RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIQUE

UNIVERSITÉ YAHIA FARÈS DE MÉDÉA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE DES POCÉDÉS ET ENVIRONNEMNT



Cette thèse intitulée :

Effet du Comportement Rhéologique des Fluides non-Newtoniens sur la Convection Naturelle dans une Couche Poreuse.

EST PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE DOCTORAT EN 3éme CYCLE

Filière : Génie des Procédés
Spécialité : Génie des Procédés

PAR

OULD LARBI Amina

Soutenue le 17/01/2024

DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

Directeur de thèse	M. REBHI Redha	MCA	U. Médéa
Co-Directeur de thèse	M. LAIDI Maamar	Professeur	U. Médéa
Président	M.HADIDI Noureddine	Professeur	U. Médéa
Examinateur 1	M.KADDOUR Abdelmadjid	Directeur de Recherche	URAER, Ghardaïa
Examinateur 2	M.HENNICHE Rabah	MCA	U. Médéa

Remerciements

{يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ} صدق الله العظيم

Premièrement et avant tout, louange à dieu Allah le tout puissant, qui m'a accordé la force, l'énergie, le courage, l'endurance et la volonté pour l'accomplissement de ce travail.

*Mes remerciements les plus chaleureux vont plus particulièrement à mon directeur de recherche, Monsieur **REBHI REDHA**, Maître de conférences A à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour ses efforts, ses orientations ainsi que la qualité du travail qu'il m'a inculqué, pour m'avoir suivi avec patience et intérêt dans mon projet, et pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ce travail. Sans oublier son temps précieux ainsi que sa disponibilité permanente, sa contribution primordiale et ses idées originales qui ont servi à enrichir le contenu de cette thèse.*

*Je tiens également à remercier mon co-directeur, Monsieur **LAIDI MAAMAR**, Professeur à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour sa disponibilité et ses précieux conseils, ses encouragements et son assistance scientifique qui ont contribué à l'avancement de ce travail, malgré leur multiple occupation.*

*Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur **HADIDI NOUREDDINE**, Professeur à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA pour avoir accepté de présider le jury d'examen de cette thèse. Je remercie également Monsieur le professeur Monsieur **KADDOUR ABDELMADJID**, Directeur de Recherche, URAER, à l'Université de Ghardaïa, et Monsieur **HENNICHE RABAH**, Maître de conférences A à l'Université de YAHIA FARES-MEDEA, pour l'honneur qui m'ont fait d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecture de cette thèse.*

J'adresse mes vifs remerciements, au département de Génie des procédés de l'université, YAHIA FARES de MEDEA, à leurs personnels, et à toute personne ayant contribué au bon déroulement de ce travail.

Je tiens à remercier tous les membres du laboratoire de biomatériaux et phénomènes de transport (LBMPT) qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de mon travail. Toute ma reconnaissance à tous mes amis et mes collègues sans avoir oublié tous mes anciens maitres et professeurs de tous les niveaux.

Dédicace

Avec l'expression de ma reconnaissance, je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embrassés, je n'arriverais jamais à leur exprimer mon amour sincère.

***À** mes chers parents*

***P**our tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études.*

***À** mes chères tantes : **A**icha et **N**aima رحمه الله*

***M**es très chères sœurs : **N**esrine et **N**edjet*

***M**on beau-frère : **A**bd elkrim*

***P**our leurs aides et supports dans les moments difficiles.*

***À** nos adorables enfants : **A**nes ; **Y**ounes*

***À** mes chères ami (e)s*

***À** tous ceux qui me sont chers*

***À** tous ceux que j'aime et qui m'aiment.*

Résumé

Le travail de la thèse est consacré à une étude numérique de la convection doublement diffusif dans une cavité carrée avec une couche poreuse remplie d'un fluide non-newtonien et soumise à des flux de chaleur et d'air uniformes de Neumann appliqués aux parois actives de la cavité, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatiques et imperméables.

Nous avons utilisé le modèle rhéologique Carreau-Yasuda, qui convient à de nombreux fluides non newtoniens et qui est utilisé pour caractériser le comportement des fluides d'étamage par cisaillement. La méthode des différences finies est utilisée pour obtenir la solution numérique des équations générales, pour un fluide mince et cisaillant avec le modèle de Darcy et l'approximation de Boussinesq ont été utilisés pour modéliser l'écoulement convectif dans le milieu poreux.

Nous aussi également intéressés par à l'influence de divers effets et propriétés sur le transfert de chaleur et de masse, représentant une large gamme de valeurs sélectionnées, telles que les paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda, à savoir (n, E, s et a), le nombre de Rayleigh thermique, R_T, le nombre de Lewis Le, le rapport de flottabilité N, et l'angle d'inclinaison, Φ.

Les effets des paramètres directeurs mentionnés, l'intensité du flux, la viscosité apparente et les taux de transfert de chaleur et de masse, ont été illustrés et discutés en termes de contours de lignes de courant, d'isotherme, d'iso-concentration, de viscosité apparente, de profils de température et de concentration au milieu de la cavité, de nombre de Nusselt moyen et de nombre de Sherwood moyen. Les résultats indiquent une forte influence du comportement de cisaillement du fluide non newtonien sur le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle à l'intérieur de l'enceinte.

Mots clé

Convection naturelle double-diffusif, Modèle de Carreau-Yasuda, Rapport de flottabilité, Transfert de chaleur et de masse, Méthode des différences finis, Fluides non-newtoniens.

Abstract

The thesis work is devoted to a numerical study of double-diffusive convection in a square cavity with a porous layer filled with a non-Newtonian fluid and subjected to uniform

Neumann heat and air flows applied to the active walls of the cavity, while the other walls are considered adiabatic and impermeable.

We used the Carreau-Yasuda rheological model, which is adequate for many non-Newtonian fluids, and is used to characterize the behavior of the shear-tinning fluids. The finite difference method is used to obtain the numerical solution of the general governing equations, for a thin shear-thinning fluid with Darcy model and Boussinesq approximation were employed to model the convective flow in the porous medium.

We are also interested in the influence of various effects and properties on heat and mass transfer, representing a wide range of selected values, such as Carreau-Yasuda rheological parameters, namely (n, E, s and a), the thermal Rayleigh number, R_T, the Lewis number Le, the buoyancy ratio N, and inclination angel, Φ.

The effects of the mentioned governing parameters, flow intensity, apparent viscosity, and heat and mass transfer rates, were illustrated and discussed in terms of current function contours, isotherm, iso-concentration, apparent viscosity, temperature and concentration profiles in the middle of the cavity, the average Nusselt number and the average Sherwood number. The results indicate a strong influence of the shear behavior of the non-Newtonian fluid on the heat and mass transfer by natural convection inside the enclosure.

Keywords

Double-diffusive natural convection, Carreau-Yasuda model, buoyancy ratio, heat and mass transfer, finite difference Method, Non-Newtonian fluid.

الملخص

تم تخصيص عمل الأطروحة لدراسة عددية للحمل الحراري المزدوج الانتشاري في تجويف مربع بطبقة مسامية مملوءة بسائل غير نيوتوني وتخضع لتدفقات حرارة وهواء نيومان الموحدة والمطبقة على الجدران النشطة للتجويف، بينما تعتبر الجدران الأخرى ثابتة الحرارة وغير منفذة.

لقد استخدمنا نموذج الانسيابية كارو-ياسودا، وهو مناسب للعديد من السوائل غير النيوتونية والذي يستخدم لوصف سلوك سوائل القص. يتم استخدام طريقة الفروق المحدودة للحصول على الحل العددي للمعادلات العامة، لسائل رقيق باستخدام نموذج دارسي وتم استخدام تقريب بوسينيسك لنمذجة تدفق الحمل الحراري في الوسط المسامي.

نحن مهتمون أيضًا بتأثير التأثيرات والخصائص المختلفة على نقل الحرارة والكتلة، والتي تمثل مجموعة واسعة من القيم المختارة، مثل المعلمات الريولوجية كارو-ياسودا، رقم رايلي الحراري، رقم لويس، نسبة الطفو، وزاوية الميل.

تم توضيح ومناقشة تأثيرات المعلمات الحاكمة المذكورة، شدة التدفق، اللزوجة الظاهرة ومعدلات نقل الحرارة والكتلة، من حيث ملامح الوظيفة الحالية، متساوي الحرارة، متساوي التركيز، اللزوجة الظاهرة، ملامح درجة الحرارة، وملامح التركيز في وسط التجويف، متوسط رقم نسلت ورقم شيروود. تشير النتائج إلى وجود تأثير قوي لسلوك القص للسائل غير النيوتوني على الحرارة وانتقال الكتلة بالحمل الحراري الطبيعي داخل التجويف.

الكلمات المفتاحية

الحمل الحراري الطبيعي المزدوج، نموذج كارو-ياسودا، نسبة الطفو، نقل الحرارة والكتلة، طريقة الفروق المحدودة، السوائل غير النيوتوني.

Table des Matières

Résume

Abstract

ملخص

Liste des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Introduction Général……..…..1

Chapitre I : Généralité et Recherche Bibliographique

Partie A : Généralités sur les transferts de chaleurs.....4
1.Transfert de chaleur par convection 5
2.Les différents types de Convection 5
2.1.Convection naturelle (ou convection libre).....6
2.2.Convection forcée.....6
2.3.Convection mixte.....6
3.Généralités sur la convection naturelle thermosolutale.....7
4.Transfert de chaleur dans les milieux poreux 7
5.Transfert de masse dans les milieux poreux 8
6.Nombres sans dimension.....9
6.1.Nombre de Rayleigh.....9
6.2.Le Nombre de Prandtl 10
6.3.Le Nombre de Lewis 11
6.4.Le Nombre de Nusselt.....11
6.5.Le Nombre de Sherwood 12
7.L'approximation de Boussinesq 12
Partie B : Généralités sur les fluides non-newtoniens.....14
1.Eléments de rhéologie 14
2.Grandeurs caractéristique de la rhéologie 14
2.1. La contrainte de cisaillement 15

2.2. Déformation 15
2.3. Vitesse de déformation 16
2.4. La viscosité 16
2.4.1. La viscosité dynamique (viscosité absolue) 16
2.4.2. La viscosité apparente 17
2.4.3. Viscosité plastique 17
3. Classification des fluides suivantes leurs comportements 17
3.1. Fluides Newtoniens : 17
3.2. Fluides non-Newtonien : 19
3.2.1.Fluides non-newtoniens au comportement indépendants du temps 20
3.2.1.1.Fluides à contraintes critiques 20
3.2.1.1.1. Les fluides de Bingham 20
3.2.1.1.2. Les fluides de Herschel-Bulkley 21
3.2.1.1.3. Les fluides de type Casson 22
3.2.1.2.Fluides sans contraintes critiques 23
3.2.1.2.1. Fluides Rhéo-fluidifiants ou pseudo-plastiques (n>1) 23
3.2.1.2.2. Fluides Rhéo-épaississants ou dilatants (n<1) 24
3.2.2. Fluides non-newtoniens au comportement dépendants du temps 25
3.2.2.1. Fluide thixotropes 25
3.2.2.2. Les fluides anti-thixotropes : 25
3.2.2.3. Fluides Rhéopexie 26
3.2.3. Fluides non-newtoniens à comportement viscoélastique. 27
4. Modèles mathématiques pour les fluides Rhé-fluidifiant 27
4.1. Le modèle d'Oswald –de-Weale (la loi de puissance) 28
4.2. Modèle de Sisko 29
4.3. Modèle de Cross 29
4.4. Modèle d'Ellis 30
4.5. Modèle de Carreau-Bird 30
4.6. Modèle de Carreau-Yassuda 31
Partie C : Les milieux poreux 32
1. Introduction 32
2. Définition des milieux poreux 32
3. Les différentes échelles d'un milieu poreux 33

4. Domaine d'application des milieux poreux 33
5. Classification des milieux poreux 34
6. Propretés structurales et thermo-physique d'un milieu poreux 34
6.1. Le volume élémentaire représentatif (V.E.R) 34
6.2. La porosité 35
6.3. Perméabilité 36
6.4. La tortuosité 38
6.5. La surface spécifique 38
7. Les modèles d'écoulement dans les milieux poreux 39
7.1. Modèle de Darcy (1856) 39
7.2. Modèle de Darcy - Forchheimer (1901) 41
7.3. Modèle de Darcy-Brinkman-Wooding (1947) 41
7.4. Modèle général ou modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer 42
7.5. Modèle général pour les fluides non-newtoniens en milieux poreux 43
8. Régimes d'écoulement dans les milieux poreux 43
8.1. Écoulement rampant ou écoulement de Darcy 43
8.2. Régime d'écoulement inertiel (Régime de Forchheimer) 44
8.3. Régime laminaire stationnaire 44
8.4. Régime instationnaire et chaotique 44
8.5. Transition à la turbulence 45
Synthèse bibliographique 46
Conclusion 52

Chapitre II : Description Du Problème et Modèle Mathématique

2.1. Modèle mathématique 54
2.1.1 Géométrie et modèle physique 54
2.1.2 Hypothèse simplificatrices 55
2.2. Equations gouvernantes dimensionnelles 56
2.3. Equations gouvernantes adimensionnelles 58
2.4. Les paramètres adimensionnels de contrôle du problème 59
2.5. Équation de transport sans dimension dans la formulation de la fonction de courant 60
2.6. Conditions aux limites 61
2.7. Coefficients de transfert de chaleur et de masse 61
Conclusion 61

Chapitre III : Solution Numérique

3.1. Méthodologie numérique 63
3.1.1. Méthode des éléments finis 63
3.1.2. Méthode des volumes finis 64
3.1.3. Méthode des différences finies 65
3.2. Discrétisation des équations gouvernantes 66
3.2.1. Discrétisation des équations de conservation 66
3.2.2. Discrétisation de l'équation d'énergie 67
3.2.3. Discrétisation de l'équation de concentration 69
3.2.4. Discrétisation de l'équation du mouvement 71
3.3. Discrétisation des champs de vitesse 72
3.4. Discrétisation des conditions aux frontières 72
3.5. Discrétisation des conditions aux limites 73
3.6. Validation du code de calcul 74
3.7. Organigramme de calcul 75
3.8. Validation du code numérique 77
Conclusion 78

Chapitre IV : Interprétation et Discussion des Résultats

4.1. Influence des paramètres rhéologiques sur la structure de l'écoulement 79
4.1.1. Effet de l'indice de loi de puissance, n 79
4.1.2. Effet du nombre de constante de temps, E 80
4.1.3. L'impact des différents paramètres, s 81
4.1.4. Effet du paramètre, a 82
4.2. Effet des paramètres rhéologiques sur les profils de la fonction courant, la viscosité apparente, la température et la concentration 84
4.2.1. Influence de l'indice de la loi de puissance, n 84
4.2.2. Influence de la constante de temps, E 85
4.2.3. Effet du paramètre, s. 86
4.2.4. Influence du paramètre, a 88
4.3. Influence des paramètres Rhéologique de Carreau-Yasuda (n, E, s, et, a) sur le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ 89
4.4. Influence des paramètres rhéologiques et du nombre de Rayleigh sur l'apparition de la convection 90

4.4.1. Influence des paramètres, n, et, R_T, sur l'apparition de la convection 90
4.4.2. Influence de paramètre, E, sur l'apparition de la convection 91
4.4.3. Influence de paramètre, s, sur l'apparition de la convection 92
4.4.4. Influence de paramètre, a, sur l'apparition de la convection.....94
4.5. Influence des paramètres, n, et du rapport de flottabilité, N, sur l'apparition de la convection 95
4.6. Effet de nombre de Lewis, $\boldsymbol{Le}$, sur l'apparition de la convection 98
4.7. Effet de l'angle d'inclination, γ, sur l'apparition de la convection.....99
Conclusion générale 101
Références 104

Liste des figures

Figure 1.1 : Schéma du transfert de chaleur par convection 5
Figure 1.2 : Les deux modes de transfert de chaleur par convection. 6
Figure 1.3 : Transfert de masse dans un mélange gazeux 9
Figure 1.4 : Déformation de cisaillement. 15
Figure 1.5 : Représentation schématique d'une expérience de cisaillement de fluide entre deux plans. 18
Figure 1.6 : Rhéo-gramme d'un fluide Newtonien. 19
Figure 1.7 : Aspect général d'une courbe de débit. 20
Figure 1.8 : Rhéogramme typique d'un fluide de Bingham. 21
Figure 1.9 : Rhéogramme typique d'un fluide de Herschel-Bulkley. 22
Figure 1.10 : Rhéogramme typique d'un fluide de Casson 22
Figure 1.11 : Rhéo-grammes types pour différents fluides sans contraintes critiques 23
Figure 1.12 : Rhéo-gramme d'un fluide rhéo-fluidifiant. 24
Figure 1.13 : Fluide Rhéo-épaississant. 24
Figure 1.14 : Viscosité apparente en fonction du temps à vitesse de cisaillement constante 25
Figure 1.15 : Représentation schématique de la courbe $\tau = f(\gamma)$ pour le comportement dépendant du temps. 26
Figure 1.16 : Classification des fluides non-newtoniens 27
Figure 1.17 : Schématisation d'un milieu poreux selon Coussy. 32
Figure 1.18 : Représentation schématique du volume élémentaire représentatif 35
Figure 1.19 : Définition schématique de la tortuosité. 38
Figure 1.20 : Dispositif experimental pour la loi de Darcy 1856 40
Figure 2.1 : Géométrie du modèle physique. 55
Figure 3.1 : Maillage utilisé en différences finies…..66
Figure 3.2 : Organigramme de la résolution générale……...76
Figure 4.1 : Effet de différentes valeurs de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les contours de la viscosité apparente ……80
Figure 4.2 : Effet du nombre de constantes de temps, E, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les contours de la viscosité apparente…….....81

Figure 4.3 : Impact du différent paramètre, s, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les contours de la viscosité apparente……..…82
Figure 4.4 : Effet du différent paramètre, a, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les courbes de viscosité apparente ……...……..…….....83
Figure 4.5 : Effet de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement, ψ (b) la viscosité apparente, μ, (c) la température, T, et (d) la concentration, C, ……...85
Figure 4.6 : Influence des différents paramètres de la constante de temps, E, sur : (a) la fonction de flux, ψ (b) la viscosité apparente, μ, (c) la température, T, et (d) la concentration, C, ….....86
Figure 4.7 : Impact du rapport entre les viscosités à taux de cisaillement infini et nul, s, sur (a) la fonction de flux, ψ, (b) la viscosité apparente, μ, (c) la température, T, et (d) la concentration, C,…… ……87
Figure 4.8 : Effet du paramètre a sur : (a) la fonction de flux, ψ, (b) la viscosité apparente, μ, (c) la température, T, et (d) la concentration, C, ……..…88
Figure 4.9 : Affichage de la viscosité apparente, μ, avec le taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$, sur : (a) effet de, n, (b) effet du paramètre de constante de temps, E, (c) effet de, s, et (d) effet de, a,....90
Figure 4.10 : Effet de, R_T, et de l'indice de puissance, n, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu,……...…….91
Figure 4.11 : Effet du paramètre, E, et de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu, ……...……92
Figure 4.12 : Effet du rapport des viscosités à taux de cisaillement infini et nul, , et de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, ……..…93
Figure 4.13 : Effet du paramètre, a, et de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu…….……...95
Figure 4.14 : Influence du rapport de flottabilité, N, et, n, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu,……..……...97
Figure 4.15 : Diagramme de Lignes de courant, isothermes, iso-concentrations et viscosité apparente dans le sens des aiguilles d'une montre ($N > 0$) et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ($N < 0$)……97

Figure 4.16 : Effet de, *Le*, et de l'indice de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, *Sh*, et (d) le nombre de Nusselt,……..……...99

Figure 4.17 : impact de l'ange incliné, γ, et, n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, *Sh*, et (d) le nombre de Nusselt, *Nu*,……..……..100

Liste des Tableaux

Tableau 1.1 : Valeur moyenne de la porosité pour quelques matériaux..... 36

Tableau 1.2 : perméabilités de quelques milieux poreux..... 37

Tableau 3.1 : Comparaison de ψ_0, Nu, Nu_m et μ avec des résultats numériques d'études antérieures pour des conditions limites thermiques de Neumann,…….77

Tableau 3.2 : Comparaison de ψ_0, Nu, Nu_m et μ avec des résultats numériques d'études antérieures pour des conditions limites thermique de Dirichlet,..…….……77

Tableau 3.3 : Étude de sensibilité de la grille pour R_T=50, Le=10, N=−0.5, n=0.6, E=0.2, s=10−2, a=2……...……..78

Tableau 3.4 : Validation du code numérique en termes de fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψ_{max}, de nombre de Nusselt, Nu_m, et le nombre de Sherwood, Sh_m……..……78

NOMENCLATURE

A	Surface de contact [m^2].
As	La surface spécifique [m^2].
C	Concentration adimensionnelle.
Cp	La chaleur massique [$j.Kg^{-1}.K^{-1}$].
D	Diffusivité de masse.
Da	Nombre de Darcy.
D_e	La diffusivité massique effective
F	Force [$kg\ m\ s^{-2}$].
g	Constante gravitationnelle [$m\ s^{-2}$].
Gr	Nombre de Grashof.
h	Coefficient de transfert thermique [$W\ m^{-2}\ K^{-1}$].
k	Conductivité thermique du fluide [$W\ m^{-1}\ K^{-1}$].
K	La perméabilité [m^2].
K_c	Coefficient de transfert de masse.
k_e	Conductivité thermique effective [$W\ m^{-1}\ K^{-1}$].
L	Longueur caractéristique [m].
L_c	Longueur caractéristique[m].
Lc	Longueur caractéristique [m].
L_e	Longueur moyenne[m].
Le	Nombre de Lewis.
m	Indice de la consistance
n	Indice de la loi en puissance, paramètre réel.
N	Le rapport de buoyancy.
$Nu(x)$	Nombre de Nusselt local.
Nu_m	Nombre de Nusselt moyen.
P	Pression sans dimension.
P_d	Pression dynamique.
Pe	La pression statique du fluide à l'entrée du lit.
Pr	Nombre de Prandtl.
Ps	La pression statique du fluide à la sortie du lit.
q	Flux de chaleur constant par unité de surface [W / m^2].

Q	Quantité de chaleur [W m^{-1}].
R_T	Nombre de Rayleigh thermique.
Re	Nombre de Reynolds.
R_{TC}	Nombre de Rayleigh critique.
R_{TC}^{sub}	Nombre de Rayleigh sous-critique.
R_{TC}^{sup}	Nombre de Rayleigh supercritique.
$Sh(x)$	Nombre de Sherwood local.
Sh_m	Nombre de Sherwood moyen.
t	Temps adimensionnelle.
T	Température adimensionnelle.
T_{ext}	Température du fluide loin de la paroi [k].
T_p	Température de la paroi [k].
u	Composante de la vitesse adimensionnelle, direction x.
v	Composante de la vitesse adimensionnelle, direction y.
V_{pore}	Volume des pores [m^3].
V_{total}	Volume total de la matrice poreuse [m^3].
V_T	Le volume total [m^3].
x, y	Coordonnées cartésiennes à partir du centre de la cavité.
ΔC	Différence de concentration.
ΔT	Différence de concentration.

Lettres Grecques :

ρ	Masse volumique du fluide [kg m^{-3}].
$\mathcal{E}$	Porosité du milieu poreux.
ε_t	La Porosité totale.
ε_e	La porosité effective.
N	Viscosité cinématique [m^2/s].
A	Diffusivité thermique [m^2/s].
B	Coefficient de dilatation thermique [K^{-1}].
μ	La viscosité dynamique [N.s/m^2].
α	La diffusivité thermique [m^2/s].
λ	La conductivité thermique [w.m^{-1}.K^{-1}].

β_T	Le coefficient de dilatation thermique.
β_S	Le coefficient d'expansion massique.
θ	Angle d'inclinaison de la cavité.
$(\rho C_p)_e$	Capacité calorifique effective.
τ	La contrainte de cisaillement.
τ_0	La contrainte seuil d'écoulement.
$\dot{\gamma}$	La vitesse de cisaillement.
μ_a	La viscosité apparente.
μ_p	La viscosité plastique.
μ_0	Viscosité à cisaillement nul.
μ_∞	Viscosité à taux de cisaillement infini.
$\tau_{géom}$	La tortuosité.
ω	Le coefficient de sur-relaxation.
ψ	Fonction du courant adimensionnelle.

Exposants :

$*$	Valeur estimées.
$'$	Valeur corrigées.
o	Indices de références.
max	Maximal.
min	Minimal.
moy	Moyen.
Sub	Sous-critique.
Sup	Supercritique.

INTRODUCTION GENERALE

L'étude du phénomène de la convection naturelle, d'origine thermique ou d'origine thermique et solutale intéressait et intéresse encore de nombreux scientifiques et industriels par ses applications dans plusieurs secteurs industriels tels que la croissance cristalline, la convection solaire, la pollution des sols et la géologie…etc. La recherche dans ce domaine s'étend sur plus d'un siècle. Depuis la découverte de ce phénomène par l'expérience de Bénard [1] et l'analyse théorique de Rayleigh [2] au début du XXe siècle, jusqu'à présent, de nombreux travaux ont été menés.

La convection naturelle est observée lorsqu'un champ de gradient thermique est appliqué à un fluide. La différence de densité qui en résulte peut dans certains cas conduire au mouvement naturel de la matière, du fait de la poussée d'Archimède, la matière a tendance à monter lorsqu'elle est chaude, et à retomber une fois refroidie, créant un mouvement circulaire, pour assurer l'échange de chaleur entre les substances chaudes et froid. Par exemple, l'air à l'intérieur des maisons, l'atmosphère, l'eau dans une casserole, ou encore les rivières et des océans sont autant d'exemples ou ce phénomène se manifeste. Ce type de transport convectif dans des milieux fluides ou poreux a attiré l'attention des chercheurs depuis des décennies en raison de ses applications dans un large éventail de domaines [3].

Un autre type de transport convectif dans les milieux fluides ou poreux a attiré l'attention des chercheurs ces dernières années : la convection à double diffusion ou thermosoluté, a été découverte pour la première fois en 1959 par Stommel [4], puis formulée mathématiquement par Stern [5], se produit en présence de deux composants différents, combinant les forces de la poussée thermique due au gradient thermique et de la poussée solutale due au gradient de concentration. Ce phénomène donne lieu à un comportement dynamique intéressant, Ceci est principalement dû à sa présence dans de nombreuses applications industrielles telles que : les procédés de séparation en industries chimiques et pétrolières, le stockage des déchets nucléaires, la dispersion des contaminants chimiques dans les couches d'eau souterraine, la migration de l'humidité à travers les isolations fibreuses, les processus de séchage, les opérations de dessalement de l'eau de mer [6]. Etc.

L'étude de la convection thermosolutale dans les milieux poreux fait actuellement l'objet de nombreux travaux au niveau international. Elle consiste à étudier les mouvements convectifs induits dans un milieu poreux par un gradient de température et un gradient de concentration

(causée par la variation de la température et/ou de la concentration de solutés en présence d'un champ gravitationnel) [7].

La résolution du problème typique de convection thermo-solutale (double diffusion) en milieu poreux implique la prédiction des champs de température, de concentration ainsi que la force de l'écoulement en fonction de divers paramètres du problème. Elle permet également de prédire les taux de transfert de chaleur et de masse au niveau de la paroi active traduits, respectivement, par les nombres de Nusselt et de Sherwood [8].

Compte tenu du développement de la science dans divers domaines, il est devenu nécessaire d'étudier les propriétés et le comportement de certains fluides. Il est bien connu que la plupart des fluides rencontrés dans les applications chimiques ne satisfont pas à la loi de Newton et sont donc connus sous le nom de fluides non-newtoniens, qui sont des fluides aux propriétés complexes, car leur viscosité dépend non seulement de la température, mais aussi des conditions d'écoulement auxquelles ils sont soumis. En raison des applications importantes de ce type de fluide, des efforts considérables ont été consacrés à l'analyse et à la compréhension de sa physique. Plusieurs modèles mathématiques ont été proposés pour expliquer leur comportement rhéologique. L'un d'entre eux, le modèle de la loi de puissance, est largement utilisé et fréquemment rencontré dans les procédures de génie chimique [9].

L'objectif de l'étude

L'objectif de cette étude est d'étudier le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle à l'intérieur d'une cavité carrée saturée dans un milieu poreux rempli d'un fluide non-newtonien. Le modèle Carreau-Yasuda est adopté pour représenter le comportement des fluides non newtoniens. Les parois actives de la cavité sont soumises à des conditions aux limites thermiques et solutales de type Neumann (flux de chaleur et de concentration constants). La méthode numérique utilisée pour résoudre l'ensemble des équations gouvernantes fait appel à la méthode des différences finies à précision temporelle.

Notre étude porte essentiellement sur L'effet de différents paramètres de contrôle, à savoir le nombre de Rayleigh thermique Ra_T, le rapport de flottabilité, N, le nombre de Lewis, Le, l'angle d'inclinaison de la cavité, Φ, et différents paramètres C-Y (n, E, a et s) sur la structure de l'écoulement, ainsi que sur le taux de transfert de chaleur et de masse.

Contenu de la thèse

Pour atteindre ces objectifs, le travail présenté dans cette thèse de doctorat est organisé en quatre chapitres plus une introduction générale et une conclusion générale.

Ce manuscrit est structuré comme suit :

- **Le premier chapitre** est divisé en trois parties, la première étant consacrée à la présentation du contexte bibliographique du transfert thermique, en se concentrant sur la convection naturelle et thermo-solutale dans les milieux poreux. Dans la deuxième partie, nous passons en revue les modèles rhéologiques et les propriétés des fluides newtoniens et non newtoniens. Quant à la partie suivante elle est dédiée aux caractéristiques des milieux poreux. Des synthèses bibliographiques des recherches antérieures dans ce domaine sont présentées afin de les prendre en compte pour orienter nos recherches vers des aspects non abordés dans la littérature.
- **Le second chapitre** est consacré à la modélisation mathématique et physique du problème dans lequel nous présentons les équations générales de la conservation qui régissent ce type d'écoulement instationnaire dans les milieux poreux sur la géométrie proposé à savoir, l'équation de continuité, les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration ainsi que les conditions aux limites imposées sont présentées en détail.
- **Le troisième chapitre** est consacré à la présentation de la méthode des différences finies et sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que la validation de notre algorithme de calcul.
- **Le quatrième chapitre** présente les principaux résultats numériques de cette étude sous forme de graphiques. Les différents résultats sont commentés, interprétés et analysés pour le cas non newtonien.
- Nous terminons cette thèse par une conclusion générale résumant les résultats obtenus au cours de cette étude et enfin pour clôturer nous proposons quelques perspectives.

Chapitre I : Généralité et Recherche Bibliographique

Ce chapitre est divisé en trois parties A, B et C. Tout d'abord, nous donnerons un aperçu du transfert de chaleur, de la double diffusion et de la convection thermo-solutée dans les milieux poreux, suivi d'un aperçu des modèles rhéologiques et des propriétés des fluides non newtoniens présentés dans la section B.

Enfin, la section suivante est consacrée aux caractéristiques des milieux poreux. Ce chapitre présente une synthèse bibliographique de travaux théoriques, expérimentaux et numériques liés à la convection thermique et/ou solution sur les axes susmentionnés.

Partie A : Généralité sur les transferts de chaleurs

1.1. Transfert de chaleur par convection

Le transfert de chaleur est l'un des modes d'échange d'énergie les plus connus. Lorsqu'il y a une différence de température entre deux points d'un système, le système le plus chaud transfère la chaleur au système le plus froid. Il y a une tendance à égaliser la température pour atteindre l'équilibre thermique ou la stabilisation du transfert de chaleur. Généralement, la propagation de l'énergie thermique se fait par trois mécanismes : (i) la conduction, (ii) la convection et (iii) le rayonnement. Dans notre étude, nous nous concentrerons sur la convection

La convection est un mode de transfert caractérisé par la propagation de la chaleur dans un fluide (gaz ou liquide) dans lequel des molécules sont en mouvement. Il se produit lorsqu'un fluide, un liquide ou un gaz est en mouvement et présente une inhomogénéité spatiale de température. La convection implique notamment un échange de chaleur entre des parois et un fluide en mouvement. Des exemples de convection dans la vie quotidienne sont le chauffage électrique, la fumée montante, les lampes à lave, etc. [10].

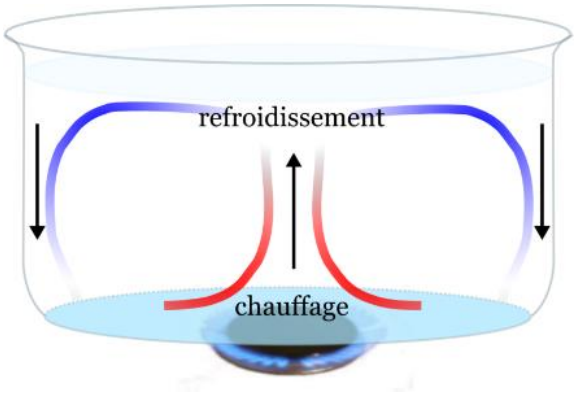


Figure 1.1 : Schéma du transfert de chaleur par convection [11].

1.2. Les différents types de Convection

En fonction de l'origine du mouvement de fluide, on distingue trois modes de convection, forcée, naturelle et mixte. La convection est appelée convection naturelle (ou convection libre) lorsque le flux de courant se produit dans un fluide simplement en raison des différences de densité causées par les gradients de température. En revanche, si le mouvement du fluide est provoqué par une action extérieure telle qu'une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé

convection forcée. La convection est dite mixte si les deux modes de convection naturelle et forcée coexistent avec des ordres de grandeurs comparables [12].

1.2.1. Convection naturelle (ou convection libre)

Dans ce type de convection, le mouvement est causé par des changements de densité du fluide avec la température ; ce changement crée un champ gravitationnel qui détermine le déplacement des particules de fluide. Ils sont à l'origine de certains phénomènes océanographiques (courants océaniques), météorologiques (tempêtes) et géologiques (remontées magmatiques).

Les mouvements convectifs naturels induits par les gradients de température peuvent être classés en deux catégories, selon que la configuration dans laquelle ils se développent (géométrie, température, pression, etc.) permet l'équilibre hydrostatique [10].

1.2.2. Convection forcée

Contrairement à la convection naturelle, on parle de convection forcée lorsque le mouvement convectif provient d'une source extérieure (ex : une pompe), et que le flux persiste même en l'absence de gradient de température. Voici quelques exemples de convection forcée dans les appareils : chauffage central avec suppresseurs, radiateurs électriques avec soufflantes, chauffe-eau solaires et fours à convection sur table de cuisson. Le corps humain possède son propre système de convection forcée et de circulation sanguine [13].

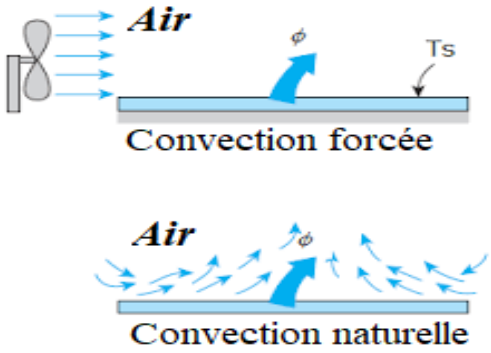


Figure 1.2 : Les deux modes de transfert de chaleur par convection [14].

1.2.3. Convection mixte

La convection mixte est le phénomène de couplage de deux convections, à savoir la convection libre et la convection forcée, qui peut être décrite comme un cas général de

convection (libre et forcée), lorsque la vitesse d'écoulement est virtuelle, puisque les deux convections sont considérées séparément, du même ordre de grandeur [15].

1.3. Généralités sur la convection naturelle thermosolutale

La convection naturelle est créée en appliquant des gradients de température et des gradients de concentration à tout fluide dans un champ gravitationnel. Son contenu est généralement un milieu fluide ou un milieu poreux saturé de fluides. Ce phénomène bien connu a été largement étudié dans le passé. Ces gradients (température et concentration) créent une distribution non uniforme de la densité du mélange, qui à son tour crée un mouvement convectif sous la force de gravité. Ces deux gradients peuvent agir ensemble ou de manière opposée selon la situation, entraînant des comportements dynamiques intéressants et complexes.

La convection naturelle thermosolutale a suscité un grand intérêt ces dernières années principalement en raison de sa présence dans diverses applications industrielles telles que : le stockage des déchets nucléaires, les procédés de séchage, les procédés de séparation dans l'industrie chimique et pétrolière, les opérations de dessalement, le gaz liquéfié lors du stockage, l'absorption ou pompes à chaleur à adsorption, exploration pétrolière afin d'augmenter la rentabilité des investissements d'exploration par une meilleure connaissance des gisements [16].

1.4. Transfert de chaleur dans les milieux poreux

L'hétérogénéité des milieux poreux peut parfois conduire à des écarts considérables entre l'écoulement macroscopique et le transport réel lors de la convection. C'est pourquoi le concept de bilan thermique local a été introduit.

Comme les équations décrivant l'écoulement des fluides dans les milieux poreux, la conversion de l'équation d'énergie pour le transfert de chaleur dans les milieux poreux nécessite le concept d'un continuum fictif (VER), équivalent à un milieu poreux réel. Ce concept a été largement étudié par certains chercheurs [17].

- Carbonell et whitaker (1984) ont proposé des conditions d'équilibre thermique pour les mesures de temps et de longueur.
- Bennacerallah (1994) et kaviany (1995) ont étudié la condition d'équilibre et l'ont trouvée satisfaisante dans l'état instable.

- Chang et al (1990) ont trouvé que l'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue en prenant la moyenne des équations d'énergie dans chaque phase et dans un volume élémentaire représentatif. Il prend la forme suivante :

$$(\rho C_P)_e \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)\vec{V}\vec{\nabla}T = k_e \nabla^2 T \tag{1.1}$$

ρ : Masse volumique du fluide ;

k_e : conductivité thermique effective ;

$\mathcal{E}$: porosité du milieu poreux ;

$(\rho C_p)_e$: Capacité calorifique effective.

$$(\rho C_P)_e = \varepsilon(\rho C_p) + (1-\varepsilon)(\rho C_p)_s \tag{1.2}$$

Cette équation décrivant le transfert de chaleur dans les milieux poreux est dérivée en supposant les conditions suivantes [9] :

✓ Le terme de dissipation visqueuse est négligeable, cette hypothèse est raisonnable si le débit de filtration reste relativement faible et le fluide n'est pas trop visqueux.

