une valeur d'inclinaison optimale pour laquelle le transfert de chaleur et de masse est maximal. Cette inclinaison optimale dépend des valeurs de la conductivité thermique et diffusivité massique ($\lambda^r = 0.1,100$ et $D^r = 0.1,10$) et de l'épaisseur de la couche poreuse varie. Lorsque l'inclinaison de la cavité poreuse change, le terme de force de volume agit dans les deux sens, contribuant à un écoulement accéléré du fluide dans les deux sens et conduisant ainsi à une augmentation du transfert de chaleur et de masse jusqu'à une valeur optimale. Cependant, le Sherwood diminue lorsque l'angle d'inclinaison augmente plus (40°) pour toutes les valeurs d'épaisseur de la couche poreuse, ce comportement complexe est probablement dû au couplage des propriétés solutales, thermiques et dynamiques à haute perméabilité de la couche poreuse et est dû à l'augmentation de la force volumétrique dans deux directions, x et y. lorsque la cavité est inclinée contribuant à une meilleure situation de transfert.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans le présent travail, une étude numérique de la convection double diffusive dans une cavité renfermant deux couches poreuses a été présentée, l'ensemble cavité-couches poreuses peut occuper plusieurs positions par rapport au plan horizontal : inclinaison par rapport à l'horizontale (α). Chaque couche poreuse est considérée homogène, isotrope et saturée par le même fluide. Les parois actives sont soumises à des conditions de température et de concentration uniformes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. La motivation de ce travail est dû au fait que très peu d'études ont été menées pour ce genre de situation, c'est-à-dire en présence de milieux poreux multicouches.

Les équations régissant le phénomène de la convection thermosolutale dans l'enceinte poreuse sont résolues numériquement au moyen d'un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. L'adimensionnement des équations gouvernantes a fait apparaître les nombres adimensionnels suivants :

Nombre de Darcy (Da), nombre de Rayleigh fluide (Ra), le rapport de conductivité thermique (λ^r), le rapport de diffusivité massique (D^r) , le rapport des forces de volume (N) ainsi que le rapport de perméabilité (R_K). L'étude de l'effet de variation des paramètres sus cités, sur les transferts de matière et de chaleur est analysée. Nous avons également analysé et discuté les effets de l'angle d'inclinaison sur les transferts. Les résultats numériques ont été présentés en termes des lignes de courants, des isothermes, des isoconcentrations et des nombres de Nusselt et Sherwood moyens.

Cette étude est une contribution à l'enrichissement des connaissances et des éléments de réponse relative aux problèmes de la double diffusion dans les milieux poreux. C'est une approche pour l'étude de la diffusion des polluants dans des sols à travers les différentes couches souterraines. Nous avons montré en première étape à travers ce travail que la perméabilité de chaque couche poreuse, leur disposition dans la cavité ainsi que l'inclinaison de l'ensemble cavité-couches poreuses ont un effet très appréciable sur la structure d'écoulement et les transferts. Ces résultats aideront sans doute à mieux comprendre les phénomènes des écoulements dus à la convection double diffusive dans les milieux poreux multicouches.

En perspective nous analyserons des cas avec d'autres conditions aux limites et nous traiterons des problèmes de convection double diffusion en 3D.

References Bibliographies

Références bibliographiques

[1] Khechiba, K. Convection de lapwood dans une cavité poreuse horizontale saturée par un fluide rhéofluidifiant. Mémoire de Magister : Boumerdes, Université M'hamed Bougara : (2011).

[2] Chirhane, B, L. Ecoulement dans les milieux poreux en régime transitoire. Mémoire de Magistère : Tlemcen, Université Aboubakar belkaid :2015.

[3] Hadidi, N. Étude de la convection double diffusive dans les milieux poreux multicouches. Thèse de doctorat : Alger, Université des sciences et de la Technologie, Houari Boumediene : (2013).

[4] Alloui, S. Modélisation et simulation à base de méthodes numériques alternatives des déplacements diphasiques en milieu poreux. Mémoire de Magister : Boumerdes, Université M'hamed Bougara:(2012).

[5] SOW, N. Modélisation des écoulements en milieu poreux non saturé : Application à la recharge naturelle des nappes. Projet de fin d'études : dakar, Université cheikh anta diop : (2005).

[6] Tani, K. Abdeslam, H. Étude du transport en suspension dans un milieu poreux au laboratoire. Mémoire de magister : Tlemcen, Université Aboubaker Belkaïd :(2011).

[7] Younsi, R. Simulation Numérique du transfert de Chaleur et de masse en Milieux Fluides et Poreux. Thèse de doctorat : Alger, Université des sciences et de la Technologie Houari Boumediene :(2002).

[8] Hossein, N. Étude mathématique et numérique pour le modèle Darcy- Brinkman pour les écoulements diphasiques en milieu poreux. Thèse de doctorat : Beyrouth, École central de Nantes, université liba- naise. Faculté des sciences : 2017.

[9] KASDI, J. Simulation de l'interface de déplacement immiscible eau-huile en milieu poreux : application à un système de maille à cinq puits, mémoire de master : Tizi-Ouzou Université de Mouloud Mammeri : 2012.

