RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE YAHIA FARES DE MEDEA

Faculté de Technologie

LBMPT
Médéa - Algérie

2018-UYFM-LBMPT

Doctorat

T H ÈS E

Pour obtention le grade de docteur délivré par

L'Université Yahia Farès de Médéa

Spécialité : Génie des Procédés
Génie des énergies renouvelables

Présentée et soutenue publiquement par

Sid Ahmed ALLICHE

CONVECTION MIXTE D'UN FLUIDE MICROPOLAIRE AUTOUR D'UN CYLINDRE VERTICAL CREUX ET MINCE -EFFET MHD-

Directeur de thèse : **Mohamed Najib BOUAZIZ**

Jury

Dr. Salam ABUDURA	Professeur, UYFMédéa	Président
Dr. Mohamed Najib BOUAZIZ	Professeur, UYFMédéa	Directeur de thèse
Dr. Boualem CHETTI	Maitre de Conférences A, UDBKM	Examinateur
Dr. Mounir ZIRARI	Maitre de Conférences A, UYFMédéa	Examinateur

Laboratoire de Biomatériaux
et Phénomènes de Transport

THÈSE

Dédicace



A CELUI QUI M'A INDIQUE LA BONNE VOIE EN ME RAPPELANT QUE LA VOLONTE FAIT TOUJOURS LES GRANDS HOMMES...

À mon Père.

A CELLE QUI A ATTENDU AVEC PATIENCE LES FRUITS DE SA BONNE EDUCATION,...

À ma Mère.

Remerciements

Remerciements

Ces sept années de thèse sont passées à une allure folle mais resteront inoubliables grâce aux belles rencontres que j'ai eu la chance de faire et à l'expérience formidablement enrichissante qu'elles m'ont apportées. Je me suis levé tous les matins (sauf les weekends !) avec le plaisir d'aller travailler, sincèrement ; avec l'envie d'avancer, de ne pas décevoir ceux qui m'ont fait confiance et de présenter ces travaux de thèse avec fierté.

Je souhaite pour cela remercier du fond du cœur mon encadreur Monsieur BOUAZIZ MOHAMED NADJIB *Professeur à L'université de Médéa pour son encadrement et ses nombreux conseils.*

Merci pour votre confiance que vous m'avez donnée et votre faculté étonnante de pouvoir remonter le moral en quelques mots. Je vous suis sincèrement reconnaissant pour tout ce que vous m'avez apporté, votre expérience inestimable, votre savoir partagé et espère pouvoir un jour vous rendre la pareille. Merci pour l'implication que vous m'avez donnée dans des projets passionnants, et pour les très bons moments passés en votre compagnie.

Je remercie tous les membres du jury pour avoir accepté de lire ce travail et de participer à la soutenance de cette thèse.

Je tiens également à remercier chaleureusement Dr. Ali TETBIRT, *pour son aide, et pour m'avoir toujours accordé du temps quand j'en avais besoin.*

En fin, pour leur soutien sans faille, inconditionnel et permanent, je remercie de tout mon cœur mes parents, les membres de ma famille et toutes personnes qui ont contribué de prés ou de loin à la réalisation de ce travail.

Khemis Miliana, janvier 2019.

Alliche Sid Ahmed

ملخص

لاقت النمذجة والتحليل لديناميكيات الموائع الميكرو قطبية الكثير من الاهتمام في العقود الأخيرة حيث تستخدم هذه الأنواع من السوائل لشرح تدفق الدم الحيواني ، والدهنيات ، والبوليمرات ، ومواد التشحيم الغريبة ، والسوائل الكريستالية ، الزيوت القذرة ، تدفق المواد الغروانية المعلقة ، إلخ.....

يهدف العمل الحالي إلى دراسة نقل الحرارة والكتلة عن طريق الحمل الحراري المختلط للسائل الميكرو قطبي حول اسطوانة عمودية جوفاء ورقيقة تحت تأثير المجال المغناطيسي والإشعاع الحراري مع درجة حرارة و تركيز سطح ثابت ، لم يتطرق إلى هذه الدراسة من قبل.

تم تقديم نموذج رياضي يعتمد على معادلات نافير ستوكس ، مع الأخذ بعين الاعتبار مصطلح المجال المغناطيسي في معادلة زخم الحركة ، والإشعاع الحراري في معادلة الطاقة بالإضافة إلى معادلة تحويل الكتلة .تم تحويل المعادلات التفاضلية غير الخطية المحددة في هذه الدراسة إلى معادلات محلية غير متشابهة، والتي تم حلها عدديًا على أساس نموذج المعادلة الثنائية باستخدام ماتلاب .لقد تم عرض النتائج العددية للسرعة ودرجة الحرارة والتركيز وكذلك معاملات الاحتكاك ونقل الحرارة و نقل الكتلة بيانياً لإظهار تأثير المواد الميكروقطبية ، والمجال المغناطيسي ، والإشعاع و معامل الطفو. تظهر نتائج هذه الدراسة أن الاحتكاك المحلي لسائل ميكرو قطبي أقل شدة من احتكاك سائل نيوتوني ، إن المجال المغناطيسي له تأثير معاكس على سرعة المائع بسبب قوة لورنتس وتحسن في الحرارة بسبب الإشعاع الحراري .أخيرا ، تُحسِّن قوة الطفو نقل الحرارة ونقل الكتلة.

الكلمات المفتاحية: سائل ميكروقطبي ، مجال مغناطيسي ، إشعاع حراري ، حمل حراري مختلط ، نقل الحرارة والكتلة .

Abstract

Modeling and analysis of micropolar fluid dynamics has received a lot of attention in recent decades as these types of fluids are used to explain the flow of animal blood, paints, polymers, exotic lubricants, crystals liquids, dirty oils and the flow of colloidal suspensions, etc.

The present work aims to set up the heat and mass transfer by mixed convection of a miropolar fluid along a vertical slender hollow circular cylinder under the influence of the effects of the magnetic field and thermal radiation with a uniform temperature and concentration at the surface, this configuration is not considered before in the open literature.

A mathematical model based on the Navier Stokes equations has been presented with the mechanisms of the theme, taking into account the magnetic field term in the momentum equation, thermal radiation in the energy equation, and the mass transfer equation. The nonlinear differential equations established in this study were transformed into local non-similar equations, which are solved numerically on the basis of the two equation model using MATLAB with the bvp4c solver. Numerical results for velocity, temperature and concentration profiles as well as local skin friction, heat transfer and mass transfer parameters are presented graphically to show the influence of micropolar material, magnetic field, radiation and buoyancy parameters. The results of this study show that the local skin friction of a micropolar fluid is inferior to that of a Newtonian fluid, the magnetic field has a retarding effect on the fluid velocity due to the Lorentz force and an improvement in heat transfer because of the heat radiation. Finally, the buoyancy force improves the heat and mass transfer.

Key words: Micropolar fluid, Magnetic field, Thermal radiation, Mixed convection, heat and mass transfer

Résumé

La modélisation et l'analyse de la dynamique des fluides micropolaires a reçu beaucoup d'attention au cours des dernières décennies car ces types de fluides sont utilisés pour expliquer le flux de sang animal, les peintures, les polymères, les lubrifiants exotiques, les cristaux liquides, les huiles sales et le flux de suspensions colloïdales, etc.

Le présent travail vise à mettre en place le transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide miropolaire autour d'un cylindre vertical creux et mince sous l'influence des effets du champ magnétique et du rayonnement thermique avec une température et une concentration de surface uniformes, cette configuration n'est pas envisagée auparavant dans la littérature ouverte.

Un modèle mathématique basé sur les équations de Navier Stokes a été présenté avec les mécanismes du thème, en prenant en compte le terme de champ magnétique dans l'équation de quantité de mouvement, le rayonnement thermique dans l'équation d'énergie, ainsi que l'équation de transfert de masse. Les équations différentielles non linéaires établies dans cette étude ont été transformé en équations de non-similarité locales, qui sont résolues numériquement sur la base du modèle à deux équations en utilisant MATLAB avec le solveur bvp4c.

Les résultats numériques pour les profils de vitesse, de température et de concentration ainsi que les paramètres locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse sont présentés graphiquement pour montrer l'influence du matériau micropolaire, du champ magnétique, du rayonnement et des paramètres de flottabilité. Les résultats de cette étude montrent que le frottement local d'un fluide micropolaire est inferieur à celle d'un fluide Newtonien, le champ magnétique a un effet retardateur sur la vitesse de fluide à cause de la force de Lorentz et une amélioration de transfert de chaleur du également à la présence du rayonnement thermique. Enfin, la force de flottabilité améliore le transfert de chaleur et de masse.

Mots clés: Fluide micropolaire, Champ magnétique, Rayonnement thermique, Convection mixte, Transfert de chaleur et de masse.

NOMENCLATURE

B	Densité de la micro inertie	-----
B_0	Densité de flux magnétique	-----
C_f	Coefficient de frottement	-----
Cp	Capacité thermique à pression constante	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$
D	Diffusivité massique	$(m^2.s^{-1})$
F	Fonction de flux réduit	-----
g	L'accélération due à la gravité	$(m.s^{-2})$
G	Micro-rotation sans dimension	------
$\mathrm{Gr_m}$	Nombre de Grashof solutal	------
$\mathrm{Gr_T}$	Nombre de Grashof thermique	------
j	Densité de la micro d'inertie	------
j_w	flux de masse de surface	$(kg.s^{-1}.m^2)$
k	Conductivité thermique	$(W.m^{-1}.K^{-1})$
k_e	Coefficient d'absorption moyen	(m^{-1})
L	Longueur du cylindre	(m)
Mn	Paramètre magnétique	-------
N	Vitesse angulaire du fluide micropolaire	-------
$\mathrm{N_{br}}$	Rapport de flottabilité	-------
N_e	Paramètre de rayonnement	--------
Nu_x	Nombre de Nusselt local	--------
Pr	Nombre Prandtl	-------
q_r	Flux de chaleur radiatif	$(W.m^{-2})$
q_w	Flux de chaleur de surface	$(W.m^{-2})$
r_0	Rayon du cylindre	(m)
Re	Nombre de Reynolds	--------
Re_x	Nombre de Reynolds local	-------
Ri	Nombre de Richardson	-------
Sc	Nombre de Schmidt.	-------
Sh_x	Nombre de Sherwood local	------
T	Température du fluide	(k)
u, v	Vitesse le long des directions x et r	(m/s)

Nomenclature

x, r	Coordonnées dans les directions axiale et radiale	(m)

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique	$(m^2.s^{-1})$
β	Coefficient de dilatation thermique	(K^{-1})
γ	Viscosité du gradient de spin	$(kg.m.s^{-1})$
Δ	Viscosité du tourbillon	-------
η	Pseudo-similarité variable	-------
θ	Température adimensionnelle	------
κ	Viscosité du vortex	$(kg.m^{-1}.s^{-1})$
λ	Viscosité du gradient de spin adimensionnelle	------
ν	Viscosité cinématique	$(m^2.s^{-1})$
ξ	Coordonnée longitudinale	
ρ	Masse volumique	$(kg.m^{-3})$
σ	Transverse paramètre de courbure	------
$\sigma*$	Conductivité électrique du fluide	-------
σ_s	Constante de Stefan-Boltzmann	$(W.m^{-2} \cdot K^{-4})$
τ_w	Contrainte de cisaillement de paroi	$(kg.m^{-1}.s^{-2})$
ϕ	Concentration adimensionnelle	-------
φ	Fonction de flux libre	$(m^2.s^{-1})$

Indices

w	pour le mur	-------
∞	pour le bord de la couche limite	-------

Table des matières

Dédicace	i
Remerciements	ii
ملخص	iii
Abstract	iv
Résumé	v
Nomenclature	vi
Table des matières	viii
Liste des figures et liste des tableaux	xv
Introduction générale	01
I- Fluides micropolaires et rhéologie	04
1.1. Introduction	05
1.2. Fluides micropolaires	05
1.2.1. Exemples des fluides micropolaires	05
1.2.2. Modèles rhéologiques de fluides micropolaires	12
1.3. Caractéristiques générales d'un fluide micropolaire	13
1.3.1. Viscosité du vortex	13
1.3.2. Micro-rotation (vortex)	13
II- **Champ magnétique et convection mixte**	15
2.1. Introduction	16
2.2. Transfert de masse	16
2.3. Transfert de chaleur	16
2.3.1 Transfert de chaleur par convection	16
2.4 Force de flottabilité	21
2.4.1 Force de flottabilité thermique	21
2.4.2 Force de flottabilité massique	21
2.5. Radiation	21
2.6. Magnétohydrodynamique	22
2.7. Les équations de la magnétohydrodynamique	23
2.8. Equations générales de conservation	24
2.8.1 Equation de continuité	24

2.8.2. Équation de la quantité de mouvement 25
2.8.3 Equation d'énergie 25
2.8.4 Equation de transfert de masse 25

III- **Modèles mathématique d'un écoulement autour d'un cylindre vertical creux et mince** 26

3.1. Introduction 27
3.2. Formulation mathématique du problème pour un fluide Newtonien 27
3.2.1 Description du problème 27
3.2.2 Hypothèses simplificatrices 27
3.2.3 Equations générales du problème 28
3.2.4 Transformation des équations gouvernantes 30
3.2.5 Modèle de similarité locale 31
3.2.6 Modèle de non-similarité locale 32
3.3. Formulation mathématique du problème pour un fluide Newtonien 34
3.3.1 Description du problème 34
3.3.3 Equations générales du problème 35
3.3.4 Transformation des équations gouvernantes 36
3.3.5 Modèle de similarité locale 37
3.3.6 Modèle de non-similarité locale 38

IV- **Résultats d'un écoulement autour d'un cylindre vertical creux et mince soumis à la MHD et au rayonnement thermique** 41

4.1 Introduction 42
4.2 Solution numérique 42
4.3 Validation du résultat numérique 42
4.4. Résultats et discussion pour un fluide Newtonien 44
4.4.1 L'effet du paramètre de champ magnétique sur les profils de vitesse, de température et de concentration 44
4.4.2 L'effet du paramètre de rayonnement sur les profils de vitesse, de température et de concentration 46
4.4.3 L'effet du paramètre de flottabilité sur les profils de vitesse, de température et de concentration 48

4.4.4 L'effet du paramètre de champ magnétique Mn sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse 50
4.4.5 L'effet du paramètre de rayonnement thermique Ne sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse 52
4.4.6 L'effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse 54
4.5 Résultats et discussion pou un fluide micropolaire 56
4.5.1 L'effet du paramètre de matériau micropolaire sur les profils de vitesse, de température et de concentration 56
4.5.2 L'effet du paramètre de champ magnétique sur les profils de vitesse, de température et de concentration 58
4.5.3 L'effet du paramètre de rayonnement sur les profils de vitesse, de température et de concentration 60
4.5.4 L'effet du paramètre de flottabilité sur les profils de vitesse, de température et de concentration 62
4.5.5 L'effet du paramètre de matériau micropolaire sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse 64
4.5.6 L'effet du paramètre de champ magnétique Mn sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse 66
4.5.7 L'effet du paramètre de rayonnement thermique Ne sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse 68
4.5.8 L'effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse 70
4.6 Conclusion 72

Conclusion et Perspectives 73

Références 75

Liste des figures

Figure 1.1: Cristaux liquides en forme de bâtonnets: (a)structure chimique, (c) modèle de remplissage spatial, (e) modèle physique. Cristaux liquides en forme de disque: (b) structure chimique, (d) mode de remplissage de l'espace, (f) modèle physique…… 06

Figure 1.2: Représentation schématique des arrangements moléculaires des phases dans (a) nématique, (b) cholestérique, (c) smectique A, et (d) smectiques C…….... 07

Figure 1.3: La vitesse de cisaillement dépend de la viscosité η, observée pour une masse fondue de PE à différentes températures ……..... 08

Figure 1.4: Représentations du modèle pour les particules non sphériques….. 09

Figure 1.5: Illustration simplifiée de la composition principale du sang……..... 11

Figure 1.6: Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang……... 11

Figure 1.7: Variation de contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement pour différents types de fluides……. 12

Figure 2.1 : Transfert de chaleur par convection…….. 17

Figure 2.2 : Convection naturelle …… ……...…… 18

Figure 2.3 : Convection forcée …… 19

Figure 2.4 : convection combinée ou mixte …… 19

Figure 3.1 : Modèle physique et système de coordonnées pour un fluide Newtonien… 28

Figure 3.2 : Modèle physique et système de coordonnées pour un fluide Newtonien… 34

Figure 4.1 : Comparaison du coefficient de transfert de chaleur local entre le modèle de similarité locale et le modèle à deux équations locale non similaires ……. 43

Figure 4.2 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de champ magnétique à ξ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Ne* = 3.0…… 45

Figure 4.3 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de rayonnement thermique à ξ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Mn* = 0.5……... 47

Figure 4.4 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de ***Ri*** à ξ = 1.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0…… ……..… 49

Figure 4.5 : Effet du paramètre de champ magnétique sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ri* = 2.0, *Ne* = 3.0 …….. 51

Figure 4.6 : Effet du paramètre de rayonnement thermique sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ri* = 2.0 et *Mn* = 0.5….. 53

Figure 4.7 : Effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ne*= 3.0 et *Mn* = 0.5 ……... 55

Liste des figures

Figure 4.8 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de paramètre de matériau micropolaire à ξ = 1.0, *Ri* = 2.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0…… 57

Figure 4.9 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de ***Mn*** à ξ = 1.0, Δ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Ne* = 3.0……. 59

Figure 4.10 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de ***Ne*** à ξ = 1.0, Δ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Mn* = 0.5……. 61

Figure 4.11 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de ***Ri*** à ξ = 1.0, Δ = 1.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0 …….. 63

Figure 4.12 : Effet du paramètre de matériau micropolaire sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ri* = 2.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0…….. 65

Figure 4.13 : Effet du paramètre de champ magnétique sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à Δ= 1.0, *Ri* = 2.0 et *Ne* = 3.0…… 67

Figure 4.14 : Effet du paramètre de rayonnement thermique sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à Δ= 1.0, *Ri* = 2.0 et *Mn* = 0.5……. 69

Figure 4.15 : Effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à Δ= 1.0, *Ne*= 3.0 et *Mn* = 0.5……... 71

Liste des tableaux

Tableau 1.1: Les forces agissant sur des suspensions colloïdales ……. 10

Tableau 1.2: Modèles mathématiques pour le comportement des fluides micropolaires……. 12

Tableau 4.1 : Comparaison des paramètres locaux de frottement et de transfert thermique avec : $\mathrm{Pr} = 1.0, Ri = 5.0, Mn = 0.5, Ne \to \infty, N_{br} = 0.0, Sc = 0.0$ ……. 43

Introduction générale

Le transfert de chaleur par convection mixte a attiré une attention considérable au cours des dernières décennies en raison de ses nombreuses applications d'ingénierie importantes telles que les réacteurs nucléaires refroidis en cas d'arrêt d'urgence, les collecteurs solaires, les échangeurs de chaleur placés dans des environnements à basse vitesse.

A l'heure actuelle, la convection est un phénomène de transfert de chaleur qui a été élargi aux fluides non classiques, ou autrement dit les fluides non Newtonien. Les fluides micropolaires appartiennent à une classe de fluides à tenseur de contraintes non symétrique et caractérisés par la microstructure. Physiquement, les fluides micropolaires représentent des fluides constitués des particules rigides, orientées de manière aléatoire (ou sphériques) dans un milieu visqueux. La déformation des particules de fluide est négligée par plusieurs auteurs. Ces types des fluides sont utilisés pour expliquer le flux de polymères, de sang animal, des cristaux liquides, etc.

Par ailleurs, la magnétohydrodynamique dans les vastes domaines des transferts thermiques et massiques a fais l'objet d'une attention considérable car ils étaient utilisés dans l'extorsion d'énergie dans le sous-sol, l'évacuation des déchets nucléaires et la science spatiale. L'idée de base derrière MHD est que les champs magnétiques peuvent induire des courants dans un fluide conducteur en mouvement, ce qui crée des forces sur le fluide et modifie également la discipline magnétique elle-même. L'ensemble des équations qui décrivent la MHD est un mélange des équations de Navier-Stokes de la dynamique des fluides et des équations de Maxwell de l'électromagnétisme. Ces équations différentielles veulent être résolues simultanément, analytiquement ou numériquement.

Enfin, le problème du rayonnement thermique est devenu très attiré par plusieurs chercheurs, car ces applications sont pratiques dans de nombreux domaines. À haute température de fonctionnement, l'effet de rayonnement peut être assez important. De nombreux processus dans les zones d'ingénierie se produisent à haute température, et les connaissances sur le transfert de chaleur deviennent très importantes pour la conception d'équipements fiables, centrales nucléaires, turbines à gaz et divers appareils de propulsion ou avions, missiles, satellites et véhicules spatiaux.

La revue de la littérature est relativement abondante, en égard aux multiples mécanismes décrits plus dont :

Chen et Mucoglu [1] et Mucoglu et Chen [2] ont présenté les effets de la force de flottabilité sur le transfert thermique par convection le long d'un cylindre vertical à température de paroi uniforme et conditions de flux de chaleur de surface uniformes, respectivement. Patil et Pop [3] ont discuté les effets combinés de la force de flottabilité et de la diffusion thermique du flux de convection mixte instationnaire sur l'étirement d'un cylindre mince vertical non-perméable, le système d'équations différentielles partielles non linéaires résultant est résolu par un schéma de différences finies implicites en combinaison avec la technique de quasi-linéarisation. Le transfert de chaleur par convection mixte autour d'un

cylindre vertical et mince sous l'effet combiné de la flottabilité de la diffusion thermique et massique a été étudié par Takhar et al. [4]. Lee et al. [5] ont analysé la convection mixte le long des cylindres verticaux et des aiguilles avec un flux de chaleur de surface uniforme. Chen et Yuh [6] ont analysé le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle le long d'un cylindre vertical sous l'effet combiné de la force de flottabilité de la diffusion thermique et des espèces chimique. Ganesan et Loganathan [7] ont étudié le flux convectif naturel instationnaire avec transfert de chaleur et de masse d'un cylindre vertical mobile à une température et une concentration de surface uniformes. Ellahi et al. [8] ont présenté un écoulement de convection libre et forcé combiné et un transfert de chaleur caractérisé le long d'un cylindre vertical mince et perméable utilisant la méthode d'analyse d'homotopie et la technique de Pade. Ishak [9] a présenté les solutions de similitude pour le flux de convection mixte stationnaire passé autour d'un cylindre vertical avec un flux de chaleur de surface prescrite. Deka et Paul [10] ont présenté un écoulement convectif instationnaire autour d'un cylindre vertical infini avec des effets combinés de transfert de chaleur et de masse.

Les fluides micropolaires et les fluides thermomicropolaires ont été théorisés d'abord par Eringen [11, 12]. Ariman et al. [13, 14] Ont rapporté des bonnes revues sur l'application de fluides micropolaires dans l'ingénierie et la technologie. Sur la base de cette théorie, Gorla et Takhar[15] ont étudié le problème des effets de courbure transversale induits autour d'un cylindre vertical avec un fluide micropolaire dans le cas d'un écoulement de convection libre axisymétrique. Le transfert de chaleur par convection mixte d'un fluide micropolaire autour d'un cylindre mobile vertical continu est traité par Gorla [16]. Pour analyser l'effet de la flottabilité et de la conduction de la paroi sur le flux de convection forcée, Chang [17] considère un fluide micropolaire autour d'un cylindre vertical creux et mince.

Kaya [18] a analysé l'effet de la conduction de paroi sur le transfert de chaleur par convection mixte en présence de la magnéthohydrodynamique autour d'un cylindre vertical creux et mince en utilisant la méthode de la boîte Keller. Mansour et al. [19] ont présenté les résultats du transfert de chaleur et de masse échangés dans un écoulement de fluide micropolaire sur un cylindre circulaire maintenu à flux de chaleur et de masse uniformes sous l'influence d'un champ magnétique. Le transfert de masse dans un écoulement d'un fluide micropolaire par convection libre le long d'une plaque poreuse mobile verticale immergée dans un milieu poreux sous l'effet d'un champ magnétique a été étudiée par Kim [20]. Chen [21] a analysé l'effet de MHD sur le problème du flux de convection naturelle sur une surface perméable et inclinée avec une température et une concentration de paroi variables. Dans le même sens, Hayat et al. [22] ont examiné l'effet de la magnétohydrodynamique d'un écoulement du point de stagnation de fluide micropolaire sur une surface d'étirement non linéaire.

A la lumière de la revue de la littérature exposée, il est apparu que certaines configurations n'ont pas reçu l'attention adéquate, à savoir la géométrie consistant en un cylindre vertical creux et mince, d'une part. D'autre part, peu d'analyses ont pris en charge le type de fluide micropolaire, notamment, les études présentées sont dédiés principalement aux fluides Newtoniens.

Seul Chang [17] a présenté une configuration du type cylindre vertical creux et mince, en présence d'une dynamique d'un fluide micropolaire.

La présente contribution consiste à élargir la configuration citée, munie pour un fluide micropolaire, en présence de la MHD (magnétohydrodynamique), combinée aux rayonnements thermiques et pour une approche spécifique à la convection mixte, ou les deux mécanismes forcée est naturelle sont du même ordre.

Dans cette étude, il est intéressant d'examiner les effets du champ magnétique et du rayonnement thermique d'un fluide micropolaire autour d'un cylindre vertical creux et mince lorsque le transfert de chaleur et de masse par convection mixte agissent. Les équations de Navier stokes simplifiées en équations de couches limites par Prandtl ont été d'abord posées suivant tous les phénomènes et mécanismes introduits dans la problématique. Le système lui a été adjoint les conditions aux limites appropriées. Dans une autre étape, les équations différentielles ont été transformées en équations de non-similarité locales. Ensuite ils ont été résolus numériquement en utilisant le code MATLAB avec le solveur bvp4c [23]

I- Fluides micropolaires et rhéologie

I- Fluides micropolaires et rhéologie

1.1. Introduction

Dans ce chapitre nous avons abordé en premier lieu la définition des fluides micropolaires. Ces fluides portant en son sein des microstructures rigides ayant une vitesse angulaire propre ce qui entraîne l'apparition de nouvelles contraintes dont il faut tenir compte. Ensuite en donnant des exemples de ce type de fluides non Newtoniens (les cristaux liquides, les polymères à longue chaîne, colloïdes et sangs). D'autre part, nous présentons quelques modèles rhéologiques des fluides micropolaires telles que le modèle de carreau. Finalement nous étudions les caractéristiques générales d'un fluide micropolaire.

1.2. Fluides micropolaires

Les fluides micropolaires sont des fluides non-Newtoniens à microstructure. Ils appartiennent à une classe de fluides à tenseur de contrainte non symétrique que nous appellerons fluides polaires, et comprennent, dans un cas particulier, le modèle bien établi de fluides classiques de Navier-Stokes que nous appellerons fluides ordinaires. Physiquement, les fluides micropolaires peuvent représenter des fluides constitués de particules orientées aléatoirement (ou sphériques) suspendues dans un milieu visqueux, où la déformation des particules fluides est ignorée.[24]

La théorie [25] prend en compte les effets microscopiques issus de la structure locale et des micro-mouvements des éléments fluides et fournit la base d'un modèle mathématique pour les fluides non- Newtoniens pouvant être utilisé pour analyser le comportement des lubrifiants exotiques, des polymères, des cristaux liquides Eringen [12] a ensuite étendu cette théorie à l'étude des fluides thermo-micropolaires en tenant compte des effets thermiques. Une revue de la théorie des fluides micropolaires et l'application de la mécanique des fluides micropolaires a été présentée par Ariman et al. [13].

1.2.1. Exemples des fluides micropolaires

1.2.1.1. Cristaux liquides

Les cristaux liquides sont des mésophases entre des solides cristallins et des liquides isotropes. Les constituants sont des molécules organiques allongées en bâtonnets ou discoïdes, comme le montre la figure 1.1. La taille des molécules est typiquement de quelques nanomètres (nm). Le rapport entre la longueur et le diamètre des molécules en forme de bâtonnet ou le rapport entre le diamètre et l'épaisseur des molécules en forme de disque est d'environ 5 ou plus. Parce que les molécules ne sont pas sphériques, en plus de l'ordre de position, elles peuvent également posséder un ordre d'orientation.[26].

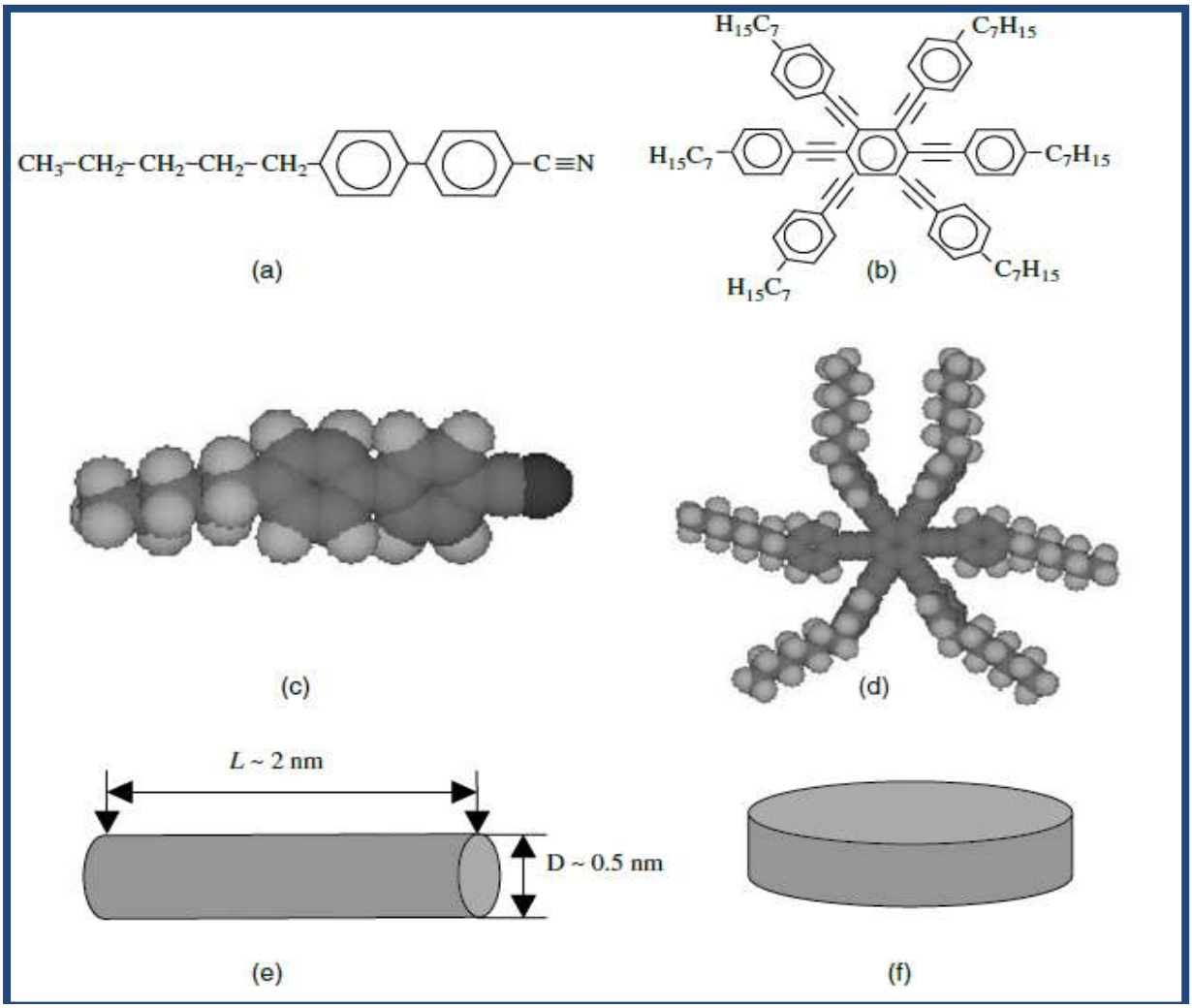


Figure 1.1 : Cristaux liquides en forme de bâtonnets: (a) structure chimique, (c) modèle de remplissage spatial, (e) modèle physique. Cristaux liquides en forme de disque: (b) structure chimique, (d) mode de remplissage de l'espace, (f) modèle physique, [26].

Les cristaux liquides en forme de bâtonnet sont classées en trois catégories: nématiques, cholestériques et smectiques, [27].

- ✓ **Cristaux liquides nématiques**

Le cristal liquide nématique a un degré élevé d'ordre d'orientation à longue distance mais aucun ordre de translation à longue distance. Cela implique que les molécules sont orientées dans une direction privilégiée. (figure 1.2a), [27, 28].

- ✓ **Cristaux liquides cholestériques**

Le cholestérique est également un type nématique de cristal liquide sauf qu'il est composé de molécules optiquement actives. En conséquence, la structure acquiert une torsion spontanée autour d'un axe perpendiculaire au directeur. (figure 1.2b), [27].

✓ **Cristaux liquides smectiques**

Les cristaux liquides smectiques ont des structures stratifiées, mais une variété d'arrangements moléculaires se trouve dans chaque stratification. Dans Smectic A (S_A), l'orientation moyenne des axes moléculaires longs est normale aux couches et les centres moléculaires de chaque couche sont irrégulièrement espacés de manière "liquide" (figure 1.2c). Smectique C (Sc) est une forme inclinée de smectique A, c'est-à-dire que les molécules sont inclinées par rapport à la couche normale (figure 1.2d), [27].