✓ Les propriétés thermiques des phases solide et liquide sont supposées constantes et indépendantes de la température.

✓ Aucune source de chaleur interne.

1.5. Transfert de masse dans les milieux poreux

Le transfert de masse est traduit par le mouvement des composants du soluté d'une zone à l'autre dans un fluide. Semblable au transfert de chaleur, la masse diffuse dans le sens de la diminution du gradient de concentration existant et s'arrête lorsque ce dernier s'annule.

Le transfert de masse se produit de deux manières différentes, selon la mobilité ou l'immobilité du fluide porteur. Le transfert de masse se produit par convection de soluté si le fluide est en mouvement et par diffusion moléculaire si le fluide est au repos. Ainsi, par exemple, si l'on considère une cavité contenant deux gaz A et B à la même température et pression et initialement séparés par une cloison (Fig 1.3), une fois que ces deux gaz entrent en contact, un transfert de masse se produit, la concentration décroissant dans le sens. La mobilité

moléculaire dans un liquide est inférieure à celle dans un gaz, c'est pourquoi le coefficient de diffusion dans la phase liquide est bien inférieur à celui dans la phase gazeuse [17].

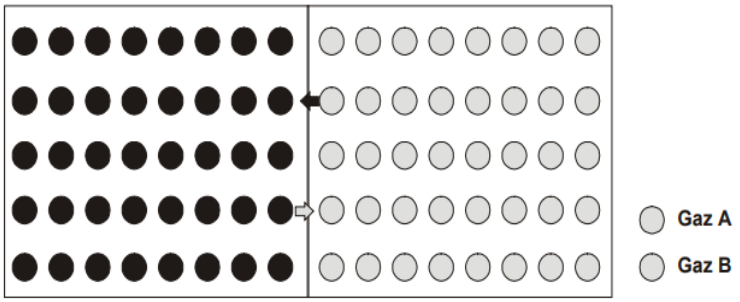


Figure 1.3 : Transfert de masse dans un mélange gazeux [17].

Dans le cas des milieux poreux, l'écoulement du fluide se fait à travers les pores, et la modélisation de ce phénomène se fait en introduisant des valeurs de porosité lors de l'écriture de l'équation de concentration totale en fluide. L'équation de transfert de masse s'écrit comme suit [9] :

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \vec{V}\vec{\nabla}C = \nabla\left(D_e \vec{\nabla}C\right) \tag{1.3}$$

Où $D_e=\varepsilon D$ est la diffusivité massique effective dans le milieu poreux.

1.6. Nombres sans dimension

La mécanique des fluides utilise généralement des nombres sans dimension pour décrire le système à l'étude. En effet, cela permet de s'affranchir des propriétés du fluide et de la géométrie de la cavité dans laquelle se produit l'écoulement, permettant de comparer les résultats d'expériences réalisées avec différents fluides. Nous présentons maintenant les principaux nombres sans dimension utilisés dans ce manuscrit [18].

1.6.1. Nombre de Rayleigh

Ce nombre caractérise l'importance du phénomène convectif. Il exprime la relation entre l'effet de poussée d'Archimède (la force motrice exercée sur le fluide) et l'effet de dissipation (la diffusion de la chaleur et du mouvement).

Si la quantité de *Ra* est inférieure à la valeur critique *Rac*, le transfert d'énergie thermique s'effectue essentiellement par conduction, au-dessus de cette valeur, la convection naturelle devient importante [15].

$$Ra = \frac{g\beta L^2 \left(T_p - T_{ext}\right)}{v.a} = Gr.\Pr \tag{1.4}$$

Avec :

Gr : Nombre de Grashof ;

Pr : Nombre de Prandtl ;

L : longueur caractéristique [m] ;

g : Constante gravitationnelle ;

T_p : Température de la paroi K ;

T_{ext} : Température du fluide loin de la paroi K ;

v : viscosité cinématique [m^2/s] ;

α : diffusivité thermique [m^2/s] ;

β : coefficient de dilatation thermique [K^{-1}].

Sachant que :

$$Gr = \frac{\rho^2 g\beta L^3 \Delta T}{\mu^2} \tag{1.5}$$

Avec :

ρ : masse volumique [Kg/m3] ;

μ : La viscosité dynamique [$N.s/m^2$].

1.6.2. Le Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl est un nombre sans dimension qui identifie également la couche limite. Il exprime le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique. Le nombre de Prandtl peut aussi s'écrire [15] :

$$\Pr = \frac{v}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \tag{1.6}$$

Avec :

v : La viscosité cinématique [m^2/s] ;

α : La diffusivité thermique [m^2/s] ;

μ : La viscosité dynamique [$N.s/m^2$] ;

C_p : La chaleur massique [$j.Kg^{-1}.K^{-1}$] ;

λ : La conductivité thermique [$w.m^{-1}.K^{-1}$].

Plus le nombre de Prandtl est grand, plus le champ thermique est affecté par la cinématique. Inversement, plus le nombre de Prandtl est petit, plus l'influence du champ de vitesse sur le champ thermique rapidement établi est faible. Le nombre de Prandtl associé aux métaux liquides est très faible et on trouve Pr = 0,01 pour le mercure. Le nombre d'huiles de Prandtl peut varier en valeur de 1 à plusieurs milliers. Les gaz et l'eau ont un Prandtl du même ordre [18].

1.6.3. Le Nombre de Lewis

Indique le rapport entre la diffusivité de la conduction thermique et la conductivité massique. Le nombre de Lewis est défini comme suit [18] :

$$Le = \frac{\alpha}{D} \tag{1.7}$$

Avec :

α : Diffusivité thermique ;

D : Diffusivité de masse.

1.6.4. Le Nombre de Nusselt

Ce nombre est défini par le rapport du flux transmis par convection à celui transmis par condution. Dans le cas de la conduction pure, le nombre de Nusselt a une valeur égale à l'unité, alors que dans le cas de la convection il aura une valeur supérieure à l'unité [19] :

$$Nu = \frac{hL_c}{k} \tag{1.8}$$

Avec :

h : Coefficient de transfert thermique ;

L_c : Longueur caractéristique ;

k : Conductivité thermique du fluide.

1.6.5. Le Nombre de Sherwood

Le nombre de Sherwood (*Sh*) est un nombre sans dimension utilisé dans les opérations de transfert de masse. Il exprime le rapport entre le transfert de masse par convection à celui par diffusion. Si seule la diffusion était responsable du transfert de masse, le nombre de Sherwood serait 1.

Le nombre de Sherwood est donné par la formule [15] :

$$sh = \frac{k_c L_c}{D} \tag{1.9}$$

Avec :

K_c : Coefficient de transfert de masse ;

Lc : Longueur caractéristique ;

D : Coefficient de diffusion.

1.7. L'approximation de Boussinesq

En 1903, en même temps que Rayleigh s'intéresse à la convection, Boussinesq propose une simplification de ces équations afin de ne retenir que les composantes nécessaires et suffisantes de la convection thermique. Cette approximation suppose que diverses propriétés thermodynamiques et de transport du fluide sont indépendantes de la température et de la pression, et que le fluide est incompressible. Il ignore également les changements de densité, lorsqu'ils ne sont pas multipliés par la gravité g, et considère que la masse volumique est linéaire avec la température et la concentration [8].

Dans l'étude des phénomènes de convection naturelle, c'est la densité qui évolue sous l'action des gradients de température et de concentration, entraînant un mouvement convectif dans un espace clos. Par conséquent, la densité apparente doit être fonction de la température et de la concentration, nécessitant une équation d'état pour compléter les équations de masse et de quantité de mouvement et la conservation de l'équation d'énergie. Ces variations de densité sont ensuite approchées par un développement de Taylor du premier ordre [20] :

$$\rho = \rho_0\left(1 - \beta_T\left(T - T_0\right) - \beta_s\left(C - C_0\right)\right) \tag{1.10}$$

Où ρ_0 est la densité à la température de référence et les fractions de masse, T_0 et C_0 sont des valeurs de référence (valeurs initiale ou moyenne), β_T le coefficient de dilatation thermique du fluide ou du mélange de fluides et β_S est le coefficient d'expansion massique exprimée sous la forme suivante :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{C,T} \tag{1.11}$$

$$\beta_s = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial C}\right)_{T,C} \tag{1.12}$$

Cette approximation est valable lorsque l'écart de température entre les parois chaudes et froides est inférieur à 30° ($\Delta T/T$<0.1). L'hypothèse de base de Boussinesq est que "ρ" est constant à l'exception du terme de poussée d'Archimède. En supposant que les propriétés thermo physiques du fluide sont calculées à la température de référence T_0, à l'exception de la densité « ρ » dans cet item, la densité varie linéairement avec la température.

En général, pour la plupart des fluides, une augmentation de la température entraîne une diminution de la densité du fluide. Cela est dû au fait du coefficient de dilatation thermique. Pour tous les liquides, β_T est généralement positif, à l'exception de l'eau entre 0°C et 4°C. Cependant, β_s peut être négatif ou positif, selon le fluide considéré.

Partie B : Généralité sur les fluides non-newtoniens

1.1. Eléments de rhéologie

Le terme rhéologie a été créé aux Etats-Unis en 1929 par Eugene Cook Bingham (1878-1945), à partir du verbe grec "rhéo", qui signifie "couler" et "logos". Cette science étudie le comportement des fluides et leurs propriétés physiques afin de mieux comprendre les phénomènes qui régissent ces fluides. Ces dernières années, elle a pris une importance considérable dans diverses branches de la mécanique, de la physique, de la biologie, de la chimie, etc. Elle étudie la relation entre les contraintes et les déformations dans les fluides [21].

La rhéologie se divise en plusieurs études :

- Rhéologie expérimentale : détermination expérimentale de la relation comportementale (entre contrainte et déformation ou vitesse de déformation).
- Rhéologie structurale : Interprétation du comportement basée sur la structure du matériau.
- Rhéologie théorique : Fournit un nombre limité de modèles mathématiques de comportement indépendant de la microstructure.

La rhéologie traite de tous les aspects de la matière, qu'elle soit liquide ou solide, et sa capacité à analyser les problèmes liés aux substances dont l'apparence suppose un état intermédiaire entre un solide parfaitement élastique et un liquide parfaitement visqueux est particulièrement intéressante. Tels que solide pâteux et liquide épais.

Cette classe de substances est à l'origine de nos recherches, formant une large classe de fluides dits « non newtoniens », dont le comportement rhéologique est assez différent de celui des liquides parfaitement visqueux (newtoniens).

1.2. Grandeurs caractéristique de la rhéologie

La rhéologie comprend plusieurs grandeurs dynamiques et cinématiques, à connaître [21] :

- la contrainte de cisaillement ;
- la déformation ;
- la vitesse de déformation ;

- la viscosité.

1.2.1. La contrainte de cisaillement

Est la contrainte appliquée parallèlement ou tangentiellement sur l'élément de surface (infiniment petit), par opposition à la contrainte normale appliquée perpendiculairement. C'est la force divisée par la surface, et a donc l'amplitude de la pression, mesurée en pascals. Pour les fluides newtoniens, la relation entre la contrainte de cisaillement et le gradient de vitesse est [15] :

$$\tau = \frac{dF}{dS} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \left[N / m^2 \right] \tag{1.13}$$

1.2.2. Déformation

La déformation est le changement de déplacement lors du passage d'une couche à une couche infiniment plus proche, et ce changement caractérise un mouvement de cisaillement pour lequel les différentes couches ont des déplacements par rapport aux autres couches [22].

Considérons deux points m_1 et m_2 de deux couches fluides adjacentes C_1 et C_2 appartenant respectivement à un écoulement unidimensionnel tel que [21] :

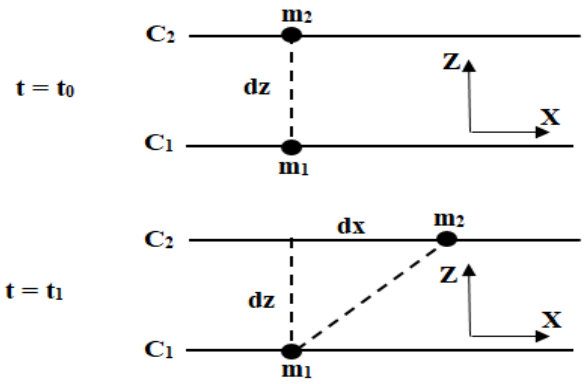


Figure 1.4 : Déformation de cisaillement.

Au temps $t = t_0$, les coordonnées de ces deux points sont m_1 (x_1, z_1) et m_2 (x_1, $z_1 + dz$), où dz est l'écart entre deux couches fluides adjacentes.

A l'instant $t = t_1$, après déplacement, ces deux points occuperons les positions définies par m_1 (x_1, z_2), et m_2 ($x_2 + dx$, $z_2 + dz$).

La déformation de cisaillement transforme la variation de distance parcourue par le point m_2 en fonction de la distance du point m_2 à la plaque d'appui fixe (où se trouve le point m_1), donnée par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{dx}{dz} \tag{1.14}$$

1.2.3. Vitesse de déformation

Nous définissons la vitesse de déformation ou le taux de cisaillement, symboles (point gamma), comme la dérivée par rapport au temps de la déformation subie par un milieu contraint. En d'autres termes, c'est le rapport entre la déformation et le temps qu'elle met à se produire [23].

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dy}\right) = \frac{d}{dy}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{du}{dy}\left[1/s\right] \tag{1.15}$$

1.2.4. La viscosité

La viscosité d'un fluide est une mesure de sa résistance à la déformation progressive causée par la contrainte de cisaillement imposée par son écoulement. Cette résistance est due aux forces d'attraction entre les molécules du fluide. Par conséquent, un fluide à haute viscosité résiste davantage à l'écoulement qu'un fluide à faible viscosité qui s'écoule plus facilement [15].

1.2.4.1. La viscosité dynamique (viscosité absolue)

La viscosité dynamique est une propriété physique d'un fluide. Elle peut être définie comme la résistance à un écoulement uniforme et sans turbulence qui se produit à travers une masse de matériau. La viscosité dynamique est définie comme le rapport entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation [21].

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma} \tag{1.16}$$

Dans le système international, la viscosité dynamique est exprimée en termes de Poiseuille.

La viscosité d'un fluide varie en fonction de sa température et de l'action mécanique qu'il reçoit. Plus la viscosité est élevée, plus le fluide est épais (moins fluide) ; plus la viscosité est faible, plus il est fluide.

1.2.4.2. La viscosité apparente

C'est une grandeur locale spécifique aux fluides non-newtoniens dont le comportement est indépendant du temps et qui sera définie ultérieurement. La viscosité apparente est définie par la relation suivante [23] :

$$\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \tag{1.17}$$

1.2.4.3. Viscosité plastique

La viscosité plastique est indépendante du temps et possède un point d'écoulement (critique). La viscosité plastique est définie par la relation suivante [23] :

$$\mu_p = \frac{\tau - \tau_c}{\dot{\gamma}} \tag{1.18}$$

1.3. Classification des fluides suivantes leurs comportements

En général, les fluides sont classés en fonction de leur comportement rhéologique, ils peuvent être divisés en deux catégories :

- Fluides newtoniens ;
- Fluides non newtoniens.

1.3.1. Fluides Newtoniens

Un fluide newtonien est un fluide dans lequel la contrainte de cisaillement est proportionnelle au débit. Par conséquent, la viscosité d'un fluide newtonien reste constante sous différentes contraintes de cisaillement et différents taux de cisaillement. En d'autres termes, un fluide newtonien conserve sa fluidité même lorsqu'il est agité [13].

On considère un écoulement planaire entre deux plaques horizontales séparées par *e*, dont l'une se déplace à la vitesse *u* et l'autre est fixe, comme indiqué dans la figure 1.5.

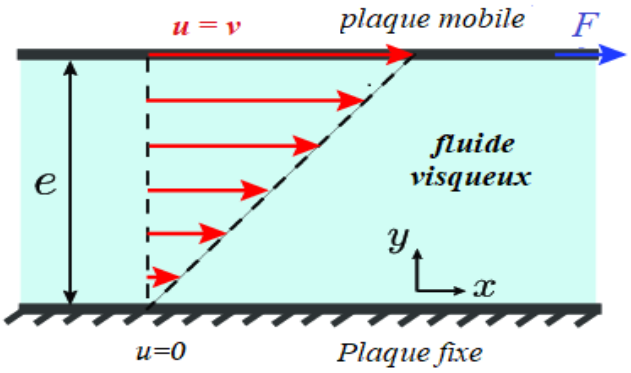


Figure 1.5 : Représentation schématique d'une expérience de cisaillement de fluide entre deux plans [13].

S'il est en équilibre, le fluide est soumis à un cisaillement. Le cisaillement est réalisé en appliquant une force *F*, comme illustré, qui sera équilibrée par une force de frottement interne de magnitude égale et de directions opposées dans un fluide. La magnitude de la force "*F*" est proportionnelle à la vitesse "*u*" agissant sur la surface "*A*" par plaque, et est inversement proportionnelle à la distance "*y*" séparant deux plaques. Le facteur d'échelle est la viscosité dynamique "μ" du fluide, on a donc [15] :

$$F = \mu A \frac{u}{y} \tag{1.19}$$

F : force en (N) ;

μ : viscosité dynamique en (kg/m.s ou N.s/m^2) ;

A : surface de contact en (m^2) ;

u : vitesse en (m/s) ;

y : distance entre les deux plaques en (m).

$$\frac{F}{A} = \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \dot{\gamma} \tag{1.20}$$

$\partial u/\partial y$ Et la viscosité de cisaillement $\dot{\gamma}$, Il représente la dérivée de la vitesse du fluide par rapport à la direction perpendiculaire à la direction plaque.

La relation (1.20) n'est valable que si l'écoulement est laminaire, c'est-à-dire si les couches de fluide glissent réellement les unes contre les autres. Lorsque μ est une constante, le fluide qui obéit à la relation (1.20) est appelé un fluide newtonien.

Dans le cas de ce type de fluide, la courbe de la contrainte en fonction du taux de cisaillement nous donne une ligne droite passant par l'origine avec une pente μ représentée dans la figure 1.6 Avec :

τ : La contrainte de cisaillement.

$\dot{\gamma}$: La vitesse de cisaillement.

μ : Viscosité dynamique.

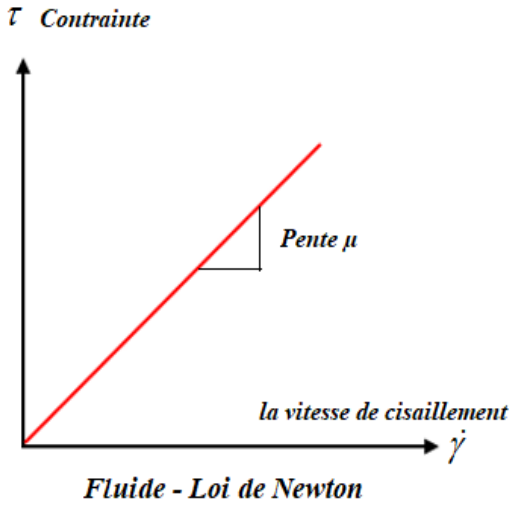


Figure 1.6 : Rhéo-gramme d'un fluide Newtonien [24].

1.3.2. Fluides non-Newtonien

Tous les fluides ne satisfont pas ou seulement partiellement à la règle de Newton, c'est-à-dire que la viscosité n'est pas constante à une température et une pression données mais dépend de deux variables : le cisaillement et le temps, Ce groupe de fluides est appelé fluides "non-newtonien" [21].

Il existe plusieurs types de fluides non newtoniens qui réagissent différemment à la contrainte de cisaillement et à la durée d'application de la contrainte. Ainsi, ces types de fluides peuvent être classés en trois catégories générales : les fluides visqueux dépendant du temps, les fluides visqueux indépendants du temps et les fluides viscoélastiques.

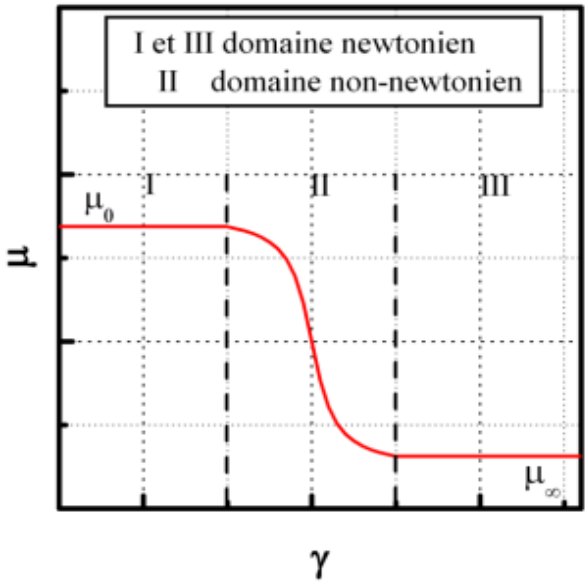


Figure 1.7 : Aspect général d'une courbe de débit [24].

1.3.2.1. Fluides non-newtoniens au comportement indépendants du temps

Les fluides non newtoniens indépendants du temps peuvent être regroupés en deux catégories générales, comme suit :

- Les fluides à contraintes critiques (les fluides de type Bingham, les fluides de type Herschel-Bulkley, les fluides de type Casson).
- Les fluides sans contraintes critiques (les fluides fluidifiant ou pesudoplastique, les fluides dilatants ou rhéoepaissant).

1.3.2.1.1. Fluides à contraintes critiques

Un fluide seuil est un matériau qui se comporte comme un solide lorsque la contrainte appliquée est inférieure à la contrainte seuil (τ_0). Au-dessus de ce seuil de pression, ils commencent à s'écouler.

1.3.2.1.1.1. Les fluides de Bingham

Le fluide plastique idéal de Bingham est un liquide qui nécessite une contrainte critique pour s'écouler. En dessous de cette contrainte, le cisaillement est impossible. Au-dessus de cette contrainte, la courbe d'écoulement est une droite (Figure 1.8). Un exemple de fluides présentant une contrainte de seuil est le dentifrice, qui ne peut pas s'écouler d'un tube sous son propre poids et doit appliquer une pression plus élevée pour s'écouler. La représentation la plus

simple d'un fluide est le modèle de Bingham, qui donne la relation suivante entre la contrainte et le taux de cisaillement [23] :

$$\tau = \tau_0 + \mu_P \dot{\gamma} \quad \text{Si} \quad \tau > \tau_0 \qquad (1.21)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{Si} \quad \tau < \tau_0$$

Avec : τ_0 : La contrainte seuil d'écoulement ;

τ : La contrainte de cisaillement ;

μ_p : Viscosité plastique de Bingham ;

$\dot{\gamma}$: La vitesse de cisaillement.

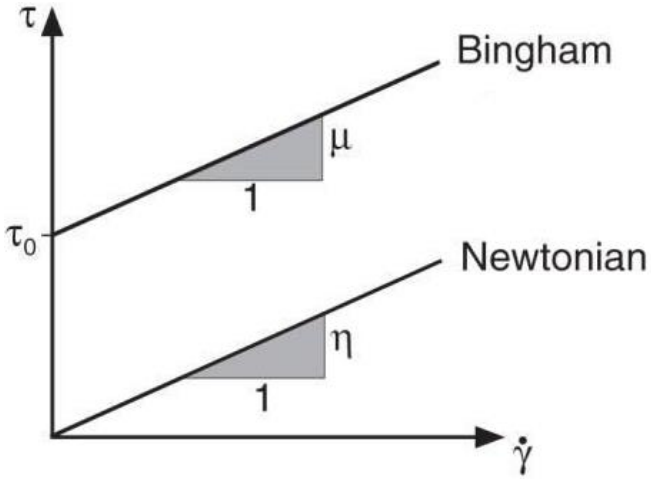


Figure 1.8 : Rhéogramme typique d'un fluide de Bingham [25].

1.3.2.1.1.2. Les fluides de Herschel-Bulkley

Est un modèle de fluide non newtonien généralisé, dans lequel la contrainte est liée à la déformation subie par le fluide d'une manière non linéaire et complexe. Il est défini par la loi [26] :

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \quad \text{Pour} \quad \tau > \tau_0 \qquad (1.22)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{Pour} \quad \tau < \tau_0$$

Où *k* est la consistance du fluide et *n* l'indice d'écoulement, Si *n* >1 le fluide dilatant est Si *n* <1 le fluide est pesudoplastique, $\boldsymbol{\tau}$ est la contrainte de cisaillement, $\boldsymbol{\tau_0}$ est la limite élastique au-Delà de laquelle la substance commence à s'écouler, $\dot{\gamma}$ est la vitesse de cisaillement.

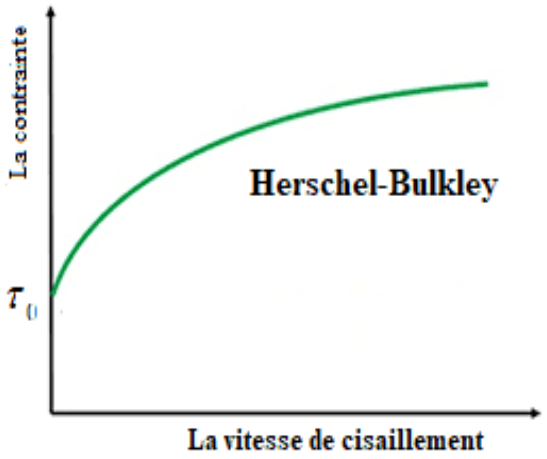


Figure 1.9 : Rhéogramme typique d'un fluide de Herschel-Bulkley [26].

1.3.2.1.1.3. Les fluides de type Casson

Ce modèle est largement utilisé lorsqu'il s'agit de fluides biologiques ou de produits alimentaires. La majorité des fluides plastiques sont des fluides cassants tels que la pâte à pain, les graisses, le sang, etc. L'équation qui régit le comportement d'un fluide de casson est [27] :

$$\tau^{1/2} = \tau + (\beta \cdot \dot{\gamma})^{1/2} \quad \text{Pour} \quad \tau \geq \tau_0 \tag{1.23}$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{Pour} \quad \tau < \tau_0$$

β : Constant de viscosité plastique.

Ils présentent un comportement plastique non idéal, de sorte que leur rhéologie apparaît principalement comme une concavité vers le bas, il s'agit donc d'un comportement plastique fluidifié.

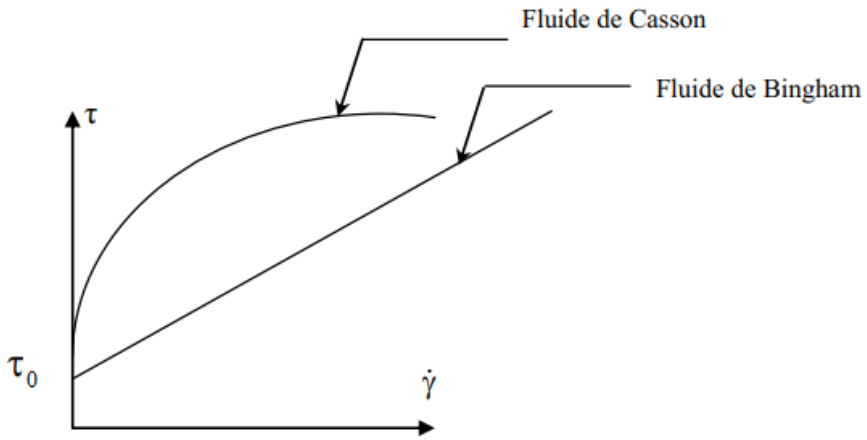


Figure 1.10 : Rhéogramme typique d'un fluide de Casson [23].

1.3.2.1.2. Fluides sans contraintes critiques

C'est l'ensemble des éléments dont le rhéogramme est une courbe passant par l'origine et dont la concavité est soit descendante, soit ascendante, de sorte que le coefficient de viscosité apparente n'est pas constant mais diminue avec le cisaillement (fluide pseudo-plastique) et croît avec le cisaillement (fluides rhéo-épaississants ou dilatants) [23].

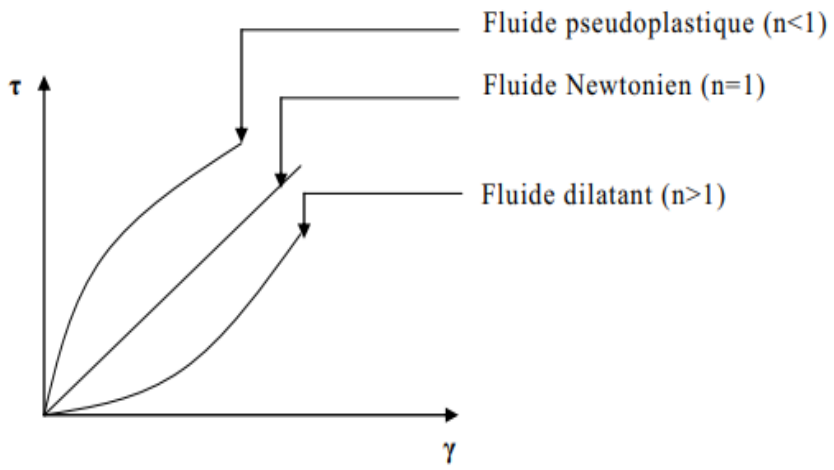


Figure 1.11 : Rhéo-grammes types pour différents fluides sans contraintes critiques [23].

1.3.2.1.2.1. Fluides Rhéo-fluidifiants ou pseudo-plastiques (*n*<1)

Généralement, dans les solutions ou suspensions de polymères, lorsque le fluide est soumis à un cisaillement accru, la viscosité du fluide diminue. Ce comportement est appelé rhéo-fluidifiants. Ce type de fluide se retrouve dans les solutions et suspensions aqueuses concentrées (certains polymères, purées de fruits, moutardes, ketchup, savons, ciments, etc.)[28].

Le modèle rhéologique le plus couramment utilisé pour représenter ces fluides est le modèle ou loi de puissance, également appelé modèle d'Ostwald-de Waele [29] :

$$\tau = m\gamma^{n} \qquad \text{Avec} \qquad n<1 \tag{1.24}$$

m Appelé indice de consistance et *n* est l'indice de comportement. La viscosité est donc calculée de la manière suivante :

$$\mu = m\gamma^{n-1} \tag{1.25}$$

Si *n* est égal à 1, nous trouvons le cas d'un fluide newtonien. Pour un fluide rhéo-fluidifiant, 0<*n*<1.

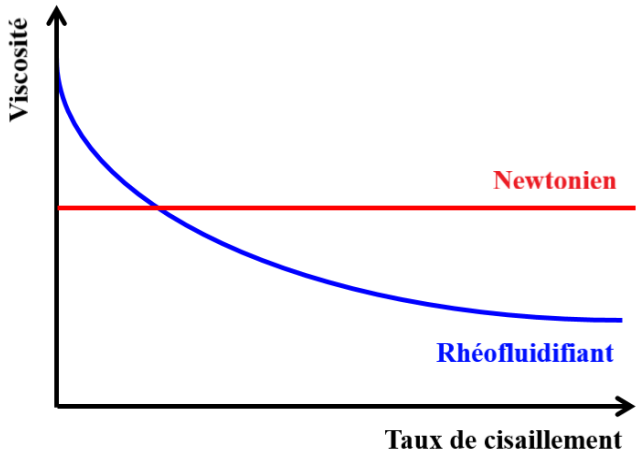


Figure 1.12 : Rhéo-gramme d'un fluide rhéo-fluidifiant [15].

1.3.2.1.2.2. Fluides Rhéo-épaississants ou dilatants (*n*>1)

Ce fluide obéit également à la loi de puissance d'OSTWALD mais *n*>1, également connu sous le nom dilatant, beaucoup moins courant que le comportement rhéo-fluidifiant. Leur viscosité augmente lorsque le taux de cisaillement augmente. C'est le cas des solutions d'amidon, des sables verts et compactés et de certaines huiles polymères [19].

Pour mieux expliquer le concept, prenons l'exemple d'un mélange d'eau et de farine de maïs (Maïzena) : remuer lentement avec une cuillère c'est bien, mais dès que l'on remue plus vite, la pâte devient très dure.

$$\tau = m\gamma^n \qquad \textbf{Avec} \qquad n > 1 \tag{1.26}$$

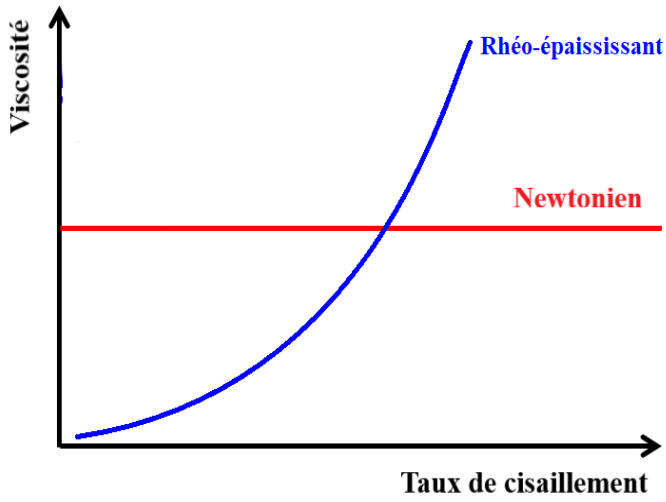


Figure 1.13 : Fluide Rhéo-épaississant [28].

1.3.2.2. Fluides non-newtoniens au comportement dépendants du temps

Leur comportement rhéologique dépend du temps en plus du taux de cisaillement. La viscosité de ces fluides change avec le temps et dépend des traitements précédents.

1.3.2.2.1. Fluide thixotropes

Un fluide est dit thixotrope si, sous l'effet d'une contrainte et d'un cisaillement constants, après une période de repos, sa structure se désorganise progressivement et sa viscosité apparente diminue avec le temps. Ce phénomène est réversible et le matériau se rétablit sa viscosité lorsque le cisaillement cesse. Comme le montre la figure 1.14. Voici quelques exemples de fluides thixotropes [28] :

- Le yaourt.
- Les sables mouvants.
- Certains gels.
- Pâte de gypse.
- Les boues de forage.

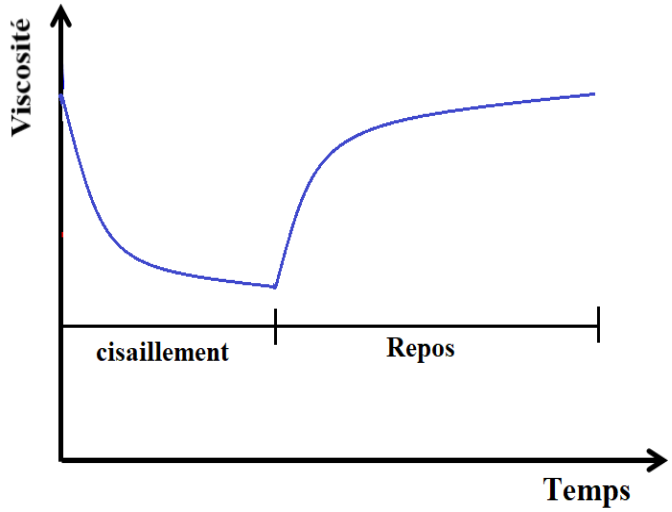


Figure 1.14 : Viscosité apparente en fonction du temps à vitesse de cisaillement constante [28].

1.3.2.2.2. Les fluides anti-thixotropes

L'anti-thixotropie est le phénomène inverse de la thixotropie : lorsqu'il est soumis à un gradient de vitesse constant (ou contrainte de cisaillement), la viscosité augmente avec le temps

et le fluide revient à son état initial après un temps de repos variable. Par exemple : les suspensions aqueuses de gypse [15].

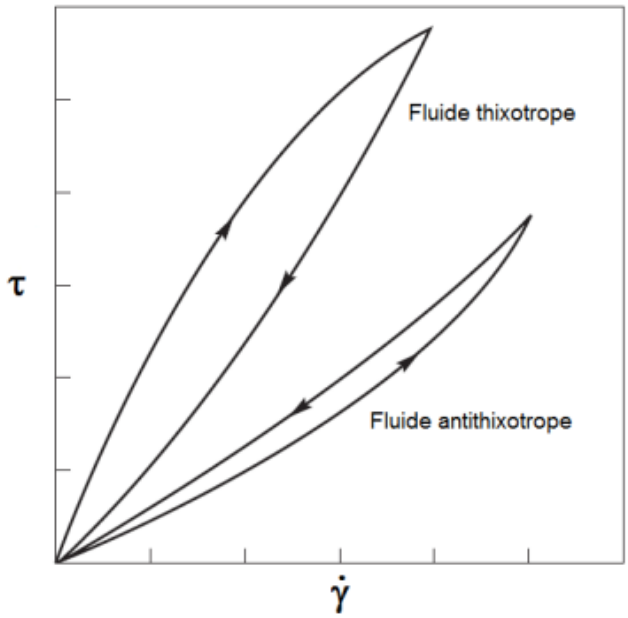


Figure 1.15 : Représentation schématique de la courbe $\tau = f(\gamma)$ pour le comportement dépendant du temps [30].

1.3.2.2.3. Fluides Rhéopexie

La rhéopexie est un phénomène extrêmement complexe qui a été peu étudié, sauf dans le cadre d'études qualitatives. Un fluide est dit rhéopectique s'il présente un comportement opposé à celui d'un fluide thixotrope. Ce comportement consiste en une augmentation de la viscosité du fluide avec le temps pour un taux de cisaillement donné [21].

1.3.2.3. Fluides non-newtoniens à comportement viscoélastique

Les substances dont les propriétés se situent entre celles des solides élastiques idéaux et celles des liquides visqueux newtoniens sont classées comme "fluides viscoélastiques". Les liquides visqueux, tels que le miel, résistent au cisaillement et présentent une déformation linéairement croissante dans le temps lorsqu'une contrainte est appliquée.

La pâte de silicone est un exemple de fluide viscoélastique qui peut réagir de deux manières différentes. La balle en silicone rebondira sur le sol comme une balle rebondissant (pendant un court moment), cependant, si vous placez cette balle sur une surface plane et attendez quelques minutes, vous verrez la pâte de silicone s'étaler comme un fluide visqueux.

