République Algérienne démocratique et populaire
Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique

Université Dr "Yahia FARES" Médéa
Faculté des Sciences ET de la Technologie

Department de Genie de la matière

MÉMOIR DE MASTER

Spécialité: génie mécanique

Option: énergétique

Thème

Calcul Numérique d'écoulements autour d'un faisceaux tubulaires d'échangeurs de chaleur, effets de l'orientation des chicanes sur l'efficacité thermique et dynamique

Proposé et dirigé par :

- **Dr.ZIRARI Mounir**
- **Mr.ZEMIRLINE ADEL**

Présente par :

- **LADJAL Naima**

Promotion 2014-2015

Remerciements

Nous remercions notre dieu tout puissant « **Allah** » de nous avoir permis et aider à accomplir ce travail en nous l'atteinte de notre objectif et arriver à notre but.

Nous tenons à remercier particulièrement monsieur **ZIRARI MOUNIR**, notre promoteur pour ses conseils, son assistance, son suivi et son soutint pour mener à tenir nos différents travaux de notre travaille.

Nous témoignons de notre gratitude à l'ensemble des enseignants de l'université Dr. YAHIA -FARES de Médéa, et en particulièrement les enseignants du département de génie de la matière

Merci à tous ceux qui, à un monument ou un autre, nous ont apporté leur savoir faire

Nous remercions également monsieur abdallah el hadj, le responsable et les techniciens du laboratoire d'informatique.

Tous nos remercions vont à messieurs les membres du jury qui nous ont honoré par leur présence et leur sens du devoir.

Ladjal Naima

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A les prunelles de mes yeux « mes très cher parents » que je remercie Allah de les avoir protégé pour être témoin de ma réussite

A mes chères sœurs et frères« Oumelkhier(Ikram) Djamila, Mohamed, Mustapha»

A mes très chères nièces « wafaa, Amina, amira»

A mon beau-frère « Fateh »

A ma deuxième famille ben « Yahia »

A toute la famille ladjal et kbairia en particulier mes oncles et tantes ainsi que leurs petite familles

A mes très chères tantes que j'aime « Zineb et Mubarka »

A touts les professeurs et enseignants qui ont pour ma

A toute ma promotion de génie mécanique

Toutes ces personnes que j'ai senties redoutable de leur dédier ce modeste travail en termes d'amour et de profonde gratitude

A tous mes amis et collègues

NAIMA

SOMMAIRE

Introduction générale……..…..1

Chapitre -I- : généralités sur l'échangeur de chaleur

Introduction……...4

I. Généralité sur les échangeurs……4

I.1 Echangeur de chaleur……..5

I.1.1 Définition……...5

I.1.2 Principe de fonctionnement des échangeurs…….…5

I.1.3Comment savoir qu'un échangeur de chaleur fonctionne correctement……5

I.1.4 Essai de classification……...6

I.1.5 Distribution des températures……..7

I.1.5.1Cas d'un échangeur a courants parallèles……7

I.1.5.2Cas d'un échangeur a courants croises……8

I.1.2 Différents types d'échange……..9

I.1.2.1 Matériaux applicables aux échangeurs de chaleur……...10

I.1.2.2Aspects structurels dans la conception des échangeurs……10

I.1.3 Synthèse des échangeurs……...11

I.3.1.1 Echangeur Tubulaire……12

I.3.1.2 Les échangeurs à plaques…….13

I.3.1.3 Utilisation des échangeurs à plaques……..14

I.3.1.4Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire……...15

I.1.4 Technologie usuelle des échangeurs de chaleur……..16

Conclusion…….22

Chapitre -II- formulation mathématique

Introduction……...23

II.1 Formulation d'un problème de transfert de chaleur…….23

II.1.1 Les différents modes de transfert thermique……23

II.1.1.1 La conduction…….24

II.1.1.2 La convection……..24

II.1.1.2.1La convection libre ou naturelle……...24

II.1.1.2.2La convection forcée……24

II.1.2 Equation d'énergie……..27

II.1.2.1Transferts de chaleur en écoulements incompressibles……27

II.1.3 Condition aux limites……..27

II.2 Modélisation de l'écoulement des fluides……...28

II.2.1 L'équation de continuité(ou équation de bilan de masse)……..28

II.2.2 L'équation de Navier-Stocks…….29

II.2.3 L'équation d'énergie pour le fluide incompressible……..29

II.2.4 Modélisation de la turbulence……...30

II.2.4.1La décomposition de Reynolds…….30

II.2.4.2 Les équations des mouvements moyennes……..31

II.2.4.2.1 Equation de continuité des mouvements moyens……32

II.2.4.2.2 Équation de Navier-Stocks moyenne……32

II.2.5 Problème de fermeture des équations……33

II.2.5.1Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence……....33

II.2.5.1.1Hypothèse de CHOU…….33

II.2.5.1.2Hypothèse de viscosité turbulente de BOUSSINESQ……33

II.2.51.3 hypothèse de longueur de mélange de Prandtl……34

II.3Les modèles de turbulence et leurs classifications…….34

II.3.1 Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports)……34

II.3.2 Les modèles à une équation de transport……..35

II.3.3Le model (K-ε) et RNG (model à deux équation de transport)……35

II.3 Le nombre du Reynolds et Coefficient de pression C_p……38

II.3.1Le nombre du Reynolds……..38

II.3.2Le coefficient de pression……...38

Conclusion

Chapitre -III- Méthodes de discrétisation

Introduction……40

III.1 Le calcul numérique (modélisation et simulation)……..40

III.2.1 La méthode des différences finies……..41

III.2.2 La méthode des volumes finis……...42

III.2.3 La méthode des éléments finis (MEF)……..43

III.2.3.1 Présentation de la méthode…….44

III.1.3.2 Mise en œuvre de la méthode des éléments finis……44

III.1.3.2. 1 Formulation vibrationnelle forte……44

III.1.3.2.2 Formulation vibrationnelle faible……45

III.1.3.3 Forme générale des équations du système…….45

III.3Maillage……46

III.3.1 Choix de maillage……46

III.3.2 Les maillages les plus utilisent pour les éléments finis…….46

III.3.3 Discrétisation……..47

III.3.3.1 Terme temporelle……...47

III.3.3.2 Terme d'advection…….48

III.3.3.2.1 Monotone Stream line Upwind Approach (MSU)…….48

III.3.3.2.2 La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin)……49

III.3.3.2.3 Approche Colloquée De Galerkin (COLG)……...50

III.3.3.3 Terme de Diffusion……50

III.3.3.4 Termes source……51

III.4 Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini…….51

III.4.1 Bilan Thermique (Equation De Chaleur)……51

III.4.2 Forme discrétisée (éléments finis)…….52

III.4.2.1 Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures instationnaire……..52

III.4.2.2 Représentation globale du champ de températures instationnaire……...53

III.4.2.3 Représentation globale du champ de températures stationnaire……..53

III.4.3 Discrétisation de la forme intégrale faible……...59

III .5 Les méthodes de résolution…….59

III.5.1 les méthodes de résolution directes……59

III.5.1.1 Méthode de résolution de Gauss-Seidel……60

III.5.1.1.1 Méthode itérative de Gauss-Seidel……60

III.5.1.2 L'algorithme TDMA……61

Conclusion……..63

Chapitre -II- Résultat et discussions

Introduction……...64

IV.1 Présentation d'ANSYS (APDL)……...64

IV.2 Identification……65

IV.3 Description du domaine d'application……..65

IV.3.1 les dimensions des géométries……66

IV.4. 2 Les propriétés des matériaux……67

IV 3.3 Maillage……..67

IV.3.4 Les conditions limite……..68

IV.4 Interprétation des résultats…….69

IV.4.1 Champs de vitesse……..69

IV.4.1.1.Profils de vitesse transversale dans des sections particulières de l'échangeur……..71

IV.4.2 : Champs de pression……74

IV.4.2.1 : Coefficient de pression C_p en fonction du Re……..76

IV.4.3 : Champs de température…….77

IV4.3.1Profil de température totale dans des sections différentes de l'échangeur……...78

IV.4.7 Champs de température (variation de la vitesse)……....82

Conclusion……...83

Conclusion générale……..85

Liste des figures

Figure (I.1) :

Figure (I.2

Figure (I.3

Figure (I.4

Figure (I.5

Figure (I.6

Figure (I.7

Figure (I.8

Figure (I.9

Figure (I.9

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

Figure (I.

LISTE DES FIGURES

Figure(I.1) : Schéma de principe d'un échangeur de chaleur…….5

Figure(I.2): Evolutions des températures le long d'échangeurs à courants parallèles……...7

Figure (I.3) : Echangeur à courants croisés - 2 fluides brassés…….8

Figure (I.4): Echangeur à courants croisés - 1 fluide brassé et 1 fluide non brassé…….9

Figure(I.5) : Échangeur à tube en spirale (m : module)…….....11

Figure(I.6) : Échangeur P-N P=2, N=4 (d'après A.Bouvenot)……..11

Figure (I. 7) : Schéma de principe d'un échangeur tubulaire……13

Figure (I.8): Principe de fonctionnement d'un échangeur à plaques……13

Figure (I.9) : Différent types des échangeurs……21

Figure(II.1) : les trois modes de transfert thermique……24

Figure(II.2): Schématisation du développement d'une couche limite dynamique sur une Plaque plane…….26

Figure (II.3) : Fluctuation d'une grandeur autour d'une valeur……...31

Figure(III.1) : Le principe de calcul numérique……..41

Figure(III.2) : Maillages structure et non structure……....46

Figure (III.3) : L'approche de ligne de courant d'upwind…….48

Figure (III.4) : bilan thermique……..51

Figure (III.5) : domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds……..52

Figure (III. 6) : élément unidimensionnel à deux nœuds……53

Figure(III.7) :l'élément triangulaire……55

Figure(IV.1) :Représentation spatiale des Contours des vitesses autours des tubes..65

Figure(IV.2): représentation spatial des géométries étudier……..67

Figure(IV.3) : maillage de l'échangeur……68

Figure(IV.4) : répartition spatiale du phénomène étudie avec les conditions aux limites……..68

Figure(IV.5) : distribution de champ de vitesse dans le long de l'échangeur dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté)……...70

Figure (IV.6) : profiles de vitesse transversale a x= 0.02 m pour le cas normale et orienté……..71

Figure (IV.7) : profiles de vitesse transversale a x=0.0227 mm pour le cas normale et orienté……72

Figure (IV.8): profiles de vitesse transversale a x= 0.02825m/s pour le cas verticale et orienté……72

Figure (IV.9) : profiles de vitesse transversale a x=0.0323m/s pour le cas verticale et orienté……73

Figure (IV.10) : profiles de vitesse transversale a x= 0.045m pour le cas verticale et orienté……74

Figure(IV.11) : répartition spatiale de champ de pression dans le long de l'échangeur dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté)……...75

Figure (IV.12) : Coefficient de pression Cp en fonction de Re……76

Figure(IV.13) : distribution de champ de température dans le long de l'échangeur dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté)……78

Figure (IV.14) : profiles de température transversal a x=0.02m pour le cas verticale et orienté……79

Figure (IV.15): profiles de température transversale a x=0.0227m pour le cas verticale et orienté……80

Figure (IV.17): profiles température transversale à x=0.0323m pour le cas verticale et orienté……81

Figure (IV.18) : profiles de température transversale a x=0.045mpour le cas verticale et orienté…….82
Figure(IV.19) : répartition spatiale de champs de température dans long de ’échangeur de deux modèles de chicanes (verticale, orienté) par rapport à la variation de vitesse…..83

LIST DES TABLES

Tableau (I.1) : Valeurs typiques de coefficients d'échange……...8

Tableau (I.3) : Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire……15

Tableau (II.1): Exemples de coefficient de convection……25

Tableau(II.2): les trois nombre adimensionnels……...26

Tableau(II.3): constantes du modèle k- ε……36

Tableau(II.4) : Les constantes du modèle RNG ont pour valeur……38

Tableau IV.1 : Dimensionnement de la géométrie de deux modèles à étudier……..66

Tableau IV.2 Les propriétés thermiques et dynamiques de l'acier et de l'air……67

Nomenclatures

Notation	Signification	Unité
A_p, A_e, A_s, A_n, A_w	Coefficients dans le système d'équation Algébrique discrétisées	
$C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	Coefficients du modèle *k*- ε	
F_e, F_n, F_s, F_w	Flux convectif à travers les faces e, n, s et w	
J_X, J_Y	La densité de flux par convection et par diffusion	
K	Energie cinétique turbulente	J/Kg
T	Température	°K
P	Pression instantanée	N/m^2
p	Fluctuation de pression	N/m^2
$\overline{P}$	Pression moyenne	N/m^2
P_k	Production de l'énergie turbulente	N/m^2
S_ϕ	Terme source	
t	Temps	**s**
$\overline{R_{ij}}$	Tenseur de Reynolds	
u.v	Fluctuation de vitesse	
U	Composante de la vitesse moyenne dans la direction X	
V	Composante de la vitesse moyenne dans la direction Y	
$\overline{u_i u_j}$	Tension de Reynolds	
$\overline{U_i U_j U_k}$	Terme de diffusion	
U_i, U_j, U_k	Composante de la vitesse	m/s
h	Coefficient d'échange de convection	m/s
S	La surface	m^2

c	La chaleur massique	
Ve	Volume	m^3
$\dot{q}$	Densité volumique d'énergie générée	W m^{-3}
L_S	Echelle de longueur des grandes structures	
L_m	Longueur de mélange	m
F_{12}	Facteur de forme	
h_r	coefficient de transmission par rayonnement	
S	Source de chaleur	
N^1 (x), N2(x)	fonctions d'approximation ou fonctions de forme	
[K]	la matrice de conductance « rigidité »	
$\{F_S\}$	le vecteur des forces nodales résulte	
$[C^e]$	la matrice capacitance	

Symboles grecs

α	La diffusivité thermique	
δ_{ij}	Symboles de Kronecker	
ε	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	m^2/s^2
λ	La conductivité thermique	J/s.m.k
μ	La viscosité dynamique	Kg/m.s
μ_t	La viscosité dynamique turbulente	Kg/m.s
μ_{eff}	La viscosité dynamique effective	
ν	La viscosité cinématique	m^2/s^2
ν_t	La viscosité cinématique turbulente	m^2/s^2
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Constante numérique dans le modèle *k*- ε	
ρ	Masse volumique	Kg/m^3
τ	Contrainte de cisaillement	N/m^2
τ_{ij}	Tenseur des contraintes de cisaillement	N/m^2
τ_p	Frottement pariétal	N/m^2

ϕ	Variables généralisée par unité de masse	
ϕ'	Composition de fluctuation	
$\bar{\phi}$	Grandeur moyenne	
Γ	Coefficient d'échange dans les termes de transport	
Γ_ϕ	Coefficient de diffusion	
φ	Flux de chaleur transmis	W
σ	Constante de Stephan Boltzmann 5.67 10^{-8}	$W.m^{-2}.K^{-4}$
β	Le coefficient de dilatation cubique du fluide	

Abréviation

2D	Deux dimensions
C F D	Computational Fluid Dynamics
EDP	Equation aux Dérivées partielles
TDMA	Tridiagonal Matrix Algebric
Nu	Nombre de Nusselt
R_e	Nombre de Reynolds
Pr	Nombre de Prandtl
Gr	Nombre de Grashof
Ra	Nombre de Rayleigh
ASM	Algébrique stress model
RSM	Reynolds stress model
COLG	Colloquée De Galerkin

**********RESUME**********

Cette étude servi à étudier la simulation numérique de l'écoulement turbulent et le transfert de chaleur pour un échangeur de chaleur de type tubes et calendre par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel:ANSYS, CFD dans le but d'améliorer l'efficacité thermique par l'emplacement des chicanes rectangulaires dans la direction des faisceaux tubulaire rectangulaires. Dont on a trouvé que le cas des chicanes a position normale représente l'inconvénient au niveau de perte de charge, par rapport au cas des chicanes à position orienté. Par contre pour les chicanes orienté un peut l'inconvénient énergétique est dominant. Pour un choix définitif nous recommandons une étude technico-économique.

Mots clés : échangeur, tubes, calandre, chicane, simulation numérique, élément finis, Ecoulement turbulent, modélisation.

**********ABSTRACT**********

This study was used to study the numerical simulation of turbulent flow and heat Transfer in a heat exchanger tube type and calender by the finite element method using the software : ANSYS CFD in order to improve thermal efficiency by the location of rectangular baffles in the direction rectangular tubular beams. Which has been found that the case of baffles has normal position is the disadvantage in pressure loss level, compared to the case of baffles oriented position. By cons for directed energy can baffle a disadvantage is dominant. For a final choice we recommend a technical and economic study.

Keywords: exchanger ; tubes, Shell ; chicane, numerical simulation, finite element, Turbulent flow modeling.

**********ملخص**********

هذه المذكرة استخدمت لدراسة المحاكاة العددية للتدفق المضطرب و انتقال الحرارة في مبادل حراري من نوع انابيب و هيكل بالاعتماد على طريقة العناصر المنتهية (E.F) و باستخدام برنامج : ANSYS CFD من أجل تحسين الكفاءة الحرارية من خلال وضع حواجز مستطيلة عمودية و مائلة في الاتجاه الحزم الانبوبية المستطيلة حيث وجدنا ان مساوئ الحواجز العمودية هي ضباع الضغط عكس ما نجده في استعمال الحواجز المائلة حيث مساوئ الطاقة هي المهيمنة

لاختيار النهائي نوصي بدراسة تقنية واقتصادية.

المفاتيح : مبادل حزراي ; أنابيب ; هيكل ; حاجز ;ا لمحاكاة العددية ;العناصر المنتهية ;التدفق المضطرب ; النمذجة

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Les échanges de chaleur interviennent dans de nombreux secteurs d'activités humaines. Dans la plupart intervenant de ces activités, le transfert de chaleur doit s'effectuer sans altération des milieux dans le transfert thermique. L'utilisation d'équipements spécifiques d'échange est alors nécessaire. Ces équipements sont connus sous la dénomination d'échangeurs de chaleur.

Ce sont des systèmes thermodynamiques présents dans toutes les unités industrielles dans lesquelles interviennent les processus d'extraction de chaleur.

Situation de l'étude :

L'échangeur de chaleur est un équipement qui permet d'assurer un transfert de chaleur d'un fluide chaud à un fluide froid sans contact direct entre les deux. Le même fluide peut conserver son état physique liquide ou gazeux, ou se présenter successivement sous les deux phases : c'est le cas des condenseurs, évaporateur, …ou des tous le refroidissement

Le souci technologique majeur des échangeurs de chaleur est l'amélioration de l'échange thermique entre les deux fluides tout en générant le moins de pertes de charges ou de leur réduire à leur plus bas niveau possible.

Ces dernier temps, l'optimisation des performances portes plus particulièrement sur la circulation de l'air caloporteur pour extraite et transporter le maximum de calories vers le point d'utilisation.

La convection forcée est un phénomène de transfert thermique liée aux fluides, sons présence influe simultanément sur les champs thermiques et hydrodynamiques de l'écoulement, le problème ainsi couplé, trouve on importance dans nombreuse application industrielle et plus particulièrement dans les réacteurs nucléaire, les échangeurs de haleurs, les capteurs solaires, le rebroussement des turbomachines et composant

électroniques.

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique pour étudier le champ dynamique et thermique d'un écoulement de fluide stationnaire en convection forcée dans un échangeur de chaleur à faisceau tubulaires avec des chicanes à position verticale et orienté

Objectifs spécifiques de la présente étude

Les objectifs principaux de la présente mémoire qui traite le comportement dynamique et thermique d'un écoulement en convection forcée pour deux fluides pour améliorer les performances de échangeur de chaleur de type tube calandre à faisceau tubulaires avec des chicanes à position verticale et orienté

Etudier le champ dynamique et thermique d'un écoulement de fluide stationnaire en convection forcée passant dans un échangeur de chaleur.

De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude de l'effet de l'une des propriétés Thermo physiques sur le coefficient de transfert et la perte de charge: Le travail de R. BOUCHENAFA(1) et al. [1] est intéressé à une étude numérique comparative des performances thermo-hydrauliques d'un écoulement incompressible turbulent de l'air à travers un dissipateur thermique composé de plusieurs rangées d'ailettes de section carrée et circulaire.

Les chicanes sont de première importance dans les échangeurs de chaleur parcours du fluide côté calandre et par voie de conséquence ils assurent des taux élevés de transfert de chaleur. Dans la littérature, les différentes formes, orientations et emplacement des chicanes ont fait l'objet de plusieurs travaux scientifiques. En convection forcée dans les conduites en présences des obstacles ou chicanes, de nombreuses études numériques ont vu le jour depuis les années 1977.

Bemer et al [2], ont montré cela pour un canal avec des chicanes avec un écoulement laminaire à nombres de Reynolds inférieur à 600.

Cheng et Huang [3], ont également analysé des écoulements laminaires en convection forcée dans la région d'entrée d'un canal horizontal. Des calculs pour le canal semi-infini dans lequel un ou deux paires de chicanes sont symétriquement fixées aux murs respectifs dans la région d'entrée ont été analysés

Les effets hydrauliques et thermiques en fonction de l'emplacement des chicanes normales à l'intérieur d'un canal en 3D, ont été étudiés numériquement par **Lopez et al** [4,5]. Une analyse de la convection forcée laminaire a été effectuée avec des chicanes soumises à un flux uniforme de la chaleur. Par contre les fondations supérieures et les parois latérales

sont supposées adiabatiques. Leurs résultats montrent que les effets tridimensionnels sur le facteur de frottement, d'un canal avec l'allongement d'unité et un rapport de blocage de 0.5, ont augmenté avec l'augmentation du nombre de Reynolds R_e

Notre travail est axé sur la simulation numérique d'un écoulement supposé incompressible avec transfert thermique dans les échangeurs tubes et calandre. Pour La résolution des équations régissant cet écoulement en utilise le code ANSYS.

L'objectif essentiel de ce travail est étudier l'effet du l'orientation et variation des hauteurs des chicanes rectangulaires sur l'efficacité thermique et dynamique d'un échangeur tube et calandre (des tubes rectangulaires)

Organisation de travail

Le présente mémoire comporte quatre chapitres :

Après cette brève introduction, nous abordons dans le premier chapitre une généralité sur les échangeurs avec étude bibliographique couvrant les études analytiques, numériques et expérimentale sur les comportements dynamiques et thermiques de l' écoulement des fluides en convection forcée dans des géométries complexe et qui sont en relation directe avec notre étude.

Le second chapitre donne des aspects théoriques du transfert de la chaleur et de mécanique de fluide. Tout d'abord, les lois fondamentales du transfert de la chaleur seront présentées, aboutissent à l'équation de la chaleur régissant le comportement d'un système thermique. Ensuite nous avons faire une formulation des équations de Navier-Stokes qui régissent le mouvement turbulence d'un fluide incompressible visqueux.

Lors du troisième chapitre, nous procéderons, à la simulation numérique où les trois méthodes de discrétisation sont exposées ainsi que le choix de la méthode de discrétisation du modèle mathématique.

Le dernier chapitre nous nous attacherons à un simulateur thermique ANSYS pour la validation de notre problème étudier. Ce chapitre est consacré à la résolution et la discutions des résultats numériques obtenus.

Enfin, nous concluons ce travail par une conclusion générale

Chapitre I

Généralités

GENERALITES SUR L'ECHANGEUR DE CHALEUR

Introduction :

Dans les sociétés industrielles, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute tentative de maîtrise de l'énergie. Une grande part (90 %) de l'énergie thermique utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ces procédés. On les utilise principalement dans les secteurs de l'industrie (chimie, Pétrochimie, sidérurgie, agroalimentaire, production d'énergie, etc.), du transport (automobile, aéronautique), mais aussi dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, etc.).Le choix d'un échangeur de chaleur, pour une application donnée, dépend de nombreux paramètres : domaine de température et de pression des fluides, propriétés physiques et agressivité de ces fluides, maintenance et encombrement. Il est évident que le fait de disposer d'un échangeur bien adapté, bien dimensionné, bien réalisé et bien utilisé permet un gain de rendement et d'énergie des procédés

I. Généralité sur les échangeurs :

Les échangeurs de chaleur ont été utilisés dans diverses industries pour un large éventail d'applications. Certaines de ces applications peuvent être trouvées dans le secteur de chauffage, domaine de climatisation, production d'électricité, récupérations de la chaleur perdue, et traitement des produits chimiques...etc. [6]

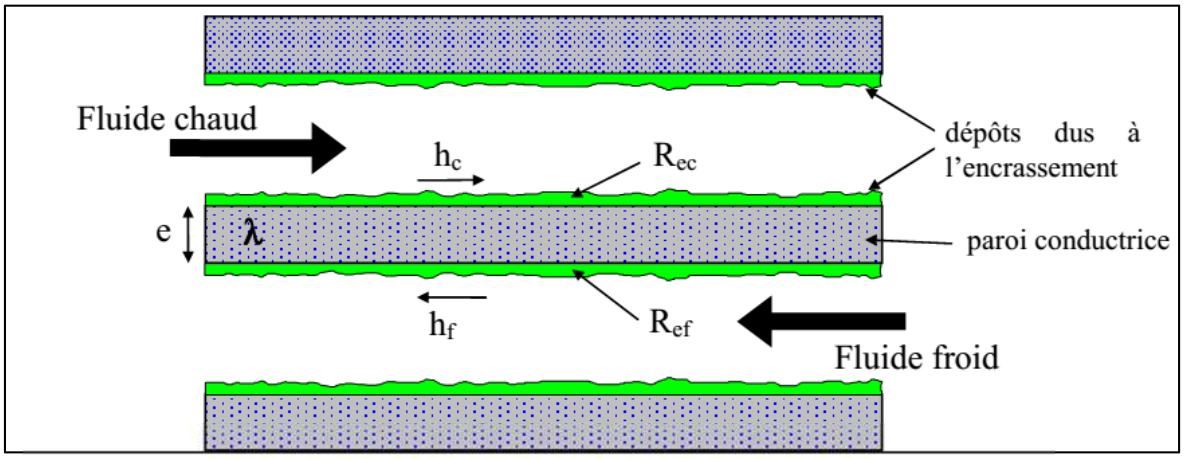
I.1 Echangeur de chaleur :

I.1.1 Définition :

Un échangeur de chaleur est un système qui permet d'échanger la chaleur entre deux fluides sans se mélanger. Dans un échangeur thermique, le fluide chaud et le fluide froid sont séparés par une paroi (plane ou tubulaire).La transmission de la chaleur se fait du fluide chaud vers le fluide froid. Les fluides, chauffant et chauffé sont des fluides caloporteurs. Le fluide caloporteur est un fluide à l'état liquide qui est utilisé sans changement de phase pour le transfert d'un lieu à un autre une certaine quantité de chaleur générée par des moyens étranges. Il est caractérisé par sa chaleur massique Cp. étant donné que la puissance d'échange thermique Q est proportionnelle à la chaleur massique. [7]

I.1.2 Principe de fonctionnement des échangeurs :

Dans un changeur, la chaleur est transmise d'un fluide à un autre. Le même fluide peut être conservé son état physique (liquide ou gazeux) ou se présenter successivement sous les deux phases (cas des condenseurs et des vaporiseurs) [8].



Figure(I.1) : Schéma de principe d'un échangeur de chaleur [9]

I.1.3Comment savoir qu'un échangeur de chaleur fonctionne correctement

La plupart des personnes souhaitent avoir la certitude qu'elles ne sentiront pas de courants d'air froid ou chaud lors de l'installation d'un système de ventilation à récupération de chaleur: l'air rejeté par l'échangeur dans la maison doit être plus ou moins à la même température que l'air déjà présent dans la maison. Mais il est possible de se montrer plus exigeant encore. Le fait qu'un échangeur de chaleur évacue de l'air plus ou moins à la bonne température ne signifie pas qu'il fonctionne de manière optimale. S'il ne

récupère pas autant de chaleur que possible, il ne vous permet pas de réaliser des économies optimales Sur la durée de vie d'un échangeur de chaleur, même les améliorations d'efficacité les plus minimes peuvent être synonymes d'économies importantes sur votre facture énergétique. [10]

I.1.4 classification :

A) selon le type d'écoulement :

Dans les échangeurs à fluide séparés, les modes de circulation des fluides peuvent se ranger en deux catégories Ou bien les vecteurs vitesses des écoulements sont approximativement parallèles :

- S'ils sont de même sens les écoulements sont **« co-courants ».**
- S'ils sont de sens contraire, les écoulements sont **«à contre-courant »**.
- Si les vecteurs vitesses sont en moyenne perpendiculaire l'un à l'autre ; ils'agit cette fois de «courant croisés » [11].

