الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Dr. Yahia Farés de MEDEA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

Département de Génie des Procédés et Environnement

Projet de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme de Master en :
Filière : Génie des Procédés
Spécialité : Génie des procédés de l'environnement

THEME

Etude de la convection thermosolutal dans une cavité poreuse saturée par une solution aqueuse

Présenté par :

LAIDI Khaoula

HAMMOUCHE Raouia

Proposé et dirigé par:

Dr. REBHI Rédha

Pr. HADIDI Noureddin

Juin 2023

REMERCIEMENTS

Je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donnée le courage, la force et la Patience de mener à bien ce modeste travail.

Je tiens à remercier sincèrement mon encadreur Monsieur R. RABHI Professeur à L'Université Yahia farès, de m'avoir suivi et dirigé tout au long de la réalisation de cette thèse. Aussi, je le remercie pour la confiance qu'il a placée en mois, pour sa disponibilité permanente, pour sa patience et ses conseils.

Je tiens à remercier Monsieur N. Hadidi Professeur à l'Université Yahia farès , d'avoir accepté de présider le jury.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à laréalisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail A :

Mes chers et précieux parents pour leur bonté par

Excellence , qui ont toujours été là pour moi, et qui m'ont

donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance,

de tendresse, d'amour et de force. Je suis fière et

reconnais sante de vous avoir comme parents.

A mes chères sœurs : Hanane , Wiam, Malek, Rabeb

A mon chère frère : Abd alrahmene

A mon cher mari : Abd elkhader

A toute ma famille.

A toutes mes amies surtout : Raouia, Maroua, Manel, Chourouk,

A tous ceux que j'aime et à tous ceux qui

m'aiment

KHAOULA

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à:

A mes chers parents, que nulle dédicace ne puisse exprimermes sincères sentiments,

Pour leur patience illimitée, leur encouragement continu, leur aide, en

témoignage de mon profond

amour et respect pour leurs grands sacrifices

À mon marie abde el ouahab qui ma toujours soutenu et encouragé durant Ces années d'études
A mes enfants Abl el rahman et Rania
A ma chère sœur Roufaida

A tous mes amis de promotion de 2eme annéemaster génie chimique

À ma chère binôme Khaoula A tous ceux que j'aime

Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour quece travail soit possible, je

vous dis merci.

RAOUIA

REMERCIMENT

DIDCAS

SOMMAIRE

LISTE DE FIGURE

LISTE DE TABLEAU

NOMENCLATURE

RESUME

INTRODUCTION GENERALE…….1

CHAPITRE I : GENERALITE ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUE

Revue bibliographique... ……..……..3

I. Généralité ……7

Partie I : Thermodynamique et transfert thermique

I.1.Introduction ……..7

I.2 Définition……..7

I. 3. Les différents modes de transfert de chaleur …….…….8

I.3.1. conduction …….…...8

I.3.2. convection…….10

I.3.3. Rayonnement ……...12

I.4.Transfet massique ……14

Partie II. MILIEUX POREUX

II.1. Introduction ……...15

II.2. Définition ……...16

II.3. Paramètres caractérisant le milieu poreux……...18

Partie III. FLUIDE NON NEWTONIEN

III.1.Introduction ……23

III.2.Déffintion de fluide non Newtonien ……...23

III.3.Déffintion de fluide Newtonien……...24

III.4.classification des comportements de fluide non Newtonien ……...24

III.4.1. Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps …….24

III.4.2. Fluide non newtonien au comportement dépendant du temps…….26

III.4.3. Les fluides viscoélastiques (rhéoplastiques)……27

III.5.Les modèles utilisées pour résoudre un problème sur les fluides nos newtoniens …..27

Chapitre II : Formulation Mathématique

II.1 modèle physique et mathématique……30

Chapitre III : Méthode numérique

III.1. Résolution des E.D.P ……..34

III.2. Méthode des différences finies :……..34

III.3. méthode des éléments finis ……....36

III.4.Méthodes de volumes finies ……37

III.5 Discrétisation par méthode de différence finie ……38

III.5.1 Discrétisation des conditions aux frontières thermiques ……..…38

III.5.2 Discrétisation de l'équation d'énergie…….....39

III.5.3 Discrétisation de l'équation de concentration……...42

III.5.4 Discrétisation de l'équation du mouvement…….43

III.5.5 Discrétisation des champs de vitesse…….45

III.5.6 Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses……..45

III.5.7 Algorithme de calcul……..…46

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1. Validation……...49

IV.2. Effet de l'indice de la loi de puissance ,n, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité …….……49

IV.3. Effet de constant de temps ,E, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité……..51

IV. 4. Effet de paramètre ,s, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité …….....52

IV. 5. Effet de paramètre ,a, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité ……...53

IV. 6. Effet des paramètres rhéologiques sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration……...…55

IV. 6.1 Effet de l'indice de loi de puissance sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration……. 55

IV.6.2. Effet de paramètre, E, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration……...56

IV. 6.3. Effet de paramètre, s, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration……..… 57

IV.6.4. Effet de paramètre, a, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration……...59

IV. 6.5. Effet de l'indice de la loi de puissance ,n, en fonction de nombre de Rayleigh, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, de viscosité, de nombre de Sherwood, et de nombre Nussselt……...60

CONCLUISION GENERALE ……....62

REFERENCE BIBIOLGRAPHIQU

Liste des figures

Figure (I.1) : Les transferts thermiques……8

Figure (I.2) : Transfert thermique par conduction……10

Figure (I.3) : Transfert thermique par convection……11

Figure (I.4) : Transfert thermique par rayonnement……...14

Figure (I.5) : Représentation d'un milieu poreux……...16

Figure (I.6) : Milieu poreux……17

Figure (I.7) : Exemple de milieu poraux naturels……...18

Figure (I.8) : Détermination de la tortuosité du milieu poreux……...22

Figure (I.9) : Types de fluides……23

Figure (I.10) : Rhéogramme fluides non-Newtonien indépendants du temps……25

Figure (I.11) : Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dependants du temps 27

Figure (II.1) : Schéma du modèle physique……30

Figure (III.1) : Méthodes générales d'analyse numérique……..34

Figure (III.2) : Schéma représentant Volume de contrôle bidimensionnel……37

Figure (III.3) : Maillage du domaine de calcul en (*i, j*)……38

Figure(IV.1) : Effet de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) lignes de courant, (b) isothermes, (c) is-concentration et (d) contours de viscosité apparents pour R_T = 50, E = 0.2, S = 0.01 a =2, Le =10, N =-0.5 et Φ=0°……50

Figure (IV.2) : Effet du nombre de constante de temps, E, sur : (a) lignes de courant, (b) isothermes, (c) est-concentration et (d) contours apparents de viscosité pour R_T = 50, S = 0.01, n = 0.6, a = 2, Le =10 , N =-0.5 et Φ=0°……52

Figure (IV.3) : Impact des différents paramètres, s.sur : (a) lignes de courant, (b) isothermes, (c) est-concentration et (d) contours apparents de viscosité pour for R_T = 50, E = 0.2, n = 0.6, a = 2, Le =10, N =-0.5 et Φ=0°……..53

Figure (IV.4) : Effet des différents paramètres, a, sur (a) rationalise,(b) isothermes,(c) est concentration, et (d) contours de viscosité apparents pour R_T = 50, $n = 0.6$, $E = 0.2$, $s = 0.01$, $Le = 10$, $N = -0.5$ and Φ=0°……54

Figure (IV.5) : Effet de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) fonction Stream ψ (b) viscosité apparente,μ, (c) température, T, et (*d*) profils de concentration pour $R_T = 50$, $E = 0.2$, $a = 2$, $s = 0.01$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°…….56

Figure (IV.6) : Influence des différents paramètres de constante de temps, E, sur : (*a*) fonction Stream, ψ (*b*) viscosité apparente, , μ, (*c*) température, T, et (*d*) profils de concentration pour $R_T = 50$, $n = 0.6$, $a = 2$, $s = 0.01$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°…….57

Figure (IV.7) : Impact du rapport des viscosités à taux de cisaillement infini sur zéro, s. Sur (a) fonction Stream, , ψ, (*b*) viscosité apparente, μ, (*c*) température, T, et (*d*) profils de concentration pour $R_T = 50$, $n = 0.6$, $a = 2$, $E = 0.2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°……58

Figure (IV.8) : Effet du paramètre, a, sur : (*a*) fonction Stream, ψ, (*b*) viscosité apparente μ, (*c*) température, T, et (*d*) profils de concentration pour $R_T = 50$, $n = 0.6$, $s = 0.01$, $E = 0.2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°……..60

Fig. IV.9 Effet de , R_T , et indice de loi de puissance, n, sur : (*a*) fonction de flux au centre de la cavité , ψ_0, (*b*) viscosité apparente , μ, (*c*) nombre de Sherwood, Sh, et (*d*) nombre de Nusselt , Nu, pour $Le = 10$, $N = -0.5, n = 0.6$, $a = 2$, $s = 0.01$ et Φ=0°…….61

Liste des tableaux

Table I.1 : porosité de quelques matériaux……20

Table I.2 : Perméabilité de quelques matériaux…….21

Tableau IV. 1. Comparaison des ψ_0, Nu, Nu_m, et μ avec quelques études précédentes résultats numériques pour les conditions aux limites thermiques de Nuemann, $R_T = 50$, $E = 0.2$, $s = 10^{-2}$, $a = 2$ et contre n……49

NOMENCLATURE

D	coefficient de diffusion massique, m^2/s
Da	nombre de Darcy, K/ℓ^{*2}
g	accélération de la pesanteur, m/s^2
H'	hauteur de la cavité, m
j'	flux de masse constant par unité de surface, $kg/m^2.s$
k_p	conductivité thermique du milieu poreux saturé, $W/m.K$
K	perméabilité du milieu poreux, m^2
L'	largeur de la cavité, m
Le	nombre de Lewis, α_p / D_p
N	rapport des forces de volume, $N = \beta_S \Delta S^* / \beta_T \Delta T^*$
Nu	nombre de Nusselt
Nu_m	nombre de Nusselt moyen
N_x	nombre d'éléments dans la direction x
N_y	nombre d'éléments dans la direction y
P'	pression hydrodynamique, $kg/m.s$
P_r	nombre de Prandtl, ν/α_p
q'	flux de chaleur constant par unité de surface, W/m^2
Re	nombre de Reynolds
R_T	nombre de Rayleigh, $gK\beta_T \Delta T^* \ell^* / \alpha_p \nu$
S	concentration adimensionnelle, $(S' - S'_0)/\Delta S^*$
S'	concentration de la composante la plus dense, kg/m^3

S'_0	concentration de référence à $x' = y' = 0$
ΔS^*	différence de concentration caractéristique $j'/\rho D$ pour la convection double diffusive et $\Delta S' = S'_0(1-S'_0)\Delta T' D'/D$ pour celle induite par effet de Soret
Sh	nombre de Sherwood
Sh_m	nombre de Sherwood moyen
t	temps adimensionnelle, $t'U^*/\ell^*$
T	température adimensionnelle, $(T'-T'_0)/\Delta T^*$
T'	température de milieu, K
T'_0	température de référence à $x' = y' = 0$
ΔT^*	différence de température caractéristique, $q'H'/k_p$
U^*	vitesse caractéristique, m/s
u	vitesse adimensionnelle dans la direction de x', u'/U^*
v	vitesse adimensionnelle dans la direction de y', v'/U^*
x, y	coordonnée cartésiennes adimensionnelles à partir du centre de la cavité, x'/ℓ^*, y'/ℓ^*

Symboles Grecs

α_P	diffusivité thermique du milieu poreux, m^2/s
β_S	coefficient d'expansion soluatle, m^3/kg
β_T	coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
Φ	angle d'inclinaison de la cavité
ε	porosité normalisée du milieu poreux, ϕ/ε'
μ	viscosité dynamique du fluide, $kg/m.s$
υ	viscosité cinématique du fluide, m^2/s

ρ	masse volumique de fluide, kg/m^3
ρ_0	masse volumique de référence, kg/m^3
$(\rho C)_f$	capacité calorifique du fluide, $J/m^3.K$
$(\rho C)_p$	capacité calorifique du milieu poreux saturé, $J/m^3.K$
σ	rapport des capacités calorifiques, $(\rho C)_p/(\rho C)_f$
Ψ	fonction de courant adimensionnelle, Ψ'/α_p

Supercripts

'	variable dimensionnelle

Résumé :

La présente étude rapporte une simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée peu profonde et poreuse remplie d'un fluide non newtonien. La paroi active a été considérée comme uniforme et constante en termes de gradients de température et de concentration (flux de chaleur et de masse), (conditions aux limites de type Neumann). Un modèle de Carreau-Yasuda, adéquat pour de nombreux fluides non newtoniens, est utilisé pour déterminer le comportement des fluides rhéofluidifiants. Le fluide est supposé laminaire, incompressible et satisfaisant l'approximation de Boussinesq. Cette étude a été calculée pour quelques paramètres pertinents de la rhéologie du Carreau-Yasuda, à savoir (n, E, s et a), nombre de Rayleigh thermique, R_T, , nombre de Lewis, Le, nombre de rapport de flottabilité, , N, et l'ange d'inclinaison ϕ, sont présentés. Les résultats numériques sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, d'iso-concentration et de viscosité apparente, et discutés en termes de fonction de courant ψ_0, viscosité apparente , μ, température, T et concentration, C, profils, et du nombre de Nusselt, Nu, et du nombre de Sherwood, Sh. De plus, en augmentant le nombre de Rayleigh thermique, R_T, ou l'indice de la loi de puissance, n, améliore les taux de transfert de chaleur et de masse. La chaleur et la masse diminuent progressivement avec, E, et augmentant avec l'augmentation de l'indice de de la loi de puissance, n.

Mots clés : thermosolutal, Milieu poreux, Double diffusion, Modèle de Darcy, Convection naturelle, Différence finie

ملخص

تشير الدراسات الحالية الى محاكات عددية للحمل الحراري والطبيعي في تجويف ضحل مسامي ومربع مملوء بسائل غير نيوتوني تم اعتبار الجدار النشط موحدا وثابتا من حيث درجات الحرارة وتدرجات التركيز (تدفقات الحرارة والكتلة)، (شروط حدودية من نوع نيومان). يستخدم نموذج كارو ياسودا المناسب للعديد من السوائل غير النيوتونية، لتحديد سلوك سوائل ترقق القص يفترض ان يكون السائل رقائقيا وغير قابل للضغط ويلبي تقريب بوسيناسك، تم حساب هذه الدراسة لبعض المعلومات ذات الصلة بانسيابية كارو ياسودا ورقم رايلي وعدد لويس وزاوية الميل. يتم تقديم النتائج العددية من حيث الانسيابية من متساوي الحرارة، واللزوجة الظاهرة، ومناقشتها من حيث وظيفة التدفق واللزوجة

الضاهرية ودرجة الحرارة، والتركيز وعدد نيسالت وشارود بالإضافة الى زيادة عدد رايلي الحراري او مؤشر قوة القانون يعزز معدلات نقل الحرارة والكتلة. تنخفض الحرارة والكتلة تدريجيا من الزيادات مع زيادة مؤشر الطاقة المخفضة.

كلمات مفتاحية حراري. وسط مماسي. نموذج دارسي. الحمل الحراري الطبيعي. الاختلافات المنتهية.

Abstract

The present study reports a numerical simulation of natural convection in a shallow, porous, square cavity filled with a non-Newtonian fluid. The active wall was considered uniform and constant in terms of temperature and concentration gradients (heat and mass fluxes), (Neumann-type boundary conditions). A Carreau-Yasuda model, adequate for many non-Newtonian fluids, is used to determine the behavior of shear-thinning fluids. The fluid is assumed to be laminar, incompressible and to satisfy the Boussinesq approximation. This study was calculated for some relevant parameters of the rheology of the Carreau-Yasuda, namely (n, E, s and a), thermal Rayleigh number, R_T, Lewis number, Le, buoyancy ratio number, N, and inclination angel, Φ, are presented. Numerical results are presented in terms of streamlines, isotherms, iso-concentration, and apparent viscosity, and discussed in terms of stream function, ψ_0, apparent viscosity, μ, temperature, T and concentration, C, profiles, and Nusselt, Nu, and Sherwood, Sh, numbers. In addition, increasing the thermal Rayleigh number,R_T, or law power index, n, enhances heat and mass transfer rates. The heat and mass decrease progressively when$E$, of increases with the increase of the low power index, n.

Key words: thermosolutal, porous media, model of Darcy, natural convection, finite difference.



Introduction générale

Introduction générale :

Le transfert de chaleur et de masse est fréquemment rencontré aussi bien dans la nature que dans l'industrie. Les domaines d'applications sont nombreux et variés. La métallurgie, les procédés de séchage de différents produits industriels et domestiques, de thermochimie, d'électrochimie et de stockage des gaz liquides en sont quelques exemples.

La convection naturelle dans les milieux poreux a une importance fondamentale et trouve des applications dans de nombreux domaines (astrophysique, océanographie, géophysique, pollution de l'air, diffusion souterraine des polluants, enfouissement souterrain des déchets radioactifs, isolation thermique, métallurgie, extractions pétrolières, exploitation géothermique et stockage de certains produits agricoles).

La plupart des études existantes traitent de la convection d'origine thermique et sont basées sur le modèle de Darcy. De plus ces études supposent le caractère isotrope et homogène des matériaux poreux. Dans beaucoup de cas, la loi de Darcy se trouve inadéquate et l'anisotropie qui est en général la conséquence d'une orientation préférentielle ou d'une asymétrie géométrique des grains ou des fibres est rencontrée dans de nombreux milieux poreux, comme les formations rocheuses, les sols sédimentaires, les matériaux d'isolation thermique et les structures dendritiques formées lors de la solidification de mélanges à plusieurs composants. Des études récentes prennent en compte le caractère anisotrope et hétérogène des milieux poreux mais n’abordent que la convection naturelle purement thermique et sont basées sur le modèle de Darcy.

Pour résoudre un problème de convection naturelle bi-duffisife (thermique ou thermosolutale) au sein d’un milieu poreux revient à déterminer, d’une part, la structure et l’intensité de l’écoulement ainsi que les champs de températures et de concentrations en fonction des divers paramètres qui contrôlent et gouvernent le problème et, d’autre part, les taux de transfert de chaleur et de masse au niveau de la paroi active traduits, respectivement par les nombres de Nusselt et de Sherwood

Dans cette étude, nous considérons le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle induite par double diffusion dans une couche poreuse saturée par un fluide non newtonien. Les parois horizontales de la cavité active sont soumises à des gradients

uniformes de concentration et de température, tandis que les parois latérales sont isolées. A cette fin, ce mémoire est structuré de la façon suivante :

Le premier chapitre sera consacré à la présentation des définitions du phénomène de transfert de chaleur (conduction, convection et rayonnement) et de masse, les caractéristiques des milieux poreux et solution aqueuse, fluide non newtonien et sont modèles utilisées pour résoudre un problème sur les fluides non-newtonien

La géométrie du problème étudié, la formulation mathématique du problème (l'équation la variation de densité avec la température, la variation de densité avec la température, Les équations régissant l'adimensionnel en termes de fonction de flux, de température et de concentration, Les conditions aux limites sans dimension correspondantes appliquées aux parois du système,… etc.).

Dans ce chapitre, (chapitre III) nous utilisons une méthode numérique pour la résolution du système d'équations différentielles non-linéaires telles que présentées dans la solution analytique. La méthode proposée est basée sur la technique des différences finies. Cette méthode est la plus ancienne des méthodes numériques. Le quatrième chapitre porte sur la discussion et l'interprétation des différents résultats obtenus dans ce mémoire Le travail sera terminé par une conclusion générale consacrée à la mise en évidence des principaux résultats

Chapitre I : Généralité et Revues bibliographiques

Revues bibliographiques :

L'étude de la convection thermosolutale en milieu poreux fait actuellement l'objet de nombreux travaux au niveau international. Elle consiste à étudier les mouvements convectifs induits dans un milieu poreux par un gradient de température et un gradient de concentration (causé par la variation avec la température et/ou la concentration de soluté en présence d'un champ gravitationnel). Les mouvements générés par les variations de la densité du fluide saturant en fonction de la température et de la concentration peuvent être très différents du cas classique de la convection naturelle d'origine thermique .[32] L'étude de la convection est donc un sujet majeur dans la recherche scientifique et pour les applications industrielles : transport des polluants dans les sols, migration de l'humidité dans les fibres isolantes, stockage souterrain des déchets nucléaires, forage pétrolier, encastrement chimique et alimentaire, etc. la revue de ces travaux a été faite par nombre de publications [33-35] La convection par double diffusion est essentiellement caractérisée par le phénomène de transfert de chaleur et de masse, qui sont à l'origine de la production d'entropie, due à la compétition des forces volumétriques thermiques et solutales, Wang et al. [36].Chen et Chen [37] ont étudié la convection naturelle d'un fluide non newtonien autour d'un cylindre horizontal et d'une sphère en milieu poreux. Yang et Wang [38] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle par des fluides non newtoniens de type de la loi de puissance avec contrainte d'écoulement sur des corps axisymétriques et bidimensionnels de forme arbitraire noyés dans un milieu poreux saturé.