Le modèle de fluide viscoélastique le plus simple consiste à ajouter des contraintes d'origine élastique et des contraintes d'origine visqueuse. Ces fluides se déforment en trois étapes successives [13] :

1. Déformation instantanée provoquée par l'élasticité du fluide ;

2. Déformation élastique amortie par la viscosité ;

3. Déformation visqueuse linéaire pure.

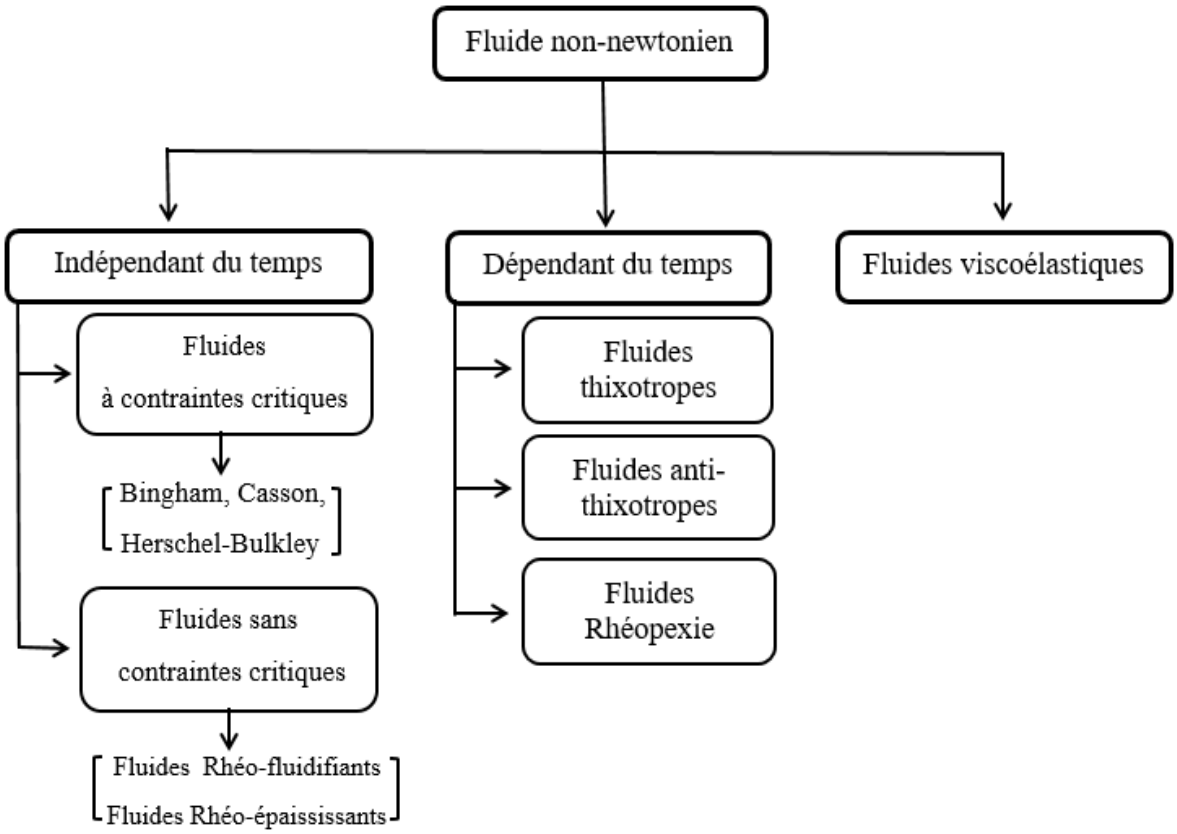


Figure 1.16 : Classification des fluides non-newtoniens [31].

1.4. Modèles mathématiques pour les fluides Rhé-fluidifiant

Il s'agit du type le plus courant de comportement non newtonien d'un fluide indépendant du temps. Il se caractérise par une diminution de la viscosité avec le taux de cisaillement. Pour les taux de cisaillement très faibles et très élevés, nous nous limitons à mentionner les modèles rhéologiques les plus couramment utilisés [15] :

- Le modèle d'Oswald –de-Weale ou de la loi de puissance ;

- ❖ Le modèle de Sisko ;
- ❖ Le modèle de Cross ;
- ❖ Le modèle d'Ellis ;
- ❖ Le modèle de Carreau-Bird ;
- ❖ Le modèle de Carreau-Yassuda.

1.4.1. Le modèle d'Oswald –de-Weale (la loi de puissance)

Plusieurs modèles mathématiques ont été proposés dans la littérature pour simuler le comportement de fluides non newtoniens. Pour ces types de fluides, le modèle empirique en loi de puissance proposé par Ostwald-de Waele [29] est le plus largement utilisé dans la littérature. La relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement pour les fluides à faible cisaillement peut généralement être approximée par une ligne droite sur une plage finie de taux de cisaillement. Pour cette partie de la courbe d'écoulement, la loi est donnée par :

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})^n \tag{1.27}$$

La viscosité apparente du fluide dit de puissance est donc donnée par :

$$\mu = \eta(\dot{\gamma})^{n-1} \tag{1.28}$$

Où :

μ : La viscosité apparente ;

η : L'indice de la consistance ;

γ : Le taux de déformation par cisaillement ;

n : L'indice de comportement de l'écoulement.

Il est à noter que ces paramètres n'ont aucune signification physique. La variation de l'indice n permet de définir les classes suivantes :

- ✓ pour les fluides pseudo-plastiques : $0 < n < 1$
- ✓ pour les fluides newtoniens : $n = 1$
- ✓ pour les fluides dilatants : $n > 1$

En milieu poreux, en utilisant la loi de comportement de type Ostwald, Pascal [32] a proposé une expression empirique de la viscosité apparente fluide μ, à savoir :

$$\mu = \hat{\varepsilon}\left(u'^2 + v'^2 + w'^2\right)^{(n-1)/2} \tag{1.29}$$

Où u', v' et w' sont, respectivement, les composantes de la vitesse selon x, y et z. L'expression du coefficient $\hat{\varepsilon}$ est donnée par la relation :

$$\hat{\varepsilon} = 2\mu \Big/ \left(8^{\frac{(n+1)}{2}} (K\varepsilon)^{\frac{(n-1)}{2}} \left(n/(1+3n)^n \right) \right) \tag{1.30}$$

Le paramètre $\hat{\varepsilon}$ dépend du comportement rhéologique, de la viscosité dynamique μ, de la porosité ε et de la perméabilité du milieu poreux K.

1.4.2. Modèle de Sisko

Ce modèle décrit des fluides indépendants du temps sans contraintes critiques (Midoux, 1993). [33], et expliqué ci-dessous (Brodkey et Hershey, 1988) [34] :

$$\tau = -\gamma\left(\mu_\infty + K_s|\tau|^{z-1}\right) \tag{1.31}$$

Ce modèle a trois paramètres (μ_∞, K_s, z), et est bien adapté aux taux de cisaillement élevés (par exemple, il décrit adéquatement le comportement des graisses).

1.4.3. Modèle de Cross

Il s'agit d'un modèle représentant des fluides non-Newtoniens indépendants du temps sans contraintes critiques, à quatre paramètres (n, μ_0, k, μ_∞), proposé par Cross en 1965. [35]. La formule du modèle est la suivante :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{1 + k\left(\gamma_{yx}\right)^n} \tag{1.32}$$

Où :

k : Le temps caractéristique de l'enchevêtrement ;

n : Il sera égale à 2/3 et ce pour tous les polymères qui s'approchent du modèle pseudoplastique ;

μ_0 : La viscosité du palier newtonien à faible taux de cisaillement ;

μ_∞ : Un deuxième plateau newtonien à taux de cisaillement élevé ;

γ : Le taux de déformation par cisaillement.

Lorsque $k \to 0$, le modèle se simplifie en modèle de Newton. De même, lorsque $\mu \ll \mu_0$ et $\mu \gg \mu_\infty$, cela se réduit à un modèle de loi de puissance, l'équation (1.27).

1.4.4. Modèle d'Ellis

Ce modèle décrit les fluides dépendants du temps en exprimant la viscosité en fonction de taux de cisaillement, La viscosité apparente du modèle de fluide Ellis à trois paramètres (μ_0, $\tau_{1/2}$, α–1), exprimés comme suit :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1+\left(\tau_{yx}/\tau_{1/2}\right)^{\alpha-1}} \tag{1.33}$$

α –1, $\tau_{1/2}$: Paramètres ajustables.

μ_0 : Viscosité à cisaillement nul ;

1.4.5. Modèle de Carreau-Bird

Il s'agit d'un modèle à quatre paramètres valable sur toute la gamme des taux de cisaillement. Pour les cas où il y a une variation significative du modèle de loi de puissance, c'est-à-dire à des taux de cisaillement très élevés et très faibles, les valeurs de viscosité à cisaillement nul, μ_0 et à cisaillement infini, μ_∞, doivent être incorporées dans l'expression.

Pour ce modèle, la viscosité, μ est liée au taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$, comme suit [15] :

$$\mu = \mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{\left[1+\left(k\dot{\gamma}\right)^a\right]^{(n-1)/a}} \tag{1.34}$$

Où (n>1) et k sont deux paramètres d'ajustement de courbe. Le modèle peut décrire le comportement de cisaillement sur une larges gamme de taux de cisaillement, mais au prix d'une complexité supplémentaire à quatre paramètres. Lorsque n = 1 ou k = 0, le modèle prédit un comportement de fluide newtonien $\mu = \mu_0$.

Où :

a : a une valeur par défaut de 2. Elle correspond à la transition entre un comportement linéaire et une loi de puissance ;

μ_0 : Viscosité à taux de cisaillement nul ;

μ_∞ : Viscosité à taux de cisaillement infini ;

k : Le temps de relaxation en secondes ;

n : L'indice de la loi en puissance.

Les fluides de Carreau se comportent comme des fluides newtoniens et, à des taux de cisaillement élevés, se comportent comme des fluides en loi de puissance. Le modèle Bird-Carreau est principalement utilisé dans les applications alimentaires, de boissons et de circulation sanguine.

Le paramètre n est un exposant de loi de puissance. Lorsqu'il est inférieur à un et lorsqu'il est supérieur à un, le fluide subit une fluidisation par cisaillement et une expansion. Lorsque n est égal à 1, on obtient le modèle de Newton.

1.4.6. Modèle de Carreau-Yassuda

Le modèle de loi de puissance convient à une gamme limitée de courbes de viscosité, et cette loi décrit bien le plateau newtonien à de faibles taux de cisaillement, c'est-à-dire que la viscosité est indépendante du taux de cisaillement. Il est nécessaire d'utiliser un modèle prenant en compte les valeurs limites des viscosités μ_0 et μ_∞ à un taux de cisaillement nul et infini. Ce modèle à cinq paramètres (η_0, η_∞, λ, n, a) comme suit (en cisaillement simple). [95]

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left[1 + (\lambda\gamma)^a\right]^{\left(\frac{n-1}{a}\right)} \tag{1.35}$$

Où :

μ_0 : Viscosité à taux de cisaillement nul ;

μ_∞ : Viscosité à taux de cisaillement infini ;

λ : Une constante de temps ;

n : L'indice de la loi en puissance ;

a : L'indice d'écoulement compris entre 0 et 1.

Partie C : Les milieux poreux

1.1. Introduction

Les milieux poreux sont rencontrés quotidiennement dans la vie de tous les jours. Matériaux de construction, textiles, isolants, revêtements de sol, échangeurs de chaleur, etc. L'écoulement dans les milieux poreux intéresse les scientifiques depuis des siècles. L'objectif de cette troisième partie est de clarifier les concepts liés aux milieux poreux, ainsi que les équations et les lois impliquées dans la modélisation mathématique.

1.2. Définition des milieux poreux

Les milieux poreux ont des géométries complexes car ils sont formés par une matrice solide (squelette solide) et des vides (pores). Lorsque ces vides sont remplis de fluide, on dit que le milieu poreux est saturé. La figure ci-dessous montre un exemple de milieu poreux. La matrice solide est représentée à gauche, avec ses espaces interstitiels. Au milieu, l'espace occupé par le fluide est représenté en noir. A droite, la combinaison des phases squelette et fluide forme un milieu poroélastique [9].

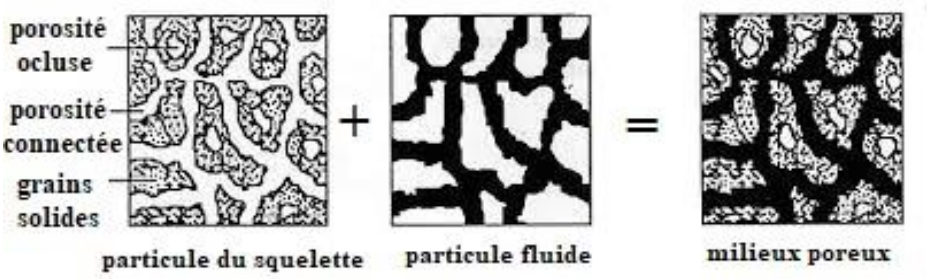


Figure 1.17 : Schématisation d'un milieu poreux selon Coussy [36].

Nous pouvons citer quelques exemples où les milieux poreux jouent un rôle important, tels que :

- Science du sol : le sol contient et transporte l'eau et les nutriments nécessaires aux plantes.
- Génie chimique : les milieux poreux servent de filtres ou de lits catalytiques.
- Industrie pétrolière : les roches réservoirs stockent le pétrole brut et le gaz naturel

En général, les milieux poreux sont définis par deux critères :

- le matériau doit contenir de petits vides, appelés pores, séparés par une matrice solide ;

- Le matériau doit être perméable aux fluides (gaz ou liquide).

1.3. Les différentes échelles d'un milieu poreux

Il est nécessaire de préciser l'échelle de l'espace dans lequel nous nous trouvons. En effet, du fait de la discontinuité entre les phases et du désordre relatif du milieu, l'écoulement en milieu poreux est décrit par de multiples niveaux dont la taille et le nombre peuvent varier selon le matériau et l'application considérés. Cependant, on reconnaît généralement au moins trois échelles descriptives avec les propriétés suivantes [37] :

- ✓ **Échelle des pores** (également appelée échelle microscopique dans ce travail) : il s'agit de la plus petite échelle des milieux poreux (du micromètre au millimètre).
- ✓ **Échelle de Darcy** (également appelée échelle macroscopique dans ce travail) : Il s'agit d'une échelle couramment utilisée (du millimètre au dix centimètre) pour décrire les milieux poreux.
- ✓ **Grandes échelles :** Il s'agit de l'échelle globale du milieu étudié (de dix centimètres à un kilomètre).

1.4. Domaine d'application des milieux poreux

Les milieux poreux ont fait l'objet de nombreuses études ces dernières années et leur importance ne cesse d'augmenter. Cela est dû à de nombreuses applications dans l'industrie et la nature [23].

- ❖ **Génie chimique :** par exemple (réacteurs chimiques, filtration, séchage, transfert de masse membranaire).
- ❖ **Mécanique :** à titre d'exemple **(**Stockage d'énergie solaire, réacteurs nucléaires qui utilisent du gaz de refroidissement pour circuler sur des particules radioactives, isolation thermique, etc.).
- ❖ **Environnement :** écoulement des eaux souterraines, recyclage des déchets nucléaires, écoulement de l'eau, de la vapeur d'eau et de l'air à travers les matériaux de construction, etc.

- **Médecine :** par exemple **(**Simulation du transport des gaz respiratoires de L'organisme).
- **Electronique :** système de ventilation des composants électronique.

1.5. Classification des milieux poreux

La phase solide des milieux poreux peut prendre deux formes différentes, il existe donc deux types de milieux poreux [38] :

- **Milieux poreux non consolidés :** la phase solide est alors formée de particules ou de fibres non soudées entre elles (gravier, sable, limon, billes de verre, etc.)
- **Milieu poreux consolidé :** Dans ce milieu poreux, la matrice est dense et la matrice solide dense ne peut être décomposée en particules ou fibres (roche calcaire, grès, argile, bois, céramiques, poudres frittées, tissus végétaux et animaux).

1.6. Propretés structurales et thermo-physique d'un milieu poreux

Les phénomènes qui se produisent dans les milieux poreux dépendent de la géométrie de la matrice, ainsi la matrice est caractérisée par un certain nombre de grandeurs moyennes, géométriques ou statistiques. Nous pouvons citer :

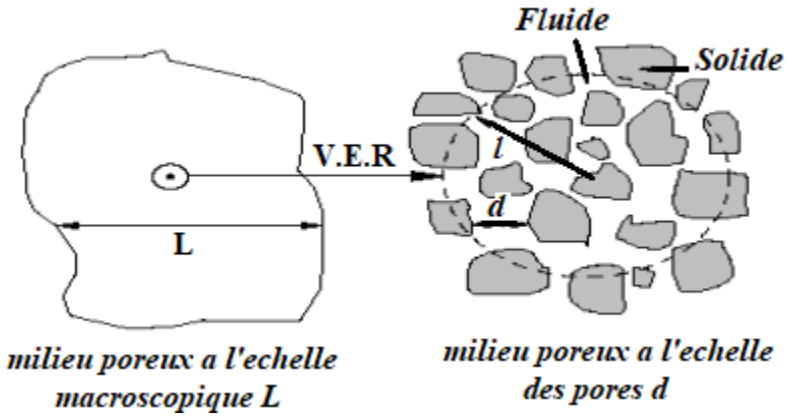
1.6.1. Le volume élémentaire représentatif (*V.E.R*)

La représentation des phénomènes en milieu poreux fait apparaître deux échelles microscopiques ou macroscopiques de description.

- Échelles microscopiques (ou de pores), où les quantités locales peuvent varier considérablement. Typiquement, ce rapport est lié au diamètre moyen des pores.
- Échelles macroscopiques (ou milieu poreux), ces mêmes quantités de caractéristiques sensiblement variables sont définies comme la valeur moyenne sur un volume de milieu poreux. Cette macro-échelle est associée aux dimensions géométriques du milieu.

Le *V.E.R* d'un milieu poreux est une permutation de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique pour maintenir la valeur moyenne des propriétés physiques de tous les pores du milieu. La répartition des pores est généralement très irrégulière et pression, vitesse, température varient donc très irrégulièrement d'un point à un autre du domaine. Il est donc nécessaire de moyenner spatialement ces quantités. Son but est de lisser les fluctuations à

l'échelle des pores, et non à l'échelle macroscopique des milieux poreux. Par conséquent, cette moyenne est effectuée sur de nombreux pores à travers un volume de base représentatif *V.E.R* [39].



$d \ll l \ll L$

d : Diamètre de pore.
l : Longueur caractéristique du *V.E.R.*
L : Longueur du domaine.

Figure 1.18 : Représentation schématique du volume élémentaire représentatif [40].

1.6.2. La porosité

Le volume total V_T d'un matériau poreux est constitué de la somme du volume des solides V_S et du volume des pores (ou vides) V_P présents dans le volume total [9] :

$$V_T = V_P + V_s \tag{1.36}$$

Il prend en compte les cavités fermées (cellules fermées) au sein des solides : c'est le rapport du volume de la cavité au volume occupé par le milieu poreux.

$$\varepsilon = \frac{V_{pore}}{V_{total}} \tag{1.37}$$

V_{pore} : Volume des pores (m^3) ;

V_{total} : Volume total de la matrice poreuse (m^3).

Lorsque le rapport du volume occupé par les pores au volume du milieu poreux tient compte des pores occlus, la porosité est appelée porosité totale ou porosité absolue (ε_t) ; tandis que lorsque le rapport en volume ne tient compte que des pores interconnectés, la porosité est efficace ou utile (ε_e).

On définit alors [9] :

- **La porosité totale :** c'est le rapport entre le volume de tous les pores par le volume total.

$$\varepsilon_t = \frac{V_{tous\ les\ pores}}{V_{total}} \quad (1.38)$$

- **La porosité effective :** c'est le rapport entre le volume des pores accessibles par le volume total.

$$\varepsilon_e = \frac{V_{des\ pores\ accessibles}}{V_{total}} \quad (1.39)$$

Pour les milieux poreux non consolidés $\varepsilon_t = \varepsilon_e$, alors que pour les milieux poreux consolidés la différence entre les deux porosités peut être significative.

Le tableau 1.1 rapporte la porosité moyenne de certains matériaux mesurée par Sheidegger (1974) [17].

Tableau 1.1 : Valeur moyenne de la porosité pour quelques matériaux [17].

Matériau	***Porosité (ε)***
Sable	*0.37 – 0.50*
Brique	*0.12 – 0.34*
Terre (argile)	*0.43 – 0.54*
Poudre d'ardoise noire	*0.57 – 0.66*
Poudre de silice	*0.37 – 0.49*
Grains de silice	*0.65*
Charbon	*0.02 – 0.12*
Cuir	*0.56 – 0.59*
Filtre de cigarettes	*0.17 – 0.49*
Empilements de sphères	*0.36 – 0.43*
Fibre de verre	*0.88 – 0.93*
Fibre à tisser	*0.68 – 0.76*
Matériaux mousseux	*0.98*
Béton	*1.02– 0.07*

1.6.3. Perméabilité

La notion de conductance dans une matrice poreuse est appelée perméabilité. C'est-à-dire qu'il s'agit d'une quantité dépendante du matériau qui reflète la résistance du matériau poreux à l'écoulement du fluide.

Selon la loi de Darcy (1856), la perméabilité mesure la conductance d'une matrice poreuse, à savoir [41] :

$$K = -\frac{\mu . U_D}{dP/dx} \tag{1.40}$$

μ : Viscosité dynamique du fluide ;

U_D : Vitesse Darcienne (ou filtration) ;

dP/dx: Gradient de pression.

La dimension de la perméabilité est le carré de la longueur (m^2). Nous utilisons également le darcy comme unité, ce qui équivaut à 9,87 10^{-13} m^2.

Il existe différents types de perméabilité : la perméabilité spécifique (ou absolue), qui se mesure avec un seul fluide dans un milieu poreux, par exemple la perméabilité à l'eau, la perméabilité à l'air. La perméabilité effective est mesurée à l'aide d'un second fluide présent dans le milieu poreux. Le rapport des deux derniers types de perméabilité est appelé perméabilité relative.

Le tableau ci-dessous rappelle la perméabilité des différents matériaux poreux à l'air, mesuré par Scheidegger [42].

Tableau 1.2 : Perméabilités de quelques milieux poreux [42].

Matériau	***Perméabilité (K) [m^2]***
Briques	$4.8\ 10^{-15} – 2.2\ 10^{-13}$
Pierre à chaud, Dolomite	$2.0\ 10^{-15} – 4.5\ 10^{-14}$
Cuir	$9.5\ 10^{-14} – 1.2\ 10^{-13}$
Poudre d'ardoise noire	$4.9\ 10^{-14} – 1.2\ 10^{-13}$
Terre	$2.9\ 10^{-13} – 1.4\ 10^{-11}$

Fibres de verre	$2.4\ 10^{-11} – 5.1\ 10^{-11}$
Sable	$2.0\ 10^{-11} – 1.8\ 10^{-10}$
Cheveux artificiels	$8.3\ 10^{-10} – 1.2\ 10^{-9}$
Plaque de liège	$3.3\ 10^{-10} – 1.5\ 10^{-9}$
Fils à tisser	$3.8\ 10^{-9} – 1.0\ 10^{-8}$
Poudre de silice	$1.3\ 10^{-14} – 5.1\ 10^{-14}$
Cigarette	$1.1\ 10^{-9}$

1.6.4. La tortuosité

Dans les milieux poreux composés de particules solides tassées, la véritable vitesse locale du fluide n'est pas parfaitement parallèle à la direction moyenne de l'écoulement en raison des barrières formées par la phase solide. Le fluide contourne diverses particules qui s'opposent à son chemin.

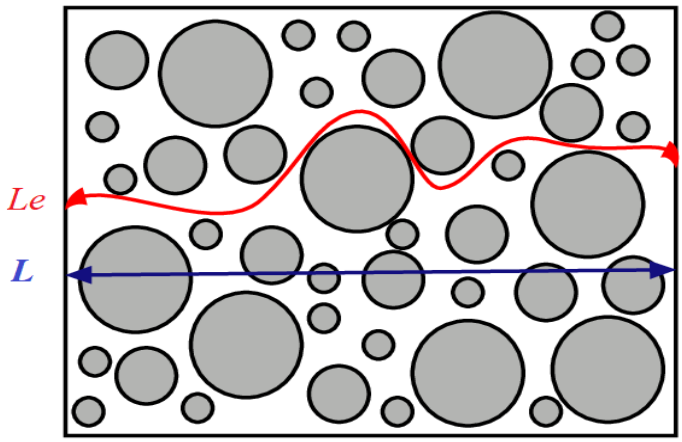


Figure 1.19 : Définition schématique de la tortuosité [43].

La géométrie de la Tortuosité est généralement définie par une équation de la forme :

$$\tau_{géom} = \frac{L_e}{L} \tag{1.41}$$

Le rapport de la longueur moyenne réelle *Le* des courants de fluide traversant l'échantillon à cette dernière longueur *L*. L'effet de tortuosité conduit à une diminution de la diffusivité apparente à travers les milieux poreux, qui sont alors transformée par le facteur de tortuosité.

Dans le cas de milieux poreux constitués d'empilements de particules sphériques, la variation de tortuosité est sensiblement égale à $\pi/2$

1.6.5. La surface spécifique

La surface spécifique est définie comme la surface totale des vides par rapport au volume unitaire, soit [43] :

$$\text{As} = \frac{Aire\ totale\ des\ vides}{volume\ totale\ du\ milieu} \tag{1.42}$$

Cette quantité, contrairement à la longueur, est uniforme et joue un rôle clé dans le problème d'adsorption. Comme pour la porosité, il convient parfois de distinguer la surface spécifique accessible de la surface spécifique totale incluant la surface de paroi des cavités occluses.

1.7. Les modèles d'écoulement dans les milieux poreux

En raison de la complexité géométrique de l'espace poreux, les équations régissant les principes de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie ou de la masse ne peuvent être appliquées qu'à l'échelle macroscopique, ce qui permet d'assimiler les milieux désordonnés réels à des milieux continus virtuels. La plupart des études sur l'écoulement dans ces milieux utilisent le premier modèle établi par Darcy en 1856. Depuis lors, plusieurs autres modèles ont été proposés pour tenir compte de certains des effets ignorés par Darcy [17].

1.7.1. Modèle de Darcy (1856)

Est la première étude de l'écoulement dans un milieu poreux sur le terrain d'essai. Démontrée à partir d'un écoulement unidirectionnel sur une colonne de sable, la loi montre la relation proportionnelle entre le gradient de pression appliqué et le débit d'eau à travers la colonne de sable, Elle s'écrit, selon la figure ci-dessous par [44] :

$$Q = \frac{K.S}{\mu.L}\left(P_e - P_s\right) \tag{1.43}$$

Où L représente la longueur d'un échantillon de surface S, P_e et P_s sont respectivement la pression statique du fluide à l'entrée et à la sortie du lit. K et μ représentent respectivement la perméabilité intrinsèque et la viscosité dynamique du fluide.

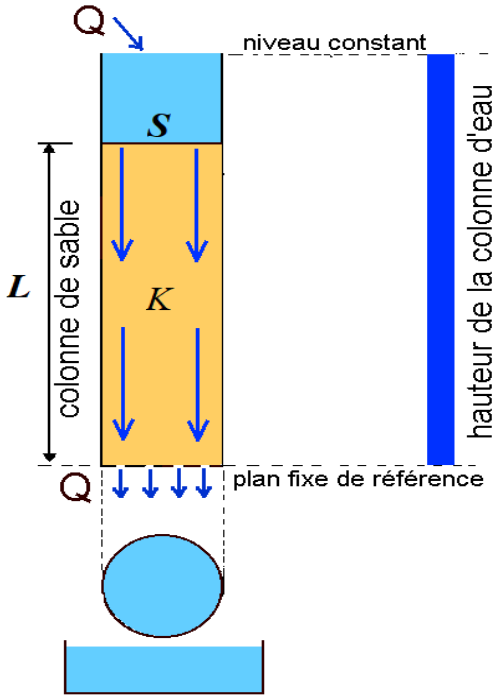


Figure 1.20 : Dispositif expérimental pour la loi de Darcy 1856 [41].

Cette équation n'est valable que si la densité du fluide ne dépend pas de la pression. En tenant compte de la gravité, la loi de Darcy s'écrit sous sa forme vectorielle comme suit :

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu}\left(\vec{\nabla}_p + \rho\vec{g}\right) \tag{1.44}$$

μ : viscosité dynamique du fluide ($kg/m.s$) ;

$\vec{\nabla}_p$: Gradient de pression (Pa/m) ;

ρg : Forces de volume ;

K : perméabilité du milieu poreux (m^2).

La loi de Darcy s'applique aux milieux poreux homogènes et isotropes s'écoulant à faible vitesse. Mais la loi de Darcy, encore largement utilisée, s'est révélée insuffisante. L'un de ses inconvénients est qu'elle ne reflète pas les effets des propriétés du fluide sur l'écoulement, en particulier près des parois. En effet, pour ce modèle, l'état antidérapant des parois est conservé quel que soit le fluide considéré. Cette équation ne prend pas non plus en compte les effets possibles de l'inertie.

1.7.2. Modèle de Darcy - Forchheimer (1901)

En 1901, l'Allemand Philippe Forchheimer a réalisé une étude expérimentale de l'écoulement du gaz dans le charbon, et il a montré que la relation entre l'écoulement du fluide et les gradients hydrauliques non linéaires à des vitesses suffisamment élevées, l'équation de Darcy n'est pas suffisante pour décrire l'écoulement. Ward a apporté une correction au modèle de Darcy. Il a proposé la relation suivante [45] :

$$\vec{\nabla}_P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \rho\vec{g} - \rho_f \frac{C}{\sqrt{K}}\left|\vec{V}\right|\vec{V} \tag{1.45}$$

Le deuxième terme du côté droit de cette équation est le terme de Forchheimer et *C* est une constante sans dimension. Lorsque $Re \leq 1$, l'état de Darcy domine. À partir du nombre de Reynolds du milieu poreux d'ordre $Re=1$, l'état de Darcy se transforme en état de Darcy-Forchheimer, et pour $Re >> 1$, l'état de Forchheimer domine.

Dans la littérature, plusieurs expressions sont utilisées pour le coefficient d'inertie *C* :

- Ward (1964) a proposé *C* comme constante générale avec une valeur approximative de 0.55, mais plus tard il a trouvé que *C* dépend de la nature du milieu poreux et peut être inférieur à 0.1 dans le cas des mousses métalliques fibreuses.
- Ergun recommande d'utiliser : $\mathrm{C} = \frac{1.75(1-\varepsilon)}{\varepsilon^2 d_p}$.
- Oseph, Nield et Papanicolaou (1982) utilisent: $C = \frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}}$, F étant le coefficient de forchheimer.
- Beavers, Sparrow et Rodenz (1973) ont montré que les limites solides (murs) peuvent avoir un effet significatif sur la valeur de *C* et ils ont trouvé que leurs données correspondaient très bien à l'expression : $C = 0.55\left(1 - 5.5\frac{d}{D_e}\right)$ où d est leur le diamètre des sphères, D_e est le diamètre équivalent de leur lit poreux. $D_e = \frac{wh}{(w+h)}$, où *w* est la longueur du lit poreux et *h* la hauteur du lit poreux.

1.7.3. Modèle de Darcy-Brinkman-Wooding (1947)

Dans le cadre du calcul des forces visqueuses exercées par des fluides sur des particules sphériques constituant des milieux poreux, Brinkman [46,47] a étendu la loi de Darcy pour rendre compte d'un terme de dissipation visqueuse. Il prend la forme suivante :

$$\vec{\nabla}_p = -\frac{\mu}{K}\vec{V} + \mu_{eff}\vec{\nabla}^2\vec{V} + \rho\vec{g} \tag{1.46}$$

Cette règle empirique est connue sous le nom de formule de Darcy-Brinkman. Le premier terme du côté droit de l'équation (1.46) est le terme de Darcy et le second terme est appelé le terme de Brinkmann. Cette dernière, pour de faibles valeurs de perméabilité *K*, l'équation se transforme en loi de Darcy, tandis que pour une perméabilité tendant vers l'infini on retrouve l'équation de Stokes. La difficulté d'utilisation de ce modèle est d'estimer la viscosité équivalente du milieu μ_{eff} . En effet, cette quantité n'est pas seulement fonction de la porosité du support, mais également de la géométrie du support. Brinkman assimile la viscosité équivalente du milieu à la viscosité du fluide ($\mu_{eff} = \mu$).

1.7.4. Modèle général ou modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer

Ce modèle est une combinaison de l'extension de Brinkman et Forchheimer de la loi de Darcy, en tenant compte de tous les effets mentionnés ci-dessus (effets d'inertie et de paroi, etc.), en combinant les équations précédentes, on peut obtenir la relation suivante qui est équivalente au d'une équation de quantité de mouvement en milieu fluide :

$$\underbrace{\frac{\rho}{\varepsilon}\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon}(\vec{V}\vec{\nabla})\vec{V}}_{1} = \underbrace{-\vec{\nabla}P}_{2} + \underbrace{\mu_{eff}\nabla^2\vec{V}}_{3} \underbrace{-\frac{\mu}{K}\vec{V}}_{4} \underbrace{-\rho\frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}}|\vec{V}|\vec{V}}_{5} + \underbrace{\rho\vec{F}_v}_{6} \tag{1.47}$$

Le terme $\frac{\rho}{\varepsilon}(\vec{V}\vec{V})\vec{V}$ est généralement négligé sauf dans les régions d'entrée d'écoulement. Chacun des termes de l'équation (1.47) est désigné comme suit :

- 1er terme : terme des forces macroscopiques d'inertie.
- 2eme terme : gradient de pression.
- 3eme terme : contrainte de viscosité microscopique (terme de Darcy).
- 4eme terme : terme de Brinkman ou contrainte visqueuses macroscopique (effet de paroi).
- 5eme terme : force d'inertie microscopique ou terme d'inertie d'Ergun.
- 6eme terme : forces de volume.

Lors de l'étude du transport, nous utilisons l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer où la viscosité effective est égale à la viscosité du fluide. Le terme d'advection reste dans cette équation, où la vitesse d'écoulement peut dépasser les limites de la loi de Darcy.

1.7.5. Modèle général pour les fluides non-newtoniens en milieux poreux

A.V.SHENOY [48] a établi l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour un fluide non newtonien à loi de puissance (dominé par une loi de puissance) s'écoulant dans un milieu poreux, qui s'écrit :

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2}\left(\vec{V}.\nabla\right)\vec{V} = \rho\vec{g} - \vec{\nabla}P + \frac{1}{\varepsilon^n}.\nabla\left\{\mu^*\left|\left[\frac{1}{2}\left(\Delta:\Delta\right)\right]^{1/2}\right|^{n-1}.\vec{\nabla} - \right\} - \frac{\mu^*}{K^*}.\left|\vec{V}\right|^{n-1}.\vec{V} - \frac{C\rho\left|\vec{V}\right|}{\sqrt{K}}.\vec{V} \tag{1.48}$$

Avec :

K^* : la perméabilité modifiée (fonction de l'indice de puissance n) définie par :

$$K^* = \frac{1}{2.Ct}\left(\frac{n.\varepsilon}{3n+1}\right)^n.\left(\frac{50.K}{3.\varepsilon}\right)^{\frac{n+1}{2}} \tag{1.49}$$

K : la perméabilité intrinsèque.

Δ : tenseur des taux de déformation qui s'écrit :

$$\Delta = \frac{1}{2}\left\{\nabla\vec{V} + \left(\nabla\vec{V}\right)^T\right\}$$

1.8. Régimes d'écoulement dans les milieux poreux

En 1984, Dybbs et Edwards ont réalisé un travail expérimental où ils ont mesuré la distribution des vitesses (*3D*) en considérant le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne des pores U_p et la taille moyenne des particules d.

$$\mathrm{Re}_d = \frac{\left(U_p d\right)}{\nu} \tag{1.50}$$

Sur la base de ce nombre de Reynolds, ils ont mis en évidence quatre régimes d'écoulement : Écoulement rampant ou écoulement de Darcy ; régime d'écoulement inertiel ; régime laminaire stationnaire ; régime instationnaire et chaotique et transition à la turbulence.

1.8.1. Écoulement rampant ou écoulement de Darcy

La seule force dominante par rapport à la force d'inertie est la viscosité (terme de Darcy). Il peut arriver que le tassement de particules soit plus perméable près des parois délimitant la

matrice poreuse qu'au centre, ce qui conduit à un effet de « channeling ». Ces effets de paroi sont limités à des distances de 1 à 2*d*. A l'entrée du milieu poreux, l'écoulement commence à partir de la longueur 3*d*.

1.8.2. Régime d'écoulement inertiel (Régime de Forchheimer)

Pour des nombres de Reynolds compris entre 1 et 10, il se produit un écoulement laminaire stationnaire non linéaire (influence des forces d'inertie). La couche limite est très distincte, avec un noyau de vitesse uniforme. À mesure que le nombre de Reynolds augmente, le courant principal (à vitesse uniforme) devient plus important que la couche limite, ce qui signifie que les forces d'inertie deviennent plus importantes que les forces visqueuses.

1.8.3. Régime laminaire stationnaire

Dans ce cas, des oscillations avec une fréquence de l'ordre de 1 *Hz* et 1/10 du diamètre des particules ont été observées. Ces visualisations sont réalisées par injection de jets colorés. Aucune dispersion locale (dans les pores) n'a été observée, indiquant que l'écoulement reste laminaire dans cet état.

L'instabilité du sillage laminaire peut être responsable du passage d'un régime laminaire statique à un écoulement instationnaire.

1.8.4. Régime instationnaire et chaotique

L'écoulement chaotique hautement instable observé ne semble pas être un mélange d'écoulement laminaire et turbulent (diffusion turbulente). Des études ont montré que pour des nombres de Reynolds élevés, la chute de pression se comporte de manière asymptotique, c'est-à-dire qu'elle ne varie pas avec le nombre de Reynolds. D'après la classification du régime d'écoulement, cette asymptote semble être dans un état instable et chaotique (éventuellement turbulent). L'examen des données de plusieurs matrices poreuses données par Macdonald et al (1979) montre que cette valeur asymptotique est atteinte pour des nombres de Reynolds compris entre 103 et 104 (ceci est également confirmé par les résultats de Dybbs et Edwards).

Dybbs et Edwards (également Ling 1988) définissent l'état d'inertie comme l'état dans lequel le développement de l'écoulement (et donc de la couche limite) dans le pore est important à partir de Re_d=1, la couche limite commence à se développer près du pore solide mur, pour les nombres de Reynolds < (1-10), la couche limite est plus prononcée et un noyau inertiel apparaît.

Le développement de ce noyau en dehors de la couche limite est responsable du comportement non linéaire du gradient de pression en fonction de la vitesse.