B) selon les types de fluides utilisés:

- Deux fluides de caractéristiques thermiques voisines (eau/eau) Dans un échangeur de chaleur à récupération de chaleur air/air, les flux d'air entrant et sortant sont séparés par une barrière solide (une paroi de conduit, par exemple). S'il y a une différence de température entre les deux flux d'air, la chaleur du flux d'air le plus chaud est transféré au flux d'air plus frais au travers de la barrière.
- Deux fluides de caractéristiques thermiques très différentes (eau/air) [8]

C) selon la surface d'échange :

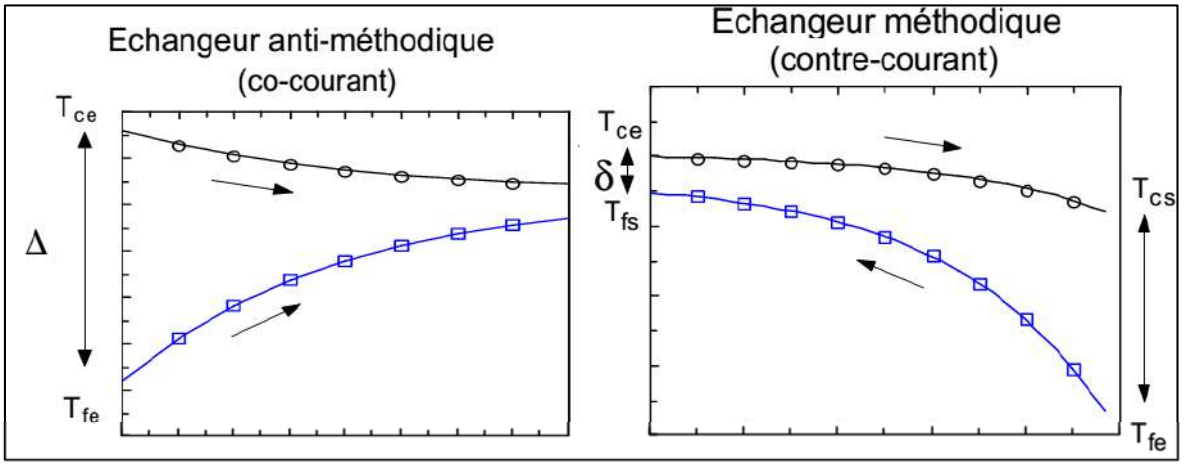
- paroi matérielle (plaque, tube, etc.)
- Echangeur A contact direct ou à mélange ***:*** les deux fluides peuvent être mis en contact comme c'est le cas dans les tours de refroidissement, des buses projetant de l'eau chaude sont disposées sur les parois intérieures de la tour, l'air extérieur admis par le bas s'échauffe et du fait de son changement de densité monte de bas en haut, permettant ainsi de refroidir l'eau
- Échangeurs à contact indirect ***:*** En principe, pour les échangeurs les plus répondus dans l'industrie, les deux fluides, désignés par 1 et 2, s'écoulent dans des espaces séparés par une paroi ou cloison, à faible inertie thermique. La chaleur que le fluide

1 cède à la paroi, par convection le long de la surface de contact, traverse l'épaisseur de la paroi par conduction et est cédé au fluide 2 par convection le long de l'autre face. Les processus de transfert présentent une réciprocité: convection (1) conduction (paroi), convection (2).le flux de chaleur échangé s'exprime par le produit d'une conductance globale constante le long de l'échangeur, et de la différence entre les températures moyennes T1et T2 des fluides [8]

I.1.5 Distribution des températures :

I.1.5.1Cas d'un échangeur a courants parallèles :

Les températures des fluides pendant leur traversée longitudinale de l'échangeur, à moins que l'un des fluides ne subisse un changement de phase, auquel cas sa température reste constante. Les figures donnent l'allure de quelques distributions de températures des échangeurs très simple. On a porté en abscisses l'aire de la surface d'échange, variant depuis zéro, à l'entrée de l'appareil (extrémité ou' rentre le fluide chaud), jusqu'à sa valeur totale s, à la sortie du fluide chaud. Les températures sont repérées à l'aide d'indices e signifiant entrée et s sortie, c désignent le fluide chaud et f le fluide froid [12]



Figure(I.2): Evolutions des températures le long d'échangeurs à courants parallèles

Dans un échangeur à contre-courant, la température de sortie du fluide « le plus froid » peut être supérieure à celle de sortie du fluide « le plus chaud », cette disposition étant l'une des plus favorables pour l'échange thermique.

Nous donnons dans le tableau (I.2) quelques valeurs typiques de coefficients d'échange [13]

Types de fluides	K en W/m² K
Eau/eau	800 - 2000
Eau/ huile	110 - 350
Vapeur/eau	1000 - 6000
batterie eau/air (serpentin)	25 - 50

Tableau (I. 1) : Valeurs typiques de coefficients d'échange

I.1.5.2Cas d'un échangeur a courants croises :

Dans ce cas, le problème est beaucoup plus complexe car les températures de sortie sont variables selon la position du fluide dans l'échangeur. Plusieurs configurations sont possibles selon que chaque fluide est libre de se mélanger (fluide brassé) ou bien au contraire est canalisé (fluide non brassé). [13]

Bien que l'expression de ΔTm ait été calculée pour certains cas, on utilise souvent des abaques donnant un coefficient correctif F tel que :

$$P = K\ S\ F\ \Delta T_m$$

F est donné par les abaques des figures(I.3) et (I.4) et ΔTm est calculé comme pour un échangeur à courant parallèle et de sens contraire.

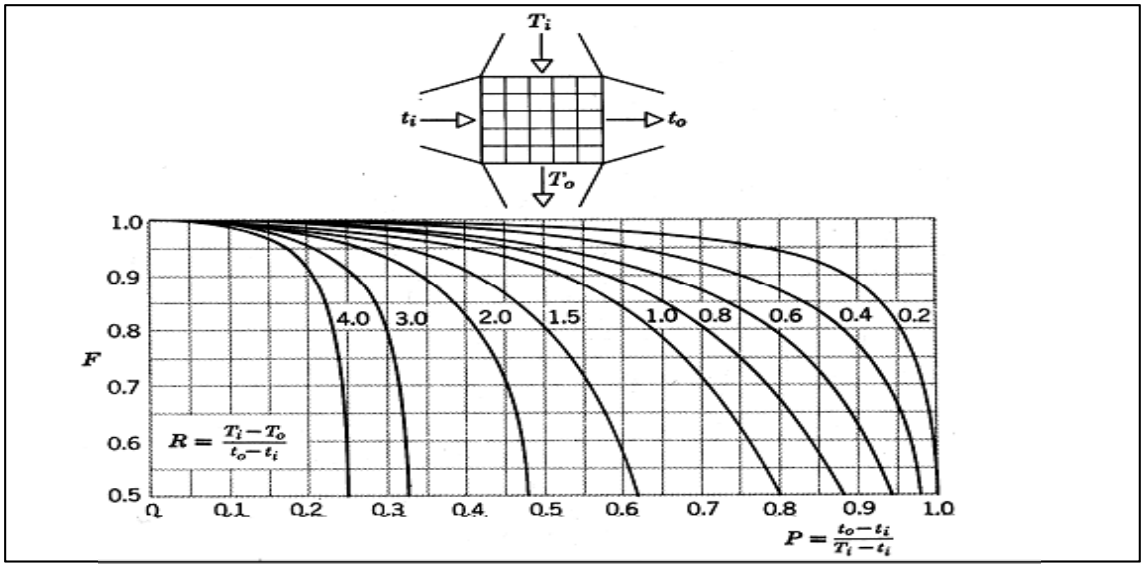


Figure (I.3) *:* Echangeur à courants croisés - 2 fluides *brassés*

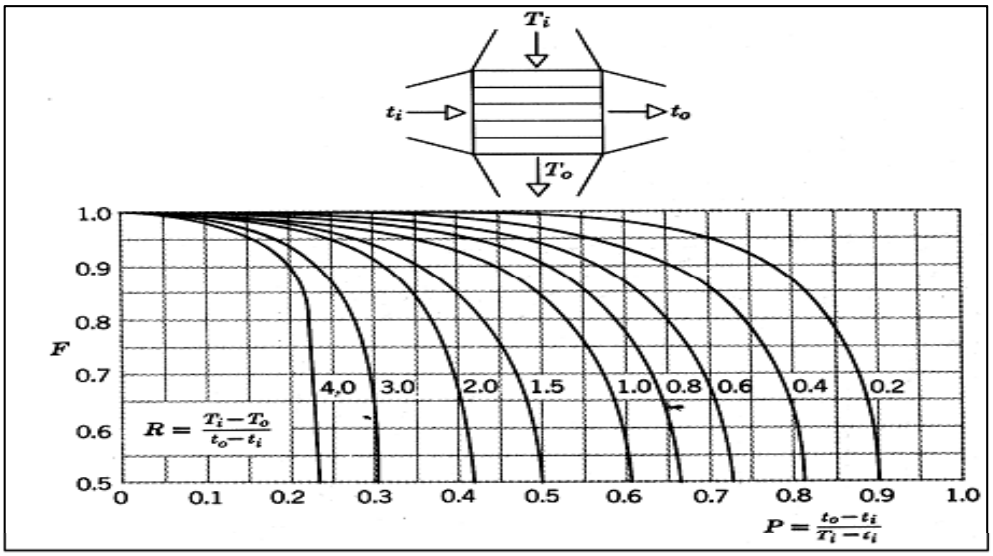


Figure (I.4): Echangeur à courants croisés - 1 fluide brassé et 1 fluide non brassé

I.1.2 Différents types d'échange :

Les échangeurs de chaleur sont diphasiques ou monophasique.

1-Échange sans changement de phase :

Les échangeurs de chaleur sans changement de phase correspondent aux échangeurs dans lesquels l'un des fluides se refroidit pour réchauffer le deuxième fluide sans qu'il y ait changement de phase .les températures des fluides sont donc variables, tout le long de l'échangeur. Parmi ces échangeurs on cite les échangeurs : (liquide –liquide, gaz -liquide et gaz -gaz...)

2-Échange avec changement de phase:

Les échanges avec changement de phase sont caractérisés par trois cas différents**:**

a- l'un des fluides se condense alors que l'autre se vaporise. Ces échangeurs sont rencontrés dans les machines frigorifiques installées en cascade. Ces sont les évaporateurs - condenseurs.

b- le fluide secondaire se vaporise en recevant de la chaleur du fluide primaire, lequel ne subit pas de changement d'état. Ils sont appelés évaporateurs

c- le fluide primaire se condense en cédant sa chaleur latente au fluide secondaire plus froid, lequel ne subit pas de transformation d'état .à titre d'exemple : ce cas est rencontré dans les condenseurs des machines frigorifiques [7]

I.1.2.1 Matériaux applicables aux échangeurs de chaleur :

On fabrique les échangeurs de chaleur en matière extrêmement nombreuse. Le choix de matériaux pour les différentes pièces de l'échangeur dépend surtout des conditions de service (température, pression, degré de corrosivité du milieu). La température de service des échangeurs de chaleur se trouve couramment dans les limites d'utilisation des aciers au carbone (de -30° à 475°C) [14].

Les matériaux employés pour la réalisation des tubes sont le plus souvent métalliques (acier, laiton). Les céramique se développent dans les échangeurs ou' transitent des fluides à haute température. Les tubes en plastique (généralement de très petit diamètre) sont également utilisés, soit en faisceaux, soit intégrés dans des plaques minces qui leur servent de raidisseurs [15].

I.1.2.2Aspects structurels dans la conception des échangeurs :

Sans entrer dans des considérations trop technologiques, on doit néanmoins citer les deux structures essentielles qui sont à la base de la conception des échangeurs : Structure « à modules » et Structure « à passe ».

1-***Échangeurs à modules*** :

Un échangeur à modules est constitué de plusieurs cellules élémentaires identiques, et il se caractérise donc par une périodicité géométrique. On peut alors se limiter à l'étude d'une seule cellule, l'assemblage de plusieurs modules permettant de reconstituer tout l'appareil. Parmi les principaux modèles d'échangeurs modulaires, citons les appareils à méandres, les appareils à faisceau de tubes et chicanes, les appareils à spirales et échangeurs à plaques.

2-Échangeurs à passes :

On désigne par « passe » une traversée de l'échangeur par l'un des fluides .parmi les échangeurs à passe, la famille la plus représentative regroupe les modèles de type P-N. Ce sont en général des appareils à faisceau de tubes et calendre, dans lesquels chacun des deux fluides traverse une ou plusieurs fois le volume d'échange.

Le fluide qui circule dans la calendre (donc à l'extérieur des tubes) passe P fois dans le volume d'échange, et le fluide contenu dans les tubes traverse N fois (c'est-à- dire

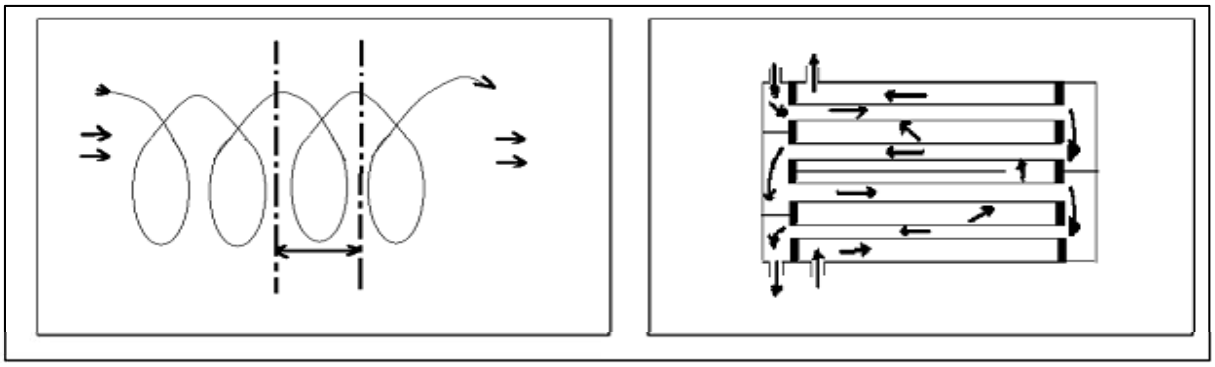
qu'il effectue N/2 allers-retours).on dit que l'échangeur est à P passes coté calendre et à N passes coté tubes.

Dans le modèle P-N le plus courant est l'échangeur 1 -N : le fluide situé coté calendre ne traverse celle-ci qu'une fois, tandis que le fluide qui circule dans les tubes la traverse N fois.

La notion de passe s'applique également à d'autres modèles. Et on particulier aux échangeurs à plaques dans lesquels on rencontre des configurations mono passes (avec distribution en U ou en Z, ou multi passes .du point de vue thermique, on notera que la distribution en U est meilleure que la distribution en Z.

La distribution entre passes et La distribution entre passes et modules est parfois un peu subtile, mais ces deux notions sont cependant bien utiles pour simplifier certains calculs. On peut dire que échangeurs modulaires et échangeurs P-N relèvent la priori de conception différentes .un échangeur àmodules est parfois

modules peut être de type P-N mais cela n'a rien de systématique. Inversement, un échangeur P-N n'est pas forcement constitué de modules identiques .parfois, il peut y avoir recouvrement entre passe et module [12].



Figure(I.5) : Échangeur à tube en spirale (m : module).

Figure(I.6) : Échangeur P-N P=2, N=4 (d'après A.Bouvenot)

I.1.3 Synthèse des échangeurs:

En préalable à l'exposé des méthodes de calcul, il est indispensable de présenter les principales dispositions géométriques qui sont retenues dans la réalisation des échangeurs, car elles conditionnent évidemment la nature des écoulements et le calcul des transferts thermiques [12].

Dans notre étude on ne considère que les échangeurs à fluides séparé ou' le transfert de chaleur s'effectue à travers une paroi matérielle. Ce qui exclut donc les Echangeurs à «contact direct ».Nous allons examiner plus particulièrement deux types d'échangeurs très répandus en Génie Climatique***, les échangeurs tubulaires*** et ***les échangeurs à plaques.***

I.3.1.1 Echangeur Tubulaire

A-Technologie :

Ces échangeurs sont utilisés depuis de nombreuses années dans les sous-stations de chauffage urbain (eau surchauffée ou vapeur), pour la production d'eau chaude sanitaire et pour de nombreuses applications industrielles nécessitant des pressions élevées ; ils sont toutefois de plus en plus concurrencés par les échangeurs à plaques décrits dans le paragraphe suivant. Ils sont constitués de tubes dont la paroi forme la surface d'échange. Ils comportent soit un tube unique (serpentin), soit deux tubes coaxiaux (échangeurs bitubes ou concentrique), soit un faisceau de tubes (échangeur multitubulaire) ; ce dernier type existe sous quatre formes :

- Échangeurs à tubes séparés
- échangeurs à tubes rapprochés
- échangeurs à tubes ailettes
- échangeurs à tubes calendre (faisceau de tubes enfermé dans une enveloppe appelée calendre). [12]

Un des modèles les plus simple d'échangeur que l'on puisse imaginer est constitué de deux tubes coaxiaux .l'un des fluides s'écoulent dans le tube central et l'autre dans l'espace annulaire, les deux fluides pouvant circuler dans le même sens ou en sens contraire. Il est difficile d'obtenir des surfaces d'échange importantes avec cette configuration, même en soudant les tubes, sans aboutir à des appareils très encombrants. Aussi préfère-t-on disposer un faisceau de tubes dans une enveloppe unique, généralement cylindrique appelé calandre, l'un des fluides circulant dans les tubes et l'autre à l'intérieur de la calandre autour des tube.

Des chicanes sont placées dans la calandre (coque) pour augmenter la turbulence et l'efficacité de l'échange. Les tubes sont en général métalliques (acier, cuivre, inox, etc.) et le fluide chaud ou agressif passe en général dans les tubes afin de minimiser les pertes de chaleur. Ce qui a pour effet d'améliorer les échanges (mais aussi malheureusement d'augmenter les pertes de charge) [16]

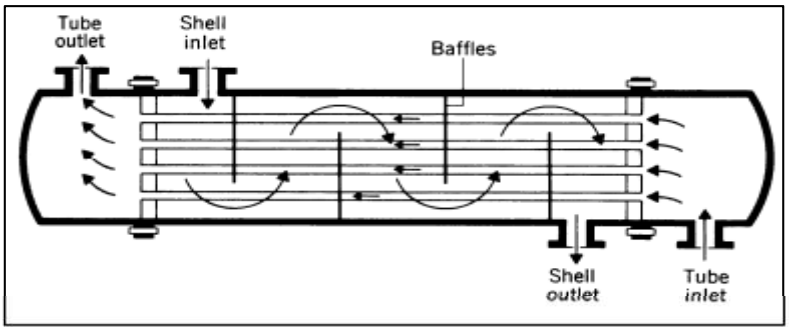


Figure (I. 7) : Schéma de principe d'un échangeur tubulaire

I.3.1.2 Les échangeurs à plaques :

B-Technologie :

Ces échangeurs sont utilisés dans les industries agro-alimentaires depuis plus de 60 ans, mais leur développement dans le bâtiment est plus récent.

Ils se distinguent par une compacité remarquable due en partie à leur coefficient K élevé, une grande facilité de nettoyage et la possibilité d'ajuster leur surface à la demande. Leur principe de fonctionnement est décrit par la figure (I.8)[16]

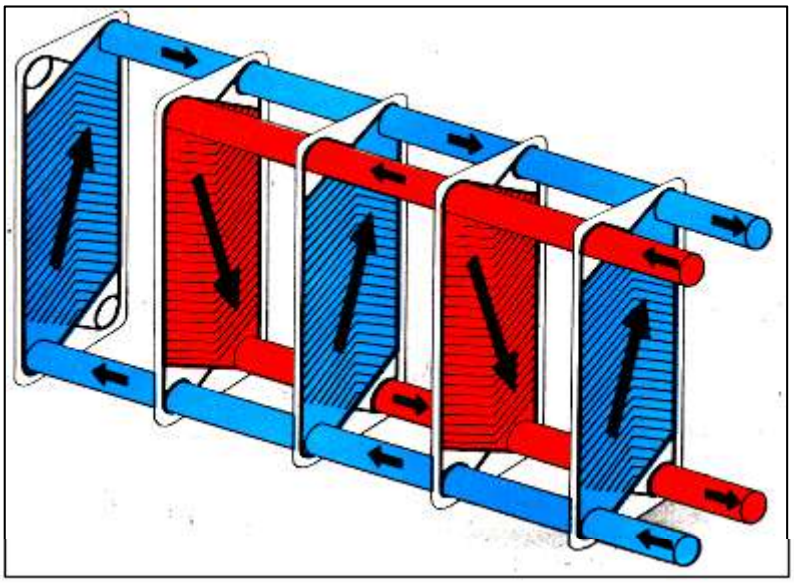


Figure (I.8): Principe de fonctionnement d'un échangeur à plaques

Cet échangeur est constitué par un ensemble de plaques embouties équipées de joints et maintenues serrées entre deux plateaux reliés par des tirants des serrage

Les plaques sont en général en forme de chevron pour augmenter la turbulence et ménager des points d'appuis pour résister à la pression. Leur faible épaisseur permet

d'utiliser des matériaux de bonne qualité ayant une bonne tenue à la corrosion (acier inox, titane,etc.).

Les joints en polymères assurent un double rôle :

-étanchéité,
- répartition des fluides dans l'échangeur.

Les fluides s'écoulent entre ces plaques dans des canaux plats ou' la circulation peut être soit diagonale soit latérale .il y a évidemment alternance du fluide froid et du fluide chaud d'un canal au suivant .globalement, la distribution des fluides entre les différents canaux se fait en U, en Z [14].

Les plaques peuvent être lisses ou corrigées (ondulées ou à cannelures en chevrons) afin d'intensifier l'échange de chaleur par l'augmentation de la turbulence et de la surface 27 d'échange .La pression d'utilisation des échangeurs à plaques et joints est inférieur à 20 bars. La température usuelle maximale ne doit pas dépasser 250°C [11].

Les échangeurs à plaques se présentent sous diverses formes :

- les échangeurs à plaques hélicoïdales.
- Les échangeurs à plaques planes.
- Les échangeurs à plaques munies d'ailettes.
- Les échangeurs à tubes munis d'ailettes.

Dans tous ces échangeurs, les surfaces d'échange sont très supérieures à celles des échangeurs à faisceau et calandre, pour un encombrement géométrique donné. En outre, les écoulements secondaires et les pertes de charge correspondantes sont éliminés ainsi que les problèmes de court-circuit et de dilatation différentielle. Cependant leur réalisation est beaucoup plus délicate et onéreuse et ils ne sont généralement utilisés que pour des échanges ne nécessitant pas en valeur absolue de très grandes surfaces d'échange [14].

I.3.1.3 Utilisation des échangeurs à plaques :

Elles sont très utilisées pour certaines applications liquide -liquide (on particulier dans les industries alimentaires) dans le cas des échangeurs gaz -liquide ou gaz -gaz, la faible densité des gaz impose, si l'on veut rester à un niveau acceptable de perte de charge, que l'on réduise la vitesse de passage des gaz relativement à celles pratiquées pour les liquides. Réduire la vitesse c'est aussi réduire le coefficient de convection fluide -paroi, ce qui

nécessite, à volume égal, une augmentation de la surface d'échange. Pour les échangeurs gaz -gaz les surfaces d'échanges adoptées sont très souvent constituées de plaques planes séparées par des ailettes braisées sur celles-ci les deux fluides circulant alternativement entre les plaques .les ailettes permettent d'augmenter la surface d'échange et aussi, par leur disposition en quiconque de crée des interruptions dans les écoulements favorisant la turbulence et améliorant de ce fait les échanges thermiques. Dans les échangeurs gaz - liquide, il y a nécessité d'obtenir une surface d'échange ayant des étendues différentes au contact des deux fluides. C'est la raison pour laquelle on utilise des batteries de tubes à Ailettes ou des radiateurs dans l'automobile [12].

I.3.1.4Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire :

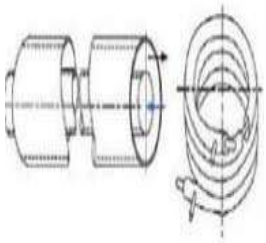
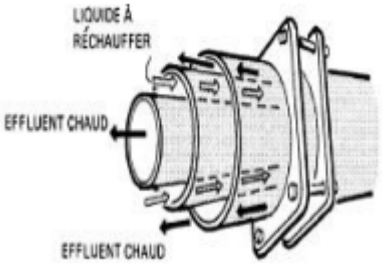
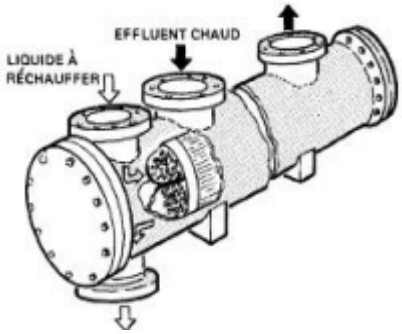
Le tableau (I.3) résume quelques caractéristiques des échangeurs à plaques et tubulaires

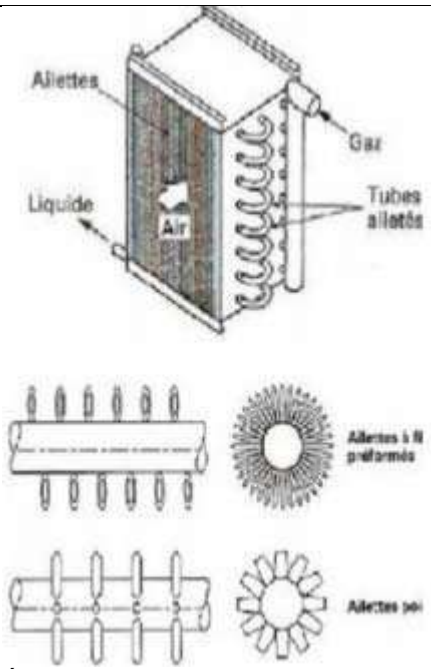
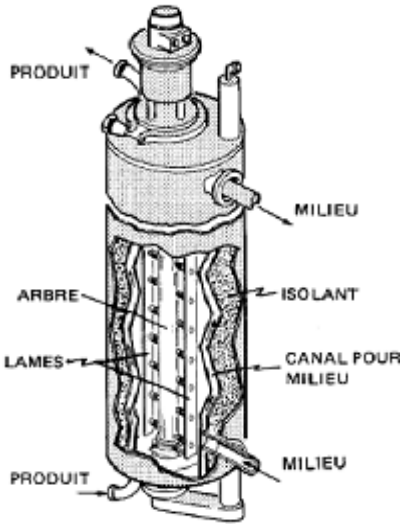
Caractéristiques	Echangeur à plaques traditionnel	Echangeur tubulaire
croisement de température3	possible	impossible
approche de température		5C°
raccordements	dans un même plan	sur plusieurs plans
rapport des coefficients de transmission thermique	1C°	1
rapport des poids	1	3 à 10
volume de rétention	faible	élevé
rapport d'encombrement	1	2 à 5
soudures	aucune	appareil soudé
résistance aux vibrations	bonne résistance	sensible
détection des fuites	aisée (par l'extérieur)	difficile
temps nécessaire à l'ouverture	15 minutes avec outil pneumatique	60 à 90 minutes
réparation	joints et plaques remplaçables	implique le remplacement des tubes
modification	simple par ajout ou retrait de plaques	impossible

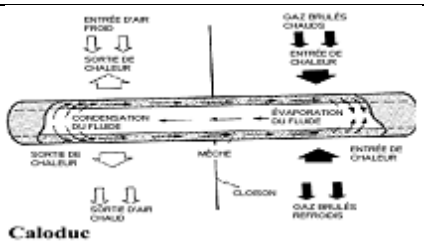
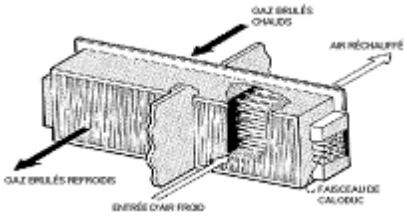
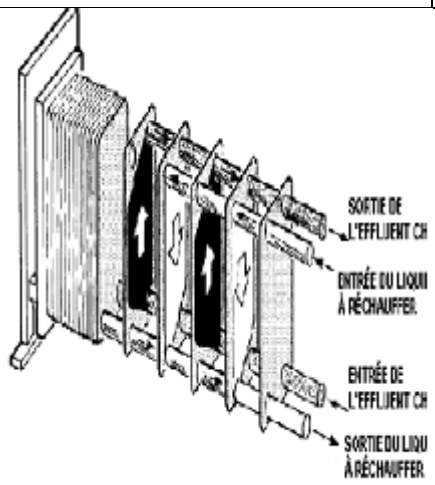
Tableau (I.3) : Comparaison entre un échangeur à plaques et un échangeur tubulaire [16]

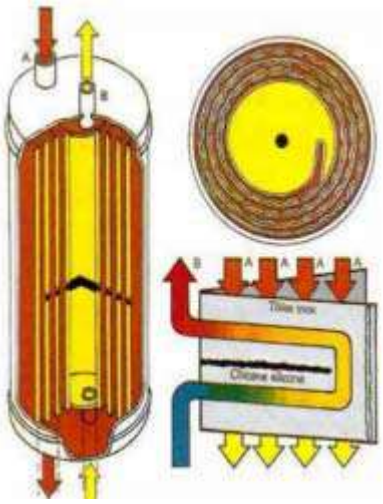
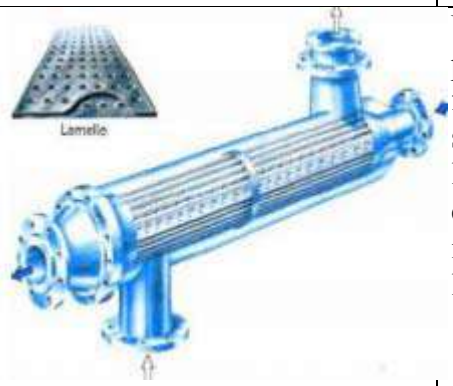
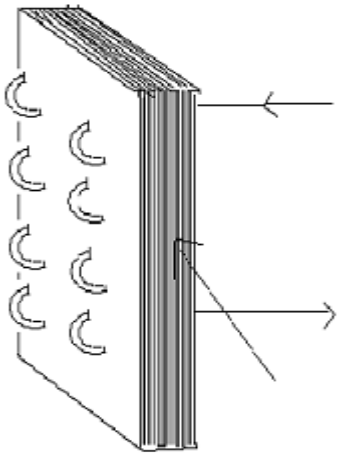
I.1.4 Technologie usuelle des échangeurs de chaleur :