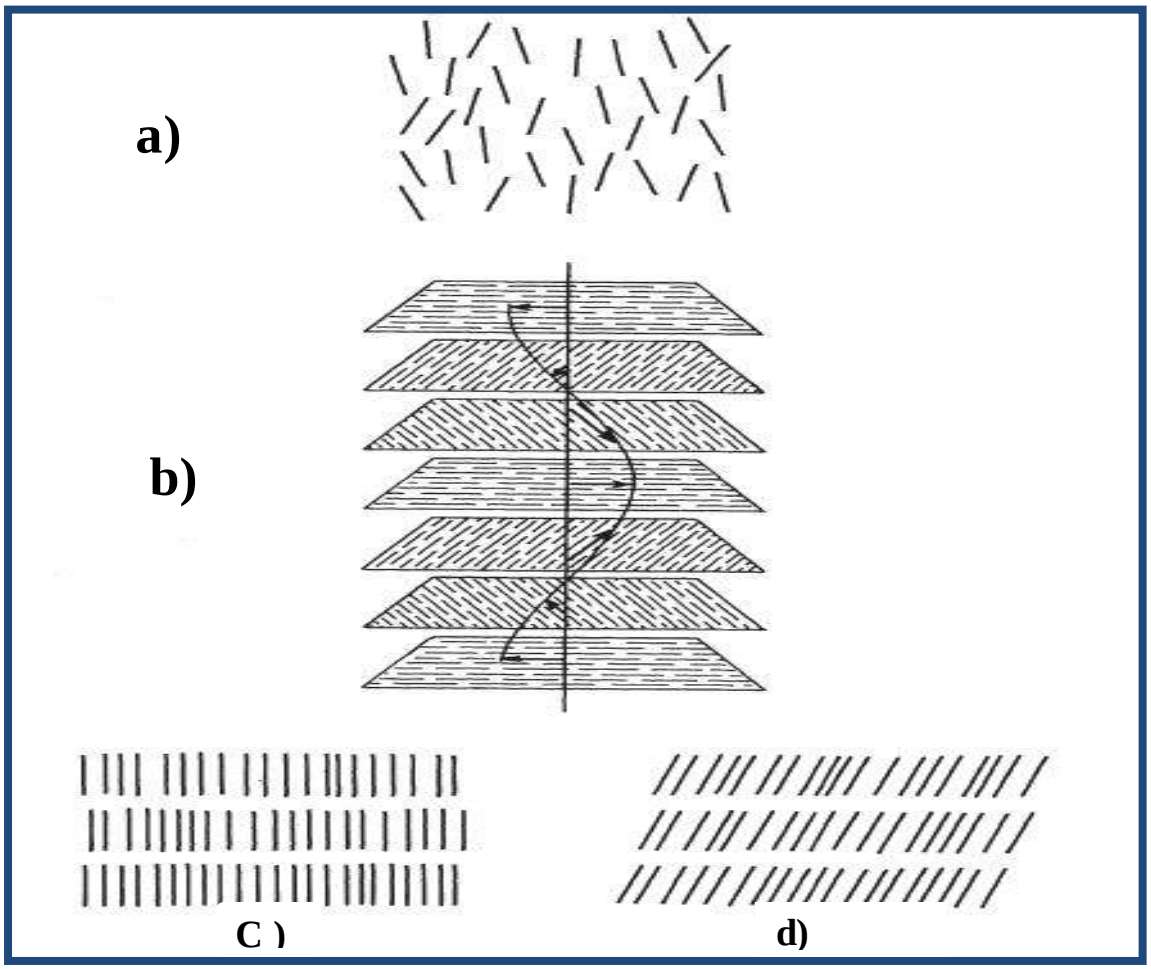


Figure 1.2 : Représentation schématique des arrangements moléculaires des phases dans (a) nématique, (b) cholestérique, (c) smectique A, et (d) smectiques C, [27].

1.2.1.2 les polymères

Les liquides polymères sont des fluides complexes et sont considérés comme des fluides non-Newtoniennes: ils présentent un comportement à la fois liquide et solide, et certaines de leurs propriétés dynamiques peuvent ne pas être des constantes thermodynamiques mais une constante efficace dépendante des forces agissant sur elle. Un exemple est la "viscosité" qui est en fonction du taux de cisaillement ou qui change avec le temps. (figure 1.3), [29].

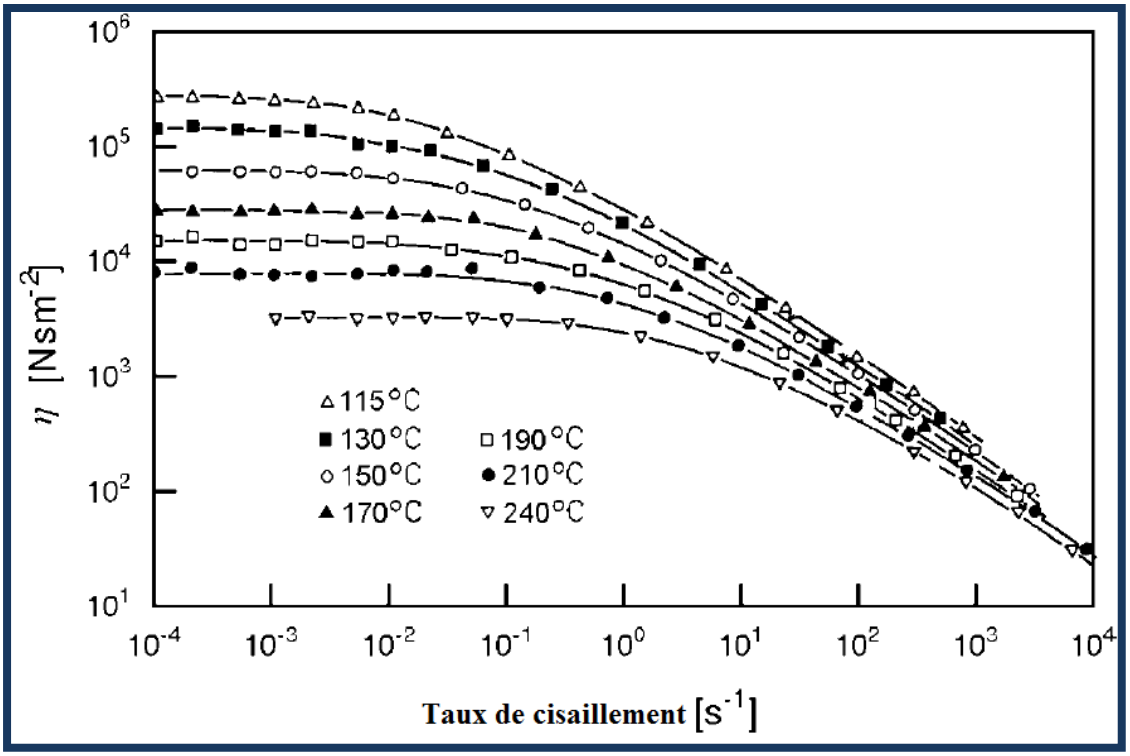


Figure 1.3 : La vitesse de cisaillement dépend de la viscosité η, observée pour une masse fondue de PE à différentes températures, [30].

1.2.1.3 Colloïdes

Les dispersions colloïdales sont des fluides complexes dans lesquels des particules de taille nanométrique ou micrométrique sont dispersées dans un solvant. La taille des particules colloïdales est plus grande que celle des molécules constituantes du solvant, mais suffisamment petite pour que leur mouvement soit déterminé par un mouvement brownien activé thermiquement; plutôt que de se contenter de gravitation, ou la sédimentation. Certains exemples de dispersions colloïdales sont présents en permanence dans notre vie quotidienne (détergents, argiles, peintures, encres), [31].

Quelques exemples de processus qui reposent fortement sur l'application de phénomènes colloïdes sont: lubrification, polymérisation en émulsion, détergence, clarification de l'eau, préparation des aliments, [31].

- **Classification des colloïdes**

Les colloïdes peuvent être regroupés en trois classifications générales:

- Les dispersions colloïdales sont thermodynamiquement instables en raison de leur haute énergie libre de surface et sont des systèmes irréversibles en ce sens qu'elles ne sont pas facilement reconstituées après la séparation des phases.
- Les solutions vraies de matériau macromoléculaire (naturel ou synthétique) sont thermodynamiquement stables et réversibles en ce sens qu'elles sont facilement reconstituables après séparation du soluté du solvant.
- Colloïdes d'association thermodynamiquement stables.

➢ **Forme de particule colloïdale**

En gros, les particules colloïdales peuvent être classées selon leur forme corpusculaire, laminaire ou linéaire. La forme exacte peut être complexe mais, en première approximation, les particules peuvent souvent être traitées théoriquement en termes de modèles relativement simples (figure 1.4). Le modèle le plus facile à traiter théoriquement est la sphère, et de nombreux systèmes colloïdaux contiennent en fait des particules sphériques ou presque sphériques. Les émulsions, les latex, les aérosols liquides, etc., contiennent des particules sphériques, [31].

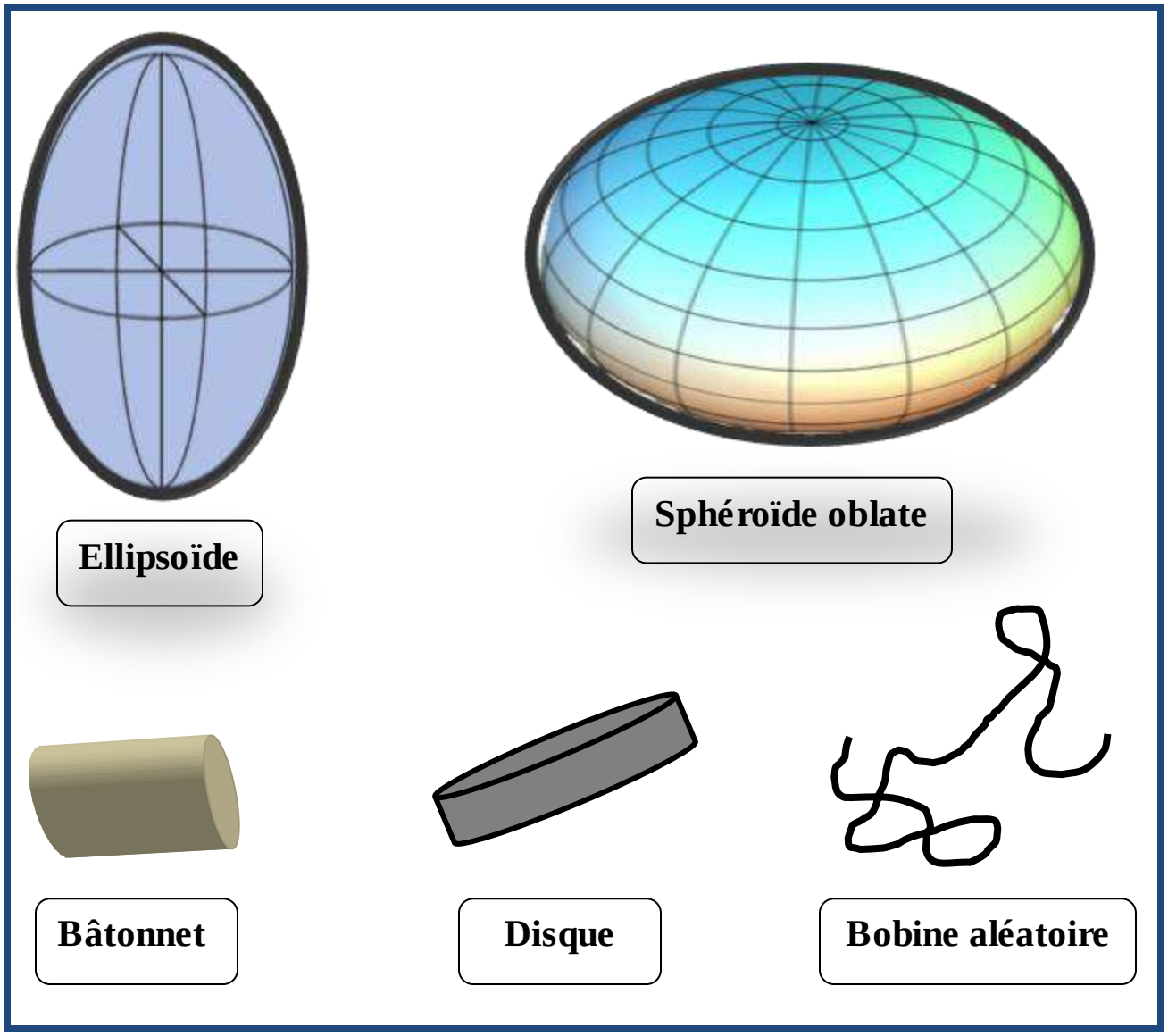


Figure 1.4 : Représentations du modèle pour les particules non sphériques, [31].

➢ **Les forces agissant sur les particules colloïdales**

Le tableau 1.1 résume les forces agissant sur les particules colloïdales avec des formules mathématiques pour calculer ces grandeurs.

Tableau .1.1: Les forces agissant sur des suspensions colloïdales, [32].

Force	Grandeur	Définition
Brownienne	$F_B = \frac{k_b T}{d_p}$	k_b : Constante de Boltzmann T : Température [k] d_p : Diamètre des particules
De Van Der Waals	$F_{Vd} = \frac{A}{d_p}$	A : Constante de Hamaker
Visqueuse	$F_{Vs} = \eta_p \, d_p^2 \, U_p$	η_p : Viscosité de particule
Inertielle	$F_{in} = d_p^2 \, \rho_p \, U_p^2$	U_p : Vitesse relative de la particule ρ_p : Densité de la particule
Gravitationnelle	$F_{Vs} = d_p^3 \, \Delta\rho \, g$	$\Delta\rho$: Différence entre la densité du fluide et de la particule

1.2.1.4. Sangs

Le sang est un mélange hétérogène multiphase de corpuscules solides (globules rouges, globules blancs et plaquettes) en suspension dans un plasma liquide qui est une solution aqueuse de protéines, de molécules organiques et de minéraux (figure 1.5).

Les caractéristiques rhéologiques du sang sont déterminées par les propriétés de ces composants et leur interaction entre eux et avec les structures environnantes. La rhéologie du sang est également affectée par les conditions physiques externes telles que la température et la densité de masse, [33]

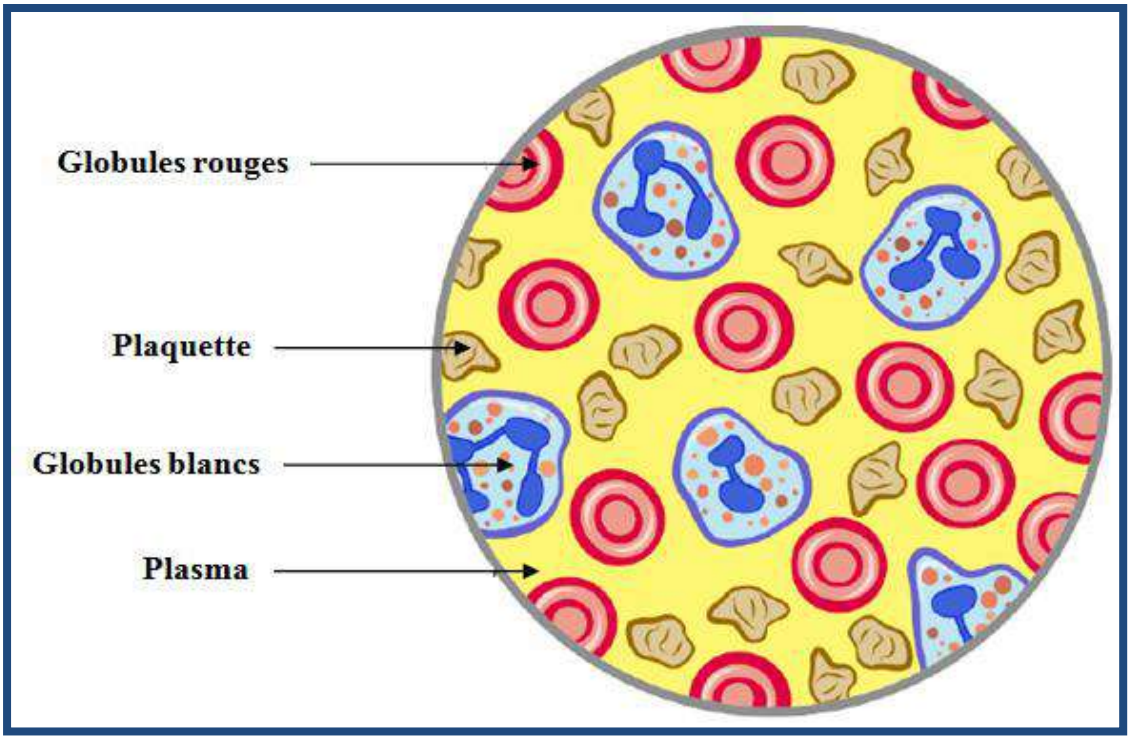


Figure 1.5: Illustration simplifiée de la composition principale du sang**,** [33].

Le sang est une suspension complexe qui présente plusieurs caractéristiques rhéologiques non Newtoniennes telles que la dépendance au taux de déformation, la viscoélasticité et la limite d'élasticité, [33].

La viscosité du sang diminue lorsque le taux de cisaillement augmente. (Figure 1.6)

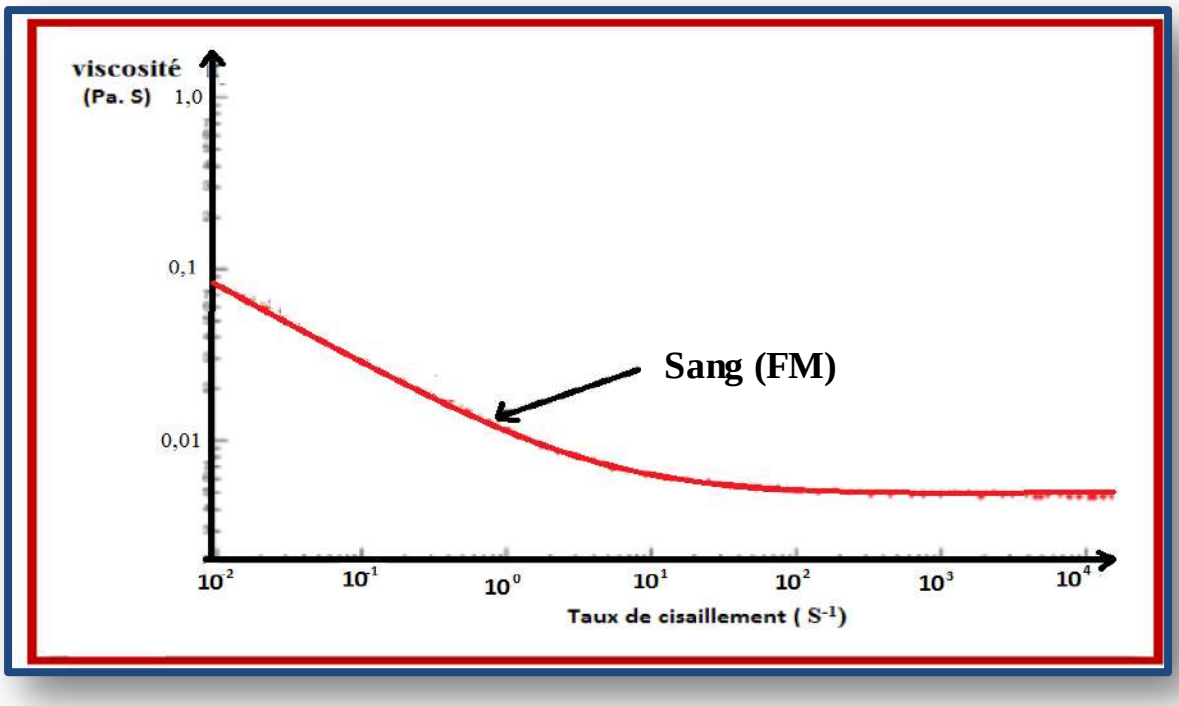


Figure 1.6: Viscosité en fonction du taux de cisaillement pour le sang, [34].

1.2.2. Modèles rhéologiques des fluides micropolaires

Plusieurs modèles dans la littérature illustrent le comportement rhéologique des fluides micropolaires car il est inclus dans la catégorie des fluides pseudo-plastiques qui est caractérisé par une viscosité apparente qui diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement et indépendant du temps,[32],[35].

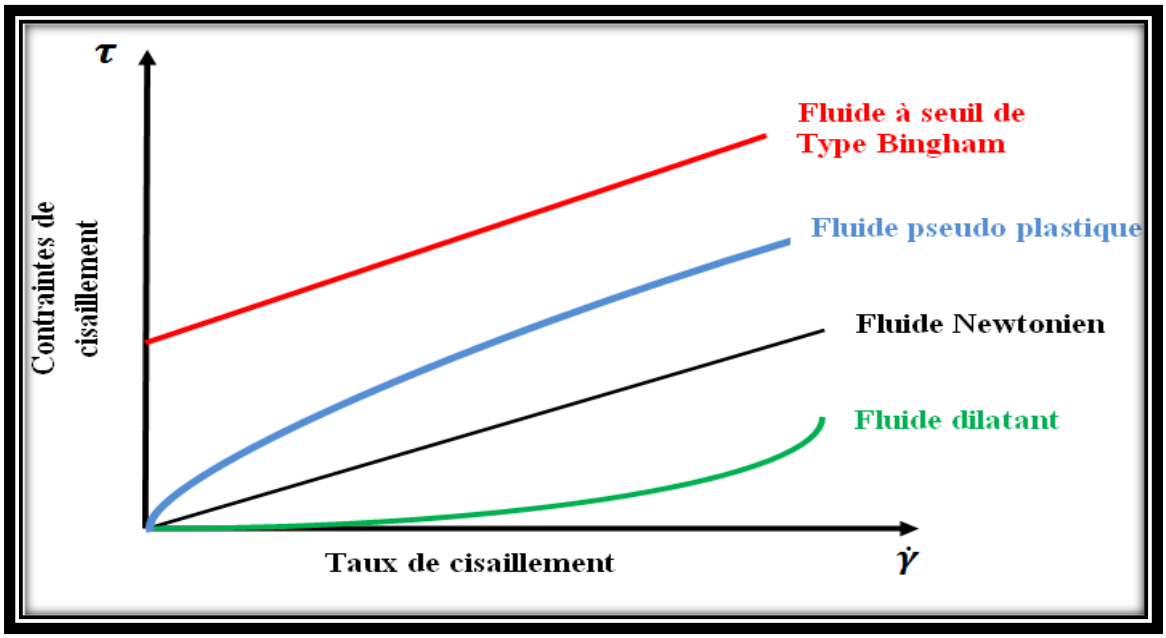


Figure 1.7: Variation de contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de cisaillement pour différents types de fluides [36]

Tableau 1.2: Modèles mathématiques pour le comportement des fluides micropolaires, [35].

Modèle	**Lois rhéologiques**	**L'indice d'écoulement** $n < 1$
Ostwald De Waele	$\tau = k.\dot{\gamma}^n$	n,k : Paramètre et indice de cohérence, respectivement. $\dot{\gamma}$: Taux de cisaillement
Carreau	$\tau = \left[\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty)\,[1 + (\lambda.\dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}}\right].\dot{\gamma}$	n : Indice de structure
Cross	$\tau = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1+(\dot{\gamma}.t_1)^p}\right].\dot{\gamma}$	μ_∞ : Présente la viscosité à très fort taux de cisaillement.
Ellis	$\tau = \left[\frac{\mu_0}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha-1}}\right].\dot{\gamma}$	$\tau_{1/2}$: Présente la moitié de la contrainte de cisaillement appliquée.

1. 3. Caractéristiques générales d'un fluide micropolaire

Les fluides micropolaires (qui sont apparus sous la variété des noms tels que les fluides généralisés) avec la microstructure ont cinq coefficients de viscosité supplémentaires par rapport aux fluides Newtoniens habituels. De plus, ils supportent un tenseur de contrainte non symétrique possèdent un champ de rotation indépendant de la vitesse du fluide. Par conséquent, ils présentent les effets de micro-inertie des fluides. La théorie a donc deux variables cinématiques indépendantes: le vecteur vitesse et la micro rotation, [37].

1.3.1. Viscosité du vortex

Elle est habituellement donnée par le coefficient σ^* qui est caractérisé la viscosité à un échelle microscopique à la frontière séparant la couche de fluide et la paroi des fines particules solides en suspension (liée à la surface de contact fluide-solide). Dans les équations d'équilibre σ^* est en relation avec la viscosité dynamique μ dans l'équation de quantité de mouvement, la relation entre $\sigma^*, \mu \; et \; \gamma$ est appelée viscosité du gradient de spin. Il est donné par la formule suivante,[38].

$$\gamma = (\mu + 0{,}5 \, .\sigma^*) \, j \tag{1.1}$$

Avec σ^*: Viscosité du vortex (spin) et j: la densité de micro-inertie

1.3.2 Micro-rotation (vortex)

Un vortex est une région dans un milieu fluide dans laquelle le flux tourne principalement autour d'une ligne d'axe, le flux tourbillonnaire se produisant soit sur un axe droit, soit sur un axe courbe. Il est important de noter également que le vortex et la rotation des micro-éléments peuvent être retenus près du mur qui possède une faible énergie thermique [39].

Le théorème qui définit la rotation des particules, dénonce que lorsque les particules fluides tournent autour de leur propre axe, le flux de fluide est appelé mouvement de rotation.

La rotation d'une particule est caractérisée par sa vitesse angulaire moyenne et donnée par des formules appelées variations différentielles angulaires données par les formules suivantes, [40].

$$\begin{cases} d\,\alpha = \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}}\, dt \\ d\,\beta = \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}}\, dt \end{cases} \tag{1.2}$$

Généraliser la relation (1.2) sous une forme dans trois dimensions de l'espace nous obtenons la vitesse de rotation:

$$\vec{\omega} = \xi\,\vec{\imath} + \eta\,\vec{\jmath} + N\,\vec{k} = \frac{1}{2}\,(\vec{\nabla} \times \vec{V}) \qquad (1.3)$$

Avec : $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\,\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial x}\,\vec{k}$; $\vec{V} = u\,\vec{\imath} + v\vec{\jmath} + w\,\vec{k}$

La composante de la vitesse angulaire de la particule mobile en rotation dans différents plans: (yoz), (xoz) et (xoy), sont ξ, η et N, respectivement donnés par:

$$\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \qquad (1.4)$$

$$\eta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad (1.5)$$

$$N = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (1.6)$$

II- Champ magnétique et convection mixte

2.1. Introduction

Dans ce chapitre, la première partie présente le transfert de chaleur et de masse et quelque définition des trois catégories de transfert de chaleur par convection (la convection naturelle, forcée et mixte) qui sont nécessaires pour comprendre notre problème, ensuite on parle brièvement de la radiation thermique et de la magnétohydrodynamique. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous présentons la formulation des équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de masse.

2.2. Transfert de masse

Le transfert de masse joue un rôle important dans de nombreux processus industriels tel que l'élimination des polluants des écoulements des usines par absorption, l'élimination des gaz des eaux usées, la diffusion des neutrons dans les réacteurs nucléaires. Il se produit soit par le mouvement du fluide en vrac, soit par la diffusion d'une espèce chimique. Lorsqu'un système contient deux composants ou plus dont les concentrations varient d'un point à l'autre, il existe une tendance naturelle à transférer la masse, ce qui minimise les différences de concentration au sein du système. Le transport d'un constituant d'une région de concentration plus élevée à celle d'une concentration plus faible est appelé transfert de masse.

Un exemple de transfert de masse par diffusion souvent mentionné est l'humidification qui se produit lorsqu'un récipient d'eau est laissé ouvert conduisant à un mélange d'air et de vapeur d'eau dans l'atmosphère. Un gradient de concentration provoque le transport de l'eau de la surface du liquide dans l'atmosphère, Wetly et al. [41]. Le transfert de masse a plusieurs similarités avec le processus de transfert de chaleur. [42]

2.3. Transfert de chaleur :

Dans les études de transfert de chaleur, l'objectif est souvent de déterminer le transfert d'énergie entre des corps à différentes températures et les mécanismes de transfert de chaleur. Au dix-huitième et au début du dix-neuvième siècle, les chercheurs ont postulé que tous les corps contenaient une substance invisible appelée le calorique. Les propriétés assignées au calorique comprenaient le poids. Ces idées se sont par la suite avérées inconsistantes, mais néanmoins une caractéristique importante du calorique était qu'il coulait des corps plus chauds aux corps plus froids. Le transfert de chaleur est maintenant compris comme le flux d'énergie thermique dû à un champ de température non uniforme. Ceci est couramment mesuré comme un flux de chaleur, Holman [43] et Burmeister [44]. Il existe trois modes de transfert de chaleur entre les corps chauffés différentiellement : la conduction, la convection et le rayonnement, Thirumale [45].

2.3.1 Transfert de chaleur par convection

La convection thermique est l'un des modes de transfert de chaleur et est le terme appliqué au processus impliqué lorsque l'énergie est transférée à partir d'une surface à un fluide circulant sur cette surface comme résultat d'une différence entre la température de la surface et le fluide. En convection, comme indiqué sur la figure 2.1, il y a toujours une surface, un fluide s'écoulant par rapport à cette surface et une différence de température entre la surface et

le fluide [46]. Ce phénomène est une combinaison de la conduction (régie par le mouvement moléculaire aléatoire) et d'advection (régie par le mouvement moléculaire global), où la conduction se fait à l'interface solide-fluide, la chaleur est encore emportée par advection. Cependant, tout au long de la phase fluide, la chaleur n'est pas seulement transmise par advection, mais aussi par conduction, car le mouvement de masse des molécules s'accompagne également du mouvement aléatoire [47]

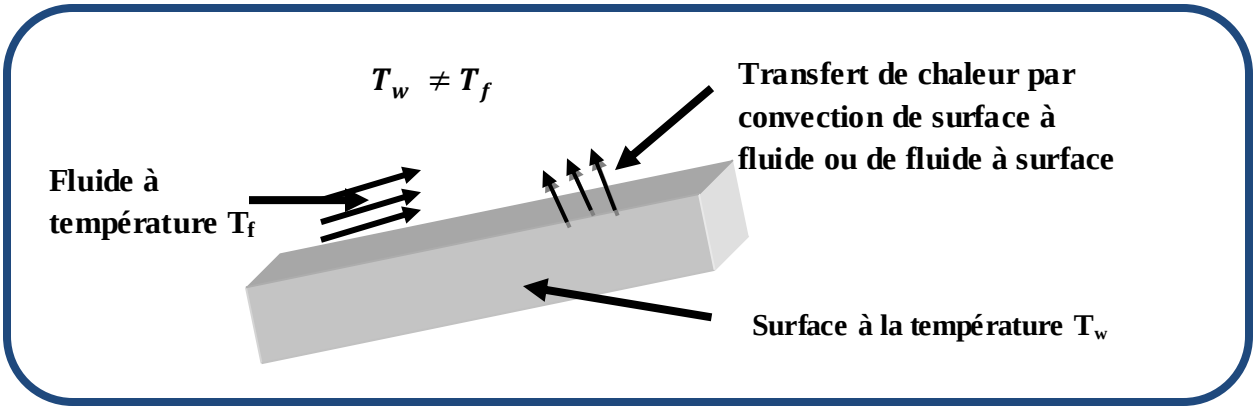


Figure 2.1 : Transfert de chaleur par convection [46]

Dans les études relatives au transfert de chaleur, un effort considérable a été dirigé vers le mode convectif, dans lequel le mouvement relatif du fluide fournit un mécanisme supplémentaire pour le transfert d'énergie et de matière, le dernier étant une considération plus importante dans les cas de transfert de masse, en raison d'une différence de concentration, se produit. La convection est inévitablement couplée à des mécanismes conducteurs, puisque, bien que le mouvement du fluide modifie le processus de transport, le transfert éventuel d'énergie d'un élément fluide à un autre dans son voisinage se fait par conduction. Aussi, à la surface, le processus est principalement celui de la conduction car le mouvement relatif du fluide est amené à zéro.

Une étude du transfert de chaleur par convection fait donc intervenir les mécanismes de conduction et parfois aussi ceux de processus radiatifs, couplés à ceux de l'écoulement des fluides. Ceci rend l'étude du mode de transfert de chaleur et de masse très complexe, bien que son importance dans la technologie et dans la nature puisse difficilement être exagérée.[7]

La transmission de chaleur par convection se subdivise en trois types :

2.3.1.1 Convection naturelle

Le mode convectif de transfert de chaleur est divisé en deux processus de base. si un tel flux induit extérieurement n'est pas fourni, l'écoulement se produit «naturellement» en raison d'une différence de densité résultant d'une différence de température ou de concentration dans un champ de force corporelle, tel que le champ gravitationnel. Le processus est appelé convection naturelle ou convection libre (Figure 2.2)[48]. La différence de densité engendre des effets de flottabilité, à cause desquels le flux est généré. Un corps chauffé refroidi dans l'air ambiant génère un tel flux dans la région qui l'entoure.

De même, le flux flottant résultant des injections de chaleur vers l'atmosphère et vers d'autres milieux ambiants, les circulations qui se produisent dans les pièces chauffées, le transfert de chaleur dans l'atmosphère et de nombreux autres processus de transfert de chaleur dans notre environnement, ainsi que dans de nombreuses applications technologiques, sont inclus dans le domaine de la convection naturelle. Le flux peut également provenir de différences de concentration, telles que celles provoquées par des différences de salinité dans la mer et par des différences de composition dans les unités de traitement chimique qui provoquent un transfert de masse par convection naturelle. Transfert de masse convectif joue un rôle important dans les phénomènes météorologiques, combustion de lait, pulvérisation catalytique, tours de refroidissement, conception de l'équipement de traitement chimique, formation et dispersion du brouillard, distribution de la température et de l'humidité sur les champs agricoles des cultures à la congélation et la pollution de l'environnement.

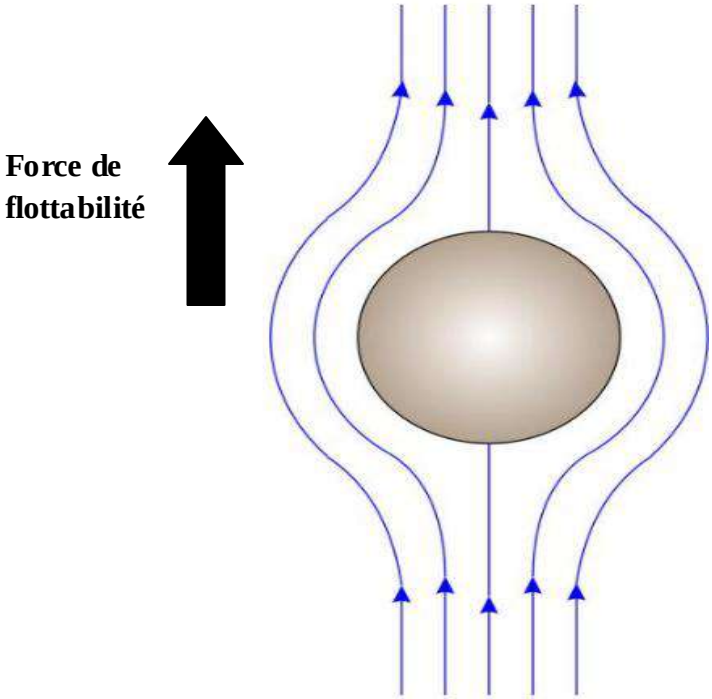


Figure 2.2 : Convection naturelle ou libre (flux forcé négligeable) [46]

2.3.1.2 Convection forcée

Si le mouvement du fluide est provoqué par un agent externe, tel que l'écoulement imposé de l'extérieur d'un courant de fluide sur un objet chauffé, le processus est appelé convection forcée (figure 2.3). Le flux de fluide peut être le résultat, par exemple, d'un ventilateur, d'une soufflante, du vent ou du mouvement de l'objet chauffé lui-même. De tels problèmes sont très fréquemment rencontrés dans la technologie scientifique où le transfert de chaleur vers ou depuis un corps est souvent dû à un écoulement imposé d'un fluide à une température différente de celle du corps.