Les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse par convection par des fluides non newtoniens en milieu poreux sont très différentes de celles des fluides newtoniens en milieu poreux. Différent de ceux des fluides newtoniens dans les milieux poreux en raison de la nature non linéaire des fluides non newtoniens. L'écoulement à travers un milieu poreux de fluides non newtoniens avec la loi de la puissance a été considéré par Pascal [39, 40].Une loi de Darcy modifiée, déduite d'une équation similaire décrivant l'écoulement à travers un tube capillaire simple pour un fluide non newtonien avec un modèle rhéologique généralisé de Bingham. Taunton et al. [41] ont été les premiers à étudier la convection doublement diffusive dans une couche poreuse calquée sur la loi de Darcy, qui s'applique aux milieux poreux denses et peu perméables. Sur la base de la théorie de la perméabilité linéaire sur une couche poreuse horizontale stratifiée avec une concentration stable, inactive, chauffée et salée du sol, le début du mouvement a été prédit. Jumah et Mujumdar [42] ont étudié le

transfert de chaleur et de masse par convection naturelle sur les fluides de la loi de la puissance non newtonienne avec contrainte d'écoulement sur une plaque verticale dans un milieu poreux saturé soumis à une température et une concentration de paroi active constantes et uniformes. Les liquides non newtoniens sont caractérisés par des matériaux épaississants et fluidifiants par cisaillement, qui ont des influences différentes sur les opérations de transport de chaleur. Ainsi, mettre en lumière les attributs de transport de chaleur des liquides non newtoniens à différentes contraintes de travail contribue à augmenter leur efficacité de transport de chaleur. Ici, nous avons utilisé le modèle de tuiles pour l'analyse du comportement d'écoulement dans lequel la viscosité dépend du taux de cisaillement. De nombreux chercheurs et analystes ont expliqué le modèle de tuiles avec différentes géométries d'écoulement. Wang et al. [43] ont étudié la convection naturelle d'un fluide de loi de la puissance non newtonienne avec limite d'élasticité sur des corps perméables bidimensionnels ou axisymétriques de forme arbitraire dans un milieu poreux saturé de fluide. La convection naturelle d'un fluide non newtonien dans une cavité poreuse carrée par la méthode des éléments finis. Les modèles de loi de puissance et de Carreau sont utilisés pour modéliser le comportement rhéologique non newtonien considéré par Jecl et Skerget [44]. Lamsadi et al. [45] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte horizontale contenant des fluides de loi de puissance non newtonienne et sous forme chauffée sous la distribution et le flux de chaleur. Les modèles d'écoulement, la distribution de température et le taux de transfert de chaleur sont plutôt sensibles au comportement du non-Newtonien, mais pas aux grandes valeurs du nombre de Prandtl. Comparaison avec les fluides newtoniens ($n = 1$), une diminution de l'indice de loi de la puissance n (fluides fluidifiants,$0 < n < 1$) induit un début précoce du régime d'écoulement unicellulaire et améliore le transfert de chaleur par convection, tandis qu'une augmentation de n (fluides fluidifiants, $n > 1$) produisent l'effet inverse. Les principaux résultats de la solution d'approximation du flux parallèle sont validés numériquement. Bahloul [46] a fait une étude analytique et numérique de la convection naturelle d'un fluide dans une cavité poreuse verticale. Pour un grand nombre de Rayleigh, et sur la base de résultats numériques, il a obtenu un modèle approximatif du régime de la couche limite. Pour un chauffage élevé, il a donné un modèle simplifié pour le paramètre de stratification $\gamma = 1.22A^{-0.47}\, Ra^{0.46}$. Cheng [47] a étudié le transfert de masse et de chaleur par convection naturelle de fluides non newtoniens avec des fluides poreux d'une plaque verticale avec des flux de chaleur et de masse variables. Hadim [48] a utilisé le modèle modifié de Brinkman-

Forchheimer pour décrire par une étude numérique la convection naturelle de fluides de loi de la puissance non newtonienne dans une cavité poreuse. Une étude numérique des transferts de chaleur et de masse par convection naturelle d'une plaque verticale avec des flux de chaleur et de masse variables sur la paroi. Flux massiques variables dans un milieu poreux saturé de fluides de la loi de la puissance non newtonienne. Les résultats indiquent que les nombres de Nusselt et de Sherwood augmentent avec l'augmentation de la loi de la puissance ont été étudiés par Ching-Yang Cheng [49]. Changhao et Payne [50] ont présenté une étude mathématique de la convection thermosolutale dans un milieu poreux. Dans cette étude, le modèle de Darcy a été utilisé. Les auteurs ont établi une dépendance continue de la solution d'écoulement à l'effet Soret.Chamkha [51] a considéré le problème du transfert couplé, stable et laminaire de chaleur et de masse par écoulement convectif mixte d'un fluide de loi de puissance non newtonien sur un coin perméable noyé dans un milieu poreux, avec une température et une concentration de surface variables et une génération de chaleur ou effets d'absorption et de transpiration des parois.Kefayti [52, 53] a analysé la convection naturelle doublement diffusive de fluides de loi de puissance non newtonienne et les générations d'entropie dans une cavité poreuse inclinée en présence des paramètres de Soret et Dufour. Khechiba et al. [54] ont étudié analytiquement et numériquement l'effet des paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda sur la convection naturelle dans une cavité poreuse horizontale saturée d'un fluide non newtonien. La solution analytique a été développée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle. Le modèle de Darcy avec approximation de Boussinesq et les équations de transport d'énergie sont résolus numériquement en utilisant une méthode aux différences finies. Les résultats sont obtenus en termes de nombre de Nusselt et de champs d'écoulement en fonction des paramètres directeurs. Zhu [55] a étudié une étude numérique de la convection naturelle à double diffusion 3D dans une enceinte cubique poreuse saturée de fluide par un modèle non-Darcy généralisé. Rebi et al.[56, 57] ont récemment réalisé des études analytiques et numériques des écoulements convectifs induits dans des cavités poreuses verticales et horizontales remplies d'un mélange binaire à l'aide du modèle de Dupuit-Darcy en étudiant la stabilité linéaire de l'approximation des écoulements parallèles, les auteurs ont explicitement et implicitement prédit le début du mouvement convectif et le point de début de la bifurcation de Hopf caractérisant la transition de l'état stationnaire convectif aux états oscillatoires. La traînée de forme s'est avérée avoir une influence significative sur toutes les conditions critiques, ainsi que sur les conditions critiques de chaleur et de température, ainsi que sur les

taux de transfert de chaleur et de masse. De plus, les auteurs ont démontré numériquement que plusieurs solutions étaient possibles pour un ensemble donné de paramètres. Paramètres directeurs. Khan et al. [58] ont étudié mathématiquement et numériquement la convection linéaire et doublement diffusive dans un milieu poreux horizontal rempli d'un nano-fluide couplé. L'équation régissant le phénomène a été utilisée par la méthode des séries de Fourier. Le flux de chaleur induit par le gradient de concentration et le flux de matière induit par le gradient de température sont respectivement connus sous le nom d'effets Dufour et Soret. Ils ont découvert que le paramètre de constance du couple améliore la stabilité du système dans les modes de convection stationnaire et oscillatoire. Mutshler et Mojtabi [59] ont réalisé une étude théorique et numérique de la convection induite par Soret dans une couche poreuse horizontale saturée d'un mélange de n composants. Ali et al. [60] ont étudié la simulation numérique d'un écoulement MHD pulsé non newtonien dans un canal confiné dans un milieu plan perméable

I. Généralité :

Partie I : Thermodynamique et transfert thermique

I.1.Introduction :

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre [1].

La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final [1].

I.2 Définition :

La thermodynamique représente une partie importante de la physique technique qui étudie les lois de la production de la chaleur ayant à la base d'autres formes d'énergie, sa transformation, sa propagation et son utilisation pratique.

La notion de chaleur est définie par la thermodynamique comme étant une grandeur de parcours représentant une forme transitoire d'énergie qui se propage à la suite d'une différence de température soit :

- Entre deux parties d'un système quelconque ;
- Entre le système et son environnement ;
- Entre deux systèmes séparés par un milieu matériel ou pas (vide) .

La thermodynamique classique permet l'évaluation de la quantité de chaleur échangée pendant un processus subi par un système passant d'un état d'équilibre vers un autre état d'équilibre. Elle ne fournit pas, d'une manière explicite, des un formations sur le mode par lequel est effectué le transfert en non-équilibre et sur la valeur concernant le flux thermique pour les conditions précisées.

Les transferts thermiques sont omniprésents tant dans la vie même de notre planète la fusion des glaciers, réchauffement des eaux des océans , les cycles climatique , que dans l'existence humaine sur terre , exprimés par des gestes quotidiens de l'individu (réglage de la température du corps humain , préparation de la nourriture , réalisation d'un microclimat dans un habitat) ou par des techniques très diversifiées conduisant au progrès de la

civilisation (utilisation de l'énergie thermique de diverses origines , moteurs thermiques , échangeurs de chaleur , isolation thermique.)

Ayant montré auparavant les éléments qui font la différence entre thermodynamique et thermocinétique = transfert de la chaleur, il faut encore remarquer que l'étude de ce dernier s'appuie sur des concepts et des principes thermodynamiques. [2].

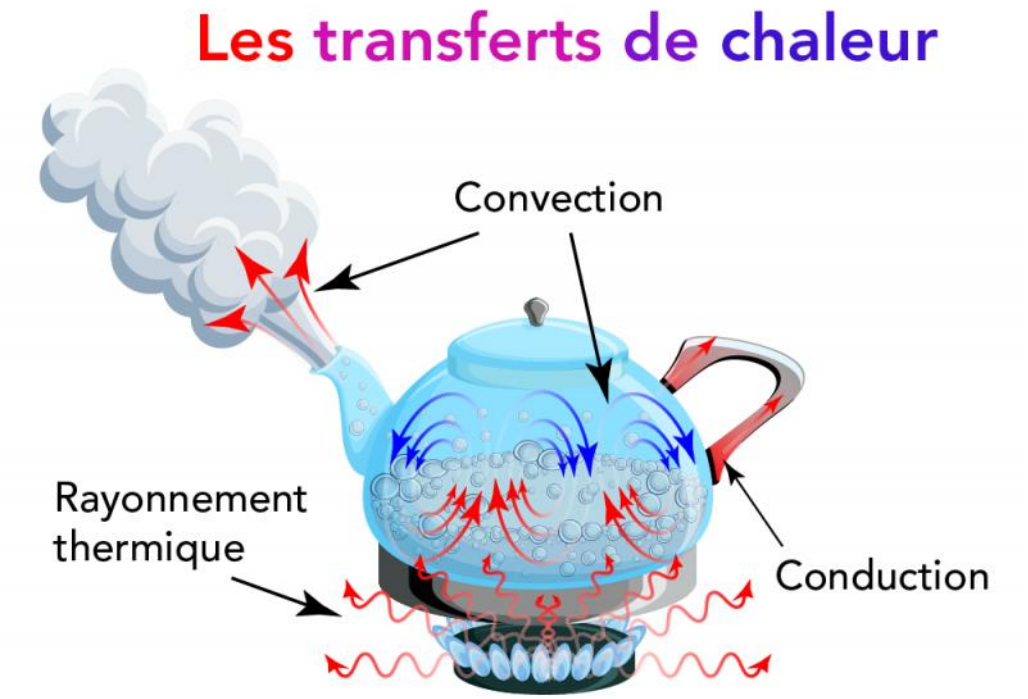


Figure I. 1 : Les transferts thermiques. [3]

I. 3. Les différents modes de transfert de chaleur :

I.3.1. conduction :

On sait la température est une fonction croissante de l'agitation moléculaire dans un corps, qu'il soit solide, liquide ou gazeux. Considérons pour l'instant un corps solide au sein duquel la température varie. L'agitation moléculaire élevée de la zone chaude communiquera de l'énergie cinétique aux zones plus froides par un phénomène appelé conduction de la chaleur. [4]

La conduction est un phénomène de diffusion qui permet donc à la chaleur de se propager à l'intérieur d'un corps solide. Il en est de même pour un liquide ou un gaz mais on verra par la suite que pour eux, la convection est un autre mode de transfert de chaleur possible. Notons enfin que la conduction de la chaleur n'est pas possible dans le vide puisqu'il n'y a pas de support moléculaire pour cala. [4]

I.3.1.a.La loi de Fourier :

Rappelons que la conduction est le seul mode de transfert de chaleur possible dans un solide (sauf pour quelques solides transparents comme le verre qui laissent passer un rayonnement électromagnétique). C'est un mode de transfert sans transport de matière.

Définition

- Température T : elle se définit en chaque point d'un corps liquide, solide ou gazeux. C'est une fonction scalaire de l'espace et du temps lorsque le problème en dépend (problème instationnaire). L'unité de température est le degré Kelvin [K] ou encore le degré Celsius [°C].

- Flux de chaleur : c'est la quantité de chaleur qui traverse une surface S par unité de temps :

$$\phi = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{en} \quad \text{(Watt)} \qquad \text{(I.1)}$$

- Densité de flux $\overrightarrow{\boldsymbol{\varphi}}$: elle représente la puissance qui traverse l'unité de surface pour une surface perpendiculaire aux flux de chaleur

$$\varphi = \frac{d\phi}{dS} \qquad \text{(I.2)}$$

Si le flux est homogène en tout point de la surface alors :

$$\varphi = \frac{\phi}{S} \qquad \text{(I.3)}$$

φ s'exprime en $W.m^{-2}$.

Pour une surface dont la normale N est orientée de manière quelconque par rapport au flux alors :

$$d\phi = \vec{\varphi}\vec{n}.dS = \varphi.S\cos\alpha \quad (I.4)$$

Le flux à travers une surface quelconque s'écrira do

$$\phi = \int_s \vec{\varphi}\vec{n}.dS \quad (I.5)$$

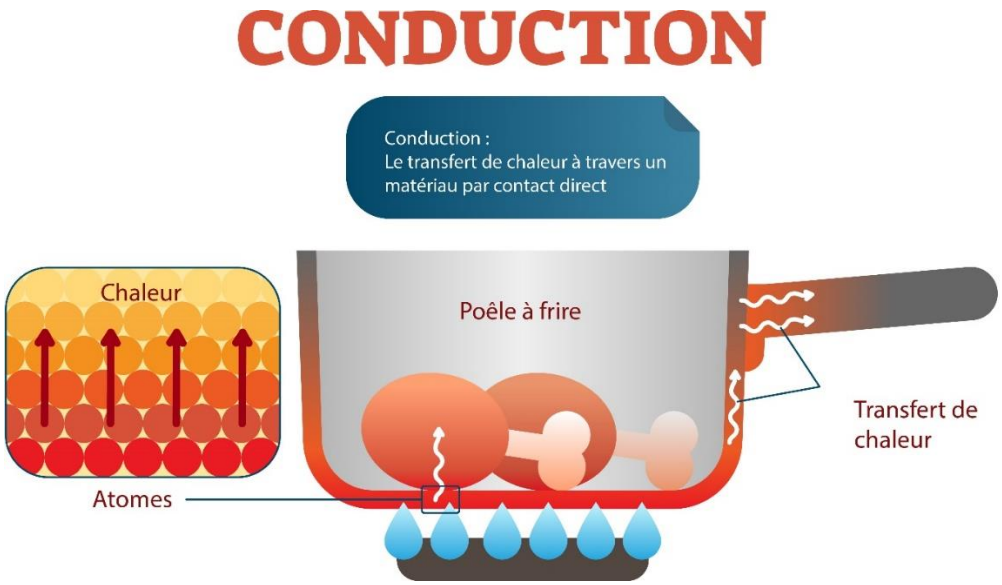


Figure I.2 : Transfert thermique par conduction. [5]

I.3.2. convection :

La convection naturelle désigne le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce mouvement entraine un mélange intense des particules fluides, qui échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement notre elles.

Contrairement à la convection forcée, dont le mouvement du fluide est dû à un apport externe d'énergie, la convection naturelle a pour origine les variations de la structure et l'intensité de la convection naturelle sont en relation directe avec les conditions thermiques qui la déclenchent, la nature de fluide et de l'espace où a lieu le processus [6].

Le phénomène de la convection naturelle en milieu poreux est fréquemment rencontré dans la nature et dans la technologie. En général, on utilise le modèle de Darcy et l'approximation de Boussinesq pour modéliser la convection au sein d'un milieu poreux. La synthèse des travaux de recherche disponibles sur ce mode de transfert de chaleur et de masse

La convection naturelle doublement diffusive ou thermosolutale est un autre type de phénomène [7] et [8]. Dans ce cas, les variations volumiques au sein du fluide sont non seulement induites par des variations de température mais également par des variations de concentration. Les études théoriques et numériques relatives à la convection thermosolutale en milieu poreux sont peu nombreuses, comparées à celles développées pour un fluides pur. Parmi les premières études effectuées sur ce sujet [9] et [10]

Le transfert de l'espace par le biais d'un gradient de concentration induit par un gradient thermique, processus connu sous le nom thermodiffusion ou d'effet Soret est un autre type de phénomène physique important. Ce dernier, relativement peu étudié, peut jouer un rôle important dans certains processus naturels ou configurations industrielles comme le processus de désalinisation et la croissance cristalline. Parmi les études récentes disponibles sur ce phénomène [11] et [12]

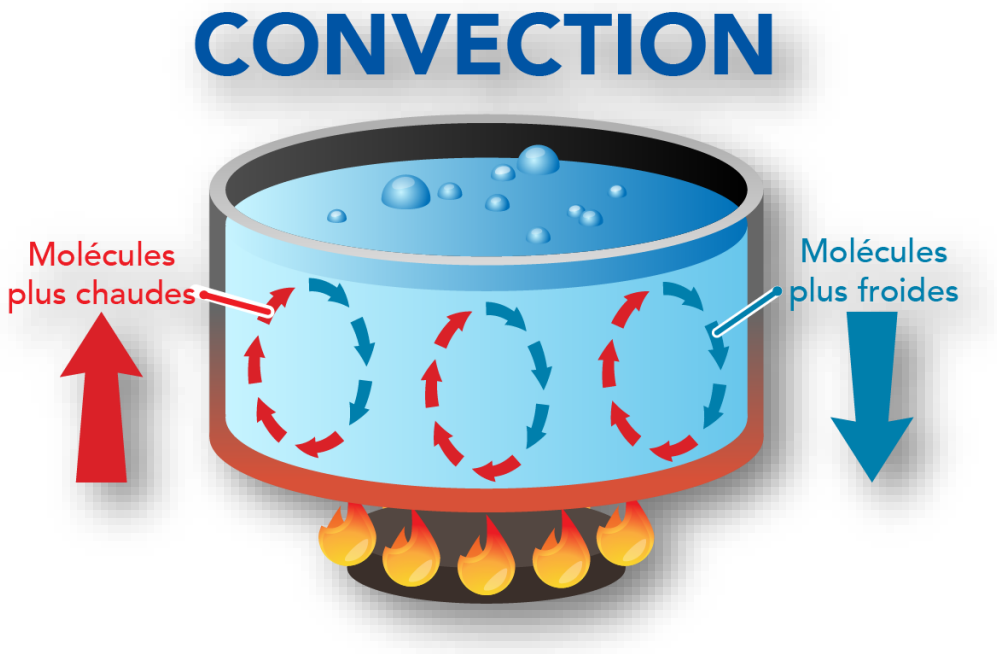


Figure I.3 : Transfert thermique par convection. [13]

I.3.3. Rayonnement :

C'est une transmission d'énergie à distance, entre deux corps séparés ou non par un milieu matériel (transformation d'énergie thermique d'un émetteur en énergie électromagnétique, propagation, transformation partielle en énergie thermique sur un corps récepteur). C'est le cas de l'énergie qui nous vient du soleil. L'interprétation physique est la suivante : tout corps émet des particules désignées par photons ; ceux-ci se déplacent à la vitesse de la lumière et transportent une énergie fonction de leur longueur d'onde.

Un corps C émettant des photons dans toutes les directions possibles, certains d'entre eux sont reçus par l'autre corps C' et éventuellement absorbés, en tout ou partie. Bien entendu, le corps C'émet aussi des photons dont certains seront reçus et absorbés par C. Le bilan net se traduit par un échange d'énergie entre C et C'. [14].

Fréquences et longueurs d'onde :

On renverra à un ouvrage spécialisé pour l'étude générale des propagations d'onde, ainsi que sur la modélisation des ondes électromagnétiques.

Nous rappellerons simplement ici les définitions de deux paramètres d'importance, la fréquence ν et la longueur d'onde λ d'un rayonnement.

Un rayonnement électromagnétique se manifeste par l'évolution dans l'espace champ électrique E ($\varkappa$, t) et d'un champ magnétique B ($\varkappa$, t) couplés, variables donc dans le temps et dans l'espace.

Dans le cas le plus simple d'une onde plane se propageant suivant un axe rectiligne 0 $\varkappa$ (qui matérialise le « rayon lumineux»), l'état de l'espace est identique sur tout plan d'abscisse $\varkappa$ normal à cet axe. Les champs E ($\varkappa$, t) et B ($\varkappa$, t) s'expriment alors sous la forme d'une fonction telle que :

$$f(x,t) = \mathrm{A}\cos 2\ \pi + (\nu \mathrm{t} - \frac{\varkappa}{c}) = A\ cos\ 2\ \pi(\frac{t}{T} - \frac{\varkappa}{c}) \qquad \text{(I.6)}$$

Cette formule, qui peut notamment être obtenue par solution des lois de l'électromagnétisme (théorie de Maxwell) s'interprète ainsi : en un point donné, f est une fonction oscillante, d'amplitude A.ν est la fréquence du battement observe, T est le temps d'un battement ou période.

On peut «suive» la propagation dans l'espace. On cherche l'évolution dans le temps de l'abscisse d'un état donné (valeur particulière de f). f est donc une fonction du temps et de l'espace, f ($\vec{r}$, t).

Cette perturbation se déplace avec la célérité c (célérité, car ce n'est pas déplacement de matière, mais d'un «état de perturbation»). Pendant une période T l'onde se déplace d'une distance $\lambda = c\ T$, nommée longueur d'onde.

Pour les ondes électromagnétiques, cette célérité varie avec le milieu traversé. Elle est de la forme $\frac{c}{n}$ où n est l'indice de réfraction du milieu. La célérité de la « lumière » notée souvent c est une constante universelle c=299 792 458 $m.s^{-1} \approx 300\ 000\ km.s^{-1}$. C'est la célérité maximum possible pour une onde électromagnétique.

Par ailleurs, dans le vide, c est la même pour toutes les longueurs d'onde. Pour ce qui est des corps matériels, l'indice de réfraction varie avec la longueur d'onde (phénomène de dispersion).

La longueur d'onde d'un rayonnement dépend donc du milieu traversé, contrairement à la fréquence. Un rayonnement peut se composer de plusieurs fréquences. Lorsqu'il n'y en a qu'une, on parle de rayonnement monochromatique.