1.8.5. Transition à la turbulence

Plusieurs valeurs du nombre de Reynolds pour le passage à l'écoulement turbulent ont été proposées, mais on peut dire que cette valeur est bien supérieure à celle qui donne les écarts à la loi de Darcy (>>300).

Synthèse bibliographique

L'étude de la convection thermosolutale en milieu poreux fait actuellement l'objet de nombreux travaux au niveau international. Elle consiste à étudier les mouvements convectifs induits dans un milieu poreux par un gradient de température et un gradient de concentration (causé par la variation avec la température et/ou la concentration en soluté en présence d'un champ gravitationnel). Les mouvements générés par les variations de la densité du fluide saturant en fonction de la température et de la concentration peuvent être très différents du cas classique de la convection naturelle d'origine thermique [7]. L'étude de la convection dans les enceintes remplies de fluides non newtoniens permettrait d'améliorer la conception et les performances d'un large éventail de processus d'ingénierie et d'applications environnementales, tels que l'ingénierie thermique et chimique, le transport de boues, la transformation de l'humidité dans les fibres isolantes, la croissance des cristaux, le forage pétrolier, l'hydrologie, l'ingénierie des polymères, la géophysique, la séparation des mélanges, le stockage du gaz et de nombreux autres processus industriels. Un examen assez complet de ces travaux a été effectué dans un certain nombre de publications [49-52].

En raison des forces volumétriques conflictuelles des forces thermiques et solutales, la convection à double diffusion est fondamentalement définie par des phénomènes de transfert de chaleur et de masse, qui sont la source de la création d'entropie. Wang et al, [53]. Dans un milieu poreux, Chen et Chen [54] ont étudié numériquement la convection naturelle dans un cylindre circulaire horizontal poreux et une sphère remplie d'un fluide non newtonien, en utilisant un modèle de loi de puissance. Ils ont montré que les caractéristiques de chaleur et de masse pour la convection naturelle d'un fluide non newtonien avec de faibles valeurs d'indice de loi de puissance dans le milieu poreux méritent d'être étudiées. Yang et Wang [55] ont étudié le transfert de chaleur par convection naturelle de fluides non newtoniens à loi de puissance avec des contraintes d'écoulement. Mahrous et al [56] ont passé en revue les différentes hypothèses utilisées pour calculer la viscosité du sang dans les modèles *CFD* d'anévrisme intracrânien.

Les fluides non newtoniens dans les milieux poreux se comportent très différemment en termes de transfert de chaleur et de masse par convection. Les fluides non newtoniens étant non linéaires, leurs effets sur les milieux poreux sont différents de ceux des fluides newtoniens. Pascal a réfléchi à l'écoulement de fluides non newtoniens avec une loi de puissance à travers un milieu poreux, Pascal [57,58]. Une version modifiée de la loi de Darcy qui utilise un modèle

rhéologique de Bingham étendu pour décrire l'écoulement à travers un seul tube capillaire pendant une période de trois ans. La première étude de la double convection diffuse dans une couche poreuse basée sur la loi de Darcy, qui s'applique aux milieux poreux denses et peu perméables, a été réalisée par Taunton et al [59]. Le début du mouvement a été prédit en utilisant la théorie de la perméabilité linéaire sur une couche poreuse horizontale avec une concentration stable et inactive qui a été chauffée et salée à partir du sol. Jumah et Mujah [60] ont examiné une dalle verticale dans un milieu poreux saturé soumis à une température et à une concentration constante et uniforme de la paroi active. Ont étudié le transfert de chaleur et de masse par convection naturelle sur des fluides non newtoniens de loi de puissance avec contrainte d'écoulement. Les fluides non newtoniens sont caractérisés par des matériaux qui s'épaississent et s'amincissent sous l'effet du cisaillement, ce qui a des influences différentes sur les opérations de transport de chaleur. Ainsi, la mise en évidence des caractéristiques de transport de chaleur des liquides sous différentes contraintes de travail permet d'accroître leur efficacité en matière de transport de chaleur. Ici, nous avons utilisé le modèle de tuile pour l'analyse du comportement de l'écoulement dans lequel la viscosité dépend du taux de cisaillement. Al-Azawy et al [61] ont étudié numériquement l'écoulement sanguin tridimensionnel, régulier, laminaire et non newtonien du modèle de Carreau à travers une artère sténosée. La forme de sténose choisie était trapézoïdale avec deux cas (70% et 90% d'obstruction). Le taux de cisaillement, les lignes de courant, la verticité et le facteur d'importance ont été examinés pour évaluer l'influence du modèle non newtonien. Ils ont montré que les niveaux du modèle non newtonien étaient plus élevés pour une obstruction de 90 % que pour une obstruction de 70 %. L'examen des lignes de courant à travers l'artère a montré que les zones de recirculation dans l'artère et après la sténose étaient plus importantes que dans le modèle de Carreau. Unuh et al [62] ont réalisé une étude numérique du flux magnétique et de la contrainte de cisaillement de l'amortisseur *OEM* en utilisant un fluide *MR*. Le modèle à éléments finis a été construit pour analyser et examiner la nouvelle conception de l'amortisseur *OEM*. Leur principale conclusion est que le champ magnétique induit peut manifester le développement de la contrainte de cisaillement en polarisant les particules en suspension dans le fluide *MR*. En outre, le gradient de la réponse à la contrainte de cisaillement diminue lorsque la contrainte de cisaillement est la plus élevée et atteint finalement des plateaux lorsque les fluides *MR* sont complètement saturés.

Wang et al [63] ont étudié la convection naturelle d'un fluide de loi de puissance non newtonien dans une cavité poreuse carrée. Les auteurs ont résolu le problème analytiquement

et numériquement en utilisant le schéma de Runge-Kutta du quatrième ordre et la méthode de tir. D'après les résultats numériques rapportés, il a été constaté que le début de la convection naturelle se produirait si une valeur minimale de la limite d'élasticité était fournie. Jecl et Škerget [64] ont appliqué la méthode des éléments finis aux frontières pour étudier la convection naturelle d'un fluide non newtonien dans une cavité poreuse carrée. Les modèles de Power-law et de Carreau sont utilisés pour modéliser le comportement rhéologique non newtonien. Les résultats des évaluations hydrodynamiques et de transfert de chaleur ont été rapportés pour la configuration dans laquelle l'enceinte est chauffée par une paroi latérale tandis que les parois horizontales sont isolées. L'écoulement dans le milieu poreux a été modélisé à l'aide du modèle de Darcy étendu de Brinkman modifié, en tenant compte des effets visqueux non-darcy. Lamsaadi et al [65] ont étudié l'effet de l'indice de puissance sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire avec un flux de chaleur latéral constant et des parois verticales adiabatiques dans la limite d'un nombre de Prandtl élevé. Par rapport aux fluides newtoniens (n=1), une diminution de l'indice de puissance n (fluides à amincissement par cisaillement, $0 < n < 1$) induit une apparition précoce du régime d'écoulement unicellulaire et augmente le taux de transfert de chaleur par convection, tandis qu'une augmentation de n (fluides à épaississement par cisaillement, $n > 1$) produit l'effet inverse. Au contraire. La convection naturelle dans un milieu poreux rectangulaire a été étudiée analytiquement et numériquement par Bahloul [66]. Il a montré que le coefficient de stratification thermique dépend essentiellement du rapport d'aspect de l'enceinte et devient presque indépendant du nombre de Rayleigh dans le régime de la couche limite. Pour un chauffage élevé, il a donné un modèle simplifié pour le paramètre de stratification $\gamma = 1.22A^{-0.47} Ra^{0.46}$. L'étude de stabilité linéaire de l'écoulement parallèle a été utilisée pour déterminer le nombre de Rayleigh critique pour une cavité de grande extension. L'auteur a constaté que l'écoulement est stable quel que soit le coefficient de stratification. Cheng [67] a étudié l'écoulement par convection naturelle, le transfert de chaleur et de masse de fluides de loi de puissance non newtoniens avec une contrainte d'écoulement dans un milieu poreux à partir d'une plaque verticale avec des flux de chaleur et de masse de paroi variables, et a observé que l'existence d'un gradient de pression seuil dans les fluides de loi de puissance tend à diminuer la vitesse du fluide et les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux. De même, une augmentation de l'exposant de la loi de puissance augmente les nombres de Nusselt et de Sherwood locaux.

La convection naturelle de fluides de loi de puissance non newtoniens dans une cavité poreuse a été étudiée et décrite numériquement par Hadim [68] en utilisant le modèle de

Brinkman-Forchheimer modifié. Il a conclu que lorsque l'indice de loi de puissance diminue, la circulation à l'intérieur de la cavité augmente, ce qui conduit à un nombre de Nusselt plus élevé. Ces effets sont renforcés lorsque le nombre de Darcy augmente. Il en résulte une vitesse verticale plus élevée près des parois et un nombre de Nusselt plus élevé dans la cavité. Par conséquent, une augmentation du nombre de Rayleigh produit des effets similaires à une diminution de l'indice de loi de puissance. Les recherches de Cheng [67] sur les nombres de Nusselt et de Sherwood montrent qu'ils augmentent avec la loi de puissance. Une analyse mathématique de la convection thermosolutale dans un milieu poreux a été publiée par Lin et Payne [69]. Cette étude utilise le modèle de Darcy. Selon les auteurs, la solution de l'écoulement dépend continuellement de l'effet Soret. Les résultats actuels sur la convection asymptotique et numérique à double diffusion en présence d'un champ magnétique ont été obtenus par Rebhi et al [70,71]. Les conditions aux limites de Neumann et de Dirichlet pour la température et les concentrations de soluté ont été utilisées pour généraliser l'étude. Différents mécanismes de convection et concentrations de soluté ont été notés.

Chamkha [72] a examiné la question du transfert couplé, stable et laminaire de chaleur et de masse à travers un coin perméable immergé dans un milieu poreux dont la température et la concentration de surface varient, ainsi que la production ou l'absorption de chaleur et les effets de transpiration de la paroi. En présence des paramètres de Soret et de Dufour, Kefayati [73,74] a examiné la double convection naturelle diffusive de fluides de loi de puissance non newtoniens et la production d'entropie dans une cavité poreuse inclinée. L'impact des paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda sur la convection naturelle dans une cavité poreuse horizontale saturée d'un fluide non newtonien a été examiné analytiquement et numériquement par Khechiba et al [75]. L'hypothèse d'un écoulement parallèle a été utilisée pour générer la solution analytique. Zhu et al [76] ont réalisé une étude numérique de la convection naturelle à double diffusion en *3D* dans une enceinte cubique poreuse saturée de fluide à l'aide d'un modèle non Darcy généralisé. Wahid et al [77] ont réalisé une étude analytique de l'écoulement magnétohydrodynamique à glissement de Darcy d'un fluide viscoélastique sur une feuille étirée et du transfert de chaleur avec rayonnement thermique et dissipation visqueuse. Leurs principales conclusions sont que le fluide viscoélastique ($k^*_1 < 0$) augmente le coefficient de frottement de peau et réduit le coefficient de transfert de chaleur par rapport à un fluide de deuxième qualité. Parvin et al [78] ont étudié l'écoulement du fluide de Casson en magnétohydrodynamique, le transfert de chaleur et de masse en raison de la présence d'un flux d'assistance et de paramètres de rapport de flottabilité. Ils ont montré que

l'augmentation et la diminution de la vitesse, de la température, de la concentration, du coefficient de frottement cutané, du nombre de Nusselt local et du nombre de Sherwood local sont influencées par les paramètres du champ magnétique, de l'écoulement assisté et du rapport de flottabilité.

Récemment, en utilisant le modèle Dupuit-Darcy, Rebhi et al [79,80] ont mené des études analytiques et numériques des écoulements convectifs créés dans des cavités poreuses verticales et horizontales remplies d'un mélange binaire. En étudiant la stabilité linéaire de l'approximation de l'écoulement parallèle, les auteurs ont prédit explicitement et implicitement le début du mouvement convectif et le point de départ de la bifurcation de Hopf caractérisant la transition entre les états convectifs stables et les états oscillatoires. Ils ont montré l'impact considérable de la traînée de forme sur les conditions critiques et les taux d'échange de chaleur et de masse. De multiples solutions stables et oscillatoires coexistent près de la criticité et des vagues se déplaçant verticalement ont été observées. La convection linéaire et doublement diffuse dans un milieu poreux horizontal rempli d'un nanofluide lié a été étudiée analytiquement et numériquement par Khan et al [81]. La méthode des séries de Fourier a utilisé l'équation régissant le phénomène. L'effet Dufour et l'effet Soret sont deux exemples de flux de chaleur induit par un gradient de concentration et de flux de matière induit par un gradient de température, respectivement. Ils ont constaté que le paramètre de constance du couple améliore la stabilité du système dans les modes de convection oscillatoire et stationnaire. Une étude théorique et numérique de la convection induite par Soret dans une couche poreuse horizontale saturée d'un mélange de n composants a été menée par Mutschler et Mojtabi [82]. Ali et al [83] ont étudié l'impact du champ magnétique sur le comportement d'un fluide de Casson non newtonien dans un canal étroit en utilisant la loi de Darcy pour des écoulements réguliers et pulsatoires. La contrainte de cisaillement de paroi (WSS) avait une tendance incitative en fonction du paramètre magnétique, du nombre de Strouhal et du paramètre de Casson. En outre, la région de séparation de l'écoulement peut être contrôlée par le paramètre magnétique. Ghiasi et Saleh [84] ont étudié les solutions analytiques et numériques de l'écoulement sakiadis 2D d'un fluide de Casson non newtonien avec des conditions limites convectives basées sur le modèle mathématique de Buongiorn. Ils ont constaté que le coefficient de frottement cutané d'un fluide non newtonien est plus élevé que celui d'un fluide newtonien. En outre, l'épaisseur de la couche limite thermique est fortement influencée par la force résistive de Lorentz et la dissipation visqueuse. Wang et al [85] ont étudié numériquement les implications de la viscosité et de la conductivité thermique en

fonction de la température pour le transport de chaleur et de masse des nanofluides de Williamson à travers une feuille d'étirement non linéaire d'épaisseur irrégulière lorsque la biconvection des micro-organismes est incorporée. Ils ont constaté que la valeur du mouvement brownien et le nombre de Lewis réduisent la concentration de nanoparticules. En outre, la vitesse du nanofluide non newtonien est inférieure à celle du nanofluide visqueux, mais la température se comporte de manière opposée. Khdher et al [86] ont étudié la configuration de l'écoulement secondaire dans un canal droit carré avec l'amélioration du transfert de chaleur de l'eau et de trois types différents de nanofluides (Al_2O_3, TiO_2 et CuO) dans l'eau comme fluide de base sous un flux de chaleur constant dans les parois supérieures et inférieures. Le logiciel *CFD* a été utilisé pour réaliser l'étude numérique dans la plage des nombres de Reynolds 104-106. Ils ont conclu qu'en augmentant le nombre de Reynolds, le flux secondaire augmente ainsi que la contrainte de cisaillement. En outre, la concentration volumique augmente, la contrainte de cisaillement de la paroi et les taux de transfert de chaleur augmentent. Le nanofluide contenant des nanoparticules de *CuO* a atteint un nombre de Nusselt plus élevé, suivi par TiO_2 et Al_2O_3, respectivement. La stabilité de l'écoulement au point de stagnation et le transfert de chaleur radiatif d'un fluide non newtonien qui est un fluide de Casson passant sur une plaque de Riga coulissante à perméabilité exponentielle ont été étudiés par Yusof et al [87]. Ils ont constaté que l'épaisseur de la couche limite de quantité de mouvement augmente avec les valeurs du paramètre de Casson. La température diminue lorsque les paramètres de glissement de vitesse et de glissement thermique sont augmentés. Khan et al [88] ont étudié l'efficacité de l'utilisation d'une suspension de nanoparticules dans l'eau à des pressions supercritiques pour atténuer la détérioration du transfert de chaleur. Les performances thermohydrauliques des nanofluides à base d'eau supercritique sont analysées à l'aide de paramètres de moindre dimension basés sur les nombres de Nusselt normalisés et les facteurs de friction de Fanning. Ils ont conclu que l'augmentation des nanoparticules retardait et mettait fin à la *DHT* dans la région pseudocritique. En outre, l'augmentation des nanoparticules a accru les performances thermiques globales du fluide de base. L'importance de la biconvection et de la transpiration de masse pour l'écoulement *MHD* du nanofluide micropolaire de Maxwell sur une feuille en extension a été étudiée par Habib et al [89]. La variable de similarité a été utilisée pour transformer les équations d'écoulement en *DOE* non dimensionnels correspondants. Il a été signalé que le profil de densité mobile diminue lorsque les nombres de Lewis et de Peclet augmentent. En outre, la distribution de la température augmente pour de grandes valeurs du mouvement brownien, du nombre de Rayleigh et des paramètres de thermophorèse. Awan et al [90] ont publié une étude comparative des nano-liquides hybrides (Al_2O_3, *Cu*/Eau) et des

nano-liquides (Al_2O_3/Eau) sur la surface d'extension linéaire. Ils ont constaté que les nanoparticules Al_2O_3-Cu étaient de meilleurs transformateurs de chaleur que les nanoparticules Al_2O_3.

Dans des enceintes peu profondes avec un rapport d'aspect fini, Rebhi et al [91] ont étudié numériquement et analytiquement l'influence du comportement rhéologique des fluides non newtoniens sur les instabilités de convection thermosolutale de Rayleigh-Benard. Dans une cavité carrée inclinée remplie d'un fluide non newtonien soumis à des concentrations et températures uniformes et constantes, alors que les parois extérieures sont imperméables et adiabatiques, le modèle Carreau-Yasuda a été utilisé pour étudier les instabilités de convection thermosolutale de Rayleigh-Benard. Le modèle Carreau-Yasuda a été utilisé pour représenter le comportement rhéologique des fluides non newtoniens. Ces auteurs ont étudié l'effet des paramètres rhéologiques du modèle utilisé sur la bistabilité de la convection thermosolutale. Lounis et al [92] ont étudié statistiquement la convection thermosolutale avec les effets de Soret et de Dufour. Pour différentes valeurs des paramètres directeurs, les résultats ont été présentés et discutés en termes de lignes de courant, d'isothermes, d'iso-concentration, de fonction de courant et de nombres moyens de Nusselt et de Sherwood. L'échange de chaleur augmente avec l'augmentation des paramètres de Soret et de Dufour. Bensilakhal et al [93] ont étudié numériquement et analytiquement la bi-stabilité de la convection double diffusive dans une couche poreuse horizontale saturée par un fluide non-newtonien sous l'effet du cisaillement. Des flux de chaleur et de masse constants sont imposés aux parois horizontales de la cavité, tandis que les côtés verticaux sont supposés être adiabatiques et imperméables. Le modèle Carreau-Yasuda est utilisé pour modéliser le comportement du fluide de travail. Les auteurs concluent que cette étude contribue à une meilleure compréhension de la convection doublement diffusive et de son comportement dans les milieux poreux. Globalement, les paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda ont un impact significatif sur les seuils de convection.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous menons une étude pour comprendre les phénomènes thermiques et de masse induits par la convection naturelle thermo-solutale dans les milieux poreux. Ce chapitre permet de mettre en évidence, de définir les fluides et de comprendre les fluides newtoniens et non newtoniens, ces derniers étant constitués de plusieurs paramètres. Ainsi

qu'une revue bibliographique concernant les travaux traitant du phénomène de transfert de chaleur par convection naturelle thermo-solutale y sont également présentés.

Après l'étude de la littérature et la définition des axes de cette étude, nous discuterons du choix du modèle mathématique et des conditions aux limites qui lui sont associées dans le prochain chapitre.

Chapitre II : Description Du Problème et Modèle Mathématique

Dans ce chapitre, nous présenterons les modèles mathématiques utilisés pour décrire le problème physique de la convection thermo-solutale dans un milieu poreux non newtonien, basé sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration. Nous commençons par les hypothèses simplificatrices, la description et la présentation du problème ainsi que les conditions aux limites appropriées, puis nous procédons à l'écriture des équations gouvernantes. Enfin, nous définirons les coefficients d'échange de chaleur et de masse en les traduisant respectivement en nombre de Nusselt et en nombre de Sherwood.

2.1. Modèle mathématique

2.1.1 Géométrie et modèle physique

Dans cette thèse, nous étudierons les phénomènes de convection des thermo-solutés dans un milieu poreux confiné avec une cavité occupée par un fluide non-newtonien. La géométrie de notre problème est principalement illustrée sur la figure 2.1. Convection à double diffusion dans une cavité poreuse carrée remplie de fluides non newtoniens. Les axes de coordonnées x et y sont orientés respectivement dans les directions horizontale et verticale. Les parois actives de la cavité sont soumises à des flux thermiques et massiques de densité uniforme, les autres parois sont supposées adiabatiques et imperméables. Le modèle de Carreau-Yasuda [95-97] permet de décrire le comportement rhéologique des fluides non newtoniens. L'écoulement étudié dans ce travail est considéré comme laminaire.

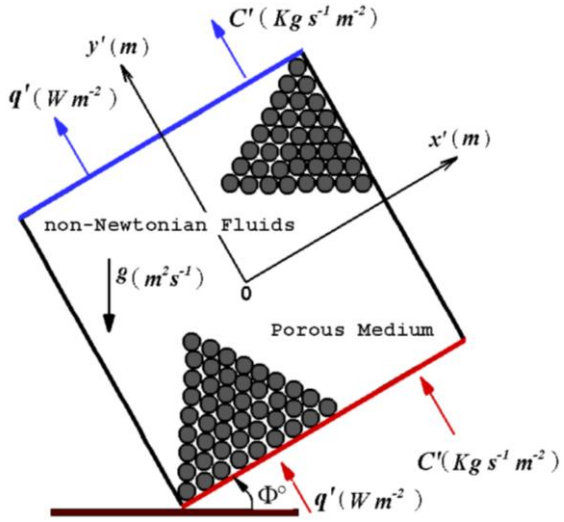


Figure 2.1 : Géométrie du modèle physique.

2.1.2 Hypothèse simplificatrices

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude des phénomènes de convection naturelle sont les suivantes :

- Le fluide considéré est non-newtonien de type loi en puissance, homogène, incompressible et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq.
- Le domaine de travail est bidimensionnel ;
- L'écoulement résultant est supposé laminaire, instationnaire.
- Le transfert d'énergie par rayonnement est négligeable ;
- La dissipation visqueuse est négligeable et il n'y a pas de sources de chaleur ou de masse dans le fluide ;
- Les propriétés physiques sont d'abord considérées comme constantes, puis elles varient avec la température et la concentration ;
- On suppose que la couche poreuse est homogène et isotrope ; est saturée par le même fluide ;
- Pour tenir compte des effets de flottabilité, l'approximation la plus simple est l'approximation de Boussinesq. Cette approximation est basée sur l'hypothèse d'une densité constante à l'exception du terme de flottabilité. [98] ; elle varie avec la température et la concentration. Soit :

$$\rho = \rho_0\left[1-\beta_T\left(T^{'}-T_0^{'}\right)-\beta_s\left(C^{'}-C_0^{'}\right)\right] \tag{2.1}$$

Il s'agit d'un modèle largement utilisé, confirmé par une littérature abondante, et montre un bon accord entre les calculs et les expériences. Où β_T et β_s sont respectivement le coefficient de dilatation thermique et le coefficient de concentration, et ρ_0 est la densité du mélange de fluides à la température $T^{'}= T_0^{'}$ et à la fraction d'espèces $C^{'}=C_0$. L'indice 0 correspond à l'état de l'origine du système de coordonnées.

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T'}\right)_{P',C'} \quad \text{et} \quad \beta_s = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial C'}\right)_{P',T'} \tag{2.2}$$

- le modèle Carreau-Yasuda a été adopté pour la modélisation des fluides non-Newtoniens dans le présent travail.

2.2. Equations gouvernantes dimensionnelles

Dans cette section, nous considérons le cas de la convection thermo-soluté en milieu poreux. L'écoulement du fluide et son transfert de chaleur sont exprimés par un ensemble d'équations aux dérivées partielles, c'est-à-dire l'équation de continuité et de quantité de mouvement et de l'énergie obtenues en appliquant respectivement le principe de conservation de la masse et de conservation de la quantité du mouvement et de l'énergie.

➢ Équation de continuité

L'équation de continuité explique la loi de conservation de la masse : l'augmentation de la masse de fluide contenue dans un volume donné en un certain temps doit être égale à la somme de la masse de fluide entrant dans ce volume moins la masse de fluide sortant de ce volume, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'}+\frac{\partial v'}{\partial y'}=0 \tag{2.3}$$

Les variables u' et v' sont les composantes du champ de vitesse v (x', y') ρ dans les directions x' et y' respectivement.

$$u' = \frac{\partial\psi'}{\partial y'} \quad \text{et} \quad v' = -\frac{\partial\psi'}{\partial x'} \tag{2.4}$$

Ou ψ' représente la fonction de courant.

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

En adoptant ce modèle et en présence d'un champ magnétique et gravitationnel terrestre, la forme générale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour la convection de masse et de chaleur en fonction du débit est :

$$\nabla^2\psi' = -\frac{gK\beta_T}{\nu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(T' + \frac{\beta_s}{\beta_T}C'\right)\cos\Phi + \frac{\partial}{\partial y}\left(T' + \frac{\beta_s}{\beta_T}C'\right)\sin\Phi\right] \tag{2.5}$$

Pour modéliser les écoulements de fluide dans les milieux poreux, on a choisi le modèle de Darcy, le plus couramment utilisé dans les travaux antérieurs [99]. Ce modèle est valable quand les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\varepsilon \le 0.8; \qquad Da = \frac{K}{H'^2} \le 10^{-6}; \qquad \mathrm{Re} = \frac{\vec{V}\sqrt{K}}{\nu} < 1 \tag{2.6}$$

Où ε est la porosité du milieu poreux, K est la perméabilité, Da est le nombre de Darcy, Re est le nombre de Reynolds, $\bar{V}$ est la vitesse moyenne de filtration des particules fluides à travers la matrice solide et ν est la viscosité cinématique du fluide.

- **Equation de l'énergie**

$$(\rho C)_P \frac{\partial T'}{\partial t} + (\rho C)_\rho V'.\nabla T' = k\nabla^2 T' \tag{2.7}$$

- **Équation de masse**

L'équation de conservation de masse est donnée par la relation suivante :

$$\varphi\frac{\partial C'}{\partial t'} + V'.\nabla C' = D\nabla^2 C' \tag{2.8}$$

Dans les milieux poreux saturés de fluide, le transfert de chaleur est assuré à la fois par les phases liquide et solide. Cependant, les deux phases n'ont pas la même la capacité thermique ($(\rho C)_P$ et $(\rho C)_\rho$ respectivement), V' est la vitesse de Darcy, g est l'accélération gravitationnelle, ν est la viscosité cinématique, k et D sont la conductivité thermique et le coefficient de diffusion isotherme, ϕ est la porosité normalisée du milieu poreux.

2.3. Equations gouvernantes adimensionnelles

Afin de procéder à la résolution numérique du système, nous introduisons les variables non-dimensionnelles suivantes, respectivement pour le Temps (t), fonction de flux (ψ), la porosité (ε), la température (T) et la concentration (C), les différences caractéristiques de concentration (ΔC^*) et de température (ΔT^*) et la viscosité (μ_{CY}), on obtient [73,74] :

$$(u,y)=\frac{(x',y')}{H'},\quad t=\frac{t'\alpha}{\sigma H'^2},\quad (u,y)=\frac{(u',v')H'}{\alpha},\quad \psi=\frac{\psi'}{\alpha},\quad \varepsilon=\phi/\sigma,\quad T=\frac{(T'-T_0')}{\Delta T^*},$$
$$C=\frac{(C'-C_0')}{\Delta C^*},\quad \Delta T^*=\frac{q'H'}{k},\quad \Delta C^*=\frac{j'H'}{\rho_0 D},\quad \mu_{CY}=\frac{\mu}{\mu_0},\quad E=\frac{E'\alpha}{\varepsilon H'^2} \tag{2.9}$$

Où k et α sont respectivement la conductivité thermique et la diffusivité thermique.
En introduisant ces grandeurs sans dimensions dans les équations qui gouvernent l'écoulement laminaire, instable et bidimensionnel d'un fluide incompressible et le transfert thermique dans un milieu poreux de conservation de masse (2.3), de mouvement (2.5), d'énergie (2.7), et de concentration (2.8) basée sur le modèle de darcy, on obtient respectivement :

- ✓ **Equation de continuité**

La conservation de la masse pour un fluide incompressible (ρ=constante) en régime permanent est régit par l'équation de la continuité donnée par :

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{2.10}$$

- ✓ **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

Le mouvement du fluide dans la cloison poreuse est régi par le modèle de darcy, alors que dans les compartiments fluides le mouvement est décrit par les équations suivant :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)=-R_T\left[\frac{\partial}{\partial x}(T+NC)\cos\theta+\frac{\partial}{\partial y}(T+NC)\sin\theta\right] \tag{2.11}$$

- ✓ **Equation de l'énergie**

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial T}{\partial y}=\nabla^2 T \tag{2.12}$$

- ✓ **Equation de concentration**

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y}=Le^{-1}\nabla^2 C \tag{2.13}$$

2.4. Les paramètres adimensionnels de contrôle du problème

L'écoulement du fluide, le transfert de chaleur et de masse sont caractérisés par les paramètres adimensionnels suivants, à savoir le nombre de Rayleigh thermique, R_T, le rapport de flottabilité, N, le nombre de Lewis, Le, et la porosité normalisée, ε.

- ✓ **le nombre de Rayleigh thermique, R_T**

Le nombre de Rayleigh regroupe les nombres de Prandtl et Grashof et est donné par :

$$R_T = Gr.\Pr = \frac{\rho_0 \beta \Delta T' K H'}{\mu_0 \alpha} \tag{2.14}$$

- ✓ **Le nombre de Lewis, Le**

Le nombre de Lewis qui représente le rapport de la diffusivité thermique à la diffusivité massique du milieu poreux saturé est défini comme suit :

$$Le = \frac{\alpha}{D} \tag{2.15}$$

- ✓ **Le rapport de flottabilité, N**

Le rapport des forces de volume massique et thermique N.

$$N = \frac{\beta_s \Delta C^*}{\beta_T \Delta T^*} \tag{2.16}$$

Ce paramètre peut être positif ou négatif, selon le signe du coefficient β_S, deux situations peuvent être distinguées :

- ➢ Si $\beta_s > 0$, $N > 0$, dans ce cas les effets thermiques et de solution sont en synergiques (la convection coopérant).
- ➢ Si $\beta_s < 0$, $N < 0$, les effets thermiques et de solution sont opposés (convection inverse).

- ✓ **La porosité normalisée, ε**

$$\varepsilon = \frac{\phi}{\sigma} \tag{2.17}$$

2.5. Conditions aux limites

Pour la résolution du problème physique, nous avons besoin d'associer aux équations mathématique régissant le phénomène de convection naturelle, un nombre adéquat de conditions aux limites.

Les conditions aux limites du problème sont de plusieurs types : des conditions limites de Dirichlet en température et concentration sont imposées sur les parois actives, tandis que les autres parois sont adiabatiques et imperméables au flux de chaleur et de masse (condition du type Neuman).

- ✓ Conditions aux frontières hydrodynamiques [75]

$$u = v = 0, \qquad \psi = 0, \qquad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \tag{2.18}$$

- ✓ Conditions aux frontières thermiques et solutales

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{à} \quad x = \pm\frac{1}{2}, \quad \text{et} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = -1 \quad \text{à} \quad y = \pm\frac{1}{2} \tag{2.19}$$

Dans le présent travail, le fluide considéré est un fluide purement visqueux, qui est un fluide rhéo-fluidique dont la viscosité μ est décrite par le modèle de Carreau-Yasuda [91, 92, 95-97].

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left[1 + \left(E'\dot{\gamma}'\right)^a\right]^{(n-1)/a} \tag{2.20}$$

Où μ_0 et $\mu\infty$ sont les viscosités du fluide à des taux de cisaillement nuls et infinis, respectivement, (n-1) est l'indice d'amincissement par cisaillement, E' est le caractère temporel du fluide, γ' est l'amplitude du taux de cisaillement et a est un paramètre sans dimension décrivant la transition entre deux régions : la région du taux de cisaillement nul et la région de la loi de puissance.

En termes de modèle morphologique Carreau-Yasuda décrivant le comportement d'un fluide non newtonien, la viscosité est donnée par [91, 92, 95-97] :

$$\mu_{CY}(\gamma) = \mu(\gamma) = s + (1-s)\left[1 + \left(E|\dot{\gamma}|\right)^a\right]^{(n-1)/a} \tag{2.21}$$

Où μ représente la viscosité apparente qui dépend du cisaillement est la viscosité apparente sans dimension qui dépend du cisaillement. $s = \frac{\mu\infty}{\mu 0}$, est le rapport des viscosités avec des taux de cisaillement infinis à nuls. *E* est une constante de temps sans dimension, dont l'inverse est le taux de cisaillement critique marquant le début de l'amincissement par cisaillement. *a* est un paramètre sans dimension décrivant la région de transition entre la région à taux de cisaillement nul et infini. *n*, qui est inférieur à l'unité pour les fluides pseudo-plastiques, est l'exposant de la loi de puissance qui caractérise le régime d'amincissement par cisaillement. Le taux de déformation sans dimension γ est exprimé comme suit.

$$\gamma = \left[4\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)^2 \right]^{1/2} \tag{2.22}$$

2.6. Coefficients de transfert de chaleur et de masse

Le taux de transfert local de chaleur et de masse sur la paroi chaude peut être exprimé en fonction du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood et peut être obtenu à partir de l'expression suivante :

$$Nu^{-1} = \Delta T = T_{(0,-1/2)} - T_{(0.1/2)} \text{ (Neumann)} \quad \text{et} \quad Nu = -\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \text{ (Dirichet)} \tag{2.23}$$

$$Sh^{-1} = \Delta C = C_{(0,-1/2)} - C_{(0.1/2)} \text{(Neumann)} \quad \text{et} \quad Sh = -\left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=\pm 1/2} \text{(Dirichet)} \tag{2.24}$$

Les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et Sherwood le long de ces parois sont calculées par les intégrales suivantes (Nu_m, Sh_m) :

$$Nu_m = A^{-1} \int_{-A/2}^{A/2} Nu dx \quad \text{et} \quad Sh_m = A^{-1} \int_{-A/2}^{A/2} sh dx \tag{2.25}$$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous considérons les phénomènes physiques et les équations mathématiques régissant les phénomènes convectifs des thermo-solutés, en régime d'écoulement laminaire dans une cavité carrée inclinée confinée par un fluide incompressible non newtonien, et Après avoir posé les conditions aux limites associées, donnée sous forme adimensionnelle, nous allons modéliser le problème. A cet effet, des méthodes numériques sont

choisies pour résoudre les équations en milieu poreux. La méthode des différences finies a été choisie. Les questions relatives à la technique de résolution, au traitement des interfaces ainsi que la validation du code sont abordées dans le chapitre suivant.

Chapitre III : Solution Numérique

Les performances des ordinateurs ont considérablement augmenté ces dernières années, permettant d'utiliser des techniques numériques de plus en plus efficaces pour résoudre des groupes d'équations différentielles aux dérivées partielles. Dans ce chapitre, nous présentons des techniques numériques pour simuler la convection dans les milieux poreux. Nous conclurons ce chapitre en comparant nos résultats avec ceux de la littérature, validant le code numérique développé.

3.1. Méthodologie numérique

L'équation de conservation contrôlant le phénomène de convection naturelle thermo-solutale est une équation aux dérivées partielles couplée non linéaire. En raison de leur complexité, ces équations ne peuvent être résolues qu'à l'aide de techniques numériques. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation parmi ces méthodes afin de transformer le système d'équations aux dérivées partielles en système d'équations algébriques, on peut citer :

1. aux éléments finis ;
2. aux volumes finis ;
3. ou aux différences finies.

3.1.1. Méthode des éléments finis

Moresi et Solomatov [101] ont présenté la méthode des éléments finis avec points d'intégration lagrangiens (MEFPIL). La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. La méthode consiste à mailler l'espace dans l'aire de base. La grille peut être constituée de triangles ou de rectangles, au sommet desquels on recherche des volumes inconnus, en supposant que dans ce domaine, les inconnues varient linéairement avec les coordonnées. Par conséquent, cette approche nécessite de mailler l'ensemble de l'espace d'étude. Cela peut entraîner une capacité de mémoire excessive de l'ordinateur et un temps de calcul excessif.

- **Les Avantages**

  - Peut gérer des géométries complexes ;
  - Un grand nombre de résultats théoriques sur la convergence ;
  - Existence de solutions faibles ;

- maillage solide et flexible.

- **Les inconvénients**

- Le coût de calcul est très élevé ;

- Mauvaise gestion des équations aux dérivées partielles non linéaires ;

- Les formalismes mathématiques sont plus complexes et plus difficiles à mettre en œuvre ;

- Ne garantit pas nécessairement le conservatisme de l'équation.

3.1.2. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis a été décrite par Patankar et Spalding en 1971 et publiée en 1980 par Patankar [102] pour sa facilité d'utilisation. Pour la solution numérique des équations aux dérivées partielles, telles que la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis. La caractéristique de la méthode des volumes finis est que la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie est satisfaite dans tous les volumes finis et dans tout le domaine de calcul. La méthode consiste à partitionner le domaine de calcul en volumes, où chaque volume entoure un nœud.

- **Les Avantages**

- Permet l'utilisation de volumes de n'importe quelle forme pour gérer des géométries complexes ;

- Moins cher que E.F ;

- Détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann ;

- Relativement facile à mettre en œuvre ;

- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnables (matrice rayée) ;

- Préserver le caractère conservateur des équations sur chaque volume de contrôle ;

- (Continuité d'écoulement à l'interface), valable pour toute finesse de maillage.

- **Les inconvénients**

- Peu de résultats théoriques de convergence ;

- Pas aussi précis que les méthodes spectroscopiques.

3.1.3. Méthode des différences finies

Euler [103] a introduit la méthode des différences finies au 18ème siècle. C'est la méthode la plus ancienne. La méthode utilise la forme différentielle des équations de conservation comme point de départ.