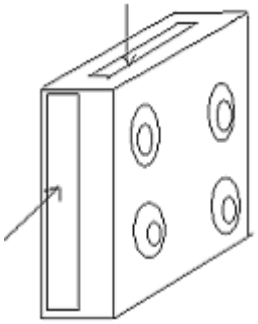
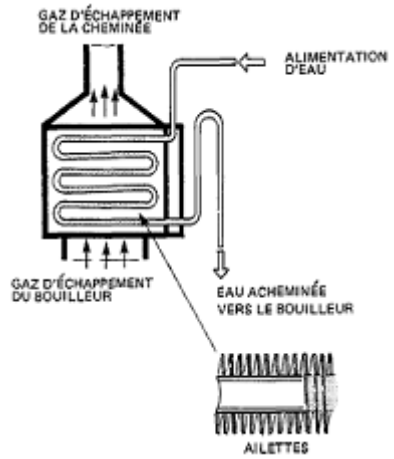
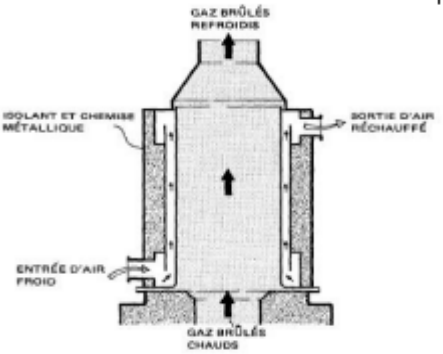
Voici une brève description des types d'échangeurs thermiques les plus communément utilisés :

La catégorie	Le type	Les caractéristiques
Tubulaire → mono tubulaire. → bitube. →faisceaux de tubes.	 Echangeur mono tubulaire	échangeurs à tube unique ; il est placé à l'intérieur d'un réservoir, généralement, prend la forme d'un serpentin.
	 Echangeur bitube (tube coaxiaux ou double enveloppe, concentrique).	L'échangeur à deux tubes coaxiaux est le plus simple des échangeurs (à simple passe). Le premier fluide s'écoule dans le tube intérieur tandis que l'autre s'écoule dans l'espace annulaire compris entre les deux tubes. Ces appareils sont intéressants pour les facilités qu'ils offrent pour le démontage et l'entretien. Ils peuvent fonctionner en contre-courant pur, ce qui permet d'obtenir de bons rendements. Par contre, ils présentent les inconvénients suivants : risque de fuites aux raccords – flexion du tube intérieur si la longueur est importante - surface d'échange faible. Cet échangeur convient aux produits sales, pour des débits faibles, des températures et des pressions élevées pour les liquides visqueux
	 Echangeur a tube et calandre	Echangeur à multi passe, peut assimiler à une superposition de plusieurs échangeurs à double tube il comporte un faisceau de tubes enfermé dans une enveloppe cylindrique appelée « calandre ». Un des fluides coule à travers les tubes et l'autre à travers l'enveloppe au-dessus du faisceau de tubes. l'implantation des chicanes permet d'irriguer mieux tous les tubes. Le nettoyage de l'échangeur s'en trouve facilité, bien que les tubes

		eux-mêmes demeurent difficiles à nettoyer. Quelques-unes des applications possibles sont le chauffage de l'eau, les condenseurs, les rebouilleurs et les fours multitubulaires. Il sert le plus souvent dans des opérations ne s'appliquant pas directement à un produit alimentaire car l'enveloppe et les tubes peuvent être difficiles à inspecter.
	 Échangeurs thermiques à ailettes	C'est un échangeur à type échanges gaz liquide, il est constitué d'un faisceau de tubes dans lequel circule le liquide à réchauffer et au-dessus duquel s'écoulent des gaz d'échappement caloporteurs. Des ailettes fixées aux tubes augmentent la surface d'échange. Il sert à chauffer l'eau à toutes sortes de fins, (l'eau d'alimentation des chaudières ou l'eau de nettoyage).
	 Echangeur à lames râlantes	Cet échangeur est formé d'un arbre rotatif de lames montées concentriquement à l'intérieur d'un tube isolé et enveloppé. Le produit circule à travers le tube interne où, constamment, les lames l'agitent en même temps qu'elles raclent les parois du tube pour le nettoyer. Le fluide, caloporteur ou de refroidissement, circule dans l'espace annulaire entre le cylindre de transmission de chaleur et le tube externe qui est isolé. Les échangeurs à lames raclantes sont conçus pour les produits à haut degré d'encrassement et pour les opérations de cristallisation, leurs nettoyages est facile.

	 Caloduc  Echangeur à caloduc (liquide en équilibre avec sa phase gazeuse)	Il s'agit d'un échangeur à échanges gaz/gaz constitué d'un grand disque poreux fait d'un matériau à capacité d'absorption thermique élevée (grillage en acier inoxydable, céramique, etc.). Le disque tourne entre deux conduites d'air accolées, l'une où circule l'air froid et l'autre où circule l'air chaud. La circulation s'y fait à contre-courant. Quand la roue tourne, elle absorbe d'abord la chaleur provenant du courant d'air plus chaud et l'emmagasine temporairement. Elle vient ensuite en contact avec le courant d'air froid et lui communique sa chaleur. Les applications comprennent le préchauffage de l'air du système de ventilation ou de l'air des séchoirs et des fourneaux, au moyen de l'air d'évacuation.
à plaques →à plaques planes →à plaques munies d'ailettes →à tube munies d'ailettes	 Echangeur à plateaux ou à plateaux et cadre.	. Echangeur à deux fluides liquides ou à deux fluides gazeux, il est constitué de deux tirants auxquels sont fixées des plaques de métal à ondulations en nombre variable garnies de joints d'étanchéité à leur périphérie. l'échange de chaleur est intensifié par l'augmentation de la Turbulence favorisée par des ondulations. Il est le plus simple car il est facile à nettoyer et inspecter le produit alimentaire ou l'eau potable. Il est employé en pasteurisateurs (usage du lait et des œufs) aussi le préchauffage de l'eau des chaudières avec des effluents d'eau chaude, le préchauffage de l'eau d'un échaudoir, le chauffage de l'eau potable.

	 Echangeur à spirales.	Cet échangeur est formés par une paire de plaques enroulée selon une hélice délimitant deux espaces annulaires rectangulaires ou' les fluides circulent à contre-courant (ce type peut être très compact). Comparativement à ceux de l'échangeur calandre, il comprend compacité, exigences d'entretien moins grande accessibilité facilitant l'inspection et le nettoyage et tendance plus facile à l'encrassement. Il est fréquemment utilisé dans le traitement de l'eau de refroidissement usée et ils se révèlent également efficaces dans la récupération de la chaleur dégagée par des vapeurs à pression atmosphérique. Aussi il peut servir à condenser la vapeur à pression atmosphérique provenant de cuiseurs ouverts, pour chauffer l'eau de nettoyage de l'usine.
	 Echangeur lamellaire	Un échangeur à lamelles est à plaques soudées. Les plaques sont formées par des tôles embouties et soudées deux par deux, formant des lamelles à l'intérieur desquelles circule l'un des fluides. Le tout est inséré dans une calandre dans laquelle circule le deuxième fluide.
	 Echangeur batterie à ailettes.	L'échangeur à ailettes continues est appelé batterie à ailettes, il est utilisé dans le cas d'un échangeur liquide gaz tels que : radiateur de voiture, condenseur d'un climatiseur de fenêtre…etc. la faible valeur du coefficient convectif du gaz, qui est souvent de l'air, est soignée par la pose des ailettes continues de diverses fores sur la surface d'échange primaire couplé en général par l'utilisation d'un ventilateur. l'ailette est une plaque mince construite dans un métal très bon conducteur (cuivre, aluminium,…etc.) elle contient

		plusieurs trous circulaires par lesquelles passent tous les tubes de la batterie. un faisceau de tubes contient plusieurs dizaines d'ailettes.
	 Echangeur platulaires (plaques soudées)	C'est une chambre faite d'une tôle emboutie soudée par points sur une tôle plane.
Types particuliers d'échangeurs thermiques. les échangeurs thermiques que l'on vient de décrire existent aussi sous des formes plus ou moins modifiées.	 Echangeur économiseur	L'économiseur est un échangeur à tubes à ailettes qui transfère la chaleur récupérée des gaz de combustion à l'eau d'alimentation des chaudières. Types particuliers d'échangeurs thermiques.
	 width="418" height="406"> Pré chauffeur d'air de combustion	On a ici une variété d'échangeur thermique, à fluides gazeux, qui récupère la chaleur perdue provenant des gaz de combustion d'un générateur d'air chaud pour chauffer l'air d'admission destiné à la combustion.

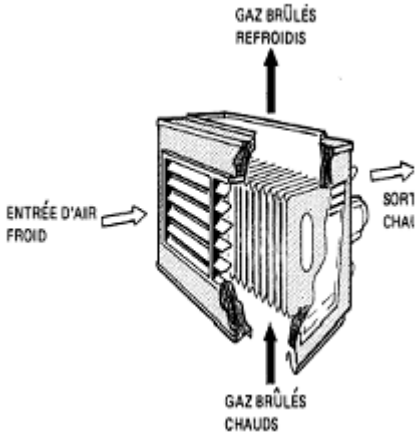
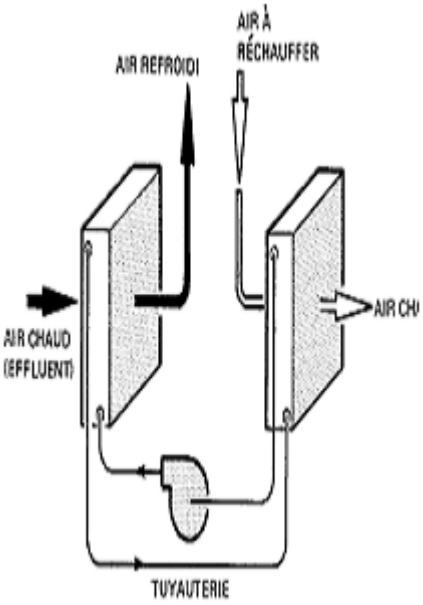
	 Pré chauffeur d'air à plateaux parallèles	Cet échangeur est constitué d'une série de canaux dans lesquels circulent-en alternance des gaz chauds et froids; seule, une mince paroi faite d'un métal conducteur sépare les gaz. S'il est scellé adéquatement, cet appareil prévient toute contamination par transmission; de plus, il est facile à entretenir et à inspecter. Se s'applications comprennent la récupération de la chaleur que dégagent la cuisson, le séchage et le fumage, ainsi que les installations de chauffage et de ventilation
	 Système de dérivation	Il comprend un échangeur à fluides gazeux constitué d'un réseau de tubes fermé à travers lequel est pompé un fluide de transmission de chaleur (généralement du glycol). Ce fluide intermédiaire recueille la chaleur des spirales ou des tubes à ailettes installés dans le courant d'air chaud et la libère ensuite en la transmettant aux spirales du circuit d'air froid. Les fuites d'un courant d'air à l'autre sont donc impossibles. On peut utiliser cet échangeur dans les cas où la source calo porteuse et son point d'utilisation sont éloignés, ou lorsque la chaleur doit être recueillie à partir de plusieurs sources. On pourrait s'en servir, par exemple, pour recueillir la chaleur provenant de l'air d'évacuation d'un séchoir pour chauffer l'air d'admission.

***Figure (I.9)* :** Différent types des échangeurs [17].

Conclusion

Nous avons présenté dans ce premier chapitre quelques généralités sur les échangeurs de chaleur.

Vu l'importance industrielles des échangeurs de chaleur, il existe une diversité des différents types des échangeurs de chaleur qui ont de nombreuse applications dans les différentes domaines.

On va s'intéresser dans cette étude aux échangeurs à tube et calendre avec l'emplacement des chicanes. L'étude expérimentale de ces échangeurs dans l'objectif d'amélioration des performances est couteuse, la raison pour laquelle on va focaliser cette étude à l'expérience numérique des échangeurs tubes et calandre, dans l'objectif d'une meilleure compréhension des phénomènes dynamique et thermique. Nous proposons d'étudier l'influence de l'orientation des chicanes (pour différant hauteur)

Chapitre II

Formulation mathématique

FORMULATION MATHEMATIQUE

Introduction :

Dans ce chapitre on s'intéresse à la modélisation mathématique de transfert de chaleur et d'écoulement turbulent de fluide incompressible en régime variable, ou les modèles de fermeture sont abordés.

Tout d'abord, les lois fondamentales du transfert de la chaleur seront présentées, aboutissent à l'équation de la chaleur régissant le comportement d'un système thermique. Ensuite nous avons faire une formulation des équations de Navier-Stokes qui régissent le mouvement turbulence d'un fluide incompressible visqueux.

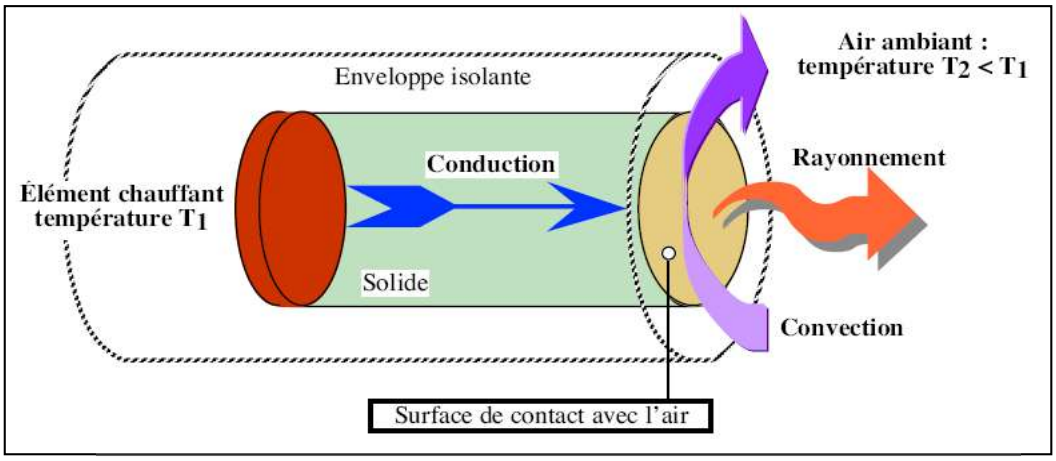
La mécanique des fluides est gouvernée par trois équations fondamentales. Celles-ci sont l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation de l'énergie.

II.1 Formulation d'un problème de transfert de chaleur :

II.1.1 Les différents modes de transfert thermique :

Le transfert de chaleur peut être défini comme la transmission de l'énergie d'une région à une autre sous l'influence d'une différence de température. Cet écoulement de chaleur est régi non seulement par une relation unique, mais plutôt par une combinaison de Différentes lois physiques indépendantes. Ce transfert thermique est un processus complexe qui est réalisé par la superposition de trois modes :

- La conduction
- Le rayonnement
- La convection



Figure(II.1) *:* les trois modes de transfert thermique

II.1.1.1 La conduction :

La conduction thermique est un phénomène de propagation d'énergie, qui traduit à l'échelle macroscopique les échanges directs d'énergie à l'échelle microscopique entre les molécules ou les atomes (ou encore leurs électrons) à l'intérieur d'un matériau, ces échanges résultent des mouvements des particules constituant le corps, à l'échelle macroscopique la conduction entre deux points d'un milieu s'établit lorsque ces deux points ont une température différente. [18]

II.1.1.2 La convection :

La convection c'est l'échange d'énergie, sous forme de chaleur, entre un fluide en mouvement et la surface d'un corps solide ayant une température différente ou entre des parties différentes d'un fluide en mouvement qui n'ont pas la même température. [18]

II.1.1.2.1La convection libre ou naturelle :

Le fluide est mis en mouvement sous le seul effet des différences de masse volumique résultant des différences de températures sur les frontières et d'un champ de forces extérieures (la pesanteur).

II.1.1.2.2La convection forcée

Le mouvement du fluide est induit par une cause indépendante des différences de température (pompe, ventilateur,...). [19]

Le traitement numérique de phénomène de convection est très complexe car il nécessite le Maillage du milieu fluide et la résolution des équations de Navier-Stokes ou de Reynolds. Une autre approche, plus légère, consiste à représenter la convection par des conditions aux limites, à l'aide de coefficients d'échange h. Dans le cas d'une interface solide/fluide, la quantité de chaleur reçue par le solide est proportionnelle à l'aire S de l'interface et à la Différence de température $\Delta T = T_f - T_S$. T_S et T_f représentent respectivement la température du Solide et celle du fluide. Ce transfert d'énergie obéit à la loi de Newton. [20]

$$\varphi = h\,S\,(T_S - T_\infty) \qquad \text{(II.1)}$$

Où :

φ : représente le flux de chaleur transmis par convection (W) et h représente le coefficient d'échange en (W m^{-2} $°C^{-1}$). Ce dernier est disponible sous forme tabulée, suivant les propriétés du fluide et les caractéristiques physiques du matériau, du type d'écoulement et de la géométrie du problème (voir le tableau suivant)

Type de convection	**h en W m^{-2} K^{-2}**
Convection libre dans l'air	5-30
Convection libre dans l'eau	500-1000
Convection forcée dans l'air	100-500
Convection forcée dans l'eau	100-15000

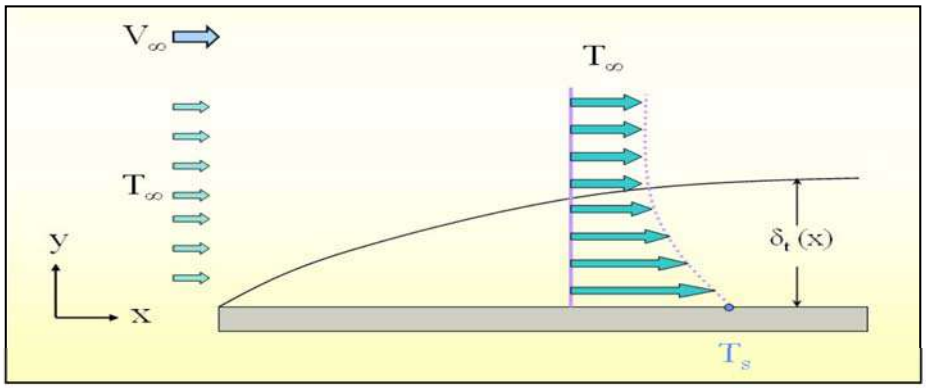
Tableau (II.1): Exemples de coefficient de convection

A) Calcul du flux de chaleur en convection forcée :

- **Calcul exacte**

Dans certains cas de figure simples, un calcul théorique peut permettre D'aboutir à une expression analytique du flux de chaleur échangé par convection entre un fluide et une paroi. Nous traiterons ici à titre d'exemple le Cas classique de l'écoulement laminaire en régime permanent d'un fluide à propriétés physiques constantes à la Température T∞ sur une paroi plane de longueur L maintenue à une température T_S On constate que la vitesse du fluide évolue d'une valeur nulle à la paroi à une valeur proche de u∞ dans une Zone d'épaisseur $\delta_t(x)$ appelée couche limite dynamique. De la même

manière, la température du fluide évolue de La valeur T_S à la paroi à une valeur proche de T∞ dans une zone d'épaisseur Δ(x) appelée couche limite Thermique [19]



***Figure(II.2)*: Schématisation du développement d'une couche limite dynamique sur une Plaque plane**

- **Calcul approché**

Dans les cas plus complexes où une solution analytique ne peut pas être établie, on utilise des corrélations déduites d'expérimentations.

L'application de l'analyse dimensionnelle montre que la relation liant le flux de chaleur transféré par convection aux variables dont il dépend peut être recherchée sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels :

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{f}\,(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}) \qquad \text{(II.2)}$$

Définis par :

Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{hD}{\lambda}$
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{\rho u D}{\mu}$
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{C_p \mu}{\lambda}$

***Tableau(II.2)*: les trois nombre adimensionnels**

Où D est la dimension caractéristique de la géométrie considérée. Le calcul d'un flux de chaleur transmis par convection forcée s'effectue donc de la manière suivante :

1. Calcul des nombres adimensionnels de Reynolds et de Prandtl.

2. Suivant la valeur de Re et la configuration → choix de la corrélation (fonction f dans la relation (II.6))

3. Calcul de Nu par application de cette corrélation.

4. Calcul de $h = \frac{\lambda Nu}{D}$ et de flux $\varphi = hS(T_p - T_\infty)$

II.1.2 Equation d'énergie

La modélisation des transferts de chaleur est basée sur une formulation en température des échanges thermiques, dans laquelle le changement de phase ou la dissipation visqueuse sont pris en compte grâce à des termes sources ou polynomiaux formulés en terme de température.

II.1.2.1Transferts de chaleur en écoulements incompressibles

La modélisation des transferts thermiques convectif et conductif en interaction avec un écoulement incompressible sont modélisés à partir d'une formulation conservative et d'une approche non-conservative [21].

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(VT)T\nabla V\right) + \alpha\, T = \nabla(\lambda \nabla T) + \emptyset + S \qquad \text{(II.3)}$$

Le terme α T est un terme linéaire laissé à la libre utilisation de l'utilisateur ainsi que le terme source *S*.

Le terme ∅ est le terme de dissipation visqueuse donnée par la relation suivante :

$$\text{Avec } \emptyset = 2D_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_i} \qquad \text{(II.4)}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_I}{\partial x_j}\right) \qquad \text{(II.5)}$$

II.1.3 Condition aux limites :

Les condition aux limites (CL) caractérisent l'intéraction du corps étudié avec son milieu éxtérieur.peuvent avoir plusieurs formes ,on distingue quatre types de condition :

- ***CL de Dirichlet :*** qui fixeent la température Ts à la surface du corps(ou sur une partie de surface) à chaque instant :

$$Ts=T(x_s, y_s, z_s)$$

Ou x_s, y_s, z_s décrivent la surface.

- ***CL de Neumann :*** qui spécifient la conaissance du flux surfacique dans chaque point de la surface du corps étudié et à chaque instant :

$$\varphi_s = \varphi(x_s, y_{s,} z_s, t)$$

Dans le cas le plus simple du régime stationnaire , le flux surfacique reste constant.

- ***CL de Fourier :*** ces condition donnent la température environnant du corps Te et la loi qui décrit le transfert thermique entre le corps et son envirennement la loi de Newton établit la relation entre la densité de flux thermique transféré à la surface du corps de température Tc vers son milieu envirennat de température Te (Te< Tc) :

$$\varphi = h\ S\ (\text{Tc-Te})\ [\text{W}]$$

Ou h est un facteur de proportionalité appelé coefficient sfert [18]

II.2 Modélisation de l'écoulement des fluides :

Dans ce travail, à côté du calcul des champs de températures, l'écoulement du fluide dans un échangeur de chaleur tube calandre avec des chicanes est également simulé, Pour cela on doit citer L'équation de continuité et les équations différentielles fondamentales de Navier-Stokes dans les coordonnées cartésiennes, En plus les écoulements turbulents doivent être pris en considération

II.2.1 L'équation de continuité(ou équation de bilan de masse) :

Cette équation concerne le principe de conservation de la masse dans un élément. Elle exprime l'égalité de la variation de la masse d'élément et de la déférence entre la quantité de fluide qui entre et celle qui quitte pendant le même temps.

Dans son ensemble, la mécanique des fluides est gouvernée par trois équations Fondamentales. Celles-ci sont l'équation de continuité, l'équation de la quantité de mouvement et l'équation d'énergie.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho.u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho.u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho.u_z)}{\partial z} = 0 \qquad \text{(II.6)}$$

Pour les fluides incompressibles

$$\rho = cst \qquad \rightarrow \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

L'équation(II.2) dans un régime permanent devient:

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} \qquad \text{(II.6 a)}$$

II.2.2 L'équation de Navier-Stocks :

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans l'approximation des milieux continus. Elles gouvernent par exemple les mouvements de l'air de l'atmosphère, les courants océaniques, l'écoulement de l'eau dans un tuyau, le mouvement d'air dans les locaux et de nombreux autres phénomènes d'écoulement de fluides. Elles sont nommées d'après deux physiciens du XIX^{e} siècle, Claude Navier et Stokes Il existe bien des formes des équations de Navier-Stokes. Nous n'en présenterons que certaines Ces formes dépendent aussi des notations utilisées. [22].

Cette équation est la conséquence directe du théorème de quantité de mouvement

$$\overbrace{\underbrace{\frac{\partial U_i}{\partial t}}_{(3)} + U_j \underbrace{\frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{(4)}}^{(1)} = \overbrace{\underbrace{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}}_{(5)} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}}_{(6)}}^{(2)} \qquad \text{(II.7)}$$

(1): terme force d'inertie.

(2): terme force appliqué.

(3): terme instationnaire.

(4): terme convectif.

(5): terme pression

(6): terme visqueux.

II.2.3 L'équation d'énergie pour le fluide incompressible :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x c_p T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y c_p T) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z c_p T) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) \frac{\partial}{\partial Z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right) + Q_V \qquad \text{(II.8)}$$

T : température statique

Q_V : Source volumique

II.2.4 Modélisation de la turbulence :

La turbulence consistait en fluctuation aléatoire des grandeurs caractéristique et par

Conséquent l'approche statistique est utilisée pour l'étude de ces écoulements, malgré que la théorie statistique et la simulation numérique sont des options nobles presque toutes les efforts de recherche axée sur la turbulence ces dernières décennies ont utilisés le concept des moyennes temporelles des équations de Navier-Stokes résultant en des équation de mouvement, dites de Reynolds en terme de grandeurs moyennes et de fluctuation.

II.2.4.1La décomposition de Reynolds :

La décomposition de Reynolds est dite que tout champ (ϕ = U ou P ou T

(Température) Se décompose en un champ moyen $\overline{\phi}$ et en un champ fluctuant ϕ de

Moyenne nul

$$\phi = \bar{\phi} + \phi \tag{II.9}$$

Avec:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{t}\int_0^t \phi dt \tag{II.10}$$

ϕ: Valeur statique

$\bar{\phi}$: Valeur moyenne

ϕ' : Valeur fluctuante

Où t une grandeur comparer à la période de fluctuations.

Donc ont aura le système suivant :

$$U_i = \bar{U}_\iota + u_i \tag{II.11}$$

$$P = \bar{P} + p \tag{II.12}$$

$$T = \bar{T} + T' \tag{II.13}$$

Les lettres minuscules désigné la fluctuation ou les écarts des valeurs par rapport à ces moyennes. Le symbole (-) désigné le moyenne ou moyenne d'ensemble (moyenne sur un ensemble de réalisation). Elle est définie comme la limite statistique de moyenne arithmétique prise à travers un certain nombre d'expériences réalisés dans les même conditions générales d'écoulement cette moyenne vérifie les règles de Reynolds [23].

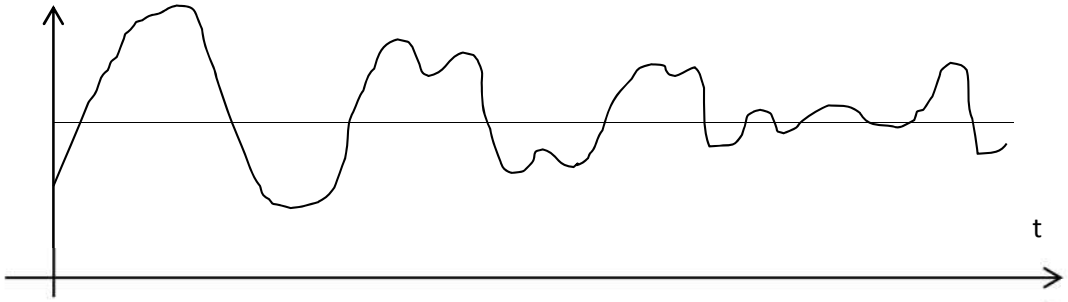


Figure (II.3) **:** Fluctuation d'une grandeur autour d'une valeur moyenne.

II.2.4.2 Les équations des mouvements moyennes :

Les relations fondamentales régissant l'écoulement d'un fluide incompressible sont les équations de Navier-Stokes et celles de continuité qui s'appliquent aux écoulements turbulents aussi bien qu'aux écoulements laminaires.

Si ce système d'équations a été résolu avec succès pour un grand nombre d'applications dans le cas d'écoulement laminaire, il est au contraire hors de question de, calculer une solution complète quand il s'agit des écoulements turbulents dans un écoulement quelque peu complexe exigerait des capacités des machines de calcul.