On peut caractériser un rayonnement monochromatique de deux manières :

Par sa fréquence ν ;

Par sa longueur d'onde λ dans le vide. [15]

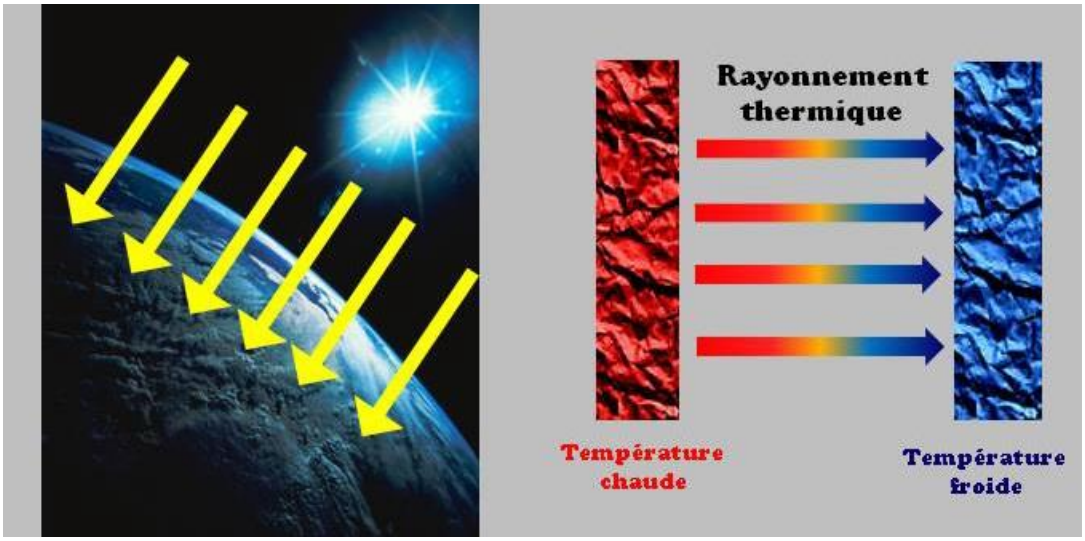


Figure I.4 : Transfert thermique par rayonnement. [16]

I.4.Transfet massique :

Le transfert massique, basée sur la diffusion d'un fluide dans un autre, trouve de nombreuses applications dans les problèmes de séchage, d'évaporation ou de condensation, de mélange, ainsi qu'en électrochimie et dans certaines opérations de séparation par diffusion. Sa modélisation s'appuie sur le même cadre que la convection thermique, et le passage de l'une à l'autre ne comporte aucune difficulté, du moins dans les cas où il n'y a pas d'interférences avec un transfert de chaleur. [17]

Equation de Fick :

Plaçons-nous dans un système unidirectionnel et considérons le flux de particules d'une certaine espèce Les particules peuvent être des molécules, des atomes ou des ions, des défauts ponctuels, des électrons libres ou des trous électroniques, etc… Soit c(x, t) leur concentration, exprimée e nombre de particules ou de moles par unité de volume.

$$J=-D\, dc/dx \qquad (I.7)$$

D : est appelé coefficient de diffusion, ou diffusivité.

Le flux est exprimé en nombre de particules ou de moles traversant l'unité d'aire par unité de temps. Il s'ensuit que a pour dimensions m2s-1.cette loi, dite loi de Fick, est formellement identique à la loi de Fourier pour l'écoulement de la chaleur. [17]

$$q = -k \frac{dT}{dx} \quad (I.8)$$

Ou K est la conductivité thermique.

Nombre de transfert de masse :

- Nombre de Sherwood [18] :

$$Sh = \frac{\text{J total}}{\text{j diffuition}} = \frac{Lc\,V}{D} \quad (I.9)$$

- Nombre de Péclet [18] :

$$P_e = \frac{\text{J total}}{\text{j diffuition}} = \frac{Lc\,V}{D} \quad (I.10)$$

- Nombre de Stanton [18] :

$$St_{\text{Thermique}} = \frac{\text{J total}}{\text{j convection}} = \frac{Km}{v} \quad (I.11)$$

Partie II. MILIEUX POREUX

II.1. Introduction :

Plusieurs matériaux naturels ou artificiels sont poreux. Un matériau poreux est constitué d'une matrice solide qui comporte des pores distribués plus ou moins dans toute la masse de façon désordonnée et non-uniforme. Ces espaces vides, peuvent être interconnectés ou déconnectés. Un fluide peut s'écouler à travers un milieu poreux à condition que la plupart des espaces vides soient interconnectées. Lorsque tous les pores sont remplis par la même phase (liquide ou gazeuse), le milieu poreux est dit saturé par le fluide.

Au voisinage des grains solides, des forces d'attraction moléculaire existent et créent de fines pellicules d'eau autour des grains. Cette eau est appelée eau liée ou adsorbée (Figure I.1). En dehors de ces zones d'attraction, le liquide peut circuler librement. Ainsi, les zones de circulation varient selon la distance entre les grains.

Dans notre étude, nous nous restreindrons aux cas d'une matrice solide non déformable, totalement saturée par une seule phase fluide binaire. De plus, nous adoptons l'hypothèse qu'il n'y a pas d'échange de matière entre la phase fluide et la matrice solide.

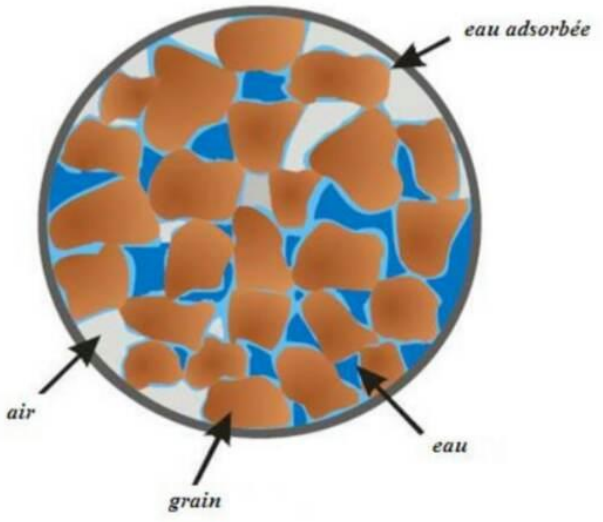


Figure I.5 : Représentation d'un milieu poreux [19]

II.2. Définition :

Le milieu poreux est l'ensemble des grains solides ou d'agrégats autour des quels existent des espaces vides appelés pores, qui peuvent être interconnectés ou non. Ces vides peuvent être occupés par de l'eau, de l'air au d'autres fluides. Les pores reliés entre eux permettent l'écoulement d'un ou plusieurs fluides, le milieu est dit monophasique et lorsqu'il est occupé par plusieurs phases fluides, le milieu est dit multiphasique. Nous devons noter

Qu'un milieu occupé uniquement par la phase liquide est dit « saturé » et « insaturé » dans le cas contraire.

Un milieu poreux saturé par un fluide conducteur est caractérisé par un facteur de formation défini par :

$$H = \frac{K_{eff}}{k_f} \qquad \text{(I.12)}$$

k_{eff} : Conductivité du milieu poreux.

k_f : Conductivité du fluide.

Dans ces domaines qui dépendent des propriétés de ces milieux poreux, parmi

lesquelles nous retiendrons :

- les possibilités de stockage des fluides sous forme adsorbée sur les parois du solide, ou bien en remplissant les pores.
- Les propriétés de transfert : transfert de masse, transfert de quantité de mouvement et d'énergie.

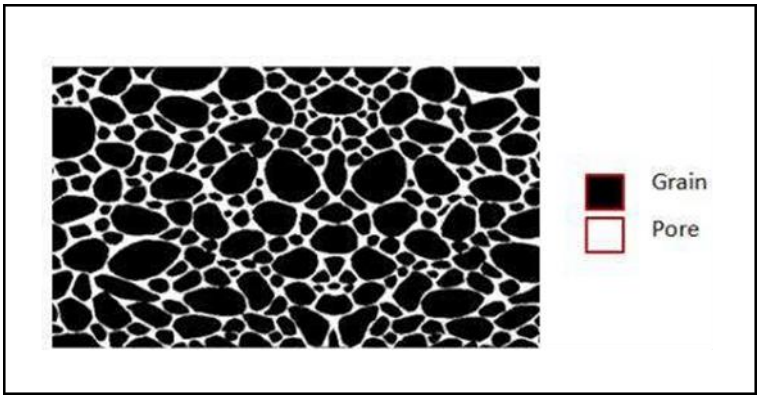


Figure I.6: Milieu poreux. [20]

La phase solide d'un milieu poreux (matrice) ou squelette peut se présenter sous deux formes: Milieu poreux consolidé, Milieu poreux non consolidé.

Il existe de nombreux exemples de milieux poreux dans la nature (Figure I-2) comme le sable (a), les sols (b - pierre), les matériaux de construction (c - chaux), les aliments (d – pain sec), le papier ou le bois (e), les tissus (f - poumon humain).

D'une très grande variété de structure et de nature, les milieux poreux occupent une large place et jouent un rôle important dans de nombreux secteurs industriels et phénomènes naturels. On peut notamment citer, comme exemples typiques : le génie pétrolier, le génie chimique, l'hydrogéologie, la géothermie, le génie civil, la médecine …etc.

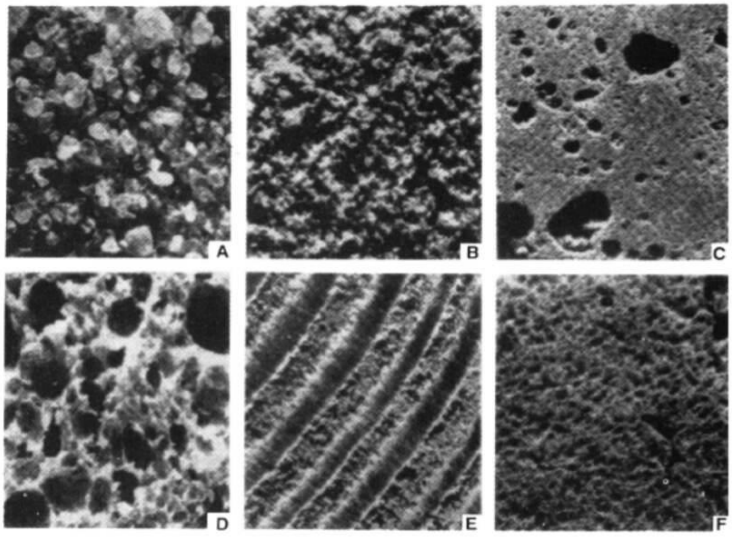


Figure I.7 : Exemple de milieu poreux naturel [21]

Un milieu poreux est caractérisé principalement par deux propriétés macroscopiques liées entre elles qui sont la porosité et la perméabilité. Du fait que la disposition et la taille de ces pores soient irrégulières, la variation des paramètres régissant cet écoulement, sera elle aussi irrégulière. En pratique, ces paramètres sont mesurés à l'échelle macroscopique moyennée. La technique utilisée est la méthode spatiale, définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) suffisamment large.

Dans ce qui suit, nous définissons les différents paramètres qui apparaissent au niveau des différents modèles empiriques de description macroscopique des écoulements en milieu poreux.

II.3. Paramètres caractérisant le milieu poreux

Porosité

La plupart des roches et des sols contient un pourcentage de vide qui peut être occupé par de l'eau ou d'autres fluides. C'est ce que nous appelons leur porosité. Cette grandeur est 12 notée, généralement ε, et définie comme étant le rapport du volume occupé par les espaces vides (pores) Vp au volume total du milieu poreux Vt.

$$\varepsilon = \frac{Vp}{Vt} \qquad (I.13)$$

ε varie entre 1 (solide plein) et 0 (volume complétement vide). Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unité et elle est souvent exprimée en pourcentage. Un autre paramètre caractérisant la proportion de pores dans un milieu poreux est l'indice de vides e, qui est défini par le rapport du volume de vides Vv sur celui des solides Vs

$$e = \frac{\mathrm{Vv}}{\mathrm{Vs}} \qquad \text{(I.14)}$$

Cette grandeur est plus utilisée en géotechnique, car il permet d'utiliser un volume de référence (celui des solides) qui reste constant, contrairement au volume totale qui peut varier considérablement dans des matériaux compressibles comme les silts et les argiles. La relation entre la porosité et l'indice de vides est exprimée par :

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{e}}{\mathrm{e+1}} \qquad \text{(I.15)}$$

La porosité est un concept indépendant de la forme et des connexions entre les pores, elle dépend fortement de l'arrangement et de la taille des grains. Des mesures expérimentales réalisées par Kaviany résument dans le tableau (I.1) quelques valeurs de la porosité pour différents matériaux. [22]

Matériaux	**Porosité %**
Matériaux mousseux	0.98
Fibre de verre	0.88-0.93
Fil à tisser	0.68-0.76
Grains de silice	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57-0.66
Cuir	0.56-0.59

Catalyseur	0.45
Granulé de pierres	0.44-0.45
Terre	0.43-0.54
Sable	0.37-0.50
Poudre de silice	0.37-0.49
Sphère bien empilée	0.36-0.43
Filtre de cigarettes	0.17-0.49
Briques	0.12-0.34
Poudre de cuivre	0.09-0.34
Pierre à chaud, Dolomite	0.04-0.10
Houille	0.02-0.07

Table I.1 : porosité de quelques matériaux.

Perméabilité

La perméabilité traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression. Cette perméabilité notée K, dépend uniquement de la porosité et de la géométrie de la matrice solide. Plusieurs modèles empiriques expriment la perméabilité en fonction de la porosité et d'une dimension caractéristique de la matrice solide à l'échelle du pore. La relation de Kozeny-Carmen donne une estimation de la

perméabilité K pour un milieu poreux non consolidé constitué d'éléments identiques de géométrie simple comme suit. [23]

$$K = \frac{\varepsilon^2 D^2}{36 C_\circ (1-\varepsilon)^2} \qquad \text{(I.16)}$$

Où C0 est un coefficient de forme, compris entre 3.6 et 5 et D représente une dimension caractéristique des éléments qui constituent la matrice poreuse.

Ergun, a établi une expression semblable à l'équation de Kozney - Carmen en considérant l'écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible au sein d'une colonne poreuse, constituée de particules sphériques de diamètres moyenne D et soumise à un gradient de pression. [24]

$$K = \frac{\varepsilon^2 D^2}{150(1-\varepsilon)^2} \qquad \text{(I.17)}$$

Le tableau (I.2) ci-dessous, présente la perméabilité de quelques matériaux poreux définis par Nield et Bejan [25].

Matériaux	**Perméabilité K(en m^2)**
Ardoise (en poudre)	$4.9\ 10^{-14} – 1.2.10^{-13}$
Brique	$4.8.10^{-15} – 2.2.10^{-13}$
Béton bitumineux	$1.0.10^{-13} – 2.3.10^{-11}$
Cuivre (en poudre)	$3.3.10^{-10} – 1.5.10^{-9}$
Feutre	$8.3.10^{-10} – 1.2.10^{-9}$
Cuir	$9.5.10^{-14} – 1.2.10^{-13}$
Calcaire (dolomite)	$2.0.10^{-15} – 4.5.10^{-14}$
Sable	$2.0.10^{-11} – 1.8.10^{-10}$
Silice (en poudre)	$1.3.10^{-14} – 5.1.10^{-14}$
Sol	$2.9.10^{-13} – 1.4.10^{-11}$

Table I.2 : Perméabilité de quelques matériaux.

Tortuosité

La description de la géométrie des pores fait intervenir la notion de connectivité, correspondant à la complexité d'un chemin continu à travers l'espace des pores. Il faut également tenir compte des bras morts qui sont nombreux dans les milieux moins poreux et fortement hétérogènes (Figure I.3). Pour décrire ces différents aspects, on introduit le paramètre τ désignant la tortuosité, que l'on définit par la relation suivante:

$$\tau = \left(\frac{L'}{L}\right)^2 \qquad \text{(I.18)}$$

Où L' est la longueur réelle des lignes de courant du fluide traversant un échantillon de longueur L d'un milieu poreux, modélisé sous la forme d'un réseau de capillaires parallèles ou ondulés. Cette grandeur joue un rôle crucial dans les problèmes de diffusion.

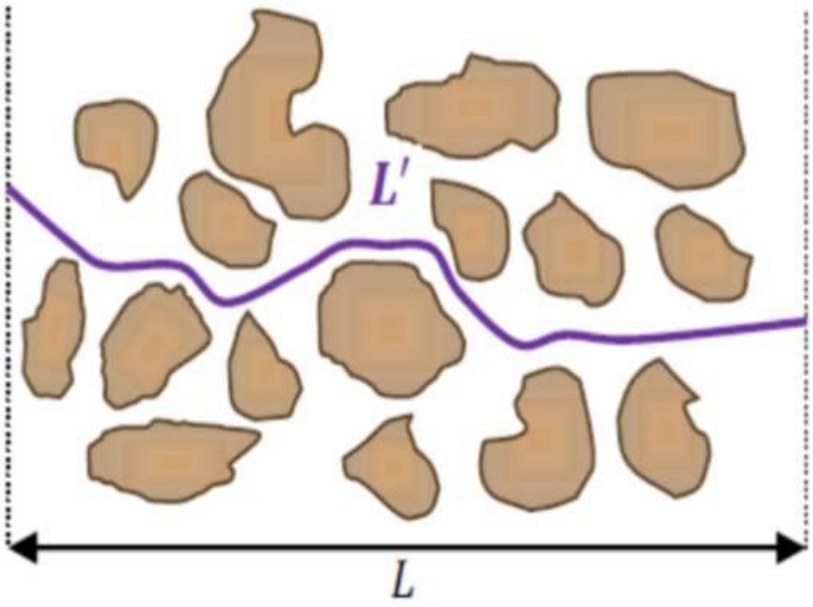


Figure I.8 : représentation de la tortuosité du milieu poreux

La surface spécifique :

La surface spécifique est définie comme l'aire totale des vides rapportée à l'unité de volume, soit [26]:

$$A_s = \frac{Air\ totale\ des\ vides}{volume\ totale\ du\ milieu} \qquad \text{(I.19)}$$

Ce paramètre sert d'élément comparatif pour différents milieu poreux de volume total v.

Partie III. FLUIDE NON NEWTONIEN

III.1.Introduction :

Le comportement rhéologique d'un fluide traduit la réponse mécanique de celui-ci, c'est-à-dire la relation entre les déformations du fluide et les contraintes appliquées. De manière générale, elle s'exprime par une équation constitutive reliant le tenseur des contraintes et le tenseur des taux de déformation. Il existe une grande variété de comportements rhéologiques, depuis une simple relation linéaire entre contraintes et taux de déformation, jusqu'à des comportements complexes, pouvant dépendre des vitesses de déformation, de l'histoire du fluide ou des conditions d'écoulement.

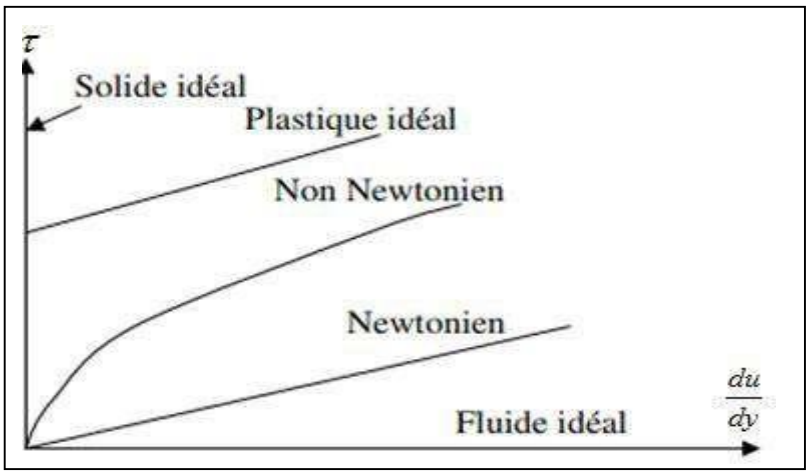


Figure I.9: Types des fluides. [27]

III.2.Défintion de fluide non Newtonien :

Un fluide non-newtonien est un fluide qui ne suit pas la loi de viscosité de Newton, c'est-à-dire une viscosité constante indépendante de la contrainte. Dans les fluides non newtoniens, la viscosité peut changer lorsqu'elle est soumise à une force pour devenir plus liquide ou plus solide. Le ketchup, par exemple, devient plus coulant lorsqu'il est secoué et est donc un fluide non-newtonien. De nombreuses solutions salines et polymères fondus sont des fluides non-newtoniens, tout comme de nombreuses substances couramment rencontrées telles que crème anglaise, miel, dentifrice, suspensions d'amidon, amidon de maïs, peinture, sang, beurre fondu et shampooing. [28]

III.3. Définition de fluide Newtonien :

Un fluide est dit newtonien lorsque le tenseur des contraintes visqueuses est une fonction linéaire du tenseur des déformations. Le facteur de proportionnalité se nomme viscosité et celle-ci est indépendante du taux de cisaillement. Pour la plupart des fluides usuels dans des conditions standards, ce modèle est très satisfaisant. Pour ce type de fluide, l'équation d'évolution est une équation de Navier-Stokes. Pour donner un exemple, dans le cas d'un fluide incompressible et homogène (à masse volumique constante), cette équation s'écrit, dans sa version massique [29]

III.4.classification des comportements de fluide non Newtonien :

III.4.1. Fluide non newtonien au comportement indépendant du temps :

Le comportement des fluides non-Newtoniens indépendant du temps ne peut plus être représenté par la formule simple. Du fait que la relation entre la contrainte de cisaillement τ' et le taux de déformation γ' est plus complexe et peut prendre plusieurs formes. Dans ce type de fluide, la viscosité dite apparente μ dépend toujours de la température et de la pression mais aussi du taux de déformation ou de la contrainte de cisaillement. Cette catégorie comporte à son tour les trois types de fluides suivants:

- Les fluides rhéofluidifiants (pseudo-plastiques) ;
- Les fluides rhéoépaississants (dilatants) ;
- Les fluides à seuil (viscoplastiques).

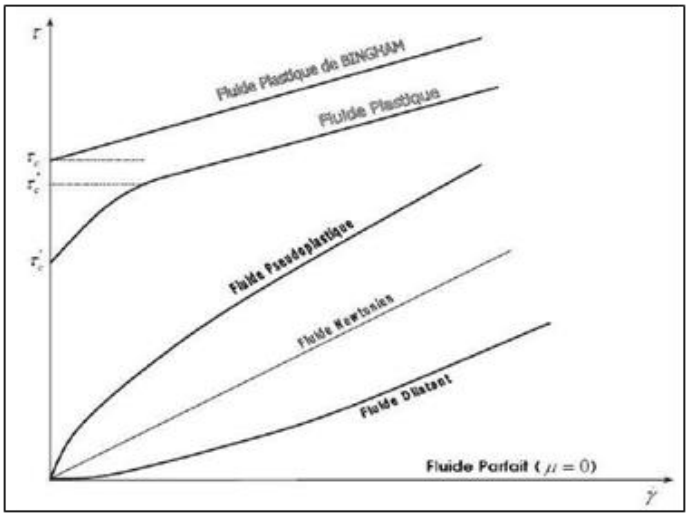


Figure I.10: Rhéogramme fluides non-Newtonien indépendants du temps. [27]

Fluide rhéofluidifiant ou pseudoplastique :

Il s'agit du comportement rhéologique le plus répandu. Dans un tel fluide, la viscosité apparente diminue avec l'augmentation de la contrainte de cisaillement. Plus l'agitation est importante, plus la viscosité est faible. Ce phénomène peut être expliqué par les modifications de la structure interne du fluide entre les états de repos et d'écoulement :

- Au repos, l'ordre interne irrégulier de ces fluides provoque une résistance interne importante ce qui implique une viscosité élevée.