Dans le cadre de nos recherches, nous avons choisi la méthode des différences finies, qui s'est avérée être la méthode la plus adaptée et la plus simple à utiliser pour résoudre des problèmes géométriques simples. Cette approche consiste à discrétiser les dérivées partielles à l'aide du développement de Taylor en calculant l'équation à chaque nœud de la grille pour obtenir des équations linéaires reliant des variables inconnues à un nœud aux valeurs de ces mêmes variables aux nœuds voisins. La précision du graphe dépend du nombre de nœuds d'ensemble réservés à l'approximation d'une dérivée donnée et du maillage effectué (des maillages réguliers et structurés sont souvent utilisés).

- **Les Avantages**

- Très simple à écrire et faible coût de calcul ;

- Rapidité et performance de l'algorithme ;

- Facile à regarder dans l'ordre

- Un grand nombre d'équations aux dérivées partielles accessibles ;

- Analyse locale (simple) de précision et de convergence ;

- Dans le cas de maillages réguliers, les autres méthodes (E.F et V.F) peuvent souvent être interprétées comme des graphes aux différences finies.

- **Les inconvénients**

- Une grande régularité dans le coût des solutions nécessaires ;

- Mauvaise flexibilité du réseau ;

- Limité à des géométries simples, difficile de considérer des conditions aux limites de type Neumann ;

- Les lois de conservation ne sont pas garanties après discrétisation ;

- L'apparition d'instabilité numérique ;

- Difficulté à manipuler des géométries plus complexes.

Les équations de conservation soumises aux conditions aux limites ci-dessus sont résolues numériquement par la méthode des différences finies basée sur le code de calcul Fortran. Dans le cadre cartésien, les coins de ce carré sont spécifiés par des nœuds, et chaque nœud est indexé par un paire d'indices (*i, j*) Spécifier la ligne d'intersection de la grille. Les nœuds adjacents sont implicitement définis en élevant ou en abaissant l'un de leurs indices par incréments unitaires. Les équations d'énergie et de concentration sont discrétisées sur une grille uniforme à l'aide d'un schéma central espace-temps aux différences finies du second ordre (Fig. 3.1).

Les équations différentielles régissant le problème seront approximées par un système d'équations algébriques, où les valeurs des variables nodales (température, concentration, verticité et fonctions de courant) sont des inconnues du problème. Par itérations successives, nous déterminons ces valeurs tout en respectant les conditions aux limites du système de contrôle.

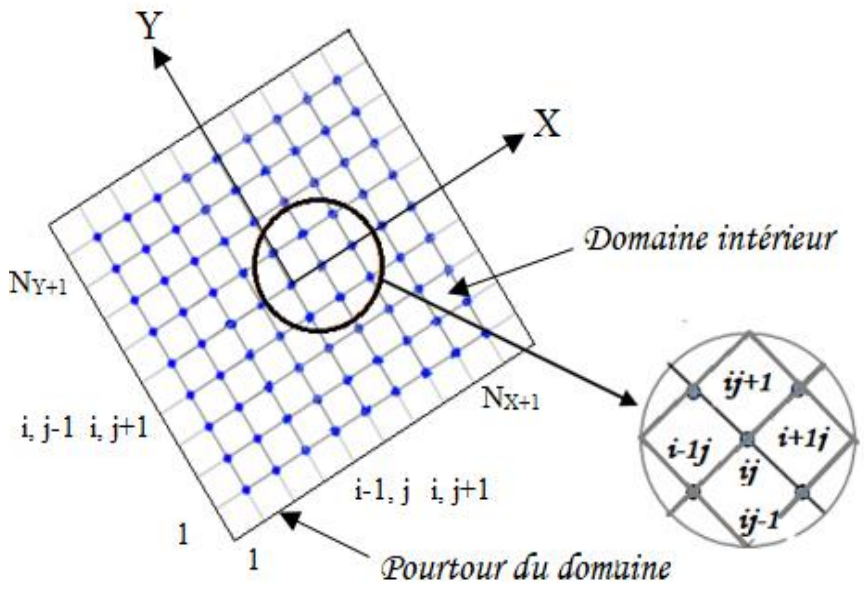


Figure 3.1 : Maillage utilisé en différences finies [15].

3.2. Discrétisation des équations gouvernantes

3.2.1. Discrétisation des équations de conservation

A l'intérieur du domaine discrétisé, les dérivées partielles de premier et second ordre sont approchées selon le schéma aux différences finies, qui prend les expressions suivantes :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (3.1), \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (3.2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} + f_{i-1,j} - 2f_{i,j}}{(\Delta x)^2} \quad (3.3), \qquad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j}}{(\Delta y)^2} \quad (3.4)$$

Ou f représente soit la température T, la concentration C, soit la fonction de courant ψ, ou soit la viscosité apparente μ et (Δx), (Δy) l'espacement entre deux nœuds voisins.

Une fois discrétisées avec le schéma central classique, les équations fondamentales sont d'abord résolues numériquement, puis les équations d'énergie et de concentration sont résolues par la méthode de direction alternée implicite (*ADI*). L'équation du mouvement est ensuite résolue par la méthode de sur-relaxation (*S.O.R*) basée sur les champs de température et de concentration établis.

3.2.2. Discrétisation de l'équation d'énergie

L'équation de l'énergie est une parabole relative au temps, et une ellipse relative aux coordonnées spatiales, et nous avons choisi la méthode A.D.I pour l'intégrer. Cette approche produit un système matriciel tridiagonal dans les directions x et y. Le système dans la direction x est obtenu en discrétisant x implicitement et en discrétisant y explicitement, tandis que le système dans la direction y est obtenu en discrétisant y implicitement et en discrétisant x explicitement. L'équation d'énergie donnée (2.12) est réécrite comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T \quad (3.5)$$

- **Modèle implicite en *x* et explicite en *y***

Voici un schéma aux différences centrées, au temps (n + 1/2) pour les dérivées en x et au temps (n) pour les dérivées en y, la discrétisation des dérivées partielles est donnée par :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^{\ n}}{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)} \quad (3.6)$$

$$\left(\frac{\partial (uT)}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n} T_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n} T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2(\Delta x)} \quad (3.7)$$

$$\left(\frac{\partial(vT)}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{v^n_{i,j+1}T^n_{i,j+1} - v^n_{i,j-1}T^n_{i,j-1}}{2(\Delta y)} \tag{3.8}$$

$$\left(\nabla^2 T\right)_{i,j} = \frac{T^{n+1/2}_{i+1,j} - 2T^{n+1/2}_{i,j} + T^{n+1/2}_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T^n_{i,j+1} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \tag{3.9}$$

En remplaçant les expressions (3.9) dans l'équation d'énergie (3.5), on obtient la forme discrétisée implicite en *x* sous la forme matricielle suivante :

$$A_i T^{n+1/2}_{i-1,j} + B_i T^{n+1/2}_{i,j} + C_i T^{n+1/2}_{i+1,j} = D_i \tag{3.10}$$

Avec les coefficients suivant pour l'équation de l'énergie :

$$A_i = \frac{u^n_{i-1,j}}{2(\Delta x)} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \qquad B_i = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta x)^2} \qquad C_i = \frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{u^n_{i+1,j}}{2(\Delta x)}$$

$$D_i = -\left[\frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{v^n_{i,j-1}}{2(\Delta y)}\right]T^n_{i,j-1} + \left[\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta y)^2}\right]T^n_{i,j} + \left[\frac{-1}{(\Delta y)^2} + \frac{v^n_{i,j+1}}{2(\Delta y)}\right]T^n_{i,j+1}$$

- **<u>Modèle implicite en *y* et explicite en *x*</u>**

C'est un schéma aux différences centrées, au temps (*n*) pour les dérivées en *x* et au temps (*n* + 1) pour les dérivées en *y*, d'où :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{T^{n+1}_{i,j} - T^{\ n}_{i,j}}{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)} \tag{3.11}$$

$$\left(\frac{\partial(uT)}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u^n_{i+1,j}T^{n+1}_{i+1,j} - u^n_{i-1,j}T^{n+1}_{i-1,j}}{2(\Delta x)} \tag{3.12}$$

$$\left(\frac{\partial(vT)}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{v^n_{i,j+1}T^{n+1}_{i,j+1} - v^n_{i,j-1}T^{n+1}_{i,j-1}}{2(\Delta y)} \tag{3.13}$$

$$\left(\nabla^2 T\right)_{i,j} = \frac{T^n_{i+1,j} - 2T^n_{i,j} + T^n_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T^{n+1}_{i,j+1} - 2T^{n+1}_{i,j} + T^{n+1}_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \tag{3.14}$$

En substituant les expressions (3.14) dans l'équation (3.5), on obtient le système algébrique :

$$A_i' T_{i-1,j}^{n+1} + B_i' T_{i,j}^{n+1/2} + C_i' T_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i' \tag{3.15}$$

Avec :

$$A_i' = \frac{v_{i,j-1}^n}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \qquad B_i' = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta y)^2} \qquad C_i' = \frac{1}{(\Delta y)^2} - \frac{v_{i,j-1}^n}{2(\Delta y)}$$

$$D_i' = -\left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i-1,j}^n}{2(\Delta x)}\right] T_{i-1,j}^n + \left[\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta x)^2}\right] T_{i,j}^n + \left[\frac{-1}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i+1,j}^n}{2(\Delta x)}\right] T_{i+1,j}^n$$

3.2.3. Discrétisation de l'équation de concentration

L'équation d'énergie (2.13) se réécrit de la façon suivante mieux adaptée à la résolution numérique :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial y} = Le^{-1}\nabla^2 C \tag{3.16}$$

- **<u>Modèle implicite en x et explicite en y</u>**

Nous utilisons une discrétisation implicite dans la direction *x*, en optant pour des différences centrées au temps (*n* + 1/2) pour les dérives en x et au temps (*n*) pour les dérives en *y*, chaque terme de l'équation de concentration est discrétisé comme suit :

$$\left(\frac{\partial C}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{C_{i,j}^{n+1/2} - C_{i,j}{}^n}{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)} \tag{3.17}$$

$$\left(\frac{\partial (uC)}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^n C_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^n C_{i-1,j}^{n+1/2}}{2(\Delta x)} \tag{3.18}$$

$$\left(\frac{\partial (vC)}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^n C_{i,j+1}^n - v_{i,j-1}^n C_{i,j-1}^n}{2(\Delta y)} \tag{3.19}$$

$$\left(\nabla^2 C\right)_{i,j} = \frac{C_{i+1,j}^{n+1/2} - 2C_{i,j}^{n+1/2} + C_{i-1,j}^{n+1/2}}{(\Delta x)^2} + \frac{C_{i,j+1}^n - 2C_{i,j}^n + C_{i,j-1}^n}{(\Delta y)^2} \tag{3.20}$$

En substituant l'expression (3.20) dans l'équation d'énergie (3.16), on obtient une forme discrète implicite en *x* sous la forme de la matrice suivante :

$$A_i C_{i-1,j}^{n+1/2} + B_i C_{i,j}^{n+1/2} + C_i C_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i \tag{3.21}$$

L'équation de la concentration a les coefficients suivants :

$$A_i = \frac{u^n_{i-1,j}}{2(\Delta x)} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \qquad B_i = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta x)^2} \qquad C_i = \frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{u^n_{i+1,j}}{2(\Delta x)}$$

$$D_i = -\left[\frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{v^n_{i,j-1}}{2(\Delta y)}\right] C^n_{i,j-1} + \left[\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta y)^2}\right] C^n_{i,j} + \left[\frac{-1}{(\Delta y)^2} + \frac{v^n_{i,j+1}}{2(\Delta y)}\right] C^n_{i,j+1}$$

- **<u>Modèle implicite en *y* et explicite en *x*</u>**

C'est un schéma de différence centrale, la dérivée par rapport à *x* au temps (*n*) et la dérivée par rapport à *y* au temps (*n* + 1), d'où :

$$\left(\frac{\partial C}{\partial t}\right)_{i,j} = \frac{C^{n+1}_{i,j} - C_{i,j}{}^n}{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)} \tag{3.22}$$

$$\left(\frac{\partial (uC)}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u^n_{i+1,j} C^{n+1}_{i+1,j} - u^n_{i-1,j} C^{n+1}_{i-1,j}}{2(\Delta x)} \tag{3.23}$$

$$\left(\frac{\partial (vC)}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{v^n_{i,j+1} C^{n+1}_{i,j+1} - v^n_{i,j-1} C^{n+1}_{i,j-1}}{2(\Delta y)} \tag{3.24}$$

$$\left(\nabla^2 C\right)_{i,j} = \frac{C^n_{i+1,j} - 2C^n_{i,j} + C^n_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{C^{n+1}_{i,j+1} - 2C^{n+1}_{i,j} + C^{n+1}_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \tag{3.25}$$

En substituant les expressions (3.25) dans l'équation (3.16), on obtient le système algébrique :

$$A'_i C^{n+1}_{i-1,j} + B'_i C^{n+1/2}_{i,j} + C'_i C^{n+1/2}_{i+1,j} = D'_i \tag{3.26}$$

Avec :

$$A'_i = \frac{v^n_{i,j-1}}{2(\Delta y)} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \qquad B'_i = \frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{-2}{(\Delta y)^2} \qquad C'_i = \frac{1}{(\Delta y)^2} - \frac{v^n_{i,j-1}}{2(\Delta y)}$$

$$D'_i = -\left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{u^n_{i-1,j}}{2(\Delta x)}\right] C^n_{i-1,j} + \left[\frac{-2}{(\Delta t)} + \frac{2}{(\Delta x)^2}\right] C^n_{i,j} + \left[\frac{-1}{(\Delta x)^2} + \frac{u^n_{i+1,j}}{2(\Delta x)}\right] C^n_{i+1,j}$$

3.2.4. Discrétisation de l'équation du mouvement

L'équation de mouvement peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)=-R_T\left[\frac{\partial}{\partial x}(T+NC)\cos\theta+\frac{\partial}{\partial y}(T+NC)\sin\theta\right] \tag{3.27}$$

L'étape suivante consiste à déterminer le champ de la fonction de courant à partir de l'équation (2.11) est discrétisée selon le schéma centré classique. Ainsi, au nœud (*i*, *j*), ils s'écrivent comme suit :

$$\psi(i,j)=(1-\omega)\psi(i,j)+\omega\left[-\frac{AE}{AP}.\psi(i+1,j)-\frac{AW}{AP}.\psi(i-1,j)-\frac{AN}{AP}\psi(i,j+1)-\frac{AS}{AP}\psi(i,j-1)+\frac{sp}{AP}\right] \tag{3.28}$$

Avec : *AE*, *AP*, *AW*, *AN*, *AS* et *sp* sont des constantes définis par :

$$AE=\frac{1+[\mu(i+1,j)-\mu(i-1,j)]}{\Delta x^2[4\Delta x^2.\mu(i,j)]},\quad AP=-2\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta y^2}\right),\quad AW=\frac{1-[\mu(i+1,j)-\mu(i-1,j)]}{\Delta x^2[4\Delta x^2.\mu(i,j)]},$$

$$AN=\frac{1+[\mu(i,j+1)-\mu(i,j-1)]}{\Delta y^2[4\Delta y^2.\mu(i,j)]},\quad AS=\frac{1-[\mu(i,j+1)-\mu(i,j-1)]}{\Delta y^2[4\Delta y^2.\mu(i,j)]},$$

$$sp=-R_T\frac{[T(i+1,j)-T(i-1,j)]}{2\Delta x.\mu(i,j)} \tag{3.29}$$

ω étant le coefficient de sur-relaxation défini comme suit :

$$\omega=\frac{2}{\zeta^2}\left(1-\sqrt{1-\zeta^2}\right) \tag{3.30}$$

Ou :

$$\zeta=\frac{2\cos(\pi/n_x)+(\Delta x^2/\Delta y^2)\cos(\pi/n_y)}{1+(\Delta x^2/\Delta y^2)} \tag{3.31}$$

n_x, n_y Désignent le nombre de nœuds le long des directions *x* et *y*, Respectivement.

Viennent ensuite les équations du mouvement, une fois discrétisées avec le schéma central classique, et résolues par la méthode de S.O.R. (méthode de sur-relaxation), à chaque nouveau pas de temps, le processus itératif S.O.R. est répété jusqu'à ce que le critère de convergence du processus itératif soit atteint dans les conditions suivantes :

$$\frac{\Sigma_i \Sigma_i \left|\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^{k}\right|}{\Sigma_i \Sigma_i \left|\psi_{i,j}^{k}\right|} \leq 10^{-8} \tag{3.32}$$

Où $\Psi_{i,j}$ est la valeur de la fonction de flux au nœud (i, j) à l'itération.

Une réduction supplémentaire du critère de convergence 10^6 n'entraîne pas de changements significatifs dans les résultats finaux.

Le champ de viscosité apparente sera dérivé :

$$\mu_{i,j}^{l+1} = s + (1-s)\left[1 + \left(E\dot{\gamma}^{l+1}\right)^a\right]^{n-1/a} \tag{3.33}$$

Avec :

$$\dot{\gamma}_{i,j}^{l+1} = 2\left(\left(\frac{u_{i+1,j}^{l+1} - u_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{v_{i,j+1}^{l+1} - v_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y}\right)^2\right) + \left(\frac{u_{i,j+1}^{l+1} - u_{i,j-1}^{l+1}}{2\Delta y} + \frac{v_{i+1,j}^{l+1} - v_{i-1,j}^{l+1}}{2\Delta x}\right)^2 \tag{3.34}$$

3.3. Discrétisation des champs de vitesse

Les composantes du champ de vitesse $u_{i,j}$ et $v_{i,j}$ sont évaluées à partir de la fonction de courant. Ils sont discrétisés par un schéma de différences finies centré du second ordre :

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{\psi_{i,j+1}^{n+1} - \psi_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \qquad v_{i,j}^{n+1} = \frac{\psi_{i+1,j}^{n+1} - \psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \tag{3.35}$$

3.4. Discrétisation des conditions aux frontières

- ✓ **<u>Aux frontières thermiques :</u>**

Les conditions aux limites thermiques sont discrétisées selon un schéma de différences finies décentré à partir des tracés gauche- droite des murs adiabatiques et imperméables.

Si $x = \pm\frac{1}{2}$ $\quad T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3}$ et $\quad C_{1,j} = \frac{4C_{2,j} - C_{3,j}}{3}$ (3.36)

Si $x = \pm\frac{1}{2}$ $\quad T_{nx+1,j} = \frac{4T_{nx,j} - T_{nx-1,j}}{3}$ et $\quad C_{nx+1,j} = \frac{4C_{nx,j} - C_{nx-1,j}}{3}$ (3.37)

- ✓ **<u>Aux frontières des vitesses :</u>**

Les conditions aux limites pour les vitesses (2.18) et (2.19) sont décrites en termes de diagramme aux différences finies du mur considéré.

Si $x = -\frac{1}{2}$ $u_{1,j} = 0$, $v_{i,1} = -\frac{4\psi_{2,j} - 3\psi_{1,j} - \psi_{3,j}}{2\Delta x}$

Si $x = +\frac{1}{2}$ $u_{nx+1,j} = 0$ $v_{i,nx+1} = -\frac{4\psi_{nx,j} - 3\psi_{nx+1,j} - \psi_{nx-1,j}}{2\Delta x}$

Si $y = -\frac{1}{2}$ $v_{1,j} = 0$ $u_{i,1} = -\frac{4\psi_{i,2} - 3\psi_{i,1} - \psi_{i,3}}{2\Delta y}$

Si $y = +\frac{1}{2}$ $v_{i,nx+1} = 0$ $u_{ny+1,j} = -\frac{4\psi_{i,ny} - 3\psi_{i,nx+1} - \psi_{i,nx-1}}{2\Delta y}$

3.5. Discrétisation des conditions aux limites

Sur le périmètre du domaine, les dérivées partielles exprimant les conditions aux limites sont discrétisées à l'aide d'un schéma aux différences finies excentré vers l'amont (forward) ou vers aval (backward), avec une certaine précision de second ordre, à savoir :

En amont :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{4f_{i+1,j}^{n+1} + f_{i+2,j}^{n+1} - 3f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{4f_{i,j+1}^{n+1} + f_{i,j+2}^{n+1} - 3f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta y)} \qquad (3.38)$$

En aval :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i-2,j}^{n+1} - 4f_{i-1,j}^{n+1} + 3f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta x)}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j}^{n+1} = \frac{f_{i,j-2}^{n+1} - 4f_{i,j-1}^{n+1} + 3f_{i,j}^{n+1}}{2(\Delta y)} \qquad (3.39)$$

Ce choix a été fait pour éviter les nœuds imaginaires.

A l'aide des équations (3.39) et (3.40), les conditions aux limites peuvent être discrétisées comme suit :

- **Sur la paroi horizontale inférieure** $\left(y = -\frac{1}{2}\right)$

$$u_{i,1} = v_{i,1} = \psi_{i,1} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{1}{2}, \qquad C_{i,j} = \frac{1}{2}$$

- **Sur la paroi horizontale supérieure** $\left(y = \frac{1}{2}\right)$

$$u_{i,Nny} = v_{i,Nny} = \psi_{i,Nny} = 0$$

$$T_{i,Nny} = -\frac{1}{2}, \qquad C_{j,Nnx} = -\frac{1}{2}$$

- **Sur la paroi verticale gauche** $\left(x = -\frac{1}{2}\right)$

$$u_{1,j} = v_{1,j} = \psi_{1,j} = 0$$

$$T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \quad \text{et} \quad C_{1,j} = \frac{4C_{2,j} - C_{3,j}}{3}$$

- **Sur la paroi verticale droite**$\left(x = \frac{1}{2}\right)$

$$u_{Nnx,j} = v_{Nnx,j} = \psi_{Nnx,j} = 0$$

$$T_{Nnx,j} = \frac{4T_{Nnx-1,j} - T_{Nnx-2,j}}{3} \quad \text{et} \quad C_{Nnx,j} = \frac{4C_{Nnx-1,j} - C_{Nnx-2,j}}{3}$$

3.6. Validation du code de calcul

Le processus de résolution des équations gouvernantes ce fait selon l'algorithme de calcul suivant :

1. Initialisation et lecture des données.
2. Calcul du facteur de sur-relaxation.
3. Discrétisation du domaine de calcul (maillage).

4. Initialiser les champs de la température, *T*, sur la concentration, *C*, et de la fonction de courant, Ψ.
5. Début de la boucle sur le temps.
6. Calcul du champ de température par la méthode A.D.I.
7. Calcul du champ de concentration par la méthode A.D.I.
8. Calcul du champ de la fonction du courant par la méthode S.O.R.
9. Détermination du champ de vitesse (*u*, *v*) à partir de la fonction de courant.
10. Fin de la boucle sur le temps, quand le critère de convergence suivant est Satisfait :

$$\frac{\Sigma_i \Sigma_i \left| \psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^{k} \right|}{\Sigma_i \Sigma_i \left| \psi_{i,j}^{k} \right|} \leq 10^{-8}$$

11. Impression des Résultats.
12. Fin du programme.

3.7. Organigramme de calcul

Le schéma représentatif de ce processus itératif est le suivant :

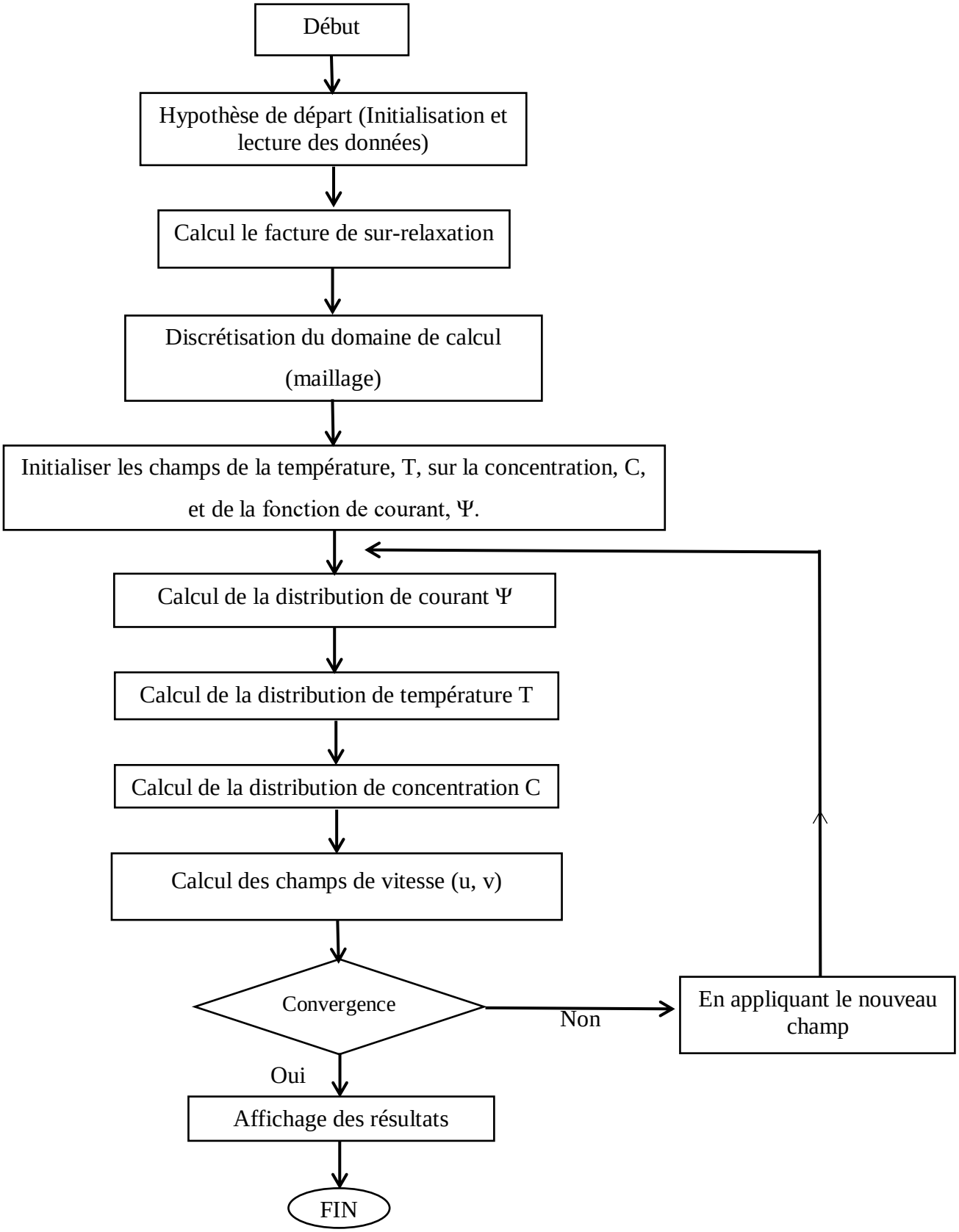


Figure 3.2 : Organigramme de la résolution générale.

3.8. Validation du code numérique

Pour la convection naturelle thermo-solutale, les meilleurs résultats numériques ont été obtenus dans une cavité carrée avec un fluide non-newtonien à l'intérieur. Pour les conditions limites thermiques de Neumann et de Dirichlet, respectivement, les résultats de la technique actuelle ont été comparés à ceux donnés par de nombreuses. Il a été constaté que le maillage uniforme de (Nx × Ny = 100 × 100) donnait une bonne concordance entre les résultats actuels et les informations publiées dans des études antérieures.

Tableau 3.1 : Comparaison de $\psi 0$, Nu, Num et μ avec des résultats numériques d'études antérieures pour des conditions limites thermiques de Neumann, RT = 50, E = 0,2, s = 10^{-2}, a = 2 et en fonction de n.

Conditions aux limites thermiques de Neumann									
	Khechiba et al. [75]			*Étude actuelle*			*Étude actuelle vs Khechiba et al [75]*		
N	1	0.8	0.6	1	0.8	0.6	1	0.8	0.6
ψ_0	1.915	2.235	2.872	1.914	2.235	2.869	0.05(%)	0.00(%)	0.10(%)
Nu	1.912	2.221	2.778	1.912	2.221	2.777	0.00	0.00	0.03
Nu_m	1.719	1.964	2.431	1.719	1.964	2.431	0.00	0.00	0.00
μ	…	…	…	1.000	0.815	0.456	…	…	…

Tableau 3.2 : Comparaison de $\psi 0$, Nu, Num et μ avec des résultats numériques d'études antérieures pour des conditions limites thermique de Dirichlet, RT = 70, E = 0.6, s = 10^{-2}, a = 2 et en fonction de n.

Conditions aux limites thermiques de Dirichlet									
N	*Khechiba et al. [75]*			*Étude actuelle*			*Étude actuelle vs Khechiba et al [75]*		
	1	0.8	0.6	1	0.8	0.6	1	0.8	0.6
ψ_0	3.715	6.685	14.017	3.717	6.716	14.076	2.74(%)	0.46(%)	0.42(%)
Nu	2.139	3.253	4.707	2.139	3.261	4.717	0.00	0.24	0.21
Nu_m	2.046	3.178	5.148	2.046	3.185	5.148	0.00	0.22	0.00
μ	…	…	…	1.000	0.525	0.169	…	…	…

Tableau 3.3 : Étude de sensibilité de la grille pour R_T=50, Le=10, N=−0.5, n=0.6, E=0.2, s=10−2, a=2.

$N_x \times N_y$	**50**× 50	75 × 75	100 × 100	150 × 150	200 × 200
Ψ_0	2.712	2.530	2.869	3.126	3.230
Nu	2.761	2.710	2.777	2.819	2.816
Nu_m	2.495	2.771	2.431	2.952	2.955
Sh	9.673	7.587	8.246	9.243	9.221
Sh_m	6.394	5.610	5.722	6.285	6.375
μ	0.455	0.456	0.456	0.456	0.456

Le code numérique développé pour résoudre les équations de conservation en comparant les résultats actuels avec Benhadji [105] et Mamou e Vasseur [106] en termes de fonction d'écoulement maximum au centre de la cavité, ψ_{max}, le nombre de Nusselt, Nu_m, et le nombre de Sherwood, Sh_m. Notre simulation a été réalisée pour un nombre de Rayleigh thermique R_T = 100, un rapport de force de volume N = -0.8, un nombre de Lewis Le = 10 et A =4.

Les résultats du tableau 3.3 montrent un bon accord entre les résultats de notre travail et les résultats rapportés dans la littérature.

Tableau 3.4 : Validation du code numérique en termes de fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψmax, de nombre de Nusselt, Num, et le nombre de Sherwood, Shm pour RT = 100, N = -0.8, Le = 10 et A =4.

	Benhadji [105]	***Mamou et Vasseur [106]***	***Étude actuelle***	***Étude actuelle vs Benhadji [105]***	***Étude actuelle vs Mamou et Vasseur [106]***
ψ_{max}	3.695	3.689	3.688	0.18(%)	0.02(%)
Nu_m	3.653	3.635	3.643	0.27	0.21
Sh_m	6.747	6.737	6.743	0.05	0.08

Conclusion

Ce chapitre présente des modèles numériques pour évaluer le transfert de chaleur à travers les anneaux. Discrétiser les équations en utilisant la méthode des différences finies. Un code de calcul a ensuite été développé pour résoudre des systèmes d'équations algébriques.

Chapitre IV : Interprétation et Discussion des Résultats

L'objectif de ce chapitre est une étude numérique de la convection double-diffusive dans une cavité carrée avec une couche poreuse remplie d'un fluide non-newtonien et soumise à des conditions thermiques de type Neumann (flux de chaleur et d'air uniformes). Ce problème est résolu numériquement par la méthode numérique expliquée au chapitre précèdent.

Les résultats sont obtenus pour différentes quantités de paramètres de Carreau-Yasuda, à savoir n, E, s et a, le nombre de Rayleigh thermique, R_T, le rapport de flottabilité, N qui caractérise le rapport des forces solutale et thermique, le nombre de Lewis, Le, et l'ange incliné, γ. Sur le transfert de chaleur et de masse, Les résultats numériques sont fournis dans la gamme de : $0.4 \leq n \leq 1$, $0 \leq E \leq 0.6$, $0 \leq s \leq 1$, $0.85 \leq a \leq 2$, $0 \leq R_T \leq 100$, $10^{-1} \leq Le \leq 10^2$, $-5 \leq N \leq 5$ et $0° \leq \Phi \leq 90°$.

Tous les résultats numériques ont été obtenus à l'aide du code de calcul Fortran. Ces résultats sont présentés en termes de lignes de courant, d'isothermes, d'iso-concentration et de viscosité apparente, et sont discutés en termes de nombres de Nusselt, Nu et Sherwood, sh, qui montrent respectivement le taux d'échange de chaleur et de masse au niveau des parois de l'espace annulaire.

4.1. Influence des paramètres rhéologiques sur la structure de l'écoulement

4.1.1. Effet de l'indice de loi de puissance, n

La figure 4.1 montre l'effet de l'indice de loi de puissance, n, sur les lignes de courant, les isothermes, les iso-concentrations et les contours de viscosité apparente de la cavité carrée, représentés de gauche à droite, respectivement. On peut clairement voir qu'avec une diminution de l'indice de loi de puissance, n, les lignes de courant deviennent elliptiques au centre de la cavité, la convection s'améliore. En outre, les amplitudes thermiques et la concentration sur la paroi chaude augmentent. Cela confirme que la diminution de l'indice de loi de puissance, n, améliore le transfert de chaleur et de masse. La viscosité apparente change également avec le changement de l'indice de puissance, n, la transition d'un fluide newtonien ($n = 1$) à un fluide non-newtonien ($n < 1$) est plus complexe et déformée.

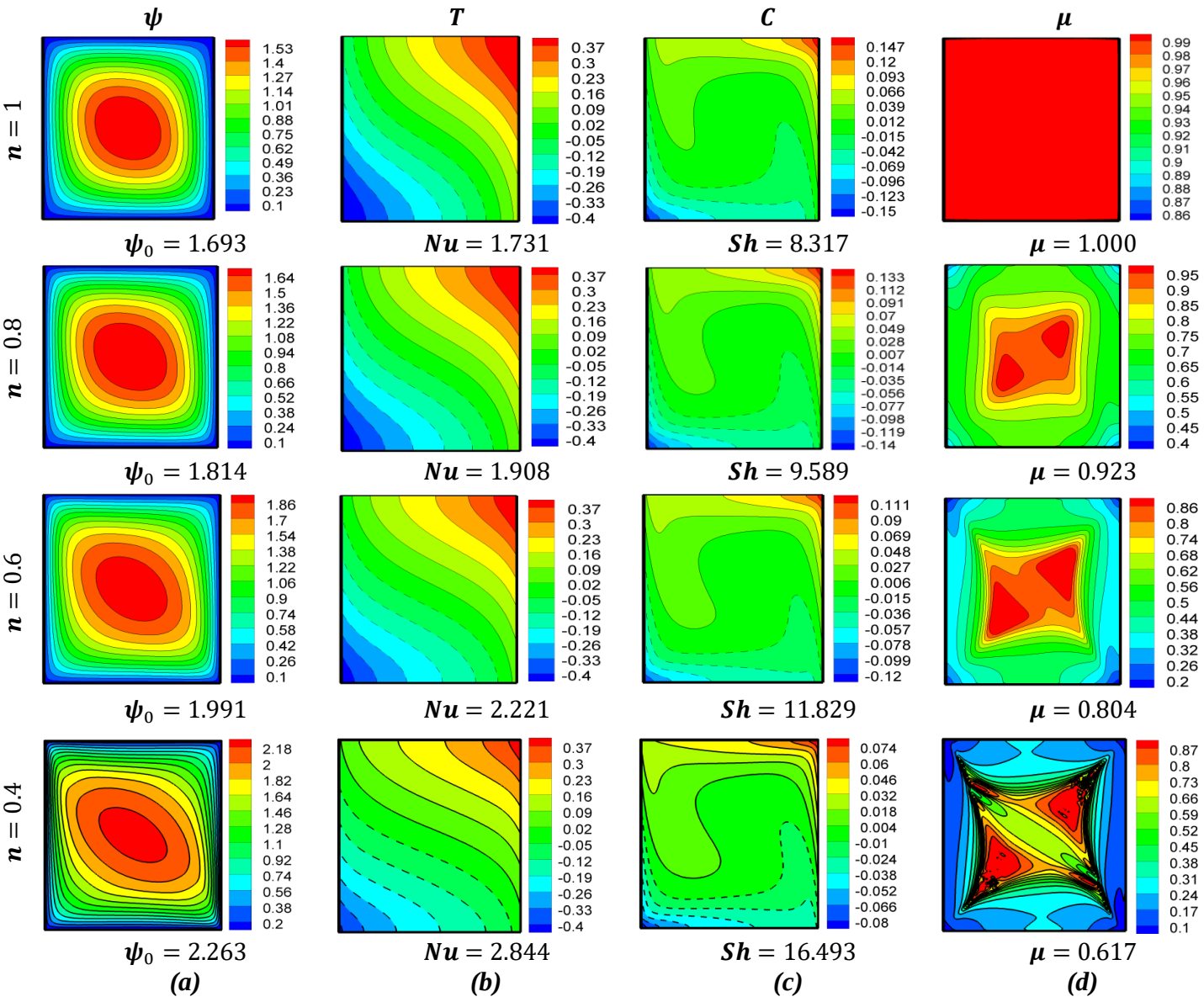


Figure 4.1 : Effet de différentes valeurs de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les contours de la viscosité apparente pour R_T = 50, E = 0.2, s = 0.01, a = 2, Le =10, N=-0.5 et Φ=0°.

4.1.2. Effet du nombre de constante de temps, E

La figure 4.2 présente les différents paramètres de la constante de temps, E, sur les lignes de courant, les isothermes, les iso-concentrations et les contours de la viscosité apparente pour la cavité carrée. L'augmentation du paramètre E accroît l'expansion des boucles. En outre, le gradient d'iso-concentrations sur la paroi thermique diminue lorsque le paramètre, E, passe de 0 à 0.6. Le transfert de masse s'améliore lorsque E diminue. De plus, si la quantité du paramètre, E, est réduite, le fluide devient très visqueux (lorsque E =0 → fluide newtonien μ=1).