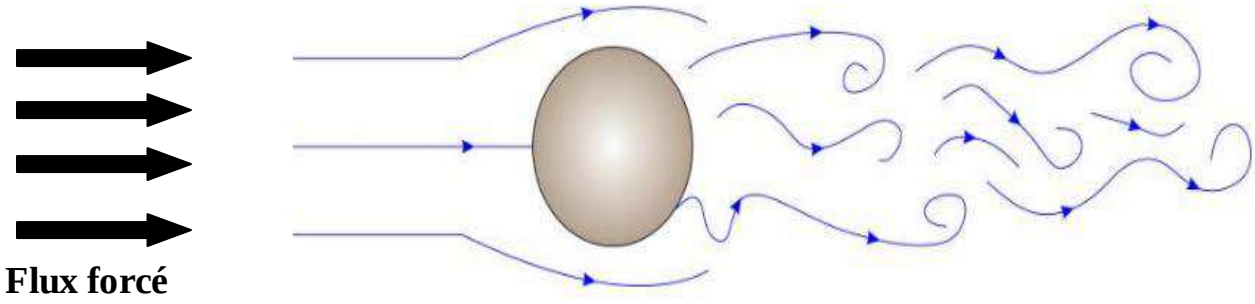


Figure 2.3 : Convection forcée (forces de buoyancé négligeables) [46]

2.3.1.3 Convection mixte :

Parfois, les mécanismes responsables de la convection naturelle et forcée peuvent être présents simultanément et exercer une influence comparable sur le processus de transport. Ce phénomène (couplage de convection naturelle et forcée) est connu sous le nom de convection mixte ou de convection combinée (figure 2.4). Parce que la convection mixte consiste en convection forcée et naturelle. Ce régime de convection est observable dans le cas de refroidissement des composants électroniques dans un ordinateur. Ces composants réchauffe l'air ambiant qui les entoure et produire un écoulement de convection libre nuisible aux composants environs. Les systèmes de ventilation agissent pour but de refroidir les composants chauds en produisant un écoulement d'air froid. Selon leurs performances, la convection peut être mixte, naturelle ou forcée.

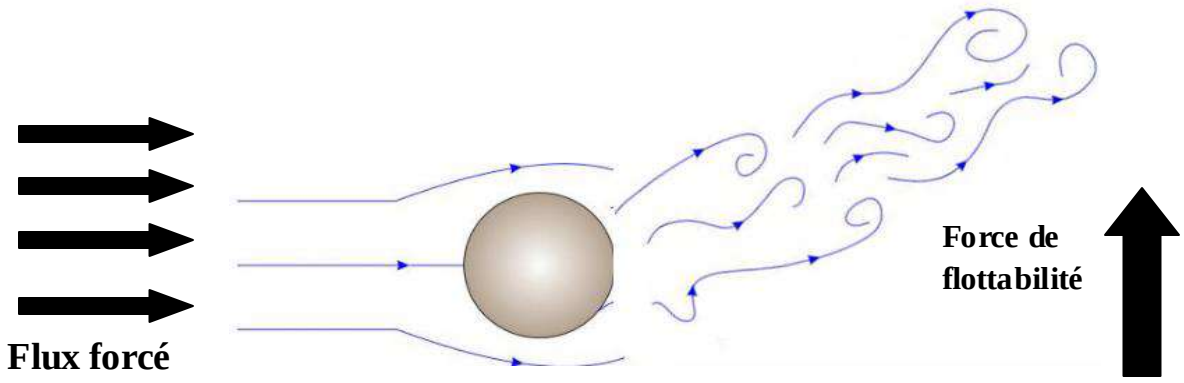


Figure 2.4 : Convection combinée ou mixte [46]

Le transfert de chaleur sans dimension pendant ce processus est quantifié en utilisant le nombre de Nusselt et est il donnée en fonction de $Re, Ra\ et\ Pr$:

$$Nu_m = fonction\ (Re; Ra;\ Pr) \qquad (2.1)$$

Où Nu_m est le nombre de Nusselt dans des conditions de convection mixte et est un coefficient de transfert de chaleur sans dimension qui compare le transfert de chaleur par convection par rapport à celui de la conduction. Re est le nombre de Reynolds qui est une mesure de l'écoulement forcé dans un fluide et qui compare les forces d'inertie et les forces

visqueuse , Ra est le nombre de Rayleigh est une mesure de l'instabilité thermique dans un fluide et peut également être défini comme le produit du nombre de Grashof, qui est le rapport de la flottabilité (force de gravité) aux forces visqueuses agissant sur un fluide, et le nombre de Prandtl, qui est le rapport de la diffusivité de la quantité de mouvement (viscosité cinématique) et la diffusivité thermique. Les nombres de Grashof et de Prandtl sont définis comme:

$$Gr = \frac{\beta\ g\ \Delta T\ L^3}{\nu^2} \tag{2.2}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \tag{2.3}$$

Où $\Delta\ T$ est la différence de température caractéristique, L est la longueur caractéristique, α la difusivité thermique du fluide, β le coefficient de dilatation thermique, ν la viscosité cinématique du fluide et g est l'accélération due à la gravité. [49]

On peut distingue les différents modes de convection (naturelle, forcé et mixte) selon la valeur d'un nombre adimensionnel nommé nombre de Richardson (Ri). Il est le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle (les forces de poussée) et l'énergie cinétique du fluide, en outre, il représente une mesure de l'importance relative de l'effet de la convection naturelle par rapport à la convection forcée. Il est défini par :

$$Ri\ = \frac{Gr}{Re^2} \tag{2.4}$$

- Convection naturelle : $Gr \gg Re^2$
- Convection forcé : $Gr \ll Re^2$
- Convection mixte : $Gr \approx Re^2$

Convection mixte double diffusive

La convection à double diffusion décrit la convection entraînée par deux gradients de densité différents avec des vitesses de diffusion différentes, [50]. Elle se produit dans l'eau de mer, dans la croûte terrestre et dans de nombreux problèmes techniques et physiques tels que le transport des contaminants dans les sols saturés, la transformation des aliments et la propagation des polluants, [51]. La convection double-diffusive apparaît également dans la modélisation des bassins solaires, [52]. Nield [53] a étudié la convection à double diffusion et les fluides viscoélastiques dans un milieu poreux. L'écoulement convectif à double diffusion magnétohydrodynamique (MHD) dans un milieu poreux a été étudié par Okedayo et al. [54]. Cette revue de la littérature montre l'importance du transfert de chaleur et de masse combiné dans un flux de convection à double diffusion

On distingue deux modes de convection mixte selon l'origine du mouvement interne au fluide :

- **Convection mixte thermique**

La présence d'un gradient de température dans le fluide génère un gradient de densité produire ainsi une force de poussée verticale qui causé le déplacement des particules.

- **Convection mixte massique**

Dans le cas de la convection mixte massique, le mouvement des particules est généré par un gradient de concentration existant dans le fluide dû à la présence de différentes espèces dans ce dernier.

2.4 Force de flottabilité

Un corps semble peser moins lorsqu'il est partiellement ou totalement immergé dans un fluide. Cette perte apparente de poids est la force de flottabilité, qui est la force verticale qui agissant sur un fluide, elle est de sens opposé à l'accélération de la pesanteur. Cela peut être la conséquence de gradient de concentration ou le gradient de température dans le fluide. La flottabilité, qui est centrale dans la convection naturelle (les parcelles de moindre densité sont portées vers le haut), est régie par le principe d'Archimède. La force de flottabilité est égale au poids déplacé. La ligne d'action de la force de flottabilité est à travers le centroïde du volume de fluide déplacé. [55]

2.4.1 Force de flottabilité thermique

La différence de température produire une différence de masse volumique qui met le fluide en mouvement

2.4.2 Force de flottabilité massique

La différence de concentration entre deux constituants met en mouvement les particules du fluide. Les particules les moins denses exhibent un mouvement ascendant.

2.5. Radiation :

De nombreux chercheurs ont étudié l'écoulement de la couche limite laminaire bidimensionnelle et le transfert de chaleur par convection. Cependant, peu d'attention a été accordée aux cas où le rayonnement thermique devient un facteur supplémentaire. Les récents développements en matière de vol hypersonique, de rentrée de missiles, de chambres de combustion de fusées, de centrales électriques pour les réacteurs nucléaires à vol plané et à gaz, ont attiré l'attention sur le rayonnement thermique comme mode de transfert d'énergie. Il a souligné la nécessité d'une meilleure compréhension du transfert radiatif dans ces processus.

Le problème des effets des rayonnements sur le flux de la convection autour d'un cylindre vertical mobile a d'importantes applications dans l'étude des formations géologiques; dans l'exploration et la récupération thermique du pétrole; et dans l'évaluation des aquifères, des

réservoirs géothermiques et des sites de stockage des déchets nucléaires souterrains. Ici, le magma intrusif peut être pris comme un cylindre vertical isotherme avec un mouvement impulsif soumis à un flux radiatif. Par conséquent, il a été proposé d'étudier les effets du rayonnement de chaleur et de transfert de masse sur la convection d'un fluide visqueux incompressible autour d'un cylindre vertical isotherme semi-infini en mouvement verticalement vers le haut.

Dans la littérature, très peu d'auteurs ont étudié l'écoulement autour d'un cylindre vertical ou horizontal. Les études de l'écoulement par convection libre le long d'un cylindre vertical ou horizontal étaient importantes dans le domaine de la production d'énergie géothermique et des opérations de forage où les vitesses du fluide libre et de la flottabilité étaient à peu près du même ordre de grandeur. Dans le contexte de la technologie spatiale et dans les processus impliquant des températures élevées, les effets des rayonnements étaient d'une importance vitale. Novotny et Kelleher [56] ont présenté une convection libre laminaire d'un gaz émetteur-absorbant dans la région du point de stagnation autour d'un cylindre horizontal. Hossain et al. [57] ont rapporté l'interaction rayonnement-conduction sur la convection mixte à partir d'un cylindre circulaire horizontal. Ils utilisaient des variables de non-similarité locales pour résoudre le problème. Ils ont observé que l'augmentation du paramètre de température de surface de la chaleur entraîne une augmentation de la valeur du frottement local ainsi que du nombre de Nusselt local. Les équations directrices ont été résolues numériquement en utilisant le schéma implicite de la méthode des différences finies.

2.6. Magnétohydrodynamique

En tant que branche de la physique des plasmas, le domaine de la magnétohydrodynamique (MHD) consiste en l'étude d'un fluide continu électriquement conducteur sous l'influence de champs électromagnétiques. A l'origine, MHD n'incluait que l'étude strictement des fluides incompressibles (d'où l'inclusion de la syllabe 'hydro'), mais aujourd'hui la terminologie s'applique aussi aux études de gaz partiellement ionisés. D'autres noms ont également été suggérés, comme la magnéto fluide mécanique ou la magnétohydrodynamique, mais la nomenclature originale a persisté. L'exigence essentielle pour les problèmes à analyser en vertu des lois de MHD est que l'approche du continuum soit applicable.

MHD est l'étude des mouvements des fluides conducteurs de l'électricité en présence de champs électrique et magnétique.

Avec la combinaison du champ magnétique et champ électrique, il est possible de produire des forces de Lorentz-Laplace. Ces forces sont capables d'agir sur l'eau de mer et ainsi de propulser un navire.

De nombreux phénomènes naturels et problèmes d'ingénierie étaient sensibles à l'analyse MHD. C'était utile en géophysique. Les géophysiciens rencontrent des phénomènes MHD dans les interactions des fluides conducteurs et des champs magnétiques présents dans et autour des corps célestes. Les ingénieurs emploient les principes du MHD dans la conception d'échangeurs de chaleur, de pompes et de débitmètres, dans la propulsion, le contrôle et la réintroduction de véhicules spatiaux, dans le chauffage de nouveaux systèmes de génération

d'énergie et dans le développement de systèmes de confinement. L'application la plus importante du MHD est la production d'énergie électrique avec l'écoulement d'un fluide électriquement conducteur à travers un champ magnétique transversal. Des aimants cryogéniques et supraconducteurs étaient nécessaires pour produire de très grands champs magnétiques. La génération de puissance MHD à plus petite échelle est intéressante pour les applications spatiales [58]

Plusieurs auteurs ont étudié le flux de la couche limite de la convection d'un fluide électriquement conducteur en présence de champ magnétique. Une solution exacte pour le flux magnétohydrodynamique entre deux cylindres en rotation sous champ magnétique radial a été étudiée par Arora et Gupta [59]. Le transfert de chaleur et de masse par convection libre passé autour des électrodes cylindriques horizontales a été étudiée expérimentalement en utilisant une technique de courant limite de diffusion électrochimique par Sarac et al [60]. Aldoss [61] a étudié l'effet du MHD de flux de convection mixte autour d'un cylindre vertical noyé dans un milieu poreux, en utilisant un modèle non-Darcien. Le comportement du champ magnétique dans le régime à convection forcée était différent de celui du régime dominé par la convection naturelle. Ganesan et Rani [62] ont rapporté les caractéristiques de transfert de chaleur et de masse et le comportement d'écoulement en présence d'un champ magnétique autour d'un cylindre vertical. Les équations gouvernantes adimensionnelles ont été résolues par un schéma de différences finies implicites efficace, plus précis, inconditionnellement stable et convergent rapide.

2.7. Les équations de la magnétohydrodynamique

Soit E et B respectivement le champ électrique et le champ magnétique. Les équations de Maxwell sont :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\overrightarrow{rot}\,\vec{E} \tag{2.5}$$

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0}\,\overrightarrow{rot}\,\vec{B} - \varepsilon_0\,\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{2.6}$$

$$div\,\vec{B} = 0 \tag{2.7}$$

$$div\,\vec{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0} \tag{2.8}$$

Ou ρ_e est la densité volumique de charge et $\vec{j}$ la densité de courant électrique.
Les constantes μ_0 et ε_0 correspondent respectivement a la perméabilité magnétique et a la permittivité électrique du vide.
La loi d'Ohm généralisée pour un milieu lentement mobile dans un champ magnétique (la vitesse du milieu est beaucoup plus petite que la vitesse de la lumière):

$$\vec{j} = \sigma\,(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \tag{2.9}$$

Où σ et $\vec{u}$ représentent la conductivité électrique du fluide et la vitesse du fluide

Considérons brièvement la signification physique de ces équations.

- Loi d'Ohm (2,9) indique que le mouvement du fluide conducteur dans un champ magnétique induit un courant électrique dans le fluide. En général, le champ électrique $\vec{E}$ dans cette loi dépend non seulement de la différence des potentiels agissant de l'extérieur, mais également des conditions particulières du milieu en mouvement.
- L'équation (2.5), ou loi de Faraday, stipule qu'un champ magnétique alternatif crée également un vortex de champ électrique. A son tour, le courant électrique traversant le fluide conducteur induit son propre champ magnétique conformément à l'équation (2.6) ou loi d'Amper. Le second terme dans l'équation (2.6), $-\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, est appelé le courant de déplacement. Ce terme doit être pris en compte pour les processus électromagnétiques rapides tels que la propagation des ondes électromagnétiques, mais pour les processus électromagnétiques à variation lente dans lesquels la vitesse et les échelles de temps associées sont beaucoup plus petites que la vitesse de la lumière, on peut négliger ce terme. En travaillant avec un fluide conducteur, on néglige habituellement ce terme, car le courant conducteur est beaucoup plus grand que le courant de déplacement [63, 64]. Par conséquent, la loi d'ampère (2.6) peut être écrite sous la forme:

$$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{rot}\, \vec{B} \qquad (2.10)$$

- L'équation (2,8) du système indique que le champ électrique est créé par une charge électrique. Pour un fluide bien conducteur (il n'ya pas de charge ponctuelle dans le fluide), cette équation prend la forme suivante:

$$div\ \vec{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0} \qquad (2.11)$$

2.8. Equations générales de conservation

Pour pouvoir prédire le taux de transfert de chaleur par convection, il existe quatre variables dont la distribution à travers le champ d'écoulement doit être déterminée. Ces variables sont: la pression P, la vitesse $\vec{V}$, la température T et la concentration C et pour cela les principes de la conservation de la masse (équations de continuité), la conservation de quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes), la conservation de l'énergie (première loi de thermodynamique) et la conservation des espèces moléculaires (équation de diffusion de masse) sont appliquées.

2.8.1 Equation de continuité

L'équation de continuité est donnée par:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\left(\rho.\vec{V}\right) = 0 \qquad (2.12)$$

Où **div** est la divergence, qui peut être commodément exprimée dans n'importe quel système de coordonnées orthogonales, ρ la masse volumique du fluide, t le temps et $V\ (u,v,w)$ le champ de vitesse de l'écoulement

2.8.2. Équation de la quantité de mouvement

La variation de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures agissant sur ce volume de fluide

$$\frac{\partial(\rho\,\vec{V})}{\partial t} + \ div\left(\rho.\vec{V} \otimes \vec{V}\right) = -\vec{\nabla} P + \vec{\nabla}\,\bar{\tau} + \ \rho\, g + (\vec{j} \times \vec{B}) \tag{2.13}$$

Ou $\bar{\tau}$ le tenseur des contraintes, qui s'exprime en fonction des variations du volume et des vitesses de déformation de la façon suivantes :

$$\bar{\tau} = \ \mu\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\,\delta_{ij}\,\frac{\partial V_k}{\partial x_k} \tag{2.14}$$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker $\delta = 1\ si\ i = j, \delta = 0\ si\ \ i \neq j$, μ est viscosité dynamique

L'équation (2.13) décrit le mouvement d'un fluide conducteur dans un champ magnétique et prend en compte l'action de la force de pression $\vec{\nabla} P$, de la force de viscosité $\vec{\nabla}\,\bar{\tau}$, force d'inertie $div\left(\rho.\vec{V} \otimes \vec{V}\right)$ et la force électromagnétique de Lorenz $(\vec{j} \times \vec{B})$sur l'élément du milieu en mouvement. La présence de la force électromagnétique de Lorenz générée dans le fluide conducteur en raison de l'interaction du courant $\vec{j}$ avec le champ magnétique $\vec{B}$ représente la différence majeure entre MHD et l'hydrodynamique classique. La force électromagnétique exerce non seulement une influence sur l'écoulement du fluide conducteur, mais elle-même est également modifiée sous l'influence de l'écoulement [65, 66].

2.8.3 Equation d'énergie

C'est une application de la première loi de la thermodynamique qui stipule que la variation des taux d'énergie totale (interne +cinétique) est égale à la somme des travaux appliqués au fluide par les forces extérieures.

$$\rho\,\frac{\partial e}{\partial t} + \rho U_k\,\frac{\partial e}{\partial x_k} = -p\,\frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(K\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) + \phi \tag{2.15}$$

Avec e : l'énergie interne par unité de masse, k est la conductivité thermique

ϕ : est le terme de la dissipation et c'est la mesure du taux d'énergie mécanique convertie en énergie thermique. Pour un fluide incompressible

$$\phi = \mu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial U_j}{\partial x_i} \tag{2.16}$$

2.8.4 Equation de transfert de masse

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + div\left(C_A\,\vec{V}\right) = div\left(D_A\,\vec{\nabla}\,C_A\right) \tag{2.17}$$

III – Modèles mathématique d’un écoulement autour d’un cylindre vertical creux et mince

3.1. Introduction :

Le but de troisième chapitre est de poser la formulation physique et mathématique de l'écoulement. Dans un premier temps, nous présentons le problème physique de cette étude. Par la suite, les équations décrivant l'écoulement d'un fluide Newtonien et d'un fluide micropolaire autour d'un cylindre vertical creux et mince sont exposées. Les équations aux dérivés partiels non linéaires qui caractérisent l'écoulement sont transformées à un système d'équation ordinaire et ils sont réduits à des équations de non-similitude locales

3.2. Formulation mathématique du problème pour un fluide Newtonien

3.2.1 Description du problème

Le problème de transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide Newtonien autour d'un cylindre vertical creux et mince de longueur L et de rayon extérieur r_0 ($L >> r_0$) est étudié numériquement. Le modèle physique et le système de coordonnées sont représentés sur la figure 3.1. La température, la vitesse et la concentration loin du cylindre sont données respectivement par T_∞, u_∞ et C_∞ et la paroi du cylindre a une température T_w et une concentration C_w uniforme. Un champ magnétique uniforme est supposé s'appliquer dans la direction r provoquant une résistance à la force d'écoulement dans la direction x.

3.2.2 Hypothèses simplificatrices:

On suppose que:

- l'écoulement du fluide est permanent.
- le fluide est Newtonien et incompressible.
- la dissipation visqueuse est négligée;
- le champ magnétique induit, le champ électrique externe ou imposé et le champ électrique dus à la polarisation des charges (c'est-à-dire effet de Hall) sont négligeables.
- le système ne contient pas une source de chaleur.
- le flux de chaleur radiatif dans la direction x par rapport à celui dans la direction radiale est négligeable.
- toutes les propriétés physiques sont supposées être constantes, à l'exception de la densité dans le terme de flottabilité.

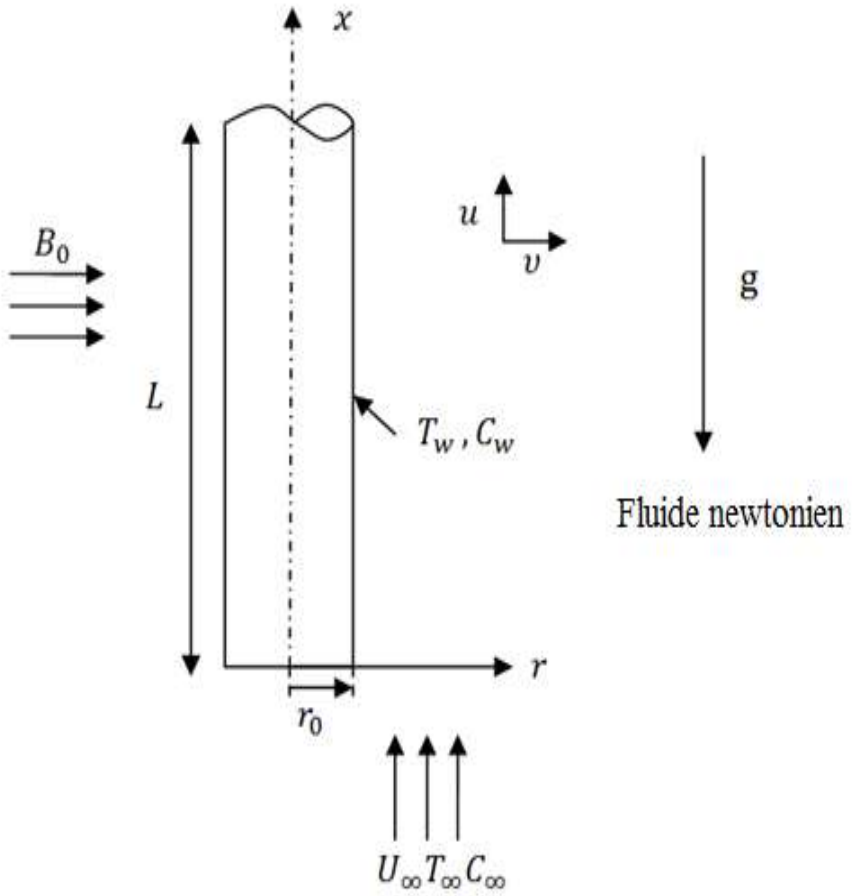


Figure 3.1 : Modèle physique et système de coordonnées.

Sous les hypothèses précédentes et en tenant compte l'approximation de la couche limite et l'approximation de Boussinesq qui stipule que les variations de la masse volumique sont négligeables sauf pour le terme de gravité. La variation de masse volumique ρ en fonction de la température et de concentration est donnée comme suit :

$$\rho - \rho_\infty = -\rho\,[\beta\,(T - T_\infty) + \beta^*\,(C - C_\infty)] \tag{3.1}$$

3.2 .3 Equations générales du problème

On peut écrire le système des équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration comme suit:

A. Équation de continuité

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \tag{3.2}$$

B. Équation de la quantité de mouvement:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = \left(\frac{\nu}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \beta\, g\,(T - T_\infty) + \beta^*\, g\,(C - C_\infty) - \frac{\sigma^* B_0^2}{\rho}\,(u - u_\infty) \tag{3.3}$$

C. Équation d'énergie

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \left(\frac{\alpha}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial T}{\partial r}\right) - \frac{1}{\rho\, C_p}\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,(r\,q_r) \tag{3.4}$$

D. Équation de Concentration

$$u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial r} = \left(\frac{D}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial C}{\partial r}\right) \tag{3.5}$$

Ici u et v sont les composantes de la vitesse le long des directions x et r, respectivement; $\rho, \nu, \alpha, D, g, Cp, \beta\ et\ \beta^*$ sont la densité, la viscosité cinématique, la diffusivité thermique, la diffusivité de masse, l'accélération due à la gravité, la capacité thermique à pression constante, le coefficient de dilatation thermique et le coefficient de dilatation du fluide, respectivement. Enfin, T et C sont la température et la concentration du fluide, B_0 est la densité de flux magnétique, q_r est le flux de chaleur radiatif et σ^* est la conductivité électrique du fluide.

Les conditions aux limites appropriées sont les suivantes:

Pour $r = r_0$: $u = v = 0$; $T = T_w$; $C = C_w$ (3.6)

Pour $r \to \infty$: $u = U_\infty$; $T = T_\infty$; $C = C_\infty$ (3.7)

où les indices w et ∞ sont pour le mur et le bord de couche limite, respectivement.

En utilisant l'approximation de Rosseland [67], le flux de chaleur radiatif q_r est donné par

$$q_r = -\frac{4\,\sigma_s}{3\,k_e}\,\frac{\partial T^4}{\partial r} \tag{3.8}$$

Ici σ_s est la constante de Stefan-Boltzmann et k_e est le coefficient d'absorption moyen. L'approximation de Rosseland est valide aux points optiquement loin de la surface limite, et est bon uniquement pour une absorption intensive, c'est-à-dire pour des couches limites optiquement épaisses. Si les différences de température dans le flux sont suffisamment petites, alors équation (3.8) peut être linéarisée en développant T^4 dans la série de Taylor autour de T_∞ et en négligeant les termes d'ordre supérieur ; on obtient :

$$T^4 \cong 4\,T_\infty^3\,T - 3\,T_\infty^4 \tag{3.9}$$

En remplace l'équation (3.9) dans l'équation (3.8) en trouve :

$$q_r = -\frac{16\,\sigma_s\,T_\infty^3}{3\,k_e}\,\frac{\partial T}{\partial r} \tag{3.10}$$

3.2 .4 Transformation des équations gouvernantes :

Pour résoudre le système des équations (3.2) à (3.5), en introduit les variables adimensionnelles suivantes

$$\xi = \frac{x}{r_0}, \quad \eta = \frac{1}{2x}\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\left(\frac{r^2 - r_0^2}{r_0}\right), \qquad \varphi = r_0\,\nu\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,F(\xi,\eta)$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty},\ \phi = \frac{C - C_\infty}{C_0 - C_\infty} \tag{3.11}$$

Où les variables $\xi, \eta, , \theta, \phi, Re_x$ représentant la coordonnée longitudinale, la pseudo-similarité variable, la température adimensionnelle, la concentration adimensionnelle, le nombre de Reynolds local $Re_x = U_\infty\, x/\nu$, respectivement; $F\,(\xi,\eta)$ est la fonction de flux réduit adimensionnelle et φ est la fonction de flux libre qui satisfait à l'équation de continuité, avec

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}\ ,\ v = -\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial x} \tag{3.12}$$

Les composantes de la vitesse peuvent être exprimées en termes de ces nouvelles variables comme suit:

$$u = U_\infty F' \tag{3.13}$$

$$v = \frac{r_0}{r}\ \frac{\sqrt{\nu}\sqrt{U_\infty}}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2}\,\eta\,F' - \frac{1}{2}\,F - \xi\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) \tag{3.14}$$

La transformation donne :

$$(1+\sigma\,\eta)\,F''' + \sigma\,F'' + \frac{1}{2}\,FF'' + Ri\,\xi\,(\theta + N_{br}\,\phi) - Mn\,\xi\,(F' - 1) = \xi\left(F'\,\frac{\partial F'}{\partial \xi} - F''\partial F\partial \xi\right.$$

(3.15)

$$\frac{1}{Pr}\left(1 + \frac{4}{3\,N_e}\right)(1+\sigma\,\eta)\,\theta'' + \frac{1}{Pr}\left(1 + \frac{4}{3\,N_e}\right)\,\sigma\,\theta' + \frac{1}{2}\,F\,\theta' = \xi\left(F'\,\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \theta'\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) \tag{3.16}$$

$$\frac{1}{Sc}\,(1+\sigma\,\eta)\,\phi'' + \frac{1}{Sc}\,\sigma\,\phi' + \frac{1}{2}\,F\,\phi' = \xi\left(F'\,\frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \phi'\,\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) \tag{3.17}$$

Où le symbole prime indique la différenciation par rapport à η,

$\sigma = 2\,\frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{Re}}$ est le transverse paramètre de courbure

$Re = U_\infty \frac{r_0}{\nu}$ est le nombre de Reynolds

$Ri = \frac{Gr_T}{Re^2}$ est le nombre de Richardson et il est une mesure de l'importance relative de l'effet de la convection naturelle par rapport à la convection forcée. Par conséquent, pour le flux de convection mixte $0 < Ri < \infty$; pour un flux de convection libre $U_\infty = 0\ , Re =$

0 et donc Ri = ∞; et pour un flux de convection forcée la flottabilité est nulle, c'est-à-dire Ri = 0 [17]

$N_{br} = \frac{\beta^* (C_0 - C_\infty)}{\beta (T_0 - T_\infty)}$ est le rapport de flottabilité. On note que lorsque $N_{br} = 0$, il n'y a pas de force de diffusion massique et le problème se réduit à la convection thermique pur; quand il devient infini, il n'y a pas de diffusion thermique

$Gr_T = \frac{g \beta r_0^3 (T_0 - T_\infty)}{\nu^2}$ est le nombre de Grashof thermique

$Gr_m = \frac{g \beta^* r_0^3 (C_0 - C_\infty)}{\nu^2}$ est le nombre de Grashof solutal

$Mn = \frac{\sigma^* B_0^2 r_0}{\rho U_\infty}$ est le paramètre magnétique

$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ est le nombre Prandtl, $N_e = \frac{k_e k}{4 \sigma_s T_\infty^3}$ est le paramètre de rayonnement et $Sc = \frac{\nu}{D}$ est le nombre de Schmidt. Il signifie le rapport de la diffusivité de la quantité de mouvement à la diffusivité de la masse (espèce). Il relie physiquement l'épaisseur relative de la couche limite hydrodynamique et de la couche limite de transfert de masse (concentration). [68]

Avec les conditions aux limites:

Pour $\eta = 0$: $F'(\xi, 0) = 0$; $F(\xi, 0) = -2\xi \left.\frac{\partial F}{\partial \xi}\right|_{\eta=0}$;

$\theta(\xi, 0) = 1$; $\phi(\xi, 0) = 1$ (3.18)

Pour $\eta \to \infty$: $F'(\xi, \infty) = 1$; $\theta(\xi, \infty) = 0$; $\phi(\xi, \infty) = 0$ (3.19)

3.2 .5 Modèle de similarité locale

Avant de passer à la méthode de non-similarité locale, il est utile d'examiner les équations de la couche limite. (3.15) à (3.17) du point de vue du concept de similarité locale. Pour dériver les équations de modèle de similarité locale, on suppose que les termes du côté droit des équations. (3.15) à (3.17) sont suffisamment petits pour qu'ils puissent être négligeables. Ensuite, la transformation de similarité locale donne

$$(1 + \sigma \eta) F''' + \sigma F'' + \frac{1}{2} F F'' + Ri \xi (\theta + N_{br} \phi) - Mn \xi (F' - 1) = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{1}{Pr} \left(1 + \frac{4}{3 N_e}\right) (1 + \sigma \eta) \theta'' + \frac{1}{Pr} \left(1 + \frac{4}{3 N_e}\right) \sigma \theta' + \frac{1}{2} F \theta' = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{1}{Sc} (1 + \sigma \eta) \phi'' + \frac{1}{Sc} \sigma \phi' + \frac{1}{2} F \phi' = 0 \quad (3.22)$$

Avec les conditions aux limites :

Pour $\eta = 0$: $F'(\xi,0) = 0$; $F(\xi,0) = 0$;

$\theta(\xi,0) = 1$; $\phi(\xi,0) = 1$ (3.23)

Pour $\eta \to \infty$: $F'(\xi,\infty) = 1$; $\theta(\xi,\infty) = 0$; $\phi(\xi,\infty) = 0$ (3.24)

En ce qui concerne la logique du modèle de similarité locale, la réduction des équations (3.15) à (3.17) est clairement justifiable pour les valeurs de ξ qui sont très proches de zéro. D'un autre côté, quand ξ n'est pas petite, la similarité locale est basée sur l'hypothèse que les dérivés impliquant $\frac{\partial}{\partial \xi}$ sont très petits [15]. L'incertitude quant à la validité de cette hypothèse est une faiblesse de la méthode de similarité locale.

3.2.6 Modèle de non-similarité locale

Pour corriger les inconvénients de la méthode de similarité locale, Sparrow et ses collaborateurs [15, 16] ont présenté une méthode de non-similarité locale pour obtenir les solutions pour les équations de couche limite non similaires. En conséquence, les termes sur les côtés droits des équations (3.15) et (3.17) sont tous conservés.