- À la suite de l'augmentation de la contrainte de cisaillement, la structure moléculaire du fluide devient régulière, par conséquence un meilleur glissement et donc une baisse de la viscosité.

Fluide rhéoépaississant ou dilatant :

A l'inverse des fluides rhéofluidifiants, les fluides rhéoépaississants possèdent une viscosité apparente qui croit avec l'augmentation du cisaillement. Ce comportement est moins fréquent que celui des rhéofluidifiants. On le rencontre dans les suspensions fortement concentrées, dans lesquelles la phase liquide n'occupe pratiquement que les espaces entre les particules solides.

Fluide à seuil ou viscoplastique :

Pour ces fluides, aucun écoulement ne se produit tant que la contrainte appliquée ne dépasse pas une valeur critique appelée contrainte seuil. Au-delà de cette valeur seuil, on peut retrouver, suivant le fluide, les comportements Newtoniens, pseudo-plastiques ou dilatants.

III.4.2. Fluide non newtonien au comportement dépendant du temps :

Certains fluides non-Newtoniens possèdent un comportement qui varie en fonction du temps et du taux de cisaillement. Ces fluides se caractérisent par une viscosité apparente qui dépend de la durée d'application de la contrainte sans interruption. Cette catégorie de fluide peut se subdiviser en deux classes:

- Les fluides thixotropes.
- Les fluides rhéopectine (antithixotropes).

Fluide thixotropes :

Les fluides thixotropes ont une viscosité apparente qui diminue avec le temps lorsqu'ils sont soumis à une contrainte constante. L'application d'une contrainte constante détruit certaines parties du fluide, conduisant ainsi, à une diminution de la viscosité apparente dans le temps. Après la suppression de cette contrainte, le fluide retrouve sa viscosité initiale.

Fluide antithixotrope :

L'antithixotropie est le phénomène inverse de la thixotropie, c'est un comportement rare auquel le fluide durcit par agitation, par exemple : les suspensions aqueuses de gypse et le ciment.

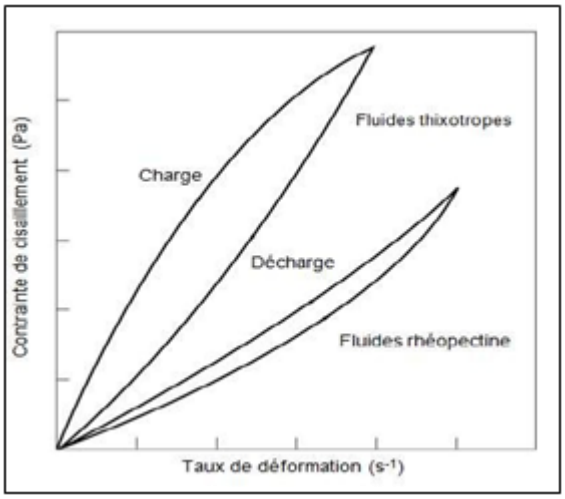


Figure I.11: Rhéogramme des fluides non-Newtoniens dépendants du temps. [27]

III.4.3. Les fluides viscoélastiques (rhéoplastiques) :

Les fluides viscoélastiques possèdent à la fois des propriétés de viscosité et d'élasticité. Ils se manifestent sous l'effet d'une contrainte. Leur comportement dépend à la fois de la déformation, du taux de cisaillement et du temps. Ainsi, après la suppression des contraintes, ces fluides peuvent récupérer une partie de leurs déformations. L'importance du caractère solide pour ces fluides dépend de la manière dont la contrainte est appliquée. Si cette contrainte est brutale alors ces fluides se comportent comme des solides, par contre si elle est régulière, ils se comportent comme des fluides.

Si on prend à guise d'exemple le silli-putti (élastomère à base de silicone), on le posant sur une table, il s'étale en forme de boule, si on le jette, il rebondit. Si on le frappe avec un marteau, il se brise comme du verre (à la température ambiante).

III.5.Les modèles utilisées pour résoudre un problème sur les fluides non newtonien :

Différentes lois permettant de modéliser les fluides non-Newtoniens peuvent être trouvés dans la littérature (Bird et al. [30] Baird et al [31]), y compris certaines recommandations et les limitations d'emplois. Dans la présente étude, on s'est intéressé au cas des fluides non-Newtoniens les plus répandus dans les procédés industriels et dont leur viscosité diminue avec le taux de cisaillement. Il s'agit éventuellement du comportement rhéofluidifiant. Dans ce paragraphe, on s'est limité à citer les modèles rhéologiques les plus utilisés à savoir :

• Le modèle d'Oswald-de-Weale ou de la loi de puissance : C'est un modèle mathématique simple permettant de modéliser facilement un fluide non-Newtonien sans seuil.

$$\mu = K\gamma^{n-1} \quad \text{(I.20)}$$

Avec : (μ) la viscosité apparente, (K) l'indice de consistance, (n) l'indice rhéologique, si:

• 0 <n< 1, le fluide est rhéofluidifiant ou pseudoplastique ;

• n= 1, il est Newtonien;

• n> 1, il est rhéoépaissisant ou dilatant.

• **Le modèle de Sisko** :

$$\mu \doteq \mu_{\infty} + K\gamma^{n-1} \quad \text{(I.21)}$$

Avec : (μ) la viscosité apparente, (K) l'indice de consistance, (n) l'indice rhéologique, et (μ∞) la viscosité à taux de cisaillement élevé.

• **Le modèle de Cross :** Le modèle de Cross a l'avantage de présenter le plateau Newtonien à faible taux de cisaillement:

$$\mu - \mu_{\infty} = \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1+(E,\gamma)^n} \quad \text{(I.22)}$$

Avec : (E') représente le temps caractéristique de l'enchevêtrement, (μ0) la viscosité du premier plateau Newtonien à faible taux de cisaillement, (n) l'indice rhéologique, et (μ∞) la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé

• **Le modèle d'Ellis :**

$$\mu = \frac{\mu_0}{1+\left(\tau\middle|\tau_{1/2}\right)^{n-1}} \quad \text{(I.23)}$$

Avec : (μ_0) représente la viscosité apparente à taux de cisaillement nul, n (n>1) représente le degré du comportement rhéofluidifiant du fluide, et ($\tau_{1/2}$) la contrainte à laquelle $\mu = \frac{\mu_0}{2}$

- **Le modèle de Carreau-Bird :**

Généralement, pour un grand nombre de polymère, on choisit la valeur de a=2, on parle alors du modèle de Carreau-Bird à quatre paramètres [27], le paramètre a fut ajoute plus tard par Yasuda.

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (E'\gamma')^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad \text{(I.24)}$$

Avec : (E') représente le temps caractéristique de l'enchevêtrement, (μ_0) la viscosité du palier Newtonien à faible taux de cisaillement (n) l'indice rhéologique, et (μ_∞) la viscosité du deuxième plateau Newtonien à taux de cisaillement élevé.

- **Le modèle de Carreau-Yasuda :** Ce modèle est largement utilisé pour décrire avec précision la viscosité des fluides rhéofluidifiants pour les faibles et fort taux de cisaillement

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)[1 + (E'\gamma')^a]^{\frac{n-1}{a}} \quad \text{(I.25)}$$

Avec : (E') le temps caractéristique de relaxation du fluide, (μ_0) la viscosité du fluide à cisaillement nul ou faible (n) l'indice de puissance, et (μ_∞) la viscosité du fluide à cisaillement infinie ou fort, (γ ') représente le second du tenseur de déformation, (a) décrit la région de transition entre la viscosité à taux de cisaillement nul et la viscosité de la loi de puissance.

Chapitre II : Formulation Mathématique

II.1 modèle physique et mathématique:

Dans cette étude, nous considérons le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle induite par double diffusion dans une couche poreuse saturée par un fluide non newtonien. Les parois incliné de la cavité active sont soumises à des gradients uniformes de concentration et de température, tandis que les parois latérales sont isolées. La cavité, comme le montre la figure 1.

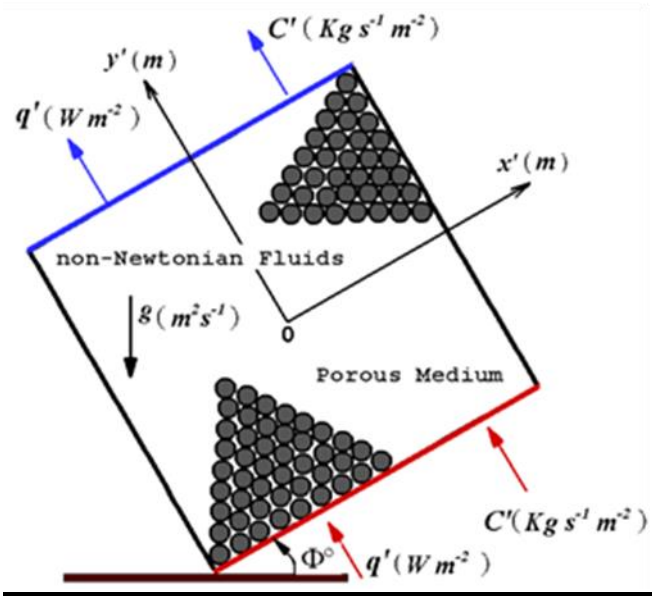


Figure (II.1) : Schéma du modèle physique.

Le comportement de l'écoulement a été modélisé à l'aide du modèle de Carreau-Yasuda, où la variation de densité avec la température est décrite par l'équation d'état :

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta_T \left(T' - T_0' \right) - \beta_s \left(C' - C_0' \right) \right] \qquad \text{(II.1)}$$

Où β_T et β_s sont le coefficient de dilatation thermique et le coefficient de concentration, respectivement, et ρ_0 est la densité du mélange fluide à la température $T' = T_0'$ et la fraction d'espèce $C' = C_0'$.

$$\nabla^2 \psi' = -\frac{gK\beta_T}{\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T' + \frac{\beta_s}{\beta_T} C' \right) \cos\Phi + \frac{\partial}{\partial y} \left(T' + \frac{\beta_s}{\beta_T} C' \right) \sin\Phi \right] \qquad \text{(II .2)}$$

$$(\rho C)_P \frac{\partial T'}{\partial t'} + (\rho C)_\rho V'.\nabla T' = k\nabla^2 T' \qquad \text{(II .3)}$$

$$\varphi \frac{\partial C'}{\partial t'} + V'.\nabla C' = D\nabla^2 C' \qquad \text{(II .4)}$$

Où $(\rho C)_p$ et $(\rho C)_f$ sont respectivement la capacité calorifique du milieu poreux saturé et du fluide, V' est la vitesse de Darcy, g l'accélération gravitationnelle, ν la viscosité cinématique, k et D sont la conductivité thermique et le coefficient de diffusion isotherme, ϕ la porosité du milieu poreux ψ' et la fonction de courant sont définies de telle sorte que $u' = \partial\psi'/\partial y'$ et que $v' = -\partial\psi'/\partial x'$.

Selon le modèle phénoménologique de Carreau-Yasuda, la viscosité d'un fluide est déterminée par :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left[1 + \left(E'\dot{\gamma}'\right)^a\right]^{(n-1)/a} \qquad \text{(II .5)}$$

Où μ_0 et μ_∞ sont les viscosités du fluide à des taux de cisaillement nuls et infinis, respectivement, ($n < 1$) est l'indice de fluidification par cisaillement, E' est le caractère temporel du fluide, $\dot{\gamma}'$ est l'amplitude du taux de cisaillement et est un paramètre sans dimension décrivant la transition entre deux régions région à taux de cisaillement nul et région de loi de puissance.

Les variables non dimensionnelles suivantes sont utilisées :

$$(u,y) = \frac{(x',y')}{H'}, \quad t = \frac{t'\alpha}{\sigma H'^2}, \quad (u,y) = \frac{(u',v')H'}{\alpha}, \quad \psi = \frac{\psi'}{\alpha}, \quad \varepsilon = \phi/\sigma, \quad T = \frac{(T'-T_0')}{\Delta T^*},$$

$$C = \frac{(C'-C_0')}{\Delta C^*}, \quad \Delta T^* = \frac{q'H'}{k}, \quad \Delta C^* = \frac{j'H'}{\rho_0 D}, \quad \mu_{CY} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad E = \frac{E'\alpha}{\varepsilon H'^2} \qquad \text{(II .6)}$$

Les équations régissant l'adimensionnel en termes de fonction de flux, de température et de concentration sont les suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)=-R_T\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T+NC\right)\cos\Phi+\frac{\partial}{\partial y}\left(T+NC\right)\sin\Phi\right] \qquad \text{(II .7)}$$

L'équation de conservation de l'énergie sous la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2 T \qquad \text{(II .8)}$$

Et donc, par l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y}=Le^{-1}\nabla^2 C \qquad \text{(II .9)}$$

En termes de modèle morphologique de Carreau-Yasuda décrivant le comportement d'un fluide non newtonien, la viscosité est donnée par :

$$\mu_{CY}\left(\gamma\right)=\mu\left(\gamma\right)=s+\left(1-s\right)\left[1+\left(E\left|\dot{\gamma}\right|\right)^a\right]^{(n-1)/a} \qquad \text{(II .10)}$$

Où est la viscosité apparente dépendante du cisaillement, s est le rapport des viscosités à taux de cisaillement infini à nul. Le taux de déformation sans dimension s'écrit :

$$\dot{\gamma}=\left[4\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)^2\right]^{1/2} \qquad \text{(II .11)}$$

Les conditions aux limites sans dimension correspondantes appliquées aux parois du système sont :

$$u=v=0, \qquad \psi=0, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial x}=\frac{\partial\psi}{\partial y}=0 \qquad \text{(II .12 a)}$$

Et les conditions aux limites thermiques et solutales :

$$\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\partial C}{\partial x}=0 \qquad \text{à} \qquad x=\pm\frac{1}{2} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial T}{\partial y}=\frac{\partial C}{\partial y}=-1 \qquad \text{à} \qquad y=\pm\frac{1}{2} \qquad \text{(II .12 b)}$$

Pour des flux constants de chaleur et de soluté (type Neumann), et donnée par :

$$T=C=\pm\frac{1}{2} \qquad \text{à} \qquad y=\pm\frac{1}{2} \qquad \text{(II .12 c)}$$

À température et concentration constantes (type Dirichlet).

Dans les équations ci-dessus, on remarque la présence de paramètres sans dimension, à savoir le nombre de Darcy-Rayleigh, R_T , le taux de flottabilité, N , la porosité, ε , et le nombre de Lewis, comme suit :

$$R_T=\frac{\rho_0\beta\Delta T'KH'}{\mu_0\alpha}, \qquad N=\frac{\beta_s\Delta C^*}{\beta_T\Delta T^*}, \qquad Le=\frac{\alpha}{D}, \qquad \varepsilon=\frac{\phi}{\sigma} \qquad \text{(II .13)}$$

Les nombres de Nusselt et de Sherwood décrivent respectivement les taux de transfert thermique et massique :

$$Nu^{-1}=\Delta T=T_{(0,-1/2)}-T_{(0.1/2)} \qquad \text{(Neumann) Ou} \qquad \text{(II .14a)}$$

$$Nu=-\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \qquad \text{(Dirichet)} \quad \text{et} \qquad \text{(II .14b)}$$

$$Nu_m=A^{-1}\int_{-A/2}^{A/2} Nu\,dx \qquad \text{(II .14c)}$$

$$Sh^{-1}=\Delta C=C_{(0,-1/2)}-C_{(0.1/2)} \qquad \text{(Neumann) Ou} \qquad \text{(II .15a)}$$

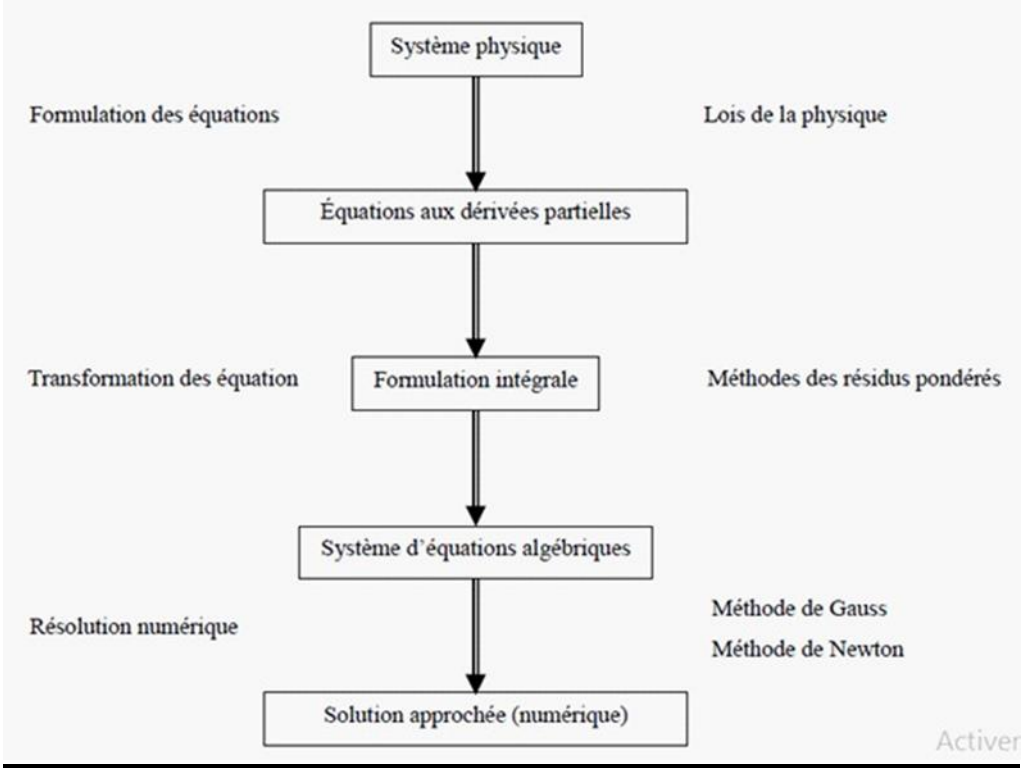
$$Sh=-\left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \qquad \text{(Dirichet)} \quad \text{et} \qquad \text{(II .15b)}$$

$$Sh_m=A^{-1}\int_{-A/2}^{A/2} Sh\,dx \qquad \text{(II .15c)}$$

Chapitre III : Méthoe numérique

III.1. Résolution des E.D.P :

Méthodes générales d'analyse numérique :



FigureIII.1: Méthodes générales d'analyse numérique

Actuellement, trois grandes méthodes numériques sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations à dérivées partielles régissant les différents écoulementsde transfert de chaleur, de masse, etc., ce sont les méthodes des différences finies, des éléments finis, spectrale et des volumes finis.

III.2. Méthode des différences finies :

Principe de méthode

La méthode des différences finies consiste à approximer les dérivées des équations de la physique au moyen des développements de Taylor et se déduit directement de la définitionde la dérivée. Elle est due aux travaux de plusieurs mathématiciens du 18ème siècle (Euler,Taylor, Leibniz...).

Soit u(x, y, x, t) une fonction de l'espace et du temps. Par définition de la dérivée, on a :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{u(x+\Delta x,y,x,t) - u(x,y,x,t)}{\Delta x} \quad \text{(III. 1)}$$

Si Δx est petit, un développement de Taylor de u(x+Δx, y, x, t) au voisinage de x donne:

$$u(x + \Delta x, y, x, t) = u(x, y, x, t) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, x, t) + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\big((x, y, x, t)\big) + \frac{\Delta x^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(x, y, x, t) + (x, y, x, t) + \cdots \quad \text{(III.2)}$$

En tronquant la série au premier ordre en Δx, on obtient :

$$\frac{u(x+\Delta x,y,x,t) - u(x,y,x,t)}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, x, t) + O(\Delta x) \quad \text{(III. 3)}$$

L'approximation de la dérivée $\frac{\partial u}{\partial x}(x)$ est alors d'ordre 1 indiquant que l'erreur de troncature O(Δx) tend vers zéro comme la puissance première de Δx. la puissance de Δx avec laquelle l'erreur de troncature tend vers zéro est appelée l'ordre de la méthode.[61]

Notation indicielle-cas1D

Considérons un cas monodimensionnel où l'on souhaite déterminer une grandeur u(x) sur l'intervalle [0, 1]. La recherche d'une solution discrète de la grandeur u amène à constituer un maillage de l'intervalle de définition. On considère un maillage (ou grille de calcul) composé de N + 1 points x_i pour i = 0, ..., N régulièrement espacés avec un pas Δx. Les points $x_i = i\Delta x$ sont appelés les noeuds du maillage.

Le problème continu de départ de détermination d'une grandeur sur un ensemble de dimension infinie se ramène ainsi à la recherche de N valeurs discrètes de cette grandeur aux différents noeuds du maillage.

Notation III.1 on note u_i la valeur discrète de u(x) au point x_i,

soit ui = u(xi). de même pour la dérivée de u(x) au noeud xi, on note

$$\frac{\partial u}{\partial x}_{x=x_i} = \frac{\partial u}{\partial x}_I = u_i^I \quad \text{(III.4)}$$

Cette notation s'utilise de façon équivalente pour toutes les dérivées d'ordre successif de la grandeur u.

Le schéma aux différences finies d'ordre 1 présenté au-dessus s'écrit, en notation indicielle:

$$\frac{\partial u}{\partial x}_i = \frac{u_{i+1}-u_i}{\Delta x} + O(\Delta x)$$ Ce schéma est dit "avant" (III.5)

Il est possible de construire un autre schéma d'ordre 1, appelé "arrière"

$$\frac{\partial u}{\partial x}_i = \frac{u_i-u_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x)[4]$$ (III.6)

III.3. méthode des éléments finis :

Principe de méthode [62]

La démarche générale de la méthode des éléments finis est la suivante. On a une EDP ou EDO à résoudre sur un domaine Ω. On écrit la formulation variationnelle de cette EDP ou EDO, et on se ramène donc à un problème du type

$$(P)\begin{cases} \text{trouver } u \in V \text{ tel que} \\ a(u; v) = l(v) \quad , \quad \forall v \in \Omega \end{cases}$$

On va chercher une approximation de u par approximation interne. Pour cela, on définitun maillage du domaine Ω, grâce auquel on va définir un espace d'approximation V_h, sous espace vectorielle de V de dimension finie N_h (par exemple V_h sera l'ensemble Des fonctions continues sur Ω et affines sur chaque maille).Le problème approché est alors

$$(p)\begin{cases} \text{trouver } u_h \in V_h \text{ tel que} \\ a(u_h; v_h) = l(v_h) \ , \ \forall v_h \in V_h. \end{cases}$$

Soit $(\varphi_1, \varphi_2 \ldots\ldots\ldots, \varphi_{Nn})$ une base de V_h: En décomposant u_h sur cette base sous la forme

$$u_h = \sum_{i=0}^{n} u_i \ \varphi_i$$ (III.7)

Le problème (P_h) devient

$$\begin{cases} \text{trouver } u_1, u_2 \ldots, u_N \text{ tel que} \\ \sum_{i=1}^{N} u_i \, a(\varphi_i, v_h) = l(v_h) \ , \quad \forall v_h \in V_h \end{cases}$$

Ou encore par linéarité de a et l:

$$\begin{cases} \text{trouver } u_1, u_2 \dots, u_N \text{ tel que} \\ \sum_{i=1}^{N} u_i \, a(\varphi_i, v_h) = l(\varphi_i) \ , \qquad \forall j = 1, \dots, N \end{cases}$$

III.4.Méthodes des volumes finies :

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers (volumes de contrôle) contenant un nœud dit: "nœud principal". Un exemple de volume de contrôle est montrédans la figure ci-dessous. Pour un nœud principal (P'), les points E et W (E: Est, W: West)sont des voisins dans la direction, tandis que N et S (N: Nord, S: Sud) sont ceux dans ladirection y. Le volume de contrôle entourant (P') est montré par les lignes discontinues.Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points (e) et (w) dans la direction, (n)et (s) dans la direction y.