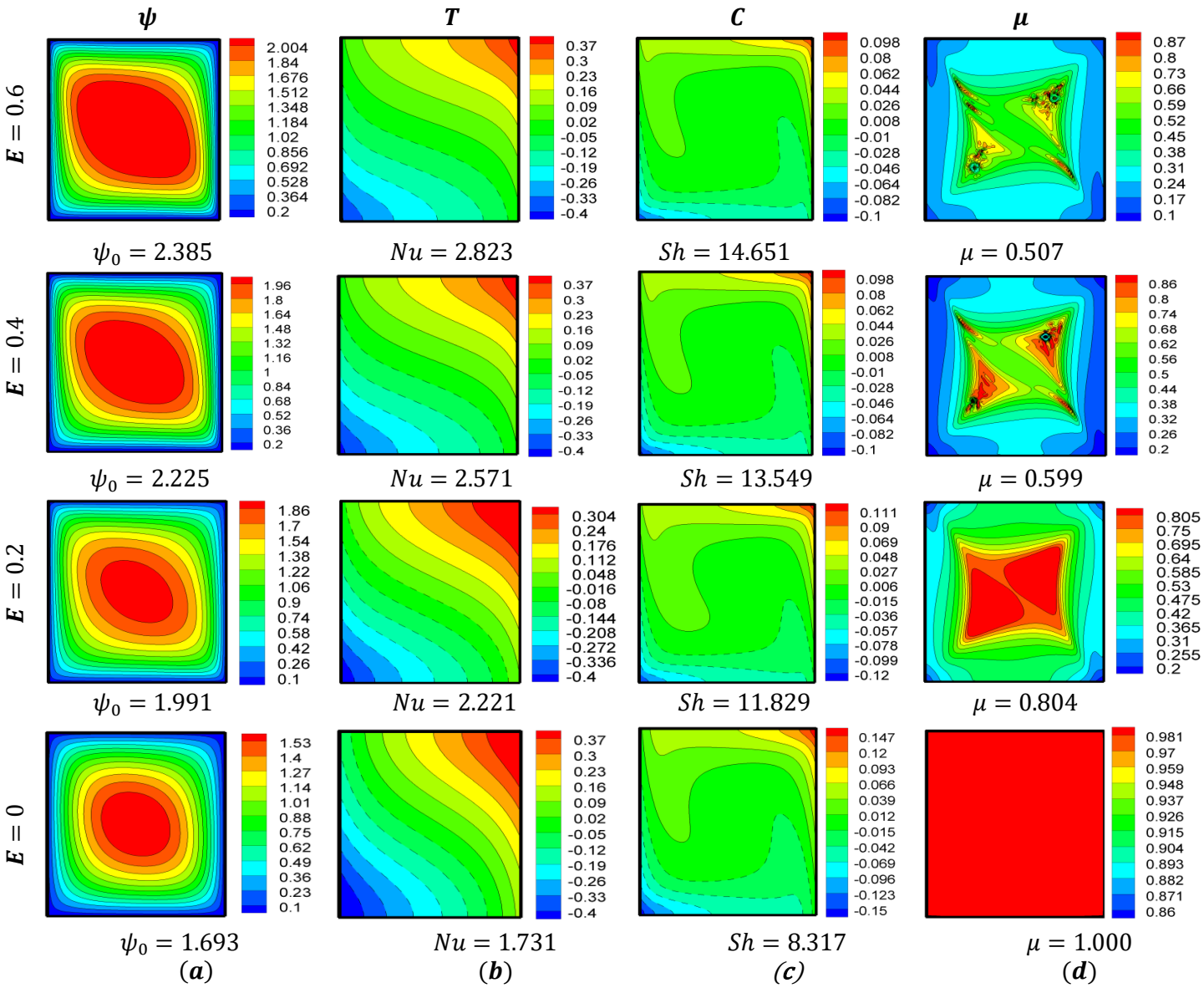


Figure 4.2 : Effet du nombre de constantes de temps, E, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les contours de la viscosité apparente pour R_T = 50, s = 0.01, n = 0.6, a = 2, Le =10, N =-0.5 et Φ=0°.

4.1.3. L'impact des différents paramètres, *s*

La figure 4.3 présente les lignes de courant, les isothermes, les iso-concentrations et la viscosité apparente pour différentes valeurs du rapport des viscosités à taux de cisaillement infini et nul, s. Le mouvement des lignes de courant est confirmé par la diminution du paramètre s. Les contours montrent également que la densité des iso-concentrations sur la paroi chaude augmente avec la diminution du paramètre s. D'une part, la viscosité apparente des fluides est améliorée (fluide newtonien).

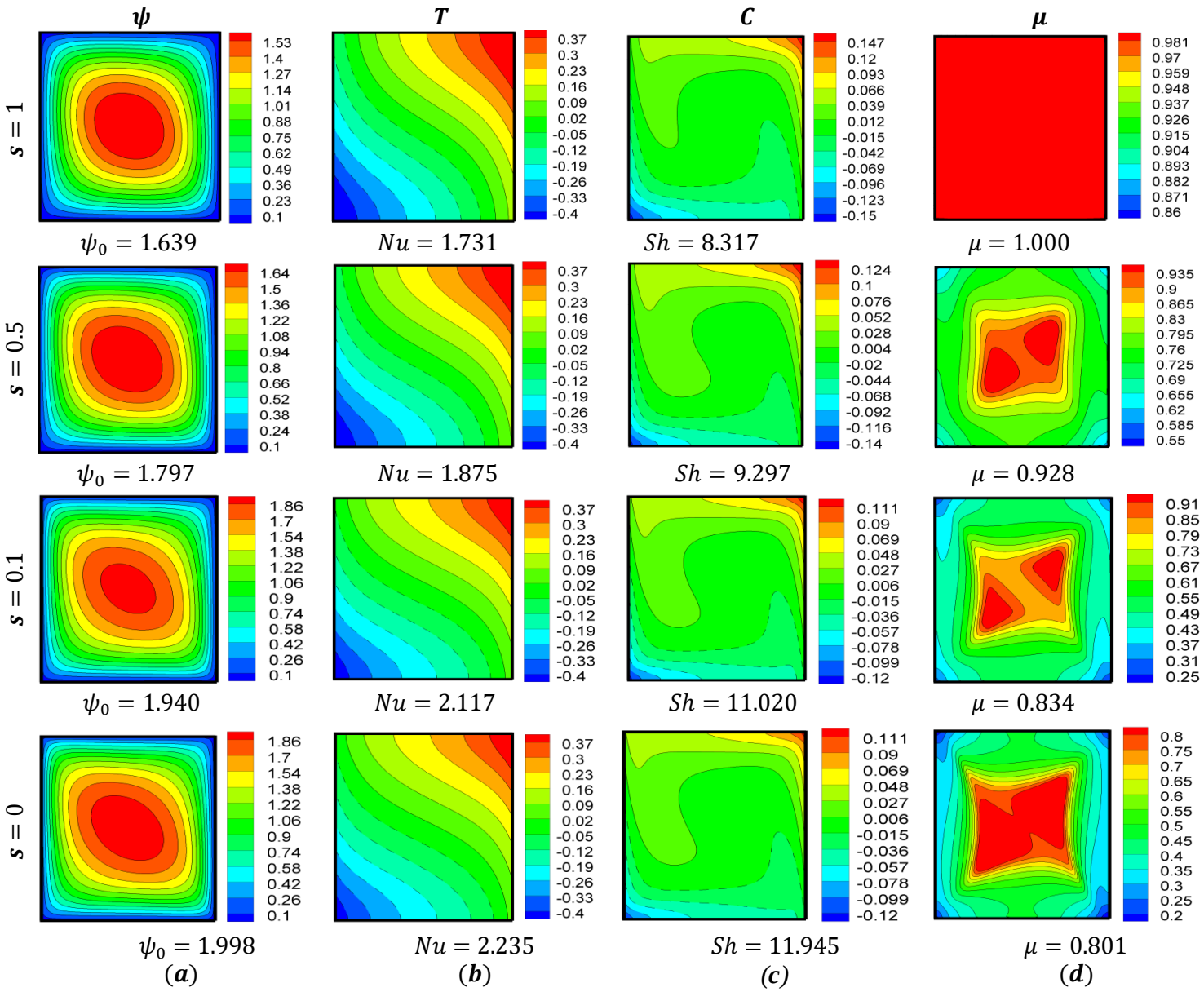


Figure 4.3 : Impact du différent paramètre, s, sur : (*a*) les lignes de courant, (*b*) les isothermes, (*c*) les iso-concentrations et (*d*) les contours de la viscosité apparente pour R_T = 50, E = 0.2, n = 0.6, a = 2, Le =10, N =-0.5 et Φ=0°.

4.1.4. Effet du paramètre, *a*

La figure 4.4 reprend les différentes valeurs du paramètre a sur les lignes de courant, les isothermes, les iso-concentrations et la viscosité apparente. En comparant les modèles d'écoulement, une diminution du paramètre a augmente le processus de convection. D'une part, lorsque le paramètre a diminue, la densité de concentration sur la paroi chaude augmente. De même, la température est améliorée par la diminution de la valeur du paramètre a. Le schéma démontre que le processus crée une augmentation du gradient de température et de concentration

sur la paroi chaude, ce qui conduit à une augmentation du transfert de chaleur et de masse lorsque le paramètre a est abaissé. En outre, la viscosité apparente augmente avec la diminution du paramètre a (a <1, fluides à cisaillement mince).

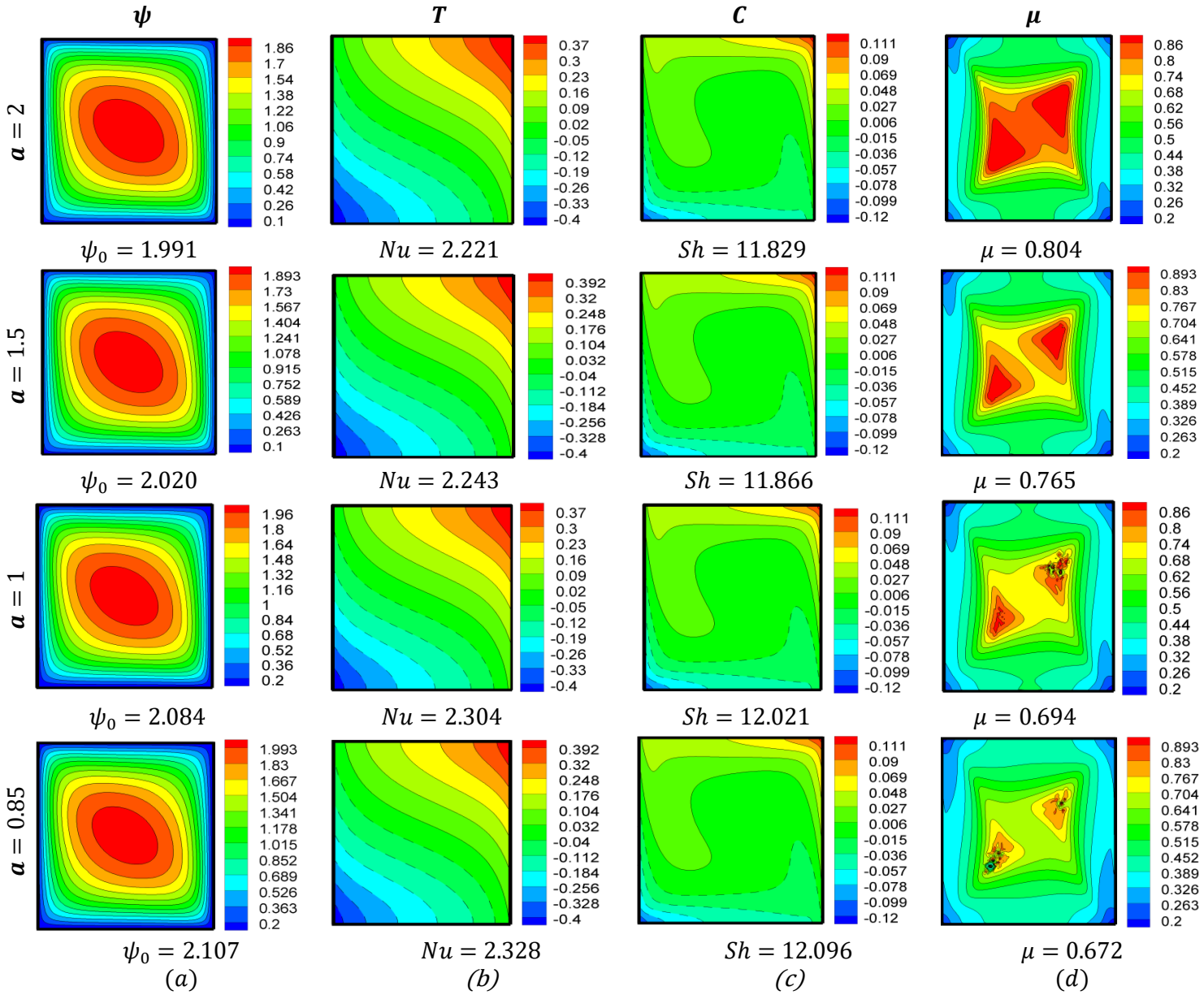


Figure 4.4 : Effet du différent paramètre, a, sur : (a) les lignes de courant, (b) les isothermes, (c) les iso-concentrations et (d) les courbes de viscosité apparente pour R_T = 50, n = 0,6, E = 0.2, s = 0.01, Le = 10, N = -0.5 et Φ=0°.

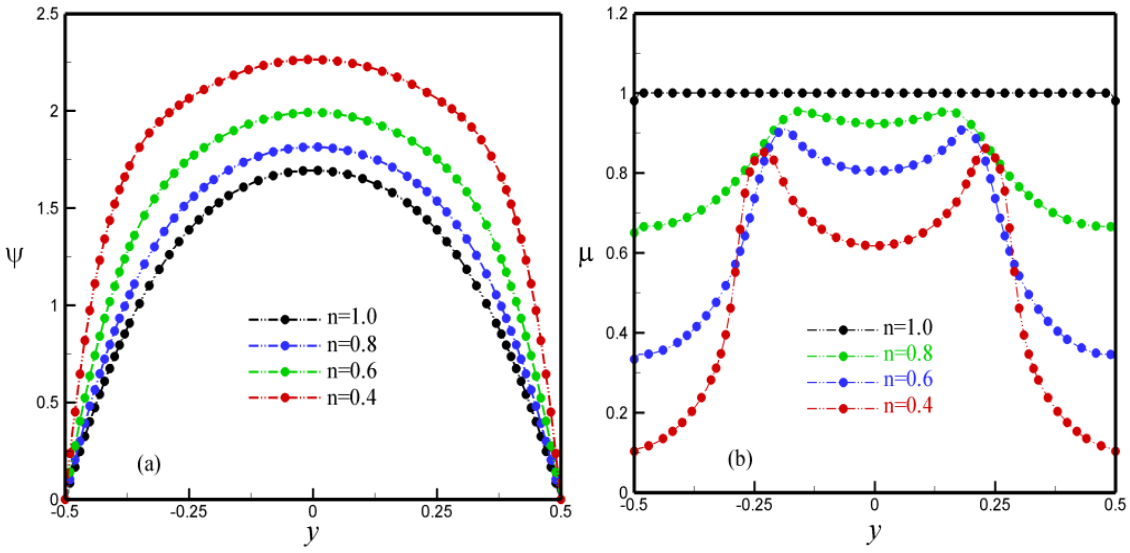
4.2. Effet des paramètres rhéologiques sur les profils de la fonction courant, la viscosité apparente, la température et la concentration

Les figures 4.5, 4.6, 4.7 et 4.8 montrent l'effet de la variation des paramètres rhéologiques (n, E, s, a) du modèle de Carreau-Yasuda sur les courbes de la fonction de courant ψ, de la viscosité apparente μ, de la température T et de la concentration C obtenues au centre de la cavité. Tous les résultats numériques sont pour : un nombre de Rayleigh thermique R_T = 50.

4.2.1. Influence de l'indice de la loi de puissance, *n*

La figure 4.5 montre comment les profils de la fonction d'écoulement, ψ, de la viscosité apparente, μ, de la température, T et de la concentration, C sont affectés par l'indice de loi de puissance n.

Les profils sont symétriques par rapport au centre de la cavité. La figure 4.5(a) montre que la fonction d'écoulement passe de zéro sur les parois à un maximum au centre du système. En outre, la fonction d'écoulement augmente avec la diminution de l'indice de loi de puissance, n, tandis que le fluide devient plus mince au cisaillement. Sur la viscosité apparente μ, comme le montre la figure 4.5(b), l'augmentation de l'indice de puissance, n, entraîne une augmentation de la valeur de la viscosité jusqu'à ce qu'elle devienne constante (pour un fluide newtonien).L'effet de l'indice de puissance, n, sur les profils de température est illustré à la figure 4.5(c) : à mesure que l'indice de puissance, n, diminue, la température baisse vers le centre du système. Taux de transfert de chaleur par convection (c'est-à-dire le nombre Nu). La concentration diminue avec la baisse de n et puis augmente vers le centre de la cavité, comme le montre la figure 4.5(d).



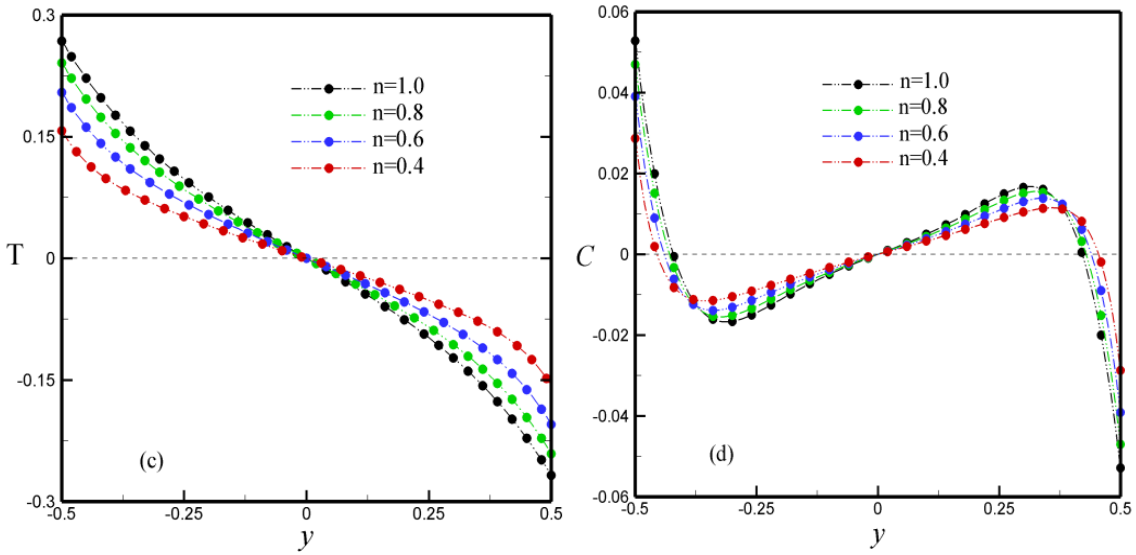


Figure 4.5 : Effet de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement, ψ (b) la viscosité apparente, μ, (c) la température, T, et (d) la concentration, C, pour R_T = 50, n = 0.6, a= 0.2, s = 0.01, Le = 10, N = -0.5 et Φ=0°.

4.2.2. Influence de la constante de temps, E

La figure 4.6 présente les différents paramètres de la constante de temps, E, sur la fonction de flux, ψ, la viscosité apparente, μ, la température, T et les profils de concentration ,C.

La figure 4.6(a) illustre l'augmentation de l'intensité du flux pour de grandes valeurs du paramètre E. La viscosité apparente, μ, est symétrique par rapport au centre de la cavité, comme le montre la figure 4.6(b). Une diminution des valeurs de E entraîne une augmentation de la viscosité apparente de E = 0.6 (fluide non newtonien) à E = 0 (fluide newtonien), de sorte que la force du mouvement convectif est considérablement accrue par l'augmentation de la valeur de E. Les figures 4.6(c) et 4.6(d) montrent qu'une diminution des valeurs de E entraîne une légère augmentation de la différence de température et de concentration entre les parois.

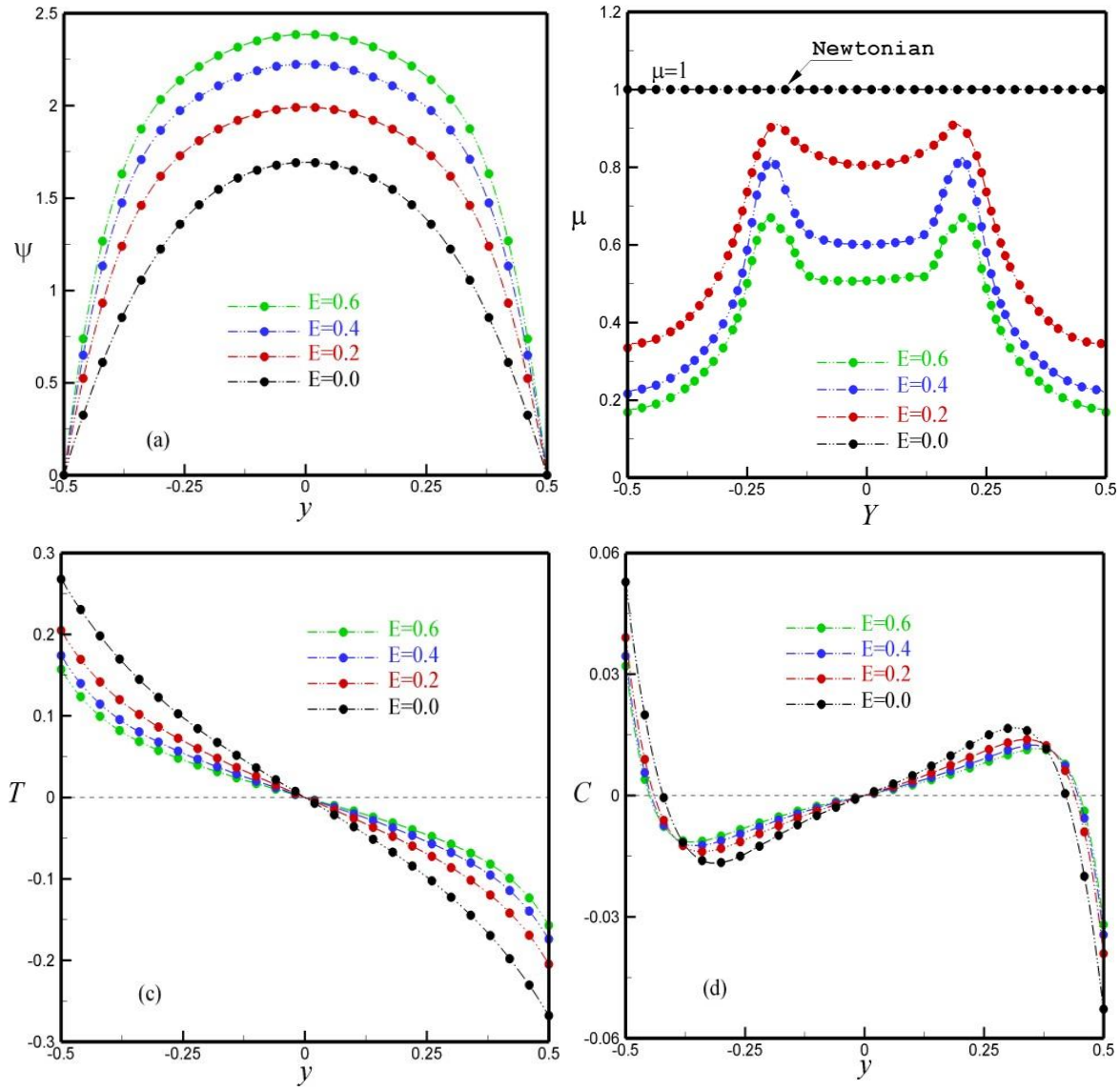


Figure 4.6 : Influence des différents paramètres de la constante de temps, E, sur : (a) la fonction de flux, ψ (b) la viscosité apparente, μ, (c) la température, T, et (d) la concentration, C, pour R_T = 50, n = 0.6, a= 0.2, s = 0.01, Le = 10, N =-0.5 et Φ=0°.

4.2.3. Effet du paramètre, *s*

Les effets du rapport entre les viscosités à taux de cisaillement infini et nul, s, sur la température, les profils de concentration, la viscosité apparente et la fonction d'écoulement sont illustrés à la figure 4.7.

La figure 4.7(a) montre qu'une diminution du paramètre s entraîne une augmentation de l'intensité de l'écoulement près des parois. L'effet du paramètre, s, sur la viscosité apparente, comme le montre la Figure 4.7(b), l'effet d'amincissement par cisaillement devient significatif sur les parois et le centre de la cavité lorsque le paramètre s diminue, ce qui entraîne une

diminution de la viscosité du fluide (s = 1, μ = 1). L'influence du paramètre s sur les profils de température est illustrée à la figure 4.7(c). La différence de température diminue avec les valeurs décroissantes de s de (s = 1 à s = 0). En outre, la force du transfert de chaleur par convection est modérément améliorée en diminuant ce paramètre, s. La figure 4.7(d) montre que l'effet des valeurs de, s, se traduit par une légère augmentation avec la variation du paramètre, s.

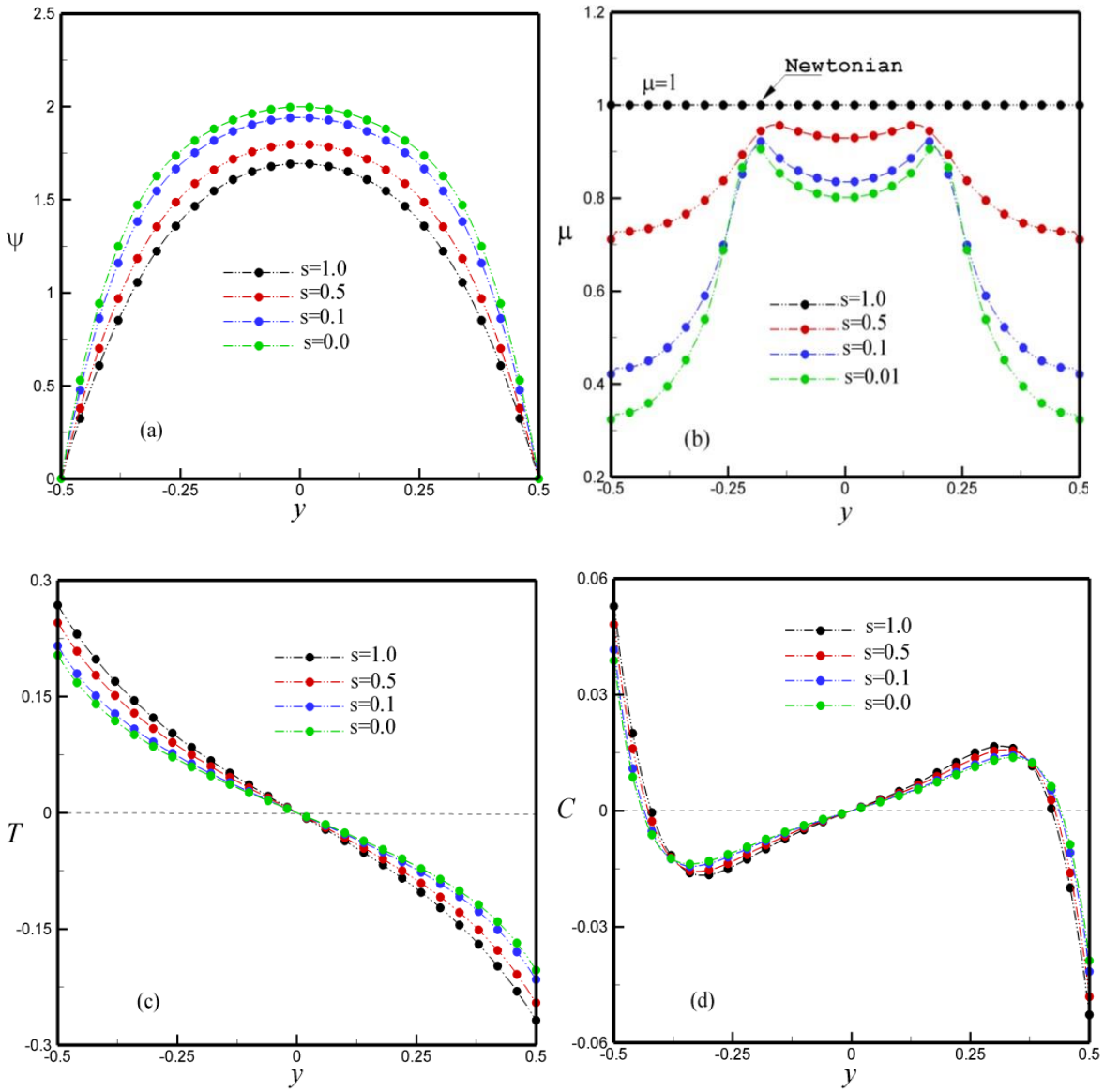


Figure 4.7 : Impact du rapport entre les viscosités à taux de cisaillement infini et nul, s, sur (a) la fonction de flux, ψ, (b) la viscosité apparente, μ, (c) la température, T, et (d) la concentration, C, pour R_T = 50, n = 0.6, a= 0.2, s = 0.01, Le= 10, N = -0.5 et Φ=0°.

4.2.4. Influence du paramètre, *a*

La figure 4.8 montre les effets du paramètre *a* sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, la température et la concentration.

La figure 4.8(*a*) montre l'influence du paramètre, *a*, sur les profils de la fonction d'écoulement, il a été observé que lorsque le paramètre, *a*, diminue, l'intensité de l'écoulement augmente très légèrement. L'effet du paramètre *a* sur la viscosité apparente μ est illustré à la figure 4.8(*b*) où la viscosité augmente avec l'augmentation du paramètre *a*. En outre, les figures 4.8(*c*) et 4.8(*d*) montrent que l'effet du paramètre *a* entraîne une légère augmentation de la différence de température et de concentration dans la paroi.

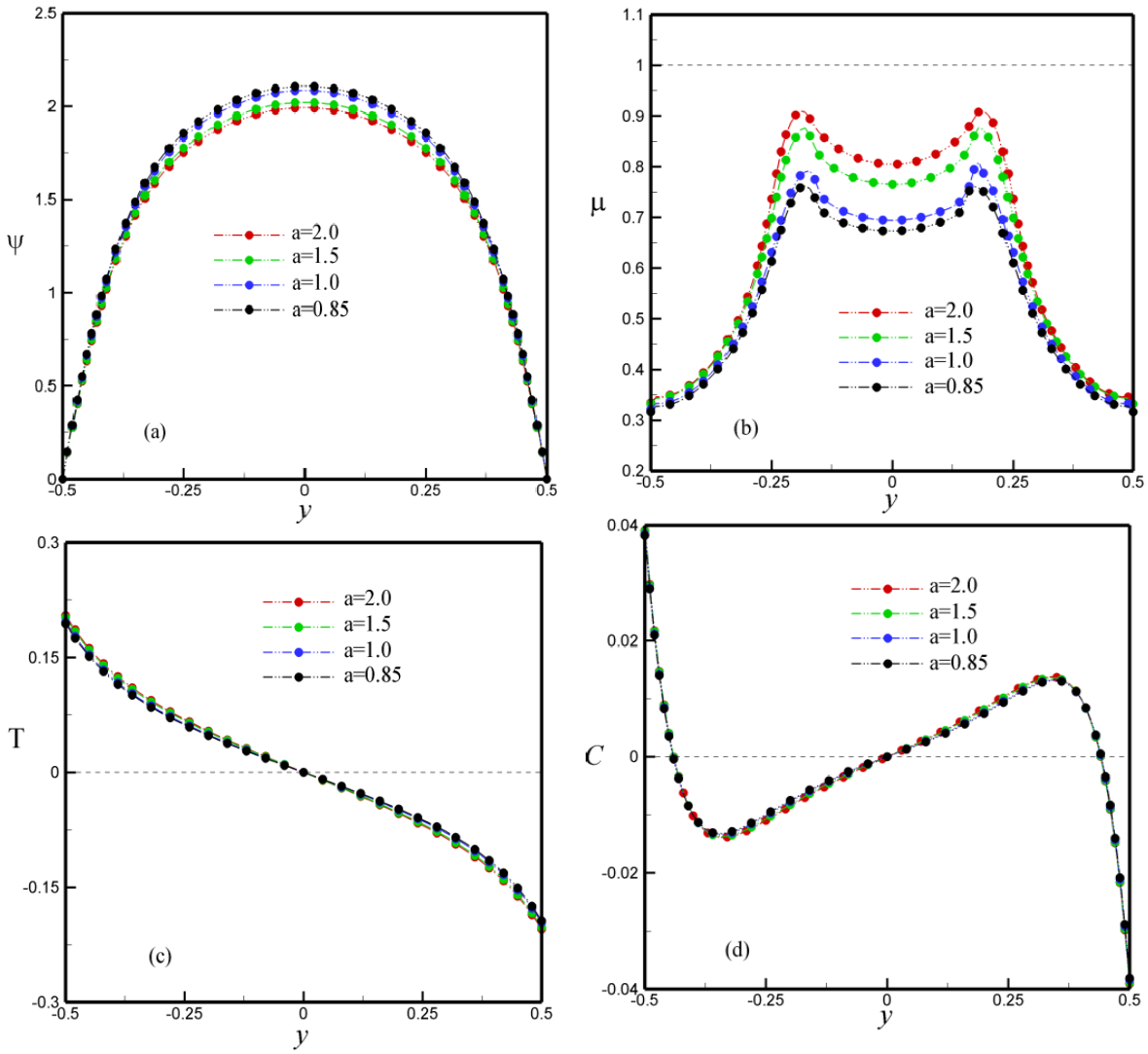
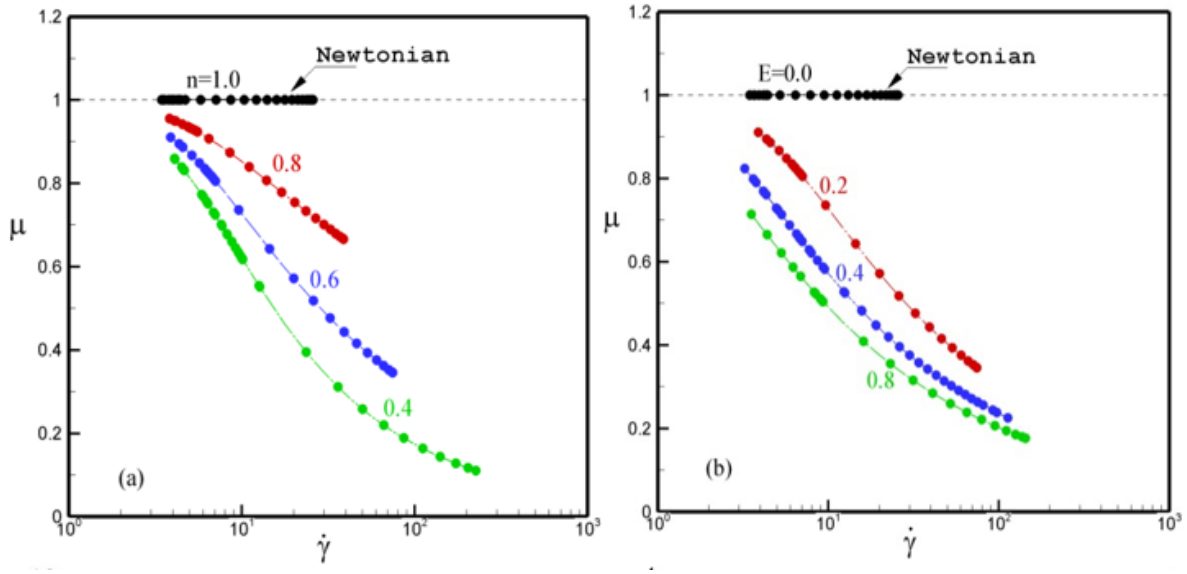


Figure 4.8 : Effet du paramètre *a* sur : (*a*) la fonction de flux, ψ, (*b*) la viscosité apparente, μ, (*c*) la température, *T*, et (*d*) la concentration, *C*, pour R_T = 50, *n* = 0.6, *E* = 0.2, *s* = 0.01, *Le* = 10, *N* = -0.5 et Φ=0°.

4.3. Influence des paramètres Rhéologique de Carreau-Yasuda (*n*, *E*, *s*, et, *a*) sur le taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$

La figure 4.9 montre clairement que la viscosité augmente de manière significative lorsque le taux de cisaillement diminue pour différentes valeurs des paramètres rhéologiques de Carreau-Yasuda. La viscosité est μ=1 lorsque le fluide est newtonien n=1 comme le montre la figure 4.9 (*a*). En revanche, sur la figure 4.9 (*b*), la diminution du paramètre *E* induit une augmentation de la viscosité μ=1 pour *E*=0. Ceci nous permet de déduire que la viscosité apparente diminue avec de plus grandes valeurs de *E*. Nous observons également que la viscosité apparente est favorisée par l'augmentation du paramètre s lorsque nous prenons la valeur de *E*=0. L'augmentation du paramètre s lorsque nous prenons la valeur de *s*=1. La viscosité est augmentée pour une variation du paramètre *a* entre 0.9 et 2.



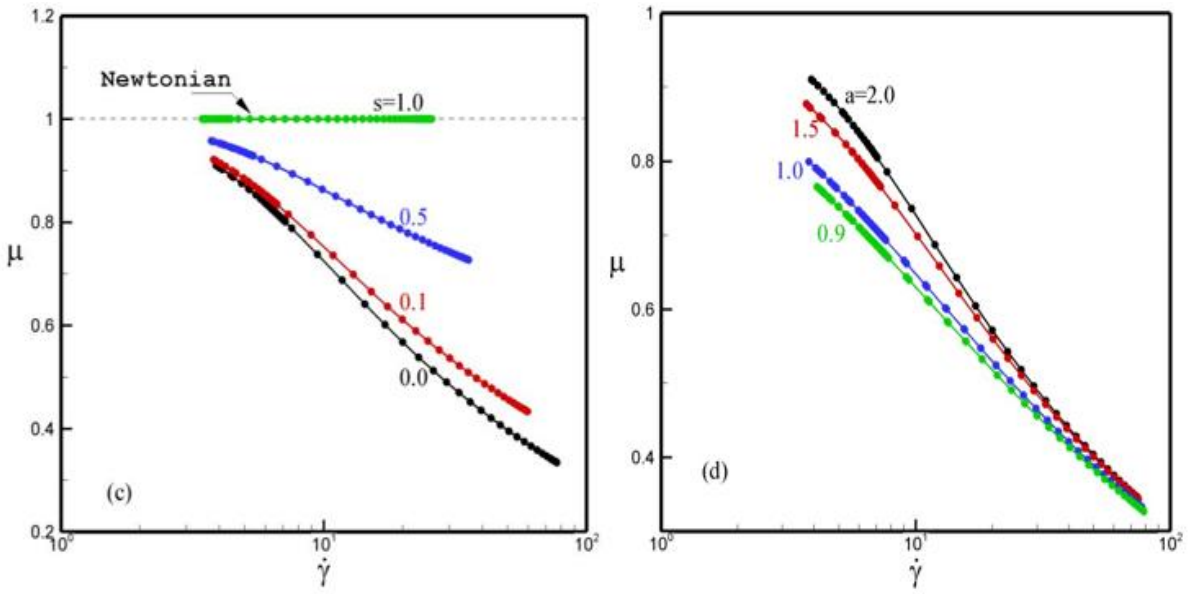


Figure 4.9 : Affichage de la viscosité apparente, μ, avec le taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$, sur : (a) effet de, n, (b) effet du paramètre de constante de temps, E, (c) effet de, s, et (d) effet de, a, pour Le = 10, R_T = 50, E = 0.2, a = 2 et s=0.01 et Φ=0°.

