MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE Dr. YAHIA FARES-MEDEA
UDYFM (ALGERIE)

MÉMOIRE

Présenté à la faculté de sciences et de la technologie
Département du génie électrique et de l'informatique

Pour l'obtention du Diplôme de

Master En Génie Électrique

Option : Automatique des systèmes

Thème

Application de la logique floue pour la commande en poursuite des systèmes non linéaires

Préparé par:

Saadaoui Mohamed
Belaribi Merzak

Proposé et dérigé par:

Mr. Abdelkrim KHERKHARE

Université Dr. Yahia Fares-Médéa
Promotion 2012-2013

Remerciements

Nous exprimons toute notre reconnaissance à Monsieur ***Abdelkrim KHERKHARE****, pour avoir assurer l'encadrement de ce travail. nous le remercie pour son soutien, son orientation et ses consignes. Son expérience et sa connaissance, ont contribué à notre formation scientifique.*

Nous remercions les membres de jury, qui nous fait l'honneur de participer au jugement de ce travail.

Nous souhaitons remercier également les enseignants du département de génie électrique et de l'informatique de ***l'université Dr. YAHIA FARES-MEDEA*** *et nos camarades amies de promotion 2012-2013, ainsi l'ensemble du personnels pour leurs soutien.*

Nous remercions tous les membres de notre famille et en particulier les parents, pour leurs encouragements et appuis inconditionnels tout au long de ces longues années d'études.

Nous nous excusons auprès de ceux que nous n'avons pas nommés et nous souhaitons qu'ils comprendront qu'en ces moments cruciaux, il n'est pas aisé d'être entièrement soi-même qu'ils se rassurent, ils sont et seront toujours dans nos coeurs. Merci.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à

Mes très chères parents, pour leurs soutient moral et financier et d'être la lumière de ma vie, qui m'ont toujours encouragé pour terminer mes études, en leur espérant une longue vie À ma soeur et mes frères

À mes nièces et mes neveux

À mes amis d'enfance et de toute circonstance.

*****BELARIBI Merzak ****

Dédicaces

A ma mère

Ma source éternelle d'inspiration, de motivation et de bénédiction

A mon père,

Mon maître de passion, de patience et de persévérance

À mes soeurs et mes frères

À mes neveux

À mes amis d'enfance et de toute circonstance.

Je leurs dédie ce modeste travail

*** MOHAMED SAADAOUI ***

Introduction générale 01

Chapitre.1: *Systémes flous: Commande et stabilité.*

I.1. Introduction …… 04
I .2. Commande Flou …… 04
I .3. Le contrôleur flou…… 05
I.3.1. Définition …… 05
I.3.2. Architecture d'un contrôleur flou…… 06
I .3.2.1. La Fuzzification…… 06
I .3.2.2. La Base de connaissances…… 07
I .3.2.3. Mécanisme d'inférence …… 07
I .3.2.4. La défuzzification…… 07
I .3.2.4.1. Les différentes méthodes de la défuzzification…… 07
I.4. Modèle flou de type T-S…… 08
I.4.1. Modèle flou T-S…… 08
I.4.2. Construction d'un modèle flou TS …… 08
I.4.3. Transformation d'un système non linéaire à un modèle flou de T-S …… 09
I.4.4. Analyse de stabilité des modèles TS …… 11
I.4.5. Stabilité quadratique…… 11
I.4.5.1. Fonctions de Lyapunov usuelles…… 12
I.4.5.1.1. Fonction de Lyapunov quadratique…… 12
I.4.5.2. Stabilisation des modèles flous Takagi-Sugeno…… 12
I.4.6. Lois de commande floue…… 13
I.4.6.1.Loi de commande PDC…… 14
I.4.6.2.Condition de stabilité du modèle bouclé…… 14
I.4.6.3.Problème de faisabilité…… 15
I.6. Conclusion…… 17

Chapitre.2 : *Poursuite de trajectoire des systèmes flous T-S*

II.1.Introduction…… 18
II.2.Problème de suivi de trajectoire…… 18
II.2.1.Le suivi de trajectoire pour les modèles T-S …… 19
II.3.Stratégie de commande…… 20
II.3.1.Le modèle physique et le modèle TS …… 20
II.3.2.L'observateur flou TS …… 21

II.3.3. Le système de référence ……..…….…… 21
II.3.3.1. Modèles de référence linéaires ……...…… 21
II.3.3.2. Modèles de référence non linéaires ..……...……..... 22
II.3.4. Loi de commande ……..……...…… 22
II.3.5. Génération d'une trajectoire sinusoïdale……...……...…….. 22
II.4. Stabilisation des modèles flous ……..……..... 23
II.4.1. Fonction de Lyapunov quadratique ……..…...…….. 23
II.5. Stabilité des modèles flous T-S en boucle fermée …..…..…….. 24
II.5.1. Loi de commande PDC ……..…….…… 24
II.5.2. Conditions de stabilité avec la loi PDC ……...…… 25
II. 5.3. Linéarisation des conditions de stabilité ……..…….. 26
II. 5.3.1. Les LMIs pour le théorème 2.2……..…… 26
II.6. Stabilisation avec observateur flou ……..……..…… 26
II.6.1. Conditions de stabilité du modèle bouclé avec observateur ……...……. 27
II.6.2. Linéarisation des conditions de stabilité ……....…….. 28
II.6.3. Les LMI's pour le théorème 2.3……...…… 28
II.7. Stabilité du modèle flou T-S augmenté ……..…… 28
II.8.Application a un procédé réel…….…….…..... 29
II.9.Conclusion ……..……..…… 39

Chapitre.3: *Commande adaptative floue en poursuite des systèmes non linéaires monovariables*

III.1. Introduction …… 40
III.2. Ensembles flous ……..…….. 40
III.2.1. Fonction d'appartenance ……....…… 42
III.2.2. Caractéristiques des ensembles flous…….…… 43
III.2.3. Variable linguistique ……..…… 44
III.3. Opérations sur les ensembles flous ……..…… 45
III.4. Formulation du problème……..……..……... 47
III.4.1. Objectif de la commande……..…….. 48
III.5. Construction du contrôleur adaptatif flou.…….....……..……... 48
III.5. 1. Commande supervision...……..…… 51
III.5.2. Supposition…….... 51
III.5.3. Lois d'adaptation……... 52
III.5.3.1. Algorithme de projection……..…… 54

III.6. Théorème……..……. 55
III.7. Algorithme de conception de la commande adaptative floue…….…….. 56
III.8. Application….……... 57
III.8.1. Résultats de simulation……..…….. 60
III .9.Conclusion ……..... 65
Conclusion générale et perspectives……...…… 66
Bibliographies
Résumé

Résumé:

L'objectif de ce travail porte sur l'utilisation des systèmes flous comme outils d'approximation des fonctions dans la commande en poursuite des systèmes non linéaires, et en particulier les systèmes non linéaires affines en la commande. Dans ce travail, on a présenté la commande pour les modèles flous T-S et la commande adaptative floue de type mamdani pour les systèmes non linéaires monovariables. Le point commun entre les approches est l'utilisation des systèmes flous pour approcher les dynamiques inconnues des systèmes, dans certains cas, et pour approcher des lois de commande stabilisatrices dans d'autres cas. De plus, l'analyse de la stabilité des structures de commande proposées est effectuée par l'approche de Lyapunov. Pour chaque structure de commande, des résultats de simulation sont présentés pour montrer ses performances.

Mots-clés: Systèmes flous T-S, Commande floue en poursuite, Systèmes non linéaire, Commande adaptative floue, Stabilité de Lyapunov.

Abstract:

The objective of this work concerns the use of the fuzzy systems like tools for approximation of the functions in the control in continuation of the dubious nonlinear systems, and in particular the systems nonlinear closely connected in the control. In this work, one presents the control for fuzzy models T-S and the ordering of fuzzy adaptive mamdani type for the monovariable nonlinear systems. The common point between the approaches suggested is the use of the fuzzy systems to approach the dynamic unknown factors of the systems, and to approach the stabilizing laws of order in other cases Moreover, In addition, stability and robustness analysis of the proposed control schemes are performed by using the Lyapunov synthesis method, and for each scheme, simulation results are given to highlight its performance.

Key words: T-S Fuzzy systems, Fuzzy trajectory tracking control, Nonlinear Systèms, Adaptive fuzzy control , Lyapunov stability.

ملخص:

يهدف هذا العمل الى استعمال الجمل الغامضة في التحكم الآلي للأنظمة الديناميكية اللاخطية خاصة الأنظمة اللاخطية الممكن تحويلها إلى أنظمة خطية باستعمال تحويلات لاخطية. هدف التحكم هوجعل مخارج هذه الأنظمة تتبع مسارات مرجعية محددة مسبقا. يتطرق هذا العمل بصفة خاصة الى التحكم في الأنظمة من نوع -تاكاجي-سيجنو- والتحكم التلاؤمي الغامض من نوع 'مامداني' للأنظمة الديناميكية اللاخطية أحادية المداخل والمخارج. القاسم المشترك بين طرق التحكم المدروسة يتمثل في استعمال الجمل الغامضة كممثل عام للدوال المجهولة من أجل الحصول على تمثيل للمعادلة الديناميكية للنظام اللاخطي في بعض الحالات، أومن أجل الحصول على تمثيل لقانون تحكم مثالي مجهول في الحالات الأخرى. بالإضافة إلى هذا استعملنا طريقة ليابونوف لدراسة استقرارطرق التحكم التلاؤمي المقترحة وقدمنا بعض نتائج المحاكاة العددية لابراز كفاءة أدائها.

كلمات مفتاحية:

جمل غامضة، تحكم غامض،تحكم لاخطي، تحكم تلاؤمي، استقراراليابونوف، أنظمة لاخطية.

Introduction générale

Au cours des deux dernières décennies, un grand nombre de publications a été dédié au problème de commande des systèmes non linéaires. Un problème qui présente beaucoup de challenges puisque les systèmes non linéaires, contrairement aux systèmes linéaires pour lesquels l'automatique fournit une panoplie de méthodes pour la synthèse de la commande, ne disposent pas d'outils et de méthodes généraux pour l'analyse et la synthèse des systèmes et des lois de commande non linéaires. Ceci est dû au fait que les systèmes non linéaires possèdent des structures extrêmement variées, des dynamiques complexes et peuvent présenter toutes sortes de comportement étrange.

Au début, la commande des systèmes non linéaires était classique [48], elle reposait sur la théorie de l'automatique linéaire. En fait, elle consiste à linéariser la dynamique non linéaire du système (approximation de premier ordre) autour d'un point de fonctionnement de telle sorte que les outils de la commande linéaire puissent être exploités pour la synthèse d'une loi de commande assurant les performances désirées. Grâce à sa facilité d'implantation et de mise en oeuvre, cette approche a remporté un grand succès auprès des industriels. Cependant, la nécessité d'atteindre de hautes performances dans des domaines de fonctionnement relativement larges, a imposé la prise en compte de la dynamique globale non linéaire des processus dans la synthèse de la commande.

L'introduction du formalisme de la géométrie différentielle et en particulier la technique de linéarisation entrée-sortie a connu un grand succès pour le développement de contrôleurs pour une classe des systèmes non linéaires, dits systèmes linéarisables par bouclage [48, 49]. Cette classe de systèmes n'a pas uniquement un intérêt mathématique mais également une grande importance pratique, car, beaucoup de systèmes physiques appartiennent à cette classe, tels que les systèmes mécaniques et les machines électriques. L'idée de base de la linéarisation est la transformation d'un système non linéaire en un système linéaire, de telle sorte que les outils de la commande linéaire puissent être employés pour assurer les performances désirées. Cependant, cette technique ne peut être utilisée que pour les systèmes non linéaires dont le modèledynamique est parfaitement connu. Pour pallier ce problème, plusieurs approches de commande adaptative ont été introduites [48, 50, 51]. Dans ces approches, on suppose que le modèle du système non linéaire peut être exprimé sous la forme d'un produit de fonctions non linéaires connues à l'aide de paramètres (constants et/ou lentement variables) inconnus. Malheureusement, il est souvent difficile, voire impossible de décrire tous les phénomènes mis en jeu dans un système à partir de fonctions non linéaires connues, notamment pour un système physique complexe. Une solution à ce problème peut être envisagée à partir d'une représentation de la dynamique du système non linéaire par un système flou où les relations entre les entrées, les sorties et les états sont exprimées par des règles floues de type « si-alors » [52-53].

Les systèmes flous sont des systèmes à base de connaissances construits à partir des opérateurs de la logique floue. La logique floue est conçue au milieu des années soixante à l'université de Berkeley en Californie par le professeur iranien Lotfi A. Zadeh. Cette logique est basée sur l'imitation des aspects approximatifs et qualitatifs du raisonnement humain. Cette théorie était mal perçue à l'époque du fait que le mode de penser était plus stricte et technique. De plus, le terme choisi « flou » n'a pas contribué à rendre son acceptation facile.

La première application de la logique floue en commande des processus est due à E.H. Mamdani et A. Assilian en 1974 [54]. Depuis, cette technique a connu un développement croissant, qui s'est manifestait par la publication de nombreux ouvrages et articles (voir, par exemple, [19, 61, 62]), et par la mise en place de groupes de recherches spécialisés en commande floue sur tous les continents. La technique de commande floue est souvent présentée comme une technique robuste capable de compenser quasi naturellement les incertitudes et/ou le manque de connaissances précises quant au processus à commander. Dans la majorité des applications des contrôleurs flous, ce dernier est construit à partir de connaissances linguistiques fournies par un expert.

Cependant, il est parfois difficile de construire la base des règles de commande pour certains systèmes, ou le besoin peut imposer l'ajustement des paramètres du contrôleur, dans le cas de systèmes à dynamiques variables par exemple. Pour remédier à ce problème et permettre aux contrôleurs flous une acquisition automatique de connaissances à partir de données numériques, les chercheurs ont introduit les techniques de commande adaptatives [19,55,56,67]. Dans ces techniques, la propriété d'approximation universelle des systèmes flous [17, 43] est exploitée, et la stabilité et la robustesse de la structure de commande sont étudiées par l'approche de Lyapunov.Ainsi, les travaux présentés dans ce mémoire s'inscrivent dans cette logique. Ils portent sur l'utilisation des systèmes flous dans le cadre d'une application liée à la commande adaptative avec poursuite d'une trajectoire de référence pour une classe de systèmes non linéaires.

Ce mémoire est organisée en trois chapitres. Le premier est consacré à l'étude de la logique floue, une theorie qui permet de traiter mathématiquement des données incertaines et imprécises. Au début, sont exposés les concepts de bases de la logique flous. Par la suite, nous présentons la structure des systèmes flous et particulièrement celle des systèmes flous de Takagi-Sugeno.

Le deuxième chapitre présenteles principales approches élaborées dans le cadre de la synthèse d'une loi de commande pour assurer la poursuite de trajectoire pour les modèles T-S.

Le troisième chapitre présente les principales approches élaborées dans le cadre de la synthèse de commande adaptative floue type (*Mamdani*) pour assurer la poursuite de trajectoire d'un pendule inversé (Système SISO).

Toutes les techniques de commande floues étudiées dans ce travail, assurent la stabilité des structures de commande par rapport aux éxigences. De plus, pour chaque technique proposée un exemple de simulation en utilisant l'environnement MATLAB, est donné pour montrer et mettre en évidence ses performances.

Liste des figures

Figure.1.1: Schéma de la commande floue…… 05
Figure.1.2: La structure d'un contrôleur flou…….. 06
Figure.1.3: Principe de la commande PDC…..……. 14
Figure.2.1: Schéma de la stratégie de commande adoptée…..……. 20
Figure.2.2: Représentation du système augmenté……..……..…….. 28
Figure.2.3: Bras de robot à deux degré de liberté……..……..……... 29
Figure.2.4: Poursuite en position du joint 1……...…… 34
Figure.2.5: Poursuite en vitesse du joint 1……..……..…….. 34
Figure.2.6: Poursuite en position du joint 2……...…… 34
Figure.2.7: Poursuite en en vitesse du joint 2……..……..……. 35
Figure.2.8: Signal de commande appliquée au joint 1…...…… 35
Figure.2.9: Signal de commande appliquée au joint 2…...…… 35
Figure.2.10: Erreur d'estimation de position du joint 1…...…… 36
Figure.2.11: Erreur d'estimation de vitesse du joint 1……...…….. 36
Figure.2.12: Erreur d'estimation en position du joint 2……...…… 36
Figure.2.13: Erreur d'estimation en vitesse du joint 2……...…….. 37
Figure.2.14: Erreur de poursuite en position pour Joint 1……...…… 37
Figure.2.15: Erreur de poursuite en vitesse pour Joint 1……...…….. 37
Figure.2.16: Erreur de poursuite en position pour Joint 2……...…… 38
Figure.2.17: Erreur de poursuite en vitesse pour Joint 2……...…….. 38
Figure.3.1: L'ensemble flou *A* correspondant au prix des PC……...…… 41
Figure.3.2: Différentes formes des fonctions d'appartenance……...…… 42
Figure.3.3: Noyau, support, hauteur et α-coupe d'un ensemble flou……...……. 43
Figure.3.4: a) Deux ensembles convexes, b) Un ensemble non convexe……...……... 44
Figure.3.5: Exemple d'une variable linguistique……..…… 45
Figure.3.6: Schéma globale de la commande adaptative floue proposée……...……... 57
Figure.3.7: Pendule inversé……..……..…… 58
Figure.3.8: Système avec controleur flou……...……... 60
Figure.3.9: Réponses en position du système……...……. 60
Figure.3.10: Réponses en vitesse du système……...……... 60
Figure.3.11: Signal de commande $u(t)$ ……...……... 61
Figure.3.12: Erreur de poursuite en position……...…… 61
Figure.3.13: Erreur de poursuite en vitesse……...…….. 61
Figure.3.14: Plan de phase du système……...……. 62
Figure.3.15: Réponses en position du système……...……. 62
Figure.3.16: Réponses en vitesse du système……...……... 62

Figure.3.17: Signal de commande $u(t)$…….…….. 63
Figure.3.18: Erreur de poursuite en position……..…… 63
Figure.3.19: Erreur de poursuite en vitesse……...…….. 64
Figure.3.20: Plan de phase du système……...……. 64

Chapitre 1
Systèmes flous: commande et stabilité.

I.1.Introduction:

En général, pour commander un système, on s'appuie sur un modèle obtenu à partir de connaissances a priori comme les lois physiques ou à partir d'observations expérimentales. Ces modèles peuvent être construits comme un ensemble d'équations différentielles linéaires ou non linéaires reliant les entrées, les états et les sorties. Ces équations différentielles sont parfois très difficiles à trouver.Une solution à ce problème peut être envisagée à partir d'une représentation du comportement du procédé non linéaire par un modèle flou où les relations entre les entrées, les sorties et les états sont exprimées par des règles floues ***Si-Alors.***

La structure d'un modèle flou d'un régulateur flou est décrite par un ensemble de règles floues, qui sont constituées chacune par une partie prémisse, et une partie conclusion. De ce point de vu là, on distingue deux classes principales de modèles flous: les modèles inférés par des règles floues de type *Mamdani* (modèle linguistique) et ceux inférés par des règles floues de type *Takagi-Sugeno* (modèles à conséquence fonctionnelle).

Dans les deux types, les prémisses des règles sont exprimées symboliquement, seule l'expression des conclusions des règles permet alors de dissocier les deux types de modèles. Les modèles de *Mamdani* sont des modèles dont la partie conclusion est purement linguistique, par contre les modèles de T-S sont caractérisés par une conclusion à structure fonctionnelle.

Il a été démontré dans la littérature [43-44-45], que les modèles flous sont des approximateurs universels. Les systèmes flous sont de plus en plus utilisés pour la commande des systèmes industriels complexes qui sont difficilement modélisables. La dynamique des systèmes est approximée par des systèmes flous de T-S munis de lois d'adaptation permettant d'ajuster leurs paramètres. La stabilité des systèmes en boucle fermée est étudiée selon la synthèse de Lyapunov.

Dans ce chapitre, nous exposons un bref rappel et un aperçu général sur la logique floue, en insistant sur les idées utilisées à commande floue en poursuite. et nous présentons la structure des systèmes flous et en particulier les systèmes flous de *Mamdani* et les systèmes flous de *Takagi-Sugeno*.

I.2. Commande Flou:

La logique floue est apparue en 1965 avec la publication par Lotfi Zedeh [22], à l'université de Californie, Berkely USA, d'un article intitulé « *les ensembles floue* ». A Cette époque la théorie de

la logique floue n'a pas été prise au sérieux. En effet les ordinateurs avec leur fonctionnement exact par tout ou rien (1 ou 0), ont commencé à se répondre sur une large échelle. Par contre la logique floue permet de traiter des variables non exactes dont la valeur peut varier entre 0 et 1.

Les ensembles flous permettent à des algorithmes déterministes de traiter des données linguistiques approximatives. La logique floue autorise ainsi un système artificiel à manipuler des données imprécises. De nombreux mathématiciens ont tenté d'utiliser les ensembles flous pour généraliser la logique classique parallèlement à leurs recherches théoriques. Certains ont voulu résoudre des problèmes réputés difficiles pour les techniques classiques par la logique floue.

Depuis ces vingt dernières années, l'utilisation de la théorie des ensembles flous dans la modélisation et la commande des systèmes complexes industriels est devenue un outil à part entière.

En l'état actuel, les deux domaines d'applications de la logique floue qui deviennent de plus en plus important:

- la conception de régulateurs pour des procédés difficilement modélisables,
- la conception de régulateurs non linéaires pour des procédés modélisables.

Dans le premier cas, la régulation floue se distingue d'une régulation classique par le fait que l'approche par logique floue synthétise une loi de commande à partir de l'expertise de l'opérateur humain, alors que les approches classiques de l'automatique consistent à élaborer une loi de commande à partir d'un modèle de connaissance du procédé. Tout l'intérêt de la commande floue pour des procédés complexes, difficiles à modéliser, réside donc dans le recueil de l'expertise d'un opérateur humain sachant piloter, ou ayant une bonne connaissance de la commande du procédé. La difficulté réside, évidemment dans l'obtention de cette expertise. Dans le deuxième cas, la structure non linéaire du régulateur flou peut améliorer les performances en termes de précision, de stabilité et de robustesse des lois de commande linéaires. Il peut être appliqué en utilisant des modèles classiques, linéaires ou non.

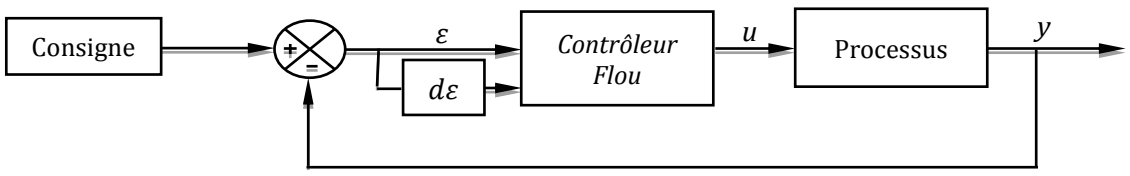


Figure.1.1: Schéma de la commande floue.

I .3. Le contrôleur flou:

I .3.1. Définition:

Un contrôleur flou peut être vu comme un système expert fonctionnant à partir d'une représentation d'une connaissance divisée en un fichier de règles en plus d'un moteur d'inférence qui permet de consulter ces fichiers et produire des conclusions.

L'espace des entrées d'un contrôleur flou constitue par rapport à un certain univers de discours la prémisse de la règle dont la forme générique SI-ALORS L'espace des sorties constitue la conséquence de la règle .Le contrôle flou par logique floue possède les avantages et inconvénient majeurs suivants [11]:

✓ **Avantages:**

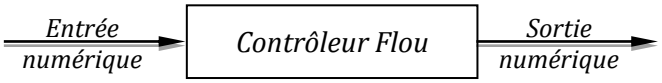
- ☞ Pas besoin de modèle mathématique.
- ☞ Implémentation de connaissances linguistiques.
- ☞ Maîtrise de systèmes à comportement complexe (non-linéaire, …).
- ☞ Solution logicielle (microprocesseur ou PC) et matérielle (fuzzy processors) disponibles.

✓ **Inconvénients :**

- ☞ Manque de directives précises pour la conception.
- ☞ Possibilité d'apparition de règles d'inférence contradictoires.

I.3.2. Architecture d'un contrôleur flou:

- ☞ **vision externe:**
- ☞ **vision interne:**



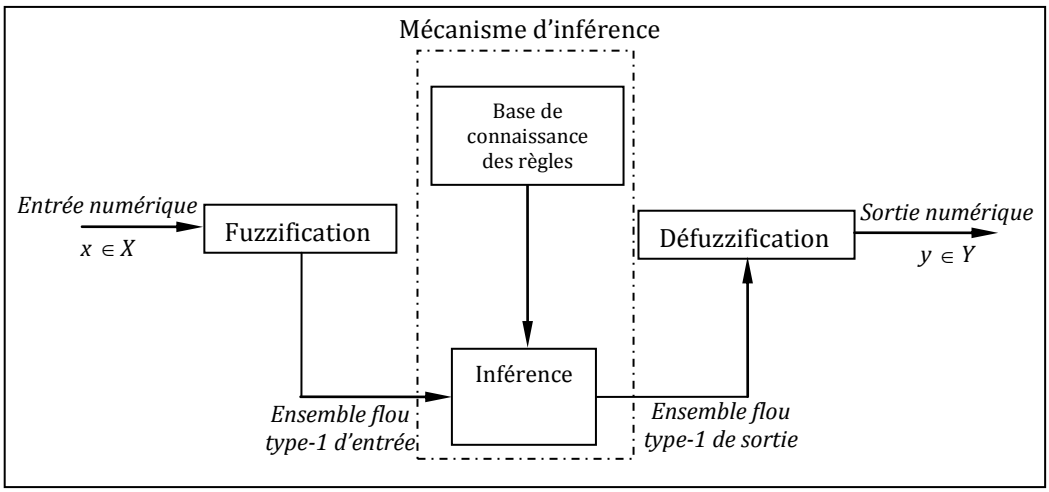


Figure.1.2: La structure d'un contrôleur flou.

I.3.2.1. La Fuzzification:

C'est une opération qui consiste à transformer les données numériques d'un phénomène à des valeurs linguistiques sur un domaine normalisé qui facilite le calcul. A partir de ces domaines numériques appelés univers de discours et pour chaque grandeur d'entrée ou de sortie, on peut calculer les degrés d'appartenance aux sous-ensembles flous de la variable linguistique correspondant.

En général, on utilise des formes triangulaires ou trapézoïdales pour les fonctions d'appartenance, bien qu'il n'existe pas de règles précises sur ce choix.

I.3.2.2. La Base de connaissances:

1- Variable linguistique:

Une des premières tâches qui incombent aux concepteurs de système flous est après avoir déterminé les variables liées au système à contrôler, de définir les variables linguistiques associées. Ainsi, pour chaque variable, il s'agit de discrétiser le domaine de variation en ensembles flous.

2- Règles linguistiques :

Les règles linguistiques sont des règles floues dont la forme générale est la suivante :

« ***Si*** prémisse ***Alors*** conclusion »

Où les prémisses portent sur les entrées du contrôleur flou et les conclusions sur les sorties. Les règles sont en fait des propositions floues incluant un opérateur d'implication.

- *Les conclusions de règles peuvent être de deux sortes :*

A) Les règles de type **Mamdani**, où les conclusions, comme les prémisses sont des propositions flous :

« ***Si*** x est A_i et y est B_i ***Alors*** z est C_i ». (1.1)

B) Les règles de type **Sugeno**, où dans les conclusions une sortie est en fonction des entrées :

« ***Si*** x est A_i et y est B_i ***Alors*** $z = f(x, y)$ ». (1.2)

I.3.2.3. Mécanisme d'inférence:

Le moteur d'inférence floue transforme, à l'aide des techniques de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue. En fait, le moteur d'inférence combine les règles floues, en utilisant les principes de la logique floue, pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie.

I.3.2.4. La défuzzification:

La défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'agrégation des règles en une grandeur de commande précise.

I.3.2.4.1. Les différentes méthodes de la défuzzification:

- ❖ La méthode de la hauteur.
- ❖ Le premier des maxima.
- ❖ Le dernier des maxima.
- ❖ La moyenne des maxima.
- ❖ Le centre de gravité.

- Le centre des aires.
- Le centre de la plus grande surface.
- Le centre des maxima.

I.4. Modèle flou de type T-S:

I.4.1. Modèle flou T-S:

Le modèle flou de Takagi-Sugeno d'un système dynamique est décrit par un ensemblede règles floues ''***Si-Alors''***. Sa caractéristique principale est qu'il représente localement les relations entrées sorties d'un système en exprimant chaque conclusion par un système linéaire [14].

La $i^{éme}$règle du modèle flou s'écrit:

Si $z_1(t) est\ F_i^1$ et … et $z_p(t)$ est F_i^p **Alors** $\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases}$ (1.3)

F_i^jest l'ensemble flou et r est le nombre de règles ***Si-Alors***. $x(t) \in R^n$ représente le vecteur d'état, $u(t) \in R^m$est le vecteur des commandes, $y(t) \in R^q$ est le vecteur de sortie du système, $A_i \in R^{n*n}$, est la matrice d'état, $B_i \in R^{n*m}$, est la matrice d'entrée du système, $C_i \in R^{q*n}$est la matrice de sortie et $z_1 \sim z_p$ sont les prémisses fonctions de l'état.