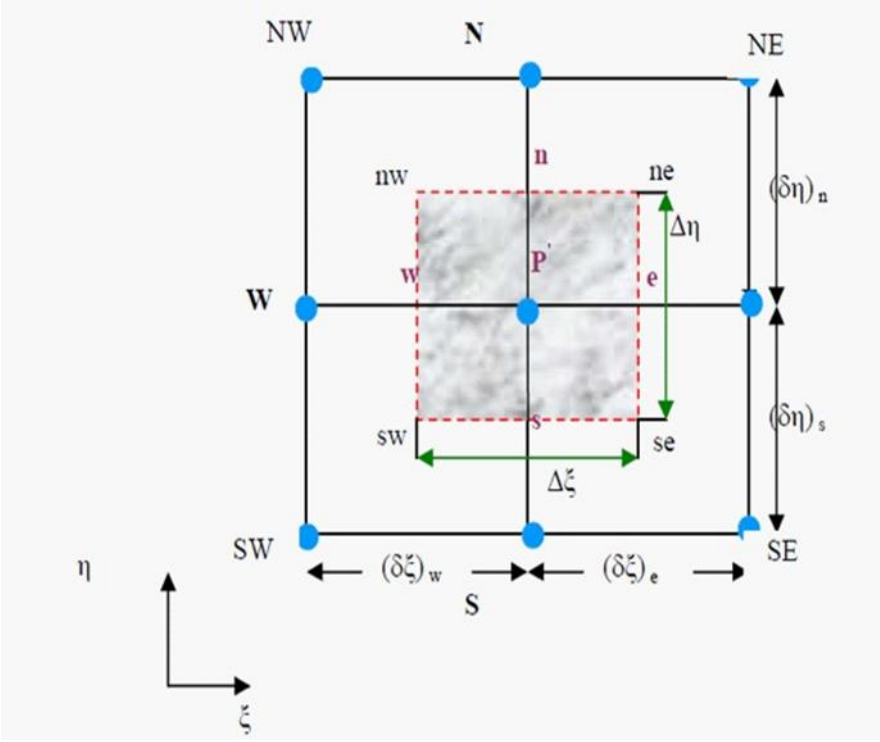


Figure III.2 : Schéma représentant Volume de contrôle bidimensionnel.

III.5.Discrétisation par méthode de différence finie :

Dans ce chapitre, nous utilisons une méthode numérique pour la résolution du système d'équations différentielles non-linéaires telles que présentées dans la solution analytique. La méthode proposée est basée sur la technique des différences finies. Cette méthode est la plus ancienne des méthodes numériques. Elle a été introduite au 18eme siècle par Euler, elle s'avère la plus adaptée et la plus facile à utiliser pour les problèmes à géométrie simple. Cette méthode consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini (voir Fig. 3.1).

Dans un repère cartésien, chaque nœud est désigné par le couple d'indices (i, j) désignant les lignes d'intersection du maillage. Les nœuds voisins sont implicitement définis en augmentant ou en abaissant l'un des indices par un incrément unitaire.

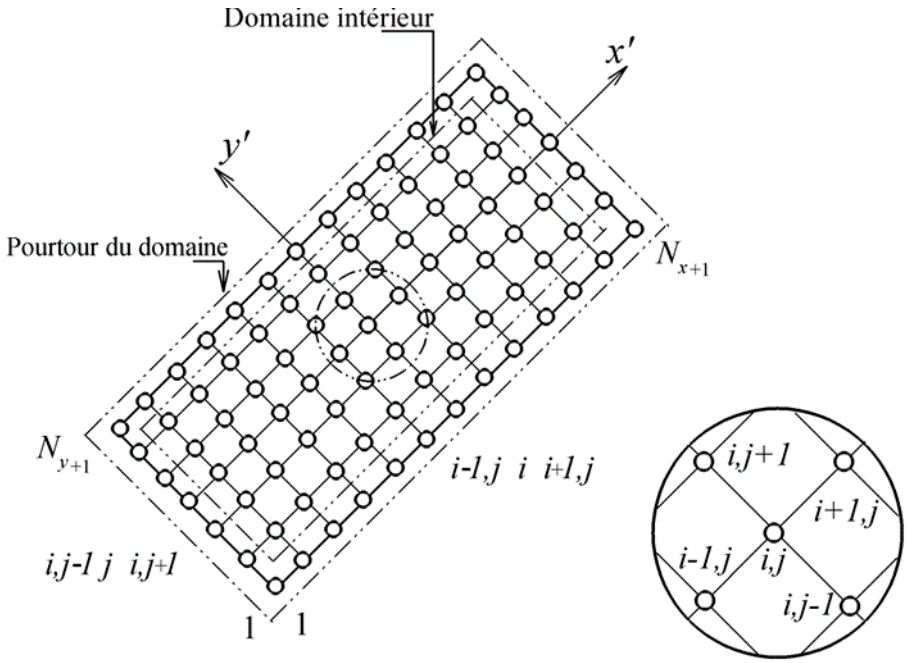


Figure III.3 : Maillage du domaine de calcul en (*i*, *j*).

III.5.1.Discrétisation des conditions aux frontières thermiques

Les conditions aux frontières (II.12a)-(II.12c) sont discrétisées selon un schéma aux différences finies décentré à droite et à gauche du deuxième ordre selon la paroi considérée :

Selon les parois adiabatiques et imperméables : $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0$

$$T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3}, \qquad S_{1,j} = \frac{4S_{2,j} - S_{3,j}}{3} \qquad \text{à} \qquad x = -\frac{1}{2} \quad \text{(III.8)}$$

$$T_{Nx+1,j} = \frac{4T_{Nx,j} - T_{Nx-1,j}}{3}, \qquad S_{Nx+1,j} = \frac{4S_{Nx,j} - S_{Nx-1,j}}{3} \quad \text{à} \quad x = \frac{1}{2} \quad \text{(III.9)}$$

Selon les parois actives : $\frac{\partial T}{\partial y} = -1$, $\frac{\partial S}{\partial y} = -1$

$$T_{i,1} = \frac{4T_{i,2} - T_{i,3} + 2\Delta y}{3} \qquad \text{à} \qquad y = -\frac{1}{2} \qquad \text{(III.10)}$$

$$T_{i,Ny+1} = \frac{4T_{i,Ny} - T_{i,Ny-1} - 2\Delta y}{3} \qquad \text{à} \qquad y = \frac{1}{2} \qquad \text{(III.11)}$$

$$S_{i,1} = \frac{4S_{i,2} - S_{i,3} + 2\Delta y}{3} \qquad \text{à} \qquad y = -\frac{1}{2} \qquad \text{(III.12)}$$

$$S_{i,Ny+1} = \frac{4S_{i,Ny} - S_{i,Ny-1} - 2\Delta y}{3} \qquad \text{à} \qquad y = \frac{1}{2} \qquad \text{(III.13)}$$

III.5.2.Discrétisation de l'équation d'énergie

L'équation d'énergie étant parabolique par rapport au temps et elliptique par rapport aux coordonnées spatiales, la méthode implicite aux directions alternées ADI est choisie comme outil de résolution. Compte tenu de l'équation de l'énergie (II.8) cette dernière se réécrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \text{(III.14)}$$

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

C'est un schéma aux différences centrées au temps (*n*+1/2) pour les dérivées en *x* et au temps *n* pour les dérivées en *y*, chaque terme de l'équation (III.14) est discrétisé comme suit :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \qquad \text{(III.15)}$$

$$\left.\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.16)}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial T}\right|_{i,j} = 2\frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} \qquad \text{(III.17)}$$

En substituant les équations (III.15)- (III.16) dans l'équation (III.14) , on obtient un système matriciel tri diagonal de la forme:

$$A_i T_{i+1,j}^{n+1/2} + B_i T_{i,j}^{n+1/2} + C_i T_{i-1,j}^{n+1/2} = D_i \qquad \text{(III.18)}$$

Avec :

$$A_i = \left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 \Gamma_L}\right], \qquad B_i = 2\left[\frac{\Gamma_\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2 \Gamma_L}\right], \qquad C_i = -\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 \Gamma_L}\right]$$

$$D_i = \left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 \Gamma_L}\right] T_{i,j+1}^{n} + 2\left[\frac{\Gamma_\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2 \Gamma_L}\right] T_{i,j}^{n} + \left[\frac{v_{j,j-1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 \Gamma_L}\right] T_{i,j-1}^{n}$$

En remplaçant les conditions aux limites (III.8)-(III.11) dans l'équation (III.18) on obtient la forme discrète implicite en *x* sous la forme suivant :

Pour : $i = 2$ $$\left[A_2 - \frac{1}{3}\,C_2\right] T_{3,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[B_2 - \frac{4}{3}\,C_2\right] T_{2,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_2 \qquad \text{(III.18a)}$$

Pour : $i = N_x$ $$\left[\frac{4}{3}A_{Nx} - B_{Nx}\right] T_{Nx,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[C_{Nx} - \frac{1}{3}\,A_{Nx}\right] T_{Nx-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_{Nx} \qquad \text{(III.18b)}$$

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

C'est un schéma aux différences centrées au temps (n+1/2) pour les dérivées en x et au temps (n+1) pour les dérivées en y. La discrétisation des dérivées partielles est donnée par :

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2}, \qquad \left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \qquad \text{(III.19)}$$

$$\left.\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x}, \qquad \left.\frac{\partial (vT)}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n} T_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n} T_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.20)}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,j} = 2\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} \qquad \text{(III.21)}$$

En substituant les équations (III.19)-(III.21) dans l'équation (III.14), on obtient un système matriciel tri diagonal de la forme :

$$A_i' T_{i,j+1}^{n+1} + B_i' T_{i,j}^{n+1} + C_i' T_{i,j-1}^{n+1} = D_i' \qquad \text{(III.22)}$$

$$A_i' = \left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 \Gamma_L}\right], \qquad B_i' = 2\left[\frac{\Gamma_\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2 \Gamma_L}\right], \qquad C_i = -\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 \Gamma_L}\right]$$

$$D_i' = \left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 \Gamma_L}\right] T_{i+1,j}^{n+1/2} + 2\left[\frac{\Gamma_\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2 \Gamma_L}\right] T_{i,j}^{n+1/2} + \left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 \Gamma_L}\right] T_{i-1,j}^{n+1/2}$$

En remplaçant les conditions aux limites (III.8)-(III.11) dans l'équation (III.22) on obtient la forme discrète implicite en *y* sous la forme suivant :

Pour : $j = 2$ $$\left[A'_2 - \frac{1}{3}\,C'_2\right] T_{I,3}^{n+1} + \left[B'_2 - \frac{4}{3}\,C'_2\right] T_{i,2}^{n+1} = D'_2 - \frac{2}{3} C'_2\,\Delta_y \qquad \text{(III.22a)}$$

Pour: $j = N_y$ $$\left[\frac{4}{3}A'_{Ny} - B'_{Ny}\right] T_{I,Ny}^{n+1} + \left[C'_{Ny} - \frac{1}{3}\,A'_{Ny}\right] T_{i,Ny-1}^{n+1} = D'_{Ny} - \frac{2}{3} A'_{Ny}\,\Delta_y \qquad \text{(III.22b)}$$

III.5.3. Discrétisation de l'équation de concentration

De même pour l'équation de concentration (II.9), nous exposons dans ce qui suit sa discrétisation en suivant exactement les mêmes démarches que le paragraphe précédent.

L'équation de concentration (II.9) se réécrit de la façon suivante:

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (uS)}{\partial x} + \frac{\partial (vS)}{\partial y} = Le^{-1}\left[\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right] \qquad \text{(III.23)}$$

Schéma implicite en *x* et explicite en *y*

Similairement aux démarches précédentes, l'équation algébrique correspondant à la discrétisation de l'équation de concentration donne :

$$A_i S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + B_i S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + C_i S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_i \qquad \text{(III.24)}$$

Avec :

$$A_i = \left[\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right], \qquad B_i = 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right], \qquad C_i = -\left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le}\right]$$

$$D_i = \left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S_{i,j+1}^{n} + 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S_{i,j}^{n} + \left[\frac{v_{j,j-1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le}\right] S_{i,j-1}^{n}$$

En remplaçant les conditions aux limites (III.8)-(III.13) dans l'équation (III.24) on obtient la forme discrète implicite en *x* sous la forme suivant :

Pour : $i = 2$ $$\left[A_2 - \frac{1}{3}\,C_2\right] S_{3,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[B_2 - \frac{4}{3}\,C_2\right] S_{2,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_2 \qquad \text{(III.24 a)}$$

Pour : $i = N_x$ $\left[\frac{4}{3}A_{Nx} - B_{Nx}\right] S_{Nx,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[C_{Nx} - \frac{1}{3}A_{Nx}\right] S_{Nx-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = D_{Nx}$ (III.24 b)

Schéma implicite en *y* et explicite en *x*

$$A_i^{'} S_{i,j+1}^{n+1} + B_i^{'} S_{i,j}^{n+1} + C_i^{'} S_{i,j-1}^{n+1} = D_i^{'} \quad \text{(III.25)}$$

$$A_i^{'} = \left[-\frac{v_{i,j+1}^{n}}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2 Le} \right], \quad B_i^{'} = 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2 Le} \right], \quad C_i = -\left[\frac{v_{i,j-1}^{n}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2 Le} \right]$$

$$D_i' = \left[-\frac{u_{i+1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le} \right] S_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + 2\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2 Le} \right] S_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[\frac{u_{i-1,j}^{n}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2 Le} \right] S_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}$$

En remplaçant les conditions aux limites (III.8)-(III.13) dans l'équation (III.25) on obtient la forme discrète implicite en *x* sous la forme suivant :

Pour : $j = 2$ $\left[A_2' - \frac{1}{3}C_2'\right] S_{I,3}^{n+1} + \left[B_2' - \frac{4}{3}C_2'\right] S_{i,2}^{n+1} = D_2' - \frac{2}{3}C_2' \Delta_y$ (III.25a)

Pour: $j = N_y$ $\left[\frac{4}{3}A_{Ny}' - B_{Ny}'\right] S_{I,Ny}^{n+1} + \left[C_{Ny}' - \frac{1}{3}A_{Ny}'\right] S_{i,Ny-1}^{n+1} = D_{Ny}' - \frac{2}{3}A_{Ny}' \Delta_y$ (III.25b)

III.5.4. Discrétisation de l'équation du mouvement

L'équation de mouvement du milieu poreux basée sur le modèle de Darcy peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial \psi}{\partial y}\right) = -R_T \left[\frac{\partial}{\partial x}(T + NC)\cos\Phi + \frac{\partial}{\partial y}(T + NC)\sin\Phi \right] \quad \text{(III.26)}$$

Chaque terme de l'équation de mouvement (III.26) est discrétisé selon un schéma centré classique.

$$\left.\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i+1,j}^{n+1} - 2\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2}, \quad \left.\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\right|_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - 2\Psi_{i,j}^{n+1} + \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \quad \text{(III.27)}$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{i,j} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \qquad \text{(III.28)}$$

En remplaçant les expressions (III.27) et (III.28) dans l'équation (III.26) on obtient l'expression générale de la fonction suivante

$$\varphi(i,j) = \varphi(i,j).(1-\omega) + \omega\left(ap_X.\left(\varphi(i+1,j) + \varphi(i-1,j)\right) + ap_X\left(\varphi(i,j+1) + \varphi(i,j-1)\right) - ap_{XY}\left(\varphi(i+1,j+1) - \varphi(i+1,j-1) - \varphi(i-1,j+1) + \varphi(i-1,j-1) + pov(i,j).\frac{FODOR}{ap}\right)\right) \qquad \text{(III. 29)}$$

Avec :

$$ap = 2(\mu(i,j) + va(i,j).G).\left(\left(\frac{1}{DX^2} + \frac{1}{DY^2}\right) + \left(\frac{V_2}{DX^2} + \frac{U_2}{DY^2}\right).\frac{FOINER}{va(i,j)}.G\right) + CST1\left((Sin\phi)^2.\frac{1}{DX^2} + (Cos\phi)^2.\frac{1}{DY^2}\right)$$

Et $apx = \frac{(\mu(i,j)+va(i,j).FOINER.G+CST1.(Sin\phi)^2)}{DX^2+V_2.FOINER} \times \frac{DX^2.G.Va\ (i,j)}{ap}$

$$apy = \frac{(\mu(i,j) + va(i,j).FOINER.G + CST1.(Cos\phi)^2)}{Dy^2 + V_2.FOINER} \times \frac{Dy^2.G.Va\ (i,j)}{ap}$$

$$apy = \frac{\mu(i,j).va(i,j).FOINER.G}{2.DX.DY.Va(i,j)} + \frac{CST1.Sin\phi\ .\ Cos\phi}{2.DX.DY}.ap$$

$Pov(i,j) = R_T\ ((T(i+1,j) - T(i-1,j))\ cos\phi/(2.DX) - (T(i,j+1) - T(i,j-1)).sin\phi/(2.DY)) - R_T.N(((S(i+1,j) - S(i-1,j)).cos\phi/(2.DX) - S(i,j+1) - S(i,j-1))\ sin\phi/(2.DY))$

$CST1 = Fo2\left(\frac{1+(CST01)}{CST02}\right)$; $Fo2 = (1-\phi)^{2,5}$; $CST01 = 3 - \frac{CNT}{CNF}$

$CST02 = \left(\frac{CNT}{CNF} + 2\right) - \left(\frac{CNT}{CNF} - 1\right).\phi$; $FOINER = (1-\phi)^{2,5}.\left((2-\phi) + \frac{\phi.Snf}{\rho_f}\right)$

Où :

$$\zeta = \left[\frac{\cos\left(\pi / N_{x+1}\right) + \left(\Delta x^2 / \Delta y^2\right)\cos\left(\pi / N_{y+1}\right)}{1 + \left(\Delta x^2 / \Delta y^2\right)}\right] \qquad \text{(III.30)}$$

Où N_{x+1} et N_{y+1} désignent les nombres des nœuds suivant les directions horizontales et verticales, respectivement.

III.5.5. Discrétisation des champs de vitesse

Les composantes du champ de vitesse sont obtenues à partir de la fonction de courant selon les relations (II.22). La discrétisation de ces équations par un schéma de différence finies centré du premier ordre donne :

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad \text{(III.31)}$$

$$v_{i,j}^{n+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{n+1} - \Psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta x} \qquad \text{(III.32)}$$

III.5.6. Discrétisation des conditions aux frontières des vitesses

Les conditions aux frontières des vitesses sont discrétisées selon un schéma aux différences finies décentré à droite et à gauche du troisième ordre:

$$\left.\begin{array}{lll} u_{1,j}=0, & v_{i,1}=-\frac{18\Psi_{2,j}-9\Psi_{3,j}+2\Psi_{4,j}}{6\Delta x} & \text{à} \quad x=-\frac{1}{2} \\ u_{Nx+1,j}=0, & v_{i,Ny+1}=\frac{18\Psi_{Nx,j}-9\Psi_{Nx-1,j}+2\Psi_{Nx-2,j}}{6\Delta x} & \text{à} \quad x=\frac{1}{2} \end{array}\right\} \text{(III.33)}$$

$$\left.\begin{array}{lll} v_{i,1}=0, & u_{1,j}=\dfrac{18\Psi_{i,2}-9\Psi_{i,3}+2\Psi_{i,4}}{6\Delta y} & \text{à} \quad y=-\dfrac{1}{2} \\ v_{i,Ny+1}=0, & u_{Ny+1,j}=-\dfrac{18\Psi_{i,Ny}-9\Psi_{i,Ny-1}+2\Psi_{i,Ny-2}}{6\Delta y} & \text{à} \quad y=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \text{(III.34)}$$

III.5.7. Algorithme de calcul

Les principales étapes de notre algorithme de calcul sont :

1. Génération du maillage.
2. Initialisation et lecture des données.
3. Calcul du facteur de sur-relaxation.
4. Introduction des conditions initiales sur la température, *T*, sur la concentration, *S*, et sur la fonction de courant, Ψ.
5. Evaluation du champ de vitesse initiale $u_{i,j}$ et$v_{i,j}$.
6. Début de la boucle dans le temps.

6.1. Résolution de l'équation de l'énergie (III.18) et (III.22) par la méthode ADI et calcul du champ de température$T_{i,j}$.

6.2. Résolution de l'équation de concentration (III.24) et (III.25) par la méthode ADI et calcul le champ de concentration$S_{i,j}$.

6.3. Résolution de l'équation de mouvement (III.29) et (III.34) par la méthode SOR et calcul du champ de la fonction du courant $\Psi_{i,j}$.