4.4. Influence des paramètres rhéologiques et du nombre de Rayleigh sur l'apparition de la convection

4.4.1. Influence des paramètres, *n*, et, R_T, sur l'apparition de la convection

La figure 4.10 montre l'influence de l'indice de loi de puissance, n, sur l'intensité de l'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood en fonction du nombre de Rayleigh thermique R_T.

Les résultats indiquent clairement que pour des valeurs données de n, il existe un nombre de Rayleigh supercritique ou sous-critique pour un écoulement de convection unicellulaire. La figure 4.10(a) montre que le flux convectif s'améliore avec l'augmentation de n. Il en va de même pour les taux de transfert de chaleur et de masse, qui s'améliorent avec l'augmentation de n (figure 4.10(c) et figure 4.10(d). La diminution de l'indice de loi de puissance, n, conduit à une diminution de la viscosité apparente dont le rôle principal est de réduire les résistances visqueuses d'une part et d'améliorer le flux convectif d'autre part comme le montre la Figure 4.10(b). Dans le cas de ψ_0 = 0. Nu = Sh =1 et μ =1, la figure montre que le flux de convection est supercritique en dessous de la valeur critique, la solution est purement conductrice.

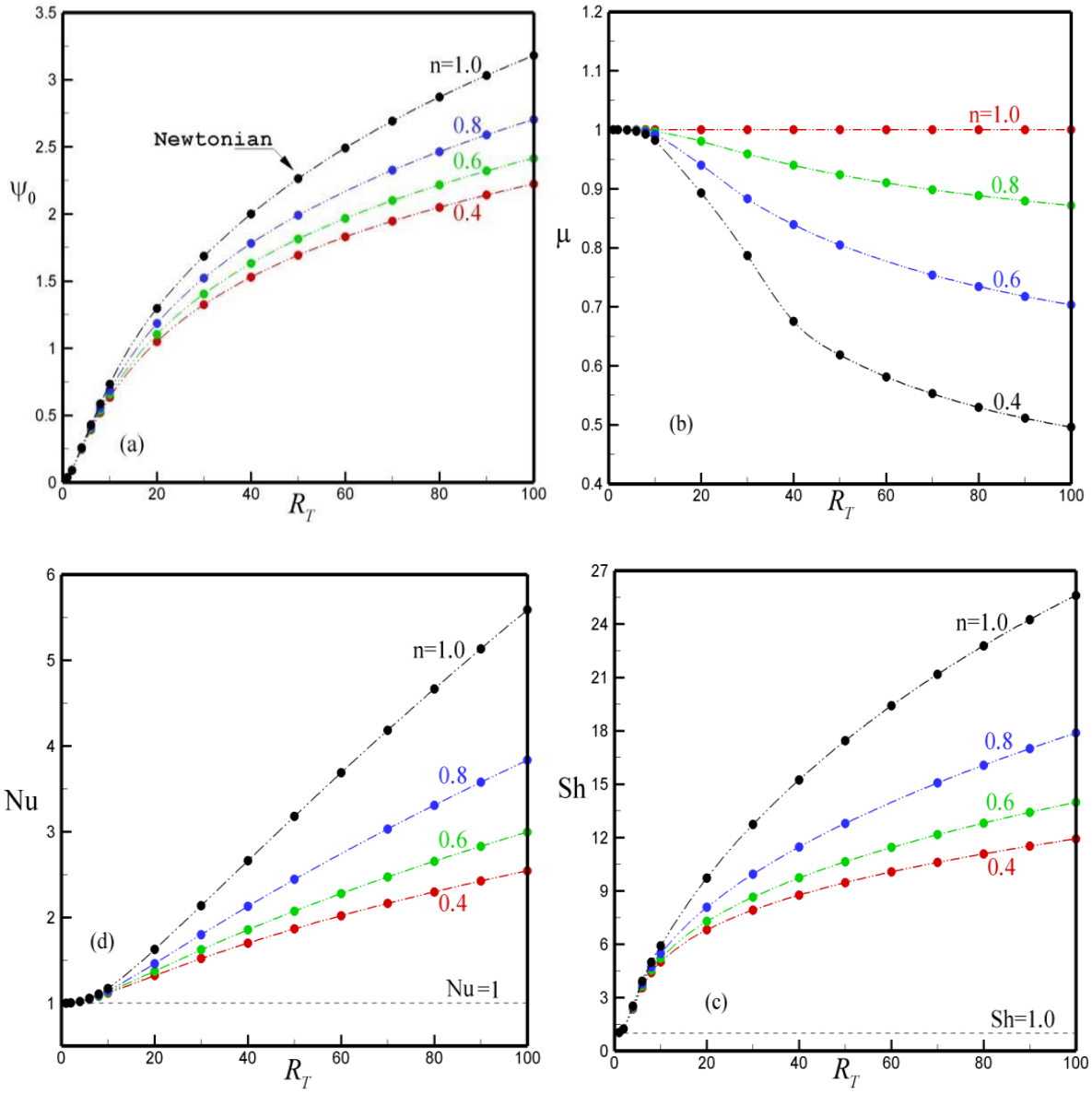


Figure 4.10 : Effet de, R_T, et de l'indice de puissance, n, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu, pour Le = 10, N = −0.5, E = 0.2, a = 2, s = 0.01 et Φ=0°.

4.4.2. Influence de paramètre, E, sur l'apparition de la convection

La figure 4.11 montre l'influence du paramètre E sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Sherwood et le nombre de Nusselt en fonction de l'indice de loi de puissance n.

La figure 4.11(a) montre la fonction d'écoulement en fonction de l'indice de loi de puissance, n, de sorte que l'intensité de l'écoulement augmente avec la diminution du paramètre, E, et augmente avec la diminution de l'indice de loi de puissance, n. L'effet du paramètre E sur

la viscosité apparente est illustré à la figure 4.11(b), où la viscosité augmente avec la diminution du paramètre E, de E = 0.6 (fluides non newtoniens μ<1) à E = 0 (fluides newtoniens μ=1) et diminue avec l'augmentation de l'indice de loi de puissance (n). En outre, les figures 4.11(c) et 4.11(d) montrent qu'une diminution de, E, entraîne une diminution du nombre de Sherwood et du nombre de Nusselt, tandis que lorsque, n, diminue, l'échange de chaleur et de masse augmente.

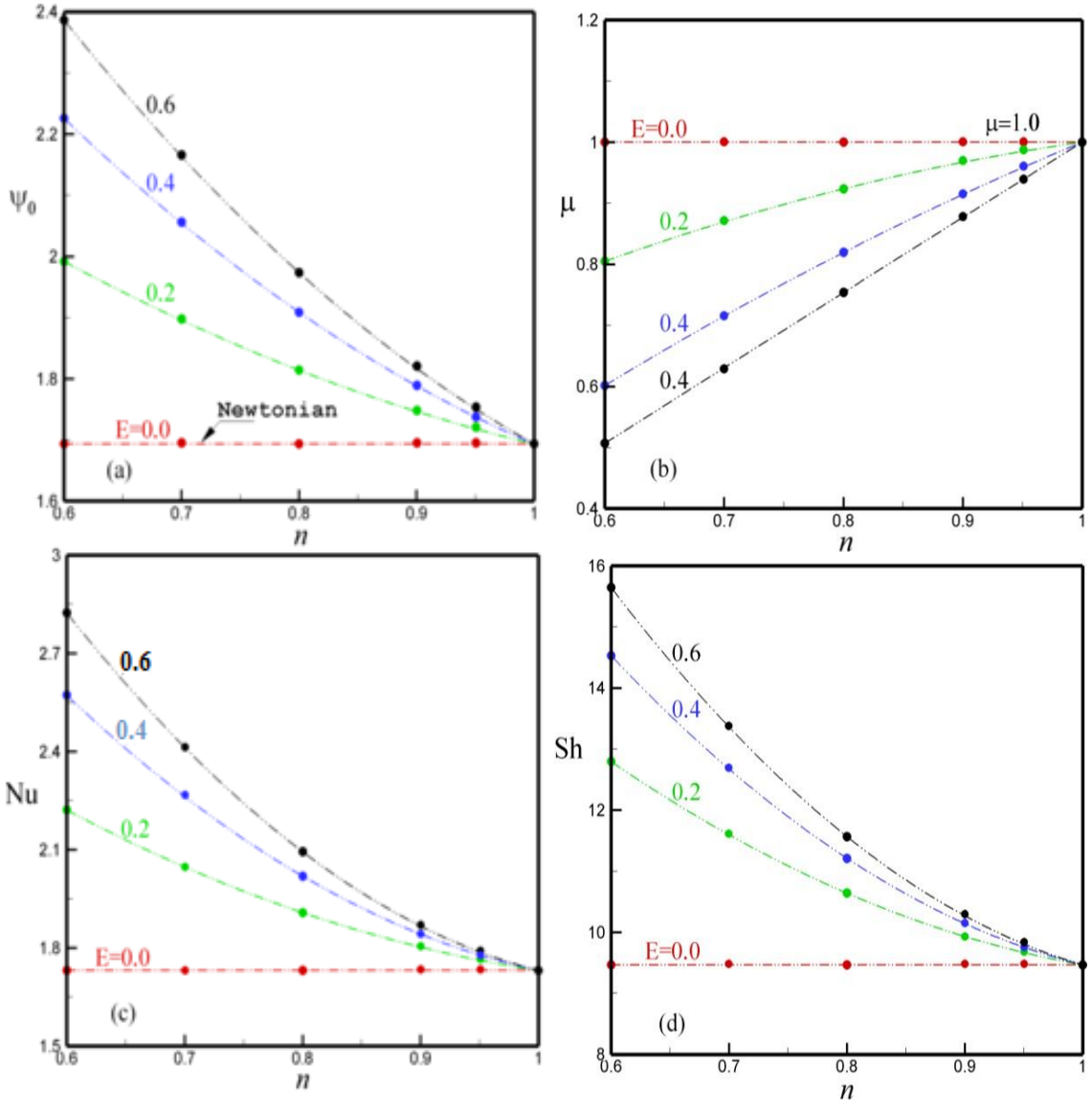


Figure 4.11 : Effet du paramètre, E, et de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu, pour R_T = 50, Le=10, N=-0.5, a=2, s=0.01 et Φ=0°.

4.4.3. Influence de paramètre, *s*, sur l'apparition de la convection

Le résultat des paramètres s et n sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Sherwood et le nombre de Nusselt est présenté à la figure 4.12.

Dans la figure 4.12(a), la fonction d'écoulement diminue avec l'augmentation de n. La viscosité augmente avec n, atteignant une valeur maximale à n = 1 (fluides newtoniens μ=1), comme le montre la figure 4.12(b). Les figures 4.12(c) et 4.12(d) montrent que Sh et Nu diminuent avec l'augmentation de n, de 0.4 à 1, ce qui entraîne une amélioration des taux d'échange de chaleur et de masse.

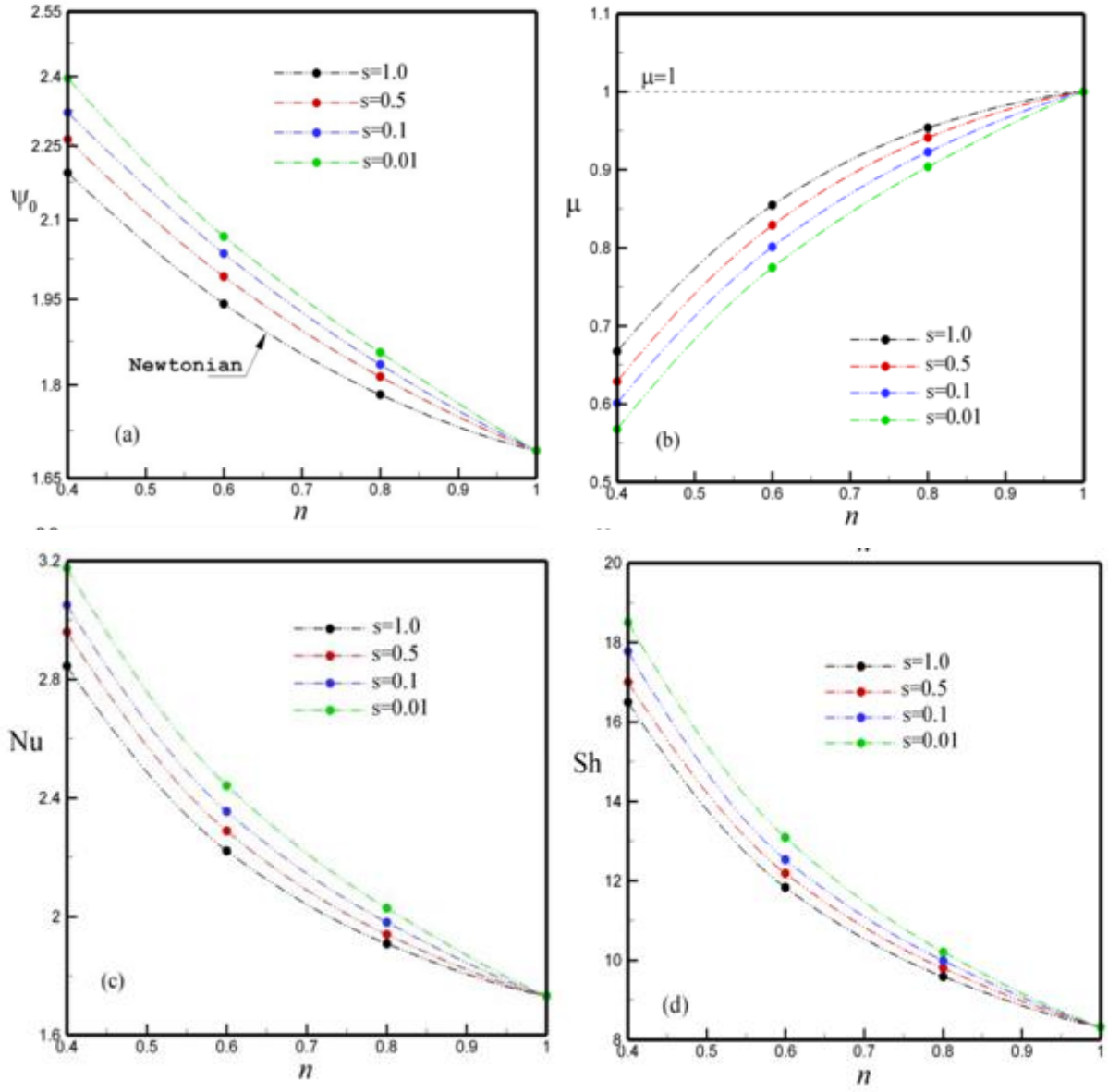
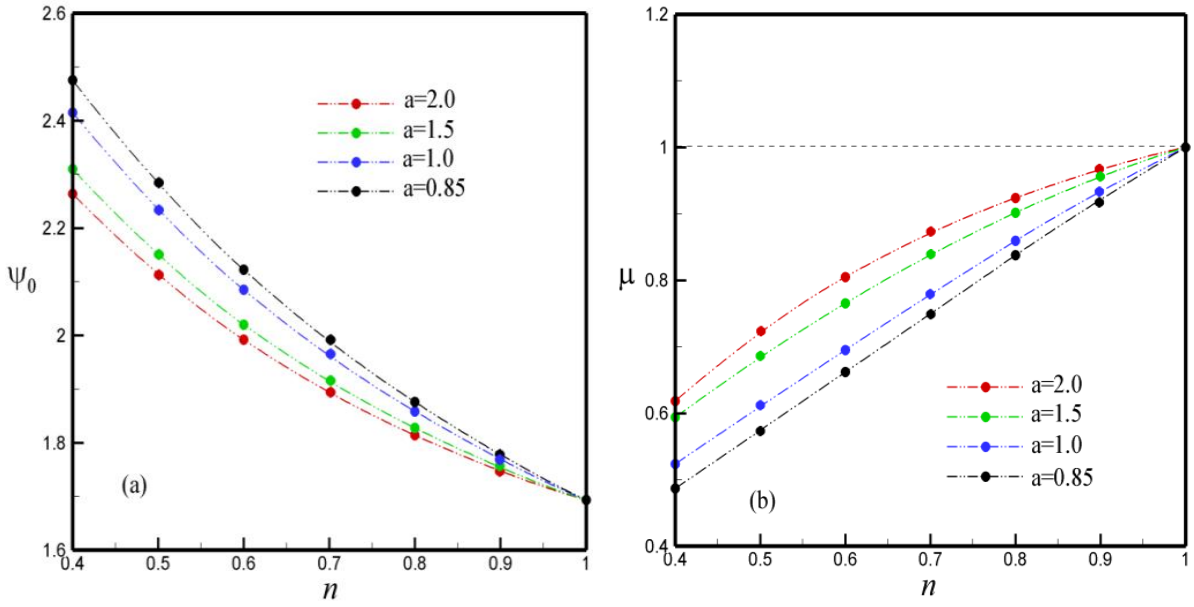


Figure 4.12 : Effet du rapport des viscosités à taux de cisaillement infini et nul, , et de l'indice de loi de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu, pour R_T = 50, Le = 10, N = −0.5, E = 0.2, a = 2 et Φ=0°.

4.4.4. Influence de paramètre, a, sur l'apparition de la convection

La figure 4.13 illustre les effets du paramètre a sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Sherwood et le nombre de Nusselt en fonction de l'indice de loi de puissance n.

La figure 4.13(a) montre les changements dans la fonction d'écoulement en fonction de l'indice de loi de puissance, n, où la fonction d'écoulement augmente avec une diminution des deux paramètres, a et, n. La figure 4.13(b) montre qu'une augmentation de l'indice de puissance, n, et du paramètre, a, de a entraîne une augmentation de la viscosité apparente de μ<1 (fluides non newtoniens) à μ = 1 (fluides newtoniens). En outre, l'influence des paramètres, a, et, n, sur le nombre de Sherwood (figure 4.13(c)) où Sherwood diminue légèrement lorsque le nombre, a, diminue et augmente lorsque l'indice de loi de puissance, n, diminue. La même explication s'applique au nombre de Nusselt dans la figure 4.13(d).



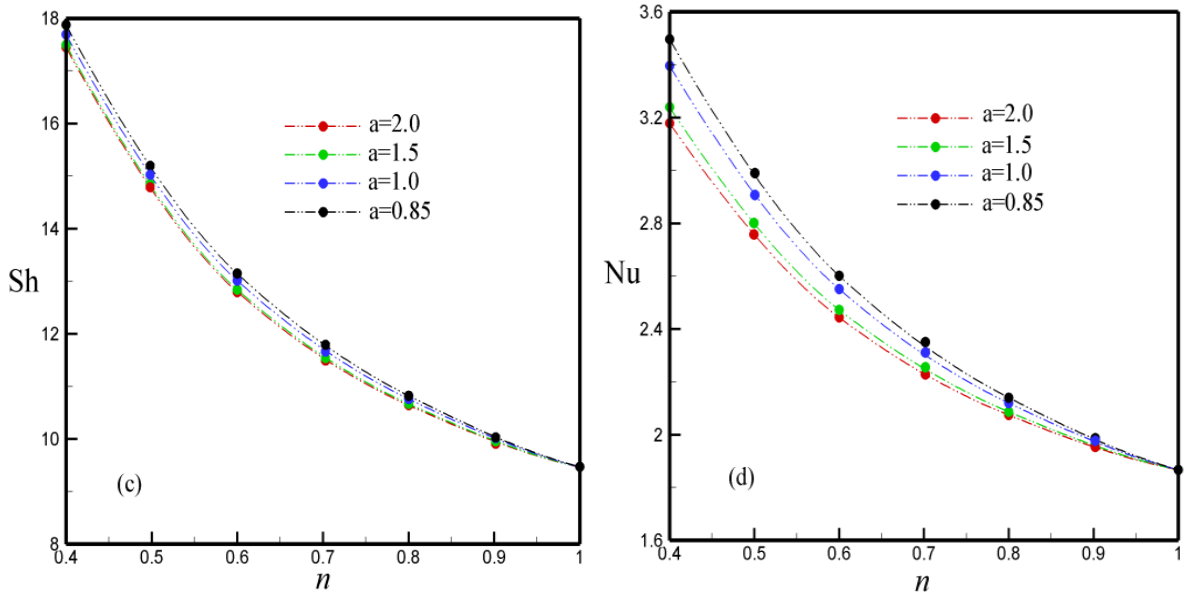


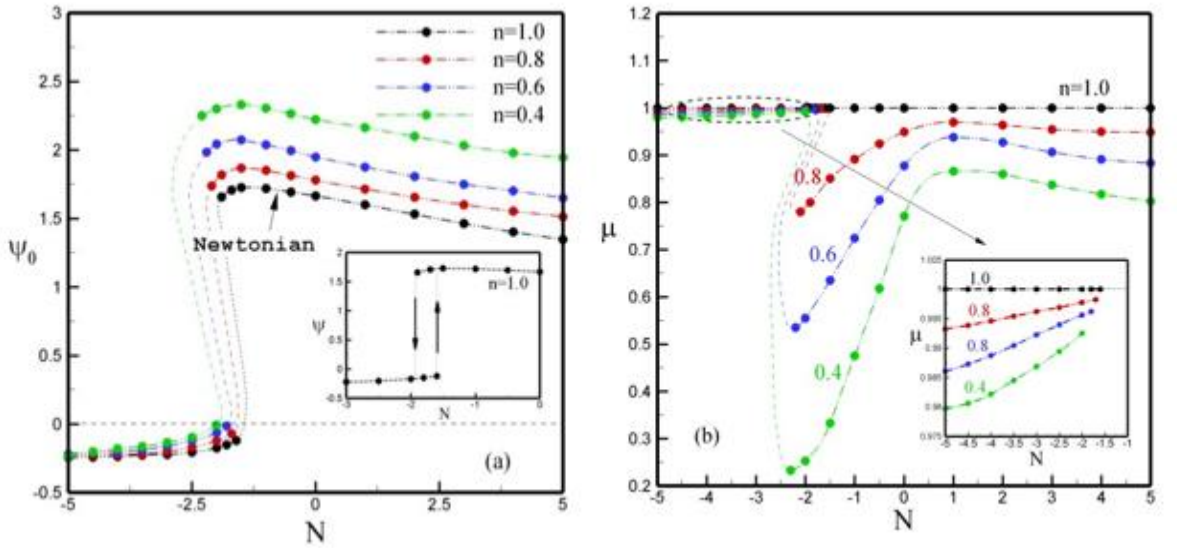
Figure 4.13 : Effet du paramètre, *a*, et de l'indice de loi de puissance, *n*, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, *Sh*, et (d) le nombre de Nusselt, *Nu*, pour R_T=50, *Le*=10, *N*=-0.5, *E*=0.2, *s*=0.01, et γ=90°.

4.5. Influence des paramètres, *n*, et du rapport de flottabilité, *N*, sur l'apparition de la convection

La figure 4.14 présente les effets de n sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Sherwood et de Nusselt en fonction du rapport de flottabilité, N. Cela couvre la région où l'écoulement devient coopératif et dominé par les effets des solutés (écoulement aidé ou favorable N = 5), la région où l'écoulement est purement dominé par les effets thermiques (écoulement thermique N = 0), et la région où les forces sont opposées mais l'écoulement par les effets des solutés (écoulement opposé N = -5), c'est-à-dire (dominé par les solutés) la circulation de l'écoulement se fait dans le sens des aiguilles d'une montre (ψ < 0), voir les lignes de courant à la figure 4.15(b). Dans le cas N = 0, c'est-à-dire dans le cas où les effets de concentration sont absents, le mouvement convectif est induit par les gradients de température uniquement, ce qui conduit à une circulation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (ψ > 0), comme le montrent les lignes de courant de la figure 4.15(a).

D'autre part, la fonction d'écoulement augmente avec la diminution de l'indice de loi de puissance, n, comme le montre la figure 4.14(a). Dans le cas où N est supérieur à zéro, le mouvement convectif dans le sens des aiguilles d'une montre est dit coïncident, et les effets

thermiques et de soluté agissent dans la même direction, et le flux de la fonction de courant est dominé par la force de flottabilité. En revanche, pour N inférieur à zéro à -1,5 < N < 0, lorsque l'effet thermique est dominant, la fonction d'écoulement est positive. Dans le même intervalle, le passage du régime conductif au régime convectif lorsque le nombre de, n, est décédé pour RT = 50 est inférieur au nombre de supercritiques, Ncr. Ensuite, pour de grandes valeurs négatives, l'effet du soluté est nettement dominant et le flux devient négatif. En dessous de la valeur critique, la solution est purement conductrice (ψ = 0, Nu = Sh = 1) quelle que soit l'amplitude de la perturbation. Le comportement de l'écoulement dépend fortement du taux de flottabilité, qu'il soit inférieur à -1 ou supérieur à -1, et l'on constate que l'effet persiste lorsque le taux d'écoulement est nul. Lorsque n diminue de (n = 1 à n = 0,4) et que N augmente, nous observons une légère différence de viscosité à μ = 1 (fluides newtoniens), puis diminue fortement pour atteindre des valeurs d'amincissement par cisaillement μ<1. De plus, lorsque n diminue et que le taux de flottabilité augmente de -1 à 1, le nombre de Sh et Nu augmente, ce qui confirme l'amélioration des taux d'échange thermique et massique, comme le montrent les figures 4.14(c) et 4.14(d).



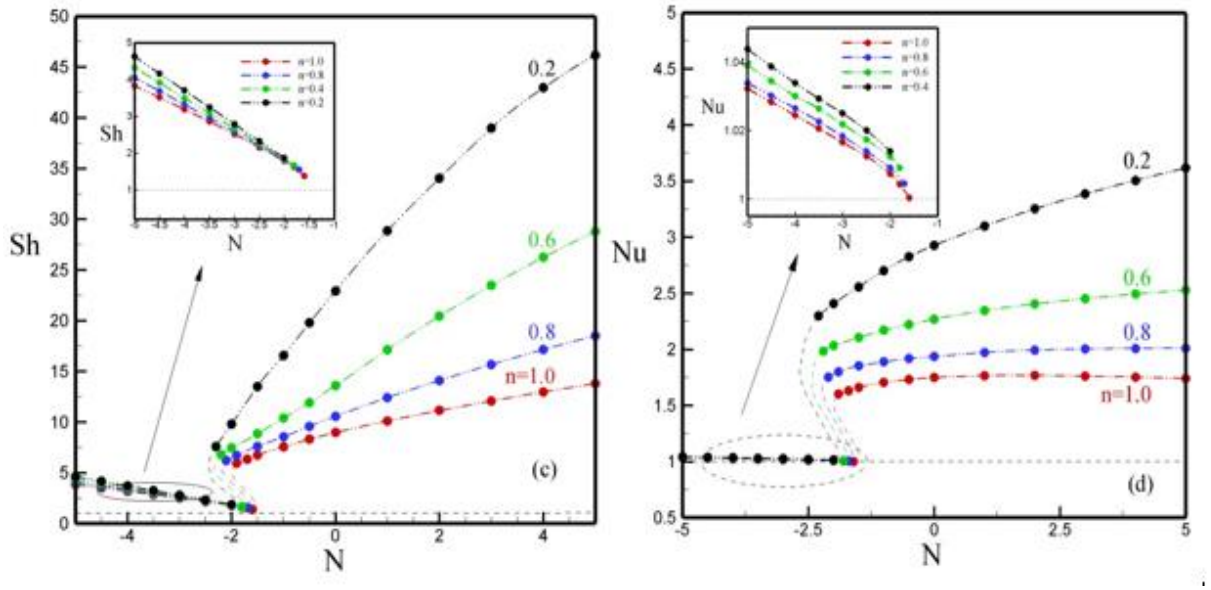


Figure 4.14 : Influence du rapport de flottabilité, N, et, n, sur : (a) la fonction de flux au centre de la cavité, $\psi 0$, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu, pour Le = 10, R_T = 50, E = 0.2, a = 2, s = 0.01 et Φ=0°.

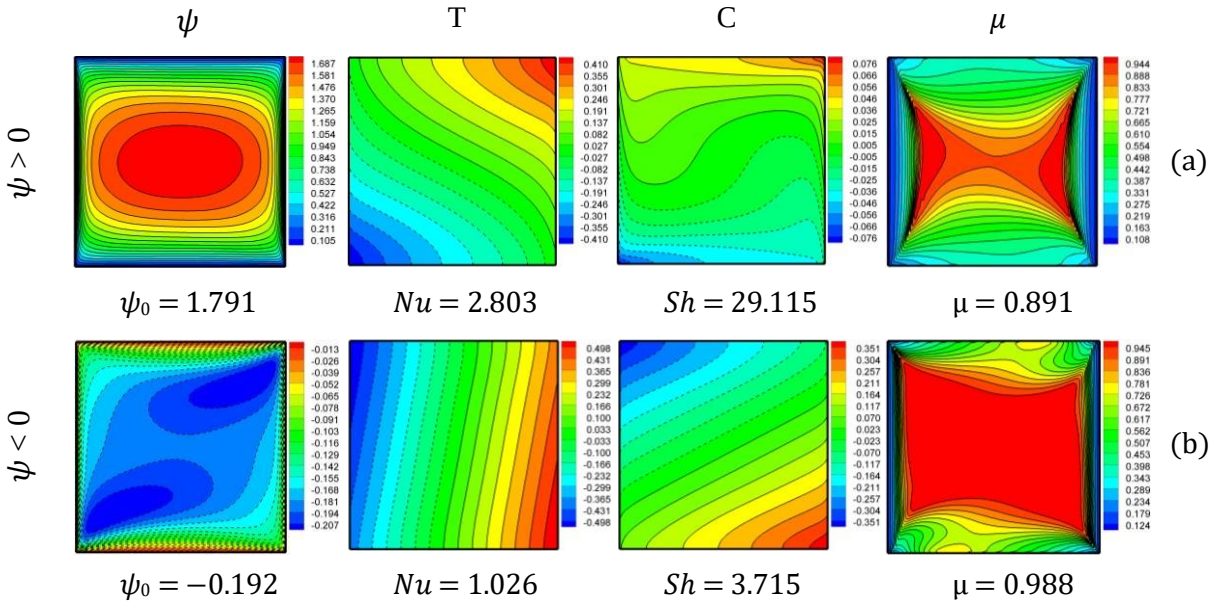
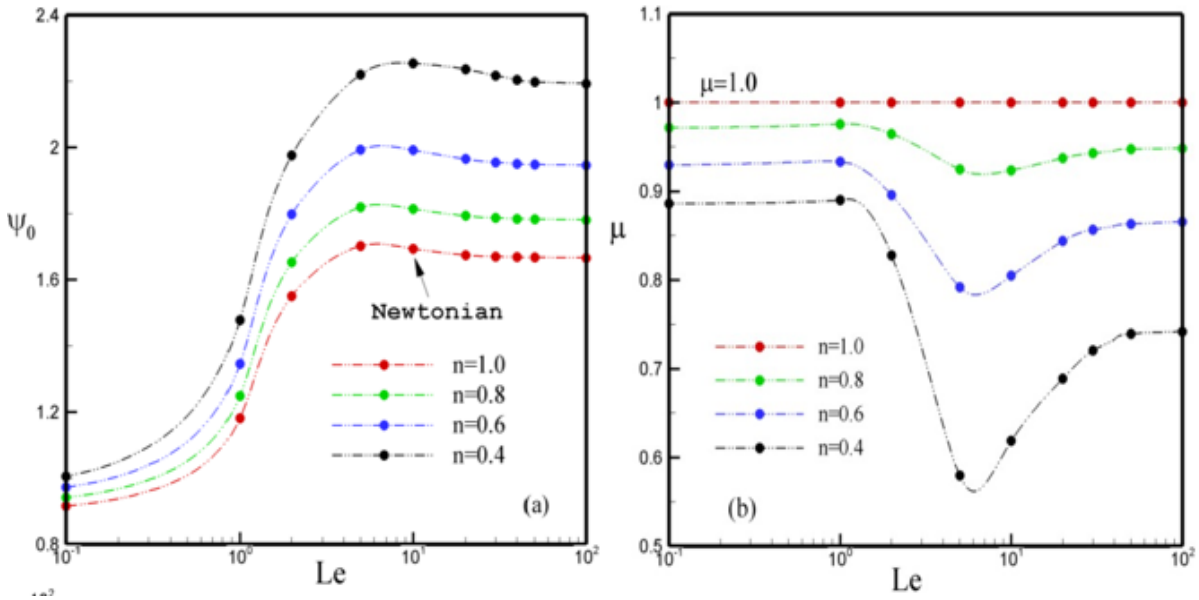


Figure 4.15 : Diagramme de Lignes de courant, isothermes, iso-concentrations et viscosité apparente dans le sens des aiguilles d'une montre (N > 0) et dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (N < 0) pour RT = 50, n = 0.6, E = 0.2, s = 0.01, a = 2, Le = 10 and Φ=0°: (a) N = 4, (b) N = −4.

4.6. Effet du nombre de Lewis, *Le*, sur l'apparition de la convection

L'impact du nombre de Lewis, Le, et de l'indice de loi de puissance, n, sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Sherwood et les nombres de Nusselt est présenté à la figure 4.16.

La figure 4.16(a) montre que la fonction de flux augmente de manière significative avec la diminution de n, pour atteindre ψ_0 = 2,263 dans le domaine (Le=10^{-1} à Le=10^{1}), puis commence à diminuer progressivement pour rester constante. La figure 4.16(b) montre les variations de la viscosité apparente en fonction de Le, pour différentes quantités de n. Lorsque n augmente et que Le augmente, la viscosité augmente jusqu'à μ = 1 pour n = 1 (fluides newtoniens). Une augmentation de Le entraîne une augmentation de Sh et Nu, et augmente avec la diminution de l'indice de loi de puissance. En outre, cela confirme l'amélioration de l'échange de masse et de chaleur, sont tracés dans la figure 4.16(c) et la figure 4.16(d).



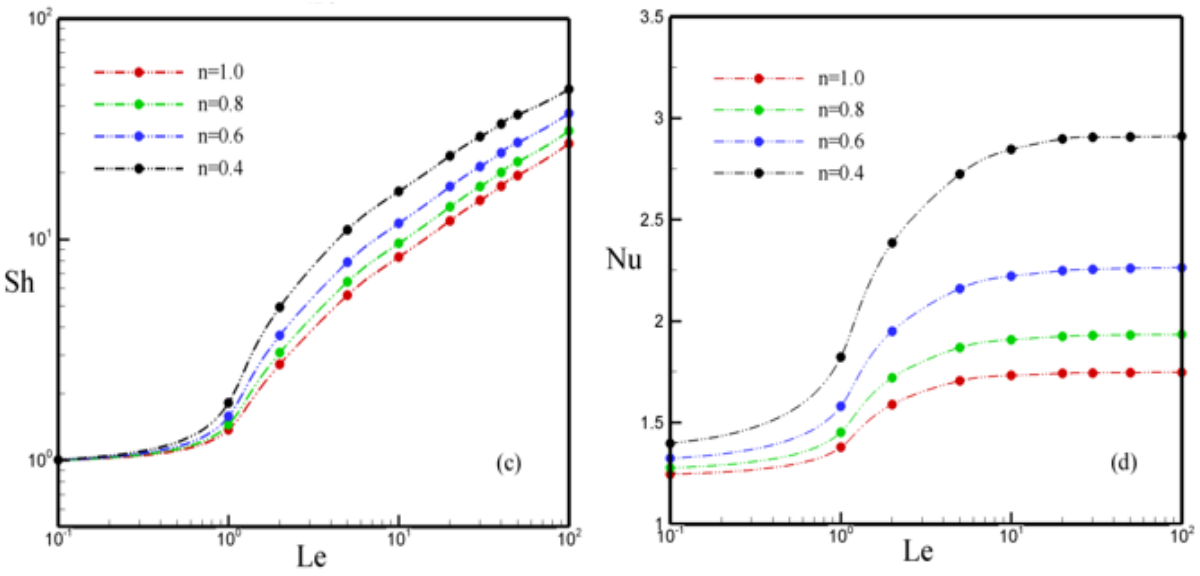


Figure 4.16 : Effet de, Le, et de l'indice de puissance, n, sur : (a) la fonction d'écoulement, $\psi 0$, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu, pour $R_T = 50$, $N = -0.5$, $a = 2$, $E = 0.2$, $s = 0.01$ et Φ=0°.

4.7. Effet de l'angle d'inclination, γ, sur l'apparition de la convection

La figure 4.17 montre les effets de l'angle d'inclinaison, Φ, sur la fonction d'écoulement, la viscosité apparente, le nombre de Sherwood et le nombre de Nusselt en fonction de l'indice de loi de puissance, n.

Les résultats montrent qu'une diminution de l'angle d'inclinaison entraîne une augmentation significative du comportement de l'écoulement, comme le montre la figure 4.17(a). La figure 4.17(b) montre une diminution de la viscosité avec une augmentation de, γ, et d'autre part, une diminution de l'angle d'inclinaison conduit à une augmentation significative de, Sh, et, Nu, de Φ (30° à 90°) pour atteindre leur valeur maximale à Φ = 45°. En outre, avec une diminution de l'indice de loi de puissance, qui a conduit à une amélioration de la chaleur et de la masse, comme le montrent la figure 4.17(c) et la figure 4.17(d).