Pour une paire $(y(t), u(t))$ donnée, l'inférence du système flou est donnée par:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))\{A_i x(t)+B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} \\ y(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} \end{cases} \quad (1.4)$$

où z(t)=$[z_1 z_2 \ldots . z_p(t)]$, $w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{P} F_i^j(z_j(t))$, *i= 1,2,…,r* (1.5)

$F_i^j(z_j(t))$ est la valeur de la fonction d'appartenance $z_j(t)$ dans l'ensemble flou F_i^j, et $\forall\ t \geq 0$ on a

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) > 0 \\ w_i(z(t)) \geq 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

En posant :

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} \quad (1.7)$$

Le modèle T-S (1.4) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)\{A_i x(t) + B_i u(t)\} \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\, C_i x(t) \end{cases} \quad (1.8)$$

Les h_i(z(t)) ≥0 possèdent la propriété de somme convexe: $\forall t \geq 0;\ \sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t)) = 1$ (1.9)

I.4.2. Construction d'un modèle flou T-S:

Pour obtenir un modèle flou T-S, trois méthodes distinctes peuvent être employées :

- La première dite par identification [4-5], permet à partir des données sur les entrées et les sorties, d'identifier les paramètres du modèle local correspondant aux différents points de fonctionnement.

- La seconde méthode consiste à linéariser le modèle autour d'un ensemble de points de fonctionnement choisis judicieusement [8], [18].

- La troisième approche est adaptée pour les systèmes non linéaires. Dans ce cas, le modèle flou T-S représente de manière exacte le modèle non linéaire sur un espace compact des variables d'état et est obtenu par transformation polytopique convexe. On effectue ainsi un découpage des non linéarités qui permet de définir des modèles locaux en fonction du nombre des non linéarités [6], [11], [15].

Étant donné que la dernière approche représente le modèle non linéaire d'une façon exacte,nous l'expliciterons à travers un exemple illustrant la construction d'un modèle T-S. Pour obtenir les fonctions d'appartenance associée d'un modèle flou à partir d'une non linéarité, on utilise le *lemme **1.1***.

I.4.3. Transformation d'un système non linéaire à un modèle flou de T-S:

Cette méthode permettant de passer d'un modèle non linéaire affine en la commande de la forme (1.10) à un modèle fou de T-S est appelée aussi approche par secteur non linéaire [24].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t)\big) + B\big(x(t)\big)u(t) \\ y(t) = g\big(x(t)\big) + D\big(x(t)\big)u(t) \end{cases} \tag{1.10}$$

$x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^q$, $f\big(x(t)\big) \in R^n$, $g\big(x(t)\big) \in R^q$, $B\big(x(t)\big) \in R^{n.m}$ et $D\big(x(t)\big) \in R^{q.m}$.

Elle permet d'obtenir un représentant de type T-S d'un modèle non linéaire. Dans toute la suite, seul le cas continu est pris en compte, le cas discret se traitant de la même manière.

Lemme 1.1 : [11]

Si $\forall x \in [-b, a], a, b \in R^+$, $f\ (x) :\ R \to R$ borné sur $[-b, a]$ alors il existe deux fonctions $w_1(x)$ et $w_2(x)$ ainsi que deux réel α et β tels que :

$$f(x) = \ \alpha \cdot w_1(x) + \beta \cdot w_2(x) \tag{1.11}$$

$$w_1(x) + w_2(x) = 1\ ,\ w_1 \geq 0\ ,\ w_2 \geq 0 \tag{1.12}$$

Preuve :

Considérons la fonction $f\ (x)$ bornée tel que $\underline{f} \leq f(x) \leq \overline{f}$, on peut alors toujours écrire:

$f(x) = \ \alpha \cdot w_1(x) + \beta \cdot w_2(x)$ avec $\alpha = \overline{f}$, $\beta = \underline{f}$,$w_1 = \frac{f\ (x) - \underline{f}}{\overline{f} - \underline{f}}$ et $w_2 = \frac{\overline{f} - f\ (x)}{\overline{f} - \underline{f}}$

Remarque 1.1:

Dans le cas général, si on considère un modèle non linéaire :

$$\dot{x}(\mathrm{t}) = f(x(t)) + g\ (x(t)) \cdot u(t) \tag{1.13}$$

Avec $f(0) = 0$ et sous l'hypothèse que les champs de vecteurs f et g soient bornés sur R^n alors le modèle T-S représente de façon exacte le modèle non linéaire (1.13) pour $x \in R^n$. Dans le cas contraire, sous la condition f et g continues, alors l'équivalence n'est vraie que sur un sous-espace compact de R^n [15], [11].

Exemple 1.1:

On considère le modèle non linéaire autonome de dimension (*2x2*) suivant:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) = \begin{bmatrix} sin(x_1(t)) & 0 \\ 0 & x_2^3(t) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Ce modèle peut être réécrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{sin(x_1(t))}{x_1(t)} & 0 \\ 0 & x_2^2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

L'équation (1.15) présente deux non linéarités qu'on notera $N_1(x_1(t))$ et $N_2(x_2(t))$ respectivement tels que :

$$N_1(x_1(t)) = \frac{sin(x_1(t))}{x_1(t)}, \; N_2(x_2(t)) = x_2^2(t) \quad (1.16)$$

Nous remarquons que le terme non linéaire $N_1(x_1(t))$ est borné $\forall x(t) \in R^n$.

$N_1(x_1(t)) \in [sin(x_{1_0})/x_{1_0}, 1]$ (où $sin(x_{1_0})/x_{1_0} = \min(sin(x_1)/x_1) = -0.217$) alors que le terme $N_2(x_2(t))$ ne peut l'être que sur un compact définit par $x_2(t) \in [-a, a]$, avec $a > 0$. Ainsi, on peut transformer les termes non linéaires $N_1(x_1(t))$ et $N_2(x_2(t))$; $\forall x(t) \in R^n \times [-a, a]$, $a > 0$, tel que :

$$N_1(x_1(t)) = F_1^1(x_1(t)).1 + F_1^2(x_1(t)).\frac{sin(x_{10})}{x_{10}} \quad (1.17)$$

$$N_2(x_2(t)) = F_2^1(x_2(t)).a^2 + F_2^2(x_2(t)).0 \quad (1.18)$$

Avec les ensembles flous donnés par :

$$F_1^1(x_1(t)) = \frac{(sin(x_1(t))/x_1(t)) - (sin(x_{1_0})/x_{1_0})}{1-(sin(x_{1_0})/x_{1_0})} \;, \; F_1^2(x_1(t)) = \frac{1-(sin(x_1(t))/x_1(t))}{1-(sin(x_{1_0})/x_{1_0})} \quad (1.19)$$

$$F_2^1(x_2(t)) = \frac{x_2(t)^2}{a^2}, \; F_2^2(x_2(t)) = 1 - \frac{x_2(t)^2}{a^2} \quad (1.20)$$

On aboutit alors au modèle T-S correspondant à partir des *4* combinaisons possibles des bornes des termes non linéaires $N_1(x_1(t))$ et $N_2(x_2(t))$, décrits par les matrices f_i suivantes :

Si $x_1(t)$ *est* $F_1^1(x_1(t))$ *et* $x_2(t)$ *est* $F_2^1(x_2(t))$ ***Alors*** $\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$

Si $x_1(t)$ *est* $F_1^1(x_1(t))$ *et* $x_2(t)$ *est* $F_2^2(x_2(t))$ ***Alors*** $\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$

Si $x_1(t)$ *est* $F_1^2(x_1(t))$ *et* $x_2(t)$ *est* $F_2^1(x_2(t))$ ***Alors*** $\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{sin(x_{1_0})}{x_{1_0}} & 0 \\ 0 & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ (1.21)

Si $x_1(t)$ *est* $F_1^2(x_1(t))$ *et* $x_2(t)$ *est* $F_2^2(x_2(t))$ ***Alors*** $\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{sin(x_{1_0})}{x_{1_0}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$

Cette transformation conduit à un certain nombre de modèles locaux LTI (Linear Time Invariant) dépendant du nombre de non linéarités contenues dans la fonction $f(t)$. En règle générale si $f(t)$ présente k termes non linéaires alors le modèle T-S est constitué d'au plus 2^k modèles locaux.

A partir de cet exemple, nous avons montré que le nombre de règle d'un modèle T-S exact, augmente en fonction des non linéarités à prendre en compte dans le modèle non linéaire, ce qui provoque plus de conservativité des résultats.

Après cette étape de modélisation, nous abordons dans la suite le problème de stabilisation du modèle T-S, notamment la synthèse de loi de commande. Nous pouvons avoir recours à une théorie de base pour analyser la stabilité des systèmes non linéaires. Parmi ces théories le critère de Popov [9], la première et la seconde méthode de Lyapunov ont été largement appliqués dans la littérature.

En effet, la structure d'un modèle T-S se prête à l'application des concepts et des approches de l'automatique classique par le fait que ce type de modèle est une interconnexion d'un ensemble de modèles linéaires locaux.

I.4.4. Analyse de stabilité des modèles T-S:

La stabilité des systèmes non linéaires en boucle fermé est l'un des problèmes plus important de la théorie de la commande (La boucle de retour est la structure qui permet d'obtenir les objectifs de la commande en termes de stabilité et de poursuite (régulation)). L'analyse de la stabilité par la commande floue est un sujet difficile puisque les modèles considérés sont de nature non linéaires. Un certain nombre de travaux qu'ont déjà été en ce sens [3-12-16-19].

Dans ce contexte de la stabilité générale, on fait appel à des fonctions candidates de Lyapunov [2], [7].

Nous limiterons dans ce mémoire à l'utilisation de fonction de Lyapunov quadratique de la forme suivante :

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t), \;\; P > 0 \qquad (1.22)$$

I.4.5. Stabilité quadratique:

L'analyse de la stabilité des modèles flous est généralement basée sur les fonctions candidates de Lyapunov, Nous nous intéressons dans ce travail à l'utilisation de fonctions de Lyapunov quadratiques. Il s'agit de chercher une matrice symétrique définie positive et sa fonction de Lyapunov quadratique associée les quelles garantissent les propriétés de stabilité. Dans toute la suite, sans perte de généralité on suppose que le point d'équilibre est l'origine.

I.4.5.1. Fonctions de Lyapunov usuelles:

En général, il n'existe pas de méthodes systématiques pour trouver une fonction candidate de Lyapunov. La théorie de Lyapunov conduite à des conditions suffisantes de stabilité dépendante de la forme particulière imposée à la fonction $V(x(t))$ et de la structure du système.

I.4.5.1.1. Fonction de Lyapunov quadratique:

La fonction candidate de Lyapunov la plus couramment utilisée est dite quadratique. Elle est définie par la forme quadratique (1.22).

Si on étudie la stabilité avec ce type de fonction de Lyapunov on parlera de stabilité quadratique.

Donc trouver une fonction de Lyapunov revient à trouver une matrice symétrique définie positive *P*.

La stabilité des systèmes non linéaires peut par exemple être analysée en utilisant ce type de fonction. Ce type de système est d'écrit par les équations suivantes :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))A_i x(t) \qquad (1.23)$$

La stabilité quadratique s'étudie en calculant la dérivée de la fonction (1.22) :

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = \frac{d}{dt}(x(t)^T\,Px(t)) = \dot{x}(t)^T Px(t) + x(t)^T\,P\dot{x}(t) \qquad (1.24)$$

Ou encore en utilisant (1.23) :

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = (\sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))A_i x(t))^{\,T}\,Px(t) + x(t)^T P(\sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))A_i x(t)) \qquad (1.25)$$

En utilisant les notations définies précédemment, on obtient :

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = \; x(t)^T(A_i^T P + PA_i)x(t) \qquad (1.26)$$

Théorème 1.1: [10]

L'équilibre d'un modèle flou continu décrit par (1.24) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice commune définie positive telle que:

$$P > 0, \qquad A_i^T P + PA_i \; < 0 \qquad i = 1,2,\dots,r \qquad (1.27)$$

I.4.5.2.Stabilisation des modèles flous Takagi-Sugeno :

Soit le modèle T-S continu suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)\{A_i x(t) + B_i u(t)\} = A_z x(t) + B_z u(t) \\ \quad y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(t)\big)\,C_i x(t) = C_z x(t) \end{cases} \qquad (1.28)$$

Plusieurs lois de commande sont envisageables. On peut distinguer celles par retour d'état et celles par retour de sortie. Dans le premier cas, la plus simple d'entre elles est un retour linéaire : u(t) = $-Fx(t)$, elle est un cas particulier d'une loi plus générale appelée *PDC* (Parallel Distributed

Compensation) [21]. Cette dernière correspond à un retour d'état non linéaire qui prend en compte les mêmes fonctions positives h_i que celle de (1.28) :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) K_i x(t) = -K_z x(t) \quad (1.29)$$

Si $K_i = K$, $\forall i \in \{1, \dots\dots, r\}$ on retrouve une loi de commande linéaire.

Pour les retours de sortie, une structure avec observateur peut être utilisée [16] ou une structure de retour d'état dynamique [1], ces différents points seront discutés plus loin.

La boucle fermée dans le cas continu s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_z - B_z K_z)x(t) \\ y(t) = C_z x(t) \end{cases} \quad (1.30)$$

En suivant le même raisonnement que pour la stabilité avec $V(x) = x^T P x$ pour fonction candidate, stabiliser le modèle revient à résoudre le problème suivant :

Problème 1: Trouver une matrice P définie positive et des matrices K_i, $i \in \{1, \dots\dots, r\}$ telles que

$$(A_z - B_z K_z)^T P + P(A_z - B_z K_z) < 0 \quad (1.31)$$

On remarque que l'inégalité du problème 1 n'est pas linéaire en les variables P et K_i. En utilisant la propriété de congruence sur (1.31) avec la matrice symétrique de rang plein $X = P^{-1}$, on obtient :

$$X A_z^T + A_z X - X K_z^T B_z^T - B_z K_z X < 0 \quad (1.32)$$

En effectuant le changement de variable bijectif $M_i = K_i X$, $i \in \{1, \dots\dots, r\}$ le problème devient LMI en les variables X et M_i [17]. On définit les quantités suivantes :

$$Y_{ij} = X A_i^T - M_i^T B_i^T + A_i X - B_i M_i \quad (1.33)$$

On se retrouve donc avec la quantité $\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t)))h_i(z(t))Y_{ij}$ et tous les résultats peuvent en être déduits.

Théorème 1.2: [17] Soient un modèle T-S continu (1.30), la loi de commande *PDC* (1.29) et les Y_{ij} définis en (1.33), s'il existe une matrice X définie positive et des matrices $M_i, i \in \{1, \dots\dots, r\}$ telles que les conditions (1.31) et (1.32) soient vérifiées alors la boucle fermée est globalement asymptotiquement stable. De plus si le problème a une solution, les gains de la commande *PDC* sont donnés par : $K_i = M_i X^{-1}$.

I.4.6. Lois de commande floue:

Pour garantir la stabilité d'un modèle de type T-S, nous avons recours à la synthèse d'une loi de commande stabilisante. Pour ce faire, en s'inspirant des résultats d'analyse de stabilité des systèmes dynamiques, on aboutit à des conditions de synthèse de commande par retour d'état ou bien par retour de sortie [21].

Dans ce contexte, pour générer un signal de commande stabilisant pour le système (1.8), plusieurs formules de commande floue sont proposées dans la littérature, on ne citera ici que les plus utilisés et celles dans les quelles nous nous sommes inspirés par la suite.

I.4.6.1. Loi de commande PDC(Parallel Distributed Compensation): [20,21]

Une loi de commande fréquemment utilisée pour les modèles non linéaires T-S est la loi *PDC*. Elle est donnée par la loi de commande suivante :$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))\,K_i x(t)$ (1.34)

$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))}$; K_i : les gains locaux de retour d'état

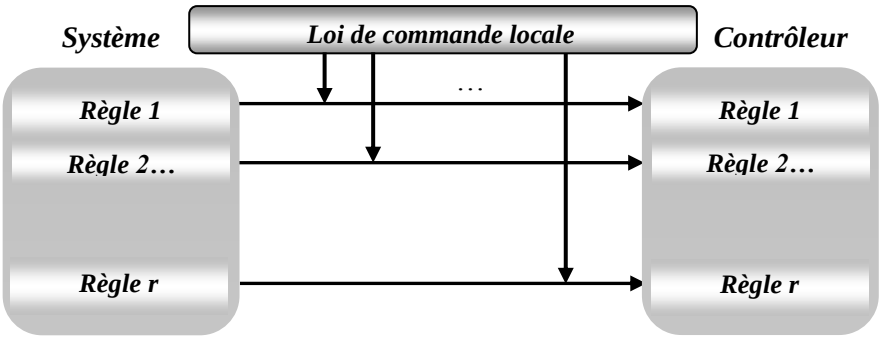


Figure.1.3: Principe de la commande PDC.

La méthode *PDC* est utilisée pour élaborer une loi de commande pour les modèles flous de type T-S. L'idée est de calculer une loi de commande linéaire par retour d'état, pour chaque sous modèle flou. La détermination d'une loi de commande revient à déterminer pour chaque modèle local des gains matriciels. Chaque modèle local est stabilisé localement par une loi de commande linéaire, la loi de commande globale est obtenue par interpolation des lois de commande linéaires locales.

Le régulateur flou *PDC* partage les mêmes ensembles flous que le modèle, donc, il garde les mêmes parties prémisses ainsi que les mêmes fonctions d'appartenance. Pour les modèles flous continus et discrets, la réalisation du régulateur se fait de la façon suivante :

Règle $i^{ème}$ du régulateur flou T-S:

Si $z_1(t)$ *est* F_1^i *et* $z_2(t)$ *est* F_2^i *et* $\ldots\ldots z_p(t)$ *est* F_p^i ***Alors*** $u(t) = -K_i x(t)$, *i=1,2,…….r* (1.35)

La sortie finale du régulateur est inférée par l'équation suivante :

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))K_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))K_i x(t) \quad (1.36)$$

La conception du régulateur revient à déterminer les gains locaux de retour d'état K_i dans la partie conclusion des règles de la loi de commande *PDC*.

I.4.6.2. Condition de stabilité du modèle bouclé:

En substituant (1.34) dans (1.8), les expressions obtenues sont les suivants:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} w_i(z(t))w_j(z(t))\{A_i - B_i K_j\}x(t)}{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} w_i(z(t))w_j(z(t))} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\,(z(t))h_j(z(t))\{A_i - B_i K_j\}x(t) \quad (1.37)$$

En posant $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ on peut encore écrire:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) h_i(z(t)) G_{ii}\, x(t) + 2.\sum_{i<j}^{r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{\frac{G_{ij}+G_{ji}}{2}\}\, x(t) \quad (1.38)$$

Le premier résultat concernant la stabilisation des modèles T-S par la commande *PDC* a été donné par *Wang et al* [21]. En posant:

$$Y_{ij} = G_{ij}^T P + P G_{ij} \quad (1.39)$$

En appliquant le théorème 1.1 aux modèle décrits par (1.38), les conditions de la stabilité pour les modèle flous complets s'énoncent de la manière suivant :

Théorème 1.3: [21]

L'équilibre du modèle flou continu (1.37) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice $P = P^T > 0$ telle que *:*

$$Y_{ii} < 0, \quad i = 1, 2, \ldots, r \quad (1.40)$$

$$Y_{ij} + Y_{ji} < 0, \quad i < j \quad (1.41)$$

Avec : $h_i\big(z(t)\big) h_j(z(t)) \neq 0\,, \quad t > 0$ (1.42)

Élaborer un régulateur flou *PDC* consiste donc à déterminer les matrices de gains de retour d'état F_j satisfaisant les conditions du théorème 1.3 avec l'existence d'une matrice *P* définie positive. Pour mettre au point ce régulateur, on se ramène donc à un problème de faisabilité des LMI qui peut être résolu à l'aide des outils issus de l'optimisation convexe, et plus particulièrement des LMI [23]. Pour cela, on effectue les changements de variables bijectifs usuels suivants [21]: $N = P^{-1}$ et $K_j = Y_j P^{-1}$, d'où après congruence avec $N = P^{-1}$ des inégalités (1.40) et (1.41), on obtient les expressions LMI suivantes par rapport aux variables *N* et Y_j :

$$N A_i^T + A_i N - B_i Y_i - Y_i^T B_i^T < 0\,, i = 1, 2, \ldots, r \quad (1.43)$$

$$A_i N + N A_i^T + A_j N + N A_j^T - B_i Y_j - Y_j^T B_i^T - B_j Y_i - Y_i^T B_j^T < 0, \quad i < j \quad (1.44)$$

I.4.6.3. Problème de faisabilité:

Trouver un vecteur *x* tel que $F(x) > 0$. Ce problème est résolu généralement en cherchant le vecteur *x* minimisant le scalaire *t* tel que :

$$-F(x) < t \quad (1.45)$$

Si la valeur minimale de t est négative alors le problème est faisable.

Remarque 1.2:

1- Notons que le nombre de conditions à vérifier est $r(r+1)/2$, et que ce nombre croit en fonction du nombre de règles r. Le fait d'utiliser une fonction de Lyapunov quadratique implique la recherche d'une matrice $P = P^T > 0$ unique qui se retrouve dans toutes les $r(r+1)/2$ inégalités. Il

est alors clair que le nombre de règles est un facteur essentiel pour réduire le conservatisme des résultats issus des conditions (1.43) et (1.44) du théorème 1.4.

2- Ainsi, disposant d'un modèle T-S, le problème fondamental qui se pose lors de la synthèse de commande du type *PDC* est celui du conservatisme des conditions sur les gains de retour. Par conséquent, dans le but d'avoir des résultats beaucoup moins conservatifs, des conditions de relaxation LMI ont fait l'objet de plusieurs travaux notamment ceux développés dans [15], où les auteurs se basent sur le nombre maximal de règles actives à chaque instant pour réduire le conservatisme de conditions de stabilisations.

Nous avons montré à partir du modèle T-S, une méthode de synthèse de commande type *PDC*.

Cette loi de commande très utilisée, est basée sur la connaissance de l'état. Par conséquence,dans le cas où l'état du système n'est pas totalement disponible, il est nécessaire d'avoir recours à un observateur permettant d'estimer l'état du système.

Dans le cas des modèles T-S, on privilégie les observateurs flous T-S se basant généralement sur des modèles linéaires de type *Luenberger*. Ces derniers, ont pour avantage d'avoir la même structure que les modèles T-S.

I.5. Conclusion:

Lorsqu'un modèle est partiellement inconnu ou complexe (systèmes non linéaires), un contrôle flou s'avère très intéressant. Car il ne demande pas de modèle du système à régler, les décisions sont prises sans avoir recours au modèle anal, et que les algorithmes de réglage se basent sur des règles linguistique de la forme *Si*… *Alors*….

D'un point de vue mathématique, un système flou définit une relation non linéaire d'un espace d'entrée vers un espace de sortie, et d'un point de vue logique, un système flou est une machine de prise de décision composée de quatre parties essentielles: la fuzzification, la base de règles, le moteur d'inférence et la défuzzification. L'architecture d'un système flou est déterminée par une meilleure compréhension des ensembles flous et des opérateurs flous. Nous avons constaté qu'il n'existe pas un seul type de système flou, mais il y en a plusieurs. Un utilisateur des systèmes flous doit décider sur la méthode de défuzzification, le type des fonctions d'appartenance, le type des règles floues, la méthode du raisonnement flou et la stratégie de défuzzification. En particulier, nous avons donné les expressions mathématiques des systèmes flous de Mamdani et de Takagi-Sugeno. Les propriétés d'un système flou sont en grande partie déterminées par ceux des fonctions d'appartenance et des opérateurs flous utilisés.

CHAPITRE 1

SYSTEMES FLOUS : COMMANDE ET STABILITE

« Une personne qui n'a jamais commis d'erreurs n'a jamais tenté d'innover ».

Albert Einstein

Chapitre 2
Poursuite de trajectoire des systèmes flous T-S

II.1.Introduction:

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté un rappel bibliographique concernant les résultats qui traitent de la stabilisation des modèles flous de type T-S. Nous avons également détaillé le principe de la commande *PDC* et la mise en œuvre d'observateur T-S.

D'une autre part, la commande des procédés non linéaires peut être vue sous différentes facettes. En plus de la stabilisation, on distingue aussi les problèmes de régulation, ou de suivi d'une trajectoire générée par un modèle de référence. Dans ce chapitre, nous considérerons le cas le plus général, celui du suivi d'une trajectoire désirée. Ainsi, le chapitre, est reparti en deux sections principales ; dans la première, nous allons présenter les principales approches élaborées dans le cadre de la synthèse de commande pour assurer le suivi de trajectoire pour les modèles T-S. Ensuite, nous traiterons de la synthèse de commande pour les modèles flous TS soumis à des perturbations externes. Cette approche, s'appuie sur l'emploi d'un modèle de référence pour spécifier la trajectoire désirée. La loi de commande ainsi élaborée, est basée sur la minimisation de l'erreur de poursuite. Le résultat principal dans ce chapitre est de montrer une condition plus relâchée au sens d'optimisations convexes LMI, en l'occurrence un maximum d'atténuation des perturbations en assurant la poursuite.

II.2. Problème de poursuite de trajectoire:

Le problème de suivi de trajectoire des systèmes non linéaires notamment les systèmes affines en la commande a été traité avec plusieurs approches classiques depuis plusieurs années,parmi ces méthodes assez développées dans la littérature, on peut distinguer ; la commande adaptative floue [21], la commande à modes glissants [25-26], la commande H^{∞} [27-28], la commande PID (proportionnel intégrale dérivé) [29] etc ... Enrevanche, la synthèse de commande pour assurer le suivi de trajectoire pour les systèmes non linéaires décrits par les modèles flous du type T-S sont très peu ou pas traité dans la littérature,et en particulier, la synthèse de commande robuste et la relaxation des problèmes LMI.

Dans le paragraphe suivant, nous parlerons brièvement des résultats existants dans lalittérature et traitant le problème du suivi de trajectoire des modèles T-S.

II.2.1. Le poursuite pour les modèles T-S:

En dépit d'une littérature abondante sur le problème de stabilisation des modèles flous T-S, seulement peu de résultats sont disponibles concernant le problème de suivi de trajectoire [30,38].

Dans [30], la conception d'un contrôleur flou était proposée en utilisant la technique de linéarisation du retour de sortie. Cette approche ne concerne que les modèles T-S à temps discret obtenu par identification. De la même manière et pour le même type de modèle, une condition nécessaire et suffisante, liée à la notion de stabilité des systèmes, a été établie dans [31], pour déterminer analytiquement la stabilité du contrôleur flou.

Les auteurs de [32], traitent le problème de suivi de trajectoire pour les modèles T-S, avec des perturbations externes et un bruit de mesure. Cette approche est basée sur un critère H^{∞} minimisant l'erreur de poursuite avec un modèle de référence par rapport à l'ensemble des perturbations, la synthèse de la loi de commande établie ; utilise un observateur flou du type *Luenberger*.

Dans [33], la même stratégie a été développée pour une classe particulière des systèmes non linéaires interconnectés. Une autre approche au sujet du suivi de trajectoire des modèles T-S [34] est basée sur la technique de commande à structure variable, cette méthode est très restreinte au sens de la robustesse car les incertitudes sur les matrices d'entrée sont considérées négligeable.

Dans le même contexte, [35] ont conçu un contrôleur à commutation en utilisantun modèle de référence. Cette méthode se caractérise par la complexité de la loi de commande et la difficulté de vérifier une relation entre les matrices d'entrée sortie et le modèle deréférence. Dans [36], une commande floue basée sur la linéarisation de l'erreur de poursuite a été établie en utilisant une méthode similaire à celle de *PDC* reposantsur un modèle de référence non linéaire. Cette commande n'est pas robuste, et concerneparticulièrement le problème de régulation.

Une autre approche, se basant sur une combinaison de la commande à mode glissant et la commande *PDC* pour les modèles T-S a été proposée dans [39]. Dans cette méthode, l'analyse de stabilité avec les deux commandes se fait d'une manière indépendante.

Récemment, une tentative de synthèse de commande pour le suivi de trajectoire avec un modèle de référence a été proposée dans [37].

L'approche par modèle de référence n'est pas nouvelle en soit mais les types de systèmes T-S que nous considérons et les théorèmes établis constituent la majeure partie de notre travail.

Dans ce qui suit, nous présentons la stratégie de commande de manière générale. Les détails seront explicités au fur et à mesure des chapitres selon chaque cas, en fonction, du modèle et de la commande flous utilisés.