6.4. Détermination du champ de vitesse $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$.

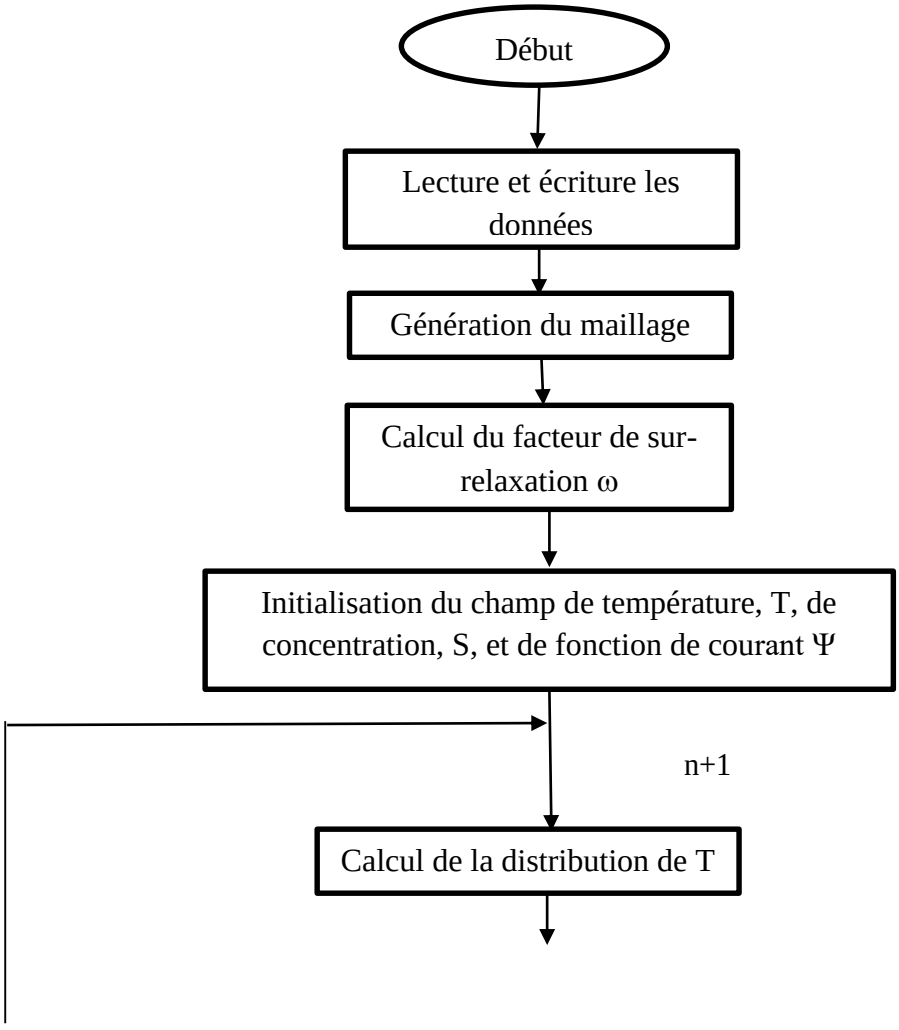
6.5. Refaire l'étape (6.1) jusqu'à l'obtention de la convergence de la solution vers une solution permanent ou oscillante.

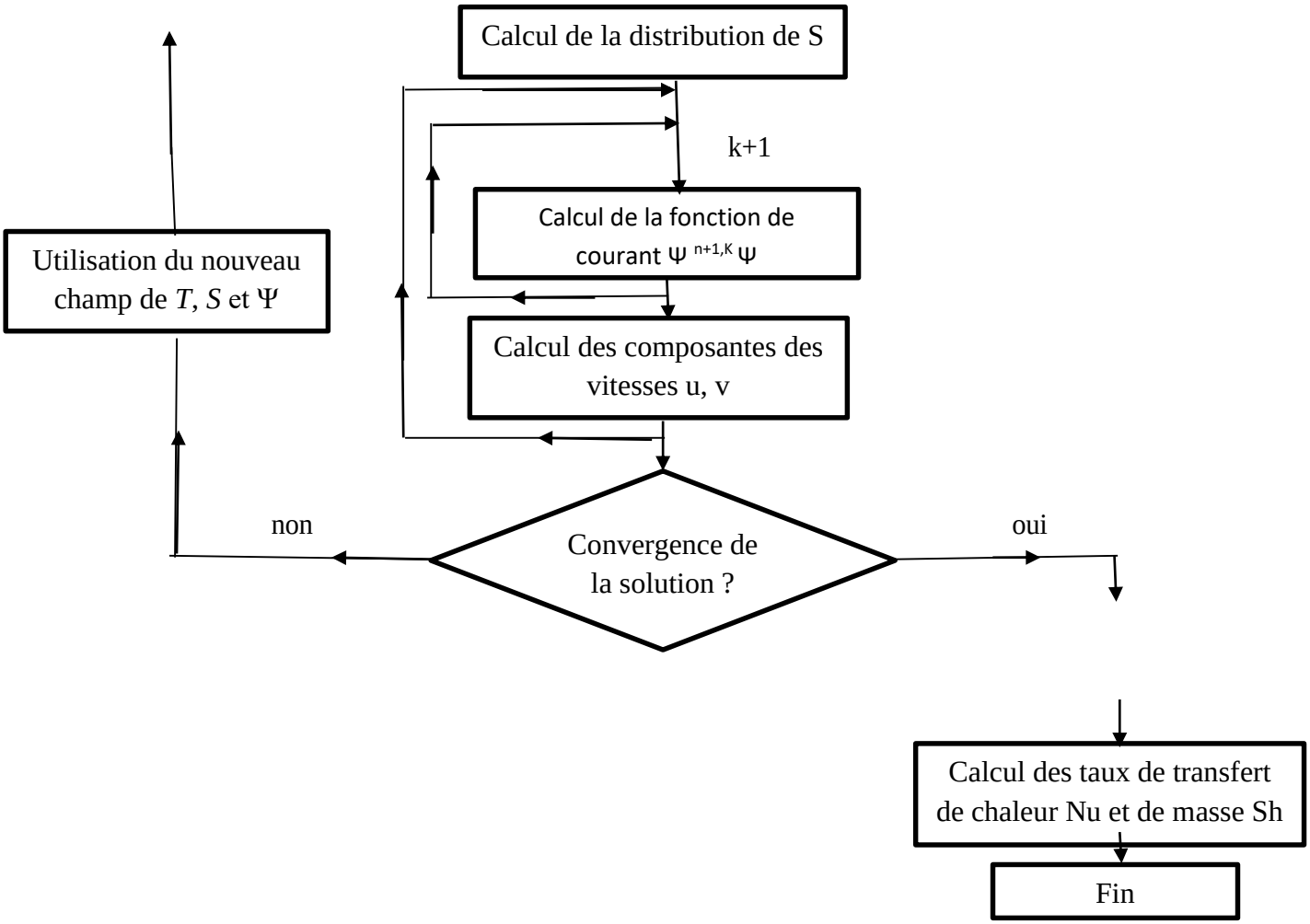
7. Impression des résultats.

8. Fin du programme.

Le critère de convergence lors de la résolution des équations (III.29) et (III.34) est donné par :

$$\frac{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k+1} - \Psi_{i,j}^{k}\right|}{\sum_i \sum_j \left|\Psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-6} \qquad \text{(III.35)}$$




Calcul de la distribution de S
k+1
Calcul de la fonction de courant Ψ n+1,K ψ
Calcul des composantes des vitesses u, v
Convergence de la solution ?
non
oui
Utilisation du nouveau champ de T, S et Ψ
Calcul des taux de transfert de chaleur Nu et de masse Sh
Fin

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1. Validation :

Les résultats numériques optimaux ont été obtenus pour la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée remplie d'un fluide non newtonien. Les résultats obtenus à partir de la présente méthode ont été comparés à ceux rapportés par de nombreux auteurs pour les conditions aux limites thermiques de Neumann, respectivement, comme indiqué dans le tableau (IV. 1) Il a été constaté que la taille de maille uniforme de ($N_x \times N_y = 100 \times 100$) a donné un bon accord des résultats actuels avec les données rapportées dans les études précédentes.

Conditions aux limites thermiques de Nuemann									
N	Khechiba et al. [63]			étude actuelle			étude actuelle contre Khechiba et al. [63] (%)		
	1	0.8	0.6	1	0.8	0.6	1	0.8	0.6
ψ_0	1.915	2.235	2.872	1.914	2.235	2.869	0.05	0.00	0.10
Nu	1.912	2.221	2.778	1.912	2.221	2.777	0.00	0.00	0.03
Nu_m	1.719	1.964	2.431	1.719	1.964	2.431	0.00	0.00	0.00
μ	…	…	…	1.000	0.815	0.456	…	…	…

Tableau IV. 1. Comparaison des ψ_0, Nu, Nu_m, et μ avec quelques études précédentes résultats numériques pour les conditions aux limites thermiques de Nuemann, $R_T = 50$, $E = 0.2$, $s = 10^{-2}$, $a = 2$ et contre n.

IV.2. Effet de l'indicée la loi de puissance, n, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité :

La figure IV.1. montre l'effet de l'indice de loi de puissance, n, sur les lignes de courant, les isothermes, la concentration et les contours de la viscosité apparente de la cavité carrée, sont présentés de gauche à droite, respectivement. On le voit clairement avec une diminution de l'indice de la loi de puissance,n, les lignes de courant deviennent elliptiques au centre de la cavité, la convection s'améliore. En outre, augmente à la fois les amplitudes thermiques et

la concentration d'est sur la paroi chaude. Cela confirme que la diminution de l'indice de la loi de puissance,n, améliore le transfert de chaleur et la masse. La viscosité apparente change également avec le changement d'indice de la loi de puissance,n, la transition d'un fluide newtonien($n = 1$) à un fluide non newtonien($n < 1$) est plus complexe et déformé.

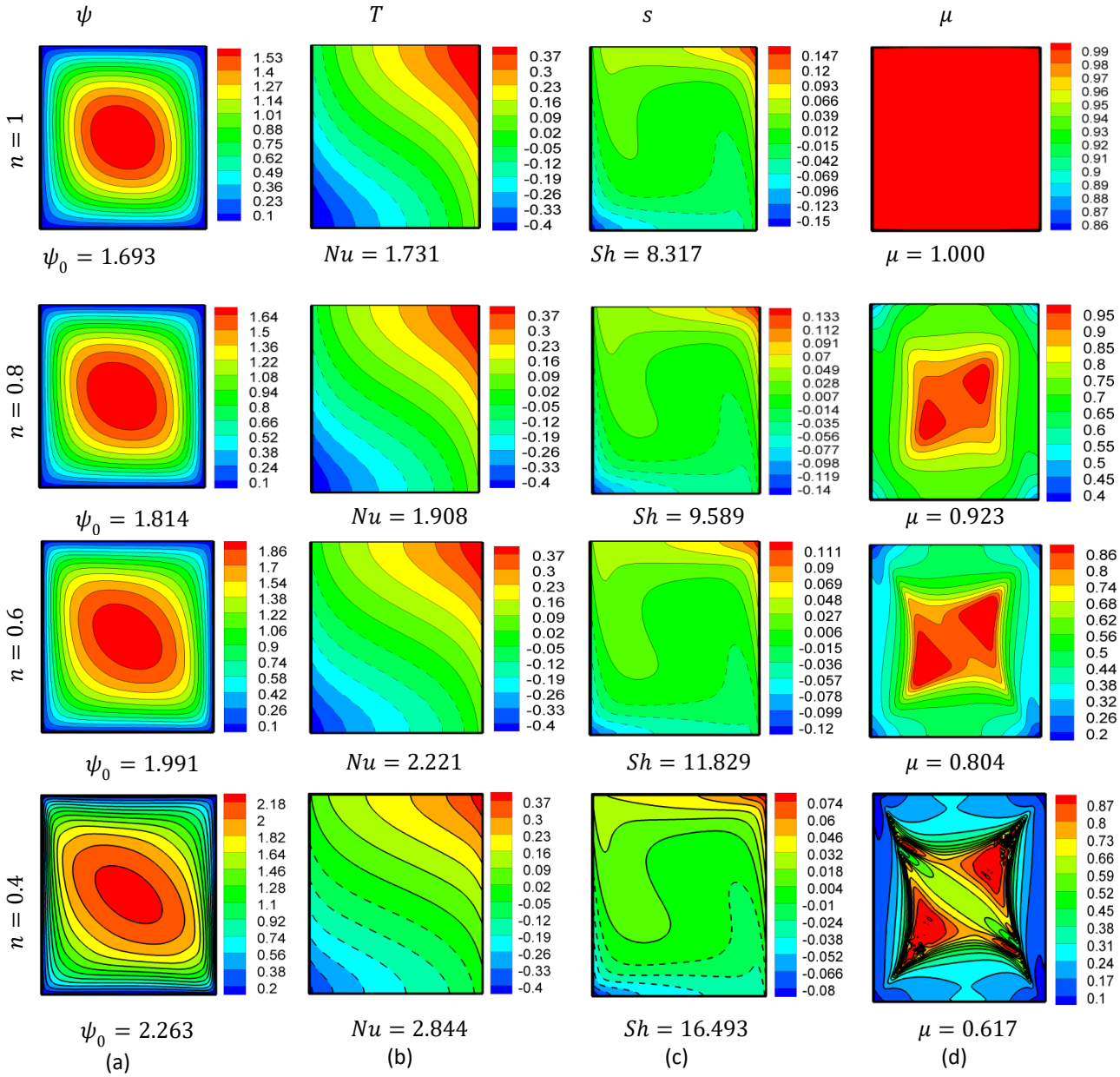
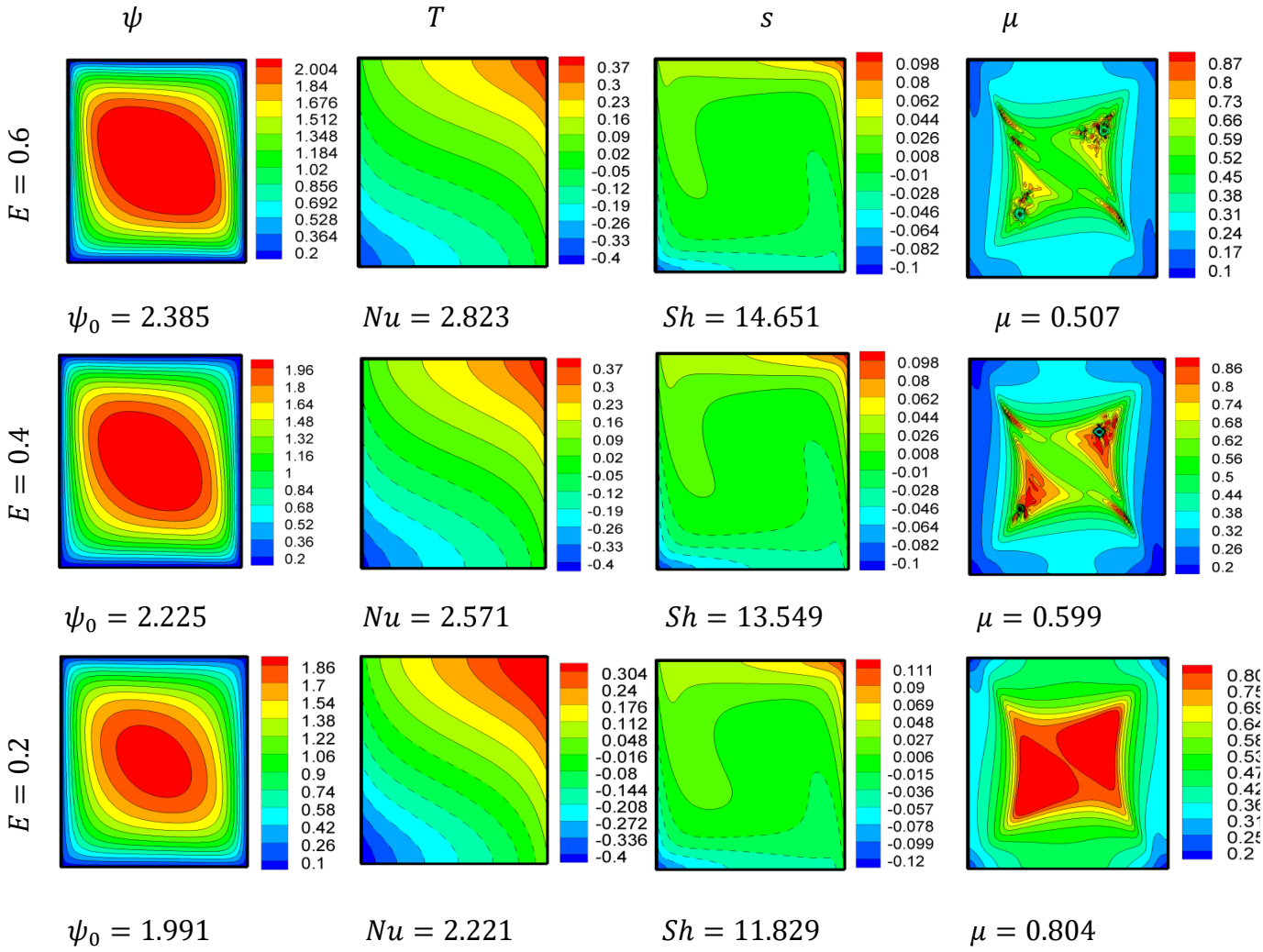
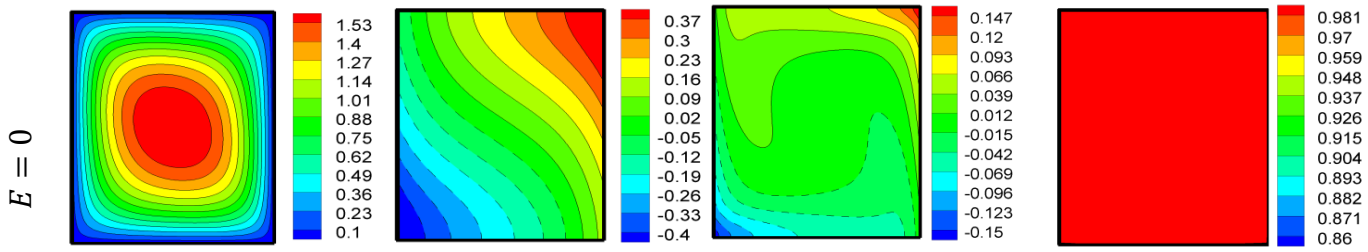


Fig. IV.1. Effet de l'indice de la loi de puissance, n, sur : (a) lignes de courant, (b) isothermes, (c) is-concentration et (d) contours de viscosité apparents pour R_T = 50, E = 0.2, S = 0.01 a =2, Le =10, N =-0.5 et Φ=0°.

IV.3. Effet de constant de temps ,E, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité :

La figure IV.2 présente les différents paramètres de constante de temps, E, sur les lignes de courant, isothermes, iso-concentration et la viscosité apparente. On augmenter, E, l'intensité l'écoulement augmente. De plus, le gradient d'iso-concentration sur la paroi thermique diminue lorsque le paramètre, E, augmenté de 0 à 0.6. Le transfert de masse s'améliore lorsque E diminue. Aussi, si la quantité de paramètre, E, est réduite, le fluide devient très visqueux (quand E =0 →Fluide newtonien μ=1).





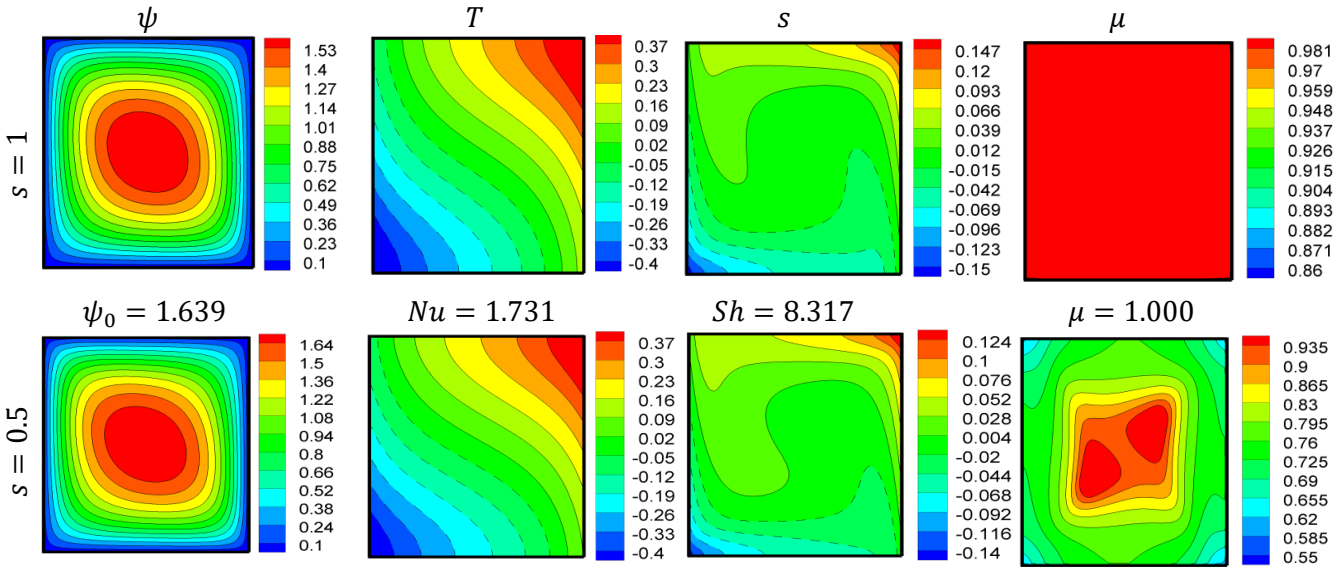
$\psi_0 = 1.693$ $Nu = 1.731$ $Sh = 8.317$ $\mu = 1.000$

(a) (b) (c) (d)

Fig. IV.2. Effet du nombre de constante de temps, E, sur : (a) lignes de courant, (b) isothermes, (c) est-concentration et (d) contours apparents de viscosité pour R_T = 50, S = 0.01, n = 0.6, a = 2, Le =10 , N =-0.5 et Φ=0°.

IV. 4. Effet de paramètre ,s, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité :

La figure IV.3.affiche les lignes de courant, les isothermes, l'iso-concentration et la viscosité apparente dans différentes valeurs de valeurs du rapport des viscosités de taux de cisaillement infini à zéro s. Le mouvement des lignes de courant est confirmé par la diminution de paramètre, s. De plus, les contours montrent que la densité d'iso-concentration sur la paroi chaude augmente avec la diminution du paramètre , s. D'une part, la viscosité apparente des fluides est améliorée (fluide newtonien).