Pour des écoulements à faible nombre de Mach, il est courant de considérer comme négligeables les fluctuations de la masse volumique [Schistes, 1993], ce qui se traduit par la relation suivante :

$$\rho = \overline{\rho} \tag{II.14}$$

En remplaçant dans les équations fondamentales les expressions instantanées des écoulements par leurs expressions sous la forme de la relation (II.6), et en moyennant les

Équations obtenues, on obtient les équations suivantes :

II.2.4.2.1 Equation de continuité des mouvements moyens :

L'équation de continuité du champ moyen est obtenue par :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{(II.15)}$$

II.2.4.2.2 Équation de Navier-Stocks moyenne :

L'équation de **Reynolds** (obtenues par moyenne de l'équation (II.9) après avoir introduit la décomposition de **Reynolds**) :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \overline{U_j}\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + U_j\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j} \qquad \text{(II.16)}$$

On écrit finalement :

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + U_j\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\tau_{ij}} + R_{ij}\right) \qquad \text{(II.17)}$$

Introduisent les corrélations doubles $\overline{U_i U_j}$ qui traduisent l'influence du champ turbulent sur le champ moyen. Elles sont interprétées comme des tensions apparentes $\overline{\rho U_i U_j}$ qui forment le tenseur des tensions de Reynolds, ce tenseur est symétrique et sa trace est égale au double de l'énergie cinétique de la turbulence.

La condition d'incompressibilité implique:

$$U_i\frac{\overline{\partial U_i}}{\partial x_j} = \frac{\overline{\partial U_i U_j}}{\partial x_j},$$

Les tensions de **Reynolds** ou les contraintes de **Reynolds** $\overline{\rho U_i U_j}$ peuvent être s'écrit sous la forme suivante :

$$\left[R_{ij}\right] = -\rho\begin{bmatrix} \overline{UU} & \overline{VU} & \overline{UW} \\ \overline{UV} & \overline{VV} & \overline{VW} \\ \overline{UW} & \overline{VW} & \overline{WW} \end{bmatrix}$$

Ou´ $[\tau_{ij}]$ est le tenseur des contraintes visqueuse, défini par :

$$\left[\tau_{ij}\right] = \Gamma\left[\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] \quad \text{Avec} \quad \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \Gamma \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j}$$

L'équation de la vitesse fluctuante est exprimée :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \overline{U_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -U_j\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \overline{U_i U_j}\right) \tag{II.18}$$

II.2.5 Problème de fermeture des équations :

Le système (II.14 et II.15) comporte plus d'inconnues que d'équations, c'est un système ouvert. Le fait de prendre la moyenne d'une équation instantané conduit à une perte d'information qu'il faudra réintroduire sous forme d'hypothèse physique ; c'est le problème de fermeture.

Les tensions de Reynolds dans les équations de Navier-Stocks font apparaître des produits triples de vitesse qui proviennent des termes non linéaires. Cependant chaque nouvelle équation introduit un nombre d'inconnues encore plus grand, on a une hiérarchie ouverte.

Schématiquement : $$\frac{\partial}{\partial t}\overline{\underbrace{U_i U_j \ldots U_P}_{"n\ fois"}} = \ldots \left\{\overline{\underbrace{U_i U_j \ldots U_P U_q}_{"n+1\ fois"}}\right\}\ldots$$

Le problème donc est celui de la liaison entre les tensions de Reynolds et le champ moyen. Pour réaliser la fermeture, des hypothèses et des modèles supplémentaires seront nécessaires pour traduisent le comportement du milieu turbulent permet alors d'obtenir un nombre d'équation égal à celui des inconnues et ces équations peuvent ensuite être résolues par voie numérique. [24].

II.2.5.1 Quelques hypothèses classiques de la fermeture de turbulence

II.2.5.1.1Hypothèse de CHOU :

$$\nu_t = C_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \tag{II.19}$$

II.2.5.1.2Hypothèse de viscosité turbulente de BOUSSINESQ

$$-\overline{u_i u_j} = \nu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \tag{II.20}$$

II.2.51.3 hypothèse de longueur de mélange de Prandtl

$$v_t = L_m^2 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial U_j} \right) \quad \text{(II.21)}$$

Qui devient en écoulement de type couche limite :

$$v_t = L_m^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad \text{(II.22)}$$

L_m : Longueur de mélange.

La longueur de mélange se calcul suivant le type d'écoulement des expressions variées, obtenus en générale à partir de l'expérience, sont en effet disponibles pour les écoulements standard.

Cependant, ces modèles ignorent complètement le caractère non local de la turbulence.

II.3Les modèles de turbulence et leurs classifications

II.3.1 Les modèles à viscosité turbulence algébrique (modèle à zéro équation de transports)

Aucune équation de transport n'est utilisée dans ce modèle, les tensions de Reynolds sont directement liées aux valeurs moyennes. En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz Prandtl, (La première génération de la modélisation de la turbulence 1925).

Suggéra que la viscosité turbulente soit mise sous la forme de produit d'une vitesse et d'une longueur caractéristique du mouvement turbulent.

La longueur utilisée est dite « longueur de mélange » et la vitesse caractéristique s'exprime par l'hypothèse suivante [25]:

$$V = L_m \sqrt{\left(2d_{ij}\right)^2} \quad \text{(II.23)}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la viscosité turbulente :

$$V_T = L_m = L_m^2 \sqrt{\left(\frac{\overline{oc_i}}{ox_j} + \frac{\overline{oc_i}}{ox_i} \right)^2} \quad \text{(II.23a)}$$

II.3.2 Les modèles à une équation de transport

Ces modèles introduisent dans la définition de V_T au moins une grandeur turbulente décrire par une équation d'évolution si on utilise l'équation de l'énergie cinétique de la turbulence K sous forme modélisé. On pourra déterminer V_T par l'expression du type Kolmogorov-Prandtl [24].

$$V_T = C_\alpha L_s \sqrt{K} \qquad \text{(I.24)}$$

Où L_s est une échelle de longueur des grandes structures turbulentes donnée en chaque P_t de l'écoulement.

II.3.3Le model (K-ε) et RNG (model à deux équation de transport) :

Pour dépasser les limitations de modèle (à zéro équation de transport) il existe des modèle de turbulence qui prenant en compte le transport des quantités turbulentes en leur associant des équations de transport différentiel. Le modèle de fermeture K-ε fait partie de cette catégorie de modèles. Dans ce modèle, l'approche dimensionnelle pour la viscosité turbulente μ_l est également utilise. La vitesse turbulente caractéstique des tourbillons de grande taille est choisie également à $\sqrt{K}$

L'énergie cinétique turbulente K constituant ; compte tenu sa définition (K= $\frac{1}{2}\overline{u_\iota u_j}$) ; d'après BOUSSINESQ, une mesure directe de l'intensité des fluctuations turbulentes dans les trois directions.

Oũ ε est : le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente en chaleur due aux contraintes visqueuses :

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho}\frac{\overline{u_\iota u_j}}{x_i x_j} \qquad \text{(II.25)}$$

Il peut paraître contradictoire d'utiliser la dissipation ε qui intervient au niveau des petits tourbillons pour caractériser le plus grand

Cependant ; la quantité d'énergie transmise des plus grand tourbillons vers les plus petits et finalement dissipée (cascade d'énergie) est aussi l'énergie transmise de l'écoulement moyen vers les grands tourbillons. Le taux d'énergie dissipées donc aussi déterminé par le mouvement de grande échelle.

La viscosité turbulente est alors donnée par la relation semi-empirique suivante qui construise l'hypothèse la plus forte du modèle K-ε ≪hypothse de CHOU≫

Les deux grandeurs transportées du modèle K-ε sont donc l'énergie cinétique turbulent K et le taux de dissipation ε de cette énergie cinétique turbulente.

Les équations de K et ε sont obtenue à la suite de plusieurs manipulation des équations moyennes, d'utilisation de lois de premier gradient et l'approximation par ordre de grandeur basée sur un nombre de REYNOLDS élevé

D'prés LAUNDER B.E et SPALDING D.B (1974), ces équation s'écrivent

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho K) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho K \bar{U}_j\right) = \frac{\partial y}{\partial x_j}\left[\frac{\mu_t}{\sigma_K}\frac{\partial K}{\partial x_j}\right] + \tilde{P} - \rho\varepsilon \qquad \text{(II.26)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\, \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \varepsilon \bar{U}_j\right) = \frac{\partial y}{\partial x_j}\left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{K}\,\tilde{P} - C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{K} \qquad \text{(II.27)}$$

$$\tilde{P} = -\rho\overline{u_\iota u_J}\frac{\partial \overline{U_J}}{\partial x_j} \qquad \text{(II.28)}$$

Ou :

$\tilde{P}$ est le taux de production d'énergie cinétique turbulente due à l'interaction entre les contraintes turbulentes et les gradients de vitesse moyenne, il représente en fait transfert de l'énergie cinétique du mouvement moyen vers le mouvement turbulent.

Donc les équations de K et ε deviennent :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{U}_J\frac{\partial}{\partial x_j} = C_\mu\frac{K^2}{\varepsilon}\left[\frac{\partial \overline{U_\iota}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_J}}{\partial x_j}\right]\frac{\partial \overline{U_\iota}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{C_\mu}{\sigma_k}\frac{K^2}{\varepsilon}\frac{\partial K}{\partial x_j}\right] - \varepsilon \qquad \text{(II.29)}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_J\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1}C_\mu k\left[\frac{\partial \overline{U_\iota}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_J}}{\partial x_j}\right]\frac{\partial \overline{U_\iota}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon}\frac{K^2}{\varepsilon}\frac{\partial K}{\partial x_j}\right] - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{K} \qquad \text{(II.30)}$$

Les constants (qui sont des coefficients semi-empirique) sont déduites de résultants simples et sont toutes empruntées à LAUNDER B.E et SPLANDING D.B (1974) [26]

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_K	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}\sigma_t$
0.09	1.44	1.92	1.00	1.3	1	0.7

Tableau(II.3): constantes du modèle k- ε

Le modèle de turbulence utilisé à notre travail est le modèle *k-ε* :

Ce modèle est très répandu de part sa simplicité, sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre. Bien que les aspects généraux des écoulements soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances dues notamment à la valeur des constantes et au fait que le modèle est trop diffusif. Les modifications apportées au modèle k-ε sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

Les modifications apportées au modèle k-ε sont nombreuses, dont notamment les extensions suivantes :

- Le modèles k-ε deux couches [Chen & Patel, 1988] qui, à proximité des parois, utilise un modèle à une équation (pour k) et exprime **ε** à l'aide d'une longueur caractéristique déterminée par une formule algébrique fonction du nombre de Reynolds local ;
- le modèle k-ε bas Reynolds [Jones & Launder, 1972] qui élargit son domaine de validité aux zones d'écoulement laminaires ou de transition à proximité des parois. Les constantes sont rendues dépendantes du nombre de Reynolds et des termes complémentaires sont ajoutés aux deux équations pour tenir compte du caractère non-isotrope du processus de dissipation.
- Le modèle k-ε étendu [Chen & Kim, 1987], qui ajoute un terme à l'équation du taux de dissipation pour que le transfert d'énergie réponde plus efficacement à la déformation moyenne de l'écoulement, rend le modèle moins diffusif ;
- Modèles RNG

Le modèle RNG, développé par le groupe de renormalisation, Yakhot & Smith(1992) ;
Il consiste en une estimation au cours du calcul de la constante Cε1, remplacée dans l'équation de dissipation par Cε1' donnée par l'expression (II. 30) Cette expression ajoute un terme

Fonction du taux de déformation η à l'équation du taux de dissipation le rendant ainsi moins diffusif.

$$C_{\varepsilon 1} = \frac{\grave{\eta}(1-\eta_0)}{1+\beta\eta^3} \qquad \text{(II.31)}$$

$$\eta = \left(\frac{K}{\varepsilon}\right)\sqrt{\frac{P}{\mu_t}} \qquad \text{(II.31a)}$$

C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_K	σ_ε	σ_t	$C_{\varepsilon 1}\sigma_t$	μ_0	β
0.005	1.42	1.68	0.7179	0.7179	1	0.7	4.377	0.012

Tableau(II.4) : Les constantes du modèle RNG ont pour valeur

II.3 Le nombre du Reynolds et Coefficient de pression C_p

II.3.1Le nombre du Reynolds

Le nombre de Reynolds permet de définir le régime d'un écoulement, c'est à dire s'il est Laminaire ou turbulent. Il est défini comme le rapport entre les forces d'inerties (convection) et les forces visqueuses, c'est-à-dire :

$$R_e = \frac{\rho.V.D}{\mu} = \frac{VD}{\beta\nu} \qquad \text{(II.32)}$$

ρ: Volumique en [Kg/m3]

μ: La viscosité dynamique en [Kg/m s].

ν : Viscosité cinématique en [m2/ s].

V : Vitesse moyenne du fluide en [m/ s].

D : longueur caractéristique en [m].

II.3.2Le coefficient de pression:

Le coefficient de pression est défini par

$$C_p = \frac{\Delta P}{\rho U^{*2}}\ ;\ U^{*2} = \frac{2}{3}\ U_{max} \qquad \text{(II.33)}$$

L'intérêt des modèles ASM et RSM par rapport aux modèles du premier ordre K-ε est qu'ils permettent de s'affranchir d'une relation locale entre les tensions de Reynolds et l'écoulement moyen.

Ces modèles permettent donc de mieux prendre en compte les effets d'histoire ou encoure d'anisotropie de la turbulence.

Conclusion :

Le présent chapitre a pour mission de qualifier et de quantifier les modes d'action de l'évacuation de chaleur par l'écoulement l'air.

Des modèles d'ordre supérieur, basés sur la fermeture d'équation de transport d'ordre égal ou supérieur à trois sont difficilement envisageables, d'une part par le manque de données expérimentales sur ce type de corrélation, et d'autre part par la lourdeur de la démarche engagée.

La résolution analytique du problème général est impossible d'où la nécessité des Méthodes numérique qui sont l'objet du chapitre suivant.

Chapitre III

Méthodes de discrétisation

METHODES DE DISCRITISATION

Introduction

La modélisation mathématique permet de représenter le phénomène Physique (transfert thermique..) par des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires dont on ne connait pas de solutions analytiques en général. Il faut alors résoudre le problème numériquement en transformant les équations continues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul (le maillage). Dans d'autres cas, les simulations numériques sont menées en parallèle avec des expérimentations.

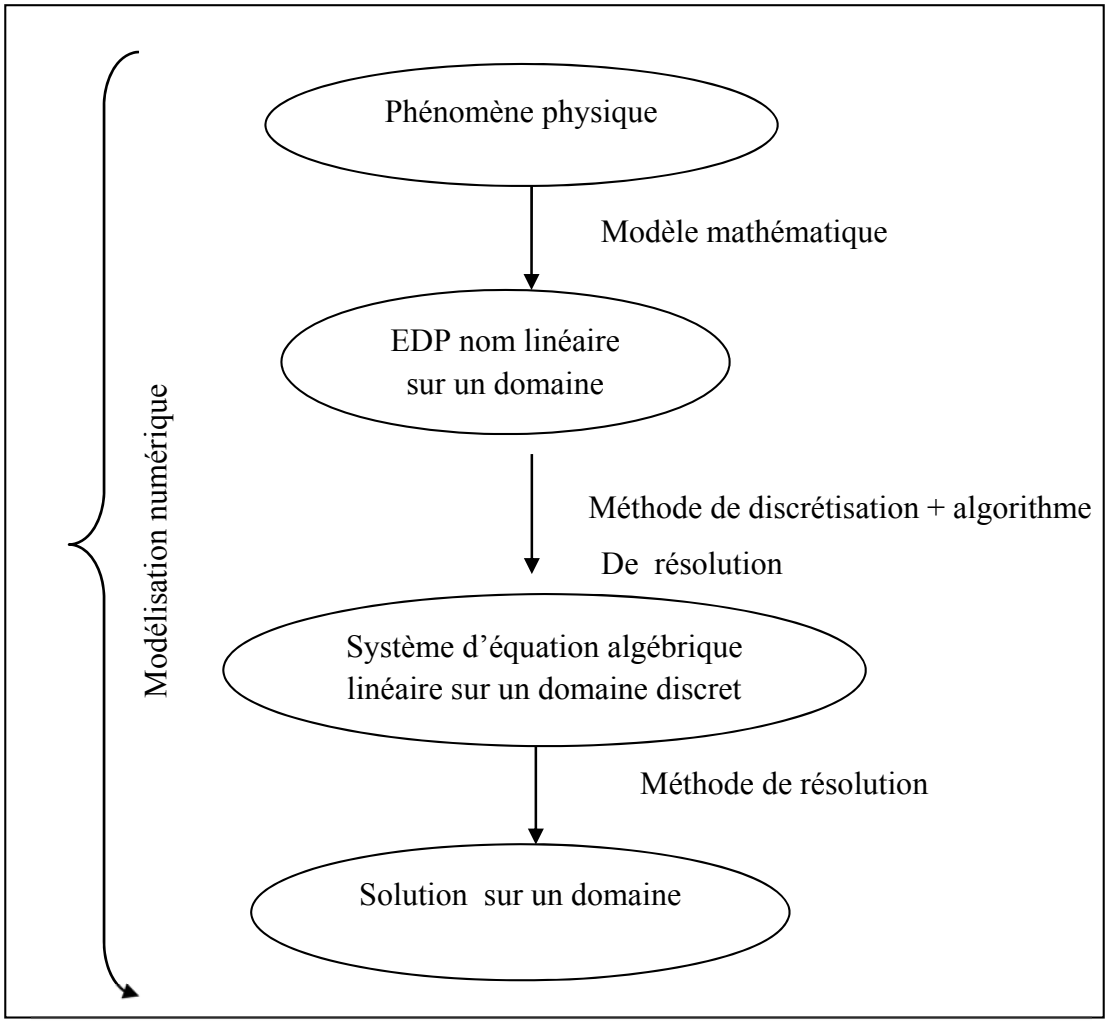
Dans ce chapitre une analyse thermique numérique sera préférable pour estimer la répartition de la température à partir de traitement de l'équation de la chaleur par les méthodes de discrétisation les plus connues.

III.1 Le calcul numérique (modélisation et simulation)

Le modèle mathématique constitué par une équation différentielle aux dérivées partielles (EDP) est transformé, à l'aide d'une méthode de discrétisation dans un système algébrique

L'algorithme de résolution numérique implique la méthode d'intégration temporelle et de découplage, comme par exemple, les algorithmes SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC et PISO …

Le principe du calcul numérique est illustré à la figure suivant : [27]



Figure(III.1) : Le principe de calcul numérique

III.2Les méthodes principales de discrétisation :

Il y a deux grandes familles de méthodes de discrétisation :

- Les méthodes d'approximations des équations : Selon ces méthodes on cherche la solution exacte des équations approchées car les opérateurs différentiels sont discrétisés sur un maillage
  - méthode des différences finies (MDF).
  - méthode des volumes finis (MVF)
- Les méthodes d'approximations des solutions : Selon ces méthodes on cherche la solution approchée à partir des équations exactes. Les solutions sont écrites comme des séries de fonction tronquées aux ordres de précisions désirées
  - méthode des éléments finis (MEF)
  - méthode spectrale (MS) [27]

III.2.1 La méthode des différences finies

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeur ponctuelles la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. Plus clairement nous avons dit:

Elle consiste à approximer les dérivées de 1'EDP par des troncatures de séries de Taylor. La substitution de ces approximations dans l'équation différentielle donne les équations aux différences finies.

II faut noter que cette méthode est très simple dans sa formulation, mais elle donne des résultats non satisfaisants, surtout en présence des variations exponentielles [28].

- **Avantages de la méthode**
  - Simplicité de mise œuvre ;
  - Encombrement mémoire raisonnable (matrice de type bande) et temps de calcul raisonnable
- **Inconvénients de la méthode**
  - Le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation ;
  - L'apparition d'instabilités numérique ;
  - Difficulté pour traiter les géométries plus complexes. [27]

III.2.2 La méthode des volumes finis

Le principe de cette méthode est de subdiviser le domaine de calcul en un nombre de volumes de contrôle juxtaposés. Chacun de ces derniers englobe un "nœud principal".

La méthode intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservative et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides. Sa mise en œuvre est simple avec des volumes élémentaires rectangles. [28]

- **Avantages de la méthode**
  - Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle (continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage ;
  - Mise œuvre relativement facile ;

- Applicable aux géométries complexes ;
- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable (matrice de type bande)

Inconvénients de la méthode

- Moins précis que les méthodes spectrales. [27]

III.2.3 La méthode des éléments finis (MEF)

La méthode consiste à approcher, dans un sou –espace de dimension finie, un problème écrit sous la forme variation elle dans un espace de dimension infinie. Cette forme vibrationnelle est équivalente à une forme de minimisation de l'énergie en générale.
La solution approchée dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeur en certain points ou nœuds du maillage.
Cette méthode est particulièrement bien adaptée aux problèmes d'équilibre. Elle permit de traiter des géométries complexes contrairement aux différences finies mais demande un grand coût de temps de calcul et de mémoire. [28]

Principe mathématique

Le principe mathématique est basé sur les méthodes suivantes :

- Méthodes vibrationnelles (minimisation d'une fonctionnelle)
- Méthodes des résidus pondérés

Etapes de la mise en œuvre

- Discrétisation du domaine en un nombre fini d'élément ;
- Choix d'un modèle d'interpolation (variation de la variable sur l'élément) ;
- Ecriture des équations modèles sous forme algébrique aux niveaux local (dans un élément) : détermination des vecteurs et matrices caractéristiques ;
- Assemblage des vecteurs et matrices locaux en un vecteur global B et une matrice globale A ;
- Résolution de système $AX=B$

Avantage

- Adapté aux géométries complexes

Inconvénients

- Formalisme mathématique plus compliqué et plus difficile à mettre en œuvre ;

- Couteux en stockage mémoire (matrices pleins) et en temps de calcul (inversion) ;
- Caractère conservatif des équations nom forcément assuré. [27]

Avantage

- Permet d'obtenir des solutions d'une très grande précision

Inconvénients

- Formalisme mathématique plus compliqué et mise en œuvre délicate
- Difficultés pour traiter les géométries complexes et des conditions aux limites nom académique. [27]

Dans ce qui suit on se limite a examiné uniquement la méthode des éléments finis, nous venons de décrire succinctement l'approche globale de cette méthode. Par la suite, nous exposerons les principales étapes mathématiques de discrétisation de l'équation de chaleur par cette dernière.

III.2.3.1 Présentation de la méthode

Comme nous l'avons précédemment évoquée, La méthode des éléments finis a pour but de remplacer un problème mathématique défini dans un milieu continu et sous la forme d'équations différentielles ou d'intégrales, par un problème discret sous forme matricielle qu'il est possible de résoudre numériquement.

En résumé, cette méthode nécessite la discrétisation d'un continuum en un modèle composé d'un assemblage d'éléments finis qui possèdent des formes et des tailles variées. De plus, le calcul de la solution nécessite la prise en compte d'un certain nombre de paramètres, tels que :

- La géométrie discrétisée en éléments finis,
- Les contraintes imposées sur le dispositif,
- Les excitations présentes dans le dispositif,
- Les propriétés des matériaux composant le dispositif.

III.1.3.2 Mise en œuvre de la méthode des éléments finis

III.1.3.2. 1 Formulation vibrationnelle forte

La formulation forte d'un problème aux conditions aux limites s'écrit alors comme suit: Trouver $U(x) \in$ espace des solutions U_S tel que [29]

$$\mathcal{L}\, u - F = 0 \;\forall\; x \in \Omega B\,(u) = u0 \;\forall\; x \in \Gamma u0 \qquad \text{(III.1)}$$

On note que l'espace Us dans lequel nous recherchons la fonction u, doit être défini Judicieusement.

III.1.3.2.2 Formulation vibrationnelle faible

La formulation vibrationnelle faible peut être obtenue par les étapes suivantes :

1) approcher la solution u, partout dans le domaine Ω, par tel que [30]

$$\tilde{u} = \sum_{i=1}^{n} N_i \tilde{u}_i \qquad (III.2)$$

Ou $N_i = N_i(x, y)$ désignent les fonctions de forme et des valeurs nodales indéterminées.

2) introduire (III-1) dans (III-1) il en résulte une erreur ou un résidu ε tel que

$$\varepsilon = \mathcal{L}(u) - F \neq \qquad (III.3)$$

Ou ε =0 ;u=u c.à.d. lorsqu'une solution exacte existe.

3) obtenir une valeur nulle de ε en introduisant une fonction de point arbitraire W tel que

$$\int w(\mathcal{L}(\tilde{u}) - F \, d\Omega = 0, k = 1, 2 \ldots\ldots N \qquad (III.4)$$

Ou N Nombre d'inconnues indépendants du système (III.1).

En formulation de Galerkine les fonctions tests sont assimilées aux fonctions de forme. On pose

$$w_k = N_k \Rightarrow \int N_k \mathcal{L}\left(\sum_{i=1}^{n} N_i \tilde{u}_i\right) d\Omega = 0 \qquad (III.5)$$

On dit que u ∈ H_0^1 (Ω) est une solution faible de (III.5) si :

$$\forall \in \nu(\Omega) \; H_0^1 \qquad (III.6)$$

A (u, ν) est la forme bilinéaire associée à($\mathcal{L}$) soit Ω un ouvert borné de Rd et $\partial\Omega$ est régulier.

On considère alors le problème :

$$Lu = f \text{ sur } \Omega \text{ et } u = 0 \text{ sur } \Omega = 0 \qquad (III.7)$$

III.1.3.3 Forme générale des équations du système

Les équations du système sont écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho C_\emptyset) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x C_\emptyset \emptyset) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_y C_\emptyset \emptyset\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial x}{\partial y}\right) + s_\emptyset \qquad (III.8)$$

$\emptyset$: Variable généralisée

$C_\emptyset$:Coefficient d'advection transitoire.

$\Gamma_\emptyset$:Coefficient de diffusion.

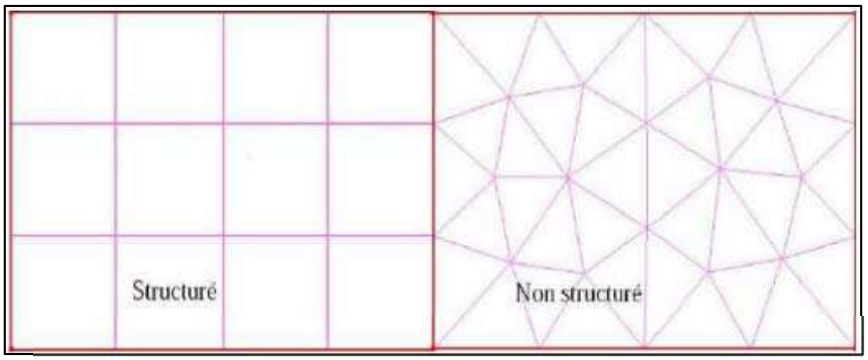
$s_\emptyset$ **:** Termes source. [30]

III.3Maillage

III.3.1 Choix de maillage :

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « vraie » solution de l'équation aux dérivés partielles. Toutes ces opérations sont assistées par des logiciels dédiés à éléments finis [31]

Un maillage de très bonne qualité est essentiel pour l'obtention d'un résultat de calcul précis, robuste et signifiant. La qualité du maillage a un sérieux impact sur la convergence, la précision de la solution et surtout sur le temps de calcul. Une bonne qualité de maillage repose sur la minimisation des éléments présentant des ≪distorsions≫ (skewness en anglais), et sur une bonne ≪résolution≫ dans les régions présentant un fort gradient (couches limites, ondes de choc,. . .). Un bon maillage doit également être suffisamment≪ lisse≫



Figure(III.2) : Maillages structure et non structure.

III.3.2 Les maillages les plus utilisent pour les éléments finis :

- **Éléments monodimensionnels 1D**

  Linéaire, quadratique et cubique

- **En 2D**

- triangles de degré 1, (triangles à 3 nœuds, fonctions linéaires)
- triangles de degré 2 (triangles à 6 nœuds, polynômes de degré 2)
- quadrangles de degré 1 (carrés à quatre nœuds, fonctions linéaires)
- quadrangles de degré 2 (carrés à 8 ou 9 nœuds, polynômes de degré 2)

III.3.3 Discrétisation

La discrétisation de ces équations permet de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques qui sont alors résolues par les méthodes numériques traditionnelles. Le procédé de discrétisation par élément fini consiste à écrire, après intégration, l'équation généralisée, sous forme matricielle élémentaire [30].

$$\left[A_e^{transitoire}\right] + \left[A_e^{advection}\right] + \left[A_e^{difusion}\right] = S_e^{\emptyset} \qquad \text{(III.9)}$$

Pour les intégrales élémentaire, La méthode Galerkin des résiduels pesés est employé.

III.3.3.1 Terme temporelle

Le premier des contributions de la matrice élémentaire est le terme de transition. Sa forme générale est simplement [29]

$$\left[A_e^{transitoire}\right] = \int W^e \frac{(\partial P c_\emptyset \emptyset)^e}{\partial t} d\,(VOL) \qquad \text{(III.10)}$$

Avec :

W^e: La fonction pesante pour l'élément, qui est également la fonction de forme. Pour le nœud i

$$\int \boldsymbol{W^e \frac{(\partial \rho c_\emptyset \emptyset)^e}{\partial t} d\,(VOL)} = \int \boldsymbol{W_i^e\, \partial \rho c_\emptyset W_j^e d\,(VOL)} \frac{\partial \emptyset_j^e}{\partial t} \boldsymbol{W_j^e d\,(VOL)}\, \emptyset_j^e \qquad \text{(III.11)}$$

Les indices inférieurs i et j indiquent le nombre de nœud. Si la deuxième partie de l'équation (III-10) est négligée, la matrice de masse peut être exprimée comme:

$$\boldsymbol{M_{ij=} \int W_i^e\, \partial \rho c_\emptyset\, d\,(VOL)} \qquad \text{(III.12)}$$

Si l'approximation localisée de masse est employée**.**

$$\boldsymbol{M_{ij=} \delta_{ij} \int W_i^e\, \partial \rho c_\emptyset\, d\,(VOL)} \qquad \text{(III.13)}$$

Ou: $\boldsymbol{\delta_{ij}}$=delta de Kronecker (0 si i ≠ j, 1 si i = j)

Il y a deux méthodes d'intégration temporelles : Newmark et (backward différence) différence en arrière.