II.3. Stratégie de commande:

Durant tout ce travail, le problème de suivi de trajectoire des modèles T-S sera traité en se basant sur la technique schématisée suivante :

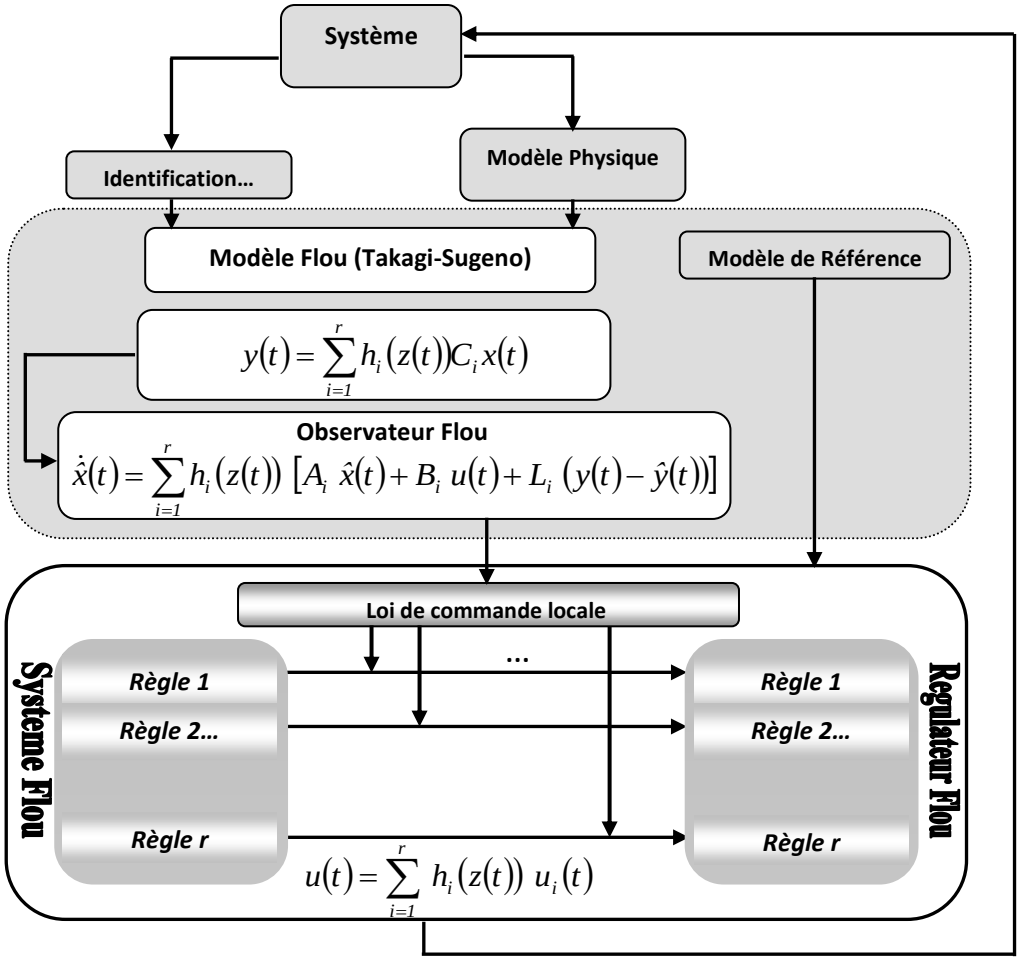


Figure 2.1. Schéma de la stratégie de commande adoptée.

Le principe de la stratégie de commande que nous adoptons est de construire un modèle flouT-S appelé modèle augmenté. En effet, il regroupe le modèle du système, celui del'observateur s'il est nécessaire d'estimer les variables d'état, ainsi que celui du modèle deréférence. Ces différentes étapes sont détaillées comme suit :

II.3.1. Le modèle physique et le modèle T-S:

En considérant le modèle non linéaire affine en la commande, il s'agit d'obtenir un modèle flou T-S en utilisant les méthodes décrites précédentes. Par l'intermédiaire des variables de prémisses des règles floues T-S, le modèle physique fournie les informations sur l'état du système, en l'occurrence l'état du modèle T-S.

II.3.2. L'observateur flou T-S:

La synthèse d'un observateur flou de type *Luenberger*, peut être considérée dans le cas où l'état du système n'est pas disponible à la mesure.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))[A_i\hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t))] \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Où $\hat{x}(t) \in R^n$ est l'état estimé de $x(t)$ et L_i est le gain d'observation de la $i^{éme}$règle.

Pour évaluer la convergence de l'observateur flou (2.1), on considère l'erreur d'estimation du vecteur d'état donnée par :

$$e_o(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.2)$$

Où l'indice 'o' indique que l'erreur est liée à l'observateur.

II.3.3. Le système de référence:

Pour spécifier la trajectoire désirée, on distingue plusieurs types de modèle, à savoir les modèles linéaires et non linéaires.

II.3.3.1. Modèles de référence linéaires:

Parmi les modèles de références linéaires, les plus utilisés sont de la forme [33]:

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + r(t) \quad (2.3)$$

Où $x_r(t)$ est la variable de référence pour $t \geq 0$, A_r est une matrice asymptotiquement stable et $r(t)$ est une entrée de consigne bornée dans le temps [33]. Le modèle (2.3) peut être muni d'une matrice d'entrée [38-40], qui permet d'avoir un système de référence commandable dont la matrice A_r n'est pas forcement stable, ce qui nécessite un retour d'état de référence dans la loi de commande utilisée pour assurer le suivi de trajectoire. Ce modèle s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r r(t) \\ y_r(t) = C_r x_r(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

Où $r(t)$ est une entrée de référence, B_r et C_r sont des matrices de dimensions appropriées.Un autres type de modèles de référence très adoptés pour les systèmes linéaires est un modèle linéaire autonome, dont la dynamique de la trajectoire désirée, est définie par les pôles de la matrice A_r et les conditions initiales $x_r(0)$. Ce modèle est de la forme suivante [41]:

$$\begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) \\ y_r(t) = C_r x_r(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

Dans ce cas, la matrice A_r n'est pas forcement stable, ce qui peut entraîner des problèmes de faisabilité au niveau des calculs LMI.

II.3.3.2. Modèles de référence non linéaires :

On peut également adopter un modèle de référence non linéaire de type T-S, obtenu par un découpage des non linéarités dans un espace compact de l'espace d'état. Ce modèle est de la forme suivante [36]:

$$\dot{x}_r(t) = \sum_{i=1}^{l} v_i(z_r(t)) D_i x_r(t) \quad (2.6)$$

Où l est le nombre de règles floues, v_i représente les fonctions d'appartenance et $z_r(t)$ est la variable de prémisse d'état. Dans ce type de modèle, les matrices D_i ne sont pas tous forcements stables.

Dans la suite de ce mémoire nous adoptons le modèle de référence de type linéaire (2.3) puisqu'il possède une plus grande souplesse pour générer la consigne désirée.

II.3.4. Loi de commande:

La forme de la commande utilisée dans ces approches est similaire à celle d'une commande *PDC* (1.32), sauf que celle-ci est en fonction de l'état du système, mais aussi de l'état de référence autrement dit en fonction de l'erreur de poursuite. Dans le cas de la disponibilité de l'état du système le signal de commande est donné par :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) K_i [x_r(t) - x(t)] \quad (2.7)$$

Dans le cas échéant (une partie de l'état n'est pas mesurable), notre commande serait donc en fonction du vecteur de l'état estimé du système :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) K_i [x_r(t) - \hat{x}(t)] \quad (2.8)$$

II.3.5. Génération d'une trajectoire sinusoïdale:

Afin d'atteindre le but précité, une courbe sinusoïdale est choisie comme trajectoire de référence. Cette courbe est définie par les équations suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = sin(x(t)) \end{cases} \quad \text{avec : } t \in [0, \pi] \quad (2.9)$$

La vitesse linéaire de référence v_r, et la vitesse angulaire de référence ω_r sont données par les deux expressions suivant:

$$v_r = \sqrt{x_r'(t)^2 + y_r'(t)^2} \quad (2.10)$$

$$\omega_r(t) = \frac{x_r'(t) y_r''(t) - y_r'(t) x_r''(t)}{x_r'(t)^2 + y_r'(t)^2} \quad (2.11)$$

II.4. Stabilisation des modèles flous:

Cette méthode implique le choix d'une fonction candidate de Lyapunov quadratique, il s'agit de chercher une matrice symétrique définie positive et sa fonction de Lyapunov quadratique associée telles que certaines conditions garantissent les propriétés de stabilité.

Dans toute la suite, sans perte de généralité on suppose que le point d'équilibre est l'origine.

La méthode directe de Lyapunov s'appuie sur une observation physique fondamentale: si l'énergie totale d'un système (qui est généralement scalaire), linéaire ou non linéaire, est continûment dissipée (système dissipatif), alors on peut espérer que le système tende vers un point d'équilibre. Ainsi l'idée de Lyapunov est d'examiner la variation d'une fonction scalaire pour étudier la variation d'énergie d'un système donné.

D'abord, on présente la fonction de Lyapunov la plus utilisée dans la théorie de stabilité des modèles flous de T-S.

II.4.1. Fonction de Lyapunov quadratique :

Une fonction candidate classique est basée sur une forme quadratique de type:

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t), \quad P = P^T > 0 \qquad P \in R^{n.n} \tag{2.12}$$

Donc trouver une fonction de Lyapunov revient à trouver une matrice définie positive p. Ce type de fonctions de Lyapunov est très utilisée pour la stabilité des modèles flous de type T-S.

La stabilité des systèmes non linéaires peut par exemple être analysée en utilisant ce type de fonction. Ce type de système est d'écrit par les équations suivantes.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))A_i x(t) \tag{2.13}$$

La stabilité quadratique s'étudie en calculant la dérivée de la fonction (2.12) *:*

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = \frac{d}{dt}(x(t)^T\,Px(t)) = \dot{x}(t)^T Px(t) + x(t)^T\,P\dot{x}(t) \tag{2.14}$$

Où encore en utilisant (2.13) :

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = (\sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))A_i x(t))^{\,T} Px(t) \;+\; x(t)^T P(\sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t))A_i x(t)) \tag{2.15}$$

En utilisant les notations définies précédemment, on obtient :

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) = \; x(t)^T(A_i^T P + PA_i)x(t) \tag{2.16}$$

Théorème 2.1 [10]**:** L'équilibre d'un modèle flou continu décrit par (2.13) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice commune définie positive telle que:

$$P > 0, \qquad A_i^T P + P A_i < 0 \qquad i = 1,2,\ldots..,r \tag{2.17}$$

II.5. Stabilité des modèles flous T-S en boucle fermée:

Pour garantir la stabilité d'un modèle flou T-S, nous avons recours à la synthèse d'une commande stabilisante. Pour ce faire, en s'inspirant des résultats d'analyse de stabilité des systèmes dynamiques, on aboutit à des conditions de synthèse de commande par retour d'état. Les conditions sur les gains de commande ainsi obtenues, ne sont pas nécessairement formulées directement en un problème LMI. En effet, dans certains cas, on obtient des inégalités matricielles non linéaires, qui nécessitent un ensemble de transformations matricielles pour les rendre Linéaires. Pour générer un signal de commande stabilisant pour le système (1.8), plusieurs formules de commande floue sont proposées dans la littérature, on ne citera ici que la plus utilisé, c'est la loi de commande basée sur le retour d'état et connue sous le nom de *PDC*.

Dans cette loi de commande, en remplaçant les matrices de la représentation d'état du système en boucle ouverte par celle du système bouclé.

II.5.1. Loi de commande PDC:

La loi de commande *PDC* est utilisée pour élaborer une loi de commande pour les modèles flous de type T-S. L'idée est de calculer une loi de commande linéaire par retour d'état pour chaque sous-modèle du modèle flou. La détermination d'une loi de commande revient à déterminer pour chaque sous-modèle des gains matriciels. Chaque modèle local (sous-modèle) est stabilisé localement par une loi de commande linéaire. La loi de commande globale qui en général est non linéaire est obtenue par interpolation des lois de commande linéaires locales.

Le régulateur *PDC* partage les mêmes ensembles flous que celle du modèle flou de T-S, donc, il garde les mêmes parties prémisses ainsi que les mêmes fonctions d'appartenance. Elle est donnée par la loi de commande suivante [20-21]:

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) K_i x(t) \tag{2.18}$$

Où $F_i \in R^{m-p}$ est le gain de retour local relatif à l'$i^{éme}$ modèle.

La $i^{éme}$ règle floue du régulateur est représentée sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{Si}\ x_1(t)\ est\ F_1^i\ et\ x_2(t)\ est\ F_2^i\ et\ \ldots x_n(t)\ est\ F_n^i\ \boldsymbol{Alors}\ u(t) = -K_i x(t), \quad i = 1,2,\ldots r \tag{2.19}$$

La sortie finale du régulateur est inférée par l'équation suivante :

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) K_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = -\sum_{i=1}^{r} h_i\,(z(t)) K_i x(t) \tag{2.20}$$

La conception du régulateur flou revient à déterminer les gains locaux de retour d'état K_i dans la partie conclusion des règles de la loi de commande *PDC*. Nous avons montré à partir du modèle flou de T-S, une méthode de synthèse de commande du type *PDC*. Cette loi de commande très utilisée, est basée sur la connaissance de l'état du système.

II.5.2. Conditions de stabilité avec la loi PDC:

Pour obtenir l'expression de la boucle fermée, il suffit de substituer (2.3) à (2.7). Ainsi l'expression obtenue est la suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)h_j\left(z(t)\right)\left\{A_i - B_iK_j\right\}x(t) \qquad (2.21)$$

L'équation (1.34) peut être réécrite de la manière suivante :

$$\dot{x}(\mathrm{t}) = \sum_{i=1}^{r} h_i\left(z(t)\right)h_i\left(z(t)\right)G_{ii}\,x(t) + 2\sum_{i<j}^{r} h_i\left(z(t)\right)h_j\left(z(t)\right)\left\{\frac{G_{ij}+G_{ji}}{2}\right\}x(t) \qquad (2.22)$$

Où $G_{ij} = A_i - B_iK_j \quad i,j = 1,2,\dots,r.$

En appliquant les théorèmes(1.22) à (1.36), il est possible de tirer des conditions de stabilité, en utilise le même raisonnement précédent pour trouver les conditions de stabilité de (2.22).

Théorème 2.2: [16], L'équilibre d'un modèle flou, continu, décrit par (2.22) est quadratiquement stable s'il existe une matrice commune *P* définie positive telle que :

$$G_{ii}^{T}P + PG_{ii} < 0 \qquad (2.23)$$

$$\left(\frac{G_{ij}+G_{ji}}{2}\right)^{T}P + P\left(\frac{G_{ij}+G_{ji}}{2}\right) \leq 0, \quad i < j \qquad (2.24)$$

Pour tous les i et j, sauf les paires (i,j) telles que $h_i(z(t)) \times h_j(z(t)) = 0$ avec $G_{ij} = A_i - B_iK_j$.

Le fait d'utiliser la condition (2.24), avec $i < j$ permet de réduire un peu la conservativité des résultats puisqu'il n'est pas obligatoire d'avoir tous les sous modèles croisés $G_{ij} = A_i - B_iK_j$ stables.

L'obtention du régulateur flou *PDC* consiste donc à déterminer les matrices de gains de retour d'état $K_i, (i = 1,\dots,r)$ satisfaisant les conditions du théorème 2.1 pour une matrice commune P définie positive.

Afin de trouver la matrice commune P et les gains K_i , il est possible d'opérer en deux étapes :

La détermination des gains K_i, puis la vérification de l'existence d'une matrice commune P.

Mais cette méthode ne garantie plus l'existence de la matrice commune P. l'outil LMI permet de trouver simultanément les gains K_i et la matrice commune P.

II. 5.3. Linéarisation des conditions de stabilité:

Le théorème 2.2 donne les conditions suffisantes pour la stabilité de système (2.22). Mais les inégalités (2.23) et (2.24) ne sont pas linéaires en P et K_i. En effectuant des changements de variables permettent de les rendre linéaires c'est-à-dire des LMIs en de nouvelles variables.

II. 5.3.1. Les LMI's pour le théorème 2.2 :

Les conditions de stabilité (2.23) et (2.24) peut être mis sous forme de d'LMI et après avoir effectué le changement de variable classique: $X = P^{-1}, M_i = K_i P^{-1}$.

En pré- et post-multipliant par $X = P^{-1}$ on obtient les LMI's suivantes en X et M_i

$$\begin{cases} X > 0 \\ \quad XA_i^T + A_i X - M_i^T B_i^T - B_i M_i < 0 \;\; i = 1, \dots, r \\ XA_i^T + A_i X + XA_j^T + A_j X - M_j^T B_i^T - B_i M_j - M_i^T B_j^T - B_j M_i \leq 0 \quad i < j \end{cases} \tag{2.25}$$

Les gains de régulateur K_i sont donnés par $K_i = M_i P$.

II.6. Stabilisation avec observateur flou:

L'observabilité d'un processus est un concept très important en automatique. En effet, pour reconstruire l'état d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. Alors un observateur est nécessaire lorsqu'une partie de l'état n'est pas accessible. Le but étant d'obtenir une convergence asymptotique de l'erreur de prédiction d'état c'est-à-dire $x(t) - \hat{x}(t) \to 0$

quand t tend vers , où $\hat{x}(t)$ le vecteur d'état estimé par un observateur flou.

Les résultats existant pour ce type d'observateur sont très variés selon la fonction de Lyapunov choisis et selon le type de commande utilisé pour stabiliser le modèle flou. Les principes de base de ce type d'observateurs sont synthétisées dans ce qui suit. Les observateurs flous continus est défini comme suit :

Règle $i^{ème}$ de l'observateur :

$$\textbf{\textit{Si}}\ z_1(t) \text{ est } F_1^i \text{ et } z_2(t) \text{ est } F_2^i \text{et } \dots\ z_p(t) \text{ est } F_p^i\ \textbf{\textit{Alors}} \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_i \hat{x}(t) \end{cases} \tag{2.26}$$

La structure la plus simple d'un observateur flou de T-S est obtenue par interconnexion de plusieurs observateurs locaux de type *Luenberger*. Il s'écrit d'une façon générale comme suit:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))\{A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t))\} \\ \qquad\qquad \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t)) C_i\, \hat{x}(t) \end{cases} \tag{2.27}$$

avec la notation suivante :

$$\begin{cases} h_i\big(\hat{z}(t)\big) = -w_i(\hat{z}(t)) / \sum_{i=1}^{r} w_i\big(\hat{z}(t)\big) \\ \qquad \sum_{i=1}^{r} h_i\big(\hat{z}(t)\big) = 1 \end{cases} \tag{2.28}$$

Où $\hat{x}(t) \in R^n$ et $\hat{y}(t) \in R^q$ représentent respectivement le vecteur d'état et le vecteur de sortie estimés, L_i sont les matrices de gains d'observation et les $\hat{z}_1(t), \ldots, \hat{z}_p(t)$ sont les variables de prémisse estimées et $h_i(\hat{z}(t))$ sont les fonctions d'activations. L'équation (2.27) peut être réécrite comme suite:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))\{A_i\hat{x}(t) + B_i u(t)\} + \sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))h_j(\hat{z}(t))L_i C_j\{x(t) - \hat{x}(t)\}$$

$$= \sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))h_j(\hat{z}(t))\{(A_i - K_i C_j)\hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i C_j x(t)\} \quad (2.29)$$

et d'autre part nous avons :

$$u(t) = -w_i(\hat{z}(t))K_i\hat{x}(t)/\sum_{i=1}^{r} -w_i(\hat{z}(t)) = -\sum_{i=1}^{j} h_i(\hat{z}(t))K_i\hat{x}(t) \quad (2.30)$$

En remplaçant (2.30) dans (2.27), on obtient donc l'équation du système bouclé suivante :

$$\dot{x}(\mathrm{t}) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))h_j(\hat{z}(t))\{A_i x(t) - B_i K_j\hat{x}(t)\} \quad (2.31)$$

Pour évaluer la convergence de l'observateur flou (2.27), on considère l'erreur d'estimation du vecteur d'état donnée par :

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.32)$$

Tenant compte (2.31) et (2.32), la dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))h_j(\hat{z}(t))\{A_i - L_i C_j\}\tilde{x}(t)$$

$$= \sum_{i=1}^{r} h_i^2(z(t))H_{ii}\tilde{x}(t) + 2\sum_{i=1}^{r} h_i(\hat{z}(t))h_j(\hat{z}(t))\left(\frac{H_{ij}+H_{ji}}{2}\right)\tilde{x}(t) \quad (2.33)$$

Où $H_{ij} = A_i - L_i C_j$

La conception d'observateur consiste à déterminer les gains L_i afin d'assurer la convergence vers zéros de la dynamique de l'erreur d'estimation (2.33).

II.6.1. Conditions de stabilité du modèle bouclé avec observateur :

Par extension du théorème 2.2, on a:

Théorème 2.3: [58], L'équilibre d'un modèle flou décrit par (2.33) est quadratiquement stable s'il existe une matrice commune P_2 définie positive telle que :

$$H_{ii}^T P_2 + P_2 H_{ii} < 0 \quad (2.34)$$

$$\left(\frac{H_{ij}+H_{ji}}{2}\right)^T P_{2+} P_2\left(\frac{H_{ij}+H_{ji}}{2}\right) \leq 0, \quad i < j \quad (2.35)$$

pour tous les i et j, sauf les paires (i,j) telles que $h_i(z(t)) \times h_j(z(t)) = 0$, avec $H_{ij} = A_i - L_i C_j$

II.6.2. Linéarisation des conditions de stabilité:

Le théorème 2.3 donne les conditions suffisantes pour la stabilité de système bouclé (2.33). Mais les inégalités matricielles (2.34) et (2.35) ne sont pas linéaires en les variables P_2 et L_2. En effectuant des changements de variables bijectifs, ces changements permettent de les rendre linéaires c.-à-d. des LMI's en de nouvelles variables.

II.6.3. Les LMI's pour le théorème 2.3:

Les conditions de stabilité (2.34) et (2.35) peuvent être mis sous la forme LMI et après avoir effectuer le changement de variable: $N_i = P_2 L_i$. On obtient les LMI's suivantes en P_2 et L_i :

$$\begin{cases} P_2 > 0 \\ A_i^T P_2 - C_i^T N_i^T + P_2 A_i - N_i C_i < 0 \quad , i = 1,2,\dots,r \\ A_i^T P_2 + P_2 A_i + A_j^T P_2 + P_2 A_j - C_j^T N_i^T - N_i C_j - C_i^T N_j^T - N_j C_i \le 0, \quad i < j \end{cases} \tag{2.36}$$

II.7. Stabilité du modèle flou T-S augmenté :

Le modèle flou T-S augmenté est composé d'un modèle flou, d'un régulateur flou et d'un observateur flou, Figure 2.1.

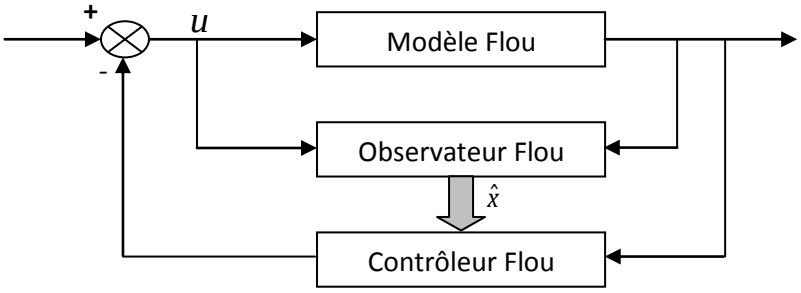


Figure.2.2: Représentation du système augmenté.

Le régulateur possède une loi de retour d'état linéaire *PDC* et est décrite comme suit :

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) K_i \hat{x}(t) \tag{2.37}$$

en remplacent (2.29) et (2.37) dans (1.8) le système augmenté est représenté par :

$$\begin{aligned} \dot{x}(\mathrm{t}) &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) h_j(z(t))\big\{A_i x(t) - B_i K_j \hat{x}(t)\big\} \\ &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) h_j(z(t))\big\{A_i x(t) - B_i K_j (x - \tilde{x})\big\} \\ &= \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) h_j(z(t))\big\{(A_i - B_i K_j) x(t) + B_i K_j \tilde{x}\big\} \end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\text{Avec : } \dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) h_j\big(z(t)\big)\big\{A_i - L_i C_j\big\}\tilde{x}(t) \tag{2.39}$$

En combinant (2.38) et (2.39) , on obtient le système augmenté suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{i=1}^{r} h_i\big(z(t)\big) h_j(z(t)) \underbrace{\begin{bmatrix} A_i - B_i K_j & B_i K_j \\ 0 & A_i - L_i C_j \end{bmatrix}}_{V_{ij}} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{x}(t) \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

$$\text{Où: } V_{ij} = \begin{bmatrix} A_i - B_i K_j & B_i K_j \\ 0 & A_i - L_i C_j \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

Alors on peut écrire :

$$\dot{x}_a = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i\big(z(t)\big)h_j\big(z(t)\big)\,V_{ij}x_a(t)$$

$$= \sum_{j=1}^{r} h_i\big(z(t)\big)h_i\big(z(t)\big)\,V_{ii}x_a(t) + 2\sum_{i<j}^{r} h_i\big(z(t)\big)h_i\big(z(t)\big)\left(\frac{V_{ij}+V_{ji}}{2}\right)^{T} x_a(t) \qquad (2.42)$$

Avec : $x_a(t) = [x(t) \quad \tilde{x}(t)]^T$ (2.43)

En appliquant les théorèmes précédents aux systèmes augmentés (2.42), on dérive les théorèmes suivants:

Théorème 2.4: [16], L'équilibre d'un système augmenté continu décrit par (2.42) est quadratiquement stable s'il existe une matrice commune *P* définie positive telle que:

$$V_{ii}^T P + PV_{ii} < 0 \quad i = 1, \dots, r \qquad (2.44)$$

$$\left(\frac{V_{ij}+V_{ji}}{2}\right)^{T} P + P\left(\frac{V_{ij}+V_{ji}}{2}\right) < 0, \;\; i < j \qquad (2.45)$$

pour tous les i et j, sauf les paires (i, j) telles que $h_i\big(z(t)\big) \times h_j\big(z(t)\big) = 0$

Dans ce cas, il est possible de déterminer séparément les gains de commande et K_i Les gains d'observation L_i.

II.8.Application a un procédé réel :

Bras de Robot:

On considère le bras de robot de Robot à deux degrés de liberté [42] : (Figure 2.3).

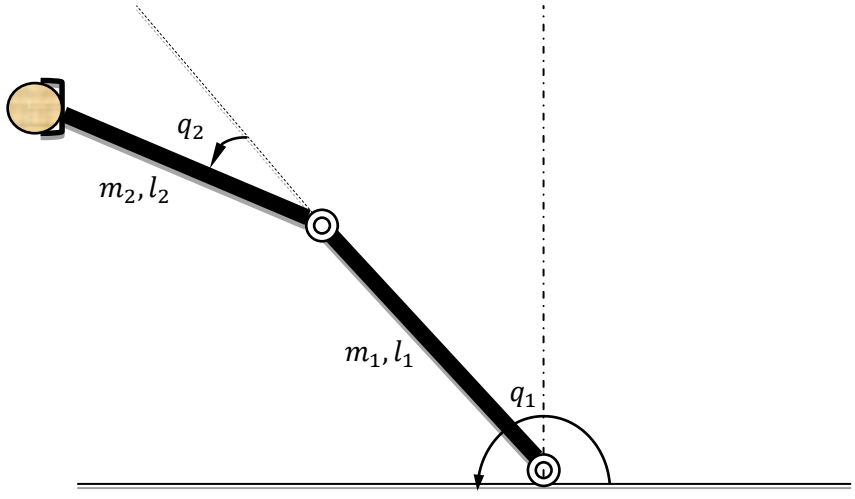


Figure 2.3: Bras de robot à deux degré de liberté.

L'équation dynamique du système est donnée par :

$$M(q).\ddot{q} + C\,(q,\dot{q}).\dot{q} + G(q) = \tau \qquad (2.46)$$

avec : $M(q) = \begin{bmatrix} (m_1+m_2)l_1^2 & m_2 l_1 l_2(s_1 s_2 + c_1 c_2) \\ m_2 l_1 l_2(s_1 s_2 + c_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$, $G(q) = \begin{bmatrix} -(m_1+m_2)l_1 g s_1 \\ -m_2 l_2 g s_2 \end{bmatrix}$

$C(q,\dot{q}) = m_2 l_1 l_2(c_1 s_2 - s_1 c_2)\begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$.

Où $q = [q_1 q_2]^T$, $M(q)$ est le moment d'inertie $C(q,\dot{q})$ comporte les forces centripètes de Coriolis, et $G(q)$ est la force de gravitation. Les autres quantités sont: les masses des deux bras m_1 , $m_2(kg)$,les longueurs des bras l_1 , $l_2(m)$, les positions angulaires q_1 , $q_2(rad)$, le moment de torsion appliqué $\tau = [\tau_1, \tau_2]^T(N.m)$.

l'accélération de gravité g = 9,8 m/s^2 et la notation :

$s_1 = \sin(q_1)$, $s_2 = \sin(q_2)$, $c_1 = \cos(q_1)$, $c_2 = \cos(q_2)$.