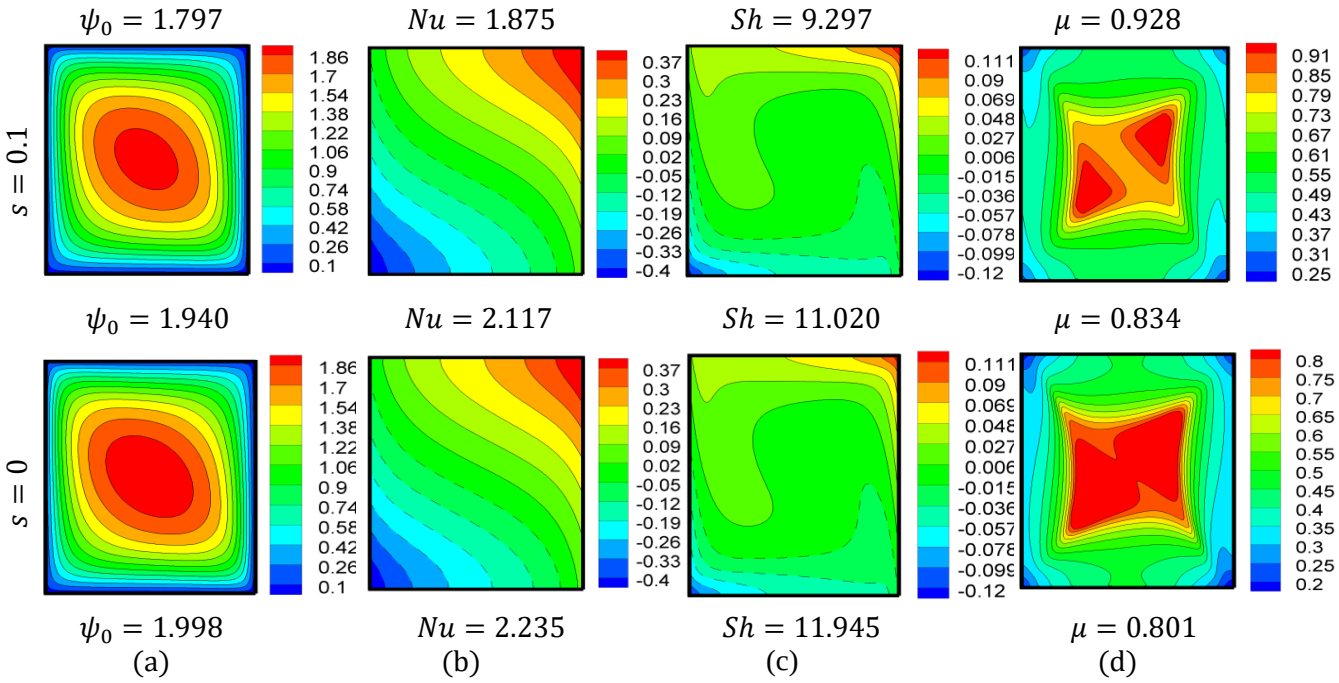


Fig. IV. 3. Impact des différents paramètres, s. sur : (a) lignes de courant, (b) isothermes, (c) est-concentration et (d) contours apparents de viscosité pour for R_T = 50, E = 0.2, n = 0.6, a = 2, Le =10, N =-0.5 et Φ=0°.

IV. 5. Effet de paramètre, a, sur les courbes de l'intensité de l'écoulement, température, concentration, viscosité :

La figure IV.4. reprend différentes valeurs de paramètre, a. sur les lignes de courant, les isothermes, l'iso-concentration et la viscosité apparente. En comparant les modèles de flux, le Paramètre a augmente le processus de convection. D'une part, lorsque le paramètre, a, diminue, la densité de concentration sur la paroi chaude augmente. semblable à la température est améliorée en diminuant la valeur du paramètre, a. Le modèle confirme que le processus provoque l'augmentation du gradient de température et de concentration sur la paroi chaude et donc l'augmentation du transfert de chaleur et de masse avec la diminution des paramètres, a . De plus, la viscosité apparente augmente avec la diminution du paramètre , a, (a <1, , fluides fluidifiants).

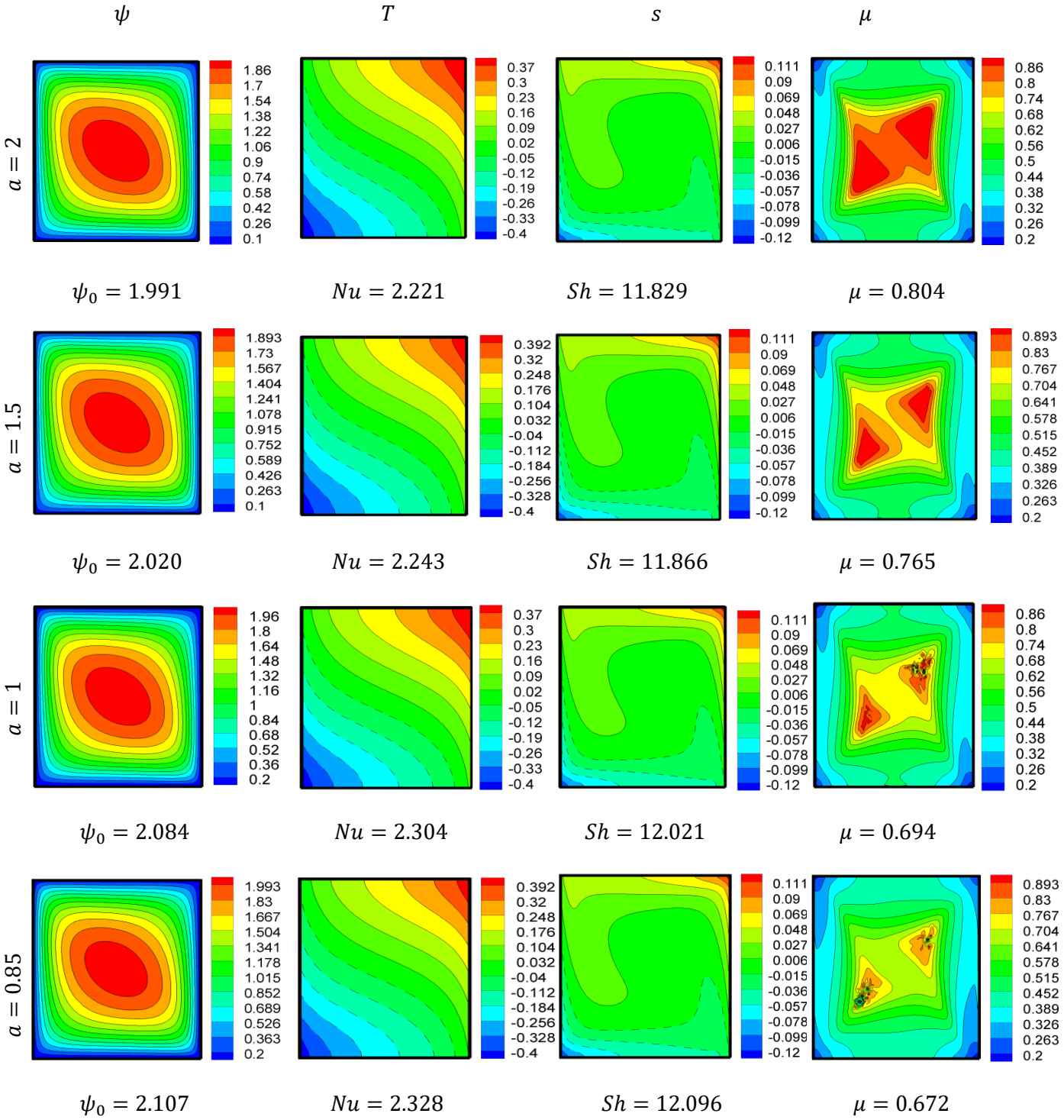
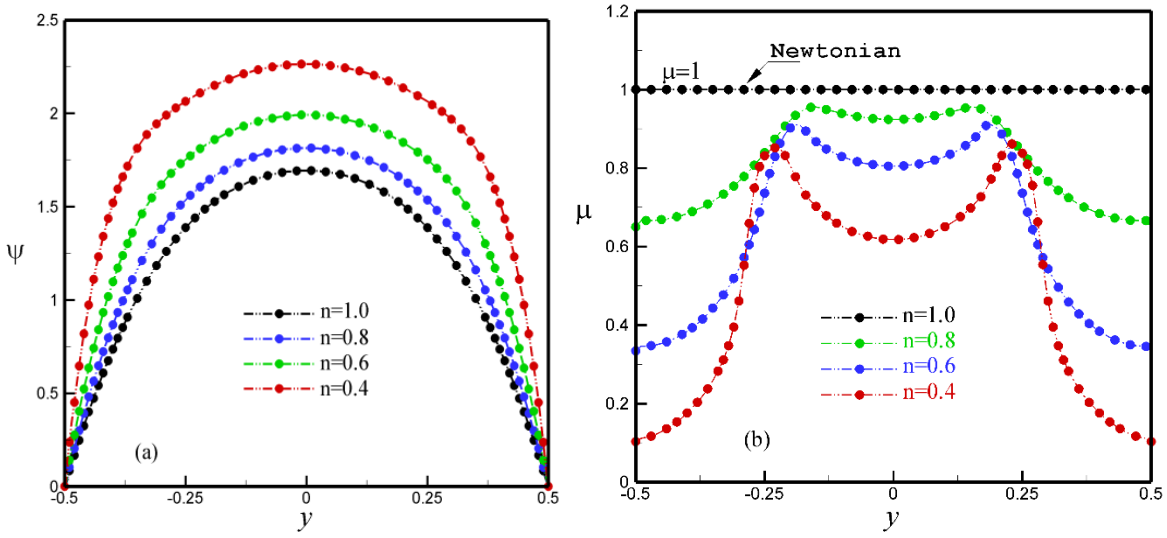


Fig. IV.4. Effet des différents paramètres, a, sur (a) rationalise,(b) isothermes,(c) est concentration,et (d) contours de viscosité apparents pour R_T = 50, $n = 0.6$, $E = 0.2$, $s = 0.01$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°.

IV. 6. Effet de paramètres rhéologiques sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration:

IV. 6.1 Effet de l'indice de loi de puissance sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration:

La figure IV.5. illustre les effets de l'indice de loi de puissance, n, sur la fonction de flux, la viscosité apparente, la température et les profils de concentration. Les profils sont symétriques par rapport au centre de la cavité. Fig. (IV.5.a) montre que la fonction de flux va de zéro aux parois à un maximum au centre du système. De plus, la fonction de flux augmente avec la diminution de l'indice de loi de puissance, n. l'effet de l'indice de la loi de puissance, n. Tandis que le fluide s'amincit au cisaillement. Sur la viscosité apparente μ comme le montre la figure. (IV.5.b), augmentant l'indice de puissance,n, conduit à une augmentation de la valeur de la viscosité pour devenir constante (au fluide newtonien). l'effet de l'indice de puissance, n, sur les profils de température est illustré à la figure (IV.5.c) comme L'indice de la loi de puissance, n, diminue, la température diminue vers le centre du système. ce qui conduit à une augmentation significative du taux de transfert de chaleur par convection (i.e., Nu number). La concentration diminue avec la diminution de n puis augmente vers le centre de la cavité, comme le montre la figure (IV.5.d).



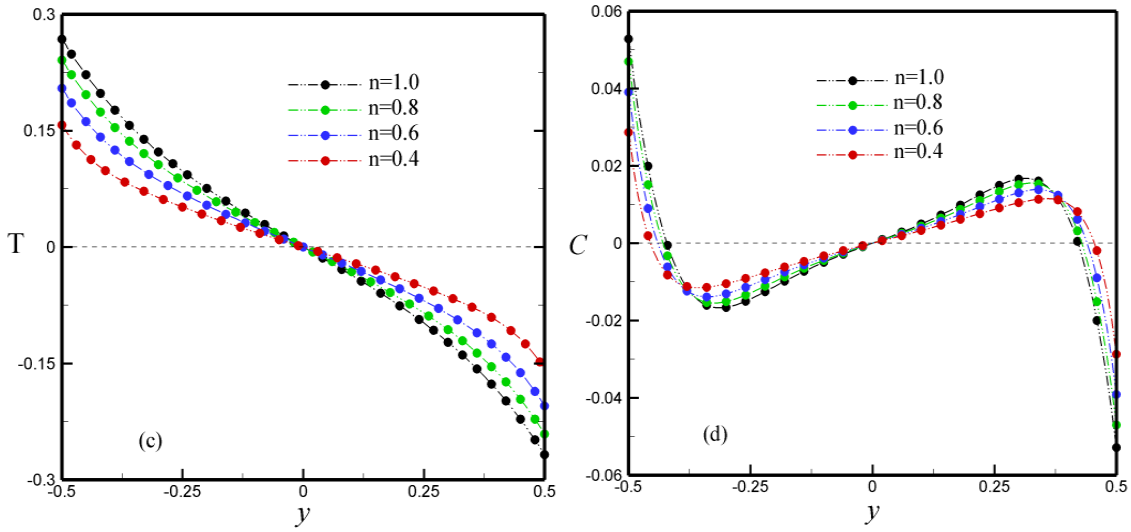


Fig. IV.5. Effet de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) fonction Stream ψ (b) viscosité apparente,μ, (c) température, T, et (d) profils de concentration pour $R_T = 50$, $E = 0.2$, $a = 2$, $s = 0.01$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°.

IV.6.2. Effet de paramètre, E, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration:

La figure IV.6 présente les différents paramètres de constante de temps, E, sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, la température et les profils de concentration. Figure (IV.6.a) illustre l'augmentation de l'intensité du flux pour de grandes valeurs de paramètre, E. La viscosité apparente, μ, est symétrique par rapport au centre de la cavité, comme illustré à la figure (IV.6.b). Une diminution des valeurs de, E, entraîne une augmentation de la viscosité apparente de $E = 0.6$ (fluide non newtonien) à $E = 0$ (fluide newtonien) de sorte que la force du mouvement convectif est considérablement augmentée par l'augmentation de la valeur de E. Figure (IV.6.*c*) et (IV.6.*d*) montrent qu'une diminution des valeurs de, E, se traduit par une légère augmentation de la différence de température et de concentration

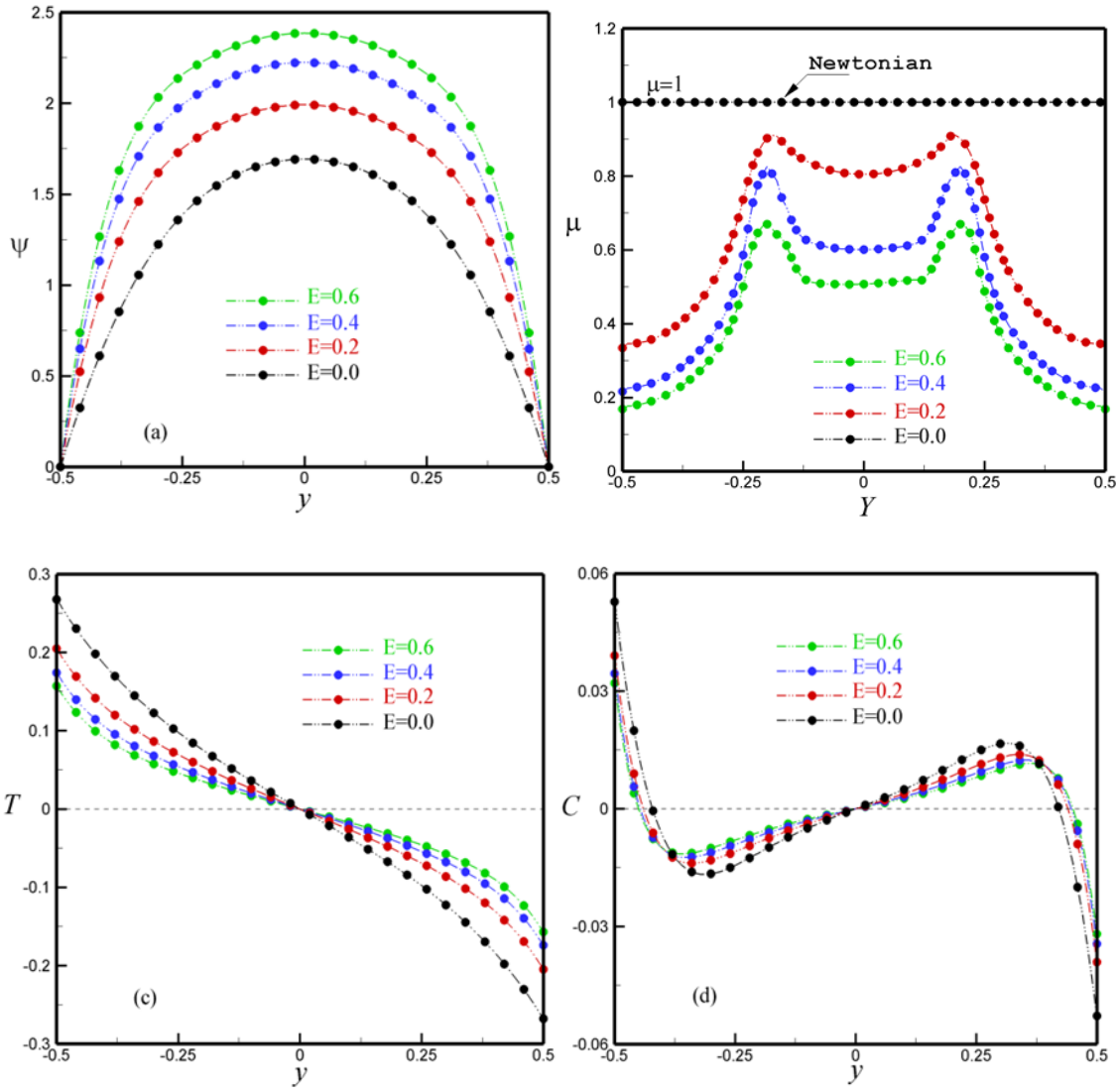


Fig. IV.6. Influence des différents paramètres de constante de temps, E, sur : (a) fonction Stream, ψ (b) viscosité apparente, , μ, (c) température, T, et (d) profils de concentration pour $R_T = 50$, $n = 0.6$, $a = 2$, $s = 0.01$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°.

IV. 6.3. Effet de paramètre, s, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration:

La figure IV.7 montre les effets du rapport des viscosités à taux de cisaillement infini à nul , s, sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, la température et les profils de concentration. Figure (IV.7.a) montre qu'une diminution du paramètre, s, conduit à une augmentation de l'intensité du flux près des parois. L'effet du paramètre, s, sur la viscosité

apparente, comme le montre la Fig (IV.7.*b*), l'effet de rhéofluidification devient significatif sur les parois et le centre de la cavité comme paramètre, s, diminue, entraînant une diminution de la viscosité du fluide ($s = 1, \mu = 1$) L'influence du paramètre, s, sur les profils de température est illustré à la Fig.(IV. 7. c). La différence de température diminue avec la diminution des valeurs de s depuis ($s = 1$ to $s = 0$). De plus, la force du transfert de chaleur par convection est modérément améliorée en diminuant ce paramètre, s. Fig. (IV. 7. d) montre que l'effet des valeurs de, s, se traduit par une légère augmentation avec la variation du paramètre, s.

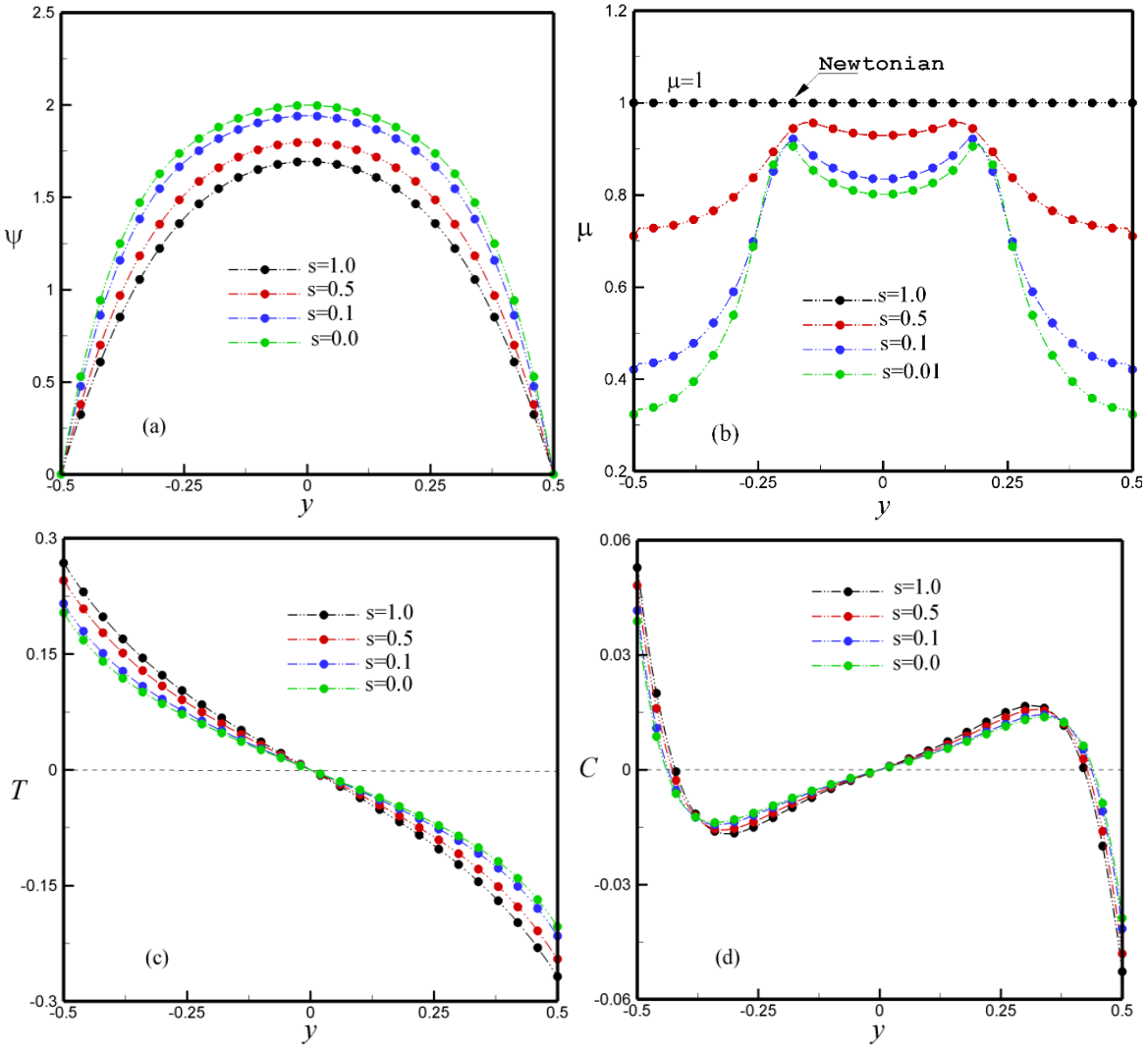


Fig. IV.7. Impact du rapport des viscosités à taux de cisaillement infini sur zéro, s. Sur (a) fonction Stream, , ψ, (*b*) viscosité apparente, μ, (*c*) température, T, et (*d*) profils de concentration pour $R_T = 50$, $n = 0.6$, $a = 2$, $E = 0.2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°.