Pour le modèle à deux équations de non-similarité locale, en introduisant les variables $H = \partial F/\partial \xi$, $L = \partial \theta/\partial \xi$ et $P = \partial \phi/\partial \xi$ et récupérer les termes négligés au premier niveau de troncature, les équations peuvent être écrites comme suit;

$$(1+\sigma\eta)F''' + \sigma F'' + \frac{1}{2}FF'' + Ri\,\xi(\theta + N_{br}\phi) - Mn\,\xi(F' - 1) = \xi(F'H' - F''H) \quad (3.25)$$

$$\frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3N_e}\right)(1+\sigma\eta)\theta'' + \frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3N_e}\right)\sigma\theta' + \frac{1}{2}F\theta' = \xi(F'L - \theta'H) \quad (3.26)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\sigma\eta)\phi'' + \frac{1}{Sc}\sigma\phi' + \frac{1}{2}F\phi' = \xi(F'P - \phi'H) \quad (3.27)$$

Avec les conditions aux limites :

Pour $\eta = 0$: $F'(\xi,0) = 0$; $F(\xi,0) = -2\xi H|_{\eta=0}$;

$\theta(\xi,0) = 1$; $\phi(\xi,0) = 1$ (3.28)

Pour $\eta \to \infty$: $F'(\xi,\infty) = 1$; $\theta(\xi,\infty) = 0$; $\phi(\xi,\infty) = 0$ (3.29)

En différenciant les équations (3.25) à (3.27) par rapport à ξ et en négligeant les termes $\partial H/\partial \xi, \partial L/\partial \xi$ et $\partial P/\partial \xi$, on peut obtenir les équations suivantes

$$(1+\sigma\eta)H''' + \left(\frac{\eta}{\sqrt{\xi}\sqrt{Re}}F'''\right) + \frac{2}{\sqrt{Re}}\left(H''\sqrt{\xi} + \frac{1}{2\sqrt{\xi}}F''\right) + \frac{1}{2}(HF'' + FH'') +$$
$$Ri\,(\theta + \xi L) + Ri\,N_{br}(\phi + \xi P) - Mn\,(F' + \xi H') + Mn = (F'H' - F''H) + \xi\left[\left(H'H' + F'\frac{\partial H'}{\partial \xi}\right) - \left(H''H + F''\frac{\partial H}{\partial \xi}\right)\right] \quad (3.30)$$

$$\left(1+\frac{4}{3\,Ne}\right)(1+\sigma\,\eta)L''+\left(1+\frac{4}{3\,Ne}\right)\frac{\eta}{\sqrt{\xi}\,\sqrt{\mathrm{Re}}}\;\theta''+\left(1+\frac{4}{3\,Ne}\right)\frac{2}{\sqrt{\mathrm{Re}}}\left(\frac{1}{2\sqrt{\xi}}\,\theta'+\sqrt{\xi}\,L'\right)+\frac{Pr}{2}\,(H\,\theta'+F\,L')=\mathrm{Pr}[(F'L-\theta'H)+\xi\,(H'L-L'H)] \quad (3.31)$$

$$(1+\sigma\,\eta)P''+\frac{\eta}{\sqrt{\xi}\,\sqrt{\mathrm{Re}}}\;\phi''+\frac{2}{\sqrt{\mathrm{Re}}}\left(\frac{1}{2\sqrt{\xi}}\,\phi'+\sqrt{\xi}\,P'\right)+\frac{Sc}{2}\,(H\,\phi'+F\,P')=\mathrm{Sc}[(F'P-\phi'H+\xi\,H'P-P'H \quad (3.32)$$

Les conditions aux limites deviennent maintenant:

Pour $\eta=0: H'(\xi,0)=0\,,\;\; H\,(\xi,0)=\;0\;,\; L\,(\xi,0)=0\,,\;\; P\,(\xi,0)=0$ (3.33)

Pour $\eta\rightarrow\;\infty\,(\xi,\infty)=0\;;\;\; L\,(\xi,\infty)\;=0\;\;\;;\;\;\;\; P\,(\xi,\infty)=\;0$ (3.34)

Les grandeurs d'intérêt physique principal sont le coefficient de frottement local C_f, le nombre de Nusselt local Nu_x et le nombre de Sherwood local Sh_x qui sont donnés sous les formes suivantes :

$$C_f=2\tau_w\,/\rho\,U_\infty^2 \quad (3.35)$$

$$Nu_x=\;x\,q_w/k\;(T_0-\;T_\infty) \quad (3.36)$$

$$Sh_x=\;x\,j_w/D\;\;(C_0-\;C_\infty) \quad (3.37)$$

Les expressions de la contrainte de cisaillement de paroi τ_w, du flux de chaleur de surface q_w et du flux de masse de surface j_w sont données par :

$$\tau_w=\;\left[(\rho\nu)\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)\right]_{r=r_0} \quad (3.38)$$

$$q_w=\;-k\;\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_0}\;-\;\;\;\frac{4\,\sigma_s}{3\,k_e}\left(\frac{\partial T^4}{\partial r}\right)_{r=r_0} \quad (3.39)$$

$$j_w=\;-D\;\left(\frac{\partial C}{\partial r}\right)_{r=r_0} \quad (3.40)$$

En substituant par des transformations de similarité et les équations (3.38), (3.39), (3.40) dans les équations (3.35), (3.36), (3.37) ; nous obtenons :

$$C_f Re_x^{1/2}=2\;\;F''\,(\xi,0) \quad (3.41)$$

$$Nu_x\;Re_x^{-1/2}=\;-\left(1+\frac{4}{3\;N_e}\right)\theta'\,(\xi,0) \quad (3.42)$$

$$Sh_x\;Re_x^{-1/2}=\;-\phi'\,(\xi,0) \quad (3.43)$$

3.3 Formulation mathématique du problème pour un fluide micropolaire

3.3.1 Description du problème

Comme indiqué ci-dessus, le problème des effets du champ magnétique et du rayonnement thermique est examiné pour la convection mixte d'un fluide micropolaire. Un cylindre vertical creux et mince de longueur L et de rayon extérieur r_0 ($L >> r_0$) est considéré. Dans ce problème, l'axe des x est choisi le long de l'axe du cylindre ou dans le sens vertical. Alors que la coordonnée radiale r est choisie normale au cylindre. Le modèle physique, la direction de l'accélération gravitationnelle et le système de coordonnées sont représentés sur la figure 4.1. A une certaine distance très loin de cylindre, la vitesse, la température et la concentration du fluide micropolaire sont respectivement notés U_∞, T_∞ et C_∞. La surface du cylindre est fixée à une température constante uniforme T_w et à une concentration constante uniforme C_w. Toutes les propriétés physiques sont supposées être constantes, à l'exception de la densité dans le terme de flottabilité.

Pour simplifier, le flux de chaleur radiatif dans la direction x est négligé par rapport à celui dans la direction radiale. La dissipation visqueuse, l'effet Joule et les effets Hall sont négligés. Un champ magnétique uniforme de force B_0 est appliqué dans la direction perpendiculaire au cylindre. Le nombre de Reynolds magnétique est pris très petit et par conséquent, le champ magnétique induit est négligé.

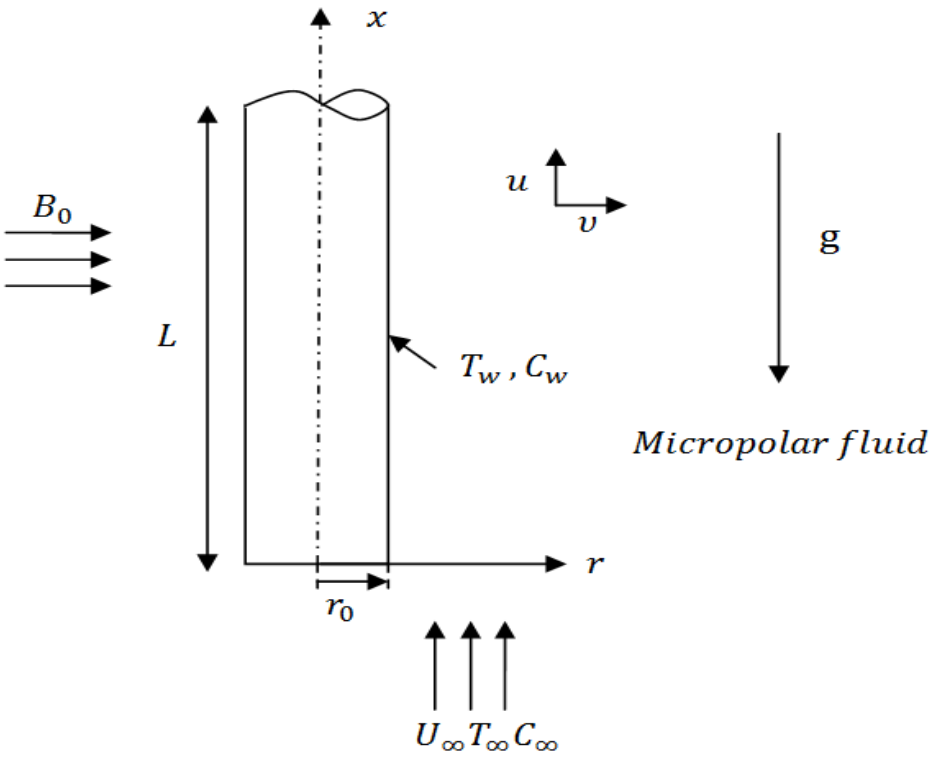


Figure 3.2 : Modèle physique et système de coordonnées.

3.3.2 Equations générales du problème

Avec les hypothèses expliquées et en utilisant l'approximation de Boussinesq conjuguée à l'approximation de la couche limite, les équations gouvernantes sont données comme suit:

A. Équation de continuité

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \tag{3.44}$$

B. Équation de la quantité de mouvement

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = \left(\nu + \frac{k}{\rho}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \beta\, g\,(T - T_\infty) + \beta^*\, g\,(C - C_\infty) + \frac{k}{\rho}\left(\frac{N}{r} + \frac{\partial N}{\partial r}\right) - \frac{\sigma^* B_0^2}{\rho}(u - u_\infty) \tag{3.45}$$

C. Équation de moment angulaire

$$u\frac{\partial N}{\partial x} + v\frac{\partial N}{\partial r} = \frac{\gamma}{j\rho}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial N}{\partial r}\right) - \frac{N}{r^2}\right] - \frac{k}{j\rho}\left(\frac{\partial u}{\partial r} + 2N\right) \tag{3.46}$$

C. Équation d'énergie

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial r} = \left(\frac{\alpha}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) - \frac{1}{\rho\, C_p}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\, q_r) \tag{3.47}$$

D. Équation de Concentration

$$u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial r} = \left(\frac{D}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C}{\partial r}\right) \tag{3.48}$$

Dans l'équation ci-dessus, u et v sont les composantes de la vitesse le long des directions x et r, respectivement; $\rho, \nu, \alpha, D, g, Cp, \beta\ et\ \beta^*$ sont la densité, la viscosité cinématique, la diffusivité thermique, la diffusivité de masse, l'accélération due à la gravité, la capacité thermique à pression constante, le coefficient de dilatation thermique et le coefficient de dilatation du fluide, respectivement; et κ, j et γ sont la viscosité du vortex, la densité de la micro d'inertie et la viscosité du gradient de spin du fluide, respectivement. Enfin, T et C sont la température et la concentration du fluide, N est la composante de la microrotation dans le sens de rotation sur le plan $(x - r), B_0$ est la densité de flux magnétique, q_r est le flux de chaleur radiatif et σ^* est la conductivité électrique du fluide.

Les conditions aux limites correspondantes sont :

$$r = r_0 \quad : u = v = 0\ ; \qquad N = -\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial r}\ ; \qquad T = T_w\ ; \qquad C = C_w \tag{3.49}$$

$$r \to \infty \quad : u = U_\infty\ ; \qquad N = 0\ ; \qquad T = T_\infty\ ; \qquad C = C_\infty \tag{3.50}$$

où les indices w et ∞ sont pour le mur et le bord de la couche limite, respectivement.

L'approximation de Rosseland [67] est utilisée, le flux de chaleur radiatif q_r est puis donné par

$$q_r = -\frac{4\,\sigma_s}{3\,k_e}\frac{\partial T^4}{\partial r} \tag{3.51}$$

Ici, q_r est le flux de chaleur radiatif, σ_s est la constante de Stefan-Boltzmann et k_e est le coefficient d'absorption moyen.

$$T^4 \cong 4\,T_\infty^3\,T - 3\,T_\infty^4 \tag{3.52}$$

$$q_r = -\frac{16\,\sigma_s\,T_\infty^3}{3\,k_e}\frac{\partial T}{\partial r} \tag{3.53}$$

3.3.3 Transformation des équations gouvernantes :

Pour résoudre le système des équations (3.44) à (3.48), les variables adimensionnelles suivantes sont introduites

$$\xi = \frac{x}{r_0},\quad \eta = \frac{1}{2\,x}\,Re_x^{1/2}\left(\frac{r^2 - r_0^2}{r_0}\right),\qquad \varphi = r_0\,\nu\,Re_x^{1/2}\,F(\xi,\eta)$$

$$N = \frac{r_0\,U_\infty^2}{\nu\,r}\,Re_x^{-1/2}\,G(\xi,\eta),\ \theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty},\ \phi = \frac{C - C_\infty}{C_0 - C_\infty} \tag{3.54}$$

Où les variables sans dimension $\xi, \eta, N, \theta, \phi, \varphi, Re_x$ sont la coordonnée longitudinale, la pseudo-similarité variable, la vitesse angulaire du fluide micropolaire, la température adimensionnelle, la concentration adimensionnelle, la fonction de flux libre et le nombre de Reynolds local $Re_x = U_\infty\,x/\nu$, respectivement; $F(\xi,\eta)$ et $G(\xi,\eta)$ sont la fonction de flux réduit et la micro-rotation adimensionnelle.

L'équation de continuité est automatiquement satisfaite en introduisant la fonction de flux φ telle que

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}\ ,\ v = -\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial x} \tag{3.55}$$

En termes de ces nouvelles variables, les composantes de la vitesse peuvent être exprimées comme suit:

$$u = U_\infty F' \tag{3.56}$$

$$v = \frac{r_0}{r}\,\frac{\sqrt{\nu}\sqrt{U_\infty}}{\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2}\,\eta\,F' - \frac{1}{2}\,F - \xi\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) \tag{3.57}$$

En substituant l'équation (3.54) aux équations (3.45) à (3.48), on aboutit aux équations différentielles ordinaires suivantes:

$$(1+\Delta)\,(1+\sigma\,\eta)\,F''' + (1+\Delta)\,\sigma\,F'' + \frac{1}{2}\,FF'' + \Delta\,G' + Ri\,\xi\,(\theta + N_{br}\,\phi) -$$
$$Mn\,\xi\,(F' - 1) = \xi\left(F'\,\frac{\partial F'}{\partial \xi} - F''\frac{\partial F}{\partial \xi}\right) \tag{3.58}$$

$$\lambda(1+\sigma\eta)\,G'' + \frac{1}{2}FG' + \frac{1}{2}F'G - \frac{\Delta B}{2}\sigma^2 G - \frac{1}{4}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)FG + \frac{1}{4}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)\eta F'G - \frac{\Delta B}{4}\sigma^2(1+\sigma\eta)F'' = \xi\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)G\frac{\partial F}{\partial\xi} + F'\frac{\partial G}{\partial\xi} - G'\frac{\partial F}{\partial\xi}\right] \quad (3.59)$$

$$\frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3N_e}\right)(1+\sigma\eta)\,\theta'' + \frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3N_e}\right)\sigma\theta' + \frac{1}{2}F\theta' = \xi\left(F'\frac{\partial\theta}{\partial\xi} - \theta'\frac{\partial F}{\partial\xi}\right) \quad (3.60)$$

$$\frac{1}{Sc}(1+\sigma\eta)\,\phi'' + \frac{1}{Sc}\sigma\phi' + \frac{1}{2}F\phi' = \xi\left(F'\frac{\partial\phi}{\partial\xi} - \phi'\frac{\partial F}{\partial\xi}\right) \quad (3.61)$$

Où le symbole prime indique la différenciation par rapport à η, $\Delta = \kappa/\rho\nu$ est la viscosité du tourbillon, $B = r_0^2/j$ est la densité de la micro inertie, $\lambda = \gamma/(j\rho\nu)$ la viscosité du gradient de spin, $\sigma = 2\sqrt{\xi}/\sqrt{Re}$ est le transverse paramètre de courbure, $Re = U_\infty r_0/\nu$ est le nombre de Reynolds, $Ri = Gr_T/Re^2$est le nombre de Richardson. $\mathrm{N_{br}} = \frac{\beta^*(C_0 - C_\infty)}{\beta(T_0 - T_\infty)}$ est le rapport de flottabilité, $\mathrm{Gr_T} = \frac{g\beta r_0^3(T_0 - T_\infty)}{\nu^2}$ est le nombre de Grashof thermique, $\mathrm{Gr_m} = \frac{g\beta^* r_0^3(C_0 - C_\infty)}{\nu^2}$ est le nombre de Grashof solutal, $Mn = \frac{\sigma^* B_0^2 r_0}{\rho U_\infty}$ est le paramètre magnétique, $\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$ est le nombre Prandtl, $N_e = \frac{k_e k}{4\sigma_s T_\infty^3}$ est le paramètre de rayonnement et $\mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D}$ est le nombre de Schmidt.

Les conditions aux limites deviennent maintenant:

$$\text{At } \eta = 0: \quad F'(\xi,0) = 0\ ; \qquad F(\xi,0) = -2\xi\left.\frac{\partial F}{\partial\xi}\right|_{\eta=0}\ ;$$

$$G(\xi,0) = -\frac{1}{2}F''\ ; \qquad \theta(\xi,0) = 1\ ; \qquad \phi(\xi,0) = 1 \quad (3.62)$$

$$\text{At } \eta \to \infty: F'(\xi,\infty) = 1\ ;\ G(\xi,\infty) = 0\ ;\ \theta(\xi,\infty) = 0\ ;\ \phi(\xi,\infty) = 0 \quad (3.63)$$

3.3.4 Modèle de similarité locale

Dans la solution de similarité locale ou la troncature de premier niveau, les termes impliquant $\xi\frac{\partial}{\partial\xi}$ sont supposés être petits et peuvent être négligés. Ceci est particulièrement vrai lorsque $\xi \ll 1$. En négligeant ces termes, les équations gouvernantes (3.58) à (3.61) avec condition aux limites (3.62) et (3.63) ont été réduites au système d'équations différentielles ordinaires suivant

$$(1+\Delta)(1+\sigma\eta)F''' + (1+\Delta)\sigma F'' + \frac{1}{2}FF'' + \Delta G' + Ri\,\xi(\theta + N_{br}\phi) - Mn\,\xi(F' - 1) = 0 \quad (3.64)$$

$$\lambda(1+\sigma\eta)\,G'' + \frac{1}{2}FG' + \frac{1}{2}F'G - \frac{\Delta B}{2}\sigma^2 G - \frac{1}{4}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)FG + \frac{1}{4}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)\eta F'G - \frac{\Delta B}{4}\sigma^2(1+\sigma\eta)F'' = 0 \quad (3.65)$$

$$\frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3\,N_e}\right)(1+\sigma\,\eta)\,\theta''+\frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3\,N_e}\right)\sigma\,\theta'+\frac{1}{2}\,F\,\theta'=0 \quad (3.66)$$

$$\frac{1}{Sc}\,(1+\sigma\,\eta)\,\phi''+\frac{1}{Sc}\,\sigma\,\phi'+\frac{1}{2}\,F\,\phi'=0 \quad (3.67)$$

Avec les conditions aux limites :

At $\eta=0$: $F'(\xi,0)=0$; $F(\xi,0)=0$;

$$G(\xi,0)=-\frac{1}{2}\,F'' \;;\quad \theta(\xi,0)=1\;;\quad \phi(\xi,0)=1 \quad (3.68)$$

At $\eta\to\infty$: $F'(\xi,\infty)=1$; $G(\xi,\infty)=0$; $\theta(\xi,\infty)=0$; $\phi(\xi,\infty)=0$ (3.69)

3.3.5 Modèle non-similarité locale

Pour le modèle à deux équations de non-similarité locale, en introduisant les variables $H=\partial F/\partial\xi,\ K=\partial G/\partial\xi,\ L=\partial\theta/\partial\xi\ et\ P=\partial\phi/\partial\xi$ et récupérer les termes négligés au premier niveau de troncature, les équations peuvent être écrites comme suit;

$$(1+\Delta)\,(1+\sigma\,\eta)\,F'''+(1+\Delta)\,\sigma\,F''+\frac{1}{2}\,FF''+\Delta\,G'+Ri\,\xi(\theta+N_{br}\,\phi)-Mn\,\xi\,(F'-1)=\xi(F'\,H'-F''H) \quad (3.70)$$

$$\lambda(1+\sigma\eta)\,G''+\frac{1}{2}\,FG'+\frac{1}{2}\,F'G-\frac{\Delta\,B}{2}\,\sigma^2\,G-\frac{1}{4}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)FG+\frac{1}{4}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)\eta\,F'G-\frac{\Delta\,B}{4}\,\sigma^2(1+\sigma\eta)F''=\xi\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)G\,H+F'K-G'H\right] \quad (3.71)$$

$$\frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3\,N_e}\right)(1+\sigma\,\eta)\,\theta''+\frac{1}{Pr}\left(1+\frac{4}{3\,N_e}\right)\sigma\,\theta'+\frac{1}{2}\,F\,\theta'=\xi(F'\,L-\theta'H) \quad (3.72)$$

$$\frac{1}{Sc}\,(1+\sigma\,\eta)\,\phi''+\frac{1}{Sc}\,\sigma\,\phi'+\frac{1}{2}\,F\,\phi'=\xi(F'\,P-\phi'H) \quad (3.73)$$

Avec les conditions aux limites :

At $\eta=0$: $F'(\xi,0)=0$; $F(\xi,0)=-2\xi\,H|_{\eta=0}$;

$$G(\xi,0)=-\frac{1}{2}\,F'' \;;\quad \theta(\xi,0)=1\;;\quad \phi(\xi,0)=1 \quad (3.74)$$

At $\eta\to\infty$: $F'(\xi,\infty)=1$; $G(\xi,\infty)=0$; $\theta(\xi,\infty)=0$; $\phi(\xi,\infty)=0$ (3.75)

En différenciant les équations (3.70) à (3.73) par rapport à ξ et en négligeant les termes $\partial H/\partial\xi,\partial K/\partial\xi,\partial L/\partial\xi\ et\ \partial P/\partial\xi$, on peut obtenir les équations suivantes

$$(1+\Delta)\,(1+\sigma\,\eta)\,H'''+(1+\Delta)\left(\frac{\eta}{\sqrt{\xi}\sqrt{Re}}\,F'''\right)+(1+\Delta)\frac{2}{\sqrt{Re}}\left(H''\sqrt{\xi}+\frac{1}{2\sqrt{\xi}}\,F''\right)+\frac{1}{2}\,(H\,F''+F\,H'')+\Delta\,K'+Ri\,(\theta+\xi\,L)+Ri\,N_{br}(\phi+\xi\,P)-Mn\,(F'+\xi\,H')+Mn=(F'H'-F''H)+\xi\left[\left(H'H'+F'\frac{\partial H'}{\partial\xi}\right)-\left(H''H+F''\frac{\partial H}{\partial\xi}\right)\right] \quad (3.76)$$

$$\lambda\ (1+\sigma\,\eta)\,K'' + \lambda\ \left(\frac{\eta}{\sqrt{\xi}\,\sqrt{Re}}\ \mathrm{G}''\right) + \frac{1}{2}(H\,G' + F\,K') + \frac{1}{2}(H'\,G + F'\,K) - \Delta\,B\frac{2}{Re}(G + \xi\,K - 14\,1(\mathrm{Re}\,\xi)1+\sigma\,\eta\,2F\,G + H\sigma 1+\sigma\eta\ G+K\,\sigma 1+\sigma\eta\ F + 14\,\eta\,1(\mathrm{Re}\,\xi)1+\sigma\,\eta\,2F'\,G+H'\sigma 1+\sigma\eta\ G+K\,\sigma 1+\sigma\eta\ F' - \Delta\,BRe1+3\eta\,\xi\mathrm{Re}F'' + 1+\sigma\,\eta\,\xi\,H'' = 12\,\sigma 1+\sigma\eta\ G\,H+F'K-G'H+\xi\left[\frac{1}{2}\left(\left(\frac{1}{(\sqrt{\mathrm{Re}}\,\sqrt{\xi})(1+\sigma\,\eta)^2}\right)G\ H + K\ \left(\frac{\sigma}{1+\sigma\eta}\right)\ H\right) + H'K - K'H\right]$$

(3.77)

$$\left(1+\frac{4}{3\,Ne}\right)\,(1+\sigma\,\eta)L'' + \left(1+\frac{4}{3\,Ne}\right)\frac{\eta}{\sqrt{\xi}\,\sqrt{\mathrm{Re}}}\ \theta'' + \left(1+\frac{4}{3\,Ne}\right)\frac{2}{\sqrt{\mathrm{Re}}}\left(\frac{1}{2\sqrt{\xi}}\ \theta' + \sqrt{\xi}\ L'\right) + \frac{Pr}{2}\,(H\,\theta' + F\,L') = \mathrm{Pr}[(F'L - \theta'H) + \xi\ (H'L - L'H)] \qquad (3.78)$$

$$(1+\sigma\,\eta)P'' + \frac{\eta}{\sqrt{\xi}\,\sqrt{\mathrm{Re}}}\ \phi'' + \frac{2}{\sqrt{\mathrm{Re}}}\left(\frac{1}{2\sqrt{\xi}}\ \phi' + \sqrt{\xi}\ P'\right) + \frac{Sc}{2}\ (H\,\phi' + F\ P') = \mathrm{Sc}[(F'P - \phi'H + \xi\,H'P - P'H \qquad (3.79)$$

Les conditions aux limites deviennent maintenant:

At $\eta = 0 : H'(\xi,0) = 0\ ,\ H\ (\xi,0) = \ 0\ ,K(\xi,0) = \ -\frac{1}{2}\ H''\ ,$

$$L\ (\xi,0) = 0\ ,\quad P\ (\xi,0) = 0 \qquad (3.80)$$

At $\eta \to \infty: H'(\xi,\infty) = 0\ ;\ \ K(\xi,\infty) = 0\ ;\ L\ (\xi,\infty)\ = 0\ \ ;\ \ P\ (\xi,\infty) = \ 0$ (3.81)

Les grandeurs d'intérêt physique principal sont le coefficient de frottement local C_f, le nombre de Nusselt local Nu_x et le nombre de Sherwood local Sh_x qui sont donnés sous les formes suivantes :

$$C_f = 2\tau_w\ /\rho\ U_\infty^2 \qquad (3.82)$$

$$Nu_x = \ x\ q_w/k\ (T_0 - \ T_\infty) \qquad (3.83)$$

$$Sh_x = \ x\ j_w/D\ \ (C_0 - \ C_\infty) \qquad (3.84)$$

Les expressions de la contrainte de cisaillement de paroi τ_w, du flux de chaleur de surface q_w et du flux de masse de surface j_w sont données par :

$$\tau_w = \ \left[(\rho\nu + \kappa)\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \ \kappa N\right]_{r=r_0} \qquad (3.85)$$

$$q_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=r_0} - \frac{4\,\sigma_s}{3\,k_e} \left(\frac{\partial T^4}{\partial r}\right)_{r=r_0} \quad (3.86)$$

$$j_w = -D \left(\frac{\partial C}{\partial r}\right)_{r=r_0} \quad (3.87)$$

En substituant par des transformations de similarité et les équations (3.85), (3.86), (3.87) dans les équations (3.82), (3.83), (3.84) ; nous obtenons

$$C_f Re_x^{1/2} = 2 \left(1 + \frac{\Delta}{2}\right) F''(\xi,0) \quad (3.88)$$

$$Nu_x\, Re_x^{-1/2} = -\left(1 + \frac{4}{3\,N_e}\right) \theta'(\xi,0) \quad (3.89)$$

$$Sh_x\, Re_x^{-1/2} = -\phi'(\xi,0) \quad (3.90)$$

IV- **Résultats d'un écoulement autour d'un cylindre vertical creux et mince soumis à la MHD et au rayonnement thermique**

4.1 Introduction :

Dans ce chapitre, le système d'équations trouvé dans le troisième chapitre est résolu numériquement sur la base du modèle de similarité locale et de non-similarité locale à deux équations en utilisant MATLAB dans le solveur bvp4c. Finalement on vas présenter graphiquement les résultats obtenus pour les profils de vitesse, de température et de concentration adimensionnelle ainsi que les paramètres locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse pour montrer l'influence du matériau micropolaire, du champ magnétique, du rayonnement thermique et de la flottabilité.

4.2. Solution numérique

Du point de vue mathématique, il est beaucoup plus difficile de résoudre un système d'équation non –linéaire et non similaire des équations différentielles partielles. Dans le présent problème les équations aux dérivées partielles sous les conditions aux limites sont d'abord transformé en équations différentielles ordinaires en utilisant des variables adimensionnelles puis résolues numériquement en utilisant MATLAB avec le solveur bvp4c. En appliquant cette méthode, nous devons résoudre un système d'équations différentielles ordinaires au lieu des équations aux dérivées partielles. Cette méthode approximative est valable pour les petites valeurs de ξ. Les détails de la procédure de solution sont donnés par Shampine et al.[23] .

4.3. Validation du résultat numérique

Pour illustrer la précision des solutions de différents modèles, le transfert de chaleur local obtenu par le modèle de similarité locale est comparé au transfert de chaleur local donné par le modèle à deux équations locale non similaires (Figure 4.1). On peut observer que les résultats obtenus par le modèle à deux équations est plus précis que ceux obtenus par le modèle de similarité locale. Afin de vérifier la précision du code écrit le système d'équation trouvée , le coefficient de frottement local $F''(\xi,0)$ et le nombre de Nusselt local $-\theta'(\xi,0)$ sont comparés aux résultats de recherches antérieures publiées par Kaya [18] . Les valeurs comparées sont dans un accord suffisant pour montre l'exactitude à la fois des équations dérivées et de la véracité de code écrit

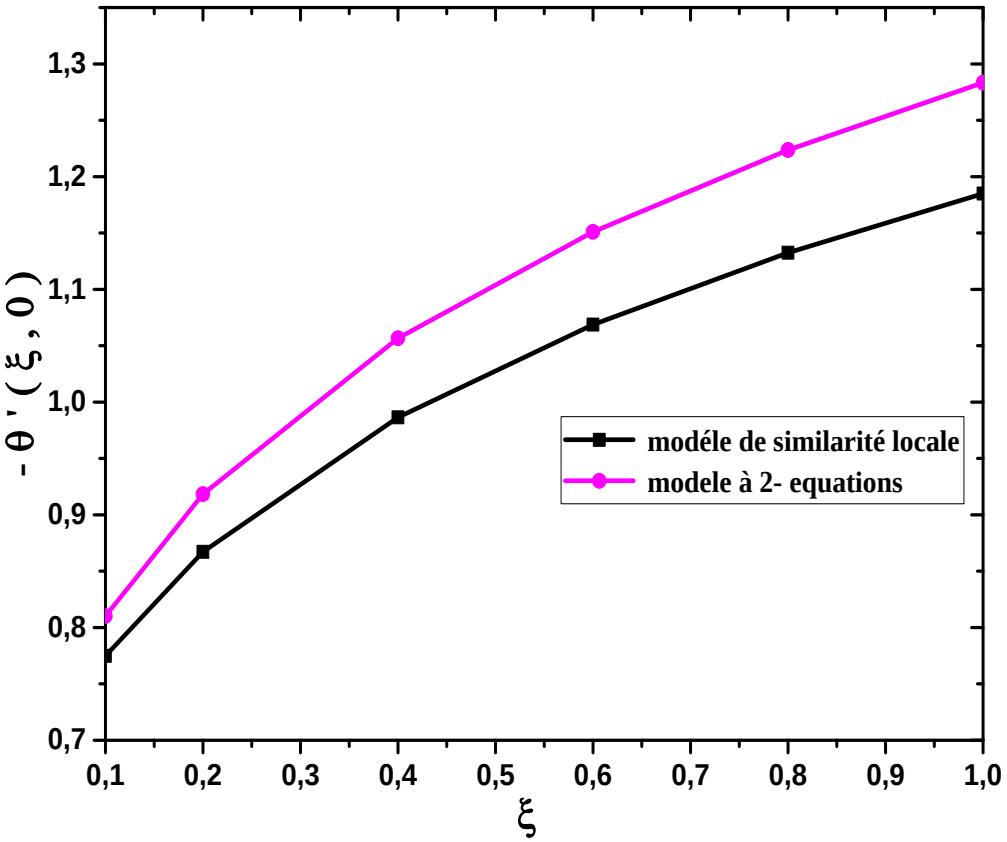


Figure 4.1 : Comparaison du coefficient de transfert de chaleur local entre le modèle de similarité locale et le modèle à deux équations locale non similaires

Tableau 4.1 : Comparaison des paramètres locaux de frottement et de transfert thermique avec : $\Pr = 1.0$, $Ri = 5.0$, $Mn = 0.5$, $Ne \to \infty$, $N_{br} = 0.0$, $Sc = 0.0$

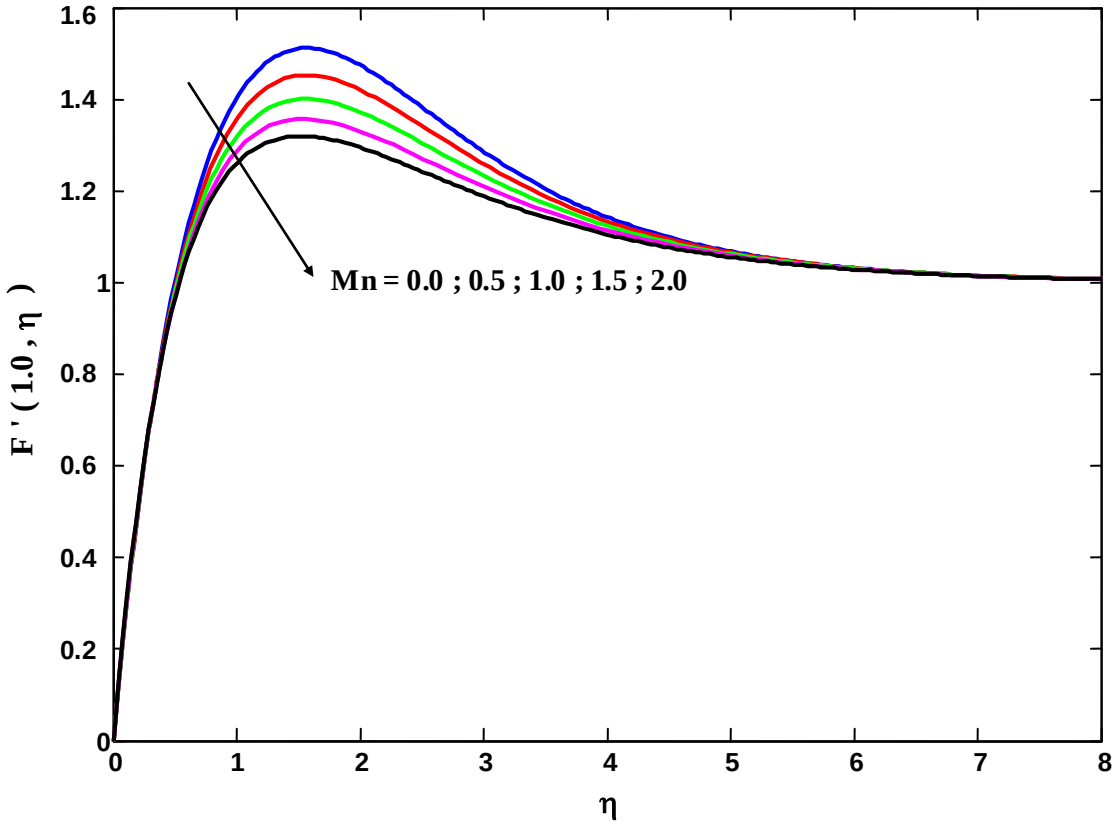
ξ	**Kaya[19]**		**Résultats présent**	
	$F''(\xi,0)$	$-\theta'(\xi,0)$	$F''(\xi,0)$	$-\theta'(\xi,0)$
0.7	2.7262	0.6225	2.7548	0.6088
0.8	2.9866	0.6431	3.0099	0.6250
0.9	3.2402	0.6606	3.2556	0.6397
1.0	3.4870	0.6769	3.4933	0.6532