On prend: $x_1 = q_1,\ x_2 = \dot{q}_1,\ x_3 = q_2,\ x_4 = \dot{q}_2$, donc l'équation dynamique du bras peut s'écrire sous forme d'un système d'équation d'état avec les perturbations externes et les bruits de mesure :

$$\begin{cases} \dot{x_1}(t) = x_2(t) + \omega_1(t) \\ \dot{x_2}(t) = f_1(x) + g_{11}(x)\tau_1 + g_{12}(x)\tau_2 + \omega_2(t) \\ \dot{x_3}(t) = x_4(t) + \omega_3(t) \\ \dot{x_4}(t) = f_2(x) + g_{21}(x)\tau_1 + g_{22}(x)\tau_2 + \omega_4(t) \\ y_1(t) = x_1(t) + v_1 \\ y_2(t) = x_3(t) + v_2 \end{cases} \quad (2.47)$$

Où $\omega(t) = [\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t), \omega_4(t)]$ est le vecteur des perturbations externes, $v(t) = [v_1(t), v_2(t)]$ le vecteur de bruits de mesure de la sortie, $y(t) = [y_1(t), y_2(t)]$, avec :

$$f_1(x) = \frac{(s_1c_2 - s_1c_2)}{l_1 l_2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1c_2 - s_1c_2)^2\} \times \{m_2 l_1 l_2(s_1c_2 - s_1c_2)x_2^2 - m_2 l_2^2 x_4^2\}}$$

$$+ \frac{1}{l_1 l_2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1c_2 - s_1c_2)^2\} \times \{(m_1+m_2)l_2 g s_1 - m_2 l_2 g s_2(s_1c_2 - s_1c_2)\}}$$

$$f_2(x) = \frac{(s_1c_2 - s_1c_2)}{l_1 l_2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1c_2 - s_1c_2)^2\} \times \{-(m_1+m_2)l_1^2 x_2^2 - m_2 l_1 l_2(s_1c_2 - s_1c_2)x_4^2\}}$$

$$+ \frac{1}{l_1 l_2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1c_2 - s_1c_2)^2\} \times \{-(m_1+m_2)l_2 g s_1(s_1c_2 - s_1c_2) - (m_1+m_2)l_1 g s_2\}}$$

$$g_{11}(x) = \frac{m_2 l_2^2}{m_2 l_1^2 l_2^2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1s_2 - c_1c_2)^2\}},\ g_{12}(x) = \frac{-m_2 l_1 l_2(s_1s_2 - c_1c_2)}{m_2 l_1^2 l_2^2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1s_2 - c_1c_2)^2\}},$$

$$g_{21}(x) = \frac{-m_2 l_1 l_2(s_1s_2 - c_1c_2)}{m_2 l_1^2 l_2^2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1s_2 - c_1c_2)^2\}},\ g_{22}(x) = \frac{(m_1+m_2)l_1^2}{m_2 l_1^2 l_2^2\{(m_1+m_2) - m_2(s_1s_2 - c_1c_2)^2\}},$$

La commande floue en poursuite sera développée selon les étapes suivantes:

Étape 1:

Pour utiliser l'approche par commande floue, on doit avoir un modèle flou qui représente la dynamique du système non linéaire (bras de robot avec deux degrés de liberté). On suppose que x_1 et x_2 sont mesurables. Avec m_1=1kg, m_2=1kg, l_1=1m, l_2=1m, les positions angulaires q_1, $q_2 \in [-(\pi/2), (\pi/2)]$ et les perturbations externes :

$\omega_1(t) = 0.1 \times sin(2t)$, $\omega_2(t) = 0.1 \times cos(2t)$, $\omega_3(t) = 0.1 \times cos(2t)$, $\omega_4(t) = 0.1 \times sin(2t)$.

On utilise un nombre de règles réduit pour la modélisation de bras du robot à deux degrés de liberté.

Le modèle flou de T-S de système (2.34) est donné par les 9 règles floues suivantes [42] :

Règle 1:

Si x_1 est proche de $-(\pi/2)$ et x_3 est proche de $(\pi/2)$ *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_1x(t) + v\end{cases}$

Règle 2:

Si x_1 est proche de $-(\pi/2)$ et x_3 est proche de 0 *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_2x(t) + v\end{cases}$

Règle 3:

Si x_1 est proche de $-(\pi/2)$ et x_3 est proche de $(\pi/2)$ *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_3x(t) + v\end{cases}$

Règle 4:

Si x_1 est proche de 0 et x_3 est proche de $-(\pi/2)$ *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_4x(t) + B_4u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_4x(t) + v\end{cases}$

Règle 5 :

Si x_1 est proche de 0 et x_3 est proche de 0 *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_5x(t) + B_5u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_5x(t) + v\end{cases}$

Règle 6:

Si x_1 est proche de 0 et x_3 est proche de $(\pi/2)$ *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_6x(t) + B_6u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_6x(t) + v\end{cases}$

Règle 7:

Si x_1 est proche de $(\pi/2)$ et x_3 est proche de $-(\pi/2)$ *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_7x(t) + B_7u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_7x(t) + v\end{cases}$

Règle 8:

Si x_1 est proche de $(\pi/2)$ et x_3 est proche de 0 *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_8x(t) + B_8u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_8x(t) + v\end{cases}$

Règle 9:

Si x_1 est proche de $(\pi/2)$ et x_3 est proche de $(\pi/2)$ *Alors* $\begin{cases}\dot{x}(t) = A_9x(t) + B_9u(t) + \omega(t)\\ y(t) = C_9x(t) + v\end{cases}$

Où : $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)]^T$, $u(t) = [\tau_1, \tau_2]^T$, $\omega(t) = [\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t), \omega_4(t),]^T$, $v = [v_1, v_2]^T$ et :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5{,}927 & -0{,}001 & -0{,}315 & -8{,}4\times10^{-6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -6{,}859 & 0{,}002 & 3{,}155 & 6{,}20\times10^{-6} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3{,}0428 & -0{,}0011 & 0{,}1791 & -0{,}0002 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3{,}5436 & 0{,}0313 & 2{,}5611 & 1{,}14\times10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$A_3=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 6{,}2728 & 0{,}0030 & 0{,}4339 & -0{,}0001\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 9{,}1041 & 0{,}0158 & -1{,}0574 & -3{,}2\times10^{-5}\end{bmatrix},\ A_4=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 6{,}4535 & 0{,}0017 & 1{,}2427 & 0{,}0002\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -3{,}1873 & -0{,}0306 & 5{,}1911 & -1{,}8\times10^{-5}\end{bmatrix},\ A_5=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 11{,}1336 & 0{,}0 & -1{,}8145 & 0{,}0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -9{,}0918 & 0{,}0 & 9{,}1638 & 0{,}0\end{bmatrix},$$

$$A_6=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 6{,}1702 & -0{,}0010 & 1{,}6870 & -0{,}0002\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -2{,}3559 & 0{,}0314 & 4{,}5298 & 1{,}1\times10^{-5}\end{bmatrix},\ A_7=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 6{,}1206 & -0{,}0041 & -0{,}6205 & 0{,}0001\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 8{,}8794 & -0{,}0193 & -1{,}0119 & 4{,}4\times10^{-5}\end{bmatrix},$$

$$A_8=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 3{,}6421 & 0{,}0018 & 0{,}0721 & 0{,}0002\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 2{,}4290 & -0{,}0305 & 2{,}9832 & -1{,}9\times10^{-5}\end{bmatrix},\ A_9=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 6{,}2933 & 0{,}0009 & -0{,}2188 & -1{,}2\times10^{-5}\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -7{,}4649 & 0{,}0024 & 3{,}2693 & 9{,}2\times10^{-6}\end{bmatrix}.$$

$$B_1=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & -1\\ 0 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0{,}5 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},\ B_3=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\\ 0 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix},\ B_4=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0{,}5 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},B_5=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & -1\\ 0 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix},B_6=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0{,}5 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\ B_7=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\\ 0 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix},\ B_8=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0{,}5 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$

$$B_9=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & -1\\ 0 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix},\ C_i=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\ \text{pour } i=1,\ldots,9.$$

Le modèle de référence pour le système robot est donné par :

$$A_r=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ -6 & -5 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -6 & -5\end{bmatrix}\ \text{et } r_1(t)=0,\ r_2(t)=8\times\sin(t),\ r_3(t)=0\ ,\ r_4(t)=8\times\cos(t).$$

Les fonctions d'appartenances sont de type triangulaire pour les 9 règles floues [42].

Étape 2:

Résoudre le problème LMI en utilisant l'outil « *LMI Optimization Toolbox* » de MATLAB.

Dans ce cas la matrice $P=diag[P_1,P_2,P_3]$, Dans le LMI control toolbox de MATLAB, la fonction '*feasp*' est utilisée pour résoudre les problèmes de faisabilité. Les variables $M_i, X, N_i, P,$ peuvent être obtenues en utilisant le vecteur de décision à l'aide de la fonction '*dec2mat*' avec :

$$N_2=10^4\times\begin{bmatrix}1{,}0736 & -1{,}3128 & 0{,}2581 & -0{,}1841\\ -1{,}3128 & 2{,}4307 & -0{,}3203 & 0{,}2324\\ 0{,}2581 & -0{,}3203 & 1{,}5818 & -1{,}7359\\ -0{,}1841 & 0{,}2324 & -1{,}7359 & 2{,}7987\end{bmatrix},\ P_1=\begin{bmatrix}1{,}2151 & -0{,}4599 & 0{,}1073 & -0{,}0639\\ -0{,}4599 & 0{,}1751 & -0{,}0420 & 0{,}0252\\ 0{,}1073 & -0{,}0420 & 0{,}2276 & -0{,}0727\\ -0{,}0639 & 0{,}0252 & -0{,}0727 & 0{,}0260\end{bmatrix}$$

$$P_2=N_2^{-1}=10^{-3}\times\begin{bmatrix}0{,}2790 & 0{,}1481 & -0{,}0278 & -0{,}0112\\ 0{,}1481 & 0{,}1212 & -0{,}0001 & 0{,}0003\\ -0{,}0278 & 0{,}0001 & 0{,}2059 & -0{,}1259\\ -0{,}0112 & -0{,}0003 & -0{,}1259 & 0{,}1131\end{bmatrix},\ P_3=\begin{bmatrix}3{,}3579 & 2{,}0655 & -0{,}0000 & -0{,}0000\\ -0{,}4599 & 0{,}1751 & -0{,}0000 & 0{,}0252\\ -0{,}0000 & -0{,}0000 & 3{,}3578 & -0{,}0727\\ -0{,}0000 & 0{,}0001 & 2{,}0654 & 1{,}8922\end{bmatrix}.$$

Étape 3:

Calculer les gains de contrôleur$K_i$et d'observateurL_i i =1 ,2 ,…,9

$$K_1=\begin{bmatrix}-26{,}1347 & -15{,}1944 & -15{,}6599 & -10{,}9409\\ -8{,}6288 & -7{,}1588 & -14{,}3062 & -9{,}2781\end{bmatrix},\ K_2=\begin{bmatrix}-27{,}1197 & -14{,}1080 & -4{,}1746 & -3{,}5942\\ -4{,}2014 & -1{,}4173 & -11{,}4314 & -7{,}0168\end{bmatrix},$$

$$K_3=\begin{bmatrix}-23{,}1660 & -12{,}7592 & -1{,}2484 & -0{,}9061\\ 7{,}6299 & 6{,}4425 & -3{,}1423 & -2{,}9720\end{bmatrix},\ K_4=\begin{bmatrix}-25{,}5502 & -11{,}2588 & -12{,}8669 & -8{,}6982\\ 4{,}1506 & 1{,}6042 & -15{,}4755 & -8{,}5419\end{bmatrix},$$

$$K_5=\begin{bmatrix}-33{,}7409 & -14{,}7846 & -19{,}5172 & -11{,}7034\\ -11{,}0662 & -6{,}7489 & -19{,}2391 & -9{,}6598\end{bmatrix},K_6=\begin{bmatrix}-25{,}1483 & -10{,}9097 & -14{,}1135 & -9{,}5475\\ 4{,}0287 & 1{,}8883 & -15{,}2438 & -8{,}6807\end{bmatrix},$$

$$K_7=\begin{bmatrix}-23{,}4925 & -13{,}1122 & -1{,}8856 & -1{,}2884\\ 8{,}1231 & 6{,}8041 & -2{,}9108 & -2{,}8191\end{bmatrix},\ K_8=\begin{bmatrix}-27{,}4941 & -13{,}7811 & -4{,}4994 & -3{,}8663\\ -3{,}5724 & -1{,}5280 & -11{,}5674 & -6{,}8683\end{bmatrix},$$

$$K_9=\begin{bmatrix}-18{,}4204 & -8{,}4454 & -6{,}1148 & -4{,}2792\\ -4{,}1805 & -3{,}3803 & -7{,}4889 & -4{,}3940\end{bmatrix}.$$

et

$$L_1=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},\ L_2=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},\ L_3=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},\ L_4=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},$$

$$L_5=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},\ L_6=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},\ L_7=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},\ L_8=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix},$$

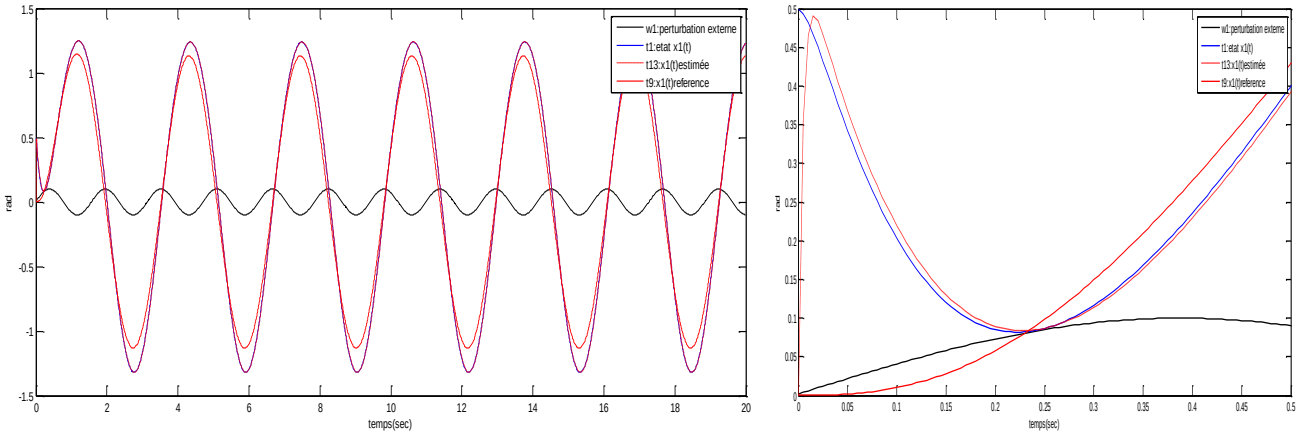
$$L_9=\begin{bmatrix}109{,}2692 & -19{,}7570\\ 291{,}8167 & -62{,}6435\\ -19{,}7570 & 56{,}1052\\ -68{,}9849 & 168{,}7954\end{bmatrix}.$$

Les résultats des figures (2.4 – 2.7) illustrent les simulations effectuées pour une poursuite de trajectoire sinusoïdale d'un bras de robots à deux degrés de liberté en présence des perturbations externes.

On constate que les performances de poursuite sont assurées ainsi que la convergence de l'observateur. La figure 2.4 : présente la poursuite en position du joint 1 avec un zoom illustrant la convergence rapide de sortie du joint 1 vers la référence, ainsi l'état estimée vers l'état réelle. La figure 2.5: montre la poursuite en vitesse du joint 1, ainsi la convergence des états estimés vers les états réels puis vers la trajectoire de référence. Les figures 2.6: illustrent les mêmes performances, mais dans le cas d'une poursuite en position du joint 2. La figure 2.7: présente la poursuite en vitesse du joint 2 et la convergence des états estimés vers les états réels puis vers la trajectoire de référence. La figure 2.8 représente le signal de commande appliquée au joint 1 et la figure 2.9 montre également, le signal de commande appliquée au joint 2. Nous avons présentés ensuite sur les figures 2.10, 2.11, 2.12, 2.13, respectivement les erreurs d'estimation en position, en vitesse du joint 1et les erreurs d'estimation en position, en vitesse du joint 2.

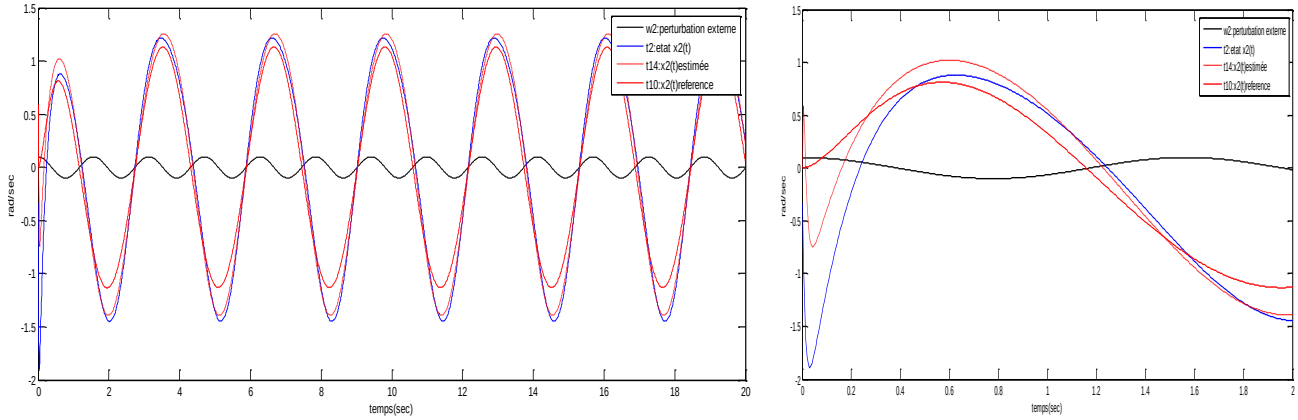
Les figures 2.14, 2.15, 2.16, 2.17 représentent respectivement les erreurs de poursuite en position et en vitesse du joint 1 et les erreurs de poursuite en position et en vitesse du joint 2.

Nous constatons également que la performance de poursuite est bien. L'approche LMI directe permet ainsi d'obtenir des gains plus performants.



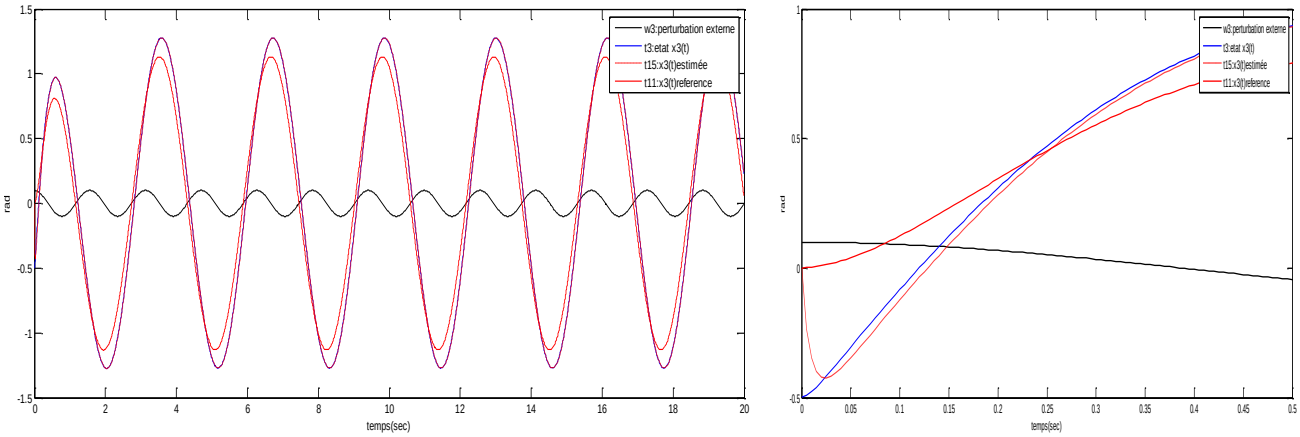
Poursuite en position du joint 1 du robot. *Zoom.*

Figure. 2.4: Poursuite en position du joint 1.



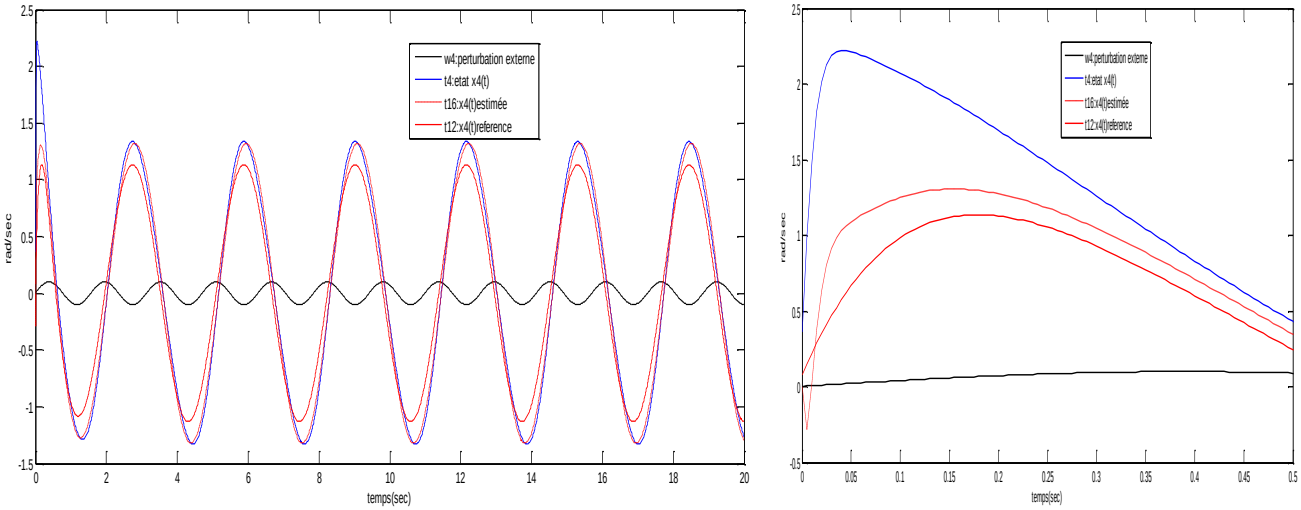
Poursuite en vitesse du joint 1 du robot. *Zoom.*

Figure.2.5: Poursuite en vitesse du joint 1.



Poursuite en position du joint 2. *Zoom.*

Figure.2.6: Poursuite en position du joint 2.



Poursuite en vitesse du joint 2. *Zoom*.

Figure.2.7: Poursuite en en vitesse du joint 2.

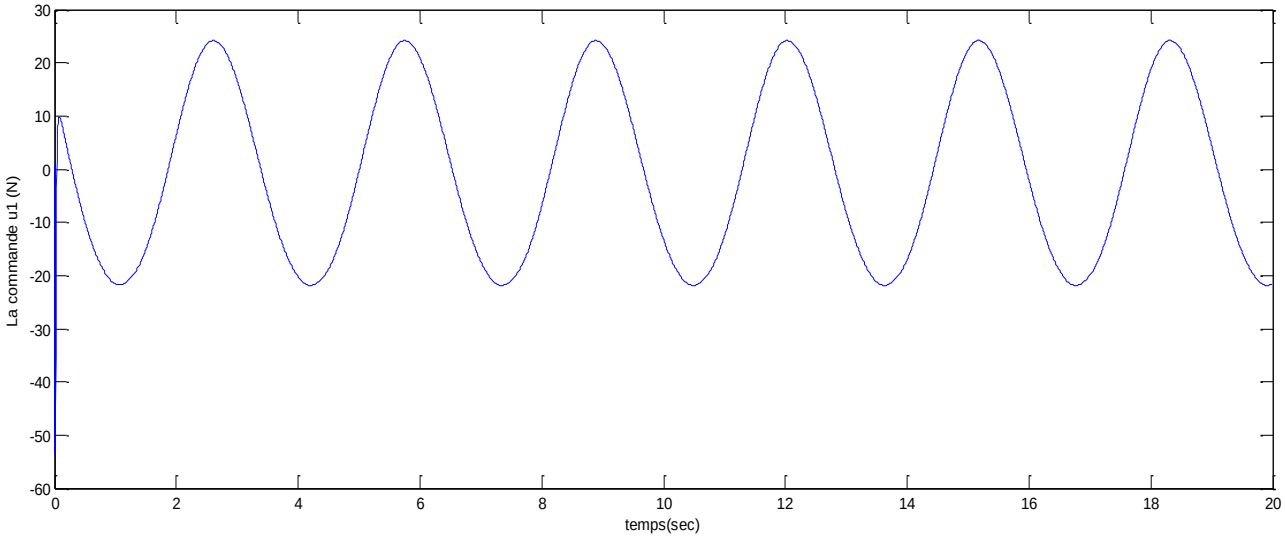


Figure.2.8: Signal de commande appliquée au joint 1.

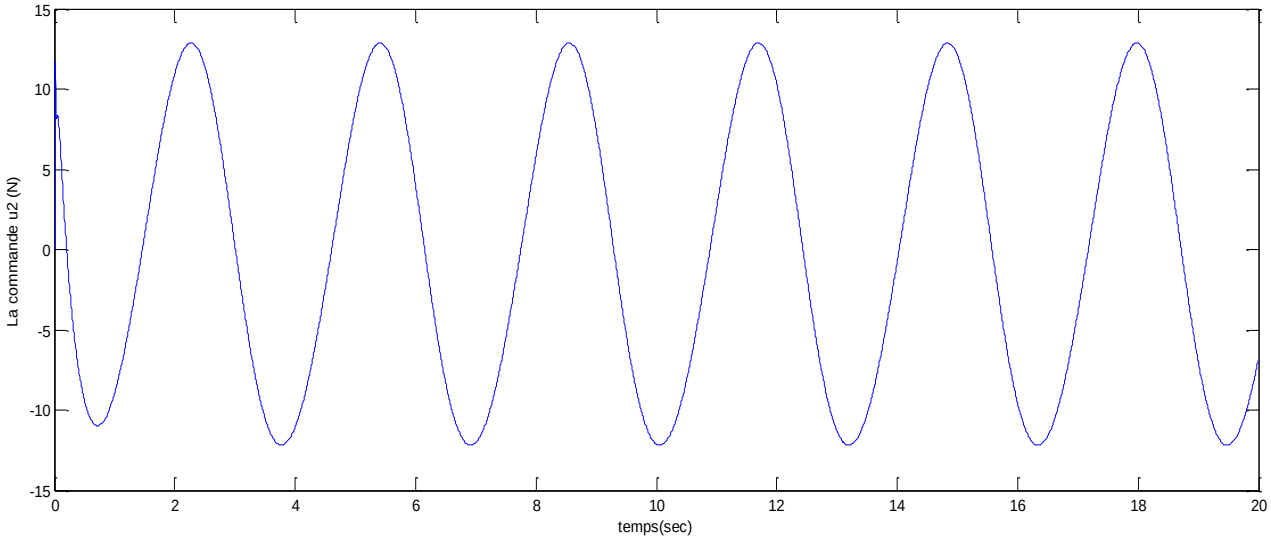


Figure 2.9: Signal de commande appliquée au joint 2.

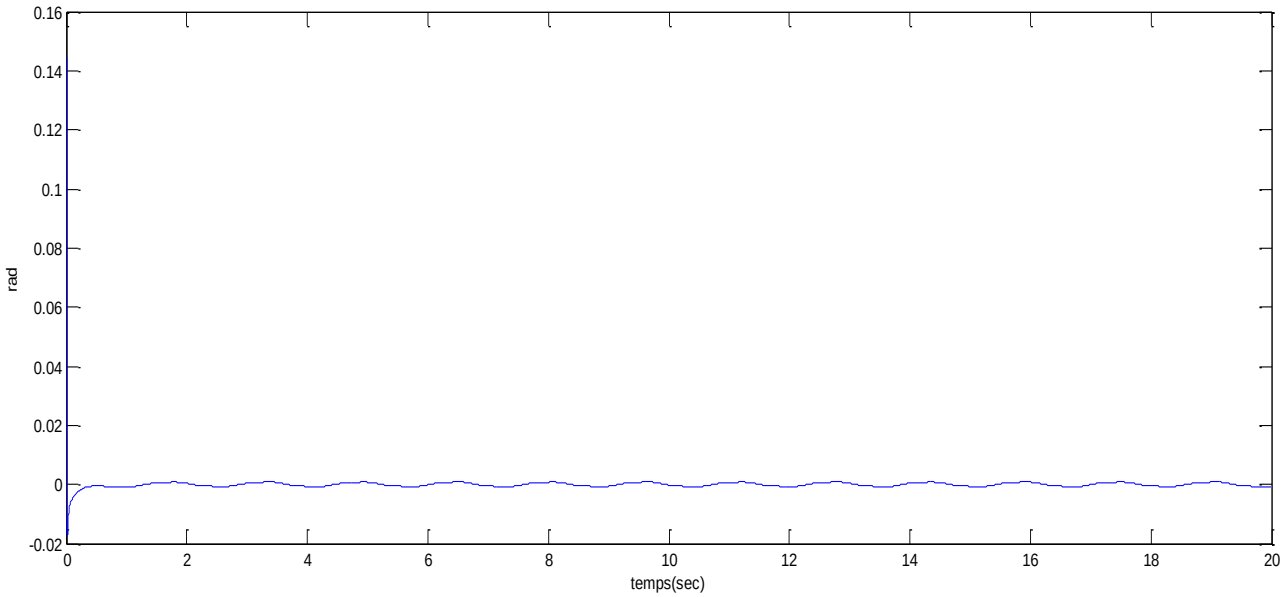


Figure.2.10: Erreur d'estimation de position du joint 1.