IV.6.4.Effet de paramètre, a, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, viscosité, température, concentration:

La figure IV.8. affiche les effets du paramètre, a, sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, la température et la concentration. Fig. (IV.8.a) montre l'influence du paramètre, a, sur les profils de la fonction de flux, on a observé que lorsque le paramètre , a, diminue, l'intensité du flux augmente très légèrement. L'effet du paramètre , a, sur la viscosité apparente μ, est donnée dans la Fig.(IV.8.b) où la viscosité augmente avec l'augmentation du paramètre , a. En outre Figs. (IV.8.*a*) et (IV.8.*d*) montre que l'effet du paramètre,a, entraîne une légère augmentation de la différence de température et de concentration dans la paroi

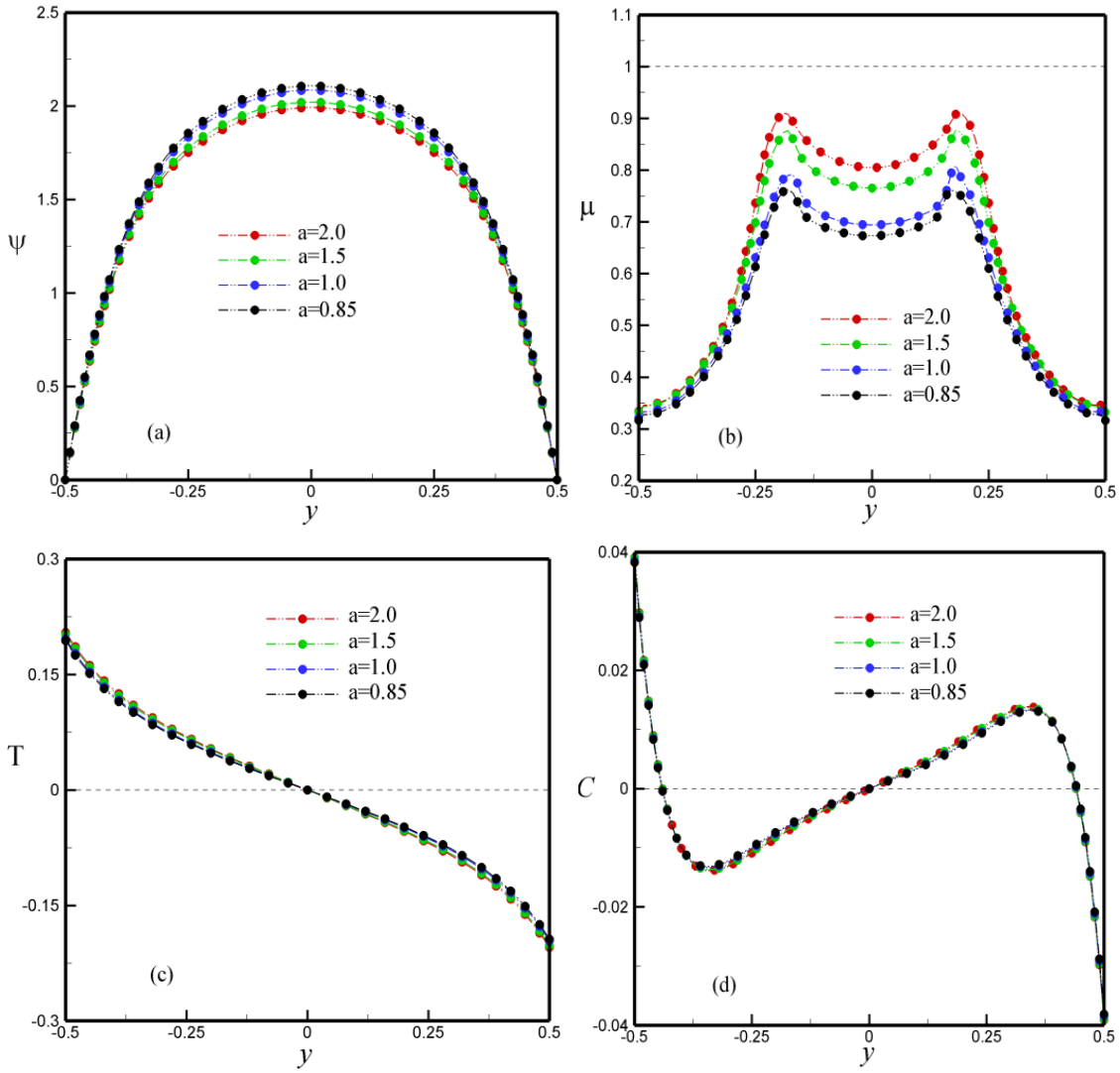
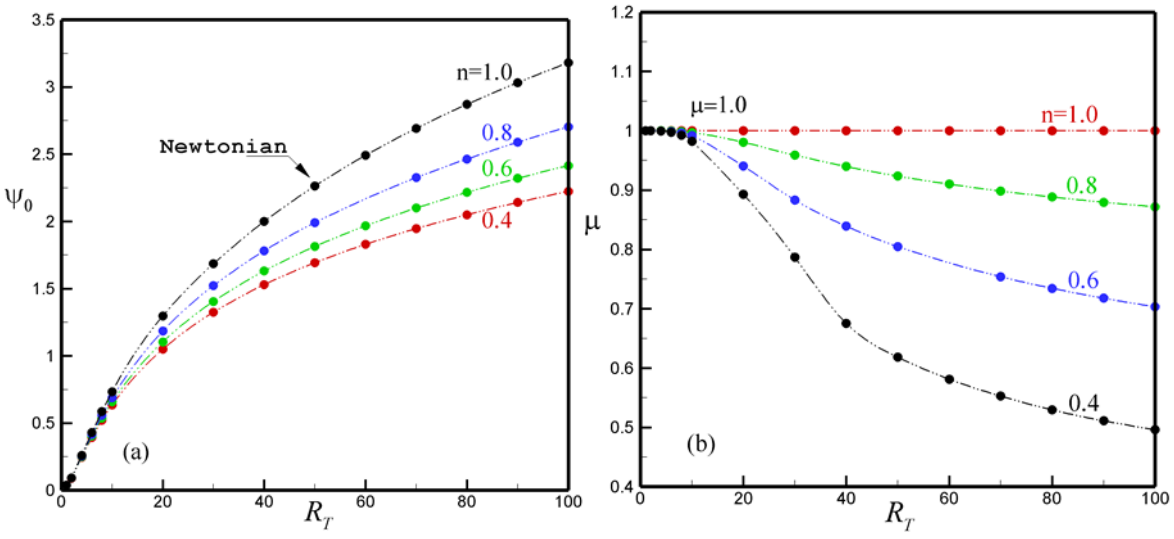


Fig. IV.8. Effet du paramètre, a, sur : (a) fonction Stream, ψ, (b) viscosité apparente μ, (c) température, T, et (d) profils de concentration pour $R_T = 50$, $n = 0.6$, $s = 0.01$, $E = 0.2$, $Le = 10$, $N = -0.5$ et Φ=0°.

IV. 6.5. Effet de l'indice de la loi de puissance, n, en fonction de nombre de Rayleigh, sur les profils de l'intensité de l'écoulement, de viscosité, de nombre de Sherwood, et de nombre Nussselt:

La figure IV.9.montre l'impact de, n,en fonction de flux, viscosité apparente, nombre de Sherwood et de Nusselt en fonction de, R_T. Lorsque le nombre de Rayleigh diminue, R_T, l'intensité du flux diminue, et augmente avec la diminution de l'indice, n.De plus, comme indice de la loi de puissance , n, diminue et, R_T, augmente, la viscosité apparente diminue de μ = 1 (fluides newtoniens) à μ<1 (fluide fluidifiant) comme illustré à la Fig.(IV.9.*b*). les nombres de Sherwood et de Nusselt diminuent significativement avec la diminution, R_T, nombre et augmente avec la diminution de l'indice de loi de puissance. Cela a conduit à une amélioration des taux d'échange de chaleur et de masse. Illustré en chiffres (IV.9.*c*-*d*).



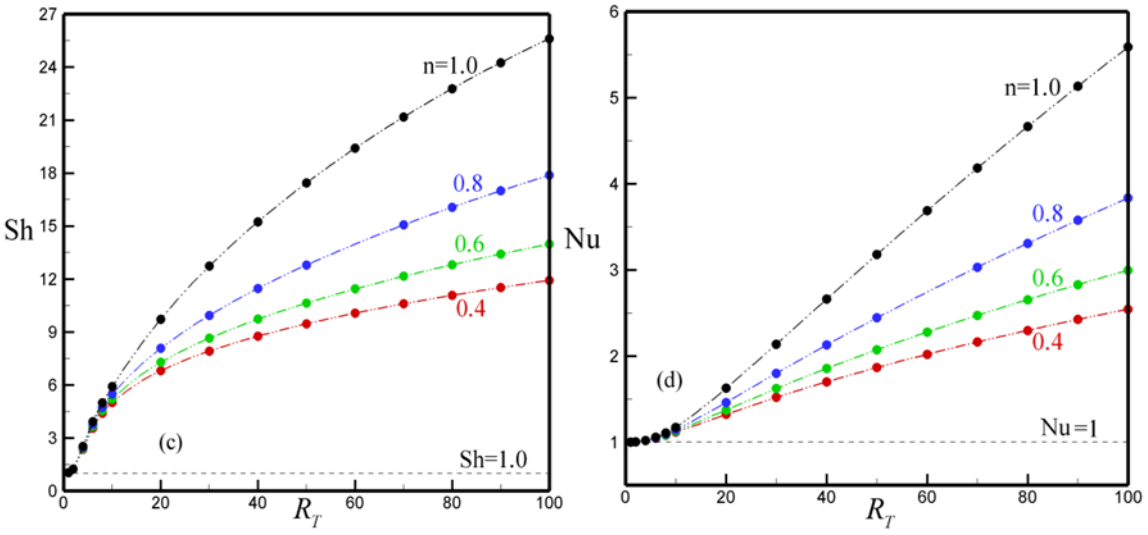


Fig. IV.9 Effet de , R_T , et indice de loi de puissance, n, sur : (a) fonction de flux au centre de la cavité , ψ_0, (b) viscosité apparente , μ, (c) nombre de Sherwood, Sh, et (d) nombre de Nusselt , Nu, pour $Le = 10, N = -0.5, n = 0.6, a = 2, s = 0.01$ et Φ=0°.

Conclusion générale

CONCLUSION GENERALE :

Dans cette étude, nous avons présenté l'effet des paramètres rhéologiques sur la convection double diffusion dans un milieu poreux carré saturé par des fluides de loi de puissance non newtonienne avec limite d'élasticité. Les murs actifs ont été soumis à des flux de chaleur et de masse uniformes, tandis que les murs des auteurs ont été supposés adiabatiques et imperméables.

Le transfert de chaleur résultant à travers la cavité est considérablement affecté. les principales conclusions de la présente enquête sont résumées comme suit :

- La température et la concentration augmentent lorsque le nombre d'indices de loi de puissance, n, et E diminue. En revanche, ils augmentent lorsque les paramètres, s, diminuer.
- La diminution des paramètres de Carreau-Yasuda (n, E, s, a) et l'augmentation de Rayleigh thermique ont augmenté la densité de flux.
- La diminution du nombre de Rayleigh améliore la convection naturelle à l'intérieur de la cavité, ce qui entraîne un taux plus élevé de transfert de chaleur et de masse.
- On observe que le taux de flottabilité est élevé, plus les nombres des Sh et Nu , ce qui confirme l'amélioration des transferts de chaleur et de masse .

REFERENCES

[1] Yves JANNOT, «TRANSFERTS THERMIQUES », Ecole des Mines Nancy 2ème année, 2012, 5,6.

[2]Bianchi –A.M, Fantrelle-Y, Etay-J. transferts thermiques. Presses polytechnique et universitaires ROMANDES. (2004).

[3] https://images.app.goo.gl/dx2yuLLyJQ6FXu6r9.

[4] Marty-F. cours de transferts thermiques conduction et rayonnement. Génie des procèdes licence L3. Université Joseph Fourier, Grenoble. Version 9 juillet 2012. [2012-2013].

[5] https://images.app.goo.gl/U8H5xtvfp7DFeskb9

[6] Nield-D.A, Bejan-A. (1999). Convection in porous media, second edition, springer-verlag.

[7] STOMMEL-H, ARONS –A.B, BLANCHARD-D. (1956). An Oceanographic Curiosity: the Perpetual Salt Fountain. Deep-Sea Research, 3, 152-153.

[8] Stern-E.M. (1969). Collective Instability of Salt Fingers. Journal of fluid Mechanics, 35, 2, 209-218.

[9] Nield- D.A. (1968). Onset of thermohaline convection in porous medium, Water resources research, 4,553-560.

[10] Tauton- J.W., Lightfoot E.N. (1972). Thermohaline instability and salt fingers in a porous medium, Phys.Fluids, 15,748-753.

[11] Joly F., Vasseur., Labrosse G. (2000). Soret-Driven thermosolutal convection in a vertical enclosure, Int.comm. Heat Mass Transfer, 27,755-764.

[12] Boutana N,Bahloul A, Vasseur P,Joly F.(2004).Soret and double diffusive convection in a porous cavity ,J. Porous Media,7,41-57.

[13] https://images.app.goo.gl/cJdYxofcAMMASHHh6

[14] Marchio-D. Reboux –P. Introduction aux transferts thermique, Presses des Mines, (2003).

[15] Ledoux -M, El Hami -A. transfert thermique 2 rayonnement, ISTE Group, (2022).

[16] https://images.app.goo.gl/1gmENCEBcCeibqV78

[17] MAKHLOUFI Mohamed, AMMAR Amine ; Simulation numérique de la convection naturelle bi- duffisuve dans une cavité poreuse, Mémoire de Master Faculté des sciences et sciences appliquée Université Larbi Ben M'hidi, Oum El Bouaghi (2017/2018).

[18] ATTIS Nedjema, BASSOUR Marwa ; Etude de la convection thermosolutale dans une cavité saturée par un fluide non newtonien, mémoire de Master Faculté de technologie Université Dr.Yahia Farés de Médéa (2020/2021).

[19] A. Al bitar. Modélisation des écoulements en milieu poreux hétérogènes 2D/3D, avec couplages surface/souterrain et densitaires, These de doctorat de l'institut national polytechnique de Toulouse 2007.

[20] R. E.Collins, « Flow of Fluids through Porous Materials », Reinhold, New York., 1961.

[21] H. Korsching and K. Wirtz, Zur trennung von flussigkeisgemischen im clusiusschen trennrohr (tennung der zinkisotope), Naturwissenschaften, 35, 20(1939), 367-368.

[22] M. Kaviany. Principles of heat transfer in porous media, Springer, New York, 1995.

[23] P. Carman. Fluid flow through a granular bed, Trans. Inst. Chem. Eng., 15, (1937), 150-167.

[24] S. Ergun. A. A. Orning, Fluid flow through packed columns, Chemical Engineering Progress., 48, (1952), 89-94.

[25] D. A. Nield, A. Bejan. Convection in porous media, Springer-Verlag, New York, 1992.

[26] BOUZID Noual ; Etude de la convection double Diffusive dans une cavité composite (poreux – fluide), mémoire de Master Faculté de technologie Université Dr.Yahia Farés de Medea (2015/2016)

[27] Chhabra, R.P., Richardson, J.F., Fundamentals and Engineering Applications, Butterworth- Heinemann, (1999), 436 p.

[28] http://fr.m.wikipedia.org définition de fluide non newtonien .

[29] ZEDMIA Khouloud, RABAH Fissa Asma Etude de la convection thermosolutale dans une cavité poreuse saturée par un fluide non newtonien, mémoire de Master Faculté de technologie Université Dr.Yahia Farés de Medea (juin2020).

[30] Bird, B.R., Armstrong, R.C., Hassager, O., Dynamics of Polymeric Liquids, John Wiley and Sons Inc., New York, (1987), p.

[31] Baird, C.G., Collias, D.I., "Polymer Processing: Principles and Design", John Wiley & Sons, New York, (1988), p.

[32] Combarnous M., Bories S., Hydrothermal convection in satured porous media, in : Advance in Hydro science, Academic press, 1975, pp. 231-307.

[33] Nield D.A., Bejan A., Convection in porous medium, Springer-Verlag, 1992.

[34] Xin S.H., Quéré P.L., Tuckerman L.S., Bifurcation analysis of double-diffusive convection with opposing horizontal thermal and solutal gradients, Phys. Fluids. 10 (1998) 850-858.

[35] Cibik A., Kaya S., Finite element analysis of a projection–based stabilization method for the Darcy-Brinkman equation in double- diffusive convection, Appl. Numer, math. 64 (2013) 35-

[36] Wang J., Yang M., Zhang Y.W., Onset of double-diffusive convection in horizontal cavity with Soret and Dufour effects, Int. J. Heat mass transfer. 78 (2014) 1023-1031.

[37] Chen H.T., Chen C.K., Natural convection of a non-Newtonian fluid about a horizontal cylinder and sphere in a porous medium, International Communications in Heat and Mass Transfer. 15 (1988) 605-614

[38] Yang Y.T., Wang S.J., Free convection heat transfer of non-Newtonian fluids over axisymmetric and two-dimensional bodies of arbitrary shape embedded in a fluid-saturated porous medium, International Journal of Heat and Mass Transfer. 39 (1996) 203-210.

[39] Pascal H., Rheological behavior effect of non-Newtonian fluids on steady and unsteady flow through porous media, In. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 7 (1983) 207-224.

[40] Pascal H., Rheological effect of non-Newtonian behavior of displacing fluids on stability of a moving interface in radial oil displacement mechanism in porous media. Int. J. Engin. Science 24 (1986) 1465-1476 .

[41] Taunton J., Lightfoot W., Green T., Thrmohaline instability and salt fingers in a porous medium, Phys fluids. 15 (1972) 748-753.

[42] Jumah, R.Y., Mujumdar, A.S., Natural convection heat and mass transfer from a vertical plate with variable wall temperature and concentration to power law fluids with yield stress in a porous medium, Chemical Engineering Communication. 185 (2001) 165-182.

[43] Wang, S.C., Chen, C.K., Yang, Y.T., Natural convection of non-Newtonian fluids through permeable axisymmetric and Two-dimensional in a porous medium. International Journal of Heat and Mass Transfer, 45(2) (2002) 393-408.

[44] Jecl R., Skerget L., Boundary element method for natural convection in non-Newtonian fluid saturated square porous cavity, Eng. Anal. Boundary Elements. 27(10) (2003) 963-975.

[45] Lamsaadi M., Naimi M., Hasnaoui M., Naural Convection of Non-Newtonian Power-Law Fluids in a Shallow Horizontal Rectangular Cavity Uniform Heated from Below, Heat Mass Transfer. 41 (2005) 239-249.

[46] Bahloul A., Boundary layer and stability analysis of natural convection in a porous cavity, International Journal of Thermal Sciences, 45(7) (2006) 635-642.

[47] Cheng C.Y., Natural convection heat and mass transfer of non-Newtonian power law fluids with yield stress in porous media from a vertical plate with variable wall heat and mass fluxes, International Communications in Heat and Mass Transfer. 33 (2006) 1156-1164.

[48] Hadim H., Non-Darcy natural convection of a non-Newtonian fluid in a porous cavity, Int. Commun. Heat Mass Transf. 33 (2006) 1179-1189.

[49] Cheng C.Y., Natural convection heat and mass transfer of non-Newtonian power law fluids with yield stress in porous media from a vertical plate with variable wall heat and mass fluxes, Int Communication in Heat and Mass transfer. 33 (2006) 1156-1164.

[50] Changhao, L., Payne, L.E., Continuous dependence on the Soret coefficient for double diffusive convection in Darcy flow, J. Math. Anal. Appl. 342 (2008) 311-320.

[51] Chamkha AJ., Heat and mass transfer of a non-Newtonian fluid flow over a permeable wedge in porous media with variable wall temperature and concentration and heat source or sink, Wseas Transactions on Heat and Mass Transfer, 5(1) (2010) 11-20.

[52] Kefayti G.H.R., Simulation of double diffusive natural convection and entropy generation of power law fluids in an inclined porous cavity with Soret and Dufour effects (part I: study of fluid flow, heat and mass transfer), Int. J. Heat Mass Transfer. 94 (2016) 39-581.

[53] Kefayti GH.R., Simulation of double diffusive natural convection and entropy generation of power law fluids in an inclined porous cavity with soret and dufour effects (part II: Entropy generation), Int. J. Heat Mass Transfer. 94 (2016) 82-624.

[54] Khechiba K., Mamou M., Hachemi M., Delenda N., Rebhi R., Effect of Carreau-Yasuda rheological parameters on subcritical Lapwood convection in horizontal porous cavity saturated by shear-thinning fluid, Physics of fluids. 29 (2017) 06310.

[55] Zhu Q.Y., Zhuang Y.J., Yu H.Z., Three-dimensional numerical investigation on thermosolutal convection of power-law fluids in anisotropic porous media, Int. J. heat and mass transfer. 104 (2017) 897-917.

[56] Rebhi, R.; Mamou, M.; Vasseur, P.; Alliche, M. Form drag effect on the onset of non-linear convection and Hopf bifurcation inbinary fluid saturating a tall porous cavity. Int. J. Heat Mass Transf. 2016, 100, 178–190

[57] Rebhi, R.; Mamou, M.; Vasseur, P. Bistability and hysteresis induced by form drag in nonlinear subcritical and supercriticaldouble-diffusive Lapwood convection in shallow porous enclosures. J. Fluid Mech. 2017, 812, 463–500.

[58] Ijaz M., Khan F., Faris Alzahrani, Hobiny A., Zulfiqar A., Stimation of entropy optimization in Darcy-Forchheimer flow of Carreau-Yasuda fluid (non-Newtonian) with first order velocity slip, Alexandria Engineering Journal. 59 (2020) 3953-3962.

[59] Mutschler D.; Mojtabi A., Theoretical and numerical analysis of Soret-driven convection in a horizontal porous layer saturated byan n-component mixture: Application to

ternary hydrocarbon mixture tetralin, isobutyl benzene, n-dodecane with mass fractions 0.8-0.1-0.1, Int. J. Heat Mass Transf. 162 (2020) 120339.

[60] Ali A., Farooq H., Abbas Z., Bukhari Z., Fatima A., Impact of Lorentz force on the pulsatile flow of a non-Newtonian Casson fluid in a constricted channel using Darcy's law: a numerical study, Sci. Rep. 10 (1) (2020) 1-15.

[61] Eric Goncalvès."resolution numerique,discretisation des EDP et EDO", septembre 2005

[62]Alexandre Ern. "Aide-mémoire Éléments finis". Par

[63] Khechiba K., Mamou M., Hachemi M., Delenda N., Rebhi R., Effect of Carreau-Yasuda rheological parameters on subcritical Lapwood convection in horizontal porous cavity saturated by shear-thinning fluid, Physics of fluids. 29 (2017) 06310.