La méthode d'intégration de temps de Newmark ou, la formulation implicite de base nodale, exprime l'étape de temps courant comme la nième étape de fois et l'expression comporte les résultats précédents d'une étape de temps.

$$(\boldsymbol{\rho\emptyset})_{\boldsymbol{n}} = (\boldsymbol{\rho\emptyset})_{\boldsymbol{n-1}} + \boldsymbol{\nabla t}\left[\boldsymbol{\partial}\left(\frac{\boldsymbol{\partial(\rho\emptyset)}}{\boldsymbol{\partial t}}\right) + (\mathbf{1}-\boldsymbol{\delta})\left(\boldsymbol{\partial}\frac{\boldsymbol{(\rho\emptyset)}}{\boldsymbol{\partial t}}\right)_{\boldsymbol{n-1}}\right] \quad \text{(III.14)}$$

Ou:

δ: coefficient d'intégration en temps pour la méthode Newmark

L'équation (III.14) est écrite comme suite:

$$\left(\partial\frac{(\rho\emptyset)}{\partial t}\right)_n = \frac{1}{\Delta t\delta}\,(\rho\emptyset)_{N-1} + \left(1-\frac{1}{\delta}\right) \quad \text{(III.15)}$$

III.3.3.2 Terme d'advection

Il ya trois approches pour la discrétisation du terme d'advection. L'approche dite ligne de courant monotone upwind (MSU), La ligne profilée upwind/Petro-Galerkin (SUPG), et les approches colloquées de Galerkin (COLG).

III.3.3.2.1 Monotone Stream line Upwind Approach (MSU)

Le terme d'advection est manipulé par une approche de ligne de courant monotone basée sur l'idée que le transport pur d'advection est le long des lignes caractéristiques. Il est utile de penser à la formulation de transport d'advection en termes de quantité étant transportée dans un domaine connu de vitesse.

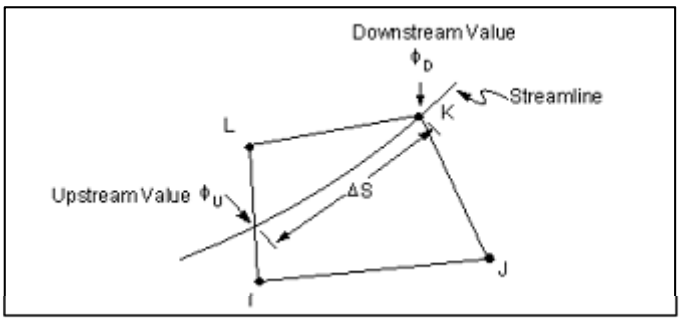


Figure (III.3) : L'approche de ligne de courant d'upwind

Le champ de vitesse lui-même peut être envisagé partout comme ensemble de tangente de lignes profilées aux vecteurs de vitesse. Les limites d'advection peuvent donc être exprimées en termes de vitesses aérodynamiques.

Dans le transport pur d'advection, on suppose qu'aucun transfert ne se produit à travers les lignes caractéristiques, c.-à-d. tout le transfert se produit le long des lignes profilées. Par conséquent on peut supposer que le terme d'advection, s'écrit [30]

$$\frac{\partial(\rho V_x C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial y} = \frac{\partial(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial s} \quad \text{(III.16)}$$

Une fois exprimé le long d'une ligne profilée, et donc constant dans tout l'élément, on peut écrire:

$$\left[A_e^{advection}\right] = \frac{\mathrm{d}(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{ds} \int \mathrm{W^e}\ \mathrm{d\ (VOL)} \quad \text{(III.17)}$$

Cette formulation est faite pour chaque élément, dont chacun aura seulement un nœud qui obtient des contributions de l'intérieur de l'élément. Le dérivé est calculé en utilisant une différence simple:

$$\frac{\mathrm{d}(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{\mathrm{d}s} = \frac{(\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)_n - (\rho V_s C_\emptyset\, \emptyset)}{\Delta s} \quad \text{(III.18)}$$

Ou :

D: l'indice de la valeur on niveau du nœud aval.

U : l'indice de la valeur prise à l'endroit où la rationalisation dans le nœud sous le vent pénètre dans l'élément

Δs : La distance du point situé en amont à l'aval du nœud.

La valeur à l'endroit ascendant est inconnue mais peut être exprimée en termes de valeurs nodales inconnues qu'il est entre l'amont et l'aval.

Le processus consiste à cycler par tous pour l'élément et identifier les nœuds arrière. Le calcul effectué est basé sur les vitesses, pour voir d'où elle est venue la ligne profilée dans le nœud. Des facteurs pesants sont calculés, basé sur la proximité de l'endroit d'upwind aux nœuds voisins.

III.3.3.2.2 La méthode SUPG (Stream line Upwind/Petro-Galerkin)

L'approche de SUPG se compose d'une discrétisation de Galerkin du terme d'advection et d'un additionnel de diffusion-un terme de perturbation qui agit seulement dans la direction d'advection [29]

$$\left[A_e^{advection}\right] = \int W^e \left(\frac{\partial(\rho V_x C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial y}\right) \mathrm{d(VOL)} C_{2\tau} \int \frac{zh}{2U_{Max}} \left(\frac{V_x \partial \omega^e}{\partial x} + \frac{V_y\, \omega^e}{\partial y}\right) \left(\frac{V_x \partial(\rho C_\emptyset)}{\partial\, x}\right) + \left(\frac{V_y \partial(\rho C_\emptyset)}{\partial\, y}\right) \mathrm{d\ (VOL)} \quad \text{(III.19)}$$

Où :

$C_{2\tau}$: Coefficient global réglé à 1,0.

h: longueur d'élément le long de la direction d'advection.

$$U_{mag} = \sqrt{V_x^e + V_y^e} \quad \begin{cases} 1 & \text{si } p \leq p < 3 \\ \frac{p_e}{3} & \text{si } p_e \geq 0 \end{cases}$$

$$p_e = \frac{\rho C_p U_{mag}\, h}{2\tau_\emptyset} \text{ Nombre de peclet}$$

III.3.3.2.3 Approche Colloquée De Galerkin (COLG)

L'approche de COLG emploie le même arrangement de discrétisation avec l'approche de SUPG avec un concept colloqué. Dans cet arrangement, un deuxième ensemble de vitesses, (les vitesses nodales élément-élément-based) qui sont faites pour satisfaire l'équation de continuité, tandis que les vitesses traditionnelles sont faites pour satisfaire les équations de quantité de mouvement [30].

$$\left[A_e^{advection}\right] = \int W^e \left(\frac{\partial(\rho V_x C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y C_\emptyset\, \emptyset)}{\partial y}\right) \mathrm{d(VOL)} + C_{2\tau} \int \frac{zh}{2U^e{}_{Mag}} \left(\frac{V_x^e \partial \omega^e}{\partial x} + \frac{V_y^e\, \omega^e}{\partial y}\right) \left(\frac{v_x^e \partial(\rho C_\emptyset)}{\partial x}\right) + \left(\frac{V_y^e \partial(\rho C_\emptyset)}{\partial y}\right) \quad \text{(III.20)}$$

Dans cette approche, l'équation de pression est dérivée à partir des vitesses nodales (élément-élément-basé), et elle est généralement asymétrique. La conservation exacte soit préservée même sur les mailles brutes.

III.3.3.3 Terme de Diffusion

L'expression pour les termes de diffusion vient d'une intégration au-dessus du domaine de problème après la multiplication par la fonction pesante [29]

$$\text{Diffusion contribution} = \int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dx}\right) d\,(VOL) + \int W^e \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dy}\right) d\,(VOL) \quad \text{(III.21)}$$

Toutes les variables en x ou y sont traitées de mode semblable. Par conséquent, l'illustration est avec le terme dans la direction de x. Une intégration par partie est appliquée [30]

$$\int W^e \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dx}\right) d\,(VOL) = \int \frac{\partial W^e}{\partial x}\, \Gamma_\emptyset \frac{\partial \emptyset}{dx} d\,(VOL) \quad \text{(III.22)}$$

une fois que la dérivé du φ est remplacé par les valeurs nodales et les dérivés de peser fonctionnent, les valeurs nodales seront enlevées des intégrales

$$\frac{\partial \emptyset}{dx} = W_x^e \, \emptyset \tag{III.23}$$

$$W_x^e = \frac{\partial w^e}{\partial x} \tag{III.24}$$

La matrice de diffusion peut maintenant être exprimée comme:

$$\left[A^{diffusion}\right] = \int \left(W_x^e \Gamma_\emptyset \, W_x^e + W_y^e \Gamma_\emptyset\right) \, d\,(VOL) \tag{III.25}$$

III.3.3.4 Termes source

L'évaluation des termes de source se fait comme suite [30]

$$S_\emptyset^e = \int w^e S_\emptyset \; d(VOL) \tag{III.26}$$

III.4 Discrétisation de l'équation de chaleur par élément fini

III.4.1 Bilan Thermique (Equation De Chaleur)

Soit v une partie quelconque de **V** limitée par la surface s

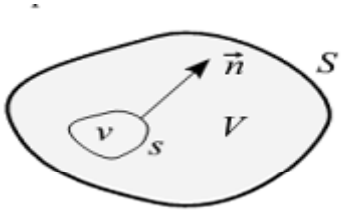


Figure (III.4) : bilan thermique

La puissance thermique stockée dans v est égale à la somme de la puissance thermique générée par les sources volumiques contenues dans V et de la puissance thermique reçue sous forme de flux à travers la surface S [32]

$$\int \rho C_p \, \frac{\partial T}{\partial t} \, dv = \int q dv + \int \vec{\eta} \, \overrightarrow{\left(-\bar{\lambda} grad T\right)} dS \tag{III.27}$$

Le domaine v étant arbitraire, on en déduit : en tout point du solide :

$$\rho C_p \dot{T} - div\overrightarrow{\left(\bar{\lambda} grad T\right)} q = 0 \tag{III.28}$$

Pour un matériau homogène et isotrope, l'équation (III.28) s'écrit dans le repère orthonormé {x, y} [31]

$$\rho C_p \dot{T} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q \qquad \text{(III.29)}$$

Où : $$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

III.4.2 Forme discrétisée (éléments finis)

La solution analytique de l'équation (III.30) est en général inaccessible. On est donc conduit à chercher une solution approchée par une méthode numérique : la méthode des éléments finis. Cette méthode est un cas particulier de la méthode de Galerkin : le champ de températures et les fonctions test appartiennent au même espace de dimension finie

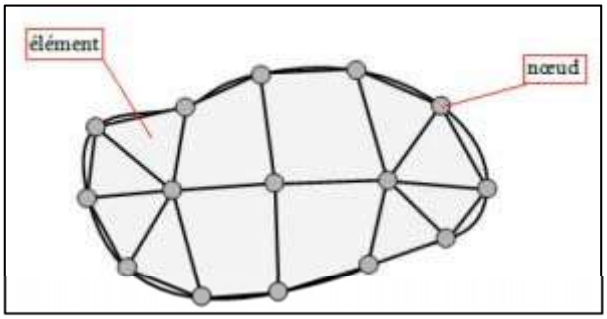


Figure (III.5) : domaine plan discrétisé en 12 élément relies eux par 15 nœuds.

III.4.2.1 Représentation élémentaire (ou locale) du champ de températures instationnaire

Le champ de températures T (x, y, t) dans l'élément (e) à pour expression (III.29)

$$\boldsymbol{T^e(x,y,t) = [N_1{}^e(x_1,y_1) \dots N_i{}^e(x_i,y_i).N_{n^e}^e(x_n,y_n)]} \begin{Bmatrix} T_1{}^e(t) \\ T_i{}^e(t) \\ T_n{}^e(t) \end{Bmatrix} \qquad \text{(III.30)}$$

$$T^e(x,y,t) = [N^e(x,y)]\left(T^e{}_{(t)}\right)$$

Ou :

- n^e : est le nombre de nœuds de l'élément.
- Les fonctions $N_i{}^e(x,y)$ sont les fonctions d'interpolation élémentaires.
- La matrice$N_i{}^e$est la matrice d'interpolation élémentaire.
- $T^e{}_{(t)}$: regroupe les températures des nœuds de l'élément (e).

III.4.2.2 Représentation globale du champ de températures instationnaire

Le champ de températures T(x, y, t) a pour expression sur l'ensemble du domaine V

$$\boldsymbol{T(x,y,t) = [N_1(x_1,y_1) \dots N_i(x_i,y_i) .. N_n(x_n,y_n)]} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{T_1(t)} \\ \boldsymbol{T_i(t)} \\ \boldsymbol{T_j(t)} \end{Bmatrix} \quad \text{(III.31)}$$

$$T(x,y,t) = N(x,y)\big(T(t)\big)$$

Ou :

- n **:** est le nombre de nœuds du maillage.
- Les fonctions $N_i(x,y)$ sont les fonctions d'interpolation (ou fonction de forme).
- La matrice $[N(x,y)]$ est la matrice d'interpolation.
- $\{T(t)\}$ est le vecteur des températures nodales.

Les fonctions d'interpolation vérifient les relations :

$$\boldsymbol{N_i{}^e(x_i,y_i) = \delta_j^i} \qquad \boldsymbol{N_i(x_i,y_i) = \delta_j^i} \qquad , \forall \text{ i,j}$$

$o(x_i, y_i)$ Sont les coordonnées du nœud j [30]

III.4.2.3 Représentation globale du champ de températures stationnaire

1) Cas unidimensionnel (1D)

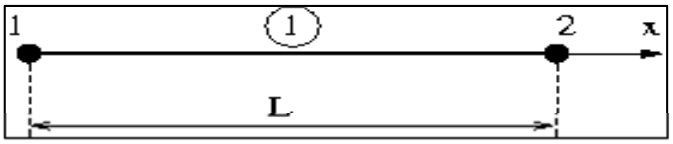


Figure (III. 6) : élément unidimensionnel à deux nœuds

$N_1(x), N_2(x)$: sont appelées **fonctions d'approximation** ou **fonctions de forme** (fonctions polynomiales)

Les fonctions de formes vérifient la relation générale :

$$N_i(x_j) = \begin{cases} 1 & si \quad i = j \\ 0 & si \quad i \neq j \end{cases}$$

Pour un élément fini à deux nœuds

$$N_1(x) = 1 - \frac{x}{L} \quad , \quad N_2(x) = \frac{x}{L}$$

Où T_1et T_2 sont les températures au nœud 1 et 2

On applique la méthode des résidus pondérés **(La méthode de Galerkine),** l'intégrale du résidu pondéré de l'équation différentielle s'écrite :

$$\int_{x_1}^{x_2} \left[\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + S\right] N_i(x) A dx = 0\,,\ i = 1{,}2 \qquad \text{(II.15)}$$

Notons que l'intégration est sur le volume de l'élément, dont est, le domaine de problème, avec $dV = A\,dx$ on l'Intégration par partie :

$$\lambda A N_i(x) \frac{dT}{dx}\Big|_{x_1}^{x_2} - \lambda A \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_i}{dx}\frac{dT}{dx} dx + A \int_{x_1}^{x_2} S\, N_i(x) dx = 0 \quad i = 1{,}2 \qquad \text{(III.16)}$$

$$\lambda A \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_1}{dx}\left(\frac{dN_1}{dx} T_1 + \frac{dN_2}{dx} T_2\right) dx = A \int_{x_1}^{x_2} S\, N_i dx - \lambda A \frac{dT}{dx}\Big|_{x_1} \qquad \text{(III. 17)}$$

$$\lambda A \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_2}{dx}\left(\frac{dN_1}{dx} T_1 + \frac{dN_2}{dx} T_2\right) dx = A \int_{x_1}^{x_2} S\, N_i dx - \lambda A \frac{dT}{dx}\Big|_{x_1} \qquad \text{(III. 18)}$$

Les équations (III.17) et(III.18) sont de forme :

$$[K]\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{Bmatrix} = \{\mathcal{F}_S\} + \{\mathcal{F}_g\} \qquad \text{(III.19)}$$

Où [K] est la matrice de conductance « rigidité »définit par :

$$k_{lm} = \lambda A \int_{x_1}^{x_2} \frac{dN_l}{dx}\frac{dN_m}{dx} \quad l, m = 1{,}2 \qquad \text{(III.20)}$$

Intégration de cette équation donne

$$[K] = \frac{\lambda A}{L}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$\{\mathcal{F}_S\}$ Est le vecteur des forces nodale résulte de la source de chaleur interne définit par :

$$\mathcal{F}_{S1} = A \int_{x_1}^{x_2} S\, N_1 dx$$

(III .21)

$$\mathcal{F}_{S2} = A \int_{x_1}^{x_2} S\, N_2 dx$$

Avec S la source de chaleur constante, l'équation (III .21) donne :

$$\{\mathcal{F}_S\} = \frac{SLA}{2}\begin{Bmatrix}1\\1\end{Bmatrix}$$

$\{\mathcal{F}_g\}$ Représente le gradient de condition de limite au les nœuds de l'élément

Dans ce cas le flux de chaleur par conduction

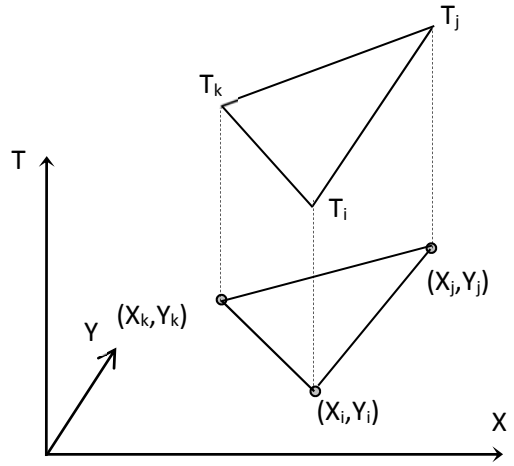
$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\{\mathcal{F}_g\} = \lambda A \begin{Bmatrix} \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x_1} \\ \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x_1} \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} q|_{x_1} \\ -q|_{x_1} \end{Bmatrix} \quad \text{(III.22)}$$

2) Cas bidimensionnel (2D)

Considérons à présent l'équation:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + S = 0 \quad \text{(III.28)}$$



Figure(III.7) :l'élément triangulaire

Utilisant l'élément montré dans la figure (III.3): la température et représenté par

$$\begin{cases} N_i = \frac{1}{2A}(\alpha_i + \beta_i + \delta_i) \\ N_i = \frac{1}{2A}(\alpha_i + \beta_i + \delta_i) \\ N_i = \frac{1}{2A}(\alpha_i + \beta_i + \delta_i) \end{cases}$$; Où les fonctions de forme sont $T^{(e)} = \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix}$

$$\begin{cases} \alpha_i = X_j Y_k - X_k Y_j & \beta_i = Y_j - Y_k & \delta_i = X_k - X_j \\ \alpha_j = X_k Y_i - X_k Y_i & \beta_j = Y_k - Y_i & \delta_j = X_i - X_k \\ \alpha_k = X_i Y_j - X_j Y_i & \beta_k = Y_i - Y_j & \delta_k = X_j - X_i \end{cases}$$

Employant l'approche de Galerkin, les équations des trois résidus pour l'élément triangulaire en forme matricielle, sont données par :

$$\int_A [N]^T \left(\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + S \right) dA = 0 \qquad \text{(III.29)}$$

$$\text{Où : } [N]^T = \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{Bmatrix}$$

On va suivi les mêmes étapes que pour les éléments rectangulaires. Commençons par :

$$-\int_A \lambda_X \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) dA$$

Pour l'élément triangulaire, on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \beta_i & \beta_j & \beta_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \qquad \text{(III.30)}$$

$$\text{Et } \frac{\partial [N]^T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{Bmatrix} \beta_i \\ \beta_j \\ \beta_k \end{Bmatrix} \qquad \text{(III.31)}$$

Substituons des données dans l'intégrale, on obtient :

$$-\int_A \lambda_x \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) dA = -\lambda_X \int_A \frac{1}{4A^2} \begin{Bmatrix} \beta_i \\ \beta_j \\ \beta_k \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_i & \beta_j & \beta_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} dA$$

En intégrant, on obtient :

$$-\lambda_X \int_A \frac{1}{4A^2}\begin{Bmatrix}\beta_i\\ \beta_j\\ \beta_k\end{Bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_i & \beta_j & \beta_k\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}T_i\\ T_j\\ T_k\end{Bmatrix}dA = \frac{-\lambda_X}{4A}\begin{bmatrix}\beta_i^2 & \beta_i\beta_j & \beta_i\beta_k\\ \beta_i\beta_j & \beta_j^2 & \beta_j\beta_k\\ \beta_i\beta_k & \beta_j\beta_k & \beta_k^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}T_i\\ T_j\\ T_k\end{Bmatrix}$$

De la même manière, on peut évaluer le terme :

$$-\int_A \lambda_T\left(\frac{\partial[N]^T}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right)dA = \frac{-\lambda_Y}{4A}\begin{bmatrix}\delta_i^2 & \delta_i\delta_j & \delta_i\delta_k\\ \delta_i\delta_j & \delta_j^2 & \delta_j\delta_k\\ \delta_i\delta_k & \delta_j\delta_k & \delta_k^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}T_i\\ T_j\\ T_k\end{Bmatrix}$$

Pour l'élément triangulaire, le vecteur de charge thermique due à la source de chaleur C_3 est :

$$\int_A [N]^T S dA = S\int_A \begin{Bmatrix}T_i\\ T_j\\ T_k\end{Bmatrix}dA = \frac{SA}{3}\begin{Bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{Bmatrix} \qquad \text{(III.32)}$$

τ Représente la fonction de l'élément, et θ mesure l'angle de la normale. Négligeant le rayonnement, l'application de la conservation d'énergie dans la direction x au côté jm exige que, la chaleur de conduction sortant de ce côté est égale à la chaleur transférée par convection. Alors :

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial x} = h\left(T - T_f\right)$$

Evaluons les termes $\int_\tau h[N]^T T\cos\theta\,\mathrm{d}\tau$ et $\int_\tau h[N]^T T\sin\theta\,\mathrm{d}\tau$ pour la condition au limite de convection le long des côtés de l'élément triangulaire aboutit à :

$$\left[K^{(e)}\right] = \frac{hl_{ij}}{6}\begin{bmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\left[K^{(e)}\right] = \frac{hl_{jk}}{6}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix} \text{ Et} \qquad \text{(III.33)}$$

$$\left[K^{(e)}\right] = \frac{hl_{ki}}{6}\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}$$

Où l_{ij} , l_{jk} et l_{ki} représentent les côtés de l'élément triangulaire.

Les termes $\int_{\tau} h[N]^T T_f \cos\theta \, d\tau$ et $\int_{\tau} h[N]^T T_f \sin\theta \, d\tau$ contribuent à la matrice de charge thermique. L'évaluation de ces intégrales donne:

$$\{F^e\} = \frac{hT_f l_{ij}}{2}\begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix},$$

$$\{F^e\} = \frac{hT_f l_{jk}}{2}\begin{Bmatrix}0\\1\\1\end{Bmatrix}, \qquad \text{(III.34)}$$

$$\{F^e\} = \frac{hT_f l_{ki}}{2}\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix}$$

Résumons maintenant la formulation triangulaire. La matrice de conductance de l'élément triangulaire est :

$$[K^{(e)}] = \frac{\lambda_x}{4A}\begin{bmatrix}\beta_i^2 & \beta_i\beta_j & \beta_i\beta_k\\ \beta_i\beta_j & \beta_j^2 & \beta_j\beta_k\\ \beta_i\beta_k & \beta_j\beta_k & \beta_k^2\end{bmatrix} + \frac{\lambda_y}{4A}\begin{bmatrix}\delta_i^2 & \delta_i\delta_j & \delta_i\delta_k\\ \delta_i\delta_j & \delta_j^2 & \delta_j\delta_k\\ \delta_i\delta_k & \delta_j\delta_k & \delta_k^2\end{bmatrix} \qquad \text{(III.35)}$$

La matrice de conductance est composé de la conductance suivant x et la conductance suivant y, avec un troisième terme de perte de chaleur par convection à travers le côté ou les côtés de l'élément donnée par les équations (III.33)

Le vecteur de la charge thermique peut avoir deux composantes, une due à la source de chaleur donnée par :

$$\{F^e\} = \frac{SA}{3}\begin{Bmatrix}1\\1\\1\end{Bmatrix} \qquad \text{(III.36)}$$

Et l'autre due à la convection possible à travers le côté ou les côtés de l'élément [33].

III.4.3 Discrétisation de la forme intégrale faible

De l'expression du champ de températures T sur le domaine:$\boldsymbol{T} = [\boldsymbol{N}](\boldsymbol{T})$

Et $(\boldsymbol{grad\, T}) = [\boldsymbol{B}](\boldsymbol{T})$ avec $[\boldsymbol{B}] = [(\boldsymbol{B_1}) \dots (\boldsymbol{B_i}) \dots (\boldsymbol{B_n})]$

Ou :

$$(\mathbf{B_i}) = \begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{N_i}}{\partial \mathbf{x}} \\ \dfrac{\partial \mathbf{N_i}}{\partial \mathbf{y}} \end{cases}$$

$$T^* = [N\,]\,(T^*) = (T^*)^T\,[T]^T \text{ et} (grad\, T^*) = [B]\,(T^*),\, (grad\, T^*) = (T^*)^T\,[B]^T$$

En portant ces relations dans l'équation (III.27), il vient :

$$(\mathbf{T}^*)\left([\boldsymbol{C}] + (\dot{\boldsymbol{T}}) + [\boldsymbol{K}](\boldsymbol{T}) - (\boldsymbol{F})\right) = \mathbf{0} \qquad \text{(III.32)}$$

$$[\boldsymbol{K}]\int_{\boldsymbol{V}}[\boldsymbol{B}]\ \mathrm{T}\ \lambda[\boldsymbol{B}]\ \mathrm{d}V + \int_{\boldsymbol{S}} \mathbf{h}\,[\boldsymbol{N}]^{\boldsymbol{T}}\,[\boldsymbol{N}]\,\boldsymbol{d\,s} \qquad \text{(III.33)}$$

Où :

[C]: est la matrice de capacité thermique [j °C].

[N]**:** est la matrice de conductivité thermique [W M C°].

(F) **:** est le vecteur des flux nodaux [W].

(T) **:** est le vecteur des températures nodales [°C].

III .5 Les méthodes de résolution

Il existe différents algorithmes de résolution pour traiter les problèmes à éléments finis. On peut citer deux classes de méthodes :

- Les méthodes de résolution directes,
- Les méthodes itératives (gradient conjugué par exemple).

III.5.1 les méthodes de résolution directes

Ces méthodes aboutissent à la solution en un nombre fini d'opérations. Elles sont adaptées au mode de stockage de la matrice [K]. Si cette matrice est symétrique, la méthode de décomposition de Choleski est généralement utilisée. Si elle ne l'est pas, les logiciels recourent à la méthode d'élimination de Gauss.

Les méthodes directes sont employées pour des systèmes de taille moyenne (inférieure à quelques milliers d'inconnues). Le temps de calcul est sensiblement proportionnel au cube du nombre d'inconnues. [20]

III.5.1.1 Méthode de résolution de Gauss-Seidel

Les équations relatives à l'ensemble des nœuds forment un système linéaire de n équations a n inconnus $T_{i,j}$

Pour alléger l'écriture on convient de désigner la température du nœud $P_{i,j}$ par un seul indice K, $T_{i,j}$ on obtient alors un système :

$$a_{11}T_1 + a_{12}T_2 + \cdots + a_{1K}T_K + \cdots + a_{1n}T_n - b_1 = 0$$
$$a_{21}T_1 + a_{22}T_2 + \cdots + a_{2K}T_K + \cdots + a_{2n}T_n - b_2 = 0$$
$$a_{m1}T_1 + a_{m2}T_2 + \cdots + a_{mk}T_k + \cdots + a_{mn}T_n - b_m = 0$$
$$a_{n1}T_1 + a_{n2}T_2 + \cdots + a_{nK}T_k + \cdots + a_{mn}T_n - b_n = 0$$

Ou certains coefficients a_{mk}(*m=1…n=K…n*) sont nuls.

En effet, l'équation (3) ne contient que les températures relatives nœuds considérés et ses voisins.