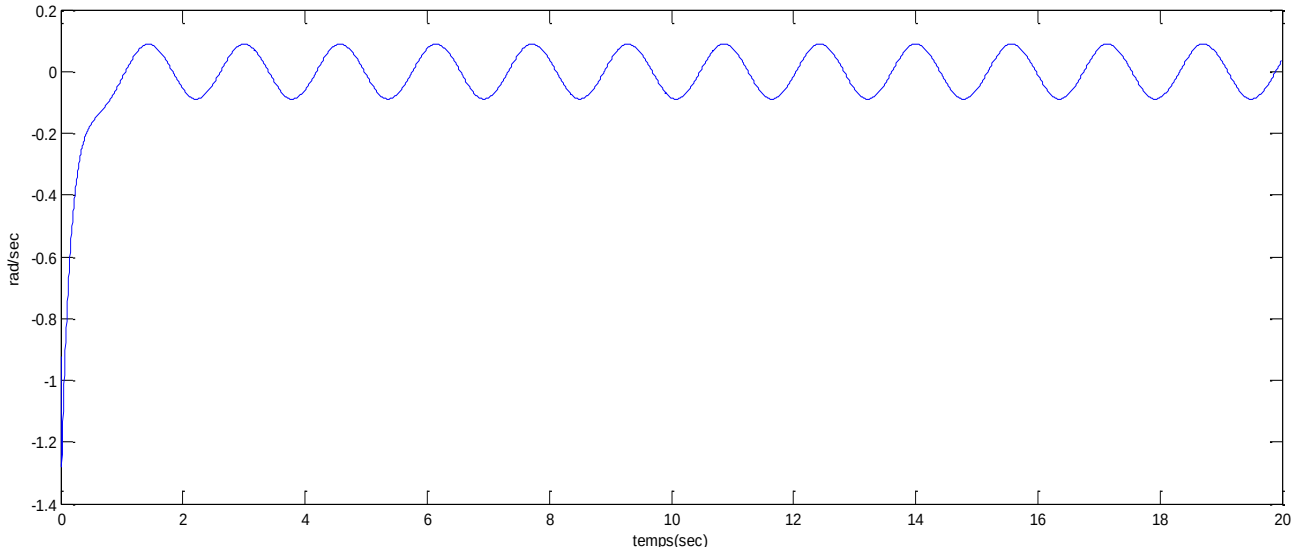


Figure.2.11: Erreur d'estimation de vitesse du joint 1.

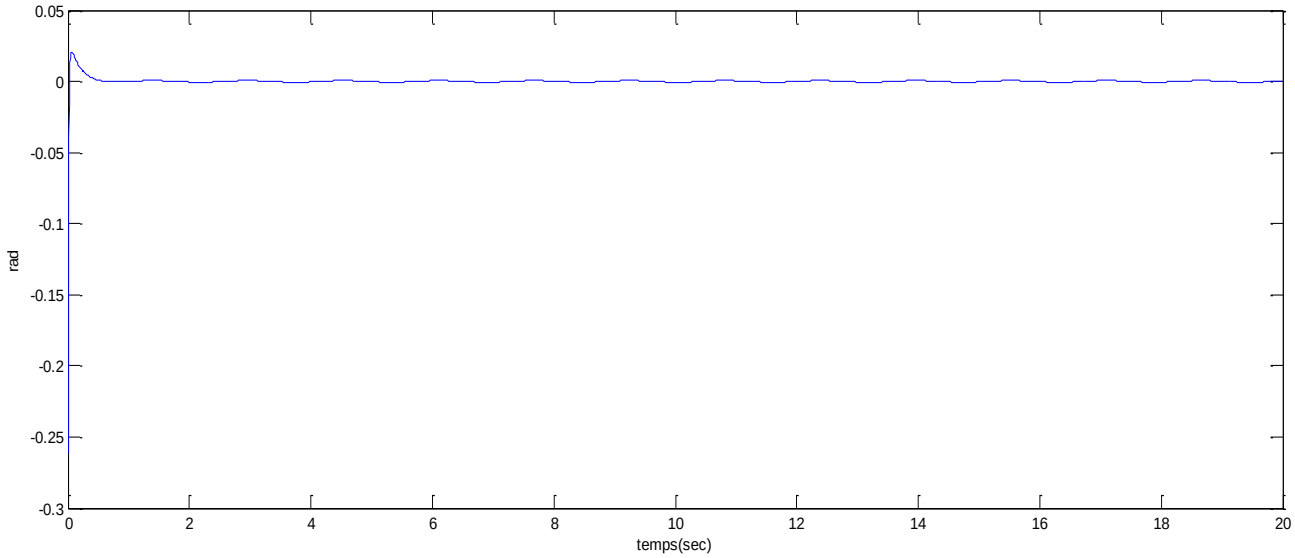


Figure.2.12: Erreur d'estimation en position du joint 2.

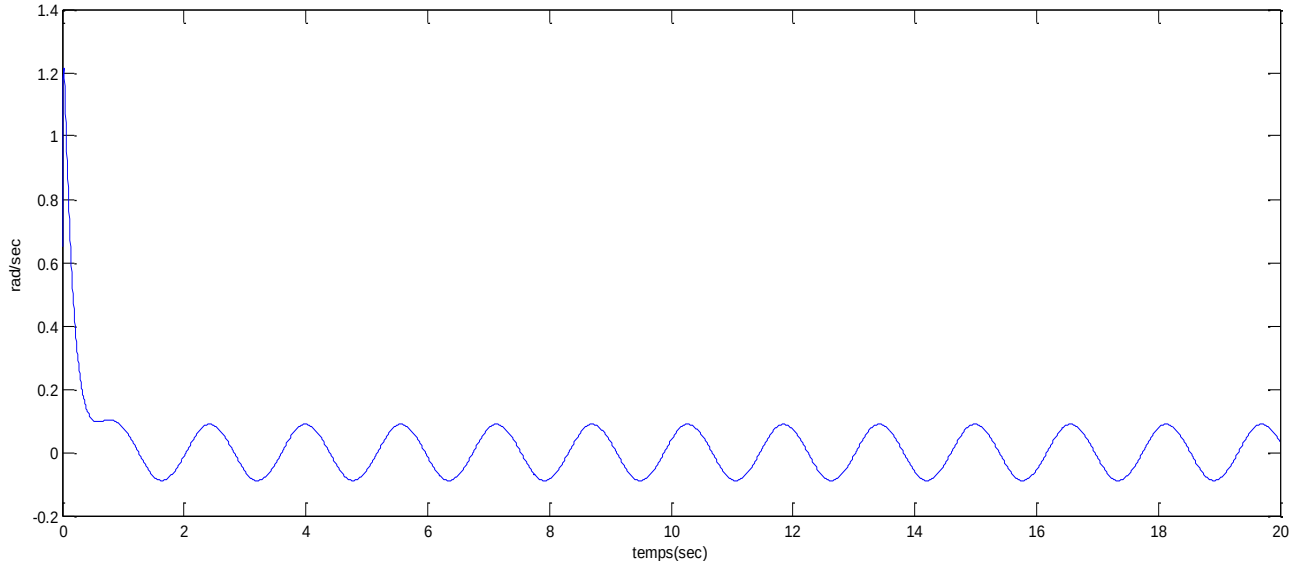


Figure.2.13: Erreur d'estimation en vitesse du joint 2.

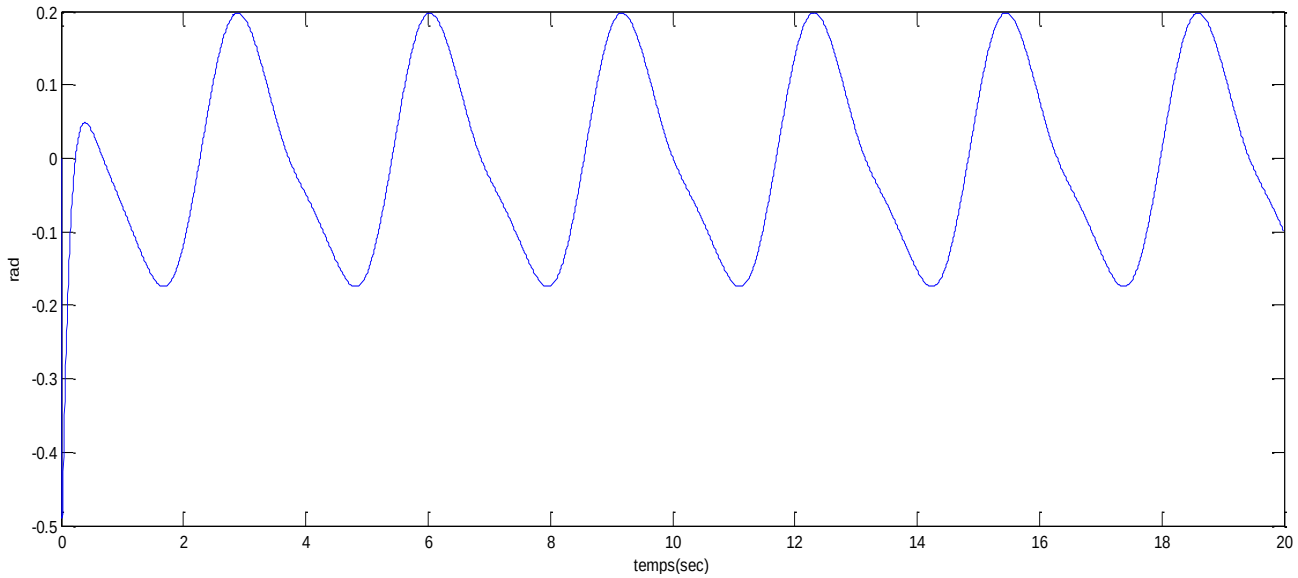


Figure.2.14: Erreur de poursuite en position pour Joint 1.

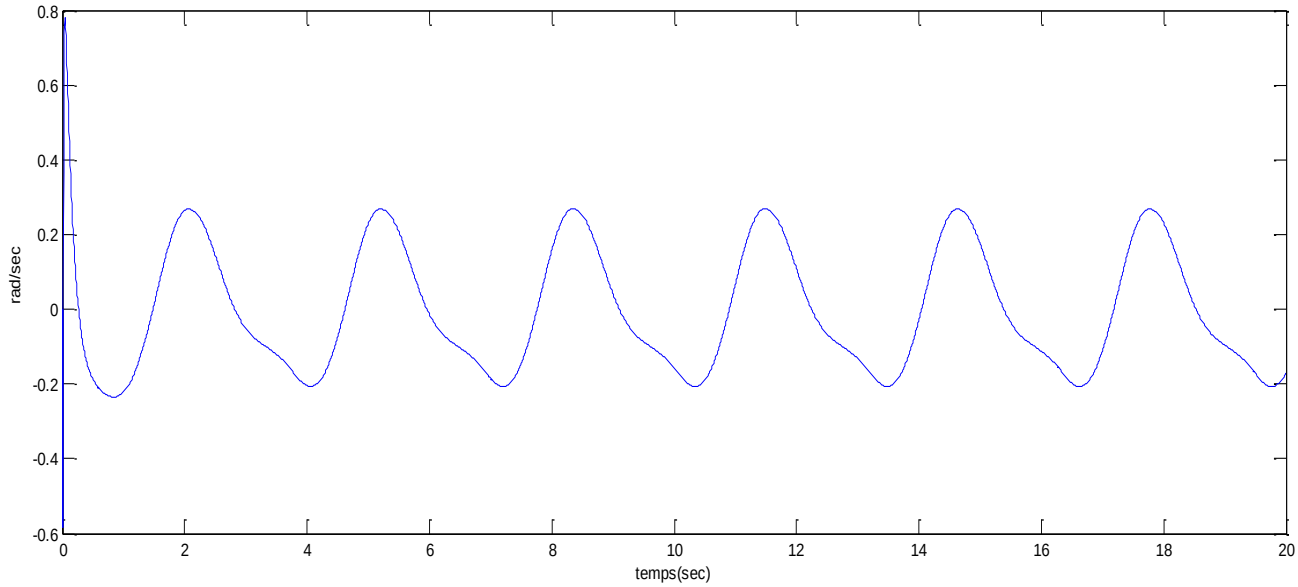


Figure.2.15: Erreur de poursuite en vitesse pour Joint 1.

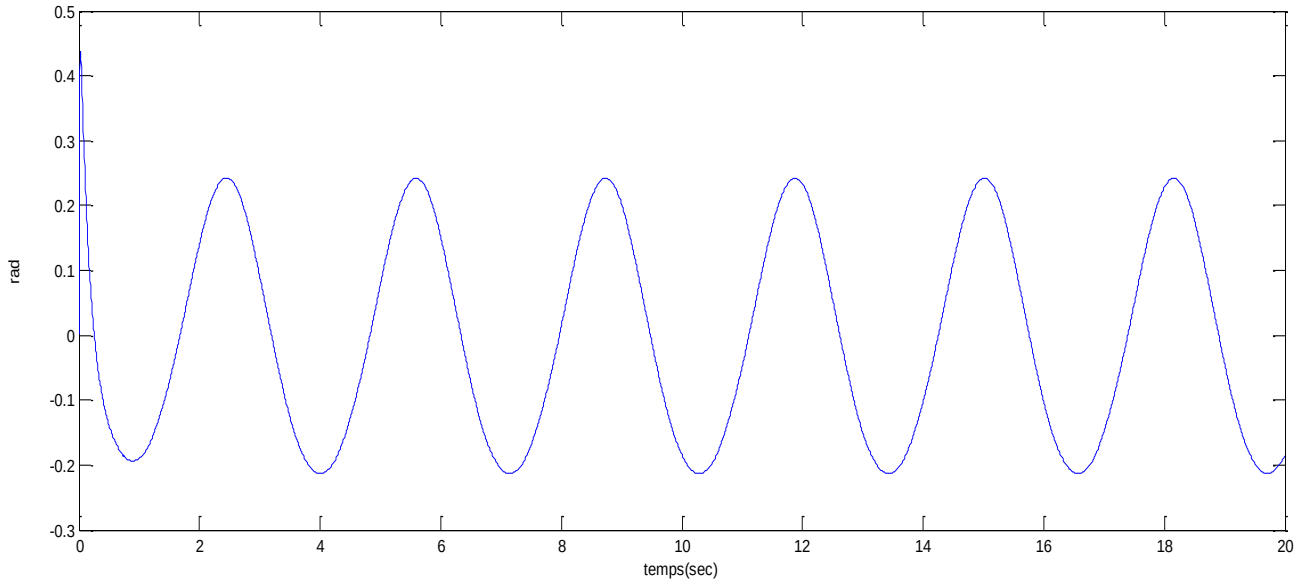


Figure.2.16: Erreur de poursuite en position pour Joint 2.

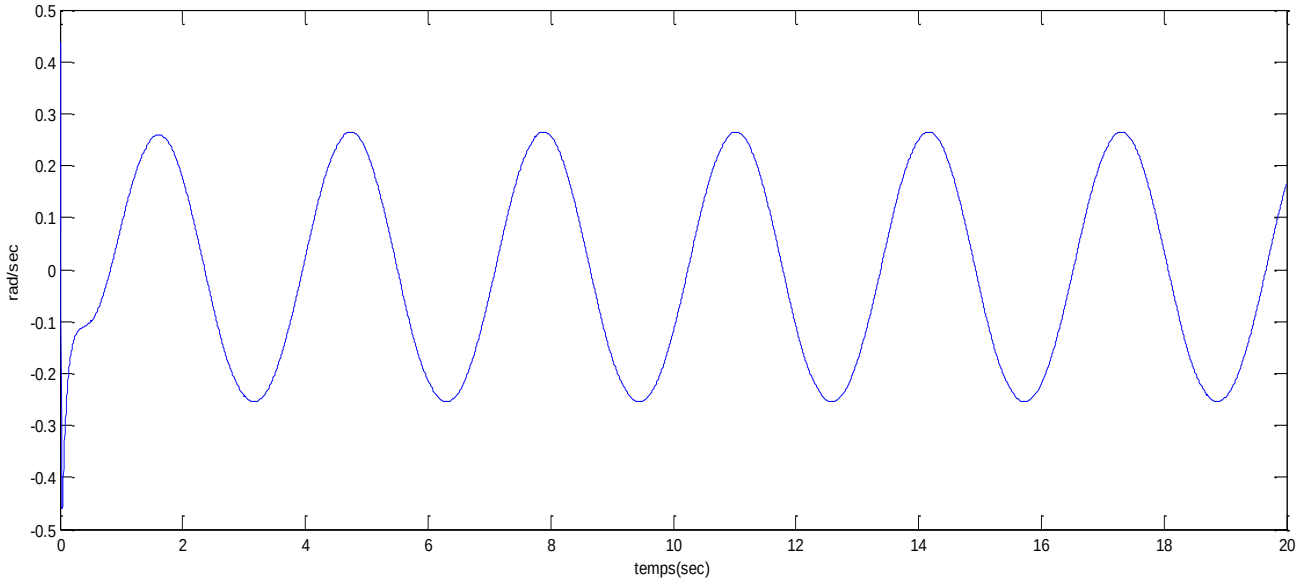


Figure.2.17: Erreur de poursuite en vitesse pour Joint 2.

II.9. Conclusion:

Durant ce chapitre, nous avons abordé le problème du suivi de trajectoire des modèles TS en tenant compte aussi bien des performances de poursuite en présence de perturbations externes que de la méthode de résolution. Après un tour d'horizon sur les travaux dans le domaine, nous avons présenté la stratégie de commande adoptée dans ce mémoire. Ensuite, nous avons élaboré la synthèse de commande PDC (Parallel Distributed Compensation) des modèles TS (*Takagi-Sugeno*.) perturbés pour assurer le suivi de trajectoire qui consiste à minimiser l'erreur de poursuite par rapport à l'ensemble des perturbations. Le résultat principal de cette approche, réside dans les conditions relâchées au sens de LMI (inégalités matricielles linéaires) qui se basent sur le nombre maximal de règles actives à chaque instant. Enfin, pour montrer l'intérêt de ces conditions de relaxation, nous avons illustré l'approche à travers un exemple de simulation pour montrer l'intérêt de la méthode au niveau de la faisabilité LMI. Dans les deux cas des figures présentées, les performances de poursuites sont garanties. Cette approche, montre bien ses limites de trois points de vue ; tout d'abord, quand il s'agit des modèles T-S exactes la méthode a peu d'importance, puis, l'exploitation numérique des résulta n'est pas optimale au sens du problème d'optimisation convexe à cause de la méthode de résolution proposée. Enfin l'approche proposée ne concerne que les modèles certains et perturbés.

CHAPITRE 2

POURSUITE DE TRAJECTOIRE DES SYSTEMES FLOUS T-S

« En essayant continuellement on finit par réussir, donc : plus ça rate, plus on a de chances de réussir »

Devise shadok

CHAPITRE 3

COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE EN POURSUITE DES SYSTEMES NON LINEAIRES MONOVARIABLES

« Il faut faire de la vie un rêve et faire d'un rêve une réalité. »
Pierre Curie

Chapitre 3

commande adaptative floue en poursuite des systèmes non linéaires monovariables

III.1. Introduction:

La commande adaptative est une approche où les paramètres du contrôleur sont ajustés, afin de maintenir les performances exigées en dépit des (imprévus) changements dans le processus. Elle consiste à identifier un processus et son environnement à partir de quelques mesures entrées-sorties, et d'utiliser ensuite le modèle obtenu pour concevoir la commande.

Le terme de 'système adaptatif' ou 'commande adaptative' a été utilisé depuis 1950, car les méthodes de commande non adaptative conventionnelle exigées que le modèle du système soit connu, et même les méthodes de commande existantes traitent les systèmes linéaires seulement.

Plusieurs méthodes de conception de la commande adaptative ont été introduites, qu'on peut les deviser en deux classes principales, commande adaptative directe qui utilise les systèmes flous comme des régulateurs, et commande adaptative indirecte qui utilise les systèmes flous pour modéliser le processus.

Les systèmes adaptatifs flous ont l'avantage d'être utilisés malgré l'absence de modèle mathématique et les informations linguistiques données par l'expert sont incorporées directement par les règles floues dans le contrôleur.

Dans ce chapitre nous allons voir la manière de construire une commande adaptative floue indirecte, qui utilise une fois les systèmes flous pour approximer la dynamique des systèmes non linéaire inconnus. Les paramètres du contrôleur seront ajustés par une loi d'adaptation munie d'un algorithme de projection. La stabilité du système en boucle fermée est assurée par la synthèse de Lyapunov au sens que tous les signaux soient bornés, a la fin un exemple de simulation sera présenté, pour valider la structure de commande étudiée.

III.2. Ensembles flous:

Dans la théorie des ensembles classiques (non flous), l'élément soit qu'il appartienne complètement à un ensemble ou il n'appartienne pas. On rappelle que la fonction caractéristique $\mu_A(x)$, de x d'un ensemble classique A est un sous ensemble de l'univers de discours, est définie par :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & Si\ x \in A \\ 0 & Si\ x \notin A \end{cases} \qquad (3.1)$$

Cette classification stricte est utilisée dans les mathématiques et d'autres sciences qui comptent sur les définitions précises. Mais dans plusieurs problèmes d'engineering, le but est de conserver l'information dans un contexte donné. Dans ce cas, il n'est pas clair si un élément appartient à un ensemble ou pas.

Exemple.1:

Si l'ensemble *A* représente des ordinateurs (PC) qui sont chers par rapport à un budget d'étudiant, c'est évident que cet ensemble n'a pas de bornes précises. Puisque si on dit qu'un PC de 35000 DA est cher, alors on dira quoi des PC qui coûtent 34998 DA ou 35002 DA ?Sont ils chers ou non ? Si on a précisé la limite de 35000 DA pour qu'un PC soit cher,certainement en dessous de la limite de 20000 DA le PC n'est pas cher. Mais entre ces deux limites de prix qu'est ce qu'on peut dire du PC ? Pour cela, dans cet intervalle un degré peut être utilisé afin de classifier le prix comme partiellement cher, et c'est là ou les ensembles flous interviennent.

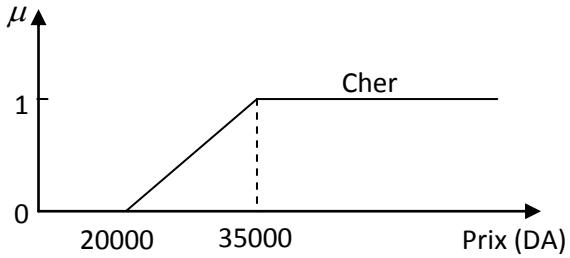


Figure.3.1. L'ensemble flou *A* correspondant au prix des PC.

L'ensemble flou *A* défini sur l'univers de discours xest un ensemble caractérisé par sa fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui correspond chaque point dans *X* à un nombre réel appartenant à l'intervalle [0 1]:

$$\mu_A(x): x \rightarrow [0 \quad 1] \tag{3.2}$$

Si la valeur de la fonction d'appartenance, appelée le degré d'appartenance (ou l'appartenance), égale à un, *x* appartient complètement à l'ensemble flou. Si elle est égale à zéro, *x* n'appartient pas à l'ensemble. Si le degré d'appartenance est entre le 0 et 1, *x* appartient partiellement à l'ensemble flou:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & si\ x\ est\ un\ élément\ complet\ de\ A \\ \in\ ]0,1[& si\ x\ \ est\ un\ element\ partiel\ de\ A \\ 0 & si\ \ x\ \ n'est\ pas\ un\ élément\ de\ \ \ A \end{cases} \tag{3.3}$$

Dans un domaine continu, un ensemble flou *A* peut être défini par un ensemble de pairs: degré d'appartenance / élément:

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \cdots + \mu_A(x_n)/x_n = \int \mu_A(x)/x \tag{3.4}$$

III.2.1. Fonction d'appartenance:

Un ensemble peut être décrit analytiquement par une fonction d'appartenance $\mu_A(x) = f(x)$. Plusieurs formes de fonction d'appartenance sont utilisées on cite parmi elles :

1- Fonction d'appartenance trapézoïdale :

$$\mu(\dot{x}, a, b, c, d) = max\left(0, min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right)\right) \quad (3.5)$$

où *a,b,c* et *d* sont les coordonnées des *apex* du trapèze. Si *b=c* , nous obtenons une fonction d'appartenance triangulaire.

2- Fonction d'appartenance exponentielle par morceaux :

$$\mu(\dot{x}, C_g, C_d, \sigma_g, \sigma_d) = \begin{cases} exp(-(x - C_g/2\sigma_g)^2) & si \quad x < C_g \\ exp(-(x - C_d/2\sigma_d)^2) & si \quad x > C_d \\ 1 & autrement \end{cases} \quad (3.6)$$

Où $C_g$et C_d sont les limites gauche et droite, respectivement et σ_g, $\sigma_d$sont les largeurs gauche et droite, respectivement. Pour $C_g = C_d$ et $\sigma_g = \sigma_d$ on obtient la fonctiond'appartenance gaussienne.

3- Fonction d'appartenance singleton :

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & si \ x = x_0 \\ 0 & autrement \end{cases} \quad (3.7)$$

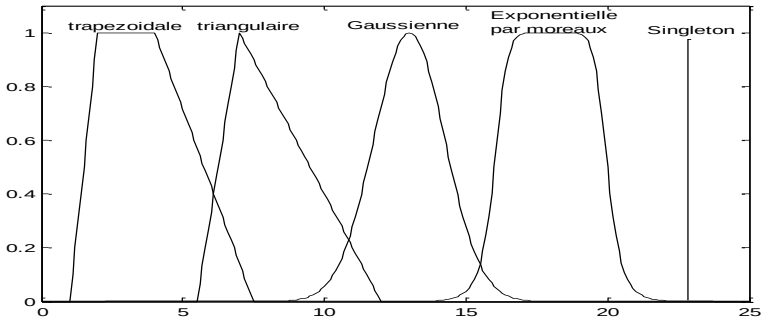


Figure.3.2: Différentes formes des fonctions d'appartenance.

Dans la pratique, les fonctions d'appartenance triangulaires ou trapézoïdales sont les plus utilisées pour la simplification des calculs. Mais les fonctions d'appartenance Gaussiennes ont deux propriétés importantes :

- Elles produisent des fonctions lisses.
- L'approximation universelle est facilement prouvée.

Une subdivision très fine de l'univers de discours sur plus de sept ensembles flous n'apporte en général aucune amélioration du comportement dynamique du système [46]. Les fonctions

d'appartenance peuvent être symétriques, régulièrement distribuées ou avoir une distribution non uniforme. Il est important d'éviter le vide (lacunes), ceci provoque des zones de non intervention (zones mortes), ce qui conduit à une instabilité de la sortie. De même, il faut éviter un grand *chevauchement* de deux ensembles voisins.

III.2.2. Caractéristiques des ensembles flous:

Pour établir la structure mathématique de calcul avec les ensembles flous, plusieurs propriétés des ensembles flous doivent être définies [63].

- **Hauteur:** La hauteur de l'ensemble flou A est le *supremum* des degrés d'appartenances des éléments de l'ensemble A :

$$hgt(A) = \sup_{x \in X} \mu_A(x) \tag{3.8}$$

Si la hauteur est égale à 1, on dit que A est normalisé.

- **Support:** Le support d'un ensemble flou A est un sous ensemble ordinaire de l'univers de discours Xdont tous ses éléments ont un degré d'appartenance différent de zéro :

$$supp\ (A) = \{x | \mu_A(x) > 0\} \tag{3.9}$$

- **Noyau:** Le noyau d'un ensemble flou A est un sous ensemble ordinaire de l'univers de discours X dont tous ses éléments ont un degré d'appartenance unitaire :

$$noyau(A) = \{x | \mu_A(x) = 1\} \tag{3.10}$$

- **α-coupe :** **α**-coupe A_αd'un ensemble flou A est un sous ensemble ordinaire de l'univers de discours X dont tous ses éléments ont un degré d'appartenance supérieur ou égale a α :

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad \alpha \in [0,1] \tag{3.11}$$

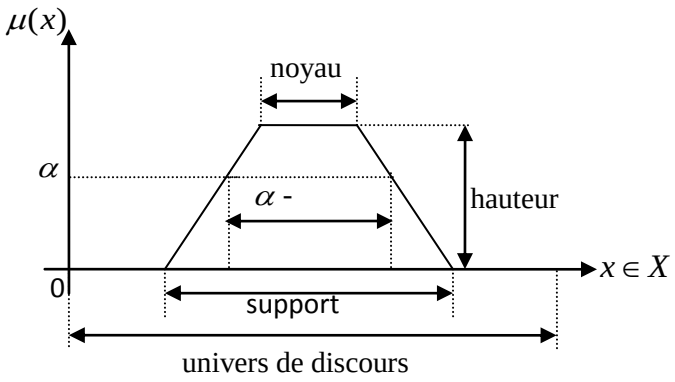


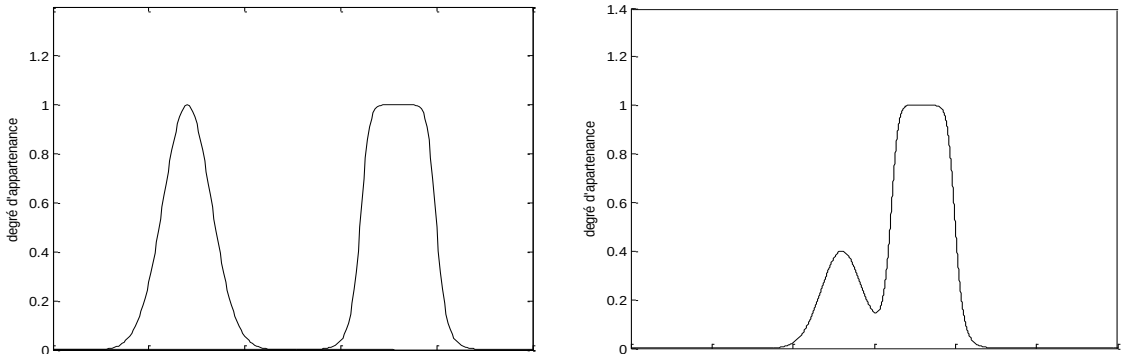
Figure.3.3: Noyau, support, hauteur et α-coupe d'un ensemble flou.