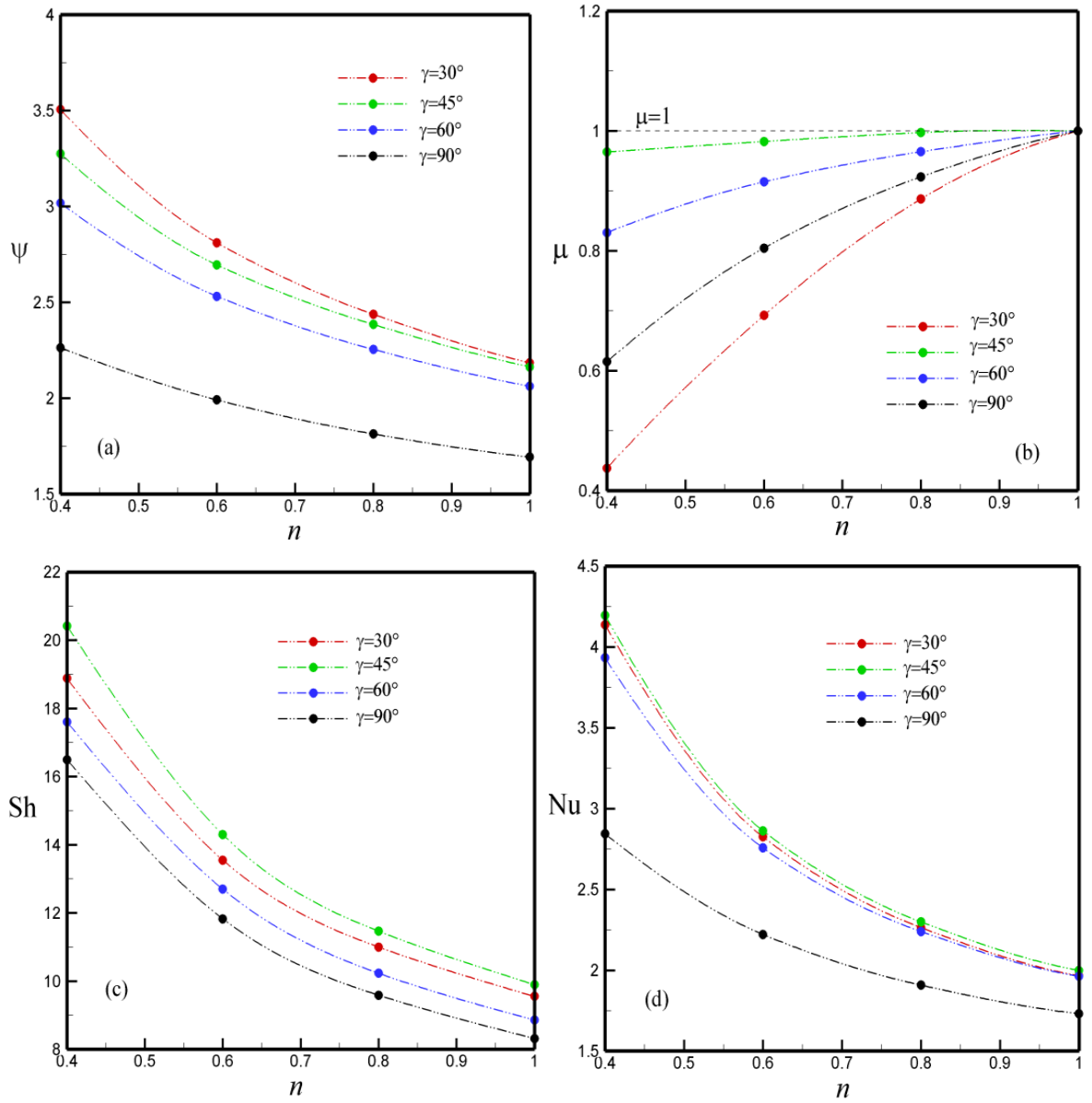


Figure 4.17 : impact de l'ange incliné, γ, et, n, sur : (a) la fonction d'écoulement au centre de la cavité, ψ_0, (b) la viscosité apparente, μ, (c) le nombre de Sherwood, Sh, et (d) le nombre de Nusselt, Nu, pour Le=10, R_T=50, E=0.2, a=2, s=0.01 et N=-0.5.

CONCLUSION GENERALE

Le travail effectué dans le cadre de cette thèse vise à comprendre et à étudier, théoriquement et numériquement, les processus couplés de convection thermo-solutale (transfert de chaleur et de masse) dans un milieu poreux saturé par un fluide non-newtonien en écoulement laminaire. La configuration géométrique du modèle physique considéré est une cavité carrée bidimensionnelle soumise à des conditions aux limites de type Newman (flux de chaleur et de masse uniformes) aux parois actives de la cavité, tandis que les parois des auteurs ont été considérées comme adiabatiques et imperméables. En utilisant le modèle de Darcy et l'approximation de Boussinesq, nous avons développé un modèle mathématique décrivant le phénomène de convection thermo-solutale dans le milieu poreux.

Le système d'équations dimensionnelles régissant le problème est résolu par un code de calcul numérique basé sur la méthode des différences finies du second ordre. Où le système d'équations est discrétisé selon la méthode implicite des directions alternées (ADI). Pour la résolution de l'équation de la fonction de courant, elle a été résolue à l'aide de la méthode de sur-relaxation successive (S.O.R).

Pour certaines valeurs des paramètres rhéologique de fluide Non-newtonien régissant le problème, le nombre de Rayleigh R_T, et les quatre paramètres sans dimension du modèle rhéologique de Carreau-Yasuda, à savoir : n, E, s, a et le rapport de flottabilité N, le nombre de Lewis Le, et l'angle d'inclinaison Φ, sont obtenus des résultats numériques pour le contour de linge de courant, le transfert de chaleur, le transfert de masse, et la viscosité apparente a été étudiée, ainsi que l'influence de ces paramètre sur les profiles.

Voici un résumé des principales conclusions de l'étude :

i. Les gradients de température et la concentration augmentent lorsque le nombre d'indices de loi de puissance, n, et E augmente. En revanche, elles augmentent lorsque les paramètres s diminuent.

ii. Il a été constatée que pour un ensemble particulier de paramètres de Carreau-Yasuda, l'intensité de la viscosité moyenne diminue avec une baisse de n et s ainsi qu'une baisse de E et a.

iii. La diminution des paramètres de Carreau-Yasuda (n, s, a) et l'augmentation de Rayleigh thermique ont augmenté la densité du flux.

iv. Dans le régime de convection totale, la structure de l'écoulement et les champs de température et de concentration sont sensibles à un changement de tous les paramètres du modèle de Carreau-Yassuda. En effet, pour un nombre de Rayleigh thermique donné, l'intensité de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse sont favorisés lorsque l'on augmente (diminue) la valeur de E et que l'on diminue (augmente) les valeurs de s et de n.

v. Pour un ensemble donné de paramètres de Carreau-Yasuda, il a été constaté qu'avec une augmentation de R_T et une diminution de n, la force de viscosité moyenne diminue. Par conséquent, le transfert de chaleur par convection est amélioré avec une augmentation de R_T et une diminution de n. Pour de petites valeurs du paramètre n, l'écoulement peut être oscillatoire.

vi. Les taux de transfert de chaleur et de masse s'améliorent lorsque la viscosité apparente diminue avec le nombre de Rayleigh et augmente avec le nombre de Lewis.

vii. L'augmentation du nombre de Lewis, Le, ou la diminution de l'indice de loi de puissance, n, augmente la circulation des fluides et les taux de transfert de chaleur et de masse. En outre, on constate que le nombre de Lewis, Le, joue un rôle en favorisant la contribution du régime forcé dans la convection globale à mesure qu'il augmente, en particulier lorsque l'indice de loi de puissance, n, diminue.

viii. L'augmentation du rapport de flottabilité, N, améliore le transfert de chaleur et de masse en raison de la force de flottabilité dominante. En outre, la transition du régime conductif (pour de faibles valeurs de la force de flottaison) au régime convectif (forces de flottaison plus élevées).

ix. Les valeurs de Nu et Sh augmentent lorsque l'angle d'inclinaison diminue de 90° à 30°. Ainsi, l'effet de la charge est le plus fort à 45°.

x. La présente étude peut être étendue à l'analyse du comportement rhéologique plus complexe d'autres fluides s'amincissant et s'épaississant sous l'effet du cisaillement dans un modèle de cavité tridimensionnelle.

Conseils et perspectives

A l'issue de ce travail, un certain nombre de points ont émergé qui pourraient être pris en compte dans les recherches futures :

1) modifier le code numérique en 3D pour tenir compte des effets tridimensionnels.

2) La possibilité de changer de technique numérique pour résoudre les équations gouvernantes doit être envisagée, comme la méthode des éléments finis ou la méthode des volumes finis.

3) Envisager d'autres configurations géométriques et physiques, telles qu'une cavité rectangulaire.

4) Les travaux de continuité dans les milieux poreux ont commencé en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman-Forcheimer, qui prend en compte les effets visqueux à haute perméabilité ainsi que les effets de l'inertie.

5) Il est fortement recommandé d'étudier l'effet de l'anisotropie sur la perméabilité et la conductivité thermique, ainsi que l'effet de Soret et Dufour.

RÉFÉRENCES

[1] H. Bénard, « Les Tourbillons Cellulaires dans une Nappe Liquide Transportant de la Chaleur par Convection en Régime Permanent» Ann. Chim. Phys, (1901), 7. 62-79.

[2] L. Rayleigh « On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid, When the Higher Temperature is on the Underside » Phil. Mag, (1916), 32. 529-538.

[3] Lamine Kalla, « Convection Thermosolutale dans une Cavité Poreuse Saturé par un Fluide Binaire » thèse doctorat, Université de Montréal, (2004).

[4] H. Stommel et A.B Arons (1956) « An Oceanographic Curiosity: the Perpetual Salt Fountain» Deep-Sea Research, (1956), 3.152-153.

[5] M.E Stern « Collective Instability of Salt Fingers » Journal of Fluid Mechanics, (1969), 35 209-218.

[6] Mohamed Amine Yahiaoui, « Simulation Numérique de la Convection Naturelle Induit par Double Diffusion et Effet de Soret dans une Cavité Cylindrique Concentrique » thèse doctorat, Université de Montréal, (2007).

[7] Combarnous, M. A., and S. A. Bories. "Hydrothermal convection in saturated porous media." In Advances in Hydroscience, vol. 10, pp. 231-307. Elsevier, 1975.

[8] Sammouda. M, «Modélisation Théorique et Numérique du Phénomène de la Convection Naturelle et Thermosolutale dans les Milieux poreux à Porosité Variable » Université de Mohammed V-agdal, Thèse de Doctorat, (2012).

[9] zahra neffah, « analyse de transfert thermique et massique d'un fluide non newtonien en régime oscillatoire dans un canal muni de cloisons poreuses » thèse, Université de houari Boumediene, (2018).

[10] Fakiri. F, « Simulation numérique instationnaire de la convection forcée turbulente dans une conduite rectangulaire munie des chicanes poreuses pour application aux capteurs solaires plans a air » Université Abou-bekr belkaid-Tlemcen, Thèse de Doctorat, (2018).

[11] Schéma du transfert de chaleur par convection (2022,22 25). Consulté le 08 21, 2023, sur wikipédia: https://fr.wikipedia.org/wiki/Convection_thermique.

[12] Ghebrid. N, « Etude numérique des transferts thermiques couplés dans une cavité fermée» Université Ferhat Abbas-Sétif, Thèse de Magister, (2011).

[13] Chahtour. C, « Convection magnétohydrodynamique dans un fluide non-newtonien saturant un milieu poreux » Université de Picardie Jules Verne, Thèse de Doctorat, (2018).

[14] Hamza, D. A. (2018). Les deux modes de transfert de chaleur par convection Université Abderrahmane MIRA BEJAIA. Consulté le 2023, sur Initiation aux transferts thermiques : https://elearning.univbejaia.dz/pluginfile.php/521629/mod_resource/content/0/Cours_ALI%20AGHA%20Hamza_Initiation%20aux%20transferts%20thermiques.pdf

[15] Lounis. S, «Étude de la Convection Thermo-solutale dans un Milieu Confiné Saturé par un Polluant de Type Non-Newtonien» Université Yahia Fares-Médéa, Thèse de Doctorat, (2023).

[16] Ouattara. B, « Prise en compte des caractéristiques thermo-physiques des parois dans le processus de séparation des constituants d'un mélange binaire ou d'un nano-fluide par diffusion thermo-gravitationnelle en milieu poreux » Université de Toulouse III Paul Sabatier-France, Thèse de Doctorat, (2012).

[17] Rahli. O, «Convection naturelle thermo-solutale dans cavité divisée par une cloison poreuse » Université de houari Boumediene, Thèse de Magister, (2003).

[18] Yacine. L, « Étude de la séparation thermo-gravitationnelle en milieu fluide ou poreux dans une enceinte soumise à des flux thermiques croisés » Université de Toulouse III Paul Sabatier-France, Thèse de Doctorat, (2015).

[19] Naderi. P, « Etudes numérique et analytique des instabilités dues à la convection mixte d'un fluide viscoélastique saturant une couche poreuse chauffée par le bas » Université de Picardie Jules Verne, Thèse de Doctorat, (2019).

[20] Boussinesq. J, « Analytique de la Chaleur mise en Harmonie avec la Thermodynamique et avec la Théorie Mécanique de la Lumière » Paris : Gauthier-Villars, (1903) 657-669.

[21] Laidoudi. H, « Etude des écoulements non-newtoniens autour des obstacles confinés » Université de Mohamed Boudiaf, Thèse de Doctorat, (2017).

[22] Guazzelli E. Rhéologie des fluides complexes, Ecole d'ingéieur, archives-ouvertes.fr, (2017).

[23] Khali. S, « Analyse de la convection mixte dans une conduite annulaire poreuse en présence d'un fluide non-newtonien » Université de houari Boumediene, Thèse de Magister, (2007).

[24] Boualit. A.H, thèse doctorat en science (2011), Université M'Hamed bougera boumerdes.

[25] Bird R.B, G.C.DAI and B.J YARUSSO, Review in chem. Eng., 1983.

[26] BEN AZOUZ AHMED. K « Relations entre propriétés rhéologiques et structure microscopique de dispersions de particules d'argile dans des solutions de polymères » Université de Haute Alsace, Thèse de Doctorat, (2010).

[27] RODRÍGUEZ DE CASTRO. A « Flow experiments of yield stress fluids in porous media as a new porosimetry method » l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Thèse de Doctorat, (2014).

[28] Kamla. Y « Etude de l'écoulement d'un fluide non newtonien dans une cuve mécaniquement agitée par une Turbine de Rushton » Université d'oran Mohamed Boudiaf, Thèse de Magister, (2011).

[29] Ostwald W., Kolloid Z. (1925), 36-99.

[30] Université de Batna 2 (s.d), consulté 2023, sur comportement Non Newtonien file:///C:/Users/hp12922/Desktop/memoir/chap3.pdf

[31] Chhabra R.P., Richardson J.F. (1999), Non-Newtonian flow in the process industries. Fundamentals and Engineering Application

[32] Pascal H. (1983), Rheological behaviour effect of non-Newtonian fluids on steady and unsteady flow through porous media. Int. J. Numerical Anal. Methods Geomech. vol.7:207-224.

[33] Midoux. N. MIDOUX N. Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique, Lavoisier. (1993).

[34] Brodkey. R.S, Hersheyh H.C. Transport phenomena, McGraw Hill, (1988)

[35]Cross. M. M, Rheology of non-Newtonian fluids: a newflow equation for pseudoplastic systems, J. Colloid. Sci. 20 (1965) 417-437.

[36] Approfondissement de la modélisation : la mécanique des milieux continus, Schématisation d'un milieu poreux selon Coussy [Coussy, 1991], Sur file:///C:/Users/hp12922/Desktop/memoir/milieux%20poreux/Chap%2006.pdf

[37]Le Maout. V «Modélisation d'Écoulements Multiphasiques de Fluides Viscoélastiques en Milieux Poreux » Université de BORDEAUX, Thèse de Doctorat, (2020).

[38] ELLA ENY. G « Instabilité thermiques et thermodiffusives de fluides viscoplastiques saturant un milieu poreux » Université des sciences et technologies de lille, Thèse de Doctorat, (2011).

[39] Ramdane. Y « SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE EN MILIEUX FLUIDES ET POREUX » Université de houari Boumediene, Thèse de Doctorat, (2002).

[40] A. Delache, «Etude analytique et numérique des instabilités spation temperelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience», Thèse de Doctorat, de l'Université des Sciences et Technologie de Lille. 2005.

[41] Mahdhaoui. H « ETUDE NUMERIQUE DES TRANSFERTS DE MASSE ET DE CHALEUR DANS UN CANAL CONTENANTUN MATERIAU POREUX DE SECTION CARREE » Université de Carthage, Thèse de Doctorat, (2018).

[42] Scheidegger, E. The physics of flow through porous media. University of Toronto Press. (1974).

[43] Salama. S « Ecoulement avec convection thermique à travers un milieu poreux multicouche » Université de houari Boumediene, Thèse de Magister, (2007).

[44] Whitaker, S. Flow in porous media i: A theoretical derivation of darcy's law. Transport in Porous Media, 1:3–25. (2005).

[45] Ward, J. C. Turbulent flow in porous media. J. Hydraul. Div., ASCE 90 (HY 5), 1-12. (1964).

[46] Brinkman, C. On the permeability of media consisting of closely packed porous particles. Applied Scientific Research, A1:81–86, (1948).

[47] Brinkman, H. C. A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles. Applied Scientific Research, A1:27–34. (1947).

[48] A.V.Shenoy, Darcy-Forchheimer natural, forced and mixed convection heat transfer in non-newtonian power-Law fluid- saturated porous media. Trans porous. [49] Nield, Donald A., and Adrian Bejan. Convection in porous media. New York: Springer, 1992.

[50] Xin, Shihe, Patrick Le Quéré, and Laurette S. Tuckerman. "Bifurcation analysis of double-diffusive convection with opposing horizontal thermal and solutal gradients." Physics of Fluids 10, no. 4 (1998): 850-858.

[51] Çıbık, Aytekin, and Songül Kaya. "Finite element analysis of a projection-based stabilization method for the DarcyBrinkman equations in double-diffusive convection." Applied Numerical Mathematics 64 (2013): 35-49.

[52] Khan, Ansab Azam, Khairy Zaimi, Suliadi Firdaus Sufahani, and Mohammad Ferdows. "MHD flow and heat transfer of double stratified micropolar fluid over a vertical permeable shrinking/stretching sheet with chemical reaction and heat source." Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology 21, no. 1 (2020): 1-14.

[53] Wang, Jin, Mo Yang, and Yuwen Zhang. "Onset of double-diffusive convection in horizontal cavity with Soret and Dufour effects." International Journal of Heat and Mass Transfer 78 (2014): 1023-1031.

[54] Chen, Han-Taw, and Cha'o-Kuang Chen. "Natural convection of a non-Newtonian fluid about a horizontal cylinder and a sphere in a porous medium." International Communications in Heat and Mass Transfer 15, no. 5 (1988): 605- 614.

[55] Yang, Yue-Tzu, and Sae-Jan Wang. "Free convection heat transfer of non-Newtonian fluids over axisymmetric and two-dimensional bodies of arbitrary shape embedded in a fluid-saturated porous medium." International Journal of Heat and Mass Transfer 39, no. 1 (1996): 203-210.

[56] Mahrous, Samar A., Nor Azwadi Che Sidik, and Khalid M. Saqr. "Newtonian and non-Newtonian CFD models of intracranial aneurysm: a review." CFD Letters 12, no. 1 (2020): 62-86.

[57] Pascal, H. "Rheological behaviour effect of non-newtonian fluids on steady and unsteady flow through a porous medium." International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics 7, no. 3 (1983): 289-303.

[58] Pascal, H. "Rheological effects of non-Newtonian behavior of displacing fluids on stability of a moving interface in radial oil displacement mechanism in porous media." International Journal of Engineering Science 24, no. 9 (1986): 1465-1476.

[59] Taunton, J. W., E. N. Lightfoot, and Theodore Green. "Thermohaline instability and salt fingers in a porous medium." The Physics of Fluids 15, no. 5 (1972): 748-753.

[60] Jumah, Rami Y., and Arun S. Mujumdar. "Natural convection heat and mass transfer from a vertical flat plate with variable wall temperature and concentration to power-law fluids with yield stress in a porous medium." Chemical Engineering Communications 185, no. 1 (2001): 165-182.

[61] Al-Azawy, Mohammed Ghalib, Saleem Khalefa Kadhim, and Azzam Sabah Hameed. "Newtonian and non-newtonian blood rheology inside a model of stenosis." CFD Letters 12, no. 11 (2020): 27-36.

[62] Unuh, M. H., P. Muhamad, H. M. Y. Norfazrina, M. A. Ismail, and Z. Tanasta. "Study of Magnetic Flux and Shear Stress of OEM Damper featuring MR Fluid." Journal of Advanced Research in Applied Mechanics 41, no. 1 (2018): 9-15.

[63] Wang, Shih-Chieh, Cha'o-Kuang Chen, and Yue-Tzu Yang. "Natural convection of non-Newtonian fluids through permeable axisymmetric and two-dimensional bodies in a porous medium." International Journal of Heat and Mass Transfer 45, no. 2 (2002): 393-408.

[64] Jecl, Renata, and Leopold Škerget. "Boundary element method for natural convection in non-Newtonian fluid saturated square porous cavity." Engineering Analysis with Boundary Elements 27, no. 10 (2003): 963-975.

[65] Lamsaadi, M., M. Naimi, and M. Hasnaoui. "Natural convection of non-Newtonian power law fluids in a shallow horizontal rectangular cavity uniformly heated from below." Heat and Mass Transfer 41, no. 3 (2005): 239-249.

[66] Bahloul, Ali. "Boundary layer and stability analysis of natural convection in a porous cavity." International Journal of Thermal Sciences 45, no. 7 (2006): 635-642.

[67] Cheng, Ching-Yang. "Natural convection heat and mass transfer of non-Newtonian power law fluids with yield stress in porous media from a vertical plate with variable wall heat and mass fluxes." International Communications in Heat and Mass Transfer 33, no. 9 (2006): 1156-1164.

[68] Hadim, H. "Non-Darcy natural convection of a non-Newtonian fluid in a porous cavity." International Communications in Heat and Mass Transfer 33, no. 10 (2006): 1179-1189.

[69] Lin, Changhao, and L. E. Payne. "Continuous dependence on the Soret coefficient for double diffusive convection in Darcy flow." Journal of Mathematical Analysis and Applications 342, no. 1 (2008): 311-325.

[70] Rebhi, Redha, Noureddine Hadidi, Mahmoud Mamou, Khaled Khechiba, and R. Bennacer. "The onset of unsteady double-diffusive convection in a vertical porous cavity under

a magnetic field and submitted to uniform fluxes of heat and mass." Special Topics & Reviews in Porous Media: An International Journal 11, no. 3 (2020): 259-285.

[71] Rebhi, Redha, Noureddine Hadidi, and Rachid Bennacer. "Non-Darcian effect on double-diffusive natural convection inside aninclined square Dupuit-Darcy porous cavity under a magnetic field." Thermal Science 25, no. 1 Part A (2021): 121-132.

[72] Chamkha, Ali J. "Heat and mass transfer of a non-Newtonian fluid flow over a permeable wedge in porous media with variable wall temperature and concentration and heat source or sink." WSEAS Transactions on Heat and Mass Transfer 5, no. 1 (2010): 11-20.

[73] Kefayati, GH. R. "Simulation of double diffusive natural convection and entropy generation of power-law fluids in an inclined porous cavity with Soret and Dufour effects (Part I: Study of fluid flow, heat and mass transfer)." International Journal of Heat and Mass Transfer 94 (2016): 539-581.

[74] Kefayati, GH R. "Simulation of double diffusive natural convection and entropy generation of power-law fluids in an inclined porous cavity with Soret and Dufour effects (Part II: Entropy generation)." International Journal of Heat and Mass Transfer 94 (2016): 582-624.

[75] Khechiba, Khaled, Mahmoud Mamou, Madjid Hachemi, Nassim Delenda, and Redha Rebhi. "Effect of CarreauYasuda rheological parameters on subcritical Lapwood convection in horizontal porous cavity saturated by shearthinning fluid." Physics of Fluids 29, no. 6 (2017): 063101.

[76] Zhu, Q. Y., Y. J. Zhuang, and H. Z. Yu. "Three-dimensional numerical investigation on thermosolutal convection of power-law fluids in anisotropic porous media." International Journal of Heat and Mass Transfer 104 (2017): 897- 917.

[77] Wahid, Nur Syahirah, Mohd Ezad Hafidz Hafidzuddin, Norihan Md Arifin, Mustafa Turkyilmazoglu, and Nor Aliza Abd Rahmin. "Magnetohydrodynamic (MHD) Slip Darcy Flow of Viscoelastic Fluid over a Stretching Sheet and Heat Transfer with Thermal Radiation and Viscous Dissipation." CFD Letters 12, no. 1 (2020): 1-12.

[78] Parvin, Shahanaz, Siti Suzilliana Putri Mohamed Isa, Norihan Md Arifin, and Fadzilah Md Ali. "The Magnetohydrodynamics Casson Fluid Flow, Heat and Mass Transfer Due to the Presence of Assisting Flow and Buoyancy Ratio Parameters." CFD Letters 12, no. 8 (2020): 64-75.

[79] Rebhi, Redha, Mahmoud Mamou, Patrick Vasseur, and Mounir Alliche. "Form drag effect on the onset of non-linear convection and Hopf bifurcation in binary fluid saturating a tall porous cavity." International Journal of Heat and Mass Transfer 100 (2016): 178-190.

[80] Rebhi, Redha, Mahmoud Mamou, and Patrick Vasseur. "Bistability and hysteresis induced by form drag in nonlinear subcritical and supercritical double-diffusive Lapwood convection in shallow porous enclosures." Journal of Fluid Mechanics 812 (2017): 463-500.

[81] Khan, M. Ijaz, Faris Alzahrani, Aatef Hobiny, and Zulfiqar Ali. "Estimation of entropy optimization in DarcyForchheimer flow of Carreau-Yasuda fluid (non-Newtonian) with first order velocity slip." Alexandria Engineering Journal 59, no. 5 (2020): 3953-3962.

[82] Mutschler, Dimitri, and Abdelkader Mojtabi. "Theoretical and numerical analysis of Soret-driven convection in a horizontal porous layer saturated by an n-component mixture: Application to ternary hydrocarbon mixture tetralin, isobutyl benzene, n-dodecane with mass fractions 0.8-0.1-0.1." International Journal of Heat and Mass Transfer 162 (2020): 120339.

[83] Ali, Amjad, Hamayun Farooq, Zaheer Abbas, Zainab Bukhari, and Attia Fatima. "Impact of Lorentz force on the pulsatile flow of a non-Newtonian Casson fluid in a constricted channel using Darcy's law: a numerical study." Scientific Reports 10, no. 1 (2020): 1-15.

[84] Ghiasi, Emran Khoshrouye, and Reza Saleh. "Analytical and numerical solutions to the 2D Sakiadis flow of Casson fluid with cross diffusion, inclined magnetic force, viscous dissipation and thermal radiation based on Buongiorno's mathematical model." CFD Letters 11, no. 1 (2019): 40-54.

[85] Wang, Fuzhang, Muhammad Imran Asjad, Saif Ur Rehman, Bagh Ali, Sajjad Hussain, Tuan Nguyen Gia, and Taseer Muhammad. "MHD Williamson Nanofluid Flow over a Slender Elastic Sheet of Irregular Thickness in the Presence of Bioconvection." Nanomaterials 11, no. 9 (2021): 2297.

[86] Khdher, Abdolbaqi Mohammed, Nor Azwadi Che Sidik, Siti Nurul Akmal Yusof, and M'hamed Beriache. "Heat Transfer Enhancement in Straight Channel with Nanofluid In Fully Developed Turbulent Flow." Journal of Advanced Research in Applied Mechanics 63, no. 1 (2019): 1-15.

[87] Yusof, Nur Syamila, Siti Khuzaimah Soid, Mohd Rijal Illias, Ahmad Sukri Abd Aziz, and Nor Ain Azeany Mohd Nasir. "Radiative Boundary Layer Flow of Casson Fluid Over an Exponentially Permeable Slippery Riga Plate with Viscous Dissipation." Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology 21, no. 1 (2020): 41-51.

[88] Khan, Shahid Ali, Chika Eze, Kwun Ting Lau, Bagh Ali, Shakeel Ahmad, Song Ni, and Jiyun Zhao. "Study on the novel suppression of heat transfer deterioration of supercritical water flowing in vertical tube through the suspension of alumina nanoparticles." International Communications in Heat and Mass Transfer 132 (2022): 105893.

[89] Habib, Danial, Nadeem Salamat, Muhammad Ahsan, Sohaib Abdal, Imran Siddique, and Bagh Ali. "Significance of bioconvection and mass transpiration for MHD micropolar Maxwell nanofluid flow over an extending sheet." Waves in Random and Complex Media (2022): 1-15.

[90] Awan, Aziz Ullah, N. Ameer Ahammad, Sonia Majeed, Fehmi Gamaoun, and Bagh Ali. "Significance of hybrid nanoparticles, Lorentz and Coriolis forces on the dynamics of water based flow." International Communications in Heat and Mass Transfer 135 (2022): 106084.

[91] Rebhi, Redha, Mahmoud Mamou, and Noureddine Hadidi. "Bistability bifurcation phenomenon induced by non-Newtonian fluids rheology and thermosolutal convection in Rayleigh-Bénard convection." Physics of Fluids 33, no. 7 (2021): 073104.

[92] Lounis, Selma, Redha Rebhi, Noureddine Hadidi, Giulio Lorenzini, Younes Menni, Houari Ameur, and Nor Azwadi Che Sidik. "Thermo-Solutal Convection of Carreau-Yasuda Non-Newtonian Fluids in Inclined Square Cavities Under Dufour and Soret Impacts." CFD Letters 14, no. 3 (2022): 96-118.

[93] Bensilakhal Sara, Redha Rebhi, Noureddine Hadidi, Giulio Lorenzini,Yacine Kerchiche, Younes Menni, Houari Ameur, and Hijaz Ahmad. "Bi-stability Study of Double Diffusive Convection Using the Carreau-Yasuda Model in a Shallow Horizontal Porous Layer Filled with a Non-Newtonian Fluid." Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences Volume 101, Issue 1(2023) 137-159.

[95] Yasuda, K. Y., R. C. Armstrong, and R. E. Cohen. "Shear flow properties of concentrated solutions of linear and star branched polystyrenes." Rheologica Acta 20, no. 2 (1981): 163-178.

[96] Bird, R. Byron, Robert C. Armstrong, and Ole Hassager. Dynamic of polymeric liquids. John Wiley and Sons, 1978.

[97] Escudier, M. P., I. W. Gouldson, A. S. Pereira, F. T. Pinho, and R. J. Poole. "On the reproducibility of the rheology of shear-thinning liquids." Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics 97, no. 2-3 (2001): 99-124.

[98] Gray, Donald D., and Aldo Giorgini. "The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases." International Journal of Heat and Mass Transfer 19, no. 5 (1976): 545-551.

[99] Darcy, H., (1856). Les fontaines publiques de la ville de Dijon, distribution d'eaux et filtrage des eaux, Victor Dalmont, Paris.

[100] Combarnous M., Bories S. (1974), Modélisation de la Convection Naturelle au sein d'une Couche Poreuse Horizontale à l'aide d'un Coefficient de Transfert Solide-Fluide. Int J Heat Mass Transf vol.17 :505-515.

[101] Moresi. L.N, Solomatov. V.S, Numerical investigation of 2D convection with extremely large viscosity variations, Physics of Fluids 7(9) (1995) 2154-2162.

[102] Patankar. S. V, Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill, New York (1980).

[103] Balmforth. N. J, and. Rust. A. C, "Weakly nonlinear viscoplastic convection," J. NonNewtonian Fluid Mech. 158(1–3) (2009) 36–45.

[104] Alloui, Z. Ouzani, R, Vasseur. P. Thermocapillary-buoyancy convection of a power-law fluid layer heated from below, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 282 (2020) 104332.

[105] Benhadji, Khalid Brahim. "Convection thermo-solutale au sein d'une cavité poreuse saturée par un fluide non newtonien binaire." Master diss, École Polytechnique de Montréal (2001).

[106] Mamou, M., and P. Vasseur. "Thermosolutal bifurcation phenomena in porous enclosures subject to vertical temperature and concentration gradients." Journal of Fluid Mechanics 395 (1999) : 61-87.

- Publication International

Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences 99, Issue 2 (2022) 17-47

SEMARAK ILMU PUBLISHING

Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences

Journal homepage:
https://semarakilmu.com.my/journals/index.php/fluid_mechanics_thermal_sciences/index
ISSN: 2289-7879



Impact of Non-Newtonian Fluids' Rheological Behavior on Double-Diffusive Natural Convection in an Inclined Square Porous Layer

Amina Ould Larbi[1], Redha Rebhi[2,3], Soufiane Rahal[4], Giulio Lorenzini[5,*], Laidi Maamar[1,4], Younes Menni[6], Hijaz Ahmad[7]

[1] Biomaterials and Transport Phenomena Laboratory (LBMPT), University of Medea, 26000 Medea, Algeria
[2] Department of Mechanical Engineering, Faculty of Technology, University of Medea, Medea 26000, Algeria
[3] LERM-Renewable Energy and Materials Laboratory, University of Medea, Medea 26000, Algeria
[4] Faculty of Technology, University Dr Yahia Fares of Medea, Medea, 26000 Medea, Algeria
[5] Department of Engineering and Architecture, University of Parma, Parco Area delle Scienze, 181/A, 43124 Parma, Italy
[6] Department of Technology, University Center Salhi Ahmed Naama (Ctr. Univ. Naama), P.O. Box 66, Naama 45000, Algeria
[7] Section of Mathematics, International Telematic University Uninettuno, Corso Vittorio Emanuele II, 39, 00186 Roma, Italy

ARTICLE INFO

Article history:
Received 10 April 2022
Received in revised form 4 August 2022
Accepted 15 August 2022
Available online 10 September 2022

Keywords:
Double-diffusive natural convection; Carreau-Yasuda model; buoyancy ratio; heat and mass transfer; non-Newtonian fluids

ABSTRACT

This paper presents a numerical study of double-diffusive convection in a square cavity with a porous layer filled with a non-Newtonian fluid and subjected to uniform Neumann heat and air flows applied to the active walls of the cavity, while the other walls are considered adiabatic and impermeable. We used the Carreau-Yasuda rheological model, which is adequate for many non-Newtonian fluids, and is used to characterize the behavior of the shear-tinning fluids. The finite difference method is used to obtain the numerical solution of the general governing equations, for a thin shear-thinning fluid with Darcy model and Boussinesq approximation were employed to model the convective flow in the porous medium. The governing parameters of the problem are the rheological parameters of Carreau-Yasuda, namely (n, E, s and α), the thermal Rayleigh number , R_T, the Lewis number Le, the buoyancy ratio N, and inclination angel, Φ. the effects of the mentioned governing parameters, flow intensity, apparent viscosity, and heat and mass transfer rates, were illustrated and discussed in terms of steamlines, isotherm, isoconcentration, apparent viscosity contours, stream function, apparent viscosity profiles, the average Nusselt number and the average Sherwood number. The results indicate a strong influence of the shear behavior of the non-Newtonian fluid on the heat and mass transfer by natural convection inside the enclosure. the flow structure evolves from conduction to convection as the buoyancy ratio increases. The Nusselt, Nu, and Sherwood, Sh, numbers increase along the transition path. The average number of Sh increases considerably with the improvement of the number of Lewis number but the average number of Nu changes slightly. The thermal and mass transfer is favored for an angle of inclination of 45°.

- Participation International



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Amina Ould Larbi

has participated in 1st International Conference on Engineering and Applied Natural Sciences on 10-13 May in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: Double diffusive natural convection in a square cavity saturated with non-Newtonian fluids

PRESENTATION TYPE: Oral

ICEANS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA

ICEANS 2022



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Amina Ould Larbi

has participated in 3rd International Conference on Applied Engineering and Natural Sciences on 20-23 July in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: Stability Analysis of Thermosolutal Convection with Soret and Dufour Effects in a Porous Collector under a Uniform Magnetic Field

PRESENTATION TYPE:

ICAENS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA

ICAENS 2022



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Ould Larbi Amina

has participated in 1st International Conference on Innovative Academic Studies on 10-13 September in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: Simulation of Double Diffusive Natural Convection of non-Newtonian Fluid in a Porous Cavity.

PRESENTATION TYPE: Oral

ICIAS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA

ICIAS



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Amina Ould Larbi

has participated in 1st International Conference on Innovative Academic Studies on 10-13 September in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: *Numerical and Analytical Study of the Thermosolutal Convection in the Framework of the Lewiss Effect in a Porous Collector Under a Uniform Magnetic Field*

PRESENTATION TYPE: *Oral*

ICIAS

ICIAS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Ould Larbi Amina

has participated in 2nd International Conference on Engineering and Applied Natural Sciences on 15-18 October in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: *Simulation of convection heat transfer in an inclined square porous cavity saturated by shear-thinning fluid*

PRESENTATION TYPE: *Oral*

ICEANS 2022

ICEANS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

Amina Ould Larbi

has participated in 2nd International Conference on Engineering and Applied Natural Sciences on 15-18 October in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: *HEAT TRANSFER OF A SINGLE-WALL CARBON NANOTUBE-WATER NON-NEWTONIAN NANOFLUID SATURATED AN INCLINED SQUARE POROUS MEDIUM*

PRESENTATION TYPE: *Oral*

ICEANS 2022

ICEANS 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA



CERTIFICATE Of PARTICIPATION

OUL LARBI Amina

has participated in 1st International Conference on Scientific and Academic Research on 10-13 December in 2022 at Konya/Turkey.

PAPER TITLE: *Stability Analysis of the Rest State and of the Finite Amplitude Steady Double-Diffusive Convection in a Horizontal Porous Cavity Filled with a Complex Fluid*

PRESENTATION TYPE: Oral

ICSAR 2022 CONFERENCE CHAIRMAN
Asst. Prof. Dr. Umut ÖZKAYA

ICSAR



The 8th MAGHREB CONFERENCE ON DESSALINATION AND WATER TREATMENT

CMTDE 2022

19 – 22 December 2022
Sol Azur Beach Congress – Hammamet - Tunsia

Certificate of participation

Amina OULD LARBI

has attended the 8th Maghreb Conference on Desalination and Water Treatment (CMTDE 2022), participated actively in the various activities of this conference and presented a communication entitled

Modeling the onset of thermosolutal convective instability in a non-Newtonian -saturated porous medium layer

OULD LARBI Amina, REBHI Redha, LAIDI Maamar and LOUNIS Selma

Professor Béchir HAMROUNI
CMTDE 2022 Chairman
TDA President

Date : Tunis December 22, 2022