[10] Benosman, F. Contribution à l'étude des phénomènes de transfert dans les milieux poreux fracturés, mémoire de magister : Tlemcen, université Abou Bekr Belkaid : 2012.

[11] Laouici, M. Modélisation et simulation numérique de la convection mixte dans des canaux rectangulaires ou axisymétriques. Mémoire de master : Annaba,

Université Badji Mokhtar : 2015 /2016.

[12] le blog du développement Durable : 11/03/2025.
Lien : https://www.acteurdurable.org/pac

[13] Wikipédia. Equation chimique :20/03/2025. Lien :

https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_chimique

[14] Modélisation 3D thermomécanique du refroidissement primaire lors de la coulée continue d'aciers : 02/04/2025.

Lien :https://www.researchgate.net/figure/Loi-de-comportement-du-materiau-en-fonction-de-sa-temperature_fig11_43322451.

[15] Technologie de Courant Continu : 12/04/2025.

Lien : http://www.mdp.fr/documentation/lexique/courant-continu/notions- techniques.html

[16] Les 3 modes de transfert thermique Lien : https://jeretiens.net/les-3-transferts-thermiques.

[17] Cours de Technologie « Économies d'énergie » : 20/04/2025. Lien

https://www.maxicours.com/se/fiche/9/0/442209.html/5e.

[18] GACEM, M. Comparaison Entre l'Isolation Thermique Extérieure et Intérieure d'une pièce D'un Habitat Situé Dans Le Site De Ghardaïa, Mémoire magister : Tlemcen, université Abou Bekr Belkaid : 2010-2011.

[19] Eco Energie Technologies: 25/04/2025. Lien:
http://www.ecoenergietech.fr/spip.php?article104

[20] Duffie J, A and Beckman W, A. Solar Energy thermal processes. Second edition. Wiley Interscience, New York, 1974.

[21] Chasseriaux J, M. Convection Thermique et Rayonnement Solaire. Ed. Dunod, 1984.

[22] Sacadura J, F. Initiation aux Transferts Thermiques, Technique et Documentation, Paris 1978. Chapitre 4. Transfert de Chaleur par Convection.

[23] Bàti concept écologique. Le principe des murs capteurs accumulateurs: 30/04/2025 Lien :
http://www.bc-maison-ecologique.fr/actualites.le-mur-trombe.html

[24] Pérez J, P et Romulus A, M. Thermodynamique. Fondements et applications, Masson, Paris, 1993, page 52.

[25] Turan O, Chakraborty N, Poole, R.J. Laminar Rayleigh-Bénard convection of yield stress fluids in a square enclosure. J. Non-Newtonian Fluid Mech. Vol .171- 172, (2012), 83–96.

[26] OSVAIR V. TREVISAN and ADRIAN BEJAN, Department of Mechanical Engineering and Materials Science, Duke University, Durham, NC 27706, U.S.A. (Received 20 August 1984 and in final form 24 January 1985).

[27] SARA L. MOYA and EDUARDO RAMOS, Laboratorio de Energia Solar, Instituto de Investigaciones in Materiales, Universidad National Autbnoma de Mbxico, 62580 Temixco, Mar., Mexico (Received 4 February 1985 and in final form 6 August 1986).

[28] C. BlGHEIN, I_ F. HAGHIGHAT et F. ALLARDt. C e n t r e de Thermique de I'INSA de Lyon, URA CNRS 1372, INSA bPt. 307, F.69621 Villeurbanne Cedex, France $ Centre for Building Studies, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada (Received 11 January 1991 and in final, form 23 April 1991).

[29] Latreche A, Djezzar M. Département de Physique, Université Mentouri Constantine1 Corresponding author International Journal of Physical Research, 2 (2) (2014) 78.8 A.

[30] Latreche, A et djrzzar, M. Département of Physics, Constantine Mentouri Brothers University (Algeria) Reçu le 07/01/2014 – Accepté le 11/08/2014

[31] Mohamed A et Teamah. Mechanical Engineering Department, Alexandria University, Alexandria, Egypt Received 19 August 2006; received in revised form 4 February 2007; accepted 4 February 2007 Available online 29 March 2007.

[32] Mahmoudi, M. Numerical simulation of free convection of n nanofluid in a square cavity with an inside heater, Int. J. Thermal Sc. 50 (2011) 2161-2175.

[33] Nawaf, H et Saeid, A, Mohamad, A. Natural convection in a square porous cavity with anoscillating wall temperature, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, vol 15, Issue 6, pp. 555-566. (2005).

[34] Rebhi, A. contribution à l'étude de transfert de chaleur et de masse couple d'un polluant gazeux dans un milieu poreux. Memoir de master: Médéa, Université Yahia Fares :2015.

[35] Bennacer, R. Beji, H, Mohamad, A. Double diffusive convection in a vertical enclosure inserted with two saturated porous layers confining a fluid layer. Int.J. Ther Sci 42 (2003) 141-51.

[36] Lauriat, G. Prasad, V Natural convection in a vertical porous cavity: a numerical study for Brinkman-extended Darcy formulation, J. Heat Transfer. 109 (1987) 688-696.