- **Ensemble flou convexe :** Un ensemble flou *A* est convexe s'il possède un seul maximum global, on peut dire aussi que *A* est convexe si toutes les α-*coupe* sont des ensembles convexes, ou si

$$\mu_A(\gamma x_1 + (\gamma - 1)x_2) \geq min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)) \, , tel \; que \; x_1, x_2 \in X, \gamma \in [0,1] \qquad (3.12)$$

- **Cardinalité :** Pour un domaine continu la cardinalité est définie comme:

$$|A| = \int \mu_A(x) \, dx \qquad (3.13)$$



(a) (b)

Figure.3.4: a) Deux ensembles convexes, b) Un ensemble non convexe

- **Partition floue :** *N* ensembles flous $(A_1, A_2, \dots A_n)$ définis sur l'univers de discours *X* forment une partition floue si :

$$\forall \, x \in X, \sum_{i=1}^{N} \mu_{Ai}(x) = 1 \qquad (3.14)$$

Une partition floue composée des ensembles flous convexes normaux implique que pas plus de deux fonctions d'appartenance se recouvrent.

III.2.3. Variable linguistique:

Les ensembles flous peuvent être utilisés pour représenter des termes linguistiques, puisque généralement, les états ou les situations des phénomènes ou des procédés sont décris par des expressions, par exemple: 'taille' est une variable linguistique si ses valeurs sont : petite,moyenne, grande. On attribue à chaque valeur de la variable linguistique des facteurs d'appartenance μ dont la valeur varie entre 0 et 1, elles sont distinguées par $\mu_E(x)$.

L'argument *x* se rapporte à la variable linguistique (taille), tandis que l'indice *E* indique l'ensemble concerné (grand, moyen ou petit).

Une variable linguistique est représentée par un triplet (V, U, T_V) où *V* est la variable linguistique, *U* est l'univers de discours et T_V l'ensemble des caractérisations de la variable. Si on prend

l'exemple de la variable taille définie sur l'ensemble des entiers positifs caractérisée par les ensembles flous petit, moyen, grand, alors la variable taille peut être représentée par :

$$\{taille, R^+, (petit, moyen, grand)\}.$$

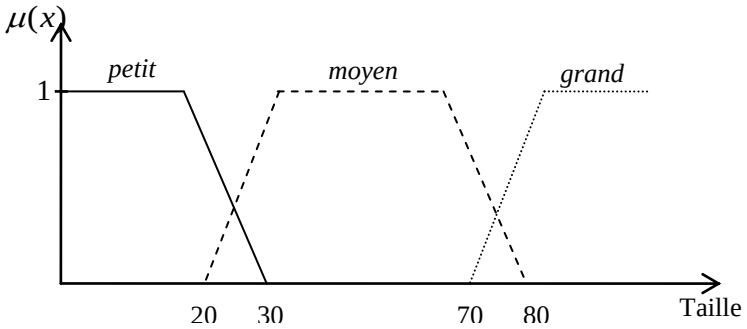


Figure.3.5: Exemple d'une variable linguistique.

III.3. Opérations sur les ensembles flous:

Les définitions des opérations sur les ensembles flous comme l'intersection, l'union, et la complémentation, peuvent être une extension de la théorie des ensembles ordinaires [65]. Soit *A* et *B* deux ensembles flous de *X*, qui sont décrits par leurs fonctions d'appartenance $\mu_A(x), \mu_B(x)$ respectivement :

- **Complément d'un ensemble flou :** Le complément de *A* est un ensemble flou, dénoté $\bar{A}$:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{3.15}$$

Avec: $A \cup \bar{A} \neq X$

$$A \cap \bar{A} \neq \emptyset$$

- **Intersection des ensembles flous :** L'intersection de *A* et *B* est un ensemble flou, dont la fonction d'appartenance est donnée par :

$$\mu_{A\cap B}(x) = min\big(\mu_A(x), \mu_B(x)\big) \tag{3.16}$$

- **Union des ensembles flous :** L'union de *A* et *B* est un ensemble flou, dont la fonction d'appartenance est donnée par :

$$\mu_{A\cup B}(x) = max\big(\mu_A(x), \mu_B(x)\big) \tag{3.17}$$

Puisque le degré d'appartenance ne prend pas que les valeurs {0,1} mais peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle [0,1], les opérations précédentes peuvent avoir plusieurs définitions. Il est clair, cependant, que ces opérations sur les ensembles flous doivent avoir des résultats corrects quand on les applique sur des ensembles ordinaires (un ensemble ordinaire est un cas particulier d'un ensemble flou).

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^{M} \bar{y}^l (\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^{M} (\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i))} \quad (3.18)$$

où $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ le vecteur d'entrée, $\bar{y}$ représentent les centres des fonctions d'appartenance des conséquences, $\mu_{F_i^l}(x_i)$ correspond au fonction d'appartenance de l'entrée x_i de la règle l, et la conjonction 'ET' dans les prémisses, est réalisées par le produit.

Le système flou (3.18) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (3.19)$$

où $\theta = (\bar{y}^l, \dots, \bar{y}^M)^T$ est un vecteur de paramètres et $\xi(x) = (\xi(x)^l, \dots, \xi(x)^M)^T$ est un vecteur régressif avec $\xi(x)^l$ comme régresser (appelé aussi fonction floue de base). Alors on défini les fonctions floues de base (FBF) comme :

$$\xi(x)^l = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^{M} (\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^l}(x_i))} \quad (3.20)$$

Si $\mu_{F_i^l}(x_i)$ sont des fonctions d'appartenance gaussiennes, le système représenté par (3.18) sera écrit sous la forme suivante:

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^{M} \bar{y}^l \prod_{i=1}^{n} exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right)}{\sum_{i=1}^{M} \bar{y}^l \prod_{i=1}^{n} exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right)} \quad (3.21)$$

Où les paramètres $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \sigma_i^l > 0$ sont des paramètres réglables, avec $\bar{x}_i^l$ sont les centres des Gaussiennes et σ_i^l leurs écarts type.

Il a été prouvé par *Wang* dans [47] que ces systèmes (3.21) sont des approximateurs Universels, capables d'approximer toute fonction réelle continue sur un ensemble compact U avec une précision arbitraire donnée.

L'avantage de l'utilisation du système flou (3.19) consiste à ce que $y(x)$ soit une fonction non linéaire par rapport à x, elle est linéaire par rapport à son paramètre θ, donc, les contrôleurs adaptatifs flous basés sur cela seront relativement faciles à concevoir et à analyser.

L'inconvénient de l'utilisation du système (3.19) réside dans le fait de ne pas pouvoir ajuster les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^l}(x_i)$ pendant la procédure d'adaptation, par conséquent le contrôleur adaptatif flou ne sera pas efficace. L'ensemble du système flou avec fuzzification par singleton, défuzzification par centre de gravité, produit d'inférence et fonctions d'appartenance gaussiennes consiste pour toute fonction $f : U \subset R^n \to R$ est de la forme (3.21),

L'équation (3.21) est obtenue par le remplacement $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

$\mu_{F_i^l}(x_i) = exp\ (-\frac{1}{2}(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l})^2)$ (fonction d'appartenance gaussienne) dans (3.18).

On remarque que $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l\ et\ \sigma_i^l > 0$ en (3.21) soient des paramètres ajustables.

On voit que le système (3.21) n'est pas seulement une fonction non linéaire par rapport à *x*, mais aussi non linéaire par rapport à ses paramètres.

Il y a deux raisons principales pour utiliser les systèmes flous (3.18) et (3.21) comme des composantes de base des contrôleurs adaptatifs flous. D'abord, il a été prouvé que les systèmes flous (3.18) et (3.21) sont des approximations universelles, c'est-à-dire, pour n'importe quelle fonction donnée réelle continue *g* sur l'ensemble *U*, il existe des systèmes flous de la forme (3.18) et (3.21), tel que ces systèmes peuvent uniformément approximer *g* sur *U* à la précision arbitraire. Alors, les systèmes flous (3.18) et (3.21) sont comme composantes des contrôleurs adaptatifs flous pour les systèmes non linéaires.

III.4. Formulation du problème:

Considérons le système non linéaire d'ordre *n* suivant :

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_2 \\
&\dot{x}_2 = x_3 \\
&\dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\
&\vdots \\
&y = x_1
\end{aligned} \tag{3.22}$$

qu'ont peut écrire comme :

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u, \\ y = x \end{cases} \tag{3.23}$$

Où, *f et g* sont des fonctions continues et inconnues, $u \in R\ et\ y \in R$ sont l'entrée et la sortie du système respectivement et $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \in R$ est le vecteur d'état de ce système qui est assuré être disponible pour la mesure. Pour que (3.22) soit contrôlable, on exigeque $g(x) \neq 0$ pour *x* dans une certaine région contrôlable $U_c \subset R^n$. Puisque $g(x)$ est continue, sans perte de généralité, on assure $g(x) > 0$ pour $x \in U_c$.

Dans le domaine de la commande non linéaire, ces systèmes sont dans une forme normale et ont le degré relatif égal à *n*.

III.4.1. Objectif de la commande:

L'objectif de notre commande est de forcer la sortie du système *y* à suivre un signal de référence borné bien déterminé y_m, sous la contrainte que tous les signaux impliqués soient bornés. Pour cela on détermine une commande par retour d'état $u = u(x|\theta)$ et une loi d'adaptation pour ajuster le vecteur de paramètres tel que les conditions suivantes soient satisfaites :

I) Le système en boucle fermée doit être stable et robuste dans le sens où toutes les variables estimées soient uniformément bornées.

II) L'erreur de poursuite, $e = y_m - y$ doit être la plus petite possible sous les contraintes définies dans (I).

Si les fonctions *f et g* sont connues, on détermine la loi de commande *u*:

D'après (3.23), on a $x = y \Longrightarrow x^{(n)} = y^{(n)}$

$e = y_m - y \implies y = x = y_m - e \implies y^{(n)} = x^{(n)} = y_m^n - e^{(n)}$

On a : $e^{(n)} = -[k_1 e^{(n-1)} + \cdots + k_n e]$

$e = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}),\ k = [k_n \dots k_1]^T \implies k^T e = \begin{pmatrix} k_n \\ \vdots \\ k_1 \end{pmatrix}.$

$(e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}) = k_n\, e + \cdots \dots \dots + k_1 e^{(n-1)} = -e^{(n)}$

$y^{(n)} = y_m^{(n)} - (-k^T e) = y_m^{(n)} + k^T e$

$x^{(n)} = f(x) + g(x).u = y^{(n)}$

$y_m^{(n)} + k^T e = f(x) + g(x)u$

III.5. Construction du contrôleur adaptatif flou:

On considère le système (3.23), si les fonctions *f* et *g* sont connues et les perturbations externes son nulles *d=0*, alors la loi de commande est :

$$u = \frac{1}{g(x)}[-f(x) + y_m^{(n)} + k^T e] \qquad (3.24)$$

où $e = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})$, et $k = [k_n \dots k_1]^T \in R$ est choisi de manière que toutes les racines du polynôme $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \cdots + k_n$ se trouvent dans le demi-plan gauche de l'espace complexe. En remplaçant la commande (3.24) dans le système (3.23) nous obtenons la dynamique de l'erreur suivante :

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + k_n e = 0 \qquad (3.25)$$

Ce qui implique que $lim_{t\to 0}\, e(t) = 0$ qui est l'objectif principal du contrôleur. Cependant, dans notre cas les fonctions f et g sont inconnues, ce qui rend l'approximation de f et g nécessaire, pour cela on utilise les systèmes flous. Les fonctions $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$ estimées sont donnés par :

$$\hat{f}(x/\theta_f) = \theta_f^T \xi_f(x) \tag{3.26}$$

$$\hat{g}(x/\theta_g) = \theta_g^T \xi_g(x) \tag{3.27}$$

où $\xi_f(x)$ et $\xi_g(x)$ sont les vecteurs de fonctions floues de base (FBF), qui sont calculés comme suit :

- Conception des systèmes flous utilisés:

Dans notre étude on va approximer les fonctions f et g par les système flous. La structure de la commande proposée reste la même dans les deux cas, la seule différence réside dans la construction de $\hat{f}$ et $\hat{g}$.

Les systèmes flous sont caractérisés par un seul vecteur des FBF qui nous permet d'obtenir les estimés $\hat{f}$ et $\hat{g}$ simultanément, ceci implique que $\xi_f(x) = \xi_g(x)$ dans le développement de la commande. Les FBF seront données par :

$$\xi^{(l_1,\dots,l_n)}(x) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^{l_i}}(x_i))}{\sum_{l_1=1}^{M}\cdots\sum_{l_1=1}^{M}(\prod_{i=1}^{n} \mu_{F_i^{l_i}}(x_i))}$$

(3.28)

Ces FBF sont rassemblées dans un vecteur $\xi(x)$ de dimension $\prod_{i=1}^{n} m_i$ pour $l_1 = 1,2,\dots,m_1$, $l_m = 1,2,\dots,M$ avec m_i est le nombre des ensembles flous ayant $\mu_{F_i^{l_i}}(x_i)$ comme fonction d'appartenance.

En utilisant (3.26) et (3.27), la loi de commande (3.24) devient :

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(x/\theta_g)}[-\hat{f}(x/\theta_f) + y_m^{(n)} + k^T e] \tag{3.29}$$

qu'on appelle dans la littérature de la commande adaptative, la commande équivalente [Sas-89].

On détermine l'erreur :

D'après (3.24), on a $y^{(n)} = f(x) + g(x).u$

On a aussi : e = $y_m - y \Longrightarrow\ e^{(n)} = y_m^{(n)} - y^{(n)}$

D'après (3.29), on a $y_m^{(n)} = u_c\hat{g}(x/\theta_g)\ + \hat{f}(x/\theta_f) - k^T e$:

$e^{(n)} = u_c\hat{g}(x/\theta_g)\ + \hat{f}(x/\theta_f) - k^T e - f(x) + g(x).u$

Dans ce cas là, la commande appliquée $u = u_c$.

Donc, on obtient l'équation de l'erreur comme suit :

$$e^{(n)} = -k^T e[\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)] + [\hat{g}(x/\theta_g) - g(x)].u_c \quad (3.30)$$

qui peut être écrite dans l'espace d'état comme :

$$\dot{e} = A_c e + b_c[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)) + \hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c] \quad (3.31)$$

$$\text{où, } A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & -k_1 \end{bmatrix}, \; b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

A_c: est une matrice stable ($|sI - A_c| = s^{(n)} + k_1 s^{(n-1)} + \cdots + k_n$ qui est stable), on déduit qu'il existedans ce cas, une matriceunique définie positive symétrique P $(n \times n)$ qui vérifie l'équation de Lyapunov [66]:

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (3.33)$$

où Q est une matrice $n \times n$ définie positive arbitraire.

Soit la fonction de Lyapunov $V_e = \frac{1}{2} e^T P e$, en utilisant (3.31) et (3.33) on a :

On détermine la dérivée de V_e :

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2}\dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e}$$

En utilisant (3.31) et (3.33), on aura :

D'après (3.31), on a :

$$\dot{e} = A_c e + b_c[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)) + \hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c]$$

$$\dot{e}^T = A_c^T e^T + b_c^T[\hat{f}\,((x/\theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c]$$

D'après (3.33), on a : $A_c^T P + P A_c = -Q$

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2} A_c^T e^T P e + \frac{1}{2} b_c^T[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)) + \hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c]P$$
$$+ \frac{1}{2} e^T P b_c[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)) + \hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c]]$$

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2}e^T(A_c^T P + PA_c)e + \frac{1}{2}b_c^T[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)\right) + \hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c]Pe$$
$$+ \frac{1}{2}e^T P b_c[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)\right) + \hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c]]$$

Finalement on obtient :

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2}\dot{e}^T Pe + \frac{1}{2}e^T P\dot{e} = -\frac{1}{2}e^T Qe + e^T P b_c.[(\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c] \quad (3.34)$$

Pour que $x_i = y_m^{(i-1)} - e^{(i-1)}$ soit limité, V_e devoir être limité, ce qui signifie que $\dot{V}_e \leq 0$ lorsque V_e est plus grand à une constante $\tilde{V}$. Cependant, de (3.34) on voit qu'il est très difficile de concevoir u_c tel que le dernier terme de (3.34) soit négatif. Pour résoudre ce problème, on ajoute un autre terme de commande u_s à u_c.

III.5.1. Commande de supervision:

Pour assurer que $\dot{V}_e \leq 0$ lorsque V_e dépasse une certaine constante $\tilde{V}$, on ajoute un autre terme de commande u_s, appelé la commande de supervision, ce qui donne :

$$u = u_c + u_s \quad (3.35)$$

La détermination de u_s, tel que $\dot{V}_e \leq 0$ quand $\dot{V}_e > \tilde{V}$, est obtenue en substituant (3.35) en (3.23) et en utilisant la même manipulation de l'obtention de (3.31), on a la nouvelle équation de l'erreur :

$$\dot{e} = A_c e + b_c[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)\right) + (\hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c - g(x))u_s] \quad (3.36)$$

L'utilisation de (3.36) et (3.33) donne :

$$\dot{V}_e = -\frac{1}{2}e^T Qe + e^T P b_c.[(\hat{f}\left(x/\theta_f\right) - f(x)\right) + \hat{g}(x/\theta_g) - g(x))u_c - g(x))u_s] \leq -\frac{1}{2}e^T Qe +$$
$$|e^T Pb|.[|\hat{f}(x/\theta_f)| + |f(x)| + |\hat{g}(x/\theta_g)u_c| + |g(x)|u_c] - e^T P b_c g(x)u_s \quad (3.37)$$

Pour concevoir u_c tel que le dernier terme de (3.37) soit non positif, on a besoin de connaître les limites des f et g, c'est-à-dire on doit faire la supposition suivante :

III.5.2. Supposition:

On peut déterminer les fonctions $f^U(x), g^U(x)\ et\ g_L(x)$ tel que $|f(x)| \leq f^U(x)\ et\ g_L(x) \leq g(x) \leq g^U(x)$ pour $x \in U_c$, où $f^U(x) < \infty, g^U(x) < \infty\ et g_L(x) > 0$ pour $x \in U_c$.

En basant sur $f^U(x), g^U(x)\ et\ g_L(x)$ et en observant (3.37), nous choisissons la commande de superviseur us comme suit:

$$u_s = I_1^*.sgn(e^T Pb_c)\frac{1}{g_L(x)}.[|\hat{f}(x/\theta_f)| + f^U(x) + |\hat{g}(x/\theta_g)u_c| + |g^U(x)u_c|] \quad (3.38)$$

La commande de supervision us est non nulle quand $\dot{V}_e > \tilde{V}$, et la valeur de $\tilde{V}$ est généralement grande, ce qui fait que u_s joue le rôle d'une commande de protection plus qu'une commande active. Si *x* a un bon comportement, au sens où V_e n'est pas trop grande, la commande *u* (3.35) devient la commande floue u_c (3.29).

Où $I_1^* = 1$ si $\dot{V}_e > \tilde{V}$ (qui est constant spécifié par le constructeur), $I_1^* = 0$ si $\dot{V}_e > \tilde{V}$, et $y \geq 0 (< 0)$ si $\text{sgn}(y) = 1$ ou (-1) .

En substituant (3.38) en (3.37) et en considérant le cas $V_e > \tilde{V}$, nous avons :

$$\dot{V}_e = -\frac{1}{2}e^T Qe + |e^T Pb_c|.[(|\hat{f}| + |f| + |\hat{g}u_c| + |gu_c| - \frac{g}{g_L} \times |\hat{f}| + f^U + |\hat{g}u_c| + |g^U u_c|] \leq -\frac{1}{2}e^T Qe \leq 0$$

(3.39)

Le résultat obtenu dans (3.39) prouve que l'utilisation de la commande (3.35), où u_c est donnée par (3.29) et u_s par (3.38), garantie que $V_e \leq \tilde{V} < \infty$. Puisque *P* est définie positive, et V_e est bornée, alors e est bornée, ce qui implique que l'état *x* est aussi borné.

III.5.3. Lois d'adaptation:

Dans ce qui suit nous allons remplacer $\hat{f}$ et $\hat{g}$ par des systèmes flous bien spécifiés (3.26) et (3.27), et développer une loi d'adaptation qui ajuste les paramètres θ_f et θ_g pour but de forcer l'erreur de poursuite à converger vers zéro. On définit les paramètres optimaux θ_f^* et θ_g^* par :

$$\theta_f^* = arg\ \min_{\theta_f \in \Omega_f}[\sup_{x \in U_c}|\hat{f}(x/\theta_f) - f(x)|]$$

(3.40)

$$\theta_g^* = arg\ \min_{\theta_g \in \Omega_g}[\sup_{x \in U_c}|\hat{g}(x/\theta_g) - g(x)|] \quad (3.41)$$

Où Ω_f et Ω_g sont des ensembles de contraintes pour θ_f et θ_g respectivement, spécifiés par le concepteur. Pour Ω_f, on exigeque θ_f soit bornée et pour le système flou (3.21) que les σ_i^l soient positives c'est-à-dire,

$$\Omega_f = \{\theta: |\theta_f| \leq M_f, \sigma_i^l \geq \sigma\} \quad (3.42)$$

avec M_f *et* σ sont des constantes positives spécifiées par le concepteur. Si on utilise le système flou (3.18), on ignore $\sigma_i^l \geq \sigma$ dans (3.42).

Pour Ω_g, en plus des contraintes semblables à (3.42), on exige aussi que $\hat{g}(x/\theta_g)$ soit positive (car $g(x)$ est positive). En observant (3.18) et (3.21), on aura,

$$\Omega_g = \{\theta_g: |\theta_g| \leq M_g, y^{-l} \geq \varepsilon, \sigma_i^l \geq \sigma\} \quad (3.43)$$

où M_f et M_g sont des constantes positives spécifiées par l'expert.

Tous les deux système flous sont les moyennes pondérées de $y^{-l} \geq \varepsilon > 0$, ce qui implique que les systèmes flous correspondants sont positifs. Si on utilise le système (3.18) on ignore la contrainte $\sigma_i^l \geq \sigma$. Nous définissons l'erreur d'approximation minimale comme suit :

$$w = \left(\hat{f}(x/\theta^*_f) - f(x)\right) + \hat{g}(x/\theta^*_g) - g(x))u_c \tag{3.44}$$

alors l'équation de l'erreur (3.36) peut être écrite comme :

$$\dot{e} = A_c e - b_c g(x)u_s + b_c[(\hat{f}(x/\theta_f) - \hat{f}(x/\theta^*_f)) + (\hat{g}(x/\theta_g) - \hat{g}(x/\theta^*_g))u_c + w] \tag{3.45}$$

Puisque $\hat{f}$ et $\hat{g}$ sont des systèmes flous définis par (3.26) et (3.27) respectivement, la dynamique d'erreur (3.45) peut être réécrite comme :

$$\dot{e} = A_c.e - b_c.g(x).u_s + b_c.w + b_c.[\emptyset_f^T.\xi_f(x) + \emptyset_g^T.\xi_g(x).u_c] \tag{3.46}$$

Où $\emptyset_f = \theta_f - \theta_f^*$, $\emptyset_g = \theta_g - \theta_g^*$ et $\xi_f(x)$, $\xi_g(x)$ sont les fonctions floues de base (FBF). On considère maintenant la fonction de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}e^T Pe + \frac{1}{2\gamma_1}\emptyset_f^T\,\emptyset_f + \frac{1}{2\gamma_2}\emptyset_g^T\,\emptyset_g \tag{3.47}$$

Où $\gamma_1\, et\, \gamma_2$ sont des constantes positives. En prenant compte de (3.33) et que $\dot{\emptyset}_f = \dot{\theta}_f$ $\dot{\emptyset}_g = \dot{\theta}_g$, la dérivé de V par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V} = \frac{1}{2}e^T Qe - g(x)e^T Pb_c u_s + e^T Pb_c w + \frac{1}{\gamma_1}\emptyset_f^T\left(\dot{\theta}_f + \gamma_1 e^T Pb_c \xi_f(x)\right) + \frac{1}{\gamma_2}\emptyset_g^T(\dot{\theta}_g + \gamma_2 e^T Pb_c \xi_g(x)u_c) \tag{3.48}$$

D'après (3.48) et $g(x) > 0$, on a $g(x)e^T Pb_c u_s \geq 0$. si on choisit les lois d'adaptation suivantes :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_1 e^T Pb_c \xi_f(x) \tag{3.49}$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 e^T Pb_c \xi_g(x)u_c \tag{3.50}$$

Donc,à partir de (3.48) on aura:

$$\dot{V} \leq \frac{1}{2}e^T Qe + e^T Pb_c w \tag{3.51}$$

L'influence du terme $e^T Pb_c w$ est minime, d'ordre de l'erreur d'approximation minimale qui est trop petite, ce qui signifie que les systèmes flous $\hat{f}$ et $\hat{g}$ ont une capacité d'approximer les fonctions non linéaires f et g avec exactitude. Donc, l'utilisation d'un nombre suffisant de règles pour construire $\hat{f}$ et $\hat{g}$ permet d'avoir *w* très petite. Si *w* tend vers *0*, alors (3.51) devient :

$$\dot{V} \leq \frac{1}{2}e^T Qe \leq 0 \tag{3.52}$$

Si on choisit $\hat{f}$et $\hat{g}$ de la forme (3.21), on utilise la même stratégie qu'avant. Pour approximer $\hat{f}$et $\hat{g}$ on utilise le développement en série de Taylor. Particulièrement le développement en série de Taylor de $\hat{f}(x/\theta_f^*)$et $\hat{g}(x/\theta_g^*)$ autour de θ_f et θ_g, on aura :

$$\hat{f}(x/\theta_f) - \hat{f}(x/\theta_f^*) = \emptyset_f^T \left(\frac{\partial \hat{f}(x/\theta_f)}{\partial \theta_f}\right) + o(|\emptyset_f|^2) \quad (3.53)$$

$$\hat{g}(x/\theta_g) - \hat{g}(x/\theta_g^*) = \emptyset_g^T \left(\frac{\partial \hat{g}(x/\theta_g)}{\partial \theta_g}\right) + o(|\emptyset_g|^2) \quad (3.54)$$

où $o(|\emptyset_f|^2)$ et $o(|\emptyset_g|^2)$ sont des limites supérieures. En substituant (3.53) et (3.54) en (3.45), on aura :

$$\dot{e} = A_c e - b_c g(x) u_s + b_c v + b_c[\emptyset_f^T \left(\frac{\partial \hat{f}(x/\theta_f)}{\partial \theta_f}\right) + \emptyset_g^T \left(\frac{\partial \hat{g}(x/\theta_g)}{\partial \theta_g}\right) u_c] \quad (3.55)$$

Où : $v = \omega + o(|\emptyset_f|^2) + o(|\emptyset_g|^2)u_c$ (3.56)

Le reste du développement est le même que (3.47)-(3.51).

Le problème final est comment forcer $\theta_f \; et \; \theta_g$ dans les ensembles $\Omega_f \; et \; \Omega_g$, respectivement. Si nous pouvons garder $\theta_f \in \Omega_f \; et \; \theta_g \in \Omega_g$, alors $u_c \; et \; u_s$ seront bornées parce que dans ce cas $\hat{f}$ est bornée et $\hat{g} > 0$,et on rappelleque e est bornée grâce à la commande de supervision u_s.

Si les vecteurs de paramètres $\theta_f \; et \; \theta_g$ sont dans les ensembles de contraintes ou ils sont sur les limites mais se déplacent vers l'intérieur de ces ensembles, alors en utilisant la loi d'adaptation simple (3.49) et (3.50), autrement dit, s'ils sont sur les limites en mouvement vers l'extérieur des ensembles, donc on utilise l'algorithme de la projection pour modifier la loi d'adaptation (3.49) et (3.50) de telle façon que les vecteurs restes à l'intérieur des ensembles.

On a montré toutes les idées de base pour la conception des contrôleurs adaptatifs flous stables d'une façon constructive.

III.5.3.1. Algorithme de projection:

Pour construire les vecteurs de paramètres $\theta_f \; et \; \theta_g$ appartenant aux ensembles de contraintes $\Omega_f \; et \; \Omega_g$, respectivement, les lois d'adaptation (3.49) et (3.50) ne sont pas suffisantes. Pour résoudre ce problème, on utilise l'algorithme de projection des paramètres [64].

Si les vecteurs de paramètres $\theta_f \; et \; \theta_g$ appartiennent à $\Omega_f \; et \; \Omega_g$, respectivement, ou sont sur la limite de ces ensembles, mais se dirigent à l'intérieur de ces ensembles, l'utilisation des lois d'adaptation (3.49) et (3.50) sont suffisantes. Autrement (si les vecteurs de paramètres sont sur la limite des ensembles de contraintes mais se dirigent à l'extérieur de ces ensemble) on utilise

l'algorithme de projection pour modifier les lois d'adaptation (3.49) et (3.50) de manière à ce que les vecteurs de paramètres demeurent dans les ensembles de contraintes. Les lois d'adaptation modifiées sont définies par :

- Pour ajuster le vecteur de paramètres θ_f on utilise :

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} -\gamma_1 e^T P b_c \xi_f(x) & si\ \left(|\theta_f| < M_f\right) ou\ \left(|\theta_f| = M_f\ et\ e^T P b_c \theta_f^T \xi_f(x) \geq 0\right) \\ p\{-\gamma_1 e^T P b_c \xi_f(x)\} & si\ \left(|\theta_f| = M_f\ \ et\ e^T P b_c \theta_f^T \xi_f(x) < 0\right) \end{cases} \quad (3.57)$$

Où l'opérateur de projection $p\{*\}$ est défini comme :

$$p\{-\gamma_1 e^T P b_c \xi_f(x)\} = -\gamma_1 e^T P b_c \xi_f(x) + \gamma_1 e^T P b_c \frac{\theta_f \theta_f^T \xi_f(x)}{|\theta_f|^2} \quad (3.58)$$

- Pour ajuster le vecteur de paramètres θ_g on utilise :

  - Une fois qu'un élément $\theta_{gi}\ et\ \theta_g = \varepsilon$ on utilise,

$$\dot{\theta}_{gi} = \begin{cases} -\gamma_2 e^T P b_c \xi_{gi}(x) u_c & si\ \ e^T P b_c \xi_{gi}(x) u_c < 0 \\ 0 & si\ \ e^T P b_c \xi_{gi}(x) u_c \geq 0 \end{cases} \quad (3.59)$$

où $\xi_{gi}(x)$ est le $i^{ème}$ composant de $\xi_g(x)$.