4.4. Résultats et discussions pour un fluide Newtonien

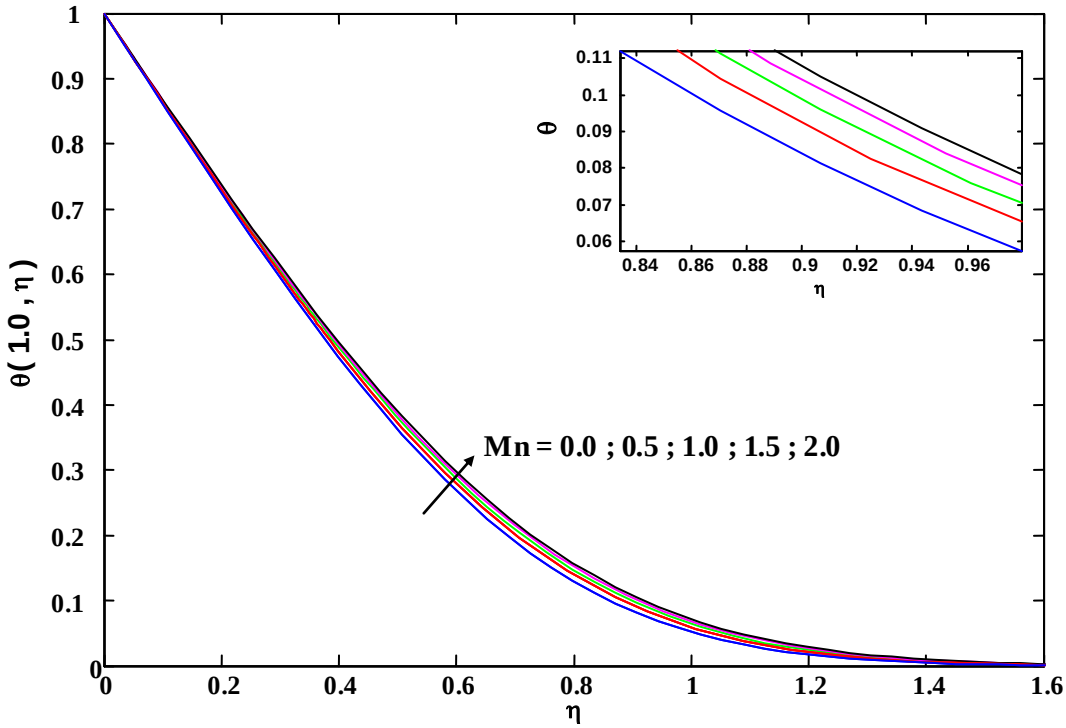
La formulation du transfert de chaleur et de masse d'un fluide Newtonien autour d'un cylindre vertical creux et mince en présence d'un champ magnétique et rayonnement thermique a été accomplie dans le chapitre précédent et un ensemble représentatif des résultats trouvés sont représentés graphiquement dans les figures (4.2) à (4.7). Les valeurs des paramètres utilisés dans cette étude sont: , $Re = 250$ [17], Nombre de Prandtl Pr =10.0. Nombre de Richardson (ou paramètre de convection mixte) $Ri = 0.0, 1.0, 2.0, 5.0\ et\ 10.0$. Le paramètre de Flottabilité $N_{br} = 1.0$. Le paramètre de rayonnement $Ne = 1.0, 3.0, 5.0\ et\ 10.0$. Le paramètre magnétique $Mn = 0.0, 0.5, 1.0, 1.5\ et\ 2.0$ et le nombre de Schmidt $Sc = 0.22$

4.4.1 L'effet du paramètre de champ magnétique sur les profils de vitesse, de température et de concentration

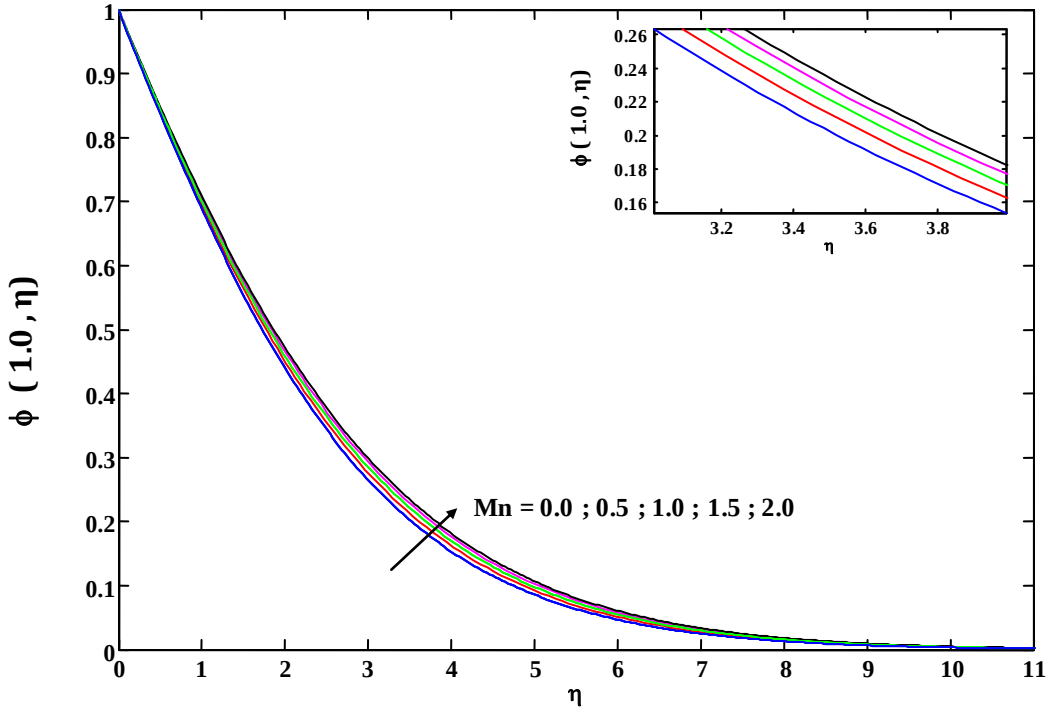
Les figures 4.2.a, 4.2.b, 4.2.c montrent l'influence du champ magnétique sur les profils de vitesse, de température et de concentration. On observe qu'une augmentation du paramètre du champ magnétique entraîne une diminution du champ de vitesse. C'est parce que l'application du champ magnétique transversal donnera une force de type résistif (force de Lorentz) similaire à la force de traînée qui tend à résister à l'écoulement du fluide et à réduire ainsi sa vitesse. Tandis qu'une légère augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique et de la couche limite de concentration avec l'augmentation du paramètre magnétique.



(a)



(b)

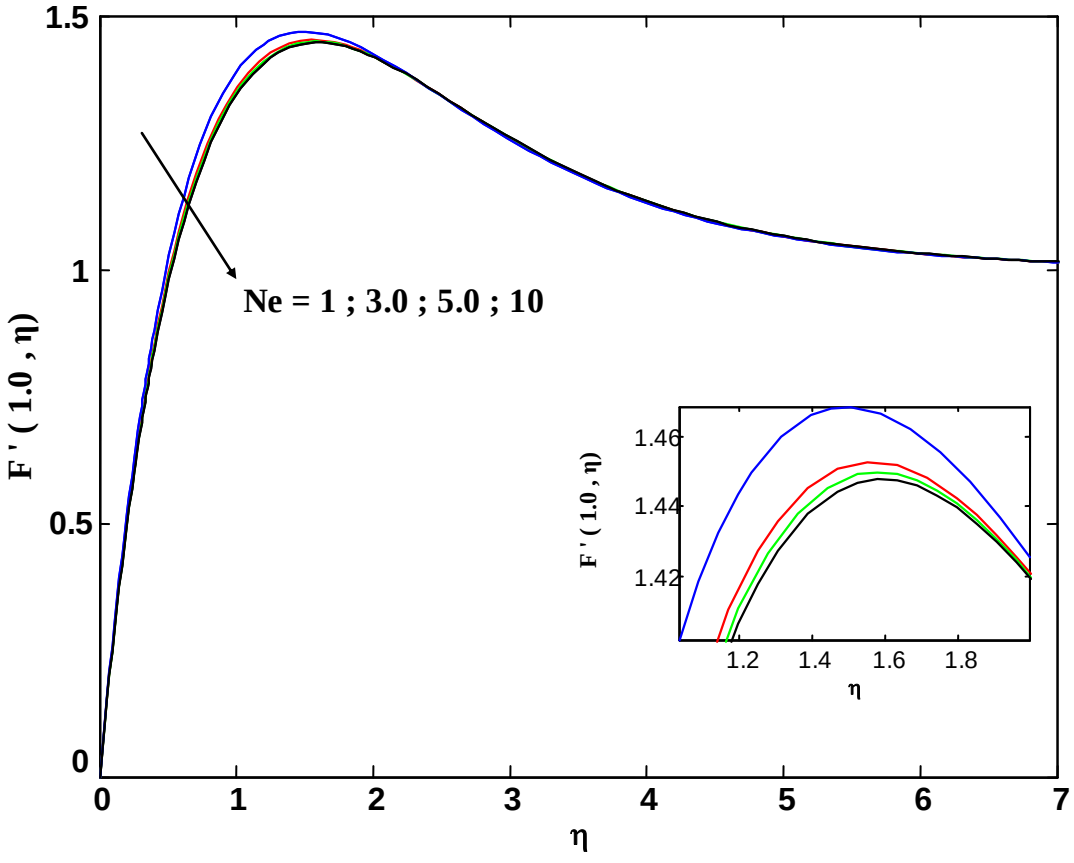


(c)

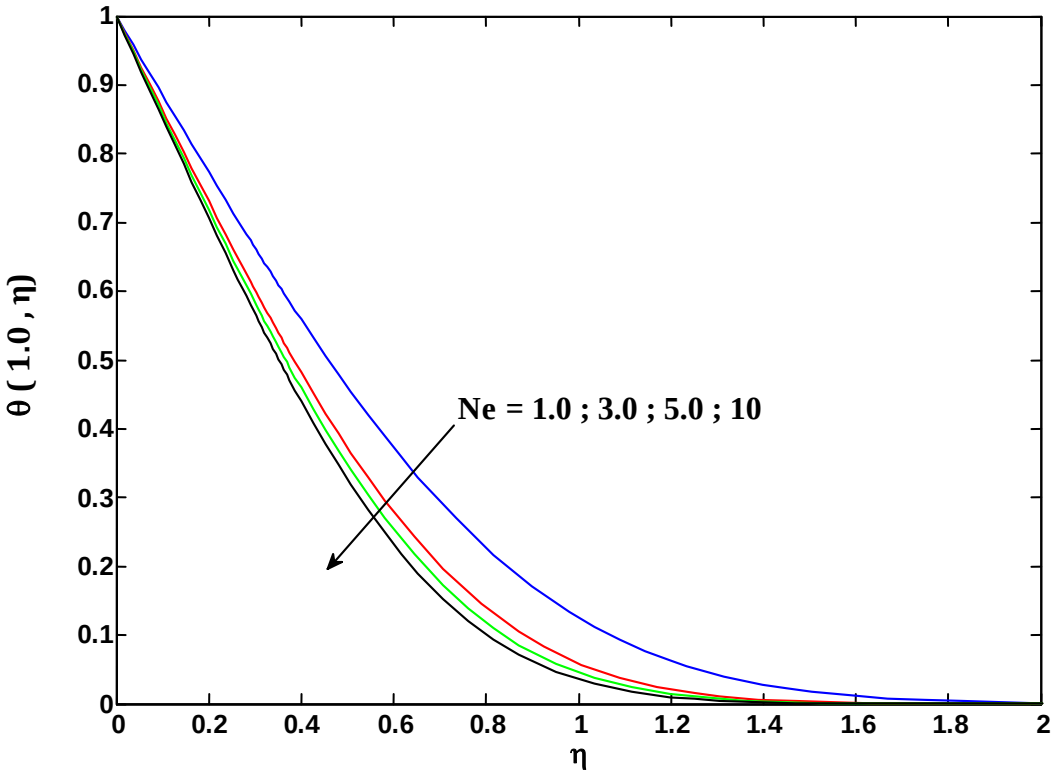
Figure 4.2 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de champ magnétique à ξ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Ne* = 3.0.

4.4.2 L'effet du paramètre de rayonnement sur les profils de vitesse, de température et de concentration

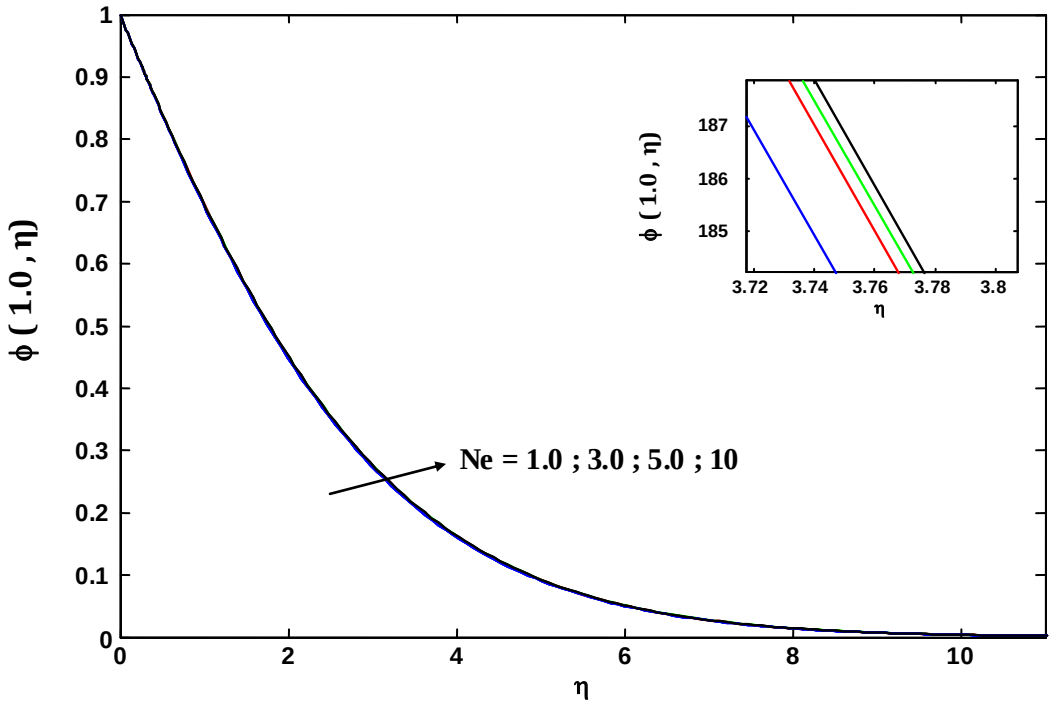
Les figures 4.3.a, 4.3.b, 4.3.c montrent l'influence du paramètre de rayonnement Ne sur les profils de vitesse, de température et de concentration. Le paramètre de rayonnement *Ne* (c'est-à-dire le nombre de Stark) définit la contribution relative du transfert de chaleur par conduction au transfert de rayonnement thermique. On peut constater que le rayonnement n'influe pas énormément sur les profils de vitesses, ceci s'explique par la nature thermique du rayonnement en relation avec la dynamique des fluides. On remarque aussi que les profils de température diminuent clairement sur toute la longueur du cylindre. En conséquence, l'épaisseur de la couche limite thermique diminue en raison d'une augmentation des valeurs de *Ne* et une petite augmentation dans la couche limite de concentration.



(a)



(b)

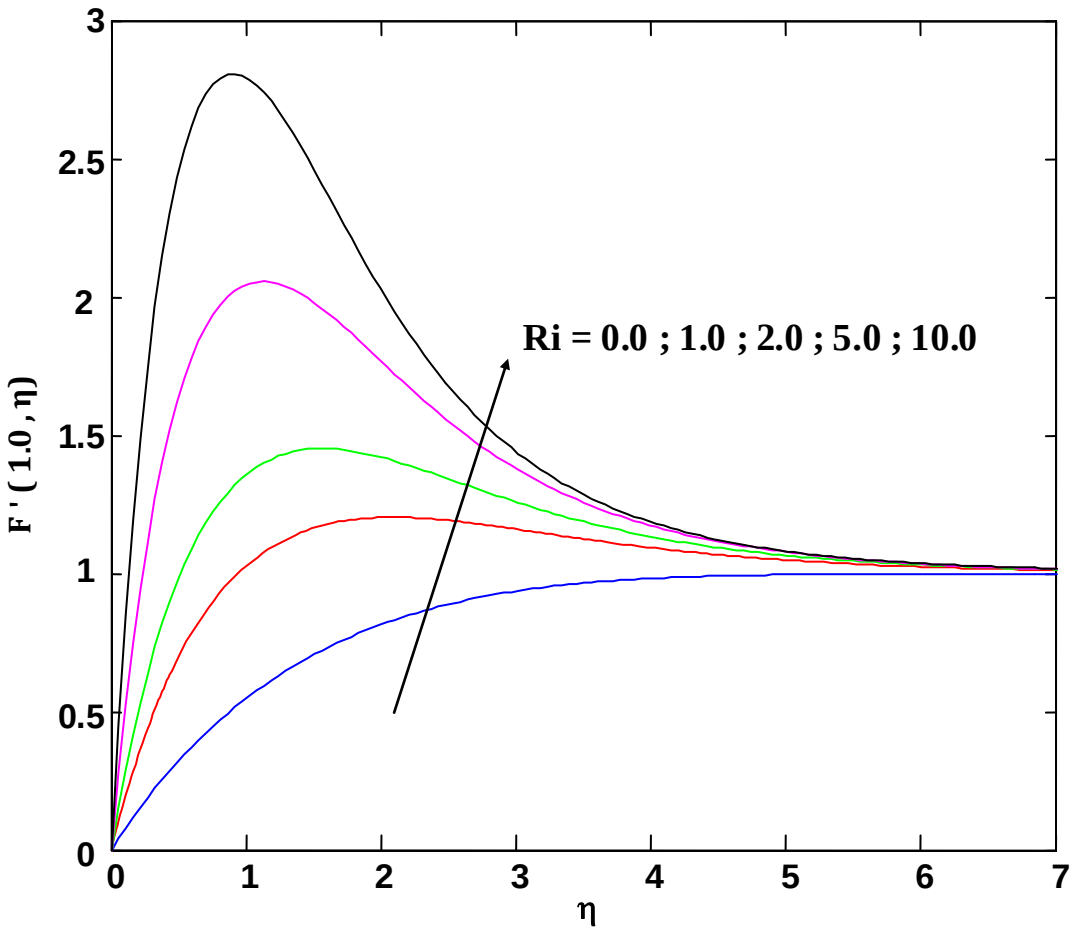


(c)

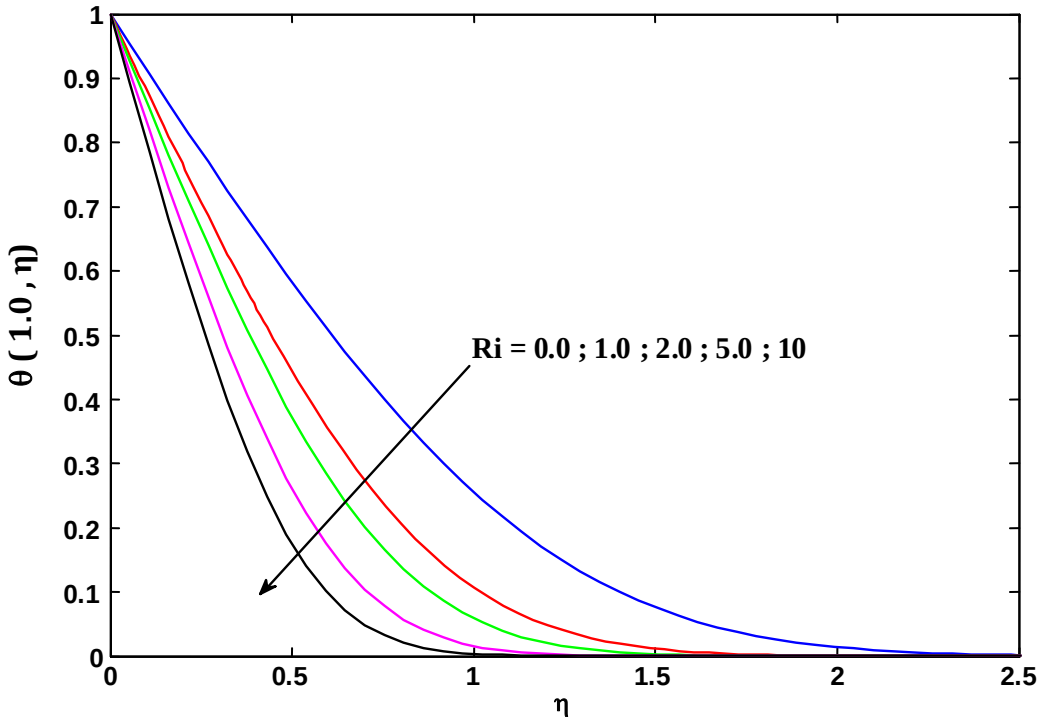
Figure 4.3 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de rayonnement thermique à ξ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Mn* = 0.5.

4.4.3 L'effet du paramètre de flottabilité sur les profils de vitesse, de température et de concentration

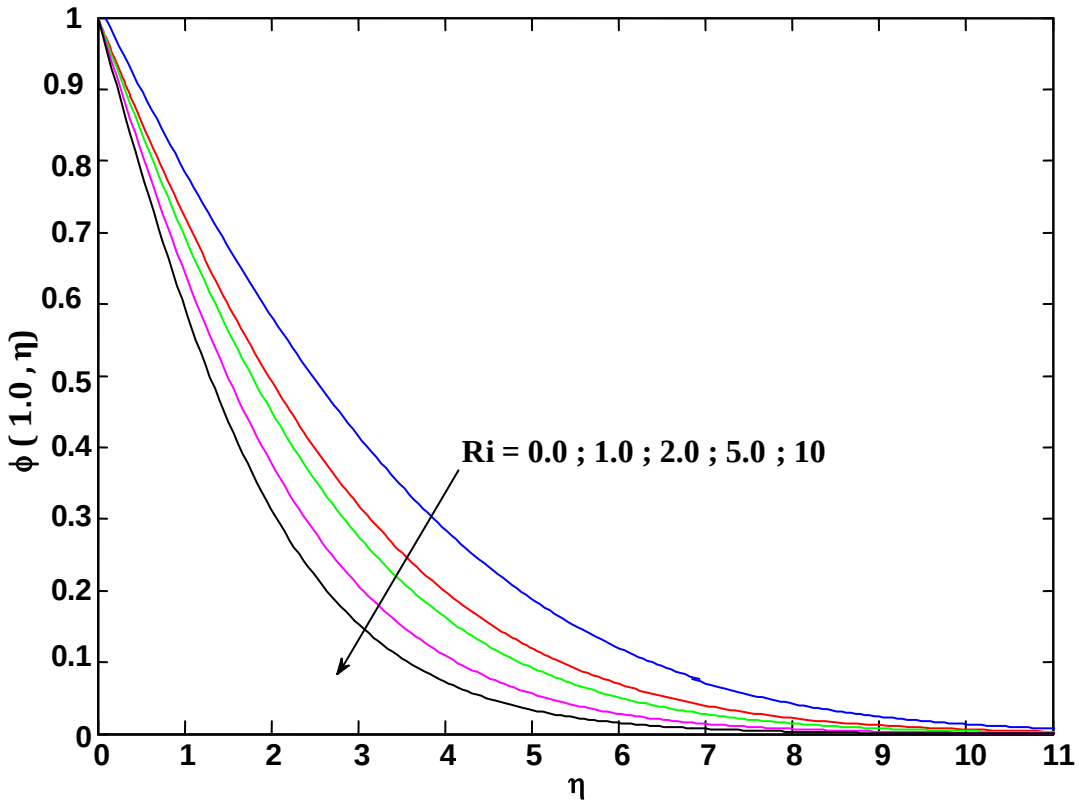
Les figures 4.4.a, 4.4.b, 4.4.c montrent l'influence de la force de flottabilité *Ri* sur les profils de vitesse, de température et de concentration. On voit que lorsque le nombre de Richardson augmente, c'est-à-dire que le flux de convection est plus proche de la convection libre, la vitesse de fluide augmente. En outre, on peut voir sur la figure 4.4.b et 4.4.c, une augmentation du nombre de Richardson conduire à une diminution de l'épaisseur de la couche limite thermique et de la concentration ce qui signifie que lorsque le flux de convection est plus susceptible d'être un flux de convection libre, les couches limites thermiques et de concentration deviennent plus minces.



(a)



(b)

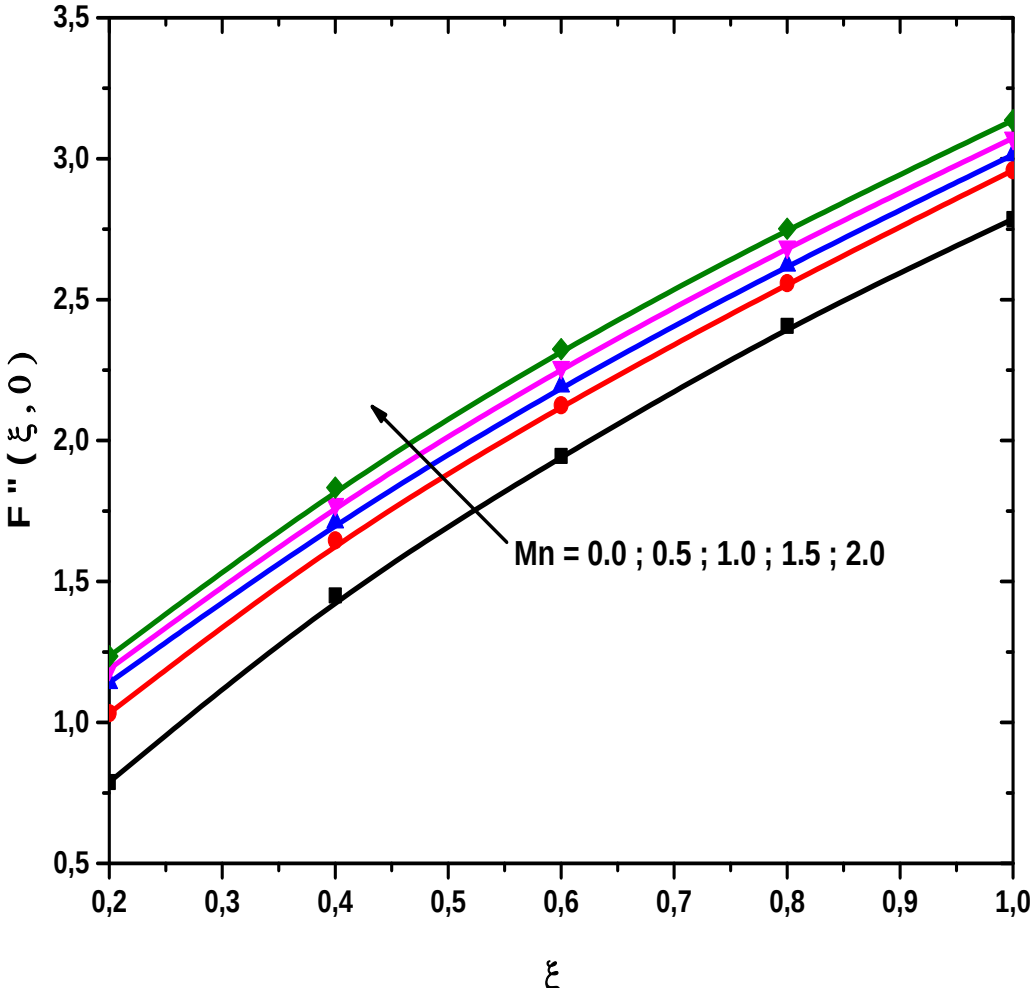


(c)

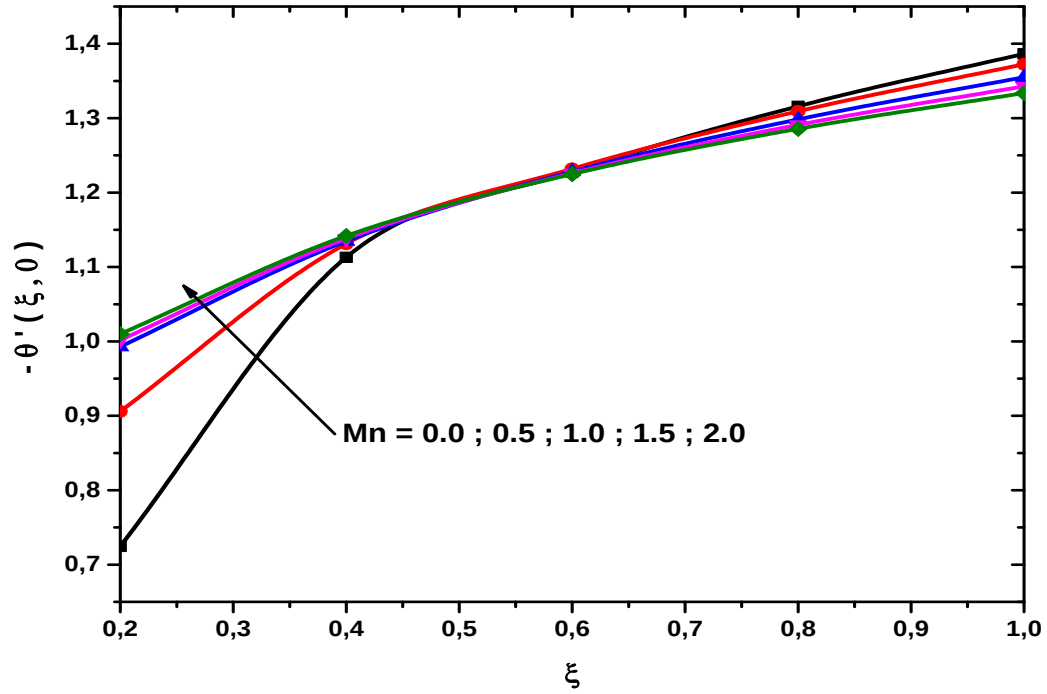
Figure 4.4 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de paramètre de flottabilité à ξ = 1.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0

4.4.4 L'effet du paramètre de champ magnétique *Mn* sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse

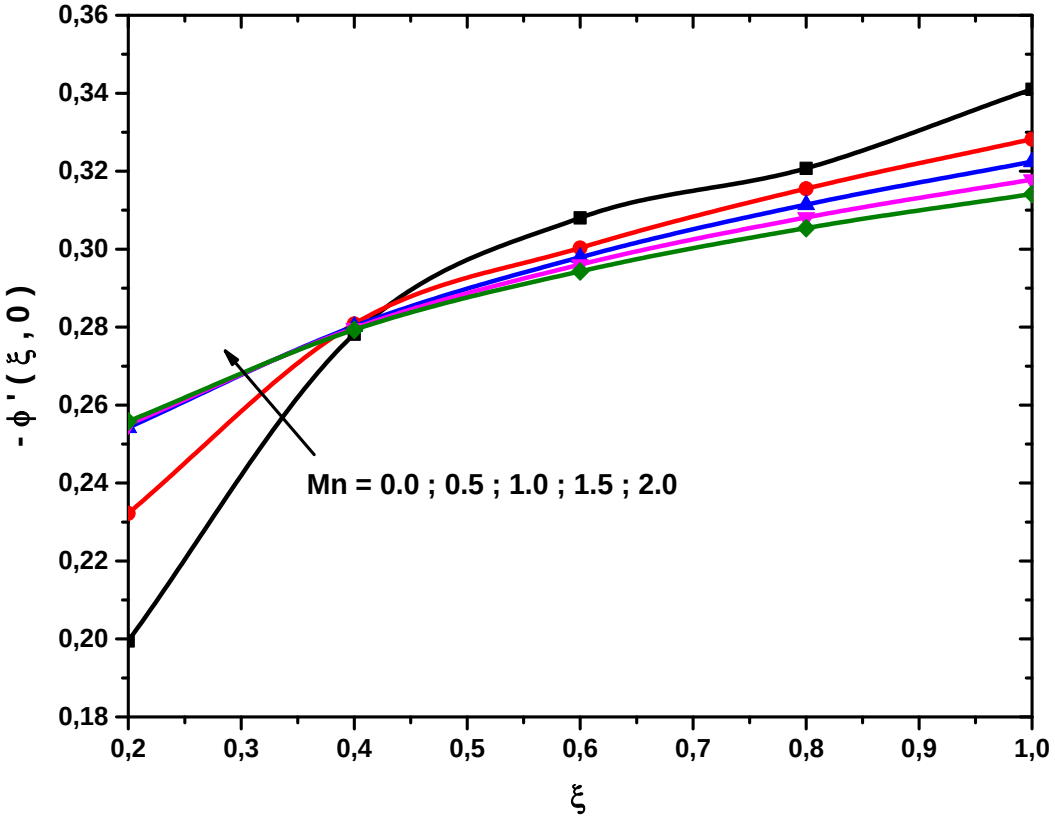
Les figures 4.5.a, 4.5.b, 4.5.c présentes l'effet du paramètre de champ magnétique *Mn* sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse. L'augmentation du paramètre magnétique Mn favorise l'écoulement et pousse les particules fluide vers la surface de cylindre ce qui augmente le frottement local (c-à-d. contrainte de cisaillement). On remarque à partir de la figure 3.4.b que l'augmentation du paramètre de champ magnétique améliore le transfert de chaleur local dans la région $0.2 \leq \xi \leq 0.5$ et diminue dans la region $0.5 < \xi \leq 1.0$. D'un autre coté; le transfert de masse local a été amélioré avec l'augmentation du paramètre de champ magnétique dans la région $0.2 \leq \xi \leq 0.4$ et un effet inverse dans la région $0.4 < \xi \leq 1.0$.