III.5.1.1.1 Méthode itérative de Gauss-Seidel

En partant du système initial, on peut exprimer chacune des températures T_k par une combinaison linéaire des (*K-1*) autres par exemple :

$T_1 = (a_{12}.T_2 + \cdots + a_{1K}.T_K + \cdots + a_{1n}.T_n - b_1)/a_{jj}.$

Si on donne à pré une premier série de valeur ${T_K}^{(1)}$ en repartant dans cette dernière équation, on obtient une nouvelle valeur ${T_j}^{(2)}$ de ${T_j}^{(1)}$:

${T_1}^{(2)} = (a_{12}.{T_2}^{(1)} + a_{13}.{T_3}^{(1)} + \cdots + a_{1K}.{T_K}^{(1)} + \cdots + a_{1n}.{T_K}^{(1)} - b_1)/a_{11}.$

De même pour T_2 on a :

$T_2 = (a_{21}.T_1 + \cdots + a_{23}.T_3 + \cdots + a_{2K}.T_K + \cdots + a_{2n}T_n - b_2)/a_{22}.$

En introduisant cette fois la nouvelle valeur de T_2 :

${T_2}^{(2)} = (a_{21}.{T_1}^{(1)} + a_{23}.{T_3}^{(1)} + \cdots + a_{2K}.{T_K}^{(1)} + \cdots + a_{2n}.{T_K}^{(1)} - b_2)/a_{22}$

De même sur T_3, en reportent ${T_1}^{(2)}$ et ${T_2}^{(2)}$ on aura :

${T_3}^{(2)} = (a_{31}.{T_1}^{(2)} + a_{32}.{T_3}^{(2)} + \cdots + a_{3K}.{T_K}^{(1)} + \cdots + a_{3n}.{T_n}^{(1)} - b_3)/a_{33}$

Ainsi d'une façon très générale, la température T_K à l'itération (*P+1*) s'exprime par la relation : ${T_K}^{(P+1)} = \left[-\sum_{j=1}^{k-1} a_{nj}\,{T_j}^{(P+1)} - \sum_{j=k+1}^{n} a_{kj}\,{T_j}^{(P)} + P_k\right]/a_{kk}$

Pour la dernière température, cette expression prend la forme :

$$T_n^{(P+1)} = \left[-\sum_{j=1}^{n-1} a_{nj}\, T_j^{(P+1)} + P_n \right] / a_{nn}$$

es deux dernières relations permettent de calculer par approximations successives les valeurs des températures aux différents nœuds ; à partir d'une répartition imposée, on arrête le calcule lorsque l'on observe de faible écart entre les valeurs successives des températures, [34]

III.5.1.2 L'algorithme TDMA

Les systèmes obtenus sont ici tris diagonaux. Leur résolution se fait donc en utilisant l'algorithme TDMA qui transforme le système tri diagonal en un système triangulaire supérieur dont la résolution est immédiate par remonte .Soit à résoudre le système tri diagonal suivante:

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & & \\ & & & & c_{j-1} & \\ & & & a_j & b_j & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \\ \\ u_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \\ \\ v_j \end{vmatrix} \qquad \text{(I)}$$

L'algorithme consiste à transformer le système (I) en un système triangulaire supérieur de la forme:

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & & & & \\ & 1 & \alpha_2 & & & \\ & & 1 & \alpha_3 & & \\ & & & & \alpha_{j-1} & \\ & & & & 1 & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \\ \\ u_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \\ \\ \beta_j \end{vmatrix} \qquad \text{(II)}$$

Il faut pour cela déterminer les coefficients α_i et β_i .

Le système (II) permet d'écrire:

$$u_i = \beta_j$$
$$u_{j-1} = \beta_{j-1} - \alpha_{j-1} u_j$$
$$----------$$
$$u_{k-1} = \beta_{k-1} - \alpha_{k-1} u_k \quad (II-3)$$
$$u_k = \beta_k - \alpha_k u_{k+1} \quad (II-4)$$
$$----------$$
$$u_1 = \beta_1 - \alpha_1 u_2$$

Ecrivons la ligne k du système (I) :

$$a_k u_{k-1} + b_k u_k + c_k u_{k+1} = \nu_k$$

*Et remplaçons-y u_{k-1} par son expression (II-3):

$$a_k \left(\beta_{k-1} - \alpha_{k-1} u_k\right) + b_k u_k + c_k u_{k+1} = \nu_k$$

Ce qui donne:

$$\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right) u_k + c_k u_{k+1} = \nu_k - a_k \beta_{k-1}$$

Soit:

$$u_k = \frac{\nu_k - a_k \beta_{k-1}}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)} - \frac{c_k}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)} u_{k+1}$$

Une comparaison avec l'équation (II-4) conduit finalement à:

$$\beta_k = \frac{\nu_k - a_k \beta_{k-1}}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)}$$
$$\alpha_k = \frac{c_k}{\left(b_k - \alpha_{k-1} a_k\right)} \quad (III)$$

Les suites (III) permettent donc de déterminer les coefficients inconnus d'indice k à partir des coefficients d'indice k-1.

Il nous reste à initialiser ces suites et donc à déterminer $\alpha 1$ et $\beta 1$.

Pour cela, on utilise les deux premières lignes des systèmes (I) et (II):

$$b_1 u_1 + c_1 u_2 = \nu_1$$
$$u_1 + \alpha_1 u_2 = \beta_1$$

Qui conduisent à:

$$\beta_1 = \frac{\nu_1}{b_1}$$
$$\alpha_1 = \frac{c_1}{b_1}$$

Une fois tous les coefficients déterminés, on peut résoudre le problème par remontée. [34]

Conclusion

Les modèles physiques mis en place dans le chapitre précédent permettent de prendre en compte tous les couplages entre les principaux phénomènes physiques (transfert de chaleur) entrant en jeux, et le passage du domaine contenu au domaine discontinu pour la résolution du problème.

Dans ce chapitre on a présenté les trois grands méthodes numériques qui sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations aux drivées partielles, ou on a développé la discrétisation de la forme générale des équations du system et l'équation de chaleur par la méthode des éléments finis quelle est la base de l'ANSYS.

Chapitre IV

Résultat et interprétation

RESULTAT ET DISCUSSIONS

Introduction

Le chapitre précédent s'est clôturé sur l'analyse numérique de problèmes thermiques. Les résultats obtenus par le calcul numérique sont discutés et interprétés. Pour résoudre un problème conjugue d'écoulement turbulent en présence de phénomènes de diffusion thermique ; on a utilisé un logiciel de calcul basé la méthode des E.F pour la discrétisation des équations de transport. La première partie de ce chapitre est consacrée à la Description du domaine d'application c'est-à-dire notre problème à étudier .La deuxième partie concerne l'intégration du programme à notre simulateur commercial en éléments finis : ANSYS.

C'est pourquoi, nous allons essayer d'appliquer le modèle mathématique, expliqué dans le deuxième chapitre, pour le cas d'un écoulement conjugué aux différentes hauteurs des chicanes et différents positions en comparant les paramètres dynamique et thermique issus de la résolution numérique (profiles des vitesses, température et pression turbulente).

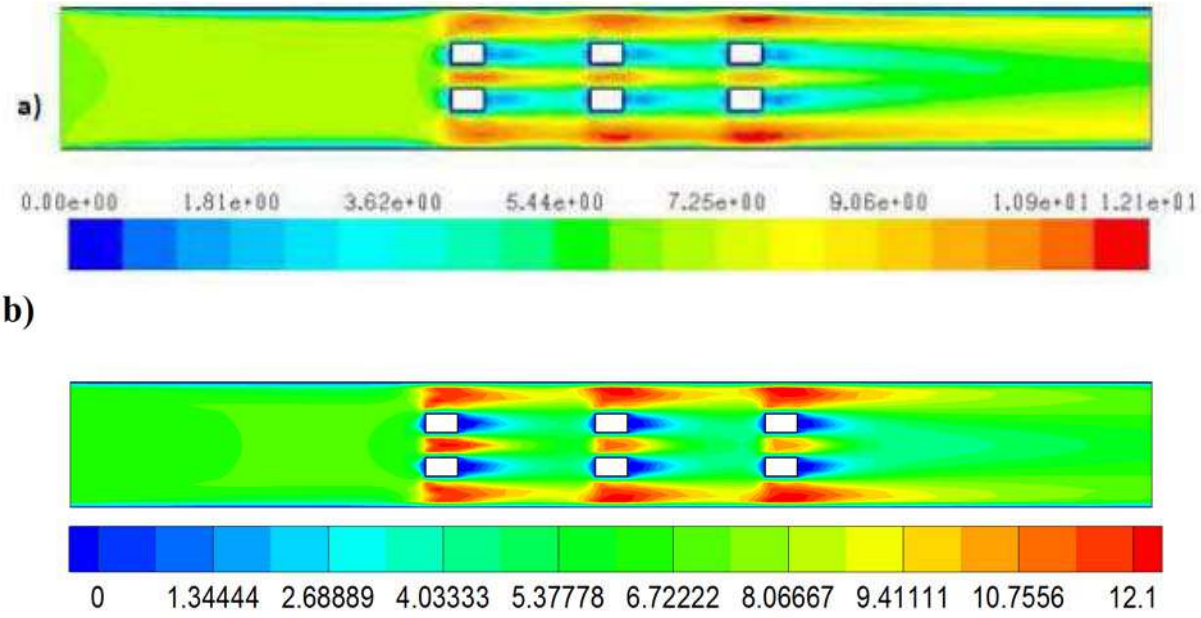
IV.1 Présentation d'ANSYS (APDL)

ANSYS est un code éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment à: analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique…etc.

Les différentes étapes nécessaires à la simulation d'un problème physique

- Type de calcul (2 Dou 3D)
- Choix de maillage
- Equation de résolues
- Condition aux limites
- Conditions initiales
- Mise en place d'obstacles
- Méthodes et paramètres numériques (choix des schémas, résidus….)

IV.2 Identification



Figure(IV.1) : Représentation spatiale des Contours des vitesses autours des tubes

(a) : travaille développer par, Rachid BOUCHENAFA[(1)] Rachid SAIM[(1),] Siad ABBOUDI[(2)] [1].

(b) : notre travaille réalisée à l'aide du logicielle ; ANSYS.

On compare les deux résultats représentée sur la figure(IV.1), nous constatons que nos résultats sont en bonne accord avec les résultats de simulation des Rachid BOCHENAFA[(1)] Rachid SAIM(1), Siad ABBOUDI[(2)] [1].

IV.3 Description du domaine d'application

Le projet porte sur l'étude du transfert de chaleur et de l'écoulement du fluide caloporteur L'air (à température ambiante) qui s'écoule autour d'un faisceau des tubes rectangulaires (contient un fluide chaud) d'un échangeur de chaleur tube calandre avec

des chicanes rectangulaires , le champ de température ,de pression et de vitesse de fluide caloporteur est évalué par un modèle CFD appliqué sur ANSYS / FLOTRAN module, Il s'agit ici de réaliser un modèle 2D de échangeur de chaleur tube calandre avec des chicane rectangulaires pour traiter des problèmes en éléments finis.

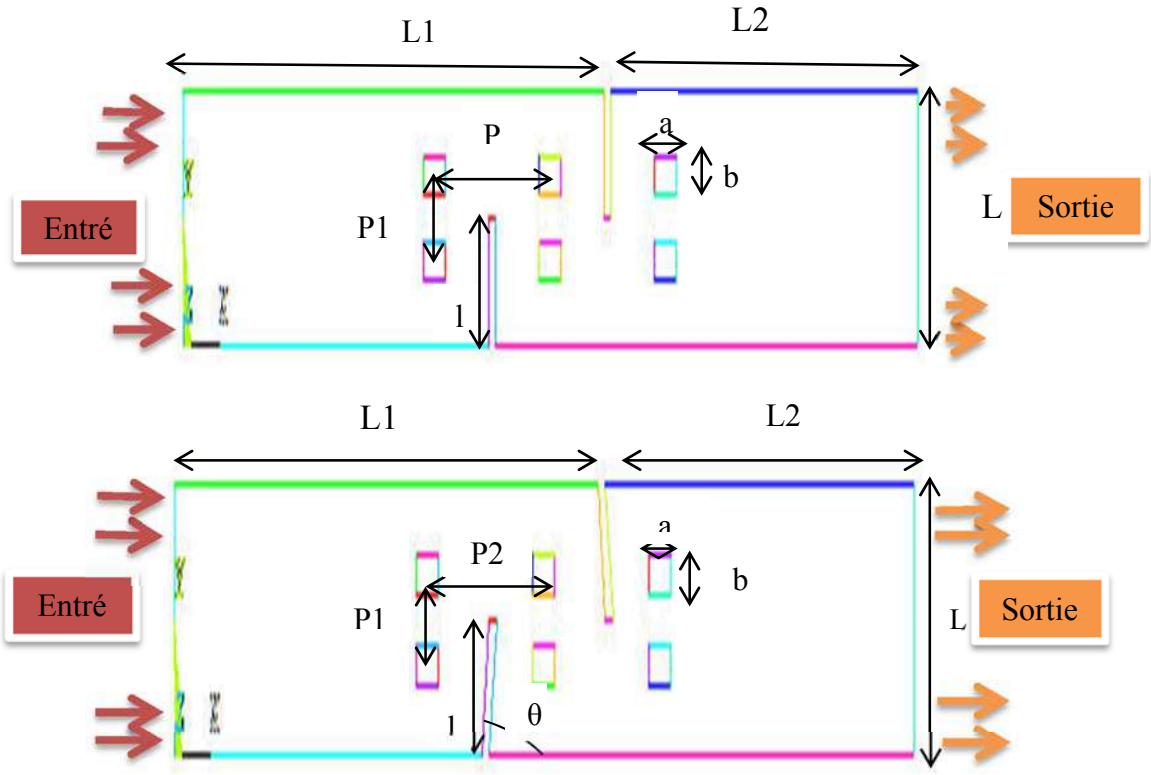
IV.3.1 les dimensions des géométries

Cet échangeur de chaleur se présente sous la forme d'un grand rectangle (la calandre) qui Contient deux rangers des petits rectangles qui pressent les tubes.

Les dimensions des différentes configurations sont récapitulées dans le tableau (IV.2**)**, ainsi que la forme géométrique des tubes sont indiqué sur la figure (IV.3)

Tableau IV.1 : Dimensionnement de la géométrie de deux modèles à étudier en(m)

géométrie	**La hauteur De chicane(m)**	**Les dimensions des tubes(m)**		**Les dimensions de domaine(m)**			**Pas inter-tubes**		**Angle d'orientation**
	l	a	b	L	L1	L2	P	P1	
(a .1)	10^{-3}	1.5* 10^{-3}	$75*10^{-4}$	5* 10^{-3}	29.25 *10^{-3}	21.75* 10^{-3}	8* 10^{-3}	1.75 10^{-3}	verticale
(b.1)	$1.25*10^{-3}$								
(c.1)	$1.5*10^{-3}$								
(d.1)	$25*10^{-3}$								
(a.2)	10^{-3}	1.5* 10^{-3}	$75*10^{-4}$	5* 10^{-3}	29.25 *10^{-3}	21.75* 10^{-3}	8* 10^{-3}	1.75 10^{-3}	θ=75°
(b.2)	$1.25*10^{-3}$								
(c.2)	$1.5*10^{-3}$								
(d.2)	$2.5*10^{-3}$								



Figure(IV.2): représentation spatial des géométries étudier

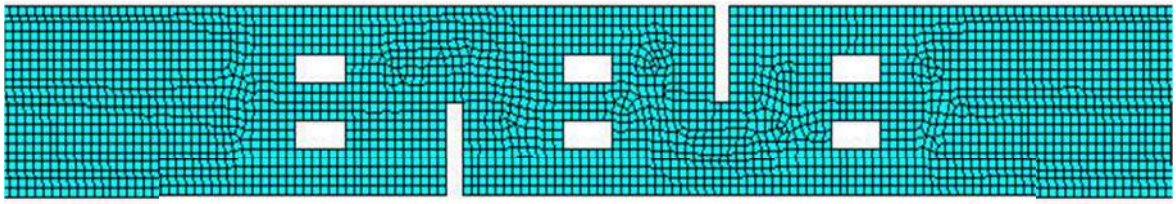
IV.4. 2 Les propriétés des matériaux

Les matériaux utilisé dans cette étude est l'acier inoxydable qui constitue les parois de l'échangeur ; ainsi que le fluide caloporteur qu'est l'air ; dont les caractéristiques thermiques et dynamique sont données dans le tableau ci-dessous [18]:

Tableau IV.2 Les propriétés thermiques et dynamiques de l'acier et de l'air.

	L'air	**L'acier**
conductivité thermique [w/mC°]	24	14.92
Chaleur spécifique [J/Kg C°]	1.007	456
Densité [Kg /m^3]	1.2	7780
Viscosité [Kg /m s]	0.000015	-

IV 3.3 Maillage



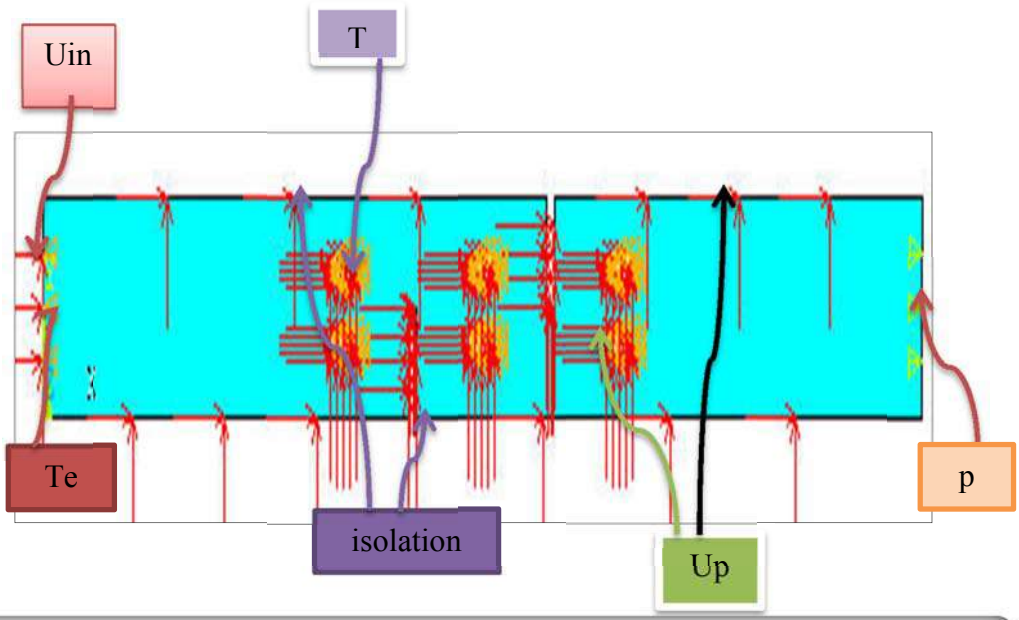
Figure(IV.3) : maillage de l'échangeur

Les figure ci-dessus présente la géométrie de la cuve et détaille le maillage de modèle en éléments finis (plusieurs nœuds)

IV.3.4 Les conditions aux limite

La procédure de résolution de l'équation d'un écoulement turbulent confiné exige que les conditions aux limites doivent être spécifiées autour du domaine d'écoulement pour chaque propriété physique gouvernée par une équation différentielle.

La modélisation géométrique pour le calcul stationnaire doit avoir une distribution de température, tel que l'état initial(t = 0 s) correspond à l'état stationnaire



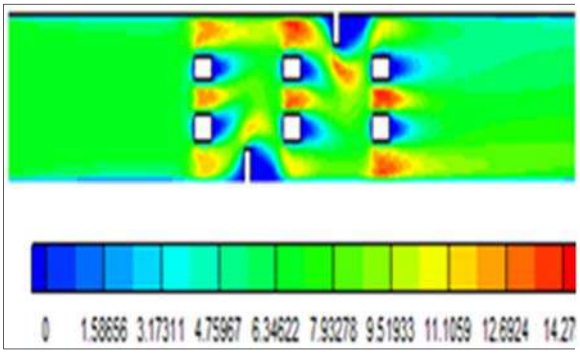
Figure(IV.4) : répartition spatiale du phénomène étudie avec les conditions aux limites

- Uin : vitesse d'entre (6.5m/s)
- T : Température à l'intérieur des tubes (Température dissipe par fluide chaud =100 C°)
- UP : la vitesse identifiant les parois (up=0 m/s)
- P : pression atmosphérique (0 bar)
- Te: température d'entrée (25°)
- Echange thermique avec l'environnement (l'extérieur) par Isolation
- Le modèle mathématique de la turbulence (k-ε)

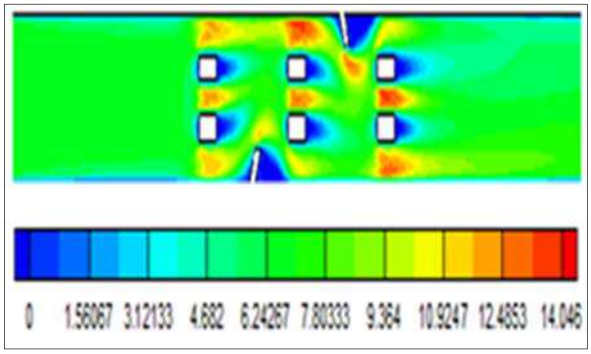
IV.4 Interprétation des résultats

IV.4.1 Champs de vitesse

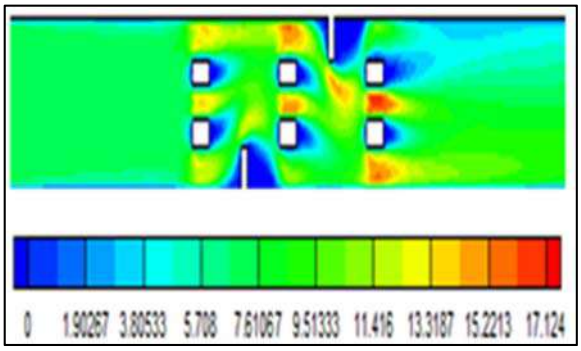
Géométrie (a.1)



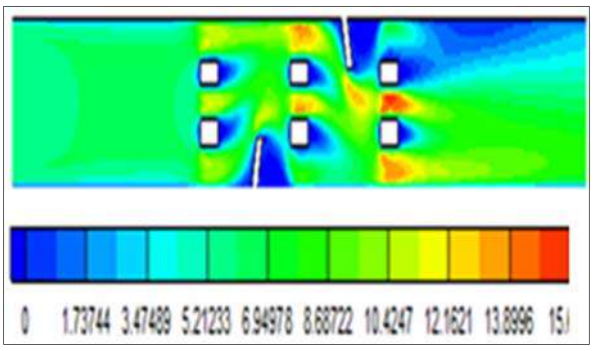
Géométrie (a.2)



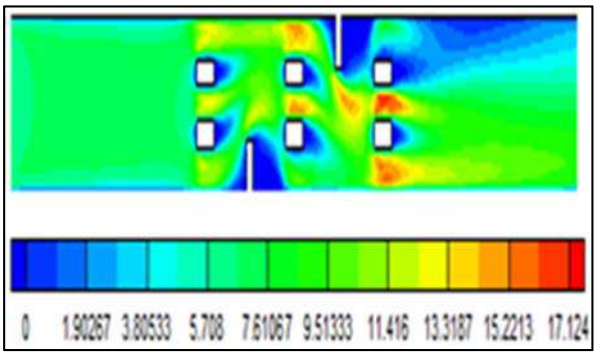
Géométrie (b1)



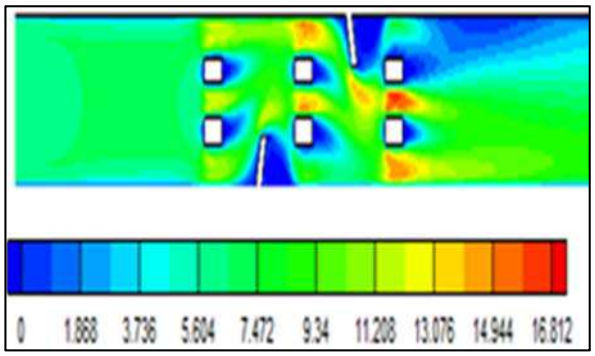
Géométrie (b.2)



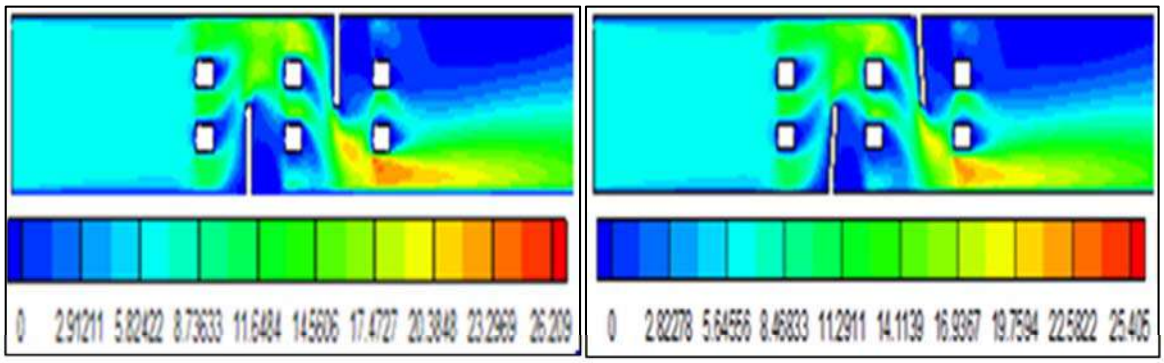
Géométrie (c.1)



Géométrie (c.2)



Géométrie (d.1) Géométrie (d.2)



Figure(IV.5) : distribution de champ de vitesse dans le long de l'échangeur dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté)

La figure IV.5 représente les Champs de vitesse montre pour les deux configurations avec la même vitesse d'entrée U_{in}= 6.5m/s et pour les quarte hauteurs des chicanes proposé D'après la figure, on remarque clairement que les valeurs de vitesse maximal dans les deux cas (chicane à position verticale et chicane à position orienté) sont augmenté à cause de l'augmentation de la hauteur de chicane ; et on remarque aussi que l'augmentation de vitesse maximale est moins dans le cas de chicane orienté par apporte le cas de chicane verticale

Il est remarquable qu'il y a une formation des zones de recirculation dans les zones de panaches et ceci à cause de la séparation des lignes de courant (détachement de l'air par les cornes des tubes et le rattachement derrière le panache après les tubes)

En plus nous constatons que toute augmentation de hauteur engendre une majoration de la vitesse max, simultanément une augmentation de la zone de recirculation ; donc on peut conclure qu'il y a une relation réciproque entre la hauteur et ces deux variable (la zone de recirculation et la vitesse max).On remarque aussi l'augmentation de la vitesse dans l'espace entre le sommet de chaque chicane, cette augmentation est générée tout d'abord par la présence des obstacles, aussi par la présence d'un recyclage qui ensuite résulte un changement brusque du sens de l'écoulement.

IV.4.1.1.Profils de vitesse transversale dans des sections particulières de l'échangeur

La variation de vitesse pour les deux cas apparaît clairement sur les contours et sur leurs Échelles qui présentent des valeurs max et min. Pour bien étudier cette évolution de vitesse transversale dans ce échangeur avec les deux différentes cas (chicane verticale, chicane orienté) on a tracé des courbes de vitesse transversales pour ces positions transversale : x=0.02m (en aval de la première chicane), x=0.0227m(en amont de la première chicane), x=0.02825m(en aval de la deuxième chicane), x=0.0323m(en amont de la deuxième chicane), x=0.045 m (pré de la sortie de l'échangeur))

Les résultats numériques représentés par les profils de vitesse transversale dans le cas position verticale et le cas orienté, pour la section à x=0.0227 m, sont indiquées dans la figure(IV.6)

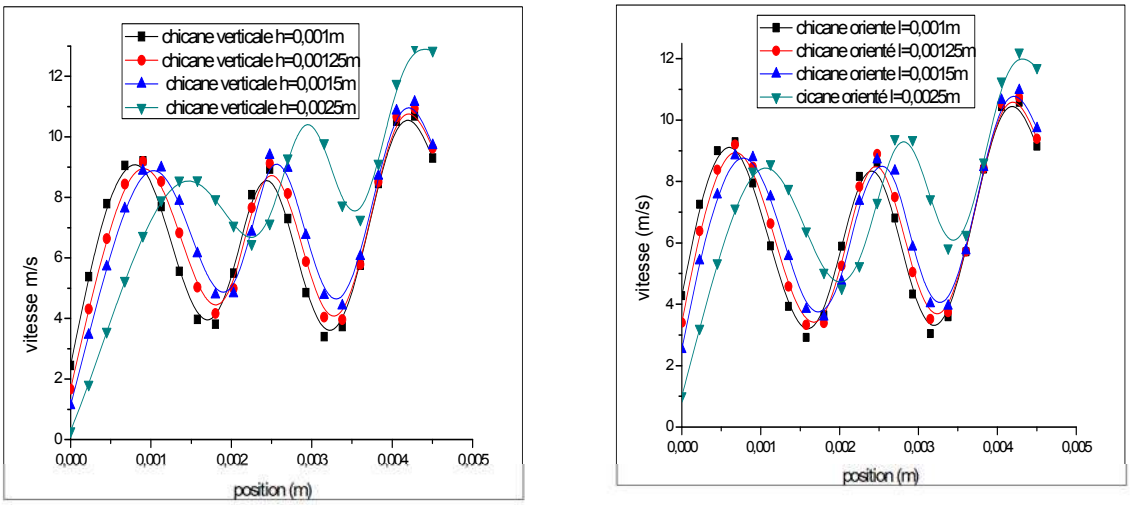


Figure (IV.6) : profiles de vitesse transversale a x= 0.02 m pour le cas normale et orienté

La présence de la premier chicanes qui se trouve dans la moitié inferieur du échangeur induit une diminution de la vitesse dans la partie inferieur ; et une augmentation de vitesse paradoxalement dans la moitié supérieur, là on constate que une augmentation du débit et surtout au voisinage du passage sous le chicane ; pour le cas de chicane à positon verticale on constate les même remarque que le cas oriente mais avec un écart de vitesse (la vitesse max dans le cas de position orienté moins que la position verticale et voir des perturbation des vitesse causé par la présence de chicane et des cornes des tubes(rattachement et la détachement de l'air et les zones de recirculation) .