  - Autrement, on utilise,

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} -\gamma_2 e^T P b_c \xi_g(x) & si\ \left(|\theta_g| < M_g\right) ou\ \left(|\theta_g| = M_g\ \ et\ \ e^T P b_c \theta_g^T \xi_g(x) \geq 0\right) \\ p\left\{-\gamma_2 e^T P b_c \xi_g(x)\right\} & si\ \left(|\theta_g| = M_g\ \ et\ \ e^T P b_c \theta_g^T \xi_g(x) < 0\right) \end{cases} \quad (3.60)$$

Où, $$p\left\{-\gamma_2 e^T P b_c \xi_g(x) u_c\right\} = -\gamma_2 e^T P b_c \xi_g(x) u_c + \gamma_2 e^T P b_c \frac{\theta_f \theta_g^T \xi_g(x)}{|\theta_g|^2} u_c \quad (3.61)$$

Les objectifs de cette loi de commande sont explicités par le théorème suivant :

III.6. Théorème : [21]

On considère le système (3.23) avec la commande (3.35), où u_c est donnée par (3.29), u_s est donnée par (3.38), $\hat{f}$ et $\hat{g}$ sont données par (3.26) et (3.27), respectivement. Soient les vecteurs de paramètres $\theta_f\ et\ \theta_g$ ajustés par les lois d'adaptation (3.57)-(3.61) et en supposant que la supposition précédente est vraie, alors, la structure de la commande proposée garantie les propriétés suivantes :

I) $|\theta_f(t)| \leq M_f$, $|\theta_g(t)| \leq M_g$, pour tous les éléments de $\theta_g \geq \varepsilon$:

$$|x(t)| \leq |y_m| + \left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{min}}\right)^{1/2} \quad (3.62)$$

et $|u(t)| \leq |y_m| \frac{1}{\varepsilon}\left(M_f + \left|y_m^{(n)}\right| + |K|\left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{min}}\right)^{1/2}\right) + \frac{1}{g_l(x)}\left[M_f + |f^U(x)| + \frac{1}{\varepsilon}(M_g + g^U)\left(M_f + \left|y_m^{(n)}\right| + |K|\left(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{min}}\right)^{1/2}\right)\right]$ (3.63)

Pour tout $t \geq 0$, où λ_{min} c'est la valeur propre minimale de P et $y_m = \left(y_m, \dot{y}_m, \ldots, y_m^{(n-1)}\right)^T$.

II) $\int_0^t |e(\tau)|^2 d\tau \leq a + b\int_0^t |w(\tau)|^2 d\tau$ (3.64)

Pour tout $t \geq 0$, où a et b sont des constantes, et w est l'erreur d'approximation minimale définie par (3.44).

III) si w ajustait intégrable c'est-à-dire, $\int_0^\infty |w(t)|^2 dt < \infty$, alors, $lim_{t\to\infty}|e(t)| = 0$.

Demonstration : Vous pouvez consulté la preuve de ce théorème dans [21].

III.7. Algorithme de conception de la commande adaptative floue:

Dans cette partie, on choisit $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$ de la forme des systèmes flous en (3.18) ou (3.19). On présente d'abord les étapes détaillées de conception du contrôleur adaptatif flou et nous étudions ensuite ses propriétés.

Etape1 : le traitement autonome :

1. Indiquer les $K_1, \ldots, K_n$ telles que toutes les racines de $s^n + K_1 s^{n-1} + \cdots + K_n$ sont dans le demi-plan gauche,et spécifier une matrice $Q_{(n\times n)}$ définie positive.

2. Résoudre l'équation de Lyapunov (3.33) pour obtenir $P > 0$ et symétrique.

3. Indiquer les paramètres de conception $M_f, M_g, \varepsilon \; et \; \tilde{V}$ basés sur les contraintes pratiques.

Etape2 : construction du contrôleur initial :

1. Définir m_i ensembles flous $F_i^{l_i}$ dont les fonctions d'appartenances $\mu_{F_i}^{l_i}$ contiennent uniformément U_{ci} qui est la projection de U_c sur les $i^{éme}$ coordonnés, où $l_i = 1,2, \ldots m_i$ et $i = 1,2, \ldots n$.

2. Construire les règles floues de base à partir des systèmes flous $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$, dont chacun construit à partir de $m_1 \times m_2 \times \ldots m_n$ règles, ces dernières ont les parties ***Si*** qui exprime toutes les combinaisons possibles des $F_i^{l_i}$ pour $i = 1,2, \ldots n$.

La base des règles floues de $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$ est construite par les règles suivantes:

$R_f^{(l_1,l_2,\ldots l_n)}$: $Si \;\; x_1 \; est \; F_1^{l_1} \;\; et \ldots et \; x_n \; est \; F_n^{l_1} \; Alors \; \hat{f}(x/\theta_f) \; est \;\; G^{(l_1,l_2,\ldots l_n)}$ (3.65)

$R_g^{(l_1,l_2,\ldots l_n)}$: $Si \;\; x_1 \;\; est \; F_1^{l_1} \;\; et \ldots et \; x_n \; est \; F_n^{l_1} \; Alors \; \hat{g}(x/\theta_g) \; est \;\; H^{(l_1,l_2,\ldots l_n)}$ (3.66)

où $G^{(l_1,l_2,\dots l_n)}$ ou $H^{(l_1,l_2,\dots l_n)}$ sont à l'intérieur , respectivement des ensembles de contraintes Ω_f *et* Ω_g, correspondant aux paramètres $\bar{y}^l$.

Etape3 : l'adaptation en ligne

1. Appliquer la commande (3.35) en boucle fermée au système (3.23), où u_c est donnée par (3.29) et u_s est donnée par (3.38).

Utiliser les lois d'adaptation (3.57)-(3.61) pour ajuster les vecteurs de paramètres θ_f *et* θ_g.

La loi de commande adaptative floue indirecte est synthétisée selon la structure de la figure.3.6 suivante :

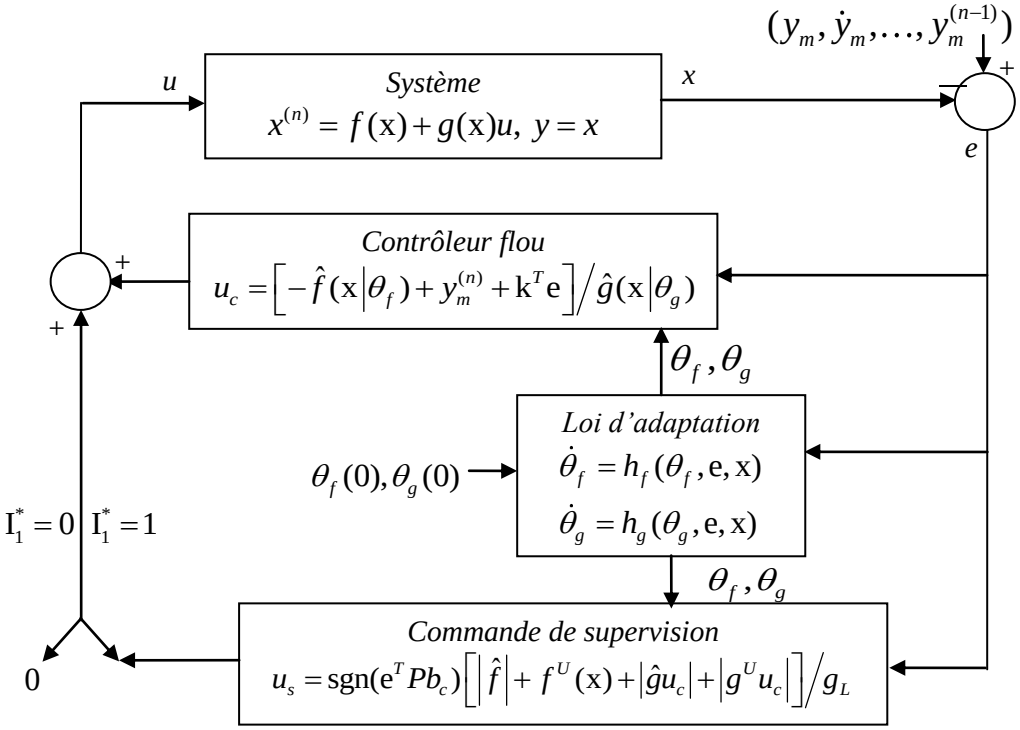


Figure.3.6: Schéma globale de la commande adaptative floue proposée.

III.8. Application:

L'algorithme proposé a été appliqué dans plusieurs processus. Dans cette application, on utilise le controleur adaptatif flou pour forcer le pendule inversé dans le but de suivre une trajectoire de référence sinusoïdale. La figure.3.7, représente le système de pendule inversé ($x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}$), les équations dynamiques de ce système sont [66]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{g\sin(x_1) - \dfrac{mlx_2^2\cos(x_1)\sin(x)}{m_c+m}}{l.\left(\frac{3}{4} - \dfrac{m\cos^2(x_1)}{m_c+m}\right)} + \dfrac{\dfrac{\cos(x_1)}{m_c+m}}{l.\left(\frac{3}{4} - \dfrac{m\cos^2(x_1)}{m_c+m}\right)} u \end{cases} \tag{3.67}$$

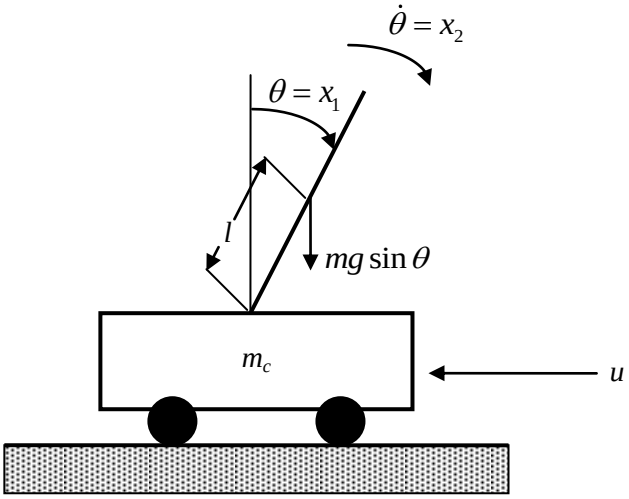


Figure.3.7: Pendule inversé.

Où, $g = 9.8\,m/s^2$ est l'accélération, m_c est la masse du chariot, m est la masse du tige, l est le demi-longueur du tige et u est la commande appliquée. On choisit $m_c = 1kg$, *m=0.1kg et l=0.5m*

Il est clair que (3.67) est de la forme de (3.22), donc notre commande adaptative floue, développée précédemment, peut être appliquée à ce système. On prend comme signal de référence $y_m(t) = \frac{\pi}{30}\sin(t)$ (autres choix sont possibles).

$$|f(x_1,x_2)| = \left|\frac{g.sin(x_1) - \frac{m.l.x_2^2\,cos(x_1).sin(x)}{m_c+m}}{l.(\frac{3}{4} - \frac{m.cos^2(x_1)}{m_c+m})}\right| \leq \frac{9.8 + \frac{0.025}{1.1}x_2^2}{\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1}} = 15.78 + 0.036.x_2^2 = f^U(x_1,x_2) \qquad (3.68)$$

$$|g(x_1,x_2)| = \left|\frac{cos(x_1).\frac{1}{m_c+m}}{l.(\frac{3}{4} - \frac{m.cos^2(x_1)}{m_c+m})}\right| \leq \frac{1}{1.1(\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1})} = 1.46 = g^U(x_1,x_2) \qquad (3.69)$$

Si on exige que $|x_1| \leq (\pi/6)$, alors :

$$|g(x_1,x_2)| \geq \frac{\cos(\pi/6)}{1.1(\frac{2}{3} + \frac{0.05}{1.1}cos^2(\pi/6))} \leq \frac{1}{1.1(\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1})} = 1.12 = g_L(x_1,x_2) \qquad (3.70)$$

Maintenant, on a besoin de :

$$|x_1| \leq \pi/6 \quad et \quad |u| \leq 180 \qquad (3.71)$$

Puisque $|x_1| \leq (|x_1|^2 + |x_2|^2)^{1/2} = |X|$, si on peutprendre $|X| = \pi/6$, alors $|x_1| \leq \pi/6$, dans ce cas on a aussi $|x_2| \leq \pi/6$. Notre première tâche est de déterminer les paramètres $\tilde{V}, K_1, K_2, \varepsilon, M_f \; et \; M_g$, selon (3.62), (3.63) et la contrainte (3.70).

Selon $|y_m| \leq \pi/30$, si on détermine $\tilde{V} \; et \; \lambda_{min}$ tel que $(\frac{2\tilde{V}}{\lambda_{min}}) \leq 2\pi/15$.

D'après (3.62), on a $|X| \leq (\pi/30) + 2\pi/15 = \pi/6$. Car le nombre des paramètres de conception est plus grand que le nombre de contraintes, on a plus de liberté pour le choix de ces paramètres.

D'apré l'artique de wang [55] on prendres les parametres suivant :

On considère simplement $K_1 = 2\ et\ K_2 = 1$ (de sorte que: $s^2 + K_1 s + K_2$ soit stable) et $Q = diag(10,10)$, alors on résout (3.33) pour obtenir la solution de l'équation de Lyapunov :

$$p = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

P est définie positive avec $\lambda_{min} = 2.93$, pour satisfaire la contrainte pour $|X|$, on choisit $\tilde{V} = \frac{\lambda_{min}}{2}\left(\frac{2\pi}{15}\right)^2 = 0.267$.

Finalement, on détermine $M_f\ et\ \varepsilon$ tel que $|u| \leq 180$ selon (3.63). Et après quelques essais, ces paramètres ont été choisis comme suit : $M_f = 16, M_g = 1.6\ et\ \varepsilon = 0.7$.

Il est obligatoire de vérifier qu'à partir de (3.62) et (3.63) que le choix ci-dessus des paramètres de conception garantit que le vecteur d'état et la commande soient bornés (3.71).

Pour le deuxième contrôleur, nous avonschoisi $\sigma = 10^{-2}, M = 15$, le choix de $\bar{x}_{f\,i}^{l}(0) et\ \bar{x}_{g\,i}^{l}(0)$ est arbitrairement dans l'intervalle $\left[\frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$, $\bar{y}_f^l(0)$ est arbitrairement dans [-3,3], $\bar{y}_g^l(0)$ est arbitrairement dans [1, 1.3], les valeurs initiales de $\sigma_{f\,i}^{l}$et $\sigma_{g\,i}^{l}$sont égales à $[\frac{\pi}{6} - (\frac{-\pi}{6})] = \pi/15$.

On choisit $m_1 = m_2 = 5$ depuis $|x_i| \leq \pi/6$ pour tous les deux $i = 1,2$,on prend les fonctions d'appartenance définies sur l'univers $\left[\frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$comme suit :

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = exp\left[-\left(\frac{x_i+\pi/6}{\pi/24}\right)^2\right],\ \mu_{F_i^2}(x_i) = exp\left[-\left(\frac{x_i+\pi/12}{\pi/24}\right)^2\right],\ \mu_{F_i^1}(x_i) = exp\left[-\left(\frac{x_i}{\pi/24}\right)^2\right],$$
$$\mu_{F_i^2}(x_i) = exp\left[-\left(\frac{x_i-\pi/12}{\pi/24}\right)^2\right], \mu_{F_i^5}(x_i) = exp\left[-\left(\frac{x_i-\pi/12}{\pi/24}\right)^2\right].$$

À partir des limites (3.67)-(3.69) de $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$, on voit que la gamme de $f(x_1, x_2)$ est plus large que celle de $g(x_1, x_2)$, donc on a choisi arbitrairement $\gamma_1 = 50\ et\ \gamma_2 = 1$, on calcule les lois d'adaptation (3.57)-(3.61) pour ajuster les vecteurs de paramètres θ_f et θ_g qui contiennent initialement les centres des ensembles conséquents représentés dans les matrices d'inférence.

$g(x_1, x_2)$

x_2 \ x_1	F_1^1	F_1^2	F_1^3	F_1^4	F_1^5
F_2^1	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_2^2	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_2^3	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_2^4	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26
F_2^5	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26

$f(x_1, x_2)$

x_2 \ x_1	F_1^1	F_1^2	F_1^3	F_1^4	F_1^5
F_2^1	-8	-4	0	4	8
F_2^2	-8	-4	0	4	8
F_2^3	-8	-4	0	4	8
F_2^4	-8	-4	0	4	8
F_2^5	-8	-4	0	4	8

Tableau.3.1. Matrices d'inférence pour les fonctions $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$.

III.8.1. Résultats de simulation:

Les résultats de simulation de la commande adaptative floue sont obtenus pour deux conditions initiales $x(0) = [\pi/60, 0]^T$et $x(0) = [-\pi/60, 0]^T$. Cette commande force la sortie du système $y(t)$ à suivre une référence désirée $y_m(t)$, selon le schéma fonctionnel de la figure.3.8.

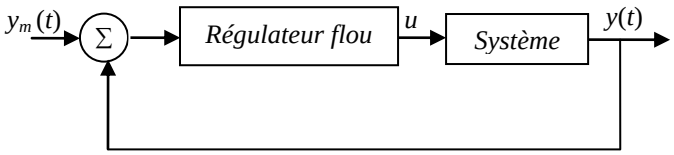


Figure.3.8: Système avec controleur flou.

- **Cas 1:** Condition initiale $x(0) = [\pi/60, 0]^T$:

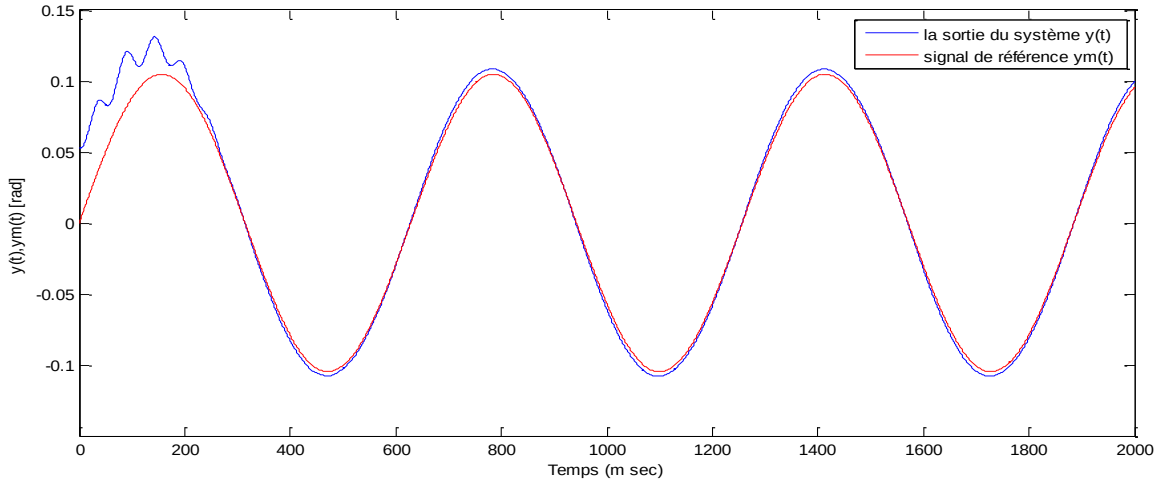


Figure.3.9. Réponses en position du système.

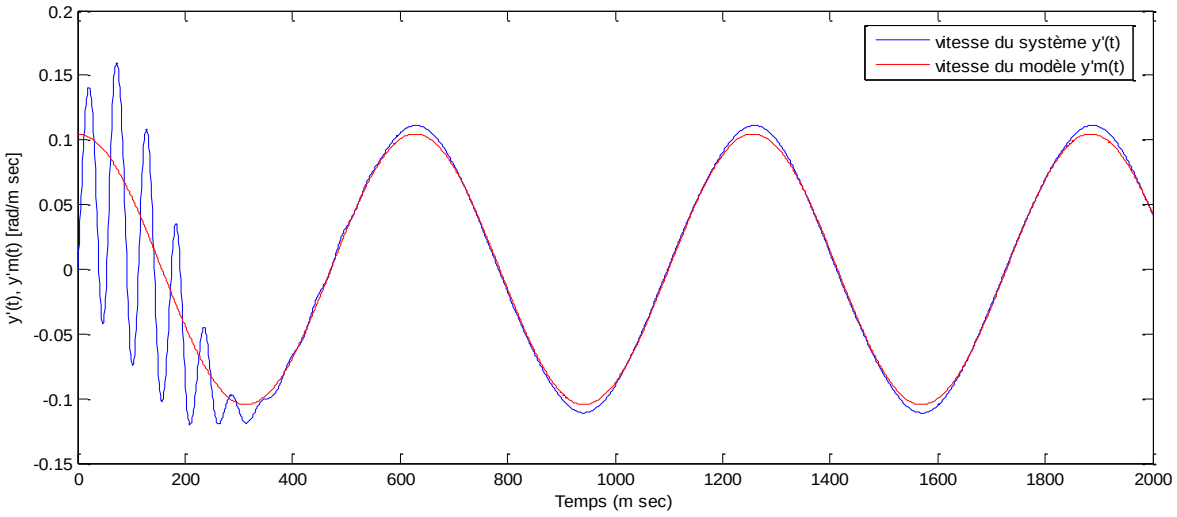


Figure.3.10: Réponses en vitesse du système.

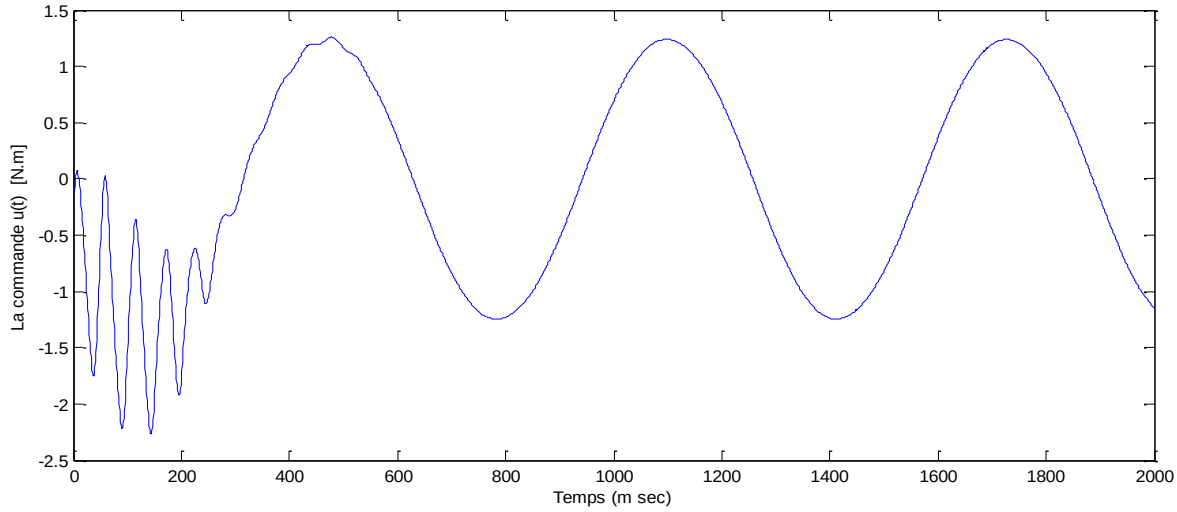


Figure.3.11: Signal de commande $u(t)$.

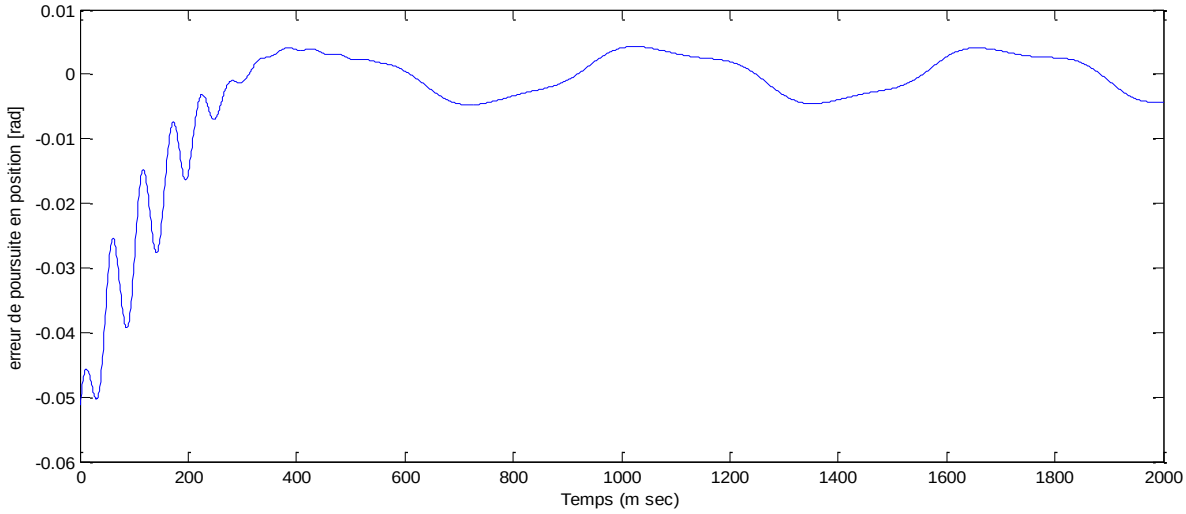


Figure.3.12: Erreur de poursuite en position.

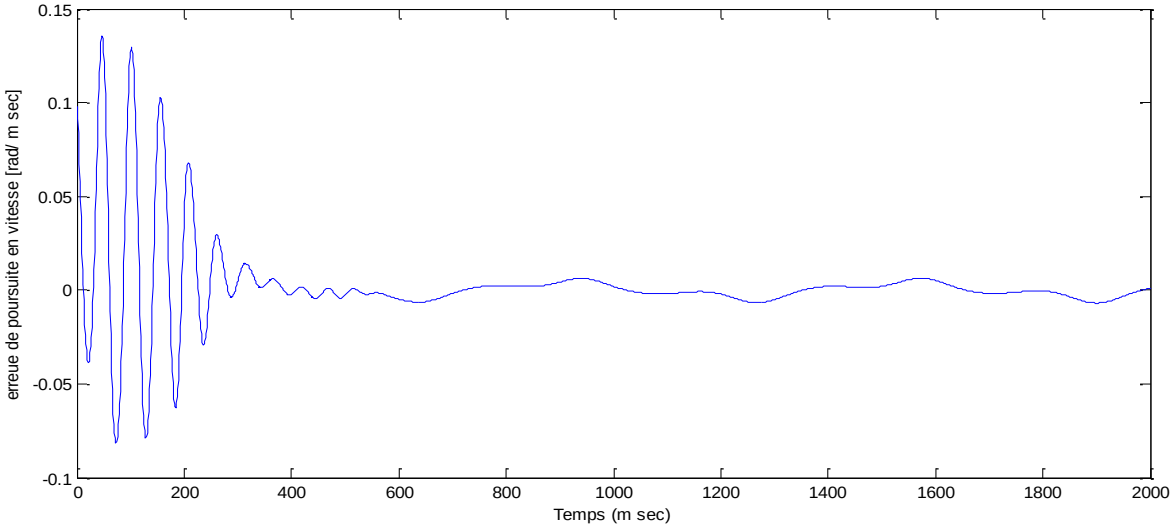


Figure.3.13: Erreur de poursuite en vitesse.

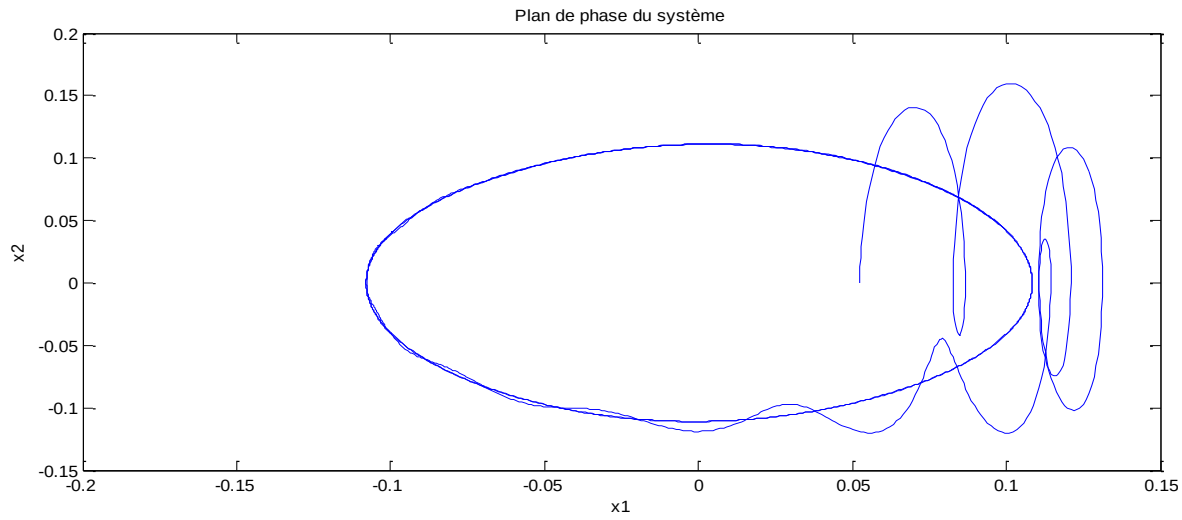


Figure.3.14: Plan de phase du système.