(a)



(b)

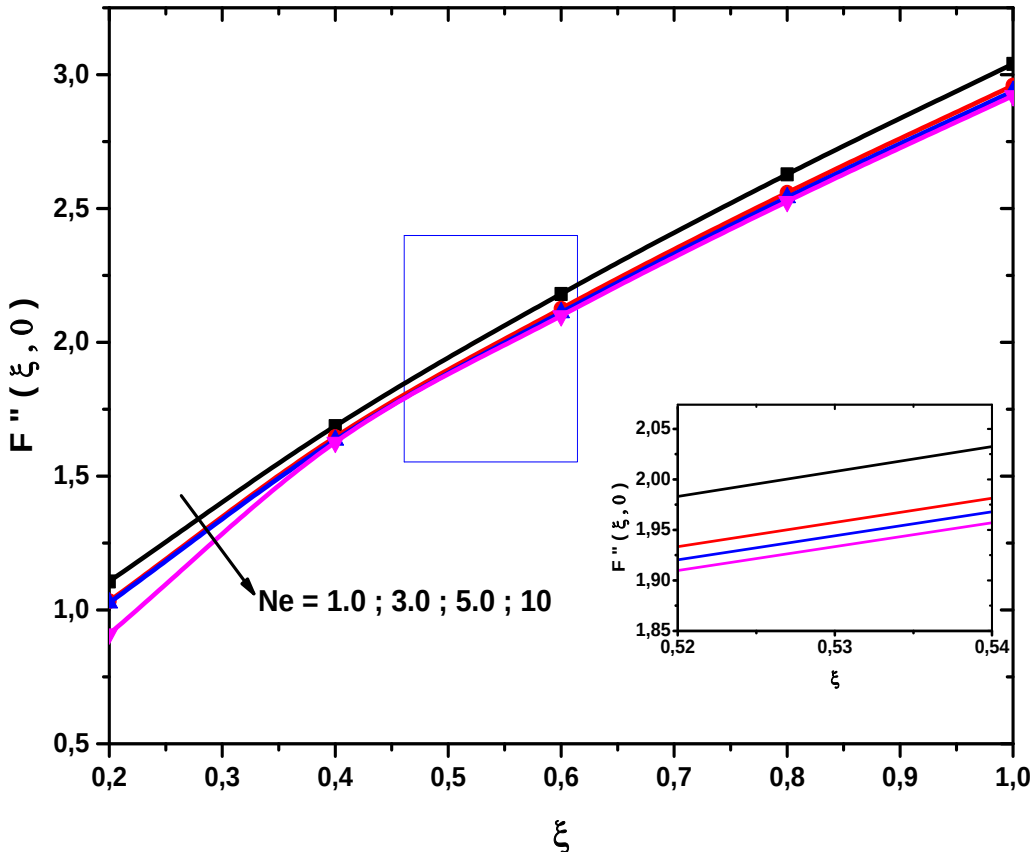


(c)

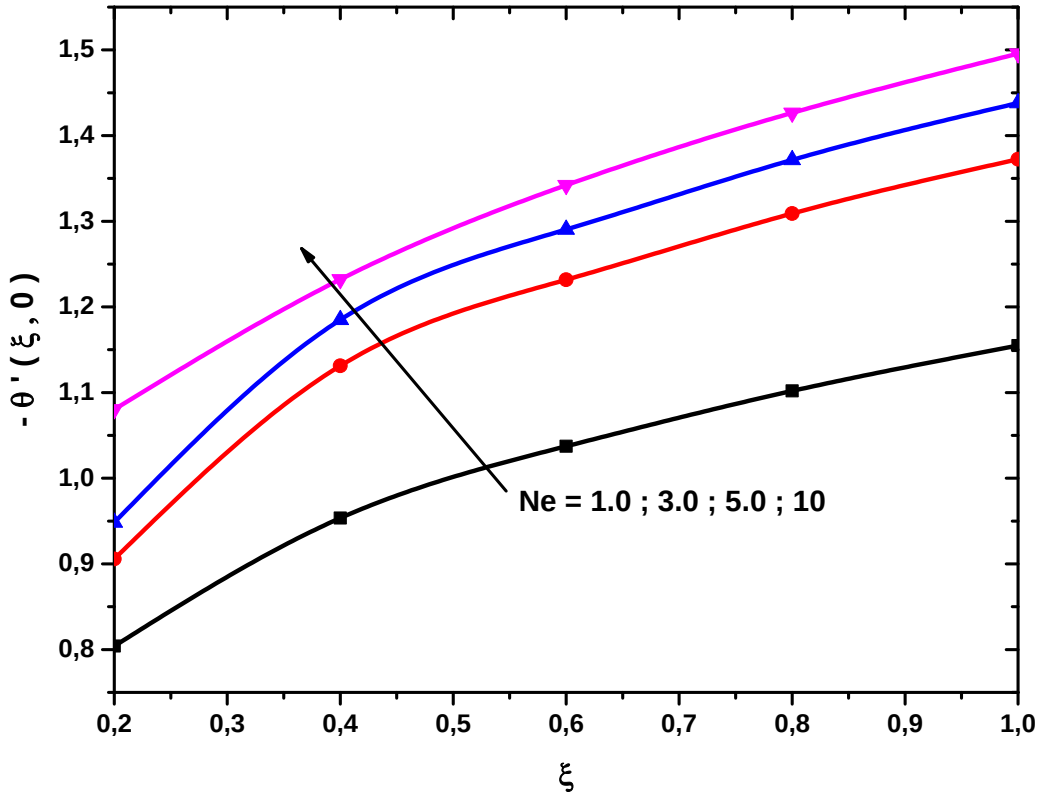
Figure 4.5 : Effet du paramètre de champ magnétique sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ri* = 2.0 et *Ne* = 3.0,

4.4.5 L'effet du paramètre de rayonnement thermique *Ne* sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse

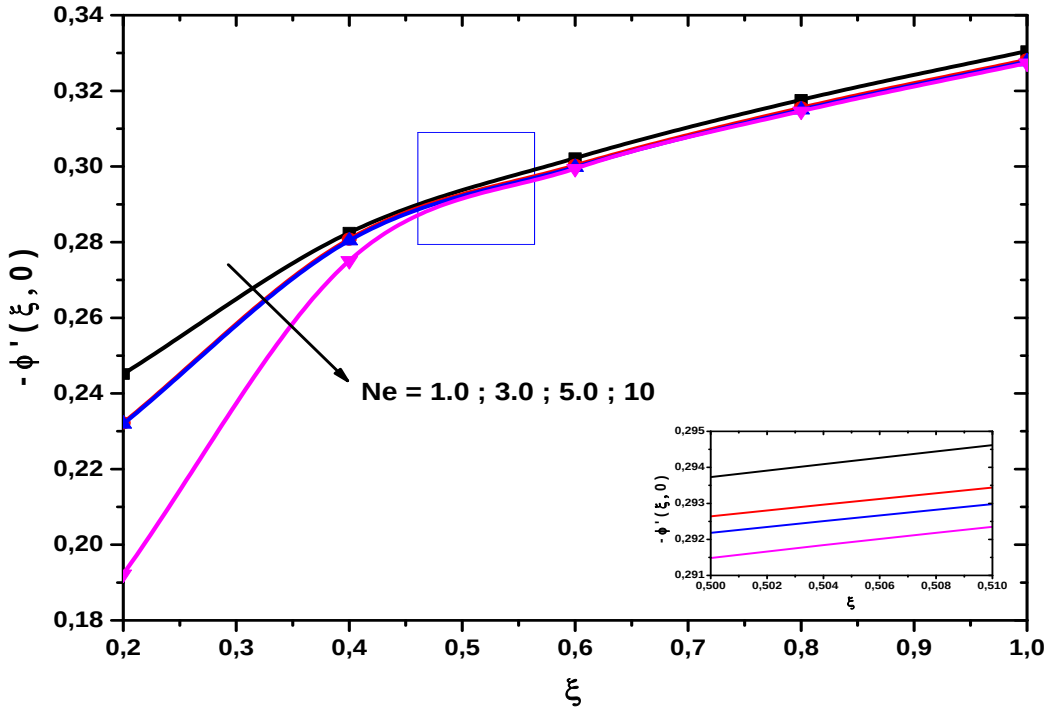
La variation des paramètres locaux de frottement (a) de transfert de chaleur (b) et de transfert de masse (c) pour différents valeurs du paramètre de rayonnement thermique *Ne* sont représentés sur les figures 4.6.a, 4.6.b et 4.6.c, respectivement. L'augmentation du paramètre de rayonnement améliore le taux de transfert thermique et diminué légèrement les paramètres locaux de frottement et de transfert de masse



(a)



(b)

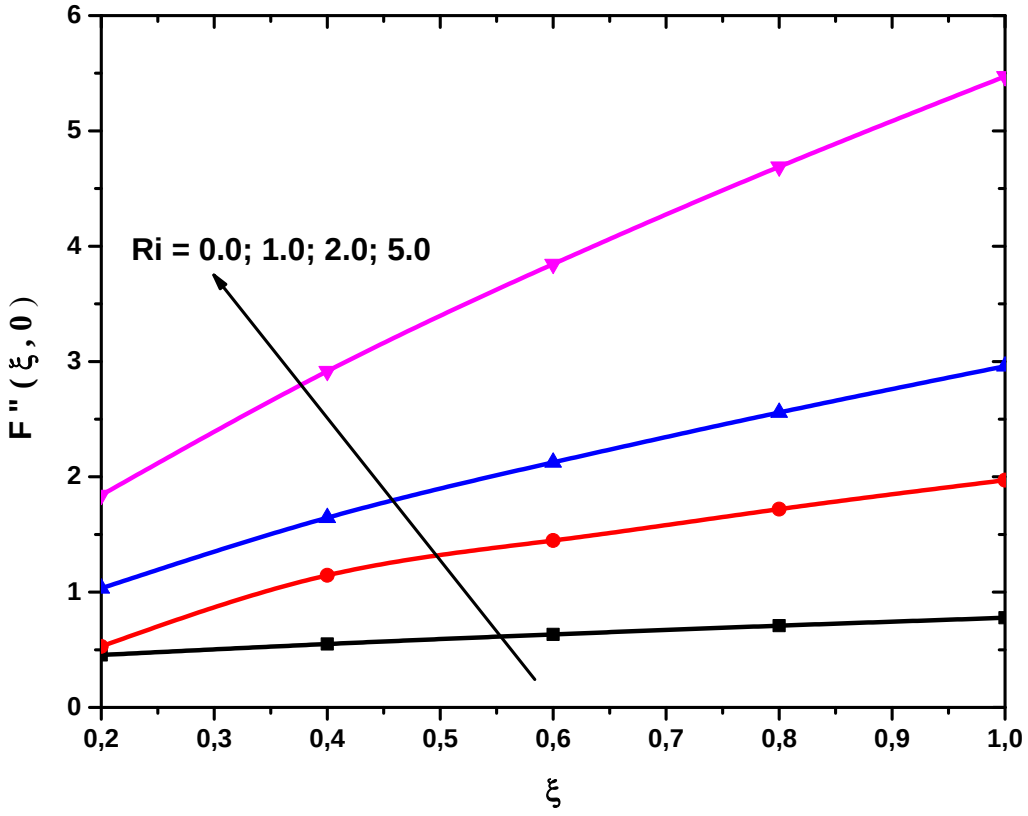


(c)

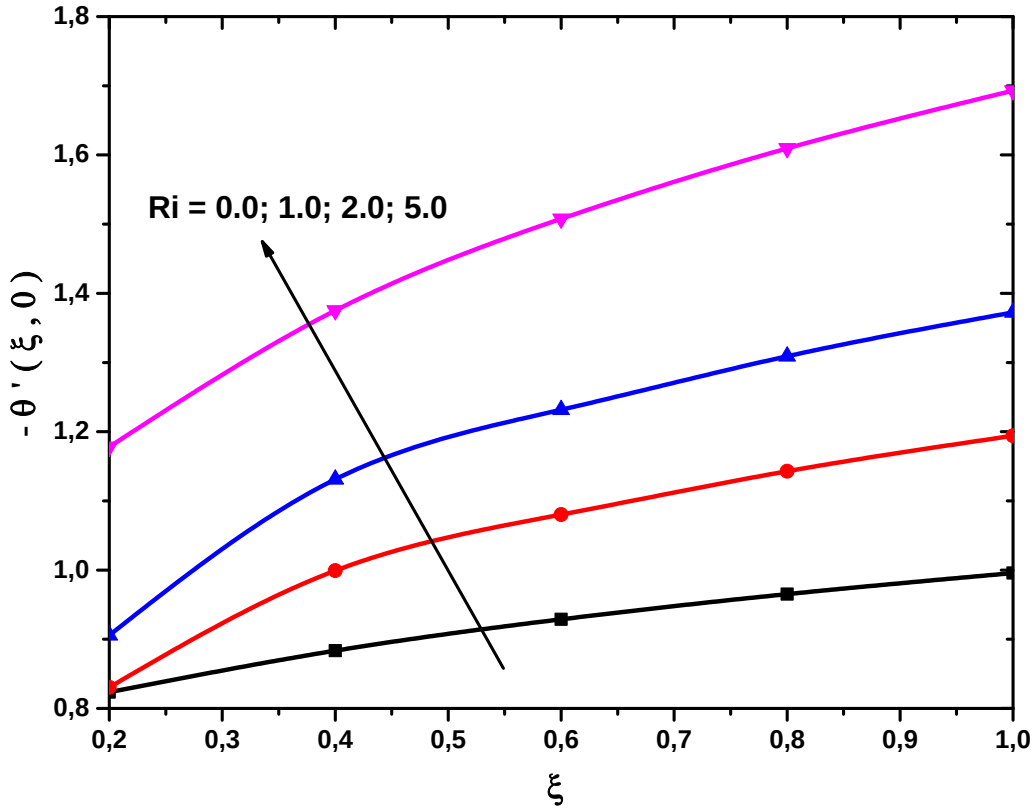
Figure 4.6 : Effet du paramètre de rayonnement thermique sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ri* = 2.0 et *Mn* = 0.5

4.4.6 L'effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse

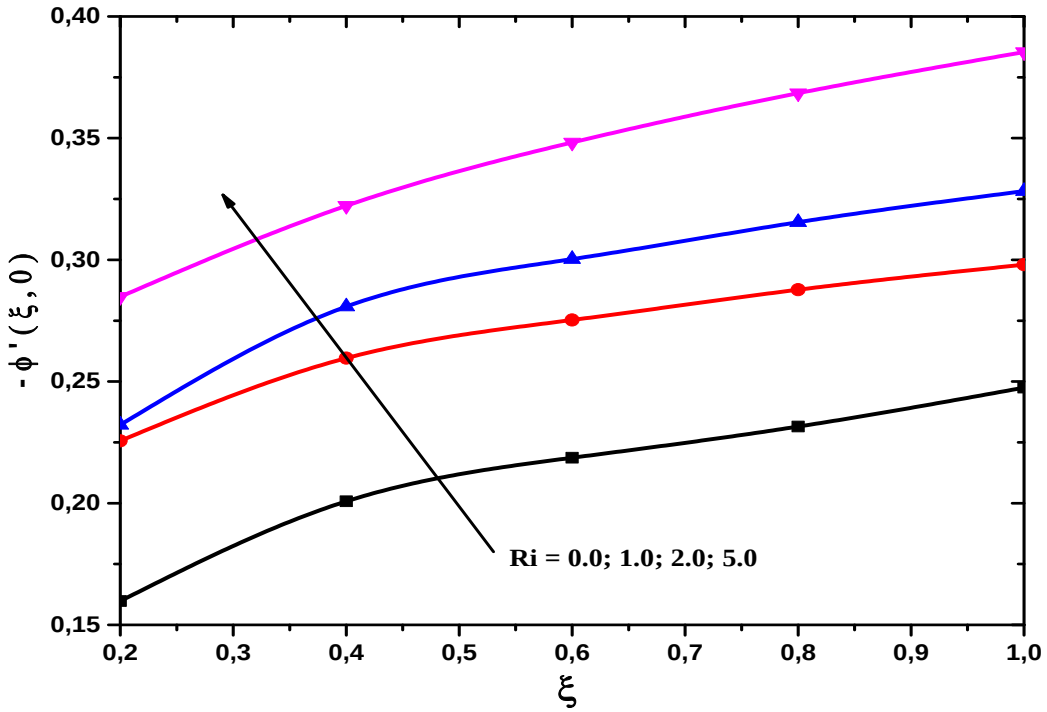
Les figures 4.7.a, 4.7.b et 4.7.c présentes l'effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse. On voit que le coefficient de frottement local, le taux de transfert de chaleur local et le transfert de masse local augmentent à mesure que l'effet de flottabilité augmente. C'est-à-dire que le nombre de Nusselt local et le nombre de Sherwood local augmente avec l'augmentation du nombre de Richardson. Lorsque Ri augmente, l'effet de flottabilité accru génère une plus grande force de flottabilité, ce qui augmente la vitesse du fluide, et augmente ainsi le taux de transfert de chaleur local et le transfert de masse local



(a)



(b)



(c)

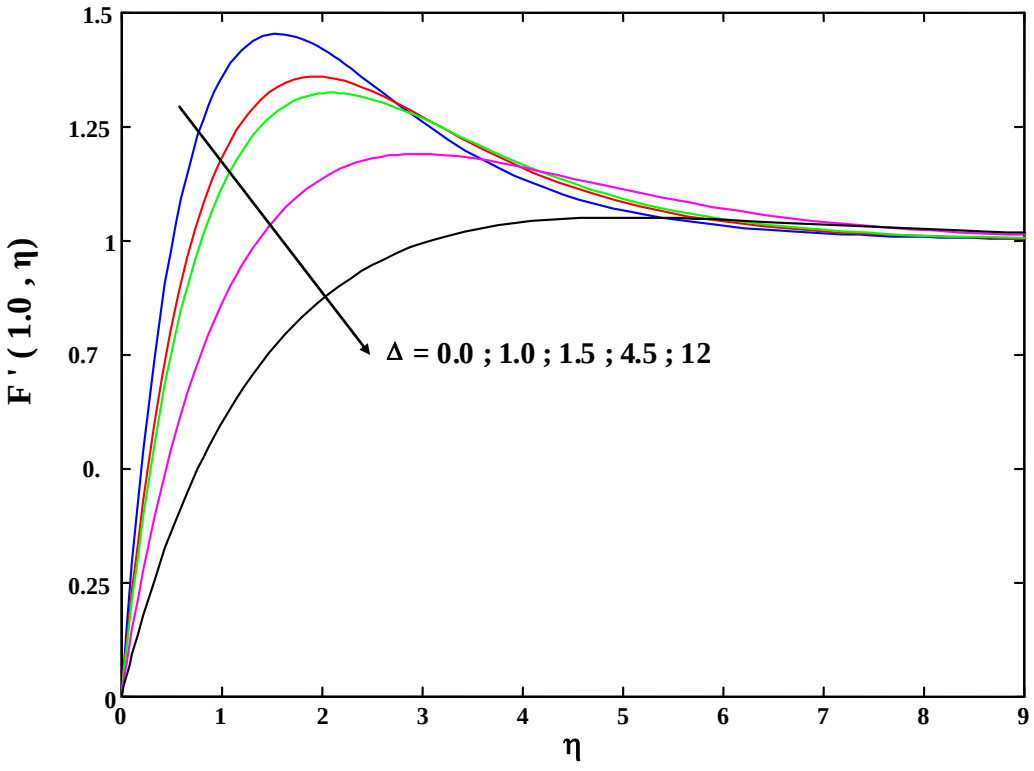
Figure 4.7 : Effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ne*= 3.0 et *Mn* = 0.5

4.5 Résultats et discussion pou un fluide micropolaire

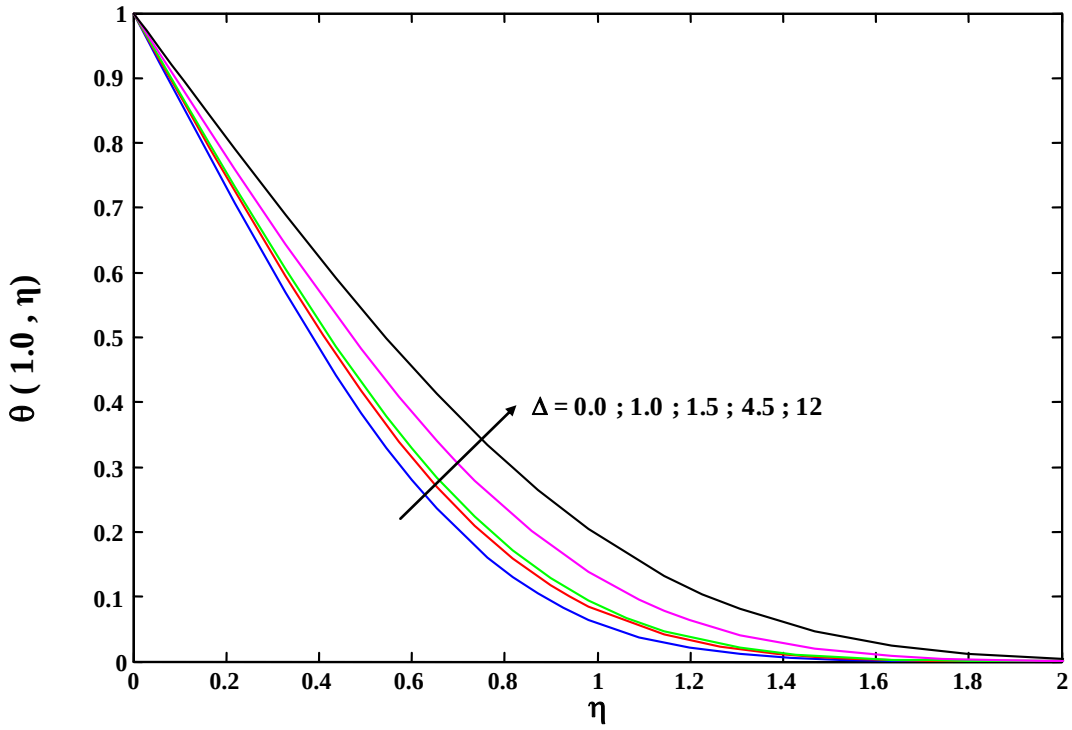
Les résultats des effets du champ magnétique et du rayonnement thermique sur le transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide micropolaire autour d'un cylindre vertical creux et mince avec une température et une concentration de surface uniformes sont présentés graphiquement sur les figure (4.8) à (4.15). Les valeurs des paramètres utilisés dans cette étude sont: $\lambda = 5.0, B = 1\times10^{5}$, $Re = 250$ [17], paramètre micropolaire $\Delta = 0.0, 1.0, 1.5, 4.5\ et\ 12{,}0$. Nombre de Prandtl Pr = 10. Nombre de Richardson (ou paramètre de convection mixte) $Ri = 0{,}0, 1{,}0, 2{,}0, 5{,}0\ et\ 20{,}0$. Paramètre de Flottabilité $N_{br} = 1.0$. Le paramètre magnétique $Mn = 0{,}0{,}5{,}1{,}0{,}1{,}5\ et\ 2{,}0$. Le paramètre de rayonnement $Ne = 1.0.3.0{,}5.0\ et\ 10.0$ et le nombre de Schmidt $Sc = 0.22$

4.5.1 L'effet du paramètre de matériau micropolaire Δ sur les profils de vitesse, de température et de concentration

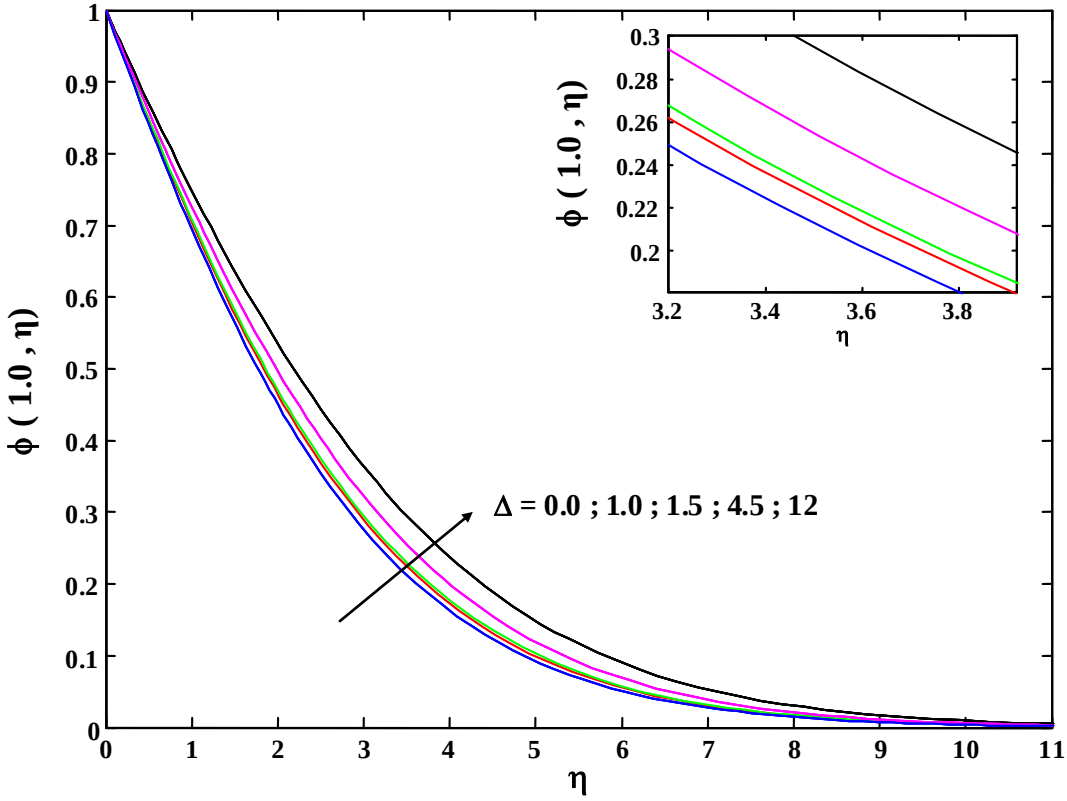
Les figures 4.8.a, 4.8.b et 4.8.c présentent les profils de vitesse, de température et de concentration pour différentes valeurs de Δ, respectivement. On peut voir depuis la figure 4.8.a que la distribution de vitesse pour le fluide micropolaire non Newtonien est inférieure à celle du fluide newtonien (Δ = 0.0) et une augmentation du paramètre de viscosité du vortex produit une force résistive à travers la vélocité de la couche limite hydrodynamique en conséquence de laquelle la vitesse diminue (l'augmentation du paramètre de matériau micropolaire réduit la vitesse linéaire et favorise la vitesse de la micro-rotation). D'autre part, à partir des figures 4.8.b et 4.8.c, on observe que lorsque le paramètre de viscosité du vortex augmente, la couche limite thermiques et la couche limite de concentration augmentent.



(a)



(b)

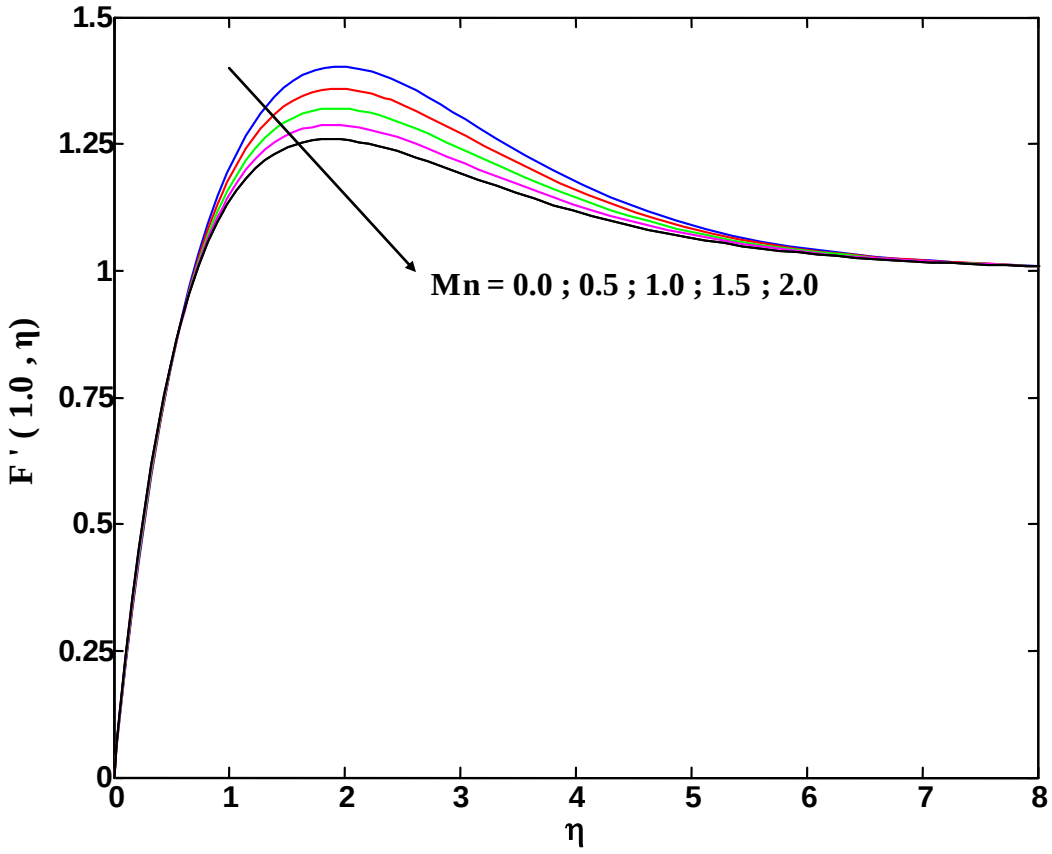


(c)

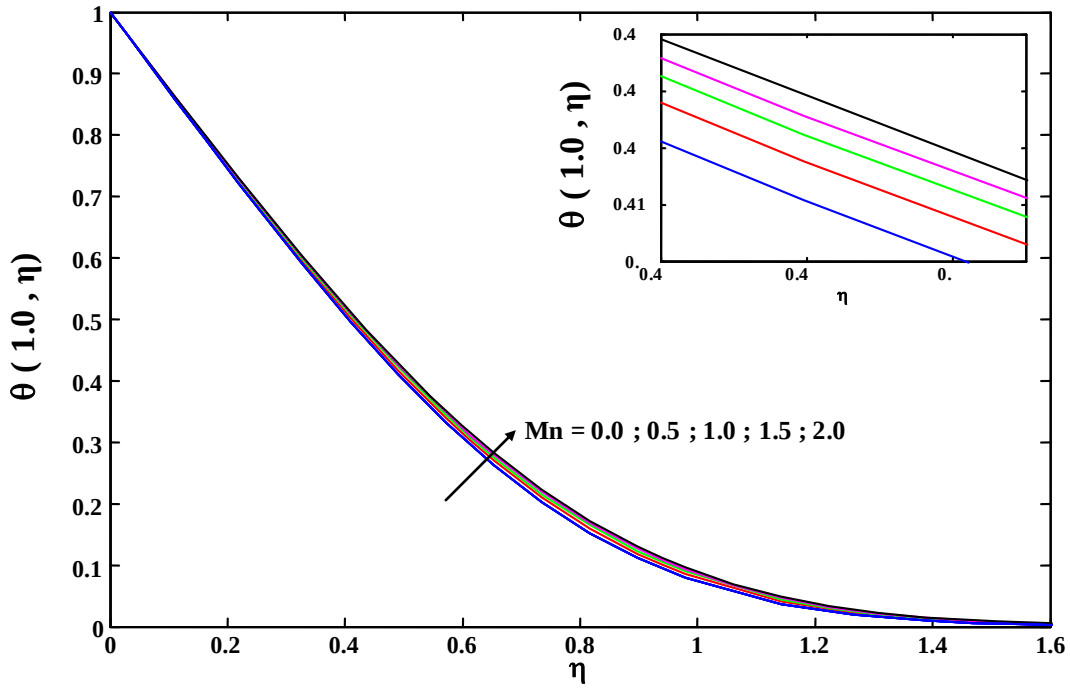
Figure 4.8 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de paramètre de matériau micropolaire à ξ = 1.0, *Ri* = 2.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0

4.5.2 L'effet du paramètre de champ magnétique sur les profils de vitesse, de température et de concentration

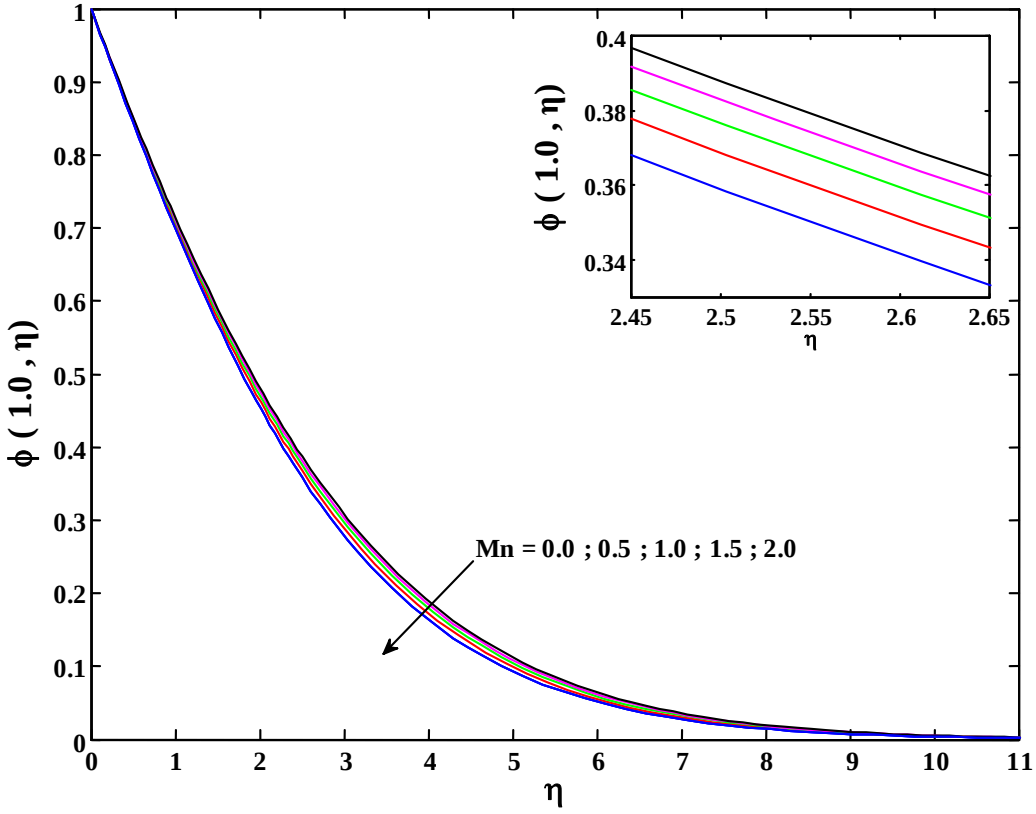
Les figures 4.9.a, 4.9.b et 4.9.c présentent les profils de vitesse, de température et de concentration pour différentes valeurs de ***Mn***, respectivement. Il est clair que le paramètre de champ magnétique ***Mn*** a un effet retardateur sur la vitesse du fluide c'est à cause de la force résistive d'origine électromagnétique appelée force de Lorentz et qui entraîne l'amincissement de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique, tandis que les profils de température et de concentration augmentent légèrement avec l'augmentation du paramètre de champ magnétique ***Mn***.