Les résultats numériques représentés par les profils de vitesse transversale dans le cas de Chicane verticale et de chicane orienté, pour la section à x=0.0227 m, sont indiquées dans

La figure(IV.7)

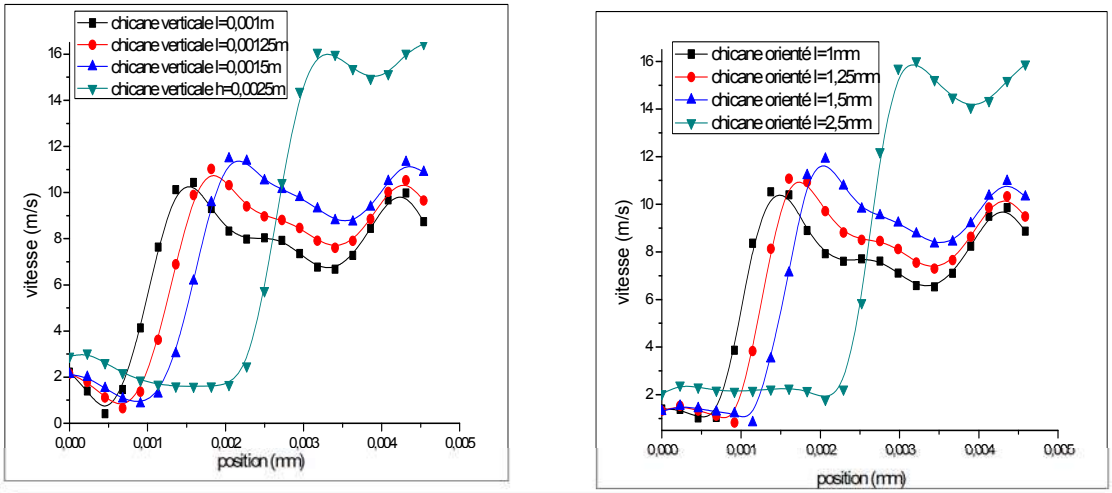


Figure (IV.7) : profiles de vitesse transversale a x=0.0227 mm pour le cas normale et orienté

D'après la figure on constate que pour les deux cas à l'intervalle de (0 jusqu'à la position pré de la hauteur de chicane) la courbe donne une décroissance de vitesse. pour une position après la hauteur de chicane on remarque une croissance des vitesses dans les deux cas (verticale et orienté), (toute augmentation du hauteur engendre une majoration de croissance de vitesse) cette dernière est causé par l'orientation de l'écoulement par la chicane vers la partie inferieur. Après cette position on remarque des perturbations des vitesses (la vitesse max dans le cas chicane verticale est supérieur que le cas orientée on peut remarquer ça très clairement dans le cas (d.1) et (d.2)

Sur la figure V.5, représenté la vitesse transversale dans le cas de chicane verticale et chicane orienté, en aval la deuxième chicane

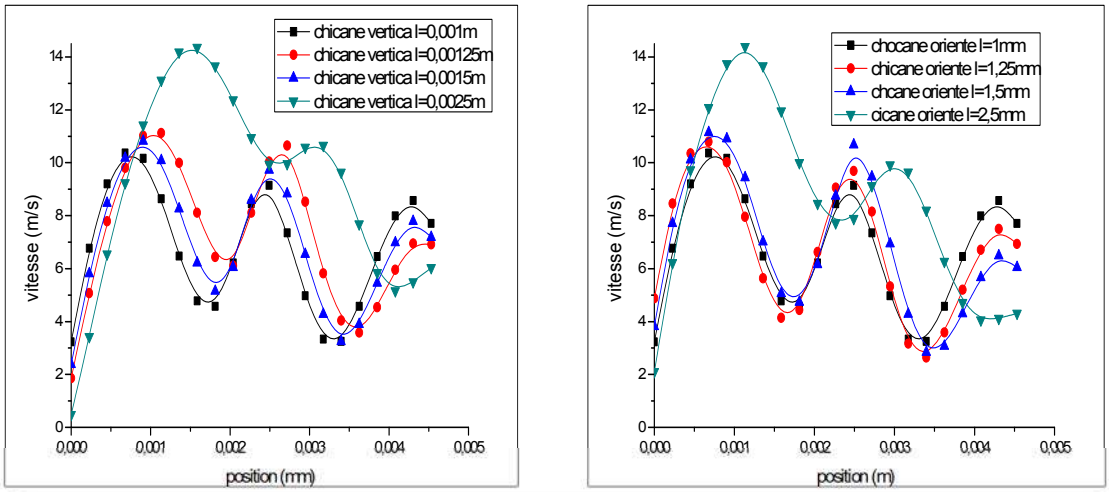


Figure (IV.8): profiles de vitesse transversale a x= 0.02825m/s pour le cas verticale et orienté

D'après la figure on remarque une décroissance de vitesse remarquable (cas de chicane à l=0.0025m) et on voie que ce décroissance est plus dans le cas de chicane orienté que le cas de chicane verticale. on constate aussi pour le cas de chicane orienté toute augmentation de la hauteur engendre une décroissance de la vitesse max. Mais pour le cas que la hauteur de chicane l=0.00125m la décroissance un peu plus dans le cas de chicane verticale que le cas de chicane orienté. L'augmentation des valeurs de vitesse indique le sens d'écoulement et la diminution des valeurs représente des zones de recirculation

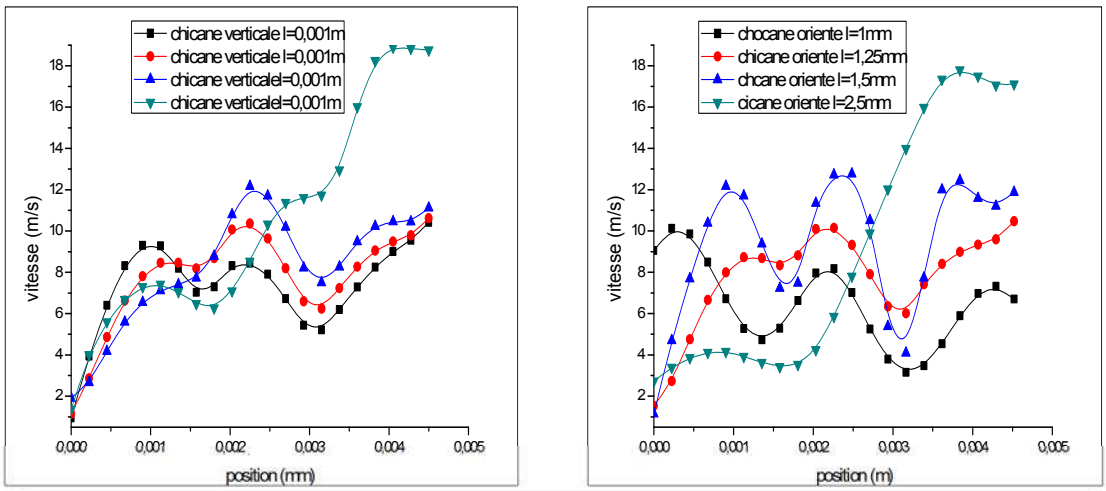


Figure (IV.9) : profiles de vitesse transversale a x=0.0323m/s pour le cas verticale et orienté

La figure (IV.9) présent, les profils de vitesse, on constate que pour le cas de chicane verticale toute augmentation de la hauteur engendre une croissance avec perturbation de la vitesse max. aux cas que la hauteur de chicane (l=0.00125m, 0.0015et0.0025m) ce croissance un peu moins dans le cas orienté que le cas verticale.

Pour le cas de chicane a une hauteur l=0.001m On remarque une décroissance de profil de vitesse pour le cas orienté par contre pour le cas verticale on constate une croissance.

La diminution des vitesses indiquent la présence d'une zone de recirculation de l'écoulement derrière la deuxième chicane. Dans le partie inferieur du l'échangeur l'écoulement est caractérisé par des vitesses élevées. (Les valeurs de vitesse pour le cas orienté est inferieur que le cas verticale).

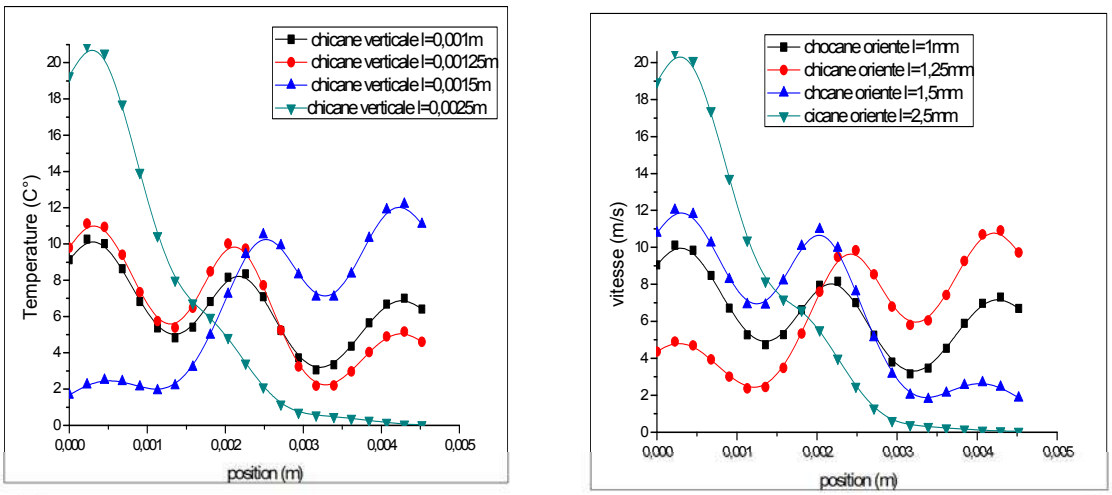


Figure (IV.10) : profiles de vitesse transversale a x= 0.045m pour le cas verticale et orienté

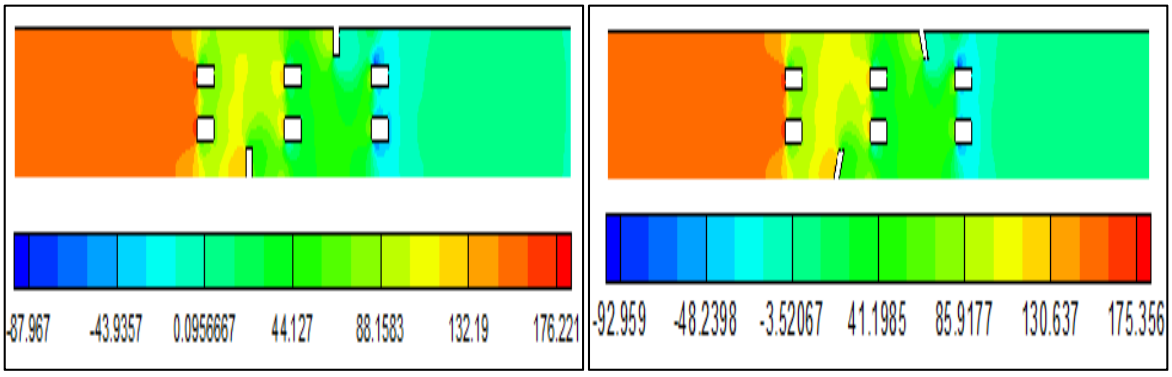
La figure(IV.10) présent les profils de vitesse transversale de l'écoulement à(x=0.045m près de la sortie). On constate une décroissance de vitesse pour le cas de chicane verticale a une hauteur l=0.0025m est plus élevé que les cas des chicanes verticale ont des hauteurs (l=0.00125metl=0.001m);ce décroissance un peu plus pour le cas de chicane orienté. On voie aussi que le chicane de hauteur l=0.0015m a une décroissance de vitesse un peu moins que le chicane a l=0.0025m par contre dans le cas verticale a une décroissance de profil de vitesse.

On remarque que le chicane de hauteur l=0.00125m a une décroissance dans le cas verticale par contre dans le cas orienté.

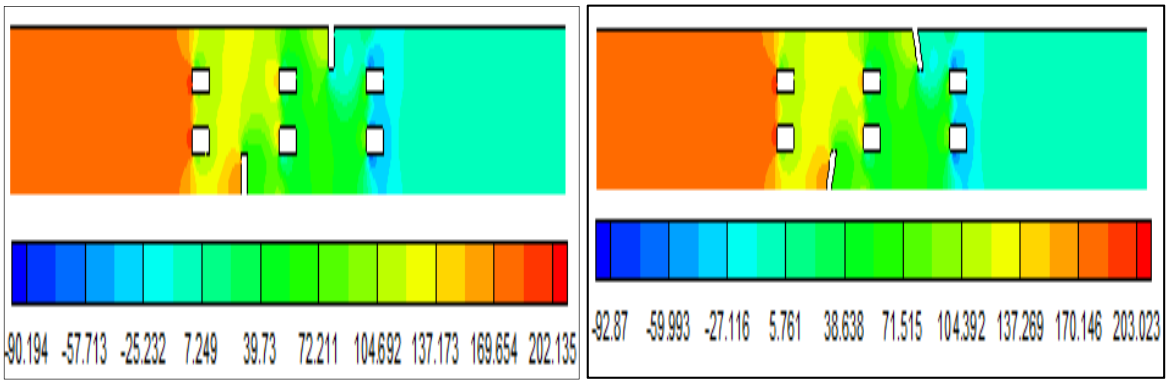
L'augmentation de vitesse à la partie inferieur causé par le sens de l'écoulement et la diminution de profil de vitesse causé par le fort recirculation de l'écoulement dans la face arrière de la seconde chicane (partie supérieur de l'échangeur)

IV.4.2 : Champs de pression

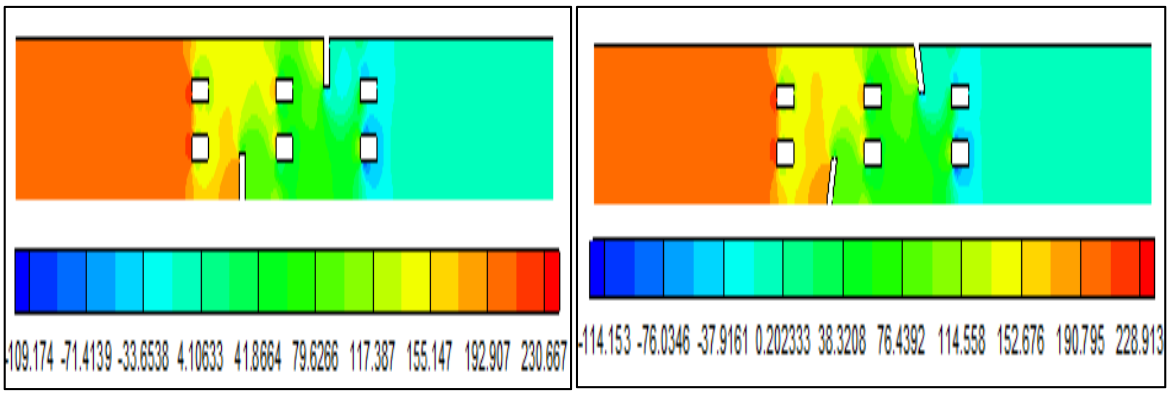
Géométrie (a.1) Géométrie (a.2)



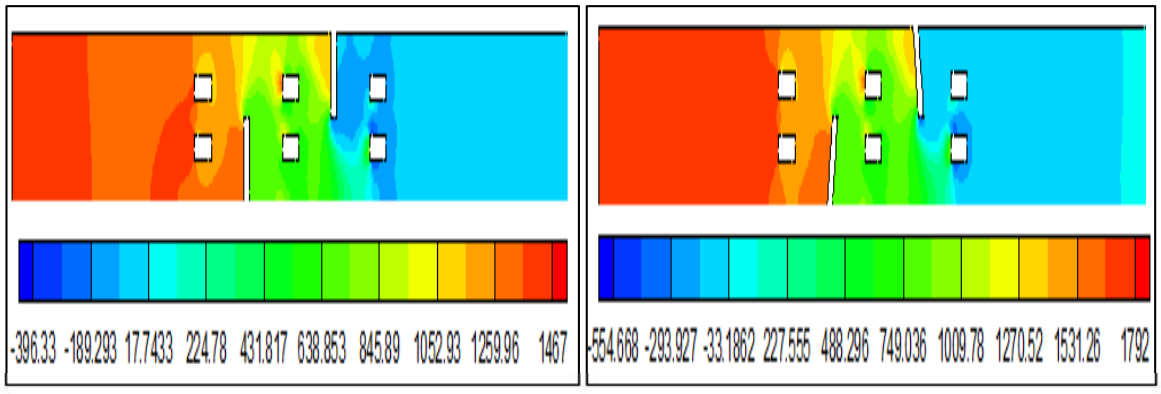
Géométrie (b.1) Géométrie (b.2)



Géométrie (c.1) Géométrie (c.2)



Géométrie (d.1) Géométrie (d.2)



Figure(IV.11) : répartition spatiale de champ de pression dans le long de l'échangeur dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté)

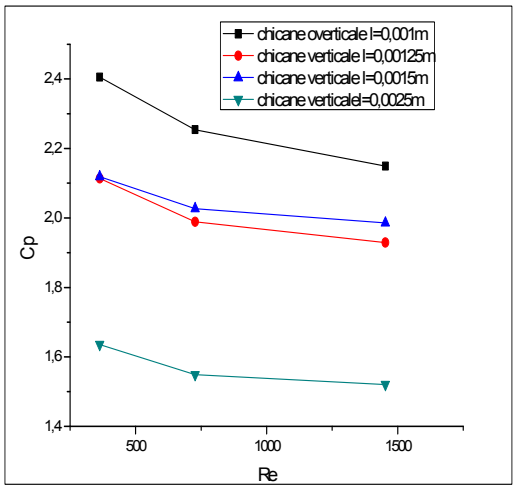
La figure(IV.11) représente une répartition spatiale de champs de pression dans le domaine d'applications de deux modèles (chicane verticale, chicane orienté). Nous constatons que la chute de pression augmente en fonction de la vitesse d'écoulement et l'augmentation de la hauteur des chicanes, donc il existe une proportionnalité directe entre la vitesse

d'écoulement, la hauteur et la perte de charge qu'il faut vaincre. Une dualité entre les performances thermiques et les performances hydrauliques restent à contrôler en dehors de problèmes d'un échangeur de chaleur

D'autre part les pertes de charge dans le cas des chicanes à position verticale sont un peu élevées que le cas des chicanes à position orienté.

IV.4.2.1 : Coefficient de pression C_p en fonction du R_e

Chicane normale



chicane oriente

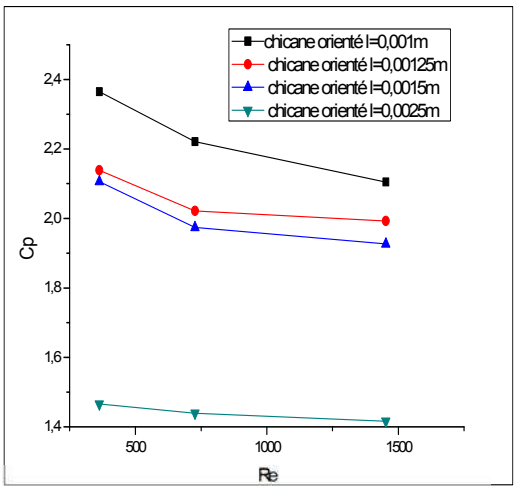


Figure (IV.12) : Coefficient de pression C_p en fonction de R_e

Dans la figure(IV.7) qui représente la variation de coefficient de pression en fonction de nombre de Reynolds, on constate une décroissance du coefficient de pression avec le nombre de Reynolds Pour les deux cas.

Pour les deux cas (chicane verticale, et chicane orienté) on remarque que la chute de pression singulière identifier par le changement de ponte (point de discontinuité amont et aval) est très importante lorsque Le diamètre démunie.

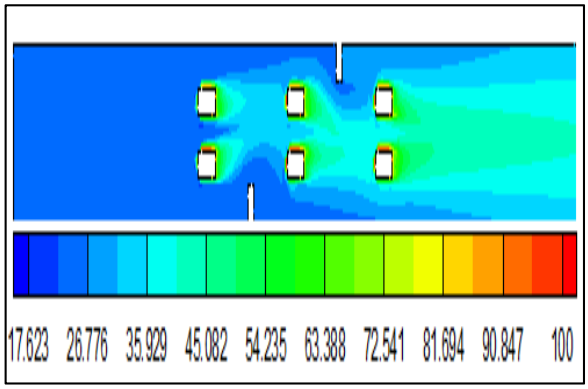
Il faut noter que pour le (la hauteur=0.0025m) la variation des pertes de charge en fonction de nombre de Reynolds presque linéaire dans le cas de chicane orienté par contre pour le cas des chicane verticale on peut constater qu'il ya une discontinuité pour le nombre de Reynolds Re=726,655

Probablement on peut dire que pour le cas de chicane verticale les singularités de la perte de charge un peu élevé que le cas de chicane orienté. Par contre dans le cas chicane

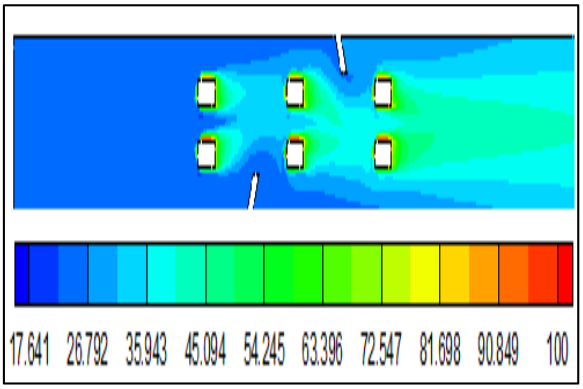
orienté, avec une hauteur aux milieux, l'écoulement est facilement dévier (diffusion axial relative)

IV.4.3 : Champs de températures

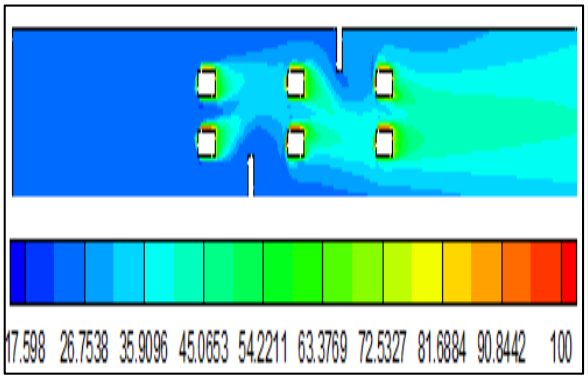
Géométrie (a.1)



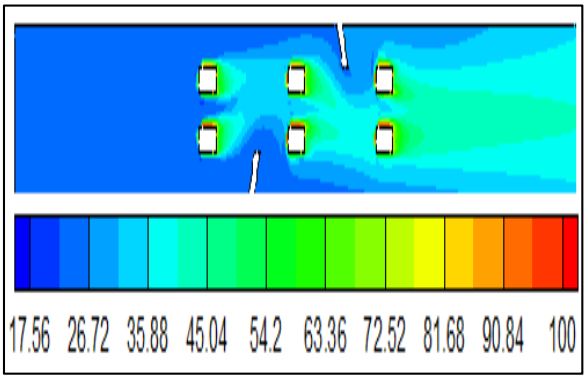
Géométrie (a.2)



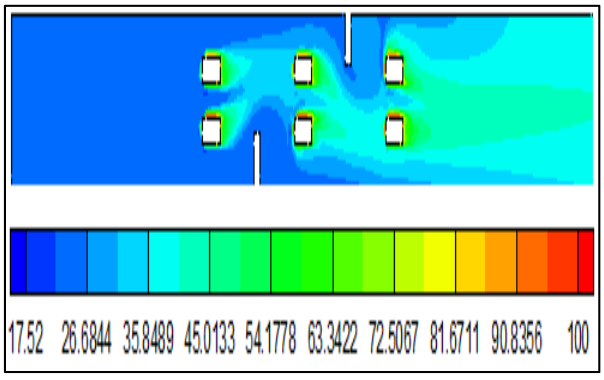
Géométrie (b1)



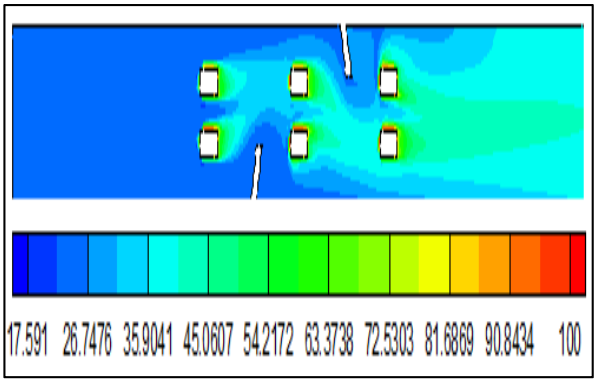
Géométrie (b.2)



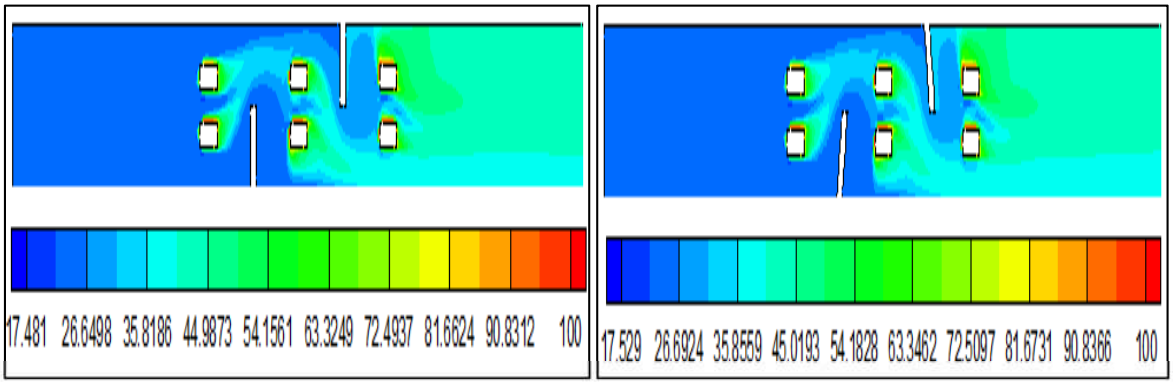
Géométrie (c.1)



Géométrie (c.2)



Géométrie (d.1) Géométrie (d.2)



Figure(IV.13) *:* distribution de champ de température dans le long de l'échangeur dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté)

La (figure IV.13) montre une représentation (répartition) spatiale de la distribution de température pour les deux positionnement des chicane (avec les variations des hauteurs) On remarque une bonne interaction entre les cotés chaud et froid, et aussi cette interaction est très claire quand la vitesse augmente ;et onconstate aussi tout augmentation la hauteur de chicane et de vitesse engendre une majorité de décroissance de la température ;probablement due à une évacuation axiale rapide de la chaleur

IV4.3.1Profil de température totale dans des sections différentes de l'échangeur

La variation de la température totale pour les deux cas apparaît clairement sur les contours et sur leurs échelles. Pour bien étudier cette évolution, on a tracé des courbes de température pour ces sections : x=0.02m (en aval de la première chicane), x=0.0227m(en amont de la première chicane), x=0.02825m(en aval de la deuxième chicane), x=0.0323m(en amont de la deuxième chicane), x=0.045m (pré la sortie de l'échangeur),

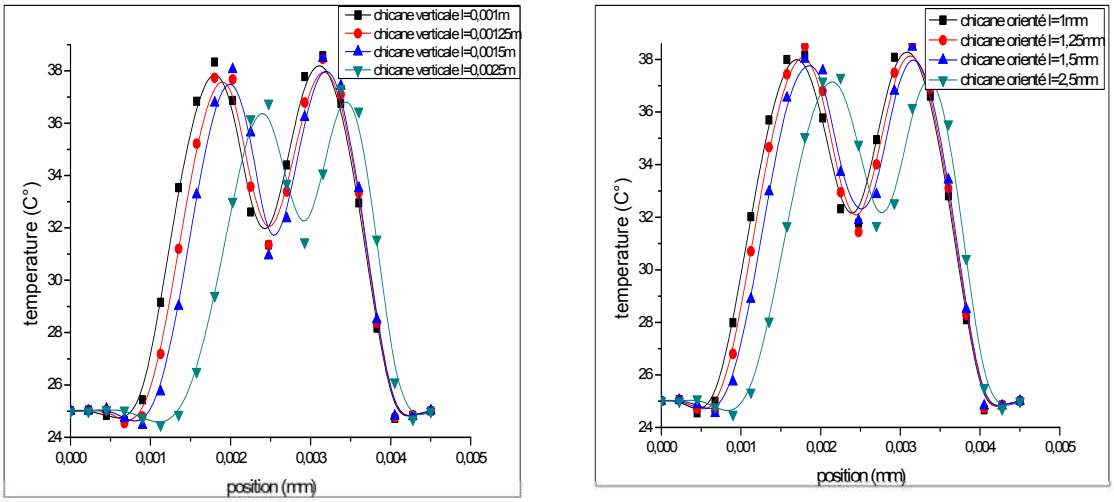


Figure (IV.14) : profiles de température transversal a x=0.02m pour le cas verticale et orienté