- **Cas 2:** Condition initiale $x(0) = [-\pi/60\,, 0]^T$:

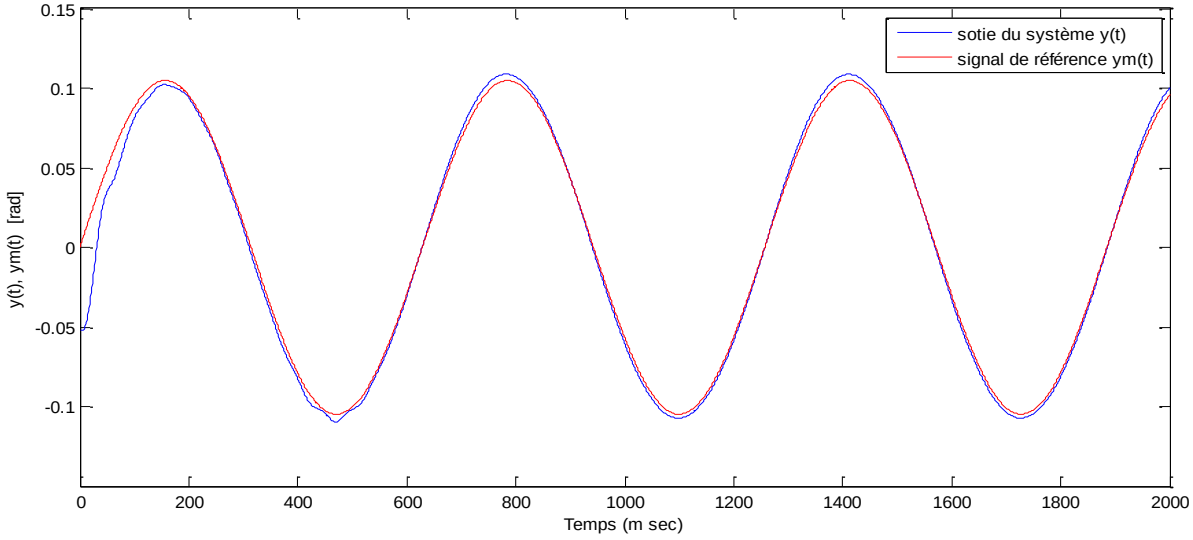


Figure.3.15: Réponses en position du système.

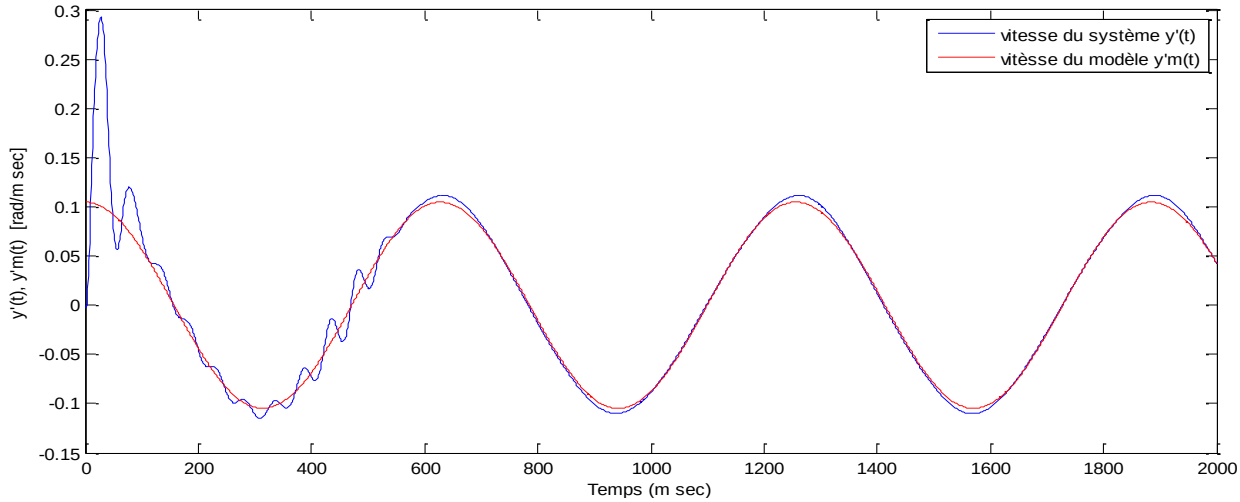


Figure.3.16: Réponses en vitesse du système.

Les figures 3.9 et 3.15, montrent que la sortie du système $y(t)$ suit sa référence $y_m(t)$ pour les deux conditions initiales.

Les figures 3.10 et 3.16, montrent la poursuite en vitesse de la sortie du système $y'(t)$ suit sa référence $y'_m(t)$ pour les deux conditions initiales.

Les figures 3.11 et 3.17 donnent l'allure de la commande globale appliquée au système également pour les deux conditions initiales. Le signal de commande présente des commutations dans le régime transitoire dans le cas où la condition initiale du système est loin de celle du signal de référence. Ces commutations sont dues à l'activation de la commande de supervision u_s.

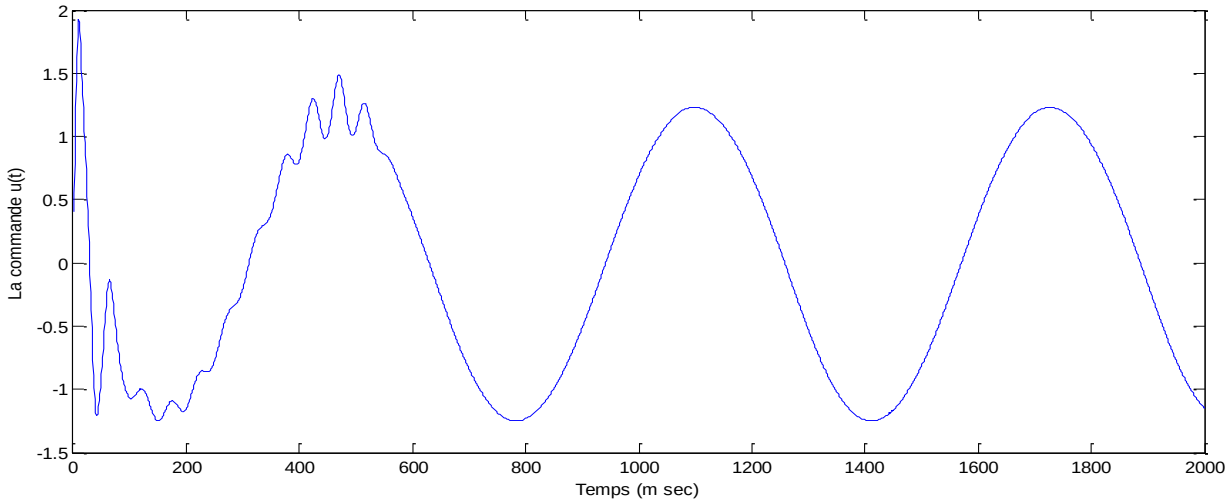


Figure.3.17: Signal de commande $u(t)$.

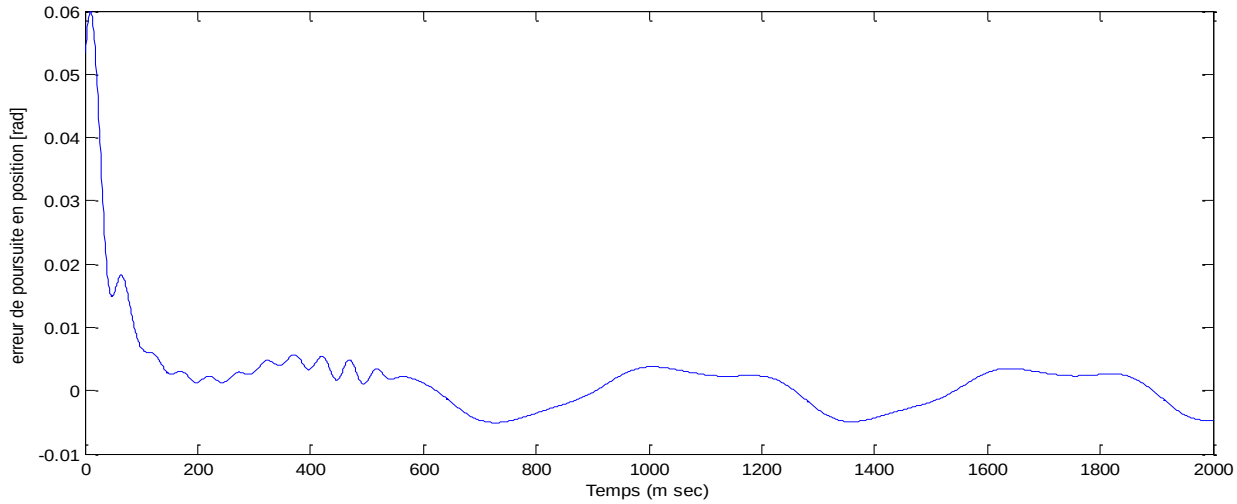


Figure.3.18: Erreur de poursuite en position.

Les figures 3.12 et 3.18 montrent les erreurs de poursuite en position pour les deux conditions initiales, et également les figures 3.13 et 3.19 qui représentent les erreurs de poursuite en vitesse du système par rapport à sa référence pour les deux conditions initiales.

On constate que notre régulateur flou prouve sa performance en poursuite pour les deux cas.

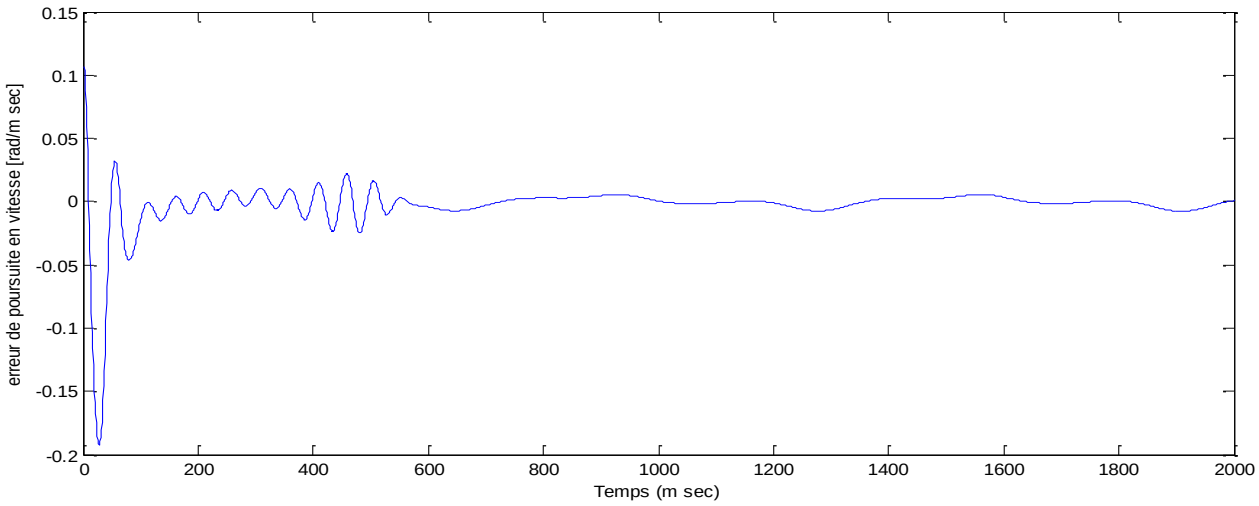


Figure.3.19: Erreur de poursuite en vitesse.

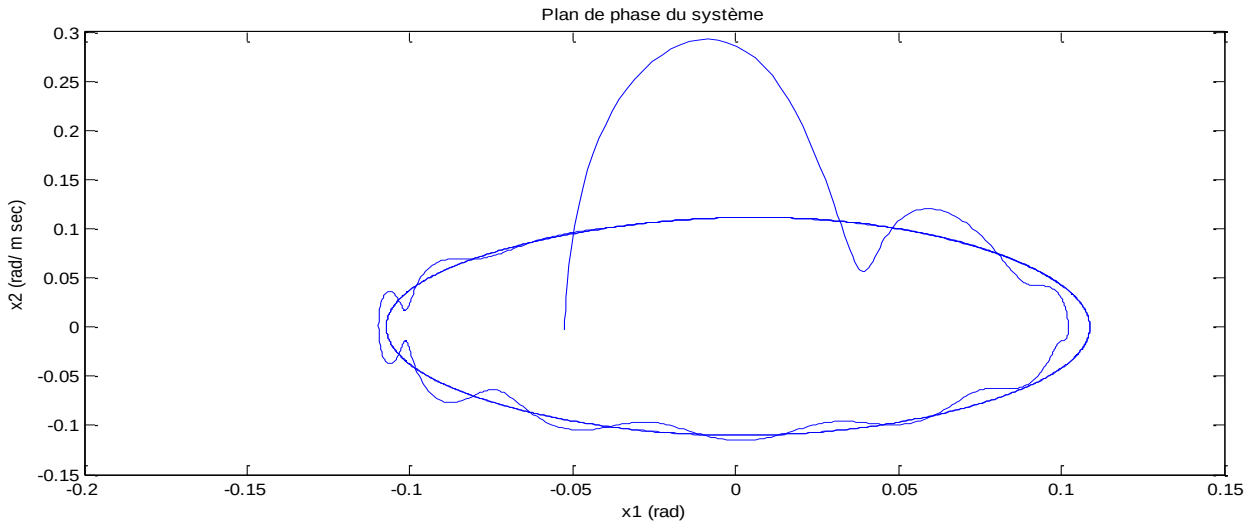


Figure.3.20: Plan de phase du système.

Les figure 3.14 et 3.20, représentent la dynamique intèrne (en fonction des variables d'état x_1 et x_2) pour les deux cas.

III.9. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons adopté une synthèse de commande adaptative floue en utilisant les systèmes flous type *Mamdani* dont le but est de forcer le système à suivre une référence désirée et d'assurer dans ce cas, que l'erreur converge vers zéro rapidement, l'erreur de poursuite. L'utilisation des systèmes flous preuves leurs performances comme des approximateurs universels pour des systèmes sous contrôle.

La construction du contrôleur adaptatif flou est basée sur des descriptions linguistiques (sous forme de règles floues Si-Alors), puis une loi d'adaptation pour ajuster les paramètres du contrôleur flou en temps réel. Toute en assurant que:

- Tous les signaux dans les systèmes en boucle fermée soient uniformément limités.
- Les erreurs de poursuite se convergent à zéro dans des conditions mesurées.

Le contrôleur adaptatif flou est utilisé pour commander le pendule inversé afin de poursuivre une trajectoire donnée, et les résultats de simulation montrent que:

- Les contrôleurs adaptatifs flous ossment poursuite.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail, l'objectif de commande est la résolution d'un problème de poursuite. Ce dernier est vu comme un problème de construction d'un système de commande capable de forcer la sortie d'un système non linéaire à suivre une trajectoire de référence admissible. Afin de résoudre ce problème, nous avons supposé une synthèse capable de fournir une commande qui, appliquée au système non linéaire, conduit à une convergence vers zéro de l'erreur de poursuite.

Les outils de modélisation et les techniques de commande présentés dans ce mémoire ont pour objectif de montrer que les systèmes flous peuvent être utilisés pour modéliser la dynamique des systèmes non linéaires et concevoir des structures de commande stables. L'apport principal de ce travail réside dans le développement de méthodologies et performances de commande à base de modèles flous. Cette philosophie nous a amenés à utiliser une représentation floue pour le système non linéaire. Quelques outils de représentation, de synthèse et d'analyse de stabilité, sont nécessaires pour mettre en oeuvre les techniques de commande étudiées.

Le premier chapitre, nous exposons un bref rappel et un aperçu général sur la logique floue, en insistant sur les idées utilisées à commande floue en poursuite. et nous présentons la structure des systèmes flous et en particulier les systèmes flous de *Mamdani* et les systèmes flous de *Takagi-Sugeno*.

Le deuxième chapitre nous allons présenter les principales approches élaborées dans le cadre de la synthèse de commande pour assurer la poursuite pour les modèles T-S. Cette approche, s'appuie sur l'emploi d'un modèle de référence pour spécifier la trajectoire désirée. La loi de commande ainsi élaborée, est basée sur la minimisation de l'erreur de poursuite. Le résultat principal dans ce chapitre est de montrer une contrinte au sens d'optimisations convexes LMI.

Le troisième chapitre nous considérerons le cas le plus général, celui de commande adaptative floue en poursuite d'une trajectoire de référence désirée. Ainsi, nous allons présenter les principales approches élaborées dans le cadre de la synthèse de commande type mamdani pour assurer le suivi de trajectoire. Ensuite présentons la stratégie de Conception contrôleur adaptatif flou type Mamdani, application à un pendule inversé.

Par ailleurs, un certain nombre de perspectives sont envisageables dans ce travail. A très court terme, il s'agit d'appliquer les approches développées dans le deuxième et le troisième chapitre sur un système multi entrées multi sorties (*MIMO*). Nous comptons également aborder la recherche d'un principe de séparation entre la commande et l'observateur développés au niveau de deuxième chapitre. Dans le même contexte, il n'y a, à notre connaissance, quasiment pas de résultats établis pour ce type de systèmes lorsque les variables de prémisses $z(t)$ ne sont pas mesurables. Il s'agit

d'utiliser des concepts développés pour des systèmes dynamiques hybrides tels que l'utilisation de fonctions de Lyapunov multiples pour l'étude de stabilité. Le développement des controleurs flous en utimisant les systèmes flous type-2 pour améliorer la performance et la robustesse en présence des incertitudes, provoquées par l'utilisation des systèmes flous type-1.

Bibliographies

[1] Assawinchaichote, W., Nguang, S.K., Shi, P., H^{∞} output feedback control design for uncertain fuzzy singulary perturbed systems: An LMI Approach. *Automatica*. pp. 2147-2152. 2004.

[2] Borne, P., Richard, J.P., et Radhy, N.E., *Stabilité, stabilisation, régulation: approche par les normes vectorielles, volume 2 de Systèmes non linéaires: Stabilités et stabilisation*. Masson Editeur, 1993.

[3] D.Driankov,H.Hellendoorn, et M.Reinfranck.*An introduction to fuzzy control*.Springer,Berlin Heidelberg,1993.

[4] Gasso, K., Mourot, G., Boukhriss, A., et Ragot, J., Optimisation de la structure d'un modèle de Takagi-Sugeno. *Actes des rencontres francophonesLFA'99, Valenciennes*, France, pp 233-240, 1999.

[5] Gasso., K., Identification des systèmes dynamiques non linéaires: approche multi-modèles. *Thèse de doctorat de* l'INPL, Décembre, 2000.

[6] Guerra, T. M., et Vermeiren., L., Stabilité et stabilisation à partirde modèles flous. Commande flous 1: de la stabilisation à la supervision. Sous la direction de L. Foulloy, S. Galichet et A. *Titli. IC2 Hermes*, pp59-98, 2003.

[7] Khalil, H., *Nonlinear systems*. Prentice hall, Inc. second edition, USA, 1996.

[8] Ma, X.J., Sun, Z. Q., He., Y.Y., Analysis and design of fuzzy controller andfuzzy observer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 6, no. 1, p. 41-50,1998.

[9] Melin, C., and Vidolov, B., Stabilisation of linear systems by fuzzy controllers (Part I). *RAIRO-APII-JESA*, 30 (5):675-705, 1996.

[10] Mohammed CHADLI, stabilité et commande des systèmes décrits par des multi modèles, *Thèse de doctorat*, l'institut nationale polytechnique de Lorraine, France, décembre 2002.

[11] Morère., Y. Mise en oeuvre de lois de commande pour les modèles flous de type Takagi-Sugeno. *Thèse de doctorat*, LAMIH-SF, de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2001.

[12] A.Ollero,J.Aracil, and A.Garcia-Cerezo., Robust design of rule-based fuzzy controllers. *Fuzzy Sets and systems*,70:249-273,1995.

[13] Taaba Kheira. Commande d'un robot mobile et l'évitement d'obstacle. *Thèse de Magister* Département d'électronique Université de Sétif, 2005.

[14] Takagi, T., and Sugeno, M., Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control. *IEEE Trans. Syst., Man and Cyber*, Vol.1115, pp. 116-132,1985.

[15] Tanaka, K., Ikeda, T., and Wang, H. O., Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Trans.,Fuzzy, Sys*, Vol. 6 No 2, May 1998.

[16] K.Tanaka, T. Ikeda, and H.O.Wang. Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(2):1-16,1998.

[17] K.Tanaka and M.Sugeno., Stability analysis and desing of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*,45(2):135-156,1992.

[18] Tanaka, K., Wang. H.O., *Fuzzy control systems design and analysis : a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Son Eds, New York, Wiley-Interscience, 2001.

[19] L.X.Wang. *Adaptative Fuzzy Systems and Control*. PTR Prentice Hall,1994.

[20] Wang, H. O., K. Tanaka and M. Griffin, Parallel Distributed Compensation of Nonlinear Systems by Takagi-Sugeno Fuzzy Model, *Proc. Fuzz IEEE/IFES*, pp.531-538, 1995.

[21] Wang, H.O., Tanaka, K., and Griffin, M., An approach to fuzzy control of non linear systems: Stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol 4, pp.14-23, 1996.

[22] Zadeh, L.A. Information and control. *Fuzzy Sets*, No 8.pp.338-353, 1965.

[23] S.Boyd, L. El Ghaoui,. E. Feron and V.Balakrishnan., *linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, SIAM, Philadelphia,1994.

[24] Tanaka, K., Hori, T., and Wang, H.O., New parallel distributed compensation using time derivative of membership functions: a fuzzy Lyapunov approach; Decision and Control, *Proceedings of the 40th IEEE Conferenceon Decision and Control*.Vol.4, pp.3942-3947, 2001.

[25] Utkin, V.I., Variable Structure Systems with Sliding Modes. *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol. 22, pp.212-222, 1977.

[26] Manamanni, N., commandes et observateurs pour systèmes pneumatiques: Méthodologie pour la locomotion à pattes, *Thèse de doctorat* de l'Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1998.

[27] Essounbouli N. Commande adaptative floue robuste des systèmes nonlinéaires incertains. *Thèse de doctorat, CReSTIC*. Université de Reims, 2004.

[28] Alazard, D., Cumer, C., Apkarian, P., Gauvrit, M., et Ferreres G. *Robustesse et Commande Optimale*. Cepaduès, 1999.

[29] Diordiev, A., Ursaru, O., Lucanu, M., and Tigaeru,L., A hybrid PID fuzzy controller for dc/dc converters. *Inter. Symp. On Signals, Circuits and Systems*, Vol. 1, pp. 97-100, 2003.

[30] Kung, C., and Li, H., Tracking control of non linear systems by fuzzy model-based controller. *in Proc. IEEE Int. Conf*., Vol. 2, July 1997, pp.623-628.1997.

[31] Ying, H., Analytical analysis and feedback linearization tracking control of the general Takagi-Sugeno fuzzy dynamic systems. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern*.,Vol. 29, pp.290-298, 1999.

[32] Tseng, C., and Chen, B., H^{∞} decentralized fuzzy model reference tracking control design for non linear interconnected systems. *IEEE Trans., Fuzzy,Sys*., Vol. 9 No 6, pp.795-809, 2001.

[33] Tseng, C., Chen, B., and Uang, H. J., Fuzzy tracking Control Design for nonlinear Dynamic systems via T-S fuzzy model. *IEEE Trans., Fuzzy, Sys.*, vol. 9 No 3, pp. 381-392, 2001.

[34] Zheng, F., Wang, Q., and Lee, T. H., Output tracking control of MIMO fuzzy nonlinear systems using variable structure control approach. *IEEE Trans.,Fuzzy, Sys*., Vol.10 No 6, , pp. 311-324, 2002.

[35] Lam, H. K., Frank H. F. Leung, and Peter K. S. Tam., A switching controller for uncertain nonlinear systems. *IEEE Control Systems Magazine LECTURE NOTES*, pp.7-14, 2002.

[36] Taniguchi, T., Tanaka, K., Yamafuji, K., and Wang, H. O., A new PDC Fuzzy Reference Models. Proceedings IEEE International Fuzzy Systems Conference, Seoul Korea. August, 1999.

[37] Tong, S., Wang, T., Li, H.X., Fuzzy robust tracking control for uncertain nonlinear systems. *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol. 30, pp.73-90, 2002.

[38] Pagès, O., El Hajjaji, A., Ordonez. R., H infinity Tracking for fuzzy systems with an application to four Whell steering of vehicles. *IEEE; Systems,Man and Cybernetics, International Conference*.Vol.5. pp.4364-4369, 2003.

[39] Chang, W, Bae Park, J., Joo, Y. H, and Chen, G., Design of robust fuzzy model-based controller with sliding mode control for SISO nonlinear systems. *Fuzzy Sets and Systems,* Vol 125, Issue 1, pp. 1-22, 2002.

[40] Uang, H., and Huang, G.S., A robust fuzzy model following observer based control design for nonlinear system. *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications*.Vol. 1, pp. 171-176, 2004.

[41] Wu, H. S., and Leitman, G., Robust tracking and model following control with zero tracking error for uncertain dynamical systems. *Journal of optimization theory an applications*: Vol 107, No 1, pp.169-182, 2000.

[42] Tseng, C., Chen, B., and Uang, H. J., Fuzzy tracking Control Design for nonlinear Dynamic systems via T-S fuzzy model. *IEEE Trans., Fuzzy, Sys.*, vol. 9 No 3, pp.381-392, 2001.

[43] Wang. L. X, Mendel. J. M, Fuzzy basis function, universal approximation, and orthogonal least squares learning, *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 3, No. 5, pp.807-814, 1992.

[44] Kosko. B, Fuzzy systems as universal approximators, *IEEE Trans. Comput.* 43, pp.1329-1333, 1994.

[45] Rovatti. R, Fuzzy piecewise multilinear and piecewise linear systems as universal approximators in Sobolev norms, *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 6, pp. 235–249, 1998.

[46] J. M. Mendel, Fuzzy systems for engineering: A tutorial, *Proc. IEEE*, vol. 83, No.3, pp.347-377, Mars. 1995.

[47] L. X. Wang and J. M. Mendel, Generating fuzzy rules from numerical data, with applications, *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybernetics*, vol. SMC-22, pp.1414-1427, 1992.

[48] Slotine, J.E., Li, W.P., *Applied nonlinear control*. Prentice Hall, 1991.

[49] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*. New York, Springer Verlag, 1989.

[50] M. Krstic, I. Kanellakopoulos and P. Kokotovic, *Nonlinear and adaptive control design*. New York: Weley Interscience, 1995.

[51] P. Kokotovic and M. Arkac, Constructive nonlinear control: a historical perspective, *Automatica*, vol. 37, pp.637-662, 2001.

[52] M. Sugeno and G. T. Kang, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 15, pp.116-132,1985.

[53] M. Sugeno and G. T. Kang, Structure identification of fuzzy models, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 28, pp.15-33, 1988.

[54] E. H. Mamdani, Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis, *IEEE Trans. Computers*, vol. 26, No.12, pp.1182-1191, 1977.

[55] L.X. Wang, Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems," *Proc. 31st Conf. Dec. Contr.*, pp.2511-2516, 1992.

[56] J.T. Spooner and K.M. Passino, Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, pp.339-359, 1996.

[57] S. Labiod, Commande adapataive par systèmes flous: application aux robots manipulateurs, *Thèse de Magister*, ENP d'alger, 1998.

[58] Chadli, M., Stabilité et commande de systèmes décrits par de multimodèles. *Thèse de Doctorat de l'INPL*. 2002.

[59] Sastry, S., Bodson, M., *Adaptive control : Stability, Convergence and Robustness*. Prentice Hall, 1989.

[60] Guerra, T.M., Kruszewski, A., Vermeiren, L., and Tirmant, H., Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form, rapport interne du LAMIH, *Fuzzy set and systems*, 2006.

[61] T. J. Procyk and E. H. Mamdani, A linguistic self-organizing process controller, *Automatica*, vol.15, pp.15-30, 1978.

[62] K.M. Passino and S. Yurkovich, *Fuzzy Control*. Addison-Wesley Longman Inc.,1998.

[63] Babuska R, *Fuzzy and neural control*, Control engineering laboratory, Delft University, Netherlands, 2001.

[64] Goodwin. G. C, and Mayne. D. Q, A parameter estimation perspective of continuous time model reference adaptive control, *Autornatica*, vol.23, pp.57-70, 1987.

[65] Meunier. B. B, and Marsala. C, *Logique floue, principe, aide à la décision*, Paris, Hermès, 2003.

[66] Slotine. J. E, and Li. W, *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1999.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

« La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique : rien ne fonctionne... et personne ne sait pourquoi ! »

Albert Einstein

INTRODUCTION GENERALE

« Pour faire de grandes choses, il ne faut pas être un si grand génie, il ne fau pas être au dessus des hommes, il faut être avec eux »

Montesquieu