(a)



(b)

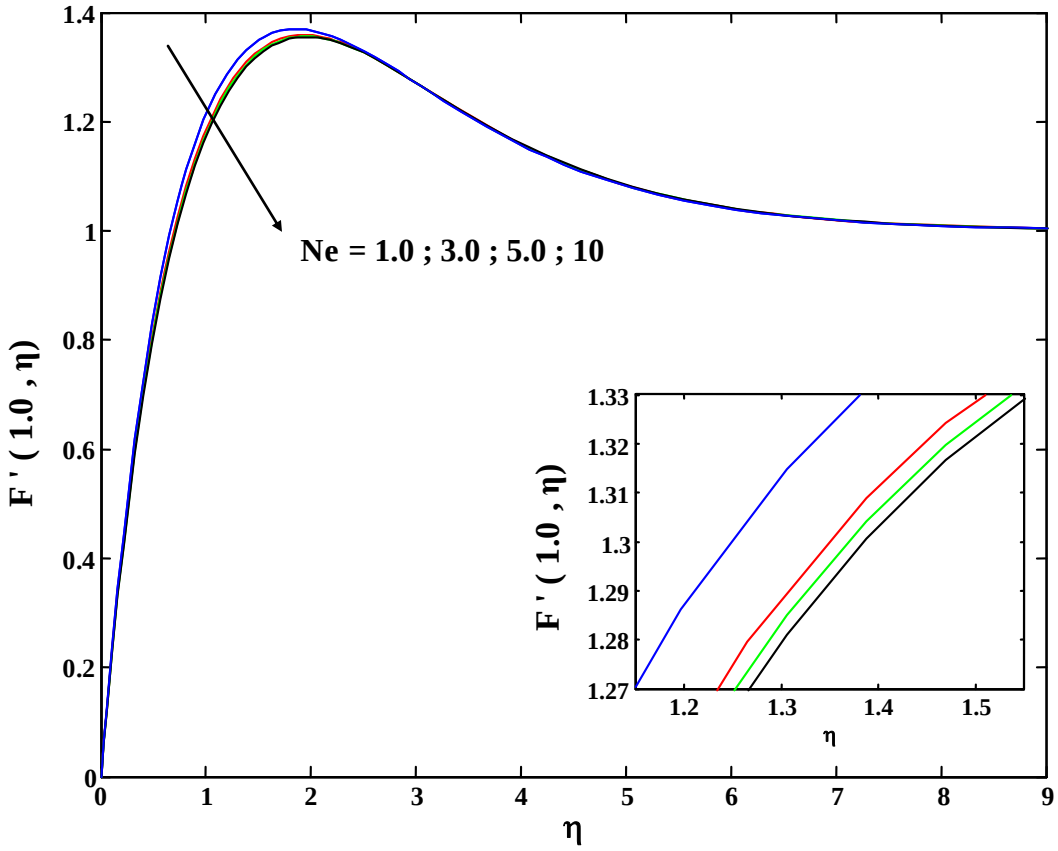


(c)

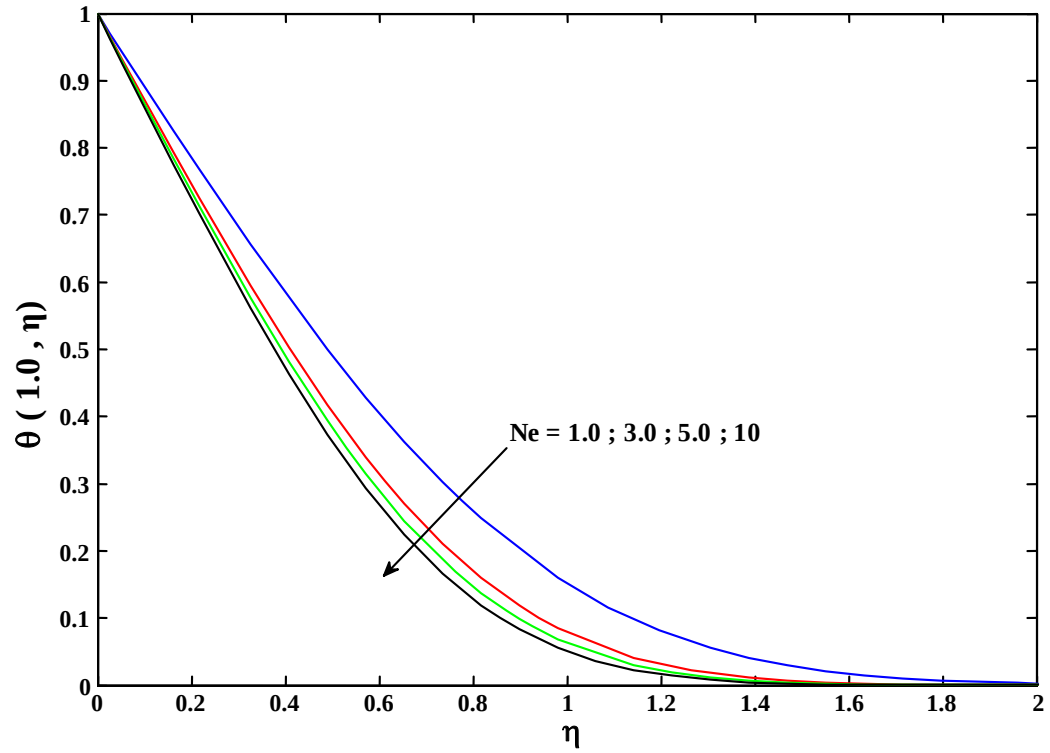
Figure 4.9 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de champ magnétique à ξ = 1.0, Δ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Ne* = 3.0

4.5.3 L'effet du paramètre de rayonnement sur les profils de vitesse, de température et de concentration

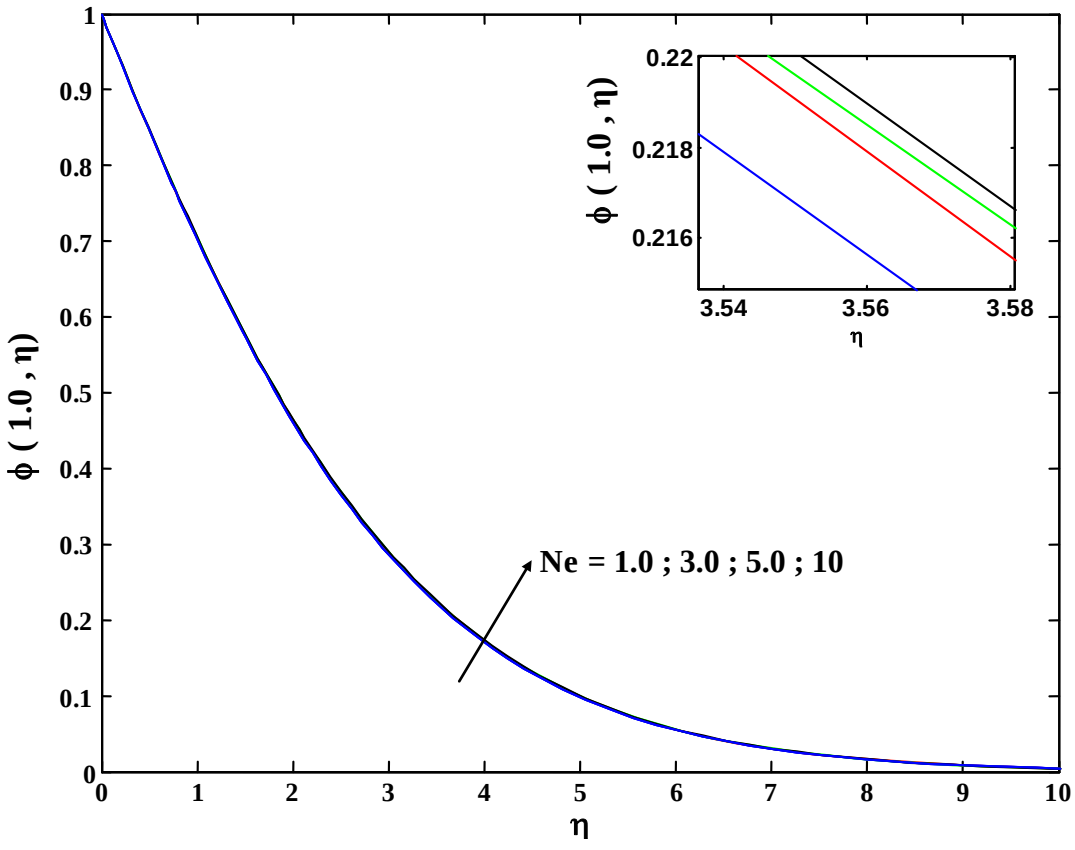
Les figures 4.10.a, 4.10.b et 4.10.c présentent des profils de vitesse, de température et de concentration pour différentes valeurs du paramètre de rayonnement Ne, respectivement. Ces chiffres montrent que l'augmentation du paramètre de rayonnement s'accompagne d'une légère diminution de la vitesse. La figure 4.10.b montre que l'effet du paramètre de rayonnement est significatif dans le profil de température. L'augmentation du paramètre de rayonnement conduit à une diminution de l'épaisseur de la couche limite thermique et à quelques augmentations dans la couche limite de concentration qui a représentée dans la figure 4.10.c.



(a)



(b)

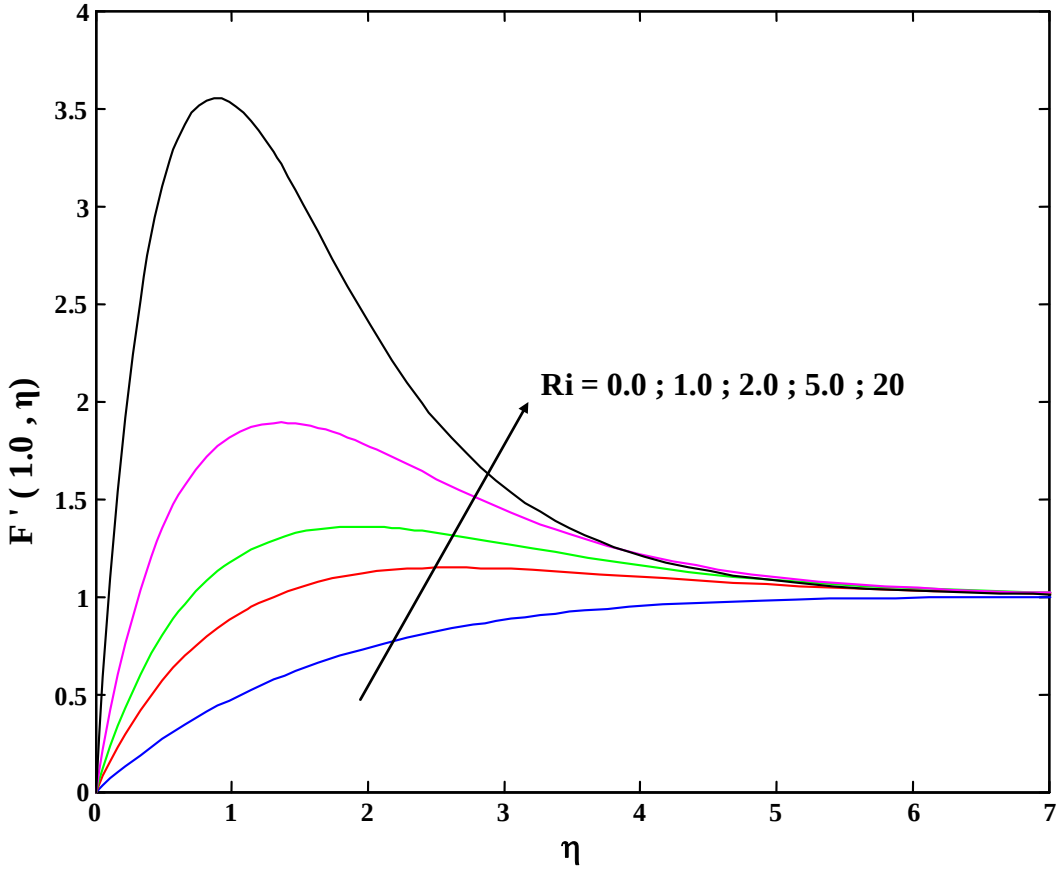


(c)

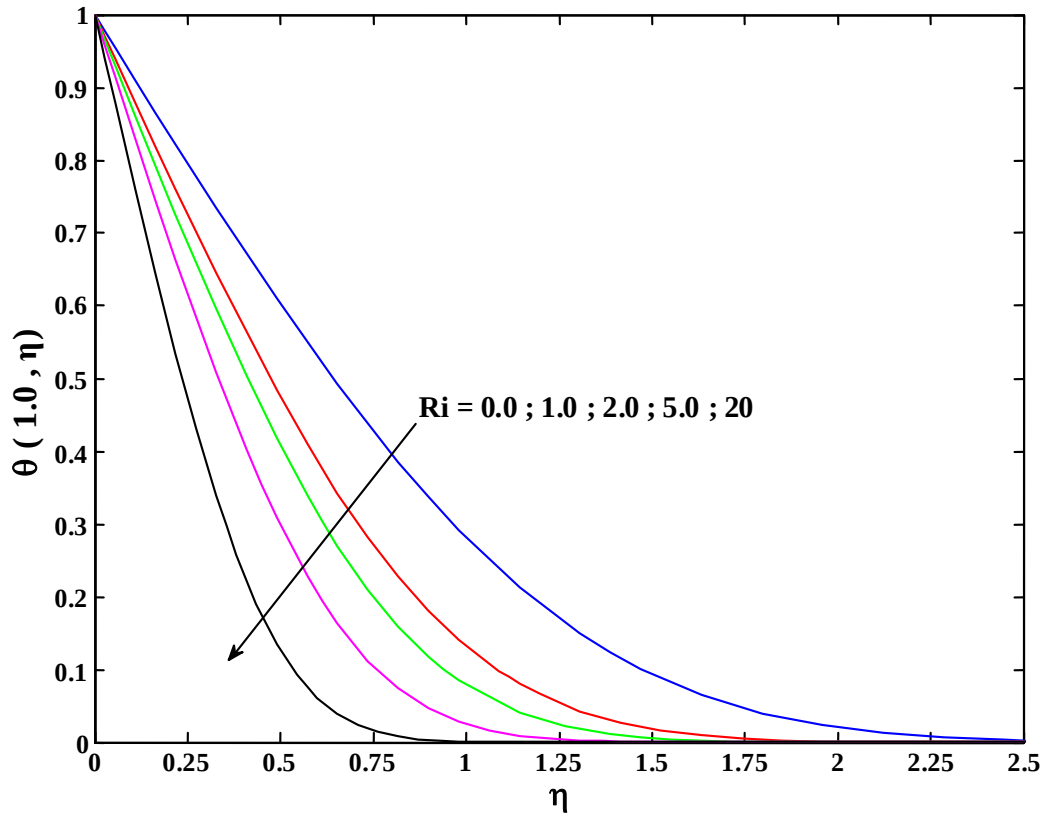
Figure 4.10 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de paramètre de rayonnement à ξ = 1.0, Δ = 1.0, *Ri* = 2.0 et *Mn* = 0.5

4.5.4 L'effet du paramètre de flottabilité sur les profils de vitesse, de température et de concentration

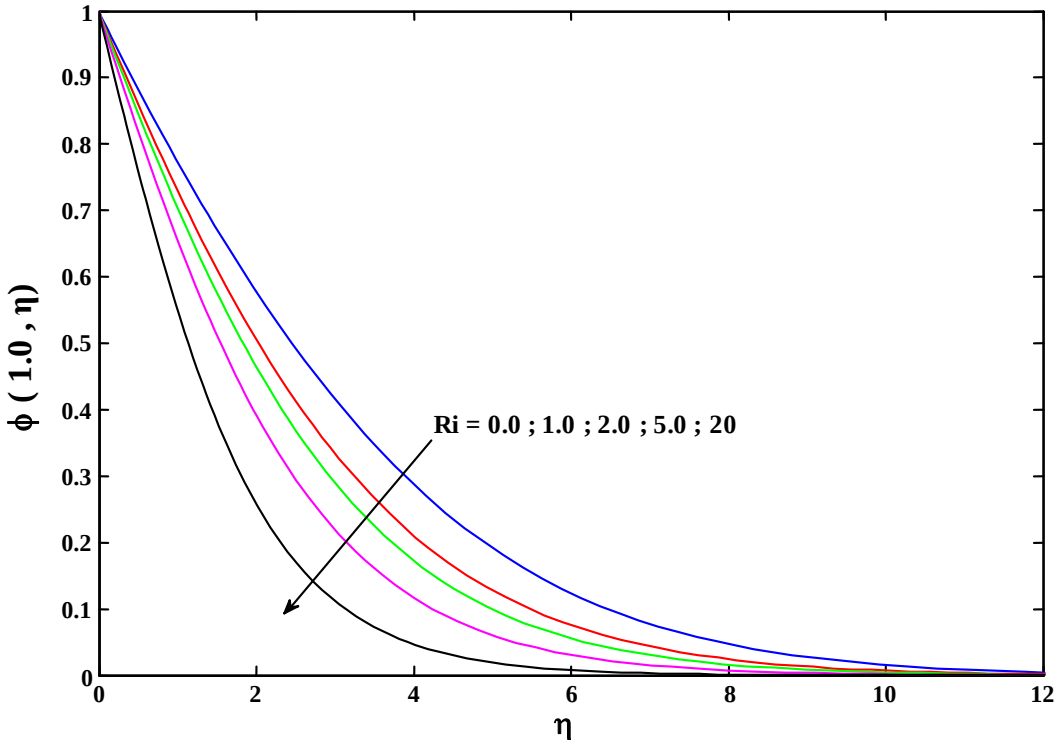
Les figures 4.11.a, 4.11.b et 4.11.c illustrent l'effet de la force de flottabilité sur les profils de vitesse, de température et de concentration, respectivement. L'augmentation du nombre de Richardson produit une augmentation de la vitesse du fluide car une augmentation de l'effet de flottabilité génère une force de flottabilité élevée. D'autre part, lorsque le nombre de Richardson augmente l'épaisseur de la couche limite thermique et l'épaisseur de la couche limite de concentration diminue



(a)



(b)

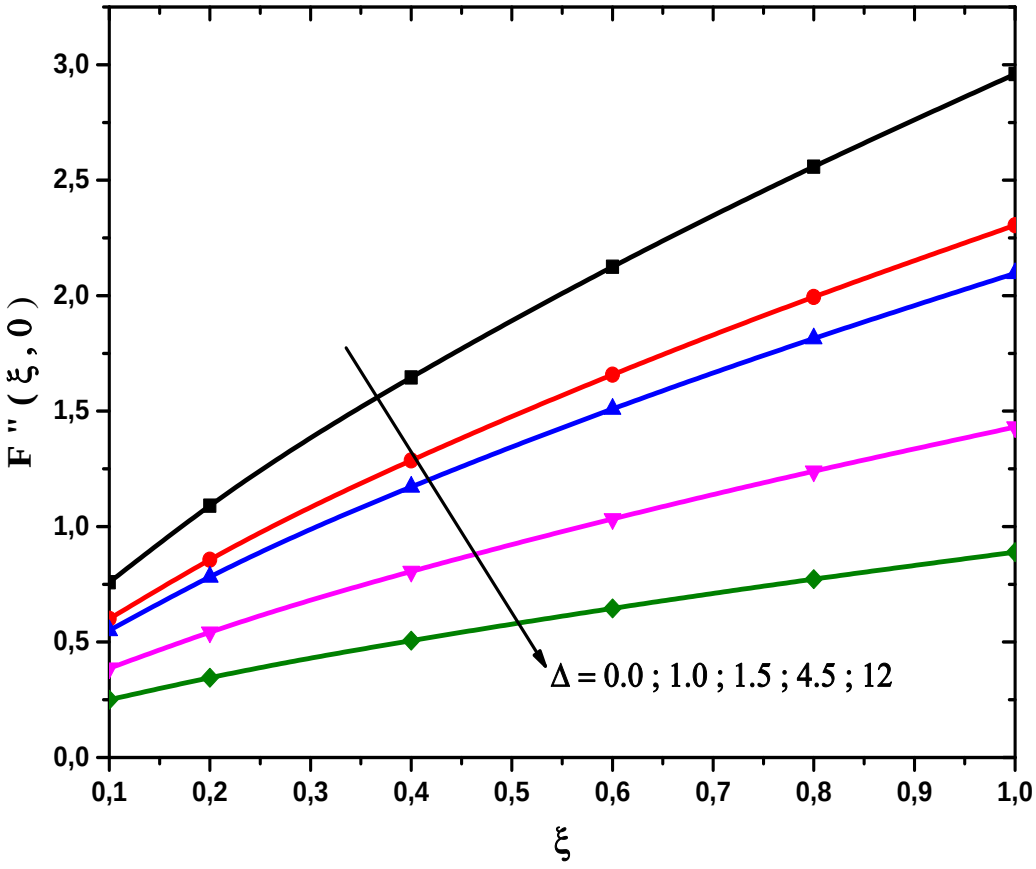


(c)

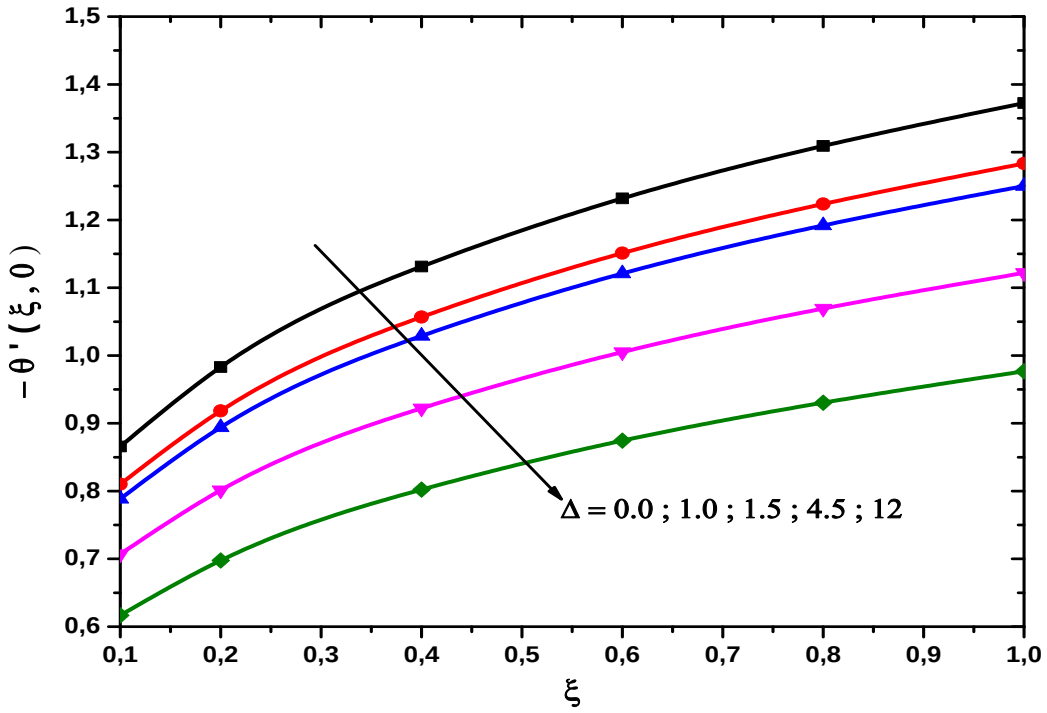
Figure 4.11 : Profils de vitesse, température et concentration pour différentes valeurs de paramètre de flottabilité à ξ = 1.0, Δ = 1.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0

4.5.5 L'effet du paramètre de matériau micropolaire Δ sur les paramètres locaux de frottement de transfert de chaleur et de transfert de masse

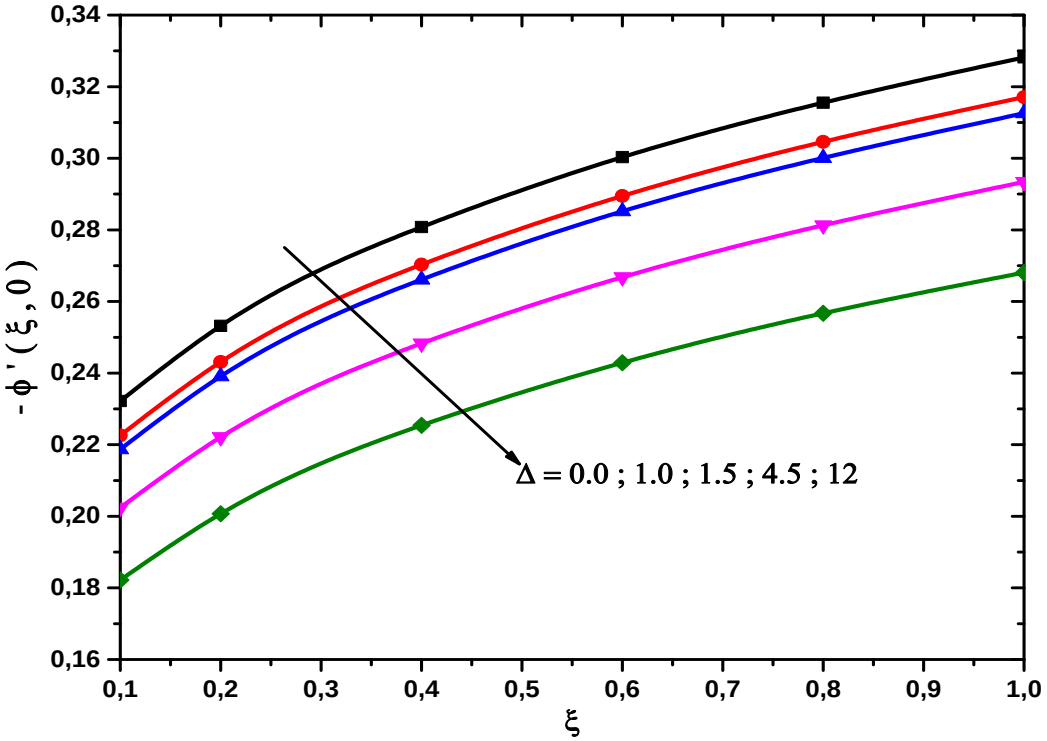
L'effet du paramètre de matériau micropolaire Δ sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse sont représentés sur les figures 4.12.a, 4.12.b et 4.12.c, respectivement. On remarque qu'une augmentation du paramètre du matériau micropolaire entraîne une diminution du frottement local, du transfert de chaleur local et du transfert de masse local. En outre, le frottement local, le transfert thermique local et le transfert de masse local sont plus élevés pour les fluides Newtoniens (Δ = 0.0) que les fluides micropolaires parce que les fluides micropolaires offrent une haute résistance au mouvement du fluide par rapport au fluide Newtonien



(a)



(b)

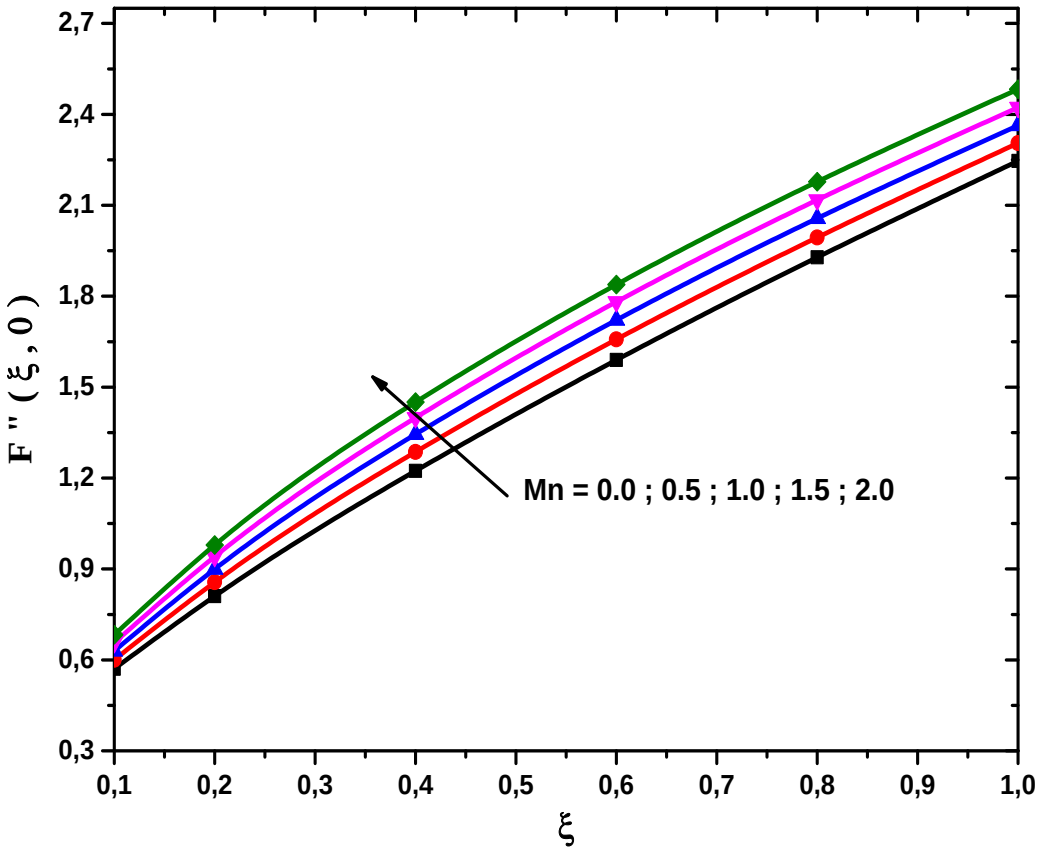


(c)

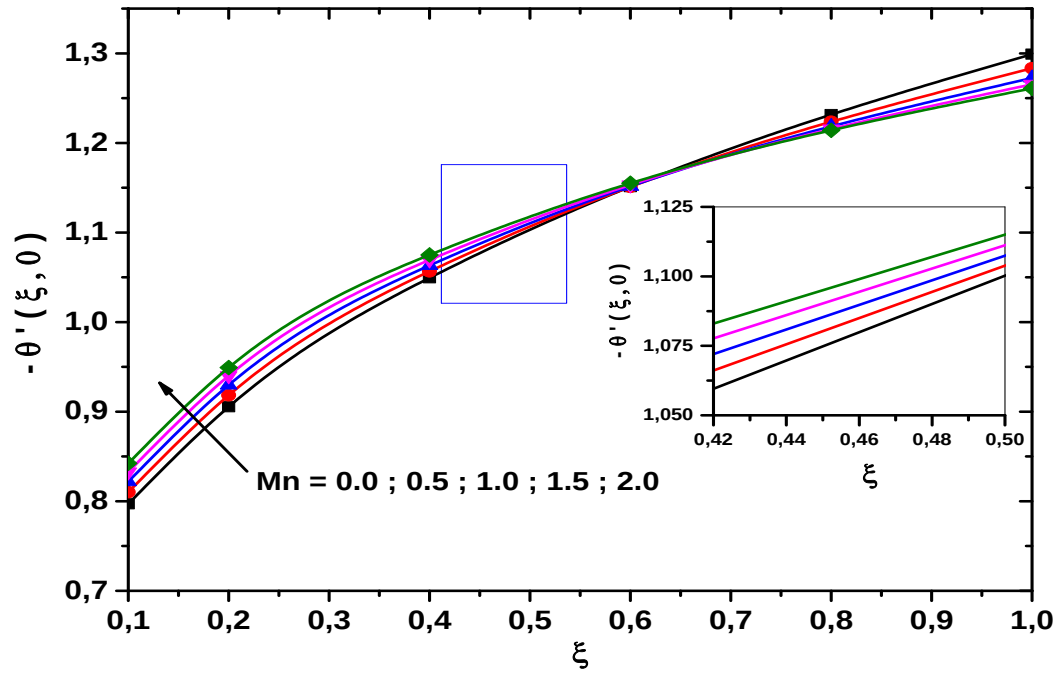
Figure 4.12 : Effet du paramètre de matériau micropolaire Δ sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse à *Ri* = 2.0, *Mn* = 0.5 et *Ne* = 3.0.