D'après la lecture de la figure(IV.14) on remarque à [0,0.00123] la présence de chicane fait un légère diminution de la température d'entré de fluide caloporteur ,après ce intervalle on constate une augmentation de température jusqu'à 37.5C°pour le cas de chicane verticale et37C°pour le cas orienté à cause à la recirculation et l'interaction de fluide caloporteur par des tubes qui contient un fluide chaud(ce augmentation est plus que la hauteur de chicane diminue) ,et on remarque aussi des perturbation de température de[0.002,0.0042]à cause de la présence des tubes et le fait de chicane après cela on observe une diminution de température jusque la valeur24.7C° pour le cas verticale et 24.4C° pour le cas orienté) la diminution de la température lié à la hauteur de chicane tel que on constate la augmentation de la hauteur engendre une majorité de décroissance de la température max on constate aussi que la variation de de vitesse probablement due à une évacuation axiale rapide de la chaleur.(ces résultats sont obtenue par la géométrie (d.1),(d.2)) la décroissance de température un peu élevé dans le cas orienté par rapport au cas verticale

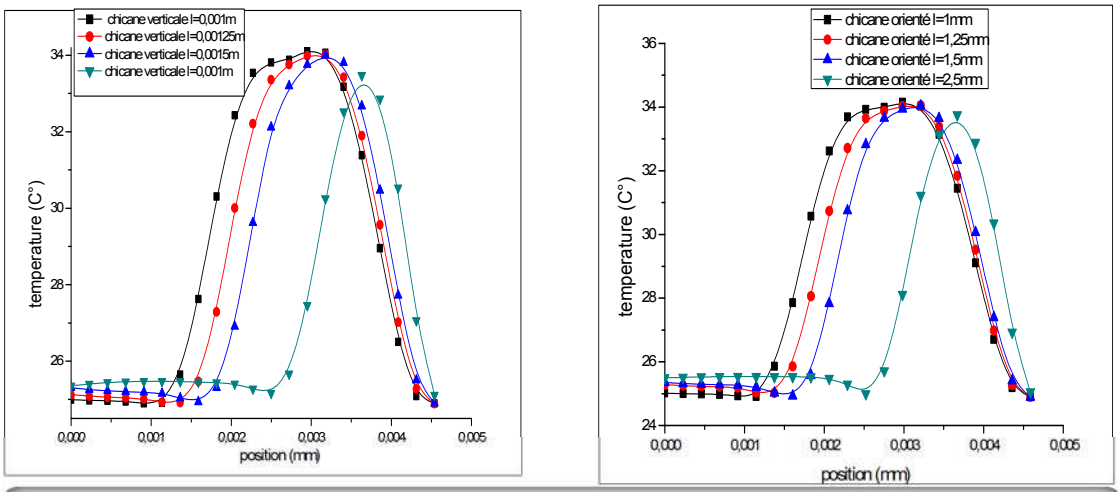


Figure (IV.15): profiles de température transversale a x=0.0227m pour le cas verticale et orienté

D'après la figure(IV.15) on remarque à [0,0.025] une diminution de la température de fluide caloporteur 24.8C°pour le cas normale et25.2C° pour le cas orienté et pour [0.00250, 0035] m on remarque une augmentation de température 33.2C°pour le cas verticale et 33.6C° pour le cas orienté après cet intervalle-là on constate une diminution de température (les résultats concernons les cas (d.1) et (d.2)) on constate que pour les deux cas (verticale et orienté) toute augmentation de la hauteur engendre la décroissance et croissance de la vitesse max

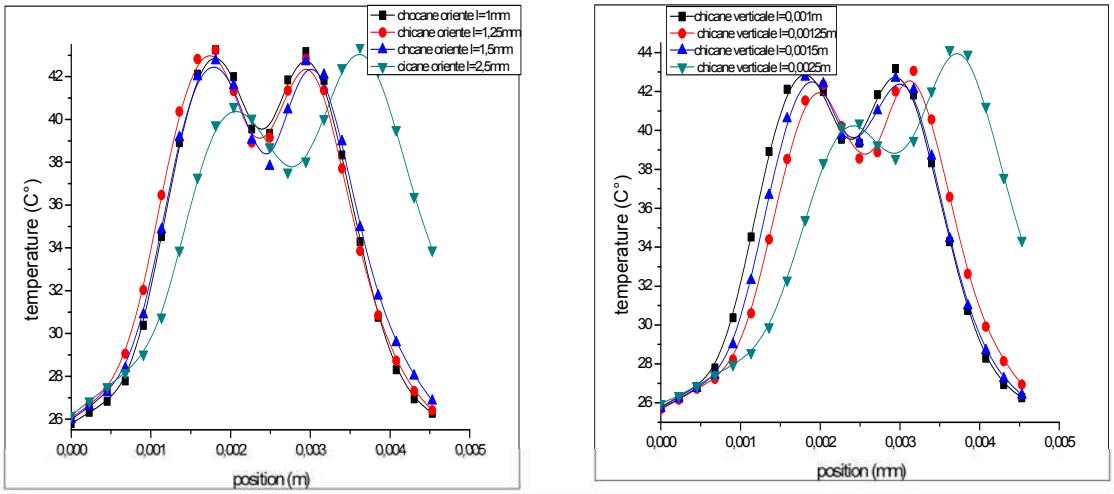
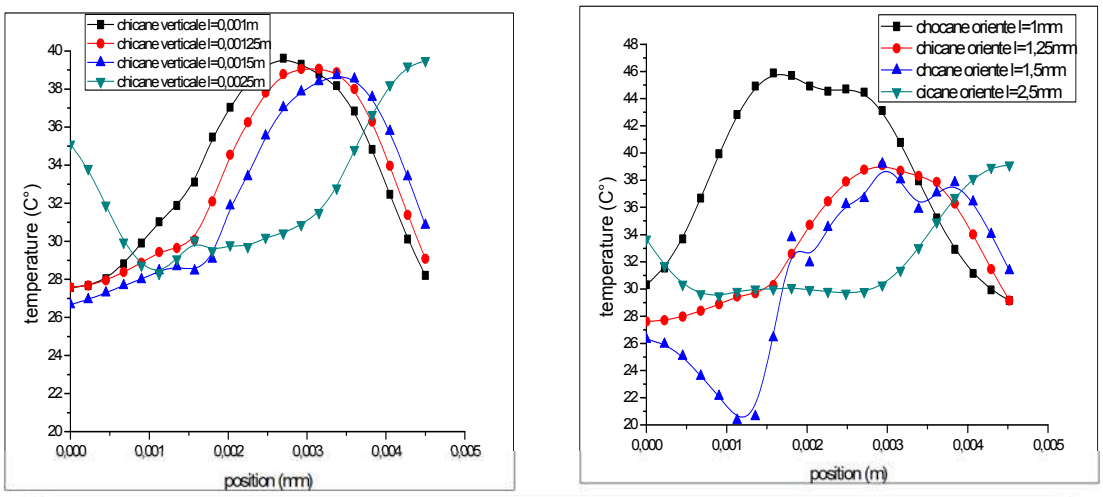


Figure (IV.16) : profiles de température transversale a x=02825mpour le cas verticale et orienté

D'après la figure(IV.16) on remarque à [0,0.02] pour le cas (d.1) une augmentation de la température de fluide caloporteur jusqu'à la valeur40.381C° pour le cas verticale et40.6 C° pour le cas orienté (pour les autre cas avec variation des hauteur des chicanes)la valeur de

température est élevé après ce intervalle on constate des perturbations axial de températures jusque à 44.2C°pour le cas (d) à chicane verticale et 43.3 pour le cas (d) à chicane orienté(pour les autre cas les valeurs de températures sont moins que ce cas-là) après ce perturbation on constate une diminution de température (les cas (a),(b),(c)ont des températures moins que le cas (d)) dans le (d.1) la valeur de température est 33.8C°et dans le cas (d.2) la valeur de température est 34.4C°

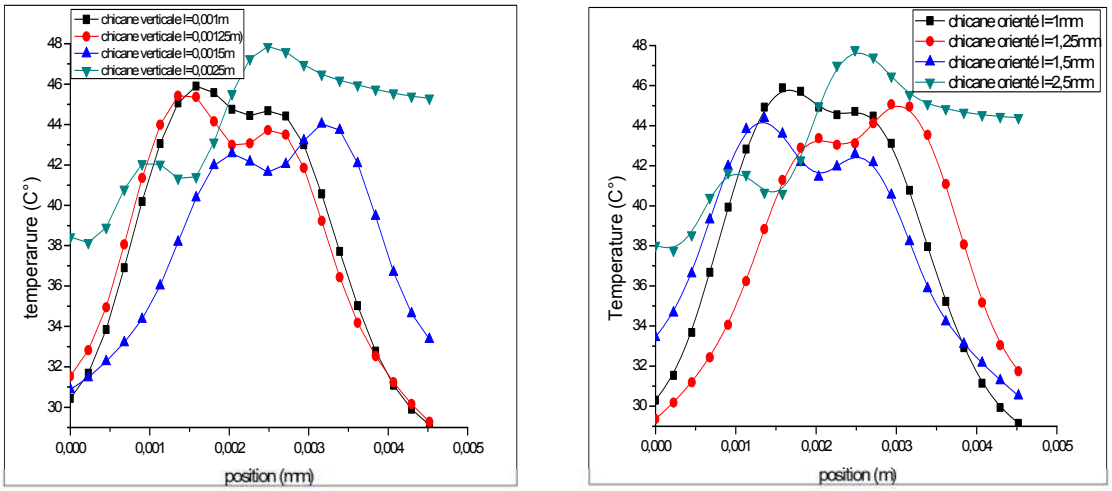


Figure(IV.17): profiles température transversale à x=0.0323m pour le cas verticale et orienté

D'après la figure(IV.17) (pour le cas de chicane normale) on remarque que à [0,0.00123m] une croissance de température pour les cas (c), (b), (a) en série, par conte pour le cas (d) on remarque une décroissance des températures et après ça on constate petit perturbation accompagné par une croissance de profile et pour les autres cas on constate que une décroissance de température remarquable.

(Dans le cas de chicane orienté) les profils de température pour les cas (a), (b), (d) reste presque les même avec un légère écart de température mais pour le profil de(c)on constate quelque différance que le cas verticale, on peut remarquer une diminution de température pour [0,0.00123m]

Et après ce position on observe une augmentation de température de fluide jusqu'à la position 0.002m accompagé par des perturbation jusqu'à la diminution température

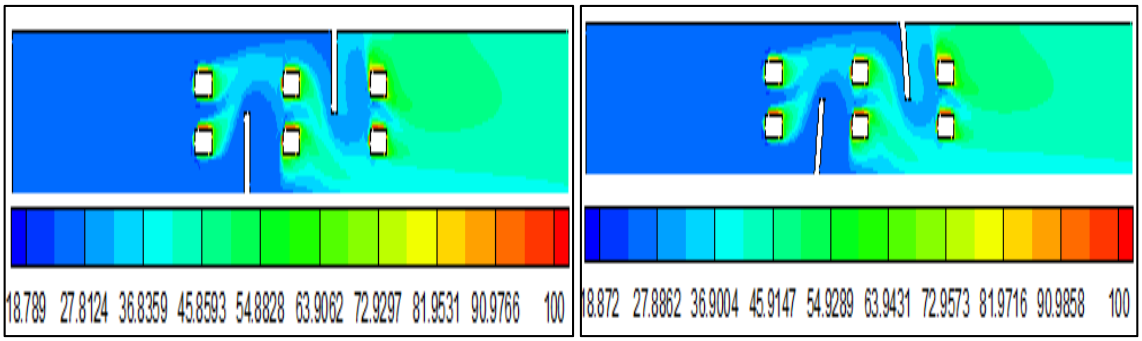


Figure(IV.18) : profiles de température transversale a x=0.045mpour le cas verticale et orienté

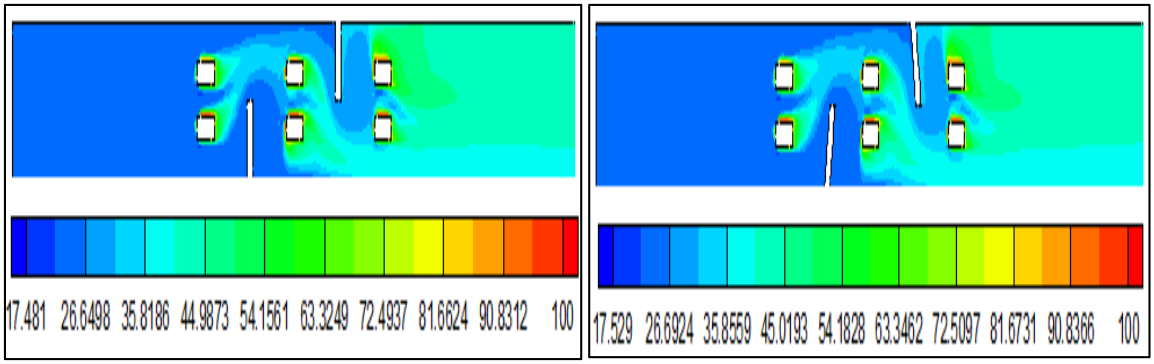
D'après la figure (IV.18) on constate (pour tous les cas) que les profils transversale de température total ont une croissance de température accompagne par des perturbations, et après ça on observe que les valeurs de la température diminuent de manière plus remarquable (dans les cas lorsque la hauteur démunie).on peut remarquer aussi que les valeurs de température atteint à ce position (pour le cas verticale) est peu inferieur que le cas orienté.

IV.4.7 Champs de température (variation de la vitesse)

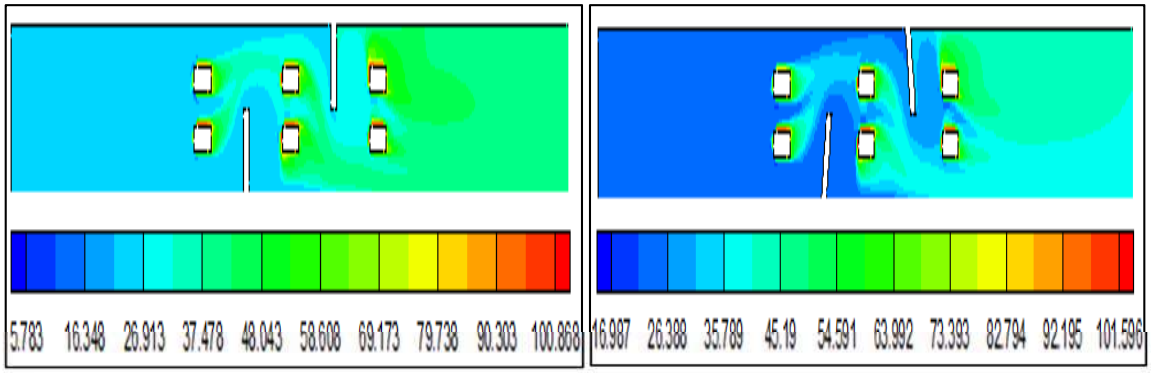
Vitesse=3.25m/s



Vitesse=6.5/s



Vitesse=13m/s



***Figure(IV.19)* :** répartition spatiale de champs de température dans long de 'échangeur de deux modèles de chicanes (verticale, orienté) par rapport à la variation de vitesse

La (figure IV.19) montre une représentation (répartition) spatiale de la distribution de température pour le cas que la vitesse d'entré de fluide caloporteur (l'air) changé et la hauteur de chicane fixé (l=0.0025m). On remarque pour les deux cas (chicane verticale, chicane orienté) une bonne interaction entre les côtés chaud et froid, on constate aussi que cette interaction est très claire quand la vitesse augmente, qui favorise le transfert de chaleur dans les deux types (chicane verticale, chicane orienté) d'une part, la diffusion axial est nettement meilleur pour la géométrie que le chicane orienté.

Conclusion

Ce chapitre qui a été consacré à l'analyse des résultats numériques de l'écoulement dans un échangeur de chaleur de type tube calandre avec emplacement des chicanes à position verticale et orienté, conjugué à l'évacuation de chaleur dissipée par des tubes de formes rectangulaire d'où les constations suivantes :

- La vitesse maximale dans le Cas des chicanes verticale est supérieure par rapport au cas des chicanes à position normal
- La taille des zones de recirculation est importante pour le cas des chicane verticale que le cas des normal, qui favorise l'évacuation de l'encrassement vers l'extérieur, et minimise les zones de stabilisation l'encrassement.
- Les pertes de charge dans les cas des chicanes verticale sont plus élevées que les cas de chicane orienté
- Les pertes de charge sont plus élevées que la hauteur de chicane diminue dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté).
- L'évacuation de la chaleur est mieux que la hauteur de chicanes augment dans les deux cas (chicane verticale, chicane orienté).
- L'évacuation de la chaleur est mieux dans le cas de géométrie de chicane verticale sauf dans le cas que le chicane à la même hauteur avec l'emplacement des tubes l'évacuation de chaleur est mieux dans le cas de géométrie de chicane orienté.

D'après les résultats de simulation on peut approuver que la position des chicanes a une influences sur le transfert thermodynamique entre les coté chaud et froid (évacuation de la chaleur).

Conclusion générale

CONCLUSION GENERALE

La prospection d'autres formes d'énergies propres et moins coûteuses est devenue une monnaie courante pour les pays industrialisés non producteur d'hydrocarbures et elle doit être considérée comme une stratégie clé pour les pays producteurs pour la préservation de richesses.

Les applications de l'énergie géothermie et d'autres formes d'énergies propres revêtent de jour en jour une importance stratégique à l'échelle mondiale, vu les seuils délicats et dangereux atteints par des formes traditionnelles d'énergie, en l'occurrence les prix exorbitants des hydrocarbures et le réchauffement planétaire. Ces applications brassent tous les besoins énergétiques de l'homme et son activité journalière, allant de la production de travail, de la chaleur et du froid.

L'objectif de ce travail est d'étudier le comportement dynamique et thermique de L'écoulement turbulent dans un échangeur de chaleur à tube calendre avec des chicanes dans la veine d'écoulement des fluides ou on a mené une étude comparative entre les chicanes verticale et orienté, on utilise le logiciel de calcul ANSYS.

Alors on put tirer les constations suivants :

- Pour avoir de bons résultats, il faut choisir le maillage qui conviens a la configuration étudie ;
- L'analyse des résultats obtenus a permis d'associer élévations de température du fluide caloporteur par l'effet des chicanes et les tubes à la sortie par rapport à l'entré. Ces résultats constituent un apport important pour l'enrichissement des connaissances sur la convection forcée à l'intérieur des échangeurs

- Les profils et la distribution de la vitesse montrent des zones de recirculation relativement intense au-dessus des facettes de chaque chicane dans les deux cas (verticale et orienté) La perturbation la plus élevée est obtenue en amont de chaque chicanes, ces zones de recirculations sont responsables à l'augmentation de la température du fluide caloporteur (un peu élève dans le cas verticale).
- Une proportionnalité directe entre la vitesse d'entre de fluide caloporteur et l'évacuation de chaleur.
- La quantité de la chaleur échangée entre les deux fluides (chaud et froid) est bien faite avec les chicane orienté que les chicane orienté
- Les zones de recirculations a une taille importante dans le cas chicane verticale que le cas chicane orienté ce qui favorise la défissions bidimensionnel qui implique une grande perte de charges singulière, d'un part est aussi favorise l'évacuation de l'encrassement vers l'extérieur, et minimise les zones de stabilisation d'encrassement d'autre part.

On conclut également que cas on peut diminuer l'allongement pour attendre les même résultats que dans le cas d'une section constante. Cette étude a montré que l'usage des ailettes dans la veine dynamique demeure un moyen efficace pour l'amélioration de ses performances. L'ensemble des résultats présentés montre bien la nette amélioration apportée par l'utilisation des obstacles orienté

Enfin, plusieurs développements futurs basés sur ce travail sont donc envisageables. Parmi les plus importants, en perspective, nous recommandons dans ce domaine, les points suivants :

-Pour déterminer des valeurs optimales, on recommande de compléter le présent travail par une étude technico-économique bien détaillée.

-La présence des chicanes réduit la région d'entrée (zone de développement). C'est dans cette partie où les échanges thermiques sont les plus importants. Il n'est donc pas intéressant de prolonger la longueur de la conduite au-delà d'une certaine valeur.

-Pour ce type de système, on recommande d'approfondir l'étude pour déterminer la meilleure disposition des chicanes sur les parois de l'échangeur ainsi que les paramètres optimaux de la géométrie (tel que : la largeur, la hauteur , l'épaisseur, le pas entre les chicanes, Nombre de chicanes, etc.).

La suite de ce travail de mémoire serait dirigée vers les études de la simulation à trois dimensions de la totalité des échangeurs.

BIBLIOGRAPHIE

[1] [redacted]

[2] [redacted]

[3] [redacted]

[4] [redacted]

[5] [redacted]

[6] [redacted]

[7] [redacted]

[8] [redacted]

[9] [redacted]

[10] [redacted]

[11] [redacted]

[12] [redacted]

[13] [redacted]

[14] [redacted]

[15] [redacted]

[16] [redacted]

[17] [redacted]

[18] [redacted]

[19] [redacted]

[20] [redacted]

[21] [redacted]

[22] [redacted]

[23] [redacted]

[24] [redacted]

[25] [redacted]

[26] [redacted]

[27] [redacted]

[28] [redacted]

[29] [redacted]

[30] [redacted]

[31] [redacted]

[32] [redacted]

[33] [redacted]

[34] [redacted]

[35] [redacted]

[36] [redacted]

[37] [redacted]

[38] [redacted]

[39] [redacted]

[40] [redacted]

[41] [redacted]

[42] [redacted]

[43] [redacted]

[44] [redacted]

[45] [redacted]

[46] [redacted]

[47] [redacted]

[48] [redacted]

[49] [redacted]

[50] [redacted]

[51] [redacted]

[52] [redacted]

[53] [redacted]

[54] [redacted]

[55] [redacted]

[56] [redacted]

[57] [redacted]

[58] [redacted]

[59] [redacted]

[60] [redacted]

[61] [redacted]

[62] [redacted]

[63] [redacted]

[64] [redacted]

[65] [redacted]

[66] [redacted]

[67] [redacted]

[68] [redacted]

[69] [redacted]

[70] [redacted]

[71] [redacted]

[72] [redacted]

[73] [redacted]

[74] [redacted]

[75] [redacted]

[76] [redacted]

[77] [redacted]

[78] [redacted]

[79] [redacted]

[80] [redacted]

[81] [redacted]

[82] [redacted]

[83] [redacted]

[84] [redacted]

[85] [redacted]

[86] [redacted]

[87] [redacted]

[88] [redacted]

[89] [redacted]

[90] [redacted]

[91] [redacted]

[92] [redacted]

[93] [redacted]

[94] [redacted]

[95] [redacted]

[96] [redacted]

[97] [redacted]

[98] [redacted]

[99] [redacted]

[100] [redacted]

[101] [redacted]

[102] [redacted]

[103] [redacted]

[104] [redacted]

[105] [redacted]

[106] [redacted]

[107] [redacted]

[108] [redacted]

[109] [redacted]

[110] [redacted]

[111] [redacted]

[112] [redacted]

[113] [redacted]

[114] [redacted]

[115] [redacted]

[116] [redacted]

[117] [redacted]

[118] [redacted]

[119] [redacted]

[120] [redacted]

[121] [redacted]

[122] [redacted]

[123] [redacted]

[124] [redacted]

[125] [redacted]

[126] [redacted]

[127] [redacted]

[128] [redacted]

[129] [redacted]

[130] [redacted]

[131] [redacted]

[132] [redacted]

[133] [redacted]

[134] [redacted]

[135] [redacted]

[136] [redacted]

[137] [redacted]

[138] [redacted]

[139] [redacted]

[140] [redacted]

[141] [redacted]

[142] [redacted]

[143] [redacted]

[144] [redacted]

[145] [redacted]

[146] [redacted]

[147] [redacted]

[148] [redacted]

[149] [redacted]

[150] [redacted]

[151] [redacted]

[152] [redacted]

[153] [redacted]

[154] [redacted]

[155] [redacted]

[156] [redacted]

[157] [redacted]

[158] [redacted]

[159] [redacted]

[160] [redacted]

[161] [redacted]

[162] [redacted]

[163] [redacted]

[164] [redacted]

[165] [redacted]

[166] [redacted]

[167] [redacted]

[168] [redacted]

[169] [redacted]

[170] [redacted]

[171] [redacted]

[172] [redacted]

[173] [redacted]

[174] [redacted]

[175] [redacted]

[176] [redacted]

[177] [redacted]

[178] [redacted]

[179] [redacted]

[180] [redacted]

[181] [redacted]

[182] [redacted]

[183] [redacted]

[184] [redacted]

[185] [redacted]

[186] [redacted]

[187] [redacted]

[188] [redacted]

[189] [redacted]

[190] [redacted]

[191] [redacted]

[192] [redacted]

[193] [redacted]

[194] [redacted]

[195] [redacted]

[196] [redacted]

[197] [redacted]

[198] [redacted]

[199] [redacted]

[200] [redacted]

[201] [redacted]

[202] [redacted]

[203] [redacted]

[204] [redacted]

[205] [redacted]

[206] [redacted]

[207] [redacted]

[208] [redacted]

[209] [redacted]

[210] [redacted]

[211] [redacted]

[212] [redacted]

[213] [redacted]

[214] [redacted]

[215] [redacted]

[216] [redacted]

[217] [redacted]

[218] [redacted]

[219] [redacted]

[220] [redacted]

[221] [redacted]

[222] [redacted]

[223] [redacted]

[224] [redacted]

[225] [redacted]

[226] [redacted]

[227] [redacted]

[228] [redacted]

[229] [redacted]

[230] [redacted]

[231] [redacted]

[232] [redacted]

[233] [redacted]

[234] [redacted]

[235] [redacted]

[236] [redacted]

[237] [redacted]

[238] [redacted]

[239] [redacted]

[240] [redacted]

[241] [redacted]

[242] [redacted]

[243] [redacted]

[244] [redacted]

[245] [redacted]

[246] [redacted]

[247] [redacted]

[248] [redacted]

[249] [redacted]

[250] [redacted]

[251] [redacted]

[252] [redacted]

[253] [redacted]

[254] [redacted]

[255] [redacted]

[256] [redacted]

[257] [redacted]

[258] [redacted]

[259] [redacted]

[260] [redacted]

[261] [redacted]

[262] [redacted]

[263] [redacted]

[264] [redacted]

[265] [redacted]

[266] [redacted]

[267] [redacted]

[268] [redacted]

[269] [redacted]

[270] [redacted]

[271] [redacted]

[272] [redacted]

[273] [redacted]

[274] [redacted]

[275] [redacted]

[276] [redacted]

[277] [redacted]

[278] [redacted]

[279] [redacted]

[280] [redacted]

[281] [redacted]

[282] [redacted]

[283] [redacted]

[284] [redacted]

[285] [redacted]

[286] [redacted]

[287] [redacted]

[288] [redacted]

[289] [redacted]

[290] [redacted]

[291] [redacted]

[292] [redacted]

[293] [redacted]

[294] [redacted]

[295] [redacted]

[296] [redacted]

[297] [redacted]

[298] [redacted]

[299] [redacted]

[300] [redacted]

[301] [redacted]

[302] [redacted]

[303] [redacted]

[304] [redacted]

[305] [redacted]

[306] [redacted]

[307] [redacted]

[308] [redacted]

[309] [redacted]

[310] [redacted]

[311] [redacted]

[312] [redacted]

[313] [redacted]

[314] [redacted]

[315] [redacted]

[316] [redacted]

[317] [redacted]

[318] [redacted]

[319] [redacted]

[320] [redacted]

[321] [redacted]

[322] [redacted]

[323] [redacted]

[324] [redacted]

[325] [redacted]

[326] [redacted]

[327] [redacted]

[328] [redacted]

[329] [redacted]

[330] [redacted]

[331] [redacted]

[332] [redacted]

[333] [redacted]

[334] [redacted]

[335] [redacted]

[336] [redacted]

[337] [redacted]

[338] [redacted]

[339] [redacted]

[340] [redacted]

[341] [redacted]

[342] [redacted]

[343] [redacted]

[344] [redacted]

[345] [redacted]

[346] [redacted]

[347] [redacted]

[348] [redacted]

[349] [redacted]

[350] [redacted]

[351] [redacted]

[352] [redacted]

[353] [redacted]

[354] [redacted]

[355] [redacted]

[356] [redacted]

[357] [redacted]

[358] [redacted]

[359] [redacted]

[360] [redacted]

[361] [redacted]

[362] [redacted]

[363] [redacted]

[364] [redacted]

[365] [redacted]

[366] [redacted]

[367] [redacted]

[368] [redacted]

[369] [redacted]

[370] [redacted]

[371] [redacted]

[372] [redacted]

[373] [redacted]

[374] [redacted]

[375] [redacted]

[376] [redacted]

[377] [redacted]

[378] [redacted]

[379] [redacted]

[380] [redacted]

[381] [redacted]

[382] [redacted]

[383] [redacted]

[384] [redacted]

[385] [redacted]

[386] [redacted]

[387] [redacted]

[388] [redacted]

[389] [redacted]

[390] [redacted]

[391] [redacted]

[392] [redacted]

[393] [redacted]

[394] [redacted]

[395] [redacted]

[396] [redacted]

[397] [redacted]

[398] [redacted]

[399] [redacted]

[400] [redacted]

[401] [redacted]

[402] [redacted]

[403] [redacted]

[404] [redacted]

[405] [redacted]

[406] [redacted]

[407] [redacted]

[408] [redacted]

[409] [redacted]

[410] [redacted]

[411] [redacted]

[412] [redacted]

[413] [redacted]

[414] [redacted]

[415] [redacted]

[416] [redacted]