4.5.6 L'effet du paramètre de champ magnétique *Mn* sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse

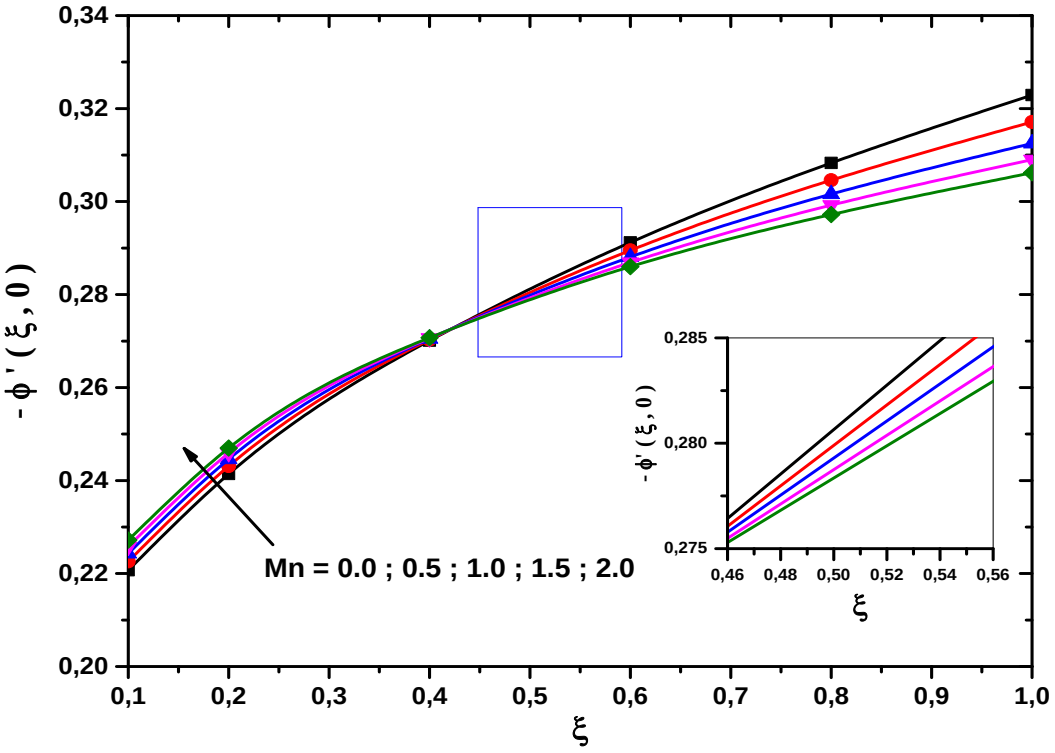
L'influence du paramètre de champ magnétique Mn sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse sont illustrés aux figures 4.13.a, 4.13.b et 4.13.c. On observe une augmentation du paramètre de champ magnétique Mn augmente le frottement local a cause de la force de Lorentz qui pousse le fluide micropolaire vers la surface de cylindre et on voit à partir de la figure 4.13.b que le transfert de chaleur local augmente avec une augmentation du paramètre de champ magnétique dans la région $0.1 \leq \xi \leq 0.63$ et un effet inverse dans la région$0.63 < \xi \leq 1.0$. Il ressort également de la figure 4.13.c que le transfert de masse local augmente avec l'augmentation du paramètre de champ magnétique dans la région$0.1 \leq \xi \leq 0.4$ et diminue dans la région $0.4 < \xi \leq 1.0$.



(a)



(b)

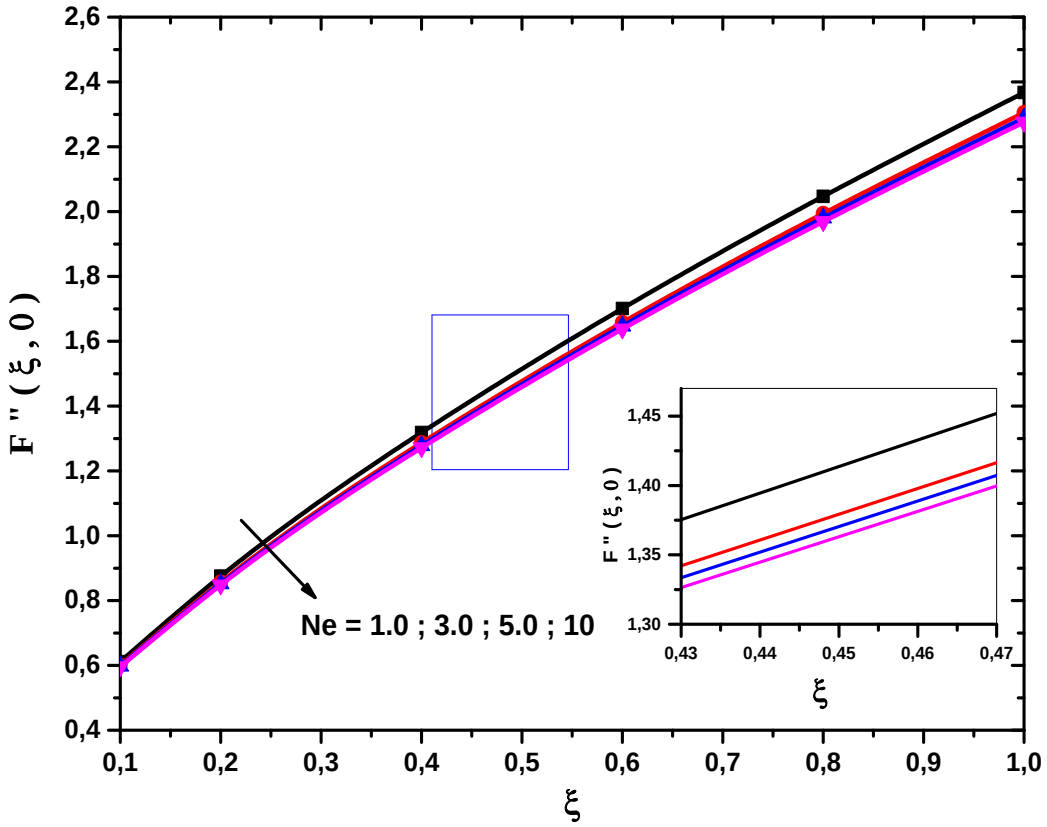


(c)

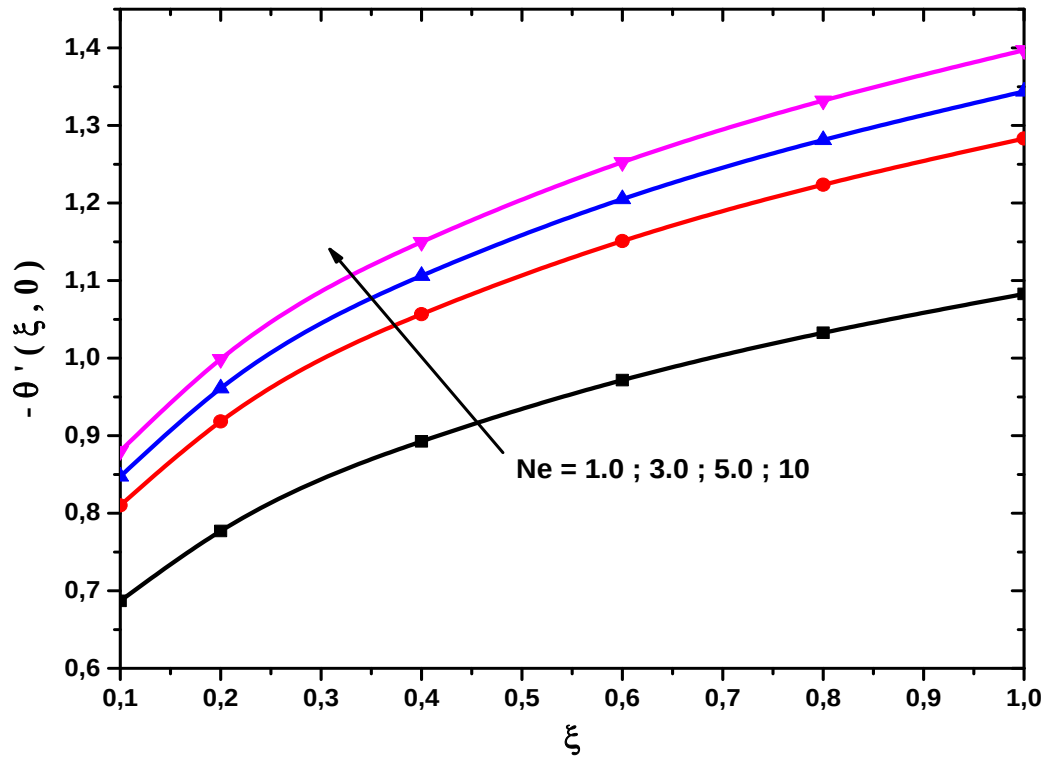
Figure 4.13 : Effet du paramètre de champ magnétique sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse à $\Delta = 1.0$, $Ri = 2.0$ et $Ne = 3.0$

4.5.7 L'effet du paramètre de rayonnement thermique *Ne* sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse

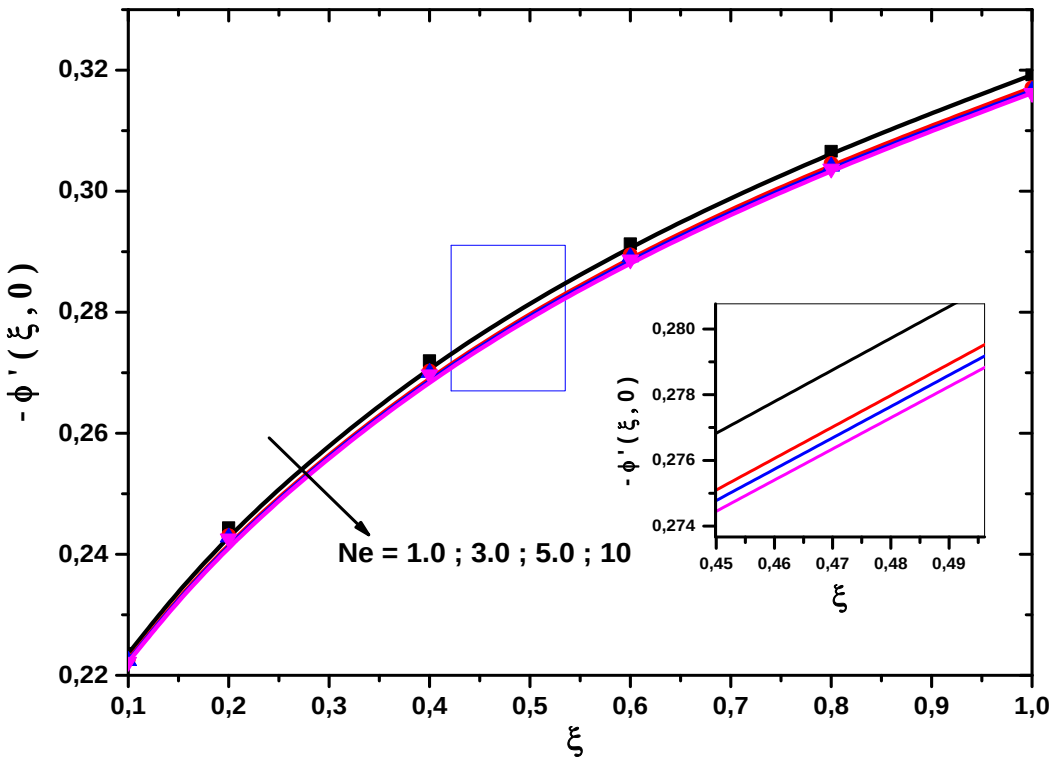
Les figures 4.14.a, 4.14.b et 4.14.c révèlent l'effet du paramètre de rayonnement *Ne* les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse, respectivement. On observe à partir de ces figures que l'augmentation de la valeur du paramètre de rayonnement entraîne une augmentation du coefficient de transfert thermique local. Cependant, le frottement local et le transfert de masse local tendent à diminuer légèrement en raison de l'augmentation des valeurs du paramètre de rayonnement.



(a)



(b)

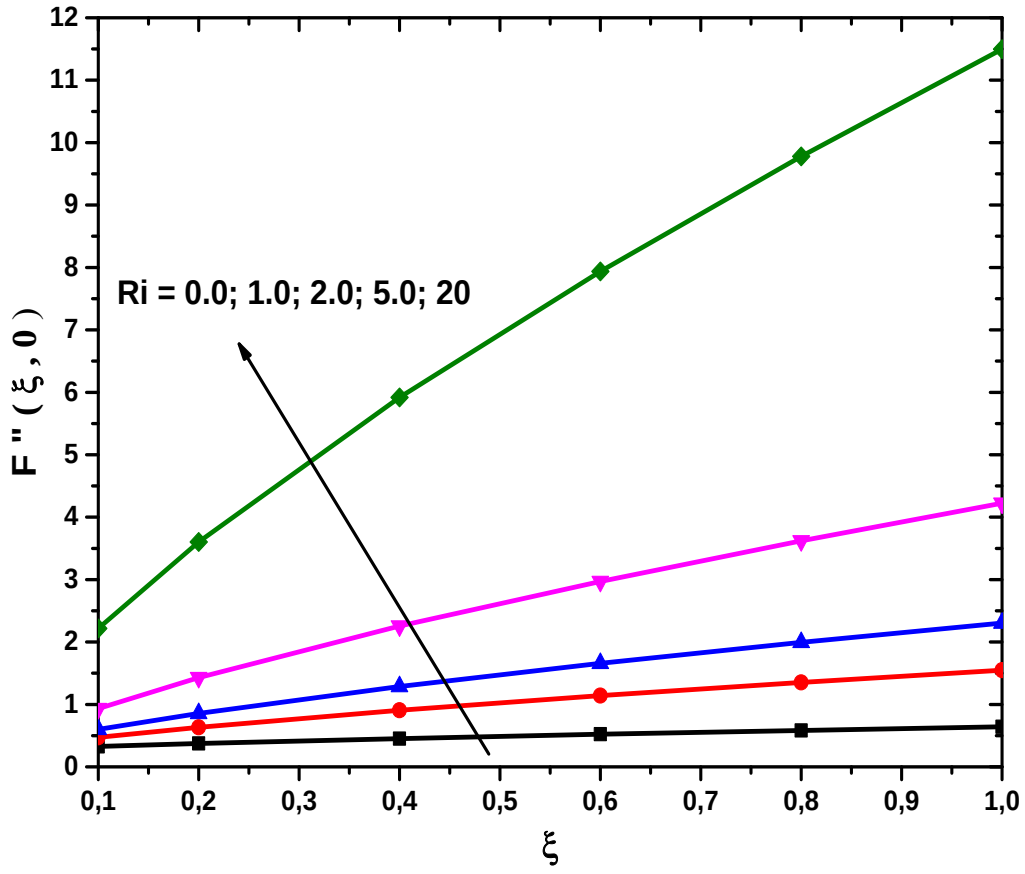


(c)

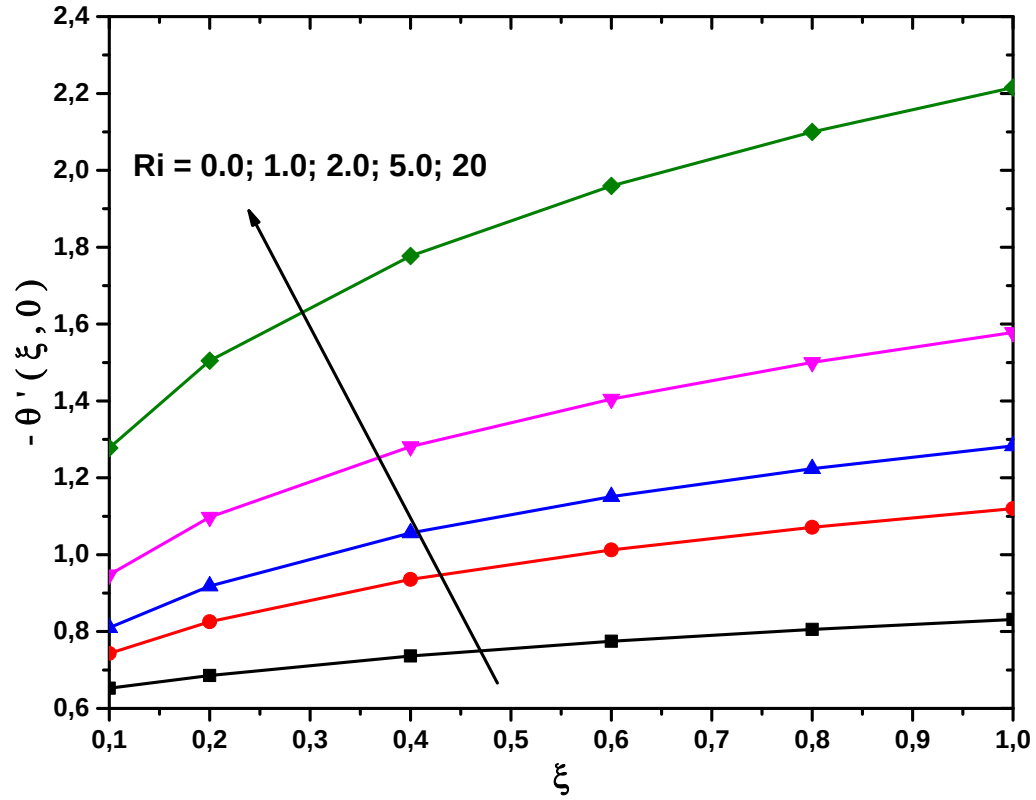
Figure 4.14 : Effet du paramètre de rayonnement thermique ***Ne*** sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse à $\Delta = 1.0$, $Ri = 2.0$ et $Mn = 0.5$

4.5.8 L'effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse

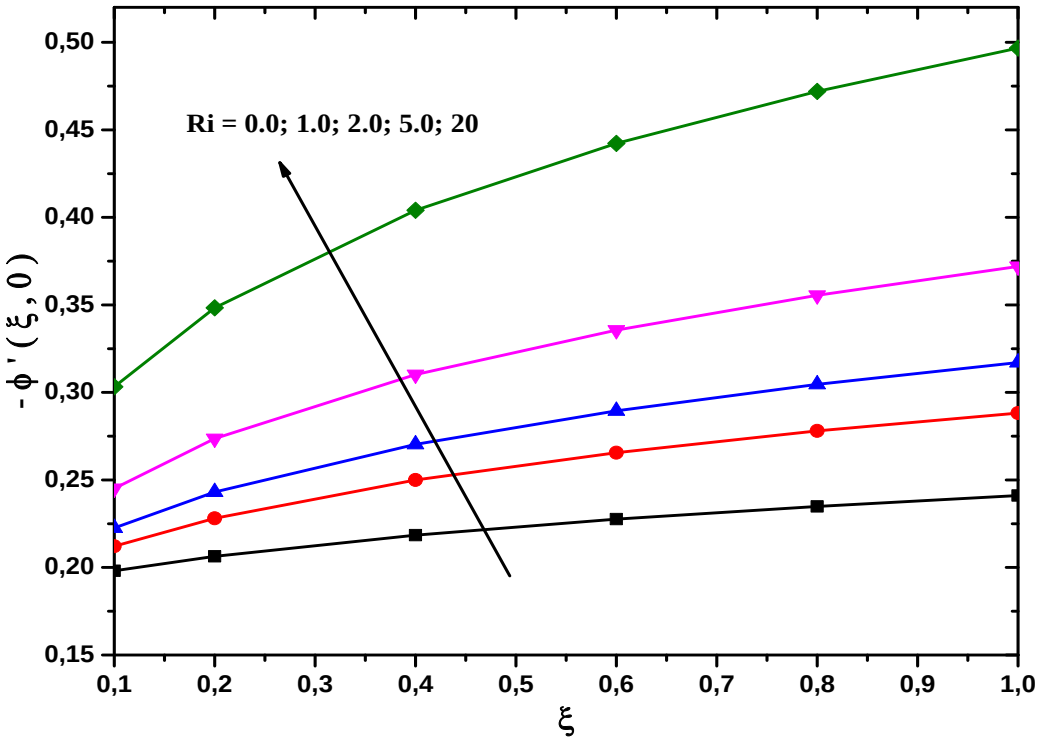
Les figures 4.15.a, 4.15.b et 4.15.c illustrent l'influence de la force de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse, respectivement. Il est clair que les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse augmentent à mesure que la force de flottabilité augmente. La raison en est qu'une augmentation de l'effet de flottabilité dans le flux de convection mixte conduit à une accélération de l'écoulement du fluide, ce qui augmente le facteur de frottement local. La convection naturelle est plus efficace que la convection forcée dans un flux de convection mixte où la chaleur et la vitesse de transfert de masse sont modifiées. Ces résultats sont similaires à ceux donnés dans [17] pour le frottement local et le transfert de chaleur local.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.15 : Effet du paramètre de flottabilité sur les paramètres locaux de frottement, de transfert de chaleur et de transfert de masse à $\Delta = 1.0$, $Ne = 3.0$ et $Mn = 0.5$

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une analyse numérique des effets du champ magnétique et du rayonnement thermique sur le transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide Newtonien et un fluide micropolaire le long d'un cylindre vertical creux et mince. Les équations partielles différentielles sont transformées en équations différentielles ordinaires en utilisant la solution de non-similarité locale et résolues numériquement en utilisant MATLAB avec le solveur bvp4c. Les résultats de cette étude sont résumés comme suit:

- ✓ Les paramètres locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse diminuent avec l'augmentation de la valeur du paramètre de viscosité du vortex, d'autre part, ils sont plus faibles pour les fluides micropolaires que pour les fluides Newtoniens.

- ✓ Le champ magnétique exerce une force retardatrice de l'écoulement en conséquent les profils de vitesse diminue

- ✓ Le rayonnement thermique améliore le transfert de chaleur pour les deux types de fluides.

- ✓ Le paramètre de flottabilité améliore le transfert de chaleur et le transfert de masse pour les fluides Newtonien et pour les fluides micropolaires. D'autre part il augmente le frottement local.

Conclusion et Perspectives

Conclusion et Perspectives

Dans cette thèse, on a étudié le transfert de chaleur et de masse par convection mixte d'un fluide micropolaire autour d'un cylindre vertical creux et mince sous l'effet du champ magnétique et du rayonnement thermique. Dans la littérature trouvée, aucune présentation n'a été rendue pratique pour la problématique posée. L'étape suivante de la formulation mathématique a commencée par les équations différentielles partielles (EDP) correspond au problème soumis de l'utilisation des équations de couche limite, consiste à l'introduction des variables de similarités pour objectif de passage des équations différentielles partielles aux équations différentielles ordinaire (EDO). Ces derniers ont été résolus via le solveur bvp4c avec logiciel MATLAB. Une approche à deux étapes a été nécessaire pour l'obtention d'une précision suffisante. La variation de la distribution de vitesse de température et de concentration ainsi que les coefficients locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse sont présentés graphiquement pour mettre en évidence l'influence de champ magnétique, de rayonnement thermique et de la flottabilité. Les résultats de cette étude sont résumés comme suit:

- ✓ Une augmentation du paramètre de viscosité du vortex diminue le frottement locale, transfert de chaleur local et transfert de masse local. En outre, les paramètres locaux de frottement, de transfert thermique et de transfert de masse sont plus faibles pour les fluides micropolaires que pour les fluides Newtoniens.
- ✓ Le paramètre magnétique diminue les profils de vitesse et, inversement, augmente chacun des profils de température et de concentration. D'autre part, une augmentation du paramètre de champ magnétique Mn améliore le frottement local
- ✓ L'épaisseur de la couche limite thermique diminue en raison d'une augmentation du paramètre de rayonnement. Ces paramètres ont un effet profond sur le nombre de Nusselt, une augmentation du paramètre de rayonnement augmentant la valeur du nombre de Nusselet et ayant un effet moindre sur le frottement locale et le nombre de Sherwood.
- ✓ Une augmentation du nombre de Richardson entraîne une augmentation du profil de vitesse et une diminution de l'épaisseur de la couche limite de température et de concentration.
- ✓ Les paramètres locaux de frottement cutané, de transfert de chaleur local et de transfert de masse local augmentent avec l'augmentation de la force de flottabilité.

En perspective, ce travail pourra faire l'aspect d'une expérimentation pour mieux valider les résultats obtenus d'une part. D'autre part, et si les résultats s'avèrent validés, un transfert au milieu industriel pourra être envisagé. Pour ce faire, les applications pourront être expérimentées, un exemple, au niveau des réservoirs ou communément appelés « carters » d'huile des voitures, bénéficient du fluide micropolaire et sa faible réponse en terme de frottement. Un autre exemple pourra être aussi envisagé, en relation eu milieu hostile tels les milieux Sahariens et désertiques, de la présence du rayonnement thermique, pour lesquels l'amélioration de la convection mixte passe par le micropolaire.

[1] T. Chen, A. Mucoglu, Bouyancy effects on forced convection along a vertical cylinder, Journal of Heat transfer, 97 (1975) 198-203.
[2] A. Mucoglu, T. Chen, Buoyancy effects on forced convection along a vertical cylinder with uniform surface heat flux, Journal of Heat Transfer, 98 (1976) 523-525.
[3] P.M. Patil, I. Pop, Unsteady mixed convection flow from a slender cylinder due to impulsive change in wall velocity and temperature, Thermal Science, 17 (2013) 1023-1034.
[4] H.S. Takhar, A.J. Chamkha, G. Nath, Combined heat and mass transfer along a vertical moving cylinder with a free stream, Heat and Mass Transfer, 36 (2000) 237-246.
[5] S.-L. Lee, T. Chen, B.F. Armaly, Mixed convection along vertical cylinders and needles with uniform surface heat flux, Journal of heat transfer, 109 (1987) 711-716.
[6] T. Chen, C. Yuh, Combined heat and mass transfer in natural convection along a vertical cylinder, International Journal of Heat and Mass Transfer, 23 (1980) 451-461.
[7] P. Ganesan, P. Loganathan, Unsteady natural convective flow past a moving vertical cylinder with heat and mass transfer, Heat and mass transfer, 37 (2001) 59-65.
[8] R. Ellahi, A. Riaz, S. Abbasbandy, T. Hayat, K. Vafai, A study on the mixed convection boundary layer flow and heat transfer over a vertical slender cylinder, Thermal Science, 18 (2014) 1247-1258.
[9] A. Ishak, Mixed convection boundary layer flow over a vertical cylinder with prescribed surface heat flux, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 42 (2009) 195501.
[10] R.K. Deka, A. Paul, Transient free convective flow past an infinite vertical cylinder with heat and mass transfer, Applied Mathematical Sciences, 5 (2011) 3903-3916.
[11] A.C. Eringen, Theory of micropolar fluids, in, JOURNAL OF MATHEMATICS AND MECHANICS, 1966, pp. 1-18.
[12] A.C. Eringen, Theory of thermomicrofluids, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 38 (1972) 480-496.
[13] T. Ariman, M. Turk, N. Sylvester, Microcontinuum fluid mechanics—a review, International Journal of Engineering Science, 11 (1973) 905-930.
[14] T. Ariman, M. Turk, N. Sylvester, Applications of microcontinuum fluid mechanics, International Journal of Engineering Science, 12 (1974) 273-293.
[15] R.S.R. Gorla, H. Takhar, Free convection boundary layer flow of a micropolar fluid past slender bodies, International journal of engineering science, 25 (1987) 949-962.
[16] R.S.R. Gorla, Combined forced and free convection in the boundary layer flow of a micropolar fluid on a continuous moving vertical cylinder, International journal of engineering science, 27 (1989) 77-86.
[17] C.-L. Chang, Buoyancy and wall conduction effects on forced convection of micropolar fluid flow along a vertical slender hollow circular cylinder, International journal of heat and mass transfer, 49 (2006) 4932-4942.
[18] A. Kaya, The effect of conjugate heat transfer on MHD mixed convection about a vertical slender hollow cylinder, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 16 (2011) 1905-1916.
[19] M. Mansour, M. El-Hakiem, S. El Kabeir, Heat and mass transfer in magnetohydrodynamic flow of micropolar fluid on a circular cylinder with uniform heat and mass flux, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 220 (2000) 259-270.

[20] Y.J. Kim, Heat and mass transfer in MHD micropolar flow over a vertical moving porous plate in a porous medium, Transport in Porous Media, 56 (2004) 17-37.
[21] C.-H. Chen, Heat and mass transfer in MHD flow by natural convection from a permeable, inclined surface with variable wall temperature and concentration, Acta Mechanica, 172 (2004) 219-235.
[22] T. Hayat, T. Javed, Z. Abbas, MHD flow of a micropolar fluid near a stagnation-point towards a non-linear stretching surface, Nonlinear Analysis: Real World Applications, 10 (2009) 1514-1526.
[23] L.F. Shampine, J. Kierzenka, M.W. Reichelt, Solving boundary value problems for ordinary differential equations in MATLAB with bvp4c, Tutorial notes, (2000) 437-448.
[24] G. Lukaszewicz, Micropolar fluids: theory and applications, Springer Science & Business Media, 1999.
[25] A.C. Eringen, Simple microfluids, International Journal of Engineering Science, 2 (1964) 205-217.
[26] D.-K. Yang, Fundamentals of liquid crystal devices, John Wiley & Sons, 2014.
[27] N.H. March, M.P. Tosi, Polymers, liquid crystals, and low-dimensional solids, Springer Science & Business Media, 2012.
[28] H.J. Shah, Engineered interfaces for liquid crystal technology, 2007.
[29] P. Sunthar, Polymer rheology, in: Rheology of complex fluids, Springer, 2010, pp. 171-191.
[30] G.R. Strobl, G.R. Strobl, The physics of polymers, Springer, 1997.
[31] D. Shaw, Introduction to colloid and surface chemistry (colloid and surface engineering), Oxford Butterworth-Heinemann, 1992.
[32] D.A. Siginer, D. De Kee, R.P. Chhabra, Advances in the flow and rheology of non-Newtonian fluids, Elsevier, 1999.
[33] T. Sochi, Non-Newtonian rheology in blood circulation, arXiv preprint arXiv:1306.2067, (2013).
[34] M.A. Ikbal, S. Chakravarty, K.K. Wong, J. Mazumdar, P.K. Mandal, Unsteady response of non-Newtonian blood flow through a stenosed artery in magnetic field, Journal of Computational and Applied Mathematics, 230 (2009) 243-259.
[35] R.P. Chhabra, J.F. Richardson, Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications, Butterworth-Heinemann, 2011.
[36] R.P. Chhabra, Non-Newtonian fluids: an introduction, in: Rheology of complex fluids, Springer, 2010, pp. 3-34.
[37] M.A.K. Abuzar Abid Siddiqui Micropolar and Newtonian Fluid Flow Problems: A Numerical Study, (2010) 316.
[38] A. Tetbirt, M. Bouaziz, M.T. Abbes, Numerical study of magnetic effect on the velocity distribution field in a macro/micro-scale of a micropolar and viscous fluid in vertical channel, Journal of Molecular Liquids, 216 (2016) 103-110.
[39] I.L. Animasaun, Melting heat and mass transfer in stagnation point micropolar fluid flow of temperature dependent fluid viscosity and thermal conductivity at constant vortex viscosity, Journal of the Egyptian Mathematical Society, 25 (2017) 79-85.

[40] A. TETBIRT, Transferts Convectifs Magnétohydrodynamique des Fluides Micropolaire et Visqueux dans un Canal Vertical, in, Miloud TAHAR ABBES, Mohamed Nadjib BOUAZIZ, 2017.
[41] J.R. Welty, C.E. Wicks, G. Rorrer, R.E. Wilson, Fundamentals of momentum, heat, and mass transfer, John Wiley & Sons, 2009.
[42] N.A. Haroun, Double-diffusive Convection Flow in a Porous Medium Saturated with a Nanofluid, in, University of KwaZulu-Natal, Pietermaritzburg, 2014.
[43] J.P. Holman, Heat Transfer, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, 10thed, New York, USA, (2009).
[44] L.C. Burmeister, Convective heat transfer, John Wiley & Sons, 1993.
[45] M. Thirumaleshwar, Fundamentals of heat and mass transfer, Pearson Education India, 2009.
[46] P.H. Oosthuizen, D. Naylor, An introduction to convective heat transfer analysis, McGraw-Hill Science, Engineering & Mathematics, 1999.
[47] D. Vijay, Forced convective heat transfer through open cell foams, (2016).
[48] I. Pop, D.B. Ingham, Convective heat transfer: mathematical and computational modelling of viscous fluids and porous media, Elsevier, 2001.
[49] P.N. Gokhale, Mixed convective heat transfer and evaporation at the air-water interface, in, Clemson University, 2007.
[50] W.L. Siegmann, L.A. Rubenfeld, A nonlinear model for double-diffusive convection, SIAM Journal on Applied Mathematics, 29 (1975) 540-557.
[51] M. Bourich, M. Hasnaoui, A. Amahmid, Double-diffusive natural convection in a porous enclosure partially heated from below and differentially salted, International Journal of Heat and fluid flow, 25 (2004) 1034-1046.
[52] A. Akbarzadeh, P. Manins, Convective layers generated by side walls in solar ponds, Solar energy, 41 (1988) 521-529.
[53] D. Nield, Onset of thermohaline convection in a porous medium, Water Resources Research, 4 (1968) 553-560.
[54] O.T. Gideon, S. Abah, Plane Stagnation Double-Diffusive MHD Convective Flow with Convective Boundary Condition in a Porous Media, American Journal of Computational Mathematics, 2 (2012) 223.
[55] D.R. Pitts, L.E. Sissom, Schaum's outline of theory and problems of heat transfer, McGraw-Hill, 1998.
[56] J. Novotny, M. Kelleher, Free-convection stagnation flow of an absorbing-emitting gas, International Journal of Heat and Mass Transfer, 10 (1967) 1171-1178.
[57] M. Hossain, H. Takhar, Thermal radiation effects on the natural convection flow over an isothermal horizontal plate, Heat and mass transfer, 35 (1999) 321-326.
[58] M. Deghmoum, Etude numérique et analytique du transfert de chaleur d'un écoulement pulse d'un gaz en présence d'un champ magnétique, in, 2016.
[59] K. Arora, P. Gupta, Magnetohydrodynamic flow between two rotating coaxial cylinders under radial magnetic field, The Physics of Fluids, 15 (1972) 1146-1148.
[60] H. Saraç, A. Wragg, M. Patrick, Combined heat and mass transfer by natural convection at horizontal cylinder electrodes, International communications in heat and mass transfer, 18 (1991) 853-863.

[61] T. Aldoss, MHD mixed convection from a vertical cylinder embedded in a porous medium, International communications in heat and mass transfer, 23 (1996) 517-530.
[62] P. Ganesan, H. Rani, Transient natural convection flow over vertical cylinder with variable surface temperatures, Forschung im Ingenieurwesen, 66 (2000) 11-16.
[63] R. Moreau, Magnetohydrodynamics Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 3 (1990) 30.
[64] P.A. Davidson, An introduction to magnetohydrodynamics, in, AAPT, 2002.
[65] J. Shercliff, Steady motion of conducting fluids in pipes under transverse magnetic fields, in: Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Cambridge University Press, 1953, pp. 136-144.
[66] U. Muller, L. Buhler, Magnetofluiddynamic in Channels and Containers.-Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, Hong Kong, in, London, Milan, Paris, Singapore, Tokyo: Springer, 2001.
[67] M.Q. Brewster, Thermal radiative transfer and properties, John Wiley & Sons, New York, 1992.
[68] M.G. Reddy, N.B. Reddy, Thermal radiation and mass transfer effects on MHD free convection flow past a vertical cylinder with variable surface temperature and concentration, Journal of Naval Architecture and Marine Engineering, 6 (2009) 1-24.